UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE FILOSOFIA, LETRAS E CIÊNCIAS HUMANAS
DEPARTAMENTO DE FILOSOFIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FILOSOFIA

&

UNIVERSITÉ SORBONNE PARIS CITÉ
UNIVERSITÉ PARIS DIDEROT (PARIS 7)
LABORATOIRE SPHERE, UMR 7219
ÉCOLE DOCTORALE 400 : SAVOIRS SCIENTIFIQUES

João Figueiredo Nobre Cortese

L'infini en poids, nombre et mesure : la comparaison des incomparables dans l'œuvre de Blaise Pascal

versão corrigida

(version corrigée)

São Paulo
2017

João Figueiredo Nobre Cortese

L'infini en poids, nombre et mesure : la comparaison des incomparables dans l'œuvre de Blaise Pascal

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Filosofia do Departamento de Filosofia da Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas da Universidade de São Paulo, em dupla titulação com a Université Paris Diderot - Paris 7, para obtenção do título de Doutor em Filosofia.

Orientador : Prof. Dr. Luís César Guimarães Oliva

Coorientador : Prof. Dr. David Rabouin

versão corrigida

(version corrigée)

São Paulo
2017

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Catalogação na Publicação
Serviço de Biblioteca e Documentação
Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas da Universidade de São Paulo

C 828l

Cortese, João Figueiredo Nobre
L'infini en poids, nombre et mesure: la comparaison des incomparables dans l'oeuvre de Blaise Pascal / João Figueiredo Nobre Cortese ; orientador Luís César Guimarães Oliva. - São Paulo, 2017.
624 f.

Tese (Doutorado)- Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas da Universidade de São Paulo. Departamento de Filosofia. Área de concentração: Filosofia.

1. Blaise Pascal. 2. História da filosofia. 3. História da matemática. 4. Analogia. 5. Infinito. I. Oliva, Luís César Guimarães, orient. II. Título.

Université PARIS DIDEROT - PARIS 7

PROCES VERBAL DE SOUTENANCE DU 30/10/2017 A 12h00

ANNEE UNIVERSITAIRE 2017/2018

Etudiant	:	M. JOAO FIGUEIREDO NOBRE CORTESE né le : 19/03/1988
Diplôme	:	Doc. Epistémologie histoire sc. techn. savoirs scientifiques
Titre des travaux	:	L'infini en poids, nombre et mesure : la comparaison des incomparables dans l'oeuvre de Blaise Pascal
Secteur disciplinaire	:	SCIENCES
Ecole doctorale	:	SAVOIRS SCIENTIFIQUES : ÉPISTÉMOLOGIE, HISTOIRE DES SCIENCES ET DIDACTIQUE DES DISCIPLINES
Formation doctorale	:	EPISTEMOLOGIE, HISTOIRE DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES
Directeur	:	M. DAVID RABOUIN
Codirecteur	:	M. LUIS CESAR GUIMARAES OLIVA
Lieu de soutenance	:	Université de Sao Paulo, FFLCH, Prédio da Administraçao, Rua do Lago, 717, sala 118 CED : 05508-080 - Cidade Universitaria, Sao Paulo SP/Brésil. Sala de defesa numéro 124

La soutenance est publique.

Résultat : admis

Mention :

Avis de reproduction : autorisation de reproduction en l'état

Membres du Jury

Nom	Qualité	Etablissement	Rôle	Signature
Mme SABINE ROMMEVAUX	DIRECTEUR DE RECHERCHE	C.N.R.S.	Président	
M. VALTER ALNIS BEZERRA	PROFESSEUR DES UNIVERSITES	UNIVERSITE DE SAO PAULO	Rapporteur	
M. DOMINIQUE DESCOTES	PROFESSEUR	UNIVERSITE CLERMONT FERRAND 2 BLAISE PAS	Rapporteur	
M. LUIS CESAR GUIMARAES OLIVA	PROFESSEUR DES UNIVERSITES	UNIVERSITE DE SAO PAULO	Directeur	
M. DAVID RABOUIN	CHARGE DE RECHERCHE	C.N.R.S.	Directeur	

Para meus pais,
Fernando e Ana Paula

Résumé

Ce travail montre l'unité de l'œuvre de Pascal dans ce qui concerne la « comparabilité des incomparables » : la comparaison, langagière ou mathématique, qui se fait entre des choses qui ne pourraient pas en principe être rapprochées. Il s'agit de faire une approche historique et linguistique pour poser des questions philosophiques par rapport à la comparaison, notamment sur le rôle de principe que l'infini y joue selon Pascal. Nous identifions la comparaison des incomparables sous trois formes.

La première partie de ce travail est consacrée à formuler une forme rhétorique d'analogie que nous nommons l'« *analogie de disproportion* » (nous inspirant de Secretan 1998). Si l'analogie est généralement dite faire une comparaison entre deux rapports, chacun desquels existe entre des choses homogènes, l'analogie de disproportion permet en revanche de montrer une ressemblance entre des rapports d'hétérogénéité, entre des disproportions ou entre des distances infinies : deux choses sont aussi différentes entre elles que deux autres. Pascal étant un auteur qui souligne surtout les disproportions, nous montrons qu'il compare ces disproportions, notamment pour délimiter à l'homme ce qu'il ne peut pas connaître parfaitement.

La deuxième partie analyse la pratique mathématique de Pascal « en poids, nombre et mesure » : il s'agit de montrer que dans la méthode des indivisibles des *Lettres de A. Dettonville*, dans le *Traité du triangle arithmétique* et dans la comparaison du courbe et du droit, toujours l'infini (ou plutôt l'indéfini) intervient comme un facteur qui permet la comparabilité de ce qui semblait être incomparable.

La troisième partie fait une discussion proprement philosophique sur l'infiniment petit et l'infiniment grand, prenant en compte la pratique mathématique de Pascal analysée dans la deuxième partie. Il est question de discuter sur la nature des « indivisibles », des « différences » et des « distances infinies ». Nous proposons que l'« infini » dans la pratique mathématique de Pascal relève plutôt de l'« indéfini », reliant cela à une distinction entre le sens absolu et le sens relatif des mots. Une exception dans la pratique mathématique de Pascal est la géométrie projective, où il faut accepter des éléments à distance infinie. La « rencontre » des deux infinis, finalement, permet de montrer la réciprocité de l'infini de grandeur et de l'infini de petitesse. Une discussion est faite à ce propos, reliant la proportion inverse entre les deux infinis à la grandeur et la petitesse de l'homme et au caractère paradoxal de certaines vérités selon Pascal, lesquelles sont résolues dans la personne du Christ. On conclut que Pascal propose non pas une connaissance directe de l'infini, mais plutôt une approche à la relation que l'homme, être fini, possède avec l'infini.

Mots-clés :

Blaise Pascal, analogie, disproportion, infini, XVII^{e} siècle, mathématiques, histoire des mathématiques, géométrie projective, méthode des indivisibles, philosophie et mathématiques

Resumo

Este trabalho mostra a unidade da obra de Pascal no que diz respeito à "comparabilidade dos incomparáveis" : a comparação, linguística ou matemática, que é feita entre coisas que não poderiam, em princípio, ser aproximadas. Trata-se de fazer uma abordagem histórica e linguística para colocar questões filosóficas sobre a comparação, em particular sobre o papel fundamental que o infinito desempenha de acordo com Pascal. Identificamos a comparação de incomparáveis sob três formas.

A primeira parte deste trabalho é dedicada à formulação de uma forma de analogia retórica que chamamos de *analogia de desproporção* (inspirada por Secretan 1998). Se geralmente se diz que a analogia faz uma comparação entre duas relações, cada uma das quais existe entre coisas homogêneas, a analogia da desproporção torna possível, por outro lado, mostrar uma semelhança entre relações de heterogeneidade, entre desproporções ou entre distâncias infinitas : duas coisas são tão diferentes entre si quanto duas outras. Pascal sendo um autor que enfatiza as desproporções acima de tudo, mostramos que ele compara as desproporções, em especial para delimitar o que o homem não conhece perfeitamente.

A segunda parte analisa a prática matemática de Pascal "em peso, número e medida" : trata-se de mostrar que no método dos indivisíveis das *Cartas de A. Dettonville*, no *Tratado do triângulo aritmético* e na comparação das linhas curvas e retas, sempre o infinito (ou melhor, o indefinido) intervém como um fator que permite a comparabilidade do que parecia incomparável.

A terceira parte faz uma discussão filosófica sobre o infinitamente pequeno e o infinitamente grande, levando em consideração a prática matemática de Pascal analisada na segunda parte. Discutimos a natureza dos "indivisíveis", "diferenças" e "distâncias infinitas". Propomos que o "infinito" na prática matemática de Pascal é melhor compreendido como um "indefinido", ligando-o a uma distinção entre o significado absoluto e o significado relativo das palavras. Uma exceção na prática matemática de Pascal é a geometria projetiva, onde devemos aceitar elementos a distância infinita. O "encontro" dos dois infinitos, finalmente, permite mostrar a reciprocidade do infinito de grandeza e do infinito de pequenez. Uma discussão é feita sobre este assunto, ligando a proporção inversa entre os dois infinitos à grandeza e à pequenez do homem, e ao caráter paradoxal de certas verdades de acordo com Pascal, as quais são resolvidas na pessoa de Jesus Cristo. Concluímos que Pascal traz do infinito não um conhecimento direto, mas uma abordagem da relação que o homem, ser finito, tem com o infinito.

Palavras-chave :
Blaise Pascal, analogia, desproporção, infinito, século XVII

Abstract

This thesis shows the unity of Pascal's work in what concerns the "comparability of incomparables" : the comparison, either in mathematics our natural language, between things which could not in principle be brought together. The approach is both a historical and a linguistic one, and it aims to recovery some important questions regarding the philosophical nature of comparisons, more specifically, the role of the infinite in Pascal's thought. The comparison of incomparables may be identified in three different forms

In the first part, we formulate a rhetorical form of analogy that we call an "analogy of disproportion" (inspired by Secretan 1998). If the analogy is generally said to make a comparison between two relations, each of which exists between homogeneous things, the analogy of disproportion, on the other hand, shows a resemblance between relations of heterogeneity, between disproportions or between infinite distances : two things may be as different from each other as any two other things. Even if disproportions are a central theme to Pascal, he did not shy away of comparing such disproportions – in particular to delimit what man cannot know perfectly.

The second part analyzes the mathematical practice of Pascal "in weight, number and measure" : it is necessary to show that in the method of indivisibles of the *Lettres de A. Dettonville*, in the *Traité du Triangle Arithmétique* and in the comparison of the curved and the straight lines, always the infinite (or rather the indefinite) intervenes as a factor that allows the comparability of what would seem to be incomparable.

The third part makes a philosophical discussion on the infinitely small and the infinitely large, taking into account Pascal's mathematical practice, which was analyzed in the second part. We discuss the nature of "indivisibles", "differences" and "infinite distances". We suggest that the "infinite" in Pascal's mathematical practice is rather an "indefinite", linking it to a distinction between the absolute and the relative meaning of words. An exception in Pascal's mathematical practice is his projective geometry, where it is necessary to accept elements at an infinite distance. The "encounter" of the two infinites makes it possible to show the reciprocity of the infinity of greatness and the infinity of smallness. Finally, we analyze the inverse proportionality between the two infinites with regard to the greatness and the wretchedness of man and to the paradoxical nature of certain truths according to Pascal, which are concealed in the person of the Christ. The conclusion is that Pascal arrives not at a direct knowledge of the infinite, but to an approach to the relation that man, a finite being, has with the infinite.

Keywords :

Blaise Pascal, analogy, disproportion, infinity, XVIIth Century, mathematics, history of mathematics, projective geometry, method of indivisibles, philosophy and mathematics

Remerciements

Cette thèse porte un seul nom d'auteur. Or, rien ne pourrait être moins vrai : il faudrait présenter quelque chose de semblable au générique à la fin d'un film. Pour mon plus grand bonheur, durant ces dernières années, j'ai pu être en contact avec plusieurs personnes qui ont rendu ce travail possible, en discutant de ses arguments, en me donnant des références, en m'indiquant des manques et des impasses, en me montrant la lumière qui rendait claire la raison des effets et en me proposant la simple joie des conversations humaines. Cela s'est fait par de longues discussions, lorsque ces personnes m'accueillaient dans leurs bureaux, dans des cafés, chez eux ou par internet.

Je remercie mon directeur, David Rabouin, d'avoir accepté, dès mon mémoire de Master 2, de diriger un travail qui n'était au début qu'un rêve. Il m'a toujours accueilli avec ses conseils, ses discussions, ses révisions (même du français). Il a été également soucieux de me montrer comment les résultats de ce travail devraient être partagés avec d'autres personnes et l'importance du travail en groupe. Sa passion pour l'étude approfondie de la philosophie et de l'histoire des mathématiques a été une grande inspiration, et a été exprimée par une ouverture à écouter plusieurs fois des idées et des hypothèses qui allaient bien au-delà du raisonnable. « Les mêmes pensées », écrit Pascal, « poussent quelquefois tout autrement dans un autre que dans leur auteur : infertiles dans leur champ naturel, abondantes étant transplantées ». J'avais une idée qui était un grain, et c'est David Rabouin qui m'a montré la terre fertile dans laquelle il a pu devenir un arbre.

À mon directeur, Luís César Oliva, j'exprime tout d'abord mes remerciements pour sa disponibilité inconditionnelle. Toujours prêt à lire mes textes, il a essayé de me montrer le danger de vouloir parler de tout, en rappelant que la rigueur d'un argument est cruciale : en fait, il m'a toujours aidé à avoir les pieds sur terre tandis que ma tête regardait vers le ciel, en insistant sur l'importance de l'unité d'une thèse. S'il est vrai que, comme l'écrit Pascal, « la géométrie comprend un grand nombre de principes », il y a un autre *esprit* important, qui permet de « bien pénétrer peu de principes jusqu'au fond » : Luís César Oliva m'a aidé à percevoir un peu plus la profondeur de la pensée.

Plusieurs arguments de cette thèse doivent leur origine à ces deux directeurs. Avec eux, d'autres personnes ont eu une énorme importance pour ce travail.

Valter Alnis Bezerra a été pour moi une figure d'inspiration professionnelle et humaine. Ayant l'opportunité de travailler avec lui dans un de ses cours, j'ai pu observer comment un exposé, profond au niveau de la recherche et précis du point de vue pédagogique de l'exposition, n'est en rien obligé de laisser de côté l'accueil humain à toutes les questions qui se présentent. J'aimerais conserver cette inspiration pour le reste de ma carrière.

Adriano Bechara a été un ami plus que constant à mon côté. Totalement disponible pour écouter, pour échanger, approfondir, critiquer tous les aspects imaginables – de la vie ou des études, qui pour lui ne font qu'un. Lui montrer des parties du travail

a toujours ouvert plus de questions qu'une thèse ne pouvait en contenir. Mais cela rappelait que les études – et la vie – sont beaucoup plus qu'une thèse. À part les références qui ont tellement enrichi ce travail.

Murtaza Chopra a été un ami, qui m'a rappelé à tant de reprises qu'un travail intellectuel ne peut se faire qu'au plan humain. Il m'a permis de commencer à comprendre ce qu'est travailler ensemble, et comment avancer à deux dans une entreprise intellectuelle. En me montrant les limitations d'une mise en forme technique, il m'a rappelé l'importance de comprendre vraiment quelque chose. Il peut, en quelque sorte, être considéré non seulement comme le réviseur, mais aussi comme l'« éditeur » de la première partie de cette thèse, car nous l'avons discutée, littéralement, ligne par ligne, quand ce n'était pas mot à mot.

Philippe Debroise a été une compagnie pour discuter des arguments d'une thèse, parmi tant d'autres choses. Il m'a rappelé l'importance de la rigueur dans les arguments, et comment on peut exposer quelque chose de manière compréhensible et même ainsi, approfondie. Son aide pour la révision de ce travail, y compris des traductions, a été d'une valeur inestimable.

Une équipe d'amis m'est venue en aide à la fin de la mise en forme et de la révision du français de ce travail : sans eux, cela se serait avéré impossible. Ce sont des personnes qui se sont disposées à un dur travail de révision, et j'y vois encore une marque de notre amitié. Je remercie immensément à David Waszek, Martin Muffato, Fabien Gregis, Simon Decaens et Samson Duran. Évidemment, toutes les erreurs qui persistent sont de mon entière responsabilité.

Ce travail est passé par deux comités de thèse, dans lesquels il a été enrichi de plusieurs suggestions. Valter Bezerra m'a présenté une liste de développements possibles qui m'a ouvert les yeux sur de nouvelles possibilités. Franklin Leopoldo e Silva m'a rappelé que la pensée de Pascal concernait une *vie*, et non pas un système. Sabine Rommevaux-Tani m'a aidé à situer les théories des proportions, en étant toujours disponible pour mes questions et demandes.

Sébastien Marronne m'a rappelé l'importance du contenu mathématique d'une histoire des mathématiques, et m'a aussi donné d'importants conseils concernant l'aspect du langage chez Pascal. Qu'il soit aussi vivement remercié pour son accueil à plusieurs reprises à Toulouse, pour d'importantes séances de travail, et pour sa disponibilité pour répondre à des questions sur Pascal et sur l'histoire des mathématiques.

Dominique Descotes m'a plus d'une fois accueilli dans le pays de Pascal : Clermont-Ferrand. Je le remercie pour ses conseils et indications depuis mon mémoire de Master 2. Ses travaux, comme cela est évident dans la bibliographie, sont de la plus grande importance pour le présent travail. Le courage de son approche m'a permis de discerner l'unité de la pensée pascalienne, n'hésitant pas à voir ensemble la géométrie et la littérature.

L'équipe du Laboratoire SPHERE (UMR 7219) et de l'École Doctorale 400 : Savoirs Scientifiques m'a permis de participer d'une atmosphère de travail unique. Je remercie en particulier Karine Chemla pour son soutien, Pascal Crozet pour son aide, et Jean-Jacques Szczeciniarz, Ivahn Smadja et Christine Proust pour l'intérêt

pour ce travail. Je remercie aussi l'équipe administrative de SPHERE et l'ED 400, en particulier Sandrine Pellé, Virginie Maouchi, Patricia Philippe et Nad Fachard.

Je remercie mes amis doctorants de Paris 7 et d'autres membres de SPHERE pour la possibilité de travailler plusieurs fois en groupe et pour avoir leur compagnie à plusieurs moments : Eleonora Sammarchi, Xiaofei Wang, Federico Zalamea, Philippe Stamenkovic, Zeinab Karimian, Julien Page, Pascal Bertin, Célestin Zhou, Juan Luís Gastaldi, Christine Cachot, Pierre Chaigneau, Emmylou Haffner, Jonathan Regier, Davide Crippa, Morgan Houg, Patricia Sita, Vincent Le Roux, Charlotte de Varent, Nacera Bensaou, Quentin Rodriguez, Behrouz Ebadi, Guillaume Loizelet et Sandra Bella.

Le groupe de doctorants en histoire et philosophie des mathématiques « Les mardis de Rothko » a constitué une importante opportunité de travail en équipe : je remercie tous ceux qui y ont participé.

Ainsi que les intégrants du groupe *Mathesis*, pour la bonne ambiance du travail sur Leibniz.

Plusieurs personnes ont lu des bouts ou entendu les idées de parties de cette thèse, et m'ont aidé de différentes manières. Je voudrais remercier, en particulier, R. Arthur, J. Dhombres, V. Jullien, P. Mancosu, B. Halimi, C. Goldstein, E. Knobloch, S. Probst, M. Panza, J.-M. Nicolle, D. Schlimm, M. Paty, O. Bueno, V. M. H. Márquez, E. J. Ashworth, O. Rey, A. Joyal, J. J. da Silva, A. K. Assis, M. Detlefsen, C. Cardona, E. Mariani, V. Carraud, G. Ferreyrolles et T. Pavlovits.

J'aimerais remercier les professeurs du département de philosophie de l'Université de São Paulo qui ont accompagné des parties de ce travail et qui m'ont permis de participer à d'intéressants groupes de travail : O. Pessoa Jr., C. Plastino, J. C. Estevão, L. Mammi, S. Cardoso, T. Moura Lacerda.

Je pense aussi à Pablo Mariconda et au groupe de l'association *Scientiae Studia*, et à Eduardo Barra, ainsi que tout son groupe à l'UFPR, en particulier Rafize Santos, Alex et Veronica Calazans et Felipe Miranda, qui a discuté d'importants passages de cette thèse.

Et aux fonctionnaires de l'Université de São Paulo, en particulier Geni Ferreira Lima, Luciana Nóbrega, Susan Thiery, Marie Marcia Pedroso et Regina Celi Sant'Ana.

Les débuts de mes études sur le langage, dans le département de Linguistique de l'Université de São Paulo, ont été possibles par la générosité et la disponibilité d'Evani Viotti et de Marcos Lopes, qui m'ont toujours encouragé à chercher des moyens pour étudier le rapport entre le langage et les mathématiques.

Fábio Bertato m'est venu en aide, en tant qu'une des rares personnes que je connaisse ayant des compétences profondes en mathématiques, philosophie, théologie et latin. Alberto Frigo m'a donné d'importants conseils et a toujours été disponible pour aider un travail naissant sur Pascal. Laurent Thirouin a été d'une bienveillance singulière pour une journée de discussion à Lyon sur ma thèse qui se révélerait être une énorme aide. Fábio Leite m'a aidé dans la tâche glissante de rapprocher Pascal d'un auteur qu'il connaît si bien : Pierre Duhem. Valérie Debuiche a entendu et débattu plusieurs fois la géométrie de Pascal et de Leibniz. Odilon Luciano m'a donné

une nouvelle image des mathématiques. Ricardo Mantovani a été un ami, toujours prêt à échanger sur Pascal.

Je voudrais encore remercier Daniel Nagase, Fabio Franco, Andrei Venturini Martins, Bernardo Gonçalves, Taimara Passero, Allan Gonçalves, Bruno Santos, Mario Spezzapria, Flávio Fontenelle Loque et Sacha Kontic.

À l'université de São Paulo, un groupe de travail a été décisif pour la poursuite de mes études, et m'a de surcroît offert plusieurs amitiés. Je pense à Guilherme Melo, Paulo Pirozelli, Lenin Bicudo Bárbara, Igor Camargo et Gabriel Philipson. Marcos Paulo Lucca-Silveira a été un ami prêt à toujours discuter de n'importe quel sujet. Encore dans l'USP l'amitié de Hugo Neri et Veridiana Cordeiro, et de Raissa Wihby et Lucas Petroni, m'a été de la plus grande importance. À Lucas, je remercie de m'avoir toujours montré l'intérêt vivant de chaque sujet de la philosophie.

Je voudrais remercier encore Marcelo Consentino, Fábio Lacerda, Diego Rezende et Cristiano Cruz : nos conversations ne se sont pas limitées aux études, mais ont toujours concerné les choses de la vie.

En France, l'amitié de Renata Chican et d'André Bevilacqua a été un soutien pour moi. Marcos Camolezi m'a donné la bonne humeur, et Roberta Soromenho Nicolete la poésie de la vie.

Mauro Dias m'a, littéralement, accompagné à l'université pendant la dernière année de cette thèse – je le remercie pour nos conversations.

Je remercie Reinaldo Silva de m'avoir guidé dans des pas si importants pour ce chemin.

Je remercie encore : mes amis – professeurs et élèves – de l'Escola Waldorf Francisco de Assis, pour leur soutien, compréhension et pour tout ce que j'ai appris avec eux ; mes professeurs de français, en particulier Denis Gorayeb ; les amis qui ont souvent accompagné de moments des cette thèse et ont été très importants pour moi – je pense en particulier à Pedro Virolli, Carolina Barreiros, Mateus Andrade, Berta de Oliveira Melo, Flávio Barossi, André Cruz, Victor Costa, Larissa Longino, João Henrique Oliveira et Pedro Pimenta ; les amis des groupes de l'« Atelier », en particulier Felipe Stiebler, Bruno Simmons, Fábio Lupo, Guilherme Alexmovitz, Denis Bluwol, André Guedes, Henrique Primon et Maria Eduarda Oliveira.

Mes séjours en France ont pu avoir lieu grâce à l'immense générosité de Julien Henrique. Je le remercie, ainsi que ses amis, sa famille et Patrick Paitier de m'avoir accueilli en France.

Je remercie mes parents, mon frère Pedro, et ma famille pour leur soutien pendant tout le processus de ce travail.

À Tayná, qui avec son amour et sa patience m'a montré comment surpasser les distances qui nous semblent insurmontables.

Je remercie les agences brésiliennes CNPq (pour la bourse de doctorat 163504/2013-0), et la CAPES (pour la bourse d'échange PDSE 99999.007338/2015-05).

Table des matières

1 Introduction **25**
1.1 Mathématiques et philosophie chez Pascal 25
1.2 L'état de l'art sur la question 32
1.3 Propos de cette thèse 36

I L'analogie de disproportion **49**

Résumé de la première partie **51**

2 Le concept d'analogie de disproportion **53**
2.1 La forme d'analogie de disproportion 53
2.2 Existence et comparabilité de la « disproportion » 59
2.3 L'équivalence des disproportions 66

3 Comparaison, analogie et métaphore **71**
3.1 La lettre d'Étienne Pascal au P. Noël 78
3.2 L'acceptation de la métaphore par Pascal 80
3.3 Les lettres à Gilberte et à la reine Christine de Suède 82
3.4 M. Le Guern, *L'image dans l'œuvre de Pascal* 86

4 Les figures **91**
4.1 Sens littéral et sens spirituel chez Pascal 94
4.2 Figure et vérité 96
4.2.1 L'Eucharistie 97
4.3 « Raison pourquoi figures » 99

5 Dépassement, analogie et surpassement **105**
5.1 La *Préface au Traité du vide* : « tâcher de les surpasser en les imitant » 108
5.2 Le surpassement par la ressemblance : *combien plus* 114
5.3 Le fragment des trois ordres : des distances infinies à l'infini de la charité 118
5.4 Renversement continuel du pour au contre 129

6 À la ressemblance et à la dissemblance **135**

6.1 Le langage et la relation entre l'homme et Dieu 135
6.1.1 Quelques éléments dans la tradition chrétienne 135
6.1.2 L'analogie de disproportion, la ressemblance et la dissemblance 137
6.1.3 La ressemblance et la dissemblance chez Pascal 140
6.2 L'analogie de disproportion et la « dissemblance toujours plus grande » 152

7 L'infini au principe de la comparabilité des incomparables : le *De l'esprit géométrique* 163
7.1 La « correspondance parfaite » entre hétérogènes 163
7.2 Hétérogénéité et proportion 171
7.3 Fragments d'une histoire de l'infini 182

Conclusion de la première partie : pourquoi l'analogie de disproportion ? 193

II La comparaison mathématique en poids, nombre et mesure 197

Résumé de la deuxième partie 199

8 En poids : les *Lettres de A. Dettonville* et la comparaison par la balance 203
8.1 De la balance 204
8.2 Le contexte des *Lettres de A. Dettonville* 208
8.3 Les sommes triangulaires et le modèle de la balance 211
8.4 La méthode générale pour les centres de gravité 220
8.4.1 Le cinquième *Avertissement* de la *Lettre à Carcavy* 228
8.4.2 Les types de division chez Dettonville 245
8.5 Un lemme du *Traité des trilignes* 248
8.6 Le *Traité des sinus du quart de cercle* 255
Conclusion du chapitre 263

9 En nombre : un triangle arithmétique 265
9.1 Le triangle arithmétique 266
9.2 Le triangle et la balance 268
9.3 Des cellules réciproques : les proportions et la référence 272
9.4 Le langage des proportions dans le triangle arithmétique 277
9.5 Le triangle arithmétique et l'« infini » 281
9.6 Les indivisibles entre géométrie et arithmétique 285

10 En mesure : la comparabilité du courbe et du droit chez Dettonville 291
Introduction 291

10.1 Le rapport entre le rayon et la circonférence . . . 297
10.2 Grandeurs « données » et grandeurs « connues » . . . 300
10.3 Mises en rapport géométriques : divisions de la courbe et divisions de la base et de l'axe . . . 304
10.3.1 Traité des arcs de cercle, lemme III . . . 308
10.3.2 Le *Traité général de la roulette* : la réduction de problèmes et le rapport entre la roulette, le cercle, la droite et la parabole . . . 310
10.4 La rectification de la roulette : la lettre à Huygens . . . 315
Conclusion du chapitre . . . 319

Conclusion de la deuxième partie **321**

III Les deux infinis et la rencontre des extrêmes 323

Résumé de la troisième partie **325**

11 « Entre le néant et l'infini » **329**
11.1 Le relatif et l'absolu . . . 329
11.2 *Anéantissement* . . . 332
11.2.1 Le sens de « néant » chez Pascal . . . 332
11.2.2 « Un indivisible à l'égard des sommes pyramidales » . . . 335
11.2.3 *Isaïe*, 40, 15 : *comme un petit grain de poussière* . . . 340
11.2.4 Néant relatif et néant absolu . . . 345
11.3 Le néant de l'homme . . . 349
11.3.1 L'*Écrit sur la conversion du pécheur* . . . 351
11.3.2 *Disproportion de l'homme* (Sel. 230, Laf. 199) . . . 354
11.3.3 *Infini rien* (Sel. 680, Laf. 418) . . . 360
Conclusion du chapitre . . . 368

12 Qu'est-ce qu'un indivisible dans les mathématiques ? **371**
12.1 L'infini et l'indéfini . . . 374
12.1.1 L'« indéfini » au XVIIe siècle . . . 381
12.1.2 Les indéfinitésimaux . . . 385
12.2 Entre les « Anciens » et les « Modernes » . . . 387
12.2.1 La Lettre à A.D.D.S. . . . 387
12.2.2 Pascal est-il « archimédien » ? . . . 394
12.3 Les indivisibles et les différences . . . 399
12.3.1 Stevin et l'annihilation de la différence par l'absurde . . . 408
12.4 « Petites portions » et conservation de l'homogénéité . . . 410
12.4.1 Sommes simples, triangulaires et pyramidales : les petites portions qui leur sont associées . . . 412
12.4.2 *Traité des trilignes*, cinquième proposition : des petites portions de petites portions . . . 421

Conclusion : l'indivisible dans la pratique mathématique et dans l'*Esprit Géométrique* 435

13 Des rapports entre des distances infinies : la géométrie projective **441**
13.1 Des parallèles qui se retrouvent à l'infini 441
13.2 « *Ad distantiam vel finitam (...) vel infinitam* » : l'introduction d'éléments à distance infinie 447
13.3 Les proportions dans le *Brouillon project* 458
13.4 Le point de vue : le point à distance infinie existe-t-il ? 463

14 « On ne s'éloigne qu'en s'éloignant de la charité » : l'union des incomparables **467**
14.1 Les deux deviennent-ils un ? 467
14.2 Infini et incompréhensibilité 471
14.2.1 Un « monstre incompréhensible » : paradoxe ou contradiction ? 471
14.2.2 Contraires, contrariétés et contradictions : l'exégèse 474
14.2.3 L'équilibre des vérités opposées : l'*Entretien avec M. de Sacy* 477
14.2.4 Raison et incompréhensibilité 480
14.2.5 Dieu et l'acceptation de l'incompréhensible 482
14.2.6 La connaissance indirecte de la vérité 489
14.3 Les extrémités, le milieu et le centre 496
14.3.1 Grandeur et petitesse 496
14.3.2 *Milieu* et intermédiation 504
14.4 La comparaison des distances infinies 512

Conclusion de la troisième partie **523**

Conclusions générales **533**

Annexes **539**

A Quelques aspects historiques de l'interprétation figurative **539**

B Prédication analogique et langage théologique : Le *De Veritate* de S. Thomas d'Aquin **543**

C « Combien il y a de différence entre deux mots semblables » : le rôle du contexte pour le langage **553**

D La comparaison de la chaîne dans les *Écrits sur la grâce* **557**

E Le *Traité de l'équilibre des liqueurs* **561**

F La limite d'une colonne de liqueur **567**

G L'histoire du terme « moment » dans la Statique **569**
G.1 Archimède à la Renaissance 569
G.2 Maurolico et le *momentum* 576
G.3 Stevin : l'*equipondérance* et l'*equilibration* 581
G.4 L'infini et la loi du levier : Desargues 583

H Maurolico, les nombres figurés et le raisonnement par récurrence **585**

I L'*Essai pour les coniques* et les proportions **589**

J L'infini et l'indéfini pour Swedenborg **593**

K Le moi haïssable et le précepte d'aimer son prochain comme soi-même **597**

Références **605**

Index siglorum

L'édition des *Œuvres Complètes* de Pascal par J. Mesnard, publiée jusqu'à présent pour les tomes I à IV, est citée par *OC*, suivie du numéro du volume et de la page. Les citations des textes critiques de Mesnard dans cette même édition se font par la même forme, en ajoutant « Mesnard » au début, par exemple « Mesnard, OC IV, p. 367 ». L'*Entretien avec M. de Sacy* est cité d'après l'édition de J. Mesnard et P. Mengotti-Thouvenin (Pascal 1994).

Les *Pensées* sont citées à partir de l'édition électronique de Descotes (2011) et G. Proust, l'édition de P. Sellier (Pascal 2000) étant aussi consultée. La numérotation des fragments est donnée selon les éditions Sellier (Sel.) et Lafuma (Laf.)[1].

Les citations des *Provinciales* font toujours référence au numéro de la lettre et à la pagination dans l'édition consultée de L. Cognet et G. Ferreyrolles (Pascal 2010).

Les citations de Descartes sont faites dans l'édition d'Adam et Tannery (Descartes 1964-1974), par *AT*.

Les citations de Leibniz sont faites par les abréviations *A* (Leibniz 1923-), *GP* (Leibniz 1965) et *GM* (Leibniz 1960–1961).

Les passages bibliques, si elles ne viennent pas de la plume de Pascal, sont cités sauf mention contraire d'après la Bible dite « de Port-Royal » (1665-1708), traduite par Lemaistre de Sacy (Sacy 1665-1708). Les textes de la Vulgate sont également cités à partir de cette édition[2]. L'édition moderne de la Bible prise comme référence quand nécessaire est la Bible de Jérusalém (éd. 2011).

Pour les dictionnaires, nous citons souvent le *Gaffiot* (F. Gaffiot *Dictionnaire Latin-Français*, Paris, Hachette, 1934) et le *Bailly* (A. Bailly, *Dictionnaire Grec-Français*, 1935). Les dictionnaires historiques[3] les plus utilisés sont celui de l'*Académie* (*Dictionnaire de l'Académie française*, 1ère éd., 1694) et celui de *Furetière* (*Dictionnaire universel contenant generalement tous les mots françois, tant vieux que modernes, & les termes de toutes les sciences et des arts, par Antoine Furetière*, 1690).

Nous citons par *DS* l'*Enchiridion symbolorum definitionum et declarationum de rebus fidei et morum*, de Denzinger, H. et Schönmetzer, A. Freiburg, Basel, Rome & Vienna : Herder, 1997.

[1] Nous nous permettons de citer les passages des fragments sans indiquer que ce ne sont que des passages : quand nous citons « Qu'est-ce qu'un homme, dans l'infini ? » (Sel. 230, Laf. 199), par exemple, cela veut dire que cette phrase apparaît dans le fragment, mais non pas qu'elle constitue tout le fragment. Quand cela se révèle intéressant pour la lecture du fragment, nous présentons les mots ~~biffés~~ par Pascal, à la suite de l'édition de Descotes (2011).

[2] Sacy (1990) est une édition moderne de la Bible de Sacy.

[3] Consultés dans http://www.classiques-garnier.com.inshs.bib.cnrs.fr/.

Chapitre 1

Introduction

1.1 Mathématiques et philosophie chez Pascal

Dans l'opuscule *De l'esprit géométrique*, après avoir conclu que « ces deux infinis [de grandeur et de petitesse], quoique infiniment différents, sont néanmoins relatifs l'un à l'autre, de telle sorte que la connaissance de l'un mène nécessairement à la connaissance de l'autre », Pascal déclare que l'homme étant placé entre ces deux infinis, « peut apprendre à s'estimer à son juste prix, et former des réflexions qui valent mieux que tout le reste de la géométrie » (OC III, p. 411). L'homme doit dépasser la géométrie pour s'estimer son juste prix – mais comment le dépassement d'un domaine comme la géométrie conduirait-t-il l'homme à une connaissance essentielle sur lui-même ? Des réflexions mathématiques pourraient-elles être, dans un certain sens, propédeutiques à la philosophie ou à la foi ?

Dans les *Pensées* on peut trouver des passages où Pascal dénie aux mathématiques toute utilité directe pour le salut de l'homme :

> Ceux qui s'égarent ne s'égarent que manque de voir une de ces deux choses. On peut donc bien connaître Dieu sans sa misère, et sa misère sans Dieu, mais on ne peut pas connaître Jésus-Christ sans connaître tout ensemble et Dieu et sa misère.
>
> Et c'est pourquoi je n'entreprendrai pas ici de prouver par des raisons naturelles, ou l'existence de Dieu, ou la Trinité, ou l'immortalité de l'âme, ni aucune des choses de cette nature ; non seulement parce que je ne me sentirais pas assez fort pour trouver dans la nature de quoi convaincre des athées endurcis, mais encore parce que cette connaissance sans Jésus-Christ est inutile et stérile. Quand un homme serait persuadé que les proportions des nombres sont des vérités immatérielles, éternelles et dépendantes d'une première vérité en qui elles subsistent et qu'on appelle Dieu, je ne le trouverais pas beaucoup avancé pour son salut.
>
> (Sel. 690, Laf. 449)

Dans ce célèbre fragment sur la connaissance de Dieu et de la misère de l'homme, Pascal dit nettement que « le Dieu des chrétiens ne consiste pas en un Dieu simplement auteur des vérités géométriques et de l'ordre des éléments ». Est-ce à dire que, comme ont voulu certains commentateurs, il n'y a pas de rapport entre les mathématiques de Pascal et le reste de son œuvre, sa conversion vers un mysticisme éliminant toute relation avec ses travaux scientifiques ?

La présente thèse prend comme point de départ la position suivante : s'il est vrai que Pascal lui-même a marqué une rupture entre science et religion, on peut lire son œuvre comme indiquant des relations entre les mathématiques et la pensée « religieuse » et « philosophique » – étant entendu que « relation » ne signifie pas indistinction, mais rapport entre des différences. Pascal ne cherche pas un Dieu *simplement* auteur des vérités géométriques et de l'ordre des éléments – mais cela ne veut pas dire que Pascal ne reconnaîtrait pas Dieu comme cet auteur, bien que cela ne soit pas ce qu'il faut considérer d'abord pour le salut de l'homme.

J. Mesnard, le plus récent éditeur des œuvres complètes de Pascal, écrivait dans la conclusion d'un article de sa maturité sur le rapport entre figure géométrique et construction philosophique chez Pascal :

> Une question de la plus grande portée serait encore à examiner. Quelle est la valeur de cette application de la géométrie à la philosophie ? S'agit-il, non pas d'un simple jeu, mais d'une démarche de type métaphorique, s'attachant à des ressemblances de caractère accessoire, sans engager de relation essentielle ? La difficulté est beaucoup plus complexe qu'on ne pourrait le croire. Elle se situe aux frontières de la linguistique et de la métaphysique. Réservons-la pour le moment comme matière à débat.
>
> (Mesnard 2011, p. 13)

La question du rapport entre mathématiques et pensée « philosophique » ou religieuse chez Pascal, comme l'affirme Mesnard, est hautement complexe[1]. Si d'un côté plusieurs rapports entre ces deux domaines se révèlent, notre tâche est de les examiner en détail et dans leur contexte[2].

[1] Pour Mesnard (2011, p. 4), Pascal a entrepris « une sorte de philosophie de la géométrie ».

[2] En ce sens, nous croyons malheureuse la déclaration de Mesnard qui suit dans son texte, en proposant que, avec la relation profonde entre les mathématiques et la philosophie chez Pascal, « nous atteignons un philosophe adepte convaincu d'une *Mathesis universalis*, dont la nécessité était posée depuis Galilée proclamant que la nature parle le langage des mathématiques, et que plusieurs mathématiciens de son temps s'efforçaient de construire, chacun à sa façon. Ce mouvement trouvera son champion en la personne de Leibniz » (Mesnard 2011, p. 13). Il est certain que la fin du *Potestatum numericarum summa* fait mention d'une nature « amoureuse d'unité », phrase importante à laquelle nous reviendrons9.6 ; il est certain aussi qu'il y a des rapports entre Galilée et Pascal, entre Pascal et Leibniz. Mais non pas continuité absolue. Il n'y a pas de *mathesis universalis* chez Pascal, et il ne soutient pas non plus que les mathématiques sont un langage qui révèle la nature. Si les mathématiques sont importantes pour Pascal, c'est d'une façon plus intriquée – c'est d'ailleurs l'intérêt qu'il y a à les examiner chez Pascal en particulier.

Nous croyons qu'une bonne voie pour considérer conjointement la philosophie et les mathématiques de Pascal est d'évaluer le *langage* par lequel ils apparaissent. En particulier, les analogies, les comparaisons et les métaphores sont extrêmement importantes. Nous croyons qu'elles ne doivent pas être séparées des « relations essentielles », au contraire de ce que dit Mesnard. C'est justement en prenant en compte l'analogie et la métaphore en tant que parties *constitutives* du langage que nous croyons pouvoir discuter le sens de l'ensemble de l'œuvre pascalienne. En ce sens, on peut penser à la perspective de P. Ricoeur (2007 [1975]), qui considère la métaphore comme phénomène *inhérent* au langage, et non pas en tant qu'écart.

Toujours sur le statut complexe des rapports entre les parties de l'œuvre de Pascal, V. Carraud écrit :

> On peut trouver en particulier dans le *Traité des coniques* une figuration conceptuelle qui peut rendre compte, analogiquement, des paradoxes de l'infini dont Pascal joue dans [Sel. 230, Laf. 199]. Mais la recherche, dans l'œuvre scientifique de Pascal, de figurations, schémas, modèles ou analogies, quelque éclairants qu'ils soient, présuppose une continuité conceptuelle rigoureuse entre les textes mathématiques et les *Pensées*, continuité rendue manifeste par la position intermédiaire, et donc centrale, de *L'esprit géométrique*. Elle présuppose par conséquent que Pascal fasse un usage rigoureux du concept d'infini dans le [Sel. 230 Laf. 199]. Or rien n'est moins certain. (Carraud 1992, p. 429)

Nous sommes d'accord avec Carraud qu'il n'y a pas une continuité absolue entre les mathématiques et les *Pensées*, et il serait trop simpliste de dire qu'il s'agit d'une application directe de modèles mathématiques à une réflexion sur l'homme et sur la religion. En revanche, la question est justement d'examiner en détail les liens entre des concepts qui apparaissent entre ces domaines, en analysant leur rapport, même s'il s'agit d'une relation complexe.

À propos de *Disproportion de l'homme* (Sel. 230, Laf. 199), Carraud déclare que Pascal « fait un usage rhétorique, c'est-à-dire non conceptuellement rigoureux, de la notion d'infini ». En fait, Carraud (1992, p. 434) déclare que déjà à la fin de l'*Esprit Géométrique* cette dimension rhétorique s'instaure : « La fin de *L'esprit géométrique* révèle déjà le glissement rhétorique qui aboutit à la subversion du § 199 [Sel. 230, Laf. 199]. Celle-ci relève évidemment d'une décision de principe de Pascal et se caractérise par l'usage illégitime, car non rigoureux, de la notion d'infini ».

Nous croyons, au contraire, que la rhétorique n'est pas à opposer à la pensée rigoureuse, mais doit être considérée de concert avec celle-ci. Comme on le sait, si on comprend la rhétorique en sens large, c'est-à-dire, non pas seulement en tant qu'ornement du discours, mais comme étude des formes et de l'organisation de celui-ci, il n'y a pas de raison de ne pas parler de « rhétorique des sciences ». Ainsi, quand nous parlerons de la « rhétorique des Pensées » ou de la « rhétorique » d'un texte mathématique de Pascal, il ne faut pas comprendre l'expression comme disant qu'il

ne s'agit « que » d'un texte rhétorique. En admettant que n'importe quel texte porte une dimension rhétorique, notre perspective est tout simplement celle d'analyser la forme expressive des textes, pour en relever les questions sous-jacentes[1].

> Au temps de Pascal, les sciences dites actuellement exactes relèvent encore du domaine des *literae humaniores*. Seule la rigoureuse séparation des disciplines qui règne aujourd'hui nous dissimule que, pour un Pascal comme pour un Descartes, un traité de mathématiques ou de physique est d'abord une œuvre littéraire, dans laquelle la rhétorique ne peut être considérée comme un vêtement hétérogène surajouté à la pensée proprement scientifique : elle en est un facteur constitutif.
>
> (Descotes 2001b, p. 237)

Un exemple notable d'usage rhétorique pour Carraud est l'« infini », qui à la fin de l'*Esprit Géométrique* et dans Sel. 230, Laf. 199 ne serait plus un « concept » : « cette infinité non conceptuelle est radicale à l'immensité. Elle ne sert qu'à dire l'incommensurabilité, l'incapacité et la disproportion. Avec la subversion rhétorique du concept d'infini, Pascal fait un usage excessif et hors d'ordre de sa propre compétence mathématique » (Carraud 1992, pp. 434-435).

Nous sommes d'accord avec Carraud qu'il y a un mouvement important de la pensée de Pascal vers un sens plus ample d'« infini », qui s'appliquera y compris à l'homme : nous croyons qu'il faut y parler d'une *figuration*, car les concepts mathématiques ne se donnent pas en effet comme tel dans les *Pensées*[2]. Il faut en revanche reconnaître que l'*Esprit Géométrique* opère une *unification* de différents domaines des mathématiques justement par l'infini qui est incompréhensible, caractère qui sera ensuite « transféré » à la caractérisation de l'homme. Il y a plus de continuité dans l'*Esprit Géométrique* qu'il ne le semblerait.

Deus fecit omnia in pondere, in numero, et mensura, écrit Pascal dans l'*Esprit Géométrique* (OC III, p. 401) : Dieu a fait toutes les choses en poids, en nombre et en mesure. Il s'agit, comme nous le verrons ci-dessous, d'une version d'un verset du livre de la *Sagesse* 11, 21. À partir de ce verset, qui inspire le titre du présent travail, nous pourrons analyser trois dimensions de la pratique mathématique de Pascal, qui sont liées, respectivement, au poids, au nombre et à la mesure. Cela apparaît au sein de l'*Esprit Géométrique*, un texte sur la nature des entités mathématiques, en particulier les indivisibles. Nous verrons que ce texte fait de l'infini le fondement même qui permet de relier des quantités de différentes natures (voir le chapitre 7).

[1] Plusieurs commentateurs pascaliens prennent en compte la rhétorique, notamment Descotes (2011), qui consacre un dossier aux notions et thèmes de « Rhétorique » chez Pascal. D'autres auteurs importants tels que F. Hallyn (2004) peuvent être évoqués. La thèse de M. Le Guern (1973) est discutée à la section 3.4.

[2] Nous rejoindrons aussi l'analyse de Carraud pour l'autre aspect qu'il propose distinguer l'infini dans l'*Esprit Géométrique* et dans Sel. 230, Laf. 199 : l'infini comme procès asymptotique ou comme extrémité (voir 11).

Nous montrerons aussi que la considération du poids, du nombre et de la mesure ne sera pas restreinte à la discussion sur la méthode « géométrique » et sur ces entités. On peut en effet voir dans la pratique mathématique même de Pascal trois modes sous lesquels l'infini permet des comparaisons entre des incomparables : 1/ pour ce qui est de la méthodes des indivisibles, Pascal travaille avec le modèle de la balance archimédienne, se rapportant à la question de l'équilibre – nous verrons que c'est la divisibilité *indéfinie* qui permet de faire des sommes pour trouver l'aire et le centre de gravité des figures (voir 8) ; 2/ pour ce qui est du *triangle arithmétique*, c'est le traitement donné à l'infini qui permet à Pascal d'intégrer l'arithmétique et la géométrie – nous verrons en particulier qu'un même trait qui est la négligeabilité d'un élément par rapport à un ordre supérieur peut apparaître aussi bien pour les ordres de nombres que pour les ordres géométriques (voir 9) ; 3/ dans ce qui concerne la mesure des courbes géométriques, finalement, nous montrerons que les petites portions courbes peuvent être substituées par des petites portions droites, pourvu qu'elles soient issues d'une division *indéfinie* – le circulaire et le droit sont d'une certaine manière mis en rapport grâce à l'infini (voir 10).

À propos de la différence d'ordres qui apparaît par exemple dans *Infini rien* (Sel. 680, Laf. 418), H. U. von Balthasar écrit :

> Le problème de la mesure de la distance a torturé Pascal. Il devait pourtant devenir son problème propre, exactement fait pour lui. Lui, le théologien augustinien qui sait que toutes les élévations de puissance d'ordre inférieur ne peuvent jamais produire la moindre valeur dans un ordre supérieur, et qui a découvert d'abord ce thème théologique dans le domaine géométrique, il lui incombera d'établir le rapport qui existe entre les ordres ainsi séparés et de tracer les voies qui permettent de le calculer. (Balthasar 1972, pp. 92-93)

Il est sûr que Pascal sait séparer le domaine géométrique de la religion – nous l'avons vu dans Sel. 690, Laf. 450. Mais il est aussi certain que Pascal repère des schèmes qui se répandent vers plusieurs branches de son œuvre, notamment dans l'exemple évoqué par von Balthasar : la négligeabilité d'un élément face à un ordre supérieur est pour Pascal un fait qui apparaît aussi bien dans les mathématiques que dans les ordres de l'existence (Sel. 339, Laf. 309). Pour ces comparaisons qui ne sembleraient pas pouvoir être faites, il n'y a qu'une chose qui peut les relier, quoique cela soit inattendu : l'infini.

Le présent travail porte sur la comparaison des incomparables chez Pascal, aussi bien dans ses écrits mathématiques que dans les écrits « religieux » et « philosophiques ». Les types de comparaison qu'on considérera, correspondants aux trois parties de la thèse, sont l'analogie (la proportion), l'infini traité en poids, nombre et mesure (dans la pratique mathématique) et la rencontre des extrêmes.

L'analyse de ces types de comparaisons nous permettra de discuter philosophiquement des concepts pascaliens tels que la disproportion, le fini et l'infini, le milieu,

le centre, les extrémités, les différents ordres, l'hétérogénéité et la distinction entre le circulaire et le droit[1].

La tâche est donc d'analyser la signification des mathématiques pascaliennes, et le sens que les concepts mathématiques peuvent avoir dans le contexte apologétique des *Pensées* et dans les opuscules. Ce travail pourrait contribuer ainsi à une « topologie de la pensée » : on y étudie comment, dans l'œuvre de Pascal, des notions mathématiques s'articulent à des notions philosophiques et religieuses. Il faut encore rappeler un fait évident : même si la tradition chrétienne est riche en réflexions ayant trait aux mathématiques (qui apparaissent sous plusieurs formes chez Augustin, Boèce, Nicolas de Cues, Thomas d'Aquin...), Pascal tranche par l'importance qu'a chez lui la *pratique* mathématique, d'ailleurs riche en résultats nouveaux.

Dans l'étude des notions mathématiques chez Pascal et de leur rapport à ses textes « philosophiques » et religieux, il ne faut pas prétendre les définir à la façon de Leibniz dans son rêve de *characteristica universalis*. Pascal lui-même demande dans l'*Esprit Géométrique* que les termes en géométrie soient ou bien primitifs, et donc clairs par eux-mêmes, ou bien définis à partir des primitifs. Cependant, ce n'est pas ainsi qu'il procède dans les fragments des *Pensées*. Il faut toujours le répéter : Pascal n'est pas un auteur systématique. C'est ainsi que, à propos de Galilée et Pascal, P. Costabel (1972, p. 332) écrivait :

> Galilée n'a pas craint de s'affronter aux systèmes du monde et c'est avec une confiance paisible qu'il a considéré la nature comme un grand livre ouvert sous nos yeux, dont la mathématique est la clef du langage. Pascal au contraire n'a cessé de se méfier des systèmes, s'est consacré presque volontairement à des problèmes particuliers, et lorsqu'il a découvert le sens de son inquiétude dans l'affrontement du problème de Dieu et de la destinée humaine, il a stigmatisé les transferts abusifs que l'appétit de l'ordre et la satisfaction de l'esprit induisent l'homme à faire du plan scientifique au plan moral et religieux. La complicité de Galilée et de Pascal sur le plan mathématique et expérimental est ainsi conjointe à une différence de spiritualité radicale et irréductible qu'il serait inconvenant de juger.

Reste à préciser que nous parlerons de « philosophie » chez Pascal dans un sens ample. On peut discuter de savoir si Pascal doit être lu dans l'histoire de la philosophie, et cela a été fait[2]. Mais si Pascal est quelqu'un qui a écrit que « se moquer de la philosophie c'est vraiment philosopher », nous voudrions surtout rappeler le caractère

[1] M. Serres (1968, p. 676) proposait : « Il serait souhaitable d'écrire un lexique des termes communs aux œuvres scientifiques et aux *Pensées*. On y trouverait naturellement point, centre, appui, balance, etc., mais aussi repos (équilibre), enceinte (carrés magiques) ... ». On notera que le présent travail se relie à ce type de projet. Pour von Balthasar (1972, p. 94), dans l'« esthétique théologique » de la disproportion de l'homme et de la doctrine des trois ordres « "rapport" et "proportion", "mesure" et "correspondance" sont (...) des notions clefs ».

[2] Notamment par V. Carraud 1992.

non « scolaire » de ses écrits. Ils viennent de contextes bien précis. Les *Provinciales* apparaissent sur commande, et comme une réponse à l'expulsion d'Arnauld de la Sorbonne. Quant aux *Pensées*, on sait que la plupart de ses fragments étaient destinés à constituer une apologie de la religion chrétienne[1]. Nous parlerons ainsi du contexte « apologétique » des *Pensées* (qui est distinct de la théologie, par exemple)[2]. Il faudra avoir toujours à l'esprit ces contextes[3].

Notre étude considérera évidemment les différentes périodes de la vie de Pascal. D'une part, on pourrait croire que Pascal a abandonné les mathématiques à la fin de sa vie, époque de la rédaction des *Pensées*[4]. Mais d'autre part, les travaux sur la cycloïde ont été faits par Pascal aussi en 1658, ce qui atteste un retour aux mathématiques à une époque où l'écriture des *Pensées* avait déjà été entamée[5].

Ce qui est certain est que la relation entre, d'une part, mathématiques, et d'autre part, apologétique et philosophie, n'est pas simple. Elle existe, mais la croire une simple application d'un modèle serait une erreur grave, et contre l'esprit pascalien : « S'il y a un Dieu, il est infiniment incompréhensible, puisque n'ayant ni parties ni bornes il n'a nul rapport à nous. Nous sommes donc incapables de connaître ni ce qu'il est, ni s'il est. Cela étant, qui osera entreprendre de résoudre cette question ? Ce n'est pas nous qui n'avons aucun rapport à lui » (Sel. 680, Laf. 418). Comme déjà dit, le danger est d'essayer de placer au plan de la raison ce que Pascal nie pouvoir y être placé.

Néanmoins, croyons-nous, Pascal n'est pas irrationaliste : il ne fait que protester contre les prétentions indues de la raison à régler ce qui est au-delà de son domaine. Il est ainsi possible d'appliquer des prédicats à ce qui semblerait être incomparable car d'un genre distinct. Autant dire qu'au sein de la discontinuité il y a une relation

[1] Les *Pensées*, il faut le rappeler, constituent une série d'à peu près mil fragments qui ont été plusieurs fois édités après la mort de Pascal. Sur l'édition de cet ouvrage, voir Descotes (2011).

[2] Sur le classement des *Pensées* comme un ouvrage d'« apologétique », voir Descotes (2011, section « projet apologétique »).

[3] Remarquons aussi que les *Pensées* nous sont parvenues en tant que fragments, et c'est dans ce contexte qu'il faudra enquêter sur le langage pascalien, avec la conviction que même s'il ne s'agit que de fragments, on peut dégager des traits fondamentaux de leurs articulations. « Et comme, en pays étranger, je commence à comprendre le sens des mots par leur place dans un contexte d'action et en participant à la vie commune, de même un texte philosophique encore mal compris me révèle au moins un certain style – soit un style spinoziste, criticiste ou phénoménologique – ce qui est la première esquisse de son sens, je commence à comprendre une philosophie en me glissant dans la manière d'exister de cette pensée, en reproduisant le ton, l'accent du philosophe » (Merleau-Ponty, *Phénoménologie de la Perception*, Paris, Gallimard, p. 209). Les *Pensées* doivent être lues non pas en cherchant un traité systématique ou des définitions explicites des concepts traités par Pascal, mais par une esthétique du fragment (même si pas intentionnelle), qui a eu un héritage dans l'histoire de la philosophie, par exemple avec Nietzsche.

[4] C'est ainsi que Huygens écrivait à Carcavy le 1er février 1657 : « Si l'on ne m'eût assuré lorsque j'étais à Paris que ce dernier [Pascal] avait entièrement abandonné l'étude des mathématiques, j'aurais tâché par tous moyens de faire connaissance avec lui » (OC III, p. 867).

[5] « Quoiqu'il soit très difficile d'aborder Monsieur Pascal, et qu'il soit tout à fait retiré pour se donner entièrement à la dévotion, il n'a pas perdu de vue les mathématiques » (Lettre de Mylon à Huygens du 2 mars 1657, OC III, p. 867).

à dégager, si complexe soit-elle. Comme l'affirme Pascal, même si la méthode géométrique ne peut être absolument réalisée par les hommes, et même si « ce qui passe la géométrie nous surpasse »,

> néanmoins il est nécessaire d'en dire quelque chose, quoiqu'il soit impossible de le pratiquer. (*De l'Esprit Géométrique*, OC III, p. 393)

Voilà la maxime qui nous guidera.

1.2 L'état de l'art sur la question

En 1921, l'historien de la littérature F. Strowski écrivait :

> Peut-être suis-je trop entraîné ici par un autre Pascal, duquel je ne peux me déprendre, celui de Pierre Duhem.
>
> Quand je suis arrivé à Bordeaux, je connaissais des sciences les bribes qu'on apprend dans les écoles (...) et je ne considérais les savants que comme des intelligences matérielles, très inférieures aux grands mystiques, aux grands métaphysiciens, aux grands poètes. Pour mon bonheur, je rencontrai alors Pierre Duhem. (...)
>
> Il me fit comprendre, autant que je le pouvais, l'ampleur et la solidité des mathématiques ; il me familiarisa avec la notion d'infini et m'en indiqua le rôle pour la connaissance du fini. (Strowski 1921, p. 710)

C'est dans ce contexte que Strowski a montré à Duhem, homme de formation scientifique, le célèbre passage de la fin du *Potestatum Numericarum Summa* auquel nous reviendrons (voir 9.6). Non seulement Duhem le lui a expliqué, mais encore, dit Strowski, « il m'en fit vraiment lire – c'est-à-dire comprendre – d'autres [lignes] que je croyais avoir lues et que mes yeux seuls avaient regardées ». Il s'agissait du fragment des trois ordres (Sel. 339, Laf. 308). D'ailleurs, quand Duhem a proposé à Strowski de relire quelques lignes de l'opuscule *De l'Esprit Géométrique*, celui-ci a pu revenir au fragment *Disproportion de l'homme* (Sel. 230, Laf. 199) avec d'autres yeux. De là, Strowski concluait : « Ainsi les lieux communs de l'éloquence pascalienne étaient de la géométrie ! ».

Strowski n'est pas réductionniste dans sa conclusion. Il fait également mention de l'apport de la méthode *physique* de Pascal pour sa réflexion sur la grâce et sur la vie religieuse. Mais ce qui nous importe ici est de noter que, il y a déjà presque cent ans, des liens intimes entre les mathématiques et les *Pensées* de Pascal avaient déjà été décelés[1].

[1] Pour ce qui est de la relation entre Pascal et Duhem, voir l'excellente étude de J.-F. Stoffel (2007). Nous avons essayé de montrer le lien entre les deux auteurs, en particulier pour ce qui est des relations entre des discontinuités, dans Cortese (2016b). Cf. aussi Jullien (2014).

D'autres commentateurs ont enrichi cette image de l'œuvre de Pascal, et nous y reviendrons. Comprendre ainsi l'articulation entre les différentes parties de l'œuvre de Pascal est essentielle à leur interprétation : « qu'on ne dise pas que je n'ai rien dit de nouveau, la disposition des matières est nouvelle » (Sel. 575, Laf. 696), écrivait Pascal lui-même.

T. S. Eliot, dans son introduction aux *Pensées*, écrivait :

> Il pourrait sembler qu'à propos de Blaise Pascal, et à propos des deux ouvrages sur lesquels se fonde sa renommée, tout ce qu'il y a à dire a été dit. Les détails de sa vie sont aussi connus qu'on peut l'espérer ; ses découvertes mathématiques et physiques ont été étudiées à plusieurs reprises ; son sentiment religieux et ses positions théologiques ont été discutés maintes et maintes ; et son style de prose a été analysé par les critiques français jusqu'au plus infime détail. Mais Pascal est l'un de ces écrivains qui seront et qui doivent être étudiés à nouveau par les hommes de toutes les générations. Ce n'est pas lui qui change, mais nous qui changeons. Ce n'est pas notre connaissance de lui qui augmente, mais notre monde qui change et notre attitude à son égard. L'histoire des opinions humaines sur Pascal et sur d'autres hommes de sa stature fait partie de l'histoire de l'humanité. Cela indique la permanence de son importance[1].

Pascal ne change pas, mais nous changeons : nous sommes ainsi amenés à voir d'une façon toujours nouvelle l'articulation des parties de son œuvre.

Peu après Strowski (en sachant que 1923 a évidemment été une année importante pour les études sur Pascal, puisque marquant le tricentenaire de sa naissance), le P. Bosmans, en donnant une attention particulière aux indivisibles, remarquait que les historiens des mathématiques avaient ignoré une partie de l'œuvre :

> car, ni Montucla, ni Cantor, ni Zeuthen, qui parlent avec tous les éloges des écrits de Dettonville, ne paraissent néanmoins avoir eu la patience de les lire jusqu'au bout (Bosmans 1923b, p. 340)

.

Même M. Marie (1884), qui fait selon Bosmans une analyse plus juste des écrits de Dettonville[2], n'aurait pas pourtant saisi leur caractéristique la plus remarquable[3].

Presque un siècle après, on s'approche déjà du quadricentenaire de Pascal. La situation de l'historiographie a changé, car de bons travaux sur les mathématiques de Pascal sont parus. En 1962, un numéro de la *Revue d'histoire des sciences et de*

[1] *Pascal's Pensées*. New York : E. P. Dutton, 1958, p. vii. Notre traduction.

[2] Les écrits de Pascal sur la cycloïde sont publiés sous le nom de plume d'Amos Dettonville.

[3] « La vraie originalité de Pascal est d'avoir su remplacer par la théorie des nombres figurés et par des artifices géométriques, souvent très ingénieux, les recherches que nous faisons aujourd'hui par l'algèbre littérale » (Bosmans 1923b, p. 431).

leurs applications dédié à l'œuvre mathématique de Pascal a paru[1]. Les articles de P. Costabel sur les coniques[2] sont devenus des classiques, ainsi que celui de R. Taton (1962) sur la géométrie projective, et celui de J. Itard (1962) sur l'« Introduction à la géométrie ». Par ailleurs, plusieurs articles sont parus sur les probabilités. M. Serres (1968) a destiné une partie de ses réflexions sur les « modèles » mathématiques dans l'œuvre de Pascal. Plus récemment, K. Hara (1981) a publié une vision d'ensemble sur l'œuvre mathématique. Les travaux de J. Mesnard, ainsi que sa précieuse édition des œuvres complètes de Pascal, initiée en 1964, ont donné des nouveaux outils – si quatre des sept volumes prévus sont parus pour le moment, la partie scientifique de l'œuvre est déjà entièrement éditée. L'ouvrage de J.-L. Gardies (1984) a proposé une interprétation historique et philosophique de certains aspects mathématiques de l'œuvre, constituant une référence fondamentale à laquelle nous reviendrons fréquemment. E. Coumet (1965), Coumet (1970) a proposé des travaux sur les probabilités chez Pascal. L. Thirouin (2011) a proposé une importante étude, où le « pari » de Pascal se trouvait confronté à des considérations sur la règle des partis pascalienne[3].

Pour ce qui est de la bibliographie qu'on pourrait dire « récente », le livre de C. Merker (2001) sur les travaux de Pascal sur la cycloïde a constitué un important progrès, présentant le contenu des écrits de Dettonville de manière claire par rapport au calcul contemporain. S. Maronne (2010) a fait un travail précis sur un aspect de la géométrie de Pascal et continue à travailler sur le sujet. C. Houzel (2013) a repris de manière subtile la géométrie projective[4].

En dernière place mais non pas de dernière importance, les travaux de D. Descotes sur l'ensemble de l'œuvre pascalienne sont d'une importance cruciale et de grande inspiration pour cette thèse. En plus de l'édition numérique des *Pensées*, qui est en train d'être faite avec G. Proust et qui est amplement utilisée dans cette thèse (Descotes 2011), on peut citer Descotes (1993), qui traite de l'argumentation chez Pascal. Pour ce qui est de la géométrie des indivisibles, Descotes (2001a) a fait une analyse « littéraire » des travaux mathématiques de Pascal, et Descotes (2015b) a discuté la nature des indivisibles chez Pascal.

Si dans la préface de Descotes (2001a) il déclarait déjà présupposer comme connus les travaux historiographiques précédents de Costabel, Mesnard et Hara, pour mener une discussion littéraire sur les mathématiques à partir d'eux, quel serait le but d'une thèse qui vient quinze années après cela ? Il faut le dire clairement : notre but n'est pas historiographique dans le sens d'une description inédite des résultats pascaliens,

[1] Ce numéro a été édité en 1964 comme un livre : Pascal (1964).

[2] Costabel (1962a), Costabel (1962c) et Costabel (1962b).

[3] Une énorme bibliographie s'est développée sur ce sujet, y compris en langue anglaise pour ce qui est du rapport entre l'argument du pari et la "théorie de la décision". Pour une bibliographie, voir Descotes (2011, commentaires à Sel. 680, Laf. 418).

[4] Cette liste de travaux sur les aspects scientifiques de l'œuvre de Pascal n'est certainement pas exhaustive, mais indique plutôt le point de départ de nos travaux. Pour une bibliographie pascalienne depuis 1970, voir http ://cerhac.univ-bpclermont.fr/rubrique25.html.

et nous n'avons pas retrouvé le *Traité des coniques* perdu. Comme Descotes (2001a), nous nous servirons de la bibliographie précédente pour discuter les mathématiques et la philosophie à partir des travaux de Pascal. Autant dire que le présent travail n'a de dimension historique que dans la mesure où une interprétation philosophique des mathématiques, et de son rapport aux autres écrits tels que les *Pensées*, ne peut se faire sans quelques considérations sur le contexte du XVII^{e} siècle. Il s'agit avant tout d'un effort *interprétatif* de l'œuvre dans les dimensions mentionnées. Il nous semble qu'un travail sur l'œuvre de Pascal, d'esprit pascalien, si on peut dire ainsi, doit proposer une interprétation des questions proposées, et non point seulement trouver les passages textuels rapportés à ces questions[1].

L'originalité à laquelle le présent travail prétend tient à la considération d'ensemble qu'il propose de l'œuvre, ce qui nous permet de montrer l'unité de la pensée de Pascal. Étant orienté vers la question de la comparabilité des incomparables, il prend en compte aussi bien les écrits philosophiques et apologétiques de Pascal que sa *pratique* mathématique. Il s'agit de prendre au sérieux les textes mathématiques qu'on possède et de les lire ligne à ligne, en proposant une discussion philosophique à partir de la pratique des mathématiques effective, et non seulement des idées philosophiques qu'on peut détacher de manière *a priori* des domaines mathématiques auxquels Pascal a travaillé. En ce sens, le travail développé ici suit la ligne de la *philosophy of mathematical practice* développé par P. Mancosu et d'autres[2].

Quelques travaux ont déjà souligné l'importance du rapport entre la géométrie projective de Pascal et sa philosophie (par exemple Gardies 1984, Magnard 2007, Serres 1968), en dépit du peu des documents qui nous restent du *Traité des Coniques* ; d'autres commentateurs l'ont fait pour la théorie des probabilités et le pari (par exemple Thirouin 2011). Mais en dépit des études de Descotes et de Merker sur les *Lettres de A. Dettonville*, peu a été fait pour mettre en rapport la pratique mathématique des indivisibles (et non seulement les principes qu'on peut y retrouver) et la pensée philosophique et religieuse de Pascal. L'auteur qui a fait le plus avancer les études dans ce sens dans les dernières années est D. Descotes. Dans Descotes (2001a), il a analysé les aspects littéraires des écrits de Dettonville, en montrant la « poétique », la « rhétorique » et la « dramaturgie » de la géométrie. Descotes (1993) avait proposé une vue sur l'ensemble de l'œuvre pascalienne pour ce qui concerne les modes d'argumentation, révélant des structures communes aux sciences et aux autres écrits de Pascal. L'édition électronique de Descotes (2011), finalement, propose un commentaire des *Pensées* rempli d'analyses et de rapprochements entre les parties

[1] Dans la 17e Provinciale, Pascal reprend la question de la condamnation des « cinq propositions », et rappelle que les Jansénistes sont d'accord avec la condamnation de ces propositions – mais la question est devenue plutôt celle de savoir si elles se trouvent chez Jansénius ou pas. Ainsi, Pascal écrit aux Jésuites : « dès lors votre dispute commença à me devenir indifférente. Quand je croyais que vous disputiez de la vérité ou de la fausseté des propositions, je vous écoutais avec attention, car cela touchait la foi ; mais, quand je vis que vous ne disputiez plus que pour savoir si elles étaient *mot à mot* dans Jansénius ou non, comme la religion n'y était plus intéressée, je ne m'y intéressai plus aussi » (Pascal 2010, p. 451).

[2] Cf. par exemple Mancosu (1996) et Mancosu (2008).

de l'œuvre, constituant un vrai guide de la pensée de Pascal[1].

Dans la suite de ce commentateur, et à la différence de la tradition critique en général, nous prétendons alors approfondir l'analyse de la pratique mathématique de Pascal, en particulier dans les *Lettres de A. Dettonville*, en montrant ses rapports avec le reste de l'œuvre de Pascal et en faisant une analyse philosophique. Cela nous permettra de faire apparaître la comparabilité des incomparables et les problèmes qui sont sous-jacents à cette entreprise de lecture, en révélant l'unité de la pensée de Pascal à cet égard. La comparaison des incomparables sera développée en trois volets : l'analogie de disproportion (partie I), la pratique mathématique qui comprend l'infini en poids, nombre et mesure (partie II), et la rencontre des extrêmes (partie III)[2].

1.3 Propos de cette thèse

Nous parlons de questions – disons qu'il s'agit de thèmes, de sujets. Nous nous posons la question de la comparabilité des incomparables, c'est-à-dire la comparabilité entre choses qui sont séparées par leur hétérogénéité, par leur disproportion, par une distance infinie, ou par un manque de rapport du fini à l'infini.

Nous identifions trois formes de la comparaison des incomparables dans cette thèse, présentées dans chacune des trois parties du texte. Que dire pourtant de son statut ? S'agirait-il de « structures », de « modèles », d'« analogies », de « métaphores », de « schèmes », de « figures »[3] ? La question est beaucoup plus complexe qu'il ne semble, car en fait elle amène naturellement à s'interroger comment formuler la relation de la philosophie et les mathématiques, tout en passant par la question du rapport entre la pensée et le langage. Nous avons parlé d'une « topologie de la pensée » pour parler de ces « articulations » qui nous semblent être récurrentes en même temps que relativement malléables.

Nous n'élucidons pas avec cela le problème, cela est clair. Il est cependant possible de prendre en compte des parallèles du *mode d'expression* de Pascal dans ses mathématiques et dans ses écrits philosophiques et religieux (d'où notre évocation de la notion de rhétorique). Notre méthodologie sera alors fondée sur l'analyse du texte pascalien, en cherchant à mieux élucider les articulations qui se font jour dans son langage. C'est à partir de là que nous pouvons analyser la structure de la pensée même de Pascal, en montrant son unité.

Il s'agit alors de mettre en lumière les similarités de formes aussi bien dans les textes mathématiques de Pascal que dans ses autres écrits. Deux précisions doivent être encore faites. D'abord, en établissant ce parallèle, notre but n'est pas de montrer qu'une partie de l'œuvre de Pascal a été *influencée* par une autre – un travail

[1] Ce commentaire est actuellement en cours de réalisation, mais accessible pour les fragments déjà analysés.

[2] Le plan plus détaillé de chaque partie de la thèse est présenté dans des petites introductions au début de la partie correspondante.

[3] Magnard (2007), par exemple, parle d'« énigmes », « chiffres », « schèmes », « machines », « modèles » et « figures ».

plus centré sur les manuscrits et sur la biographie serait nécessaire pour cela. En questionnant philosophiquement ces formes d'expression pascalienne, nous voudrions seulement montrer une « tonalité » de la pensée pascalienne[1], qui reste ouverte à des investigations précises d'influence entre les parties de l'œuvre.

En deuxième lieu, il faut préciser : notre propos n'est pas de montrer des analogies entre les parties mathématique et philosophique de l'œuvre de Pascal. Cela a été fait d'une certaine manière, et des comparaisons extérieures pourraient être faites indéfiniment. Nous prétendons plutôt montrer des comparaisons qui apparaissent *à l'intérieur* de chacun de ces domaines, dans l'écriture même de Pascal, et, seulement ensuite, les traiter ensemble. Mais cela devra se faire en partant des comparaisons pascaliennes elles-mêmes, et en respectant chaque partie de l'œuvre. Rien ne serait plus monstrueux, d'un point de vue pascalien, que de « plaquer » des mathématiques sur ses *Pensées* : cela serait non seulement incertain mais, en fin de compte, inutile.

La première inspiration de cette étude vient aussi bien de la lecture de l'*Esprit Géométrique* que de certains des fragments des *Pensées* :

> La distance infinie des corps aux esprits figure la distance infiniment plus infinie des esprits à la charité car elle est surnaturelle.
>
> (Sel. 339, Laf. 308)

Ainsi commence le célèbre fragment dit « des trois ordres ». On y retrouve deux distances infinies, qui sont en rapport (par le moyen de la *figuration*), et dont une est infiniment plus infinie que l'autre. Nous avons alors pris en considération un article de P. Secretan (1998) sur l'analogie chez Pascal, Blondel et Édith Stein. Dans son analyse du fragment des trois ordres (Sel. 339, Laf. 308), Secretan parle d'une *analogia disproportionalitatis per modum figurationis*. Dans notre mémoire de master 2 (Cortese 2012, *Formes de l'analogie chez Pascal*), nous avons conduit une recherche initiale sur la question de l'analogie chez Pascal, en étudiant tour à la tour les parties de son œuvre et en généralisant l'analyse de Secretan, en présentant ainsi une forme que nous avons appelée l'« analogie de disproportion »[2]. Dans la partie I de cette thèse, nous développons ce concept de manière plus approfondie ; il suffira pour le moment d'en tracer une esquisse.

Si l'analogie « classique » indique une similitude de rapports, l'analogie de disproportion indique que deux éléments sont autant hétérogènes, autant disproportionnés, que deux autres. Pascal est un auteur qui indique des discontinuités essentielles aussi bien dans le domaine apologétique des *Pensées* (entre raison et cœur, entre les trois ordres des corps, des esprits et de la charité) que dans les mathématiques (l'hétérogénéité entre l'indivisible et l'extension, les ordres respectifs de sommes de points, de lignes et de surfaces). Ces discontinuités concernent souvent la relation

[1] Sur le « ton » d'un philosophe, voir le passage de Merleau-Ponty cité précédemment.

[2] Le terme d'*analogia disproportionalitatis* a été aussi employé par Secretan (2013, pp. 91-94), qui parle encore d'une *dis-analogie* et d'une *analogie négative*, mais sans beaucoup approfondir la réflexion sur l'étymologie de chacune de ces analogies. Voir note dans 5.3.

entre le fini et l'infini. En dépit de ces discontinuités, l'analogie de disproportion apparaît comme une forme qui exhibe cependant une vraie relation. Rappelons que *rapport* ne veut pas dire assimilation, mais relation entre des différences.

Remarquons d'ailleurs que la question est d'autant plus compliquée (et risque pour cela même d'être autant plus originale) que Pascal ne possède pas une théorie de l'analogie, ni n'utilise le terme même « analogie », même si celui-ci existe aussi bien dans le français que dans le latin du XVII^{e} siècle. Néanmoins Pascal connaissait sans doute le terme et choisit de ne pas l'utiliser, dans ce qui constitue plutôt un silence sur l'analogie qu'un rejet[1]. Par ailleurs, la disproportion est-elle l'exacte opposé de l'analogie ? Voilà tout l'enjeu de notre thèse : nous essayerons de montrer que la question n'est pas si simple. *Dis*proportion ne veut pas nécessairement dire une absence absolue de proportion, mais pourrait être une sorte d'écart vis-à-vis de la proportion[2]. Il faut remarquer finalement que Pascal s'appuie tout de même sur la théorie des proportions euclidienne, ce que nous verrons aussi bien dans l'*Esprit Géométrique* que dans sa pratique mathématique. Or des grandeurs proportionnelles étant *análogon* dans le grec, la question de l'analogie peut également se poser à partir de là.

Une des plus grandes critiques à l'existence d'une « analogie » chez Pascal a été formulée par P. Magnard[3]. En fait, pour lui la disproportion mise en lumière par Pascal est bien l'antipode de la correspondance harmonique connue par la Renaissance.

> Tandis que le monde, à module microcosmique, déroulait ses productions, selon une progression gnomonique construite selon la continuité d'une spirale rectangulaire, l'homologie pascalienne se heurte à la discontinuité d'un univers chaotique et à l'incommensurabilité des réalités envisagées. Aucune démarche analytique n'est davantage possible entre des données dont l'une s'anéantit devant celle à laquelle on la rapporte.
>
> (Magnard 1981, p. 8)

L'égarement de l'homme est alors pour Magnard signe d'une discontinuité essentielle, qui empêche la connaissance progressive, et qui montre l'inexistence d'une commune mesure pour la connaissance et pour situer l'homme dans le monde.

> L'absence de commune mesure entre les approches successives du ciel rompt le « fil de Thésée » qui reliait l'inconnu au connu et le complexe au simple, brise la chaîne d'or de l'analogie, morcelle irrémédiablement l'échelle dionysienne entre les divers niveaux de l'être. Le passage à la

[1] J.-L. Marion (2009 [1981], p. 14, note) propose que l'analogie disparaît du discours cartésien car celui l'évite consciemment. Le cas est différent pour Pascal, qui, à l'inverse de Descartes, n'avait pas reçu une éducation chez les Jésuites et pour qui l'analogie scolastique devrait être une question moins omniprésente.

[2] Je remercie V. Carraud pour cette possibilité d'interprétation.

[3] Notamment dans Magnard (2007), Magnard (1981) et Magnard (1992).

> limite, promis à sauvegarde du continu, ne saurait s'effectuer quand la différence devient « disproportion ». (Magnard 1981, p. 8)

La double infinité pascalienne ferait alors que la répétition entre les niveaux de l'être devient un simple jeu de miroirs, et non plus une *catena aurea*. « L'univers, selon Pascal, ne peut conduire à Dieu que par le chemin du négatif, de la misère, de la déréliction, du désespoir » (Magnard 1981, p. 8).

Il est certain que Magnard n'ignore pas ce qui sera la principale réponse de Pascal : cette situation de disproportion de l'homme, qui l'empêche de connaître proprement et de s'estimer justement, n'est pas sa condition finale. Au manque de proportion et de référence, l'homme peut en fait retrouver une vraie réponse dans la personne du Christ :

> Au cœur du péril est apparu le salut. Le chemin de misère s'est inversé en voie de vérité et de vie. Quand l'image théophanique révèle son sens caché, l'infinitisme cesse d'être source d'apories pour devenir source de solutions. Que « les extrêmes se touchent » n'est plus égarant s'ils « se retrouvent en Dieu et en Dieu seulement ». De subversive l'équivalence des contraires devient rédemptrice, quand le monde cassé de notre désespoir fait place à cette structure omnicentrée du corps mystique de Jésus-Christ.
> (Magnard 1981, p. 13)

Nous sommes évidemment d'accord avec Magnard pour cela, et nous y reviendrons attentivement lors de notre partie III, dans laquelle nous considérerons la place de Dieu rapportée aux deux infinis. Pour le moment, il nous faut juste discuter la thèse qu'il ne pourrait y avoir dans la pensée de Pascal aucune place pour l'analogie :

> La « même proportion », aperçue à des niveaux différents d'infinitude, ne saurait renouer le lien analogique que l'incommensurabilité des ordres rompt inéluctablement. (...) La double infinité n'a pas seulement effacé tout référent, confondu toute évaluation, emporté tout point fixe, ruiné toute certitude, brisé toute analogie, elle a introduit une absolue discontinuité entre les décombres d'un monde qui vainement se renvoient leur image faute de pouvoir totaliser. (Magnard 1992, p. 135)

L'analogie n'est pas un mot du vocabulaire pascalien – cela est un fait. L'employer pour parler de son œuvre serait alors, selon Magnard, le confondre avec la Renaissance qui lui a précédé, et rater le principal dans l'argumentation de Pascal[1]. Ce que

[1]On peut rappeler ici l'étude de M. Foucault (1966), qui propose une prépondérance de la ressemblance dans l'épistémè du XVI^{e} siècle dans quatre formes : la *convenientia*, l'*aemulatio*, l'*analogie* et la *sympathie*. Il suffit de dire ici que la notion restreinte d'analogie évoquée par Foucault peut également être soupçonnée de ne pas faire partie de la pensée du XVII^{e} siècle. Nous prétendons cependant identifier *une certaine* forme de l'analogie au XVII^{e}. Si pour Foucault la critique cartésienne de ce qui serait un régime de la ressemblance n'exclut pas pour cela toute forme de comparaison, quant à nous, nous tournons vers ces comparaisons pour identifier d'autres types d'analogies.

Magnard nie est que la catégorie d'analogie soit pertinente ici : il vaudrait mieux parler, par exemple, de similitude, seule relation à laquelle pourrait selon lui s'accommoder la disproportion[1]. Si d'autres figures, comme la parabole, pourraient être employées pour analyser la pensée de Pascal, elles seraient fondées sur une métaphore, et non pas sur une analogie :

> Parabole, on le sait, n'est point paradigme ; celui-ci est toujours sous-tendu par quelque ἀναλογία ou proportion, celle-là use de la métaphore, enjambant les ordres, se riant du discontinu. La comparaison des grandeurs discrètes aux grandeurs continues, rappelant les apories de l'incommensurabilité, accuse des cassures du cosmos. (Magnard 1979, p. 403)

Notre perspective n'est pas tout à fait la même. Sans ignorer que l'analogie a existé d'une manière singulière dans la période avant l'Âge Classique, liée aux correspondances et à l'harmonie – comme d'ailleurs c'était le cas souvent pour son emploi dans l'Antiquité –, nous croyons que l'analogie est un concept plus riche, qui permet même de comprendre la comparaison qui existe entre des disproportions[2].

Une motivation pour cela réside dans un fait très simple : étant mathématicien, Pascal est quelqu'un qui reconnaît des relations[3] ; d'autre part, étant un penseur qui réfléchit sur les limitations de la raison, il reconnaît la disproportion de l'homme à Dieu et d'autres discontinuités. C'est cette articulation (et cette tension) entre une relation et une rupture, entre la ressemblance et la dissemblance, qui est caractéristique de l'analogie, et qui apparaît chez Pascal renversée mais toujours existante (voir le chapitre 6).

La forme de l'analogie de disproportion est dans un certain sens une analogie « renversée », adaptée aux questions par lesquelles Pascal en fait usage : la possibilité de faire des prédicats sur des attributs divins, la nature des indivisibles, la relation entre le fini et l'infini. Ce sont des problèmes qui touchent aux frontières du langage, et où il faudra avoir recours à cette forme particulière d'expression pour discuter l'importance philosophique des questions.

Il faut rappeler encore que l'analogie est un concept particulièrement adéquat pour considérer *à la fois* des textes mathématiques, philosophiques et religieux. En

[1] « D'un ordre à l'autre subsiste une ineffaçable différence. L'unité de la nature ne saurait être celle d'un système. Cette absence de commune raison entre les ordres a nom « disproportion » [Sel. 230, Laf. 199] ; elle impose un fractionnement à l'infini du réel, dont aucune recomposition analytique n'est plus possible. Tel est le sens de la « cironalité universelle » chère à Savinien de Cyrano : il peut y avoir homologie entre l'atome et l'étoile ; un raisonnement par analogie ne saurait conduire de l'un à l'autre. Autant dire que la similitude est la seule relation dont s'accommode la disproportion » (Magnard 1979, p. 402).

[2] Pour ce qui est de la relation entre l'analogie, métaphore et comparaison, voir le chapitre 3. Notre perspective, suivant Aristote, est de rapprocher métaphore et analogie.

[3] Faute de mieux, nous utilisons le terme « relations » ; savoir ce qu'un mathématicien connaît en général reste une question.

effet, du fait que l'analogie est impliquée dans les notions de proportion, rapport et prédication, elle a été un concept important dans tous ces domaines[1].

Le point de départ de cette thèse, comme nous l'avons dit, a été le concept d'analogie de disproportion. Ce propos a été élargi au cours du travail, pour devenir une question plus générale sur la « comparaison des incomparables ». Mais de quoi s'agit-il ?

Certes, si on veut, tout est comparable à tout, dans un sens trivial. Les abus de la métaphore et de l'analogie sont en effet dangereux, et admettre son usage de manière indistincte serait banaliser et le langage et la pensée[2]. Au temps de la « déconstruction », on peut néanmoins répondre à la position selon laquelle comparer des différences implique que tout soit comparable à tout, en précisant ainsi notre thèse : *tout est comparable à quelque chose, sans que tout soit comparable à n'importe quoi.*

En fait, la comparabilité des choses dépend fondamentalement de l'aspect qu'on en saisit. Nous l'avons vérifié dans nos analyses des *Lettres de A. Dettonville* et des *Pensées*, et c'est pourquoi une grande partie de cette thèse est dédiée à l'évaluation du caractère *relationnel* de certains éléments.

Ainsi, une équivalence non triviale montre que deux choses apparemment dissemblables (ou dissemblables selon un certain aspect) sont d'un certain point de vue comparables. Au cours de cette thèse, nous avons découvert que cela est le cas, chez Pascal, non seulement pour ce qui est des analogies de disproportion, mais aussi pour la pratique mathématique, qui comprend l'infini en poids, nombre et mesure (respectivement aux chapitres 8, 9 et 10.).

L'important, dans les comparaisons considérées par nous, est de trouver l'équivalence, et non seulement l'égalité, ce qui n'est pas une simple question de mots, mais possède une contrepartie conceptuelle. Comme nous le verrons au chapitre 8, cela apparaît notamment avec des poids sur une balance : une balance en équilibre n'a pas nécessairement les mêmes poids sur chaque bras, car leur disposition influence également les forces résultantes. La disposition des poids pour l'équilibre est donnée par la Loi du levier archimédienne, qui dit que des poids sont en équilibre quand ils sont inversement proportionnels à leurs distances au point d'appui de la balance[3]. Or ce qui intéressant est que cette loi est formulée chez Archimède par

[1] Il va sens dire que nous ne prétendons pas être exhaustifs quant aux dimensions de l'œuvre pascalienne : si nous nous penchons surtout sur les aspects philosophiques, mathématiques et apologétiques, les contributions physiques, littéraires et théologiques de Pascal sont moins prises en compte ici – en fonction de notre finitude –, ce qui ne saurait pas diminuer leur importance.

[2] Voir, par exemple, Bouveresse (1999).

[3] Dans la formulation de Pascal, « que les forces des poids sont en raison composée des poids et des bras » (OC IV, p. 415).

une proportion[1], de sorte qu'on pourrait parler d'un « équilibre proportionné »[2]. Nous la connaissons en général aujourd'hui dans une forme déjà altérée, avec la notion moderne de *moment*, et Pascal la reformule encore d'une autre manière dans les *Lettres de A. Dettonville* avec les sommes *triangulaires*, un des objets de notre étude étant d'évaluer les changements qui adviennent par cette procédure (voir 8.3). Pour l'instant, gardons à l'esprit simplement que la loi du levier était originalement formulée par Archimède d'une manière proportionnelle, ce qui indique un rapport d'analogie. Pour ce qui est de l'équilibre chez Pascal, notamment avec le modèle de la balance, on retrouve la comparaison non seulement de « poids » physiques, mais aussi d'indivisibles et de concepts[3].

Mais la Loi du levier ne serait-elle pas une proportion simple au lieu d'une analogie de disproportion ? Pourquoi la considérer alors dans une thèse sur la comparaison des incomparables ? En fait, nous verrons que chez Pascal la notion d'équilibre dans une balance est considérée à propos des entités qu'on pourrait croire incomparables. D'une part, il faudra évaluer l'usage que Pascal fait de la balance dans le contexte d'une méthode des indivisibles, qui concerne des divisions *indéfinies* des grandeurs (et de la balance). Par ailleurs, la balance (avec la Loi du levier) possède une propriété d'importance fondamentale pour nous : « Donne-moi où je puisse me tenir ferme, et

[1]Dans le traité connu sous le titre *De l'équilibre des figures planes* : « Des grandeurs commensurables s'équilibrent à des distances inversement proportionnelles à leurs poids ». (prop. I, 6 ; trad. dans Archimède 2002 [1971], p. 85). Voir l'annexe G.1.

[2]E. Przywara indique un rapprochement entre le concepts d'analogie et d'équilibre à partir du principe de non-contradiction d'Aristote. Ce principe serait, selon Przywara, un milieu mobile qui serait entre les voies d'Héraclite et de Parménide :

> Si donc le principe de contradiction est le milieu fondamental toujours mouvant entre le tout-en-mouvement d'Héraclite et le tout-au-repos de Parménide, on y reconnaît un mouvant « équilibre dans la mesure ». Or, tel est le sens le plus général de l'analogie. La logique (pure) est l'immédiateté d'une seule loi cosmique : ou bien la logique immanente héraclitéenne du mouvement, ou bien la logique immanente parménidienne du repos. La dialectique est le ou bien-ou bien du renversement, tel qu'il réside dans une identité de contraires ; donc ici le brutal mouvement de navette (*Hinüber-Herüber*) entre Héraclite et Parménide. Seule l'analogie est un équilibre dans la mesure, et c'est précisément cela, comme on l'a vu, qui est le sens du principe de contradiction en tant que milieu d'équilibre minimal entre Héraclite et Parménide. Aristote fera équivaloir dans cette acception *analogie* et *milieu* : *to gar analogon meson*. L'analogie se justifie en qualité de fondement de tout penser selon le principe de contradiction comme milieu. (Przywara 1990, pp. 99-100)

La citation d'Aristote faite par Przywara appartient au contexte de la discussion sur la justice distributive dans l'*Éthique à Nicomaque* (V 7, 1131b11). Dans la partie III nous reviendrons à la question de l'existence des contraires dans l'analogie – « le "mouvant équilibre dans la mesure" est le sens le plus général de l'analogie, qui joue entre les contraires irréductibles et néanmoins liés » (Przywara 1990, p. 93).

[3]M. Fumaroli rappelle que le latin tardif *pensare* a donné, en français, aussi bien « penser » que « peser ». À propos de Montaigne, il écrit : « penser, c'est mettre méthodiquement en balance, en doute et à l'épreuve, sur deux plateaux, avant d'évaluer et juger, les objets de l'expérience entre eux, et avec soi-même » (Fumaroli, dans Pascal 2001, p. 12).

j'ébranlerai la Terre », propose la célèbre phrase attribuée à Archimède[1]. C'est-à-dire qu'un petit poids peut lever un grand poids, si leurs distances sont inversement proportionnelles. L'importance de la balance chez Pascal est qu'il pousse aux limites cette réciprocité de grandeurs, arrivant jusqu'à l'infini. Comme nous le montrerons, cela se rapporte aussi à d'autres sujets chers à Pascal : les infinis de grandeur et de petitesse, le rapport des contraires, grandeur et misère de l'homme et la relation du grand et du petit dans le christianisme (voir le chapitre 14).

C'est aussi dans cette ligne que s'inscrira notre discussion sur la mesure de la charité. Si celle-ci a été discutée entre autres par Saint Augustin, elle apparaît comme essentielle pour Pascal : l'ordre du cœur est infiniment plus éloigné de l'ordre des esprits que l'ordre des esprits est éloigné de l'ordre de corps (voir le chapitre 5.3). Si nous discuterons ce thème en relation avec la question de la mesure de l'infini au XVII^{e}, notamment la méthode des indivisibles et dans la géométrie projective pascalienne, il faut se rendre compte que la notion d'équilibre sert également à formuler une question importante à propos du christianisme :

> Tous les hommes sains peuvent voir que la santé est une sorte d'équilibre : on peut être fou et manger trop, ou fou et manger trop peu. Quelques modernes ont bien proposé de vagues versions de progrès et d'évolution qui cherchent à détruire le *meson* ou l'équilibre [*balance*][2] d'Aristote. Ils suggèrent, semble-t-il, que nous sommes condamnés à dépérir progressivement, ou à manger chaque matin des déjeuners de plus en plus imposants ; et cela pour l'éternité. Mais le grand truisme du *meson* garde sa force pour tous les hommes qui pensent, et les penseurs mentionnés plus haut n'ont renversé aucune balance, sinon la leur. En admettant toutefois que nous devions tous garder un équilibre, la question vraiment intéressante est de savoir comment on peut garder cet équilibre. C'est le problème que le paganisme essaya de résoudre ; c'est le problème que le christianisme, je crois, a pu résoudre ; et résoudre d'une façon fort étrange.
>
> Le paganisme déclarait que la vertu consiste dans un équilibre ; le christianisme a dit qu'elle est dans un conflit : la collision de deux passions apparemment opposées. Elles n'étaient pas, sans doute, réellement contradictoires [*inconsistent*] ; mais elles étaient de telle nature qu'il était difficile de les tenir simultanément.
>
> (Chesterton 1908, trad. modifiée)

[1] Ce lieu commun est usuellement attribué à Archimède, mais il apparaît en fait dans la *Collection Mathématique* de Pappus. Il faut encore noter que « Archimède » ne fait pas ici de référence directe ni à un « point d'appui » ni à un « levier » – cf. Ver Eecke (1955, p. 133), qui propose qu'il s'agit en fait d'« un endroit, situé sur une seconde planète, où il puisse s'arcbouter pour exercer un effort musculaire de traction sur le cordage du polyspaste, c'est-à-dire de la moufle à poulies de renvoi multiples, constituant une succession de leviers agissant les uns sur les autres ».

[2] On notera l'intéressante ambiguïté que *balance*, en anglais, peut être traduit aussi bien par « balance » que par « équilibre ».

C'est ainsi que Chesterton déclare que « tel est le grand événement dans l'éthique chrétienne : la découverte d'un nouvel équilibre ». La question qui se pose à partir de ce passage de Chesterton est : comment le christianisme peut-il chercher une juste mesure (par exemple le milieu pour les vertus) s'il lui faut la surabondance de n'importe quelle mesure pour la charité ? Si la juste mesure du milieu est l'idéal de la vertu aristotélicienne, la question se pose au christianisme dès lors que l'infini est admis comme « extrémité ». En revanche, même si Aristote dit que la vertu est une sorte de « médiété », lui-même écrit que la bonté est un sommet, et non pas un milieu :

> Ainsi donc, la vertu est une disposition à agir d'une façon délibérée, consistant en une médiété relative à nous, laquelle est rationnellement déterminée et comme la déterminerait l'homme prudent. Mais c'est une médiété entre deux vices, l'un par excès et l'autre par défaut ; et [c'est encore une médiété] en ce que certains vices sont au-dessous, et d'autres au-dessus du « ce qu'il faut » dans le domaine des affections aussi bien que des actions, tandis que la vertu, elle, découvre et choisit la position moyenne. C'est pourquoi dans l'ordre de la substance et de la définition exprimant la quiddité, la vertu est une médiété, tandis que dans l'ordre de l'excellence et du parfait, c'est un sommet (*akrótês*)[1].
>
> (Eth. Nic. II, 6, 1106b36 sq.)

Dans l'ordre de l'excellence et du parfait, la vertu est un sommet ; il ne faut pas, nous pourrions dire, la placer à la moitié du chemin entre le bien et le mal, mais il faut chercher le bien. La question apparaît dans l'*Éthique à Nicomaque* par rapport à la vertu[2] ; mais entre l'*ápeiron* et le moment dans lequel l'infini apparaît d'une façon particulière au XVII^{e} siècle, on voit un énorme changement. Nous voudrions évaluer comment l'analogie peut encore exister avec ce tournant : loin de disparaître, nous croyons qu'avec Pascal elle gagne une nouvelle place qui permet de « comprendre » l'infini[3].

Ainsi, nous considérons dans cette thèse la « comparaison des incomparables », en ne nous limitant pas à l'analogie de disproportion, laquelle ne perd pas pour autant sa place centrale, mais en analysant aussi les procédures de la pratique mathématique qui relient le fini et l'infini, et l'importance philosophique de la rencontre des extrémités. Nous arriverons ainsi à la discussion de l'importance de la comparaison des ordres, genres, disproportions, hétérogénéités, différences, distances infinies, et des infinis de grandeur et de petitesse.

[1] Trad. dans Aristote (2007).

[2] Rappelons que l'analogie est de grande importance dans le cinquième livre de l'*Éthique à Nicomaque* en ce qui concerne la justice distributive.

[3] Pour le « milieu », voir la section 14.3.2.

Mais que veut dire « la comparaison des incomparables »[1] ? Pour nous, la comparaison des incomparables désigne le rapprochement de deux choses qui sembleraient être inconciliables – un mouvement du langage qui articule ce qui du fait de certaines contraintes conceptuelles serait en principe séparé.

Le texte *De l'esprit géométrique* est d'une importance fondamentale ici. Traitant de la méthode géométrique et de la nature des indivisibles, il touche en même temps à la comparaison des hétérogènes au sens mathématique, et à ce qui relie des différents couples d'hétérogènes entre eux : l'infini, ou mieux, les deux infinis. Comme nous le verrons, Pascal propose que le nombre, l'étendue, le mouvement et le temps puissent être toujours indéfiniment multipliés ou divisés, sans que pour cela ils tombent dans l'infini ou dans le néant respectifs à eux.

D'ailleurs, dans ce texte, Pascal cite le verset du livre de la *Sagesse* d'où cette thèse tire son titre :

> Ces trois choses [le *mouvement*, le *nombre* et l'*espace*], qui comprennent tout l'univers, selon ces paroles : *Deus fecit omnia in pondere, in numero, et mensura*, ont une liaison réciproque et nécessaire. (OC III, p. 401)

Deus fecit omnia in pondere, in numero, et mensura : Pascal fait une paraphrase de ce qu'on lisait dans la Vulgate[2] pour *Sagesse* 11, 21.

On remarquera que l'appropriation de ce verset par Pascal n'est pas sans implications : l'ordre de la Vulgate, « mesure, nombre et poids », est changé en « poids, nombre et mesure ». D'ailleurs, par leur moyen, Dieu ne « dispose » plus toutes les choses, mais il les « fait ». Finalement, notons que Pascal cite le verset sans qu'il soit question dans l'*Esprit Géométrique* de « poids » : les comparaisons citées dans cet opuscule concernent nombre, extension, mouvement et temps. Dans le passage cité, le mouvement prend pour ainsi dire la place du poids. Nous croyons néanmoins que la phrase peut s'appliquer dans un sens précis à l'œuvre de Pascal si on la considère dans son intégralité : la statique est objet des *Traités de l'équilibre des liqueurs et de la pesanteur de la masse de l'air* et la méthode des indivisibles de Dettonville fait usage du modèle de la balance (voir le chapitre 8).

[1] L'expression apparaît chez E. Levinas avec une dimension éthique, l'altérité constituant la dimension fondamentale de la différence. Les relations humaines font paraître la question de la justice, et à l'incomparable qui est l'autre « se superpose la comparaison et, en vue d'équité ou d'égalité, une pesée, une pensée, un calcul, la comparaison des incomparables » (« Paix et proximité », 1984, dans Levinas 1995, p. 146). Pour Levinas la « comparaison des incomparables » semble être la seule voie possible pour la compréhension de l'autre. Voir aussi P. Valéry, *Variété V*, Paris, Gallimard, 1944, p. 110, et Détienne, M. *Comparer l'incomparable*, Paris, Le Seuil, 2000.

[2] *Sed omnia in mensura et numero et pondere disposuisti.* La paraphrase faite par Pascal était fréquente chez les savants au XVII^{e} siècle (Mesnard, OC III, p. 401). Dans la Bible de Port-Royal, on lit : « mais vous reglez toutes choses avec mesure, avec nombre, & avec poids ». Il faut noter que le verset du chapitre 11 de la *Sagesse* numéroté 21 dans la Bible de Port-Royal est aujourd'hui généralement numéroté 20 (par exemple dans la Bible de Jérusalém).

Ce verset donne la possibilité aux savants du XVII^{e} siècle de rappeler que la Création peut être comprise par les mathématiques[1]. Il faut néanmoins se garder d'y voir un Pascal qui cherche à lire le monde en caractères mathématiques, tel que Galilée, ou qui cherche une harmonie préétablie comme Kepler. La pensée de Pascal préserve bien la discontinuité, quoiqu'il y ait des rapports entre les ordres.

L'intéressant chez Pascal est qu'il cite cette phrase, proposant une « liaison réciproque et nécessaire », à l'endroit même où intervient l'infini, de sorte que la disproportion doit nécessairement être prise en compte quand on considère le rapport entre nombre, mesure, mouvement et temps. Nous pouvons dire ainsi que le verset est pris dans un sens bien distinct qu'il ne l'était dans une tradition « classique ». Nous rendrons compte de l'aspect innovateur du traitement pascalien aux quantités dans l'*Esprit Géométrique* dans le chapitre 7. On retrouve encore là l'enjeu de l'analogie de disproportion et de la balance dans le cas limite où l'infini est considéré, notamment dans la réciprocité des deux infinis.

La citation de ce verset est encore plus intéressante si l'on considère les trois principaux domaines mathématiques auxquels Pascal a contribué : la géométrie projective (l'*Essai pour les coniques*, le *Traité des coniques* perdu), l'arithmétique et la théorie des probabilités (la machine arithmétique, les lettres avec Fermat, le *Traité du triangle arithmétique*) et la méthode des indivisibles (les *Lettres de A. Dettonville*). Or si dans la géométrie projective l'absence de la *mesure* est centrale, ce qui la distingue justement de la géométrie euclidienne, dans l'arithmétique et dans la probabilité les *nombres* sont les entités fondamentales. Et quant aux poids ? Dans les *Lettres de A. Dettonville*, Pascal part des problèmes sur la cycloïde pour développer une méthode générale permettant de trouver les centres de gravité de figures géométriques. Cela se fait par une méthode des indivisibles qui, à l'image de ce que faisait Archimède, applique le modèle de la balance venu de la Statique à la détermination des aires, volumes et centres de gravité des figures[2]. À cette

[1] A. Gabbey (2001, p. 525) déclare avoir retrouvé ce verset cité par saint Augustin, Francis Bacon, Isaac Beeckman, Descartes, Gassendi, Leibniz, John Dee, Henry More, parmi d'autres. J. Høyrup (1994) fait de ce verset le titre de son livre, et remarque qu'il été « quoted by almost every Christian author between Augustine and Pascal writing about the importance of mathematics » (Høyrup 1994, p. xv).

Par ailleurs, la connaissance « en mesure, nombre et poids » n'est pas un thème exclusif de la tradition chrétienne : on le trouve par exemple chez Platon : « or, n'a-t-on pas découvert dans la mesure, le calcul et la pesée [*tó metreîn, kai arithmeîn kai histánai*] d'excellents préservatifs contre ces illusions, de telle sorte que ce qui prévaut en nous ce n'est pas l'apparence de grandeur ou de petitesse, de quantité ou de poids, mais bien le jugement de ce qui a compté, mesuré, pesé ? – Sans doute. – Et ces opérations sont l'affaire de l'élément raisonnable de notre âme » (*République*, X, 602d ; trad. de R. Baccou, *Œuvres complètes de Platon*, IV, Paris Garnier, 1936). Aussi chez Hippocrate : « Vous ne trouverez aucune mesure, aucun poids, aucune forme de calcul à laquelle vous puissiez rapporter vos jugements pour leur donner une certitude rigoureuse. Il n'y a d'autre certitude dans notre art que les sensations » (*Perí Arkháias Iatrikês* ; trad. de Cabanis, *Du degré de certitude de la médecine*, 1798, p. 117). Il serait encore intéressant de voir le rôle que d'autres civilisations anciennes, telle que celle de l'Égypte, ont accordé à cette triade.

[2] Notamment dans le texte d'Archimède connu sous le titre de *La Méthode*.

image, il faut rajouter les *Traités de l'équilibre des liqueurs et de la pesanteur de la masse de l'air*, lesquels, étant du domaine de la Statique, concernent également des poids (voir E). Dieu a tout réglé avec poids, nombre et mesure. La particularité des mathématiques pascaliennes est dans le fait que l'infini intervient dans chacun de ces domaines, rendant possible la comparaison des incomparables (voir le chapitre 7, et la partie II de notre travail).

Pour un exemple de l'usage de cette expression par des savants de l'époque, Gabbey (2001) analyse le fait que Roberval écrit souvent dans son *Aristarque* (1644) l'abréviation « *P.N.E.M.* » : *pondere, numero et mensura*. D'ailleurs, Roberval avait même commencé à écrire, au début des années 1640, un traité intitulé « De pondere, numero et mensura », dans lequel les trois sujets seraient traités successivement[1]. Cependant, l'interprétation de Gabbey (2001, p. 527) est que « peut-être Roberval agit-il tout bonnement en mathématicien, se servant de l'abréviation sans résonance religieuse profonde ou nécessairement sincère ». Or rien ne pourrait être plus différent pour Pascal, qui écrit à la fin de *L'Esprit Géométrique* que

> ceux qui verront clairement ces vérités pourront admirer la grandeur de la puissance de la nature dans cette double infinité qui nous environne de toutes parts, et apprendre par cette considération merveilleuse à se connaître eux-mêmes, en se regardant placés entre une infinité et un néant d'étendue, entre une infinité et un néant de nombre, entre une infinité et un néant de mouvement, entre une infinité et un néant de temps. Sur quoi on peut apprendre à s'estimer son juste prix, et former des réflexions qui valent mieux que tout le reste de la géométrie. (OC III, p. 401)

Le présent travail, dans son fond, cherche à comprendre comment la connaissance de l'infini pourrait aider l'homme à estimer son juste prix.

[1] Il ne reste que la première partie de ce traité, dédiée aux poids, dans un ébauche autographe aux Archives de l'Académie des Sciences (item 110 du Fonds Roberval).

Première partie

L'analogie de disproportion

Résumé de la première partie

La première forme de la comparaison des incomparables que nous analyserons est l'analogie de disproportion : en termes généraux, la comparaison de deux hétérogénéités ou deux disproportions.

Le chapitre 2 sera dédié à une exposition plus approfondie de cette forme de comparaison. Nous montrerons dans 2.1 comment l'analogie de disproportion peut être définie à partir d'une forme « classique » de l'analogie, et en quoi elle est différente ; nous montrerons par la suite (dans 2.2) en quoi consiste la « disproportion », et dans quel sens elle peut être « comparable » ; nous arrivons finalement (dans 2.3) au fait que deux choses peuvent avoir entre elles une disproportion équivalente à celle entre deux autres, dans ce qui compose une analogie de disproportion.

Le chapitre 3 considère l'analogie entre la comparaison et la métaphore. Nous faisons des considérations générales sur ces trois formes dans la première partie du chapitre, pour considérer par la suite qu'en dit Pascal (et son père Étienne Pascal). Nous analysons finalement (dans 3.4) l'ouvrage de M. Le Guern, *L'image dans l'œuvre de Pascal*.

Le chapitre 4 est voué à la considération d'une catégorie du langage très importante pour Pascal : la figure. Elle ne pourrait pas ne pas être considérée ici, car nous montrons qu'elle partage certains aspects avec l'analogie.

Dans le chapitre 5, nous utilisons l'analogie de disproportion pour analyser quelques textes pascaliens où on trouve la notion de dépassement ou surpassement. On verra comment la comparaison des différences de surpassement permet à Pascal de faire voir ce qui ne le serait pas à première vue.

Le chapitre 6 commence par reprendre la question du statut du langage théologique dans la tradition chrétienne pour poser la question du rapport entre la ressemblance et la dissemblance entre la créature et le Créateur, et du langage employé pour parler de Dieu. Nous analysons la relation entre les ressemblances et les dissemblances chez Pascal, pour poser la question : est-ce que dans l'analogie de disproportion la ressemblance emporte sur la dissemblance ou la dissemblance emporte sur la ressemblance ?

Le chapitre 7, finalement, montre comment l'analogie de disproportion sert à Pascal dans l'*Esprit Géométrique*, texte important pour la caractérisation des entités mathématiques. Nous verrons que la comparabilité des hétérogènes y est possible grâce à la référence à l'infini, que nous constaterons être le noyau de la comparabilité

des incomparables. Ce chapitre nous ouvrira la voie pour analyser en effet le rôle de l'infini pour la comparabilité dans les mathématiques sous un autre aspect qui est la *pratique* mathématique de Pascal – objet de la partie II.

Nous verrons ainsi que l'analogie de disproportion, loin d'être un simple recours du langage pour Pascal, lui permet parler de choses qui surpassent une référence, notamment des entités mathématiques hétérogènes et les propriétés divines par rapport à l'homme. Tout en soulignant la disproportion, Pascal ne s'omet pas de comparer.

Chapitre 2

Le concept d'analogie de disproportion

> Toute l'histoire de la philosophie pourrait être récrite en mettant l'accent non sur la structure des systèmes, mais sur les analogies qui guident la pensée des philosophes, la manière dont elles se répondent, se modifient, sont adaptées au point de vue de chacun.
>
> C. Perelman

2.1 La forme d'analogie de disproportion

Qu'est-ce que l'analogie ? L'analogie peut être considérée sous plusieurs points de vue : pour la rhétorique, elle est une comparaison qui dit que a est à b ce que c est à d, ce qui peut être appelé une *similitude de rapports* (Perelman 1989 [1969]) : comme le soir est au jour, ainsi la vieillesse est à la vie. Il s'agit d'une ressemblance entre le rapport d'un premier à un deuxième et le rapport d'un troisième à un quatrième. Dans les *mathématiques grecques*, on peut dire que des grandeurs sont *análogon* quand le rapport de deux d'entre elles est « le même » que le rapport entre les deux autres (selon le livre V des *Éléments* d'Euclide), ce qu'on peut noter $a : b :: c : d$, ou lors de l'insertion d'une moyenne entre deux grandeurs, $a : b :: b : c$. Au Moyen Âge, l'analogie a été débattue principalement en tant qu'un type de prédication, de relation ou de participation, le concept d'*analogia entis* (l'analogie de l'être) étant central. Dans cette ligne, l'analogie en théologie a été aussi considérée comme un mode de relation entre créature et Créateur.

Au XX^{e} siècle, l'analogie et la métaphore ont reçu énormément d'attention dans

les études sur le langage[1] ; dans les études sur l'heuristique scientifique[2] ; dans la théologie[3] ; parmi d'autres domaines. Comprendre l'analogie est la tâche d'une vie[4].

Comme nous l'avons déjà dit, Pascal ne possède pas l'une théorie de l'« analogie », ni n'utilise ce mot. Cependant, en tant que forme proportionnelle *A est à B ce que C est à D*, elle est présente chez Pascal – nous détaillerons par la suite comment cela apparaît.

En mathématiques, on peut parler de « proportion » comme une relation existante entre deux rapports, et son existence est contrainte par certaines conditions : dans le cas du livre V des *Éléments* d'Euclide, en particulier, nous verrons qu'un rapport ne peut exister qu'entre des grandeurs homogènes. L'homogénéité des grandeurs, à son tour, est régie par la définition V, 4 des *Éléments*, souvent appelée Axiome d'Eudoxe ou Propriété d'Archimède : sont homogènes deux grandeurs pour lesquelles, la moindre étant suffisamment multipliée, peut surpasser l'autre (voir 7.2).

À partir de la rhétorique, on peut essayer de donner une définition générale, selon laquelle l'analogie serait une « similitude de rapports » (Perelman 1989 [1969], p. 396). Quoiqu'on puisse disputer sur cette appellation de « similitude » (soutenant qu'il s'agit au contraire d'une identité, d'une équivalence, etc.), il est clair que la structure qu'on considère est celle du type *de même que A est à B, de même C est à D*.

Du point de vue de l'histoire de la notion d'analogie, un point semble être incontournable : le célèbre opuscule *De nominum analogia* de Tommaso de Vio, le Cardinal Cajétan[5]. Dans cet ouvrage, Cajétan propose que toute analogie puisse être classée sous trois modes : l'analogie d'inégalité, l'analogie d'attribution et l'analogie de proportionnalité[6].

Reprenant une tradition classique qui existe au moins depuis les *Catégories* d'Aristote sur les rapports entre noms et sens, Cajétan définit :

> On appelle analogues selon l'inégalité les analogues dont le nom est commun et dont la raison signifiée par ce nom est absolument la même, tout en étant participé de façon inégale. (Cajétan 1987, p. 114)

[1]Par exemple dans la Nouvelle Rhétorique (cf. Perelman 1958), dans la *Métaphorologie* de H. Blumenberg (2006 [1960]) et dans la linguistique cognitive (cf. Lakoff et Johnson 1980).

[2]Les travaux de M. Black (1962) et de M. Hesse (1966) étant déjà des classiques dans le domaine, en discutant les analogies à côté des modèles dans les sciences. Les analogies ont été largement considérées quant à leur rôle dans le développement scientifique, un débat existant quant à savoir si elles doivent rester restreintes à l'heuristique ou si elles joueraient un rôle dans une partie constitutive des théories scientifiques.

[3]Rappelons, pour le XX^{e} siècle, les noms de E. Przywara (1990), K. Barth (1953) et H. U. von Balthasar (1972).

[4]Pour une étude compréhensive sur l'analogie, voir, par exemple, Melandri (2012).

[5]Écrit en 1498, ce traité n'a été publié qu'en 1506.

[6]Il faut dès maintenant dire que quelques auteurs utilisent *proportio* pour un rapport, et *proportionalitas* pour une équivalence de rapports. Il faut souligner que cette terminologie n'est pas constante chez les auteurs de langue latine, qui utilisent également *ratio* et *proportio* pour distinguer ces deux sens (cf. Rommevaux (2012)).

Il définit d'autre part :

> Sont analogues selon l'attribution, les analogues dont le nom est commun, et dont la raison [*ratio*] signifiée par ce nom est la même quant à son terme, mais différente dans les rapports [*habitudines*] qu'elle établit avec ce terme : comme *sain* est un nom commun à la médecine, à l'urine et à l'animal. (Cajétan 1987, p. 116)

L'analogie d'attribution concerne le rapport entre deux termes, une propriété étant prédiquée de l'un prioritairement et de l'autre de manière dérivée. C'est ainsi que sont dits *sains* aussi bien le chien que la nourriture, celui-là dans un sens primaire, et celle-ci dans un sens secondaire. Il s'agissait du principal type d'analogie dans les discussions médiévales[1].

Quant à l'analogie de proportionnalité, celle qui nous intéressera le plus ici, Cajétan déclare que dans ce cas il ne s'agit plus d'analogues « par abus », mais de « analogues en sens propre » qui sont les « analogues selon la proportionnalité, ceux dont le nom est commun et dont la raison signifiée par ce nom est *la même* par proportion » (Cajétan 1987, p. 120). Cajétan déclare que ces analogues peuvent être aussi définis comme « ceux dont le nom est commun et dont la raison signifiée par ce nom est *semblable* » (*idem*).

> On appelle rapport [*proportio*] une certaine relation [*certa habitudo*] d'une quantité à une autre. Ainsi nous disons que quatre a un rapport double à deux. Quant à la proportionnalité [*proportionalitas*], c'est la similitude [*similitudo*] de deux rapports. Ainsi nous disons que huit se rapporte [*se habere*] à quatre comme six à trois : dans un cas comme dans l'autre le rapport est double. Mais les philosophes ont étendu le nom de rapport à toute relation de conformité, de commensuration, de capacité etc. Par conséquent ils ont étendu la proportionnalité à toute similitude de relations [*similitudinem habitudinum*]. Et c'est dans ce sens que nous utilisons ces mots. (Cajétan 1987, p. 120 ; trad. modifiée)

La distinction entre *proportio* et *proportionalitas* est reprise de Saint Thomas par Cajétan[2] ; avant lui, on peut la trouver déjà dans plusieurs traductions du livre V des *Éléments* d'Euclide, par exemple par Boèce et par Jordanus Nemorarius (Rommevaux 2005, p. 121) . Les enjeux du propos de Cajétan avec ce traité sont plus complexes qu'un simple commentaire à Thomas – des commentateurs récents ont montré que tel n'est pas son but[3].

[1] Cf. Ashworth (2013), qui propose que la principale marque de l'analogie d'attribution était d'être dite dans un sens antérieur et dans un sens postérieur (*per prius et posterius*).

[2] B. Pinchard indique (dans Cajétan 1987, p. 156, note) deux passages de Thomas, *II Sent*, dist. 42, q. 1, a. 5, ad 1, et *De veritate*, q. 2, a. 11, c., dont le dernier est analysé par nous dans B.

[3] « Hochschild argues convincingly and at length that this paradigm is simply wrong. Cajetan

Nous n'entrerons pas de manière approfondie dans ce traité. Ce que nous voudrions simplement indiquer est que pour Cajétan l'analogie de proportionnalité l'« emporte sur les précédentes par la dignité et par la propriété du nom ». En effet, comme le note Ashworth (2010), pour Cajétan l'analogie de proportionnalité repose sur la comparaison de deux relations, ou encore sur le « fondement » de deux relations.

Tandis que l'analogie d'attribution existe entre deux termes, l'analogie de proportionnalité est celle entre quatre termes, dans laquelle une similitude entre deux rapports est exposée : un premier est à un deuxième de même qu'un troisième est à un quatrième. Cette forme est consonante à la structure proposée par C. Perelman (1989 [1969]) en rhétorique. En effet, il nous semble que la forme qui montre la similitude entre deux rapports, concernant quatre termes, peut être considérée en quelque sorte plus fondamentale que la forme qui ne fait que relier deux choses par un rapport (qui peut être de similitude ou pas). Dans cette thèse *nous choisissons alors de prendre la forme de l'analogie de proportionnalité comme « forme typique » de l'analogie, si l'on peut dire ainsi – c'est à partir d'elle que nous proposons la forme de l'analogie de disproportion.* Ce n'est pas pour cela que nous considérons facile à apprécier la position de Cajétan selon laquelle l'analogie de proportionnalité « emporte sur les précédentes par la dignité et par la propriété du nom » : évaluer le rapport de cette forme de l'analogie aux autres serait un travail en soi, aussi bien du point de vue historique qu'analytique. Notre propos est beaucoup plus simple : celui de s'inspirer de la forme particulière de l'analogie de proportionnalité pour formuler ce que nous avons appelé l'analogie de disproportion, qui peut être trouvée dans le discours de Pascal.

Cette structure proportionnelle apparaît à la fois dans des contextes mathématiques (notamment avec la théorie euclidienne des proportions) et dans des contextes théologiques (notamment pour savoir quel langage est apte à faire des prédications sur les attributs divins). Mais comment relier tous ces sens ? Où est l'analogie dans tout cela ?

> la notion d'analogie découle d'une intuition inanalysable : c'est une de ces notions indéfinissables que Pascal aurait rattachées à l'esprit de finesse et non à l'esprit géométrique : auxquelles cependant, il faut bien accorder une valeur scientifique sous peine de refuser le nom de science à des études telles que l'anatomie comparée. Il est impossible de marquer avec une précision qui exclut toute ambiguïté les caractères auxquels on reconnaît que deux corps sont ou ne sont pas analogues. (Duhem 1902, p. 80)

Quoique Duhem ait en tête ici une forme bien spécifique de l'analogie et son

never intended to present an account of Aquinas, even if he followed the standard procedure of backing up his own views by inserting references to passages in Aquinas. Rather, he was attacking the views of some fifteenth-century Thomists, but also, and most importantly, the views of Scotus. Moreover, while metaphysical beliefs certainly lie behind his account of analogical terms, his intention, as demonstrated by the very title of the book, is semantic. He is concerned with names, their meaning and use » (Ashworth 2010).

rôle dans le développement scientifique, la remarque est valable plus généralement : l'analogie est difficilement définissable, et néanmoins elle possède un rôle central chez Pascal[1].

Mais Pascal est, avant tout, un auteur de la disproportion. Doit-on dès lors abandonner l'idée que l'analogie est centrale, celle-ci ne pouvant être conjuguée à la disproportion d'aucune manière ? Nous ne le croyons pas : voilà la raison pour laquelle nous considérons cette forme comparative originale, l'analogie de disproportion. Mais que faut-il comprendre par là ?

P. Secretan (1984) propose que l'« être à » possède un sens relationnel dans l'analogie de proportionnalité de quatre termes[2] :

> tel *est à* ce que tel *est à* ; mais la proportion entre ces deux rapports est alors qualifiée, ou pour le moins identifié, dans un *ce que* proprement formel. L'analogie dit ici une qualité inhérente à une relation et attribuable à une autre relation : c'est *par analogie* que l'homme et Dieu sont dit « père » ; la différence et l'incommensurable sont entre engendrer et créer, entre l'homme et Dieu comme agents d'actes spécifiques, mais il y a analogie d'entre deux relations : le père est à son fils ce que Dieu est à l'homme. En revanche, lorsque Rousseau écrit au sujet de Dieu que « sa substance inexplicable est à nos âmes ce que nos âmes sont à nos corps »[3], il crée une analogie qui pourtant ne retient qu'une ressemblance entre deux « distances » et non une ressemblance au cœur de la dissemblance.
>
> (Secretan 1984, p. 11)

Ce passage nous permet de développer notre formulation de l'analogie de disproportion[4]. L'analogie « classique », nous l'avons vu, présente une similitude entre deux rapports, chaque rapport existant entre deux éléments l'un homogène à l'autre. L'analogie de disproportion, au contraire, présente une comparaison entre des couples d'éléments qui sont entre eux hétérogènes, en disproportion, dans différents « ordres » ou à distance infinie. Il s'agit de dire que deux choses sont *aussi éloignées que* deux autres, *aussi différentes que* deux autres, en un mot *aussi disproportionnelles que* deux autres. Il s'agit, en général, de présenter une similitude de disproportions, et non pas de rapports. Si l'analogie « classique » indique une « ressemblance au cœur

[1] Comme nous l'avons montré dans Cortese (2016b), la lecture de Pascal par Duhem est imprécise dans ce que celui-ci associe d'une part l'esprit de finesse, l'intuition et le cœur, et d'autre part l'esprit de géométrie, la déduction et la raison, ce qui n'est pas si simple chez Pascal. L'essence de la lecture de Pascal par Duhem nous semble néanmoins d'une extrême acuité.

[2] Secretan souligne trois expressions de l'analogie : « être à » (plutôt affecté à la proportionnalité), « de même » (liée surtout à la ressemblance) et « comme si » (rapporté à la « simulation » du « faire comme si »).

[3] J.-J. Rousseau, *Profession de foi du Vicaire savoyard, ch. 10.*

[4] Rappelons que cette forme est plus directement inspirée d'une autre publication de Secretan (1998), qui parlait d'une *analogia disproportionalitatis per modum figurationis* pour le fragment des trois ordres.

de la dissemblance », comme l'écrit Secretan, l'analogie de disproportion indique une ressemblance entre deux différences.

On lit dans le fragment *Infini rien* :

> L'unité jointe à l'infini ne l'augmente de rien, non plus qu'un pied à une mesure infinie. Le fini s'anéantit en présence de l'infini et devient un pur néant. Ainsi notre esprit devant Dieu, ainsi notre justice devant la justice divine. Il n'y a pas si grande disproportion entre notre justice et celle de Dieu qu'entre l'unité et l'infini. (Sel. 680, Laf. 418)

Cette série de comparaisons, à laquelle nous reviendrons, révèle le type de comparaisons de disproportions que fait Pascal, notamment en reliant les mathématiques et la religion. Le même *anéantissement* se retrouve pour le fini devant l'infini et pour notre esprit devant Dieu.

Pascal est un auteur attentif aux ruptures, aux différents ordres, à l'hétérogénéité, à la disproportion. Cela apparaît aussi bien dans les *Pensées* que dans ses écrits mathématiques. Mais tout en reconnaissant ces discontinuités essentielles, Pascal identifie des relations entre les discontinuités elles-mêmes. Cela se fait au niveau du discours, en particulier par l'analogie de disproportion. Loin d'être une question purement stylistique, nous montrerons que cela a des conséquences profondes pour comprendre la pensée de Pascal. Avant de passer aux implications philosophiques de l'analogie de disproportion, considérons sa forme.

Remarquons tout d'abord que cette forme n'est pas une invention de Pascal. On retrouve dans le langage biblique des formulations qu'on peut classer comme des analogies de disproportion, très semblables à celle qu'on peut trouver chez Pascal. En particulier, dans deux livres chers à Pascal, *Isaïe* et les *Psaumes*, on lit :

> Car mes pensées ne sont pas vos pensées, et mes voies ne sont pas vos voies, dit le Seigneur. Mais autant que les cieux sont élevés au-dessus de la terre, autant mes voies sont elévées au-dessus de vos voies, et mes pensées au-dessus de vos pensées. (Is. 55, 8-9)

> Il ne nous a pas traités selon nos péchés ; et il ne nous a pas punis selon la grandeur de nos iniquités. Car autant que le ciel est élevé au-dessus de la terre, autant a-t-il affermi sa miséricorde sur ceux qui le craignent. Autant que l'orient est éloigné du couchant, autant il a éloigné de nous nos iniquités. (Psaume 102/103, 10-12)

Le langage comparatif y apparaît comme un recours pour parler de la différence entre l'homme et Dieu. Il faut noter que dans ces deux versets, il est question de *distance* : autant les cieux sont *élevés* au-dessus de la terre, autant les voies de Dieu sont élevées au-dessus des voies de l'homme, autant sa miséricorde est grande pour ceux qui le craignent. La distance, et notamment la notion de distance infinie, apparaît comme facteur de « comparabilité » entre le fini et l'infini. Cet aspect se retrouve chez Pascal avec un rôle central (voir en particulier 7 et 14.4).

Nous nommons la forme d'analogie qui apparaît chez Pascal d'après un autre vocable caractéristique de sa pensée : la disproportion. Quand nous écrivons « analogie de disproportion », il faut souligner que cela est moins paradoxal et moins contradictoire qu'il ne pourrait paraître. Nous n'écrivons pas « proportion de disproportion » : dans l'« analogie de disproportion », un mot d'origine grecque se retrouve à côté d'un mot d'origine latine, et les deux (« analogie » et « proportion ») ne sont pas exactement la même chose. En ce sens, l'« analogie de disproportion » est moins un oxymore que la « comparaison des incomparables »[1]. L'étymologie pour le grec *analogía* est disputée, mais en tout cas on ne peut pas oublier que le mot concerne le *lógos*. Qu'il s'agisse des « égaux *lógos* à *lógos* » ou du *lógos* qui renvoie vers le haut (*anô*), il s'agit de quelque chose qui est prédiqué (car rapporté au *lógos*)[2].

Quant à *proportio*, c'est Cicéron qui a crée le terme pour traduire *analogía* chez Platon[3]. *Proportio* dérive, selon Cicéron, de *pro* et de *portio*, c'est-à-dire, « selon les parties » – et non pas « selon les rapports » (ce qui était possible avec le *lógos*). La *disproportion* peut être ainsi comprise comme un manque de rapport entre les parties (aspect « ontologique »), tandis que l'*analogie* peut être comprise comme un rapport de prédication (aspect linguistique ou « épistémologique »). C'est ainsi que nous justifions notre choix du terme « analogie de disproportion » ; quant à la notion de *disproportion*, nous suivrons surtout l'usage que Pascal lui-même en fait[4]. Quant à ce double aspect de l'analogie de disproportion (niveau ontologique et niveau épistémologique), nous y reviendrons dans le chapitre 6.

2.2 Existence et comparabilité de la « disproportion »

Pascal écrit sur la « disproportion » dans plusieurs contextes de son œuvre. Dans l'*Art de persuader*, quand il parle de l'art de convaincre et de l'art d'agréer, Pascal écrit qu'il ne donnera que les règles du premier : « mais la manière d'agréer est bien sans comparaison plus difficile, plus subtile, plus utile et plus admirable. Aussi, si

[1]Nous ne prétendons cependant pas non plus que celle-ci soit une contradiction : voir nos conclusions générales.

[2]Le sens le plus usuel de la particule ἀνά est « vers le haut », mais A. Szabó (1977 [1969]), en analysant la théorie pré-euclidienne des proportions, a proposé l'hypothèse que la locution adverbiale ἀνά λόγον était une expression elliptique pour ἀνά λόγον ἴσοι, où ἀνά possédait un sens « distributif », de sorte que son sens serait « égaux logos à logos », c'est-à-dire égaux selon chaque logos.

[3]Dans sa traduction du *Timaeus*, XIII : « *id optime adsequitur quae Graece ἀναλογία, Latine (audendum est enim, quoniam haec primum a nobis novantur) comparatio proportione dici potest* ». Vitruve et Varron proposent également des explications au terme. Cf. *proportio* dans le Gaffiot.

[4]Pour la relation entre proportion et disproportion dans l'argumentation de Pascal, voir aussi Descotes (1993, chap. 5), en particulier le § « La proportion à partir de la disproportion » : « certaines argumentations rétablissent paradoxalement une proportion par la disproportion même » (Descotes 1993, p. 223).

je n'en traite pas, c'est parce que je n'en suis pas capable ; et je m'y sens tellement disproportionné que je crois pour moi la chose absolument impossible » (OC III, pp. 416-417). À la reine Christine de Suède, il écrit : « Je me suis figuré qu'encore que le seul nom de Votre Majesté semble éloigner d'elle tout ce qui lui est disproportionné, elle ne rejette pas néanmoins tout ce qui lui est inférieur » (OC II, p. 925). Dans ces occurrences, « disproportion » semble désigner quelque chose qui apparaît à celui qui la considère sans rapport direct à quelque chose de connu.

La « proportion » au XVII^{e} était comprise comme la « convenance et rapport des parties entre elles et avec leur tout » (Académie, 1694). C'est ainsi que si déjà en 1549 la « disproportion » était considérée comme désignant l'*inaequalitas*[1], à la notion de inégalité sera rajoutée plus tard le sens de manque de convenance : la disproportion sera non seulement « le contraire de proportion »[2], mais « inegalité, disconvenance, manque de proportion » (Académie, 1694) et « terme relatif, qui se dit de ce qui n'a que des convenances fort éloignées, des qualitez fort differentes » (Furetière, 1690)[3].

Cela ne résout pourtant pas la question. Comme nous le montrerons, si la « disproportion » doit évidemment être comprise par rapport à « proportion », il y a des occurrences où elle désigne un *manque absolu* de proportion ou de convenance, tandis que dans d'autres cas il ne s'agit que d'une proportion fort tendue, dont la convenance n'est pas facilement réparable. On retrouve alors deux sens de disproportion : manque strict de proportion, ou proportion déformée. Il faudra évidemment rapporter cela au sens mathématique de la proportion, dont Pascal était conscient, notamment à la question de l'homogénéité et de l'hétérogénéité des grandeurs. Dans le chapitre 11, nous proposerons une interprétation qui distinguera des sens « relatif » et « absolu » de la « disproportion » chez Pascal, y compris pour le fragment célèbre qui porte le titre « Disproportion de l'homme » (Sel. 230, Laf. 199). Dans la caractérisation de l'analogie de disproportion, il faut comprendre « disproportion » dans son acception absolue, de manière qu'on y retrouve effectivement une comparaison d'hétérogènes, et non pas seulement de choses qui ont des proportions fort tendues.

D'autres usages du mot sont à noter chez Pascal. Il écrit dans certains cas qu'« il n'y a point de proportion »[4], dans ce qui constitue un l'affirmation d'un manque de proportion. Mais on peut aussi affirmer la négation d'une proportion, dans une *analogie négative*. L'analogie négative a été parfois comprise comme l'ensemble des caractéristiques qui *ne sont pas communes* à deux choses, quoiqu'elles possèdent une

[1]Estienne, Robert. *Dictionaire francoislatin, les mots francois, auec les manieres dvser diceulx, tournez en latin*, 2e éd., Genève, 1549.

[2]Richelet, Pierre. *Dictionnaire françois, contenant les mots et les choses, plusieurs nouvelles remarques sur la langue françoise* (...). Geneve, Jean Herman Widerhold, 1680.

[3]Remarquons par ailleurs que le mot de « disproportion » existait dans le vocabulaire religieux de l'époque – voir la citation de saint François de Sales dans 11.3.3.

[4]C'est ainsi que Pascal écrit dans l'*Abrégé de la vie Jésus-Christ* : « Et l'ange parla aux femmes et leur dit qu'elles ne craignent point, – c'est-à-dire que les gardes ont eu raison de craindre sa vue, parce qu'il n'y a point de proportion entre eux et les esprits célestes, mais quant à elles, qu'elles ne doivent pas craindre, puisqu'elles voient leurs confrères et leurs concitoyens (...) » (OC III, p. 304).

analogie positive, avec des traits de ressemblance[1]. Nous pouvons trouver quelque chose du genre chez Pascal : c'est ainsi que dans la *Préface au Traité du vide*, après avoir parlé des sujets théologiques où règne l'autorité, il écrit : « Il n'en est pas de même des sujets qui tombent sous les sens ou sous le raisonnement » (OC II, p. 779 ; voir 5.1).

Ce n'est pas pourtant ce type de « comparaison » que nous considérons ici, car quoiqu'elle identifie un manque ou, plus généralement, un aspect négatif, elle ne compare pas deux négativités comme l'analogie de disproportion – en fait, dans cette conception de l'analogie négative, on parle d'« analogie » pour une relation entre deux choses, et non pour la structure à quatre termes qui est notre objet[2].

Pour ce qui est d'un rôle négatif de l'analogie dans la connaissance, la question devient plus intéressante. Comme nous le verrons dans la section 14.2.6, Pascal accorde un rôle important à la connaissance par l'absurde – le moyen de connaître une vérité est de considérer son opposé et de savoir qu'il est faux. Cet usage du tiers exclu tient bien d'une connaissance qui passe par le négatif, et la comparaison d'aspects négatifs qui est l'analogie de disproportion peut être considérée comme une des formes argumentatives qui y jouent un rôle.

Une autre expression est à prendre en compte : « il y a bien de la différence ». Elle apparaît par exemple dans les *Provinciales*. En répondant à des critiques aux passages des *Provinciales* où l'auteur aurait « tourné les choses saintes en raillerie »[3], Pascal répond que ce n'est pas un problème de se moquer de choses si peu chrétiennes comme les écrits qui sont l'objet de ses lettres.

> Est-il possible que vous ayez osé redire si souvent une chose si peu raisonnable ? et ne craignez-vous point, en me blâmant de m'être moqué de vos égarements, de me donner un nouveau sujet de me moquer de ce reproche, et de le faire retomber sur vous-mêmes, en montrant que je n'ai pris sujet de rire que de ce qu'il y a de ridicule dans vos livres ; et qu'ainsi, en me moquant de votre morale, j'ai été aussi éloigné de me moquer des choses saintes, que la doctrine de vos casuistes est éloignée de la doctrine sainte de l'Évangile ? (11^{e} *Provinciale*, Pascal 2010, p. 309)

[1] Secretan (1984, pp. 9-10) définit l'analogie négative comme la forme qui indique que deux choses *ne sont pas* une troisième chose : « ce concept dira que deux grandeurs se ressemblent par ce qu'elles nient, c'est-à-dire pour être contraires à un même ». Une conception classique est celle de M. Hesse (1966, p. 8), selon qui des propriétés communes constituent l'*analogie positive* entre deux choses, et des propriétés différentes constituent l'*analogie négative*. L'*analogie neutre*, importante dans les sciences, indiquerait le cas dans lequel on ne sait pas encore s'il y a une analogie positive ou une analogie négative entre le modèle et le phénomène. Finalement, on parle de *disanalogy* en anglais pour un *manque* d'analogie – c'est-à-dire, un manque d'analogie positive dans le sens des ressemblances. Pour l'origine de la dénomination d'« analogie négative », voir Keynes, J. M., *A Treatise on Probability*, London : Macmillan, 1921.

[2] En effet, en anglais *proportion* est souvent utilisé pour ce qui en français est nommé un rapport entre deux choses.

[3] La phrase apparaît dans la *Première Réponse aux lettres que les jansénistes publient contre les jésuites*. Cf. Pascal (2010, p. 308, note).

L'utilisation du verbe « se moquer » fait penser au fragment Sel. 671, Laf. 513 (« la vraie morale se moque de la morale »), dans le contexte de la distinction entre géométrie et finesse. Dans ce passage des *Provinciales*, Pascal affirme alors que l'égarement produit par une règle « morte » n'est pas digne du nom de l'activité régie proprement par cette règle (dans Sel. 671, Laf. 513, il s'agit de l'éloquence, de la morale et de la philosophie). Ce passage pourrait aussi être rapproché du raisonnement du *pour au contre* (voir 5.4), puisque la critique de la moquerie donne lieu à une nouvelle moquerie, et ainsi par la suite.

La position de Pascal est claire : critiquer ce qui est critiquable, puisqu'il ne relevait plus du nom qu'il portait, n'est pas un problème – cela fait plutôt se rapprocher de l'activité digne de ce nom. En effet, dit Pascal, la moquerie de ces lettres ne constitue pas une offense aux choses saintes. Ce jugement est exprimé, finalement, par une comparaison, qu'on reconnaît être une analogie de disproportion : « en me moquant de votre morale, j'ai été aussi éloigné de me moquer des choses saintes, que la doctrine de vos casuistes est éloignée de la doctrine sainte de l'Évangile ». Il ne s'agit pas simplement de ne pas se moquer des choses saintes ; bien plus, Pascal déclare en être bien éloigné, mais il le fait par une comparaison qui met en lumière la distance entre la casuistique jésuite et la doctrine évangélique, en présentant cette distance comme non moindre que la première.

L'auteur des *Provinciales* poursuit :

> En vérité, mes Pères, *il y a bien de la différence* entre rire de la religion, et rire de ceux qui la profanent par leurs opinions extravagantes. Ce serait une impiété de manquer de respect pour les vérités que l'esprit de Dieu a révélées : mais ce serait une autre impiété de manquer de mépris pour les faussetés que l'esprit de l'homme leur oppose.
>
> (11^{e} *Provinciale*, Pascal 2010, p. 309 ; c'est nous qui soulignons)

L'expression « il y a bien de la différence » apparaît comme une comparaison négative entre deux choses de prime abord négatives (rire de la religion, rire de ceux qui la profanent). On peut la retrouver également dans l'*Esprit Géométrique* : « il y a bien de la différence entre n'être pas une chose et en être un néant » (OC III, p. 407)[1]. Cette expression serait-elle caractéristique de Pascal ou serait-elle commune au français du XVII^{e} siècle ? Il nous semble qu'en fait elle est un recours commun à

[1]La 11^{e} lettre Provinciale est datée du 18 août 1656, et elle a probablement circulé peu après cette date – cf. la note de G. Ferreyrolles, Pascal 2010, p. 307. Quant à l'*Esprit Géométrique*, on ne peut pas trancher pour une date entre 1654 et 1658. Une possible question d'influence devient ainsi impossible à déterminer. En fait, il s'agit d'une expression qui apparaît souvent chez Pascal : « Il y a bien de la différence entre tenter et induire en erreur » (Sel. 431, Laf. 850) ; « il y a bien de la différence entre les Jésuites et ceux qui les combattent » (17^{e} Provinciale, §7, Pascal 2010, p. 446) ; « Il y a bien de la différence entre les disciples et les vrais disciples » (Sel. 654, Laf. 807) ; dans le fragment intitulé « Antiquité des Juifs » : « Qu'il y a de différence d'un livre à un autre ! (...) Il y a bien de la différence entre un livre que fait un particulier, et qu'il jette dans le peuple, et un livre qui fait lui-même un peuple. On ne peut douter que le livre ne soit aussi ancien que le peuple » (Sel. 688, Laf. 436) ; dans les *Écrits sur la grâce*, Lettre : « si on demande pourquoi un adulte est

l'époque[1]. En revanche, il nous semble qu'elle apparaît chez Pascal dans le contexte plus ample de la comparaison de différences, et cela est de grande importance. Dans l'édition de 1694 du dictionnaire de l'Académie, par exemple, on voit que la « difference » peut être plus ou moins grande[2] : c'est là la voie qui sera empruntée par Pascal, à savoir le fait qu'on peut faire des comparaisons entre des différences, montrant que les unes sont plus grandes que les autres. Il faudra maintenant examiner deux textes dans lesquels Pascal évalue des erreurs théologiques, disant que les unes sont plus grandes que les autres.

Le premier appartient à la cinquième *Provinciale*. Comme on le sait, Pascal veut montrer dans les *Provinciales* que les Jésuites ont tort. Mais non pas seulement : il veut montrer *combien* ils ont tort. La mesure de l'erreur, si on peut le dire ainsi, sert à ce que les Jésuites se rendent compte de la dimension de leur égarement, et de la quantité d'effort qu'il faudrait faire pour y remédier. Pascal compare donc dans cette Provinciale des types d'erreurs. Dans un de ses dialogues avec un jésuite, l'auteur des *Provinciales* déclare : « en effet, je l'assurai que j'en connaissais qui sont aussi sévères que ceux qu'il me citait sont relâchés ». On lit dans la réponse du jésuite le même type de comparaison :

> Vous pensez beaucoup faire en leur faveur, de montrer qu'ils ont de leurs Pères *aussi conformes* aux maximes évangéliques *que les autres y sont contraires* ; et vous concluez de là que ces opinions larges n'appartiennent pas à toute la Société. Je le sais bien ; car si cela était, ils n'en souffriraient pas qui y fussent si contraires. Mais puisqu'ils en ont aussi qui sont dans une doctrine si licencieuse, concluez-en de même que l'esprit de la Société n'est pas celui de la sévérité chrétienne ; car, si cela était, ils n'en souffriraient pas qui y fussent si opposés.
>
> (Pascal 2010, p. 189 ; c'est nous qui soulignons)

Pascal critique la coexistence d'opinions « contraires » à l'intérieur même de la Compagnie de Jésus. La comparaison est faite ici entre deux « quantifications » qui

sauvé, on a droit de dire que c'est parce qu'il l'a voulu ; et aussi de dire que c'est parce que Dieu l'a voulu. Car si l'un ou l'autre ne l'eût pas voulu, cela n'eût pas été. Mais encore que ces deux causes aient concouru à cet effet, il y a pourtant bien de la différence entre leurs concours, la volonté de l'homme n'étant pas la cause de la volonté de Dieu, au lieu que la volonté de Dieu est la cause et la source et le principe de la volonté de l'homme, et qui opère en lui cette volonté » (OC III, p. 678). Pascal écrit par la suite que dans ce cas il y a une « entière différence ».

[1] « Il faut remarquer qu'il y a bien de la différence entre vouloir être trompé et vouloir donner son consentement à des opinions qui sont cause que nous nous trompons quelquefois » (Descartes, *Principes de la philosophie*, I, §70) ; « Qu'on ne s'imagine pas avoir peu avancé si on a seulement appris à douter. Savoir douter par esprit et par raison n'est pas si peu de chose qu'on le pense : car, il faut le dire ici, il y a bien de la différence entre douter et douter » (Malebranche, *Recherche de la vérité*, I, 20) ; « il y a bien de la différence entre ne point décider un point de doctrine, et laisser la liberté d'en tenir ce que l'on veut » (Arnauld, *Difficultés sur le livre des éclaircissements sur le sacrement de pénitence, etc. de M. l'évêque de Tournal*, *Œuvres*, t. 26, p. 101).

[2] « DIFFERENCE. s.f.v. Diversité, dissemblance, distinction. *Grande difference. difference notable, essentielle. legere difference* ».

sont pour ainsi dire des « inverses » : ce qui est comparé est la conformité aux maximes évangéliques, d'un côté, et le fait d'y être contraire, de l'autre. La comparaison se passe, pour ainsi dire, entre l'excellence d'une adéquation et la déviation d'une erreur. Il y a une « symétrie » entre le vrai et le faux dans une certaine mesure – mais il faut tenir compte de ce que cette comparaison apparaît dans ce contexte avec un but argumentatif : dans les *Pensées* nous verrons que le vrai et le faux ne sont pas symétriques (section 14.2.6)[1]. Il importe alors de discerner plusieurs manières de mettre en rapport ces différents modes « défectifs » : il y est question de comparaison par l'analogie de disproportion, et d'une « quantification » relative de l'erreur[2].

Passons à notre deuxième exemple qui concerne la comparaison de manques, et plus particulièrement d'erreurs, qui sont les unes plus grandes que les autres. Dans le *Cinquième Écrit des Curés de Paris, sur l'avantage que les hérétiques prennent contre l'Église, de la Morale des Casuistes et des Jésuites*, l'erreur des Jésuites est mise en rapport avec celle des Calvinistes. L'auteur, fort probablement Pascal[3], est sensible au fait que ce n'est pas parce qu'une opinion est contraire à celle de Genève qu'elle est correcte, de même que du fait que les Jésuites sont dans l'Église il ne s'ensuit pas que toutes leurs opinions sont orthodoxes. « Nous n'avons donc pour règles, ni d'être toujours contraires aux hérétiques, ni d'être toujours conformes aux Jésuites » (Pascal 2010, p. 547). L'auteur propose encore que la réforme de la Société est importante, y compris pour que les hérétiques « n'en soient plus éloignées [de l'Église] » (Pascal 2010, p. 551). Il y a donc une certaine *mesure de l'erreur* : on peut être plus ou moins éloigné de l'Église.

> *Mais encore qu'ils soient tous égarés, il est vrai néanmoins que les uns le sont plus que les autres* ; et c'est ce que nous voulons faire entendre exactement, afin de les représenter tous dans *le juste degré de corruption qui leur est propre*, et leur faire porter à chacun la *mesure de la confusion qu'ils méritent.* (Pascal 2010, p. 551 ; c'est nous qui soulignons)

L'erreur des hérétiques, finalement, est considérée par l'auteur du *Cinquième Écrit* comme bien plus grave que celle des Jésuites. Un membre du corps mystique de l'Église, même malade, est mieux qu'un membre retranché de ce corps. Cette

[1] Pour la question de l'importance du contexte pour le sens selon Pascal, voir l'annexe C.

[2] Un autre exemple de la mesure de l'erreur apparaît dans la cinquième Provinciale à propos de la « doctrine [des Jésuites] touchant la grâce », l'auteur des *Provinciales* écrivant qu'« il est *aussi peu raisonnable* de prétendre que l'on a toujours un plein pouvoir, *qu'il le serait de nier que ces vertus*, destituées d'amour de Dieu, lesquelles ces bons Pères confondent avec les vertus chrétiennes, *ne sont pas en notre puissance* » (Pascal 2010, pp. 193-194 ; c'est nous qui soulignons). On peut croire qu'une position n'est simplement pas raisonnable, mais il y a plusieurs manières de ne pas l'être. « Ce n'est pas que le mauvais modèle soit unique, car il y en a une infinité » (Sel. 486, Laf. 585) ; « Le peuple a les opinions très saines. Par exemple : (...) D'avoir distingué les hommes par le dehors, comme par la noblesse ou le bien. Le monde triomphe encore à montrer combien cela est déraisonnable. Mais cela est très raisonnable. Cannibales se rient d'un enfant roi » (Sel. 134, Laf. 101).

[3] Cf. note de G. Ferreyrolles, Pascal (2010, p. 542).

distinction constitue une rupture même : il y a une « distance infinie » entre ces deux groupes, encore qu'aucun des deux ne soit dans l'orthodoxie[1]. L'idée que le crime de schisme est plus grave que les autres est déjà présente chez les Pères de l'Église, comme l'auteur du *Cinquième Écrit* lui-même l'indique. Néanmoins, nous voudrions souligner ici que le vocabulaire de « distance infinie » pour qualifier les différences de type d'erreur, ainsi que la « quantification » de l'égarement et de l'éloignement, sont symptomatiques du langage pascalien. Remarquons encore que le *Cinquième Écrit* a été signé le 11 juin 1658, et il a probablement été publié le 20 juin de la même année (Pascal 2010, p. 542, note). Or c'est la période de la première lettre circulaire du concours sur la cycloïde lancée par Pascal. Lorsque nous analyserons les *Lettres de A. Dettonville*, nous prendrons en compte justement la « quantification » des petites portions et des différences[2].

Néanmoins les Jésuites, dit l'auteur du *Cinquième Écrit*, ont gardé au moins une chose de bien, qui est l'unité de l'Église.

> Il est donc indubitable que les Calvinistes sont tout autrement coupables que les Jésuites ; qu'ils sont d'un ordre tout différent, et qu'on ne peut les comparer, sans y trouver une disproportion extrême. Car on ne saurait nier qu'il n'y ait au moins un bien dans les Jésuites, puisqu'ils ont gardé l'unité ; au lieu qu'il est certain, selon tous les Pères, qu'il n'y a aucun bien dans les hérétiques, quelque vertu qui y paraisse, puisqu'ils ont rompu l'unité. (Pascal 2010, p. 554)

Si on veut comparer les Jésuites et les Calvinistes, on trouvera une « disproportion extrême » : c'est-à-dire que l'erreur des Calvinistes est plus grande que celle des Jésuites. On retrouve ici une comparaison entre des erreurs de type asymétrique, une erreur étant plus grande que l'autre. Mais non uniquement : les Calvinistes eux-mêmes, et non seulement leurs opinions sont d'*un ordre tout différent* que les Jésuites[3].

Pascal cherche alors à indiquer non seulement *où* il est question d'erreurs de théologie, mais aussi *quel est le degré d'écart* de ces erreurs en regard de l'orthodoxie,

[1] « Nous ne voulons donc pas que ceux que Dieu nous a commis s'emportent tellement dans la vue des excès des Jésuites, qu'ils oublient qu'ils sont leurs frères, qu'ils sont dans l'unité de l'Église, qu'ils sont membres de notre corps, et qu'ainsi nous avons intérêt à les conserver ; au lieu que les hérétiques sont des membres retranchés qui composent un corps ennemi du nôtre ; ce qui met une distance infinie entre eux, parce que le schisme est un si grand mal, que non seulement il est le plus grand des maux, mais qu'il ne peut y avoir aucun bien où il se trouve, selon tous les Pères de l'Église » (Pascal 2010, p. 551).

[2] On lit encore dans le *Cinquième écrit* : « on voit, par toutes ces raisons, combien on doit avoir d'éloignement pour les Calvinistes » (Pascal 2010, p. 554). D'autre part, il faut faire attention aux opinions des Casuistes, « car encore que ce soit un mal bien moindre que le schisme, il est néanmoins plus dangereux » (Pascal 2010, p. 554) – cela parce que cette position est plus conforme aux inclinations de l'homme, qui doit s'en garder.

[3] Qu'on pense ici au fragment des trois ordres, qui place des *personnes* dans chacun des ordres – voir 5.3.

ce qu'il présente par des comparaisons[1]. Il propose ainsi de prendre une voie qui est intermédiaire entre deux autres, ce qui se trouve aussi dans les *Écrits sur la Grâce*[2] et dans l'*Entretien avec M. de Sacy* (voir 14.2.3). Une autre question en rapport avec le classement des erreurs théologiques sera celle de la « quantification » dans la méthode des indivisibles de Pascal, dans laquelle des « petites portions » et des différences sont mises en comparaison (voir 8 et 12, en particulier 12.3). Nous pourrons ainsi dire que Pascal approfondit la comparaison des erreurs et des différences, aussi bien dans ses mathématiques que dans sa pensée religieuse : après la Chute, l'homme est dans une condition de péché qui est déviation et faute ; néanmoins, on peut dire que certaines erreurs sont plus graves que d'autres et en faire des comparaisons (*Provinciales*), ainsi que comparer la disproportion entre Dieu et l'homme à d'autres disproportions (plutôt les *Pensées*), comme nous le verrons par la suite.

2.3 L'équivalence des disproportions

Il ne s'agit pas simplement de dire que la disproportion existe pour Pascal, mais que toutes les disproportions ne sont pas équivalentes. Dans l'*Esprit Géométrique*, il écrit à ceux qui ont de la peine à concevoir une infinité d'indivisibles dans l'espace, qu'on « parcourt en si peu de temps » :

> Et pour les soulager dans les peines qu'ils auraient en de certaines rencontres, comme à concevoir qu'un espace ait une infinité de divisibles[3],

[1] Dans le *Sixième Écrit des Curés de Paris ...*, dont Pascal est aussi probablement l'auteur, il est dit que dans quelques passages les Jésuites comparent ses souffrances à la souffrance du Christ, et que les Jésuites n'en doivent donc pas avoir honte. Cela donne lieu à une critique : « Voilà comme cette superbe Compagnie tire sa vanité de sa confusion et de sa honte. Mais il faut réprimer cette audace tout à fait impie, d'oser mettre en parallèle son obstination criminelle à défendre ses erreurs, avec la sainte et divine constance de Jésus-Christ et des martyrs à souffrir pour la vérité. Car quelle proportion y-a-t-il entre deux choses si éloignées ? » (Pascal 2010, p. 567). Une différence de disproportions est montrée ici ; aurait-on le cas d'une comparaison d'équivalence de disproportions pour ce qui est des erreurs en théologie ?

Dans le *Factum pour les Curés de Paris ...*, dont Pascal est aussi probablement l'auteur, on lit que les Jésuites prétendent « que les Bulles des Papes contre les cinq propositions sont une approbation générale de la doctrine des casuistes » ; à quoi Pascal répond : « Ce qui est la chose du monde la plus injurieuse à ces Bulles, et la plus impertinente en elle-même, puisqu'il n'y a aucun rapport d'une de ces matières à l'autre. Tout ce qu'il y a du commun entre ces cinq propositions et celles des casuistes, est qu'elles sont toutes hérétiques. Car, *comme il y a des hérésies dans la foi, il y a aussi des hérésies dans les mœurs*, selon les Pères et les Conciles, et qui sont d'autant plus dangereuses, qu'elles sont conformes aux passions de la nature, et à ce malheureux fond de concupiscence dont les plus saints ne sont pas exempts » (Pascal 2010, p. 529 ; c'est nous qui soulignons). On retrouve ici la forme de l'analogie de disproportion : une hérésie étant une rupture, on peut faire une comparaison entre des hérésies dans la foi et des hérésies dans les mœurs.

[2] Par exemple dans OC III, p. 570 sq.

[3] Le copiste du manuscrit de Saint-Beuve (qui reproduirait le manuscrit de l'abbé Périer selon Mesnard, OC III, p. 361), avait d'abord écrit « d'indivisibles », pour ensuite barrer le début et écrire « de », formant « de divisibles » (page 61*r* du manuscrit). Nous croyons que pour préserver le

> vu qu'on les parcourt en si peu de temps, pendant lequel on aurait parcouru cette infinité de divisibles[1], il faut les avertir qu'ils ne doivent pas comparer des choses aussi disproportionnées qu'est l'infinité des [*sic*] divisibles avec le peu de temps où ils sont parcourus ; mais qu'ils comparentl'espace entier avec le temps entier, et les infinis divisibles[2] de l'espace avec les infinis instants de ce temps : et ainsi ils trouveront que l'on parcourt une infinité de divisibles[3] en une infinité d'instantes, et un petit espace en un petit temps ; en quoi ils ne trouvent plus la disproportion qui les avait étonnés. (OC III, p. 406)

La « disproportion qui les avait étonnés », dit Pascal, n'est fruit que d'une mauvaise compréhension de la nature des indivisibles et de leurs rapports. C'est également ainsi qu'on « voit combien il y a peu de raison de comparer le rapport qui est entre l'unité et les nombres à celui qui est entre les indivisibles et l'étendue » (OC III, p. 409).

Pour faire une comparaison juste ici, Pascal, qui défend la liberté des définitions dans l'*Esprit Géométrique*, propose de modifier une définition d'Euclide. Pour ce dernier, l'unité n'était pas un « nombre », car le nombre était défini comme une « multitude composée d'unités »[4]. Cependant, dit Pascal, l'unité est homogène aux nombres – en étant multipliée, elle peut les surpasser. Rien n'empêche alors de définir l'unité comme étant aussi un nombre, et faire correspondre dans la comparaison l'indivisible à un autre élément arithmétique : le zéro. « Si l'on veut prendre dans les nombres une comparaison qui représente avec justesse ce que nous considérons dans l'étendue, il faut que ce soit le rapport du zéro aux nombres » (OC II, pp. 409-410). Le zéro est en effet hétérogène aux nombres, ce qui est équivalent à l'hétérogénéité entre l'indivisible et l'étendue (voir le chapitre 7).

Pascal s'autorise donc à faire des « comparaisons » entre des « rapports » qui sont interdits par le critère d'Euclide qu'il venait de rappeler (à savoir, qu'un rapport ne peut exister qu'entre deux grandeurs homogènes), mais qui sont néanmoins des rapports dans le sens élargi d'une relation d'hétérogénéité[5]. Voilà l'ouverture opérée vers une analogie de disproportion. Quant au statut de cette réflexion, on pourrait la prétendre simplement « rhétorique », mais nous montrerons néanmoins qu'elle a des implications philosophiques importantes.

Des disproportions peuvent être plus ou moins grandes les unes que les autres ; elles peuvent être également comparées de manière « quantitative ». Dans Sel. 757, Laf. 930, Pascal demande la raison pour laquelle Dieu a établi la prière. Aux raisons que par la prière on reconnaîtrait que Dieu a communiqué à ses créatures la dignité

---

sens de la phrase il faut comprendre ici « infinité d'indivisibles ».

[1] Même cas que la note précédente.

[2] Ici le copiste de du manuscrit de Saint-Beuve *ajoute* le préfixe *in-* en surcharge.

[3] Encore « d'indivisibles » rayé.

[4] Livre VII, déf. 2. Trad. B. Vitrac, in Euclide (1994-2001).

[5] Sur la notion d'homogénéité et l'« Axiome d'Archimède », voir le chapitre 7.

de la causalité, que par elle on verrait de qui on tient la vertu, et que la prière fait mériter les autres vertus par le travail, on pourrait objecter : « mais on croira qu'on tient la prière de soi ». À cela, Pascal répond : « Cela est absurde. Car puisqu'ayant la foi on ne peut pas avoir les vertus, comment aurait-on la foi ? Y a-t-il pas plus de distance de l'infidélité à la foi que de la foi à la vertu ? ». Ce type de comparaison se rapproche au raisonnement *a fortiori* (voir 5.2), et est important pour le rapport ténèbres-lumière dans la Révélation.

Sel. 690, Laf. (438 - 450) est un fragment important, guidé par une structure binaire, aussi bien pour la caractérisation de la religion chrétienne que pour celle des erreurs associées à elle. En effet, « la religion chrétienne consiste en deux points » (Sel. 690, Laf. 449) :

> Elle enseigne donc ensemble aux hommes ces deux vérités, et qu'il y a un Dieu dont les hommes sont capables, et qu'il y a une corruption dans la nature qui les en rend indignes. Il importe également aux hommes de connaître l'un et l'autre de ces points, et il est également dangereux à l'homme de connaître Dieu sans connaître sa misère, et de connaître sa misère sans connaître le Rédempteur qui l'en peut guérir. Une seule de ces connaissances fait, ou la superbe des philosophes qui ont connu Dieu et non leur misère, ou le désespoir des athées qui connaissent leur misère sans Rédempteur. (Sel. 690, Laf. 449)

Le parallélisme dans ce cas est clair : il est « également dangereux » de ne prendre qu'une de ces vérités ou de ne prendre que l'autre. Pour ce qui est de ceux qui ignorent l'essence du christianisme, Pascal écrit :

> Ils s'imaginent qu'elle [la religion chrétienne] consiste simplement en l'adoration d'un Dieu considéré comme grand, puissant et éternel, ce qui est proprement le déisme, presque aussi éloigné de la religion chrétienne que l'athéisme, qui y est tout à fait contraire. (Sel. 690, Laf. 449)

Les deux erreurs par rapport au christianisme ne sont pas symétriques, mais à vrai dire l'une est « presque » aussi éloignée de la religion chrétienne que l'autre. Cette « quantification » de la distance montre bien qu'il y a une précision dans les comparaisons de Pascal : si une chose peut être « *presque* aussi éloignée » d'une deuxième qu'une troisième, elle peut aussi être « *aussi éloignée* » d'une deuxième qu'une troisième[1].

Sel. 690, Laf. (438 - 450) ne se réduit cependant pas à ce parallélisme, car la religion chrétienne est centrée sur le « mystère du Rédempteur, qui unissant en lui les deux natures, humaine et divine, a retiré les hommes de la corruption et du péché pour les réconcilier à Dieu en sa personne divine » (Sel. 690, Laf. 449). Cette « réconciliation » fera l'objet de la troisième partie du présent travail (voir III).

[1]Pascal écrit encore que l'athéisme et le déisme « sont deux choses que la religion chrétienne abhorre presque également » (Sel. 690, Laf. 449).

Pascal, nous l'avons annoncé, identifie non seulement des inégalités entre des disproportions, mais aussi des « équivalences » de disproportions. C'est-à-dire que, en accord avec notre formulation de l'analogie de disproportion, deux choses sont aussi éloignées l'une de l'autre que deux autres (au contraire du cas dans lequel une des distances est plus grande que l'autre).

Considérons comme exemple la polémique de Pascal avec le P. Noël sur l'existence du vide. Le P. Noël prétend que l'espace qui reste dans le tube de verre des expériences sur la pression de l'air est un corps, ce qui est nié par Pascal. Pour celui-ci, les accidents de *haut, bas, droite et gauche* appartiennent à l'espace, et ne conviennent pas au corps en tant que celui-ci est espace. Pour les auteurs évoqués par Noël, le corps est *ce qui est composé de matière et de forme*. Quant à l'*espace vide*, dit Pascal, il est un espace « ayant longueur, largeur et profondeur, immobile et capable de recevoir un corps de pareille longueur et figure ». C'est-à-dire que ces accidents qui sont les dimensions d'un espace définissent quel corps peut y être placé, mais ne confondent pas l'espace et le corps. C'est ainsi que Pascal écrit au P. Noël :

> De sorte que la différence essentielle qui se trouve entre l'espace vide et le corps qui a longueur, largeur et profondeur, est que l'un est immobile et l'autre mobile ; et que l'un peut recevoir au-dedans de soi un corps qui pénètre ses dimensions, au lieu que l'autre ne le peut ; car la maxime que la pénétration de dimensions est impossible s'entend seulement des dimensions de deux corps matériels ; autrement elle ne serait pas universellement reçue. D'où l'on peut voir qu'il y a autant de différence entre le néant et l'espace vide que de l'espace vide au corps matériel, et qu'ainsi l'espace vide tient le milieu entre la matière et le néant. (OC II, p. 526)

L'espace vide ne saurait pas être le néant pour Pascal. Pour lui, l'espace vide est tel relativement aux espèces sensibles qu'on connaît, et il préserve ses dimensions, n'étant pas le néant. Il y a, ainsi, *autant de différence entre le néant et l'espace vide que de l'espace vide au corps matériel* : on peut comparer la différence de l'espace vide à un corps matériel à celle du néant à l'espace vide, dans ce qui caractérise une analogie de disproportion (il y a *autant* de différence entre ... et ... *que* entre ... et ...). Si l'espace vide partage avec le néant le fait de ne pas avoir de matière (au moins dans ce qui est sensible à l'homme), il a en commun avec le corps matériel le fait de posséder des dimensions, n'étant pas absolument indéterminé comme le néant. Cette comparaison place alors l'espace vide au *milieu*[1] du néant et du corps matériel : on voit comment l'analogie de disproportion peut, en dépit des différences qu'elle explicite, faire apparaître la catégorie d'être au milieu[2].

[1] Nous reprendrons la notion de *milieu* dans 14.3.2.

[2] Dans la Lettre à Le Pailleur, Pascal reprend le sujet, en écrivant qu'il a donné au P. Noël cette définition, « où il peut voir que la chose que nous concevons et que nous exprimons par le mot d'*espace vide* tient le milieu entre la matière et le néant, sans participer ni à l'un ni à l'autre ; qu'il diffère du néant par ses dimensions, et que son irrésistance et son immobilité le distinguent de la

Nous avons vu que Pascal procède aussi bien par des comparaisons d'inégalité de disproportions (et de différences plus généralement) que par la comparaison de leurs équivalences. Mais que dire du passage du fragment *Infini rien* (Sel. 680, Laf. 418) que nous avions évoqué ? Que faut-il comprendre quand on lit qu'« il n'y a pas si grande disproportion entre notre justice et celle de Dieu qu'entre l'unité et l'infini » ?

Pour traiter cette question, la forme d'analogie de disproportion ici présentée devra être encore enrichie, en tenant compte de deux aspects fondamentaux : la disproportion dans le cas des comparaisons à l'infini, et la question du rapport entre les ressemblances et les dissemblances[1]. Pour cela, il faudra d'une part s'attarder sur les textes de Pascal qui font apparaître la complexité de la question, notamment les enjeux sur l'infini et sa comparabilité au fini (ce qui se fera au long de tout ce travail). D'autre part, il faudra discuter plus en détail les caractéristiques de l'analogie elle-même, puisque nous proposons la forme de l'analogie de disproportion qui, quoiqu'étant un renversement de l'analogie classique, ne laisse pas d'être une analogie (ce qui se fera dans les sections suivantes). C'est par le moyen de cette dernière discussion que nous proposerons un approfondissement de la question philosophique de l'analogie de disproportion aux chapitres 5, 6 et 7.

matière : tellement qu'il se maintient entre ces deux extrêmes, sans se confondre avec aucun des deux » (OC II, p. 563-564).

[1]Quant au fragment Sel. 680, Laf. 418, nous l'analysons dans 11.3.3.

Chapitre 3

Comparaison, analogie et métaphore

> À quoi comparerons-nous le royaume de Dieu, & par quelle parabole le représenterons-nous ?
>
> Mc 4, 30

Pourquoi parlons-nous d'« analogie » chez Pascal plutôt que de métaphore ? Pourquoi choisissons-nous le terme de "comparaison" pour désigner la généralité des procédures langagières étudiées dans ce travail ? Quelles sont les relations précises entre comparaison, métaphore et analogie ? Dans ce qui suit, nous soulevons quelques-unes des questions classiques à ce sujet, sans prétendre clore le débat mais simplement pour contextualiser les formes de comparaison que nous proposons.

Qu'est-ce qu'une comparaison ? Le mot au XVII^{e} siècle peut être compris comme l'« action de rapprocher deux ou plusieurs choses pour déterminer leurs points de ressemblance et de dissemblance »[1], ou comme la « conference, rapport de deux choses mises l'une devant l'autre, pour voir en quoy elles conviennent ou different » (Furetière). La comparaison part alors de la « conférence »[2] : mettre une chose face à une autre[3]. C'est à partir de ce mettre « face à face » qu'on peut déterminer les aspects de ressemblance et de dissemblance qui seront présents.

Dans les mathématiques, la « comparaison » peut être comprise en plusieurs sens :

[1] Godefroy, F. *Dictionnaire de l'ancienne langue française et de tous ses dialectes du IX^{e} au XV^{e} siècle*. Paris : Vieweg, 1881.

[2] M. Fumaroli place « L'Art de conférer » de Montaigne (*Essais*, III, 8) et « L'Art de persuader » de Pascal dans un même contexte rhétorique. Il note (dans Pascal 2001, p. 12) que, dans le français, « conférence » se rapporte à la fois à « conversation » et à « comparaison ».

[3] « Mais qu'est-ce qu'une comparaison ? Comparer peut être tenir ensemble deux choses pour les laisser opérer ensemble ; ce peut être aussi apprécier leur ressemblance ; ou, encore, saisir certains aspects de l'une à travers la présence conjointe de l'autre (...) » (Ricoeur 2007 [1975], p. 107). La notion de comparaison comme conférence se rapporte, nous l'avons vue, à tenir deux choses ensemble. Quant à la ressemblance, elle sera traitée dans la section 6.

les rapports (entre des nombres ou entre des grandeurs), les proportions, les équations, les égalités, peuvent tous être considérés comme des formes de comparaison[1].

Néanmoins tous les rapports ne peuvent pas être connus. Il s'agit de questions déjà traitées dans les mathématiques grecques anciennes : notamment celle de l'incommensurabilité et celle de l'impossibilité de la quadrature du cercle[2].

La « comparaison » de courbes et d'aires apparaît également dans la méthode des indivisibles d'Amos Dettonville[3]. Si l'aire de la cycloïde était une question depuis le début du concours lancé par Pascal en 1658, un autre résultat qui met en rapport le cercle et le droit est apparu au milieu du concours : la *rectification* de la cycloïde, c'est-à-dire la détermination de sa longueur, par l'architecte anglais C. Wren. Dans l'*Histoire de la roulette*, Pascal écrit :

> Mais entre tous les écrits qu'on a reçus de cette sorte, il n'y a rien de plus beau que ce qui a été envoyé par M. Wren. Car outre la belle manière qu'il donne de mesurer le plan de la roulette, *il a donné la comparaison de la ligne courbe même et de ses parties avec la ligne droite*. Sa proposition est que la ligne de la roulette est quadruple de son axe, dont il a envoyé l'énonciation sans démonstration. Et comme il a été le premier qui l'a produite, c'est sans doute à lui que l'honneur de la première invention en appartient[4]. (OC IV, p. 221 ; c'est nous qui soulignons)

On lit dans ce passage le mot « comparaison », dans le français, et *comparatio*, dans le latin, pour faire référence au rapport entre la longueur de la roulette et le diamètre du cercle générateur, découvert par Wren : celle-là est quatre fois celui-ci[5]. Pour le moment, soulignons le fait que la rectification est une des formes possibles de *comparaison* entre le courbe et le droit, question que nous traiterons dans 10, notamment pour la rectification de la cycloïde (voir 10.4).

Mais quelles sont les *limites* de ce qui peut être comparé ?

Dans les *Écrits sur la grâce*, on trouve l'image d'un homme tiré par deux amis de chacun de ses côtés, proposée comme une comparaison pour l'état de l'homme entre

[1] En témoignent les définitions d'Ozanam, dans son *Dictionnaire mathématique ou idée générale des mathématiques*, 1691, dont voici quelques exemples : « *La raison en nombres* est la comparaison qu'on fait de deux nombres par rapport à leur quantité » (p. 41). « *L'équation* est la comparaison que l'on fait de deux grandeurs inégales, appelées *Membres de l'équation*, pour les rendre égales » (p. 67). « *L'égalité* est la comparaison de deux grandeurs égales en effet & en lettres : comme $ab \propto ab$. De l'Équation on vient à l'Égalité en changeant une lettre inconnuë en une autre qui rend égaux les deux membres de l'Équation » (p. 67).

[2] Plus près temporellement de Pascal, Maurolico (1554) écrit : *Ignota esse arcus ad chordam, periferiae ad circulum, circuli ad rectilineum, cylindricae conicaeve scalenae superficiei ad basim, sphaeralis triangulae superficiei ad totam sphaericam, et multorum ad multa proportio. Unde non dubito huiusmodi rationes in numero incognitarum ponendas esses.*

[3] Rappelons le fait que Pascal publie ses écrits sur la cycloïde sous le nom d'Amos Dettonville.

[4] Dans la version en latin du texte, on lit *comparationem* (OC IV, p. 230).

[5] Rappelons que « roulette » est un des noms utilisés par Pascal pour la cycloïde.

la grâce et la cupidité (voir D). Pascal constate néanmoins que « cette comparaison explique à peu près son état, mais non pas parfaitement, parce qu'il est impossible de trouver dans la nature aucun exemple, ni aucune comparaison qui convienne parfaitement aux actions de la volonté » (OC III, p. 706). C'est-à-dire qu'il y a une impossibilité inhérente de comparaison pour ce cas : on retrouve la question essentielle sur la possibilité d'un langage théologique propre pour prédiquer le divin.

Dans un fragment dans lequel on comprend que Jésus Christ parle à l'homme, Pascal écrit :

> Ne te compare point aux autres, mais à moi. ~~Ils ne sont pas~~ Si tu ne m'y trouves pas dans ceux où tu te compares tu te compares à un abominable.
>
> Si tu m'y trouves, compare-t-y ; mais qu'y compareras-tu ? Sera-ce toi ou moi dans toi ? Si c'est toi c'est un abominable, si c'est moi tu compares moi à moi. Or je suis Dieu en tout. (Sel. 756, Laf. 929)

Le fragment montre la difficulté de savoir à qui l'homme doit se comparer – et comment est-ce qu'il peut se comparer au Christ. L'absence de comparabilité entre l'homme et Dieu est aussi une absence de *rapport* entre les deux : « Je vois mon abîme d'orgueil, de curiosité, de concupiscence. Il n'y a nul rapport de moi à Dieu, ni à Jésus-Christ juste » (Sel. 751, Laf. 919). Ces lignes de Pascal pourraient amener le lecteur au désespoir. Mais, comme toujours, Pascal présente un autre côté de la balance, et écrit dans le même fragment les paroles suivantes, qu'il prêt au Christ : « Console-toi. Tu ne me chercherais pas si tu ne m'avais trouvé » (Sel. 751, Laf. 919)[1]. En effet, disproportion, ennui et misère de l'homme seront, chez Pascal, « contrepesés » par la grandeur de l'homme et par la possibilité du salut – certes impossible sans passer par le Christ.

Pascal cherche ici un équilibre, de même qu'en matière de comparabilité :

> Il est nécessaire qu'il y ait de l'inégalité parmi les hommes. Cela est vrai, mais cela étant accordé, voilà la porte ouverte non seulement à la plus haute domination mais à la plus haute tyrannie.
>
> Il est nécessaire de relâcher un peu l'esprit, mais cela ouvre la porte aux plus grands débordements. Qu'on en marque les limites. Il n'y a point de bornes dans les choses. Les lois y en veulent mettre et l'esprit ne peut le souffrir. (Sel. 458, Laf. 540)

Il n'y a point de bornes dans les choses. La question de Pascal est celle de la référence : où et comment la trouver ? Par rapport à cette question, il faut considérer le langage de Pascal : qu'est-ce qu'on peut comparer ? Quelles limites peut-on définir ? Dans le cas de différences d'ordre, quel langage peut parler sur les (manque de) relations entre les ordres ? Pour cela, il faudra venir à la notion de *figure* (voir 4).

[1] Il s'agit d'un fragment qui vient à la suite du célèbre *Le mystère de Jésus*.

Nous devons maintenant passer à l'étude la forme de l'analogie. L'analogie, dans le grec, étant une proportion qui est *ana lógos*, il faut d'abord s'interroger sur la relation entre rapport et proportion. Dans les *Éléments* d'Euclide, *lógos* signifiait une raison (un rapport) entre deux grandeurs (ou entre deux nombres), tandis que quatre grandeurs (ou quatre nombres) pouvaient être *análogon*, c'est-à-dire, proportionnelles. Dans le latin des médiévaux, *proportio* était le nom d'une raison, tandis que *proportionalitas* désignait une proportion entre quatre termes. À la Renaissance, *ratio* était le mot pour raison, et *proportio* celui pour proportion entre quatre termes (Rommevaux 2012, p. 17). Le terme *proportio* peut alors, en dépendant de l'époque et de l'auteur, signifier rapport ou proportion, et il faut faire attention à cette ambiguïté, d'extrême importance quand on considère, par exemple, que *finiti ad infinitum nulla est proportio*, comme le disaient les latins médiévaux[1].

Mais si le « rapport » est un type de comparaison entre deux termes, et une « proportion » est un type de comparaison entre deux « rapports » (et en conséquence entre quatre termes), lequel devrait être compris comme antérieur ? À première vue, on pourrait croire que la relation entre deux termes est évidemment antérieure à celle entre quatre termes, dans laquelle deux relations sont comparées. Cependant, il y a des auteurs qui proposent que « Le rapport est toujours analogie, l'unité étant le quatrième terme » (Weil 2002, p. 66), de sorte que tout rapport contiendrait en soi une proportion[2]. Le rapport de 40 à 4, par exemple, est 10 ; cela peut être écrit comme une proportion entre quatre termes si on considère l'unité :

$$\frac{40}{4} = \frac{10}{1}$$

Tout rapport pourrait ainsi être considéré comme un type de proportion, conception importante pour nous puisque l'analogie de disproportion est une comparaison entre quatre termes.

Cette question s'insère dans celle, plus générale, de la relation entre comparaison, analogie et métaphore – il s'agit d'une question complexe, qui a été traitée par la rhétorique, la linguistique et la philosophie. Selon P. Ricoeur, dans la *Rhétorique* d'Aristote il y a *subordination de la comparaison à la métaphore*, et non pas l'inverse, comme plusieurs auteurs postérieurs à Aristote l'ont voulu[3] :

> aux yeux d'Aristote l'absence du terme de comparaison dans la métaphore n'implique pas que la métaphore soit une comparaison abrégée, comme on dira à partir de Quintilien, mais au contraire que la comparaison est une

[1] En anglais, on trouve généralement le terme *proportion* pour désigner un rapport, et *proportionality* pour désigner une relation de quatre termes, à la différence du français, langue dans laquelle « proportion » désigne une relation entre quatre termes.

[2] Certes cette conception serait à retracer pour ce qui est de son origine historique. Soulignons simplement la définition de multiplication par Descartes par la proportionalité (voir 7.2).

[3] Ricoeur, suivant McCall, *Ancient Rhetorical Theories of Simile and Comparison*, Cambridge, Harvard University Press, 1969, fait référence aux passages suivants de la *Rhétorique* : III, 4, 1046a20 ; III, 4, 1406b25 ; III, 4, 1107a14 ; III, 10, 1410b17 ; III, 11, 1412b34 ; III, 11, 1413a15.

> métaphore développée. La comparaison dit « ceci est *comme* cela » ; la métaphore dit « ceci est cela ». Ce n'est donc pas seulement la métaphore proportionnelle, mais toute métaphore, qui est une comparaison implicite dans la mesure où la comparaison est une métaphore développée.
> (Ricoeur 2007 [1975], p. 37)

Il y aura dépendance de la comparaison à la métaphore ou de la métaphore à la comparaison selon l'auteur ou la théorie du langage considérés[1]. D'ailleurs, se guider simplement par des facteurs linguistiques tels que l'existence d'un comparatif (tel que *comme*) n'apporte pas une réponse définitive, car on peut considérer la différence entre comparaison et métaphore selon une structure profonde, et non pas selon la structure de surface du langage.

Cet aspect est souligné par M. Le Guern : « En principe, la comparaison se distingue nettement de l'exemple du point de vue de la structure : elle est reliée au contexte par un mot comparatif. Il existe pourtant des cas où la distinction ne vaut pas » (Le Guern 1969, p. 197). Le Guern parle de comparaison elliptique ou implicite, par exemple dans Sel. 291, Laf. 260[2]. Comme dans ce fragment il y a deux idées dont l'une éclaire l'autre (*portrait* et *figure*), il faudrait parler de comparaison, quoiqu'il n'y ait pas de terme comparatif. En revanche, comme on n'arrive pas à une « substitution » d'un terme par un autre, il ne faudrait pas parler de métaphore[3].

> Cette structure montre combien la définition habituelle de la comparaison est imparfaite. Les marques grammaticales ne suffisent pas à distinguer exemple, comparaison et métaphore. En réalité, il existe une continuité entre ces trois termes de l'image : dans les trois cas, on a le rapprochement de deux réalités ; si elles sont seulement juxtaposées, l'image sera un exemple ; si le rapprochement est resserré par la subordination, on aura une comparaison, mais il n'est pas nécessaire que cette subordination de pensée soit traduite par une subordination grammaticale (...) Si le rapprochement est poussé jusqu'à l'identification, on aura une métaphore (...) (Le Guern 1969, p. 197)

Le Guern identifie alors un continu entre ces trois formes. Nous reviendrons à son étude dans la section 3.4 ; pour le moment, il suffit de voir qu'en fait les marques

[1] Pour Ricoeur (2007 [1975], p. 222), « après Aristote, le rapport que celui-ci avait aperçu entre métaphore et comparaison est renversé ; la comparaison n'est plus une sorte de métaphore, mais la métaphore une sorte de comparaison, à savoir une comparaison abrégée ; seule l'élision du terme de comparaison distingue la métaphore de la comparaison ; or celle-ci porte au discours la ressemblance elle-même, montrant ainsi du doigt la raison de la métaphore ».

[2] « Un portrait porte absence et présence, plaisir et déplaisir. La réalité exclut absence et déplaisir. / Figures. / Pour savoir si la loi et les sacrifices sont réalité ou figure il faut voir si les prophètes en parlant de ces choses y arrêtaient leur vue et leur pensée, en sorte qu'ils n'y vissent que cette ancienne alliance, ou s'ils y voient quelque autre chose dont elle fût la peinture. Car dans un portrait on voit la chose figurée. Il ne faut pour cela qu'examiner ce qu'ils en disent ».

[3] Quant à l'analogie, Le Guern ne la mentionne que par rapport au « raisonnement par analogie », relié à la comparaison.

grammaticales ne suffisent pas toujours pour distinguer comparaison et métaphore. Nous n'approfondirons la classification des figures : la question est immense, et il ne faut pas oublier que Pascal n'écrit jamais « analogie » et qui « métaphore » est un vocable rare pour lui[1].

Considérons encore la conception classique de Fontanier (1977) dans *Les figures du discours*[2]. Pour cet auteur, la métaphore est un trope fondé sur la « ressemblance », tandis que la comparaison est une figure de style « par rapprochement ». La première est rapportée à l'analogie, mais seulement en tant que ce terme s'approche de la « conformité ».

> La comparaison *consiste à rapprocher un objet d'un objet étranger, ou de lui-même, pour en éclaircir, en renforcer, ou en relever l'idée par les rapports de convenance ou de disconvenance : ou, si l'on veut, de ressemblance ou de différence.* Si les rapports sont de convenance, la *Comparaison* s'appelle *Similitude* ; elle s'appelle *Dissimilitude*, s'ils sont de disconvenance. Mais, comme c'est bien plus souvent pour la convenance que pour la disconvenance que l'on *compare*, il en est résulté que le nom de *Comparaison* a été presque toujours confondu avec celui de *Similitude*. Nous ferons bien plus ici : nous comprendrons la *Dissimilitude* même sous le nom de *Comparaison*, que nous prendrons, par conséquent, dans sa plus grande généralité. (Fontanier 1977, p. 377)

Fontanier indique qu'il y a une équivocité dans la « comparaison » : on peut la comprendre soit comme la *similitude* entre deux choses, soit, plus généralement, comme le trope qui montre *similitude* et *dissimilitude*. Cette conception est d'importance majeure pour notre conceptualisation de l'analogie de disproportion. Si l'analogie est généralement comprise comme étant composée aussi bien de ressemblances que des dissemblances (voir 6), cette tension est apportée à un extrême dans la forme de l'analogie de disproportion, pour laquelle les aspects positifs de ressemblance et de dissemblance se conjuguent de manière particulière (voir 6.2).

Il nous suffit de noter que la comparaison pose deux choses côte à côte et en extrait des traits semblables (à l'aide d'une articulation comparative, explicite ou implicite), tandis que la métaphore dit qu'une chose *est* une autre. Si la comparaison dit que « la vieillesse est *comme* la nuit de la vie », la métaphore dit que « la vieillesse *est* la nuit de la vie », savons-nous déjà de l'exemple d'Aristote (*Poétique*, 1457*b*)[3].

[1] Exception faite de OC II, p. 1095 – voir citation ci-dessous.

[2] Ouvrage qui rassemble le *Manuel classique pour l'étude des tropes*, de 1821, et *Des Figures du discours autres que les tropes*, de 1827.

[3] On pourrait dire que la comparaison fait ressortir la ressemblance du point de vue du locuteur, comme une intentionnalité qui se tourne vers les choses ; la métaphore, elle, en utilisant le verbe « être » de manière directe (sans un comparatif tel que « comme ») pour relier les éléments concernés, semble nous inviter à regarder des rapports qui sont dans les choses elles-mêmes. Entre les deux pôles, sujet et objet, comparaison et métaphore semblent chacune attirer plus l'attention pour l'un des deux.

Si Pascal ne tranche pas sur le sujet, son père le fait, dans une lettre au P. Noël de grande importance pour la considération des tropes (voir 3.1). « La métaphore », écrit Étienne Pascal,

> n'est autre chose qu'un abrégé de similitude ou comparaison, et la plus universelle règle de la métaphore est qu'elle ne peut être valable si elle ne peut, par le changement de phrase, être convertie en comparaison.
> (OC II, p. 596)

Voilà une position claire : comparaison et métaphore sont en effet « interconvertibles », et le primat appartient à la comparaison, la métaphore en constituant une forme abrégée[1]. Quant à Blaise, il ne se prononce pas sur la question.

Quand nous parlerons ici d'analogie, on la comprendra comme une des formes de la comparaison : celle, entre quatre termes, dans laquelle on souligne la ressemblance de leurs rapports deux à deux : *A est à B de même que C est à D*. Elle sera considérée à côté de la métaphore, mais, comme la comparaison, elle ne dit pas qu'une chose *est* une autre, mais procède plutôt par un rapprochement. Il faut encore dire qu'il s'agit d'une forme de comparaison *quantitative*, ce qui est valable même pour l'analogie de disproportion : quand on dit que deux choses sont *autant* éloignées que deux autres, cette comparaison, comme *être plus que* ou *être moins que*, est quantitative. Si en revanche on dit simplement que l'ironie d'une personne est noire comme une nuit sans étoiles, on fait une comparaison plutôt qualitative[2]. Nous croyons que la forme analogie de disproportion montre bien la tendance de Pascal de faire des comparaisons de type quantitatif même en des matières qualitatives, comme dans le rapport entre l'homme et Dieu et dans les comparaisons portant sur la nature des entités mathématiques.

Et quant au rapport entre la métaphore et l'analogie ? Rappelons qu'Aristote, dans la *Poétique*, définit ainsi la métaphore :

> La métaphore est le transport à une chose d'un nom qui en désigne une autre, transport ou du genre à l'espèce, ou de l'espèce au genre ou de l'espèce à l'espèce ou d'après le rapport d'analogie.
> (1457b6-9 ; trad. dans Ricoeur 2007 [1975], p. 19)

Il s'agit alors d'une typologie de quatre types de métaphores, toujours avec un transfert de nom entre des domaines en principe disjoints. D'ailleurs, il faut se rendre

[1] La position d'Étienne Pascal semble alors se rapprocher de celle, classique, de Quintilien (*Institution oratoire*, VIII, ch. 6, §8-9) : *metaphora brevior est similitudo*.

[2] Le Guern (1973, p. 52) rappelle que le mot de *comparaison* dans le français évoque à la fois deux mots latins : la *comparatio* désigne tous les comparatifs de supériorité, d'infériorité et d'égalité ; la *similitudo* exprime un jugement qualitatif, qui apparaît par des expressions comme « être *pareil* à ». La première serait plutôt quantitative, tandis que la deuxième serait plutôt qualitative.

compte que pour Aristote le terme même de *métaphore* « désigne tantôt le genre (le phénomène de transposition, c'est-à-dire la *figure comme telle*), tantôt une espèce (ce qu'on appellera plus tard le *trope de la ressemblance*) » (Ricoeur 2007 [1975], p. 24)[1].

Après Aristote, la tendance dans les études de la rhétorique sera de ne retenir que le quatrième sens de la métaphore aristotélicienne : à savoir, celle selon la proportion. Mais de quoi s'agit-il ?

> Je dis qu'il y a [métaphore] selon la proportion lorsque, le deuxième nom est de la même façon [*homoiôs ekhei*] au premier, que le quatrième est au troisième ; car on dira à la place du deuxième le quatrième et à la place du quatrième le deuxième. (*Poétique*, 1457b ; notre traduction)

L'analogie peut alors se comprendre comme se situant entre la comparaison et la métaphore : si nous l'avons considérée ici comme un type de comparaison par rapprochement, d'autre part la ressemblance, généralement associée à la métaphore, est aussi un aspect de l'analogie, et la forme aristotélicienne de métaphore selon la proportion indique un lien important entre l'analogie et la métaphore. L'analogie dira *comme*, de même que la comparaison, rapprochant deux choses, ou mieux deux rapports ; mais elle fera penser à la ressemblance qui existe entre les rapports comparés, de même que la métaphore montre une ressemblance entre deux choses. Le dernier aspect est celui qui fait que la philosophie pose nécessairement à l'analogie la question ontologique : l'analogie est-elle « accidentelle » ou « essentielle » ? C'est-à-dire, est-ce qu'il y a un lien réel entre les choses qui entrent dans l'analogie, lequel permet justement de formuler cette analogie, ou est-elle un recours extrinsèque, qui impose des liens à ce dont on parle ? Dans les prochaines sections, nous traiterons de l'usage de la métaphore par Pascal, en tenant compte de ces questions[2].

3.1 La lettre d'Étienne Pascal au P. Noël

Nous avons déjà cité la lettre d'Étienne Pascal au P. Noël, datée par Mesnard d'avril 1648. Pascal le père y évoque la métaphore, l'allégorie, l'antithèse et l'hyperbole. La critique d'Étienne Pascal porte fondamentalement sur l'épître dédicatoire au Prince de Conty, qui apparaissait en tête du traité *Le Plein du Vide*, du P. Noël. Durement critique aux expériences sur le vide, elle a motivé Pascal le père à écrire

[1] C'est-à-dire que, pour Aristote, la métaphore peut comporter « le moment logique de la proportionnalité » aussi bien que « le moment sensible de la figurabilité » (Ricoeur 2007 [1975], p. 50).

[2] H. Vaihinger (1952, p. 32), par exemple, traite la question : « We must therefore, as we have already stated, distinguish between *real analogies*, where discovery is the work of induction and hypothesis, and purely *fictional* analogies due merely to subjective method ». Elle était également évoquée par J. C. Maxwell (1990[1856]) dans un essai appelé « Are there real analogies in nature ? » : « That analogies appear to exist is plain in the face of things, for all parables, fables, similes, metaphors, tropes and figures of speech are analogies, natural or revealed, artificial or concealed. The question is intirely of their reality ».

la lettre à l'auteur du livre, venant en aide à son fils qui, dit-il, ne pourrait pas se priver d'injures pour répondre à des telles ignominies. Dans cette épître (OC II, p. 593), le P. Noël déclare que la Nature est « accusée » de Vide, et qu'« elle espère, Monseigneur, que vous lui ferez justice de toutes ces calomnies » qui ont été « des fausses dépositions » et « des expériences mal reconnues et encore plus mal avérées ».

Pour Étienne Pascal, l'épître dédicatoire contient une longue « allégorie » et une seule « hyperbole » à la fin, et elle emploie une métaphore – toutes mal-fondées :

> Enfin il [Blaise] a, dites-vous, accusé la nature de Vide. N'est-ce pas une personne bien dangereuse, d'avoir osé accuser la nature de Vide, c'est-à-dire du crime d'admettre le Vide ? Car si admettre le Vide n'était pas un crime métaphorique, l'opinion de l'admission du Vide ne serait pas une accusation métaphorique ; et vous n'entreprendriez pas de l'en justifier métaphoriquement, et tout le surplus de votre allégorie, fondée sur cette métaphore de crime, ne subsisterait pas. (OC II, p. 594)

En fait, Étienne Pascal ne met pas toutes ces figures rhétoriques au même niveau : l'allégorie de l'épître, dit-il, est fondée sur une métaphore (considérer la nature coupable d'un crime). C'est ainsi que tous les discours de l'épître dédicatoire « auraient aussi peu de sens que l'antithèse de votre titre [*Le Plein du Vide*], si l'admission du Vide n'était pas un crime métaphorique » (OC II, p. 595). Il semble alors que pour Pascal le père l'allégorie peut être comprise comme l'extension de la métaphore. Étienne Pascal donne encore une règle principale pour la métaphore :

> qu'il faut que le terme métaphorique soit comme une figure, ou l'image du sujet réel et véritable qu'on veut représenter par la métaphore ; ce qui fait que le terme métaphorique ne peut point être adapté au sujet qui est directement contraire au premier. (OC II, p. 595)

C'est-à-dire que pour Étienne Pascal la métaphore est liée à ce qu'elle représente comme une « figure » ou comme une « image »[1]. Cette position nous permet de rapprocher sa discussion sur la métaphore de celle de Pascal le fils sur les figures du langage (voir section 4).

Si dans la lettre au P. Noël Étienne Pascal évoque ces figures du langage, c'est pour les critiquer ; son conseil au prêtre est assez assertif : « laissez ces façons d'écrire ou de parler à ceux à qui Dieu a donné moins de lumière » (OC II, p. 602). Ces « façons d'écrire », qui comprennent l'allégorie, seraient alors condamnables ? Nous croyons que la critique d'Étienne Pascal est plutôt dirigée à leur usage, et non pas à leur existence en absolu. Comme sera le cas pour son fils, Étienne Pascal est sensible au contexte du langage ; il y a des occasions où il faut se servir d'une figure du langage et il y a des occasions où il faut les éviter : « il y a des lieux où il faut appeler Paris, Paris, et d'autres où il la faut appeler capitale du royaume » (Sel. 669, Laf. 509).

[1] Étienne Pascal parle également de « symbole » dans cette lettre.

3.2 L'acceptation de la métaphore par Pascal

Blaise Pascal est en général beaucoup plus économique que son père pour qualifier le langage qui n'est pas littéral. On ne verra pas chez lui beaucoup de mentions à des catégories telles que la métaphore ou l'allégorie (et l'on ne trouve jamais le terme d'« analogie » dans les écrits qui nous restent) ; son grand concept dans ce domaine est celui de *figure*, sur lequel nous nous pencherons dans la section 4. Pour le moment, il faut considérer quelques positions sur le langage qui sont liées, ainsi que la lettre d'Étienne Pascal au P. Noël, au sujet du vide.

La position première de Blaise Pascal semble être un refus de la métaphore. En effet, dans sa lettre à Périer du 15 novembre 1647 sur l'expérience du Puy de Dôme, Pascal écrivait : « j'ai peine à croire que la nature, qui n'est point animée ni sensible, soit susceptible d'horreur » (OC II, p. 678)[1]. L'idée d'assigner à la nature des traits humains lui semble hors de propos, et source de confusion conceptuelle.

De même, dans la partie « Au lecteur » du *Récit de la grande expérience de l'équilibre des liqueurs* (1648), Pascal critique encore l'attribution d'une « horreur du vide » à la nature :

> Ce n'est pas en cette seule rencontre que, quand la faiblesse des hommes n'a pu trouver les véritables causes, leur subtilité en a substitué d'imaginaires, qu'ils ont exprimées par des noms spécieux qui remplissent les oreilles et non pas l'esprit : c'est ainsi que l'on dit que la sympathie et l'antipathie des corps naturels sont les causes efficientes et univoques de plusieurs effets, comme si des corps inanimés étaient capables de sympathie et antipathie. Il en est de même de l'antipéristase, et de plusieurs autres causes chimériques, qui n'apportent qu'un vain soulagement à l'avidité qu'ont les hommes de connaître les vérités cachées, et qui, loin de les découvrir, ne servent qu'à couvrir l'ignorance de ceux qui les inventent, et à nourrir celle de leurs sectateurs. (OC II, pp. 688-689)

Le problème de ce type de langage, indique Pascal, est d'attribuer un caractère animé (par exemple la capacité de sympathie et d'antipathie) à des corps inanimés. Cette discussion s'insère dans la dispute sur le rapport entre la nature et le vide. Pour notre propos, il est intéressant de noter que le caractère fautif de cet usage du langage peut anticiper une autre discussion, qui sera très chère à Pascal dans les années qui suivirent : celle sur la capacité du langage pour parler des choses divines (voir section 4)[2].

[1] Pascal continuait ainsi sa lettre : « et j'incline bien plus à imputer tous ces effets à la pesanteur et pression de l'air, parce que je ne les considère que comme des cas particuliers d'une proposition universelle de l'équilibre des liqueurs » (OC II, pp. 678-679).

[2] Le fait que Pascal présente ici un refus à (pour ne pas dire qu'il a une « antipathie » contre) des notions telles que la « sympathie » et l'« antipathie » montre bien à quel point Pascal est loin de l'image de la nature promue à la Renaissance, comme un miroir plein de correspondances. Cf. dans notre introduction la référence aux travaux de P. Magnard (2007) (Magnard 1981, Magnard

Plus tard, dans la *Conclusion* des *Traités de l'équilibre des liqueurs et de la pesanteur de la masse de l'air*, Pascal déclarait avoir montré que la nature n'a pas d'« horreur du vide », et critique ce mode d'expression :

> (...) il n'arrive aucun effet dans toute la nature qu'elle produise pour éviter le vide.
>
> Il ne sera pas difficile de passer de là à montrer qu'elle n'en a point d'horreur ; car cette façon de parler n'est pas propre, puisque la nature créée, qui est celle dont il s'agit, n'étant pas animée, n'est pas capable de passion ; aussi elle est métaphorique, et on n'entend par là autre chose sinon que la nature fait les mêmes efforts pour éviter le vide que si elle en avait l'horreur. De sorte qu'aux sens de ceux qui parlent de cette sorte, c'est une même chose de dire que la nature abhorre le vide, et dire que la nature fait de grands efforts pour empêcher le vide. Donc, puisque j'ai montré qu'elle ne fait aucune chose pour fuir le vide, il s'ensuit qu'elle ne l'abhorre pas ; car, pour suivre la même figure, comme on dit d'un homme qu'une chose lui est indifférente quand on ne remarque jamais en aucune de ses actions aucun mouvement de désir ou d'aversion pour cette chose, on doit aussi dire de la nature qu'elle a une extrême indifférence pour le vide, puisqu'on ne voit jamais qu'elle fasse aucune chose, ni pour le rechercher, ni pour l'éviter. (OC II, p. 1095)

Pour Pascal, la nature ni « recherche » le vide ni ne l'« évite » : elle a une « indifférente » pour lui[1]. On voit ici évoquée la notion de « métaphore », une exception chez Pascal. Si ce passage peut être encore lu comme une critique sur la métaphore de l'horreur du vide par la nature, Le Guern (1969) propose qu'il constitue plutôt un début d'acceptation de la métaphore de la part de Pascal, ce avec quoi nous sommes d'accord : même si Pascal nie que la nature ait horreur du vide, il ne semble pas nécessaire qu'il rejette là la métaphore en elle-même. Il faut certes distinguer, dit Pascal, la façon propre de parler de celle qui est métaphorique : le problème ici est que la métaphore de l'horreur du vide ne lui semble pas pertinente ; mieux vaudrait parler d'indifférence. Mais le problème réside-t-il dans le droit même d'user de la métaphore ou dans un choix non pertinent de celle-ci ? Le texte de Pascal demeure dans une certaine mesure ambigu.

L'ouvrage évoqué de Le Guern (1969) constitue une enquête sur la notion d'image dans l'œuvre de Pascal (voir 3.4). Dans ce qui nous concerne dans cette section, il faut considérer la thèse de Le Guern sur la « conversion à la métaphore » de Pascal. Dans la lettre à Périer de 1647, Pascal montre n'accepter en rien la possibilité d'attribuer

1992), qui a montré que Pascal n'est pas dans le cadre des analogies de la Renaissance. Cf. aussi Foucault (1966).

[1]Remarquons en passant que cette qualification de la nature en tant qu'« indifférente » au vide est faite par analogie avec un homme et quelque chose qui lui est indifférente : si on considère que l'indifférence est une sorte de manque, on retrouve ici une analogie de disproportion.

à la nature des traits de sensibilité, d'animation ou d'horreur. Par la suite, comme l'indique Le Guern (1969, p. 23), l'attitude théorique de Pascal contre la métaphore dans l'« Au lecteur » est faite en contradiction avec sa pratique littéraire de l'époque, qui évolue vers un usage plus fréquent de la métaphore dans le *Récit de la grande expérience* (octobre 1648). La thèse de Le Guern (1969, p. 24) est que Pascal ne s'est « converti » à la métaphore que lors de la Conclusion du *Traité de la pesanteur de la masse de l'air*. Cette « conversion » pascalienne à la métaphore, propose Le Guern, aurait suivi, avec un certain retard, sa première conversion religieuse, celle de 1646. En outre des passages déjà cités, il fonde cette analyse sur Sel. 795, Laf. 960, qui présente une critique à l'assignation de caractéristiques vivantes à des corps inanimés[1], et que Le Guern date d'entre 1648 et 1651. Ainsi, Le Guern propose qu'en lisant la Bible et Saint Augustin (ou au moins des auteurs qui reprenaient celui-ci), Pascal s'est enrichi d'images, laissant de côté l'interdiction absolue de métaphore, qui associait celle-ci au mensonge.

Nous sommes en général en accord avec cette thèse, avec quelques contraintes à poser aux conséquences que cela a eu pour Pascal. D'abord, il faut indiquer que si Pascal utilise en effet par la suite un langage fortement figuratif, ce n'est pas pour cela que la *thématisation* du terme « métaphore » est récurrente ; en fait, nous ne la trouvons que dans les écrits déjà cités. En outre, et plus important, si dans la *Conclusion* des *Traités de l'équilibre des liqueurs et de la pesanteur de la masse de l'air* Pascal fait la différence entre une façon propre de parler et une métaphorique, ce n'est pas pour cela que Pascal n'accepte ni l'une ni l'autre pour n'importe quel contexte. À notre avis, ce qui est fondamental dans cette remarque de Pascal, et qui demeurera important dans toute sa pensée, est la délimitation d'attitudes propres à chaque domaine. Nous retrouverons cela avec les figures (voir 4). Maintenant, il faut considérer deux lettres fondamentales pour la question, lesquelles sont aussi rappelées par Le Guern (1969, pp. 24-25), mais pour lesquelles il nous faut développer l'analyse plus qu'il ne le fait.

3.3 Les lettres à Gilberte et à la reine Christine de Suède

Dans la lettre de Blaise et Jacqueline[2] à leur sœur Gilberte du 1er février 1648, on lit, à propos de la relation de filiation :

> nous devons admirer que Dieu nous ait donné et la figure et la réalité de cette alliance ; car, comme nous avons souvent dit entre nous, les choses

[1] Ce fragment relevait d'un brouillon pour le traité du vide : « Qu'y a-t-il de plus absurde que de dire que des corps inanimés ont des passions, des craintes, des horreurs, ~~des désirs~~ ? Que des corps ~~inanimés~~ insensibles, ~~morts, et qui plus~~ sans vie, et mêmes incapables de vie, aient des passions qui présupposent une âme au moins sensitive pour les recevoir ? » (Sel. 795, Laf. 960).

[2] L'hypothèse de Mesnard est que cette lettre, qui présente des parties à la première personne du singulier, a été dictée par Blaise et rédigée par Jacqueline.

> corporelles ne sont qu'une image des spirituelles et Dieu a représenté les choses invisibles dans les visibles. (OC II, p. 582)

Il s'agit d'affirmer qu'à partir de la contemplation de la Création on peut arriver à des réalités célestes[1]. Or celui qui n'aurait lu de Pascal que les *Pensées* ne s'attendrait pas à cela : cette affirmation ne rappelle en rien les aspects du christianisme soulignés par Pascal. Comment l'attribuer à Pascal, futur auteur de la disproportion ? Aurait-il changé radicalement d'avis ? Ou est-ce plutôt le sentiment religieux de Jacqueline qui se manifeste dans cette lettre à quatre mains ?

En fait, les lignes qui suivent dans la lettre indiquent à Gilberte qu'il faut se garder de ne considérer que la ressemblance des choses terrestres aux célestes, et là on reconnaît une pensée plus typiquement pascalienne. L'opposition entre réalité et figure y apparaît – comme ce sera le cas dans les *Pensées* – liée à une dialectique entre lumière et ténèbres : « mais il faut avouer qu'on ne peut apercevoir ces saints caractères sans une lumière surnaturelle ; car, comme toutes choses parlent de Dieu à ceux qui le connaissent, et qu'elles le découvrent à tous ceux qui l'aiment, ces mêmes choses le cachent à tous ceux qui ne le connaissent pas » (OC II, p. 582). On y reconnaît tout l'enjeu du projet d'apologie, dans lequel on parle différemment selon qu'on suppose que celui qui lit possède des lumières surnaturelles ou pas[2].

Mais suivre les ténèbres du monde comme la fin de nos désirs est être dans un « aveuglement brutal » ; il faut au contraire se rappeler que

> il n'y a que Dieu qui doive être la dernière fin comme lui seul est le vrai principe. Car, quelque ressemblance que la nature créée ait avec son Créateur, et encore que les moindres choses et les plus petites et les plus viles parties du monde représentent au moins par leur unité la parfaite unité qui ne se trouve qu'en Dieu, on ne peut pas légitimement leur porter le souverain respect, parce qu'il n'y a rien de si abominable aux yeux de Dieu et des hommes que l'idolâtrie, à cause qu'on y rend à la créature l'honneur qui n'est dû qu'au Créateur. (OC II, pp. 582-583)

C'est ainsi que, la lettre nous rappelle, le premier commandement du Décalogue est l'interdiction à l'adoration d'images[3]. De manière il n'y a pas de crime qui soit plus détestable à Dieu « que d'aimer souverainement les créatures, quoiqu'elles le

[1] Le lieu classique pour cette affirmation est Rm 1, 20. Cf. Sel. 306, Laf. 275 : « Dieu, voulant faire paraître qu'il pouvait former un peuple saint d'une sainteté invisible et le remplir d'une gloire éternelle, a fait des choses visibles ».

[2] Rappelons que dans *Infini rien*, après le début complexe du fragment, Pascal écrit : « Parlons maintenant selon les lumières naturelles » (Sel. 680, Laf. 418). On lit encore dans Sel. 472, Laf. 566 : « Tout tourne en bien pour les élus [cf. Rm 8, 28]. Jusqu'aux obscurités de l'Écriture, car ils les honorent à cause des clartés divines. Et tout tourne en mal pour les autres, jusqu'aux clartés, car ils les blasphèment, à cause des obscurités qu'ils n'entendent pas ».

[3] « Vous ne vous ferez point d'image taillée, ni aucune figure (*similitudinem*) de tout ce qui est en-haut dans le ciel, & en bas sur la terre, ni de tout ce qui est dans les eaux & sous la terre » (Ex 20, 4).

représentent » (OC II, p. 583). C'est ainsi, finalement, qu'à ceux à qui est donné de connaître ces vérités il faut user ces images, sans tomber dans l'« aveuglement charnel et judaïque qui fait prendre la figure pour la réalité » – trait qui deviendra fondamental dans doctrine des figures exposée dans les *Pensées* (voir 4).

Nous voudrions souligner la tension qui apparaît dans cette lettre entre les deux aspects que nous venons d'exposer. Le Guern parle de conversion à la métaphore, cette lettre étant déjà guidée par les analogies du visible à l'invisible. Quoique nous sommes d'accord avec cette thèse en général, Pascal s'approchant de plus en plus d'un langage théologique figuré, il nous semble que cette lettre relève d'une démarche langagière plus complexe. On y trouve une démarcation de domaines propres, comme celle que nous verrons plus tard dans la *Préface au traité du vide*. Pour ce qui relève de la réalité, on doit reconnaître sa réalité ; aux figures, il faut reconnaître leur caractère figuratif. La grande erreur est de prendre pour réalité ce qui n'est que figure, ou de prendre pour lumière ce qui est ténèbres[1]. On trouve bien ici une « représentation », y compris celle des choses invisibles par les visibles. Le problème est de considérer les choses visibles – les créatures – comme souveraines, en oubliant Dieu. De là vient que *quoiqu'il y a ait représentation*, il faut se garder de prendre la représentation pour ce qu'elle représente ; nous pourrions même dire : *quelque ressemblance que la nature créée ait avec son Créateur*, il faut se garder d'y voir une ressemblance absolue – il faut rappeler que la dissemblance est toujours présente, et que l'oublier détournera l'homme de sa vraie conversion à Dieu. Ce caractère de « dissemblance toujours plus grande » est fondamental pour la caractérisation de l'analogie dans le domaine théologique (voir 6.2).

Cela revient à dire qu'à des différences d'ordre correspondent des différents niveaux ou aspects du langage. Voici un fait fondamental : la ressemblance ou la dissemblance peuvent être affirmées selon qu'on reconnaît ou non le caractère figuratif du langage, ce qui, à son tour, dépend de l'état de l'homme, c'est-à-dire de l'ordre dans lequel il se place. On rappelle ainsi que la question du langage pour Pascal est fondamentalement dépendante d'une anthropologie. Au début de la lettre à Gilberte, on lisait qu'en plus de « l'alliance que la nature a faite entre nous », il faudrait considérer l'alliance faite par la grâce. Dans une référence à leur conversion, Blaise et Jacqueline écrivent alors :

> il faut avouer que c'est proprement depuis ce temps (que M. de Saint-Cyran veut qu'on appelle le commencement de la vie) que nous devons nous considérer comme véritablement parents, et qu'il a plu à Dieu de nous joindre aussi bien dans son nouveau monde par l'esprit, comme il avait fait dans le terrestre par la chair. (OC II, p. 581)

C'est ainsi que, en fonction de l'état terrestre ou de grâce de chacun, on peut contempler ou non le lien des choses visibles aux invisibles. La conception des ordres,

[1] « Si la lumière est ténèbres que seront les ténèbres ? » (Mt 6, 23, conforme cité dans Sel. 430, Laf. 849).

et du passage entre eux, se rapporte pour Pascal à la conception de la métaphore, laquelle opère également un transfert, un passage (voir 5.3)[1].

Il faut considérer l'autre lettre prise en compte par Le Guern pour ce qui concerne la métaphore : le Lettre à la reine Christine de Suède, de juin 1652. Dans un passage de cette lettre, on voit la doctrine des trois ordres des *Pensées* déjà figurée quant à la question du pouvoir :

> Les mêmes degrés se rencontrent entre les génies qu'entre les conditions ; et le pouvoir des rois sur leurs sujets n'est, ce me semble, qu'une image du pouvoir des esprits sur les esprits qui leur sont inférieurs, sur lesquels ils exercent le droit de persuader, qui est parmi eux ce que le droit de commander est dans le gouvernement politique. Ce second empire me paraît même d'un ordre d'autant plus élevé que les esprits sont d'un ordre plus élevé que les corps, et d'autant plus équitable qu'il ne peut être départi et conservé que par le mérite, au lieu que l'autre le peut être par la naissance ou par la fortune. Il faut donc avouer que chacun de ces empires est grand en soi ; mais, Madame, que Votre Majesté me permette de le dire (elle n'y est point blessée), l'un sans l'autre me paraît défectueux. Quelque puissant que soit un monarque, il manque quelque chose à sa gloire, s'il n'a la prééminence de l'esprit ; et quelque éclairé que soit un sujet, sa condition est toujours rabaissée par dépendance. Les hommes, qui désirent naturellement ce qui est le plus parfait, avaient jusques ici continuellement aspiré à rencontrer ce souverain par excellence.
>
> (OC II, pp. 924-925)

Ce souverain s'est retrouvé, dit alors Pascal, dans la personne de la reine de Suède. Quoique, comme l'écrira Pascal par la suite de la lettre, ces empires doivent être tous les deux dans la personne d'un souverain pour qu'il ait la vraie puissance, ils peuvent être considérés séparément. Il semble avoir dans la lettre deux modèles qui se choquent : d'une part, Pascal écrit que le pouvoir des rois est une image du pouvoir des esprits, et par là même lui est inférieure. D'autre part, il met ces deux souverainetés en parallèle, indiquant que l'idéal est dans leur conciliation – structure qui rappelle l'accord qui doit exister entre l'esprit de géométrie et l'esprit de finesse (voir Sel. 670, Laf. 512).

Quoi qu'il en soit, une différence est soulignée. En fait, quand Pascal écrit que « ce second empire me paraît même d'un ordre d'autant plus élevé que les esprits sont d'un ordre plus élevé que les corps », ce qu'on retrouve est une comparaison entre le rapport de ces deux empires et le rapport entre les corps et les esprits – comparaison qui peut être caractérisée comme une analogie de disproportion : *d'autant plus élevé que*. La compréhension de la discontinuité entre des empires de différents ordres se fait par la comparaison à la distance entre de différents ordres.

[1] Cf. Le Guern (1969, p. 25), qui rappelle que le *De Numericis Ordinibus tractatus* a été rédigé par Pascal à cette même époque.

La fonction de « transgression » de la métaphore est ici faite pouvoir communicant entre des domaines séparés, ce qui, comme nous le montrerons (voir 5), est une caractéristique de l'analogie de disproportion chez Pascal[1].

La métaphore opère également ici. À propos des termes de *souverain* et d'*empire*, employés dans ce passage et pour les corps et pour les esprits, Le Guern (1969, p. 25) écrit : « la correspondance entre des différents ordres se traduit dans le langage par la métaphore. Pascal, qui voyait dans les réalités matérielles l'image des réalités intellectuelles et des réalités spirituelles, ne pouvait pas rester fermé à la notion de métaphore, qui fournit au langage le moyen naturel d'exprimer ces correspondances ». Autant dire que le passage entre deux ordres, qui sera toujours impropre (car il y a une distance entre eux), se formule par une prédication métaphorique, qui est, par définition, impropre : on parle d'une chose en termes d'une autre. La fonction de dépassement et de transgression est faite par la métaphore. Pour qu'il y a ait métaphore, on le sait, il faut qu'il existe une distance (linguistique), à partir de laquelle il peut y avoir transfert – ce qui est ici corrélé à la distance (ontologique) entre les ordres, entre lesquels le « contact » se fait par une transgression. Le transfert métaphorique est ce qui permet de « regrouper » ce qui était séparé dans les ordres.

Quand il faut parler de la discontinuité, la solution pascalienne est de parler de manière métaphorique. Cela revient à dire qu'au fond il ne s'agit pas de refuser toute prédication quand il n'y a pas de ressemblance absolue, mais il faut le faire par un langage métaphorique. Il y a des ruptures d'ordre qui se présentent à l'homme ; à cela, Pascal ne peut répondre qu'avec l'adéquation d'un langage (équivoque) à une réalité (pour ainsi dire « équivoque ») : il faut métaphoriser, il faut comparer. Si la dissemblance (lettre à Gilberte) ou la discontinuité (lettre à la reine Christine) sont toujours présentes, ce n'est pas pour cela que les comparaisons sont impossibles : il ne faut que comprendre leur place propre. Nous reprendrons cela à la section 5.

3.4 M. Le Guern, *L'image dans l'œuvre de Pascal*

M. Le Guern (1969) a fait une riche étude sur l'image chez Pascal, de laquelle nous ne reprenons que les aspects qui concernent le sujet de notre travail. Nous avons déjà vu comment il considérait un continu entre les différentes formes de l'image chez Pascal[2]. Entre exemple, comparaison et métaphore, il y aurait une gradation

[1] Rappelons que Pascal écrit dans cette lettre : « Je me suis figuré qu'encore que le seul nom de Votre Majesté semble éloigner d'elle tout ce qui lui est disproportionné, elle ne rejette pas néanmoins tout ce qui lui est inférieur » (OC II, p. 925). Dans ce passage, la « disproportion » semble faire référence à ce qui devrait être éloigné de la personne de la reine, tandis que ce qui lui est « inférieur » ne devrait pas nécessairement être rejeté. Pour cette « disproportion » on ne doit pas alors chercher intégration ou comparaison.

[2] Plus généralement, Le Guern (1969) dit qu'une *image* peut être une métaphore, une allégorie, une comparaison, un exemple concret ou même une métonymie. Mais la question n'est pas si

par laquelle on verrait une diminution de réalisme et une augmentation de pouvoir d'émotion. Cette interprétation suit des phases de l'œuvre de Pascal : si selon Le Guern l'exemple apparaît aussi bien dans les écrits scientifiques que dans les œuvres polémiques et dans les *Pensées*, la comparaison serait plutôt présente dans les deux derniers (surtout dans les *Pensées*) et la métaphore n'apparaîtrait presque que dans les *Pensées*, où son usage est abondant.

Deux fonctions principales sont assignées par Le Guern à la métaphore dans l'œuvre de Pascal : « elle sert d'un côté à nommer les réalités que les mots propres n'arrivent pas à saisir pleinement, et de l'autre à provoquer chez le lecteur les réactions affectives qui faciliteront sa persuasion » (Le Guern 1969, p. 208)[1].

La première fonction est d'importance capitale ici, car il s'agit de l'usage de la métaphore pour connaître des réalités qui dépassent le langage ordinaire, comme c'est notamment le cas pour les différences d'ordre. Si la métaphore, étant prise pour sens littéral, pouvait être considérée comme un mensonge, « si on l'interprète comme un chiffre, elle est l'expression de la réalité. Les choses spirituelles ne peuvent pas toujours être nommées par le langage humain ; si l'on veut en parler, le recours à la métaphore devient une obligation » (Le Guern 1969, p. 212). Le Guern arrive ainsi à une délimitation propre des domaines de langage pour Pascal, dans la même ligne de ce que nous avons proposé dans la section 3.3 :

> Il n'y a donc pas de incohérence dans l'attitude de Pascal : il est des matières où l'on doit éviter la métaphore ; il en est d'autres où elle est nécessaire. Dans les domaines où la raison est souveraine, la vérité doit être exprimée directement sans le moindre voile. Lorsqu'on s'aventure au-delà des limites de la raison, la vérité ne peut plus être exprimée dans le langage humain que par des figures. Une telle distinction ne doit pas surprendre chez celui qui a opposé l'esprit de géométrie et l'esprit de finesse. (Le Guern 1969, p. 212)

Nous sommes totalement d'accord avec cela : le langage chez Pascal doit être compris en fonction de son contexte, et où il n'est pas possible d'avoir un langage propre, il faut passer aux métaphores, ou, en sens plus large, au langage figuré.

simple : toute métaphore, par exemple, n'est pas pour lui une image ; c'est ainsi qu'il définit : « l'image est un élément concret que l'écrivain cueille à l'extérieur du sujet qu'il traite et dont il se sert pour éclairer son propos ou pour atteindre la sensibilité du lecteur par l'intermédiaire de l'imagination » (Le Guern 1969, p. 3). Notre propos n'est pas celui d'évaluer la justesse de cette définition, mais seulement de l'avoir en vue pour comprendre les considérations de Le Guern. En fait, Le Guern lui-même déclare : « Quand j'ai entrepris, pour ma thèse de doctorat ès lettres, une étude systématique de *L'image dans l'œuvre de Pascal*, je me suis trouvé dans la situation d'un artisan privé des outils le plus nécessaires : personne ne me fournissait des distinctions entre comparaison, métaphore et symbole qui puissent être appliquées commodément » (Le Guern 1973, p. 7), de manière qu'il a par la suite réessayé de traiter la question d'instruments pour une analyse stylistique dans la *Sémantique de la métaphore et de la métonymie* (Le Guern 1973).

[1] Le Guern souligne aussi le pouvoir économique de la métaphore dans le langage, constituant un mode synthétique qui est propre à l'identification faite par elle.

Notre analyse part en effet de ce présupposé, pour expliquer son recours au langage figuré pour comparer les incomparables. Cependant, notre analyse ne suivra pas complètement la distinction que fait Le Guern entre les écrits scientifiques et les autres écrits de Pascal. Si en effet on peut voir une évolution de l'usage de la métaphore, nous croyons que Le Guern manque quelque chose dans son analyse des textes scientifiques, comme nous le montrerons.

Le Guern déclare que dans les écrits scientifiques Pascal éviterait la métaphore, car elle introduit « au moins de manière implicite, le raisonnement par analogie, qui n'est pas propre à atteindre une certitude rationnelle » (Le Guern 1969, p. 213). Dans les *Provinciales*, les *Écrits sur la grâce* et les *Pensées*, en revanche, les vérités divines l'obligeraient à faire appel au langage métaphorique. Comme le rappelle Le Guern, cela serait à interpréter à la lumière de l'*Art de persuader*, dans lequel Pascal déclarait « qu'il y a deux entrées par où les opinions sont reçues dans l'âme, qui sont ses deux principales puissances, l'entendement et la volonté » (OC III, p. 413). Si pour Le Guern l'entendement aurait place plutôt dans les écrits scientifiques, la volonté apparaîtrait en pleine puissance dans les *Pensées*. Pour Le Guern, les textes scientifiques n'évitent pas seulement la métaphore, mais aussi le raisonnement par analogie. Si « la comparaison servait de raisonnement par analogie dans la physique traditionnelle », telle que la science scolastique, Pascal de sa part « n'accepte pas le raisonnement par analogie dans les questions scientifiques » (Le Guern 1969, p. 199). Cela changerait dans les *Écrits sur la grâce*, l'analogie ayant ensuite une place dans les écrits polémiques de Pascal et dans les *Pensées*.

Le Guern propose encore une distinction entre les deux principaux textes dans lesquels Pascal traite l'homme entre les deux infinis : l'*Esprit Géométrique* et *Disproportion de l'homme* (Sel. 230, Laf. 199) : le fait que le premier s'adresserait à l'entendement justifierait une absence de métaphores, même dans sa conclusion qui veut faire l'homme « admirer la grandeur de la puissance de la nature dans cette double infinité », tandis que le deuxième, devant toucher la volonté du lecteur de l'apologie, serait plein d'images. Il faut ici discuter la lecture de Le Guern.

D'abord, nous ne sommes pas du tout obligés d'accepter cette distinction (qui associe l'entendement uniquement aux sciences et la volonté uniquement à l'apologétique). Il est certain que Pascal fait une distinction entre des facultés humaines, mais il ne dit pas qu'il faut que les sciences soient comprises uniquement par l'entendement. Si dans la *Préface au traité du vide*, comme nous le verrons (section 5.1), Pascal distingue les sciences d'autorité et les sciences où règne la raison ou l'expérience, il semble clair que cela est fait dans un contexte où il faut indiquer que la question du vide est expérimentale, et non pas une querelle sur l'autorité théologique. Il nous semble que le langage scientifique de Pascal est beaucoup plus riche que cela : il comprend des métaphores et des analogies. Si cette acceptation n'est pas directe chez Pascal, nous croyons qu'elle se fait souvent par les analogies de disproportion comme nous les avons définies[1].

[1]La place de la rhétorique dans la science a été signalée par plusieurs études depuis la thèse de

La richesse en images dans *Disproportion de l'homme* est bien évidente. Quant à l'analyse de l'*Esprit Géométrique*, nous sommes ici en désaccord avec Le Guern, et cela constitue un des points principaux de notre travail, car Le Guern arrive à la même impasse que plusieurs commentateurs, en essayant de séparer l'*Esprit Géométrique* et *Disproportion de l'homme*[1]. Cependant, l'*Esprit Géométrique* n'est pas dépourvu de métaphores ou d'analogies. Ce qui se passe, au contraire, est que ces formes rhétoriques, apparaissant au sein d'une réflexion rationnelle (dans ce point Le Guern n'a pas tort), sont d'une certaine manière renversées et transformées en les formes de l'analogie de disproportion et de la métaphore correspondante à cette dernière (voir le chapitre 7). Il s'agit d'une métaphore qui est moins une *image* (ce à quoi pense Le Guern) qu'une introduction du langage figuratif au sein même de son vocabulaire scientifique. Pascal propose dans l'*Esprit Géométrique* de prendre tous les termes soit comme évidents d'eux-mêmes, soit comme définis à partir de termes primitifs. Or que dire alors du « véritable zéro d'étendue » pour qualifier un indivisible ?

Il est certain que Pascal s'oppose à un monde d'harmonie où une concordance universelle des analogies régnerait et serait accessible à l'homme[2]. Néanmoins, sa pratique scientifique et mathématique ne reste pas étrangère à l'usage des analogies ou des métaphores – ce qui se passe est que celles-ci apparaissent plutôt comme forme que comme contenu.

Nous suivons Le Guern pour dire que Pascal semble avoir connu une « conversion » à la métaphore quant aux déclarations de l'auteur même sur cette forme et sur le langage figuré plus généralement. Quant à la *pratique* pascalienne de la rhétorique, Le Guern même indique que Pascal n'a pas toujours été cohérent avec ses déclarations sur la métaphore, l'utilisant dès ses écrits sur le vide. C'est en effet dans un usage subreptice que nous retrouvons et l'analogie et la métaphore. Par ailleurs, la façon pour le langage d'exprimer la vérité proposée par Le Guern (1969, p. 212) nous semble bien correspondre à ce que l'on trouve dans l'œuvre : pour une vérité accessible directement, on peut utiliser le sens littéral des mots ; pour une vérité voilée, au-delà des limites de la raison de l'homme, il faut passer à la métaphore, et en général au langage figuré.

Notre désaccord avec Le Guern porte sur la place de cette ligne de partage, que nous ne croyons pas se situer entre les ouvrages scientifiques et les autres écrits. Comme nous le verrons dans ce travail, la pratique mathématique et scientifique de Pascal révèle qu'il faut se servir du langage figuratif à l'intérieur même de cette pratique, car il y a des problèmes scientifiques qui débordent les limites de la raison. L'« incompréhensible » surgit, ainsi, au sein même de la science. C'est ce que Pascal a bien indiqué dans l'*Esprit Géométrique* et qui permet qu'il se serve des limitations de

Le Guern. Pour ce qui est de Pascal, voir notamment Descotes (1993), Descotes (2001a) et Descotes (2011). Pour une approche plus générale, voir, par exemple, Hallyn (2004).

[1] C'est également le cas, par exemple, de V. Carraud (1992, p. 429) que nous avions cité.

[2] Voir la critique de Pascal à l'attribution de « sympathie et antipathie » aux corps inanimés, dans l'« Au lecteur » (section 3.2).

la science pour illustrer la limitation de la raison dans les *Pensées*. On ne peut donc pas assigner la « vérité directe » aux sciences, et la « vérité indirecte » aux textes qui touchent aux questions religieuses[1]. Cela parce que, même dans les mathématiques, il y a des cas où la vérité ne peut être saisi qu'indirectement[2].

Il s'agit notamment de l'appréhension des notions primitives selon l'*Esprit Géométrique*, lesquelles sont « claires et constantes par la lumière naturelle » (et non pas « distinctes » comme le voudrait Descartes, et après lui la *Logique de Port-Royal*)[3]. Le manque de distinction implique une impossibilité de définition : « on voit assez de là qu'il y a des mots incapables d'être définis » (*De l'Esprit Géométrique*, OC III, p. 397). Ce que Pascal concède est que des mots tels qu'« homme » sont conçus de manière *constante* : c'est-à-dire que les hommes s'accordent sur « l'objet » auquel il faut porter attention lorsqu'on entend ce mot, « le rapport entre le nom et la chose » étant le même[4]. Il ne faut alors ni « tout définir », ni « rien définir », mais « se tenir dans ce milieu de ne point définir les choses claires et étendues de tous les hommes, et de définir toutes les autres » (OC III, p. 395). On peut néanmoins utiliser des mots primitifs « avec la même assurance et la même certitude » que si ce mot avait été expliqué « d'une manière parfaitement exempte d'équivoques ». Autant dire qu'il reste une équivocité dans les mots primitifs (quoique pas par rapport à l'objet auquel ils font référence). Cela, dit Pascal, est possible

> parce que la nature nous en a elle-même donné, sans paroles, une intelligence, plus nette que celle que l'art nous acquiert par nos explications.
> (OC III, p. 397)

Il faut alors dire qu'il y a un langage figuratif à l'intérieur des textes mathématiques et scientifiques, qui rend possibles des analogies qui, quoiqu'elles ne soient pas des images au sens de Le Guern, relèvent bien du langage figuratif, et permettent les comparaisons entre les incomparables. Il faut cependant dire encore comment ce qui n'est pas dit directement par le langage doit être dit de manière figurée.

[1] « C'est une maladie naturelle à l'homme de croire qu'il possède la vérité directement ; et de là vient qu'il est toujours disposé à nier tout ce qui lui est incompréhensible ; au lieu qu'en effet il ne connaît naturellement que le mensonge, et qu'il ne doit prendre pour véritables que les choses dont le contraire lui paraît faux » (OC III, p. 404). On voit bien ici l'aspect incompréhensible de la science et le caractère indirect de la vérité au sein même des principes des sciences.

[2] « Tout ce qui est incompréhensible ne laisse pas d'être. Le nombre infini, un espace infini égal au fini » (Sel. 182, Laf. 149).

[3] La question a été abordée dans Cortese et Rabouin (2018). Pour une autre approche sur la définition des termes géométriques, voir aussi les *Éléments de géométrie* d'Arnauld.

[4] On pourrait songer ici à la distinction de Frege entre *Sinn* et *Bedeutung*.

Chapitre 4

Les figures

Adoro te devote, latens Deitas,
quae sub his figuris vere latitas

S. Thomas d'Aquin

« La distance infinie des corps aux esprits figure la distance infiniment plus infinie des esprits à la charité car elle est surnaturelle » (Sel. 339, Laf. 308). Ainsi commence le fragment des trois ordres, fondamental pour la question de l'analogie chez Pascal. Qu'est-ce que « figurer » veut dire dans ce passage ? Ou, plus généralement, qu'est-ce que la « figure » pour Pascal ? Le terme apparaît dans plusieurs fragments des *Pensées* (notamment dans la liasse XX, « Que la Loi était figurative »), aussi bien que dans quelques-uns de ses écrits religieux et dans les œuvres mathématiques. Il s'agit dans les *Pensées* d'une notion centrale de l'exégèse biblique adoptée par Pascal, et qui permet de mettre en rapport l'Ancien et le Nouveau Testaments[1].

Il faut par ailleurs indiquer un lien entre figure et analogie. Nous croyons qu'un aspect essentiel à souligner est le rôle de *médiation* présente aussi bien dans l'analogie que dans la figure. En effet, la médiation est une notion chère à Pascal (généralement indiquée par l'expression « tenir le milieu »), et qui apparaît chez lui dans la géométrie projective, dans le classement des positions sur la question de la grâce, dans la notion d'intermédiation par le Christ entre l'homme et Dieu et en général comme principe qui résout les contrariétés et qui peut être source d'unification[2].

Les relations entre les trois ordres ont été interprétées comme étant analogiques[3].

[1] Comme l'indique Mesnard (1992 [1943]), l'attention donnée par Pascal aux figures doit être contextualisée dans l'exégèse spirituelle pratiquée à Port-Royal, laquelle sera proéminente jusqu'à la fin du XVII^{e} siècle, quand commenceront les études philologiques sur la Bible.

[2] Voir la section 14.4.

[3] « entre la figure et la réalité s'instaure un lien de continuité et de discontinuité que n'est pas sans rappeler le lien analogique » (Michon 2007, p. 167). Pour Mesnard (1988), la relation de figuration dans le fragment Sel. 339, Laf. 308 est « analogique » ; la figure, dit Mesnard, ainsi que l'analogie, ne peut être ni totale ressemblance ni manque absolu de ressemblance.

> la distance et la hiérarchie des ordres [dans la doctrine des trois ordres] se reflètent dans l'hétérogénéité des termes de la métaphore ; le rapport d'analogie qui existe entre les domaines de la chair, de l'esprit et de la charité donne matière aux transpositions figuratives.
>
> (Descotes 1993, p. 258)

La relation de figuration dans le domaine exégétique de l'Écriture présente le même schéma que l'analogie entre les distances infinies des trois ordres. Si, comme nous le verrons dans 5.3, les analogies indiquent une structure entre des ordres séparés par des distances infinies, dans l'interprétation biblique c'est la figure qui tient ce rôle, ayant la capacité de relier deux réalités qui semblaient ne pouvoir être conciliés (notamment celle de l'Ancien et celle du Nouveau Testaments)[1]. Reconnaître les figures montre que la vérité du texte sacré va au-delà de la lettre (sans pourtant nier celle-ci), et permet de résoudre les apparentes contradictions de la Bible. On arrivera également à une notion de hiérarchisation de sens, de même qu'on verra une structure verticale entre les trois ordres. La figure indique la réalité future qui est l'accomplissement d'une prophétie et qui rapproche l'homme du salut final. Il ne faut donc pas mettre en égalité la figure et ce qui est par elle figuré, cette dernière étant de la plus grande importance[2].

Dans sa lettre au P. Noël[3], Étienne Pascal parle des « saintes métaphores » de l'Écriture, qui en est remplie,

> parce que les divins mystères nous étant tellement inconnus que nous n'en savons pas seulement les véritables noms, nous sommes obligé [*sic*] d'user de termes métaphoriques pour les exprimer : c'est ainsi que l'Église dit que le *Fils est assis à la dextre de son Père* ; que l'Écriture se sert souvent du mot de *Royaume des cieux* ; que David dit : « Lave-moi, Seigneur, et je serai plus blanc que neige » ; mais en toutes ces métaphores, il est très certain que tous ces termes métaphoriques sont les symboles et les

[1] « s'il faut reconnaître la différence entre les ordres, on peut tout de même passer de l'un à l'autre par la voie de la figure ou de l'analogie » (Harrington 1972, p. 152, qui prend comme référence dans ce passage T. Spoerri, *Der Verbogene Pascal*, Hambourg, 1965). Pour Harrington, la « méthode » pascalienne dans la liasse « Raison des effets », avec le « renversement du pour au contre » et la notion de « figure », « s'accompagne d'une conception bivalente de la vérité ». Celle-ci serait propre à l'*esprit de finesse*, et opposée à l'esprit de géométrie. « Selon la méthode pascalienne, la vérité est non seulement bivalente, elle est en outre cachée et profonde. La "figure" renvoie d'une partie de la réalité à une autre ayant une structure analogue » (Harrington 1972, p. 56). L'interprétation de Harrington est en accord avec notre hypothèse, à savoir que la figuration est un des modes du langage pour articuler des ordres (des « réalités »), montrant des analogies entre eux.

[2] « la notion de figure s'imbrique naturellement dans cet argument de disproportion [des trois ordres] : le propre d'un portrait est de ne pas coïncider avec la réalité qu'il représente, d'en être un néant qui se présente lui-même comme tel. En présence de la réalité la figure perd son utilité et sa valeur » (Descotes 1993, p. 210).

[3] Sur cette lettre, datée par Mesnard d'avril 1648, voir la section 3.1.

> images des choses que nous voulons signifier, et dont nous ignorons les véritables noms. (OC II, pp. 595-596)

La ressemblance entre ce passage et un fragment des *Pensées* est étonnante :

> Figures.
>
> Quand la parole de Dieu, qui est véritable, est fausse littéralement, elle est vraie spirituellement. *Sede a dextris meis*[1] : cela est faux littéralement, donc cela est vrai spirituellement.
>
> En ces expressions il est parlé de Dieu à la manière des hommes. Et cela ne signifie autre chose sinon que l'intention que les hommes ont en faisant asseoir à leur droite, Dieu l'aura aussi. C'est donc une marque de l'intention de Dieu, non de sa manière de l'exécuter. (Sel. 303, Laf. 272)

Quoiqu'on n'ait pas d'éléments pour démontrer une influence directe ici, on voit un rapprochement évident entre les deux passages[2]. Pascal écrit encore dans ce fragment que dans certains passages de l'Écriture « le sens littéral n'est pas le vrai », ce qui avait déjà été dit par des prophètes. Quand « il est parlé de Dieu à la manière des hommes », il ne faut pas le comprendre littéralement, mais comme « une marque de l'intention de Dieu, non de sa manière de l'exécuter » : c'est l'« intention » des actions qui est donnée par le sens spirituel. On remarquera encore que, tout en parlant du même exemple (le Fils assis à la droite du Père), Pascal le père use du terme « métaphore » tandis que Pascal le fils parle de « figure » : on voit que Blaise Pascal était définitivement rétif à la catégorie de métaphore.

La « méthode » herméneutique de Pascal propose que, quand il y a contradiction apparente dans le sens littéral, il faut chercher le sens spirituel des Écritures (voir 4.1)[3]. « Car les choses de Dieu étant inexprimables, elles ne peuvent être dites autrement et l'Église aujourd'hui en use encore, *quia confortavit seras*[4], etc. » (Sel. 303, Laf. 272). « Le sens littéral n'est pas le vrai », et les choses de Dieu sont « inexprimables », et néanmoins il est nécessaire d'en dire quelque chose : voilà la limitation du sens littéral pour Pascal, et voilà pourquoi le recours au langage figuré. Comme nous l'avons annoncé, il est intimement rapporté à l'analogie et à la métaphore. Ce sont ces figures qui permettent de dépasser les apories apportées par le sens littéral et de faire le lien entre des réalités hétérogènes.

Il faut aussi rappeler que le rapprochement de l'analogie et de la figure n'est pas sans raison historique :

---

[1] Ps. 109 (110), 1 : « Le Seigneur a dit a mon Seigneur : *Asseyez-vous à ma droite* ».

[2] Le Guern (1969, p. 212) n'y voit pas d'influence de cette lettre sur Pascal dans les mois qui la suivent, mais seulement un parallélisme.

[3] Comme bien le rappelle Oliva (2004, p. 96), il n'y a pas proprement un système ni une méthode herméneutique chez Pascal, mais l'analyse des fragments des *Pensées* nous permet de trouver une conception générale de Pascal sur le mode d'interprétation des Écritures.

[4] Ps. 147, 1-2 (12-13) : « Jérusalem, loue le Seigneur ; Sion, loue ton Dieu, parce qu'*il a fortifié les serrures* de tes portes et qu'il a béni les enfants que tu renfermes dans ton enceinte ».

> L'analogisme qui touche chaque sphère de la pensée médiévale est étroitement lié à la structure figurative ; dans l'interprétation de la Trinité qui s'étend à grands traits du *De Trinitate* d'Augustin jusqu'à S. Thomas, I, q. 45, art. 7, l'homme lui-même, en tant qu'image de Dieu, gagne le caractère d'une *figura Trinitatis*. (Auerbach 1984 [1944], pp. 61-62)

Le lecteur intéressé au contexte historique de la notion de figure peut se rapporter à l'annexe A avant de passer à notre analyse des figures chez Pascal dans les prochaines sections.

4.1 Sens littéral et sens spirituel chez Pascal

« La lettre tue » (Sel. 299, Laf. 268) : c'est là la vision de Pascal à propos de l'interprétation des Juifs qui n'ont pas compris le vrai sens de l'Écriture. Et cela même si les Juifs utilisaient la méthode figurative, car ils ne l'utilisaient pas correctement : « Les Juifs ont tant aimé les choses figurantes et les ont si bien attendues qu'ils ont méconnu la réalité quand elle est venue dans le temps et en la manière prédite » (Sel. 301, Laf. 270). Les Juifs utilisaient – et peut-être abusaient de – l'interprétation figurative. Mais ils n'ont pas pu reconnaître l'accomplissement des figures qu'eux-mêmes cultivaient, ne les comprenant pas vraiment.

C'est ainsi que Pascal, dans la lettre du 1er avril 1648 coécrite avec Jacqueline à leur sœur Gilberte, peut donner comme idéal de « ne demeurer pas dans cet aveuglement charnel et judaïque qui fait prendre la figure pour la réalité » (OC II, p. 583). Interpréter de manière fautive les figures, tout comme ne pas les reconnaître, c'est perdre le vrai sens de l'Écriture. Faire une exégèse figurative ne suffit pas pour comprendre le vrai sens spirituel de l'Écriture.

> pour Pascal, les notions d'interprétation figurative et d'interprétation spirituelle ne sont pas synonymes. Une interprétation figurative peut être conduite selon la chair. Telle est l'erreur des juifs, qui conduisent leur exégèse selon les mêmes méthodes que les chrétiens, mais avec un principe inverse ; au lieu de se donner comme guide la charité, ils fixent à l'avance les biens temporels comme résultat de l'interprétation.
>
> (Force 1989, p. 79)

Il en va donc en quelque sorte comme si la figure était un « outil » exégétique, et l'interprétation spirituelle un mode d'interprétation. Pour accomplir une interprétation spirituelle, il faut utiliser des figures (on ne peut pas être strictement attaché à la lettre). Par contre, si on use des figures, on ne fera pas nécessairement une lecture spirituelle – elle peut être erronée, comme celle des Juifs. On peut donc dire que pour Pascal méthode figurative et sens spirituel ne s'identifient pas, car la première peut exister sans le second ; l'idéal exégétique est bien, en faisant une lecture au sens spirituel, de savoir quand le sens est figuré ou non.

Pour Pascal, ce n'est qu'avec le don du Saint Esprit qu'on peut bien comprendre l'Écriture, découvrir le « chiffre » et atteindre le sens caché : « C'est ce qu'a fait Jésus-Christ et les apôtres. Ils ont levé le sceau. Il a rompu le voile et a découvert l'esprit (Sel. 291, Laf. 260). Le sens spirituel est la vraie « clé du chiffre » (Sel 281, Laf. 249), et il ne peut donc exister qu'avec l'avènement du Christ, qui révèle les vrais principes d'interprétation des figures[1].

Cependant, on le rappelle encore une fois, ce qui rend la situation plus compliquée est que dans les *Pensées* Pascal écrit à celui qui ne croit pas. Comment donc lui persuader que le vrai sens de l'Écriture est celui inspiré par le Saint Esprit ? Il faudra partir du texte lui-même et montrer que le sens spirituel est le seul sens possible. Pascal essaie de tirer le sens spirituel du sens littéral, ce qui n'est pas commun à l'Église de son époque (cf. Force 1989, p. 21). En effet, pour l'Église le sens spirituel procède non seulement du texte biblique, mais de l'interprétation inspirée, donnée par les Pères de l'Église. La Bible ne peut donc être correctement interprétée que sous les auspices de l'interprétation transmise par la Tradition.

La question des fondements de la religion chez Pascal est intimement liée à celle de l'existence du sens spirituel. Pour accepter l'Écriture comme autorité, l'interlocuteur doit déjà croire. Mais c'est l'Écriture qui devrait montrer la vérité de la foi. Comment ne pas faire de ce cercle un cercle vicieux ? Selon Force, le chemin de Pascal est de faire son lecteur se mettre en position d'interpréter l'Écriture[2]. Dès qu'il le fait, la question ne sera plus si la Bible *a un sens*, mais *quel est le sens* de la Bible, et Pascal pourra alors argumenter en tant qu'apologiste.

Il faut faire attention à la première pensée de la liasse « Fondement de la religion et réponse aux objections » : « Il faut mettre au chapitre des 'Fondements' ce qui est en celui des 'Figuratifs' touchant la cause des figures » (Sel. 256, Laf. 223). En effet, Pascal semble ne pas présupposer l'autorité de la Bible, mais la montrer à travers la réalisation des prophéties, lesquelles apparaissent par les figures. Le rapport entre les fondements de la religion et l'existence du sens spirituel est ainsi attesté.

Il ne faut pas cependant croire que, si le sens spirituel est d'importance capitale pour comprendre le vrai sens de l'Écriture, le sens littéral doit par conséquent être négligé. « Que l'Écriture a deux sens » (Sel. 305, Laf. 274) : à savoir, le sens littéral et le sens spirituel. En général, pour Pascal, comme pour les Pères de l'Église, « le sens spirituel s'ajoute au sens littéral sans le supprimer » (Force 1989, p. 90). Quand Pascal dit d'une chose qu'elle *n'est que* la figure d'une autre (« et même la grâce n'est que la figure de la gloire », Sel. 306 Laf. 275), il ne veut pas nier son existence,

[1] H. de Lubac (1970 [1966], p. 28) propose que l'intelligence du sens spirituel et la conversion sont des causes réciproques, l'incorporation de la Parole étant condition nécessaire de l'interprétation des textes sacrés.

[2] « À bien des égards, établir l'autorité de l'Écriture, c'est montrer qu'elle est un texte qui doit être interprété. Si on réussit à placer l'interlocuteur dans une situation telle qu'il cherchera à interpréter l'Écriture, la question de la foi sera devenue pertinente pour lui, et il sera susceptible d'être convaincu » (Force 1989, p. 16).

mais dire que sa seule valeur est de figurer une réalité future[1].

En outre, il faut toujours prendre en compte un principe de lecture énoncé par Pascal : « Deux erreurs : 1. Prendre tout littéralement. 2. Prendre tout spirituellement » (Sel. 284, Laf. 252). La bonne interprétation est celle qui n'est ni totalement littérale ni totalement « spirituelle ». Devrait-on croire qu'ici Pascal écrit « spirituellement » pour « figurativement » ? On pourrait comprendre ainsi que tous les passages ne doivent pas être interprétés figurativement, mais que certains oui, d'autres non[2].

4.2 Figure et vérité

> Si on prend la Loi, les sacrifices et le royaume pour réalités, on ne peut accorder tous les passages. Il faut donc par nécessité qu'ils ne soient que figures. (Sel. 289, Laf. 257)

Pascal considère d'abord une hypothèse : qu'on lise l'Écriture seulement l'interprétant par son sens littéral. Faisant ainsi, on aboutit à des contradictions. « Il faut donc par nécessité » admettre l'existence du sens figuratif. Pascal, nous le verrons (section 14.2.2), n'accepte pas que l'Écriture manque de sens : l'occurrence de contrariétés dans un passage peut être l'indication que l'interprétation qui s'impose est figurative.

Dans ce passage on voit également que Pascal oppose « figure » et « réalité », de même qu'il opposera « figure » et « vérité » : « Si la Loi et les sacrifices sont la vérité, il faut qu'elle plaise à Dieu et qu'elle ne lui déplaise point. S'ils sont figures, il faut qu'ils plaisent et déplaisent. Or dans toute l'Écriture ils plaisent et déplaisent » (Sel. 290, Laf. 259). La figure est ainsi un signe que la vérité doit encore être atteinte : « il faut donc par nécessité qu'ils ne soient que figures »[3].

« Figure porte absence et présence, plaisir et déplaisir » (Sel. 296, Laf. 265) ; « la réalité exclut absence et déplaisir » (Sel. 291, Laf. 260). La figure n'est pas une présence absolue : elle porte absence et présence, tandis que la réalité exclut l'absence, n'étant que présence. Les figures plaisent et déplaisent à Dieu, la réalité ne fait que lui plaire.

[1] Cf. Dubarle (1941-1942, p. 357), cité par Force (1989, p. 91). Comme l'indique Force, une exception est Sel. 300, Laf. 269, où le sens littéral est aboli en faveur du sens spirituel.

[2] À propos de ce fragment, Force écrit : « Mais, en énonçant cette règle, on ne fait que poser le problème de façon plus précise : ce qu'il importe de savoir, c'est précisément s'il y a des règles qui permettent de distinguer les passages à interpréter des passages à prendre au sens littéral » (Force 1989, p. 41).

[3] En fait, Pascal écrit parfois « n'est que figure » et d'autres fois « est figure ». Pour Force (1989, p. 110), cela est dû au fait que « figure » chez Pascal peut signifier aussi bien « allégorie » que « typologie », selon la distinction de l'époque des Pères de l'Église : « pour Pascal, il existe une différence entre dire *x n'est qu'une figure* (x est un pur signe) et *x est la figure de y* (il y a une relation typologique entre x et y) ». Il ne nous semble pas que la figure chez Pascal puisse être caractérisée comme allégorie, comme le veut Force, car elle a toujours un sens historique, ce qui serait une marque da la typologie chrétienne en opposition à l'allégorie (cf. Auerbach 1984 [1944]) ; quoi qu'il en soit, le fait que Pascal écrit parfois « n'est que figure » indique que la valeur de la figure est subordonnée à quelque chose – à la vérité.

En même temps que la figure est présente dans le texte, elle renvoie à une autre chose – on peut penser à la nature du signe, comme intermédiaire, et au statut de la représentation. Comme nous l'avons dit ci-dessus, c'est ce caractère d'intermédiation qui permet de rapprocher analogie et figure[1]. C'est ainsi que Pascal rapproche la relation de figuration et celle d'une peinture : « Un portrait porte absence et présence, plaisir et déplaisir. La réalité exclut absence et déplaisir. (...) dans un portrait on voit la chose figurée » (Sel. 291, Laf. 260).

C'est ainsi que la figure, de même que la peinture[2], n'est pas elle-même le vrai, mais elle peut renvoyer à la vérité. Cette opposition ne veut pas dire que figure et vérité ne puissent pas se retrouver à la fois dans une même chose : un exemple est l'Eucharistie.

4.2.1 L'Eucharistie

« Et les chrétiens prennent même l'Eucharistie pour figure de la gloire où ils tendent » (Sel. 301, Laf. 270). Or cela pourrait être une conclusion polémique dans un contexte de dispute sur la valeur de l'Eucharistie au XVII^{e} siècle, certaines positions niant la vérité effective de la présence du Christ dans ce sacrement.

Pour mieux comprendre cela, il faut rappeler qu'une même chose peut à la fois en figurer une autre et être figurée. Il s'agit d'un système de figuration à plusieurs degrés : ce qui est figuré par une chose, peut être figure d'une troisième. C'est ainsi que l'Eucharistie peut être à la fois et réalité et figure d'une autre chose, la gloire.

Le statut de l'Eucharistie est mieux expliqué dans la 16e *Provinciale*. Pascal y parle du rapport entre l'Eucharistie et le Christ dans le Ciel, en défendant qu'il n'y a d'autre différence entre les deux que le fait que dans l'Eucharistie le Christ est voilé, tandis que dans le Ciel il ne l'est pas. Les Jésuites accusaient Arnauld d'hérésie à ce propos, en disant qu'il ne croyait pas à la présence réelle du Christ dans l'Eucharistie. La vraie différence, dit Pascal, existe entre les *modes* de recevoir la viande divine, et non pas dans la viande elle-même.

> Et si vous ignorez la raison de cette diversité, je vous dirai, mes Pères, que la cause pour laquelle Dieu a établi ces différentes manières de recevoir une même viande, est la différence qui se trouve entre l'état des Chrétiens en cette vie et celui des bienheureux dans le Ciel. L'état des Chrétiens, comme dit le cardinal Du Perron après les Pères, tient le milieu entre l'état des bienheureux et l'état des Juifs. Les bienheureux possèdent Jésus-Christ réellement sans figure et sans voile. Les Juifs n'ont possédé

[1] Ce caractère existait d'une certaine manière déjà à l'époque des Pères de l'Église : « Beside the opposition between figura and fulfillment or truth, there appears another, between figura and historia ; historia or littera is the literal sense or the event related ; figura is the same literal meaning or event in reference to the fulfillment cloaked in it, and this fulfillment itself is veritas, so that figura becomes a middle term between littera-historia and veritas » (Auerbach 1984 [1944], p. 47).

[2] La peinture « est un modèle de signification caractéristique de la sémiologie de Port-Royal » (Force 1989, p. 115).

> de Jésus-Christ que les figures et les voiles, comme étaient la manne et l'agneau pascal. Et les Chrétiens possèdent Jésus-Christ dans l'Eucharistie véritablement et réellement, mais encore couvert de voiles. *Dieu*, dit saint Eucher, *s'est fait trois tabernacles : la synagogue, qui n'a eu que les ombres sans vérité ; l'Église, qui a la vérité et les ombres ; et le Ciel où il n'y a point d'ombres, mais la seule vérité.* (Pascal 2010, p. 427)

Pascal montre bien une position de *milieu* pour l'état des Chrétiens : par la foi, on connaît la réalité des choses, mais en ombre et non pas visiblement – condition de la gloire (cf. Hb 10, 1 et 11, 1). On sort de l'état de la foi d'une part si on nie la présence réelle du Christ dans le pain et dans le vin transsubstantiés ; d'autre part, on sort aussi de cet état si on reçoit le Christ à découvert, car il ne s'agit plus dans ce cas de la foi, mais de la gloire.

> Par où vous voyez qu'il y a plusieurs différences entre la manière dont il [Jésus-Christ] se communique aux Chrétiens et aux bienheureux, et qu'entre autres on le reçoit ici de bouche et non dans le Ciel ; mais qu'elles dépendent toutes de la seule différence qui est entre l'état de la foi où nous sommes et l'état de la claire vision où ils sont. Et c'est, mes Pères, ce que M. Arnauld a dit si clairement en ces termes : *qu'il faut qu'il n'y ait point d'autre différence entre la pureté de ceux qui reçoivent Jésus-Christ dans l'Eucharistie, et celle des bienheureux, qu'autant qu'il y en a entre la foi et la claire vision de Dieu, de laquelle seule dépend la différente manière dont on le mange dans la terre et dans le Ciel*[1]. (Pascal 2010, p. 428)

Il y a une différence, dit Pascal, entre la présence du Christ dans l'hostie consacrée et dans le Ciel, mais elle n'est pas une différence de réalité, mais de modalité. En fait, il y a même « plusieurs différences » entre ces deux manières selon lesquelles le Christ se communique, mais « elles dépendent toutes de la seule différence qui est entre l'état de la foi où nous sommes et l'état de la claire vision où ils sont ». Autant dire que ces différences de manifestation sont conditionnées par l'état de ceux à qui le Christ se révèle. La « raison de cette diversité », dit Pascal, « est la différence qui se trouve entre l'état des Chrétiens en cette vie et celui des bienheureux dans le Ciel ». En d'autres termes, une différence explique une autre différence, ou même qu'une différence en explique plusieurs. On voit ici une sorte d'analogie de disproportion, car la raison d'être d'une différence est donnée par une autre différence. Cela se trouve déjà dans la citation d'Arnauld (bien qu'ici la comparaison soit restreinte à une seule différence, et non pas à plusieurs) : « il faut qu'il n'y ait point d'autre différence entre la pureté de ceux qui reçoivent Jésus-Christ dans l'Eucharistie, et celle des bienheureux, qu'autant qu'il y en a entre la foi et la claire vision de Dieu ».

Pascal ne nie donc pas la réalité de la transsubstantiation dans l'Eucharistie. Il dit que pour les chrétiens (en opposition aux bienheureux, qui voient Christ « sans

[1] Arnauld, *Fréquente Communion*, 3e p., ch. 7.

figure et sans voile »), le Christ est « encore couvert de voiles » dans l'Eucharistie : il faut *croire* que le Christ y est, parce qu'il n'y a pas de signes visibles. Mais la réalité du miracle de l'Eucharistie n'empêche pas qu'elle soit aussi figure des choses absentes :

> sur le sujet du Saint-Sacrement. Nous croyons que la substance du pain étant changée et transsubstantiée en celle du corps de Notre Seigneur, Jésus-Christ y est présent réellement : voilà une des vérités. Une autre est que ce sacrement est aussi une figure de celui de la croix, et de la gloire, et une commémoration des deux. Voilà la foi catholique, qui comprend ces deux vérités qui sont opposées. (Sel. 614, Laf. 733)

Ainsi, ce sacrement est en même temps réalité effective et figurative. C'est ainsi que, tout en étant une célébration humaine, et une commémoration, l'Eucharistie possède une réalité surnaturelle dans la transsubstantiation, d'où il est vrai que Jésus peut dire « *Je suis le vrai pain du ciel* » (Sel. 299, Laf. 268). Mais la réalité ne pourrait-elle être directement révélée aux hommes ?

> En ces expressions il est parlé de Dieu à la manière des hommes. Et cela ne signifie autre chose sinon que l'intention que les hommes ont en faisant asseoir à leur droite, Dieu l'aura aussi. C'est donc une marque de l'intention de Dieu, non de sa manière de l'exécuter. (...) Car les choses de Dieu étant inexprimables, elles ne peuvent être dites autrement. (Sel. 303, Laf. 272)

Les choses de Dieu, dit Pascal, sont inexprimables aux hommes – il faut donc faire appel aux figures. On peut comprendre que cela vient de la transcendance divine à l'égard de toute créature. D'ailleurs, l'homme étant dans la condition du péché, il est condamné à ne pas avoir une connaissance véritable, car elle est bornée par une imagination trompeuse, par la coutume, qui devient pour lui une vérité, et par un langage qui ne peut pas définir parfaitement tous ses termes. Mais la nécessité de figures dans l'Écriture a, en plus de ces raisons, de motifs plus précis.

4.3 « Raison pourquoi figures »

> *Fascinatio.*
> *Somnum suum.*
> *Figura hujus mundi.*

Ces trois mots constituent le début de Sel. 653, Laf. 806, et sont trois citations significatives pour la doctrine pascalienne des figures. Considérons-le en détail.

Fascinatio : « Car l'ensorcellement des niaiseries obscurcit le bien, et les passions volages de la concupiscence renversent l'esprit même éloigné du mal » (cf. Sg 4, 12)[1] : il faut tenir compte de ce que la vie dans la vanité, dans la concupiscence, obscurcit les yeux de l'homme, de sorte qu'il ne peut plus distinguer le bien – on peut dire la même chose pour la vérité, puisque « la figure a été faite sur la vérité, et la vérité a été reconnue sur la figure » (Sel. 667, Laf. 826). Dans les deux cas, quelque chose peut obscurcir notre vision. Les ténèbres ou la lumière ne sont pourtant pas simplement un attribut des choses – elles sont dans celui qui voit, ou dans celui qui, ayant des yeux, ne voit pas. On peut en effet lire dans plusieurs passages de l'Évangile que la manifestation ou le voilement dépendent de la condition de celui qui voit ou entend : « car il n'y a rien de caché qui ne doive être découvert, ni rien de secret qui ne doive paroître en public. Si quelqu'un a des oreilles pour entendre, qu'il entende »[2].

Dieu a voulu se cacher, Pascal l'affirme plusieurs fois. « Chiffre à double sens. Un clair et où il est dit que le sens est caché » (Sel. 296, Laf. 265). On peut penser à des passages de l'Évangile auxquels on peut imaginer que la pensée de Pascal fait écho. Avant la fin des temps, quand le vrai sens sera révélé, ce ne sont que quelques-uns qui verront et qui entendront. Si Dieu a voulu se cacher, cela apparaît dans son langage : « et il ne leur parloit pas sans paraboles » (Mc 4, 34). Les paraboles montrent et cachent en même temps : ceux qui ont des yeux peuvent voir, ceux qui ont des oreilles entendent. « Mais étant en particulier, il expliquoit tout à ses disciples » (Mc 4, 34). Aux disciples il est donné de savoir le sens des paraboles, mais non pas à tous. Quand les disciples interrogent le Christ sur les paraboles, il leur répond que « pour vous, il vous est donné de connoître le mystère du royaume de Dieu ; mais pour ceux qui sont dehors, tout se passe en paraboles ; afin que voyant ils voyent et ne voient pas, et qu'en écoutant ils écoutent et n'entendent pas, et qu'ils ne viennent point à se convertir, et que leurs péchés ne leur soient point pardonnés » (Mc 4, 11-12).

Le Royaume de Dieu n'est présenté, dans ce monde, que sous forme de paraboles. Cela na changera qu'à la fin des temps : « Nous ne voyons maintenant que comme en un mirroir, et en des énigmes ; mais alors nous verrons *Dieu* face à face. Je ne connois maintenant Dieu qu'imparfaitement : mais alors je *le* connoîtrai comme je suis moi-même connu de *lui* » (I Cor 13, 12). Le message de Dieu n'est compris que par quelques-uns : *sine parabola autem non loquabatur eis* (Mc 4, 34). Qui le comprendra : ceux qui sont choisis ? C'est là toute la question de la grâce et la prédestination. Ce qui nous intéresse ici est simplement de voir que le langage des paraboles s'accorde bien avec le *Deus absconditus* pascalien. Il est vrai que Pascal n'écrit pas souvent « parabole »[3] ? Mais on reconnaîtra en sa conception de la *figure*

[1] Noter qu'on dit « niaiseries » dans la Bible de Port-Royal pour ce qu'aujourd'hui on appellerait des « vanités ».

[2] Mc 4, 22-23 : *non est enim aliquid absconditum, quod non manifestetur, nec factum est ocultum, sed ut in palam veniat.*

[3] Dans l'Abrégé de la vie de Jésus-Christ, Pascal alterne l'usage des termes « parabole », « comparaison » et « figure », ne montrant pas une préférence pour « parabole » (voir particulièrement les paragraphes 126 - 129, in OC III, pp. 275-276). Il s'agit d'un mot, sauf erreur, non employé

une grande similarité avec la parabole.

En particulier, de même que la parabole peut être ou ne pas être vue, la « figure porte absence et présence » (Sel. 296, Laf. 265). Les deux sont une sorte de « signe », si on peut dire ainsi, qu'en même temps montre et ne montre pas, qui est placé entre la lumière et les ténèbres.

> Si le monde subsistait pour instruire l'homme de Dieu, sa divinité y reluirait de toutes parts d'une manière incontestable. Mais comme il ne subsiste que par Jésus-Christ et pour Jésus-Christ, et pour instruire les hommes et de leur corruption et de leur rédemption, tout y éclate des preuves de ces deux vérités.
>
> Ce qui y paraît ne marque ni une exclusion totale, ni une présence manifeste de divinité, mais la présence d'un Dieu qui se cache. Tout porte ce caractère. (Sel. 690, Laf. 449)

La doctrine chrétienne, dit Pascal, ne dit pas que Dieu est caché ou que Dieu est manifesté ; elle montre comment ces deux vérités sont en quelque sorte conciliées. C'est encore une fois la médiation du signe, de la figure et de Jésus-Christ qui est et Dieu et homme.

Revenons au fragment Sel. 653, Laf. 801 : *Somnum suum*, ils « se sont endormis du sommeil de la mort » (Ps. 75, 5 [76, 6]) : on peut croire qu'ils sont ceux qui ne voient pas, qui n'écoutent pas, même si les paraboles leur sont présentées. Les insensés sont ceux qui dorment[1]. On peut se souvenir du fragment Le Mystère de Jésus (Sel. 749, Laf. 919), qui porte sur l'agonie du Christ au Gethsémani. À ce moment, Jésus est abandonné par ses disciples, qui ne veillent pas avec lui : « Jésus cherche de la compagnie et soulagement de la part des hommes. Cela est unique en toute sa vie, ce me semble. Mais il n'en reçoit point, car ses disciples dorment ». Il s'agit d'un moment de tristesse pour Jésus (Pascal écrit « Je crois que Jésus ne s'est jamais plaint que cette seule fois »), et il demande seulement que ses disciples soient à ses côtés, mais ils dorment. Pascal écrit encore : « Jésus sera en agonie jusqu'à la fin du monde. Il ne faut pas dormir pendant ce temps-là »[2]. Ceux qui dorment, on peut le dire, sont ceux qui ont des yeux mais qui ne verront pas la vérité des figures.

Il reste la troisième citation, *Figura hujus mundi* : « la figure de ce monde passe » (I Cor 7, 31). La figure, nous l'avons vu, est rapportée à la vérité. Mais la figure n'est pas la vérité. C'est pour cela qu'elle est un *signe* qui doit exister pendant que nous sommes dans ce monde. N'étant plus aveuglés par la condition du péché, n'étant

dans les *Pensées*.

[1] La suite du fragment porte en effet sur la relation entre le sommeil et la veille.

[2] Ce passage est pris par L. Chestov (2012 [1923]) comme point de départ de son étude sur Pascal. Il l'interprète comme une position radicale, niant la validité des jugements humains, et posant comme seule possibilité de salut à l'homme de ne s'assujettir à aucun principe suprême. Selon Chestov, pour Pascal ni la raison, ni l'autorité de Église ne sont toujours valables, et donc il ne faut pas dormir – il ne faut confier sa vie – à aucun des deux.

plus sous le danger de s'endormir, il ne faudra plus veiller pour les figures. La vérité sera contemplée, l'homme verra Dieu face à face, et la lumière n'existera plus mêlée avec les ténèbres. La figure de ce monde passe.

Le fragment Sel. 738, Laf. 502 porte le titre « Raison pourquoi figures ». Pascal y présente son argument sur le peuple Juif et l'existence du sens spirituel. Pour lui, les Juifs possèdent le rôle de témoins non suspects : comme leurs Livres portaient les prophéties qui seraient accomplies par le Christ, mais ils ne l'ont point reconnu, on ne peut pas dire qu'il s'agissait de prophéties prédites et vérifiées par les mêmes personnes : « De sorte qu'ils ont marqué que c'était lui en le refusant » (Sel. 738, Laf. 502), et « c'est leur refus même qui est le fondement de notre créance » (Sel. 304, Laf. 273). Les Juifs, étant un peuple charnel, ont porté un testament spirituel, dont ils n'ont pas compris le vrai sens : « Le monde ayant vieilli dans ces erreurs charnelles, Jésus-Christ est venu dans le temps prédit, mais non pas dans l'éclat attendu. Et ainsi ils n'ont pas pensé que ce fût lui. Après sa mort, saint Paul est venu apprendre aux hommes que toutes ces choses étaient arrivées en figures, que le royaume de Dieu ne consistait pas en la chair, mais en l'esprit » (Sel. 301, Laf. 270). La raison des figures est donc que, de cette manière, le sens spirituel a pu être bien gardé comme il le fallait, par un peuple charnel. « En continuant à le méconnaître, ils [les Juifs] se sont rendus témoins irréprochables » (Sel. 734, Laf. 488). En revanche, dit Pascal, « si ce sens eût été tellement caché qu'il n'eût point du tout paru, il n'eût pu servir de preuve au Messie » (Sel. 738, Laf. 502). Autant dire que le sens spirituel doit être en même temps caché et révélé par les figures : s'il n'était que caché, il ne serait pas possible à personne de le comprendre.

> Voilà donc quelle a été la conduite de Dieu : ce sens est couvert d'un autre en une infinité d'endroits, et découvert en quelques-uns rarement, mais en telle sorte néanmoins que les lieux où il est caché sont équivoques et peuvent convenir aux deux, au lieu que les lieux où il est découvert sont univoques, et ne peuvent convenir qu'au sens spirituel.
>
> (Sel. 738, Laf. 502)

Pour celui qui sait chercher le vrai sens, il n'y a pas de problème d'interprétation, puisque le sens spirituel est équivoque dans les passages où il est caché, mais quand il est manifeste son sens est univoque. C'est à partir du clair, de la lumière, qu'on peut avancer dans les ténèbres.

Les figures ont donc leur raison d'être dans le Dieu caché, et dans le rôle du peuple Juif, qui transmettait charnellement un message qui ensuite serait interprété spirituellement. Pascal ne voit pas dans les obscurités bibliques un empêchement à la compréhension, puisque les passages clairs ont un sens univoque, et permettent d'élucider les passages obscurs. La compréhension du langage figuratif permet une interprétation qui préserve la vérité du texte.

Nous avons vu que la conception pascalienne des figures vient du besoin qu'on en a

pour l'exégèse biblique, laquelle ne saurait être faite exclusivement par le sens littéral. Nous avons d'ailleurs vu que la figure est pour Pascal un mode de « représentation », pour ainsi dire, qui ne se confonde pas avec la réalité, mais qui ne la nie pas non plus. D'ailleurs, de même qu'un portrait, la figure indique la coexistence de présence et d'absence, caractère qui permet de comprendre que Dieu puisse être caché et se manifester à la fois et que le langage peut être trompeur, mais que la vraie interprétation trouve la réalité. La figure, un type de comparaison en sens large, relie ainsi des réalités qui superficiellement étaient distinctes.

Il ne s'agit pas ici d'identifier figure et analogie. Le passage par l'important concept pascalien qui est la figure nous a néanmoins permis d'élucider sa compréhension du langage, en particulier pour ce qui est de l'exégèse biblique. Quelques traits de la figure seront alors repris dans notre conception de l'analogie de disproportion. Notamment, si pour celle-là Pascal donne grande attention à la conjugaison de présence et absence, pour celle-ci il faudra tenir compte du rapport entre ressemblances et dissemblances, objet du chapitre 6.

Chapitre 5

Dépassement, analogie et surpassement

« L'homme passe infiniment l'homme », écrit Pascal (Sel. 164, Laf. 131). Comment comprendre cette phrase ? Elle apparaît dans un contexte dans lequel Pascal montre la misère de l'homme : « Connaissez donc, superbe, quel paradoxe vous êtes à vous-même ! Humiliez-vous, raison impuissante ! Taisez-vous, nature imbécile ! ». Pascal dit clairement que la raison de l'homme est limitée : elle ne saurait tout connaître, et sa prétention à le faire la rend encore plus misérable. Mais si le péché a donné à l'homme une misérable condition, la grandeur de l'homme existe aussi, car il est image de Dieu, et car il peut retrouver le salut dans le Christ : « apprenez que l'homme passe infiniment l'homme et entendez de votre Maître votre condition véritable que vous ignorez. Écoutez Dieu », on lit encore dans Sel. 164, Laf. 131. L'interprétation de Descotes (2011) est que « l'homme est dit passer l'homme en ce sens qu'il est incompréhensible à lui-même », ce avec quoi nous sommes d'accord : le « paradoxe » en question est que l'homme lui-même ne peut pas se comprendre, et dans ce sens l'homme *passe* l'homme. Mais il nous semble qu'une autre possibilité d'interprétation reste ouverte en ayant à l'esprit la suite du fragment : l'homme va au-delà (et *doit* aller au-delà) de soi-même, car si d'une part il est semblable aux bêtes, d'autre part il est semblable à Dieu. L'homme peut effectivement passer infiniment l'homme, car en soi-même il retrouve et le péché et Dieu[1].

L'homme passe infiniment l'homme. Que dire de plus sur *passer* ? Pourrait-on aussi voir un *passer* du fait qu'entre les esprits et la charité il y a une distance *infiniment plus infinie* que celle des corps aux esprits (Sel. 339, Laf. 308 ; voir 5.3) ? Pascal est sensible à ce qu'on appellerait la *transcendance* de l'ordre du cœur, mais aussi à un fait qu'on pourrait dire plus général : il y a des choses qui *vont au-delà*

[1]Pour une analyse de ce fragment pour ce qui concerne la notion de « paradoxe », voir 14.2. Pour la grandeur et la petitesse de l'homme, voir 14.3.1. Pour la ressemblance et la dissemblance de l'homme à Dieu, voir 6. Descotes (2011) renvoie pour ce passage à saint Augustin, *De vera religione*, XXXIX, 72, Bibliothèque augustinienne, p. 131 : « Et si tuam naturam mutabilem inveneris, transcende et teipsum. Sed memento cum te transcendis, ratiocinantem animam te transcendere ».

d'autres choses. L'analogie de disproportion apparaît dans certains cas chez lui comme un recours pour exprimer *l'aller au-delà*,

> voire d'un transcender, lorsqu'il s'agit de passer à un ordre supérieur : de l'animal à l'humain, de l'humain au divin. Et dans la mesure où les frontières qui marquent les limites de ces domaines sont matériellement infranchissables, l'analogie les franchit en montrant ce qu'il y a de formellement ressemblant entre l'ici et le là-bas. La pensée transgresse une limite vers cela à quoi les êtres eux-mêmes n'ont pas accès. L'analogie est un pont par-dessus une frontière – qui ne se trouve pas abolie pour autant ; car la proportion rationnelle ne détruit pas les différences réelles. (Secretan 1984, p. 8)

Ce que Secretan dit pour l'analogie en général s'applique à plus forte raison pour l'analogie de disproportion, qui devra comprendre par excellence l'infini (voir 6). L'analogie de disproportion ne doit pas être comprise comme une exception à une analogie « propre » ou « classique », mais comme un cas extrême de l'analogie tout court, imprégnée d'une tension qui était déjà dans n'importe quelle analogie ou métaphore, car celles-ci consistent dans le rapprochement d'éléments non identiques qui, étant côte à côte, révèlent aussi ses différences. Il est certain que l'analogie de disproportion est prédiquée d'éléments hétérogènes, et dans ce sens elle est bien distincte de la forme de l'analogie « classique ». Néanmoins, en tant qu'*attitude* énonciative l'analogie de disproportion contient des traits semblables à l'analogie et à la métaphore « classiques », car elle rapproche des *relations* qui sont chacune entre deux éléments. Une structure discontinue de la réalité est exploitée par un esprit qui rapproche, dans la mesure du possible, ses éléments. L'analogie est toujours un aller au-delà, car elle franchit des limites – et cela par excellence dans l'analogie de disproportion.

Rappelons que la *métaphore* est, étymologiquement, un « porter d'un lieu à un autre » : un *aller au-delà*.

Une des approches possibles de la question est celle de P. Ricoeur. Nous avons vu dans 3 le classement qu'Aristote présente dans sa *Poétique* (1457*b*6-9) pour quatre types de métaphores. Ricoeur (2007 [1975], pp. 30-31) note à ce propos que « la métaphore survient dans un ordre déjà constitué par genres et par espèces et dans un jeu déjà réglé de relations : subordination, coordination, proportionnalité ou égalité de rapports ». Autant dire que la métaphore est un passage, un « transfert » entre des pôles qui sont soit subordonnés l'un à l'autre (l'espèce par rapport au genre, le genre par rapport à l'espèce), soit coordonnés (l'espèce par rapport à l'espèce), soit selon une proportionnalité entre quatre termes, qui est une égalité de rapports : l'analogie[1].

[1]Pour Ricoeur, ce passage de la *Poétique* indique que nommer métaphoriquement « c'est à la fois reconnaître et transgresser la structure logique du langage » (Ricoeur 2007 [1975], p. 31). Selon Ricoeur, même si Aristote n'a pas exploré lui-même l'idée de transgression catégorielle, cela est dû

La transposition qui est la métaphore, propose Ricoeur, concerne alors un écart, mais non pas seulement : elle est aussi « transgression catégorielle » qui va au-delà. C'est rappeler que la transgression n'est pas seulement une erreur logique : elle permet la création de sens dans le langage. Ricoeur va encore plus loin : si la métaphore va au-delà d'un ordre, ne peut-on dire que cela fait arriver à un autre ordre ? La métaphore aboutit ainsi à une transgression linguistique qui est concomitante à l'instauration d'un nouvel ordre conceptuel, ayant une fonction pour ainsi dire heuristique.

> nous ne connaissons pas d'autre fonctionnement du langage que celui dans lequel un ordre est déjà constitué ; la métaphore n'engendre un ordre nouveau qu'en produisant des écarts dans un ordre antérieur ; ne pouvons-nous néanmoins imaginer que l'ordre lui-même naît de la même manière qu'il change ? (Ricoeur 2007 [1975], p. 32)

Mais s'il n'y a pas de distinction entre transgression catégorielle et constitution d'ordre, il n'y a pas de raison de parler d'écart par rapport à une référence *première* – il n'y a pas raison d'identifier une opposition entre sens propre et sens figuré[1]. L'ouvrage de Ricoeur soulève encore la question de l'ontologie des rapports : la métaphore (et, par extension, l'analogie) n'est pas exempte de référence – sa particularité est de promouvoir une référence *autre* que celle qu'on identifie sous un langage « dénotatif ».

Cela revient à dire que le langage est toujours un *aller au-delà*, que l'homme passe toujours infiniment l'homme. À l'encontre du *nec plus ultra* affiché sur les colonnes d'Héraclès, qui rappelait les limites de l'homme dans l'exploration du monde, Charles Quint a adopté la devise *plus ultra* (*plus oultre*) :il faut-aller au-delà. Si les prétentions humaines sont allées si loin, on peut s'interroger, dans l'esprit de Pascal : que devrait-on dire du surpassement divin ?

« Quelque grand que soit un nombre », écrit Pascal dans l'*Esprit Géométrique*, « on peut en concevoir un plus grand, et encore un qui surpasse le dernier, et ainsi à l'infini, sans jamais arriver à un qui ne puisse plus être augmenté » (OC III, p. 402). Le « surpassement » est marque d'indéfinéité, du caractère toujours inachevé de l'infini (potentiel) qui ne saurait être épuisé par les calculs humains. Que comprendre

---

au fait qu'Aristote est plus intéressé au gain sémantique qu'aux problèmes logiques de la métaphore. Ricoeur, cependant, propose que la transgression catégorielle n'est pas un problème, mais qu'elle est un aspect constitutif même de la métaphore. Si l'on accepte une telle position (sans juger de sa justesse quant à Aristote), « métaphoriser » c'est passer d'une catégorie à une autre, les mettant en rapport. C'est ainsi que, pour Ricoeur, la métaphore dans la conception aristotélicienne concerne deux pôles, lesquels sont rapprochés l'un de l'autre par la métaphore : « l'idée de transgression catégorielle permet d'enrichir celle d'écart » (*idem*), qui a souvent servi à caractériser la métaphore.

[1]La conception de Ricoeur, plus généralement, est que la métaphore ne doit pas être comprise comme simple ornement, comme une augmentation à une formulation linguistique qui n'enrichit en rien le sens de celle-ci. Bien au contraire, pour Ricoeur la métaphore est un mode de signifier (peut-être, comme Ricoeur l'indique, le mode figuré par excellence), et sa réalisation va au-delà de la simple formulation linguistique : « si la métaphore consiste à parler d'une chose dans les termes d'une autre, ne consiste-t-elle pas aussi à percevoir, penser ou sentir, à propos d'une chose, dans les termes d'une autre ? » (Ricoeur 2007 [1975], p. 109).

pourtant quand Pascal affirme que « ce qui passe la géométrie nous surpasse » (OC III, p. 393) ? Est alors en question « la véritable » méthode de définir tous les termes et de prouver toutes les propositions. La chose ne serait-elle cependant pas impossible, puisque la géométrie même ne peut pas appliquer cette méthode ? Si cette méthode passe la géométrie, que dire des hommes, qui « ne sauraient jamais arriver à cette méthode » ? Ils sont *surpassés* par cette méthode qui *passe* la géométrie.

L'homme passe infiniment l'homme et la réalité passe infiniment le langage.

Nous croyons que l'analogie et la métaphore indiquent la direction linguistique qui permet de « répondre » à la question : comment faire référence à ce qui est au-delà du langage « propre » ?[1]. Dans le cas dans lequel quelque chose dépasse une certaine limite, l'analogie semble aider à la reconnaissance qu'il y a quelque chose au-delà de cette limite, à travers une comparaison. L'*aller au-delà* apparaît ainsi comme une des possibles fonctions de l'analogie de disproportion, et sous la plume de Pascal elle apparaît avec les termes *dépasser* et *surpasser*.

Les deux verbes « surpasser » et « dépasser » sont tous deux importants pour Pascal[2]. Le rapport entre ces deux verbes est complexe ; notre interprétation est que « dépasser » est plutôt un comparatif qui montre que quelque chose va plus loin qu'une autre, tandis que « surpasser » tend plutôt vers un superlatif de visée plus totale et vers une supériorité[3]. Il reste certain que les deux sont des cas d'*aller au-delà*[4]. D'ailleurs, ils entrent dans des analogies : une première chose peut dépasser/surpasser une deuxième, *de même* qu'une troisième dépasse/surpasse une quatrième.

Nous proposons alors l'analyse d'une des fonctions de l'analogie de disproportion chez Pascal, à savoir l'*aller au-delà* qui est le surpassement. Nous présenterons la question par rapport la *Préface au Traité du Vide* ; par la suite, nous examinerons les arguments *a fortiori* chez Pascal, voyant comment il présente non seulement des équivalences d'inégalités mais aussi des inégalités d'inégalités ; nous passerons alors au fragment des trois ordres des *Pensées*, dans lequel une distance infinie figure une distance infiniment plus infinie ; nous conclurons avec le renversement du pour au contre, qui montre un aspect dynamique de l'argumentation pascalienne.

5.1 La *Préface au Traité du vide* : « tâcher de les surpasser en les imitant »

Des comparaisons de surpassement apparaissent dans la *Préface au Traité du vide*. Comme on le sait, l'importance de ce texte réside dans la classification que Pascal y dresse des différents types de connaissance, afin d'indiquer que le vide relève d'une

[1] Soulignons encore que la division entre sens propre et sens figuré n'a ici qu'un but explicatif, n'étant pas nécessairement constitutive du langage.

[2] J.-L. Marion (2004 [1986]) nomme « Dépassement » son chapitre dédié à Pascal.

[3] On pourrait encore songer à une connotation peut-être négative pour le dépassement et positive pour le surpassement.

[4] Comme aussi le verbe « passer » dans son usage dans Sel. 164, Laf. 131.

question de la science expérimentale. Ici, c'est la comparaison du surpassement dans sa dimension historique qui nous intéressera.

Qu'est-ce qu'une comparaison peut nous apprendre sur l'histoire ? Si celle-ci n'obéit pas à la régularité de la nature que les sciences prétendent atteindre, quelle serait la pertinence de l'analogie, si une répétition des affaires humaines dans le développement temporel n'est jamais certaine ?

Quand il critique, en évoquant Pascal, le manque d'esprit de *finesse* chez les allemands, P. Duhem indique qu'ils tombent dans l'erreur de croire que, de même que dans le mécanisme d'une montre, il y a pour la méthode historique des règles rationnelles qui pourraient être identifiées. Pour Duhem, en revanche, « la vérité historique est une vérité d'expérience », de sorte qu'« *il n'y a pas, il ne peut pas y avoir de méthode historique* » (Duhem 1915, p. 53 et p. 57).

Ce n'est pas l'occasion d'ouvrir ici la discussion sur le sens de l'histoire chez Pascal[1]. Néanmoins, nous voudrions montrer qu'il y a un mode de « connaissance historique » par la comparaison des incomparables. Pour comprendre cela, lisons la préface en question[2].

Dans cet opuscule, Pascal défend la légitimité d'affirmer une opinion distincte de celle des « anciens » sur l'existence du vide dans la nature. Il partage les matières en deux groupes. Le premier est celui de celles qui « dépendent seulement de la mémoire et sont purement historiques », leur maîtrise dépendant de bien savoir ce que les auteurs ont écrit : c'est le cas de l'histoire, de la géographie, de la jurisprudence, des langues, et surtout de la théologie. Comment savoir, si non par un livre, quels étaient les mots d'une langue morte ? Dans ce groupe de matières, ce qui importe c'est surtout l'autorité.

Le deuxième groupe est celui des matières qui « dépendent seulement du raisonnement, et sont entièrement dogmatiques, ayant pour objet de chercher et découvrir les vérités cachées » : il s'agit de la géométrie, de l'arithmétique, de la musique, de la physique, de la médecine, de l'architecture et de « toutes les sciences qui sont soumises à l'expérience et au raisonnement ». Pour celles-ci, leur « perfection dépend du temps et de la peine », puisqu'elles peuvent être augmentées. Les anciens les ont reçues inachevées, et nous les laisserons pour la postérité dans un état plus complet que celui où nous les avons reçues[3].

[1] Cette tâche a été réalisée par Oliva (2004).

[2] Du *Traité du vide* ne nous restent que des fragments. Quant à la datation de la préface, Mesnard indique que celle-ci est probablement contemporaine de ces fragments, qui datent de 1651. Cf. OC II, p. 773.

[3] Dans la 18^{e} Provinciale, Pascal présente une division tripartite des sources de connaissance : « Car, puisque vous m'y obligez, mon Père, je vous dirai que, selon les sentiments de deux des plus grands Docteurs de l'Église, saint Augustin et saint Thomas, ces trois principes de nos connaissances, les sens, la raison et la foi, ont chacun leurs objets séparés, et leur certitude dans cette étendue (...) Concluons donc de là que, quelque proposition qu'on nous présente à examiner, il en faut d'abord reconnaître la nature, pour voir auquel de ces trois principes nous devons nous en rapporter. S'il s'agit d'une chose surnaturelle, nous n'en jugerons ni par les sens, ni par la raison, mais par l'Écriture et par les décisions de l'Église. S'il s'agit d'une proposition non révélée et proportionnée

Voilà le scénario pour la critique faite par Pascal : les plus grandes erreurs sont celles des personnes qui essaient de faire usage de la faculté de la raison en théologie, en dépit de l'autorité sacrée, et d'autre part les erreurs des gens qui essaient de faire valoir une autorité pour une matière qui requiert le jugement de l'expérience ou de la raison[1].C'est là le propos principal de la Préface, à savoir : déterminer que l'existence du vide doit être conclue à partir de l'expérience, et non pas de l'autorité des anciens.

Une telle attitude serait-elle un manque de respect pour le travail des anciens ? D'aucune manière, car si eux-mêmes de son côté se seraient privés de faire des innovations par rapport à ce qu'ils avaient reçu, ils ne nous auraient pas passé aucune invention[2] :

> Comme ils [les anciens] ne se sont servis de celles [inventions] qui leur avaient été laissées que comme de moyens pour en avoir de nouvelles, et que cette heureuse hardiesse leur avait ouvert le chemin aux grandes choses, nous devons prendre celles qu'ils nous ont acquises de la même sorte, et à leur exemple en faire les moyens et non pas la fin de notre étude, et ainsi tâcher de les surpasser en les imitant. (OC II, p. 780)

Tout comme les anciens ont entamé leur travail à partir de ce qui leur a été laissé, pour aller au-delà, de même, en suivant leur exemple, nous devons *les surpasser en les imitant*. La comparaison ici est la suivante : nous surpassons les anciens de même (« comme », « de la même sorte ») qu'ils ont surpassé leurs prédécesseurs. Par cette comparaison, Pascal donne l'attitude à suivre : il s'agit d'un *surpassement*, c'est-à-dire, une différence qui est un « aller au-delà », et qui doit être imitée selon sa forme. Nous retrouvons ici une ressemblance qui comprend la différence, de même que dans l'analogie de disproportion.

Nous avons ici la comparaison de deux « aller au-delà de ». Il s'agit d'une comparaison délicate, car elle traite de matières historiques. Mais nous pouvons comprendre sa justesse : le contenu du changement historique ne peut pas être reproduit ou copié (il ne serait plus ainsi un changement) ; en revanche, l'*attitude* du changement peut être imitée. Ce qu'il faut imiter n'est pas les conclusions, mais le processus en tant que processus[3].

Avec une telle vision du progrès historique continuel des connaissances empiriques et rationnelles, Pascal arrive à la traditionnelle image des hommes qui, avec une

---

à la raison naturelle, elle en sera le premier juge. Et s'il s'agit enfin d'un point de fait, nous en croirons les sens, auxquels il appartient naturellement d'en connaître » (§ 29-34). Même si dans ce cas la raison et les sens sont identifiés comme des formes distinctes de connaissance, on reconnaît ici le même principe qui régit la division de types de connaissance dans la *Préface au Traité du vide*.

[1]Pascal, ainsi que le faisait Aristote pour les catégories, considère la transgression des ordres comme une faute dans la *Préface au Traité du Vide*.

[2]« Si l'antiquité était la règle de la créance, les anciens étaient donc sans règle » (Sel. 672, Laf. 505).

[3]Nous pourrions songer au fait que la tradition ne doit pas être héritée comme si elle ne nous concernait pas, mais comme quelque chose que nous devons réélaborer pour assimiler, à notre propre manière, le bien que possédaient les anciens.

petite action, voient plus loin que les anciens, car ils partent de ce qui ceux-ci ont déjà fait[1].

Pascal présente alors une autre comparaison. L'homme, étant différent des animaux, qui conservent toujours le même instinct, peut préserver des connaissances par la mémoire, pouvant facilement les accumuler, « de sorte que les hommes sont aujourd'hui en quelque sorte dans le même état où se trouveraient ces anciens philosophes, s'ils pouvaient avoir vieilli jusqu'à présent » (OC II, p. 782). Pascal arrive alors à la comparaison entre la connaissance cumulative d'un homme et celle de toute l'humanité, car tous les hommes ensemble font dans les sciences « un continuel progrès à mesure que l'univers vieillit, parce que la même chose arrive dans la succession des hommes que dans les âges différents d'un particulier » (*idem*). L'ensemble historique des hommes pour ce qui concerne la connaissance, dit Pascal, doit alors être considéré « comme un même homme qui subsiste toujours et qui apprend continuellement », d'où on voit que c'est de la mauvaise manière qu'on respecte l'antiquité de ces philosophes.

> car, comme la vieillesse est l'âge le plus distant de l'enfance, qui ne voit que la vieillesse dans cet homme universel ne doit pas être cherchée dans les temps proches de sa naissance, mais dans ceux qui en sont les plus éloignés ? (OC II, p. 782)

Encore une fois Pascal présente une comparaison entre des distances (quoiqu'elles ne soient pas ici infinies, comme c'est le cas par excellence de l'analogie de disproportion). La différence dans les étapes de l'humanité quant à la connaissance est comparée aux différents âges du développement d'un être humain. La vieillesse, l'*âge le plus distant de l'enfance*, doit servir de comparaison aux périodes *les plus éloignées* du développement de cet homme universel. Deux distances qui sont en train d'être achevées sont ainsi comparées. C'est ainsi qu'on peut comprendre que les anciens entreprenaient les premiers pas des sciences empiriques : le sens commun est renversé quand la bonne comparaison est retrouvée. On peut alors argumenter pour le vide car, si les anciens avaient connu les expériences de l'époque de Pascal, ils auraient eux-mêmes proposé son existence[2].

[1] Quoique médiévale, cette image est devenue célèbre par Newton. Comme le note Mesnard (OC II, p. 781, note), « soit par souci de discrétion dans le style, soit pour éviter la banalité, il ne reprend pas la comparaison traditionnelle du nain sur les épaules du géant ».

[2] Quant à l'idée de l'antiquité comme vieillesse du monde, Mesnard rappelle qu'elle avait été proposée par plusieurs penseurs, parmi lesquels Bacon. Il serait pourtant difficile d'identifier des influences précises dans ce cas. La même chose vaudrait pour saint Augustin, qui dans plusieurs passages compare l'humanité à un seul homme (par exemple dans la *Cité de Dieu*, X, 14 : *Sicut autem unius hominis, ita humani generis, quod ad Dei populum pertinet, recta eruditio per quosdam articulos temporum tamquam aetatum profecit accessibus*). Si dans l'*Augustinus* de Jansénius on retrouve, comme l'a vu Brunschvicg, une séparation entre la philosophie et la théologie qui pourrait probablement être la source de Pascal, même là il ne faudrait pas identifier une source précise, dit Mesnard, car la séparation entre foi et raison était diffusée dans l'augustinisme du XVII^{e}. Cf. Mesnard (OC II, pp. 772-776).

C'est la comparaison historique du surpassement qui lui permet de conclure au vide par l'expérience sans manquer de respect aux anciens : « c'est ainsi que, sans les contredire, nous pouvons assurer le contraire de ce qu'ils disaient » (OC II, p. 784). Cela, encore une fois, car cette comparaison concerne non pas un contenu, mais un type d'attitude. L'opinion contraire à celle des anciens n'est possible que parce qu'il y a un surpassement, surpassement qui ne contredit pas les anciens, car eux-mêmes agiraient ainsi dans ce cas. Une comparaison justifie d'imiter une différence, à savoir un surpassement.

Quant à l'analogie historique dans le cas de la tradition chrétienne, il faut encore considérer des autres passages de l'œuvre pascalienne. On lit dans les *Écrits sur la grâce* :

> La règle que nous prendrons pour cet effet [montrer « la vérité de l'opinion de l'Église et la fausseté des autres »] sera la tradition successive de cette doctrine depuis Jésus-Christ jusqu'à nous. Nous montrerons que nous l'avons apprise de nos pères, eux de ceux qui les ont précédés, ceux-là des autres, eux des anciens Pères, qui l'ont tenue des apôtres, qui l'ont reçue immédiatement de Jésus-Christ même qui est la vérité. (OC III, p. 769)

Par le moyen d'une chaîne qui transmet la vérité, nous arrivons à l'origine de celle-ci pour ce qui concerne les questions de théologie : le Christ lui-même. C'est ainsi qu'il faut renoncer à la « nouveauté des dogmes de Molina et de Calvin » (OC III, p. 769 ; cf. Wanegfelen 2006, p. 17). Il est alors clair que, dans des questions théologiques, issues de l'autorité, Pascal fait valoir un principe analogique : si dans les domaines des sciences le *surpassement* des anciens par l'expérience doit avoir lieu *car un surpassement a aussi eu lieu à l'égard de leurs prédécesseurs*, de même, dans le domaine de la théologie il faut *conserver* les opinions qu'on a reçues des prédécesseurs, car ils l'ont fait ainsi avec leurs prédécesseurs à eux[1].

Quant à la question de l'autorité de divers types de connaissance, les fragments de la liasse *Soumission et usage de la raison, en quoi consiste le vrai christianisme* sont particulièrement éclairants. On lit dans un des fragments de cette liasse :

> ~~Miscell.~~ Soumission.
>
> douter
>
> Il faut savoir, ~~ces trois qualités Pyrrhonien, géomètre, chrétien.~~
>
> ~~Soumis. doute, & elles s'accordent & se tempèrent en doutant~~ où il faut, ~~en~~ assur~~ant~~er où il faut, e~~nt~~ se soumett[ant] où il faut. Qui ne fait

[1] Certes dans le cas de la transmission de l'autorité théologique il n'y a plus d'analogie de disproportion, mais seulement une analogie « classique » : au lieu d'imiter le surpassement (ressemblance comprenant la différence), comme dans le cas des sciences empiriques, dans la théologie il faut imiter la conservation (ressemblance de la ressemblance).

> ainsi n'entend pas la force de la raison. Il y [en] a qui faillent contre ces trois principes, ou en assurant tout comme démonstratif, manque de se connaître en démonstration, ou en doutant de tout, manque ~~encore~~ de savoir où il faut se soumettre, ou en se soumettant en tout, manque de savoir où il faut juger[1]. (Sel. 201, Laf. 170)

Ce fragment est de grande importance pour la compréhension du statut de l'apologétique que pouvait faire Pascal. Il ne s'agit pas d'un irrationaliste : il ne veut qu'assigner sa place propre à la raison (le géomètre doit trouver la certitude où convient la certitude). Pascal n'est pas un sceptique : il ne faut douter qu'où il convient de douter (le pyrrhonien). Pascal n'est pas un fidéiste : la soumission est une valeur importante, mais seulement où convient la soumission (le chrétien). Quant à « ces trois qualités : Pyrrhonien, géomètre, Chrétien », « elles s'accordent », écrit Pascal dans les lignes biffées. Il n'y a pas d'incompatibilité entre le douter, l'usage de la raison et la soumission : il suffit qu'on respecte le domaine propre de chacune de ces attitudes. L'ordre propre par lequel Pascal énumère ces attitudes est significatif quant à la structure de l'apologétique : d'abord douter, pour ensuite arriver aux certitudes permises par la raison, finalement en se soumettant dans ce qui suit la Révélation.

Les divisions présentées dans la *Préface au Traité du Vide*, dans la 18^{e} *Provinciale* et dans les fragments sur la soumission de la raison sont des divisions de connaissance selon leurs types spécifiques d'objets. Ce que nous importe ici est que cette distinction, qui préserve des domaines propres de la connaissance, n'empêche pas Pascal de faire des comparaisons entre ces domaines. En fait, c'est plutôt cette distinction entre eux qui fait l'intérêt de ces comparaisons, distinction qui ne laisse pas d'être dans les comparaisons d'incomparables[2].

Pascal, auteur de la disproportion, Pascal, auteur mathématicien des rapports. Nous croyons que nous pouvons ici voir une distinction entre les niveaux « épistémologique » et « ontologique » de son œuvre[3]. Si d'un point de vue épistémologique Pascal propose des divisions rigides, dont la négation implique l'erreur qui amène à la fausseté (la raison ne doit pas opiner sur des sujets théologiques ; l'autorité de la tradition ne doit pas être juge suprême sur les questions empiriques ; la raison ne peut pas démontrer l'existence de Dieu), dans sa pensée religieuse sur la réalité du monde *il y a un rapport entre divers ordres*, souvent indiqué par l'analogie de disproportion. Identifier des relations n'est pas étrange pour Pascal, esprit mathématique. Mais

[1] Pour ce fragment en particulier, nous présentons la « transcription critique » de Descotes (2011) avec la ponctuation corrigée selon le « texte moderne » de cette édition.

[2] Il y aurait-il là une parenté de Pascal avec Aristote, saint Thomas et les néo-thomistes, qui distingue les sciences, sans pour cela nier la relation qui peut exister entre elles ? J. Maritain (1935), par exemple, intitule son livre *Distinguer pour unir*. Nous ne discuterons pas ici cette question d'influence.

[3] Dans ce travail, nous parlons d'« épistémologie » et d'« ontologie », quoiqu'ils ne soient pas des termes pascaliens, avec un but explicatif. Peut-être le plus propre serait de parler de modes de connaissance et de réflexion sur la réalité (notamment sur les ordres).

il y a une raison plus profonde des effets que sont les passages entre les ordres : l'Incarnation du Christ, fait du christianisme qui permet la réunion de l'éternel et du temporel, de l'infini et du fini. Il s'agit du problème de l'union des contraires, et nous y reviendrons lors de la partie III de ce travail.

Pour les comparaisons historiques que nous venons de voir, on peut dire qu'on y retrouve une comparaison de surpassements « horizontaux » : si quelque chose surpasse une autre, une troisième surpasse aussi une quatrième. En revanche, dans certains contextes de l'œuvre de Pascal on verra une comparaison d'incomparables qui se passe par moyen d'une inégalité d'inégalités (et non pas une équivalence d'inégalités). On aura alors affaire à une comparaison de surpassements qui renvoie vers une « verticalité ». Il faudra d'abord l'examiner dans le cas d'une forme argumentative qui n'est pas précisément une analogie de disproportion, mais qui cependant renvoie à celle-ci du fait qu'elle peut montrer une inégalité de surpassements. Nous ferons cela dans la prochaine section.

5.2 Le surpassement par la ressemblance : *combien plus*

> Et si la puissance et l'activité des éléments les ont frappés d'admiration, qu'ils en déduisent combien est plus puissant Celui qui les a formés.
>
> *Sg* 13, 4

Nous retrouvons chez Pascal et antérieurement dans la tradition chrétienne une certaine forme de comparaison : « si cela se passe dans un certain cas, combien plus cela se passera-t-il dans un autre cas ? ». Pour que « combien plus » ait du sens, il faut qu'un des événements soit moins improbable que l'autre. Ce raisonnement ressemble à celui appelé souvent raisonnement *a fortiori*. Celui-ci peut être formalisé d'une manière « logique » de la manière suivante : s'il est plus probable que C soit prédiqué de B que de A, et si C est prédiqué de A, alors C est prédiqué de B[1]. Une telle définition pourtant nous fait penser simplement à un syllogisme d'inclusion logique, comme le fait de dire de l'espèce ce qui est dit du genre. Nous croyons cependant que l'effet rhétorique du « combien plus » n'est pas restreint à une telle inclusion logique : c'est la disproportion entre les deux contextes comparés, dont l'un est contenu dans l'autre, qui crée l'effet de l'exemple pour l'auditeur. Cette forme comparative, comme l'analogie de disproportion, compare des inégalités : elle met néanmoins l'accent sur l'*inégalité des inégalités*, et non pas sur l'*équivalence des inégalités*, comme l'analogie de disproportion que nous avons déjà vue. Elle sera pourtant à rapprocher d'un type d'analogie de disproportion « verticale » (voir 5.3 sur Sel. 339, Laf. 308).

[1] Ryan, E. E. *Aristotle's theory of rhetorical argumentation*, Montréal : Bellarmin, 1984, p. 52.

Chez Pascal, un tel type de comparaison apparaît sous les formes « combien plus » ou « d'autant plus », parmi d'autres. La notion de « combien plus » se trouve aussi dans le langage biblique. Dans la Vulgate, on lit *quanto magis* ou *multo magis*, et dans la Septante on lit *pósôi mállon*.

Un exemple de ce type de comparaison apparaît dans Lc 11, 13, pour lequel la Bible de Port-Royal traduit *quanto magis* par « à combien plus forte raison » : « Si donc vous, quoique vous soyez méchants, vous savez néanmoins donner de bonnes choses à vos enfants ; à combien plus forte raison [*quanto magis*] votre Père qui est dans le ciel donnera-t-il le bon esprit à ceux qui le lui demandent ? ». L'expression « à combien plus forte raison » pour traduire *quanto magis* réapparaît dans Mt 7, 11. Dans d'autres versets, *quanto magis* est traduit simplement par « combien plus »[1].

Cette forme de comparaison exhibe une ressemblance entre deux contextes asymétriques. Elle ne dit pas, et c'est là le point intéressant, qu'une chose est « beaucoup plus » qu'une autre : cette comparaison est formulée comme une question ou comme une exclamation de « *combien* plus », en indiquant de manière hyperbolique une grande distance – on peut aussi parler ici de disproportion.

Cette forme apparaît aussi dans les *Pensées* :

> La dernière démarche de la raison est de reconnaître qu'il y a une infinité de choses qui la surpassent. Elle n'est que faible si elle ne va jusqu'à connaître cela.
>
> ---
>
> Que si les choses naturelles la surpassent, que dira-t-on des surnaturelles ? (Sel. 220, Laf. 188)

Ce fragment doit être considéré à côté de celui des trois ordres, où on lit qu'une distance infinie peut figurer une distance infiniment plus infinie. Les choses naturelles surpassent la raison ; que dira-t-on alors des surnaturelles ? L'expression « combien plus » n'est pas employée ici pour la relation de surpassement ; Pascal écrit plutôt « que dira-t-on », ce qui apporte de manière implicite la même idée : si les choses naturelles surpassent la raison, les choses surnaturelles la surpasseront encore plus[2].

Par ailleurs, ce fragment indique la position de Pascal par rapport à la raison : la dernière démarche de celle-ci « est de reconnaître qu'il y a une infinité de choses qui la surpassent ». En accord avec sa pensée sur la misère humaine, Pascal est un penseur qui indique les limites de la raison. Mais cette limitation ne doit pas être vue seulement dans son aspect négatif : c'est déjà un grand pouvoir pour la raison de pouvoir identifier qu'il y a une infinité de choses qui ne sont pas à sa portée. Dans ce

[1] C'est le cas de Dt 31, 27 et de Prov. 11, 31. Pour 2 Cor 3, 8, « combien le ministère de l'esprit doit-il être plus glorieux ? » traduit « *quomodo non magis ministratio spiritus erit in gloria* ».

[2] On pourrait songer au fait que l'asymétrie est ici encore plus accentuée : si on demande « que dira-t-on » plutôt que *combien* plus, cela est une marque encore plus forte de l'incomparabilité, ou même un refus de toute quantification (qui n'est pas typique de Pascal).

sens, nous soutenons que le raisonnement *a fortiori* est ici un mode pour la raison d'exprimer ses propres limites[1].

Autre fragment avec cette forme comparative est Sel. 690, Laf. 438/439 :

> Que si la miséricorde de Dieu est si grande qu'il nous instruit salutairement, même lorsqu'il se cache, quelle lumière n'en devons-nous pas attendre lorsqu'il se découvre ?
>
> Reconnaissez donc la vérité de la religion dans l'obscurité même de la religion, dans le peu de lumière que nous en avons, dans l'indifférence que nous avons de la connaître[2].

Nous y retrouvons la thématique du *Dieu caché* et du clair-obscur (voire 4 sur l'interprétation des figures)[3]. Dieu a voulu se cacher à l'homme, et sa grâce est nécessaire pour que l'homme le retrouve – c'est la position générale de Pascal. Néanmoins, même caché il se révèle aux hommes par sa miséricorde ; de sorte que, quand Dieu se découvrira totalement, on pourra atteindre une lumière beaucoup plus grande. Encore ici la comparaison apporte implicitement l'idée de surpassement : la lumière de Dieu découvert sera beaucoup plus grande que celle du Dieu caché.

Notons encore que les comparaisons des fragments Sel. 690, Laf. 438 et Sel. 220, Laf. 188 sont faites sous forme de *questions*. En effet, rien n'empêche qu'une comparaison soit faite seulement par des questions[4]. Mais le « combien plus » peut aussi apparaître dans une sentence déclarative, montrant explicitement une ressemblance dans la disproportion. On lit dans l'*Entretien avec Monsieur de Sacy* :

> J'ai pris un plaisir extrême à remarquer dans ces divers raisonnements en quoi les uns et les autres sont arrivés à quelque conformité avec la sagesse véritable qu'ils ont essayé de connaître. Car, s'il est agréable d'observer dans la nature le désir qu'elle a de peindre Dieu dans tous ses ouvrages, où l'on en voit quelque caractère parce qu'ils en sont les images, mais remplis d'une infinité de défauts parce qu'ils n'en sont que les images[5], combien est-il plus juste de considérer dans les productions des esprits

[1] Il est intéressant ainsi de lire l'affirmation de Chevalier (1922, p. 180) que « la science a révélé à Pascal *que le réel dépasse infiniment nos conceptions* ».

[2] À propos de ce fragment, voir 14.3.2.

[3] Dans Sel. 430, Laf. 849, Pascal évoque Mt 6, 23 : « Si la lumière est ténèbres que seront les ténèbres ? ».

[4] Les paroles d'une chanson peuvent bien indiquer cela : « How much do I love you ? / I'll tell you no lie / How deep is the ocean ? / How high is the sky ? / How many times in a day / Do I think of you ? / How many roses are / Sprinkled with dew ? // How far would I travel / Just to be where you are ? / How far is the journey / From here to a star ? / And if I ever lost you / How much would I cry ? / How deep is the ocean ? / How high is the sky ? » (*How Deep Is The Ocean ? (How High Is The Sky)*, I. Berlin). Dans cette chanson, la répétition de *how* (ici dans le sens de « combien de ») indique implicitement qu'il y a comparabilité entre chacune des incommensurabilités évoquées, dans une comparaison qui rappelle l'analogie de disproportion.

[5] Cette phrase n'apparaît pas dans le texte édité dans OC III, pp. 151-152. Cf. Sel. 762, Laf. 934.

> les efforts qu'ils font pour imiter la vertu essentielle, même en la fuyant, et de remarquer en quoi ils s'en égarent, comme j'ai tâché de faire dans cette étude. (Pascal 1994, pp. 122-123)

Ici telle forme de comparaison apparaît entre deux ordres, de même que l'analogie de disproportion lorsqu'elle intègre l'hétérogénéité verticale. Entre la nature qui cherche à « peindre Dieu dans tous ses ouvrages », en en donnant des images imparfaites, et les productions des esprits qui à la fois imitent la vertu essentielle et la fuient, « combien est-il plus juste de considérer » les efforts des esprits pour y arriver[1]. On voit ici la disproportion entre deux ordres[2], et une comparabilité entre elles qui n'est pas sans rappeler celle du fragment Sel. 339, Laf. 308 (voir 5.3).

La comparaison indiquée par « combien plus » et des expressions équivalentes montre donc une ressemblance entre des contextes dissemblables, s'approchant ainsi de l'analogie de disproportion verticale – car la comparaison par le « combien plus » implique une asymétrie. Elle aide ainsi l'homme à voir des différences : la considération des productions des esprits montre qu'elles *surpassent* les œuvres de la nature ; la raison reconnaît ce qui la surpasse ; la lumière du Dieu qui se montre surpasse celle que du Dieu caché. Pascal ne nie pas la possibilité de la connaissance, il n'est pas un sceptique dans le sens le plus fort du mot : il est plutôt un cartographe des limites épistémologiques de l'homme, et il indique dans quelle mesure on ne peut pas connaître les choses avec la certitude de la raison. Mais cela n'est pas une négation de la connaissance : il s'agit plutôt d'avoir une connaissance sur les possibilités de la connaissance elle-même.

On remarquera brièvement que des « enchaînements » d'inégalités, composant une structure semblable à celle des raisonnements *a fortiori*, apparaissent aussi dans les mathématiques. Dans le livre V des *Éléments* d'Euclide, la cinquième définition, sur des grandeurs qui sont *análogon*, montrait ce qu'on peut représenter par $A : B :: C : D$, tandis que la septième définition montrait qu'une grandeur peut avoir une raison plus grande (*meízona lógon ékhein légetai*) qu'une troisième grandeur à une quatrième : $A : B > C : D$. Les propositions 8, 10, 11 et 13 de ce livre ont toutes égard soit à des « transitivités » d'équivalence, soit à des relations d'inégalités. Mais nulle part dans le livre V on trouve un enchaînement strict d'inégalités[3]. Cela changera plus tard

[1] On notera que, à la différence de ce qu'il avait dit dans les écrits sur le vide, Pascal prête ici une intention à la nature. De même que dans la lettre écrite avec Jacqueline à leur sœur Gilberte, la nature donne des images de Dieu ; et cependant, elle n'en donne *que* des images : le caractère intermédiaire des productions de la nature rappelle ici celui des figures.

[2] Devrions-nous identifier les œuvres de Dieu comme étant dans l'ordre du corps ? Cela n'est pas évident. La question ici, plutôt que sur des ordres de réalité (qui s'insèrent dans l'anthropologie pascalienne) se pose sur les modes de possibilité pour connaître le divin : Dieu doit-il être connu par les créatures naturelles ou par les productions des esprits ?

[3] Pour les détails de ces définitions et de ces propositions, voir les notes de B. Vitrac dans Euclide (1994-2001).

dans l'histoire des mathématiques[1]. Dans l'œuvre de Pascal, un exemple intéressant de raisonnement « *a fortiori* » dans les mathématiques apparaît dans la *Lettre de A. Dettonville à Monsieur A.D.D.S* – nous y reviendrons dans 12.2.1.

La comparaison d'inégalités de la forme rhétorique du *combien plus* indique un surpassement qui, comme nous l'avons remarqué, n'est pas seulement « horizontal », mais qui renvoie vers une « verticalité ». Cela se montrera par excellence dans les comparaisons faites dans le fragment dit des trois ordres, que nous analysons dans la prochaine section.

5.3 Le fragment des trois ordres : des distances infinies à l'infini de la charité

> nothing false and possible is love
> (who's imagined, therefore is limitless)
> love's to giving as to keeping's give
> as yes is to if, love is to yes
>
> e. e. cummings

Le fragment sur les « trois ordres » (Sel. 339, Laf. 308) joue un rôle important dans les *Pensées* : il présente aussi une analogie de disproportion[2]. D'ailleurs, dans ce fragment on retrouve non seulement une analogie entre les trois ordres, mais la structuration même de ceux-ci est sous un certain aspect semblable à l'hétérogénéité mathématique (voir par exemple Gardies 1984). Il faut aussi noter que ces ordres sont structurés selon une hiérarchie, de manière qu'un élément d'un ordre inférieur n'est rien à l'égard de l'ordre supérieur – principe cher à Pascal. Comme ce fragment est une des plus achevées des *Pensées*, nous la citons en entier :

> La distance infinie des corps aux esprits figure la distance infiniment plus infinie des esprits à la charité car elle est surnaturelle.
>
> ———
>
> Tout l'éclat des grandeurs n'a point de lustre pour les gens qui sont dans les recherches de l'esprit.

[1] E. Giusti (1993, pp. 163-164), dans sa reconstruction d'une théorie « galiléenne » des proportions, dédie une partie aux inégalités, où il présente un théorème selon lequel si $a : b < A : B$ et $A : B < \alpha : \beta$, alors $a : b < \alpha : \beta$ (Giusti 1993, p. 171). Il n'attribue ce théorème ni aucun ouvrage de Galilée ni à aucun de ses contemporains. Il est quand même intéressant de voir que ce résultat sur les inégalités est implicite, ou au moins compatible avec le cadre d'une théorie des proportions « galiléenne ». Selon Napolitani et Saito (2004, p. 103, note), effectivement on ne trouve pas dans les *Éléments* d'Euclide des démonstrations « enchaînant » des inégalités de rapports. Cela apparaît de manière explicite dans le livre VII de la *Collection* de Pappus et dans la fin de l'édition du livre V des *Éléments* par Campanus. Ce raisonnement sera présent dans la « Renaissance mathématique », comme le montrent Napolitani et Saito (2004), notamment dans l'œuvre de Luca Valerio.

[2] Nous avons proposé une première analyse de ce fragment dans Cortese (2012).

La grandeur des gens d'esprit est invisible aux rois, aux riches, aux capitaines, à tous ces grands de chair.

La grandeur de la sagesse, qui n'est nulle sinon de Dieu, est invisible aux charnels et aux gens d'esprit. Ce sont trois ordres différents de genre.

Les grands génies ont leur empire, leur éclat, leur grandeur, leur victoire et leur lustre, et n'ont nul besoin des grandeurs charnelles où elles n'ont pas de rapport. Ils sont vus, non des yeux mais des esprits. C'est assez.

Les saints ont leur empire, leur éclat, leur victoire, leur lustre et n'ont nul besoin des grandeurs charnelles ou spirituelles, où elles n'ont nul rapport, car elles n'y ajoutent ni ôtent. Ils sont vus de Dieu et des anges et non des corps ni des esprits curieux. Dieu leur suffit.

Archimède sans éclat serait en même vénération. Il n'a pas donné des batailles pour les yeux, mais il a fourni à tous les esprits ses inventions. Ô qu'il a éclaté aux esprits !

Jésus-Christ sans biens, et sans aucune production au-dehors de science, est dans son ordre de sainteté. Il n'a point donné d'inventions, il n'a point régné, mais il a été humble, patient, saint, saint, saint à Dieu, terrible aux démons, sans aucun péché. Ô qu'il est venu en grande pompe et en une prodigieuse magnificence aux yeux du cœur et qui voient la sagesse !

Il eût été inutile à Archimède de faire le prince dans ses livres de géométrie, quoiqu'il le fût.

Il eût été inutile à Notre Seigneur Jésus-Christ pour éclater dans son règne de sainteté de venir en roi, mais il y est bien venu avec l'éclat de son ordre.

Il est bien ridicule de se scandaliser de la bassesse de Jésus-Christ, comme si cette bassesse était du même ordre duquel est la grandeur qu'il venait faire paraître.

> Qu'on considère cette grandeur-là dans sa vie, dans sa passion, dans son obscurité, dans sa mort, dans l'élection des siens, dans leur abandonnement, dans sa secrète résurrection et dans le reste. On la verra si grande qu'on n'aura pas sujet de se scandaliser d'une bassesse qui n'y est pas.
>
> ——
>
> Mais il y en a qui ne peuvent admirer que les grandeurs charnelles comme s'il n'y en avait pas de spirituelles. Et d'autres qui n'admirent que les spirituelles comme s'il n'y en avait pas d'infiniment plus hautes dans la sagesse.
>
> ——
>
> Tous les corps, le firmament, les étoiles, la terre et ses royaumes, ne valent pas le moindre des esprits. Car il connaît tout cela, et soi, et les corps rien.
>
> ——
>
> Tous les corps ensemble et tous les esprits ensemble et toutes leurs productions ne valent pas le moindre mouvement de charité. Cela est d'un ordre infiniment plus élevé.
>
> ——
>
> De tous les corps ensemble on ne saurait en faire réussir une petite pensée. Cela est impossible et d'un autre ordre. De tous les corps et esprits on n'en saurait tirer un mouvement de vraie charité. Cela est impossible et d'un autre ordre surnaturel. (Sel. 339, Laf. 308)

Le fragment présente une tripartition entre les ordres des corps, des esprits et de la charité – « classement » rapporté à une division des concupiscences dont parle Sel. 761, Laf. 933 :

> Concupiscence de la chair, concupiscence des yeux, orgueil, etc.
> Il y a trois ordres de choses. La chair, l'esprit, la volonté.
> Les charnels sont les riches, les rois. Ils ont pour objet le corps.
> Les curieux et savants, ils ont pour objet l'esprit.
> Les sages, ils ont pour objet la justice.
> Dieu doit régner sur tout et tout se rapporter à lui.
> Dans les choses de la chair règne proprement la concupiscence.
> Dans les spirituels, la curiosité proprement.
> Dans la sagesse l'orgueil proprement.
> Ce n'est pas qu'on ne puisse être glorieux pour le bien ou pour les connaissances, mais ce n'est pas le lieu de l'orgueil, car en accordant à un homme qu'il est savant on ne laissera pas de le convaincre qu'il a tort d'être superbe.
> Le lieu propre à la superbe est la sagesse, car on ne peut accorder à un

> homme qu'il s'est rendu sage et qu'il a tort d'être glorieux. Car cela est de justice.
> Aussi Dieu seul donne la sagesse et c'est pourquoi : *qui gloriatur in Domino glorietur*[1].

Plusieurs commentateurs ont rapporté ce classement des concupiscences à la première épître de saint Jean (2, 16) : « tout ce qui est dans le monde », dit la traduction de Port-Royal, « est ou concupiscence de la chair, ou concupiscence des yeux, ou orgueil de la vie »[2]. Il est intéressant de noter que si d'une part cette division parle de concupiscences distinctes, en revanche elles sont toutes des éloignements de Dieu, et dans ce sens possèdent une communauté. On retrouve alors dans Sel. 761, Laf. 933 une analogie de disproportion pour ainsi dire *ad unum* : elles sont des modalités dans trois ordres d'une même chose – le péché[3]. Il semble ainsi que Sel. 761, Laf. 933 a une sorte structure en négatif de celle de Sel. 339, Laf. 308 : on y voit un classement de concupiscences tandis que dans le dernier il s'agit de choses « positives ».

Revenons à Sel. 339, Laf. 308. Ce qui appartient à ces ordres n'est pas explicité – sont-ce des « choses » ? Des « éléments » ?[4]. On comprend néanmoins que Pascal hiérarchise les trois ordres qui embrassent respectivement ce que l'homme recherche dans chaque cas.

On peut interpréter ces différences d'ordre comme des *disproportions* : les distances infinies indiquent ici un manque de rapport entre les grandeurs de chaque ordre. Les grands génies « n'ont nul besoin des grandeurs charnelles » où les grandeurs de

[1] Cf. II Cor X, 17 : « Que celui donc qui se glorifie, ne se glorifie que dans le Seigneur ».

[2] Cf. notamment Mesnard (1988, p. 32). Pour les différences entre la division de Pascal et celle de l'épître de Jean, voir Rodis-Lewis (1963).

[3] « il y a autant de modes de la distance de l'âme à Dieu, qu'il y a de façons pour la volonté propre d'introduire un ordre préférentiel ou final dans les choses particulières. "(...) Orgueil, (...) curiosité, (...) concupiscence" : sous les trois modalités principales auxquelles l'âme restreint tous ses choix, "il n'y a nul rapport de moi à Dieu, ni à J.-C. juste". Les trois ordres du fragment [Sel. 761, Laf. 933] ont en commun une même disproportion de l'âme à son unique fin réelle » (Pécharman 1997, p. 30).

[4] M. Pécharman (1997) fait attention à la différence de formulation dans les deux fragments : « il y a trois ordres de choses » (Sel. 761, Laf. 933), « ce sont trois ordres différents de genre » (Sel. 339, Laf. 308). Elle propose que dans Sel. 761, Laf. 933 il est question de « choses », qui pourraient être comprises comme des objets intentionnels, et qui sont ordonnées à une fin extérieure à l'ordre, d'une manière *ad unum*. Quant à Sel. 339, Laf. 308, en revanche, Pécharman (1997, p. 35) propose qu'il y a un ordre intérieur à chaque ordre, un ordre *dans* les ordres (entre les éléments homogènes de chaque ordre), et un ordre hiérarchique extérieur aux ordres, un ordre *des* trois ordres. Si dans l'ordre interne on peut avoir des comparaisons du plus et du moins, toujours contraintes à l'homogénéité, dans l'ordre des trois ordres règne l'hétérogénéité. Pour Pécharman, la structure des trois ordres, orientée par une différence « de genre », ne peut gagner du sens qu'à partir de l'ordre interne à chaque ordre. « La différence générique des ordres va devoir être modalisée par la considération des différences de degré internes à un ordre » (Pécharman 1997, p. 33). Les différences inter-génériques, dit Pécharman (1997, p. 37), seraient fondées sur les différences intra-génériques du (toujours) plus et du (toujours) moins. Quand il ne peut plus avoir augmentation ou diminution indéfinie, on passe à l'hétérogène.

l'esprit « *n'ont pas de rapport* », et d'autre part les saints « n'ont nul rapport » aux grandeurs charnelles ou spirituelles, « car elles n'y ajoutent ni ôtent ». Le manque de rapport nous autorise à user du terme de « disproportion » : sans rapport, en effet, il ne peut pas y avoir de proportion[1].

Mais si les distances infinies correspondent à un manque de rapport, en revanche il y a une relation établie entre les différences d'ordre, l'un « figurant » l'autre, relation qui est une analogie de disproportion. « La distance infinie des corps aux esprits figure la distance infiniment plus infinie des esprits à la charité car elle est surnaturelle » : si le fragment est d'une richesse difficilement épuisable, nous voudrions discuter la relation qui s'instaure entre les trois ordres. Pascal rapproche ici deux distances, en particulier deux distances infinies. En fait, entre ces deux distances il y a aussi une distance infinie, car une d'elles est « infiniment plus infinie » que l'autre. Et là encore Pascal les rapproche par la *figuration*[2]. Pascal rapproche alors des distances infinies[3]. Cette figuration est une analogie de disproportion dans le sens où elle met en rapport deux distances infinies. Certes il s'agit d'un rapport vertical, dans lequel une des distances est infiniment plus infinie que l'autre. Néanmoins, la reconnaissance d'une distance infinie permet ici de concevoir une autre distance infinie.

Que comprendre de la hiérarchie présentée entre les trois ordres ? Pascal précise encore dans ce fragment ce qu'est l'absence de rapport : « ce sont trois ordres différents *de genre* ». Entre les ordres il y a donc *hétérogénéité*, et on peut rapprocher cette différence entre les ordres de l'*hétérogénéité* mathématique. « Les grandeurs sont dites être du même genre, lorsque l'une étant plusieurs fois multipliée peut arriver à surpasser l'autre » (OC III, p. 408) : c'est ainsi que Pascal cite dans l'*Esprit*

[1]Le terme de « disproportion », typiquement pascalien, apparaît dans la réflexion sur les ordres chez plusieurs commentateurs (cf., par ex., les passages déjà cités de Magnard 1979, p. 402 et Pécharman (1997, p. 31). Certes la relation entre le « manque de rapport » et la « disproportion » n'est pas facile à déterminer, et on verra plus de développements sur cela encore dans cette partie I de ce travail.

[2]Rappelons que Secretan (1998) parle d'une *analogia figurationis per modum disproportionalitatis* pour ce fragment. D'autre part Secretan (2013, pp. 91-94) parle d'une analogie entre la « transcendance naturelle » entre les corps et les esprits et la « transcendance surnaturelle » entre les esprits et la charité. Le terme de « distance » indiquerait là une « disproportion » que ferait identifier non pas l'*analogia proportionalitaits* médiévale, mais une *analogia disproportionalitatis*. « La distance insiste sur la plus grande dissemblance et non sur ce qui rend semblable, comme le fait la proportion » (pp. 11-12). Il y a là toutefois encore *figure* entre ces deux distances. Pour Secretan cependant, il y aura ensuite une *dis-analogie*, quand Pascal écrit que « Jésus-Christ, sans éclat et sans aucune production au-dehors de science, est dans son ordre de sainteté ». La *dis-analogie* de laquelle parle Secretan semble être plutôt rattachée à la distance ontologique de l'homme pécheur à Dieu, en créant une opposition à l'analogie initiale : « une analogie de transcendantalité positive porte de l'homme au divin ; une disanalogie éloigne l'homme du divin » (p. 92). Finalement, Secretan propose que « au trinôme divin du cœur, de la charité et de la sainteté s'oppose ainsi en *analogie négative* le trinôme "humain, trop humain" de la chair, de la curiosité et de l'orgueil de la vie. Cela dans une perception ultime des choses qui couronne l'édifice de l'analogie de transcendance et de la disanalogie par une analogie négative entre ce qui est de l'ordre du péché et ce qui est de l'ordre de la grâce » (pp. 93-94). On retrouve ici un schème ternaire proche de celui que nous analyserons dans 6.

[3]Sur le rôle de la géométrie projective pour la notion de distance infinie chez Pascal, voir 13.

Géométrique (avec des transformations) la définition classique de l'homogénéité selon Euclide (*Éléments*, V, déf. 4). Quant à l'hétérogénéité, elle existe entre deux grandeurs dont la moindre, étant suffisamment multipliée, ne peut pas surpasser l'autre[1].

L'hétérogénéité peut alors être comprise dans cette structure comme le fait qu'un rassemblement (dans le cas mathématique, la somme ou multiplication) n'est d'aucune valeur face à un ordre supérieur (dans les mathématiques, l'un ne surpasse pas l'autre). Dans l'ordre du corps, on peut rassembler toutes les richesses et la force qu'un homme puisse conquérir, mais l'accumulation de grandeurs de cet ordre n'a aucune valeur (« n'a point de lustre ») quand elle est considérée à partir de l'ordre des esprits, c'est-à-dire, de l'ordre des réalisations intellectuelles humaines, dont le « prince », dit Pascal, est Archimède.

D'ailleurs, « tous les corps ensemble et tous les esprits ensemble et toutes leurs productions ne valent pas le moindre mouvement de charité. Cela est d'un ordre infiniment plus élevé ». Pour l'ordre de la charité, ordre de la sainteté, tous les réalisations de la raison humaine ensemble n'ont aucune valeur : ils « ne valent pas le moindre mouvement de charité ». On peut dire alors que ce fragment présente une structure d'ordres en hiérarchie, dans laquelle chaque ordre contient un ensemble de grandeurs propres à lui, qui n'est rien par rapport à l'ordre supérieur[2].

Soulignons quelques aspects de cette structure. Pascal écrit que *tous* les corps ne valent pas le moindre des esprits, et que « *tous* les corps ensemble et *tous* les esprits ensemble et *toutes* leurs productions ne valent pas le moindre mouvement de charité ». C'est une *totalité* de grandeurs de chaque ordre qui est prise en considération, de sorte qu'on ne saurait dire que le manque de valeur vient d'un manque d'éléments. *Toutes* les grandeurs d'un ordre sont considérées, et même ainsi assemblées elles sont dépourvues de valeur à l'ordre supérieur : voilà ce qui correspond à l'impossibilité pour une grandeur de surpasser l'autre même en étant multipliée plusieurs fois[3]. Pascal écrit aussi qu'il est « impossible » de « réussir »[4] une petite pensée de tous les corps ensemble : qu'importe l'effort qu'on fît, qu'importe la quantité de corps qu'on rassemblât, jamais une pensée n'en ressortirait.

La négligeabilité d'un élément à l'égard d'un ordre supérieur sert non seulement aux réflexions mathématiques de l'*Esprit Géométrique*, mais à la pratique

[1] Pour une analyse plus précise de la notion d'hétérogénéité, ainsi que de son appropriation dans l'*Esprit Géométrique*, voir 7.2.

[2] Nous dirons souvent qu'un élément est un néant à l'égard de l'ordre supérieur. Plus proprement, il faudrait dire qu'un élément est un néant quand comparé *à un élément* de l'ordre supérieur. C'est ainsi que Pascal s'exprime dans Sel. 339, Laf. 308, ce qui est tout à fait logique, car on ne peut pas comparer un élément à un ordre. Toutefois, par extension nous parlerons même ainsi d'un élément comme un néant par rapport à un ordre supérieur.

[3] Bien que Pascal parle ici de « multiplication » des grandeurs, nous savons que pour Euclide une grandeur ne peut pas être multipliée par un nombre : dans les *Éléments*, Euclide opère plutôt par les « équimultiples » de grandeurs.

[4] C'est-à-dire, faire sortir. Pécharman (1997, p. 39) propose que le terme est employé de manière qu'une loi mathématique des homogènes est transposée en une loi de causalité, les éléments d'un ordre inférieur n'ayant pas d'effets sur un ordre supérieur.

mathématique de Pascal. Dans la traduction du *Potestatum numericarum summa*, il écrit[1] :

> *dans le cas d'une quantité continue, des quantités d'un genre quelconque, ajoutées, autant qu'on veut, à une quantité d'un genre supérieur, ne lui ajoutent rien de plus.* Ainsi les points n'adjoignent rien aux lignes, les lignes aux surfaces, les surfaces aux solides, ou, *pour employer le langage des nombres dans un traité consacré aux nombres*, les racines n'apportent rien par rapport aux carrés, les carrés par rapport aux cubes, les cubes par rapport aux carrés-carrés, etc. C'est pourquoi les degrés inférieurs, se révélant comme de valeur nulle, ne doivent pas être considérés.
>
> (OC IV, pp. 1271 - 1272, trad. modifiée)

Le fait était bien connu dans les mathématiques de l'époque : des grandeurs d'un genre inférieur n'ajoutent rien à un genre supérieur[2]. Certes dans Sel. 339, Laf. 308 Pascal écrit « ordres », et non pas « genres », mais il écrit bien que « ce sont trois ordres différents de genre ». Nous avons vu d'ailleurs que les différences d'ordre partagent avec l'hétérogénéité mathématique des traits similaires[3].

Dans ce sens, une autre expression de ce fragment mérite l'attention : les grandeurs charnelles et spirituelles « n'y ajoutent ni ôtent » (aux saints). Peu importe quelle quantité de grandeurs d'un ordre inférieur soit rassemblée, cela ne change rien pour les saints qui sont dans l'ordre de la charité[4].

Pascal indique que la valeur des grandeurs d'un ordre est nulle *à l'égard de l'ordre supérieur* : c'est-à-dire qu'il s'agit d'une qualification et d'une négligeabilité *relatives* à un autre ordre. D'ailleurs, Pascal ne dit pas que ces grandeurs *sont* nulles ou *ne sont rien*, mais plutôt qu'elles « le valent pas le moindre » élément d'un ordre supérieur[5]. On peut alors dire qu'il y a une qualification relative à un ordre supérieur, face auquel une grandeur est dépourvue de valeur[6].

---

[1] Pour le contexte de ce passage, voir 9.6. Pour la négligeabilité dans la pratique mathématique, voir 12.

[2] *Plus autem vel minus non constituunt genera diversa* (Viète, *In artem analyticem isagoge*, 1591, chap. IV, *praeceptum* I ; cf. Descotes 2011).

[3] Selon J. Mesnard (Communication dans le Colloque *Pascal et l'infini*, Maison des Sciences de l'Homme, Clermont-Ferrand, 28 mars 2012), Pascal passe progressivement de l'usage de « genre » à « ordre ». L'« ordre » apparaît aussi dans des textes mathématiques, par exemple dans le *Traité du triangle arithmétique*. Ce qui était d'abord appelé par Pascal *nombre figuré* devient *ordre numérique*, indiquant une hésitation quant à l'usage de certaines expressions.

[4] Avec Merker, nous rapprochons cette expression de la notion mathématique de négligeabilité. En revanche, il faut se garder de suivre Merker (2001, p. 168) dans l'affirmation que « les termes mêmes de Pascal dans le *Traité du Triangle arithmétique* et dans les *Pensées* sont identiques : "car elles n'y ajoutent ni ôtent" ». Or quoique les notions soient certainement à rapprocher, l'expression n'apparaît pas telle quelle dans le *Traité du Triangle Arithmétique*.

[5] Rappelons encore l'expression « n'a point de lustre ».

[6] Gardies (1984) identifie dans les trois ordres *l'infini non-dénombrable*, et propose de les formaliser, à la manière de Cantor, comme $2^{\aleph_0} + n = 2^{\aleph_0} = 2^{\aleph_0} - n$. Quant à Merker (2001, p. 171), elle propose

L'idée qu'un élément est un néant par rapport à un autre, et en particulier que le fini devient un néant par rapport à l'infini est chère à Pascal, et réapparaît dans d'autres contextes (notamment dans le fragment *Disproportion de l'homme* et dans quelques passages des *Lettres de A. Dettonville* ; voir 11.2).

Le vocabulaire de ce fragment indique encore qu'une telle relation entre les ordres peut être établie par la *vue* : la grandeur des gens d'esprit est *invisible* aux « grands de chair », et la grandeur de la sagesse est *invisible* aux charnels et aux gens d'esprit ; les grands génies *sont vus*, non des yeux mais des esprits[1]. Une grandeur, nous l'avons vu, est dépourvue de valeur par rapport à un ordre supérieur. Mais une certaine « négligeabilité » se passe dans les deux sens : si entre l'ordre inférieur et l'ordre supérieur elle signifie être de nulle valeur, d'autre part les grandeurs de l'ordre supérieur sont « invisibles » aux ordres inférieurs.

Il faut souligner en tout cas que la hiérarchie entre les trois ordres est strictement verticale : les esprits sont au-dessus des corps, et la charité est au-dessus des esprits. On ne saurait pas dire ici qu'il s'agit simplement d'un manque de communauté de genre : si « ces trois ordres sont différents de genre », ces genres à son tour sont les uns supérieurs aux autres[2]. C'est bien cette forme « verticale » de l'analogie de disproportion en question qui a fait l'intérêt considérer les argumentations *a fortiori* du *combien plus* (voir 5.2).

Le fait que les grandeurs d'un ordre « ne valent pas le moindre » élément d'un ordre supérieur fait penser non seulement à des structures mathématiques, mais aussi à des références religieuses. Quels seraient les textes bibliques qui auraient pu inspirer cette idée dans ce fragment ? Dans son analyse, Descotes (2011) cite 1 Cor 13, 1-3, le début de l'« hymne à la charité ». En effet, on y lit : « si je n'ai point la charité, je ne suis rien [*nihil sum*] » (1 Cor 13, 2). La charité est alors la seule mesure possible de valeur, hors de laquelle rien ne vaut vraiment. Du fait que le plus grand élément d'un ordre inférieur ne saurait être plus grand que le moindre élément

qu'on pourrait formaliser que l'ordre des corps est à l'ordre des esprits de même que l'ordre des esprits est à l'ordre du cœur : $\aleph_0 : \aleph_1 :: \aleph_1 : \aleph_2$. Dans Cortese (2012) nous avons proposé une autre formulation à cette comparaison par l'arithmétique des transfinis de Cantor : dans l'ordre des corps, marque de la finitude de l'homme, rien ne nous oblige d'y voir un infini, un n quelconque étant suffisant pour la symboliser. En revanche, l'ordre du cœur tient une distance *infiniment plus infinie* à l'ordre des esprits : il faut dire que l'ordre du cœur est le plus grand de tous les ordres, et pourrait être identifié à l'*Infinitum aeternum increatum sive Absolutum* duquel parle Cantor (*Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts* , p. 399 ; d'après Gardies 1984, p. 134). De manière qu'on pourrait « traduire » ce fragment par $n : \aleph_1 :: \aleph_1 : absolu$.

[1]Cf. Balthasar (1972), Pécharman (1997, p. 33-35) et Marion (2004 [1986], p. 334), qui écrit : « une relation, certes incommensurable, relie les ordres en les fixant dans une hiérarchie – le regard ».

[2]Une question au schème des trois ordres serait de s'interroger comment comprendre le fait que l'Incarnation fait que le *corps* divin soit dans l'ordre de la charité, où on trouve le Christ. Nous croyons que la réponse vient du fait que non seulement les trois ordres s'organisent verticalement et de manière asymétrique, mais aussi les ordres supérieurs *comprennent* en quelque sorte les ordres inférieurs. La charité n'exclut pas les réalisations des esprits – pensons à saint Augustin, cité par Pascal dans cet ordre. La question ici est plutôt celle de la conversion, qui donne la possibilité de considérer la réalité avec des nouveaux yeux.

d'un ordre supérieur, un autre passage doit être évoqué. Quand le Christ parle de Jean-Baptiste, en disant qu'il est « plus qu'un prophète », c'est ainsi qu'il le qualifie :

> Car je vous déclare, qu'entre tous ceux qui sont nés des femmes, il n'y a point de plus grand [*major*] Prophète que Jean-Baptiste : mais celui qui est plus petit [*minor*] dans le royaume de Dieu est plus grand que lui. (Lc 7, 28)

Jean-Baptiste est dit être les plus grand de ceux qui « sont nés des femmes » : parmi les hommes dans la terre, il est le plus grand. Mais le plus petit au royaume de Dieu est plus grand que lui, ce qui montre que le royaume de Dieu est dans l'absolu plus grand que le monde des hommes : il n'y a personne dans celui-ci qui soit plus grande qui quelqu'un dans celui-là[1]. Du fait de la familiarité de Pascal avec ces fragments, on peut penser que cette proximité pourrait ne pas être fortuite.

Un deuxième sens du mot « ordre » permet de discriminer entre grandeur et bassesse dans Sel. 339, Laf. 308 : « il est bien ridicule de se scandaliser de la bassesse de Jésus-Christ, comme si cette bassesse était du même ordre duquel est la grandeur qu'il venait faire paraître ». Or si Jésus-Christ est dans l'ordre de la charité, aussi bien sa bassesse que sa grandeur devraient y être. Mais quand Pascal écrit ici qu'elles ne sont pas du même « ordre », nous comprenons qu'elles ne révèlent pas le Christ de la même manière. Il faut en fait indiquer que cette bassesse, dans le cas du Christ, n'est qu'apparente, et derrière elle on peut trouver la vraie grandeur de Dieu. Si on considère la grandeur de la vie du Christ « dans sa passion, dans son obscurité, dans sa mort, dans l'élection des siens, dans leur abandonnement, dans sa secrète résurrection et dans le reste », alors « on la verra si grande qu'on n'aura pas sujet de se scandaliser d'une bassesse qui n'y est pas » : derrière une petitesse « à la surface », on trouve une vraie grandeur dans la vie du Christ (voir 14.3.1).

Pour le moment, il faut revenir sur le fait que pour Pascal le fini est un néant par rapport à l'infini. L'idée apparaît dans *Disproportion de l'homme* (Sel. 230, Laf. 199) :

> Ce milieu qui nous est échu en partage étant toujours distant des extrêmes, qu'importe qu'un autre ait un peu plus d'intelligence des choses ; s'il en a et s'il les prend un peu de plus haut, n'est-il pas toujours infiniment éloigné du bout et la durée de notre vie n'est-elle pas également infime de l'éternité pour durer dix ans davantage ?

L'homme est en disproportion avec la nature, sans repère entre les deux infinis, et n'importe quel fini devient un néant à l'égard de l'infini. Une telle idée n'appartient pas exclusivement à Pascal au XVII^{e} siècle – Arnauld, par exemple, écrit : « un peu

[1] Il faut rappeler que déjà dans le discours même de Jean-Baptiste rapporté dans l'Évangile de Jean l'annonce de l'avènement du Christ est intimement liée à une question de « taille » : « il faut qu'il croisse, & que je diminue » (Jn 3, 30 ; *illum oportet crescere me autem minui*).

plus tôt ou un peu plus tard, qu'est-ce que cela quand on le compare à l'éternité ? »[1]. En fait, on trouve dans la tradition chrétienne l'idée que le temps n'est rien devant l'éternité, et la créature n'est rien devant le Créateur : on le lit chez plusieurs auteurs (pensons, par exemple, à Angelus Silesius), et nous y reviendrons, notamment dans 11.2. Quant à la notion que c'est l'amour qui confère une valeur aux choses, tout ce qui n'est pas touché par lui n'ayant aucune valeur, nous avons vu qu'elle vient déjà de saint Paul.

Néanmoins, nous croyons que Pascal apporte un nouveau regard sur la question, quand il considère la charité comme se distinguant par une *distance*. Pour Pascal, c'est à partir de l'amour que tout gagne sa valeur, et ce n'est ainsi qu'il est possible de connaître les choses divines. Si pour les choses humaines il faut les connaître pour les aimer, « les saints au contraire disent en parlant des choses divines qu'il faut les aimer pour les connaître, et qu'on n'entre dans la vérité que par la charité, dont ils ont fait une de leurs plus utiles sentences » (*De l'art de persuader*, OC III, p. 414)[2].

La charité acquiert alors la position de référence en fonction de laquelle tout est valorisé. Ainsi en va-t-il pour les figures : « tout ce qui ne va point à la charité est figure » (Sel. 301, Laf. 270). C'est à partir de l'amour que tout gagne sens, et que les figures peuvent être comprises – les choses sont alors ordonnées vers leur fin (voir 4 et 5.3). D'autre part, ce qui ne se tourne pas vers la charité n'a pas de valeur, n'est que figure.

Une fois « échauffé » par la charité, l'homme comprend qu'il y a un « ordre du cœur », qui n'est pas le même que l'ordre de l'esprit :

> L'ordre. Contre l'objection que l'Écriture n'a pas d'ordre.
>
> Le cœur a son ordre. L'esprit a le sien qui est par principe et démonstration. Le cœur en a un autre. On ne prouve pas qu'on doit être aimé en exposant d'ordre les causes de l'amour, cela serait ridicule.
>
> ———
>
> Jésus-Christ, saint Paul ont l'ordre de la charité, non de l'esprit, car ils voulaient échauffer, non instruire.
>
> Saint Augustin de même. Cet ordre consiste principalement à la digression sur chaque point qui a rapport à la fin, pour la montrer toujours.
>
> (Sel. 329, Laf. 298)

Mais si cet ordre à une fin, aurait-il une *mesure* ? D'une part, on lit :

> Mais pour montrer qu'il ne leur donnait pas l'Esprit sans mesure, mais par mesure, il leur dit la fin pour laquelle il le leur donne, en disant qu'ils

[1] Arnauld, *Continuation de la nouvelle défense de la traduction du Nouveau Testament*, Livre XII, Chapitre XII, 1680).

[2] Cf. la célèbre phrase d'Augustin : « *Non intratur in veritatem, nisi per caritatem* » (*Contra Fausto Manicheum*, XXXII, 18). Mesnard, dans OC III, p. 414, note, rappelle que cette phrase est citée par Jansenius, *Augustinus*, t. II, *Liber Prooemialis*, chap. VII.

> auront pouvoir de remettre et retenir les péchés.
>
> (*Abrégé de la vie de Jésus-Christ*, OC III, p. 310)

Mais devrait-on pour autant dire que pour Pascal l'amour est susceptible de mesure ? « La mesure de l'amour à Dieu, c'est d'aimer sans mesure », dit la célèbre phrase médiévale[1]. Quant à Pascal, nous croyons que pour lui la question se pose dans une terminologie un peu plus spécifique : la mesure de l'amour est rapportée à la mesure de la *distance* de l'amour. On peut encore poser la question : est-ce qu'il peut exister pour Pascal une métrique de l'ordre de la charité, ou est-ce que la charité échappe à toute mesure ? Il s'agit d'un absolu, certes, mais jusqu'où cet absolu peut-il être connu[2] ? Nous croyons qu'il faut poser la question de la mesure chez Pascal d'une manière plus précise : il s'agit de savoir qu'indiquent pour lui les « distances infinies » – un vocabulaire qui apparaît aussi dans la géométrie projective (section 13), et qui permettra de mieux considérer la charité pour Pascal (section 14.4).

Concluons pour ce qui est du fragment des trois ordres et la fonction de transcendance de l'analogie de disproportion. À propos du fragment *Infini rien* (Sel. 680, Laf. 418), Hans Urs von Balthasar écrit :

> La distance qualitative (entre l'esprit et le corps) est le lieu même d'où l'on peut prendre conscience de la distance quantitative ; et l'absence de rapport entre l'ordre quantitatif inférieur et l'ordre supérieur (le point et la ligne, le zéro et le nombre, etc.) n'est que l'écho déconcertant d'une tout autre absence de rapport dans l'ordre qualitatif. Mais quelle distance sépare des ordres entre lesquels – de bas en haut – il n'y a aucune ascension possible, mais seulement un saut ! Le problème de la mesure de la distance a torturé Pascal. Il devait pourtant devenir son problème propre, exactement fait pour lui. Lui, le théologien augustinien qui sait que toutes les élévations de puissance d'ordre inférieur ne peuvent jamais produire la moindre valeur dans un ordre supérieur, et qui a découvert d'abord ce thème théologique dans le domaine géométrique, il lui incombera d'établir le *rapport* qui existe entre les ordres ainsi séparés et de tracer les voies qui permettent de le calculer.
>
> (Balthasar 1972, pp. 92-93)

[1] Cette phrase est aussi bien attribuée à Saint Bernard de Clairvaux qu'à Saint Augustin. Si le premier a en effet écrit une formule très proche de celle-ci dans le *De diligendo deo*, I, 1 et VI, 16, il aurait pu l'avoir lue dans une lettre de Sévère de Milev à Augustin (Sévère lui-même ayant pu l'emprunter d'Augustin). Voir note de F. Dolbeau, dans Augustin d'Hippone, *Vingt-six Sermons au peuple d'Afrique*, Collection des Études Augustiniennes, 1996, p. 64. Dans la formulation d'Augustin, on lit : *Amandi deum modus est sine modo [amare]* (*idem*). Généralement cette phrase est traduite par « la mesure de l'amour, c'est d'aimer sans mesure » ; néanmoins, le deuxième verbe « aimer » n'est pas écrit dans le latin, ce qui laisse la possibilité de la traduction « la mesure de l'amour à Dieu c'est d'*être* sans mesure ».

[2] Une autre question sur la comparabilité de l'amour est si pour Pascal il serait possible d'aimer le prochain *comme* soi-même, en dépit du fait que le moi est haïssable. Voir l'annexe K.

Le propre de Pascal a été de pouvoir identifier ces « sauts » existants entre les ordres, et le manque de valeur des grandeurs d'un ordre quand considérées dès l'ordre supérieur. Von Balthasar souligne que le problème de la mesure de la distance apparaît pour Pascal aussi bien dans le domaine religieux que dans le géométrique. Son but, dit von Balthasar, est celui d'établir le *rapport* entre les ordres séparés. Dans ce sens, il s'agit d'une analogie de disproportion.

Considérons la question par rapport aux trois ordres. Or même si l'ordre de la charité est inaccessible à l'ordre des esprits, l'analogie de disproportion peut indiquer dans quelle direction la charité surpasse la raison, quoique l'homme ne puisse pas l'atteindre. Tout l'enjeu de trouver une figuration entre deux distances infinies dont l'une est « infiniment plus infinie » que l'autre est de dire que, quoique la distance des esprits à la charité soit incomparablement plus grande, la distance entre les corps et les esprits peut aider à l'imaginer[1].

Voilà la fonction que nous avons appelé « de transcendance » de l'analogie de disproportion : à savoir, celle d'indiquer les frontières de ce qui ne peut pas être directement déduit, mais qui peut néanmoins être « situé », dans le sens d'avoir son contour tracé, ne soit-ce que pour savoir qu'il est séparé d'une distance infinie. S'il est vrai que l'analogie en général possède cette fonction, l'analogie de disproportion présente la particularité de le faire même dans le cas des distances infinies, de l'hétérogénéité et de la disproportion, ce qui n'était pas possible dans l'analogie classique. La distance infinie est une rupture entre deux ordres, qui peut être dans une certaine mesure comparée à une autre rupture grâce à l'analogie de disproportion, qui dans sa fonction de transgression va au-delà de ce qui est directement dicible et du silence du fini devant l'infini.

5.4 Renversement continuel du pour au contre

Les surpassements identifiés par Pascal, « horizontaux » ou « verticaux », ne sont pas toujours « statiques ». Dans le *renversement continuel du pour au contre* pascalien résonne, en effet, un aspect « dynamique » des analogies de disproportion[2]. À un surpassement, succède un autre surpassement, de sorte que ce qui avait surpassé une chose devient lui-même quelque chose de surpassé.

Dans la liasse « raison des effets » des *Pensées* on trouve des réflexions sur les opposées et sur les « contrariétés » : chercher la raison des effets c'est en chercher la cause, le pourquoi de son être[3].

> Toutes ces personnes ont vu les effets mais ils n'ont pas vu les causes. Ils

[1] « Si irréductibles soient-ils les uns par rapport aux autres, les ordres se laissent volontiers dire et imaginer » (Cléro et Bras 1994, p.67).

[2] « Le renversement du pour au contre (...) fournit un autre exemple paradoxal de rétablissement de la proportion à travers la disproportion (...) » (Descotes 1993, p. 225).

[3] Pour la notion de « raison des effets », voir, par exemple, le numéro 20 du *Courrier du centre international Blaise Pascal*, 1999.

> sont à l'égard de ceux qui ont découvert les causes comme ceux qui n'ont que les yeux à l'égard de ceux qui ont l'esprit. Car les effets sont comme sensibles et les causes sont visibles seulement à l'esprit. Et quoique ces effets-là se voient par l'esprit, cet esprit est à l'égard de l'esprit qui voit les causes comme les sens corporels à l'égard de l'esprit.
>
> (Sel. 480, Laf. 577)

Entre la connaissance des causes et la perception des effets il y a une sorte de rupture, *de la même manière* qu'entre les corps et les esprits : nous retrouvons encore ici une analogie de disproportion[1]. Pour Pascal, le passage des effets aux causes n'est pas simple : « toutes ces personnes ont vu les effets mais ils n'ont pas vu les causes ». Il faut alors trouver les causes par un autre mode de connaissance[2].

Pascal considère les extrêmes et les contraires non seulement comme des pôles statiques, mais aussi de manière dynamique. Le mouvement dont il s'agit c'est la technique rhétorique du renversement du pour au contre, qui apparaît dans la discussion sur la raison des effets[3] :

> Raison des effets.
>
> Renversement continuel du pour au contre. (Sel. 127, Laf. 93)

Le fragment-type de cette structure est Sel. 124, Laf. 90 :

> Raison des effets.
>
> Gradation. Le peuple honore les personnes de grande naissance. Les demi-habiles les méprisent, disant que la naissance n'est pas un avantage de la personne, mais du hasard. Les habiles les honorent, non par la pensée du peuple, mais par la pensée de derrière. Les dévots, qui ont plus de zèle que de science, les méprisent, malgré cette considération qui les fait honorer par les habiles, parce qu'ils en jugent par une nouvelle lumière que la piété leur donne. Mais les chrétiens parfaits les honorent par une autre lumière supérieure.
>
> Ainsi se vont les opinions succédant du pour au contre, selon qu'on a de lumière.

[1] P. Force (1989, p. 236) parle dans ce cas, en suivant L. Thirouin, d'un « raisonnement par proportion » : « chaque renversement du pour au contre entretient avec celui qui le procède un rapport d'analogie ».

[2] Voir aussi Sel. 645, Laf. 784 : « Les mots diversement rangés font un divers sens. Et les sens diversement rangés font différents effets ».

[3] « Pascal utilise l'expression *renversement du pour au contre* dans le contexte restreint de la gradation des opinions dans le fragment [Sel. 124, Laf. 90], "Gradation". Il est fréquent que les commentateurs emploient la même formule pour désigner le mouvement qui, dans l'ordre des liasses, passe de l'affirmation de la misère de l'homme à celle de sa grandeur, qui est résumé par le fragment [Sel. 163, Laf. 130] » (Descotes 2011, dossier "Renversement du pour au contre"). Nous suivons ici cette orientation.

Pascal présente ici une succession d'opinions, qui impliquent ou non, de manière alternée, qu'on honore les personnes en fonction de leur naissance. La première position est celle du peuple, qui est impressionné par les positions sociales illustres. Pascal montre comme les points de vue se succèdent à ce sujet, jusqu'aux chrétiens parfaits qui sont d'accord avec le peuple quant au fait d'honorer les personnes de grande naissance. On voit bien que la suite d'opinions est ascendante, chaque vision étant supérieure à celle qui est décrite antérieurement, la surpassant, et cela « selon qu'on a de lumière ». Le peuple, les habiles et les chrétiens parfaits, tous croient qu'il est valable d'honorer les gens de naissance illustre ; mais s'ils sont d'accord quant à cela, ils ne le comprennent pas de la même manière : il y a en même temps un avancement et un « retour ».

Quelques commentateurs ont essayé de mettre en rapport le raisonnement de la raison des effets avec des modèles mathématiques sur lesquels Pascal a travaillé.

M. Serres (1968) a soutenu que les « modèles » mathématiques de Pascal, Leibniz et Descartes importent pour la compréhension de leurs philosophies. En considérant le tableau final de la *Generatio Conisectionum*, Serres observe qu'il y a, par rapport aux courbes coniques, des propriétés qui s'alternent[1]. Le point est fini, l'angle est infini, le cercle est fini, la parabole est infinie, l'ellipse est finie, l'hyperbole est infinie. Quant à l'existence de « points manquants », la réponse pour chacune de ces coniques sera non, oui, non, oui, non, oui. De sorte que Serres retrouve dans l'ordination pascalienne des coniques une structure semblable à celle des renversements du pour au contre. « Ainsi donc, faut-il honorer les puissants ? Oui, dit le peuple, non répondent les demi-habiles, oui encore, les habiles, non de nouveau, les dévots, oui enfin, les chrétiens parfaits » (Serres 1968, p. 667).

P. Force (1989, pp. 237-242) a indiqué qu'il est insuffisant d'analyser le fragment Sel. 124, Laf. 90 seulement en des termes binaires d'affirmations et de négations, et qu'il faut plutôt considérer les *cinq degrés* de ce fragment : les opinions du peuple, des demi-habiles, des habiles, des dévots et des chrétiens parfaits. Pour Force, ces opinions peuvent être ordonnées en deux séries ternaires (le dernier degré de la première série étant le premier degré de la dernière) : la première de ces séries dit respect à la prudence humaine (peuple, demi-habiles, habiles) et l'autre au principe de charité (habiles, dévots, chrétiens parfaits). Ensuite, chaque série possède à son tour une structure propre : du point de vue de la prudence humaine, les habiles sont indépassables. Force caractérise ainsi ces éléments : tandis que les positions impaires sont des points de repos, les positions paires sont des points d'instabilité, caractérisées par la négation d'une autre opinion, y compris par l'ironie. Une telle interprétation est cependant passible d'une critique qui touche à l'essence même du renversement du pour au contre : on ne peut pas identifier entre elles toutes les positions impaires, non plus que toutes les positions paires. C'est un fait que le peuple, les habiles et les chrétiens parfaits honorent les personnes de grande naissance, mais de manières

[1]Le tableau en question apparaît dans OC II, p. 1119. Nous l'analysons dans la section 13.

distinctes[1].

Une question intéressante est si Pascal fait plutôt usage de schèmes binaires ou ternaires dans son œuvre. Si Pascal présente des oppositions binaires capitales, telles que justice et force, figure et vérité et effets et raison des effets, le renversement continuel du pour au contre, notamment dans Sel. 124, Laf. 90, fait apparaître un schème ternaire. En suivant L. Thirouin, Mesnard (1999, § 24) déclare que « pour aller du fait à la loi qui l'explique, en somme des effets à la raison des effets, Pascal ne peut se dispenser de passer par un moyen terme. Il est soumis à la condition générale. Le binaire doit s'achever dans le ternaire »[2]. Si une enquête importante serait à faire sur la distribution des schèmes binaires et ternaires chez Pascal (cf. aussi Mesnard 1994b), le renversement du pour au contre montre en tout cas un aspect *dynamique* des jugements, et une tendance vers une structure triadique d'affirmation, négation et surpassement.

J. Mesnard (2011) a proposé une brillante interprétation géométrique de la raison des effets, en particulier pour le fragment Sel. 124, Laf. 90. Mesnard parle de deux mouvements simultanés pour ce passage. Le premier c'est un mouvement circulaire : si un cercle part d'une position où un de ses points est tangent à une droite, et tourne dans la direction de cette droite, le point initialement tangent à la droite se trouvera, après un demi-tour, dans le diamètre opposé du cercle. Avec un autre demi-tour, ce point sera une autre fois tangent à la droite. Il s'agit d'une figuration d'un mode d'éternel retour d'opinions opposées, comme celle des dévots et celle des chrétiens parfaits. Mais conjointement à ce mouvement il y a un autre : si le cercle continue à rouler dans la direction de la droite, la trajectoire du point a un composant rectiligne, ce qu'on peut voir comme l'image du progrès qui s'approche de la vérité. Or on reconnaît ainsi une sorte de schéma du raisonnement du pour au contre la cycloïde, qui a été étudiée par Pascal en 1658-1659, dans une période dans laquelle Pascal se dédiait déjà aux *Pensées* (nous reviendrons à cette courbe dans la section 8).

Ayant repris ces analyses sur la liasse *Raison des effets* pour ce qui concerne la structure du renversement du pour au contre, il nous faut enquêter sur le sens de cette liasse, et chercher quelle place tient l'analogie de disproportion.

D. Descotes (1993, pp. 424 - 434) identifie le raisonnement du pour au contre dans le parcours d'argumentation de l'apologiste, qui, ne pouvant pas par lui-même convertir le lecteur (puisque cela dépend en fin de compte de la grâce), lui montre sa misère, lui indiquant la nécessité de résoudre cette situation. Pour Descotes, quand Pascal présente, dans l'*Entretien avec M. de Sacy*, deux points de vue contraires et incompatibles (celui des stoïciens, comme Épictète, qui n'affirme que la grandeur de l'homme, et celui des sceptiques, comme Montaigne, qui n'affirment sa misère), il n'avait pas encore conçu le fait que ces positions peuvent être déduites l'une de l'autre, ce qui consistera dans le renversement du pour au contre qui est mis en place

[1] Cf. Descotes (2011, dossier "Renversement du pour au contre").

[2] Mesnard arrive même à comparer le rôle de la triade chez Pascal et chez C. S. Peirce – certes, concédant que « l'obsession de la triade est beaucoup plus marquée chez Peirce que chez Pascal, où la dyade joue aussi un rôle considérable » (Mesnard 1999, § 98).

dans les *Pensées* (voir Sel. 155, Laf. 122 ci-dessous). « Le pour au contre (...) peut revêtir deux formes : celle d'une gradation ascendante ou celle d'un cercle vicieux indéfini » (Descotes 1993, p. 428). Un cercle apparaît dans le fragment Sel. 163, Laf. 130, entre la grandeur et la misère :

> S'il se vante, je l'abaisse
> S'il s'abaisse, je le vante
> Et le contredis toujours
> Jusqu'à ce qu'il comprenne
> Qu'il est un monstre incompréhensible. (Sel. 163, Laf. 130)

Il n'y a pas ici de gradation intermédiaire comme celle de Sel. 124, Laf. 90, mais une opposition binaire entre deux extrêmes qui s'alternent, en créant une structure circulaire. D'ailleurs, il y a ici une symétrie entre les pôles, tandis qu'en Sel. 124, Laf. 90 il y a un chemin qui va du point de vue inférieur jusqu'au supérieur. L'homme doit s'admettre comme « monstre », comme composé de contrariétés irréconciliables.

En revanche, dans le fragment Sel. 124, Laf. 90 on retrouve selon Descotes une gradation ascendante entre les cinq opinions sur les personnes de grande naissance. Descotes propose de voir les opinions qui se succèdent comme des points de vue distincts, la conclusion du renversement indiquant comment les surpasser. Mais l'homme, étant donné son état corrompu, ne peut atteindre ce point à partir duquel les contraires apparaissent en synthèse. Si les renversements continuels entre les positions contraires peuvent peut-être être pensées par rapport à la variation des *points de vue*, il sera alors important de considérer la géométrie projective pascalienne et le paradigme de la perspective pour voir un traitement mathématique des différences de point de vue (voir le chapitre 13).

Mais selon la classification de Descotes (1993), que dire de Sel. 155, Laf. 122 ? Si dans Sel. 163, Laf. 130 nous avons vu la grandeur et la misère dans un cercle indéfini, ici on retrouve une gradation entre les elles :

> A P. R. Grandeur et misère.
>
> La misère se concluant de la grandeur et la grandeur de la misère, les uns ont conclu la misère d'autant plus qu'ils en ont pris pour preuve la grandeur et les autres concluant la grandeur avec d'autant plus de force qu'ils l'ont conclue de la misère même, tout ce que les uns ont pu dire pour montrer la grandeur n'a servi que d'un argument aux autres pour conclure la misère, puisque c'est être d'autant plus misérable qu'on est tombé de plus haut. Et les autres au contraire. Ils se sont portés les uns sur les autres par un cercle sans fin, étant certain qu'à mesure que les hommes ont de lumière ils trouvent et grandeur et misère en l'homme.
>
> En un mot l'homme connaît qu'il est misérable. Il est donc misérable, puisqu'il l'est. Mais il est bien grand, puisqu'il le connaît.
>
> (Sel. 155, Laf. 122)

Nous retrouvons dans ces relations l'analogie de disproportion : grandeur et misère, tout en étant des opposées, s'impliquent réciproquement, et cela se passe selon une comparaison de différences. Quelques-uns ont conclu la misère *d'autant plus que* ils en ont pris pour preuve la grandeur. En revanche, d'autres ont conclu la misère (*d'autant plus* (...) *que*). La notion de distance comme une marque de différence apparaît également ici : *c'est être d'autant plus misérable qu'on est tombé de plus haut*. L'analogie de disproportion apparaît aussi du fait que, plus haut est le point de départ de la chute (c'est-à-dire, plus grande est la distance), plus grande est la misère humaine (qui est un manque, et donc une différence). La phrase suivante est extrêmement succincte : « Et les autres au contraire »[1]. Considérer ce qui fait l'homme petit le fait grand, considérer ce qui le fait grand le fait petit. L'analogie de disproportion gagne en force du fait que dans ce fragment Pascal montre une certaine symétrie entre ceux qui défendent chacune des positions et du fait qu'elles s'impliquent réciproquement : en disputant sur ces différentes opinions, les hommes « se sont portés les uns sur les autres par un cercle sans fin ». S'apercevoir que ces opinions varient « à mesure que les hommes ont de lumière » fait voir que la relation entre grandeur et la misère se révèle ici sous la forme du renversement continuel du pour au contre.

On pourrait s'interroger en quoi il y a « disproportion » ici, étant donné que Pascal ne parle que de grandeur, de misère et de chute. Or dans l'anthropologie pascalienne grandeur et misère sont des aspects de l'homme qui, même s'ils s'impliquent, ne laissent pas d'être opposés. Une telle condition est instaurée par le péché, et a alors un poids décisif dans la caractérisation de l'homme. Il s'agit d'une différence qui n'est pas seulement de degré : après la Chute l'état de l'homme est changé qualitativement, de manière qu'il est tiraillé entre la grâce et le péché, entre la grandeur et la misère : dans ce sens, on peut parler de disproportion.

L'analyse des *renversements du pour au contre* nous a permis de rendre compte de l'*aspect dynamique* de la comparaison pascalienne des surpassements. Cela nous permettra, dans le prochain chapitre, de traiter de manière adéquate une question et de langage et de réalité pour Pascal : quel est le plus grand, la ressemblance ou la dissemblance dans les comparaisons ? Si la question se pose d'abord pour le rapport entre l'homme et Dieu, elle possède aussi une importance plus générale pour le statut des comparaisons des incomparables. Voyons comment cela se passe[2].

[1] Notons la rhétorique mathématique qui simplifie le cas symétrique par l'écriture d'une phrase comme « et les autres au contraire ». Un tel type d'expression est fréquent par exemple dans le *Brouillon Project*, dans lequel Desargues écrit « et au rebours » à la fin de plusieurs démonstrations.

[2] Il est vrai que les aspects opposés de l'homme ne correspondent pas toujours à la structure du renversement du pour au contre – il y a des cas où ils se rejoignent à l'infini – nous reviendrons sur cela dans la partie III de ce travail. Pour ce qui est de l'aspect dynamique du renversement du pour au contre, nous proposerons un lien avec la « continuité » qui peut être trouvée entre les sections coniques (voir 13).

Chapitre 6

À la ressemblance et à la dissemblance

Faisons l'homme à notre image
et à notre ressemblance

Genèse 1, 26

Parmi les dieux des nations, il n'y en a
pas qui vous ressemblent, ô Seigneur

Psaume 85, 8

6.1 Le langage et la relation entre l'homme et Dieu

6.1.1 Quelques éléments dans la tradition chrétienne

La ressemblance et la dissemblance de l'homme à Dieu constituent un thème biblique fondamental dans la tradition chrétienne. Si l'homme a été créé à l'image et à la ressemblance (*ad imaginem et similitudinem*) de Dieu, d'autre part il n'est pas Dieu, ni égal à lui : il y a nécessairement et depuis la Création une différence entre la créature et le Créateur.

Par ailleurs, dans le récit de la *Genèse* une rupture entre l'homme et Dieu vient avec le péché. Adam et Ève mangent du fruit interdit de l'arbre du milieu du Paradis, « et comme ils eurent entendu la voix du Seigneur qui se promenoit dans le paradis après midi, lorsqu'il s'éleve un vent doux, ils se retirerent au milieu des arbres du paradis, pour se cacher de devant sa face » (Gn 3, 8). Une distance apparaît entre l'homme et Dieu, et l'homme essaie de se cacher (*abscondere*) de Dieu. S'agirait-t-il là d'une dissemblance qui s'instaure entre la créature et le Créateur à la place de la

ressemblance ? Pour quelques penseurs médiévaux, si l'homme a été créé à l'image et à la ressemblance de Dieu, après la chute l'homme est encore image de Dieu, mais non plus à la ressemblance de Dieu[1].

Une tradition interprétative est que cette ressemblance à Dieu a été donnée à nouveau à l'homme avec l'Incarnation. Le Christ se faisant *semblable* aux hommes, la voie s'est ouverte afin que l'homme imitât Dieu dans la personne de Jésus-Christ[2].

S. Thomas considère la ressemblance (*similitudo*) de l'homme à Dieu dans la *Summa Theologica*, I, Ia pars, q. 4, art. 3. Dans sa solution à la question, qui concède l'existence d'une sorte de ressemblance de l'homme à Dieu, Thomas souligne l'asymétrie de la situation, Dieu à son tour n'étant pas semblable à l'homme :

> Si l'on concède en quelque manière, que la créature est semblable à Dieu, on ne peut aucunement concéder que Dieu soit semblable à la créature ; car, comme l'explique Denys, « la similitude n'est mutuelle qu'entre des êtres appartenant à un même ordre, non entre l'effet et la cause ». Ainsi nous disons bien qu'un portrait ressemble à son modèle, mais non que le modèle ressemble à son portrait. De même, on peut dire en un certain sens que la créature ressemble à Dieu, mais nullement que Dieu ressemble à la créature. (d'Aquin 2004, t. I, p. 186)

Ces questions sur la ressemblance e la dissemblance dans le domaine théologique ont évidemment des résonances pour la connaissance et pour le langage. Il faut maintenant analyser sa relation à la forme de l'analogie de disproportion.

[1] Voir, par exemple, V. Lossky (2006, p. 137), qui reprend saint Maxime le Confesseur : « L'homme créé "à l'image" est la personne, capable de manifester Dieu dans la mesure où sa nature se laisse pénétrer par la grâce déifiante. Aussi l'image – inaliénable – peut-elle devenir ressemblante ou dissemblante, jusqu'aux dernières limites : celle de l'union avec Dieu lorsque l'homme déifié montre en soi, par la grâce, ce que Dieu est par sa nature, selon la parole de saint Maxime – ou bien celle de la déchéance extrême que Plotin appelait "le lieu de la dissemblance" (τόπος τῆς ἀνομοιότητος), en la situant dans l'abîme ténébreux de l'Hadès. Entre ces deux limites la destinée personnelle de l'homme peut pérégriner dans une histoire du salut, réalisé en espoir pour chacun dans l'Image incarnée d'un Dieu qui a voulu créer l'homme à son image ». P. Evdokimov (1981, p. 118) indique la position de S. Jean Damascène à ce propos : « In tutti i Padri troviamo una differenza molto accentuata che san Giovanni Damasceno così sintetizza : a somiglianza "significa somiglianza nella virtù" [*De fide orthodoxa*, II, 12], nell'azione. La tradizione è molto ferma ed esplicita : dopo la caduta l'immagine resta senza mutamento nella sua realtà propria, ma nella sua azione essa è ridotta al silenzio ontologico. È perciò resa inefficace a causa della distruzione di ogni capacità di "somiglianza", divenuta radicalmente inaccessibile alle forze naturale dell'uomo [È per questo che è perdendo la somiglianza che l'uomo ha falsato l'immagine (san G. Damasceno, P.G., 96, 576-7)]. L'immagine, fondamento oggettivo, non può manifestarsi né agire che nella somiglianza soggettiva ». Il cite aussi une phrase de S. Grégoire Palamas : « Nel nostro essere a immagine l'uomo è superiore agli angeli, ma nella somiglianza egli è inferiore perché instabile (...) dopo la caduta abbiamo respinto la somiglianza, ma non abbiamo perduto l'essere a immagine ».

[2] « Soyez dans la même disposition & dans le même sentiment où a été Jésus-Christ, qui ayant la forme & la nature de Dieu, n'a point cru que ce fût pour lui une usurpation d'être égal à Dieu ; mais il s'est anéanti lui-même, en prenant la forme & la nature de serviteur, en se rendant semblable aux hommes » (Ph 2, 5-7). Dans le verset 7, « semblable » correspond à *similitudinem* dans la Vulgate et à ὁμοιώματι dans la Septante. Pour ce passage et pour la notion de *kénose*, voir 14.3.1.

6.1.2 L'analogie de disproportion, la ressemblance et la dissemblance

La question sur la comparabilité entre l'homme et Dieu se rapporte à la question plus générale du rapport entre la ressemblance et la dissemblance. Nous partons dans ce travail d'un fait maintes fois admis : l'analogie est toujours composée aussi bien de ressemblances que de dissemblances. Une identité parfaite ne comporterait pas des dissemblances ; d'autre part, si elle n'était que dissemblances, elle serait pure différence et il n'y aurait pas de raison de la considérer comme une comparaison (autre que la pure différence).

La ressemblance entre l'homme et Dieu a-t-elle lieu entre deux éléments, ou entre quatre éléments qui seraient, par exemple, l'homme, un attribut de l'homme, Dieu et un attribut divin ? Puisque nous avons défini l'analogie de disproportion à partir de l'analogie à quatre termes, nous considérerons la ressemblance et la dissemblance par rapport à cette forme, et non pas à une simple comparaison entre deux termes.

Dans l'analogie classique à quatre termes, il y a dissemblance entre les deux domaines comparés, et il y a ressemblance entre les deux rapports, intérieurs à chaque domaine[1]. Au contraire, dans l'analogie de disproportion la dissemblance (sous la forme de disproportion, hétérogénéité, distance infinie) apparaît entre les éléments *du même domaine*. C'est plutôt le rapport de disproportion qui est semblable à un autre rapport de disproportion. Si dans l'analogie classique, on retrouvait la possibilité que la ressemblance entre des rapports « glisse » jusqu'à montrer une ressemblance entre les éléments eux-mêmes, cela ne saurait être le cas dans l'analogie de disproportion (fig. 6.1).

Une métaphore pose une distance entre des termes de différents domaines, et sa justesse est en raison inverse de cet écart entre les domaines, en même temps qu'elle comporte une similitude. Quant à l'analogie, elle « compense l'écart et permet de rapprocher des choses qui par elles-mêmes sont disjointes. Il suffit qu'elle porte sur l'essentiel : *In omni comparatione non omnia similia sunt, sufficit ut illa inter se conveniant quae inter se comparantur*[2] » (Descotes 1993, p. 258). Quoiqu'il n'y ait pas de ressemblance entre les termes, la *convenance* fait qu'il y ait analogie entre quatre termes.

Si on revient à Aristote, on découvre que « bien métaphoriser c'est bien apercevoir les ressemblances » (*Poétique*, 1459a8 ; trad. dans Ricoeur 2007 [1975], p. 33)[3]. Si on

[1] Kant, *Prolégomènes à toute métaphysique future*, § 58, écrit que l'analogie « ne signifie pas, comme on l'entend ordinairement, une ressemblance imparfaite entre deux choses, mais une ressemblance parfaite de deux rapports entre des choses tout à fait dissemblables » (trad. J. Gibelin, Vrin, 1968, pp. 146-147). Kant explique que les deux domaines comparés par l'analogie peuvent être dissemblables entre eux, mais qu'entre les rapports il y a toutefois ressemblance. C'est ainsi qu'on peut dire que l'avancement du bonheur des enfants est à l'amour des parents ce que la prospérité du genre humain est à l'inconnu en Dieu que nous appelons amour.

[2] Nicole, seconde *Dispositio* de Paul-Irénée, in Ludovici Montaltii, *Litterae provinciales*, Collone, 1658, p. 539.

[3] *tò gàr eu metaphérein tò tò hómoion theôrein estin.*

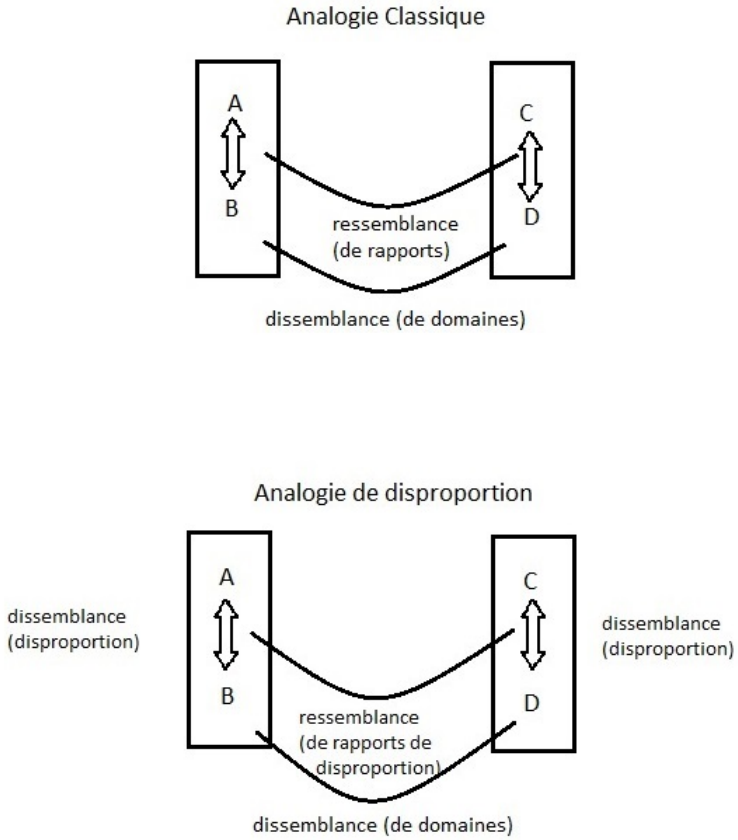

FIGURE 6.1 : Schéma pour les ressemblances et dissemblances dans l'analogie « classique » et dans l'analogie de disproportion.

considère le quatrième type de métaphore indiqué par Aristote (la métaphore selon la proportionnalité), la ressemblance tient une grande importance[1] : « le quatrième terme se comporte par rapport au troisième de la même manière (*homoiôs ekhei*, *Poétique*, 1457b20) que le deuxième par rapport au premier ; le grand âge est à la vie *comme* le soir est au jour » (Ricoeur 2007 [1975], p. 30). Si on traduit *hómoios* par *semblable*, il est bien question de similitude dans la métaphore selon la proportionnalité. C'est ainsi que le poète est celui qui « aperçoit le semblable » :

> En philosophie aussi, il faut de la sagacité pour apercevoir le semblable [*tò hómoion*] même dans les choses qui sont éloignées [*en polú diékhousi*] : ainsi Archytas disait que sont mêmes un arbitre et un autel, car le méchant trouve refuge auprès de l'un et de l'autre ; de même si on dit qu'une ancre et une marmite sont le même ; car les deux sont quelque chose de même, mais diffèrent selon le haut et le bas.
> (*Rhétorique*, III, 11, 1412a10-15, trad. dans Ricoeur 2007 [1975], p. 40)

L'exemple d'Aristote nous parle : il faut trouver des ressemblances même où on ne les trouvait pas dans une première approche. Malgré les différences apparentes, on peut retrouver une unité par la ressemblance[2].

Quand il s'interroge si l'ordre surnaturel peut être connu à partir de l'ordre naturel, J. Maritain écrit :

> L'analogie est chose délicate et d'un maniement difficile. Le danger de prendre une analogie entre termes essentiellement distincts, et même distants à l'infini (tellement qu'un des analogués est formellement divin par participation, et que l'autre peut être peccamineux) pour une continuité de nature ou de tendance, a toujours existé, Platon et bien des hérésies mystiques en sont témoins. (Maritain 1935, p. 559, note)

Comme nous le proposons dans le présent travail, il est possible de mettre en rapport des termes infiniment éloignés sans pour autant ignorer leur distinction : *distinguer pour unir*[3]. L'analogie, ainsi, n'est pas simple ressemblance, ni simple

[1] Pour Ricoeur (2007 [1975]), la ressemblance intervient aussi dans les trois autres types de métaphore identifiés par Aristote.

[2] « Ce n'est pas par un effet de négligence qu'Aristote désigne le "semblable" comme le "même" : voir le même dans le différent, c'est voir le semblable. Or c'est la métaphore qui révèle la structure logique du "semblable", parce que, dans l'énoncé métaphorique, le "semblable" est aperçu *en dépit* de la différence, *malgré* la contradiction. La ressemblance est alors la catégorie logique correspondant à l'opération prédicative dans laquelle le "rendre proche" rencontre la résistance de l'"être éloigné" ; autrement dit, la métaphore montre le travail de la ressemblance, parce que, dans l'énoncé métaphorique, la contradiction littérale maintient la différence ; le "même" et le "différent" ne sont pas simplement mêlés, mais demeurent opposés. Par ce trait spécifique, l'énigme est retenue au cœur de la métaphore. Dans la métaphore, le "même" opère *en dépit* du "différent" » (Ricoeur 2007 [1975], p. 249-250).

[3] C'est le titre du livre de Maritain (1935), qui reprend le Concile de Chalcédoine, selon lequel la distinction entre les deux natures du Christ n'empêche pas leur union – voir la section 14.4.

ressemblance structurelle (quoique la structure soit nécessaire pour distinguer l'analogie d'autres types de ressemblance, comme la métaphore et la comparaison en général). L'analogie est un mode de comparaison qui préserve aussi, de manière constitutive, les distinctions. Cela n'empêche pas, pour autant, l'existence d'une unité proportionnelle à partir de l'analogie.

Le rapport entre la ressemblance et la dissemblance est porté à l'extrême dans la forme de l'analogie de disproportion : celle-ci, en tant qu'analogie, préserve les différences entre les éléments comparés (et dans ce cas les relations comparées sont des différences ou des distances) ; en revanche, dans la formulation d'une analogie de disproportion on retrouve le mouvement d'identification d'une unité, d'une ressemblance, quoiqu'au sein de la disproportion : on fait ainsi la prédication de la corrélation entre deux différences, et la conscience de l'existence de la distance n'empêche pas que l'esprit ne montre des relations.

Devrait-on dire alors qu'on peut *toujours* trouver une ressemblance entre deux choses ou entre deux relations ? Non, car cela serait justement banaliser l'analogie. L'analogie, nous l'avons vu, est toujours composée aussi bien par des ressemblances que par des dissemblances. Mais s'il n'y a ni totale ressemblance, ni totale dissemblance, est-ce que l'une emporte sur l'autre ? Faudrait-il dire que dans l'analogie de disproportion la ressemblance prévaut sur la dissemblance ou bien plutôt la dissemblance sur la ressemblance ?[1]

6.1.3 La ressemblance et la dissemblance chez Pascal

Qu'en est-il donc pour notre auteur ? Pascal est conscient que dans une comparaison il existe toujours des aspects semblables et des aspects dissemblables.

Dans le 1er *Discours sur la condition des grands*, une comparaison est faite entre d'une part un homme qui arrive dans une île et est traité comme un roi, et d'autre part les gens communs comme le lecteur. Pascal souligne les ressemblances et les différences qu'il y a entre les deux conditions :

> Ne vous imaginez pas que ce soit par un moindre hasard que vous possédez les richesses dont vous vous trouvez maîtres que celui par lequel cet homme se trouvait roi. Vous n'y avez aucun droit de vous-même et par votre nature, non plus que lui (...) Je ne veux pas dire qu'ils [les biens qu'on

[1] Pour M. Beuchot (2004, p. 38), par exemple, l'analogie porte aussi bien sur des ressemblances que sur des différences, parce qu'elle est entre l'univocité et l'équivocité, mais elle souligne plutôt la différence. Sur l'analogie théologique médiévale, composée aussi bien d'un certain néo-platonisme que d'un certain aristotélisme, Secretan (1984, p. 31) écrit : « cette puissance du principe néo-platonicien est largement due à l'élan mystique qui l'anime et à l'affirmation constante d'une transcendance qui va faire prévaloir, dans l'analogie, la dissemblance sur la ressemblance, et qui l'orientera vers sa fonction de transgression ». Quant à l'analogie de l'être d'orientation aristotélicienne, elle serait selon Secretan plutôt tournée vers une théorie rationnelle, logique. Ce n'est pas notre but d'approfondir cette distinction : qu'il nous suffise de souligner que pour Secretan dans la fonction de transcendance de l'analogie théologique, la dissemblance emporte sur la ressemblance.

> possède] ne vous appartiennent pas légitimement, et qu'il soit permis à un autre de les ravir ; car Dieu, qui en est le maître, a permis aux sociétés de faire des lois pour les partager ; et quand ces lois sont une fois établies, il est injuste de les violer. C'est ce qui vous distingue un peu de cet homme qui ne posséderait son royaume que par l'erreur du peuple ; parce que Dieu n'autoriserait pas cette possession et l'obligerait à y renoncer, au lieu qu'il autorise la vôtre. Mais ce qui vous est entièrement commun avec lui, c'est que ce droit que vous y avez n'est point fondé, non plus que le sien, sur quelque qualité et sur quelque mérite qui soit en vous et qui vous en rende digne. (OC IV, p. 1030)

Pascal est aussi conscient de la diversité qui existe dans la condition humaine. Dans Sel. 181, Laf. 148, Pascal considère le fait que « tous les hommes recherchent d'être heureux », quoique chacun le fasse à sa manière :

> Et cependant depuis un si grand nombre d'années jamais personne, sans la foi, n'est arrivé à ce point où tous visent continuellement. Tous se plaignent, princes, sujets, nobles, roturiers, vieux, jeunes, forts, faibles, savants, ignorants, sains, malades, de tous pays, de tous les temps, de tous âges et de toutes conditions.
>
> Une épreuve si longue, si continuelle et si uniforme devrait bien nous convaincre de notre impuissance d'arriver au bien par nos efforts. Mais l'exemple nous instruit peu. Il n'est jamais si parfaitement semblable qu'il n'y ait quelque délicate différence, et c'est de là que nous attendons que notre attente ne sera pas déçue en cette occasion comme en l'autre. Et ainsi, le présent ne nous satisfaisant jamais, l'expérience nous pipe, et de malheur en malheur nous mène jusqu'à la mort qui en est un comble éternel.

Quoiqu'il ne soit pas ici question de « divertissement », Pascal prend bien en compte le sujet de la diversité, dans ce fragment qui est à rapprocher de Montaigne, *Essais*, III, 13, *De l'expérience*[1].

Pascal est par ailleurs conscient qu'il faut conjuguer de quelque manière la diversité à l'unité : c'est ce qui apparaît dans Sel. 473, Laf. 567 et Sel. 501, Laf. 604,

[1] « La raison a tant de formes, que nous ne savons à laquelle nous prendre. L'expérience n'en a pas moins. La conséquence que nous voulons tirer de la conférence des événements, est mal sûre, d'autant qu'ils sont toujours dissemblables. Il n'est aucune qualité si universelle, en cette image des choses, que la diversité et variété. Et les Grecs, et les Latins, et nous, pour le plus exprès exemple de similitude, nous servons de celui des œufs. Toutefois il s'est trouvé des hommes, et notamment un en Delphes, qui reconnaissait des marques de différence entre les œufs, si qu'il n'en prenait jamais l'un pour l'autre. Et y ayant plusieurs poules, savait juger de laquelle était l'œuf. La dissimilitude s'ingère d'elle-même en nos ouvrages, nul art peut arriver à la similitude. (...) La ressemblance ne fait pas tant, un, comme la différence fait, autre. Nature s'est obligée à ne rien faire autre, qui ne fut dissemblable » (Montaigne 2001, pp. 1655-56). Cf. note de G. Ferreyrolles dans Pascal (2000).

qui portent sur l'unité et la multitude par rapport à la papauté : « La multitude qui ne se réduit point à l'unité est confusion. L'unité qui ne dépend pas de la multitude est tyrannie » (Sel. 501, Laf. 604)[1]. Le rapport entre le semblable et le dissemblable peut, finalement, être cause d'une étrangeté qui devient comique : « Deux visages semblables, dont aucun ne fait rire en particulier, font rire par leur ressemblance » (Sel. 47, Laf. 13)[2].

Entre l'homme et Dieu, où trouver l'équilibre entre la ressemblance et de la dissemblance ? Quoique Pascal ne parle pas d'« analogie », il considère la figure, le mode de révélation de Dieu à l'homme et la composition des ressemblances et des dissemblances.

> La nature a des perfections pour montrer qu'elle est l'image de Dieu et des défauts pour montrer qu'elle n'en est que l'image. (Sel. 762, Laf. 934)

Le fait que la nature est image de Dieu ne doit pas devenir idolâtrie, comme si Dieu était entièrement dans son image naturelle ; l'important de la figure est de renvoyer au figuré sans pour cela s'y substituer (voir 4). Mais qu'en est-il de la ressemblance dans les figures ? Sel. 667, Laf. 826 est intéressant car il nous montre un choix délibéré de Pascal pour le mot « ressemblance ». Dans l'édition de Descotes (2011), cela devient visible par les mots que Pascal a biffés avant d'écrire ce mot :

> *Fac secundum exemplar quod tibi ostensum est in monte*[3].
>
> ~~La vraie religion n'est donc pas celle des Juifs qui ne voient que la figure~~.
>
> La religion des Juifs ~~n'a été~~ a donc été ~~que la figure de la vérité qu'il a vu dans le ciel, et la~~ formée sur ~~le modèle de~~ – ~~celle du ciel qui est~~ – ~~la vérité et la vérité~~ la ressemblance de la ~~véritable~~ vérité du Messie et la vérité du Messie a été reconnue par la religion des Juifs qui en était la figure.
>
> Dans les Juifs la vérité n'était que figurée ; dans le ciel elle est découverte.
>
> Dans l'Église elle est couverte et reconnue par le rapport à la figure.

La religion des Juifs figurait la vérité du Messie, et elle a été formée, non pas sur le modèle, ni sur la vérité, mais sur la *ressemblance* de la vérité du Messie. Ici, « ressemblance » est une marque de proximité qui permet une sorte de figuration, mais elle est clairement insuffisante – si elle désigne un des aspects sous lequel deux choses sont rapprochées, évidemment elles ne le seront pas sous un autre aspect, la

[1] Pour le sujet de l'unité des membres du corps mystique, cf. Frigo (2017).

[2] Cf. aussi Sel. 74, Laf. 40 : « Quelle vanité que la peinture, qui attire l'admiration par la ressemblance des choses dont on n'admire point les originaux ! ».

[3] Ex 25, 40.

ressemblance étant nécessairement aussi marque d'imperfection. Mais cette situation n'est pas originaire, car pour Pascal originellement l'homme était à la ressemblance de Dieu.

En ce sens, il faut lire Sel. 164, Laf. 131, un fragment important pour le présent travail. En partant du contraste entre les pyrrhoniens et les dogmatiques, Pascal arrive à ce « paradoxe »[1] qu'est l'homme, et au caractère « inconcevable » du mystère du péché originel. À la fin du fragment, dans un passage barré verticalement, on lit :

> Ces fondements solidement établis sur l'autorité inviolable de la religion nous font connaître qu'il y a deux vérités de foi également constantes : l'une que l'homme dans l'état de la création ou dans celui de la grâce est élevé au-dessus de toute la nature, rendu comme semblable à Dieu et participant de la divinité. L'autre, qu'en l'état de la corruption et du péché il est déchu de cet état et rendu semblable aux bêtes.

Dans l'état de grâce, au-dessus de l'état naturel, l'homme est « rendu comme semblable à Dieu » et il participe de la divinité. L'état de corruption est en quelque sorte symétrique, l'homme étant « semblable » cette fois « aux bêtes »[2].

Ces « deux vérités » de la foi apparaissent à l'homme, dit Pascal, par l'Écriture. D'une part, on y lit[3] : « Mes délices sont d'être avec les enfants des hommes » (Prov 8, 31 ; il s'agit de la voix de la Sagesse) ; « Je répandrai mon esprit sur toute chair » (Joël 2, 28) ; « Vous êtes des dieux, et vous êtes tous enfants du Très-Haut » (Ps. 82 (81), 6). Pascal montre qu'en revanche on peut lire aussi : « Toute chair n'est que de l'herbe » (Is 40, 6) ; « L'homme (...) a été comparé aux bêtes qui n'ont aucune raison, et il leur est devenu semblable » (Ps. 49/48, v. 12/13) ; « J'ai dit en mon cœur, touchant les enfants des hommes, que Dieu les éprouve et qu'il fait voir qu'ils sont semblables aux bêtes » (Eccl. 3, 18).

Or ces deux séries de citations montrent bien qu'il y a des passages de la Bible où l'homme est exalté et des passages où il est humilié, ce qui sert assez bien à Pascal pour démontrer le double aspect de l'homme. La thématique se relie évidemment à celle de sa grandeur et de sa misère : si par un biais l'homme est grand, par un autre il est misérable. Quand cela se dit par rapport à Dieu, nous pouvons comprendre que l'homme est à la fois semblable à Dieu, s'il est considéré en tant que créature, et qu'il n'est rien si considéré en tant que pécheur – notamment par la comparaison de *omnis caro foenum* (Is 40, 6)[4], qui vient d'un chapitre d'Isaïe qui réapparaîtra dans

[1] Voir 14.2.1.

[2] Pascal écrit encore à la fin du fragment : « par où il paraît clairement que l'homme par la grâce est rendu comme semblable à Dieu et participant de sa divinité, et que sans la grâce il est censé semblable aux bêtes brutes ».

[3] Pascal cite des extraits de ces versets en latin dans Sel. 164, Laf. 131. Cf. Pascal (2000, p. 119, note).

[4] Cf. Is. 40, 6 : « Une voix m'a dit : Criez. Et j'ai dit : Que crierai-je ? *Toute chair n'est que de l'herbe*, et toute sa gloire est comme la fleur des champs ».

notre étude (section 11.2.3). La question de la grandeur et de la misère sera traitée de manière plus générale dans 14.3.1.

Dans Sel. 182, Laf. 149, Pascal écrit les paroles suivantes comme venant de la Sagesse :

> mais vous n'êtes plus maintenant en l'état où Je vous ai formés. J'ai créé l'homme saint, innocent, parfait. Je l'ai rempli de lumière et d'intelligence. Je lui ai communiqué ma gloire et mes merveilles. L'œil de l'homme voyait alors la majesté de Dieu. Il n'était pas alors dans les ténèbres qui l'aveuglent, ni dans la mortalité et dans les misères qui l'affligent.

Pourtant, par la Chute l'homme est sorti de cette condition : « Mais il n'a pu soutenir tant de gloire sans tomber dans la présomption, il a voulu se rendre centre de lui-même et indépendant de mon secours. Il s'est soustrait de ma domination et, s'égalant à moi par le désir de trouver sa félicité en lui-même, je l'ai abandonné à lui, et révoltant les créatures qui lui étaient soumises je les lui ai rendues ennemies ». La condition de grâce de l'homme est ainsi perdue, « en sorte qu'aujourd'hui l'homme est devenu semblable aux bêtes et dans un tel éloignement de moi qu'à peine lui reste-t-il une lumière confuse de son auteur, tant toutes ses connaissances ont été éteintes ou troublées ». Voilà la nouvelle ressemblance de l'homme dans l'état du péché : à savoir, celle aux bêtes. Les principales maladies de l'homme, dit encore la Sagesse sous la plume de Pascal, sont l'orgueil et la concupiscence : « s'ils vous ont donné Dieu pour objet, ce n'a été que pour exercer votre superbe. Ils vous ont fait penser que vous lui étiez semblables et conformes par votre nature ». L'homme étant dans la grâce de Dieu, il lui était semblable – mais l'homme a oublié que cela n'était possible que par la grâce de Dieu, croyant au contraire que cette ressemblance et cette conformité étaient naturelles. L'origine de la condition de l'homme après la Chute (celle d'une ressemblance aux bêtes) vient alors d'une mauvaise évaluation de sa ressemblance à Dieu dans l'état de grâce, laquelle a été détournée par l'orgueil de l'homme.

L'homme déchu n'ayant plus de ressemblance à Dieu, faudrait-il alors passer à une théologie négative ? L'analogie dans le langage théologique pourrait être considérée comme une réponse à la théologie apophatique, dans laquelle on voit l'impossibilité de toute comparaison entre le fini et l'infini, et de là l'impossibilité de toute connaissance propre des attributs divins[1].

Le langage humain n'est pas adéquat pour exprimer le divin, mais en même temps il est capable de l'exprimer d'une certaine manière, tout comme l'homme doit

[1]Par rapport à Nicolas de Cues, un des auteurs qui ont nié la *proportio* entre le fini et l'infini, M. Heller (2011, p. 227) écrit : « This "lack of proportion" between the finite and the infinite is the essence of the apophatic theology. God is "totally different" from anything else to such an extent that even the noncontradiction law should be applied to Him with the utmost caution ».

reconnaître en soi sa misère et sa grandeur[1]. Et néanmoins, il est nécessaire de dire quelque chose, au risque contraire de se taire absolument[2].

Cette possibilité de parler de Dieu, et de se comparer à lui, semble atteindre un sommet dans un passage biblique cité par Pascal, et inattendu chez lui. À la fin de la lettre de Pascal et de Jacqueline à leur sœur Gilberte, on lit :

> Mais au lieu que les créatures qui composent le monde s'acquittent de leur obligation en se tenant dans une perfection bornée, parce que la perfection du monde est aussi bornée, les enfants de Dieu ne doivent point mettre des limites à leur pureté et à leur perfection, parce qu'ils font partie d'un corps tout divin et infiniment parfait ; comme on voit que Jésus-Christ ne limite point le commandement de la perfection, et qu'il nous en propose un modèle où elle se trouve infinie, quand il dit : « Soyez donc parfaits comme votre Père céleste est parfait ». (OC II, p. 583)

« Soyez donc parfaits comme votre Père céleste est parfait » (Mt 5, 48) : le verset à la fin du Sermon sur la Montagne est bien connu. Un lecteur qui ne connaîtrait de Pascal que les *Pensées* pourrait s'étonner de retrouver cette citation chez lui[3]. Comment est-ce que la misère de l'homme, ainsi que les limites de sa raison, pourraient-elles être conjuguées au précepte d'être « parfait » ?

Le verset apparaît dans le contexte de l'idéal éthique chrétien exposé dans le Sermon sur la Montagne, et suit la série des béatitudes. Mais que veut dire « parfait » dans ce contexte ? Il ne faut pas oublier que le mot grec pour le passage est *téleios*, lequel peut être traduit par « complet », « réalisé jusqu'à la fin ». La traduction par *perfectus* est ainsi justifiable du fait que la « perfection », quoiqu'on l'oublie, concerne en principe une réalisation poussée jusqu'à son terme[4].

Mais comment cela peut-il être ? Et comment Pascal, conscient des limitations de l'homme, peut-il lui proposer non pas simplement d'atteindre une perfection bornée, mais de rechercher une perfection comparable à la perfection divine ? Si

[1] J. Maritain (1935, p. 3) commence ainsi son livre *Distinguer pour unir* : « On pourrait croire que la métaphysique, aux époques d'impuissance spéculative, brille au moins par la modestie. Mais le même temps qui en ignore la grandeur en ignore aussi la misère. Sa grandeur : elle est sagesse. Sa misère : elle est science humaine.

Elle nomme Dieu, oui. Mais pas par Son Nom. Car on ne décrit pas Dieu comme un arbre ou comme une section conique. Vous êtes vraiment un Dieu caché, vous le vrai Dieu, Sauveur d'Israël. Comme Jacob au matin interrogeait l'ange : Dis-moi quel est ton nom ? [Gn 32, 29] il lui fut répondu : Pourquoi demandes-tu Mon Nom ? "Il est impossible à prononcer, ce nom vraiment admirable, qui est placé au-dessus de tout nom nommé tant au siècle présent que dans le siècle à venir" [Denys, *De Divinis Nominibus*, 1, 6 (leçon 3 de S. Thomas. Cf. S. Paul, Eph 1, 21)] ».

[2] « car ce qui passe la géométrie nous surpasse ; et néanmoins il est nécessaire d'en dire quelque chose [de la méthode parfaite de la géométrie], quoiqu'il soit impossible de le pratiquer » (OC III, p. 393).

[3] À supposer qu'il soit lui-même impliqué dans l'écriture de cette lettre.

[4] Nous remercions Adriano Bechara de nous avoir présenté cette interprétation, qui apparaît dans un manuscrit sur lequel il travaille actuellement.

Dieu est parfait, il faut qu'il soit infiniment parfait. Comment alors l'homme, être fini, pourrait-il comparer sa perfection finie à celle de Dieu ? Or dire qu'une chose n'est pas bornée, ce n'est pas dire qu'elle n'est pas finie : elle peut bien être finie et sans bornes, comme une boule, par exemple (qui au niveau de sa surface n'a pas de frontières, bien que dans l'espace elle possède une surface qui la délimite). Autrement dit, la « perfection » recherchée par l'homme peut ressembler à celle de Dieu en ce qu'elle est entière, et non pas seulement partielle. La perfection finie est ainsi en un sens comparable à la perfection infinie.

Néanmoins, comment ceci pourrait-il être compatible avec la pensée de Pascal ? Nous croyons que le commandement « soyez parfait comme votre Père céleste est parfait » est une recommandation vers laquelle l'homme doit *tendre*, quoiqu'il ne puisse pas y *arriver*. Ce n'est qu'ainsi que le verset peut trouver place dans la pensée de Pascal[1].

L'intérêt du verset cité par Pascal est qu'il indique que la recherche de l'infini ne peut être faite que par une comparaison. L'homme ne saurait trouver l'infini par lui-même, mais, créé à l'image et à la ressemblance (perdue) du Dieu infini, il peut imiter certains aspects divins, notamment la perfection. Voilà une sorte de rapport entre le fini et l'infini.

> Aussi c'est une erreur bien préjudiciable et bien ordinaire parmi les chrétiens et parmi ceux-là mêmes qui font profession de piété de se persuader qu'il y ait un certain degré de perfection dans lequel on soit en assurance et qu'il ne soit pas nécessaire de passer, puisqu'il n'y en a point qui ne soit mauvais si on s'y arrête, et dont on puisse éviter de tomber qu'en montant plus haut... (OC II, p. 583)

L'homme doit toujours chercher une perfection plus grande, une perfection qui ressemble toujours plus à celle du Créateur – en y mettre une limite serait borner la ressemblance humaine à Dieu.

Mais si on y trouve cette « composition » de ressemblances et dissemblances, il reste encore à savoir si dans l'analogie de disproportion la ressemblance l'emporte sur la dissemblance ou si au contraire la dissemblance l'emporte sur la ressemblance. Pour répondre à cette question, il est une déclaration célèbre, faite au cours du IVe Concile de Latran (1215) :

> *Inter creatorem et creaturam non potest tanta similitudo notari, quin inter eos maior sit dissimilitudo notanda*[2].
>
> Entre le Créateur et la créature, si grande que soit la ressemblance qu'on note, on doit encore noter une plus grande dissemblance entre eux[3].

[1] Certes, il s'agissant d'une lettre rédigée avec sa sœur Jacqueline, on pourrait soupçonner qu'elle aurait influencé Pascal dans cette citation. Nous ne croyons cependant pas que cette hypothèse soit nécessaire pour que la citation du verset s'accorde à la pensée de Pascal.

[2] H. Denzinger, *Enchiridion Symbolorum definitionum et declarationum de rebus fidei et morum*, 432.

[3] Trad. de Humbrecht (2005, p. 69), modifiée.

Cette déclaration lapidaire indique que la dissemblance entre l'homme et Dieu devra être toujours connue comme plus grande que leur ressemblance. Devrait-on pour autant abandonner toute étude rationnelle des mystères divins ?

Quelqu'un pourrait demander en revanche comment il a pu se faire que le concile du Vatican I ait déclaré que la raison, illuminée par la foi, pourrait arriver à une certaine compréhension des mystères, soit par des analogies avec les choses qu'elle connaît naturellement, soit par la connexion entre les mystères eux-mêmes et avec la fin dernière de l'homme[1].

Comme toujours, il faut prendre les textes dans leur contexte. La constitution dogmatique *Dei Filius*, de 1870, à la suite du Concile Vatican I, allait effectivement contre le fidéisme[2]. Ce document proposait en effet que Dieu peut être connu de manière certaine par la raison dans les choses créées, et le nier, selon cette constitution, serait anathème[3]. Il indiquait aussi, en revanche, que cela ne voulait pas dire que la raison *suffise* pour connaître qui est Dieu : la foi va en effet au-delà de la raison[4].

Les textes cités du IVe Concile de Latran et de la *Dei Filius* ne sont alors nullement contradictoires, mais soulignent distinctement la ressemblance ou la dissemblance. Notre question ici est dans un sens d'évaluer la position de Pascal vis-à-vis des positions associées à ces deux déclarations. La déclaration du concile de Latran est certes difficile à justifier philosophiquement : que dire d'une *dissemblance toujours plus grande* ?

La question de la prédication par analogie dans le contexte du langage théologique est immense et a été traitée par plusieurs théologiens médiévaux, comme saint Thomas d'Aquin (voir B), mais aussi par d'importants théologiens du XX^{e} siècle, notamment E. Przywara, K. Barth et H. U. von Balthasar. Dans ce qui suit, nous ne faisons qu'apporter quelques éléments de cette discussion pour mieux formuler la question corrrespondante chez Pascal.

E. Przywara a fait de la célèbre déclaration du IVe Concile de Latran une des motivations centrales de son importante étude *Analogia entis* (Przywara 1990). En fait, c'est à partir de cette formule que Przywara retrouve le noyau de l'*analogia entis* qu'il propose (Przywara 1990, chap. 6, par. 8). L'analogie est classiquement un élément d'intermédiation : elle est entre l'univoque et l'équivoque, entre l'un et

[1] *Ac ratio quidem, fide illustrata, cum sedulo, pie et sobrie quaerit, aliquam, Deo dante, mysteriorum intelligentiam eamque fructuosissimam assequitur, tum ex eorum, quae naturaliter cognoscit, analogia, tum e mysteriorum ipsorum nexu inter se et cum fine hominis ultimo, numquam tamen idonea redditur ad ea perspicienda instar veritatum, quae proprium ipsius obiectum constituunt* (*Dei Filius*, DS 3016).

[2] Cf. Melchiorre, V. *Enciclopedia Filosofica Bompiani*, Bompiani, Milan, 2006, entrée « Analogia ».

[3] *Si quis dixerit, Deum unum et verum, Creatorem et Dominum nostrum, per ea, quae facta sunt, naturali rationis humanae lumine certo cognosci non posse ; anathema sit.*

[4] C'est ainsi qu'on lit, dans le même document : *Si quis dixerit, in revelatione divina nulla vera et proprie dicta mysteria contineri, sed universa fidei dogmata posse per rationem rite excultam e naturalibus principiis intelligi et demonstrari ; anathema sit.*

le multiple. Przywara met encore en lumière une autre dualité : quand on affirme une analogie entre la créature et le Créateur, il s'agit d'affirmer une relation positive, puisqu'il existe une relation, tandis que l'altérité de Dieu, qui va au-delà de toute similitude aux créatures, marque un aspect négatif. Le trait fondamental de l'analogie, que Przywara saisit dans la déclaration de Latran, est que quelque similitude qu'il puisse y avoir entre créature et Créateur, il y a toujours une dissemblance plus grande[1].

C'est ainsi, dit Przywara, que se révèle le lien le plus profond entre l'*analogia attributionis* et l'*analogia proportionis*[2]. Pour lui, cette « analogie de la dissemblance toujours plus grande » se donne en trois moments. Il y a d'abord une relation positive de simple similitude : *tanta similitudo*. Il s'agit d'une analogie d'attribution qui va de bas en haut, c'est-à-dire, de l'homme à Dieu. Le deuxième moment est marqué par une altérité négative : *maior dissimilitudo*, la dissemblance plus grande. Cette analogie, de proportionnalité, apparaît car Dieu est toujours au-delà d'un rapport, n'importe quelle que soit la similitude. Mais il y a un troisième moment, que Przywara qualifie par la célèbre phrase « Deus semper maior », de S. Augustin (*Enn. in Psalmos* 62, 16)[3]. Celle-ci est une analogie d'attribution, mais au contraire de la première elle ne va pas de bas en haut, mais de haut en bas[4].

Pour Przywara, en effet, bien que l'analogie d'attribution et l'analogie de proportionnalité soient distinctes, elles renvoient en fait l'une à l'autre. Si d'abord il y a un passage d'une analogie d'attribution ascendante à une analogie de proportionnalité, par la suite il faut passer de celle-ci à une analogie d'attribution descendante. La conjugaison, pour ainsi dire, de ces deux types d'analogie, se retrouve par excellence, selon Przywara, dans la formule du IVe Concile de Latran, qui parle de la *plus grande ressemblance* et de la *toujours plus grande dissemblance*[5].

Il y a alors, pour Przywara, trois moments de l'analogie. Il y a d'abord une relation « positive » qui est celle de la « plus grande ressemblance » (*tanta similitudo*), dans ce qui constitue une analogie d'attribution. Mais il y a deuxièmement, dit Przywara, un pôle négatif essentiel, qui apparaît dès qu'on considère « l'"altérité" fondamentale

[1]Przywara suit également S. Thomas, qui écrit : *creaturae* (...) *quamvis aliquam Dei similitudinem gerant in seipsis, tamen maxima dissimilitudo subest* (*De Veritate*, q. 1, a. 10, ad 1 in contr.). Pour la position de Thomas dans le *De Veritate*, voir B, en annexe.

[2]Rappelons que l'analogie dite d'attribution apparaît dans le rapport entre deux termes, tandis que l'analogie de proportion (ou de proportionnalité) souligne la ressemblance entre deux rapports, lesquels existent chacun entre deux termes.

[3]En fait, cette citation n'apparaît pas telle quelle chez Augustin, qui écrit « semper enim ille maior est » : *Parvuli sumus : ergo protegat nos Deus sub umbraculo alarum suarum. Quid cum maiores facti fuerimus ? Bonum est nobis ut et tunc protegat nos, ut sub illo maiore semper nos pulli simus. Semper enim ille maior est, quantumcumque creverimus.*

[4]Sur l'inversion du grand et du petit dans les valeurs chrétiennes, voir 14.3.1.

[5]Il est intéressant de noter que ce mouvement en trois étapes (analogie d'attribution ascendante, analogie de proportionnalité, analogie d'attribution descendante) peut rappeler les étapes d'évolution de la pensée de Thomas sur l'analogie, fondées respectivement sur la participation par similitude, sur la proportionnalité et sur la participation par causalité (cf. Montagnes 1963, et B). Ce n'est pas par hasard que Przywara fait référence abondante à Thomas.

de Dieu à l'égard de la créature » (Przywara 1990, p. 114). Il s'agit de la « toujours plus grande dissemblance » (*maior dissimilitudo*) dont parle la formule de Latran IV[1]. Dans ce deuxième moment il y a non plus une analogie d'attribution, mais ce que Przywara appelle une « analogie mouvante illimitée » qui est une *analogia proportionis secundum convenientiam proportionalitatis*. Troisièmement, dit Przywara,

> L'analogie "mouvante" d'une manière sans bornes fonde une nouvelle analogie d'« attribution » : non plus de bas en haut, comme la première, mais de haut en bas : du haut du *Deus semper maior* est « attribué » à la créature son « espace de service ». La « toujours plus grande dissemblance » (*maior dissimilitudo*) a ici un sens positif : elle délimite un espace positif dans lequel la créature est « envoyée » pour un « service actif ». (...) La « nostalgie » (dans l'*analogia attributionis* ascendante) devient « éblouissant ravissement » (dans l'*analogia proportionis*) pour devenir « service » (dans l'*analogia attributionis* descendante).
>
> (Przywara 1990, pp. 116-117)

La différence entre le mouvement de bas en haut ou de haut en bas peut être expliquée par le fait que l'existence d'une similitude entre la créature et le Créateur ne justifie pas une similitude entre le Créateur et la créature[2]. Cette asymétrie indique bien que le « sens » de la similitude est fondamental, et c'est en y faisant attention qu'on peut retrouver une analogie digne de ce nom.

Przywara propose que dans ce « retour » à une autre analogie d'attribution, la « dissemblance toujours plus grande » gagne un sens positif. Voilà tout l'enjeu de la conjugaison de ressemblances et dissemblances qui apparaît dans l'*analogia entis*, ce que nous évaluerons pour l'analogie de disproportion.

Sur l'analogie, Przywara (1990, pp. 114-115) écrit qu'elle n'est qu'une relation d'altérités réciproques[3] :

> À son extrême pointe, la « relation » (pôle positif) paraît altérité (pôle négatif). Or, c'est précisément ainsi que l'« altérité » (le négatif) est signe de l'accomplissement de la « relation » (du positif) : signe incompréhensible qui montre que c'est Dieu ; signe compréhensible qui dit que ce n'est pas Dieu : « si (...) comprehendis, non est Deus »[4] ; « hoc ergo non est, si comprehendisti : si autem hoc est, non comprehendisti »[5].

[1] Il est intéressent noter que c'est Przywara qui fait de la *maior dissimilitudo* une *semper maior dissimilitudo*, en réalité combinant la formule du IVe Concile de Latran avec la déclaration d'Augustin.

[2] Przywara cite S. Thomas sur ce point, qui écrit *Deus nullo modo similis creaturae dicendus est, sed creaturae similes possunt dici Deo aliquo modo* (*De Veritate*, q. 2, a. 11, ad 1). Voir B.

[3] Il cite Aristote, qui écrit ὡς ἄλλο πρὸς ἄλλο dans la *Métaphysique*, 1016b 31-35.

[4] Augustin, *Serm.*, 117, 3, 5.

[5] Augustin, *Serm.*, 52, 6, 16.

Ce caractère négatif de la compréhensibilité de Dieu existe pour la compréhension humaine, mais non pas seulement. La condition humaine elle-même, de créature, doit être comprise pour ainsi dire négativement. En suivant S. Thomas, Przywara identifie dans le *néant* la seule relation possible avec l'*Est* :

> Le point ultime et décisif est bien plutôt celui-ci : en tant que « néant », l'être créé se détache de l'Est divin, et ainsi entretient avec lui une vraie relation[1]. La *communitas analogiae* est donc la relation du néant au Créateur créant *ex nihilo*. Voilà l'*analogia entis* dans son concept fondamental : le est (vaut) intracréaturel est si intimement (dans l'essence du « devenir ») un « être dans le non-être » (le *est non est* augustinien), que posé entre Dieu et créature il a relation de « néant » au « Créateur créant à partir de rien ».

Le rôle du *néant* de la créature devant Dieu est également important pour Pascal (voir 11.2). Nous ne ferons pas ici une analyse exhaustive du projet de Przywara pour l'*analogia entis*. Ce que nous retiendrons, c'est que Przywara retrouve dans le « rythme » d'analogie un lien entre l'analogie horizontale entre les créatures et l'analogie verticale entre l'homme et Dieu. Par ailleurs, il conjugue les ressemblances et les dissemblances, en développant la formule du IVe Concile de Latran, d'une manière qui nous inspirera dans notre propre analyse de l'analogie de disproportion, entendue dans toute sa complexité philosophique.

La principale réponse à l'*analogia entis* de Przywara est venue de la part de K. Barth, avec le concept d'*analogia fidei*. Mais c'est vers un autre théologien qui a abordé la question de l'analogie et la formule de Latran IV que nous devons nous tourner pour mieux poser la question : H. U. von Balthasar.

Selon Johnson (2013, chap. 6, I, 2), pour von Balthasar l'analogie suppose que pour n'importe quelle ressemblance prédiquée, il y a une dissemblance encore plus grande. Une caractéristique de la vérité du monde est qu'elle ne pourrait pas apparaître sans qu'en même temps un mystère permanent soit exprimé. Il y a alors un *apparaître*, mais un plus grand *non apparaître*, von Balthasar désignant le « plus grand » comme le caractère « comparatif » de la vérité[2].

[1] Przywara cite pour ce passage S. Thomas, *De Veritate*, q. 2, a. 11, ad 5 : « enti et non-enti aliquid secundum analogiam convenit, quia ipsum non-ens ens dicitur analogice (...) : unde naturae distantia quae est inter creaturam et Deum, communitatem analogiae impedire non potest ».

[2] « the infinite ground appears in the background of every finite truth. Indeed, we saw that by the very nature of all worldly truth, of all that is expressed in any way, there can be no expression without the concomitant appearance of a permanent mystery, without the comparative that intrinsically characterizes truth » (von Balthasar 2000-2005, I, pp. 230–31). « There can, of course, be no question of violating the creature's *maior dissimilitudo* [greater dissimilitude] with respect to God (DS 806), for the creature, no matter how high grace may lift it, can never overtake the divine aseity » (von Balthasar 2000-2005, II, p. 82).

La comparaison apporte encore la notion de la relativité d'une valeur. Quand on prend en considération le *plus*, le *moins* et l'*égal*, qu'Aristote considérait déjà comme des attributs que ses Catégories pouvaient posséder ou non, la question se pose s'il existe quelque chose d'absolu ou pas. Dans cette optique, parler de Dieu n'est pas parler d'un comparatif, mais d'un superlatif[1]. Si von Balthasar l'appelle « comparatif », ce n'est que dans le sens que Dieu est *toujours* plus grand. Comme l'affirme Johnson (2013, chap. 4, II, B), la dissemblance toujours plus grande de Dieu est pour von Balthasar la marque de la transcendance infinie de Dieu, qui ne surpasse pas seulement les réalités de ce monde, mais qui se surpasse toujours à elle-même : « cette plénitude elle-même est infinie et elle est donc toujours plus riche qu'elle-même » (von Balthasar 2000-2005, I, p. 197).

La dissemblance, pour von Balthasar, l'emporte sur la ressemblance, car il considère *Deus semper maior*, Dieu toujours plus grand. [2]. Selon nous, c'est cette notion de « dissemblance toujours plus grande » qui doit faire l'objet d'une discussion philosophique approfondie concernant l'analogie de disproportion.

Notons encore que c'est chez saint Bonaventure que von Balthasar retrouve une manière pour inscrire dans un rapport la distance toujours plus grande qui est celle existante entre l'homme et Dieu[3]. Pour von Balthasar, néanmoins, la *plus grande distance* est encore une voie de communication. La *distance infinie*, comme nous le verrons, n'est pas une *opposition infinie* : elle est toujours distance et, en tant que telle, une voie ouverte pour la prédication (section 14.4).

[1] On lit chez un religieux du XX^{e} siècle : « Je ne me tiens pas particulièrement à mes idées, à mes projets. Si l'on m'en présente de meilleurs, ou plutôt non pas meilleurs, mais bon j'accepte sans regrets. J'ai renoncé au comparatif. Ce qui est bon, vrai, réel, est toujours pour moi le meilleur » (Patriarche Athenagoras ; prière disponible dans Clement, O. *Dialogues avec le Patriarche Athenagoras*, Paris, Fayard, 1969.). Autant dire que dans cette perspective, d'abandon de la volonté propre, il n'y a plus de *meilleur* ou de *pire*. Une perspective absolue est prise : tout ce qui sera bon sera *le meilleur*. Le superlatif est atteint une fois qu'on abandonne la comparaison par rapport au point de vue personnel.

[2] Chez von Balthasar, cela se reliera à la dynamique analogique de la Trinité elle-même.

[3] Comme le souligne bien Johnson (2013), « Yet the disjunct is not absolute, and although the distance between God and the world is "highest" (*summe distantia*), it remains a distance, and therefore there is some communication. Von Balthasar immediately reminds us that the above prohibitions must be balanced by the fact that the likeness of expression does hold between God and creatures – that is to say, that creatures are an expression of God. And of all the types of likeness in the Bonaventurean scheme (here, in 1 Sent. d. 35, which is the text von Balthasar is analyzing), this *similitudo expressionis* is the highest because it is caused by the divine truth, which is itself expression ».

6.2 L'analogie de disproportion et la « dissemblance toujours plus grande »

> où Dieu se trouve mêlé, jamais les comparaisons tirées des choses humaines ne sont qu'imparfaites
>
> Bossuet, Discours sur l'histoire universelle

Étant passés par les notions de comparaison, métaphore et figure chez Pascal, ainsi que par la question de la composition des ressemblances et des dissemblances dans l'analogie, et par l'évaluation de la « dissemblance toujours plus grande », il nous faut revenir à la conceptualisation de l'analogie de disproportion, afin que celle-ci soit plus adaptée à ce qu'on trouve chez Pascal. La présence importante de l'infini et du néant dans toute son œuvre requiert de revenir à la structure de l'analogie de disproportion : si dans la première formulation que nous en avons donnée, on pouvait avoir affaire à des comparaisons « horizontales » de différences, il faut considérer maintenant le fait que l'analogie de disproportion introduit une « verticalité » propre à la considération de l'infini. Pour ce qui est de la capacité humaine à parler de Dieu, il est intéressant de prendre en compte la notion d'une « dissemblance toujours plus grande », même si Pascal ne cite pas la formule du IVe Concile de Latran : la question, elle, est présente chez Pascal[1].

Aussi bien dans les mathématiques que dans le langage religieux, l'analogie de disproportion réalisera non seulement la comparaison des différences et des distances, mais la comparaison entre le fini et l'infini. *Finiti ad infinitum nulla est proportio* : voilà un adage qui circulait amplement au Moyen Âge[2]. Peut-t-on cependant trouver un *rapport*, ou une *proportion* entre le fini et l'infini ? Une réponse a été donnée par S. Thomas dans le *De Veritate* (voir B) :

> bien que le fini et l'infini ne puissent être proportionnés, ils peuvent cependant être proportionnables, car le fini est égal au fini comme l'infini est égal à l'infini. Et c'est de cette façon qu'il y a ressemblance entre la créature et Dieu : parce que la créature se rapporte à ce qui lui est propre comme Dieu se rapporte aux choses qui lui conviennent.

Un rapport entre des « finis » (entre la créature et ses attributs ou choses qui lui conviennent) est ainsi semblable à un rapport entre des « infinis » (entre Dieu et ses attributs). La proportionnalité entre quatre éléments, qui désigne une ressemblance

[1] Rappelons que dans la formule citée on lit *maior dissimilitudo*, mais nous suivons Przywara, en partant du *semper maior* d'Augustin pour parler d'une *semper maior dissimilitudo*.

[2] Cf. Montagnes (1963, pp. 84-85). Cette formule a son origine chez Aristote, qui l'a appliqué à un contexte cosmologique, et non pas métaphysique : « du fini à l'Infini il n'y a nulle proportion » (*Du Ciel*, I, 7, 275a14, Vrin, trad. Tricot, p. 30). *Proportio* peut être plus traduit ici plus proprement par « rapport », car il s'agit do *lógos* grec : « il n'y a nul rapport ».

entre deux rapports, et non pas directement entre des éléments, permet ainsi de comprendre des distances infinies dans une relation structurée[1]. Thomas doit répondre à l'adage *finiti ad infinitum nulla est proportio* : comment l'admettre et encore ainsi parler d'analogie ? La distinction entre l'analogie de proportion et l'analogie de proportionnalité entre en jeu ici : entre la créature et Dieu en effet *nulla est proportio* – mais il peut néanmoins avoir *proportionalitas*.

Il s'agit d'un des modes par lesquels la relation entre le fini et l'infini a été traitée. Mais comment l'analogie de disproportion est-elle une forme apte à exprimer cette relation ? Si cette analogie est caractérisée simplement en tant que comparaison qui indique la ressemblance de différences, cela ne suffirait pas pour dire qu'elle comporte un rapport entre le fini et l'infini. Donnons un exemple. Dans Sel. 720, Laf. 485, Pascal traduit une partie du livre de *Daniel*, dont uns des versets est le suivant : « Mais comme le fer ne peut s'allier solidement avec la terre, de même ceux qui sont représentés par le fer et par la terre ne pourront faire d'alliance durable, quoiqu'ils s'unissent par des mariages ». Cela est une analogie de disproportion en tant que ce qui est comparé ce sont des différences, et notre première définition y suffit. Cependant, les cas qui nous intéressent par excellence sont ceux où l'infini, la disproportion, la différence d'ordre interviennent, et cela apparaît en effet chez Pascal, comme dans Sel. 339, Laf. 308 : « La distance infinie des corps aux esprits figure la distance infiniment plus infinie des esprits à la charité car elle est surnaturelle » (voir 5.3).

La question couvre encore d'autres concepts « négatifs » qui sont à considérer, tels que l'hétérogénéité, les distances infinies et la disproportion. Nous soutenons que ces concepts n'excluent pas leurs opposés (homogénéité, rapport de distances, proportion), mais qu'ils se « conjuguent » à eux sous la forme de l'analogie de disproportion (et sous d'autres formes, comme nous le verrons dans les parties II et III de ce travail). Pour retrouver l'« équilibre » dans les comparaisons il faudra considérer le niveau de l'analyse, et les types d'aspects compris dans la comparaison.

Pour ce qui est du cas spécifique de la continuité ou de la discontinuité de la réalité, nous vient en aide une citation un peu plus longue, d'un commentateur de l'œuvre pascalienne peu lu. En parlant de l'argument dit « du pari », R. Guardini écrit :

> Peut-être en effet s'est-t-il habitué [le lecteur], au contact de la théologie dialectique, à voir dans l'accent mis sur l'impossibilité d'aller du monde à Dieu la note caractéristique de la pensée chrétienne. Dans ce cas, employer pour Dieu la catégorie de l'absolu, voir le fini dans un rapport positif avec Dieu, parler d'« analogie », accepter une possibilité quelconque d'aller directement du fini à Dieu, tout cela apparaît *a priori* comme non chrétien.

[1] Le *De Veritate* constitue une exception dans l'œuvre de saint Thomas, étant une étape intermédiaire de sa réflexion sur l'analogie, car le rapport entre la créature et le Créateur y est considérée sous la forme de la proportionnalité, à la différence du reste de son œuvre, où une préférence est donnée à l'analogie d'attribution. Voir B.

> Seule est reconnue chrétienne la manière de penser qui coupe tous les liens ; qui place le fini, par rapport à Dieu, dans une dissemblance absolue, bien mieux dans une contradiction spécifique, conditionnée par le péché ; qui n'admet pour le fini qu'une situation, celle du coupable ; et qui ne tolère d'affirmations en matière religieuse que sous la forme paradoxale. Le rôle de la pensée théorique est alors uniquement de veiller à ne pas s'exercer elle-même sur Dieu et à ne permettre, en fait d'actes religieux légitimes, que la décision religieuse accomplie avec « crainte et tremblement ». Une longue étude de ces problèmes, surtout chez Kierkegaard, m'a permis de saisir leur portée. Je suis averti également de la puissance intérieure de ce genre de pensée. Néanmoins je crois apercevoir que ce n'est pas là du tout la pensée « chrétienne », mais seulement une structure psychologique déterminée : celle qui repose sur une véritable affinité avec la discontinuité de l'être. Dans son regard, dans la manière même dont cette pensée aborde l'être, y compris le sien, c'est l'hétérogénéité de l'être, ce sont ses déchirures, ses tensions, ses contradictions, qui apparaissent en relief. On peut décrire ses méthodes, ses catégories, ses points cruciaux, sa technique d'accentuation et d'atténuation, etc... On peut approfondir sa psychologie jusqu'aux racines de ses prises de position, jusqu'à ses réactions affectives fondamentales – celles de l'angoisse, du défi, celles qui résultent du heurt avec le corps et avec le monde, – jusqu'aux formes particulières de sa mauvaise conscience, etc... On peut montrer qu'elle est exactement symétrique d'une structure opposée, qui justement la ressentirait elle-même comme non-chrétienne. En réalité cette impression n'a rien à voir avec la protestation de la conscience chrétienne contre le paganisme, mais elle est une haine structurelle contre une structure opposée ; on pourrait presque dire une haine biologique et sentimentale, d'une classe de pensée contre une autre classe. Par là même apparaît nettement que cette différence n'a rien à faire avec celle qui oppose christianisme et paganisme. La structure en question peut aussi devenir païenne, tout indique même que l'éventualité en est déjà très menaçante. Et par ailleurs une telle mentalité est absolument positive dès lors qu'elle se reconnaît pour ce qu'elle est : une structure qui peut devenir bonne ou mauvaise. Et si elle se laisse prendre en charge par la foi, elle constitue une possibilité précieuse dans l'ordre chrétien. Possibilité, disons-nous : elle n'est pas plus que cela, mais elle est vraiment une possibilité réelle et précieuse. Il en est de même d'ailleurs de l'autre structure, celle qui part de la continuité, de la légitimité des énonciations directes.
>
> (Guardini 1951 [1935], p. 176, note)

Guardini exprime très bien le fait que considérer la continuité ou la discontinuité n'est pas *en soi* un trait distinctif de la pensée chrétienne et de la pensée païenne. Il ne s'agit que d'« une structure psychologique déterminée : celle qui repose sur une

véritable affinité avec la discontinuité de l'être ». Nous pouvons en effet considérer soit l'unité soit la discontinuité de l'être. Certes l'unité, un des transcendantaux, serait un attribut divin – il étant difficile à une philosophie chrétienne de soutenir que la diversité l'emporte sur l'unité en Dieu, sous peine de nier que la Trinité ne soit qu'un Dieu. En revanche, la créature – et encore plus le péché et le mal – ont nécessairement une distance au Créateur, et si c'est cela qu'on considère, on trouve « l'hétérogénéité de l'être ». Il s'agit alors d'un choix sur la manière qu'on considère la question, sur le fait qu'on porte plus ou moins d'attention à l'unité ou à la discontinuité.

Cette « dynamique » entre continuité et discontinuité possède un parallèle avec celle entre identité et altérité, et, plus généralement, avec celle entre ressemblance et dissemblance. Voilà toute notre question : quelle balance existera entre chacun de ces pôles ?

L'équilibre et la dissymétrie entre l'affirmation et la négation ont d'ailleurs pour Pascal un fondement ontologique. Ce que Pascal dit du vrai et du faux pourrait peut-être valoir pour l'affirmation et la négation. En effet, pour Pascal le vrai et le faux ne sauraient pas être symétriques :

> La justice et la vérité sont deux pointes si subtiles que nos instruments sont trop mousses pour y toucher exactement. S'ils y arrivent, ils en écachent la pointe et appuient tout autour plus sur le faux que sur le vrai. (Sel. 78, Laf. 44)

Il est plus facile alors de toucher à la fausseté qu'à la vérité – nous y reviendrons (voir 14.2.6). Cette asymétrie du vrai et du faux s'inscrit dans une « dynamique » entre les deux pôles, qui peu être considérée sous un aspect plus général. Ce n'est pas la même chose de dire qu'une machine marche bien, mais qu'elle a un défaut, ou de dire qu'une machine a un défaut, mais qu'elle marche bien. Ces deux structures de prédication peuvent être ainsi présentées[1] :

- *Oui, mais non*
- *Non, mais oui*

On y voit deux mouvements essentiels de l'esprit, qui font prédominer la ressemblance ou la dissemblance, la continuité ou la discontinuité, et en premier lieu, le *oui* ou le *non*. L'analogie « classique » semble être en général un mouvement du type qui affirme la similitude au-dessus des différences. Il s'agit alors d'un mode de comparaison *affirmatif*, si on peut le dire ainsi.

D'autre part, dans le mouvement indiqué par le *oui, mais non* il y a un aspect *restrictif* : une conclusion est valable pour une condition donnée, *mais non pas* pour une autre.

Quant à l'analogie de disproportion, serait-elle un mode de dire *oui, mais non* ou de dire *non, mais oui* ?

[1] On pourrait les formuler, à titre d'exercice, *sic, sed non* ; *non, sed sic*.

On croirait d'abord qu'il s'agit de la deuxième forme : dans l'analogie de disproportion, on identifie d'abord des discontinuités pour ensuite affirmer une similitude entre elles. D'où un aspect négatif identifié d'abord, et une ressemblance identifiée *sur* cet aspect négatif : *il y a plus grande dissemblance*, « et néanmoins il est nécessaire d'en dire quelque chose », si on veut user des mots de Pascal. En effet, cette caractérisation est en accord avec notre formulation de l'analogie de disproportion, et nous continuerons à la prendre en compte. Mais elle ne suffit pas face à un fait important : si ce qui est recherché est une *proportion* dans laquelle l'infini préserve toujours sa transcendance, si on considère un rapport à Dieu dans lequel il est *semper maior*, il y a une « dissemblance toujours plus grande »[1]. Passerait-on alors au *oui, mais non*, en perdant la ressemblance qui venait du fait même de faire une prédication ? Nous croyons plutôt qu'on retrouve dans l'analogie de disproportion un type de conjugaison dynamique entre les deux formes du *non, mais oui* et du *oui, mais non*.

D'une part, on retrouve le mouvement de l'identification d'une ressemblance en dépit des dissemblances. Autant dire qu'à une dissemblance (ou une négation) initiale l'esprit appose une ressemblance ou une unité. Cela, il nous semble, *rend possible le discours théologique* : une « positivité » restreinte, qui n'a de place qu'à partir d'une différence initiale entre l'homme et Dieu. L'erreur associée à cette position serait de croire qu'on peut tout connaître des mystères divins.

D'autre part, on retrouve le mouvement d'une dissemblance plus grande que toute ressemblance : à une ressemblance apparente, l'esprit rappelle la transcendance absolue qu'il y a de Dieu à l'homme, et que les prédications ne peuvent être faites que d'une manière restreinte. Cela, nous semble-t-il, indique *les limites du discours théologique*. L'erreur associée à cette position serait le fidéisme, ou le silence absolu.

On pensera tout de suite à une théologie négative : ne serait-elle pas l'indication de cette limitation par excellence ? Nous croyons que pour Pascal, si on voudrait parler de théologie négative, il faudrait utiliser l'expression dans un sens restreint, car en même temps Pascal ne nie pas absolument la possibilité de prédication : il y a bien, nous l'avons dit, une conjugaison dynamique entre prédication et restriction de cette prédication. On reconnaît le « schéma » de S. Thomas dans lequel on affirme, on nie et on affirme par la voie d'éminence (ou de transcendance)[2]. Plus généralement, Secretan déclare que l'analogie théologique médiévale est caractérisée par un « rythme spécifique »[3] :

> celui de l'*affirmation* (Dieu est sage) de la *négation* (Dieu n'est pas sage au sens humain du terme), Dieu est *éminemment* sage, sage d'une Sagesse incomparable. (Secretan 1984, p. 33)

[1] Nous interprétons *semper maior* ici comme le fait que quelque chose est *en effet* plus grand que toutes les autres choses, et non pas qu'elle *pourrait* l'être.

[2] Selon Humbrecht (2005) Denys le Pseudo-Aréopagite posséderait déjà cette structure, mais l'« éminence » chez Thomas ne serait pas tout à fait la même que chez cet auteur.

[3] Secretan indique que ce « rythme » aura des développements postérieurs par Scot Erigène et par Nicolas de Cues.

Secretan propose ainsi que l'analogie théologique affirme une « semblance » pour ensuite la nier comme « dis-semblance » et la réaffirmer comme « re-semblance ». Il s'agit d'une analogie qui préserve la transcendance, la différence absolue de Dieu.Voici encore la « dynamique » de l'analogie de disproportion. Nous avons parlé ici d'un « mouvement » et d'une « forme ». Mais le terme de Przywara d'un « rythme », terme repris par Secretan, semble être une très bonne caractérisation de la structure de l'analogie.

On retrouve alors un *rythme* de l'analogie de disproportion, que nous avions déjà envisagé, mais qu'il faut maintenant prendre en compte avec la dissemblance toujours plus grande qui l'accompagne. Les questions que nous avons abordées à propos du rapport entre l'homme et Dieu seront notamment importantes pour enrichir cette caractérisation de l'analogie de disproportion. Pour le poète, dit Aristote, bien métaphoriser est bien « apercevoir le semblable » (*Poétique*, 21, 1459a7). Dans ce sens, et en tant que l'analogie est effectivement *affirmée* (au lieu d'être un silence devant l'inexprimable), elle est *positive*, car elle dit quelque chose, et cela est une ressemblance, même si des différences extrêmes existent – et cela même dans le cas de l'analogie de disproportion. *Dans l'ordre de l'énonciation, la ressemblance est plus grande que la dissemblance.*

En revanche, entre l'homme et Dieu il y a une dissemblance toujours plus grande, qu'aucune prédication ne saurait dépasser. Cela est clair pour Pascal, qui ne peut accepter nul rapport de l'homme à Dieu : « Il n'y a nul rapport de moi à Dieu, ni à Jésus-Christ juste » (Sel. 751, Laf. 919). *Dans l'ordre de l'être, la dissemblance est plus grande que la ressemblance.*

La dissemblance existe, et néanmoins il est nécessaire d'en dire quelque chose, quoique il soit impossible de la réduire à la ressemblance[1] : à la différence (et au silence), jamais ignorée par Pascal, s'adjoint une prédication. Si on insère la dissemblance dans une comparaison, l'analogie réapparaît à un autre niveau : c'est le cas extrême de l'analogie de disproportion, qui comprend une « proportion » entre le fini et l'infini, et une dissemblance toujours plus grande. Ici la ressemblance est dite *de* la dissemblance, mais la dissemblance n'est jamais annihilée (comme d'ailleurs dans l'analogie classique), avec la spécificité qu'on traite le cas d'une *dissemblance toujours plus grande*, dans laquelle néanmoins une ressemblance peut être affirmée.

Il faut s'apercevoir des disproportions. Mais il faut aussi affirmer des rapports. Voilà la tension et la fécondité de la pensée pascalienne. Entre une théologie positive et une théologie qui serait absolument négative, une troisième voie est possible, et c'est là qu'il faut placer l'analogie de disproportion chez Pascal. On reconnaîtra cette dynamique dans le raisonnement du *renversement du pour au contre* pascalien

[1]Nous pouvons citer encore la phrase de l'*Esprit Géométrique* : « car ce qui passe la géométrie nous surpasse ; et néanmoins il est nécessaire d'en dire quelque chose, quoiqu'il soit impossible de le pratiquer ». (OC III, p. 393).

(section 5.4)[1].

La « dynamique » de cette structure semble la rendre plus acceptable, mais une question demeure : l'analogie de disproportion, formulation proche de l'oxymore, impliquerait-elle l'acceptation des contradictions ? Une autre figure doit être considérée ici à côté de l'analogie. Étienne Pascal identifie dans le titre de l'ouvrage du P. Noël, *Le plein du vide*, un usage de l'*antithèse*, et il lui écrit :

> Si j'osais, mon Père, prendre la liberté de parler ici de grammaire, et d'établir quelques principes pour l'antithèse, je vous dirais, premièrement, que l'antithèse doit contenir en soi-même un sens accompli, comme quand nous disons que *servir à Dieu c'est régner* ; que *la prudence humaine n'est que folie* ; que *la mort est le commencement de la vie véritable*, et mille autres de cette nature. La raison de ceci est que l'antithèse, pour avoir bonne grâce, doit, par la seule énonciation de ses termes, découvrir non seulement le sens qu'elle contient, mais aussi sa pointe et sa subtilité.
>
> (OC II, p. 592)

Les exemples cités par Étienne Pascal pour ce qu'il appelle l'« antithèse » sont visiblement des affirmations proprement chrétiennes – des exemples si fondamentaux qu'on pourrait se demander si l'antithèse, ainsi conçue, ne serait pas le noyau même du discours chrétien : « ainsi les derniers seront les premiers, & les premiers seront les derniers ». La question n'est en rien simple : nous savons que des auteurs proposeront, au sein même de la pensée chrétienne, la coexistence des opposées, des paradoxes ou des contradictions même[2]. Nous reviendrons à la question dans 14.2.

Pour le moment, soulignons que l'introduction du rapport du fini à l'infini pour l'analogie de disproportion nous oblige à accepter que le fini et l'infini ne sont pas dans une simple opposition horizontale. Traiter de l'infini amène à la question de la transcendance catégorielle, ainsi qu'à celle de l'analogie comme une des manières de traiter cette transcendance. Nous avons ici recours à un passage de Lévinas pour soulever une question concernant l'œuvre de Pascal :

> L'altérité métaphysique ne s'obtient-elle pas par l'énoncé superlatif des perfections dont la pâle image remplit l'ici-bas ? Mais la négation des imperfections ne suffit pas à la conception de cette altérité. Précisément,

[1] Raisonnons en pour et contre : entre deux choses, A et B, y a-t-il similitude directe ? Du point de vue substantiel, non. Mais du point de vue relationnel on pourrait avoir affaire à une similitude entre le rapport de A à A' et le rapport entre B et B' : c'est-à-dire, une analogie classique. Cependant, dans certains cas entre A et A' il y a non pas un rapport positif, mais une disproportion (hétérogénéité, distance infinie). En revanche, entre la disproportion qui existe entre A et A' et celle qui existe entre B et B' il y a similitude : on peut alors parler d'une analogie de disproportion.

[2] Quant à la forme de l'antithèse, Fontanier (1977, p. 379) la définira ainsi : « L'Antithèse *oppose deux objets l'un à l'autre, en les considérant sous un rapport commun, ou un objet à lui-même, en le considérant sous deux rapports contraires* ». B. Sève (1995) emploie la notion d'antithèse dans son analyse du langage pascalien.

> la perfection dépasse la conception, déborde le concept, elle désigne la distance : l'idéalisation qui la rend possible est un passage à la limite, c'est-à-dire une transcendance, passage à l'autre, absolument autre. L'idée du parfait est une idée de l'infini. La perfection que ce passage à la limite désigne, ne reste pas sur le plan commun au oui et au non où opère la négativité. Et, inversement, l'idée de l'infini désigne une hauteur et une noblesse, une transcendance. Le primat cartésien de l'idée du parfait par rapport à l'idée de l'imparfait, conserve ainsi toute sa valeur. L'idée du parfait et de l'infini ne se réduit pas à la négation de l'imparfait. La négativité est incapable de transcendance. Celle-ci désigne une relation avec une réalité infiniment distante de la mienne, sans que cette distance détruise pour autant cette relation et sans que cette relation détruise cette distance, comme cela se produirait pour les relations intérieures au Même ; sans que cette relation devienne une implantation dans l'Autre et confusion avec lui, sans que la relation porte atteinte à l'identité même du Même, à son ipséité, sans qu'elle fasse taire l'*apologie*, sans que cette relation devienne apostasie et extase. (Levinas 2000 [1961], pp. 31-32)

Pour Lévinas les idées d'infini et d'altérité sont intrinsèquement liées. Pour lui, l'irréductibilité de l'autre à ce que j'en connais implique un infini devant lequel je peux me placer : l'infini est dans l'autre. L'autre ne peut pas être connu ; ce que je peux faire est de me placer devant son visage. Ce déplacement du moi vers l'autre nous fait passer d'une philosophie centrée sur la théorie de la connaissance à une philosophie essentiellement éthique, changement radical qui fera repenser la métaphysique[1].

Quant à l'altérité conçue dans le plan métaphysique, nous voyons qu'elle implique une « distance » et une « transcendance ». Il ne s'agit pas alors d'une opération négative, dans laquelle on passe d'un pôle à l'autre d'une opposition : l'infini et la perfection ne peuvent pas être atteints par la négation de l'imparfait. L'altérité qui conduit à eux est la transcendance, qui se manifeste dans une « hauteur » : l'axe de déplacement est vertical, et non pas horizontal. Il y a distance entre ma réalité et celle de la perfection, dans laquelle est l'infini. Mais même dans cette distance il peut avoir une « relation métaphysique » entre moi-même et ce qui me transcende : l'infini équivalent à la perfection, et cela ne peut se passer que dans la relation avec l'autre.

Dans ce passage de Lévinas, on découvre quelque chose de semblable à l'analogie de disproportion chez Pascal. La transcendance « désigne une relation avec une réalité infiniment distante de la mienne, sans que cette distance détruise pour autant cette relation et sans que cette relation détruise cette distance ». Il s'agit d'une relation préservée même dans la présence d'une distance qui n'est pas simple négativité, mais

[1] Il faut noter qu'un des points de départ de Lévinas est la réflexion cartésienne sur l'infini. On se souviendra de sa démonstration de la Troisième Médiation de Descartes : si l'infini est une idée parfaite et plus grande que l'homme, elle ne peut pas avoir été générée par l'homme, mais elle doit avoir été donnée à celui-ci.

marque de transcendance[1].

L'analogie de disproportion apparaît elle aussi comme une relation gardée en dépit de distances infinies, ce qu'on voit dans le fragment des trois ordres et dans la médiation du Christ[2].

La transcendance divine apparaît également dans la condition de l'homme. Nous avons vu que Przywara propose que l'être de la créature est à Dieu comme le néant est au Créateur du néant. L'homme est un néant par rapport à Dieu : il s'agit d'une relation dans laquelle un des membres s'« anéantit ». Autant dire que l'homme n'est pas un néant *en soi*, mais uniquement quand il est considéré *par rapport à Dieu*, qui est infini. L'existence de l'analogie de disproportion n'est possible qu'à condition d'une requalification négative de l'homme, d'un anéantissement de celui-ci par rapport à Dieu.

Mais cet anéantissement est-il absolu ? En fait, il y aura anéantissement ou non, il y aura paradoxe ou non, il y aura comparabilité ou non, selon l'aspect sous lequel on considère les éléments qui entrent dans la comparaison[3]. C'est ainsi que nous verrons dans la pratique mathématique de Pascal qu'une somme triangulaire n'est pas un indivisible en soi, mais dans le contexte d'une somme avec une quantité indéfinie de termes, on peut dire que « cette somme triangulaire n'est qu'un indivisible à l'égard des sommes pyramidales » (OC IV, p. 431). D'autres exemples d'acception relationnelle de termes apparaîtront dans les mathématiques de Pascal, ainsi que dans les *Pensées* – il faudra alors distinguer entre des acceptions relationnelles et des acceptions absolues.

Cela revient à dire que la comparabilité des choses dépend de la manière dont on considère ces choses, de quels aspects on en saisit. Deux choses seront comparables ou non en fonction de ce qu'on dit que sont chacune de ces choses. L'analogie de disproportion ne peut exister que si on considère les objets en question sous un certain aspect.

Mais tous les éléments ne sont pas relationnels pour Pascal. Dieu est évidemment une référence en soi, absolue : quoiqu'il puisse être considéré par l'homme d'une

[1] Quant à cette relation entre infini et altérité, on ne peut pas dire qu'elle trouve correspondance précise chez Pascal.

[2] La relation demeure en dépit de la distance ou la distance demeure en dépit de la relation ? Sur le fragment Le Mystère de Jésus (Sel. 749, Laf. 919), F. Leopoldo e Silva écrit : « Comment associer une si intense solitude à la proximité du médiateur ? Dans cette question on retrouve l'idée pascalienne de la permanence de la distance, même dans le rapprochement sacrificiel accompli par le médiateur » (Silva 2002, notre traduction). Nous croyons que les deux voies sont possibles : relation et distance coexistent en dépit de leur tension, et nous y retrouvons l'analogie composée de ressemblances et de dissemblances. Les fondements du christianisme peuvent aussi être interprétés comme conjugaison de ces deux pôles : « l'*Apologie* vise à montrer la simultanéité de cette proximité et de cette distance, car seulement cette vision contradictoire de Dieu et de l'homme peut nous mettre dans la route vers la vérité, l'étrange vérité du christianisme » (Silva 2001, p. 44 ; notre traduction). Nous reviendrons à la question du paradoxe dans le christianisme dans 14.2. Quant à la question de la transcendance, nous en avons commencé l'analyse dans le chapitre 5.

[3] Cela ne serait pas sans rapport avec ce qui est exposé par I. Lakatos (1976), pour qui le processus de redéfinition des termes est fondamental dans le développement des résultats mathématiques.

manière relationnelle – et peut-être ce ne peut être qu'ainsi –, il est encore dans ce cas une référence absolue. On peut dire la même chose du sens ontologique de l'indivisible en tant qu'hétérogène, tel que Pascal le présente dans le l'*Esprit Géométrique*. Quel rapport l'analogie de disproportion a-t-elle avec l'absolu ? Nous croyons que, possédant la caractéristique de la transcendance, les éléments qu'on pourrait dire « absolus » donnent à l'analogie la marque de la *toujours plus grande dissemblance*, qui est conservée en dépit de la comparaison entre des disproportions qui, elle, est affirmée[1].

Il ne s'agit pas seulement d'un comparatif : quand on parle d'un *toujours* plus grand, nous croyons devoir admettre l'existence d'un « superlatif ». Il serait impossible de remonter à l'origine de cette idée, qui est rapportée au Dieu *intimior intimo meo* d'Augustin, à l'idée de l'être qui *surpasse tout* ce que la pensée peut concevoir de plus grand (saint Anselme), au principe que Dieu est *au-delà* de la coïncidence des opposés (Nicolas de Cues), au *Deus semper maior*[2], et d'autres (quoique bien sûr ce ne soient pas des expressions équivalentes). Cette idée d'un superlatif possède une contrepartie en ce qui concerne la connaissance de Dieu : *si comprehendis, non est Deus*, écrit Augustin[3]. Arriverait-on alors à un *credo quia absurdum*[4] ? Nous ne croyons pas que ce soit le cas pour Pascal. Le superlatif, pour ainsi dire, de la transcendance divine, est certes présent, et cela indique des limites insurmontables à la raison – mais de là on ne conclut pas une irrationalité du divin. La raison aura ainsi un rôle, quoique négatif, pour donner place à la foi.

L'analogie de disproportion a lieu, par excellence, dans l'anéantissement de l'homme devant Dieu qui est infini. Le fait de parler d'une « dissemblance toujours plus grande », *semper maior*, pourrait faire croire qu'on a égard ici à une infinité de type potentiel pour Dieu, à cause du comparatif « plus grande », *maior*. Cependant, il faut faire attention que ce comparatif vient avec l'adverbe « toujours », *semper*, qui pourrait apporter l'idée d'une infinité totale (même si « toujours » reste ambigu). Nous reviendrons à cela dans notre discussion sur l'infini dans les parties II et III de ce travail[5]. Des disproportions peuvent être soit relatives soit absolues, soit comparatives soit superlatives. Une disproportion comparative peut être plus ou

[1] Sur le relatif et l'absolu chez Pascal, voir le chapitre 11.1.

[2] L'expression est souvent attribuée à saint Ignace de Loyola, qui en a fait un usage important. Nous avons pourtant vu qu'elle remonte à Augustin.

[3] *Quid ergo dicamus, fratres, de Deo ? Si enim quod vis dicere, si cepisti, non est Deus : si comprehendere potuisti, aliud pro Deo comprehendisti. Si quasi comprehendere potuisti, cogitatione tua te decepisti. Hoc ergo non est, si comprehendisti : si autem hoc est, non comprehendisti. Quid ergo vis loqui, quod comprehendere non potuisti ?* (Sermo 52, 16 : Migne, Patrologia Latina, v. 38, 1845, p. 360).

[4] Nous savons que la citation est imprécisément attribuée à Tertulien, qui écrit en fait : *Crucifixus est Dei filius ; non pudet quia pudendum est. Et mortuus est Dei filius ; CREDIBILE EST QUIA INEPTUM EST. Et sepultus resurrexit ; certum est quia impossibile* (Liber de Carne Christi, 5, 5 ; Migne, Patrologia Latina, v. 2, p. 761).

[5] À côté de la question du statut de l'infinité divine, celle de la « potentialité » ou de l'« actualité » se pose également pour les « petites portions » à l'aide desquelles Pascal fait son calcul des indivisibles. Voir 12.

moins grande que d'autres – mais existerait-il une disproportion superlative ?

Le fait est que, comme nous l'avons vu, affirmations et négations s'alternent dans le « rythme » de l'analogie de disproportion, à la manière du renversement du pour au contre. C'est dans cette tension que nous retrouvons l'analogie de disproportion, qui convient bien à l'œuvre de Pascal, elle-même en tension entre le rapport et la disproportion. Mais la tension est-elle le dernier pas de l'analogie de disproportion ?

La ressemblance et la dissemblance se « conjuguent » selon le « rythme » de l'analogie que nous avons proposé. Comme le dit J. Johnson, pour von Balthasar ni la ressemblance ni la plus grande dissemblance ne peuvent être totalement mises de côté – le faire serait réduire l'analogie à l'identité ou à la différence. Mais la conclusion de cela n'est pas qu'il faut abandonner aussi bien la notion de ressemblance que celle de dissemblance : « plus profondément on considère la question chez von Balthasar, plus les idées de ressemblance et de dissemblance commencent à se fondre l'une dans l'autre. L'horizon de l'analogie n'est pas simplement la tension de la ressemblance et de la dissemblance, mais leur union » (Johnson 2013, chap. 4, II, B). Nous pouvons faire nôtres ces mots en ce qui concerne Pascal et la forme ici analysée : l'« horizon » de l'analogie de disproportion n'est pas une simple tension entre ressemblance et dissemblance, mais leur union même. Si cela n'advient pas dans l'analogie de disproportion elle-même, qui opère toujours avec le positif et le négatif dans une dynamique, nous trouverons chez Pascal un point dans lequel les deux infinis se retrouvent : on peut voir que, grâce au Christ, les contrariétés s'accordent. Nous approfondirons cette question dans la partie III de ce travail, notamment dans le chapitre 14. Pour le moment, il faut voir comment Pascal donne à l'infini une place centrale, qui en fait un des fondements des mathématiques et qui permet la comparaison des incomparables.

Chapitre 7

L'infini au principe de la comparabilité des incomparables : le *De l'esprit géométrique*

7.1 La « correspondance parfaite » entre hétérogènes

« Il y a bien de la différence entre n'être pas une chose et en être un néant » (OC III, p. 408), écrit Pascal dans l'*Esprit géométrique*. Dans ce texte, Pascal est soucieux de présenter la vraie méthode géométrique, ainsi que de montrer certaines erreurs dans la conception des « indivisibles » et se montre sensible aux questions de la comparabilité des entités mathématiques, notamment quant au critère d'hétérogénéité[1].

Parcourir ce texte sera important pour montrer qu'il n'a aucune contradiction avec la pratique mathématique de Pascal. Le présent chapitre permettra de mieux comprendre ce que Pascal voudrait dire par « indivisible » dans l'*Esprit Géométrique*, tandis que le chapitre 8 permettra de voir en action la « méthode des indivisibles » pascalienne ; le chapitre 12, finalement, mettra ces deux parties en rapport, proposant un bilan sur la nature des indivisibles. Cela permettra d'éviter l'erreur, commise par plu-

[1]Dans Cortese (2012), un chapitre faisait une exploration préliminaire de ce texte quant aux analogies. La datation de ce texte est controversée. Cf. en particulier Mesnard OC III, pp. 360-376 et Maronne (2009). Les différents éditeurs de l'œuvre de Pascal ont proposé des dates variant de 1654 à 1659, parfois en proposant que les deux parties de ce texte, *Réflexions sur la géométrie en général* et *De l'Art de persuader*, n'auraient pas été écrites au même moment (comme il est de coutume, nous faisons référence à la première partie du texte par le titre général *De l'esprit géométrique*). Mesnard (OC III, p. 374), date les deux parties du texte de 1655, à savoir après la conversion de Pascal, et peu après sa discussion avec le Chevalier de Méré. Maronne (2009) propose que le texte date soit de 1654-1655, soit de 1658. Il constate aussi qu'il n'est pas nécessaire de dater identiquement les deux fragments. Descotes (2015b) propose la date de 1656, sans donner des détails. Sans qu'un consensus soit établi sur la question, il faut laisser en ouvert l'intervalle qui va de 1654 à 1658.

sieurs commentateurs, de percevoir une incompatibilité, ou au moins une séparation entre la réflexion philosophique pascalienne et sa pratique mathématique. Finalement, cela nous permettra également de mieux comprendre d'importants fragments des *Pensées* qui évoquent des concepts mathématiques, notamment *Disproportion de l'homme* (Sel. 230, Laf. 199 ; voir 11.3.2).

À propos d'un personnage qu'on peut identifier au Chevalier de Méré, Pascal écrivait :

> Je n'ai pas le temps de vous envoyer la démonstration d'une difficulté qui étonnait fort M..., car il a très bon esprit, mais il n'est pas géomètre. C'est, comme vous savez, un grand défaut. Et même il ne comprend pas qu'une ligne mathématique soit divisible à l'infini et croit fort bien entendre qu'elle est composée de points en nombre fini, et jamais je n'ai pu l'en tirer. Si vous le pouviez faire, on le rendrait parfait[1].

Il s'agit bien de la question qui sera traitée dans l'*Esprit Géométrique* : la division répétée d'une ligne ne saurait aboutir à des indivisibles. Or en un sens tel était déjà le cas dans la *Physique* d'Aristote : « car il n'est pas difficile de réfuter les lignes indivisibles [*atómous grammás*] » (206a14-15). Toute une tradition avait fait sienne la position que des « indivisibles » ne peuvent pas composer le continu, et que diviser à plusieurs reprises une grandeur donnée ne pourrait jamais aboutir à des indivisibles. N'était-ce pas là, justement, la critique faite par plusieurs auteurs à la méthode de Cavalieri, si celle-ci était interprétée comme utilisant des indivisibles hétérogènes ?[2].

Mais le traitement que Pascal donne de la question possède une richesse qui le rend singulier. Pour le comprendre, il faut observer le début de ce texte : Pascal considère alors la méthode géométrique. Il procède en supposant une « véritable méthode », qui « consisterait en deux choses principales : l'une, de n'employer aucun terme dont on n'eût auparavant expliqué nettement le sens ; l'autre, de n'avancer jamais aucune proposition qu'on ne démontrât par des vérités déjà connues ; c'est-à-dire, en un mot, à définir tous les termes et à prouver toutes les propositions » (OC III, p. 393). Cette méthode, pourtant, est impossible pour les hommes, d'abord car elle se heurte à une difficulté classique, déjà identifiée par Aristote dans les *Seconds Analytiques* : si tout doit être défini, que faire des premiers termes ? On a répondu qu'un tel cas implique soit une circularité de définitions, soit une régression infinie, soit un argument dogmatique[3]. Si Aristote semble avoir adopté une solution qui serait classée sous la dernière de ces formes, ce sera aussi le cas de Pascal – mais d'une manière assez différente. Pascal ne considère plus les notions premières comme connues, tel

[1] Lettre à Fermat du 29 juillet 1654 ; OC II, p. 1142.

[2] Voir par exemple les critiques de Guldin, du P. Lalouvère et du P. Tacquet. Cf. Descotes (2015c).

[3] H. Albert a appelé ce cas le Trilemme de Münchhausen, mais il est aussi connu sous le nom de Trilemme de Agrippa, d'après Sextus Empiricus (qui nomme cinq modes, et non pas trois). Cf. Albert, H. *Traktat über kritische Vernunft*, Tübingen, J.C.B. Mohr, 1991, p. 15.

que le Stagirite[1], mais plutôt comme simplement *constantes*. Dans une opposition à Descartes, qui cherchait des idées claires et « distinctes » (dont on pourrait montrer des marques distinctives), Pascal croit impossible de désigner ces traits distinctifs, et fait référence plutôt à des notions primitives « constantes », au sens d'« entendues de tous les hommes ». Pour les termes premiers, il y a alors une absence de définition, mais cela n'empêche pas l'ordre géométrique, car celui-ci, dit Pascal, ne suppose pour être développé « que des choses claires et constantes par la lumière naturelle, et c'est pourquoi il est parfaitement véritable, la nature le soutenant au défaut du discours » (OC III, p. 395).

« On voit assez de là qu'il y a des mots incapables d'être définis » (OC III, p. 397), et pourtant cela n'empêche pas les hommes de les utiliser comme des termes primitifs. Ce n'est pas, comme Pascal le souligne, que l'*essence* des choses soit claire à tous les hommes : il s'agit plutôt de dire que l'objet auquel un terme fait référence est le même pour chaque homme[2].

Pascal cite alors sa version du verset qui donne le titre du présent travail : Dieu a fait toutes les choses en poids, en nombre et en mesure. On pourrait se croire dans un cadre dans lequel le monde serait connu par les mathématiques, et l'on y reconnaîtrait harmonie et proportion[3]. Pascal indique qu'entre le mouvement, le nombre et l'espace

> il y a des propriétés communes à toutes ces choses, dont la connaissance ouvre l'esprit aux plus grandes merveilles de la nature. (OC III, p. 402)

Mais quelles seraient ces « propriétés communes », qui fondent la connaissance du mouvement, du nombre et de l'espace (et, *a fortiori*, des mathématiques elles-mêmes) ? Là, le lecteur se trouve bien étonné, car, au lieu de présenter une harmonie comparable à celle de l'homme vitruvien, Pascal déclare que

> la principale [de ces propriétés] est les deux infinités qui se rencontrent dans toutes [ces quantités qui sont le nombre, l'espace, le temps et le mouvement], l'une de grandeur, l'autre de petitesse. (OC III, p. 402)

L'infini, marque de l'absence de limites et de l'incalculabilité, pourrait-il être le pilier sur lequel on fonderait la bonne connaissance de la géométrie ? Cela ne saurait

[1] En fait, la question sur la connaissance des premiers principes par le *nous* dans les *Seconds Analytiques* d'Aristote est une question complexe. Cf. par exemple Porchat Pereira, O. *Ciência e Dialética em Aristóteles*. São Paulo : UNESP, 2000.

[2] « ce n'est pas la nature des choses que je dis qui est commune à tous ; ce n'est simplement que le rapport entre le nom et la chose ; en sorte qu'à cette expression, *temps*, tous portent la pensée vers le même objet : ce qui suffit pour faire que ce terme n'ait point besoin d'être défini, quoique ensuite, en examinant ce que c'est le temps, on vienne à différer de sentiment après s'être mis à penser. Car les définitions ne sont faites que pour désigner les choses que l'on nomme, et non pas pour en montrer la nature » (OC III, p. 397).

[3] Par exemple dans un contexte néo-platonicien ou galiléen, quoique ces deux approches diffèrent évidemment dans nombre de leurs aspects.

pas être le cas pour les mathématiques des Grecs, tels qu'Euclide et Archimède. Pascal opère ici néanmoins un intéressant détour : c'est l'infini, notamment dans son aspect incompréhensible, qui sera le fondement pour la connaissance mathématique[1]. La chose est intéressante car, dans un mouvement argumentatif subreptice, on pourrait reconnaître effectivement, du point de vue étymologique, l'infini comme la première des notions indéfinissables : en effet, comment l'*in-fini* pourrait-il être *dé-fini* ? Définir l'infini serait délimiter, donner des bornes à l'immense qui est, par définition, sans limites. Ainsi, la première des notions indéfinissables dont parle Pascal est justement la notion indéfinissable primitive. Au manque de perfection de la méthode, on répond justement par le principe qui est l'infini, car l'infini ne parviendra jamais à une *fin*, et dans ce sens la méthode actuelle est la plus parfaite qu'on puisse avoir.

Avec ce mouvement argumentatif, on voit un nouveau pas dans l'histoire de l'infini, étape historique qui fera l'objet de la section 7.3. Avant cela, il faut parcourir plus en détail le texte de l'*Esprit Géométrique*.

Pour nier qu'on puisse trouver des indivisibles au bout de divisions successives d'une grandeur, Pascal proposera de considérer d'abord le mouvement, et le fait qu'il puisse être toujours augmenté : « Car quelque prompt que soit un mouvement, on peut en concevoir un qui le soit davantage, et hâter encore ce dernier, et ainsi toujours à l'infini, sans jamais arriver à un qui le soit de telle sorte qu'on ne puisse plus y ajouter » (OC III, p. 402). D'autre part, un mouvement peut toujours être plus retardé, aussi lent soit-il, sans qu'il soit pour cela en repos.

Pascal passera alors à des comparaisons du mouvement avec le nombre, le temps et l'espace : « de même, quelque grand que soit un nombre », il peut toujours être augmenté, « et au contraire, quelque petit que soit un nombre », il peut toujours être divisé. On remarquera l'usage de l'expression « de même », typique de l'analogie[2]. Si l'on peut toujours faire un mouvement plus grand ou plus petit, *de même* pour le nombre, pour l'espace et pour le temps :

> C'est-à-dire, en un mot, que quelque mouvement que ce soit, quelque nombre, quelque espace, quelque temps que ce soit, il y en a toujours un plus grand et un moindre ; de sorte qu'ils se soutiennent tous entre le néant et l'infini, étant toujours infiniment éloignés de ces extrêmes.
>
> (OC III, pp. 402 - 403)

Il s'agit alors d'une analogie « classique », positive pour ainsi dire : nombre, mouvement, espace et temps possèdent tous un infini de grandeur et un infini de petitesse, ils peuvent toujours être agrandis ou diminués. Il s'agit de dire que tous ces types de quantités ont *la même* propriété, celle d'être *entre le néant et l'infini*.

[1] Dans ce sens, nous croyons juste la remarque de Magnard (1981, p. 14) que « d'un point de vue métamathématique, le nombre infini s'impose comme le fondement même du calcul ». Il pense cependant que cela implique le « nombre infini » (l'expression est de Sel. 680, Laf 418 – voir 11.3.3) doit être un infini actuel. Nous y reviendrons.

[2] On lit encore : « De même, quelque grand que soit un espace (...) Et au contraire, quelque petit que soit un espace (...) » ; « Il en est de même du temps (...) » (OC III, p. 402).

Sans que la division implique pour la quantité considérée de tomber dans son néant, cette opération reste toujours entre des quantités homogènes : l'espace peut être divisé sans devenir un indivisible. En effet, écrit Pascal, « toutes ces grandeurs sont divisibles à l'infini sans tomber dans leurs indivisibles, de sorte qu'elles tiennent toutes le milieu entre l'infini et le néant » (OC III, p. 410).

Toutefois, l'existence des distances infinies (« infiniment éloignés de ces extrêmes ») obligera à prendre en compte des grandeurs *hétérogènes* si on veut parler des extrêmes que sont l'infini et le néant : un « indivisible, multiplié autant qu'on voudra, ne fera jamais une étendue. Donc il n'est pas de même genre que l'étendue, par la définition des choses du même genre ». Mais quelle est cette définition ?

> Euclide (...) définit ainsi les grandeurs homogènes : « Les grandeurs, dit-il, sont dites être du même genre, lorsque l'une étant plusieurs fois multipliée peut arriver à surpasser l'autre ». (OC III, p. 408)

Il s'agit d'une appropriation des *Éléments* d'Euclide par Pascal. Nous y reviendrons pour les détails dans 7.2, mais pour l'instant notons que les grandeurs homogènes sont celles dont l'une peut surpasser l'autre quand elle est suffisamment multipliée, tandis que les grandeurs hétérogènes sont celles dont l'une ne peut jamais surpasser l'autre, étant multipliée par n'importe quel nombre fini que ce soit. Il s'agit notamment de l'indivisible vis-à-vis d'une grandeur finie, car le premier ne saurait constituer celle-ci par une multiplication : « un indivisible multiplié autant de fois qu'on voudra est si éloigné de pouvoir surpasser une étendue qu'il ne peut jamais former qu'un seul et unique indivisible » (OC III, p. 409). Un rassemblement d'indivisibles ne saurait donc constituer une grandeur finite.

Ce n'est pas par hasard si Pascal a entremêlé la discussion sur la nature des indivisibles et la celle sur la liberté des définitions en géométrie. Aux « définitions de chose » que sont les propositions, Pascal oppose les « définitions de nom », qui sont libres – l'important étant d'être cohérent avec les définitions de nom données auparavant.

À ceux qui prétendent « que deux néants d'étendue peuvent aussi bien faire une étendue que deux unités dont aucune n'est nombre font un nombre par leur assemblage », Pascal dit qu'« il leur faut repartir qu'ils pourraient opposer de la même sorte que vingt mille hommes font une armée, quoique aucun d'eux ne soit armée ; que mille maisons font une ville, quoique aucune ne soit ville ; ou que les parties font le tout, quoique aucune ne soit le tout ; ou, pour demeurer dans la comparaison des nombres, que deux binaires font le quaternaire, et dix dizaines une centaine, quoique aucun ne le soit ». Il est clair qu'il s'agit là de définitions libres : ces choses sont toutes homogènes, même si on a voulu que leurs noms diffèrent.

> Mais ce n'est pas avoir l'esprit juste que de confondre par des comparaisons si inégales la nature immuable des choses avec leurs noms libres et volontaires, et dépendants du caprice des hommes qui les ont composés.

> Car il est clair que pour faciliter les discours on a donné le nom d'armée à vingt mille hommes, celui de ville à plusieurs maisons, celui de dizaine à dix unités ; et que de cette liberté naissent les noms d'unité, binaire, quaternaire, dizaine, centaine, différents par nos fantaisies, quoique ces choses soient en effet de même genre par leur nature invariable, et qu'elles soient toutes proportionnées entre elles et ne diffèrent que du plus ou du moins, et quoique, ensuite de ces noms, le binaire ne soit pas quaternaire, ni une maison une ville, non plus qu'une ville n'est pas une maison. Mais encore, quoiqu'une maison ne soit pas une ville, elle n'est pas néanmoins un néant de ville. Il y a bien de la différence entre n'être pas une chose et en être un néant. (OC III, p. 407)

À part leurs définitions libres de nom, Pascal dit que dans tous les cas cités (à part celui des indivisibles et de l'étendue), ces choses sont respectivement *de même genre par leur nature invariable*. Autant dire qu'elles sont homogènes, car justement elles sont *toutes proportionnées entre elles et ne diffèrent que du plus ou du moins* : la multiplication d'une d'entre elles peut la faire surpasser l'autre. Il faut noter encore ici l'usage de l'adjectif « proportionnées » comme synonyme de l'homogénéité – ce qui nous autorise, symétriquement, à rapprocher disproportion et hétérogénéité[1].

Mais il ne faut pas faire des « comparaisons si inégales » : dans le cas de l'indivisible à l'égard d'une étendue, ils sont bien hétérogènes, et ne peuvent pas alors être comparées à l'unité à l'égard du nombre, « car non seulement il [l'indivisible] diffère de nom, ce qui est volontaire, mais il diffère de genre ».

Pascal fait alors un mouvement argumentatif négatif, en niant la justesse d'une comparaison : si l'unité multipliée peut surpasser tout nombre, « il n'en est pas de même d'un indivisible à l'égard d'une étendue » (OC III, pp. 408 - 409). Deux indivisibles unis ne font jamais une étendue[2].

Mais la négation de cette comparaison n'est pas l'aspect final du texte : même si « un indivisible (...) est si éloigné de pouvoir surpasser une étendue qu'il ne peut

[1] Leibniz appelait « comparables » les grandeurs homogènes, et « incomparables » les hétérogènes qui sont les infiniment petits : « Je considère que seules sont comparables des grandeurs homogènes, dont le produit de l'une par un nombre, un nombre fini s'entend, peut surpasser l'autre. Je pose donc que des grandeurs dont la différence n'est pas de cette nature sont égales, comme l'admit également Archimède et tout le monde après lui. C'est précisément dans ce cas qu'on dit qu'une différence est plus petite que toute grandeur donnée. Le procédé d'Archimède permet toujours de le confirmer au moyen d'un raisonnement par l'absurde. Toutefois, comme la méthode directe est plus immédiatement compréhensible et plus expédiente pour inventer, il suffit, une fois qu'on a compris cette démonstration régressive, d'appliquer la méthode directe consistant à négliger les quantités incomparablement plus petites, méthode qui porte en elle-même sa propre justification conformément aux lemmes que j'ai publiés en février 1689. Rejeter pareille définition de l'égalité, c'est faire une querelle de mots » (*Responsio ad nonnullas difficultates a Dn. Bernardo Niewentiit circa Methodum differentialem seu infinitisimalem motas*, *Acta Eruditorum* juillet 1695, GM V, 322, trad. fr. dans Leibniz 1995, p. 327).

[2] « Un indivisible est ce qui n'a aucunes parties, et l'étendue est ce qui a diverses parties séparées » (OC III, p. 409).

jamais former qu'un seul et unique indivisible », « on trouvera une correspondance parfaite entre ces choses » qui sont le zéro et les nombres, l'indivisible et l'étendue, le repos et le mouvement, l'instant et le temps.

Le mouvement négatif de la pensée de Pascal est alors complété par une nouvelle comparaison. L'unité et les nombres appartiennent au même genre, contrairement à l'indivisible par rapport à l'étendue. « D'où l'on voit combien il y a peu de raison de comparer le rapport qui est entre l'unité et les nombres à celui qui est entre les indivisibles et l'étendue » (OC III, p. 409). Il faut remarquer que Pascal parle d'un *rapport* entre les indivisibles et l'étendue. Or si l'unité et les nombres sont bien homogènes, et peuvent selon Euclide avoir un rapport, tel ne saurait être le cas pour les indivisibles et l'étendue. La démarche pascalienne est d'employer ici « rapport » et dans son sens strictement mathématique et dans son sans élargi de « relation » en général (ambiguïté, on peut dire, non forcée, car existante dans le mot même de « rapport », ainsi que dans le *lógos* grec). Finalement, il faut dire que Pascal innove ici en employant « rapport » pour les hétérogènes.

Comme dans le cas de la comparaison entre des grandeurs homogènes, Pascal proposera un « élargissement » du rapport pour d'autres paires de grandeurs hétérogènes l'une à l'autre :

> Et on trouvera un pareil pour le repos et le mouvement, et entre un instant et le temps. Car toutes ces choses sont hétérogènes à leurs grandeurs, parce qu'étant infiniment multipliées, elles ne peuvent jamais faire que des indivisibles, non plus que les indivisibles d'étendue ne peuvent jamais faire une étendue, et par la même raison. Et alors on trouvera une correspondance parfaite entre ces choses (...) (OC III, p. 410)

Voici la puissance de l'analogie de disproportion pour Pascal : si le repos et le mouvement, l'instant et le temps, le zéro et les nombres, l'indivisible et l'étendue sont des quantités toujours hétérogènes l'une à l'autre, on peut néanmoins « trouver un pareil » dans chacun de ces cas, « car toutes ces choses sont hétérogènes à leurs grandeurs ». Le même « rapport » se trouve dans chaque cas, pas un rapport mathématique strict d'homogénéité, mais la relation même d'être hétérogène à l'autre grandeur, de sorte que la comparaison qui se fait entre ces paires de quantités constitue une analogie de disproportion. Une « correspondance parfaite » est ainsi établie entre les paires d'hétérogènes.

Le but de l'*Esprit Géométrique* étant de mettre en lumière la vraie nature des indivisibles, on peut dire que la comparaison des hétérogènes justifie ici un nouvel objet par ce qu'on pourrait appeler un processus d'élargissement : de même que dans un certain cas une chose était hétérogène à une autre, aussi dans un autre cas on doit avoir un hétérogène à une grandeur : l'indivisible. . La situation ici est plutôt celle de renvoyer pour ce dont on possède un nom – « indivisible » – mais pour lequel on n'est pas d'accord sur la bonne conceptualisation. La comparaison vient alors en aide pour « situer » cet élément par rapport à d'autres.

L'introduction du zéro au lieu de l'unité pourrait surprendre ici : « mais si l'on veut prendre dans les nombres une comparaison qui représente avec justesse ce que nous considérons dans l'étendue, il faut que ce soit le rapport du zéro aux nombres » (OC III, pp. 409-410). Il faut rappeler ici la définition qu'Euclide donne du nombre : « Et un *nombre* est la multitude composée d'unités »[1]. L'unité n'est pas nombre pour Euclide, car elle est pour ainsi dire la génératrice des nombres naturels. Cependant, comme l'indique Pascal, l'unité est homogène aux nombres, et la comparaison *juste* avec l'indivisible et l'étendue n'apparaît que si on considère le « rapport » entre le zéro et les nombres, parce que le zéro, étant multiplié, ne peut pas surpasser les nombres[2].

Du point de vue rhétorique, après la comparaison des incomparables qui consiste à montrer un « rapport » entre des grandeurs hétérogènes et après montrer qu'il en est *de même* pour d'autres quantidades, Pascal présente ce qu'on pourrait appeler une « condensation métaphorique » de cette analogie de disproportion. Le zéro, écrit Pascal, n'est pas du même genre que les nombres, « parce qu'étant multiplié, il ne peut les surpasser : de sorte que c'est un véritable indivisible de nombre, comme l'indivisible est un véritable zéro d'étendue » (OC III, p. 410). Le zéro est dit *un indivisible de nombre*, et l'indivisible un *zéro d'étendue* : Pascal « croise » les deux « domaines » d'hétérogènes zéro-nombres et indivisible-étendue, en prenant le terme de l'un pour le terme de l'autre[3].

Si d'un point de vue mathématique la question abordée par Pascal est celle des quantités hétérogènes, dans le plan rhétorique de l'*Esprit Géométrique* le but est de

[1] *Éléments*, livre VII, déf. 2. Trad. de B. Vitrac dans Euclide (1994-2001).

[2] Rappelons que le zéro avait déjà été introduit par Stevin au début de son *Arithmétique* dans une discussion assez proche de celle de Pascal. À la question de quel nombre correspond mieux au point, Stevin (1955-1966, t. 2 B, p. 498-499) écrit : « Ils disent l'unité : O heure infortunée en laquelle fut premierement producte cette definition du principe du nombre ! O cause de difficulté & d'obscurité de ce qui en la Nature est facile & clair ! [...] Mais quelle communauté (ie vous supplie) y a il entre l'unité & le poinct ? certes nulle servant au propos ; car deux unitez (comme ils disent) font nombre, mais deux, voire mille points ne font nulle ligne : L'unité est divisible en parties [...] le poinct est indivisible : L'unité est partie du nombre, le poinct n'est pas partie de la ligne, & ainsi des autres : L'unité doncques n'est point telle en nombre comme le poinct en ligne. Qu'estce donc qui lui correspond ? Ie di que cest *o* (qui se dit vulgairement Nul [...]) ».

[3] On se rappellera ici de la conception d'Aristote sur le rapport entre la métaphore et l'analogie (*Poétique*, 1457b). Un autre exemple de comparaison par croisement de domaines apparaît par la suite du texte : « voilà comment on démontre que les indivisibles ne sont pas du même genre que les nombres. De là vient que deux unités peuvent bien faire un nombre, parce qu'elles sont de même genre ; et que deux indivisibles ne font pas une étendue, parce qu'ils ne sont pas de même genre » (OC III, p. 409). Pourquoi est-ce que Pascal parle de l'hétérogénéité des *indivisibles* par rapport aux *nombres* ? Ne voulait-il pas montrer, d'un côté, la différence de genre entre *zéro* et *nombre*, et d'un autre côté, celle entre *indivisible* et *étendue* ? L'appartenance des indivisibles au même genre des nombres ne se pose même pas comme question. À notre avis, il faut comprendre ici la phrase métaphoriquement pour garder son sens : quand Pascal dit que les « indivisibles », qui à strictement parler appartiennent à la géométrie, ne sont pas du même genre que les nombres, il faudrait comprendre l'*indivisible des nombres*, à savoir, le zéro. Cela fait appel encore à un type de qualification relationnelle, à laquelle nous reviendrons dans 11.2.

trouver les bonnes comparaisons : dans une déclaration qui fait penser à une réponse aux paradoxes de Zénon, Pascal dit qu'« ils ne doivent pas comparer des choses aussi disproportionnées » qu'est l'infinité des indivisibles[1] « avec le peu de temps où ils sont parcourus », mais « qu'ils comparent l'espace entier avec le temps entier », et les infinis indivisibles de l'espace « avec les infinis instants de ce temps ; et ainsi ils trouveront que l'on parcourt » une infinité d'indivisibles « en une infinité d'instants, et un petit espace en un petit temps ; en quoi ils ne trouvent plus la disproportion qui les avait étonnés » (OC III, p. 406). Le fait que le copiste du manuscrit de Saint-Beuve ait substitué « indivisibles » dans ce passage par « divisibles » semble être une marque de la difficulté à concevoir une infinité d'indivisibles. La « disproportion » est ainsi « résolue » si on trouve les bonnes comparaisons. L'analogie de disproportion prend sa place dans l'architecture des concepts mathématiques, permettant de bien concevoir les indivisibles. La question était, en fin de compte, de savoir quoi comparer à quoi.

Voici l'enjeu de la comparabilité des hétérogènes proposé par Pascal dans l'*Esprit Géométrique*. L'axe sur lequel cette comparaison se fait est celui de l'infini. Pour mieux comprendre l'importance du mouvement de la pensée pascalienne, il faut faire attention de manière brève au rôle de deux concepts ici : l'hétérogénéité mathématique et l'infini.

7.2 Hétérogénéité et proportion

À l'époque de Pascal, une question importante se pose : les indivisibles sont-ils homogènes ou hétérogènes à l'extension ? Pour la traiter, Pascal évoque dans l'*Esprit Géométrique* une définition d'Euclide :

> Euclide (...) définit ainsi les grandeurs homogènes : « Les grandeurs, dit-il, sont dites être du même genre, lorsque l'une étant plusieurs fois multipliée peut arriver à surpasser l'autre ». (OC III, p. 408)

Reprenons d'abord les deux définitions dont il est question ici, ainsi que les deux définitions qui les suivent dans les *Éléments*. Avant d'entrer dans la question de quelle édition d'Euclide Pascal aurait consulté, citons les propositions d'après l'édition moderne de Heiberg[2] :

> Un rapport est la relation, telle ou telle, selon la taille, [qu'il y a] entre deux grandeurs du même genre. (déf. V, 3)

> Des grandeurs sont dites avoir un rapport l'une relativement à l'autre quand elles sont capables, étant multipliées, de se dépasser l'une l'autre. (déf. V, 4)

[1] Nous rappelons que nous lisons « infinité de divisibles » dans le manuscrit de Saint-Beuve, suivi par Mesnard, mais notre interprétation est qu'il faut comprendre *infinité des indivisibles*.

[2] Dans la traduction de B. Vitrac (Euclide 1994-2001).

> Des grandeurs sont dites être dans le même rapport, une première relativement à une deuxième et une troisième relativement à une quatrième quand des équimultiples de la première et de la troisième ou simultanément dépassent, ou sont simultanément égaux ou simultanément inférieurs à des équimultiples de la deuxième et de la quatrième, selon n'importe quelle multiplication, chacun à chacun, [et] pris de manière correspondante. (déf. V, 5)

> Et que les grandeurs qui ont le même rapport soient dites en proportion. (déf. V, 6)

Comme le remarque Gardies (1984), dans l'*Esprit Géométrique* Pascal met ensemble les définitions 3 et 4 du livre V, en faisant même omission de la notion de « rapport » pour se concentrer sur l'homogénéité des grandeurs[1]. C'est-à-dire que Pascal présente ensemble les propriétés d'« avoir raison » et d'« être du même genre ».

La notion de rapport (*lógos*) est introduite dans la définition 3, mais les conditions pour qu'il y ait un rapport entre deux grandeurs sont données dans la définition 4 – souvent appelé Axiome d'Eudoxe ou Axiome d'Archimède[2]. Si la définition de cette propriété est donnée dans la déf. V, 4, Euclide fait usage dans la démonstration de la proposition X, 1 d'un axiome correspondant à elle[3]. Telle que proposée par Gardies (1984, p. 13), cette dernière version de la propriété peut être formalisée ainsi[4] :

$$\forall x, y \ \exists m \ (m \in \mathbb{N} \quad \text{et} \quad mx > y)$$

où m est un nombre entier et x, y sont deux grandeurs du même genre. Par ailleurs, Gardies propose que « l'*axiome d'Eudoxe* est par lui [Pascal] *mis sur le même plan que*, et par des moments même *considéré comme une sorte d'équivalent de*, ce que nous conviendrons appeler désormais son *symétrique*, à savoir » :

[1] Il faut prendre en compte que dans plusieurs des éditions disponibles au XVII^{e} siècle l'ordre des définitions 4 et 5 était inverse de celui qu'on connaît aujourd'hui (cf. Gardies 1984, p. 58, note).

[2] La meilleure analyse de la relation de Pascal à cet axiome a été faite par Gardies (1984).

[3] Gardies (1984, p. 13) souligne la différence d'usage de ce qu'il appelle la « définition » et l'« axiome » d'Eudoxe. Ce nom vient du fait qu'on a souvent attribué le livre V des *Éléments* d'Euclide à Eudoxe. Quant à Archimède, à qui le nom de cette propriété est aussi associé, il en donne une version dans *La quadrature de la parabole*, *De la sphère et du cylindre* et *Des spirales*. La formulation d'Archimède n'est pas identique à celle d'Eudoxe (cf. Hjelmslev 1950). Nous reviendrons à la formulation d'Archimède dans 12.2.2. Cet axiome est de grande importance pour les mathématiques modernes : rappelons la « *Non-Archimedean Geometry* » (cf. Hilbert 1999) et la « *Non-Standard Analysis* » (cf. Robinson 1996 [1974]). Dans les mathématiques modernes, on appelle souvent des éléments homogènes au sens d'Euclide « archimédiens », et les hétérogènes « non archimédiens ».

[4] Rappelons le texte de la proposition X, 1, pour la démonstration de laquelle on retrouve l'usage de l'axiome : « Deux grandeurs inégales étant proposées, si de la plus grande est retranchée une [grandeur] plus grande sa moitié, puis du reste une [grandeur] plus grande que sa moitié, et que ceci soit toujours poursuivi, une certaine grandeur restera, laquelle sera plus petite que la plus petite grandeur proposée ».

$$\forall x, y \ \exists m \ (m \in \mathbb{N} \quad \text{et} \quad \frac{x}{m} < y)$$

Si l'axiome d'Eudoxe montre que de deux grandeurs homogènes l'une peut toujours surpasser l'autre si suffisamment multipliée, le « symétrique » de cet axiome indique que de deux grandeurs homogènes l'une peut être rendue moindre que l'autre si suffisamment multipliée. Or il s'agit bien de la réciprocité entre l'infini de grandeur et l'infini de petitesse mise en avant par Pascal dans l'*Esprit Géométrique*[1].

Nous verrons que Pascal ne limite pas cette réciprocité des deux infinis à des considérations épistémologiques sur les mathématiques. Dans la *pratique* mathématique même de Pascal, on trouvera de petites portions issues de divisions indéfinies (sections 8 et 12.1.2) et des différences « moindres qu'aucune grandeur donnée » (section 12.3), renvoyant vers l'infiniment petit[2], ainsi que des points à distance infinie (section 13), qui nous amène vers l'infiniment grand[3]. D'ailleurs, les conséquences philosophiques des deux infinis sont importantes : il faudra considérer si l'infiniment grand et l'infiniment petit constituent des infinis « relatifs » ou « absolus » (section 11.1), ainsi qu'évaluer le sens de dire que les deux infinis se réunissent (section 14).

L'axiome d'Eudoxe ou d'Archimède, ainsi que son « réciproque », est pour Pascal le mode de traiter l'infini. C'est cette « réciprocité » qui fait voir que, pour Pascal, même l'infini se donne « en relation ». Cela arrive même à l'extrême des « relations » entre les hétérogènes – forme de ce que nous avons appelé l'analogie de disproportion. Pour mieux comprendre à quoi cela s'oppose, voyons ce que disent les définitions 5 et 6 du livre V des *Éléments*, lesquelles, avec la condition de prendre des rapports entre des grandeurs homogènes, présentent des grandeurs qui sont « en proportion »[4].

Dans la définition V, 5, Euclide dit que deux grandeurs ont « le même rapport » que deux autres, mais il ne nomme pas cette relation. Dans la définition V, 6, « les grandeurs qui ont le même rapport » sont dites « en proportion » (*análogon*). *Euclide ne nomme jamais cette relation*, qui plus tard serait appelée par exemple *analogia* ou « proportionnalité ». Mais si deux grandeurs ont « le même rapport » que deux autres, devrait-on parler d'« égalité » de rapports, de « similitude » de rapports, d'« équivalence » de rapports, d'« identité » de rapports ?

[1] Gardies reconnaît comme valable la stratégie argumentative de Pascal dans cette réciprocité d'axiomes, tout en rappelant qu'on ne considère pas aujourd'hui que l'un puisse être déduit de l'autre dans le strict sens mathématique. Ce qui sauve Pascal de l'erreur, dit Gardies (1984, p. 70), est que ses preuves se développent à l'intérieur du continu, auquel il accéderait selon Gardies intuitivement.

[2] Une question importante ici est de savoir si l'usage de cet axiome pour la caractérisation des différences les caractérise comme des parties d'une *procédure* ou comme des *objets* mathématiques. Nous y reviendrons.

[3] Pour le rapport entre la géométrie projective et l'axiome d'Eudoxe, voir Hilbert (1999).

[4] Quant à la définition des *nombres* en proportion, elle est donnée dans le livre VII des *Éléments*, déf. 20 ou 21 en dépendant de l'édition : « Des nombres sont en proportion quand le premier, du deuxième, et le troisième, du quatrième, sont équimultiples, ou la même partie, ou les mêmes parties » (trad. Vitrac, Euclide 1994-2001, p. 262).

Par rapport à la traduction des termes λόγος et ἀνάλογον, il faut prendre en compte le fait qu'il y une oscillation dans les traductions latines. On peut trouver, respectivement pour λόγος et ἀνάλογον, les traductions suivantes : *proportio* et *proportionalitas* (Campanus) ; *ratio* et *proportio* (ex. Zamberti, Clavius) ; *proportio* et *analogia* (Commandino)[1].

Quant au français, nous utiliserons en général « rapport » pour la relation entre deux termes, et « proportion » pour celle entre quatre termes. Dans des passages ponctuels, nous écrirons « raison » comme synonyme de « rapport » quand nous discutons un auteur qui écrit ce terme en français[2].

À part la question conventionnelle, nous croyons que l'ambiguïté du terme « rapport » en français est intéressante, car elle préserve, en partie, l'immense équivocité du terme λόγος. Même si l'équivalence n'est pas exacte, le fait que « rapport » veut dire en français à la fois une raison mathématique et une relation plus générale sera un fait essentiel pour notre discussion[3].

Notons avec B. Vitrac que la traduction par « rapport » et « proportion » en français fait penser à une distance entre les deux termes qui est étrangère au Grec : en effet, ἀνάλογος est justement composé du mot λόγος avec un préfixe : « En grec il n'y a donc pas, entre "*lógos*" et "*análogon*", l'écart que les traductions françaises "rapport" (ou "raison") et "proportion" pourraient suggérer à tort. Le latin respectait mieux cette proximité lexicale en traduisant le premier "proportio", le second " proportionalitas" »[4].

Comme nous l'avons dit, il n'est pas simple de savoir si les rapports des grandeurs en proportions sont « égaux »[5]. Ce qui importe ici est que la définition V, 5, par des équimultiples, permet de comparer deux rapports qui existent chacun entre deux

[1] Cf. le tableau comparatif dans Rommevaux (2005, p. 281). Si dans les éditions médiévales la tendance est pour l'utilisation de *proportio* et *proportionalitas*, dans les textes de la Renaissance on retrouve plutôt *ratio* et *proportio* (cf. Rommevaux et collab. 2001, p. 17). L'oscillation entre ces dénominations s'observe par exemple dans le commentaire à la définition V, 3 d'une édition de 1557 : « Ratio seu Proportio inter eas advenit Magnitudines, quae sunt eiusdem generis » (*Iacobi Peletarii Cenomami In Euclidis Elementa Geometrica Demonstrationum Libri sex*, Lyon).

[2] Il faut encore prendre en compte le fait que « le terme ἀνάλογον est invariable et employé tantôt comme adjectif (proportionnel) tantôt comme adverbe (en proportion) ; selon le contexte on choisira l'une ou l'autre de ces traductions » (Vitrac, Euclide 1994-2001, I, p. 41, note).

[3] Dans le livre V, le mot λόγος n'apparaît que dans les définitions et dans la proposition 11. Gardies (1988, pp. 69-87) a fait une interprétation radicale de ce fait, en voyant dans l'éclipse du rapport dans le livre V un trait significatif pour situer l'œuvre d'Eudoxe (pour une opposition à cette position, cf. Vitrac in Euclide 1994-2001, v. 2, pp. 552-554. Cf. aussi Rommevaux 2012, p. 18). Dans le livre VII, on peut ajouter, le rapport n'est même pas défini. On peut rappeler encore qu'une « grandeur » n'est pas définie au livre V – ce qui est présenté ce sont des conditions qu'elle doit satisfaire.

[4] Vitrac, dans Euclide 1994-2001, I, p. 41, note.

[5] Selon Szabó (1977 [1969]) (cité dans 2), *análogon* serait une expression elliptique pour *égaux* lógos à lógos. Cf. aussi B. Vitrac (dans Euclide (1994-2001, II, p. 41, note)), pour qui l'expression ἀνά λόγον, qu'on retrouve chez des certains auteurs avec des mots séparés, viendrait d'une ellipse pour « *aná tòn autòn lógon* ». Si cette étymologie est correcte, nous restons avec l'ambiguïté du « même rapport », la dénomination de cette relation n'étant pas simple.

grandeurs. Il s'agit non pas d'une comparaison directe entre deux grandeurs, mais d'une comparaison entre les rapports qui existent pour chaque paire de grandeurs. Cela est important car cela permettra à des grandeurs incommensurables entrer dans une relation – celle d'être « en proportion » – même si on ne peut pas déterminer le rapport d'une à l'autre : en effet, deux grandeurs incommensurables entre elles peuvent avoir le même rapport qu'entre deux autres grandeurs incommensurables[1]. L'analogie, si on peut appeler ainsi cette relation, révèle ainsi sa puissance. Mais cela ne résout pas encore la question : comment nommer la relation des deux rapports quand quatre grandeurs sont « en proportion » ?

« Proportion, est une similitude de raisons », lisons-nous dans l'édition des *Éléments* de D. Henrion[2]. En fait, plusieurs éditions du XVII^{e} siècle présentaient l'expression « similitude de raisons »[3]. Cela peut s'expliquer par l'édition de Clavius (1574), qui donne pour cette définition : « *Proportio* vero est rationum similitudo »[4]. On peut voir en tout cas qu'il y a une oscillation quant au nom de cette relation entre deux rapports.

On pourrait d'ailleurs rapprocher le rapport et la proportion de la « comparaison »

[1]Sur la déf. V, 5, Rabouin (2016, pp. 131-132) écrit : « What are we doing in this very intricate definition ? Instead of trying to directly compare magnitudes (through a relation of "measure") – which might seem natural, but which will lead to tremendous problems when the said magnitudes are not commensurable with one another – we treat them through a "determinate increase", using only the universal relations of multiplicity and order : we take the same (arbitrary) multiple of the first and the third ; the same (arbitrary) multiple of the second and the fourth, and we show that the order relations between magnitudes are preserved under this transformation ».

[2]*Les quinze livres des éléments géométriques d'Euclide traduits en français par D. Henrion*, Paris, 1623. Sur l'édition des *Éléments* d'Euclide que Pascal pourrait avoir sous les yeux, Gardies (1984, p. 57, note) mentionne trois versions françaises du XVII^{e} siècle : l'édition de 1613 de Jacques le Roy, celle de 1623 du P. Le Mardele, et celle de 1623 de D. Henrion. Sur les manuscrits et éditions des *Éléments*, cf. Rommevaux et collab. (2001). Pour une liste des éditions des *Éléments* traduites en français au XVII^{e} siècle, cf. Lacoarret (1957).

[3]C'est le cas, par exemple, des éditions suivantes : *Les quinze livres de Éléments géométriques d'Euclide mégarien (...) par P. Le Mardele Professeur es Mathematiques*, Paris, 1622 et *Les six premiers livres des Éléments d'Euclide (...) par Pierre Herigone, Professeur ès mathématiques*, Paris, 1642/1644 (?). Avant le XVII^{e} siècle, on retrouve déjà la « similitude de raisons » dans l'édition *Les six premiers livres des Éléments d'Euclide, traduicts et commentez par Pierre Forcadel de Bezies* (...), Paris, 1564 (?).

[4]éd. 1591, Coloniae. Le vocabulaire de la similitude est retrouvé dans des versions antérieures à celle de Clavius, déjà au XII^{e} siècle : *Proportionalitas est similitudo proportionum* (*The first latin translation of Eucid's Elements commonly ascribed do Adelard of Bath*, edited by H. L. L. Busard, Toronto, Pontificial Institute of Mediaeval Studies, 1983) ; Les éditions de Campanus (vers 1260) et de Commandino (1572) présentent aussi *similitudo* pour cette définition. L'édition de Zamberti (1505), en revanche, donne : *Proportio vero est rationum identitas* (Cité à partir de *Euclidis Megarensis mathematici clarissimi Elementorum Geometricorum lib. XIV* (...) Basileae, apud Iohannem Hervagium, 1537). Cf. le tableau comparatif présenté par Rommevaux (2005, p. 281). Un corpus des éditions renaissantes des *Éléments* d'Euclide, élaboré par O. Kouteynikoff, F. Loget et M. Moyon, peut être trouvé dans http://www.sphere.univ-paris-diderot.fr/spip.php?article1065&lang=fr.

selon quelques usages de l'époque[1]. Cela ne nous servira pourtant qu'à ouvrir des questions : nous ne savons pas quelle édition Pascal avait sous les yeux, et plutôt que déterminer un vocabulaire ici nous avons vu des possibilités d'interprétation pour ces définitions.

Le fait est qu'Euclide (dans l'édition de Heiberg !) ne nomme pas la relation qui existe entre les deux rapports quand quatre grandeurs sont proportionnelles, deux d'elles ayant « le même rapport » que les deux autres. Par ailleurs, Pascal non plus ne nommera pas explicitement cette relation.

Pour l'ensemble de notre texte (car il nous faudra parfois nommer cette relation), nous utiliserons « similitude de rapports »[2]. Bien que, comme nous verrons, la terminologie d'« égalité » de rapports ou de raisons apparaisse chez plusieurs auteurs, même à l'époque de Pascal (notamment la *Logique de Port-Royal*), nous éviterons l'usage de la notion d'« égalité » ici.

La première motivation pour cela est qu'aussi bien Euclide que Pascal ne nomment pas cette relation, et parler d'égalité nous paraît alors trop forte. D'ailleurs, nous avons une forte motivation pour cela en raison de la forme d'expression de quatre grandeurs proportionnelles. Ces relations ne sont pas nommées (d'où notre réserve en parler ici de « proportion »), et c'est souvent le cas dans le XVII^{e} siècle qu'elles soient introduites par des phrases telles que *ut A ad B ... ita C ad D*. Il nous semble que cette forme comparative n'exige pas qu'il y ait une égalité, mais simplement une similitude.

Quant à la représentation symbolique[3], nous n'écrirons donc pas

[1]Dans la *Logique de Port-Royal*, quatrième partie, chapitre 4, on lit : « *La raison*, dit-il [Euclide], *est une habitude de deux grandeurs de même genre, comparées l'une à l'autre selon la quantité : Proportion est une similitude de raisons* » (Arnauld et Nicole 2014, p. 543). Cette citation d'Euclide apparaît dans le contexte de la nature des définitions, et vient comme une critique à Euclide : « il n'y a donc rien à dire à ces définitions d'Euclide, pourvu qu'il demeure toujours dans ces idées qu'il a désignées par ces mots ». On voit clairement l'influence ici de *L'esprit géométrique* : les définitions en géométrie sont arbitraires, mais il faut s'en tenir aux définitions faites. Il y a pourtant des différences par rapport à la version d'Euclide qu'on lisait dans l'*Esprit géométrique* : chez Pascal on ne lit ni « comparées » ni « similitude ».

Ozanam écrit : « *La raison en nombres* est la comparaison qu'on fait de deux nombres par rapport à leur quantité » (Ozanam 1691, p. 41). « *La proportion* que l'on confond ordinairement avec la *Raison*, est une similitude de raisons (...) » (Ozanam 1691, p. 45). On peut dire que la proportion, étant dérivée de la raison, peut être également considérée comme une forme de comparaison. Dans *Iacobi Peletarii Cenomami In Euclidis Elementa Geometrica Demonstrationum Libri sex*, Lyon, 1557, commentaire à la définition V, 4, on lit : « *similitudo seu comparatio* ».

[2]L'expression de la *similitude* comme nature de l'analogie est exposée par C. Perelman (1989 [1969], p. 396) dans un contexte d'étude rhétorique : « nous devons écarter de notre examen tous les cas où l'analogie est synonyme de similitude assez faible entre les termes que l'on compare. Nous tenons à souligner que, pour nous, il n'y a analogie que quand est affirmé une *similitude des rapports*, et pas simplement une similitude entre des termes. Si l'on affirme que A est B (cet homme est un renard), il ne s'agira pas pour nous d'une analogie, mais d'une métaphore, qui est une analogie condensée ».

[3]Nous représentons le rapport par : , et le fait qu'un rapport est « le même » qu'un autre par :: . Selon Grattan-Guinness (1996, pp. 365-366), l'astronome anglais Vincent Wing (1619 - 1668) a été

$$A : B = C : D$$

mais

$$A : B :: C : D$$

pour désigner quatre grandeurs proportionnelles, sauf si l'auteur indique explicitement qu'il s'agit d'une égalité[1].

Les aspects que nous avons soulignés à propos de la théorie des proportions euclidienne, ainsi que l'hétérogénéité qu'y apparaît, font mieux voir l'innovation des analogies de disproportion mises en avant dans l'*Esprit Géométrique* : celles-ci considéraient en effet, sous une conception élargie de « rapport », des relations d'hétérogénéité – ce qui n'était pas possible dans le cadre euclidien. Certes Pascal le faisait non strictement en mathématiques, mais dans ce qu'on pourrait appeler une argumentation « rhétorique ». Il ne laisse pourtant pas d'être le cas que ces équivalences servaient à la bonne conceptualisation des indivisibles, notamment pour ce qui concerne leur hétérogénéité à l'espace. Ces questions, comme nous verrons dans le présent travail, réapparaissent dans la pratique mathématique de Pascal (voir 8 et 12). Pour le moment, il faut rappeler que la question n'était pas exclusive à Pascal à l'Âge Classique.

Qu'en est-il de l'hétérogénéité au XVII^{e} siècle ? Malet (1996, p. 18) dit que « Tous les mathématiciens compétents (...) savaient qu'aucun type de continu géométrique ne pouvait être conçu comme étant composé d'indivisibles hétérogènes à ce continu ». Cela allait avec une contrainte plus générale d'homogénéité dans les calculs : « Homogenea homogeneis comparari », proposait Viète avec sa *lex homogeneorum*[2]. Puisque

le premier à représenter la raison entre a et b par $a : b$, tandis que William Oughtred (1574 - 1660) aurait été le premier à utiliser la notation :: pour représenter la « similitude ».

[1] « While he [Euclide] speaks of the equality of numbers and of magnitudes, Euclid never says that ratios are "equal" to each other, only that they are "in the same ratio [ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ]", or that one ratio "is as"' the other in a proportion proposition. Thus, the use of " = " for ratios, normal in geometric algebra, is (...) a travesty » (Grattan-Guinness 1996, p. 361.). Nous sommes totalement en accord avec cette affirmation, tandis que quand Guinness déclare que « Euclid's total avoidance of the word "equals" [ἴσος] for ratios shows in the clearest manner possible that he saw them as a third type of quantity distinct from numbers and magnitudes (or perhaps as a relation between its components) » (p. 366), nous ne pouvons pas accepter la possibilité qu'un rapport soit un type de quantité – il faut les voir en tant que des relations.

[2] Viète, *In artem analyticem isagoge*, 1591, chap. 3. Cf. Descotes (2001a, p. 141). Il faut noter que si pour Viète l'addition et la soustraction ne se font qu'entre des homogènes, la *duction*, et son inverse, l'*application*, permettent de passer d'un genre à un autre. Cf. aussi Ozanam (1691, p. 82) : « Tous les termes d'une Équation doivent être homogènes entre eux, parce que les grandeurs homogènes n'affectent pas les hétérogènes, & c'est pour cela que le terme ou la lettre inconnuë ne se rencontre pas, & qui fait ordinairement un membre de l'Équation, est appellé par excellence *Homogene de comparaison*, ou simplement *Homogene*. Comme dans cette Équation $x^3 - axx \propto bcc$, l'Homogene de comparaison est bcc, & dans celle-cy, $xx + bx \propto ac + cc$, l'Homogene de comparaison

dans la géométrie les grandeurs étaient interprétées jusqu'au XVII^{e} siècle comme ayant toujours une certaine dimension (dimension d'une ligne, dimension d'une aire, dimension d'un solide), il y avait une loi d'homogénéité dimensionnelle associée à elle : tous les termes d'une équation devraient avoir la même dimension (Bos 1974)[1].

Une réponse à la question de la dimensionnalité a été donnée par Descartes. On ne saurait souligner suffisamment l'importance de la *Géométrie* (1637) pour les mathématiques à l'Âge Classique[2]. Dans le tout début du texte, Descartes propose d'appliquer à la Géométrie les opérations qui sont l'Addition, la Soustraction, la Multiplication, la Division et l'Extraction de racines. Alors, dit-il, dans les problèmes géométriques on doit soit ajouter des lignes à d'autres, soit les ôter ;

> ou bien, en ayant une [ligne] que je nommerai l'unité pour la rapporter d'autant mieux aux nombres, et qui peut ordinairement être prise à discrétion, puis en ayant encore deux autres, en trouver une quatrième, qui soit à l'une de ces deux comme l'autre est à l'unité, ce qui est le même que la Multiplication ; ou bien en trouver une quatrième, qui soit à l'une de ces deux comme l'unité est à l'autre, ce qui est le même que la Division ; ou enfin trouver une, ou deux, ou plusieurs moyennes proportionnelles entre l'unité et quelque autre ligne, ce qui est le même que tirer la racine carrée, ou cubique, etc. Et je ne craindrai pas d'introduire ces termes d'Arithmétique en la Géométrie, afin de me rendre plus intelligible.
>
> (AT VI, Descartes 1964-1974, pp. 369-370)

On voit dans ce passage comment aussi bien la multiplication que la division peuvent être comprises comme la recherche d'une quatrième proportionnelle, tandis que l'extraction de racine peut être comprise comme la recherche d'une moyenne proportionnelle[3]. On peut formuler ces trois opérations de la manière suivante, où x est la grandeur cherchée[4] :

$$x : a :: b : 1 \text{ (multiplication)}$$

$$x : a :: 1 : b \text{ (division)}$$

est $ac + cc$. Ainsi des autres. (...) Le *terme connu* est celuy ou la lettre inconnuë ne se rencontre pas, c'est-à-dire c'est l'Homogene de comparaison ».

[1]Selon Bos, l'homogénéité de dimensions a été acceptée dans les mathématiques européennes jusqu'au XVIII^{e} siècle. « One of the reasons why the requirement of dimensional homogeneity was eventually left behind was the emergency of transcendental relations, specially the exponential functions. Indeed, a^x does not have a well defined dimension » (Bos 1974, p. 7).

[2]À ce propos, voir par exemple Bos (2001) (notre référence première pour cette section), Mancosu (1992) et Maronne (2007).

[3]Cf. *Éléments*, VI, prop. 12 et prop. 13 ; cf. Bos (2001, section 21.1).

[4]Nous donnons l'exemple pour la racine carrée. Pour ce qui est des autres racines, Descartes les interprète comme une série de moyennes proportionnelles entre l'unité et une grandeur donnée.

$1 : x :: x : a$ (extraction de racine carrée)

Il est intéressant de voir que Descartes réduit toutes ces opérations à des questions de proportions, ce qui indique l'importance de la théorie des proportions encore à son temps. D'ailleurs, un fait est fondamental ici : en interprétant la multiplication, la division et l'extraction de racine en tant que des proportions, Descartes fait que ces opérations préservent l'*homogénéité* entre les grandeurs. C'est-à-dire que le produit de la multiplication entre deux lignes droites n'est pas un rectangle, mais une autre ligne droite.

Cela présente une grande innovation par rapport à Euclide, qui ne parle pas du « produit » de deux droites, mais du rectangle « contenu » par deux droites. Néanmoins, il est clair que pour Euclide la composition de deux droites n'est pas du même genre que les droites elles-mêmes, mais d'une dimension supérieure.

Il n'en est rien pour Descartes, pour qui le produit de deux lignes peut être une autre ligne, à la différence de l'interprétation dimensionnelle de Viète. Descartes n'éprouve pas le besoin d'avoir recours à des éléments de dimension géométrique supérieurs à trois, ce qui est possible grâce au choix d'une droite comme unité de mesure : « en ayant une [ligne] que je nommerai l'unité pour la rapporter d'autant mieux aux nombres, et qui peut ordinairement être prise à discrétion »[1].

Cependant, pour Descartes choisir un segment de droite comme unité ne signifie pas assigner un nombre à chaque segment de droite. Descartes développe des opérations algébriques sur des droites, mais sans faire une identification entre l'algèbre géométrique et l'algèbre des nombres (cf. Bos 2001, p. 296).

Le choix d'un segment de droite comme unité de mesure est fondamental, car le caractère arbitraire de celle-ci était une nouveauté, et avait des implications pratiques. En revanche, l'unicité de l'interprétation était perdue : avec ce caractère arbitraire, la quantité a^2, par exemple, peut être aussi bien un carré qu'une ligne[2].

[1] Cf. Bos (2001, p. 297) : « The main and crucial difference between Descartes' interpretation (as given in the *Geometry*) and the classical and Vietean ones was that Descartes, by introducing a unit, removed the necessity for formulas to be homogeneous ».

[2] Pourtant, comme Bos (2001, p. 300) le souligne, Descartes n'applique presque jamais cette interprétation des opérations quand il traite des problèmes géométriques. Au contraire, dans la *Géométrie* Descartes procède peu de fois par le choix d'une unité, de sorte que ses formules sont homogènes du point de vue de la dimension. D'ailleurs, l'interprétation de Bos est qu'il y a compatibilité entre les deux interprétations utilisées par Descartes (celle « classique », qui préserve la dimensionnalité, et la « nouvelle », avec le choix arbitraire de l'unité). L'équivalence existe pour les opérations géométriques, puisque comme les opérations concernent deux grandeurs, alors l'unité dont le choix est arbitraire pour chacune d'elles s'annule dans l'opération (fait aussi remarqué par Debeaune en 1649). On retrouve ici un des nombreux cas dans l'histoire des mathématiques où une déclaration sur les fondements ne marche pas exactement à côté de la *pratique* mathématique du même auteur. Une autre conséquence de la démarche cartésienne était le fait que si l'unité de mesure e était moins grande ou plus grande que la ligne a, alors $a^2 > a$ ou $a^2 < a$, respectivement. Le fait qu'on doit prendre en compte le caractère arbitraire de l'unité de mesure pour évaluer les rapports entre les puissances avait déjà été remarqué par Debeaune en 1649 (*Notae breves*, dans Descartes 1659-1661, vol. 1, pp. 107-142). Cf. Bos (2001, pp. 298-299). Nous ne discuterons pas ici

Quant à Pascal, il déclare que la comparaison entre des dimensions n'est pas un problème, car si on veut on pourrait faire les calculs avec des grandeurs d'une dimension inférieure avec le même rapport entre elles que celles pour lesquelles il faut calculer[1].

Un autre auteur qui considère la question est Leibniz, qui propose dans sa *Méthode de l'universalité* qu'on multiplie les grandeurs de dimension « manquante » pour préserver l'homogénéité[2].

Mais c'est vers Simon Stevin que nous devons nous tourner pour trouver un exemple de traitement intéressant à rapprocher de Pascal, du point de vue philosophique de la possibilité de conception des objets de dimension supérieure à trois. Dans son *Arithmétique*, Stevin désignait par « ordres » ce que nous nommons aujourd'hui des « puissances » : si 2 est le « *prime* » ordre, 4 est le « *second* » en l'ordre, « et ainsi des autres » : 8 sera le troisième ordre, 16 le quatrième ordre, etc. Il s'agit, dit Stevin, d'un cas de « nombres géométriques ». Il est intéressant de considérer la présentation géométrique que Stevin donne de cette série. Dans le plus haut de la figure 7.1, on voit un segment de droite A qui correspond à l'ordre « *prime* », le nombre 2. À sa droite, on voit un carré B (correspondant à 4) et un cube C (correspondant à 8). Mais « pour représenter $a^4 = a^3.a$ Stevin empile des cubes C les uns sur les autres a fois et arrive à un « docide » D, c'est-à-dire un bloc rectangulaire dont le côté entre les faces carrées opposées est plus long que le côté du carré, ici $D : C = B : A$ »[3].

Cette représentation géométrique d'une suite arithmétique par Stevin est extrêmement intéressante, car elle ne respecte la dimensionnalité des puissances (des « ordres ») que jusqu'au cube : à partir de la quatrième dimension, la solution de Stevin est de représenter la quatrième dimension comme étant constituée par des éléments de la troisième dimension, pourvu que cela respecte une proportion à la première et à la seconde dimension[4]. Aussi Pascal fera recours aux proportions

l'interprétation dimensionnelle donnée par Descartes dans les *Règles pour la direction de l'esprit*. Cf. par exemple Bos (2001, pp. 264-266).

[1]Pour la question de la dimensionnalité chez Pascal, voir la section 12.4.1. Pour le cas de la *Géométrie* de Descartes, Mancosu (1992, p. 86) écrit : « The main point of the geometrical interpretation of the arithmetical operations is to overcome the problem of dimensionality which limited to a great extent the previous geometrical work ».

[2]« Les *lettres* en fait de l'analyse peuvent signifier tousjours une ligne : si mesme il s'agiroit de nombres, puisque les nombres se representent par les divisions du continu en parties egales : et s'il arrive qu'une ligne est dite egale à un rectangle, ou une lettre au produit de deux, ou plusieurs, il faut concevoir que la partie defective de l'equation est multipliée par autant de dimensions de l'unité (qui se peut representer aussy par une ligne ou lettre) qu'il y en a qui luy manquent. Mais on peut aussy concevoir des lignes infiniment grandes, ou infiniment petites » (A VII 7, version préliminaire du 20 octobre 2015, p. 59).

[3]Note des éditeurs dans Stevin (1955-1966, p. 510).

[4]Certes il serait impossible de trouver un rapport strict entre A et B, une droite et un carré, mais on peut trouver le rapport entre les *nombres* associés à eux. La démarche se joue précisément dans l'équivalence entre arithmétique et géométrie. « For the representation of $a^5 = a^3.a^2$ cubes C are piled up in number a^2, a^2 now taken as an abstract (arithmetical) number » (note des éditeurs dans Stevin 1955-1966, pp. 510-511).

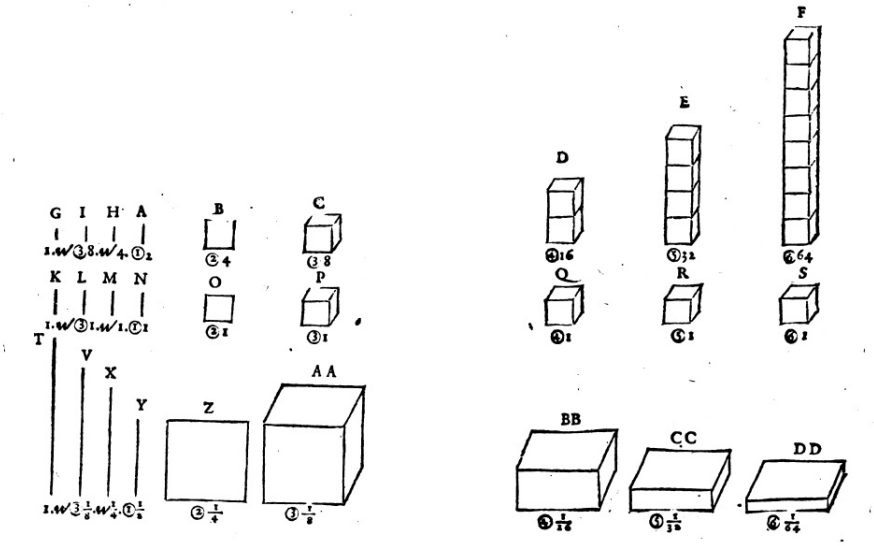

FIGURE 7.1 : Images des pp. 12 et 13 de l'*Arithmétique* de Stevin (dans Stevin 1955-1966, pp. 511-512).

pour traiter des éléments de quatrième dimension (voir 12.4.1) : les proportions rendent ici possible l'accès à des objets mathématiques qui ne seraient pas accessibles directement – situation analogue à la présentation de l'indivisible par la comparaison des hétérogènes dans l'*Esprit Géométrique*.

Aussi bien les différences de dimension que l'hétérogénéité[1] peuvent être traités en mathématiques avec le recours à l'infini. Toutes les deux peuvent entrer dans une analogie dès qu'on accepte des rapports entre des hétérogènes ou entre des dimensions différentes – soit comme des rapports en sens large, comme le fait Pascal, soit jouant avec l'équivalence entre arithmétique et géométrie, comme le fait Stevin.

Dans le cas de Pascal l'analogie de disproportion est une forme qui permet de concevoir ce qui ne serait pas concevable directement. À la différence, on superpose la comparaison de la différence. À l'infini insaisissable, on propose une comparaison à une autre « insaisissabilité » : ce n'est qu'indirectement qu'on peut accéder à l'infini, et par comparaison. Nous y reviendrons dans notre partie II. Pour le moment il faut mettre en lumière que Pascal compare, pour ainsi dire, l'infini à l'infini : l'infini de petitesse et l'infini de grandeur sont en correspondance – ou peut-être il faudrait plutôt dire qu'ils relèvent d'un même infini. Nous considérerons brièvement le contexte historique de cette position de Pascal dans la section 7.3.

[1] Les deux aspects peuvent être rapportés, mais ne sont pas par définition la même chose.

7.3 Fragments d'une histoire de l'infini

> Dopo avere veleggiato per molti giorni e per molti notti, ho capito que l'Occidente non ha termine ma continua a spostarsi con noi, e che possiamo inseguirlo a nostro piacimento senza raggiungerlo mai.
>
> A. Tabucchi, *Donna di Porto Pim*

> Hay un concepto que es el corruptor y el desatinador de los otros. No hablo del mal cuyo limitado imperio es la ética ; hablo del infinito
>
> J. L. Borges

Magnus es, Domine, et laudabilis valde : magna virtus tua et sapientiæ tuæ non est numerus.

Avec cette phrase s'ouvrent les *Confessions* de saint Augustin. Une traduction littérale serait quelque chose comme « Tu es grand, Seigneur, et hautement louable : grande est ta force et ta sagesse n'a pas de nombre »[1].

À Port-Royal, la traduction des *Confessions* a été faite par Arnauld d'Andilly[2], dans l'édition classique en français et latin de 1651 (Augustin 1993). La traduction du début du texte est la suivante :

> Seigneur, votre grandeur est infinie, et les plus hautes louanges sont infiniment au-dessous de vous.

Il est surprenant de voir comment, par rapport à l'original latin, l'infini s'instaure doublement dans cette phrase : il est à la fois attribut de Dieu et mesure de la distance qui sépare la louange humaine à Lui.

Dans le même sens, dans le quatrième chapitre du premier livre des *Confessions* nous lisons : *Et quid diximus, Deus meus, vita mea, dulcedo mea sancta, aut quid dicit aliquis, cum de te dicit ? Et vae tecentibus de te, quoniam loquaces muti sunt.* Ce pour quoi Arnauld d'Andilly traduit : « Mais quelle proportion y a-t-il, mon Dieu, entre ce que vous êtes et ce que je viens de dire de vous, ô mon Seigneur ! ô ma vie ! ô mes chères et saintes delices ! Et que dit-on de grand de votre divine majesté lorsqu'on en dit les plus grandes choses ? Combien donc sont malheureux ceux qui ne parlent point du tout de vous, ô mon Dieu, puisque ceux mêmes qui parlent de

[1] Cette phrase, comme on le sait, reprend des versets des Psaumes 144, 3 et 146, 5.

[2] Frère d'Antoine Arnauld, le Grand Arnauld de la Logique et de la Grammaire de Port-Royal, qui a également révisé la traduction des *Confessions*.

vous, sont des muets s'ils ne parlent de vous » (Augustin 1993, p. 30). Ici, c'est la « proportion » qui est introduite.

Quoiqu'on ne puisse pas prouver que Pascal ait eu en mains une telle édition, elle indique un trait de l'époque qui ne serait pas étranger à Pascal : la mise en avant des notions d'infini et de proportion. L'infini n'était pas évité au XVII^{e} siècle : il a été souvent attribué à Dieu, y compris dans sa définition[1]. Mais la chose n'a pas été toujours ainsi.

Dans le christianisme, la question sur l'« infinité » de Dieu n'a pas du tout été un point tacite dans l'histoire. Même si on retrouve dans la Bible les qualifications divines d'éternel, immense, incompréhensible et tout puissant, « nulle part l'Ancient et le Nouveau Testaments disent directement : "L'être divin est infini", ou même "Dieu est infini" » (Sweeney 1992, p. 546). En effet, le terme grec *ápeiron* n'apparaît pas dans le Nouveau Testament pour qualifier Dieu[2].

Dieu n'est pas alors, littéralement, « infini » dans la Bible. Évidemment, Dieu possède d'autres attributs qu'on peut relier à l'infinité : son omniprésence, sa toute-puissance... Par ailleurs, on parle des « siècles des siècles », structure qui fait presque penser à une récursivité et qui renvoie au très grand[3].Finalement, il y a toute une série de qualifications de Dieu qu'on pourrait dire « hyperboliques » – Dieu est celui qui compte les cheveux sur notre tête, les grains de sable des plages et les étoiles du ciel : « je vous benirai, & je multiplierai votre race comme les étoiles du ciel, & comme le sable qui est sur le rivage de la mer » (Gn 22, 17).

Plutôt que dire que Dieu n'est pas infini selon la Bible, il faudrait dire qu'il n'est pas qualifié par le terme d'« infini ». Le problème, peut-on rappeler, est de nature profonde : si Dieu est parfait, comment pourrait-on lui attribuer la qualification négative d'être *in*-fini ? La discussion passe évidemment par ce qu'on peut appeler la théologie négative, par exemple à partir de Pseudo-Denys l'Aréopagite. Une longue histoire serait à retracer ici[4]. Le fait est qu'après diverses élaborations conceptuelles au Moyen Âge, plusieurs auteurs diront que Dieu est infini[5].

[1] « Par le nom de Dieu j'entends une substance infinie, éternelle, immuable, indépendante, toute connaissante, toute-puissante, et par laquelle moi-même, et toutes les autres choses qui sont (s'il est vrai qu'il y en ait qui existent) ont été créées et produites » (Descartes, Troisième méditation) ; « J'entends par *Dieu* un être absolument infini, c'est-à-dire une substance constituée par une infinité d'attributs dont chacun exprime une essence éternelle et infinie » (Spinoza, *Éthique*, première partie, définition 6).

[2] À la rigueur, l'adjectif *ápeiros* apparaît une seule fois dans le Nouveau Testament, mais dans un autre sens que celui d'« illimité ». Il s'agit de l'Épître aux Hébreux, 5, 13 : « Or quiconque n'est nourri que de lait, est incapable d'entendre les discours de la parfaite justice, comme étant encore enfant ». Dans la traduction de Port-Royal, « incapable d'entendre » apparaît où, dans le grec, on lisait *ápeiros*, littéralement « inexpérimenté ».

Quant à la Bible hébraïque, la discussion si le *En Sof* désignerait un aspect infini de Dieu est complexe.

[3] « Siècle » traduit ici le grec *aiôn*, et le latin *aevum*.

[4] Peut-être le mieux serait de la déclarer « brève », aussi loin qu'on l'approfondisse, comme l'a fait P. Zellini (1980), qui a écrit une *Breve storia dell'infinito*.

[5] Pour ce qui est des conciles de l'Église, « no ecumenical council in the Church mentions infinity

Du monde clos à l'univers infini dont parle A. Koyré (1973), plusieurs changements conceptuels à propos de l'infini se sont développés. Une histoire de l'infini devrait assurément prendre en compte l'*ápeiron* grec qui, on peut le rappeler, ne doit pas être traduit par « infini », mais plutôt par « illimité » ou « indéfini ».

La surabondance, pour ainsi dire, de l'*ápeiron*, faisait opposition à un idéal de mesure et de proportion qu'on a souvent associé aux Pythagoriciens. « Il se trouve que l'infini est tout le contraire de ce que disent nos philosophes ; car l'infini n'est pas du tout ce en dehors de quoi il n'y a rien, mais il est précisément ce qui a perpétuellement quelque chose en dehors » (Aristote, *Physique*, 207a)[1]. D'où une image généralement *négative* de l'*ápeiron* faite par plusieurs historiens :

> L'illimité ne peut donc en aucun cas être considéré comme un tout complet : ce qui est complet a une fin, et la fin est un élément limitant, tandis que l'ἄπειρον indique justement, par sa signification intrinsèque, l'absence de toute limite.
>
> À l'ἄπειρον reste associée, par conséquence, une idée négative, expression de son incomplétude et potentialité non actualisée et non actualisable. (...) Le refus d'introduire l'infini actuel dans les mathématiques grecques (à part quelques exceptions) ne se peut comprendre que si on renvoie à l'idée négative à laquelle ἄπειρον fait allusion. (Zellini 1980, p. 14)

Certes l'histoire de ce terme en Grèce n'est pas si simple – on accorde généralement qu'Anaximandre serait une exception à cette vision, faisant de l'*ápeiron* le principe des choses[2]. Il reste cependant que le terme était loin d'être accepté positivement sans restriction.

Il semble qu'il faille attribuer à des auteurs tels que S. Grégoire de Nisse et S. Augustin une « habilitation » de l'infini comme attribut divin : il s'agit de rendre « positif » un concept qui était auparavant négatif. L'auteur des *Confessions* semble avoir franchi des étapes fondamentales de cette histoire en nommant « infinis » des aspects divins qui n'étaient exprimés dans les *Écritures* que par des comparaisons et des images hyperboliques. Il n'est pour Dieu, dit Augustin, rien de grand à compter toutes les étoiles : « Est-il bien étonnant que Dieu compte les étoiles quand il compte les cheveux de notre tête ? » (Commentaire au psaume 146). La réponse d'Augustin continue ainsi :

> « Notre Dieu est grand ». Le Prophète est plein de joie, il la répand d'une manière ineffable. Impuissant à parler, il avait du moins la pensée autant qu'il en était capable. « Notre Seigneur est grand, grande est sa puissance,

before the last third of the nineteenth century, when the First Vatican Council (1869-1870) applies infinity to God and this a single time [sect. 3, c. 1 ; DB 3001] » (Sweeney 1992, p. 546).

[1] Trad. Barthélémy de Saint-Hilaire, Paris, 1861.

[2] Pour les racines de l'ἄπειρον dans des civilisations précédentes aux Grecs et une réévaluation du terme en fonction de cette histoire, voir G. Semerano (2005).

> et sa sagesse n'a point de nombre » [Ps. 146, 5]. On ne saurait compter celui qui suppute le grand nombre des étoiles. [...] Peut-on, mes frères, compter les grains de sable ? Impossible à nous, Dieu seul le peut. Lui qui a compté les cheveux de notre tête [Mt 10, 30], peut aussi compter les grains de sable. Tout ce qu'il y a d'infini dans ce monde, peut bien être infini pour les hommes, et non toutefois pour Dieu ; c'est peu dire, pour Dieu, les anges peuvent le compter : « Son intelligence n'a point de nombre ». Au-dessus de tous les calculs est son intelligence, et nous ne saurions la compter. Qui peut compter le nombre même ? C'est du nombre que l'on se sert pour compter, et quel que soit votre calcul vous prenez le nombre ; mais qui comptera le nombre même ? il est tout à fait innombrable. Qu'est-ce donc en Dieu que ce nombre, par lequel il a tout fait, et où il a tout fait, pour qu'on lui dise : « Vous avez réglé toutes choses avec mesure, avec nombre et avec poids [Sg 11, 21] ? » Qui pourrait évaluer le nombre, supputer la mesure, peser la pesanteur où Dieu a tout réglé ? « Son intelligence donc n'a point de nombre ». Que la voix de l'homme se taise, que sa pensée devienne muette ; que les hommes ne s'efforcent point de comprendre ce qui est incompréhensible ; qu'ils tâchent seulement d'y avoir une part, puisque nous y aurons part un jour[1].

L'infinitude du monde et son incompréhensibilité du point de vue de l'homme sont compris par la Sagesse divine – car, dit Augustin, si Dieu a tout fait en mesure, en nombre et en poids, c'est Dieu lui-même qui mesure, compte et pèse la mesure, le nombre et le poids eux-mêmes. Sa sagesse, en effet, n'a pas de limites[2]. L'incompréhensibilité de Dieu par l'homme est bien notée par Augustin – trait qui apparaîtra encore chez Pascal.

Un autre pas important dans l'histoire de l'infini est fait avec les condamnations faites par l'évêque Étienne Tempier, en 1277, qui ont été vues comme point crucial pour le début de la science moderne[3] : la condamnation numéro 29 est contre la

[1] Trad. dans Augustin (2008, t. 2, p. 1383-1384). Dans le latin de la partie du passage qui nous concerne le plus ici, on lit : « Aut quis ipsam mensuram, et ipsum numerum, et ipsus pondus, ubi Deus omnia disposuit, aut numerare potest, aut metiri, aut appendere ? Ergo, *Intelligentia ejus non est numerus* » (*Ennaratione in Psalmos*, sur le Ps. 146 (aujourd'hui Ps. 147), paragraphe 11 ; Migne, Patrologia Latina, vol. 37, p. 1906). « Remarquons en passant que ce texte du *Psaume* 146, 5 [*Intelligentia ejus non est numerus*] était le seul texte biblique sur lequel aurait pu se fonder une doctrine chrétienne de l'infini. En fait Augustin ne l'utilise pas explicitement pour prouver que Dieu est infini, mais pour prouver que Dieu peut mesurer et nombrer l'infini » (Hadot 1990, p. 71).

[2] Sur l'infini divin pour Augustin, voir les *Commentaires aux Psaumes* des numéros 47, 95, 144 et 146 ; la lettre III à Nebride ; le *De quantitate animæ* et la *Cité de Dieu*, XII, 19 (où nous lisons la célèbre phrase d'Augustin soulignée par Cantor : *singuli quique finiti sunt sed omnes infiniti sunt* ; cf. Cantor, *Gesammelte Abhandlungen : Mathematischen und Philosophischen Inhalts*, E. Zermelo (Hr.), Berlin, 1932, p. 401, note 3). Voir l'étude de P. Hadot (1990). Cf. aussi Gilson (1954) et Sellier (1995 [1970]). Sur l'infini chez Augustin, voir aussi la conclusion du chapitre 14.

[3] Voir Duhem (1984[1906-1913]), Koyré (1973) et Grant (1979). Pour des études sur l'infini dans

proposition suivante :

> *Quod Deus est infinitae virtutis in duratione, non in actione ; talis enim infinitas non est, nisi in corpore finito, si esset.*[1]

Cela veut dire que Dieu ne saurait pas être empêché de créer le monde de sa libre volonté, c'est-à-dire sans aucune contrainte nécessaire. La possibilité qu'il y ait plusieurs mondes témoigne de la possibilité divine de tout créer. Comme l'affirme P. Magnard (1981, p. 2), c'est la toute-puissance divine qui fait Dieu infini dans ce cas : « l'infini cosmique n'est que l'ombre de Dieu ». Nous reviendrons à la question en analysant le fragment *Disproportion de l'homme* (Sel. 230, Laf. 199 ; voir 11.3.2). Le fait à souligner ici est que la force de Dieu pourrait bien être infinie, et dans ce sens on ne saurait empêcher Dieu d'être dit infini.

Mais outre les attributs divins, on peut dire que, du point de vue théologique, l'infini est entré dans l'histoire à travers un événement singulier : l'Incarnation. C'est dans la personne du Christ que Pascal verra la possibilité d'accorder les contraires (voir 14). Nous croyons que l'importance de l'infini chez Pascal est de jouer un rôle de « principe » qui, quoiqu'incompréhensible, permet de dériver des conséquences qui sont une explication – certes imparfaite, mais néanmoins une explication. À propos du mystère du péché originel, Pascal écrit : « sans ce mystère le plus incompréhensible de tous nous sommes incompréhensibles à nous-mêmes » (Sel. 164, Laf. 131).

L'infini est alors placé comme principe, même s'il est incompréhensible. Cela n'est pas réservé au domaine théologique : aussi dans les mathématiques, Pascal part de l'« infini » pour voir les conséquences qui en peuvent être tirées – notamment pour les calculs qui peuvent être faits par son moyen. Il s'agit de dire : posons l'infini – que se passera-t-il si on poursuit ses conséquences ?

On peut dire que Pascal *ex-plicite* l'infini : il le *déploie*, si cela est possible, pour évaluer ce qui en dérive à partir de la raison discursive. Si le *lógos* sert encore de règle, il opère maintenant sur l'infini.

Ce qui fait l'unité des incomparables est l'infini : la puissance centrale de l'*Esprit Géométrique* est de montrer la comparabilité des hétérogènes justement par l'infini. Fait inattendu, mais dont on verra que Pascal le mobilise avec virtuosité en mathématiques.

C'est cet aspect d'incompréhensibilité de l'infini, en même temps que son rôle au centre des mathématiques et d'une vision sur l'homme, sur le monde et sur Dieu, que nous mettrons en avant dans la partie III de ce travail, en discutant la nature de cet « infini ». Il faut cependant indiquer dès maintenant un aspect important déjà mis en avant par l'*Esprit Géométrique* : le fait que l'infini se présente sous la forme de *deux infinis*, l'infini de grandeur et l'infini de petitesse.

> dans l'opuscule *De l'Esprit géométrique*, Pascal rend « la définition des choses du même genre » solidaire de la possibilité de réitérer à l'infini

cette période voir aussi Côté (2002) et Davenport (1999).

[1] In : Denifle et Chatelain, *Chartularium Universitatis Parisiensis*, t. I, p. 545 sq.

> deux opérations sur les grandeurs, l'opération de multiplication dont fait état la définition, et celle, inverse, de division. La démonstration de l'homogénéité des grandeurs est ainsi inséparable de la découverte de « deux infinis (...) infiniment différents » et « néanmoins relatifs l'un à l'autre ». Des grandeurs ayant une identité générique se reconnaissent à ce qu'elles forment une série toujours croissante, et réciproquement indéfiniment décroissante. Le processus d'augmentation est illimité, la diminution n'arrive jamais à épuisement, il n'y a d'arrêt à un extrême ni d'un côté ni de l'autre : pas de maximum, pas de minimum, dans les grandeurs homogènes. On reste dans le continu, sans rupture.
>
> (Pécharman 1997, pp. 36-37)

Si une grandeur peut toujours être augmentée, elle peut aussi être toujours divisée, argumente Pascal. Il y a une symétrie entre les deux cas qui montre que ni une quantité plus grande que toutes les autres ne peut être obtenue par des augmentations successives, ni un « indivisible » ne peut être obtenu par une série de divisions répétées[1]. Les deux infinis apparaissent, pour ainsi dire, au sein d'un même type de procédure.

Descotes (2011) rappelle que la correspondance entre les deux infinis avait déjà été indiquée avant Pascal. C'était le cas par exemple dans l'édition des *Éléments* faite par Clavius[2] ou, plus près de Pascal, chez Galilée[3]. Toute une histoire serait à tracer sur la « réciprocité » des deux infinis[4].

[1] Cela ne porte pas toutefois sur l'*existence* de ces infinis, mais montre simplement qu'on ne peut pas les atteindre par le moyen de procédures répétées. Voir 12.

[2] Descotes (2011, commentaires à Sel. 230, Laf. 199) cite l'*Euclidis Elementorum libri XV*, (...) *auctore Christophoro Clavio bambergensi, e societate Jesu*, p. 13 : « Item quacunque magnitudine data, sumi posse aliam magnitudinem vel majorem, vel minorem ». « Omnis enim quantitas continua per additionem augeri, per divisionem vero diminui potest infinite : unde nunquam dabitur quantitas continua adeo magna, quin ea major dari possit ; neque tam parva, quin minor ea possit exhiberi. Hoc idem in numeris verum est, quoad ad additionem pertinet. Nam quilibet numerus per continuam additionem unitattis augeri potest infinite : quamvis in ejus diminutione ad unitate individuam deveniatur ».

[3] Dans le *Discours concernant deux sciences nouvelles*,Galilée prétend « appréhender ensemble l'infini et l'indivisible » (Galilée 1995, p. 29 sq.).

[4] Pour ce qui est d'Augustin, par exemple, il faut considérer la Lettre III à Nébridius (cf. Hadot 1990, p. 59) : *Sed ubi est ista beata vita ? ubi ? ubinam ? o si ipsa esset repelere atomos Epicuri ! o si ipsa esset scire nihil deorsum esse praeter mundum ! o si ipsa esset nosse extrema sphaerae tardius rotari quam medium ! et alia similia, quae similiter nouimus. nunc uero quomodo uel qualiscumque beatus sum, qui nescio cur tantus mundus sit, cum rationes figurarum, per quas est, nihil prohibeant esse, quanto quis uolerit, ampliorem ? aut non mihi diceretur, immo non cogeremur confiteri corpora in infinitum secari, ut a certa uelut basi in quantitatem certam certus corpusculorum numerus surgeret ? quare cum corpus nullum esse minimum sinitur, quo pacto esse sinamus amplissimum, quo amplius esse non posset. nisi forte illus, quod aliquando Alypio dixi ocultissime, habet magnam uim, ut, quoniam numerus ille intellegibilis infinite crescit, non tamen infinite minuitur – nam non eum licet ultra monadem resoluere –, contra sensibilis – nam quid est aliud sensibilis numerus nisi corporeorum uel corporum quantitas ? – minui quidem infinite, sed infinite crescere nequeat.*

Ici il faut simplement souligner que déjà chez Aristote l'infini « par addition » (*katà prósthesin*) était considéré à côté de l'infini « par division » (*katà diáiresin*) :

> L'infini par addition est d'une certaine manière le même que celui par division ; en effet, dans la chose finie, l'infini par addition advient inversement, car, dans la mesure où l'on voit la chose divisée à l'infini, augmentée d'autant, elle apparaît aller vers le défini. En effet, dans la grandeur finie, si, après avoir pris une partie définie, on en prend en outre suivant la même proportion[1], sans circonscrire une grandeur identique au tout on ne parcourra pas le fini ; mais si l'on augmente la proportion de manière à circonscrire toujours la même grandeur, on la parcourra, du fait que toute chose finie est épuisée par n'importe quelle partie définie[2].

En montrant le parallèle qu'il y a entre les deux infinis, Aristote arrive même à avancer que l'un « est d'une certaine manière le même que » (*tò autò estí pôs kai*) l'autre. Mais que veut dire précisément ici être « d'une certaine manière » (*pôs*) « le même » (*tò autò*) ? Pour ce qui est d'une grandeur finie, Aristote dit que l'infini par addition « advient inversement » (*gígnetai antestramménôs*) que l'infini par division[3]. Devrait-on parler d'un infini ou de deux infinis ici ?

La même question se posera pour les deux infinis de Pascal. Mais si pour Aristote l'exemple servait à montrer que l'infini n'était que potentiel, l'objectif de Pascal est autre. Il s'agit d'abord de montrer qu'il ne peut pas y avoir d'indivisible, car une division ne saurait cesser, de même qu'une multiplication ne saurait être bornée. Mais il s'agit, plus amplement – et là nous croyons que Pascal franchit une étape importante dans l'histoire de l'infini – de montrer que la *relation* elle-même entre l'infini de grandeur et l'infini de petitesse est à clarifier :

> Et dans l'espace le même rapport se voit entre ces deux infinis contraires : c'est-à-dire que, de ce qu'un espace peut être infiniment prolongé, il s'ensuit qu'il peut être infiniment diminué, comme il paraît en cet exemple. Si on regarde au travers d'un verre un vaisseau qui s'éloigne toujours directement, il est clair que le lieu du diaphane où l'on remarque un point tel qu'on voudra du navire haussera toujours par un flux continuel à mesure que le vaisseau fuit. Donc, si la course du vaisseau est toujours allongée et jusqu'à l'infini, ce point haussera continuellement ; et cependant il n'arrivera jamais à celui où tombera le rayon horizontal mené de l'œil au verre. De sorte qu'il en approchera toujours sans y arriver jamais, divisant sans cesse l'espace qui restera sous ce point horizontal

[1] Il faut comprendre ici qu'on divise la grandeur toujours sous le même rapport : si on partage d'abord la grandeur par la moitié, il faudra ensuite prendre la moitié de la nouvelle grandeur et ainsi par la suite.

[2] *Physique*, III, 206, éd. Couloubaritsis, p. 144 sq. Cité par Descotes (2011).

[3] Le verbe utilisé ici, *antistréfô*, signifie « tourner en sens contraire » (Bailly), et dans la théorie du syllogisme d'Aristote se dit de deux propositions qui peuvent « se transposer ».

> sans y arriver jamais. D'où l'on voit la conséquence nécessaire qui se tire de l'infinité de l'étendue du cours du vaisseau à la division infinie et infiniment petite de ce petit espace restant au-dessous de ce point horizontal[1]. (OC III, pp. 410-411)

La *relation* entre les deux infinis « contraires » est mise en avant : la comparaison des incomparables est ici la forme même d'articulation des deux aspects de grandeur et de petitesse de l'infini. Plus qu'à l'incompréhensible en soi, Pascal est intéressé, pour ce qui est de la raison discursive, à la *comparabilité* de l'incompréhensible. Ce n'est pas « en soi » que l'infini se révèle, mais en relation – même s'il s'agit d'une relation entre l'infini... et l'infini !

Mais est-ce que le fait que les deux infinis sont « relatifs l'un à l'autre » veut dire qu'il s'agit d'un seul infini ou de deux aspects d'un même infini ? Y a-t-il un parallèle entre deux infinis ou une « synthèse » qui révèle *le* vrai infini ? C'est ce qu'on considérera dans la partie III de ce travail.

L'infini est considéré alors par Pascal avec deux propriétés fondamentales : 1/ il est incompréhensible, et encore ainsi est posé comme principe. 2/ il se présente par les deux infinis, et par leur relation.

Par ailleurs, cette relation entre les deux infinis ne se limitera pas pour Pascal à une question mathématique – il faut revenir ici au passage qui conclut l'*Esprit Géométrique* :

> ceux qui verront clairement ces vérités pourront admirer la grandeur de la puissance de la nature dans cette double infinité qui nous environne de toutes parts, et apprendre par cette considération merveilleuse à se connaître eux-mêmes, en se regardant placés entre une infinité et un néant d'étendue, entre une infinité et un néant de nombre, entre une infinité et un néant de mouvement, entre une infinité et un néant de temps. Sur quoi on peut apprendre à s'estimer son juste prix, et former des réflexions qui valent mieux que tout le reste de la géométrie. (OC III, p. 411)

Fait fondamental de la « double infinité » est que la situation de l'homme peut être identifiée à partir d'elle. Ce sera le cas notamment pour le fragment *Disproportion de l'homme* (voir 11.3.2), où l'homme est considéré sans repère, perdu entre les deux infinis[2].

Ce « renversement » du rôle de l'infini est fait par Pascal en rapport à ce qu'on appelle l'Axiome d'Eudoxe ou la Propriété Archimédienne. Pour Gardies (1984, p.

[1] Dans la note à ce passage, Mesnard indique que Pascal suppose la mer « plate » (cf. *Logique de Port-Royal*, 2e éd. 1664, IVe partie, chap. 1, pp. 388-389).

[2] Pour ce qui est de la science humaine, qui ne peut ni connaître les principes fondamentaux ni l'infinité de faits, Pascal écrit : « Et il me semble que qui aurait compris les derniers principes des choses pourrait aussi arriver jusqu'à connaître l'infini. L'un dépend de l'autre, et l'un conduit à l'autre. Ces extrémités se touchent et se réunissent à force de s'être éloignées et se retrouvent en Dieu, et en Dieu seulement » (Sel. 230, Laf. 199). Nous reviendrons sur le statut de cette « réunion » des deux infinis dans 14.

83), si Archimède et Pascal partent d'un point commun – l'*axiome d'Eudoxe* et ses équivalents –, « le disciple renverse l'œuvre du maître ». Si cet axiome permettait à Archimède de nier la considération de l'infini,

> chez Pascal, au contraire, cet axiome, loin de nous dispenser de l'infini, en est le signe, la signature de l'infini dans l'univers des grandeurs : le cri d'admiration de Pascal pour le prince reconnu de « l'ordre des esprits » n'empêche qu'il ait opéré sur son œuvre un radical retournement.
>
> (Gardies 1984, p. 83)

Gardies parle d'un usage négatif de ce qu'il appelle la définition d'Eudoxe (correspondant à la définition V, 4 des *Éléments*). Pour Pascal elle servirait non seulement à identifier quand deux grandeurs *sont* du même genre, mais aussi quand elles *ne sont pas* du même genre.

L'accent que Pascal met sur l'*hétérogénéité* est la marque du fait que ce qui l'intéresse dans ce texte est la connaissance d'un aspect *négatif* des choses : « c'est une maladie naturelle à l'homme de croire qu'il possède la vérité directement ; et de là vient qu'il est toujours disposé à nier tout ce qui lui est incompréhensible ; au lieu qu'en effet il ne connaît naturellement que le mensonge, et qu'il ne doit prendre pour véritables que les choses dont le contraire lui paraît faux » (OC III, p. 404). Il faudra alors considérer la connaissance indirecte de ce qui n'est pas compréhensible à l'homme (voir 14.2.6).

Cette « négativité », nous l'avons vu, apparaît notamment par l'hétérogénéité des grandeurs et par l'infini qui les sépare. L'importance du texte *De l'Esprit Géométrique* est pourtant de montrer que l'infini ne saurait pas séparer définitivement ces types d'objets mathématiques. Bien au contraire, ce texte montre que l'*unité* des mathématiques se fait par l'infini (ou mieux, par les deux infinis qui sont rapportés l'un à l'autre). Or cela est une grande nouveauté du point de vue de l'histoire des mathématiques : l'unité des mathématiques avait avant cela été cherchée plutôt par l'intermédiaire de la mesure. Aristote l'a cherchée dans les propriétés d'être égale et inégale, mais au fond il croyait que nombre et grandeur étaient équivoques, et non pas univoques[1].

Quant à l'aspect « rhétorique » et philosophique qui apparaît dans ce texte, nous avons montré que l'importance de ces comparaisons d'infinis n'est pas moindre. Quand Pascal parle des mots indéfinissables, il donne comme exemple l'*égalité*, la *majorité*, la *diminution*... C'est-à-dire, des mots *comparatifs* qui permettent justement de mettre en relation ce qui ne l'était pas auparavant. Pascal y propose de trouver les bonnes comparaisons, et non pas les « disproportionnées » : nous avons essayé de montrer que cela se fait en partant de l'infini et de son aspect incompréhensible, mais en même temps de la relation entre les deux infinis et des comparaisons faites entre les hétérogènes. Face à la disproportion et à l'hétérogénéité, la réponse de Pascal est

[1] Sur la question de l'unité des mathématiques, voir Rabouin (2009) et Rabouin (2016).

de poser en principe l'infini lui-même, et par des analogies de disproportion montrer la raison des effets la plus incompréhensible qu'est l'infini.

Conclusion de la première partie : pourquoi l'analogie de disproportion ?

La partie I de ce travail a été dédiée à examiner une forme de la comparaison des incomparables qui est l'analogie de disproportion. Nous avons vu que cette forme permet de mettre en relation des choses qui sembleraient ne pas l'être dans une théorie « classique » des proportions. Il s'agit d'un mode d'argumentation qui apparaît souvent chez Pascal, et qui permet de comparer des « rapports » de disproportion, hétérogénéité ou distance infinie.

Mais à quoi bon l'analogie de disproportion ? Nous avons vu que pour Pascal l'homme ne peut pas accéder directement à plusieurs contenus de la Révélation : c'est la « raison » pour laquelle ils ont été donnés en figures. Il y a un aspect *indirect* de la connaissance de ce qui transcende la rationalité de l'homme. Dans l'*Esprit Géométrique*, Pascal propose de le connaître par l'absurdité de la proposition opposée à celle qu'on considère (voir 14.2.6). Plus généralement, nous avons vu que les objets d'une connaissance « négative » peuvent aussi être accédés par le moyen de comparaisons, en particulier l'analogie de disproportion.

Nous avons vu que cela permet à l'homme de concevoir d'une certaine manière ce qui le surpasse : aussi bien dans l'imitation de l'attitude envers ceux qui nous précèdent (section 5.1) que dans la bonne conceptualisation de la « distance infiniment plus infinie » qui sépare nôtre esprit de l'ordre de la charité (section 5.3), et dans la forme du renversement continuel du pour au contre (section 5.4).

Certes quelques-unes de ces comparaisons sembleraient pouvoir être contemplées par l'analogie « classique ». Nous avons cependant observé que l'analogie de disproportion apparaît par excellence pour traiter les cas où intervient l'infini.

Cela est clair quand il s'agit de concevoir les attributs divins en comparaison aux choses humaines (section 6) : si Dieu est *semper maior*, il n'y a pas de mesure qui puisse le saisir. De même que pour l'ordre du cœur, le recours à une comparaison, en particulier l'analogie de disproportion, ne sert qu'à indiquer l'écart qui nous sépare de ce qui nous transcende.

Cela est valable non seulement pour les attributs divins, mais aussi pour les mathématiques, notamment pour les termes primitifs. L'analogie de disproportion

apparaît alors comme une fonction du langage pour présenter des entités qui ne pourraient pas être accédées directement, mais seulement par comparaison. Il s'agit notamment de faire la bonne conceptualisation des indivisibles, comme nous l'avons vu dans le chapitre 7.

L'analogie de disproportion se montre alors comme une forme discursive – avec des implications philosophiques – de la comparaison des incomparables. Elle aide non pas à « déterminer » des concepts, telle qu'une règle de trois mathématique, car cela ne respecterait nullement l'esprit pascalien de *reconnaître* les disproportions et hétérogénéités. Elle indiquent plutôt les relations qui existent entre ces aspects « négatifs ».

Tout en distinguant l'analogie de disproportion de l'analogie « classique » depuis le début de notre texte, il faut néanmoins dire que nous l'appelons « analogie » car elle nous apprend quelque chose sur l'analogie « en général », si on accepte cette catégorie. Dans ce sens, elle révèle un trait de l'analogie « tout court » – certes allant au-delà de celle-ci : la comparabilité de deux rapports chacun entre deux éléments peut exister même quand on ne saurait pas déterminer l'exacte relation de chacun de ces rapports. C'est ainsi que Leibniz écrivait : « j'ay fait icy à peu pres comme Euclide, qui ne pouvant pas bien faire entendre absolument ce que c'est raison prise dans le sens des Geometres, definit bien ce que c'est mêmes raisons »[1]. La puissance de l'analogie (ou de la « proportion ») est justement de, en partant des rapports, ne pas être bornée précisément aux mêmes contraintes que les rapports. C'est ainsi qu'il est possible, dans la discussion sur les entités mathématiques faite dans l'*Esprit Géométrique*, de considérer des « rapports » entre des grandeurs qui ne sont pas

[1] « Je donneray encore un exemple de l'usage de l'esprit de se former, à l'occasion des accidens qui sont dans les sujets, quelque chose qui leur reponde hors des sujets. La raison ou proportion entre deux lignes L et M peut être conçue de trois façons : comme raison du plus grand L au moindre M, comme raison du moindre M au plus grand L, et enfin comme quelque chose d'abstrait entre des deux, c'est à dire comme la raison entre L et M, sans considerer lequel est l'anterieur ou le posterieur, le sujet ou l'objet. Et c'est ainsi que les proportions sont considerées dans la Musique. Dans la premiere consideration, L le plus grand est le sujet ; dans la seconde, M le moindre est le sujet de cet accident, que les philosophes appelent relation ou rapport. Mais quel en sera le sujet dans le troisieme sens ? On ne saurait dire que tous les eux, L et M ensemble, soyent le sujet d'un tel accident, car ainsi nous aurions un Accident en deux sujets, qui auroit une jambe dans l'un, et l'autre dans l'autre, ce qui est contre la notion des accidens. Donc il faut dire, que ce rapport dans le troisieme sens est bien hors des sujets ; mais que n'étant ny substance ny accident, cela doit etre une chose purement ideale, dont la consideration ne laisse pas d'etre utile. Au reste, j'ay fait icy à peu pres comme Euclide, qui ne pouvant pas bien faire entendre absolument ce que c'est raison prise dans le sens des Geometres, definit bien ce que c'est mêmes raisons. Et c'est ainsi que, pour expliquer ce que c'est la place, j'ay voulu definir ce que c'est la même place. Je remarque enfin, que les traces des mobiles, qu'ils laissent quelquesfois dans les immobiles, sur lesqueles ils exercent leur mouvement, ont donné à l'imagination des hommes l'occasion de se former cette idée, comme s'il restoit encore quelque trace lors même qu'il n'y a aucune chose immobile ; mais cela n'est qu'un ideal, et porte seulement que s'il y avoit là quelque immobile, on l'y pourroit designer. Et c'est cette Analogie qui fait qu'on s'imagine des places, des traces, des espaces, quoyque ces choses ne consistent que dans la vérité des rapports, et nullement dans quelque réalité absolue » (5e lettre à Clarke, GP VII, pp. 401-402).

homogènes au sens de l'Axiome d'Eudoxe-Archimède. Leibniz parlera alors d'une possible « Analogie » entre « des places, des traces, des espaces, quoyque ces choses ne consistent que dans la vérité des rapports, et nullement dans quelque réalité absolue ». La question de la réalité des rapports – et de l'analogie – est pourtant tout sauf simple.

Nous avons touché en particulier la question de l'infini qui ressort de la liaison réciproque entre les deux infinis : est-il un seul infini se présentant sous les aspects de deux infinis ? Ou ne s'agit-il que d'un parallèle fait par Pascal qui serait borné à montrer une ressemblance d'opérations faites dans les domaines du très grand ou du très petit ? Doit-on parler de « deux infinis » ou d'une « double infinité » ? Dans la partie III nous reviendrons à la question pour savoir si la « comparaison » des incomparables qui sont l'infini de grandeur et de petitesse doit se comprendre comme un parallélisme ou comme l'unité des deux infinis.

Avant d'arriver à cette discussion, il faudra prendre en compte la réciprocité des deux infinis telle qu'elle apparaît dans la pratique mathématique de Pascal. Il s'agira de considérer l'infini de petitesse avec les « petites portions » des calculs de Dettonville (section 8), ainsi que l'infini de grandeur dans les distances infinies de la géométrie projective (section 13). Nous considérerons alors la comparaison des incomparables à partir de l'infini dans la *pratique* mathématique de Pascal, et dans ses conséquences philosophiques. On verra révélée la fécondité de l'infini pris comme principe, quoiqu'incompréhensible : il devient alors source des comparaisons et principe des calculs.

Deuxième partie

La comparaison mathématique en poids, nombre et mesure

Résumé de la deuxième partie

« Deus fecit omnia in pondere, in numero, et mensura », écrit Pascal dans l'*Esprit Géométrique*, en faisant une paraphrase de Sg. 11, 21. Ce verset, nous l'avons dit, ne semble pas être littéralement applicable à la discussion de l'*Esprit Géométrique*, qui compare nombre, mesure (extension), mouvement et temps, mais dans lequel il n'est nulle part question de *poids*. Qu'en dire alors ? Nous voudrions proposer une interprétation plus ample de ce verset par rapport à l'œuvre pascalienne.

L'*Esprit Géométrique* nous avait appris que l'unité des mathématiques doit être retrouvée dans l'infini (à mieux dire : dans les deux infinis, qui sont rapportés l'un à l'autre). Cela apparaîtra dans les travaux de Pascal rapportés au nombre, au poids et à la mesure, mais c'est par le poids, c'est-à-dire, par la Statique, qu'il faut commencer, car c'est bien elle qui, dans les *Lettres de A. Dettonville*, fait le lien entre la géométrie et l'arithmétique. Il faudrait alors parler de statico-arithmo-géométrie[1]. Quant à l'arithmétisation de la géométrie, une importante source sont les travaux de Maurolico, qui avait travaillé sur des nombres figurés et qui a été lu par Pascal (voir H). Cette arithmétisation est constitutive en effet du travail de Pascal, et de quelques-uns de ses contemporains. Comme l'écrit C. Boyer,

> Le grand triumvirat mathématique français de Roberval, Fermat et Blaise Pascal a combiné leur intérêt pour la géométrie d'Archimède avec un enthousiasme pour la théorie des nombres, ce qui a « coloré » leur travail.
> (Boyer 1959 [1949], pp. 142-143 ; notre traduction)

La déclaration de Boyer va dans le bon sens – l'association entre la méthode des indivisibles et la théorie des nombres est fondamentale chez Roberval, Fermat et Pascal, et peut-être même distinctive de leur approche. La belle expression « this colored their work » ne doit pas cependant être comprise en tant qu'accessoire ou une ornementation dispensable : si des considérations numériques « donnent le ton », pour ainsi dire, du travail de Roberval et Pascal sur les indivisibles, ce ton est partie

[1] Merker (2001, p. 220) a bien parlé de « outil statico-géométrique » pour les sommes triangulaires, mais il faut ajouter à cette expression le caractère arithmétique. Descotes (2001a, chap. 3) a bien indiqué les liens entre les aspects géométriques, statiques et arithmétiques des travaux de Pascal. Il écrit (Descotes 2001a, p. 139) que « le recours au double langage de la statique et de l'arithmétique constitue donc la clé de tout le traité » des Trilignes (mais la phrase est bien applicable à l'ensemble des *Lettres de A. Dettonville*).

de la musique elle-même – il prend une partie *constitutive* dans leurs méthodes, et c'est là que réside l'intérêt de ce rapport.

L'argument central de cette partie II est que l'admission de l'infini en mathématiques permet de « comparer » des entités mathématiques qui sembleraient incomparables – la « comparaison » étant ici un mode mathématique de mise en rapport. Cela se passera en poids, nombre et mesure : il s'agira de montrer 1/ comment la division indéfinie permet l'application de la balance à la détermination des aires, des volumes et des centres de gravité des grandeurs ; 2/ comment la considération de l'infini permet de rapprocher géométrie et arithmétique ; 3/ comment la division indéfinie permet de traiter ensemble le circulaire et le droit. Ces trois parties apparaîtront respectivement aux chapitres 8, 9 et 10.

Le chapitre 8 suit cette orientation pour faire une discussion détaillée de la signification de l'usage du modèle de la balance dans la pratique mathématique des *Lettres de A. Dettonville.*, montrant l'importance de la Statique et du *poids* dans cette conceptualisation[1]. La détermination de *centres de gravité*, en partant de la loi du levier archimédienne, relève d'un héritage de la Statique. Par ailleurs, le rapport entre les nombres et les grandeurs est fondamental aussi dans les *Lettres de A. Dettonville*, rendant possibles les concepts de somme triangulaire et de somme pyramidale. Si nous considérons alors les *Lettres de A. Dettonville* comme représentant le calcul sur les « poids », sa richesse va ailleurs, car les secrets de ces lettres sont à chercher dans un rapport entre Statique, Arithmétique et Géométrie.

Le chapitre 9 est dédié au *Traité du Triangle Arithmétique* de Pascal, notamment sur le rapport entre la géométrie et l'arithmétique à partir de la tradition des nombres figurés et sur la question des opérations « à l'infini ». Quoique la forme y soit de la plus grande importance (il s'agit, en fin de compte, d'un traité sur un *triangle*), il s'agit fondamentalement d'un traité sur l'arithmétique, dans lequel la géométrie intervient de manière enchevêtrée et constitutive. Il s'agit alors d'un chapitre plutôt dédié à la notion de *nombre*.

Le chapitre 10, finalement, est dédié à la notion de *mesure*, et celle-ci est prise dans son irréductibilité existante entre le courbe et le droit. Nous y revenons aux *Lettres de A. Dettonville*, dans lesquelles la question, qui serait par la suite traitée par le calcul intégral de Leibniz, est abordée par la méthode des indivisibles pascalienne. La géométrie projective, qui peut être considéré une géométrie sans mesure, sera traitée dans la partie III, en fonction de l'importance singulière de l'infini.

La pratique mathématique de Pascal révèle alors une comparabilité des incomparables sous l'usage de l'« infini » en trois domaines : *in pondere, in numero, et mensura.*

Il s'agit de faire des analyses précises de la pratique mathématique de Pascal, ce qui apparaîtra dans des développements plutôt étendus. Le lecteur intéressé uniquement aux conséquences philosophiques (même s'il s'agit de philosophie des

[1]Dans l'annexe G.1, nous donnons quelques éléments historiques de la statique archimédienne, ainsi que de sa réception à la Renaissance et à l'Âge Classique.

mathématiques) de cette enquête pourra se rapporter aux conclusions de chaque chapitre, ainsi qu'à la conclusion générale de cette partie, et à la discussion sur la nature de l'« infini » qui apparaît dans les mathématiques de Pascal dans la partie III, notamment dans 12 et 13. Un résultat notable qui apparaît dans les analyses de la partie II, et qui sera repris dans la discussion philosophique de la partie III, est que même dans la pratique mathématique de Pascal l'infini se donne comme une double infinité : à division indéfinie des parties, en correspond une somme indéfinie. La réciprocité de l'infini de grandeur et de l'infini de petitesse accompagne chaque démarche de Pascal.

Chapitre 8

En poids : les *Lettres de A. Dettonville* et la comparaison par la balance

Dans ce chapitre, nous analysons le modèle de la balance dans les *Lettres de A. Dettonville*[1]. Nous considérerons le contexte de ces lettres (dans 8.2), pour montrer comment la statique et l'arithmétique apparaissent liées à la géométrie dans ce travail, notamment dans les sommes triangulaires (dans 8.3). Cela permettra d'analyser les enjeux de la méthode de Dettonville (dans 8.4), en analysant ses fondements en particulier pour ce qui est d'un important *Avertissement* (voir 8.4.1). On y portera une attention particulière aux divisions indéfinies et aux « petites portions », en montrant ce que la pratique mathématique détermine sur les entités qu'y sont concernées – discussion qui sera reprise dans 12. Cette analyse sera complétée par l'étude de deux passages importants dans l'ensemble des *Lettres de A. Dettonville* : un lemme du *Traité des trilignes* (voir 8.5), où la quantification des différences semble passer aux petites portions, et le *Traité du Sinus du Quart de Cercle* (voir 8.6), où la question d'une éventuelle division actuellement infinie se pose avec plus de pertinence. Cette analyse permettra de voir comment, dans sa pratique, Pascal mobilise un modèle d'équilibre – celui de la balance – et, l'appliquant à la géométrie sans perdre son caractère « discret », arrive à employer des procédures qui font usage de divisions *indéfinies*. Au cours des calculs, une comparabilité des incomparables surgit grâce à la considération de petites portions issues d'une division indéfinie et de différences rendues moindres qu'*aucune grandeur donnée* – éléments qui seront discutés dans 12.

[1] Rappelons encore une fois que Pascal publie ses écrits sur la cycloïde sous le nom de plume d'Amos Dettonville.

8.1 De la balance

La balance est ce qui permet de mettre en rapport deux choses apparemment dissemblables – mieux : ce qui révèle leur équivalence par rapport à une certaine propriété. Le modèle de la balance en équilibre, avec son centre de gravité, révèle que les deux côtés de la figure considérée subissent le même effet des poids de chaque côté. Cela n'est pas la même chose que l'égalité des poids – c'est plutôt l'égalité d'une *configuration* de quantités de poids[1]. Il s'agit d'une distribution de la grandeur qui peut être appelée « moment »[2].

La balance est aussi une image de la justice dans plusieurs contextes – qu'on pense, par exemple, à l'image de la pesée de l'âme dans l'Égypte ancienne. Dans l'Ancien Testament, il y a aussi plusieurs passages où la justice divine est comparée à une balance :

> Les jugements du Seigneur sont pesés dans la balance, & toutes ses œuvres ont leur mesure & leur poids[3]. (Prov. 16, 11)

Pour Pascal l'image de l'équilibre (souvent décrite par le terme de « contrepoids ») est essentielle non seulement pour parler de la justice, mais aussi, comme nous le verrons, pour décrire la condition de l'homme :

> Nous ne nous soutenons pas dans la vertu par notre propre force, mais par le contrepoids de deux vices opposés, comme nous demeurons debout entre deux vents contraires. Ôtez un de ces vices nous tombons dans l'autre. (Sel. 553, Laf. 674)

Il y a là une rencontre entre le vocabulaire de la statique et un vocabulaire « moral » ou anthropologique. Si dans le fragment cité les deux vices sont comparés à deux forces contraires, l'une desquelles, étant ôtée, empêche l'équilibre, dans d'autres passages Pascal opposera l'orgueil et la misère de l'homme[4], des erreurs contraires en théologie[5], le dogmatisme et le scepticisme[6]... Le rapport entre le christianisme et l'idée de poids est présent déjà chez des auteurs classiques, avec l'idée que la concupiscence est un poids qui ne peut être vaincu que par la grâce divine[7]. Voir l'annexe C. Rappelons encore que la balance apparaît aussi dans la physique de Pascal[8].

[1] Pour l'aspect rhétorique de la différence de la disposition des mots, voir l'annexe C. Pour ce qui est de l'équilibre dans le *Traité de l'équilibre des liqueurs*, voir l'annexe E.

[2] Pour ce terme dans la Statique, voir l'annexe G. Pour le même terme dans le langage biblique, voir 11.2.3.

[3] *Pondus & statera justicia Domini sunt, & opera eius omnes lapides sacculi.*

[4] Sel. 105, Laf. 71 ; Sel. 712, Laf. 477.

[5] Sel. 386, Laf. 354 ; Sel. 383, Laf. 351 ; aussi les *Écrits sur la grâce*.

[6] Sel. 164, Laf. 131 ; l'*Entretien avec M. de Sacy*.

[7] Cf. Descotes (2011, analyse de Sel. 712-714, Laf. 477-479). Cf. Gouhier (1986, p. 75).

[8] Pour l'équilibre dans le contexte physique du *Traité de l'équilibre des liqueurs*, voir l'annexe E.

Dans les *Pensées*, la présence de la figure de la balance est également importante. Dans le fragment Sel. 453, Laf. 519, on lit[1] :

> Nature ne p...
>
> La nature nous a si bien mis au milieu que si nous changeons un côté de la balance, nous changeons aussi l'autre :
>
> *Je faisons, zoa trekei.*
>
> Cela me fait croire qu'il y a des ressorts dans notre tête, qui sont tellement disposés que qui touche l'un touche aussi le contraire.

La nature, écrit Pascal ici, a mis l'homme au milieu. Mais de quel milieu s'agit-il ici ? Ce n'est pas tout à fait le même que celui de Disproportion de l'homme : le milieu n'est pas ici une place absolument indéterminée, et alors prise entre deux abîmes, mais plutôt le point d'appui d'une balance, pour laquelle les effets d'un bras sont éprouvés sur l'autre bras. Mais s'il y a des « ressorts » dans la tête de l'homme, et qu'une action sur l'un entraîne un effet sur l'autre, il semble que l'homme soit strictement au milieu de cette balance, non pas dans le sens où il serait son point d'appui, mais où ce point d'appui serait dans l'homme, de sorte que ses parties seraient soit dans l'un soit dans l'autre bras de la balance.

Qu'est-ce que l'exemple grammatical veut dire ici ? G. Ferreyrolles écrit dans la note correspondante dans Pascal (2000) : « *[Les] animaux court* : exemple traditionnel montrant qu'en grec le verbe reste au singulier quand son sujet est un neutre pluriel. Les paysans français font le contraire : ils font suivre un sujet au singulier d'un verbe au pluriel ». Descotes (2011) écrit : « cette mention est soulignée sur le manuscrit ; elle semble à part du reste ». Est-ce qu'il faut cependant négliger la possibilité d'une connexion ici ? Les deux cas semblent exposer des cas d'équilibre « renversé » qui sont pour ainsi dire réciproques : dans un cas le sujet est au singulier et le verbe passe au pluriel, tandis que dans l'autre le sujet passe au pluriel et le verbe reste au singulier.

La balance est une des images importantes des *Pensées*, quoiqu'elle n'apparaît pas sous la forme simple qu'on pourrait en attendre. Pascal n'étant pas un auteur de la proportion, il ne présente pas non plus une simple balance équilibrée quand il écrit en apologétique. Ce qu'on retrouvera seront alors des figures de l'équilibre, mais moins qu'entre les vertus, l'« équilibre » entre des vices et entre des erreurs théologiques contraires (voir aussi les *Écrits sur la grâce*). D'ailleurs, il y a des mots du vocabulaire de la statique et de l'équilibre qui apparaissent dans les Pensées, et pour lesquels on peut reconnaître un sens figuré[2].

[1] Ce passage est barré verticalement par Pascal. Cependant, comme l'indique Descotes (2011, analyse du fragment Sel. 453, Laf. 519), cela ne veut pas dire que Pascal a considéré ce passage inutile ou erroné, mais tout simplement qu'il avait déjà été utilisé. Cf. Mesnard (1993, pp. 53-54).

[2] Cf. les analyses de Descotes (2011) et Serres68.

Trois fragments montrent bien le caractère complexe de l'équilibre dans les *Pensées* :

> Le christianisme est étrange : il ordonne à l'homme de reconnaître qu'il est vil et même abominable, et lui ordonne de vouloir être semblable à Dieu. Sans un tel contrepoids cette élévation le rendrait horriblement vain, ou cet abaissement le rendrait horriblement abject. (Sel. 383, Laf. 351)

> L'orgueil contrepèse et emporte toutes les misères. Voilà un étrange monstre, et un égarement bien visible. Le voilà tombé de sa place, il la cherche avec inquiétude : c'est ce que tous les hommes font. Voyons qui l'aura trouvé. (Sel. 712, Laf. 477)

> Nous ne nous soutenons pas dans la vertu par notre propre force, mais par le contrepoids de deux vices opposés, comme nous demeurons debout entre deux vents contraires. Ôtez un de ces vices, nous tombons dans l'autre. (Sel. 553, Laf. 674)

Le christianisme, dit Pascal, « est étrange ». Il propose à la fois que l'homme se reconnaisse grand et qu'il se reconnaisse petit ; mais cette élévation et cet abaissement n'ont de sens que parce que l'un fait contrepoids à l'autre. Selon Descotes (2011, commentaires à Sel. 712 à 714, Laf. 477 à 479), *faire contrepoids* est « peser autant qu'une autre chose », « être d'égal mérite ou valeur ». Comme nous l'avons déjà dit, ce vocabulaire vient de l'hydrostatique pascalienne dans *L'équilibre des liqueurs*. Peser autant c'est bien une forme d'équilibre, et c'est là la situation du christianisme, mais comme soulignée elle est bien particulière. Cela va jusqu'à l'extrémité de voir dans l'homme un « étrange monstre », car après la Chute il est tendu entre ses misères et son orgueil (voir 14.3.1).

Le « contrepoids » apparaît aussi quand on parle de l'équilibre de l'homme (« nous nous soutenons ») dans le domaine moral. Cela, dit Pascal, ne se fait pas par la vertu – comme il serait à attendre à partir de la perspective de l'*Éthique à Nicomaque* aristotélicienne. Au contraire, c'est entre les vices que l'homme se tient : ici, comme avant, il y a un équilibre de tension, et non pas d'harmonie.

Quelque chose qu'on pourrait appeler « anti-équilibre », dans le sens que ce sont des *manques* (notamment les péchés, tel que l'orgueil, mais plus généralement aussi les misères et les vices) qui tiennent la balance (pas toujours nommée, mais rapportée au vocabulaire du *contrepoids* qui est fait par ces forces). Il ne s'agit pas ainsi d'éléments *positifs* qui font l'équilibre, mais des *manques équivalents* qui amènent l'homme à une situation de contre-poids : on reconnaît la structure de l'analogie de disproportion.

Une question fondamentale à traiter ici est celle du rapport entre la proportion et la balance. Dans un sens large, on peut dire que la proportion implique aussi

l'équilibre, de même qu'on peut dire qu'une équation le fait. Une proportion montre l'équivalence de deux rapports[1]. De même que dans le cas de la balance, on a dans une comparaison deux « côtés », qui sont dits égaux ou équivalents sous un certain aspect. Cela est certes trop général. Mais cette comparaison entre deux sortes de comparaisons peut être approfondie : il s'agit de deux parallélismes dans lesquels interviennent aussi des *relations* entre éléments au sein de chaque côté. Il est alors significatif que ces deux types de « comparaison » que sont la proportion et la balance ont chacune deux côtés à mettre en rapport (comme toute comparaison, par définition), mais qu'on y compare aussi des articulations internes à chacun de ces deux côtés, à savoir des relations. Si dans une proportion cette relation est typiquement ce qu'on appelle *rapport*, dans le cas de la balance on la retrouve sous la forme d'un rapport entre le poids et la distance au point d'appui de la balance, ce qui sera appelé à un moment de l'histoire *momentum*.

Le terme *momentum* (« moment », en français) est rien moins que simple, comme le montre bien P. Galluzzi (1979) : il apparaît d'une part dans la Vulgate (ce que nous analyserons dans 11.2.3), d'autre part dans l'histoire de la statique[2]. Quoique Pascal n'emploie pas ce mot dans son sens technique, les questions que le terme « moment » apporte sont directement liées à la problématique des indivisibles, ainsi qu'avec la question de savoir ce que veut dire *être un néant* dans le langage pascalien.

On pourra ainsi montrer l'importance de la Loi du levier, de la notion de moment et de la négligeabilité des éléments pour la méthode des indivisibles pascalienne, de même que leurs interrelations.

On trouve un certain héritage archimédien chez Pascal. Mais sa méthode des indivisibles serait-elle équivalente, comme lui-même l'affirme, à la méthode « des Anciens » ? Nous traitons cette question dans 12.2.2. Soulignons que la question devient plus complexe dès lors qu'on prend en compte la découverte en 1906 du texte d'Archimède généralement appelé *La méthode*, qui n'était pas connu des auteurs du XVII^{e} siècle.

Pour ce qui est de la Statique, Archimède avait donné dans son traité *De l'équilibre des figures planes* les principes de la statique : des poids égaux s'équilibrent à des distances égales, des poids différents s'équilibrent à des distances inversement proportionnelles. Nous verrons que le concept pascalien de somme triangulaire est une reformulation de ce qu'on appelle généralement la *Loi du levier* d'Archimède[3]. En

[1]Nous avons vu qu'il n'est pas évident de choisir entre « équivalence de rapports », « égalité de rapports » et « identité de rapports ». Nous conservons « équivalence de rapports », dans l'idée que c'est une bonne formule pour exprimer la généralité.

[2]Le livre de P. Galluzzi (1979) est consacré au mot « *momento* » chez Galilée, mais son introduction propose une histoire générale du terme. Nous renvoyons à ce travail pour cette période de l'histoire de la Statique, notre propos n'étant que de reprendre quelques-unes des questions de traduction de ce terme. Cf. aussi Benvenuto (1991), en particulier la section 1.4, et Frank (2011), Frank (2015) sur la réception d'Archimède par Commandino et par Guidobaldo dal Monte. Le livre de Sinopoli, A., *Il problema dell'equilibrio da Aristotele a Varignon*, Milan, Franco Angeli, 2015, n'a pas pu être consulté avant la fin de ce travail.

[3]Le contexte géométrique peut faire oublier que la question du centre de gravité est également

fait, cette loi avait déjà été utilisée pour la recherche du centre de gravité des figures, au moins depuis le traité d'Archimède qu'on appelle généralement *De l'Équilibre des Figures Planes*. Associé au traité *Des corps flottants*, ce texte a eu une grande importance pour les mathématiciens de l'Âge classique : ces deux traités ont été édités ensemble, accompagnés d'autres travaux qui prétendaient être des extensions de la théorie archimédienne[1].

Pascal définit une condition pour que la balance soit en équilibre : il faut que la somme triangulaire d'un bras soit égale à celle de l'autre bras (ce qu'on peut interpréter comme l'égalité d'un équivalent du moment statique global de chaque bras). Le passage à des divisions indéfinies de la balance lui permet alors de mettre en place une méthode des indivisibles conforme à ce modèle. Nous verrons les particularités que la manipulation de ce modèle impliquait.

8.2 Le contexte des *Lettres de A. Dettonville*

Les problèmes sur la « roulette », ou la cycloïde, proposés par Pascal sous la forme d'un concours, sont l'occasion pour lui de développer des méthodes mathématiques d'une portée beaucoup plus large. Si un premier travail historiographique consistant à donner la « traduction » mathématique de ces résultats a déjà été fait (notamment par Hara 1981 et Merker 2001), nous voudrions ici discuter le sens de quelques aspects de ces travaux par rapport à l'ensemble de l'œuvre de Pascal.

Pascal met au concours des problèmes portant sur la cycloïde, courbe qu'il appelle généralement *roulette*. La roulette peut être décrite de manière simple du point de vue mécanique : elle est formée par le parcours qu'un point fixe (disons un clou) fait quand il est attaché à un cercle (disons une roue) qui fait un tour complet (fig. 8.1).

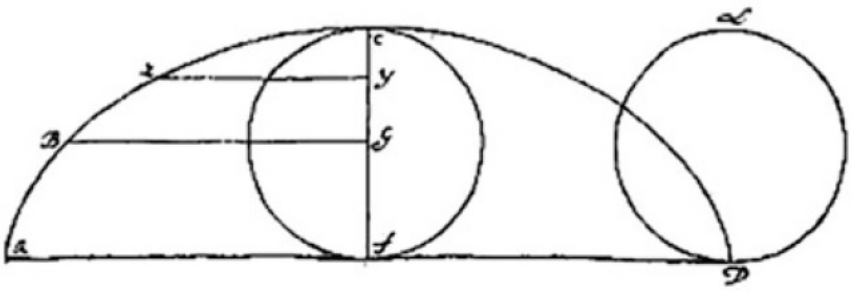

FIGURE 8.1 : La cycloïde, dans un dessin probablement de la main de Pascal (OC IV, p. 190)

importante en mécanique, contexte qui motive aussi la comparaison des poids dans une balance.

[1] « Pascal a lu Stevin, Torricelli, et Galilée au moins dans les traductions du P. Mersenne. Mais sa référence fondamentale est Archimède, dont le prestige est alors considérable » (Descotes 2001a, p. 124). Pour la réception de la Statique archimédienne, voir l'annexe G.1.

Mais d'où vient cette courbe, qui n'est pas abordée par les géomètres avant le XVII^{e} siècle ?

Le « paradoxe de la roue d'Aristote » a été d'une importance fondamentale pour cette histoire[1]. Ce paradoxe est présenté dans les *Quaestione mechanica*, texte attribué à Aristote mais qu'on considère aujourd'hui comme pseudo-aristotélicien. On y considère deux cercles inégaux et concentriques, comme deux roues, qui roulent de manière à ce qu'à un tour complet de l'un des cercles corresponde un tour complet de l'autre. Les droites sur lesquelles chacun de ces deux cercles « roule » seront alors égales, puisque les cercles complètent leur tour ensemble. En revanche, la circonférence d'un des cercles est plus grande que celle de l'autre, et pourtant chacune d'elles devrait être égale à la même droite : voilà le paradoxe[2].

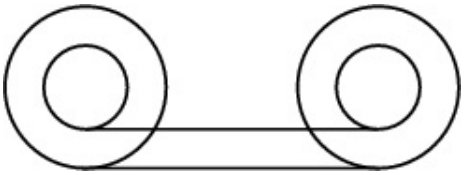

FIGURE 8.2 : Illustration du paradoxe de la roue d'Aristote

Comme pour plusieurs autres sujets mathématiques au XVII^{e} siècle, l'histoire de ce problème passe par le P. Mersenne, qui l'avait considéré dès 1617[3]. C'est à l'occasion de l'examen de ce paradoxe que Mersenne introduit cette courbe : il s'agit du parcours décrit par un point fixé d'une roue. Mersenne lui-même n'a pas découvert de propriétés importantes de cette courbe, qu'il a appelée *roulette*, mais il a demandé à Roberval de l'étudier, en 1628 et ensuite en 1633/1634[4]. Les résultats obtenus par Roberval ont été publiés en 1638, dans les *Nouvelles Observations physiques et mathématiques* de Mersenne[5]. Un de ces résultats était la quadrature de la *roulette* : trois fois l'aire du cercle générateur.

Roberval lui-même a ensuite appelé la courbe *trochoïde* (du grec *trokhós*, roue), et en 1639 Mersenne l'a nommée « cycloïde », en latin *cyclois*. Mersenne a proposé d'autres problèmes sur la cycloïde à Roberval, Fermat et Descartes, dans ce qui

[1] Cf. Costabel (1964).

[2] Lisons la formulation du problème dans la version *ex traditione Maurolyci* des *Quaestione mechanica*, de 1569 (Maurolico, *Problemata Mechanica cum appendice, & ad Magnetem, & ad Pixidem Nauticam pertinentia*, Messina, 1613 ; la dédicatoire est de 1569) : Quaestio XXIV. *Hinc sequitur potius admiratio, quam quaestio. Quoniam contigit duos circulos inaequales, ac concentricos convolvi, seu converti quasi currus rotam super aequales lineas, hoc est aequales rectas in conversione describendo. Quarum quidem rectarum utralibet quandoque aequalis est periferiae maioris, quandoque periferiae minoris circuli. Eosdem tamen circulos sursum, more rotarum, super inaequales lineas, singulas scilicet singulorum periferiis aequales moveri. Quodquidem non iniuria mirandum videtur philosopho, quamvis ita se res habeat.*

[3] Cf. Mesnard, OC IV, p. 151.

[4] *Idem.*

[5] Il s'agit d'un texte publié comme une annexe à l'*Harmonie Universelle.*

constitue une pré-histoire du concours de la cycloïde de Pascal. Des problèmes de priorité apparaissent aussi entre Torricelli et Roberval, le première envoyant une lettre au second en 1643 en déclarant qu'il était déjà en train de travailler sur cette courbe et que Galilée l'avait déjà étudiée 45 ans auparavant. Sans entrer dans la querelle, il semble que les résultats de Torricelli soient indépendants de ceux de Roberval, et que Galilée ait effectivement été le premier à considérer cette courbe (Mesnard, OC IV, p. 166). Mais toutes les propriétés de la *roulette* n'avaient pas été découvertes à ce moment-là : on ignore en particulier son centre de gravité, qui est le point de départ des problèmes proposés par Pascal.

Le concours est loin d'avoir un développement linéaire[1]. À la fin du mois de juin 1658, Pascal publie de manière anonyme une lettre circulaire[2], dans laquelle il proposait huit problèmes sur la cycloïde. En considérant un point quelconque Z dans la demi-cycloïde AC (figure 8.1), il fallait trouver la dimension de l'espace sous la courbe (i.e. CZY) ; le centre de gravité de cet espace ; les volumes des solides de révolution autour de la base ZY et de l'axe CY ; les centres de gravité de ces solides ; et ces solides étant coupés en deux par un plan mené par l'axe, il fallait trouver les centres de gravité des deux solides issus de celui autour de ZY, et les centres de gravité des deux solides issus de celui autour de CY[3].

Le délai pour le concours était le 1er Octobre, et les solutions devaient être adressées à Monsieur de Carcavy, le prix étant de 40 pistoles pour le premier et 20 pistoles pour le deuxième à les envoyer[4].

Dans cette première lettre Pascal cite les travaux de Torricelli sur la cycloïde, mais il semble ignorer (ou avoir oublié) ceux de Roberval, qui avait déjà résolu le problème de l'aire sous la courbe (Costabel 1962a). Dans une deuxième lettre circulaire, Pascal limite les problèmes, et précise leur énoncé : *in quacumque cycloide* ne fait référence qu'à la cycloïde *simplicem, naturalem ac primariam* (l'espèce de cycloïde formée par un point fixé *sur* la circonférence du cercle qui tourne, et non à l'intérieur ou à l'extérieur de celui-ci – cas des cycloïdes *accourcies* et *allongées*, respectivement). Des solutions ont été envoyées par Wallis et par le P. Lalouvère, de même que des contributions par Huygens, Sluse, Ricci et Wren. Ce dernier présentait la rectification de la cycloïde, question qui n'était pas dans le concours, et qui, mettant en rapport la longueur de la cycloïde et celle de la circonférence du cercle, permettait de poser de nouveaux problèmes.

[1] Ne donnant ici que quelques éléments du déroulement du concours, nous renvoyons à Mesnard OC IV, pp. 150-167.

[2] Comme le dit Mesnard (OC IV, p. 149), les écrits qui établissaient le concours ne sont pas exactement des « lettres », comme Brunschvicg les avait appelés, mais il est néanmoins utile de les appeler ainsi, puisqu'ils n'avaient d'autre nom qu'« écrits ».

[3] Merker (2001, p. 195) commet ici une imprécision en écrivant que dans les problèmes de juin Pascal avait demandé le volume et le centre de gravité des demi-solides, alors qu'il ne s'agissait que du dernier de ces problèmes.

[4] Dans le cas où il n'y aurait eu qu'un seul gagnant, celui-ci aurait touché les 60 pistoles – le prix du loyer pour un an d'une bonne maison à Paris (Mesnard, OC IV, p. 169).

Une fois le premier délai écoulé, Pascal publie une troisième lettre circulaire[1], donnant les raisons pour lesquelles aucune des solutions reçues ne pouvait être considérée comme valable. Dans l'*Histoire de la roulette*, texte publié le 10 octobre, Pascal donne son jugement sur l'histoire de l'étude de cette courbe, et propose de nouveaux problèmes. Toujours en référence à la figure 8.1 et Z étant un point quelconque, il fallait trouver le centre de gravité de la ligne ZA (Wren ayant déterminé la dimension de cette ligne), la dimension des surfaces de cette portion ZA de la ligne courbe tournée autour de la base et autour de l'axe (« d'un tour entier, ou d'un demi, ou d'un quart, ou de telle partie de tour que l'on voudra »), et le centre de gravité de ces surfaces (ou portions de surfaces). Le dernier problème était déclaré « le plus difficile, et proprement le seul que je propose » (OC IV, p. 223).

Finalement, dans la *Lettre de A. Dettonville à Monsieur de Carcavy* datée du 10 décembre 1658, Pascal publie la solution de ces problèmes, et bien davantage : une *méthode générale pour trouver les centres de gravité de toutes sortes de grandeurs*[2].

Il ne s'agit pas d'un texte simple ; comme écrivait Huygens à Carcavy,

> J'admire de plus en plus la subtilité des écrits de Monsieur Dettonville, mais il faut avouer que c'est un labyrinthe lorsque l'on veut faire la construction de quelque problème, et pour cela je voudrais qu'il eût partout pris seulement un cas le plus facile pour en donner le calcul tout au long et non seulement le dernier facit [*sic*], ou bien un exemple à chaque théorème[3].

C'est à cet ensemble de lettres qu'il faut passer maintenant.

8.3 Les sommes triangulaires et le modèle de la balance

Il faut commencer par la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy*. Parmi les problèmes du concours, il y a des problèmes où il faut trouver le centre de gravité de diverses figures : l'espace entre la roulette et la base, des solides de

[1] Le 7 octobre pour la version en français, le 9 octobre pour la version en latin.

[2] La date de publication de cette lettre n'est pas certaine, les dates probables étant entre décembre 1658 et février 1659. Rappelons la structure des *Lettres de A. Dettonville*. La « lettre » principale est la *Lettre de A. Dettonville à Monsieur de Carcavy*, qui comprend sept pièces : la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy*, le *Traité des trilignes rectangles et de leurs onglets*, le traité *Propriétés des sommes simples, triangulaires et pyramidales*, le *Traité des sinus du quart de cercle*, le *Traité des arcs de cercle*, le *Petit traité des solides circulaires* et le *Traité général de la roulette*. À cela s'ajoutent trois lettres, à Huygens, à Sluse et à *Monsieur A.D.D.S.*, qui présentent des résultats rapportés à ceux du concours. Nous ferons généralement référence à l'ensemble sous le titre des *Lettres de A. Dettonville*, comme le fait Mesnard, ou parfois simplement en parlant des « écrits de Dettonville ». Quant à la lettre à Sluse, nous ne la traiterons pas en détail ici – cf. Merker (2009).

[3] Lettre du 22 mai 1659, dans OC IV, p. 629.

révolution de cet espace, et des surfaces courbes générées par la rotation de la roulette. Pour résoudre ces problèmes, Pascal crée une *méthode générale pour les centres de gravité*, en utilisant le modèle d'une balance. Il commence en définissant des « sommes triangulaires » :

> S'il y a tant de quantités que l'on voudra A, B, C, D, lesquelles on prenne en cette sorte : premièrement la somme de toutes A, B, C, D ; puis la somme des mêmes, excepté la première, savoir B, C, D ; puis la somme des mêmes excepté les deux premières, savoir C, D ; et ainsi toujours, comme on les voit ici marquées :
>
> A B C D
> B C D
> C D
> D
>
> J'appelle la somme de ces quantités, prises de cette sorte, la *somme triangulaire de ces mêmes quantités, à commencer par A* ; car on pourrait prendre la somme de ces mêmes quantités à commencer par D, et qui ne serait pas la même. (OC IV, p. 413-414)

Ce qu'il faut remarquer d'abord dans la notion de somme « triangulaire », c'est la nature arithmético-géométrique de cette démarche. C. Boyer a affirmé que les débuts du calcul infinitésimal sont à chercher dans l'association de nombres à des grandeurs géométriques au moyen des nombres figurés[1] ; on retrouve ici une démarche qui va encore plus loin dans cette direction.

Le *Traité du Triangle Arithmétique*, de 1654, va certainement déjà dans ce sens, et Pascal fera usage dans les *Lettres de A. Dettonville* d'une réflexion statico-arithmético-géométrique pour trouver une méthode générale valable pour toutes les grandeurs[2]. Quand Pascal parle d'une méthode « générale » pour les grandeurs, il faut comprendre une méthode pour « toutes sortes de lignes, de surfaces et de solides » (OC IV, p. 421). Quoiqu'au cours de ses calculs il explicite le fait qu'il n'y a pas de problèmes à les étendre à des dimensions supérieures à la troisième, des grandeurs de plus de trois dimensions n'apparaissent que comme des grandeurs auxiliaires dans le calcul quand Pascal cherche le centre de gravité de figures d'une, deux ou trois dimensions.

[1] « The development of the concepts of the calculus may be considered to have begun with the Pythagorean effort to compare – through the superposition of geometrical magnitudes – lenghts, areas, and volumes, in the hope of thus associating with each configuration a number » (Boyer 1959 [1949], p. 96). Nous ne discuterons pas ici la question de savoir si cette idée est ou non « pythagoricienne », ni l'exactitude historique de la thèse de Boyer. Ce qui nous intéresse est l'idée qu'un des principes fondamentaux du calcul infinitésimal serait d'associer des nombres à des grandeurs, ce qui se fait par exemple au moyen des nombres figurés.

[2] Cela montre d'ailleurs qu'il y a une continuité dans les travaux de Pascal (cf. Mesnard, OC IV, p. 414, note).

L'usage de l'expression « et ainsi toujours », pourrait renvoyer au raisonnement par récurrence du *Traité du Triangle Arithmétique*, que l'on traitera dans 9. Cela est important ici parce que, comme on verra par la suite, Pascal laisse ouverte la possibilité que la balance ait des bras infinis. De même, une marque de généralité est qu'on peut avoir « tant de quantités que l'on voudra » sur la balance. Quand Pascal énonce « A, B, C, D », en fait ces quatre éléments jouent le rôle d'un *paradigme*, puisqu'il faut comprendre que cela peut fonctionner pour n'importe quelle quantité d'éléments[1].

Avant de présenter les sommes triangulaires, voyons comment Pascal présente le modèle de la balance, qui motive l'introduction de ce type de sommes.

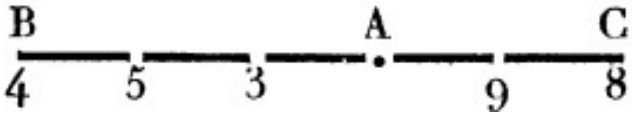

FIGURE 8.3 : Schéma de la balance (à partir de l'image dans OC IV, p. 414)

Voici comment Pascal introduit le modèle de la balance :

> Cela posé, je vous dirai les pensées qui m'ont mené à cette connaissance. J'ai considéré une balance B, A, C, suspendue au point A, et ses bras de telle longueur qu'on voudra, AB, AC, divisés en parties égales de part et d'autre, avec des poids pendus à chaque point de division, savoir, au bras AB, les poids 3, 5, 4, et au bras AC, les poids 9, 8 ; et supposant la balance être en équilibre dans cet état, j'ai tâché de comprendre quel rapport il y avait entre les poids d'un bras et ceux de l'autre, pour faire cet équilibre. Car il est visible que ce n'est pas que la somme des uns soit égale à la somme des autres. Mais voici le rapport nécessaire pour cet effet.
>
> Pour faire que les poids d'un bras soient en équilibre avec ceux de l'autre, *il faut que la somme triangulaire des uns soit égale à la somme triangulaire des autres*, à commencer toujours du côté du point A. Et la démonstration en sera assez facile par le moyen de ce petit lemme, dont vous verrez un assez grand usage dans la suite.
>
> Si les quatre quantités A, B, C, D, sont prises en cette sorte : la première une fois, la seconde deux fois, la troisième trois fois, etc., je dis que la somme de ces quantités prises de cette sorte est égale à leur somme triangulaire en commençant du côté de A. (OC IV, p. 414)

Le problème traité par Pascal est celui des centres de gravité – question importante aux XVI^{e} et XVII^{e} siècles, et traitée par des auteurs comme Maurolico, Commandino,

[1] Pour le raisonnement par récurrence, voir aussi l'annexe H.

Valerio, Stevin (voir l'annexe G.1). L'originalité de Pascal réside dans sa manière de traiter le problème. Le recours au modèle de la balance est, nous le verrons en détail, une appropriation de la statique archimédienne : les sommes triangulaires sont une réélaboration de la Loi du levier[1]. D'ailleurs, « il est visible que ce n'est pas que la somme des uns soit égale à la somme des autres » : ce qui est en question pour l'équilibre de la balance est l'égalité des sommes triangulaires, et non pas la somme simple des poids. Remarquons aussi que Pascal cherche le *rapport* entre les poids des deux bras : nous devrons discuter la relation entre le modèle de la balance et les proportions.

Revenons aux sommes triangulaires. Faire la somme triangulaire de A, B, C, D, revient à prendre A une fois, B deux fois, C trois fois et D quatre fois. La disposition graphique même de ces sommes le montre, comme on le voit sur ce qu'on pourrait appeler un *diagramme* dans le texte pascalien (fig. 8.4).

FIGURE 8.4 : Diagramme présenté dans OC IV, p. 415.

Comme ce diagramme le montre, Pascal s'aperçoit bien qu'il y a une équivalence entre deux modes de présentation de sommes[2]. La disposition géométrique qui est une somme triangulaire est équivalente à une somme pondérée des éléments concernés : « Car, en prenant leur somme triangulaire, on ne fait autre chose que les combiner en telle sorte qu'on prenne A une fois, B deux fois, C trois fois, etc. » (OC IV, p. 415).

S'« il est visible » que la somme des poids d'un bras n'est pas égale à la somme des poids de l'autre bras, le bon rapport qui exprime l'équilibre de la balance est donné par l'égalité des sommes triangulaires de ces poids. La démarche de Pascal est ici d'une puissance de généralisation impressionnante, et touche non seulement à une égalité de sommes de poids, mais à une égalité de dispositions de poids.

[1]Dans un contexte plus proche de Pascal, on retrouve également l'utilisation de la Loi du levier pour la détermination des centres de gravité : en 1638, par exemple, Fermat avait déterminé le centre de gravité du paraboloïde utilisant la décomposition du solide en deux autres et la loi du levier par rapport aux centres de gravité du solide et de ses parties. Voir le mémoire que Fermat a envoyé à Roberval au printemps 1638. In *Œuvres de Fermat*, éd. Henry et Tannery, 4 vols., Paris, 1891-1912, pp. 136-139. Cf. Mahoney (1994, pp. 240-241).

[2]Pascal fait les démonstrations des premières propositions de la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy* en faisant souvent recours aux « diagrammes » des sommes triangulaires, de sorte que deux sommes aient « visiblement » le même rapport que deux autres (OC IV, p. 418). Il serait intéressant d'examiner cela à la lumière des études récentes sur le rôle des diagrammes dans le raisonnement géométrique.

« On sait assez bien en géométrie », écrit Pascal, « que les forces des poids sont en raison composée des poids et des bras » (OC IV, p. 415). C'est-à-dire que si on écrit F pour force, p pour poids et d pour la distance (le bras), alors (en notation moderne)

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{p_1}{p_2}.\frac{d_1}{d_2}$$

Il s'agit alors d'une affirmation qui entrerait encore dans le cadre de la théorie classique des proportions : les forces (qui sont les « moments ») peuvent avoir leur rapport déterminé à partir de la raison composée des poids et des distances correspondantes.

Mais Pascal va plus loin, et dit que de là il est clair que « la force des poids des bras se doit considérer en prenant celui qui est à la première distance une fois, celui qui est à la seconde distance deux fois, etc. » (OC IV, p. 415). C'est-à-dire que

$$F_{\text{totale du bras}} = 1.p_1 + 2.p_2 + 3.p_3 + \ldots$$

Cela n'est possible que parce que les distances sont distribuées régulièrement, ce qui permet d'engendrer la somme triangulaire.

Nous interprétons « une fois », « deux fois », etc., comme indiquant des *produits*. On peut écrire « produit », car Pascal lui-même emploiera le terme : « *la somme des poids, multipliée par le bras commun de tous ensemble, est égale à la somme des produits de chaque poids, multiplié par son propre bras à l'égard d'un même axe de balancement* » (OC IV, p. 466).

Ainsi, le moment est déjà représenté par Pascal comme le produit d'un poids par une distance. Mais cela n'est pas du tout simple du point de vue de l'histoire de la notion de *moment* : cette notion ne doit pas être considérée comme donnée. Quand il a formulé sa Loi du Levier, Archimède n'a pas représenté une grandeur qui serait le *produit* d'un poids par une distance – cette loi était présentée plutôt par le langage des proportions que par l'insertion d'une nouvelle grandeur[1]. En fait, le problème est profond, car dans les mathématiques grecques il n'y a pas de multiplication entre deux grandeurs[2]. Pour le terme « moment », voir l'annexe G.

Pour le moment, dans notre analyse de Pascal nous appelons « moment » le produit du poids par la distance au point d'appui de la balance ; et « moment global » du bras de la balance la somme de tous les moments des poids de cette balance.

[1] Nous remercions André Koch Assis de nous avoir rendu sensible à ce fait.

[2] D'après Bochner (1963), si Archimède formule sa loi de l'équilibre du levier par une proportion et non par une égalité de produits, c'est parce qu'il n'existe pas de *produit* de grandeurs dans les mathématiques grecques – ce qui ferait partie d'une *horror of multiplication* grecque. En effet, dans les mathématiques classiques grecques on ne peut pas multiplier deux grandeurs : « there is nothing like an internal multiplicative operation acting on them [the magnitudes]. In Greek classical mathematics, the product of a line by a line was seen as being an area (the Euclidean term, introduced in Def 1 of Book II, being not "product", but "rectangle contained by two lines"). Hence this construction obeys constraints of homogeneity and dimensionality » (Rabouin 2016, p. 118).

Rappelons, finalement, que Pascal lui-même n'écrit pas « moment », et que par conséquent il s'agit d'une stratégie de notre part pour rapporter ce que fait Pascal à l'histoire de ce concept physique.

Quand Pascal écrit alors une égalité de sommes triangulaires, il est en train de montrer ce l'équivalent d'une égalité de moments globaux de chaque bras. On a donc affaire à une égalité de forces, qui sont déterminées aussi bien par les poids que par leur disposition (noyau de la notion de moment).

> Qu'on ne dise pas que je n'ai rien dit de nouveau, [~~l'ordre est~~] la disposition des matières est nouvelle. Quand on joue à la paume c'est une même balle dont joue l'un et l'autre, mais l'un la place mieux.
>
> J'aimerais autant qu'on me dît que je me suis servi des mots anciens. Et comme si les mêmes pensées ne formaient pas un autre corps de discours par une [~~autre~~] disposition différente, aussi bien que les mêmes mots forment d'autres pensées par leur différente disposition.
>
> (Sel. 575, Laf. 696)

Mettons en lumière la nature de cette comparaison : une *disposition différente* (des pensées) forme un autre corps de discours, de même qu'une *disposition différente* des mots forment d'autres pensées. Or il s'agit d'une comparaison entre deux différences, qui se rapproche d'une analogie de disproportion. Le fait que Pascal écrit d'abord « ordre » pour ensuite barrer le mot et écrire « disposition » indique un choix réfléchi du mot. La « disposition » est ici la bonne notion qui indique un type d'arrangement, de situation dans laquelle se retrouvent les éléments. La notion est certes liée à celle d'ordre, mais le mot pourrait être associé dans ce contexte simplement avec l'ordre de succession des éléments, ce qui n'est pas le cas : la disposition relève aussi bien de la succession que du rapport de chaque place aux autres. Nous avons évoqué le mot « situation » : en effet, le septième principe de l'*Introduction à la géométrie* de Pascal est que « Les points ne diffèrent que de situation » (OC III, p. 436). Nous connaissons ce texte par la main de Leibniz, et nous savons l'importance que la notion de *situation* gagnera pour celui-ci[1]. Quoi qu'il en soit, « disposition » est ici à prendre comme un arrangement selon lequel les éléments présentés reçoivent leur sens[2].La *disposition* est fondamentale pour Pascal dans l'organisation des pensées, de même que pour les poids pendus dans une balance.

La somme triangulaire permet de déterminer le moment statique global d'un bras (c'est-à-dire de tous les poids qui y sont), pourvu que les poids soient à des distances égales[3]. Il y aura équilibre quand les sommes triangulaires de chaque bras

[1] Cf. Debuiche (2016).

[2] Pascal utilise aussi le mot « disposition » dans les *Pensées* dans le sens d'une inclinaison intérieure de l'homme, de son cœur. Voir par exemple Sel. 413, Laf. 391, où Pascal parle d'« une disposition intérieure toute sainte ». Indiquons, finalement, que Desargues utilise aussi le mot « disposition » pour indiquer la configuration des *nœuds* dans un *arbre* (*in* Taton 1951, p.110).

[3] Pascal fait en sorte que le modèle soit valable pour un bras de la balance qui serait d'une

seront égales. Cette condition permet de déterminer la longueur de chaque bras de la balance dans la condition d'équilibre, et conséquemment de déterminer le centre de gravité.

Il faut dégager la signification de l'usage des sommes triangulaires par rapport à loi du levier dans les écrits de Dettonville, et déterminer quelles sont les innovations de Pascal[1]. Pour ce faire, suivons le développement de Pascal.

Pascal déclare être arrivé à la conclusion que l'équilibre de la balance est équivalent à l'égalité entre les sommes triangulaires des poids de chacun des bras.

FIGURE 8.5 : Schéma de la balance (à partir de l'image dans OC IV, p. 416)

En d'autres termes, la balance de la figure 8.5 sera en équilibre au point A si la somme triangulaire du bras AB est égale à la somme triangulaire du bras AC, toujours en partant du centre (fig. 8.6).

7 . 0 . 4 .	9 . 8.
7 . 0	8.
7 .	
25.	25.

FIGURE 8.6 : Schéma pour l'égalité des sommes triangulaires (cf. OC IV, p. 416)

Comme le critère est satisfait dans ce cas, la balance peut être dite en équilibre. Mais Pascal ne se limite pas à exposer ces éléments comme des faits isolés :

longueur allant « à l'infini » : « *et ainsi à l'infini, les poids seront multipliés autant de fois qu'il y aura de parties égales dans leurs bras, à compter du centre de gravité commun A, auquel la balance est suspendue* » (OC IV, p. 416). En accord avec nos interprétations pour le triangle arithmétique, nous croyons qu'« à l'infini » veut ici dire « autant qu'on veut », et ne désigne pas un infini actuel. Nous reviendrons largement à cette question pour l'ensemble des *Lettres de A. Dettonville.*

[1]Cf. par exemple Merker (2001, p. 27) ; Descotes (2001a, chapitre « Le style statique », pp. 123-139) ; Serres (1968, p. 673-712). Pour Hara 1981, p. 71, « la somme triangulaire, c'est le substitut pascalien du moment statique ». Mais avec deux particularités : la somme triangulaire suppose des divisions égales de la balance ; et les poids sont multipliés par des nombres naturels, et non pas par une longueur. Sur la loi du levier, Merker 2001, p. 76 écrit : « formalisme des sommes triangulaires, réécriture pascalienne de la loi du levier ». Il faut néanmoins l'approfondir, en clarifiant quelles sont les différences entre l'usage de la loi du levier chez Archimède et chez Pascal.

> Vous voyez, Monsieur, que je suis entré dans le style géométrique ; et, pour le continuer, je ne vous parlerai plus que par propositions, corollaires, avertissements, etc. Permettez-moi donc de m'expliquer en cette sorte sur ce que je viens de vous dire, afin qu'il ne reste aucune ambiguïté.
> (OC IV, p. 415)

Pascal veut donner un modèle dans le style géométrique. Il faudra alors bien préciser les contraintes de cette balance. Dans l'*Avertissement* qui suit (OC IV, pp. 415-416), Pascal énonce quelques conditions : les deux extrémités de la balance doivent elles aussi être considérées comme des points de division ; les deux bras de la balance peuvent être de longueurs soit égales soit inégales ; chacune des parties d'un bras doit être égale à chacune des parties de l'autre bras (c'est-à-dire que la division de toute la balance doit être régulière) ; on peut avoir des points de division sur lesquels aucun poids ne repose (il faut assigner le poids zéro à ces poids dans la somme).

D'ailleurs, Pascal énonce que

> *le poids 9, sur la première distance, aura simplement la force de neuf livres, et le poids 8, la force de seize livres ; et ainsi à l'infini, les poids seront multipliés autant de fois qu'il y aura de parties égales dans leurs bras, à compter du centre de gravité commun A, auquel la balance est suspendue.* (OC IV, p. 416)

La généralité du modèle de l'équilibre de la balance peut alors être élargie *à l'infini* par rapport à la longueur des bras. D'autre part, dans la construction du modèle de la balance Pascal avait demandé qu'on prenne des « bras de telle longueur qu'on voudra » (OC IV, p. 414). Comme nous verrons, l'« infini » ce n'est pas pour Pascal la même chose qu'une grandeur « aussi grande qu'on voudra ». Dans ce passage, nous croyons que « à l'infini » ne fait pas référence à un infini actuel, mais plutôt à l'*indéfini* dont Pascal fait usage dans les *Lettres de A. Dettonville*, à savoir « une multitude ou un nombre plus grand qu'aucun nombre donné » (OC IV, p. 440 ; cf. 12.1). Or comme nous verrons dans 12.1, nous croyons que le mot *aucune* doit être compris dans le sens de « n'importe quelle », et non pas de « toute ». L'indétermination de la quantification n'implique pas ici une quantification *totale* qui serait marque d'un infini actuel. Pour le moment, soulignons plutôt la généralité que le modèle de Pascal atteint.

En effet, les conditions proposées permettent de dire que « *l'égalité des sommes triangulaires des poids de chaque bras* (...) *est générale* », même s'ils y a des poids « nuls » ou si les bras sont de longueur indéfinie. Le modèle lui-même est général en ce sens, ainsi que le sera son application aux grandeurs – nous le verrons dans la *méthode générale pour les centres de gravité*.

Avant de considérer la méthode générale de Pascal, il faut noter que si le concept de somme triangulaire sera central, Pascal ne se limite pas à lui, et propose encore des *sommes pyramidales* :

Définition

> S'il y a tant de quantités qu'on voudra A, B, C, lesquelles on prenne en cette sorte. Premièrement, la somme triangulaire de toutes, savoir ABC, BC, C ; et ensuite la somme triangulaire de toutes excepté la première, savoir BC, C ; et puis la somme triangulaire de toutes excepté les deux premières, savoir C, etc.
>
> J'appelle la somme des ces quantités, prise de cette sorte, la *somme pyramidale* de ces mêmes quantités. (OC IV, p. 429)

Une somme pyramidale « n'est autre chose que la somme des sommes triangulaires » (OC IV, p. 430) – c'est-à-dire que, de même que les sommes triangulaires sont construites à parties des nombres naturels, les sommes pyramidales sont construites à partir des sommes triangulaires.

Pascal montre cela même par un « diagramme » qui présente la somme triangulaire de A, B, C à partir de A :

A B C
B C
C

B C
C

C

---

1 3 6

Pascal remarque que dans la somme pyramidale de A, B, C, on somme C six fois, B trois fois et A une fois – ce qui correspond aux trois premiers nombres triangulaires.

Pascal ne définit pas de sommes d'un niveau supérieur à celui des sommes pyramidales. Mais on voit que la composition de ces sommes est « récursive » pour ainsi dire, et on pourrait en principe construire des sommes du même type jusqu'au rang qu'on voudrait. En effet, c'est ainsi que Maurolico, cité par Pascal dans ce passage, procède dans sa définition des nombres figurés (cf. H), et c'est ainsi que Pascal avait fait pour les nombres figurés dans le *Traité du Triangle Arithmétique*. Certes dans ces deux cas il s'agit de *nombres* figurés, et non pas de sommes. Mais rien n'empêcherait Pascal, par exemple, de considérer des sommes de sommes pyramidales : il s'agirait de raisonnement par récurrence (si on accepte cette dénomination pour ces cas). Or si dans les *Lettres de A. Dettonville* Pascal se limite à des sommes triangulaires et à des sommes pyramidales, c'est parce qu'il n'y fait pas de calculs explicites au-delà de la quatrième dimension[1]. L'important est que la somme triangulaire n'est

[1]Néanmoins, des résultats de dimension supérieure peuvent être mentionnés par Pascal, même

pas un cas isolé, même si c'est le plus important : la somme pyramidale concerne déjà une composition de sommes par récurrence qui trouve des équivalents dans la construction des nombres figurés de Maurolico et de Pascal lui-même. La démarche arithmético-géométrique est ainsi caractéristique de l'approche pascalienne, et permet une « composition » de procédures.

Remarquons encore que travailler avec des sommes dans le cadre d'une méthode des indivisibles est une démarche importante accomplie par Pascal (et en parallèle par Wallis).Dans les méthodes des indivisibles de Cavalieri et de Torricelli, aucune « somme » n'était utilisée : le concept cavalierien de *omnes*, dans sa version collective et dans sa version distributive, ne permettait pas les mêmes manipulations qu'on retrouve pour les sommes.

L'idée de somme peut même être un axe pour évaluer l'œuvre de Pascal. Comme l'indique Descotes (2015b, pp. 211-212), la machine arithmétique, étant une machine fondée sur un principe d'addition, aurait attiré l'attention de Pascal sur différents ordres de nombres. De là, Pascal serait passé aux ordres de nombres figurés (*Traité du Triangle Arithmétique*) et aux sommes des *Lettres de A. Dettonville*. Finalement, Pascal aurait utilisé, dans les *Pensées*, une notion d'ordre dans le domaine anthropologique et théologique. C'est une hypothèse sur laquelle nous reviendrons ; il nous suffit pour l'instant de remarquer l'importance de la notion de somme pour Pascal.

8.4 La méthode générale pour les centres de gravité

La méthode de Pascal est présentée d'abord dans le cas d'une balance unidimensionnelle, avant que ne soit examinée la situation plus générale d'une balance considérée par rapport à « *toutes sortes de lignes, surfaces et de solides* ». Pascal donne trois « propositions » portant sur la balance puis généralise chacune d'entre elles pour la *méthode générale*.

Il faut remarquer un trait fondamental de l'exposition de ces trois propositions. Pascal commence en posant :

> Soit une balance divisée en tant de parties égales qu'on voudra aux points C, D, A, E, F, B. (OC IV, p. 417)

On est frappé par l'expression utilisée : que veut dire « tant de parties égales qu'on voudra » si on énonce ensuite une multitude finie de grandeurs ? Comme on le verra, le modèle de Dettonville ne peut fonctionner que si les divisions sont *indéfinies*. Mais nous croyons que le fait que le modèle soit présenté pour un cas fini et *a fortiori*

s'il ne s'occupe pas des calculs : c'est le cas, par exemple, de la proposition 5 du *Traité des sinus du quart de cercle*, qui s'achève par « Et ainsi à l'infini » pour un résultat d'égalités de sommes d'éléments géométriques de différentes dimensions (OC IV, p. 479).

« discret » n'est pas sans implications pour ce qui concerne la nature des « petites portions » que Pascal utilise : nous y reviendrons dans 8.4.1.

Passons à la première proposition. Soit la balance d'extrémités C et B, et de centre A, à laquelle sont pendus les poids 8, 9, 5, 4, 0, 7. La première proposition (OC IV, p. 417) pose que la somme triangulaire de tous les poids à partir du côté C est égale à la « simple somme » de tous les poids « multipliée autant qu'il y a des points » dans le bras CA. La figure présentée ici est à nouveau importante, fonctionnant comme un diagramme qui joue un rôle dans la démonstration (figure 8.7)[1].

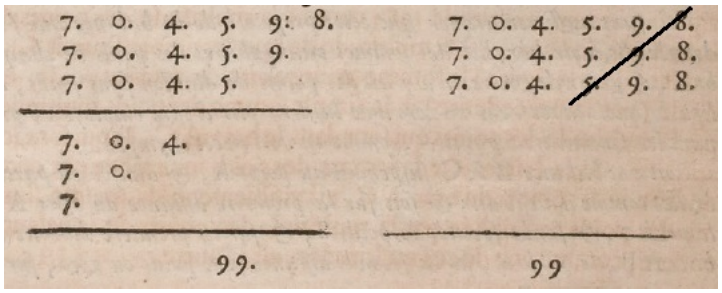

FIGURE 8.7 : *Lettre de A. Dettonville à Monsieur de Carcavy*, p. 4 (barre diagonale ajoutée à l'image, suivant OC IV, p. 417)

Les barres tracées par Pascal aident à *voir* sur la figure l'égalité proposée 8.7 : la partie à gauche de la barre diagonale dans la somme de droite (à savoir, $7+0+4+5+9+8+7+0+4+5+9+7+0+4+5 = 74$) est égale aux trois premières lignes de la somme triangulaire à gauche ; ce qui reste à droite de la barre diagonale ($8+9+8 = 25$) est une « petite somme triangulaire », qui sera égale à la somme des trois lignes inférieures de la somme triangulaire à gauche ($7+0+4+7+0+7 = 25$). Le total, dans chacun des cas, sera le même : $74+25 = 99$.

La deuxième proposition est la suivante :

> Je dis que la simple somme des poids, multipliée autant de fois qu'il y a de points en toute la balance, est à la somme triangulaire de tous les poids, à commencer par le côté qu'on voudra, par exemple par le côté C, comme le nombre de poids qui sont dans la balance entière au nombre de points qui sont dans le bras par où on a commencé à compter ; c'est-à-dire (...) le bras CA. (OC IV, p. 418)

C'est-à-dire que, par rapport à la figure 8.8 la somme simple multipliée par tous les points (198) sera à la somme triangulaire par le côté C (99) comme tous les points (6) sont aux points du bras CA (3).

[1]Nous reproduisons l'image de la *Lettre de A. Dettonville à Monsieur de Carcavy*, dans l'édition datée de 1658, image qui ne présente pas la barre diagonale passant par les chiffres 8, 9, 5. Nous ajoutons cet élément à l'image, en accord avec l'édition de Mesnard (OC IV, p. 417).

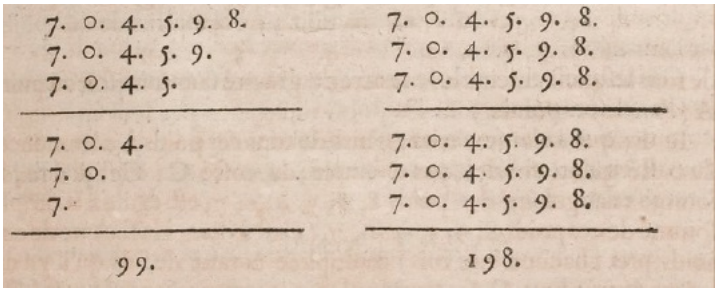

FIGURE 8.8 : *Ibid.*, p. 5

Pour finir, la troisième proposition (figure 8.9) dit que la somme triangulaire par le côté C (99) est à la somme triangulaire par le côté B (132) comme le nombre de points du bras AC (3) est au nombre de points du bras BA (4).

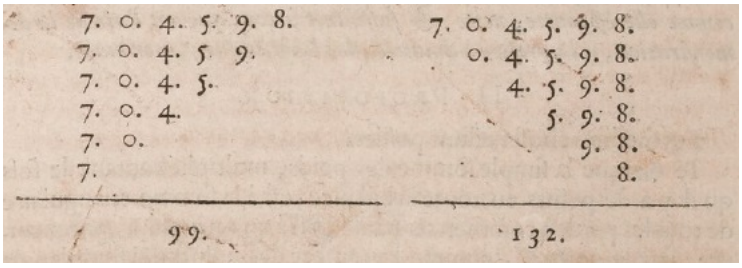

FIGURE 8.9 : *Ibid.*, p. 6

Les trois propositions sont, dans l'esprit pascalien, différentes manières de *tourner une même proposition* (cf. Descotes 2001a, p. 129). Quant à leurs démonstrations, elles viennent de la vérification des résultats pour les cas concrets de nombres dont il est question, c'est-à-dire de la confirmation d'un exemple. D'ailleurs, leur l'aspect visuel est crucial : comme nous l'avons vu, la démonstration de la première proposition (de laquelle les deux autres dépendent) vient d'une considération de l'équivalence des sommes part à part une fois qu'on les découpe. Pascal ressent alors le besoin d'un *Avertissement* :

> *Je sais bien que cette manière de démontrer n'est pas commune ; mais comme elle est courte, nette et suffisante à ceux qui ont l'air de la démonstration, je la préfère à d'autres plus longues que j'ai en main*[1].
>
> (OC IV, p. 418)

Aurait-on ici un cas à rapprocher de celui de Fermat, qui déclare ne pas avoir suffisamment de place en marge pour écrire la démonstration de son célèbre théorème ?

[1]Pascal déclare que les *Avertissements* seront donnés en italiques, ce qui est le cas à l'exception des deux derniers avertissements dans le cas de la *Lettre*. Quand nous citons des passages des avertissements nous conservons cette police, mais quand nous citons des phrases dans le corps du texte nous les citons sans les italiques.

Il est difficile de juger de l'honnêteté de cette déclaration de Pascal. En tout cas, il est à noter que Pascal semble trouver les démonstrations par ce que nous avons appelé « diagrammes » adéquates pour ces propositions – ce qui est dû à la nature arithmético-géométrique même des sommes triangulaires. Le caractère figuré de celles-ci permet de faire des démonstrations diagrammatiques à partir de leurs dispositions[1].

Un fait est à noter : dans les trois propositions précédentes, il faut considérer la somme triangulaire d'une extrémité de la balance jusqu'à l'autre (dans le cas traité, du poids 7 au poids 8 ou du poids 8 au poids 7). Cependant, quand Pascal avait introduit la notion de somme triangulaire, il avait déclaré qu'une balance était en équilibre quand les sommes triangulaires *de chaque bras* étaient égales (voir fig. 8.6). Pourquoi éprouve-t-on le besoin de considérer dans ces propositions les sommes triangulaires de toute la balance, et non seulement de chaque bras ? La différence est que dans la définition initiale on connaissait le point d'appui de la balance, et aucun poids ne lui était assigné (point A dans la fig. 8.5) : la question était de savoir si, étant donnés ces bras et cette disposition des poids, la balance était en équilibre ou pas. Il s'agit d'une question binaire : dans ces conditions, la balance est-elle en équilibre ? C'est-à-dire, a-t-on égalité des sommes triangulaires de chaque bras ?

En revanche, les trois propositions de la balance (en particulier la deuxième et la troisième) permettent de répondre à une autre question : étant donnée une disposition unidimensionnelle de poids (sur ce qui sera le fléau de la balance), ces propositions permettent de rapporter les sommes triangulaires (d'une extrémité à l'autre) à la longueur des bras de la balance. Or dès que l'on connaît la longueur d'un bras, on sait où partager la droite pour créer une balance équilibrée. À partir de la disposition totale des poids le long d'une droite (la somme triangulaire d'une extrémité à une autre), ces propositions permettent donc de retrouver la position du point d'appui pour que la balance soit en équilibre, c'est-à-dire le centre de gravité – nous verrons par la suite comment Pascal généralise cette méthode.

Ce qui est à remarquer est que, pour une « même » situation (des poids disposés sur un fléau de balance), et en ayant toujours recours aux sommes triangulaires, Pascal résout deux types de problèmes : 1/ y a-t-il équilibre dans une balance ayant un point d'appui donné ? 2/ Quel est le point d'appui pour qu'il y ait équilibre étant donnée une disposition de poids ? Si le premier problème relève d'une question d'*égalité*, le deuxième, qui sert à trouver les centres de gravité, est résolu par des *proportions* (propositions 2 et 3). La proposition 3 n'est rien d'autre qu'une proportion qui comprend deux sommes triangulaires et les deux bras correspondants. La proposition fondamentale de Pascal pour cette méthode relève alors d'une proportion. Certes, la question de l'équilibre entre les deux bras de la balance (problème 1) est elle-même rapportée à la question du centre de gravité pour l'équilibre (problème 2). En effet, dans la proposition 1, la disposition diagrammatique des poids (fig. 8.7) montrait

[1] Il est aussi vrai qu'en général Pascal mathématicien se préoccupe davantage de trouver des résultats que de les démontrer, mais comme sa déclaration le montre, dans ce cas il est plutôt question du type de démonstration choisi.

l'équivalence entre d'une part la somme triangulaire de 9 et 8, et d'autre part la somme triangulaire de 4, 0 et 7 ; or ces deux sommes triangulaires correspondent justement aux poids de chaque bras, si on laisse de côté le poids 5 qui correspond au point d'appui de la balance. Le premier problème est donc condition pour le deuxième problème – mais les deux sont distincts, selon qu'on cherche à savoir si les bras sont en équilibre ou à connaître le point d'appui correspondant à cet équilibre[1].

La notion de somme triangulaire est en rapport avec la notion de *moment*, laquelle met en rapport distance et poids à la fois (cf. l'annexe G). Donc l'égalité de deux sommes triangulaires, premier cas traité par Pascal, relève déjà elle-même d'une structure de même niveau qu'une proportion. En revanche, les propositions 2 et 3 articulent des proportions dont les sommes triangulaires elles-mêmes sont des éléments – c'est-à-dire qu'il s'agit en un certain sens d'une proportion de proportions.

Remarquons finalement que si la notion d'égalité des sommes triangulaires pour chaque bras suffit pour le premier problème (savoir s'il y a équilibre), pour le deuxième il faut considérer les sommes triangulaires de *toute* la balance car il faut justement déterminer la position du point d'appui. En d'autres termes, la quête du centre de gravité par cette méthode est la mise en rapport d'une totalité (les sommes triangulaires étant prises d'une extrémité à l'autre) et d'un point de singularité (le point d'appui qui est le centre de gravité), rapport qui peut être saisi par une proportion[2].

Une fois les trois propositions démontrées pour la balance unidimensionnelle, elles « doivent s'appliquer à toutes sortes de grandeurs, c'est-à-dire aux lignes courbes, aux surfaces planes et courbes, et aux solides » (OC IV, p. 419). L'*Avertissement* dans lequel apparaît cette phrase est d'une puissance impressionnante. En effet, Pascal y fait une généralisation des sommes triangulaires pour les courbes, pour les trilignes[3], pour les surfaces courbes et pour les solides. Dans la figure 8.10, la méthode de Pascal sert à trouver les centres de gravité de la ligne courbe CB ; du triligne CBA ; de la surface courbe $CYZBFC$; et du solide $YCFBAC$ (dont une des surfaces est courbe). On voit que la généralisation prend place ici, le concept de somme triangulaire étant appliqué à plusieurs types de grandeurs[4].

[1] Dans la section 9.3, nous considérons le rapport entre la détermination des extrémités et la détermination du centre, pour le triangle arithmétique et pour la balance.

[2] L'importance du centre de gravité comme point singulier qui a un rapport au *tout* est bien saisi, par exemple, par S. Weil, qui écrit : « Centre de gravité, point qui, s'il est soutenu, annule le poids (...) Un point est infiniment petit, est nul, par rapport à un volume. Et cependant il est un point qui, s'il est soutenu, annule le poids entier du volume ; et cela simplement à cause de sa position » (Cahier 9, dans Weil 2002, p. 161).

[3] Dans le langage de Pascal, un triligne est la figure composée par deux segments de droite qui ont un angle droit entre eux et une courbe qui unit les extrémités de ces deux segments. En d'autres termes, il s'agit d'une figure semblable à un triangle rectangle dont un des côtés serait courbe. Cf. Merker (2001, p. 221).

[4] Descotes (2015b) présente bien la généralisation des types de sommes dans les *Lettres de*

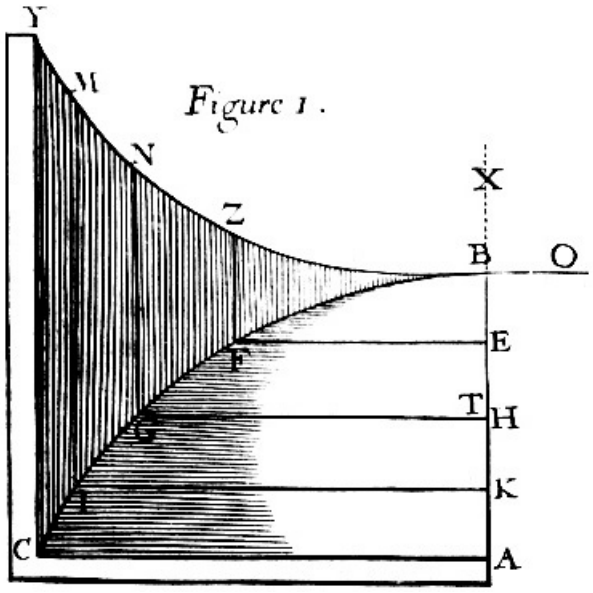

FIGURE 8.10 : Figure 1 de la *Lettre A. Dettonville à Monsieur de Carcavy*

En quoi consiste la « *Méthode générale pour les centres de gravité de toutes sortes de lignes, de surfaces et des solides* » (OC IV, p. 421) ? Pascal propose qu'on considère une grandeur quelconque comme étant coupée de manière régulière par « une multitude indéfinie de plans parallèles entre eux et également distants » (OC IV, p. 421). On considère en particulier trois de ces plans : les deux extrêmes qui comprennent la grandeur proposée et celui qui passe par son centre de gravité. On appellera *balance* la droite reliant les plans extrêmes ; celle-ci est divisée par le plan du centre de gravité en deux *bras*. Les trois propositions de la balance continuent d'être valables avec cette nouvelle définition. Pour ce qui est de la proposition 3, elle sera généralisée ainsi :

> Je dis qu'un bras est à l'autre (c'est-à-dire que la distance entre le centre de gravité de la figure et l'un des plans extrêmes est à la distance entre le même centre de gravité et l'autre plan extrême) comme la somme triangulaire de toutes les portions de la figure, à commencer par le premier plan extrême, à la somme triangulaire de ces mêmes portions, à commencer par l'autre plan extrême. (OC IV, p. 421)

Il s'agit de la proposition essentielle pour la méthode de Pascal. Elle affirme que si on calcule les sommes triangulaires de toutes les portions de la figure, en commençant par chacune des extrémités, elles auront entre elles une raison qui sera égale à celle

A. Dettonville. Le passage d'une dimension à une autre nous renvoie à l'important passage du *Potestatum Numericarum Summa* portant sur les « genres » dans les sommes de nombres et d'éléments géométriques, que nous analyserons dans 9.6.

entre les bras de la balance. Or une fois qu'on connaît les bras de la balance, on peut déterminer le centre de gravité, comme voulu.

Cette première formulation de la « méthode générale pour les centres de gravité » prend la forme d'une proportion, comme c'était déjà le cas de la proposition 2 : « un des bras est à l'autre (...) *comme* la somme triangulaire de toutes les portions de la figure, à commencer par le premier plan extrême, *à la* somme triangulaire de ces mêmes portions, à commencer par l'autre plan extrême » (c'est nous qui soulignons).

Dans le triligne ABC de la figure 8.10, A et B sont les extrémités de la balance, et T précise la position du centre de gravité : il est le point d'intersection entre AB, la balance, et celle des droites parallèles qui passent par le centre de gravité du triligne CBA. Nous pouvons alors rendre cette formulation de la *méthode générale* par[1] :

$$\text{Bras TB} : \text{Bras TA} :: \sum_{triang.B} EF.EB : \sum_{triang.A} KI.KH$$

Dans cette formule, $EF.EB$ désigne en fait chaque portion de triligne qui sera considérée dans la somme triangulaire : $EF.EB$, $GH.HE$, $IK.KH$, etc.[2]. Chacun de ces éléments exprime une droite multipliée par une des « petites portions » de la balance, constituant ainsi des éléments homogènes à la somme (de petits rectangles), comme Pascal le précisera dans l'avertissement qui suit. Par ailleurs, il faut se souvenir que les éléments $KI.KH$ et $EF.EB$ ne portent des nom différents dans la formule que pour indiquer la direction de la somme triangulaire – car finalement ce sont les mêmes éléments, « comptés » de manière inverse dans les sommes triangulaires correspondantes.

Quant aux propositions et 1 et 2, elles sont reformulées pour la *méthode générale pour les centres de gravité*. Le proposition 2 est reformulée sous le titre de « *La même méthode générale pour les centres de gravité, énoncée autrement* » :

> la somme de toutes les portions de cette grandeur comprises entre un des plans extrêmes et un chacun de tous les plans est à la grandeur entière prise autant de fois, c'est-à-dire multipliée par sa balance, comme le bras sur l'autre plan extrême, c'est-à-dire comme la distance entre son centre

[1] *Avertissement*, OC IV, p. 421 ; cf. Hara 1981, p. 72. Nous représentons une somme triangulaire commençant par le côté B par $\sum_{triang.B}$. Certes le symbole $\sum$ n'est pas utilisé par Pascal, mais nous croyons que cette présentation est possible sans corrompre son mode de raisonnement. Descotes (2010, p. 517) a montré que dans un manuscrit découvert récemment Pascal utilisait un S pour désigner des sommes, faisant songer au symbole $\int$ de Leibniz.

Nous représentons la multiplication indistinctement par le point (.) ou par l'étoile (*).

[2] En suivant le mode d'expression de Pascal, nous utiliserons « etc. » plutôt que les trois points généralement employés pour l'indéfini aujourd'hui. Pascal écrit en effet & aussi bien dans ses notations mathématiques que dans les *Pensées* : « the "&c" sign, equivalent to our "etc.", is very frequent in the *Recueil Original*. Pascal makes use of it when he enumerates an indefinite amount of varied terms, which he wants to express as being different aspects of a single essential reality » (Descotes 2010, pp. 517-518). Descotes interprète l'usage de « etc. » par Pascal comme relevant de l'*indéfini*, ce sur quoi nous sommes en accord.

> de gravité et cet autre plan extrême, est à la balance entière.
>
> (OC IV, p. 426)

Par « la somme de toutes les portions de la grandeur comprises entre un des plans extrêmes et un chacun de tous les plans » il ne faut comprendre rien d'autre que la somme triangulaire.

Quant à la proposition 1, elle est généralisée sous le titre « *Autrement encore* »[1] :

> Je dis que la somme de toutes les portions de la grandeur comprises entre un des plans extrêmes et chacun de tous les plans est égale à la grandeur entière multipliée par son bras sur l'autre plan extrême.
>
> (OC IV, p. 426)

Nous présentons un tableau synoptique de ces propositions dans leurs formes généralisées, afin de les comparer. Si nous avons la balance d'extrémités B et C et de centre A, les trois propositions peuvent être ainsi présentées (nous ne représentons pas dans ce tableau les éléments des sommes qui sont les poids, qui sont identifiés dans cette méthode à des petites portions homogènes à la grandeur – nous le verrons avec le cinquième *Avertissement*)[2].

Proposition 1 (généralisée à la p. 426) :

$$CA * \sum_{simple} = \sum_{triang.C}$$

Proposition 2 (généralisée à la p. 426) :

$$(BC * \sum_{simple}) : \sum_{triang.C} :: BC : CA$$

Proposition 3 (généralisée à la p. 421) :

$$\sum_{triang.C} : \sum_{triang.B} :: AC : AB$$

Nous écrivons le symbole = pour le premier cas, parce que Pascal effectivement écrit « égal ». Quant aux deux autres cas, ils sont exprimés par Pascal dans le langage des proportions : *A est à B comme C est à D*, relation que nous représentons par :: dans les formules.

Quelle est l'importance de ces formes de présentation de la méthode générale de Dettonville ? On voit que grâce aux sommes triangulaires, Pascal peut exprimer

[1] Pascal écrit « seconde proposition » dans la démonstration, mais Mesnard, OC II, p. 427, note, observe qu'il s'agit d'une erreur et qu'on doit comprendre « première proposition ».

[2] Pascal écrit que « la somme simple des portions CFB, IFB, GFB, FB, est égale à la simple somme des petites portions CI, IG, GF, FB, c'est-à-dire la ligne CFB, prise autant de fois qu'il y a de points (ou de parties) dans les bras [*sic*] TA, c'est-à-dire, multipliée par le bras TA » (OC IV, p. 427).

l'équilibre de la balance au moyen des proportions. Il est vrai qu'on peut « tourner » ces propositions, et les faire devenir des égalités entre multiplications (Pascal déclarant cela possible déjà dans le *Traité du Triangle Arithmétique*). Mais Pascal n'utilise pas « égalité » dans le cas des proportions : il reste dans le cadre du langage des proportions, en indiquant des équivalences entre des rapports plutôt que des égalités. Donner une équation dans laquelle le produit d'une somme triangulaire par un bras est égal à une autre somme triangulaire multipliée par l'autre bras serait ignorer la motivation de ce résultat. Il provient de la comparaison de la longueur des deux bras, dont le rapport sert à trouver le centre de gravité ; la disposition des poids étant prise en compte au moyen des sommes triangulaires, c'est le rapport entre celles-ci qui doit être comparé au rapport des bras. Voilà la motivation pour cette formulation sous forme de proportion.

Finalement, il faudra prêter une attention spéciale au fait que la multitude de plans parallèles soit « indéfinie ». Tout le problème réside en effet dans l'interprétation de cette division « indéfinie » de plans qui coupent la balance, car cela définira la nature des portions restantes de la figure restante – seraient-elles des « indivisibles » ? On y reviendra à la section 12.

8.4.1 Le cinquième *Avertissement* de la *Lettre à Carcavy*

Nous avons vu la *méthode générale* présentée par Pascal *pour les centres de gravité de toutes sortes de lignes, de surfaces et de solides*. Il faut passer à la *Démonstration de cette méthode*, que Pascal déclare être « facile, puisque ce n'est que la même chose que ce que j'ai donné de la balance » :

> Car soit considérée la droite BA comme une balance divisée en un nombre indéfini de parties égales aux points A, K, H, E, B, auxquels pendent pour poids les portions de la grandeur proposée, et à l'un desquels se rencontre le point T, qui sera le centre de gravité de la balance, comme cela est visible par la doctrine des indivisibles, laquelle ne peut être rejetée par ceux qui prétendent avoir rang entre les géomètres. (OC IV, p. 423)

Lisons attentivement le passage : une droite est divisée en un nombre indéfini de parties égales en des points *auxquels* pendent les portions de la grandeur proposée prises « pour poids ». Le fait que les portions de la grandeur puissent être prises « pour poids » vient de la *méthode générale* – la balance doit s'appliquer à tout type de grandeur, et les portions joueront alors le rôle des poids dans la balance. Le problème vient du fait que ces portions, même si elles sont issues d'une division indéfinie et sont donc indéfiniment petites, ont bien une largeur, aussi petite soit-elle. On ne peut pas dire alors qu'elles sont *sur* les points, ou qu'il s'agit précisément de points *auxquels* pendent les poids. En fait, le problème vient du fait que Pascal parle tantôt de points (issus de l'intersection des plans de division et de la droite qui sera la balance) et tantôt des parties qui sont *entre* chacun des deux plans de division (fig. 8.11), et alors entre chaque deux points.

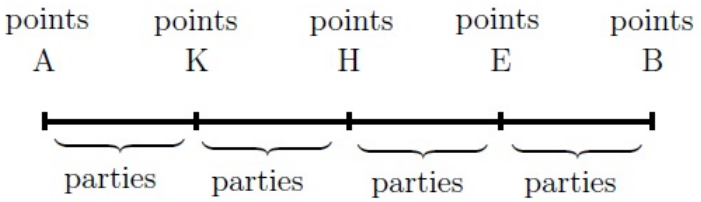

FIGURE 8.11 : Distinction entre des points et des parties

Or comment Pascal peut-il parler d'« un nombre indéfini de parties », tout en écrivant qu'elles sont « égales aux portions A, K, H, E, B » – lesquelles, n'étant qu'au nombre de cinq, épuisent déjà la droite BA ? Pour éviter de considérer le langage de Pascal comme contradictoire, il faut ici l'interpréter de manière non littérale – un principe de lecture qui ne le gênerait pas, étant donné qu'il le recommandait dans les *Pensées* pour l'exégèse biblique et même pour l'interprétation de n'importe quel auteur[1]. On est amené à traduire cette phrase de Pascal ainsi : considérons la droite BA comme une balance divisée en un nombre indéfini de parties ; à titre d'illustration de cela, présentons le cas où la droite est partagée en cinq points, et les conclusions que nous en tirerons seront conservées pour la division « indéfinie » de la droite. Le cas fini joue ainsi le rôle d'un paradigme, qui permet au modèle d'être exploité. C'est pour cela qu'on peut désigner les portions par les noms des points de la division, parce que finalement « c'est la même chose ».

Il faut par ailleurs examiner pourquoi, pour Pascal, la doctrine des indivisibles justifie le fait que le centre de gravité de la balance occupe l'un des points issus des intersections des plans avec la droite de la balance – c'est-à-dire dans ce cas que le centre de gravité T coïncidera avec l'un des points A, K, H, E, B, ce qui, dit Pascal, « est visible par la doctrine des indivisibles ».

Mais pourquoi, dans la doctrine des indivisibles, le centre de gravité devrait-il coïncider avec l'un des points de division ? Ce n'est pas clair, car même si les divisions sont en nombre indéfini, supposer que le centre de gravité est sur l'une d'elles revient à dire qu'il y a « commensurabilité », pour ainsi dire, entre la position du centre de gravité et les divisions de la grandeur. On doit comprendre que, pour Pascal, la méthode des indivisibles implique cette « commensurabilité », et qu'on peut donc admettre que le centre de gravité se trouve sur l'un des points de division[2].

[1] « Quand la parole de Dieu, qui est véritable, est fausse littéralement, elle est vraie spirituellement. *Sede a dextris meis* : cela est faux littéralement, donc cela est vrai spirituellement » (Sel. 303, Laf. 272) ; « pour entendre l'Écriture, il faut avoir un sens dans lequel tous les passages contraires s'accordent. Il ne suffit pas d'en avoir un qui convienne à plusieurs passages accordants, mais d'en avoir un qui accorde les passages même contraires » (Sel. 303, Laf. 272).

[2] Cavalieri traite les centres de gravité dans la cinquième des *Exercitationes Geometricae Sex* (cf. Andersen 1985, p. 437). Parmi les postulats qu'il présente, le cinquième est d'une importance particulière : sous le « titre » *Per Indivisibilia*, il postule que le centre de gravité d'une « figure plane » sera le même (« *idem* ») que le centre de gravité de « toutes les lignes » correspondant à

Il faut aussi prendre en compte le modèle pascalien de la balance, présenté plus haut pour la *méthode générale pour les centres de gravité* : comme nous l'avons vu, Pascal y propose que, pour une grandeur (ligne courbe, plan, surface courbe, solide),

> soit entendue une multitude indéfinie de plans parallèles entre eux et également distants (...) lesquels coupent toute la grandeur proposée (...) si de tous ces plans on en considère principalement trois, savoir : les deux extrêmes qui comprennent la grandeur proposée, et celui qui passe par le centre de gravité de la grandeur proposée (...) (OC IV, p. 421)

Or dans cette construction de la *méthode générale* Pascal présuppose déjà qu'on puisse prendre un plan qui passe par le centre de gravité de la grandeur. À notre avis, c'est pour cette raison que Pascal déclare lors de la démonstration que selon la méthode des indivisibles le centre de gravité devra tomber sur un des points. Mais cela ne fait que déplacer le problème : comment Pascal peut-il supposer qu'un des plans également distants de la série passe par le centre de gravité ? Que faire de la possibilité d'une incommensurabilité ?

À notre avis, il faut examiner une déclaration que Pascal donnera plutôt à la fin de la *Lettre à Carcavy* :

> (car il ne faut pas craindre l'incommensurabilité, puisqu'en ôtant d'une de deux grandeurs incommensurables une quantité moindre qu'aucune donnée, on les rend commensurables) (OC IV, p. 433)

Ce passage apparaît quand Pascal examine le rapport entre les petites portions de la base, de l'axe et de la courbe[1]. Pascal ne l'explicite pas ici, ci, mais selon nous, l'hypothèse que l'on peut réduire l'incommensurabilité à la commensurabilité – l'erreur étant moindre qu'aucune quantité donnée – est implicite dans le fait qu'on peut admettre qu'un des plans de la série passe par le centre de gravité. Cette erreur-là s'ajoutera alors aux autres erreurs dont Pascal montre dans le cinquième *Avertissement* qu'elles sont moindres qu'aucune grandeur donnée, comme nous le verrons par la suite[2].

Pascal est conscient que le passage du modèle pour un nombre fini de divisions de la balance à la *méthode générale* pour des lignes, des surfaces et des solides comporte une imprécision, car les poids (les portions de la grandeur) ne peuvent plus être considérés comme punctiformes (ce qui était le cas pour les chiffres qui étaient prises

cette figure (*Exercitationes Geometricae Sex*, p. 330). On pourrait comprendre à partir de cela que Cavalieri suppose que le centre de gravité tombe dans une position commune à l'une des lignes parmi « toutes les lignes ». La question n'est pourtant pas simple : « the use of indivisibles for centres of gravity in the Cavalerian style required a new system of *omnes*-concepts which was difficult to handle in a mathematically satisfactory way. Cavalieri solved this dilemma by employing indivisibles without letting them be fundamental in his theory » (Andersen 1985, p. 348).

[1] Pour le contexte précis, voir la section 10.3.

[2] Pour la quantification des petites portions et des différences, voir aussi 12.3.

comme poids antérieurement). Les parties sont *entre* les points, et les portions de la grandeur, prises « pour des poids », auront une largeur, de sorte que leur distance au centre d'appui sur la balance ne sera pas constante, mais variable entre deux points. Comment alors appliquer à ces portions les sommes triangulaires (comment rendre cette balance compatible avec la loi du levier) ?

Pascal traite cette question dans le célèbre cinquième *Avertissement* de la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy*, lequel suit la *Démonstration de cette méthode*. Lisons le début de cet *Avertissement* :

> *Je sais bien que ces portions de la grandeur proposée ne pendent pas précisément aux points de division de la balance BA, mais je n'ai pas laissé de le dire, parce que c'est la même chose. Car en divisant chacune de ces parties égales de la balance BA par la moitié, ces nouvelles divisions donneront une nouvelle balance qui ne différera de la première que d'une grandeur moindre qu'aucune donnée (puisque la multitude des parties est indéfinie), et le centre de gravité de la balance se trouvera encore à une de ces nouvelles divisions, ou n'en sera éloigné que d'une distance moindre qu'aucune donnée, ce qui ne changera point les raisons ; et les portions de la grandeur proposée pendront précisément aux points de ces nouvelles divisions, en considérant au lieu des portions de la grandeur proposée, qui seront peut-être irrégulières, les portions régulières qu'on leur substitue en géométrie, et qui ne changent point les raisons (c'est-à-dire en substituant aux portions de la ligne courbe leurs cordes ; aux portions du triligne, les rectangles compris de chaque ordonnée et d'une des petites portions égales de l'axe ; et de même aux solides ; ce qui ne change rien, puisque la somme des portions substituées ne diffère de la somme des véritables que d'une quantité moindre qu'aucune donnée).*
>
> *Donc on conclura nécessairement dans cette nouvelle balance la proportion dont il s'agit, et par conséquent elle se conclura aussi dans l'autre.*
>
> (OC IV, pp. 423-424 ; italiques dans l'original)

La stratégie de Pascal est de dire que si jamais son modèle n'était pas considéré comme valable, on pourrait subdiviser chaque partie en deux, les nouveaux points constituant une nouvelle balance pour laquelle le modèle serait cette fois valable, et qui « ne différera de la première que d'une grandeur moindre qu'aucune donnée ». La démarche de justification est de comparer la première division et les subdivisions, en montrant que, même s'il y a une différence, on « ne changera point les raisons » (c'est-à-dire, les rapports) – et « donc on conclura nécessairement dans cette nouvelle balance la proportion dont il s'agit, et par conséquent elle se conclura aussi dans l'autre ». Ce qui est conservé, ce sont « les raisons » et la « proportion » – il s'agit d'une proportion qui est représentée par l'équilibre de la balance : un bras est à l'autre comme une somme triangulaire est à l'autre. C'est ainsi que l'analyse de la division en parties égales d'une balance simple (unidimensionnelle), c'est-à-dire

d'un cas particulier, servira au général. Si le modèle particulier de la balance est si puissant, c'est parce qu'une division indéfinie y est déjà. En fait, toute la démarche de Pascal n'est valable que pour l'indéfini : « puisque la multitude des parties est indéfinie ». Nous nous intéresserons ici aux conditions requises pour que se conservent ces « raisons » et cette « proportion » qui est l'équilibre de la balance, et qui existe pour l'indéfini.

Cette démarche de comparaison est valable parce que quelque chose est préservé entre les deux divisions successives (« les raisons », « la proportion »). Mais on voit bien que quelque chose change aussi – dans le cas contraire, il n'y aurait pas de raison de distinguer deux divisions de la balance. Nous discuterons par la suite les raisons pour lesquelles Pascal procède à cette justification. Mais il faut d'abord préciser ce que dit cet *Avertissement*.

Pascal dit dans cet *Avertissement* que les *poids* de la balance ne sont pas précisément sur des *points* de celle-ci[1]. Pour garantir qu'un poids soit sur un point de la division, il suffirait en effet que la portion géométrique qui correspond au poids soit symétrique par rapport à une droite parallèle à l'axe perpendiculaire à cette balance dans le plan, comme c'est bien le cas des rectangles considérés, et qu'elle soit partagée à sa moitié par un plan qui passe par un point de la balance. Or cela n'est pas le cas pour la « première division indéfinie » faite par Pascal, car chaque portion reste précisément *entre* deux points, chacun desquels est à une des extrémités de sa base. Mais Pascal résout ce problème lorsque, « divisant » en leur milieu les rectangles, il prend les points au milieu de la base de chaque rectangle comme constituant la nouvelle balance : les rectangles seront alors centrés en ces nouveaux points, et on pourra dire que « les portions de la grandeur proposée pendront précisément aux points de ces nouvelles divisions (...) en substituant (...) aux portions du triligne, les rectangles compris de chaque ordonnée et d'une des petites portions égales de l'axe » (fig. 8.12).

Il s'agit en quelque sorte de décaler la balance : si chaque petite portion était auparavant d'une taille ϵ indéfiniment petite, on peut dire que les points de la nouvelle balance sont à une distance $\frac{\epsilon}{2}$ des anciens points correspondants (8.13). Évidemment les points à l'extrémité poseront problème, et nous y reviendrons par la suite.

Quant aux portions qui tiennent le rôle de poids, leur situation change. Pascal précise que les portions prises dans la nouvelle balance ne sont pas celles de la

[1]Lors de l'exemplification de la présentation *Autrement encore* de la *méthode générale pour les centres de gravité*, Pascal parle d'une somme « prise autant de fois qu'il y a de points (ou de parties) » (OC IV, p. 427). On pourrait alors croire qu'on retrouve le même nombre de points que de parties. Mais en fait, selon la construction qu'en fait Pascal, il y a toujours un point en plus que le nombre de parties. Pour la courbe CFB, par exemple (fig 8.10), on retrouve *cinq points* A, K, H, E, B, tandis que les portions de la courbe à compter ne sont que *quatre* : CI, IG, GF, FB. Il nous semble que Pascal commet une petite « imprécision » ici : si on doit être fidèle à son modèle, il faut prendre la somme autant de fois qu'il y a de points, et non pas de parties. Ce problème ne se posait pas lors de l'énonciation de la proposition 1, correspondant à la formulation « autrement encore », car dans ce cas les chiffres qui représentaient les poids étaient précisément sur les points de division de la balance.

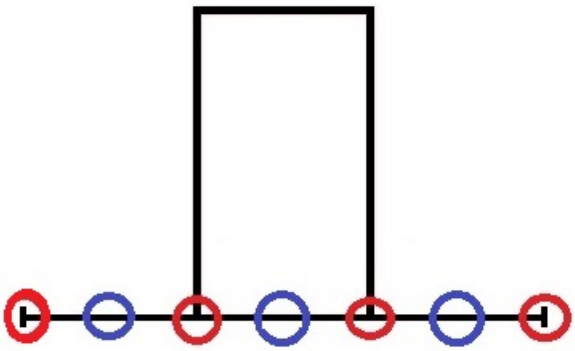

FIGURE 8.12 : Schéma pour les rectangles *entre* les points (par rapport à la première balance dont les points sont représentés par les points rouges) et pour les rectangles dont le centre est *sur* les points (par rapport aux points de la nouvelle balance, représentés par les points bleus)

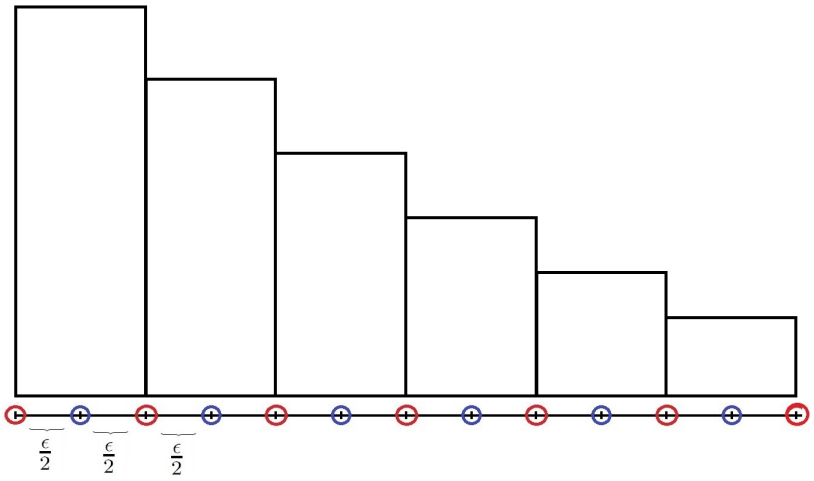

FIGURE 8.13 : Schéma pour les deux balances. Les points rouges correspondent à la première balance, et les points bleus à la nouvelle balance, les derniers étant toujours à la moitié de la distance ϵ entre deux points rouges.

grandeur proposée, « qui seront peut-être irrégulières », mais les « portions régulières qu'on leur substitue en géométrie, et qui ne change point les raisons ». Dans le cas qui nous concerne, il s'agit de substituer aux portions du trilligne des « rectangles compris de chaque ordonnée et d'une des petites portions égales de l'axe ».

Mais est-ce que les rectangles pour la nouvelle balance doivent être considérés comme égaux à ceux de la première balance ? Pascal ne l'explicite pas. Admettons d'abord qu'il s'agisse de rectangles (les « portions régulières » géométriques) aussi bien pour la première balance que pour la nouvelle.

En comparant les sommes de portions régulières (rectangles, dans le cas du trilligne) pour les deux balances, il apparait que dans un cas, on a des rectangles dont les extrémités sont sur les points de la balance, et dans l'autre des rectangles dont le centre de la base est sur les points de la balance. La largeur de leur base est toujours la même – la petite portion que nous avons désignée par ϵ. Mais qu'en est-il de leur hauteur ?

Pour les rectangles de la première balance (entre les points rouges), leur hauteur sera déterminée soit par l'intersection de son côté gauche avec la courbe, soit par l'intersection de son côté droit avec la courbe – dans le premier cas, il en résultera une suite de rectangles inscrits dans la courbe, et dans le deuxième une suite de rectangles circonscrits à la courbe. Les sommes de rectangles suivant ces deux approches (inférieure et supérieure) sont généralement appelées *Sommes de Darboux*. Dans le cas de Dettonville, ces rectangles seront circonscrits ou inscrits selon que la somme triangulaire a été prise d'un côté ou de l'autre. Par rapport au trilligne ACB de la figure 8.10, les sommes triangulaires en commençant de AC (c'est-à-dire, la somme triangulaire des « ordonnées » IK, GH, FE, où on doit en fait, comme nous le verrons, prendre la somme triangulaire des « rectangles » de chaque ordonnée avec une des petites parties) détermineront des rectangles *circonscrits* à la courbe. La même somme triangulaire, en commençant par B, déterminera des rectangles *inscrits* à la courbe. Dans les deux cas, il s'agit de Sommes de Darboux.

Et quant aux rectangles de la nouvelle balance (centrés sur les points bleus), seront-ils les mêmes, puisque les points de division de la balance ont changé de place ? Pascal ne se prononce pas sur cette question, et il faut alors envisager deux possibilités. Dans les deux cas, les extrémités de la balance posent problème, et on discutera cet aspect par la suite.

Si nous considérons que les rectangles ne changent pas en passant à la nouvelle balance, apparemment rien ne change pour le calcul sauf pour les rectangles des extrémités.

On peut au contraire considérer que les rectangles de la deuxième balance auront leur hauteur déterminée par le point d'intersection de la moitié de son côté horizontal supérieur et de la courbe BC du trilligne. La somme de ces rectangles est généralement appelée *Somme de Riemann*. Ces deux sommes, de Riemann et de Darboux, (fig. 8.14) donnent des possibilités différentes pour la fondation du calcul intégral. D'un point de vue moderne, ces deux sommes convergent, et leur distinction ne change pas le calcul à la limite ; il faut néanmoins poser ici la question, car il s'agit de savoir

comment Pascal essaie de rendre précis son modèle qui vient du cas d'une balance avec une division finie.

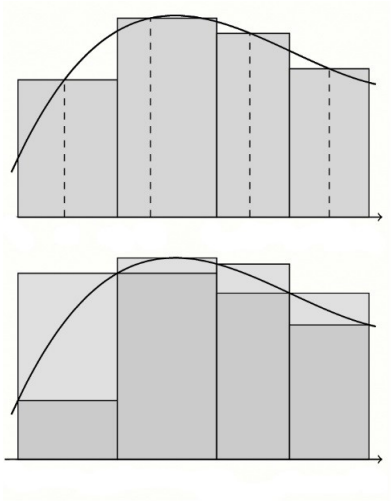

FIGURE 8.14 : Illustration de la différence entre les Sommes de Riemann (en haut, définissant la hauteur de chaque rectangle par une valeur intermédiaire à ses extrémités) et les Sommes de Darboux (en bas, définissant la hauteur de chaque rectangle par une de ses extrémités)

Or si on accepte la deuxième possibilité, c'est-à-dire si l'on considère que quand Pascal fait la nouvelle division de la balance dans l'*Avertissement*, il modifie aussi les rectangles, on pourrait songer à dire que le passage des rectangles de l'ancienne balance à ceux de la nouvelle balance correspond à un passage des Sommes de Darboux à des Sommes de Riemann[1].

Cela n'est pourtant pas décisif, car comme nous l'avons déjà dit, Pascal n'est pas explicite sur la question. En tout cas, on doit supposer que les rectangles de la nouvelle balance (qu'ils soient du type des Sommes de Darboux ou du type des Sommes de Riemann) sont centrés par rapport aux points de division de la nouvelle balance, et que dans cette mesure le modèle est exact.

En fait, le problème d'interprétation est encore plus complexe : l'*Avertissement* est ambigu concernant les portions prises dans la *première* balance : sont-ce les portions « véritables » de la grandeur ou les portions régulières qu'on leur substitue en géométrie ? L'interprétation que nous avons présentée implique qu'il s'agit déjà de rectangles qu'on leur substitue ou non de nouveaux rectangles dans la deuxième balance.

[1]Le sujet a été traité, dans le cas de Leibniz, par E. Knobloch. Il suggère que, dans le *De quadratura arithmetica …*, Leibniz « demonstrated the integrability of a huge class of functions by means of Riemannian sums which depend on intermediate values of the partial integration intervals » (Knobloch 2002, p. 63). Cf. aussi Rabouin (2015) et Arthur (2008).

Mais le fait que Pascal n'en dise rien pourrait laisser penser que les portions de la première balance sont en fait les « véritables » portions de la grandeur, les rectangles des ordonnées et des petites portions n'apparaissant que dans le passage pour la nouvelle balance. Cette interprétation doit même apparaître comme plus naturelle (8.15).

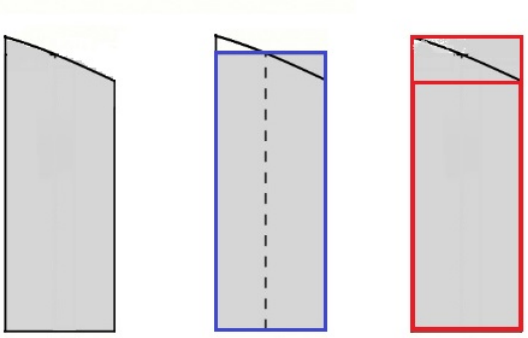

FIGURE 8.15 : Schéma pour le passage des portions « véritables » de la grandeur (noires) aux portions « géométriques » de celles-ci, soit celles qui correspondent aux Sommes de Darboux (rouges) soit celles qui correspondent aux Sommes de Riemann (bleues).

Dans tous les cas, il faut souligner que le passage à la nouvelle balance est concomitant à la « régularisation » des portions de la grandeur, pour ainsi dire.

En fait, s'il en est ainsi, le passage de Pascal d'une balance à l'autre, qui correspond à la justification de son modèle de la balance, comporterait simultanément : 1/ le « décalage » de points de la balance, pour que le modèle soit précis selon la présentation « discrète » de la balance ; 2/ la « régularisation » des portions prises dans les sommes, Pascal considérant des portions « géométriques » de la grandeur, et non pas les « véritables » – quelque chose que Pascal soulignera dans toute la suite de la *Lettre à Carcavy*, toujours rappelant que par la « somme des ordonnées » on doit comprendre la somme des rectangles faits de celles-ci avec les petites portions, etc.

Voici la suite du cinquième *Avertissement* après le passage que nous avons cité :

> *J'ai voulu faire cet avertissement pour montrer que tout ce qui est démontré par les véritables règles des indivisibles se démontrera aussi à la rigueur et à la manière des anciens ; et qu'ainsi l'une de ces méthodes ne diffère de l'autre qu'en la manière de parler ; ce qui ne peut blesser les personnes raisonnables quand on les a une fois averties de ce qu'on entend par là.* (OC IV, p. 424)

Que doit-on comprendre par là ? Peut-être que Pascal voit une équivalence entre d'une part la comparaison des portions « véritables » de la grandeur (la méthode des indivisibles) et d'autre part l'approximation d'une grandeur par des

figures régulières (ce qui serait la méthode des anciens, avec les inscriptions et les circonscriptions). Comme la multitude des parties est indéfinie, on peut considérer les deux méthodes comme équivalentes – elles « convergent », si on veut utiliser un vocabulaire moderne. Si cette interprétation est correcte, la différence entre la méthode des indivisibles et la méthode des anciens irait de pair avec une distinction entre des portions « véritables » (possiblement irrégulières) et des portions « régulières » ou « géométriques ». Finalement, si Pascal déclare que les règles des indivisibles démontrent la même chose qui peut être démontrée « à la manière des anciens », nous avons là une raison de croire que les rectangles sont plutôt ceux du type des Sommes de Darboux que ceux du type des Sommes de Riemann : la méthode des anciens étant caractérisée par une circonscription ou par une inscription de figures régulières à la figure, cela se « traduit » naturellement par des rectangles qui touchent la courbe en leurs extrémités, et non pas au milieu d'un de leurs côtés[1].

Passons à la question des extrémités de la balance : que deviennent-elles quand on passe à la nouvelle balance ? Il faut d'abord demander si les extrémités de la balance doivent être comptées comme des points de division de celle-ci.

Dans le cas de la présentation du modèle de la balance avec un nombre fini de divisions, Pascal dit explicitement qu'on prend en considération les poids qui sont aux extrémités de la balance[2].

Dans l'extension de ce modèle à des grandeurs quelconques, Pascal donne un exemple, au 3e *Avertissement* (OC IV, p. 420) : pour une somme de portions (irrégulières) du triligne CAB (fig. 8.10), il déclare qu'il faut sommer les portions $CIKA$, $IGHK$, $GFEH$ et FBE, c'est-à-dire qu'il faut également prendre en compte les portions des extrémités.

En revanche, au 8e *Avertissement*, Pascal ne prend pas en compte les ordonnées aux extrémités de la balance :

> *Je dis maintenant que la somme triangulaire de ces ordonnées* IK, GH, FE, *etc., à commencer du côté de la base* CA, *est la même chose que la somme des rectangles compris de chaque ordonnée et de sa distance de la base ; c'est-à-dire, la somme des rectangles* IK *en* KA, GH *en* HA, FE *en* EA. (OC IV, p. 431)

Or quoique Pascal écrive ici « *etc.* » pour les ordonnées prises dans la somme triangulaire, il commence leur énumération par IK, et non pas par CA ! Que s'est-il passé entre le 3e et le 8e *Avertissement* à ce propos ? Apparemment, Pascal a abandonné les ordonnées des extrémités – ou au moins celles qui se trouvent à l'extrémité « gauche » de la balance.

[1] Pour la méthode « des anciens » et la méthode dite « d'exhaustion », voir la section 12.2.

[2] « *J'entends toujours que les deux extrémités de la balance passent pour des points de division ; et ainsi quand je dis que des poids soient pendus à tous les points de division, j'entends qu'il y en ait aussi aux deux extrémités de la balance* » (OC IV, p. 415).

Rien de plus naturel, car pour la nouvelle division de la balance, cela correspondrait à un rectangle centré sur l'extrémité de la balance – c'est-à-dire correspondant à une distance nulle au point d'appui de la balance. Pascal choisit alors d'abandonner cette extrémité en tant que point de la balance, ce qui conduira à une différence entre les longueurs des deux balances. Quant à la « taille » de la nouvelle balance, du côté gauche elle ne sera moindre de la première que de $\frac{\epsilon}{2}$, différence entre les points aux extrémités de l'ancienne et de la nouvelle balance. Quant à la première « demi-partie » $\frac{\epsilon}{2}$ de la nouvelle balance, elle devra être considérée comme « vide ». En d'autres termes, on abandonne le rectangle à l'extrémité gauche de cette balance, car il lui faudrait une base de ϵ, alors que la place restante n'est que de $\frac{\epsilon}{2}$. D'autre part, la même chose se produira pour l'extrémité droite, car il faut comprendre que le dernier rectangle « à la droite » ne peut pas dépasser l'extrémité de la nouvelle balance. Il faut alors abandonner ce rectangle tout entier, de même que celui de gauche. La nouvelle balance posséderait alors deux rectangles en moins que la première, un à chaque extrémité. La nouvelle balance serait ainsi moindre de $\epsilon = \frac{\epsilon}{2} + \frac{\epsilon}{2}$ que la première balance (fig. 8.16).

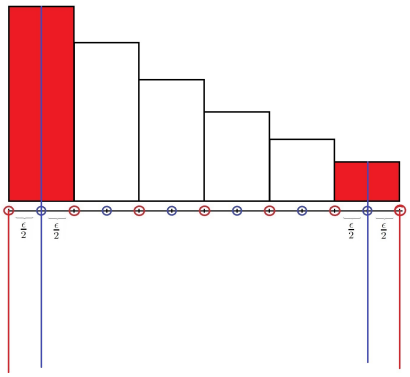

FIGURE 8.16 : Schéma correspondant au passage de la première balance (points rouges) à la deuxième balance (points bleus). Les lignes verticales prolongées jusqu'en bas indiquent la limite de chaque balance. Dans ce cas, la différence entre la longueur des deux balances serait de $\epsilon = \frac{\epsilon}{2} + \frac{\epsilon}{2}$. Les deux rectangles rouges sont les rectangles des extrémités qui sont abandonnées lors du passage à la nouvelle balance.

Quoi qu'il en soit, ce changement de balance ne constituera pas un problème, car comme le dit Pascal :

> *en divisant chacune de ces parties égales de la balance BA par la moitié, ces nouvelles divisions donneront une nouvelle balance, qui ne différera de la première que d'une grandeur moindre qu'aucune donnée (puisque la multitude des parties est indéfinie)*

La balance BA, dont les points forment déjà une multitude indéfinie, ne différera de la nouvelle balance issue de la subdivision que de ϵ – la nouvelle balance sera plus

courte que la première, mais d'une différence moindre qu'aucune grandeur donnée, car la multitude des parties est indéfinie. Cette corrélation entre une multitude indéfinie de parties et une différence moindre qu'aucune grandeur donnée est en effet fondamentale pour la méthode de Dettonville, et nous y reviendrons.

Quant au centre de gravité, il se déplacera – voyons pourquoi. Si la première balance possède un centre de gravité, nous pouvons la considérer comme étant en équilibre sur ce point d'appui. On enlève alors des poids distincts de chaque côté de la balance – car le rectangle de droite n'est pas, sauf exception, égal à celui de gauche. Mais si d'une balance en équilibre, on enlève des portions différentes de chaque bras, la balance perdra l'équilibre – c'est-à-dire que le centre de gravité se déplacera. Il se peut que le centre de gravité tombe alors tombe sur l'un des nouveaux points de division, ou non, suivant la grandeur considérée.

On pourrait imaginer un cas dans lequel le centre de gravité ne changerait pas en passant à la nouvelle balance : pour cela, il faudrait avoir une grandeur symétrique par rapport au centre de gravité de la balance, au moins pour ce qui est de ses portions extrêmes. Cela serait simple si on prenait un demi-cercle ou un rectangle – mais il est ici question de trilignes, pour lesquels cette situation serait assez particulière. Pascal aurait-il pensé à cela ? Le fait est que les trilignes traités par Dettonville n'entrent pas dans ce cas particulier, et il faut alors accepter que le centre de gravité se déplace. Il pourra alors tomber sur une des nouvelles divisions, ou non, suivant la grandeur considérée : « *le centre de gravité de la balance se trouvera encore à une de ces nouvelles divisions, ou n'en sera éloigné que d'une distance moindre qu'aucune donnée, ce qui ne changera point les raisons* ».

Nous avons ici raisonné sur la base d'une différence entre les rectangles des deux balances. Mais qu'en serait-il si on revenait à l'interprétation selon laquelle la première balance était chargée de portions « véritables » de la grandeur et la deuxième balance de portions « géométriques » régulières ? Dans ce cas, en passant à la nouvelle balance on passe à des portions régulières qui en sont des approximations *et en même temps* on a abandonné les deux rectangles des extrémités. La grandeur considérée est ainsi modifiée et rien n'oblige à ce que le nouveau centre de gravité soit sur un des nouveaux points de division.

Ce qui est certain est que le modèle de Pascal demeurera valable. En effet, soit le centre de gravité sera sur un de ces nouveaux points, soit il « n'en sera éloigné que d'une distance moindre qu'aucune donnée ». Or s'il est entre deux des nouveaux points, la distance maximale entre le centre de gravité et un point de division voisin sera ϵ, car la taille des parties continue à être celle-ci, même si les parties ont été « décalées ».

Il faut ici préciser un élément crucial : quand Pascal fait la nouvelle division, et que le centre de gravité se déplace, peut-être en ne tombant pas précisément sur un des nouveaux points de division, la distance maximale entre le centre de gravité et un nouveau point de division sera ϵ. En d'autres termes, la taille des petites portions de

la première balance (ϵ) devient l'erreur (la distance) maximale du centre de gravité à un point voisin dans la nouvelle balance. ***La quantification des petites portions est ainsi transférée à la quantification de la différence***, dans un mouvement conceptuel dont on ne saurait assez insister sur l'importance (voir 12.3).

D'ailleurs, une autre quantification de la différence est faite dans la suite du cinquième *Avertissement*. Quand Pascal introduit, au lieu des portions irrégulières de la grandeur, les portions régulières de la géométrie, il le justifie ainsi : « ce qui ne change rien, puisque la somme des portions substituées ne diffère de la somme des véritables que d'une quantité moindre qu'aucune donnée » (OC IV, pp. 423-424).

Il s'agit d'une « quantification » de la différence entre le cas « véritable » et celui pour lequel on fait le calcul. La quantité correspondant à la différence peut être rendue moindre qu'aucune grandeur donnée, et alors (on le comprend implicitement) le calcul pourrait être rendu aussi précis qu'on le veut.

En fait, il faut examiner en détail le cinquième *Avertissement* eu égard à la question de la quantification de la différence. Quatre occurrences sont à noter :

1. « ces nouvelles divisions donneront une nouvelle balance qui *ne différera* de la première *que d'une grandeur moindre qu'aucune donnée* (puisque la multitude des parties est indéfinie) »

2. « le centre de gravité de la balance se trouvera encore à une de ces nouvelles division, ou *n'en sera éloigné que d'une distance moindre qu'aucune donnée* »

3. « la somme des portions substituées *ne diffère* de la somme des véritables que d'une *quantité moindre qu'aucune donnée* »

4. « la somme d'un nombre indéfini de rectangles faits de chaque ordonnée avec chacune des petites portions égales du diamètre, dont la somme est certainement un plan, qui *ne diffère* de l'espace du demi-cercle *que d'une quantité moindre qu'aucune donnée* »

La quatrième occurrence, qui vient de la suite de l'*Avertissement*, exprime un fait semblable à celui de la troisième occurrence, mais cette fois par rapport à la figure 8.17.

Si nous prêtons attention à ces quantifications de différences, nous noterons que, selon l'énumération que nous venons de faire, il s'agit de :

1. Quantifier la différence de taille des deux balances, qui est *précisément* ϵ ;

2. Quantifier la différence de position entre le centre de gravité de la première balance et le centre de gravité de la nouvelle balance : elle est *moindre* que ϵ, qui est la taille d'une petite portion. C'est ici qu'on retrouve le « transfert » de la taille d'une petite portion à la taille d'une différence ;

3. Quantifier la différence entre la somme des rectangles et l'aire du trilligne : elle sera *moindre* que ϵ, mais Pascal ne le justifie pas ici (cela est en rapport avec la déclaration de Pascal que la méthode des indivisibles est équivalente à celle des Anciens) ;

4. La même chose que pour le précédent.

Il faut noter que dans le premier cas la différence est, comme nous l'avons montré, *précisément* ϵ – la taille d'une petite portion. Or si Pascal dit que cette différence est une « grandeur moindre qu'aucune donnée », il faut alors conclure qu'une petite portion elle-même (ou sa moitié) est une « grandeur moindre qu'aucune donnée », et qu'être *indéfiniment petit* doit être synonyme de cela pour Pascal.

Quant aux autres occurrences, Pascal montre (ou propose) que la différence sera *moindre* que la taille d'une petite portion : alors, *a fortiori*, elle sera *moindre qu'aucune quantité donnée*.

Concluons : dans cet *Avertissement* Pascal quantifie les différences, apparemment en prenant comme des synonymes d'une part « différer » et « être éloigné » et d'autre part « grandeur moindre qu'aucune donnée », « quantité moindre qu'aucune donnée » et « distance moindre qu'aucune donnée ». Cette qualification – *être moindre qu'aucune donnée* – apparaît en premier lieu pour les différences. Les petites portions, quant à elles, avaient été dites auparavant être en *nombre indéfini*. De là, deux conclusions principales apparaissent :

1. Quoique les différences soient les premières quantités qualifiées par Pascal comme « moindres qu'aucune donnée », **leur quantification dépend de la quantification des petites portions**. Dans l'ordre du discours, la quantification des différences est première, mais dans l'ordre des « choses » la quantification des petites portions est première. Cela devient plus explicite dans le cas de la distance entre le nouveau centre de gravité et les points de division de la nouvelle balance, car dans ce cas on peut dire qu'une petite portion a été *transformée*, par le calcul, en une *différence*. Petites portions et différences possèdent la même quantification, mais leur *rôle* est distinct. On y entrevoit un déploiement de la *méthode des indivisibles* en deux éléments qui, quoiqu'ils aient chacun la même « taille », remplissent des fonctions distinctes dans la méthode, et en complexifient la structure.

2. Si les petites portions elles-mêmes sont, comme nous l'avons proposé, *moindres qu'aucune grandeur donnée*, alors on peut comprendre que cette expression est synonyme d'*indéfiniment petit*. Cela est en accord avec le fait que Pascal dira que par « *une multitude indéfinie*, ou *un nombre indéfini* de grandeurs, ou de parties, etc. » il n'entend « autre chose, sinon une multitude ou un nombre plus grand qu'aucun nombre donné » (OC IV, p. 440).

Nous reviendrons sur le rapport entre les petites portions et les différences dans 12.3.

Une question reste à expliciter : pourquoi Pascal éprouve-t-il le besoin de faire une nouvelle division de la balance au cinquième *Avertissement* ? Nous avons vu que cela est nécessaire en raison du caractère « discret » du modèle de la balance et des sommes triangulaires, ainsi que pour la « régularisation » des portions sommées – autrement, une unique division indéfinie de la balance suffirait pour rendre la différence moindre qu'aucune donnée. La nouvelle division de la balance est nécessaire pour justifier le modèle en raison de la contrainte du modèle pascalien : c'est le prix à payer pour utiliser une approche statico-arithmético-géométrique dans la méthode des indivisibles.

Finalement, on peut noter que le raisonnement semble ici, dans une certaine mesure, semblable à un raisonnement par l'absurde, mais que le lien au modèle est néanmoins fondamental. Présentons un schéma pour cela :

1. Supposons que le modèle de la balance soit valable pour n'importe quelle balance divisée en un nombre indéfini de parties ;

2. Or cela ne peut être, car par la nature même du modèle les petites parties ne sont pas centrées sur les points de division de la balance ;

3. On peut alors faire une nouvelle division, en divisant chacune de ces portions en sa moitié, et le modèle sera valable pour la nouvelle balance ;

4. La nouvelle balance diffère de la première d'une grandeur « moindre qu'aucune donnée » ; semblablement, le nouveau centre de gravité sera soit sur un des nouveaux points, soit il n'en sera éloigné que d'une distance « moindre qu'aucune donnée » ;

5. On peut alors revenir à la première balance, pour laquelle le modèle sera aussi valable : « Donc on conclura nécessairement dans cette nouvelle balance la proportion dont il s'agit, et par conséquent elle se conclura aussi dans l'autre ».

On peut conclure qu'une proportion est conservée ici entre les deux balances, *à condition que les différences* (entre les balances, entre le centre de gravité et les points) *soient chacune moindre qu'aucune quantité donnée*. Cela va avec le fait que les divisions sont en nombre indéfini. Voilà la condition pour conserver une proportion dans la méthode des indivisibles. On retrouve ainsi un équilibre, une « proportion », qui est conservé dans une manipulation d'indivisibles, pourvu que cela se fasse par l'indéfini.

Ce qu'on doit retenir ici est que le passage du cas fini à l'indéfini peut être fait par Pascal dans le cadre de la rigueur de son modèle. Il ne s'agit pas de dire que la solution est « exacte », puisqu'il y a toujours une erreur. En revanche, Pascal contraint cette erreur à être *moindre qu'aucune grandeur donnée* : la solution sera faite par approximation. Mais en même temps son modèle recherche une « exactitude » dans son statut même. C'est pour cela que d'une part les « petites portions » de

Dettonville sont en nombre *indéfini* et *divisibles*[1] (ce qui permet l'approximation par leurs sommes), et d'autre part qu'elles sont toujours des entités *discrètes* et *égales* (ce qui permet l'exactitude du modèle)[2].

La nouvelle balance n'est alors plus nécessaire pour le calcul au sens strict, mais plutôt pour la validité du modèle. Reprenons les conditions énoncées par Pascal jusqu'à ce point de la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy*. Il faut diviser la balance indéfiniment ; il demande aussi que cette division soit régulière, de sorte que toutes les portions soient égales entre elles. Cette égalité de petites portions est une contrainte forte, comme le souligne Merker (2001), et vient entre autres de l'usage des sommes triangulaires, qui en sont dépendantes.

Le modèle pascalien de la balance n'est pas alors *continu*, quoique *indéfini* : au lieu de *continuité*, il faut plutôt parler ici de *densité*[3]. La densité est généralement définie par le fait qu'entre deux éléments d'un ensemble il y en a toujours un troisième. Quant au concept de continuité, rappelons qu'il fait l'objet de nombreuses discussions en mathématiques ; sans en retenir aucune définition, nous voulons souligner que la continuité est plus que la densité : dans le système des nombres réels, l'ensemble des nombres rationnels est dense, mais non pas continu[4]. Pascal ne traite donc pas de continuité[5], mais de densité au sens mathématique : c'est cela que veut dire l'« indéfinéité » de ses divisions. Cela est important car le caractère discret du modèle reste valable pour lui[6]. Il faut alors dire que d'une part ces petites portions peuvent être en nombre plus grand qu'aucun nombre donné, mais d'autre part que le modèle de la balance suppose qu'on puisse *énumérer* les petites portions régulières.

Ainsi, nous ne pouvons pas accepter le fait que C. Merker (2001, pp. 183-184) parle aussi bien de division « indéfinie » que de division « infinie » ; qu'on ait affaire à des « éléments infinitésimaux » ; et qu'on passe « au continu ».

[1] Nous reviendrons dans 12 sur le fait que les petites portions de la méthode des indivisibles de Pascal sont divisibles.

[2] Dans le sixième *Avertissement*, Pascal explique que par « somme des lignes » il comprend la « somme des rectangles », et dit qu'« ainsi cette multitude indéfinie de petits rectangles de même hauteur forment un plan » (OC IV, p. 427). Il y a dans cette phrase une particularité au niveau de la conjugaison : « multitude », désignant un collectif, est un nom singulier, tandis que « forment » est un verbe au pluriel. Dans la langue française, on peut faire l'accord des noms collectifs aussi bien avec des verbes au singulier qu'au pluriel, le choix indiquant une nuance. C'est toujours marcher sur des œufs que de faire des conjectures sur des choix si subtils, mais avançons tout de même une hypothèse : cela montrerait que pour Pascal le point fondamental est que, en dépit de la division indéfinie de l'espace, les points préservent leur caractère discret.

[3] Cf. Gardies (1984, p. 83) sur la distinction entre densité et continuité, qui n'est pas traitée par Pascal.

[4] Pour J. Bell, Dedekind aurait été le premier à reconnaître que la densité des nombres rationnels ne suffisait pas pour garantir leur continuité, dans Continuité des Nombres Irrationnels, de 1872 (J. Bell, « Continuity and Infinitesimals », dans *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, version du 6 septembre 2013.).

[5] Au moins du point de vue moderne de la théorie des ensembles.

[6] Nous employons le terme « discret » pour parler d'un ensemble *dénombrable* de points (qu'il soit fini, indéfini ou infini).

Dans un ouvrage plus récent (Merker 2009), Merker présente un traitement plus intéressant, y compris en introduisant le terme d'« indéfinéité » que nous reprenons ici (mais, comme nous le verrons, dans un usage plus restrictif qu'elle). Dans une position qu'elle admet anachronique, elle propose que l'« infini » de Cavalieri serait celui des nombres réels $\mathbb{R}$, c'est-à-dire de la puissance du continu, étant exhaustif par rapport aux points de la droite. Quant à l'« infini » de Pascal, il serait de l'ordre des nombres naturels $\mathbb{N}$, c'est-à-dire de la puissance du dénombrable[1]. Merker (2009) conclut ainsi son article :

> « Indéfini » a tantôt (...) un sens plutôt potentiel, (on imagine BA coupée en un nombre n de parties égales et n augmentant sans cesse), et tantôt un sens actuel, comme dans l'avertissement du *Traité des sinus du quart de cercle* (une certaine égalité n'est pas véritable quand la multitude est finie, néanmoins elle est véritable quand la multitude est indéfinie, dit Pascal). On pourrait appeler « indéfinéité » ce concept pascalien d'infini-de-divisions qui enferme deux idées, celle de devenir et celle d'achèvement.

Elle explicite donc la nécessité de distinguer l'indéfini pascalien de l'infini tout court (même si Merker utilise encore le terme « infini » à la fois comme synonyme d'indéfini et en un sens distinct). Quant au fait que l'« indéfinéité » pascalienne relève aussi bien de l'infini potentiel que de l'actuel, nous ne le croyons pas : contrairement à Merker, nous croyons que même dans les *Avertissements*, quand Pascal parle d'une condition de division indéfinie pour établir une égalité (par exemple entre le courbe et le droit) il s'agit toujours de l'infini potentiel : on fait en sorte que la différence soit moindre qu'aucune donnée. Nous y reviendrons (cf. 12). Quand nous écrirons alors « indéfinéité » pour la procédure de Dettonville, cela ne désignera que l'aspect de *devenir*, et non pas celui d'achèvement. Un approfondissement de la question est fait dans le chapitre 12.

Notons encore que quand Pascal parle de « portions régulières » de la grandeur proposée, qui sont celles utilisées en géométrie, il donne quelques exemples : substituer sa corde à une portion de ligne courbe, ou « rectangles compris de chaque ordonnée et d'une des petites portions égales de l'axe » à une portion du triligne – et de même pour les solides. Cela est possible, dit Pascal, parce que « la somme des portions substituées ne diffère de la somme des véritables que d'une quantité moindre qu'aucune donnée ». C'est-à-dire que ces considérations sur l'« indéfinéité » de la division permettent de mettre en rapport le courbe et le droit, renvoyant à la question classique de la comparabilité entre la droite et la circonférence du cercle. Dans la méthode des indivisibles de Pascal, la division indéfinie permet considérer comme équivalents des petites portions d'une droite et des petites portions d'une courbe. Une exemple important apparaît dans le *Traité des Sinus* (voir 8.6), et ce problème

[1] Que la cardinalité de $\mathbb{R}$ soit plus grande que celle de $\mathbb{N}$, nous le rappelons, a été démontré par G. Cantor.

sera l'objet de notre chapitre 10. Pour le moment, il faut voir ce que dit Pascal par rapport aux types de division des droites et des courbes.

8.4.2 Les types de division chez Dettonville

Pascal poursuit son *Avertissement* en considérant maintenant les ordonnées ZM, issues des divisions régulières du diamètre du cercle[1]. Quant à cette « somme des lignes », c'est-à-dire la somme des ordonnées, Pascal déclare qu'il ne fera « aucune difficulté dans la suite d'user de ce langage des indivisibles » (OC II, p. 424)[2]. En effet, on peut bien s'interroger si une somme de lignes constitue un plan – c'est exactement là où réside la discussion sur la nature homogène ou hétérogène des indivisibles.

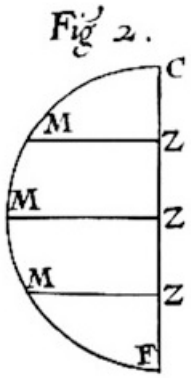

FIGURE 8.17 : Figure 2 de la *Lettre A. Dettonville à Monsieur de Carcavy* (OC IV, p. 559)

> *je ne ferai aucune difficulté d'user de cette expression :* la somme des ordonnées, *qui semble n'être pas géométrique à ceux qui n'entendent pas la doctrine des indivisibles, et qui s'imaginent que c'est pécher contre la géométrie que d'exprimer un plan par un nombre indéfini de lignes ; ce qui ne vient que de leur manque d'intelligence, puisqu'on n'entend autre*

[1] Précisons dès maintenant : dans le langage de Dettonville, il faut distinguer les *ordonnées* et les *sinus*. Dans un triligne, tous les deux peuvent faire référence aussi bien aux parallèles à l'axe qu'aux parallèles à la base. La différence est que les *ordonnées* sont issues d'une division régulière de la base, tandis que les *sinus* proviennent d'une division régulière de la courbe. Il s'agit alors de deux divisions régulières, mais distinctes. Cf. la définition dans OC IV, p. 434.

[2] « Et voilà certainement plus qu'il n'était nécessaire pour faire entendre que les sens de ces sortes d'expressions : *la somme des ordonnées*, *la somme des plans*, etc., n'a rien que de très conforme à la pure géométrie » (OC IV, p. 426).

> *chose par là sinon la somme d'un nombre indéfini de rectangles faits de chaque ordonnée avec chacune des petites portions égales du diamètre, dont la somme est un plan, qui ne diffère de l'espace du demi-cercle que d'une quantité moindre qu'aucune donnée.* (OC IV, p. 424)

Parlant maintenant de « petites portions », Pascal dit qu'en fait l'expression « somme des ordonnées » ne fait pas référence à une somme de lignes, mais à une somme de rectangles, « faits de chaque ordonnée avec chacune des petites portions égales du diamètre »[1]. S'agirait-il ici d'un usage « paradoxal » des termes par Pascal ? Nous y reviendrons à la section 12. Pour le moment, il faut prendre en compte que la méthode des indivisibles de Pascal ne parle pas d'indivisibles au sens d'entités qui ne pourraient pas être divisées : la « somme des ordonnées » de Dettonville n'est pas une somme d'« ordonnées » à proprement parler, mais plutôt une somme de rectangles compris entre les ordonnés et les petites portions de la base. Il en sera de même pour les autres dimensions : les sommes de Dettonville portent toujours sur des éléments *homogènes* à la grandeur qu'ils composent[2]. Nous y reviendrons à la section 12. Pour l'instant, suivons l'argumentation de Pascal.

Les « petites portions » du diamètre par lesquelles on multiplie les ordonnées sont égales entre elles ; mais doivent-elles être égales dans chaque cas ? Non, dit Dettonville : il faut que les divisions soient égales entre elles, mais la droite qu'elles divisent peut être multipliée. Si on ne dit rien concernant la ligne par rapport à laquelle il faut multiplier les ordonnées ZM par exemple, alors on doit comprendre que c'est par les divisions de la ligne de laquelle elles sont nées, c'est-à-dire le diamètre du cercle, comme dans la figure à gauche dans 8.18, et ce diamètre est « naturel » en tant que division de la droite. Quand, en revanche, les ordonnées sont multipliées par les parties d'une ligne qui a le double de ce diamètre, on aura « un espace double du demi-cercle, savoir, une demi-ellipse »[3], comme dans la figure à droite dans 8.18.

Pascal considère ensuite la somme de rectangles dont la base n'est pas une portion d'une droite, mais d'une ligne courbe, tels les arcs CM de la figure 8.17.

Dans la figure 8.19, finalement, Pascal considère un arc BC « divisé en un nombre indéfini d'arcs égaux aux points D, d'où sont menés les sinus droits DE ». On n'a plus affaire à la division régulière d'une droite, mais à celle d'une ligne courbe. De manière semblable, on peut ici parler de « sommes de sinus », et « il faut entendre la même chose de la somme des carrés de ces lignes et de leurs cubes, etc. » (OC IV, p. 425). On reviendra à la question de l'homogénéité des petites portions à la section 12.

Pour le moment, examinons la contrainte selon laquelle les divisions de la balance doivent être égales. Nous avons déjà évoqué l'importance de cette contrainte pour

[1] « *quand on parle de* la somme d'une multitude indéfinie de lignes, *on a toujours égard à une certaine droite, par les portions égales et indéfinies de laquelle elles soient multipliées* » (OC IV, p. 425).

[2] À savoir, pour former une surface on somme des petites surfaces, pour former un volume on somme des petits volumes, etc.

[3] On obtient une demi ellipse parce que la ligne étant double, les petites portions sont doubles.

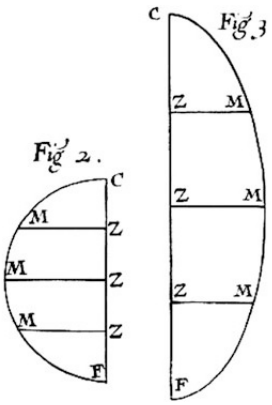

FIGURE 8.18 : Figures 2 et 3 de la *Lettre A. Dettonville à Monsieur de Carcavy* (OC IV, p. 559).

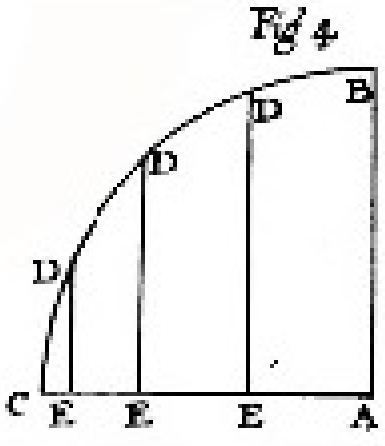

FIGURE 8.19 : Figure 4 de la *Lettre A. Dettonville à Monsieur de Carcavy* (OC IV, p. 559).

garantir l'exactitude du modèle, qui reste discret, ainsi que la possibilité d'utiliser les sommes triangulaires et pyramidales. Outre ces raisons, Merker (2001, chapitre 5) suggère qu'une autre raison d'être de ces divisions, plus profonde, serait le fait que cette contrainte joue le rôle de moyen de déterminer la « variable d'intégration » (terminologie anachronique, pour indiquer que, dans l'opération de sommation, la base, l'axe ou le sinus peuvent être privilégiés). Mais la variable d'intégration, du point de vue moderne, ne doit pas nécessairement être issue d'une division en parties égales : il suffit que le « pas » tende vers 0. Merker considère alors que cette contrainte est trop forte, et y voit la marque des limitations du contexte dans lequel Pascal travaille. D'ailleurs, quand Pascal pose encore la contrainte de « double égalité »[1], Merker y voit une réminiscence des méthodes de comparaison des indivisibles.

Donner une réponse générale à la contrainte des divisions égales dans les *Lettres de A. Dettonville* n'est pas simple[2]. Nous voudrions néanmoins souligner l'importance de la formulation arithmétique du modèle de la balance. Celle-ci, comme nous le verrons dans la section 9, a probablement été fort influencée par les divisions régulières du triangle arithmétique. Le recours même à des sommes triangulaires et pyramidales, dont la genèse est sans aucun doute lée au triangle arithmétique, fait appel à une suite de coefficients égaux aux nombres naturels, ce qui se traduit par des divisions régulières de la balance[3].

Mais dans les *Lettres de A. Dettonville* Pascal ne se contente pas de divisions égales. Comme nous l'avons vu, au 5e Avertissement il propose une nouvelle division de la balance « en décalage » par rapport à la première division, afin de justifier son modèle. Un autre cas important, dans lequel il sera question de *régulariser* des divisions pour que le modèle soit applicable, est à retrouver dans le *Traité des trilignes*.

8.5 Un lemme du *Traité des trilignes*

Sur le rapport entre les sinus et les ordonnées, et la question de la division en petites portions égales, il faut examiner un lemme dont Pascal se sert dans la « *méthode* pour trouver la dimension et le centre de gravité de la surface courbe des doubles onglets[4],

[1] Par exemple dans la contrainte suivante : « les portions de l'axe de la base et de la courbe sont toutes égales tant entre elles que les unes aux autres » (OC IV, p. 434) ; c'est-à-dire que toutes les portions DD de la base doivent être égales et entre elles et aux portions EE de l'axe, par exemple.

[2] Merker (2001, p. 115) indique que dans le *Traité de la roulette*, par exemple, seule la proposition 9 recourt à la division égale pour un calcul.

[3] Descotes, en suivant Costabel, prête attention à un détail important de la démarche pascalienne : pour peu qu'il s'arrête aux contraintes de sa méthode, parlant « sans hésitation des poids en termes numériques (...), cette traduction de la statique en termes arithmétiques a un prix. Pour que la somme triangulaire puisse s'appliquer à la balance, il faut que chaque intervalle entre deux poids puisse être représenté par l'unité, autrement dit que tous les intervalles soient égaux entre eux » (Descotes 2001a, p. 137).

[4] L'*onglet* est un volume qui a pour base un triligne et est formé par l'intersection d'un plan incliné en 45 degrés avec l'axe ou avec la base de ce triligne. Le *double onglet* est le volume symétrique au

par la seule connaissance des sinus sur l'axe », à la fin du *Traité des trilignes*[1].

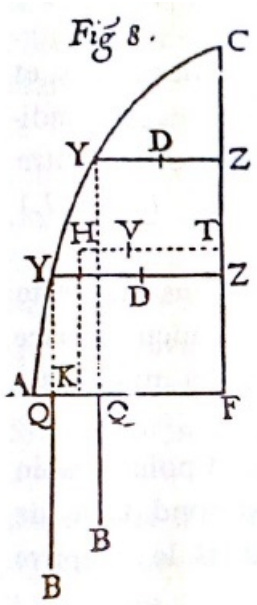

FIGURE 8.20 : Figure 8 des *Lettres de A. Dettonville.*

La méthode est la suivante. Si dans la figure 8.20, où les ZY sont les sinus à l'axe, on connaît : 1/ la longueur de la courbe AC ; 2/ $\sum ZY.YY$; 3/ $\sum ZY^2.YY$; et 4/ $\sum ZY.ZF.YY$; alors on connaîtra aussi la dimension et le centre de gravité de la surface courbe du double onglet de l'axe.

Quand Pascal considère le deuxième des problèmes, celui de la détermination du centre de gravité, il a recours à un lemme[2] :

> la somme des rectangles ZY en ZF, compris de chaque YZ et de sa distance du point F, est égale à la somme des mêmes YZ, multipliée par la distance d'entre la base et le centre de gravité commun de toutes les ZY. (OC IV, p. 464)

Comme nous avons vu (dans 10.1), Pascal montre que l'aire de la surface du double onglet est le double de la somme de tous les sinus ZY ; d'ailleurs les sinus et les perpendiculaires de la surface du double onglet sont « toujours en même raison, savoir comme 1 à 2 », de sorte qu'on peut dire que la distance de leurs centres de gravité à la base AF est la même. Cette distance étant donnée par $HK = TF$, on peut traduire le lemme par :

---

trilligne correspondent. Pour un exemple, voir 10.1.

[1]Cf. Costabel (1962a, pp. 344-346), Hara (1981, pp. 77-78) et Descotes (2015b, pp. 240-241).

[2]Dans un *Avertissement* postérieur, Pascal énonce de manière plus générale : « *la somme des poids, multipliée par le bras commun de tous ensemble, est égale à la somme des produits de chaque poids, multipliée par son propre bras à l'égard d'un même axe de balancement* » (OC IV, p. 466).

$$\sum ZY.FZ.YY = TF.\sum ZY.YY$$

C'est-à-dire que cette formule montre une équivalence entre d'une part une somme de portions ZY multipliées chacune par la distance FZ de son centre de gravité à la base ($\sum ZY.FZ.YY$) et d'autre part la somme de tous ces portions ZY multipliée par la distance TF de leur centre de gravité « commun » à la base ($TF.\sum ZY.YY$).

On pourrait penser que la *méthode générale des centres de gravité* suffirait ici pour traiter le problème. Pourtant, elle ne peut pas être directement appliquée, car les divisions ZZ de l'axe ne sont pas égales – souvenons-nous qu'il s'agit de *sinus* ZY, et non pas d'*ordonnées* ZY (les divisions YY étant égales, et non pas les ZZ). Dans la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy*, en revanche, on trouvait la méthode des centres de gravité pour les ordonnées à l'axe, et non pas pour les sinus. Costabel (1962a, p. 344) interprète ce résultat comme étant « une équation générale de moment statique », qui devrait faire soupçonner à Pascal que le privilège qu'il accorde aux divisions en parties égales ne va pas de soi, et que sa distinction entre les ordonnées et les sinus n'aurait peut-être pas lieu d'être[1].

La seule option de Pascal est alors de montrer que la proposition est valable même pour les sinus, c'est-à-dire pour des divisions inégales de l'axe, ce qui se fera en revenant au modèle de la balance. En effet, comme le montre Costabel l'affaire n'est pas simple :

> Lorsque l'on considère les génératrices verticales de l'onglet (onglet de la base ou onglet de l'axe), lesquelles sont doubles des sinus sur la base et sur l'axe, il est clair que la surface de l'onglet est composée des rectangles construits sur ces doubles sinus et sur les arcs de la courbe. Telle est la déclaration explicite de Pascal. Elle dévoile la raison pour laquelle il a éprouvé le besoin d'introduire la division de la courbe en parties égales. En dehors d'une telle division, il ne peut pas se sentir en terrain sûr pour évaluer la somme infinie, ou intégrale de la surface de l'onglet.
>
> (Costabel 1962a, pp. 344-345)

C'est pourquoi la division de la balance à partir des sinus sera un problème pour Pascal, car elle n'est pas régulière, étant la « projection » dans l'axe d'une division régulière de la courbe. Il faudra faire une sorte de détour pour retrouver une division régulière de la balance.

Pascal considère alors l'axe CF comme une balance dont les divisions sont *soit égales soit inégales* :

> Soit, figure [8.21], une balance horizontale divisée comme on voudra en parties égales au inégales aux points Z, où pendent pour poids des droites perpendiculaires ZY, de telle longueur qu'on voudra. Soit enfin le centre

[1] Pour le rapport entre sinus et ordonnées, il est aussi intéressant de considérer la cinquième proposition du *Traité des sinus du quart de cercle* (section 12.4.2).

de gravité commun de toutes au point T, auquel la balance soit suspendue en équilibre. (OC IV, p. 465)

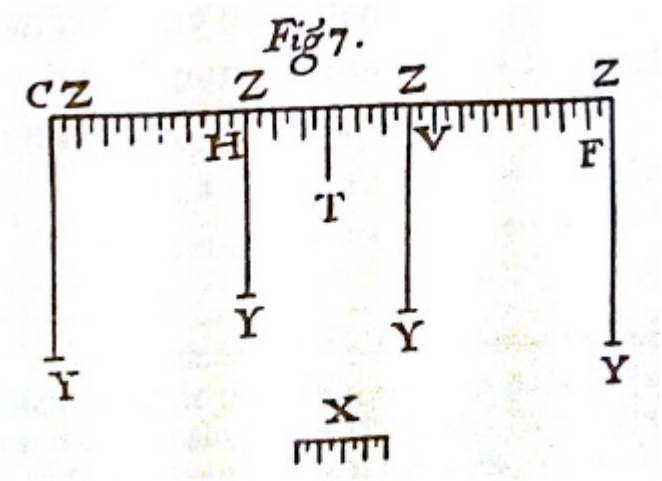

FIGURE 8.21 : Figure 7 des *Lettres de A. Dettonville*

Pascal propose alors de prendre

> la droite X si petite que le rectangle compris de cette droite X et de la plus grande des droites ZY soit moindre qu'aucun espace donné, et divisant cette droite X en parties égales qui soient en plus grand nombre que la multitude des droites ZY. (OC IV, p. 465 ; cf. figure 8.21)

En d'autres termes, on prend une droite X telle que le rectangle $X.ZY_{max}$ est moindre qu'aucun espace donné, où ZY_{max} est le plus grand des sinus ZY. D'ailleurs, il faut que le nombre de divisions de X soit plus grand « que la multitude des droites ZY ». Si les portions de X sont appelées xx, alors le nombre de xx en X doit être plus grand que le nombre de ZY (et alors de YY) en AC. Or la courbe AYC était déjà divisée en « un nombre indéfini de parties égales » YY. Nous retrouvons ici une situation dans laquelle l'*indéfini* dont fait usage Dettonville est sous-divisé : cela se fait en fonction des contraintes du calcul, notamment pour avoir des divisions régulières de la courbe et en tenant compte du fait que la différence doit être moindre qu'aucune grandeur donnée.

Considérons alors la somme des rectangles compris de chaque ZY et de chacune des petites portions xx, c'est-à-dire $\sum xx.ZY$: elle devra être moindre que $X.ZY_{max}$ (car $X = \sum xx$, et si on prend le sinus ZY_{max} le même nombre de fois qu'il y a de petites portions xx on obtient une grandeur plus grande que $\sum ZY$). Mais si $X.ZY_{max}$ est, par construction, « moindre qu'aucun espace donné », alors $\sum xx.ZY$ sera moindre qu'aucun espace donné.

Hara (1981, p. 77) rapproche ce passage d'un raisonnement par la limite du type δ - ϵ. On peut formaliser cela ainsi : on prend X aussi petite que $X.ZY_{max} < \epsilon$, et

on partage X en parties égales δ (que nous avons appelées xx). Alors, dit Hara, $n \times ZY_{max} \times \delta < \epsilon$, où n est la multitude de ZY. On notera que la différence ici par rapport au raisonnement du type $\delta - \epsilon$ classique est que ces deux quantités sont comparées entre elles, ce qui n'est pas l'usage traditionnel[1] – on fait plutôt référence à une grandeur ϵ donnée à laquelle les variations de la fonction sont moindres et à un δ auquel les variations du « pas » sont moindres. Nous reviendrons à la relation entre cette notation et la pratique de Pascal dans 12.3. Pour le moment, il faut juste voir ce que cela implique dans ce passage.

Comme nous l'avons vu, si $X.ZY_{max} < \epsilon$, alors $\sum xx.ZY < \epsilon$. On pourrait conclure encore *a fortiori*[2], même si Pascal ne le fait pas, que, si $\sum xx.ZY < \epsilon$ alors pour chaque rectangle $xx.ZY$ nous avons que $xx.ZY < \epsilon$. Encore *a fortiori*, pour chaque xx on a $xx < \epsilon$. Ainsi, les petites portions de Dettonville peuvent être considérées comme des quantités moindres qu'aucune grandeur donnée. Or cela est un cas particulier du lemme du *Traité des Trilignes* – dans la *Lettre de A. Dettonville à Monsieur de Carcavy*, ce sont en général les *différences* qui sont rendues moindres qu'aucune grandeur donnée. C'est cela qu'implique la comparaison entre δ et ϵ ici, selon la notation que nous venons de voir : les petites portions elles-mêmes, associées à un δ, sont rendues moindres qu'aucune grandeur ϵ donnée. Cela pourrait être interprété comme le fait que les petites portions « deviennent » ici des différences. Nous considérerons la nature des petites portions dans 12, et leur rapport aux différences dans 12.3.

Reprenons la démonstration. Pascal divise alors l'axe FC en des portions égales aux petites parties xx :

> Maintenant soit divisée la balance entière FC en parties égales, chacune à chacune, des petites parties de X. Donc les points Z se rencontreront aux points de ces divisions (ou la différence n'altérera point l'égalité qui est proposée, puisque la somme de toutes les ZY, multipliées chacune par une de ces petites parties de la balance, sont moindres [*sic*] qu'aucun espace donné). (OC IV, p. 465)

Or, la courbe AYC avait déjà été divisée en un nombre indéfini de petites portions YY ; conséquemment, les divisions ZZ « projetées » dans l'axe, même si irrégulières, sont aussi en nombre indéfini. Quand Pascal divise l'axe en parties xx, en fait il fait une division « plus fine » que la division antérieure, déjà indéfinie. Cela montre bien que la division *indéfinie* n'était pas la fin absolue d'un processus, car on peut bien la sous-diviser.

Le propos, nous l'avons vu, est d'arriver à des divisions régulières, pour que le modèle de la balance et des sommes d'ordonnées soit applicable. En effet, Pascal affirme que le modèle est applicable, car ou bien les sinus ZY se trouveront sur les nouveaux points de division (c'est-à-dire que la division plus fine recouvre exactement

[1] Hara ne souligne pas ce fait, se limitant à introduire la notation.
[2] Cf. Descotes (2015b, p. 241).

la division antérieure) ; ou bien la différence sera négligeable pour l'égalité des sommes, puisque la somme $\sum ZY.xx$ est moindre qu'aucun espace donné. En fait, quant à cette dernière somme, Pascal est ambigu : s'agit-il de la somme des sinus ZY multipliés par les petites portions xx issus de la nouvelle division de la balance FC ou par les petites portions xx de la droite X ? Les xx sont égaux dans les deux cas, mais non pas en même quantité. Nous ne saurions donner un sens au texte que s'il s'agit de la droite X : si $\sum ZY.xx$ pour des xx tout au long de la balance FC, la somme des sinus d'un triligne fini serait moindre qu'aucun espace donné !

La stratégie sera alors de dire que dans chacune de ces nouvelles divisions x de la balance, soit on retrouve un des poids, qui sont les perpendiculaires ZY, soit « pendent pour poids des zéros ». De cette manière, la généralité est sauvegardée par Pascal – on a une division égale dans l'axe –, même si pour cela il a été amené à considérer des poids nuls. C'est-à-dire que pour rendre son modèle valable, Pascal utilise une division plus fine qu'il n'aurait été nécessaire au départ ; disons qu'en quelque sorte l'économie de la procédure est sacrifiée[1].

Avec cette configuration de la balance, Pascal peut retourner à l'égalité qu'il veut démontrer, en admettant qu'on peut sommer des sinus ZY sur la partition égale de l'axe par des xx. Par la méthode générale pour les centres de gravité[2] :

$$FT.\sum ZY.xx = \sum_{triang.F} ZY.xx^2$$

Mais

$$\sum_{triang.F} ZY.xx^2 = \sum FZ.ZY.xx$$

et alors

$$FT.\sum ZY.xx = \sum FZ.ZY.xx$$

ce qu'il fallait démontrer – puisqu'en connaissant ces sommes on peut trouver le bras FT et conséquemment le centre de gravité de la surface de l'onglet. Le fait qu'on ait changé les petites portions YY en de petites portions xx semble n'avoir d'autre rôle que celui de valider le modèle pour l'usage de la méthode générale pour les centres de gravité.

En résumé, l'usage d'une grandeur auxiliaire X, dont le produit avec le plus grand des sinus, ZY_{max} était moindre qu'aucun espace donné, nous a amené au fait qu'une différence peut être tenue pour négligeable, et donc à l'« égalité » de deux sommes.

[1] C'est pourquoi nous sommes d'accord avec Descotes lorsqu'il écrit qu'il s'agit d'un argument *a fortiori* dans ce passage – nous reviendrons sur l'importance de ce type d'argument à la section 12.2.1. Pour Costabel (1962a, p. 344), Pascal lui-même se rend compte que sa méthode pourrait être simplifiée par le résultat présenté dans l'avant dernier *Avertissement* du *Traité des Trilignes*, s'excusant en quelque sort quand il écrit : « mais, ma méthode m'ayant suffi partout, j'ai mieux aimé n'en employer point d'autre » (OC IV, p. 466).

[2] Dans sa version « autrement encore » (OC IV, p. 426), selon laquelle dans une balance BC avec centre de gravité A, on a $\sum_{triang.C} = CA.\sum_{simple}$

Pascal présente un *Avertissement* après le lemme :

> De là paraît la démonstration de « cette méthode assez connue »[1], *que la somme des poids, multipliée par le bras commun de tous ensemble, est égale à la somme des produits de chaque poids, multipliée par son propre bras à l'égard d'un même axe de balancement* (OC IV, p. 466)

Or cette formulation de la proposition ne requiert pas de divisions égales de la balance. Ne devrait-on pas alors s'attendre à ce qu'elle fût venue avant, constituant la méthode générale de Dettonville elle-même ? Au contraire, dans la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy*, on trouve un modèle selon lequel les divisions doivent être égales, et qui semble alors être un cas particulier de celui qu'on vient de voir.

Pour ce passage, Costabel (1962a, pp. 345-346) écrit :

> Pascal reconnaît donc être finalement revenu à une équation générale de moment statique et il ne s'arrête pas à l'expliquer davantage parce que cela ruinerait la distinction entre sinus et ordonnées ainsi que le privilège des divisions infinies en parties égales. Pascal reconnaît que cette équation générale aurait beaucoup simplifié la démonstration des propositions les plus importantes de son *Traité* [*des Trilignes*], mais il estime que sa méthode lui a suffi partout (...)

L'interprétation de Costabel (1962a) est que cela doit s'interpréter en fonction de la controverse avec Roberval, Pascal préférant garder une méthode qui lui est propre.

Pour Descotes (2001a, p. 138), le modèle des divisions égales peut être admis comme le plus général parce que des poids « nuls » sont admis, de sorte qu'une division « inégale » peut être transformée en une division égale – il suffirait d'assigner un poids nul à chaque point de la division dans lequel il n'y a pas de poids dans la division inégale. L'artifice, nous sommes d'accord, est ingénieux. Pourtant, il faut remarquer que la solution proposée par Descotes fonctionne à condition que les divisions égales et inégales soient considérées commensurables entre elles, de sorte que la simple suppression de points puisse faire que l'une devienne l'autre. La question est cependant plus complexe à notre avis : rien n'obligeant que ces deux gdivisions soient commensurables, tout l'enjeu sera de faire en sorte que leur différence soit rendue moindre qu'aucune grandeur donnée – comme c'est le cas dans la démonstration du lemme du *Traité des Trilignes*. La quantification de l'erreur, trait typique des écrits de Dettonville, est alors un opérateur qui va de pair avec la contrainte des divisions égales, nécessaire pour la construction arithmético-statico-géométrique du modèle de la balance (voir 12.3).

[1] Il faudrait rapporter cette « méthode » à Roberval – cf. Costabel (1962a, p. 346).

8.6 Le *Traité des sinus du quart de cercle*

Nous devons maintenant nous tourner vers le célèbre *Traité des sinus du quart de cercle*, la quatrième des pièces de la *Lettre de A. Dettonville à Monsieur de Carcavy*. Le *Lemme* qui ouvre ce traité a une postérité extrêmement fructueuse puisque Leibniz y a trouvé inspiration pour son calcul différentiel.

> Soit ABC un quart de cercle, dont le rayon AB soit considéré comme axe, et le rayon perpendiculaire AC comme base ; soit D un point quelconque dans l'arc, duquel soit mené le sinus DI sur le rayon AC ; et la touchante DE, dans laquelle soient pris les points E où l'on voudra, d'où soient menées les perpendiculaires ER sur le rayon AC. (OC IV, p. 478)

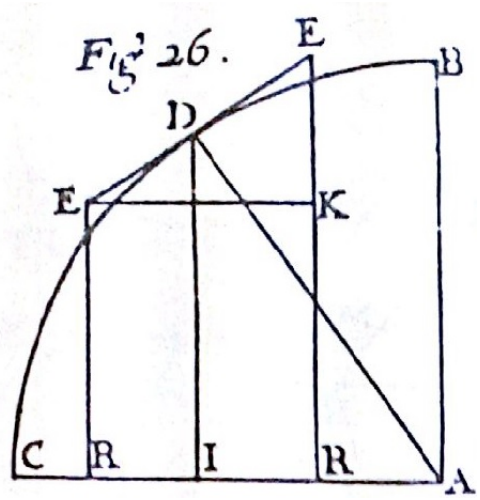

FIGURE 8.22 : Figure 26 des *Lettres de A. Dettonville*. DI sont les sinus, EE les touchantes

Dans ce cas, qui est illustré par la figure 8.22, le lemme dit, si on le « traduit », que

$$DI.EE = RR.AB$$

c'est-à-dire que le « rectangle » compris du sinus et de la touchante est égal au rectangle compris de l'espace entre les perpendiculaires ER et le rayon[1].

[1] Merker (2001, p. 50) propose une interprétation moderne du lemme : EE, étant indéfiniment petit, est identifiable à l'arc $d\alpha$ de la courbe, et RR à $d(cos\alpha)$, de sorte que le résultat peut être écrit $sin\alpha.d\alpha = d(cos\alpha).AB$, où le rayon AB est une constante. (Il faut cependant se souvenir que le terme de *sinus* est employé par Pascal pour des divisions régulières de la courbe : s'il coïncide ici avec le sinus trigonométrique moderne, ce n'est pas toujours le cas). Le *Traité des sinus du quart de cercle* serait ainsi « un traité d'intégrale curviligne, comme l'indique le mot « sinus » dont le rôle est de signaler que la variable d'intégration est l'abscisse curviligne » (Merker 2001, p. 51).

Examinons la démonstration du lemme. Pascal indique que les deux triangles rectangles DIA et EKE sont semblables, de sorte que l'angle DAI soit égal à l'angle EEK (lequel est égal aussi à l'angle aigu EDI). Dans ce cas, on retrouve la relation suivante entre les côtés des triangles :

$$AD : DI :: EE : EK$$

mais $EK = RR$ et $AD = AB$, de sorte que

$$AB : DI :: EE : RR$$

d'où l'on retrouve le lemme voulu.

La facilité avec laquelle Pascal démontre le résultat est inversement proportionnelle à sa profondeur, ce qui peut être trompeur. Pascal identifie ici une similitude entre un triangle fini (DIA) et un triangle indéfiniment petit (EEK). Or cela n'est nullement banal et on peut tirer beaucoup de cette démarche, comme quelqu'un l'a fait effectivement : Leibniz[1].

Quant à nous, il nous faut prêter attention à un autre aspect. Dans le *Traité des sinus du quart de cercle*, Pascal présente des « petites portions » qui entrent dans une relation qui ne concerne pas des sommes :

$$ID.EE = RR.AB$$

Cela fait exception à l'ensemble des *Lettres de A. Dettonville* (et même aux propositions du *Traité des sinus du quart de cercle* lui-même), dans lesquelles les

[1]Nous savons que Leibniz a eu l'idée du triangle caractéristique, y trouvant une inspiration pour le calcul différentiel, en 1673, lors de la lecture du *Traité des sinus du quart de cercle*. Leibniz a su y voir le triangle caractéristique en le considérant pour lui-même, et non seulement en tant que figure auxiliaire. Pascal, dit Leibniz, avait « les yeux fermés par une espèce de sort » qui ne lui a pas permis d'apercevoir la puissance de sa figure : *Haec ratiocinandi novitas me percussit ; neque enim animadverteram apud Cavalerianos. Sed nihil magis obstupui, quam quod Pascalius fato quodam velatos oculos habuisse videretur ; statim enim videbam generalissimum esse theorema pro quacumque curva, etsi perpendiculares in uno centro non concurrerent* (*Brouillon de lettre pour Jacques Bernouilli*, de Berlin, avril 1703 ; Math. Schrif. II, pp. 72-73). Comme le nom donné à cette figure l'indique, Leibniz traite le triangle comme un élément *caractéristique* de la courbe, un triangle infiniment petit qui permet de caractériser celle-ci : *Ego demonstrationem attentius rimatus animadverti, ope trianguli characteristici infinite parvi demonstrari posse hanc propositionem generalem pro qualibet curva* (Lettre à Tschirnhaus, *Briefwechsel mit Mathematikern*, éd. Gerhardt, 1899, t. I, p. 408). En effet, il a étudié à cette époque le *Traité du Triangle Arithmétique* et les écrits de Dettonville (quant aux travaux sur les coniques, nous savons qu'ils n'ont été consultés par Leibniz qu'en 1676) ; ses notes sont aujourd'hui rassemblées dans le volume A VII 4 de l'édition de l'Académie, et un premier recensement de ces textes avait été fait par Costabel (1962b). Pour ce qui est des déclarations de Leibniz lui-même, dans le *De triangulo curvarum characteristico* de 1675, Leibniz note que ses recherches remontaient déjà à deux ans auparavant (A VII 5, p. 184) ; cf. aussi la lettre de Leibniz à Conti du 9 avril 1716, où il déclare avoir trouvé sa Quadrature Arithmétique du Cercle « environ la fin de l'An 1673 », et dit qu'il l'a écrit à Oldenburg en 1674 (in : *Der Briefwechsel von Gottfried Leibniz mit Mathematikern*. Gerhardt (éd). 1 Bd. Berlin, 1899, p. 278).

« petites portions » sont toujours présentées au sein d'une somme qui, elle, intervient dans une relation (égalité ou proportion).

La justification de la relation du Lemme se fait par une similitude de triangles – c'est justement le « triangle caractéristique » retrouvé par Leibniz. Ce triangle a également le rôle de faire entrer les petites portions dans une relation – mais dans une relation proprement géométrique, car il y a une similitude de triangles entre le cas fini et l'indéfiniment petit.

Avec le triangle caractéristique de Leibniz, dit Brunschvicg,

> s'introduit dans le domaine de l'infiniment petit la notion du rapport ; or, tandis que l'image de l'indivisible est incapable d'exactitude, la forme de similitude, n'étant nullement liée à telle ou telle grandeur donnée, se conserve dans le passage du fini à l'infinitésimal, comme elle subsistait dans le passage du rationnel à l'irrationnel. (Brunschvicg 1929, p. 174)

Pour Brunschvicg, c'est par un rapport géométrique que le fini et l'infini sont comparables dans le cas des indivisibles. Remarquons simplement que si c'est la similitude de triangles qui permet la comparaison des indivisibles, une question se pose : les petites portions auraient-elles une nature intrinsèquement « géométrique » ? Dans la figure 8.23, les DD sont de petites portions *du cercle*, tandis que les RR sont de petites portions *de la base* (même si dans ce cas la division en les RR n'est pas régulière).

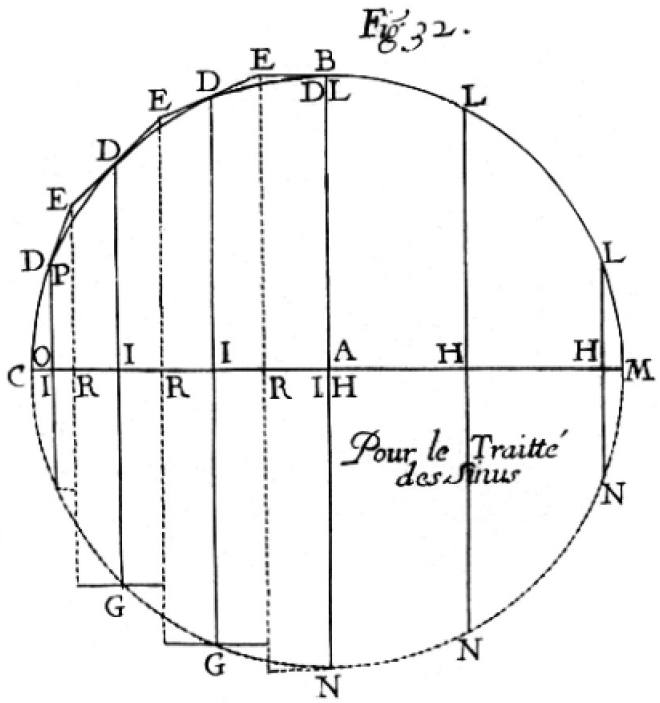

FIGURE 8.23 : Figure 32 des *Lettres de A. Dettonville*

Cette différence n'empêche cependant pas Pascal d'écrire, dans la démonstration de la première proposition du *Traité des sinus du quart de cercle*, que « chaque touchante EE est égale à chacun des arcs égaux DD », identifiant chaque portion de la courbe à une touchante. Pascal se justifie dans l'*Avertissement* qui suit[1] :

> *Quand j'ai dit que toutes les distances ensemble* RR *sont égales à* AO, *et, de même, que chaque touchante* EE *est égale à chacun des petits arcs* DD, *on n'a pas dû en être surpris, puisqu'on sait assez qu'encore que cette égalité ne soit pas véritable quand la multitude des sinus est finie, néanmoins l'égalité est véritable quand la multitude est indéfinie ; parce qu'alors la somme de toutes les touchantes, égales entre elles*, EE, *ne diffère de l'arc entier* BP, *ou de la somme de tous les arcs égaux* DD, *que d'une quantité moindre qu'aucune donnée ; non plus que la somme des* RR *de l'entière* AO. (OC IV, pp. 479-480)

Chaque petit arc DD est égal à chaque touchante EE, quand il s'agit d'une division indéfinie ; de même, la *somme* de toutes les touchantes ne doit différer de la *somme* de tous les arcs que d'une « quantité moindre qu'aucune donnée ». Une question sur la quantification se pose ici : Pascal semble tenir pour équivalent « chaque » et « tous » : voudrait-il indiquer ainsi une quantification qui comprend une totalité ? Nous ne le croyons pas, comme nous le montrerons par la suite. Il est aussi important de noter ici que le lien entre la somme de *toutes* les touchantes va de pair avec le fait que *chaque* touchante est égale à *chaque* petit arc. Les quantités indéfiniment petites n'existent qu'à l'intérieur de sommes indéfinies. Encore ici se révèle le lien entre l'infiniment petit et l'infiniment grand.

La possibilité d'identifier des sommes (en négligeant leurs différences) est pour Pascal la justification de l'identification des petites portions (« parce qu'alors »). L'identité entre les petites portions n'apparaît pas directement, mais à partir de l'identification entre des sommes. Cela montre que la démarche du lemme (présenter des relations entre des petites portions hors d'une somme) n'est pas une règle dans ce traité : l'*Avertissement* qui vient juste après ramène la justification de ce fait à une équivalence entre des sommes de petites portions. Néanmoins, on peut dire qu'il y a une certaine oscillation de la part de Pascal quant à ce fait : d'abord, une justification par le rapport est envisagée (la similitude de triangles), pour ensuite passer à la justification par le cas indéfini – l'équivalence de sommes. La justification par la similitude de triangles reste une exception, de même que pour le reste des *Lettres de A. Dettonville*.

Examinons encore la justification de cet *Avertissement*. Quand la multitude des sinus est indéfinie, on peut négliger la différence entre les sommes considérées, ayant

$$\sum EE = \sum DD = BP$$

[1] Pascal considère une portion BP de la courbe BC correspondant à la portion AO de la base AC.

égalité qui n'est possible que parce que la différence entre les sommes est « une quantité moindre qu'aucune donnée ». Cela étant, on peut dire que $EE = DD$[1].

Le point principal à retenir de ce passage est qu'une égalité qui n'est pas valable pour le cas fini l'est pour le cas « indéfini ». Si le nombre de divisons DD et EE était fini, on ne pourrait pas dire que chacune d'elles est égale à l'autre. Mais comme ce nombre est « indéfini », alors on peut identifier chacune des petites portions à une autre petite portion. Cela voudrait-il dire que les différences de forme des petites portions (courbes ou droites) disparaissent dans l'indéfini ?

Nous avons vu la position de Merker à propos de cet *Avertissement* : l'« indéfini » aurait ici un sens actuel d'achèvement[2]. Il est tentant de parler ici avec Merker d'indéfinéité « actuelle », puisqu'on retrouve des égalités de petites portions prises singulièrement, et non pas dans des sommes. En effet, il nous semble qu'une égalité stricte entre les petites portions courbes et les petites portions droites ne pourrait exister que si elles étaient divisées en une quantité actuellement infinie.

Néanmoins, une autre possibilité de lecture se découvre pour le passage, si on comprend « égale » en un sens relationnel et restreint : les petites portions courbes et droites peuvent, nous semble-t-il, être ici dites « égales » dans le sens que la différence entre elles sera moindre qu'aucune grandeur donnée. Il s'agit en effet du mouvement crucial accompli par Pascal : la quantification de la différence, et le fait de rendre cette différence moindre qu'aucune grandeur donnée. Si on dit que cette différence est rendue moindre que *toute* grandeur donnée, alors il faut dire qu'elle est nulle, et que les grandeurs sont égales au sens strict. Mais si on dit que cette différence est moindre que *n'importe quelle* grandeur donnée, alors il s'agira d'une égalité relative : le simple fait que le calcul n'est pas sensible à cette différence (voir 12.3). L'« égalité » des petites portions existerait pour un nombre indéfini (non actuel !) de divisions, c'est-à-dire que le Traité des Sinus ne ferait pas exception parmi les écrits de Dettonville[3].

« Chaque touchante EE est égale à chacun des petits arcs DD » : identifier ces petites portions revient à dire que des portions courbes sont égales à des portions droites ou que cette distinction de forme s'évanouit à l'indéfini ? Si la nature des

[1] Pascal déclare aussi que $\sum RR = AO$. Mais pourquoi est-ce que cela serait mis en question ? Or si la figure peut tromper, il faut se souvenir que les petites portions RR sont issues des tangentes EE. En fait, on pourrait en principe dire que la somme des II constitue AO, mais non pas la somme des RR (puisque AO est l'extrémité des *sinus* considérés, et non pas des portions RR). C'est pour cela que Pascal se sent également obligé de justifier cette égalité.

[2] « « Indéfini » a tantôt (...) un sens plutôt potentiel, (on imagine BA coupée en un nombre n de parties égales et n augmentant sans cesse), et tantôt un sens actuel, comme dans l'avertissement du *Traité des sinus du quart de cercle* (une certaine égalité n'est pas véritable quand la multitude est finie, néanmoins elle est véritable quand la multitude est indéfinie, dit Pascal). On pourrait appeler « indéfinéité » ce concept pascalien d'infini-de-divisions qui enferme deux idées, celle de devenir et celle d'achèvement » (Merker 2009).

[3] Descotes (2010, p. 518, note) semble classer le cas du Traité des sinus, ainsi que les autres écrits de Pascal sur les indivisibles, comme relevant d'un « indéfini » qui serait un infini potentiel, mais il ne développe pas la question.

petites portions de Dettonville est fondamentalement géométrique, pour le cas d'un nombre indéfini d'éléments il semble que cette identité géométrique est d'une certaine manière dissoute. C'est dans ce contexte, de petites portions qui ont des « formes » géométriques, mais qui existent en nombre indéfini et qui peuvent alors être identifiées, que Pascal résout, pour ainsi dire, l'association entre le courbe et le droit[1].

Dans la « démonstration » du troisième lemme du *Traité des arcs de cercle* Pascal fait comme si des arcs de cercle étaient des triangles : « Cela est visible de soi-même, puisque ces secteurs étant en nombre indéfini, ils doivent être considérés comme des triangles isocèles » (OC IV, p. 492 ; voir section 10.3.1). Cette identification d'une courbe et d'une droite (le secteur de cercle pris comme un triangle isocèle) est accomplie par Pascal dans la même situation que pour le *Traité des sinus du quart de cercle* : lors d'une division « indéfinie ». Nous maintenons ici notre interprétation : il n'est pas nécessaire qu'il s'agisse d'un « indéfini actuel » comme le veut Merker pour que cette égalité soit valable ; un mot de Pascal soutient en notre idée : ces secteurs de cercle doivent être « *considérés* »[2] comme des triangles isocèles, ce qui veut dire qu'ils *ne sont pas* des triangles isocèles en sens propre, comme ce serait le cas pour une division actuellement infinie ; mais lors d'une division indéfinie (dans laquelle l'erreur peut être rendue moindre que n'importe quelle grandeur donnée), on peut les *considérer* comme des triangles isocèles. Il s'agit alors bien d'une égalité relationnelle, soumise à la condition de la division indéfinie.

Merker (2001) prête grande attention à la contrainte des divisions égales dans les écrits de Dettonville (voir 8.4.2). Sur le *Traité des sinus du quart de cercle*, elle écrit :

> La rupture présente dans les avertissements est très importante puisque la forme particulière de la courbe n'intervient plus ; une méthode générale est amorcée : pour que la somme de toutes les touchantes EE ne diffère de l'arc entier BP *que d'une quantité moindre qu'aucune donnée* il n'est plus du tout nécessaire que les DD soient égales, seul compte le fait que toutes ces DD ne diffèrent de 0 [BP ?][3] *que d'une quantité moindre qu'aucune donnée*, seul compte le "pas", peu importe la régularité, peu importe la forme de la courbe... (Merker 2001, p. 116)

La position de Merker est qu'une fois qu'on passe à un nombre indéfini de divisions, la contrainte de divisions égales n'est plus requise. Cette condition apparaîtrait plutôt dans les *Avertissements* des *Lettres de A. Dettonville* que dans les démonstrations elles-mêmes des propositions de ces Lettres.

[1] « Ces parties sont en nombre indéfini, et cette condition d'infinitude est nécessaire pour que les erreurs faites en confondant le droit et le courbe disparaissent » (Merker 2001, p. 31). En fait, cette association des tangentes aux petites portions n'est pas absolument novatrice chez Pascal : Kepler et Fermat l'avaient fait, ainsi que ce serait le cas de Fontenelle (Descotes 2001a, p. 160).

[2] Voir 9.6.

[3] Nous ne pouvons comprendre la phrase de Merker que si on lit ici BP, ou « l'arc entier » – nous croyons qu'il s'agit d'un lapsus.

Pour l'*Avertissement* qui prépare la démonstration de la première proposition du *Traité des Sinus du Quart de Cercle*, Merker y voit un point crucial de l'histoire du calcul intégral : « le moment où celui-ci sort de la régularité » qui était encore nécessaire à la méthode des anciens. En comparant la méthode des indivisibles à celle d'exhaustion, Merker propose que la première

> ne fait pas de calcul autonome, elle égale une intégrale à une autre, connue grâce à la régularité d'une manière ou d'une autre. Le premier calcul autonome et hors régularité est donc là, effectué par Pascal, c'est celui de la somme des sinus. Il est un coup de force, une rupture, l'irruption d'une nouvelle manière de calculer l'infini, l'ouverture vers le calcul intégral des fonctions transcendantes, des courbes mécaniques, calcul refusé par Descartes. » (Merker 2001, p. 177)

Nous sommes d'accord avec Merker que la méthode des indivisibles « ne fait pas de calcul autonome » : en effet, comme nous l'avons montré, son principe même est celui de procéder par comparaisons. D'ailleurs, la structure de renvoyer à des résultats « donnés » ou « connus » va dans ce sens, ne procédant pas par un calcul direct[1].

En revanche, le *Traité des Sinus du Quart de Cercle* présente un « calcul » qui serait « direct », au sens qu'il épuise une courbe par une série de petits côtés droits, sans être obligé d'exhiber des proportions pour cela.

Mais nous ne croyons pas que ce calcul « direct » puisse être effectué seulement sous un infini actuel : on peut bien « considérer » qu'une courbe égale une droite lors d'une division indéfinie pour laquelle l'erreur peut être rendue moindre qu'aucune grandeur donnée.

On peut alors dire qu'il s'agit dans ce cas d'une égalité sous la condition de la division indéfinie, ou encore d'une égalité *relative* à l'indéfinéité. De même qu'une somme triangulaire est « un indivisible à l'égard » d'une somme pyramidale dans le cas où il y a « tant de quantités qu'on voudra », constituant une *négligeabilité relative*[2], ici l'égalité existe sous la condition d'une division indéfinie, de sorte qu'on peut parler d'une *égalité relative*. Cette notion d'une égalité sous la condition d'une différence rendue moindre qu'aucune donnée sera également d'une importance fondamentale chez Leibniz (cf. Rabouin 2015, p. 361)[3].

[1] Voir 10.2.

[2] Pour ce cas, voir 11.2.2.

[3] Est-ce qu'on pourrait dire que « le but de Leibniz a été de donner à la géométrie de Pascal, à la géométrie des indivisibles, la forme de l'analyse cartésienne » (Brunschvicg 1971, p. 270) ? Brunschvicg (1929, pp. 173-174) affirme que « la considération du « triangle caractéristique » est le premier pas fait par Leibniz en dehors de la méthode vulgaire des indivisibles », et que « cette considération permet de rétablir l'homogénéité, rompue en apparence par les sous-entendus de Cavalieri, entre les éléments des sommes et les sommes elles-mêmes ». En d'autres termes, selon Brunschvicg, le calcul infinitésimal de Leibniz permet de reprendre comme des homogènes des termes qui, dans les paradoxes des indivisibles, avaient été considérés comme des hétérogènes.

Or ce qui est fondamental ici est que la similitude des triangles permet une sorte de rapport entre le fini et l'infini. La question est celle de la similitude entre un triangle *inassignable* et un autre *assignable*[1]. C'est un fait que cela est passé inaperçu pour Pascal, qui aurait eu « les yeux fermés par une espèce de sort » ; même s'il utilise la figure dans son lemme qui servira de base à tout le *Traité des sinus du quart de cercle*, ce type de raisonnement sur les « touchantes » ne reviendra pas, de même que la considération des triangles semblables.

Il ne s'agit pas de nier ce fait – mais il faut toutefois bien distinguer ce à quoi Pascal était déjà arrivé à ce moment. Pour Brunschvicg (1929, p. 176), avec Leibniz « la crise ouverte dans la pensée du XVII^{e} siècle par la géométrie des indivisibles est résolue, mais dans un sens opposé à celui qu'avait indiqué Pascal ». Pour Brunschvicg la solution de Pascal à la crise dans l'équilibre des mathématiques vient d'un recours « à des facultés d'ordre mystérieux et transcendant », tandis que Leibniz quant à lui serait parvenu à surmonter la crise grâce à l'usage de l'intelligence.

Or cela c'est trop simplifier les choses. Même si c'est Leibniz qui s'aperçoit de la puissance du triangle caractéristique, dire que Pascal fait appel à d'autres facultés d'ordre mystérieux est imprécis. Pascal a compris que, une fois que l'infini est entré dans les mathématiques, il faut accepter les différences d'ordre et l'hétérogénéité. Cette posture, comme le présent travail le montre, apparaît en parallèle à la reconnaissance, dans le domaine religieux, de la transcendance et du paradoxe. Il s'agit, en général, d'un penseur qui s'est aperçu que, si grande soit la rupture, il doit néanmoins exister une certaine relation qui, elle, peut être explicitée. C'est bien cela qui permet à l'apologétique d'exister malgré la condition de l'homme après la chute et la nécessité de la grâce. L'homme ne peut pas dire l'essentiel, et néanmoins il peut (il même doit) dire quelque chose.

Or même si tout cela est vrai, rien ne nous oblige à dire avec Brunschvicg que la solution de Pascal manque d'intelligence, comme si elle était irrationnelle. Si la vision du lien entre la religion et les mathématiques chez Pascal ici présentée est

D'ailleurs, avec la conception de l'infiniment petit au lieu de celle d'indivisible, il serait possible à nouveau de parler d'un rapport de l'infini avec le fini. Le fait d'identifier deux triangles semblables dont l'un est fini et l'autre est infiniment petit permet à Leibniz de formuler une proportion dans laquelle apparaît un rapport entre des grandeurs infinitésimales – ce qui sera fondamental pour sa notation. « Le trait distinctif de la méthode nouvelle est d'avoir exprimé sous forme analytique tous les éléments du problème de façon à faire correspondre au rapport $\frac{Dx}{Dy}$ des quantités finies le rapport $\frac{dx}{dy}$ des quantités infinitésimales, et à obtenir ainsi le passage intelligible d'une équation ordinaire à l'*équation différentielle* » (Brunschvicg 1929, p. 175). Pour développer cette question, il faut considérer notamment la *Nova methodus pro maximis et minimis* de Leibniz. Voir Bos (1974) et Arthur (2013).

[1] « in duo genera distinguebam, Assignabilium et Inassignabilium ; ad assignabilia referebam quaecunque consequebar iis viis anterioribus, quibus Cavallerius, Guldinus, Torricellius, Gregorius a S. Vincentio, Pascalius, erant usi, summis, summis summarum, transpositionibus, ductibus, cylindrisque per plana truncatis, per viam denique centri gravitatis. Inassignabilibus ascribebam quae adhibito triangulo illo quod jam tum vocabam chracteristicum, similibusque aliis consequebar, et quorum initia Hugenius et Wallisius dedisse mihi videbantur » (*Brouillon de lettre pour Jacques Bernouilli*, de Berlin, avril 1703 ; Math. Schrif. II, p. 73).

valable, on peut croire qu'il ne s'agit pas de la simple situation d'un mathématicien qui est borné par ses conceptions mystiques, mais d'un penseur dont l'intégralité des considérations est en rapport.

Conclusion du chapitre

La méthode des indivisibles de Dettonville mobilise un modèle de la balance qui fait voir comment des poids disposés le long de l'axe de la balance s'équilibrent selon la loi du levier. Il faut d'une certaine manière *comparer* ces poids (statique) pour savoir s'il y aura équilibre ; Pascal le fait par le moyen de sommes triangulaires (arithmétique), pour des problèmes sur des aires et centres de gravité (géométriques). « Peser » – avec toute la complexité de cette méthode – est ainsi comparer des « poids » – des petites portions – qui, en principe, ne seraient pas comparables[1]. Nous avons vu que certaines manipulations étaient nécessaires pour que le modèle soit valable.

Un des moyens pour justifier le modèle de Dettonville est de procéder à des nouvelles divisions d'une balance. Aussi bien dans le 5ème *Avertissement* de la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy* que dans le lemme du *Traité des trilignes*, on d'une division indéfinie de la balance à une autre division indéfinie où tous les poids sont sur des points de division de la balance (ou bien la différence entre ces deux dernières positions est négligeable). En revanche, si dans l'*Avertissement* il était question de division de chaque partie par la moitié, la balance étant « décalée », dans le lemme on passe à une division « plus fine » d'une division déjà indéfinie. D'ailleurs, dans l'*Avertissement* les deux divisions étaient en parties égales, tandis que dans le lemme il est question du passage d'une balance divisée en parties égales ou inégales à une balance divisée en des parties égales qui respectent une contrainte qui limite l'erreur (la somme de leurs produits par ZY doit être moindre qu'aucune grandeur donnée). Il suffit que la nouvelle droite ait des parties « en plus grand nombre » que la droite antérieure, car ce qui importe ici est de régulariser la division par le moyen d'une droite auxiliaire – puisque le propos de Pascal est en fin de compte de ramener une division indéfinie *irrégulière* au cas d'une division indéfinie *régulière*. Rappelons que dans le cas de l'*Avertissement*, même si les deux divisions considérées sont régulières, ce qui est « régularisé » sont les portions de la grandeur qui sont prises pour des poids, Pascal prenant plutôt les « portions régulières » de la géométrie que les « portions véritables » de la grandeur.

Quant à l'*Avertissement* du *Traité des sinus du quart de cercle*, il n'y a pas de sous-division de la balance, mais la considération des sommes quand on a égard à deux types de petites portions, courbes et droites. Nous avons vu que si la somme est faite « à l'indéfini », la somme peut être considérée comme « égale » à la grandeur, et chaque petite portion courbe « égale » à chaque petite portion droite (les touchantes), pourvu que cette « égalité » soit relative. Le courbe et le droit sont ici rapprochés à

[1]Quand il faut déterminer un centre de gravité, Pascal ne demande pas s'il y a équilibre ou pas pour une balance : il présuppose l'équilibre, et cherche le point d'appui.

condition de la division *indéfinie* qui garantit la validité du résultat : le lemme n'est valable que pour une division indéfinie.

Dans ces trois cas, une condition est toujours nécessaire : la division indéfinie. C'est elle qui permet de rapprocher ces « incomparables » que sont 1/ les petites portions et les points de division de la balance (5e *Avertissement*) ; 2/ les ordonnées et les sinus (lemme du *Traité des trilignes*) ; 3/ les petites portions courbes et droites (*Traité des sinus du quart de cercle*)[1].

Dans tous ces cas, on trouve la conservation d'une relation (la proportion donnée par la méthode générale pour les centres de gravité) même à une division indéfinie de la balance (ou même une sous-division d'une division indéfinie). Il ne s'agit pas d'une analogie de disproportion, mais plutôt d'une conservation de proportion entre des cas « indéfinis »[2]. L'indéfini est ainsi la condition clef sous laquelle se développent les travaux de Dettonville, permettant tantôt une extension à partir du cas fini, tantôt un renversement du cas fini.

Toutes les procédures de la méthode des indivisibles de Pascal se passent, finalement, dans un double aspect : il s'agit de *diviser* indéfiniment les grandeurs en petites portions pour faire par la suite des *sommes* indéfinies qui permettent de constituer les grandeurs. L'infiniment petit et l'infiniment grand apparaissent toujours ensemble – ou mieux : l'indéfiniment petit et l'indéfiniment grand apparaissent toujours ensemble. Nous reviendrons dans 12.1 sur le statut de l'« indéfini » par rapport à l'« infini ». Pour le moment, il faut montrer comment le modèle de la balance apparaît d'une manière plus générale dans la pensée de Pascal.

[1] Pour la comparaison entre le courbe et le droit, voir 10.

[2] Pour la nature de l'« indéfini » chez Pascal, voir 12.

Chapitre 9

En nombre : un triangle arithmétique

Nature s'imite.

La nature s'imite. Une graine jetée en bonne terre produit. Un principe jeté dans un bon esprit produit.
Les nombres imitent l'espace qui sont de nature si différente.
Tout est fait et conduit par un même maître.
La racine, les branches, les fruits, les principes, les conséquences.
(Sel. 577, Laf. 698)

Les mathématiques pascaliennes ont comme point important la considération du triangle arithmétique, appelé souvent « Triangle de Pascal ». Il nous intéressera ici en trois aspects principaux : 1/ il s'agit d'un triangle *arithmétique*, caractéristique qui vient des nombres figurés, et qui permet de voir l'importante relation entre arithmétique et géométrie que nous avons déjà vue dans 8. C'est l'un des aspects de la comparaison des incomparables, car on voit un traitement commun à des genres distincts. Pour ce qui est des indivisibles, nous verrons dans 9.6 que Pascal met en avant l'aspect de la *négligeabilité*, aussi bien pour les nombres que pour les grandeurs. Pour les nombres figurés chez Maurolico, une des sources de Pascal, voir l'annexe H ; 2/ le triangle arithmétique est place pour des opérations « à l'infini » (voir 9.5), expression utilisée pour des calculs qui... doivent avoir une fin ! C'est-à-dire que « à l'infini » ne doit pas ici s'interpréter comme un infini actuel, mais comme l'absence de délimitation d'une procédure jusqu'à une certaine borne qui, elle, est en principe indéfinie. Cela sera important pour notre discussion sur l'infini dans la partie III ; 3/ le triangle arithmétique possède une symétrie : cela permet de voir une réciprocité entre les cellules, et de trouver le *centre* d'une base à partir de ses extrémités (voir 9.3). Cela sera important pour notre discussion sur la notion de milieu dans 14.3.2. Par ailleurs, les relations entre les cellules s'expriment par un langage des proportions qui doit être surligné (section 9.4), et le triangle arithmétique peut être rapproché de la balance (section 9.2) : la relation entre arithmétique et

géométrie ne se limite pas à un parallèle entre ces objets que sont les nombres et les grandeurs, mais la génération même du modèle de la balance peut être vue en rapport avec celle du triangle arithmétique. Bien que « de nature si différente », il faut considérer la géométrie et l'arithmétique dans leur rapport.

9.1 Le triangle arithmétique

Nous savons aujourd'hui que le célèbre triangle arithmétique n'est pas une invention de Pascal, étant beaucoup plus ancien[1]. Il est néanmoins important de souligner que le triangle arithmétique de Pascal apporte des innovations importantes, par rapport à d'autres versions, dans ses usages comme dans ses notations[2].

Le triangle de Pascal présente plusieurs relations importantes entre ses cellules, dont une est particulièrement connue : chaque cellule est égale à la somme de celle qui est à sa gauche dans la même ligne horizontale et de celle qui est au-dessus d'elle dans la même colonne (fig. 9.1).

On connaît deux versions du *Traité du triangle arithmétique*. Comme le propose Mesnard, le traité a probablement vu le jour en deux impressions distinctes, quoique proches dans le temps[3]. La première des impressions est totalement en latin, tandis que la deuxième a une partie en français distincte en quelques aspects et une suite identique en latin (nous les appellerons « version latine » et « version française »). Le terme *series*, par exemple, qui désigne une ligne horizontale du triangle, devient dans la version française « rang parallèle » ; le terme *radix*, qui désigne une colonne du triangle, devient « rang perpendiculaire ». Le « générateur », qui est assumé être l'unité dans la version latine du traité, peut être un nombre quelconque dans la version française[4].

Le triangle arithmétique de Pascal est célèbre pour au moins deux raisons : on y voit un usage d'importance capitale de l'induction mathématique[5] ; ses usages

[1] Voir par exemple Bosmans (1906), qui mentionne parmi d'autres Stiffel, Jacques Peletier du Mans, Tartaglia, Albert Girard et Stevin comme prédécesseurs de Pascal. Bosmans propose de l'appeler « Triangle de Stiffel ». On sait pourtant aujourd'hui qu'il faut remonter beaucoup plus loin pour l'histoire du triangle arithmétique (voir par ex. Rashed 1972).

[2] Hara (1981, p. 87), par exemple, remarque que, à la différence de ceux qui ont utilisé le triangle avant lui, Pascal ne se sert pas seulement de chiffres, mais aussi de lettres. Hara croit que cela est dû au fait que les nombres concrets du triangle sont des purs exemples, les lettres servant à démontrer les propositions générales de celui-ci.

[3] Si la publication de la deuxième version a été faite en 1655, Mesnard (OC II, p. 1167) propose que son impression ait été effectuée en 1654.

[4] Descotes (2008) a considéré le triangle arithmétique en tant qu'un outil de traductions des vérités mathématiques, considérant parmi d'autres aspects, les différences entre les deux versions du texte.

[5] Quoique les historiens ne considèrent plus Pascal comme l'inventeur de ce procédé de démonstration, il est sûr qu'il en a fait un usage notable. Pour une discussion sur l'induction mathématique et sa genèse chez Pascal, voir en particulier Hara (1981, pp. 48-61), et aussi les références données dans H.

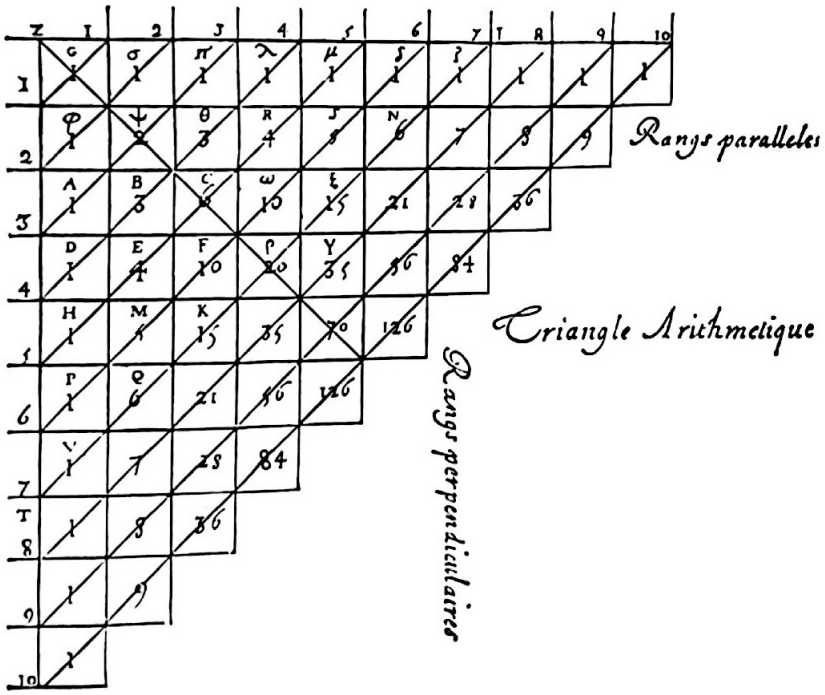

FIGURE 9.1 : Image de la deuxième impression du *Traité du Triangle Arithmétique*

s'étendent jusqu'à la « règle des partis » que Pascal discutait à la même époque avec Fermat ; dans ce contexte, l'étude par Pascal du triangle arithmétique a apporté des résultats nouveaux en arithmétique et en probabilité.

Dans la prochaine section, nous considérons la genèse du triangle arithmétique par rapport à celle de la balance de Dettonville. Si celle-ci est générée par rapport à un modèle qu'on peut dire statico-arithmético-géométrique, la théorisation qui apparaît avec le Triangle Arithmétique est à l'évidence plus centrée sur les questions de nombre. Mais il ne faut pas se limiter, pour autant, à la question de la figuration des nombres et à l'arithmétisation de la géométrie. Le Triangle Arithmétique nous semble également important pour fournir un usage de l'« infini » qui sera rapporté à l'« indéfini » de la balance.

Il faut souligner un fait évident : si d'un côté on a un triangle, de l'autre, dans les *Lettres de A. Dettonville*, on a généralement affaire à un triligne – figure qui possède aussi trois « côtés », dont l'un est courbe. En revanche, si le triangle arithmétique n'a pas de taille assignée, étant indéfiniment grand (*et sic in infinitum*, écrit plusieurs fois Pascal dans son raisonnement par récurrence), dans le triligne au contraire, l'« indéfini » se trouve contenu « dans » une grandeur finie et assignée : on connaît la taille du triligne, et l'indéfini apparaît par les subdivisions de celui-ci. Il y a cependant une sorte de réciprocité pour l'indéfini (plutôt que l'infini) dans chaque cas, étant extérieur ou intérieur à une grandeur finie.

Le passage par le Traité du Triangle Arithmétique sera alors important à la fois

pour comprendre le statut de l'arithmétisation chez Pascal et pour discuter le statut de l'« infini » quand des procédures sont effectuées *in infinitum* (voir 9.5).

9.2 Le triangle et la balance

Dans la lettre à Fermat du 29 juillet 1654 sur la règle des partis, Pascal proposait un problème :

> Étant donné tel nombre de parties qu'on voudra, trouver la valeur de la première. (OC II, p. 1139)

Il faut remarquer d'abord l'emploi de la quantification « tel nombre de parties qu'on voudra », qui désigne une indétermination et qui rappelle l'« indéfini » du modèle de la balance de Dettonville[1]. Le vocabulaire du problème est délicat. *Parties* désigne ici les étapes d'un jeu entre deux joueurs, et ne doit pas être confondu avec *partis*, terme qui désigne le partage juste d'une mise entre deux joueurs si un des deux décide de quitter le jeu à une certaine étape. La confusion de ces termes a été encore plus accentuée par quelques commentateurs, puisque Pascal et Fermat traitent deux problèmes de partis : le « parti des dés » et le « parti des parties »[2].

Nous voudrions indiquer ici une intéressante ambiguïté à ajouter à ce vocabulaire, qui nous semble ne pas être mise en avant par les commentateurs : *parties* désigne aussi bien les étapes d'un jeu que les portions d'un tout – dans ce sens, parler du « nombre de parties qu'on voudra » est une phrase que s'appliquerait aussi bien au problème des *partis* qu'au contexte *géométrique* des Lettre de Dettonville, même si évidemment le sens de *parties* dans chaque cas n'est pas le même.

Or cette ambiguïté devient plus pertinente quand on considère le début du *Traité du Triangle Arithmétique*, qui recèle d'autres parentés avec la balance de Dettonville. Dans le début du texte latin du *Triangulus arithmeticus*, on lit

> *Triangulus Arithmeticus* sic construitur. Ex puncto quotlibet Z aguntur ZL, ZT perpendiculares. In utraque assumuntur quotlibet portiones aequales, 1, 2, 3, 4, etc., a punto Z exordio sumentes. (OC II, p. 1176)

Et d'autre part on lit dans la version française du *Traité du triangle arithmétique* :

> *Je mène d'un point quelconque, G, deux lignes perpendiculaires l'une à l'autre, GV, Gζ, dans chacune desquelles je prends tant que je veux de*

[1] Dans la suite de la lettre, Pascal écrit « si d'un nombre quelconque de lettres, par exemple de 8, A, B, C, D, E, F, G, H, vous en prenez toutes les combinaisons (...) » (OC II, p. 1139). Ou « en latin, car le français n'y vaut rien » : *Si quotlibet litterarum, verbi gratia octo, A, B, C, D, E, F, G, H* (...) » (p. 1140). Cette énumération de lettres pour une quantité « qu'on veut » apparaîtra aussi chez Dettonville.

[2] Cf. Mesnard, OC II, p. 1134.

> *parties égales et continues, à commencer par G, que je nomme 1, 2, 3, 4, etc. ; et ces nombres sont les exposants des divisions des lignes*[1].
> (OC II, p. 1288)

Les expressions qui désignent les quantités prises ici sont de grande importance : *quotlibet portiones aequales* ; *tant que je veux des parties égales et continues*. Il faut prendre tant de portions qu'on voudra qui soient égales : la ressemblance avec la division qui engendre le modèle de la balance de Dettonville est évidente. Rappelons le langage du début de la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy* :

> Soit CAB une balance divisée en tant de parties égales qu'on voudra aux points C, D, A, E, F, B, auxquelles soient pendus les poids 8, 9, 5, 4, 0, 7 (...) (OC IV, p. 417)

La première ressemblance à noter entre la genèse du triangle arithmétique et celle de la balance est alors celle de la « quantification » : on prend *quotlibet*, *tant que je veux*, de parties dans le triangle, tandis que la balance est divisée en *tant de parties qu'on voudra*. Il s'agit là d'un infini potentiel : le triangle n'est jamais achevé dans sa construction pour toutes les cellules, de même que la balance n'est jamais divisée actuellement dans une infinité de parties[2].

D'ailleurs, soulignons que si les éléments fondamentaux du triangle sont les cellules, celles-ci sont retrouvées à partir des droites menées des *portions* (version latine), des *parties* (version française). Dettonville, d'autre part, travaille avec des « petites portions », des « petites parties ».

Finalement, aussi bien dans le triangle que dans la balance les parties doivent être *égales*. Dans le cas du triangle, il est évident que cette division en des parties égales facilite son usage, puisqu'il y est question souvent de considérer des caractéristiques symétriques, comme pour des cellules également distantes des cellules extrêmes de la base. Pour ce qui est de la balance de Dettonville, il n'est pas simple de déterminer la raison de la contrainte des parties égales, laquelle intrigue Merker (2001) ; mais on pourrait bien avoir une de ses raisons dans une influence du modèle du triangle arithmétique lors de la formation de la balance. Par rapport à cela, nous avons vu dans 8 qu'une des principales raisons pour que Dettonville préserve les divisions

[1] Pascal parle ensuite des « points de divisions », desquels sont menées des droites. Quant au fait que les parties sont *continues*, Pascal semble vouloir dire qu'elles sont successives dans la ligne partagée, c'est-à-dire, les parties suivent l'ordre des nombres naturels.

[2] Pour cette « quantification » dans le triangle arithmétique, Pascal écrit non seulement *quotlibet* pour « quelconque », mais aussi *tot quot imperabitur* (*Numeri figurati seu ordines numerici*, OC II, p. 1212). Finalement, pour l'introduction de cette « quantification » Pascal écrit dans le traité *Combinationes* : « Si l'on propose un nombre quelconque de choses quelconques [*multitudo quaevis rerum quarumlibet*], entre lesquelles on permet de prendre un certain nombre, par exemple si, de *quatre* choses désignées par les lettres A, B, C, D, on permet d'en prendre deux au choix, toutes les manières dont peuvent être choisies *deux* différentes parmi les *quatre* proposées sont appelées ici *combinaisons* » (OC II, p. 1232 ; trad. Mesnard). On remarquera l'indication d'un nombre quelconque (*multitudo quaevis*) de choses quelconques (*rerum quarumlibet*).

régulières est que cela permet l'usage des sommes triangulaires – concept lié au triangle arithmétique et aux nombres figurés. Précisons ce lien[1].

Le caractère de récurrence du triangle arithmétique est fondamental ici. Si d'une part une somme triangulaire de Dettonville est une somme de sommes, d'autre part on retrouve des emboîtements dans la genèse même du triangle arithmétique. Du fait que chaque cellule peut être retrouvée par la somme de l'antérieure dans son rang parallèle et de l'antérieure dans son rang perpendiculaire, et que celles-ci peuvent de même être retrouvées par des sommes, on peut exprimer chaque élément du triangle comme une récurrence de sommes jusqu'à la cellule génératrice du triangle.

Mais il y a quelque chose de plus précis à discuter pour ce qui est de la « somme de sommes ». Dans le traité *Combinationes* on retrouve de manière implicite une somme de sommes dans la dixième proposition, qui est la suivante :

> La somme de toutes les combinaisons que l'on peut faire dans un nombre quelconque, diminuée de ce même nombre, est égale à la somme de toutes les combinaisons que l'on peut faire dans chacun des nombres plus petits que le nombre proposé. (OC II, p. 1253 ; trad. Mesnard)

La proposition doit être valable pour « un nombre quelconque » (*quolibet numero*). Comme Pascal le fait généralement, il démontre la proposition pour un cas particulier, qui servira de paradigme à la solution générale – ici, la généralité prétendue par l'exemple est même plus patente, puisque Pascal écrit *sit numerus quilibet 5* : le « quelconque » est associé à un nombre concret, 5. Le nombre étant quelconque, Pascal prend toujours un particulier comme exemple, au lieu de prendre une lettre comme variable[2].

[1] Voir aussi Descotes (2001a, pp. 117-123).

[2] Sur la possibilité d'atteindre la généralité sans passer par un processus d'abstraction en mathématiques, notamment par des paradigmes, voir Chemla (2003). Dans le *De numeris multiplicibus* ..., Pascal présente une méthode générale pour, étant donnés deux nombres, savoir si le premier est multiple ou non du deuxième, par la seule somme des chiffres du premier. Pascal propose de faire une démonstration générale ; dans un geste qui n'est pas usuel dans ses écrits, il représente les nombres par des lettres et non pas par des chiffres, pour la généralité de la démonstration (*Ut haec solutio fiat generalis, litteris utemur vice numerorum*, OC II, p. 1273). Mais il y a deux niveaux de généralité à franchir ici : si Pascal représente les chiffres par des lettres, il n'introduit pas une notation qui comprend des nombres avec n'importe quelle quantité de chiffres, et se limite à des exemples avec deux, trois ou quatre chiffres. On pourrait dire la même chose pour les sommes figurées de Dettonville : les sommes triangulaires et pyramidales sont valables pour le nombre qu'on veut de portions A, B, C, etc. Mais Pascal ne définit pas en général la *somme n-ième* des quantités A, B, C, etc. En revanche, il est certes qu'avec ses démonstrations par l'induction mathématique Pascal passe à un autre niveau de généralité pour ses résultats.

Il faut rappeler que le *De numeris multiplicibus*, ainsi que le *Potestatum numericarum summa* « sont certainement les plus anciens » des traités présentés dans le *Traite du Triangle Arithmétique* (Mesnard, OC II, p. 1170). Cela expliquerait une forme « hybride », comme le dit Hara, d'induction à cette étape du travail de Pascal. Pour Hara (1981, pp. 48-52), en effet, lors de la rédaction de ces deux traités plus anciens, Pascal ignorait encore le procédé d'induction mathématique.

Quant à la désignation d'un nombre en particulier, Hara la considère comme une procédure

L'égalité que Pascal démontrera peut alors entre représentée en langage moderne par[1] :

$$\sum_{i=1}^{5} C_5^i - 5 = \sum_{i=1}^{4} C_4^i + \sum_{i=1}^{3} C_3^i + \sum_{i=1}^{2} C_2^i + \sum_{i=1}^{1} C_1^i = 26$$

Mais on comprend que si Pascal prend ici un nombre quelconque (*quolibet numero*), alors cette proposition pourrait être exprimée par

$$\sum_{i=1}^{n} C_n^i - n = \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{i=1}^{j} C_j^i$$

C'est-à-dire que le deuxième terme peut être exprimé par une somme de sommes, car on prend la somme de *toutes* les combinaisons dans *chaque* nombre moindre que le nombre proposé[2].

La récurrence, caractère fondamental de la genèse du triangle arithmétique et des démonstrations par l'induction mathématique que Pascal y fait, est ici représentée par une somme de sommes. Cela sera repris dans les *Lettres de A. Dettonville* avec la notion de somme triangulaire, qui est non seulement figurative mais qui, étant une somme de sommes, fait appel implicitement à la récurrence (de même que la somme pyramidale, laquelle est une somme simple de sommes triangulaires).

Tous les développements de Pascal sur les sommes triangulaires ne nous ont pas été laissés. Sur les annotations au dos de Sel. 679, Laf. 508, qui constituent des formules symboliques, Descotes (2011, commentaires à Sel. 672, Laf. 404 et 405) propose deux conclusions : 1/ ce document nous permet de savoir comment Pascal notait les sommes triangulaires ; 2/ « nous disposons ici du seul exemple permettant de savoir que Pascal a usé de sommes triangulaires de sommes triangulaires. Nulle part dans les Lettres de A. Dettonville il n'a procédé de cette manière. Il en ressort par conséquent que Pascal n'a pas livré dans ses traités sur la roulette toutes ses inventions relatives aux sommes simples, triangulaires et pyramidales, et que, restreignant volontairement ses explications à ce qui était strictement nécessaire pour la résolution des problèmes qu'il avait proposés, il a conservé ses inventions les plus complexes par devers lui, peut-être en vue d'applications ultérieures. Il n'y a rien d'étonnant à cela : il a procédé de la même manière dans le Traité du triangle arithmétique ». Le procédé des sommes triangulaires dans les écrits de Dettonville relève alors non seulement d'une solution *ad hoc*, mais d'un procédé qui, rapporté à la notion de la récurrence,

commune de l'époque : « Le procédé de Pascal dans ses exemples est parfait, à ceci près qu'il y reste encore, dans le stade d'implication, une allure "quasi-générale" selon l'expression de M. Freudenthal [*quasi-allgemein*] : quand un nombre quelconque (r) est à considérer, Pascal prend en exemple un nombre particulier tel que 3 ou 4 ; mais ce fait concerne moins le fond du raisonnement que le symbolisme mathématique ; tout incombe sans doute à l'absence de la notation propre à désigner dans sa parfait [*sic*] abstraction un nombre pris à discrétion, insuffisance courante à cette époque » (Hara 1981, p. 49).

[1] Nous indiquons par C_j^i la combinaison de i dans j.

[2] *summae omnium combinationum quae fieri possunt in singulis numeris proposito minoribus.*

représentait pour Pascal un pouvoir de calcul encore plus puissant et général. Le manque de documents limite les développements à faire ici, mais une chose est claire : les sommes triangulaires sont rapportées au triangle arithmétique de manière profonde [1]. Nous devons maintenant voir un aspect plus précis dans lequel le triangle arithmétique est rapporté au modèle de la balance de Dettonville.

9.3 Des cellules réciproques : les proportions et la référence

Un autre point de proximité peut être retrouvé entre le triangle arithmétique et la balance de Dettonville : l'articulation entre des proportions établies et le *centre* (de la base du triangle ou de la balance). Voyons comment cela apparaît chez Pascal.

Dans le tout début du *Traité du Triangle Arithmétique*, Pascal déclare qu'il « est facile à démontrer » que, pour « quelque cellule que ce soit »[2],

$$i + j = k + 1$$

Ainsi, pour la cellule F par exemple (fig. 9.1), on a $3 + 4 = 6 + 1$, car elle est au troisième rang parallèle, au quatrième rang perpendiculaire et à la sixième base : « ce qui vient de ce que les deux côtés du triangle sont divisés en un pareil nombre de parties ; mais cela est plutôt compris que démontré » (OC II, p. 1289).

Que veut Pascal dire par cela ? Par la suite, il écrit que « cette remarque est de la même nature, que chaque base contient une cellule plus que la précédente, et chacune autant que son exposant d'unités ». Nous comprenons qu'il veut dire que les bases grandissent de manière uniforme : chacune a une cellule en plus que l'antérieure, et son nombre de cellules est le même que celui de son rang. Or s'il n'y avait pas autant de points dans un des côtés du triangle que dans l'autre, il n'y aurait pas autant de triangles, puisque ceux-ci sont générés quand on joint les points de deux divisions, correspondant à chacun des côtés du triangle : « *joignant ainsi tous les points de division qui ont un même exposant, j'en forme autant* de triangles et de bases » (OC II, p. 1288).

Cela n'est pas sans rappeler l'aspect d'une « double » division régulière chez Dettonville : le fait qu'il exige dans les constructions du triligne qu'il y ait autant de parties dans la base que dans l'axe, ou autant de parties dans la base que dans la courbe. On pourrait songer à une réminiscence du triangle arithmétique pour Pascal ici (au-delà de l'influence des anciennes méthodes des indivisibles, identifiée par Merker par rapport à cette « double » division).

[1] Descotes (2015b, p. 211) propose que Pascal a été amené aux réflexions sur les ordres de sommes dès sa machine arithmétique, laquelle ramène toutes les opérations à l'addition.

[2] En suivant Hara, nous désignons par ${}_kN_i^j$ la cellule N au rang parallèle (ou *ordo*, « ordre ») i, au rang perpendiculaire (ou *radix*, « racine ») j et à la base k.

Si cela reste hypothétique, un aspect fondamental du triangle arithmétique doit être souligné : sa symétrie. En effet, dans le triangle arithmétique les cellules du deuxième rang parallèle sont égales à celles du deuxième rang perpendiculaire, et ainsi pour tous rangs : un rang parallèle est toujours égal au rang perpendiculaire de même nombre, et vice versa. Plus généralement, il y a symétrie[1] par rapport à la ligne diagonale que Pascal appelle la *dividente*, composée des cellules G, ψ, C, ρ ...

Deux cellules dont le nombre de l'exposant du rang perpendiculaire de la première est égal à l'exposant du rang parallèle de la deuxième, et dont le nombre de l'exposant du rang parallèle de la première est égal à l'exposant du rang perpendiculaire de la deuxième sont égales. Pascal définit même ces cellules par un nom spécifique :

> *Les cellules d'une même base également distantsde ses extrémités sont dites* réciproques, *comme celles-ci, E, R, et B, θ, parce que l'exposant du rang parallèle de l'une est l'exposant du rang parallèle de l'autre*[2].
>
> (OC II, p. 1288)

En effet, les cellules « réciproques » sont égales[3]. La conséquence suivante[4] établit un résultat qui exige aussi que les deux côtés du triangle soient divisés dans un même nombre de parties :

> Tant de premières cellules coradicales qu'on voudra, procédant d'une racine quelconque, sont pareilles, une à une, à autant de premières cellules d'un rang ayant pour exposant le même nombre que la racine des coradicales. (OC II, p. 1182 ; trad. Mesnard)

Ainsi les cellules du deuxième rang perpendiculaire, par exemple (toujours dans la fig. 9.1), seront égales aux cellules du deuxième rang parallèle, une à une : c'est-à-dire que σ, ψ, B, E, M, Q seront égales à $\phi, \psi, \theta, R, S, N$, « une à une » (*singulae singulis*). Cette correspondance n'est possible que parce qu'il y a autant (*totidem*) de quantités dans un rang que dans l'autre[5].

Les cellules réciproques seront fondamentales à notre discussion, car étant « également distantes » des extrémités, elles sont égales l'une à l'autre[6], ce que nous verrons être rapporté à l'analogie de disproportion. Mais il faut d'abord passer par le premier

[1] Pascal n'utilise pas le terme de « symétrie » dans le *Traité du triangle arithmétique*.

[2] Dans la version latine, on lit de même que les *cellulae reciprocae* sont celles *aequaliter ab ejus extremis remotae*. Dans le *Divers usages du triangle arithmétique dont le générateur est l'unité*, de la version française du traité, Pascal écrit que « les cellules *correspondantes* sont égales entre elles », dans une exception à l'usage de « réciproque ».

[3] *Consectarium* 4 dans la version latine, conséquence cinquième dans la version française.

[4] *Consectarium* 5.

[5] La version française souligne moins cet aspect : « En tout Triangle arithmétique, un rang parallèle et un perpendiculaire qui ont un même exposant sont composés de cellules toutes pareilles les unes aux autres » (p. 1292).

[6] *sed quoniam ipsae sunt aeque ab extremis remotae, ideoque reciprocae, sunt ipsae eadem* (OC II, p. 1242).

des résultats qui Pascal démontre par l'induction mathématique[1]. Cette proportion concernera aussi les exposants et les distances des cellules aux extrémités, mais les distances ne devront plus être nécessairement égales, car prises par rapport à deux cellules contiguës. La proposition est préparée par un *Avertissement* :

> *Toutes ces conséquences sont sur le sujet des égalités qui se rencontrent dans le Triangle arithmétique. On en va voir maintenant les proportions, dont la proposition suivante est le fondement.* (OC II, p. 1294)

Comme les distances aux extrémités ne seront plus égales, il ne sera plus question de simple égalité, mais de « proportions ». Dans ce cas, il s'agira d'une proportion entre le rapport des exposants et le rapport des distances aux extrémités. La conséquence douzième est la suivante :

> En tout Triangle arithmétique, deux cellules contiguës étant dans une même base, la supérieure est à l'inférieure comme la multitude des cellules depuis la supérieure jusques au haut de la base à la multitude de celles depuis l'inférieure jusques en bas inclusivement[2]. (OC II, p. 1294)

La démonstration de cette proposition est célèbre, car elle donne une formulation plus explicite du principe d'induction mathématique qu'il n'en avait eu auparavant dans l'histoire. Comme la proposition est valable pour « une infinité de cas » (car il y a une infinité de bases de triangles), Pascal propose de la démontrer par le moyen de deux lemmes. Le premier établit que la proposition est valable pour la deuxième base, tandis que le deuxième propose que si cette proposition est valable pour une base, il l'est aussi pour la base suivante. En démontrant les deux, on reconnaît que Pascal démontre la proposition pour l'infinité des cas par le biais de l'induction mathématique. Mais ce qui nous intéresse ici est plutôt un autre aspect de cette proposition.

Soulignons d'abord une caractéristique de son écriture. Au lieu de parler du rapport entre la « multitude des cellules », on pourrait aussi parler du rapport réciproque des exposants, « car ce n'est qu'une même chose » (p. 1298), comme l'indique un *Avertissement* à propos de la conséquence dix-huitième de la version française[3].

Pour les versions latine et française, l'exemple est le même : les cellules E et C, par exemple, sont dans le même rapport que celui de 2 à 3 :

$$E : C :: 2 : 3$$

[1] Il s'agit du résultat démontré par induction mathématique qui apparaît le premier dans l'ordre de présentation du *Traité du Triangle Arithmétique*. L'hypothèse de Hara (1981), que nous ne traiterons pas, est que Pascal a d'abord inventé l'induction mathématique pour le problème des partis, l'appliquant par la suite à des propositions du triangle arithmétique.

[2] Dans la version latine : *Duarum quarumlibet cellularum contiguarum ejusdem basis inferior est ad superiorem ut radix inferiores ad exponentem seriei superioris.*

[3] *Consectarium* 17 de la version latine.

La version latine identifie le nombre 2 à l'exposant de la *radix* de la cellule E, et le 3 à l'exposant de la *serie* de la cellule C. Quant à la version française, elle identifie ces nombres aux distances des extrémités de la base : pour E, il y a deux cellules « jusques en bas », E et H ; d'autre part, pour C il y a trois cellules « jusques en haut » : C, R et μ. C'est-à-dire que le rapport entre les distances des cellules contiguës aux extrémités et le rapport entre leurs exposants réciproques est le même, et interchangeable.

Nous voudrions faire une remarque par rapport à la notion de *distance à l'extrémité* de la base. Dans le cas de deux éléments contigus, comme c'est le cas pour la *conséquence douzième*, connaître leurs distances aux extrémités de la base est équivalent à connaître leurs distances au centre de la base. Nous pouvons représenter cela ainsi : si n est la distance de E à l'extrémité de la base, la distance de C à l'autre extrémité de la base sera $b-n$, le nombre b étant l'exposant de cette base, égale à la multitude de ses cellules (fig. 9.2). Cela n'est valable que parce que les deux cellules sont contiguës, c'est-à-dire, la distance entre elles est 1[1]. Alors le centre de cette base, s'il y existe une cellule[2], sera à la distance $\frac{n}{2}$. Les distances de E et C au centre de la balance seront données, respectivement, par $|\frac{b}{2}-n|$ et par $|\frac{b}{2}-(b-n)| = |-\frac{b}{2}+n|$. D'ailleurs, nous avons vu que les distances aux extrémités et les rapports des exposants sont interchangeables[3]. Ainsi, le rapport

$$E : C :: 2 : 3$$

peut être considéré soit comme

$${}_bT_i^j :_b T_{i-1}^{j+1} :: n : (m-1)$$

soit comme

$${}_bT_i^j :_b T_{i-1}^{j+1} :: n : (b-n)$$

De sorte que $b-n = m-1$, c'est-à-dire qu'on retrouve la relation fondamentale $m+n = b+1$.

Mais ce que nous importe ici est que dans le cas de cellules contiguës la distance aux extrémités peut être « traduite » dans une distance au centre.

[1]Certes on pourrait faire de même si la distance entre les deux était autre mais connue ; ce n'est pas pourtant pas le cas chez Pascal.

[2]Pour le triangle arithmétique la question se pose, encore plus que pour la balance de Dettonville, s'il y a un élément au centre. Si le nombre d'éléments dans la base est pair, il n'y aura pas d'élément au centre de la base. Nous négligeons cela pour parler de la distance au centre, mais pour que le modèle pascalien fût rigoureux il faudrait certainement modifier cela.

[3]Si on veut représenter la conséquence douzième en termes du rapport aux exposants des rangs parallèle et perpendiculaire, on a

$${}_bT_i^j :_b T_{i-1}^{j+1} :: j : (i-1)$$

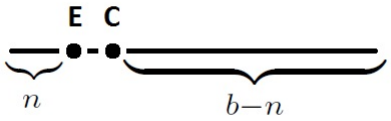

FIGURE 9.2 : Schéma pour la base b, dans laquelle la cellule E est contiguë à la cellule C.

Dans la loi du levier (et dans le modèle de la balance de Dettonville) il faut prendre en compte la distance d'un élément au *centre* de la balance, tandis que dans le triangle arithmétique il faut considérer les distances aux extrémités de la base.

On peut alors dire que la *conséquence douzième* est dans un certain sens équivalente à la loi du levier, car elle expose une proportion entre un rapport entre deux éléments et un rapport entre deux distances (à l'extrémité, mais qui peuvent être transformées en deux distances au centre). En revanche, il faut préciser les différences entre les deux. La conséquence douzième est valable pour un seul cas : celui des éléments contigus[1]. Plus important est la différence de nature des éléments qui entrent dans ces proportions. Si dans le cas de la balance de Dettonville on peut choisir que les éléments auront des « poids » en fonction de la grandeur de laquelle ils font partie (par exemple un triligne), changeant pour chaque grandeur, dans le triangle arithmétique leur place dans le tout est suffisante pour les déterminer et déterminante pour ce rapport aux distances. Indépendamment du générateur du triangle arithmétique, qui peut être l'unité ou un autre nombre, le rapport entre des éléments spécifiques du triangle sera toujours le même.

Rappelons, finalement, que l'importance de la conséquence douzième vient d'être le « fondement » des proportions du triangle arithmétique, comme Pascal le dit. Les conclusions par rapport à la forme proportionnelle sont alors valables pour le triangle arithmétique en général.

Ce fait est important car l'usage des proportions, accompagné de l'identification d'un point de repère (soit-il le centre, soient les extrémités), sont suffisantes à déterminer des éléments par une loi. Qu'il s'agisse des cellules du triangle arithmétique ou des « poids » de la balance de Dettonville, la quatrième proportionnelle apparaît aussi bien dans la conséquence douzième du triangle arithmétique que dans la méthode générale pour les centrés de gravité (laquelle peut être interprétée comme une reformulation de la loi du levier).

La proportion apparaît ici comme un opérateur, au sens où elle permet de calculer un élément manquant. Mais une proportion, en soi, ne calcule rien : elle montre des relations. Ce n'est qu'avec une référence qu'on peut déduire des valeurs : une

[1]Cela ne serait pas un problème si, comme nous avons mentionné, étant donnés n'importe quels éléments d'une base, la distance entre eux était aussi donnée.

référence qui peut être une unité de base établie ou un premier rapport déterminé ; dans ce cas, il s'agit des distances aux extrémités, qui, nous l'avons montré, sont équivalentes à la distance au centre – aspect dans lequel on revient au modèle de la balance. Si la proportion donne une relation, les extrémités ou le centre donnent la substance, pour ainsi dire, par rapport à laquelle cette relation est établie.

La question profonde sur l'établissement des relations peut être ainsi posée. Quant à l'aspect plus profond de la question – pourquoi établir des relations ? –, il est discuté de manière singulière dans *Disproportion de l'homme* (voir chap. 11.3.2) :

> mais les parties du monde ont toutes un tel rapport et un tel enchaînement l'une avec l'autre que je crois impossible de connaître l'une sans l'autre et sans le tout. (Sel. 230, Laf. 199)

D'autre part, les différentes relations, ou mieux, les différentes formulations des mêmes relations, sont importantes pour qu'on révèle leur équivalence : « ainsi se multiplient les propositions, et non sans utilité ; car des énoncés différents, encore que relatifs à une même proposition, se prêtent à différents usages ». Ce sont ces variations des énonciations des proportions dans le *Traité du Triangle Arithmétique* que nous considérons dans la prochaine section.

9.4 Le langage des proportions dans le triangle arithmétique

La célèbre phrase de Pascal sur les propositions qui « se multiplient » apparaît dans un Avertissement (*Monitum*) sur une règle de conversion de proportions :

> On peut faire une infinité d'autres remarques au sujet de ces propositions, et chaque proposition peut donner lieu à différents énoncés ; par exemple, lorsqu'on dit qu'*un nombre est à un autre comme un troisième à un quatrième*, ne peut-on dire autrement que *le produit* [factum] *du premier par le quatrième est égal au produit du second par le troisième* ? Ou bien que le produit *de deux d'entre eux divisé par l'un des deux autres est égal à celui qui reste* ? Ainsi se multiplient les propositions, et non sans utilité ; car des énoncés différents, encore que relatifs à une même proposition, se prêtent à différents usages. En cela doit consister l'étude des géomètres ; car des énonciations assorties avec cet art conduisent à des théorèmes nouveaux et de grande portée, en permettant d'établir des liens entre des propositions qui semblaient n'avoir aucun rapport dans les termes où elles avaient été d'abord conçues [*connectendo quae omnino aliena videbantur ut primo concepta fuerant*]. Qui ne possède pas ce talent de tourner les énoncés à tous sens [*cui versatile hoc deest*

> *ingenium*] pratiquera péniblement la géométrie ; mais comme il n'est pas affaire de don mais d'exercice, il suffira d'ouvrir la voie par cet exemple[1].

L'Avertissement concerne la proposition 8 du *Numeri figurati seu ordines numerici* : « chaque nombre figuré est au nombre figuré de l'ordre précédent qui procède de la racine prochainement plus grande comme la racine du premier à l'exposant de l'ordre du second »[2], ce qu'on peut rendre par :

$$N_{i-1}^{j+1} : N_i^j :: (i-1) : j$$

Cette proposition est donc de la forme

$$a : b :: c : d$$

Mais, selon les formulations alternatives de l'Avertissement, on peut aussi écrire cette proportion sous la forme :

$$b.c = d.a$$

$$\frac{b.c}{a} = d$$

Ces trois énoncés, dit Pascal, expriment la même proposition. Dans sa première forme, nous représentons par : et par :: l'expression classique de la proportion en latin, *A est ad B ... ut C ad D*. Dans la deuxième et la troisième, nous représentons le « produit » par un point (.), en écrivant *factum* dans l'*Avertissement* et *ductum* dans l'exemple. Une proportion est ainsi dite être équivalente à un produit[3]. Cette équivalence est « évidente » du point de vue des mathématiques modernes – mais qu'en dire dans le cadre des mathématiques d'Euclide ? Comme le montre Rabouin (2016), la propriété de la conversion de proportions apparaît dans les *Éléments* aussi bien pour les nombres (prop. VII, 13) que pour les grandeurs (prop. V, 16), de sorte que cette équivalence ne pose pas de problème (évidemment en observant la

[1] *Numeri figurati seu ordines numerici*, trad. Mesnard ; OC II, pp. 1202-1203.

[2] OC II, p. 1202, trad. Mesnard.

[3] Descotes (2008, p. 248) déclare à propos de ces trois formulations : « la première affirme l'égalité entre les rapports qui associent des grandeurs homogènes (lignes, surfaces ou solides). La seconde exprime l'égalité de deux rectangles dont les côtés sont inégaux. La troisième effectue une *application* au sens de Viète, c'est-à-dire la soustraction d'une dimension à une grandeur qui en a plusieurs ». Mais Descotes rappelle que le traité des *Numeri figurati* ne traite que de nombres, et non pas de grandeurs. Or, en fait l'usage de *ductum* pour le produit de deux nombres n'était pas inédit jusqu'à Viète : Blaise de Parme (c. 1355 – 1416), par exemple, écrivait qu'un *numerus* pourrait être *in se ductus* (*Questiones Circa Tractatum Proportionum Magistri Thome Braduardini*, Questio 6 – Parme 2006, p. 110). Même avant, on trouvait déjà *ductum* dans la traduction latine des *Éléments* d'Euclide (on lit par exemple « ducto a in c producatur k » dans l'édition, importante au XII^{e} et XIII^{e} siècles : *Robert of Chester's (?) Redaction of Euclid's Elements, the so-called Adelard II Version*, Addendum 143 (ad X.42), H. L. L. Busard ; M. Folkerts (éds.), Birkhäuser, 1992, vol. 2, p. 934).

contrainte que dans ce cas les quatre grandeurs doivent être homogènes, et non seulement deux à deux homogènes).

Quant à la troisième formulation de la proposition 8, il faut la lire en entier :

> Chaque nombre figuré, multiplié par [*ductus in*] la racine prochainement plus petite, contient *autant de fois* [*toties*] le nombre figuré de l'ordre suivant qui procède de cette racine plus petite *que* [*quoties*] l'exposant de l'ordre du nombre proposé contient l'unité.
>
> (OC II, p. 1203 ; trad. Mesnard ; italiques dans l'original)

Ce qu'on peut rendre de la manière suivante :

$$[N_i^j.(i-1)] : N_{i-1}^{j+1} :: j : 1$$

L'important ici sont les particules comparatives : « autant de fois » traduit *toties*, et « que » traduit *quoties*, toutes les deux étant appliquées à la relation de contenir (*continere*). Il s'agit d'une sorte de formulation équivalente pour la proportion. Le fait qu'une grandeur contient *autant de fois* une autre *que* une troisième contient une quatrième rappelle même la définition V, 5 des *Éléments* des grandeurs en proportion quand elles sont des « équimultiples », ou la définition VII, 21 des nombres en proportion quand elles sont des « équimultiples », ou « la même partie » ou « les mêmes parties »[1]. La seule contrainte à signaler ici est que dans le cas des grandeurs il faut assigner une unité aux grandeurs pour que cette proportion soit possible.

C'est intéressant de regarder également l'équivalent dans version française du *Traité du triangle arithmétique*. Pascal dit que les conséquences peuvent être augmentées « de beaucoup par de différentes énonciations » :

> car au lieu de d'exprimer ces propositions comme j'ai fait, en disant *qu'un nombre est à un autre comme un troisième à un quatrième*, ne peut-on pas dire que *le rectangle des extrêmes est égal à celui des moyens* ? et ainsi multiplier les propositions, et non sans utilité ; car étant regardées d'un autre côté, elles donnent d'autres ouvertures[2].

Cela apparaît dans le contexte du *Traité des ordres numériques*, dans lequel Pascal déclare que tout ce qui a été dit pour les cellules et pour les rangs du triangle arithmétique convient aux ordres des nombres[3]. Pascal dit que « les mêmes égalités et les mêmes proportions qui ont été remarquées aux uns se trouveront aussi aux autres » (OC II, p. 1302) – notons que cette traduction est aussi une question de conservation de proportions[4].

[1] Nous suivons ici la traduction de B. Vitrac dans Euclide (1994-2001).

[2] *Traité des ordres numériques*, OC II, p. 1327.

[3] La question du triangle arithmétique comme un outil de traduction mathématique a été traité par Descotes (2008).

[4] Dans ce « nouveau langage » (p. 1327) des ordres numériques, il faudra par exemple indiquer par la somme de l'exposant de l'ordre à la racine, moins l'unité, ce qui avant était le rang de la base – car sans la notion du triangle il n'y a plus de sens de parler de « base ».

Il faut alors, comme l'écrit Pascal par la suite, « tourner les propositions à tous sens » (OC II, p. 1329)[1] : un même résultat mathématique peut être présenté sous plusieurs formes. La proportionnalité apparaît ainsi comme une des formes de déclinaison d'une structure qui peut être aussi exprimée par une égalité de produits.

Un autre cas particulier est encore à commenter par rapport à l'usage du langage dans le cas des cellules réciproques du triangle, objet de notre section 9.3. Si on considère des cellules réciproques, elles sont par définition également distantes des extrémités de la base. Pascal considérera aussi des *séries* qui sont à la même distance des extrémités du triangle. On lit dans la *consectarium* 17 :

> En tout triangle arithmétique, deux rangs également distants des extrémités sont entre eux en raison réciproque de leurs exposants[2].
> (OC II, p. 1191 ; trad. Mesnard)

L'exemple donné est celui du triangle $GV\zeta$, dans une proportion qu'on peut formuler ainsi :

$$(\underbrace{\phi+\psi+\theta+R+S+N}_{\text{series secunda}}) : (\underbrace{P+Q}_{\text{series sexta}}) :: 6 : 2$$

Pascal justifie ainsi qu'il ait choisi les deuxième et sixième rangs :

> *Je compare le second rang au sixième, parce que le sixième rang est à la même distance du septième rang V, le dernier du septième triangle, que le second rang du premier*[3]. (OC II, pp. 1191-1192 ; trad. Mesnard)

Selon cette proposition, les rangs considérés sont en raison réciproque de leurs exposants. Mais ces rangs eux-mêmes gardent une relation entre eux : ils sont à la même distance des extrémités du triangle. Comme nous l'avons déjà dit, distances aux extrémités et exposants réciproques sont interchangeables dans ce cas.

Le mode d'expression de Pascal ici est particulièrement intéressant : *tantum distat A a X, quantum B distat a Y*. On y reconnaît un langage classique pour les relations, existant par exemple dans le langage médiéval pour parler des attributs

[1] En écrivant à Fermat sur le développement en parallèle par les deux mathématiciens d'un même résultat par des différentes manière, Pascal déclare que « les manières de tourner une chose sont infinies » (OC II, p. 1328).

[2] *In omni triangulo arithmetico duae series aeque ab extremis remotae sunt inter se in ratione reciproca exponentium.* Dans la version française, *conséquence dix-huitième*. On y parle de rangs « également distants des extrémités » ; quoique il ne soit pas question du rapport réciproque aux exposants, la formulation étant par la multitude des cellules, cette formulation est donnée dans l'*Avertissement* qui suit.

[3] *Secundam autem et sextam comparo, quia series sexta tantum distat a septima serie V, quae extrema est in septimo triangulo, quantum secunda series distat a prima.*

divins, notamment chez S. Thomas : *quantum distat Deus ab homine, tanto voluntas Dei ab hominis voluntate*[1].

Il s'agit d'une analogie de disproportion telle que nous l'avons définie : une chose est aussi éloignée d'une deuxième qu'une troisième l'est d'une quatrième. Un des modes de comparaison du triangle arithmétique, caractérisé par sa symétrie, est de dire qu'une cellule est aussi distante de l'extrémité de la base qu'une autre cellule est éloignée de l'autre extrémité. Le fait que deux cellules sont également distantes des extrémités serait-il un manque de référence au triangle ? En fait, comme nous l'avons vu à la section 9.3, l'insertion des distances aux extrémités dans des relations (notamment dans des proportions) permet en particulier de trouver la référence qui est le centre de la base. L'analogie de disproportion, outil du langage qui part des différences, permet néanmoins le procurer une certaine unité.

9.5 Le triangle arithmétique et l'« infini »

Pour ce qui est de l'« infini » dans le triangle arithmétique, il faut prendre en compte le *Numeri figurati seu ordines numerici*. Les « ordres numériques » présentés par Pascal dans ce traité sont les suivants : le premier est la suite d'unités, 1, 1, 1, 1, etc. ; le deuxième, est la série formée par l'addition de ces unités : 1, 2, 3, 4, 5, etc., c'est-à-dire les nombres naturels ; le troisième, formé par l'addition des nombres naturels, est la série des nombres triangulaires : 1, 3, 6, 10, etc. ; et ainsi par la suite. C'est-à-dire que le tableau rencontré par Pascal pour les « ordres numériques » est exactement la même (*ipsissimam*) que le triangle arithmétique – ce qui change est l'aspect dont Pascal traite dans chacun des traités. Pascal déclare dans ce traité qu'il montrera la relation (*connexio*) entre trois choses : un nombre (figuré) d'un ordre quelconque, sa racine et l'exposant de son ordre. Dès qu'on connaît deux de ces éléments, dit Pascal, on connaîtra aussi le troisième[2] : on y reconnaît une structure de réduction dans la connaissance mathématique, qui n'est pas sans rapport à celle de la quatrième proportionnelle.

Il est particulièrement intéressant de considérer ici le deuxième problème : « Étant donné un nombre et l'exposant de son ordre, trouver la racine » (OC II, p. 1208, trad. Mesnard). Mais

> *On peut aussi l'énoncer de cette sorte* :
>
> Étant donné un nombre quelconque [*quolibet numero*], trouver la racine du plus grand nombre d'un ordre numérique quelconque proposé [*cujuslibet propositi*], qui soit contenu [*contineatur*] dans le nombre donné. (*idem*)

[1] *De Veritate*, Q. 23, a. 7, objection : *Praeterea, quantum distat Deus ab homine, tanto voluntas Dei ab hominis voluntate, ut dicit Glossa super illud Ps. XXXII, 1 : rectos decet collaudatio. Sed Deus tantum distat ab homine, quod homo non potest ei conformari. Cum enim homo a Deo in infinitum distet, nulla potest esse ipsius ad Deum proportio. Ergo nec voluntas hominis divinae voluntati conformari poterit.* Cf. l'annexe B.

[2] *ex his tribus datis duobus quibuslibet, tertius inveniatur* (OC II, p. 1204).

L'exemple pris par Pascal est le suivant : soit donné un nombre, par exemple 58, et soit proposé un ordre quelconque (*quicunque*), par exemple le sixième. Il faut trouver alors la racine du nombre de sixième ordre 58 – c'est-à-dire, la racine du plus grand nombre du sixième ordre qui soit contenu dans 58.

La procédure de Pascal est de faire deux séries de multiplications en parallèle (ce qui est explicité par la disposition du texte, en deux colonnes qui fonctionnent comme une « table »). Le nombre de l'ordre est multiplié par le prochain plus grand, puis par le suivant, etc. ; le nombre proposé est multiplié par les nombres naturels à partir de 2. Nous en présentons un schéma, y suppléant une notation moderne :

Multiplication de l'exposant de l'ordre proposé	*Multiplication du nombre proposé*
6	58
7 * 6 = 42	2 * 58 = 116
8 * 42 = 336	3 * 116 = 348
9 * 336 = 3024	4 * 348 = 1392

Pascal donne la condition pour que cette multiplication s'arrête :

> *Et ainsi à l'infini, jusqu'à ce que le dernier multiple de l'exposant 6, savoir, 3024, se trouve plus grand que le dernier multiple du nombre donné, savoir, 1392. L'opération est alors achevée : car le dernier multiplicateur du nombre donné, savoir, 4, est la racine recherchée*[1].
>
> (OC II, p. 1209 ; trad. Mesnard)

Or comment le processus peut aller *in infinitum*, s'il doit être « achevé » (*absoluta est operatio*) ? Comment le processus peut-il aller *in infinitum*, s'il doit en fait aller jusqu'à (*donec*) une étape, à laquelle il doit s'arrêter pour que l'algorithme soit valable ?

La solution donnée par Pascal au problème considéré est que 56, nombre du sixième ordre et de la quatrième racine, est le plus grand nombre dans son ordre à être contenu dans le nombre donné 58. Voyons la démonstration.

Il faut montrer que le nombre du sixième ordre de racine 4, à savoir 56, est moins grand que 58 ; d'autre part, il faut montrer que le nombre suivant du même ordre, à savoir 126, de racine 5, est plus grand que le nombre donné 58.

Cela peut paraître bizarre. Il faut pourtant se rappeler du mode de démonstration de Pascal – pour lui, un exemple peut avoir le rôle de paradigme, étant valable pour le cas général[2]. Quand il démontrera que 56 est moins grand que 58, il faudra alors

[1] *Et sic in infinitum, donec ultimus productus exponentis 6, nempe 3024, major evadat quam ultimus productus numeri dati, nempe 1392 ; et tunc absoluta est operatio : ultimus enim multiplicator dati numeri, nempe 4, est radix quae quaerebatur.*

[2] Le mot *paradigma* en latin, indiquant un exemple, est utilisé par Pascal dans OC II, p. 1235 et p. 1266.

comprendre qu'il démontre que le nombre trouvé est moins grand que le nombre donné, en des termes génériques.

Les deux derniers nombres trouvés dans la colonne droite sont :

$$348 = 58 * 1 * 2 * 3$$

et

$$1392 = 58 * 1 * 2 * 3 * 4$$

Mais, *ex constructione*[1],

$$6 * 7 * 8 \leq 58 * 1 * 2 * 3$$

et d'autre part

$$6 * 7 * 8 * 9 > 58 * 1 * 2 * 3 * 4$$

Mais, comme Pascal l'a montré aussi bien pour le triangle arithmétique que pour les ordres numériques (cf. Hara 1981, p. 39) :

$$N_i^j = \frac{i(i+1)...(i+j-2)}{(j-1)!}$$

Alors pour 56, élément du sixième ordre et de racine 4,

$$56 = \frac{6 * 7 * 8}{1 * 2 * 3}$$

et

$$56 * 1 * 2 * 3 = 6 * 7 * 8$$

Mais

$$6 * 7 * 8 \leq 58 * 1 * 2 * 3$$

donc

$$56 * 1 * 2 * 3 \leq 58 * 1 * 2 * 3$$

et finalement

$$56 < 58$$

[1]Nous représentons *non est major* par ≤. Cela veut dire qu'on suppose que l'algorithme serait valable même pour le cas d'une égalité à la fin, et non seulement quand un des produits devient plus grand que l'autre. Comme les deux cas existent (soit le nombre donné est un nombre de l'ordre proposée, soit il faut trouver le plus grand nombre de l'ordre proposé contenu dans le nombre donné), Pascal donne la solution pour le deuxième cas, le plus difficile.

Pascal démontre de manière analogue que $58 < 126$, et la démonstration est ainsi conclue : « le nombre 56 est le plus grand nombre de son ordre qui soit contenu dans le nombre donné, et l'on a trouvé sa racine, 4 » (OC II, p. 1211 ; trad. Mesnard).

Cet exemple est intéressant car Pascal le démontre par une série d'inégalités – quelque chose qui rappelle la méthode des anciens de l'« exhaustion », qui sera reprise par Pascal lui-même dans la lettre à ADDS (sec. 12.2.1).

En revanche, si dans les méthodes d'« exhaustion » on peut s'approcher autant qu'on veut de la grandeur cherchée, ici les nombres entiers ne sont pas indéfiniment divisibles, et leur distribution dans des ordres et des racines est déterminé par un « seuil ». Notamment, à un moment dans cette procédure il y a un renversement de l'inégalité (ou la génération d'une égalité, dans le cas que le nombre donné soit lui-même un nombre de l'ordre donné). C'est-à-dire que, comme nous l'avons souligné, le procès s'arrêtera à un certain point.

L'exemple du *Numeri figurati seu ordines numerici* est important, car il nous fait voir que *in infinitum* dans les procédures du triangle arithmétique veut dire jusqu'à un nombre quelconque, mais qui est fini. Cela est à rapprocher de l'« indéfini » de Dettonville que nous avons vu dans la section 8 (voir aussi 12.1).

Dans le *De numeris multiplicibus …*, on retrouve un cas semblable ; Pascal écrit « et sic in infinitum » (OC II, p. 1274) pour une procédure qui doit finir à un moment, car elle concerne des chiffres d'un nombre donné quelconque (*dati cujuslibet numeri*), qu'on comprend être fini[1]. Dans un des exemples proposés (savoir si 287 542 178 est multiple de 7), Pascal fait une procédure finie (dont chaque étape correspond à un des neuf chiffres du nombre à diviser), et après l'avoir finie, écrit « et ainsi de suite, s'il en restait » (*et sic deinceps si superessent*). Or cette dernière expression, qui doit être équivalente à *in infinitum*, et qui apparaît d'autres fois dans le traité, montre que la procédure doit avoir une quantité *finie* d'étapes, car les chiffres doivent finir à un moment : *si* il y en avait encore à une étape, il faudrait poursuivre jusqu'à finir la procédure. La structure conditionnelle montre bien qu'il y a une possibilité qu'à une étape donnée il y reste encore des chiffres. Mais rien ne laisse penser que reste *toujours* un chiffre. Cet exemple montre alors un usage de *in infinitum* de Pascal qui signifie une procédure de nombre indéterminé, mais fini[2].

Nous avons alors identifié que *in infinitum* dans les démonstrations rapportées au triangle arithmétique a un sens potentiel et non pas actuel. L'importance de cela réside encore dans le fait que le raisonnement par récurrence est crucial pour le triangle arithmétique et pour les démonstrations par induction qui s'y rapportent[3]. Dans le cinquième lemme du traité *Combinationes*[4], par exemple, Pascal écrit :

[1] Dans la démonstration de la proposition unique du Traité, Pascal écrit aussi « etc. in continuum ».

[2] Il faut toujours prendre en compte l'antériorité du *De numeris multiplicibus* par rapport aux autres parties du *Traité du triangle arithmétique*.

[3] Pour le raisonnement par récurrence, voir l'annexe H.

[4] Le lemme est le suivant : « En tout triangle arithmétique, la somme des cellules d'un rang

> Quoiqu'il y a une infinité de cas de cette proposition, car il y a une infinité de triangles, j'en donnerai cependant une démonstration brève, en posant deux remarques[1]. (OC II, p. 1238 ; trad. Mesnard)

C'est-à-dire que l'induction mathématique permet de donner un traitement « bref » à une infinité de cas ; disons qu'il y a une approche « finie », pour ainsi dire, de l'infini. L'expression quoique (*quamvis*), est concessive, et nous rappelle la *Generatio conisectionum*, dans laquelle Pascal utilise exactement le même mot (voir 13.2). Pascal porte alors une « proportion »[2] du cas fini au cas infini, par le moyen de la récurrence[3].

9.6 Les indivisibles entre géométrie et arithmétique

On retrouve au début de la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy* une définition des sommes triangulaires, qui est en rapport, comme l'avons vu (dans 8.3), avec les développements que Pascal avait fait dans le *Traité du Triangle Arithmétique*. Cela montre que le travail mathématique de Pascal a une continuité après 1654, à la différence de ce que certains commentateurs ont supposé[4].

Pour ce qui concerne la signification de l'usage des sommes triangulaires dans le traitement de la cycloïde, il faut prendre en compte le rapport des nombres aux grandeurs. On peut même dire que ce rapport est constitutif de l'approche pascalienne des indivisibles[5], y compris dans l'*Esprit géométrique*.

Le passage d'une dimension à une autre nous renvoie à l'important passage qu'on retrouvait dans la conclusion du *Potestatum numericarum summa*, partie de

---

quelconque égale la multitude des combinaisons de l'exposant du rang dans l'exposant du triangle. » (trad. Mesnard).

[1] *Quamvis infiniti sint hujus propositionis casus, sunt enim infiniti trianguli, breviter tamen demonstrabo, positis duobus assumptis.*

[2] C'est ainsi que Pascal appelle le résultat du lemme 5, quoiqu'il s'agit de l'égalité d'une somme de cellules à une combinaison, et non pas proprement de proportionnalité.

[3] Une importante distinction rappelée par Hara (1981) est celle entre la récurrence unique de l'induction mathématique pascalienne et l'ancienne méthode de récurrence « répétée », laquelle éprouvait le besoin de passer par tous les nombres antérieurs pour arriver au but de la démonstration : de 1 à 2, de 2 à 3, de 3 à 4, etc., et non pas d'un nombre quelconque r à $r+1$. Dans l'induction mathématique, au contraire, la répétition de la récurrence n'est point nécessaire : le cas initial, accompagné du « pas d'induction », suffisent pour démontrer la proposition pour une infinité de cas. Il est même intéressant que l'induction mathématique soit aussi appelée « induction finie ». En fait, l'induction mathématique permet de comprendre, avec une démonstration, une infinité de cas.

[4] Cf. Mesnard, OC IV, p. 414, note.

[5] « In Pascal's works, indivisibles always appear in a context which associates numbers and continuous magnitudes. And one can consider all the contribution he brought to the evolution of indivisibles from this angle, which places him in an unusual position in the general movement of arithmetisation of geometry » (Descotes 2015b, p. 211).

la version latine du *Traité du Triangle Arithmétique* (quoique le *Potestatum* ait été composé avant le reste de l'ouvrage).

Ce traité cherche une règle pour retrouver les sommes des puissances de nombres naturels. Si les « Anciens » avaient donné la somme des n premiers carrés et la somme des n premiers cubes, Pascal veut présenter la somme des n premiers nombres à la puissance k, et même la somme des m nombres d'une suite arithmétique quelconque à la puissance k :

> Étant donné autant qu'on voudra de nombres, en progression quelconque, commençant par un nombre quelconque, trouver la somme de leurs puissances de degré quelconque[1]. (OC II, p. 1268)

Il est intéressant de voir comment dans cette exposition de la méthode la généralité cherchée par Pascal est indiquée par quatre termes signifiant « celui qu'on veut » ou « autant qu'on veut » : *quotcunque*, *qualibet*, *quovis*, *quarumvis*. Cela sera important pour notre discussion sur la notion de quantification (voir 12.3).

Pascal présente une méthode qui concerne les *différences* des puissances pour retrouver la somme cherchée. Après l'avoir montré, il déclare :

> Le parti qu'on peut tirer des résultats qui précèdent pour déterminer les dimensions des espaces curvilignes n'échappe pas à ceux qui sont tant soit peu versés dans la théorie des indivisibles. Car on peut immédiatement carrer toutes les paraboles de tous les genres, et mesurer très facilement un grand nombre d'autres courbes.
>
> Donc si l'on veut appliquer les résultats obtenus par cette méthode à la quantité continue, les règles suivantes peuvent être posées.
>
> *Règles relatives à la progression naturelle qui commence par l'unité*
>
> La somme de plusieurs lignes est au carré de la plus grande comme 1 à 2.
>
> La somme des leurs carrés est au cube de la plus grande comme 1 à 3.
>
> La somme de leurs cubes est au 4e degré de la plus grande comme 1 à 4.
>
> *Règle générale relative à la progression naturelle qui commence par l'unité*
>
> La somme de toutes les lignes de degré quelconque est à la plus grande élevée au degré supérieur comme l'unité à l'exposant du degré supérieur.
>
> (OC II, pp. 1270 - 1271 ; trad. Mesnard)

[1] *Datis quotcunque numeris, in qualibet progressione, a quovis numero initium sumente, invenire summam quarumvis potestatum eorum.*

Dans des termes modernes, cette règle générale est équivalente à[1] :

$$\frac{\int_0^a x^q dx}{a^{q+1}} = \frac{1}{q+1}$$

ou

$$\int_0^a x^q dx = \frac{a^{q+1}}{q+1}$$

Pascal déclare qu'il ne parlera pas des autres cas de cette règle (*canon*) ; cela serait facile si on prend en compte un « principe » (*principio*) :

> *dans le cas d'une quantité continue, des quantités d'un genre quelconque, ajoutées, autant qu'on veut, à une quantité d'un genre supérieur, ne lui ajoutent rien de plus.* Ainsi les points n'adjoignent rien aux lignes, les lignes aux surfaces, les surfaces aux solides, ou, *pour employer le langage des nombres dans un traité consacré aux nombres*, les racines n'apportent rien par rapport aux carrés, les carrés par rapport aux cubes, les cubes par rapport aux carrés-carrés, etc. C'est pourquoi les degrés inférieurs, se révélant comme de valeur nulle, ne doivent pas être considérés. Ces points sont familiers à ceux qui ont étudié les indivisibles, mais j'ai cru bon de leur consacrer cette addition, afin que la liaison, jamais suffisamment admirée, par laquelle la nature amoureuse d'unité engage vers l'un les choses les plus éloignées en apparence, ressorte de cet exemple, où l'on peut voir la *dimension d'une quantité continue* couplée avec la *sommation des puissances numériques*[2].
>
> (OC II, pp. 1271 - 1272 ; italiques dans l'original)

[1] Cette « règle » avait déjà été retrouvés par d'autres mathématiciens, tels que Cavalieri et Fermat (Russo 1962, p. 309).

[2] Nous proposons des altérations à la traduction de Mesnard (OC IV, pp. 1271 - 1272). Il faut prendre compte du rapport entre les verbes *addo* et *superaddo*, que Mesnard traduit par « ajouter » et par « augmenter » ; nous utilisons « ajouter » pour les deux cas, traduisant « *nihil ei superaddit* » par « ne lui ajoutent rien de plus », le préfixe *super* étant traduit par « de plus ». Nous traduisons « *adjiciunt* » par « adjoignent » (au lieu de « ajoutent »), tenant aussi compte du fait que le terme possède un sens spatial : étymologiquement, il s'agit de placer quelque chose à côté d'une autre – ce qui est exactement le cas ici, par exemple quand on augmente une ligne d'un point. Quant à « *nullius valoris existentes* », nous prenons « *existo* » dans le sens de « se manifester, se montrer » (Gaffiot). Le terme « *quadrato-quadratis* » a été traduit par certains éditeurs par « carro-carrés » (Lafuma, Pascal 1963, p. 94). Comme Pascal lui-même écrira en français « carrés-carrés » (OC IV, p. 478), il faut conserver cette graphie, comme le fait Mesnard. Quant à *in unum addicat*, il s'agit d'une expression de traduction difficile ; nous proposons une traduction qui préserve la mention de l'unité, à la différence de Mesnard qui ne la garde pas. Voici le passage en latin : « *in continua quantitate, quotlibet quantitates cujusvis generis quantitati superioris generis additas nihil ei superaddere.* Sic puncta lineis, lineae superficiebus, superficies solidis nihil adjiciunt : seu, *ut numericis, in numerico tractatu, verbis utar*, radices quadratis, quadrata cubis, cubi quadrato-quadratis, etc., nihil apponunt. Quare, inferiores gradus, nullius valoris existentes, non considerandi sunt. Haec, quae indivisibilium studiosis familiaria sunt, subjungere placuit, ut nunquam satis mirata connexio, qua ea etiam quae remotissima videntur in unum addicat unitatis amatrix natura, ex hoc exemplo prodeat, in quo

Ce passage est très important en raison de la liaison qu'il propose entre le domaine des nombres et celui des « quantités continues » (les grandeurs). Si dans la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy*, une liaison entre nombres et grandeurs apparaît entre les sommes triangulaires et la balance applicable à des grandeurs, dans le *Potestatum numericarum summa* il était question de sommes et d'ordres de grandeurs. Pour le moment, notons que l'équivalence que propose Pascal – entre le surpassement d'ordres en arithmétique et le surpassement d'ordres en géométrie est compatible avec le schéma de l'analogie de disproportion – nous y reviendrons[1].

Pascal dit que « ces points sont familiers à ceux qui ont étudié les indivisibles », mais qu'il doit expliciter les liens cachés de la nature. Or, cela veut dire qu'à l'époque du *Potestatum numericarum summa*, écrit en 1654, Pascal avait déjà suffisamment de connaissances sur les indivisibles pour en dégager une conséquence d'importance notable, comme celle de la négligeabilité d'éléments dans un certain contexte. Cela est aussi montré, comme on le sait, dans l'*Esprit Géométrique*. Mais comme ce texte est difficilement datable, pouvant être aussi tard que 1656, ce passage est notre document le plus sûr pour attester qu'au moins en 1654 Pascal avait cette conscience par rapport aux indivisibles[2].

Par rapport à l'usage du vocabulaire, notons que Pascal écrit qu'on peut ajouter des quantités d'un genre inférieur à une quantité d'un genre supérieur autant qu'on veut (*quotlibet*), sans rien y ajouter. Or, cela nous amène à voir une connexion avec les indivisibles (comme le fait aussi l'*Esprit Géométrique*), notamment pour la question de la négligeabilité. Si nous faisons attention au mot qui désigne l'indétermination d'une opération (dans ce cas, *quotlibet* par rapport à la multiplication), c'est parce que cela sera important dans l'évaluation du langage des lettres de Dettonville par rapport aux quantités utilisées. Ajouter « autant qu'on veut » de grandeurs d'un genre « n'apporte rien » au genre supérieur : le rapport au fragment des trois ordres (section 5.3) est clair, et a été proposé. Il témoigne d'ailleurs d'un principe général de Pascal, qu'un élément d'un ordre est nul par rapport à l'ordre supérieur[3].

« Ces points sont familiers à ceux qui ont étudié les indivisibles », écrit Pascal.

---

quantitatis continuae dimensionem cum *numericarum potestatem summa* conjuctam contemplari licet ».

[1] Pascal parle ici de « plusieurs genres ». Plus tard dans sa vie, il parlera plutôt d' « ordres ». Or ce qu'intéresse ici est de savoir que la notion de l'hétérogénéité a joué un rôle dans la conceptualisation de plusieurs genres/ordres de grandeurs. Dans l'*Usage du triangle arithmétique pour les ordres numériques*, rédigé après le *Potestatum numericarum summa*, Pascal examine des nombres qui « n'ont pas de nom ; ainsi j'ai été obligé de leur en donner ; et, parce que ceux de progression, de degré et de puissance sont déjà employées, je me sers de celui d'ordres » (OC II, p. 1300). Il faut souligner que Pascal emploie aussi le mot *gradus*, « degré », dans le *Potestatum*, pour signifier les différentes puissances que peut avoir un nombre.

[2] Cf. Descotes (2015b, p. 212-213).

[3] Ce principe, utilisé par Pascal dans plusieurs contextes, semble faire sa première apparition ici. Son importance pour les mathématiques est énorme : à titre d'exemple, mentionnons les études sur les comparaisons asymptotiques, importantes y compris pour l'informatique (voir par exemple Graham, R. L., Knuth, D. E., Patashnik, O. *Concrete mathematics : a foundation for computer science*, Addison-Wesley, 2e éd., 1994, chap. 9).

En effet, nous reviendrons sur la question de la négligeabilité d'éléments d'ordre inférieur des éléments quand il s'agit d'« indivisibles » (voir 12, notamment 11.2.2). Notons encore que cette remarque apparaît justement lors de la comparaison entre des « quantités continues » et des nombres, ce principe étant formulé et pour les uns et pour les autres. Il s'agit pour Pascal de le présenter dans le langage propre à chaque domaine (*ut numericis, in numerico tractatu, verbis utar*), de sorte que nous pouvons parler ici d'une analogie de disproportion : de même qu'il y a négligeabilité des éléments de genre inférieur dans le cas des quantités continues, de même les puissances inférieures, dans le cas des sommes d'autant qu'on veut d'éléments, peuvent être prises comme nulles vis-à-vis des supérieures[1]. La place propre de la discussion des indivisibles, entre la géométrie et l'arithmétique, va avec un aspect fondamental qui relie les deux domaines : la négligeabilité d'un élément par rapport à un ordre supérieur.

Or cette négligeabilité, nous le savons, n'existe pas dans l'absolu. Les degrés inférieurs, *se révélant comme de valeur nulle* (*nullius valoris existentes*), *ne doivent pas être considérés* (*non considerandi sunt*) : les degrés inférieurs n'ont pas une valeur nulle dans l'absolu, mais *se révèlent* comme de valeur nulle dans un certain contexte – c'est pourquoi ils *ne doivent pas être considérés*, non car ils sont nuls en soi, mais car ils doivent être pris en tant que nuls dû à leur contexte.

Quel est le contexte de cette négligeabilité ? Il s'agit des sommes indéfinies (on ajoute « autant qu'on veut »), qui redéfinissent la valeur des éléments d'autre ordre. C'est encore l'infini qui relie ici arithmétique et géométrie. La négligeabilité (rapportée à l'infini de petitesse) ne vient qu'avec une somme d'autant d'éléments qu'on veut (rapportée à l'infini de grandeur). Encore ici, de même que dans l'*Esprit Géométrique*, c'est l'infini (ou les deux infinis) qu'on voit procurer les liens entre les différents domaines des mathématiques. Pascal le sait, et ce n'est pas sans raison qu'il donne cet exemple, afin que ressorte « la liaison, jamais suffisamment admirée, par laquelle la nature amoureuse d'unité engage vers l'un les choses les plus éloignées en apparence ». Nous reviendrons au rôle de l'infini dans cette unification dans la partie III de ce travail. Pour le moment, il faudra évaluer un autre type de comparaison des incomparables, à l'intérieur du domaine de la mesure : celle entre le courbe et le droit.

[1] Soulignons encore que dans cette comparaison le terme *genus*, dans le cas des quantités continues, trouve équivalent dans le *gradus* des sommes numériques.

Chapitre 10

En mesure : la comparabilité du courbe et du droit chez Dettonville

Quatrain.

De pouvoir mesurer tous les corps d'icy bas
Et reduire le rond en figure gonicque,
C'est beaucoup, mais c'est tout d'estendre le compas
Sur les dimensions du monde platonique[1].

Introduction

Dans ce chapitre, nous considérons la comparaison des « incomparables » qui sont le droite et le courbe (en particulier le circulaire) dans les *Lettres de A. Dettonville*. Cela nous importe ici car souvent la comparaison entre le courbe et le droit ne peut exister que dans une situation dans laquelle l'infini de petitesse intervient, notamment dans la division des grandeurs à être comparées[2]. C'est dans ce contexte que surgira une comparabilité entre le courbe et le droit, telle que nous l'avons vu dans le Traité du Sinus du Quart de Cercle (section 8.6).

Après une introduction soulignant l'aspect philosophique de la question, nous montrons comment Pascal traite le rapport entre la circonférence et le rayon d'un cercle (section 10.1). Nous montrons par la suite comment Pascal utilise les termes de grandeurs « données » ou « connues » (section 10.2), pour discuter alors de comment

[1] Jean L'Hoste, *Pratique de la géométrie, contenant les moyens pour mesurer et arpenter tous plans accessibles, avec les demonstrations d'icelle tirées des Elemens d'Euclides les plus necessaires pour parvenir à la congnoissance des Mathematicques, expliquez practicquement par diverses figures & raisons Arithmeticques ; utile et convenable à tous Arpenteurs, Architectes, Menusiers & aultres ouvriers travaillans par Regle & Compas*, Au Pont-a-Mousson, par François du Bois imprimeur, 1607, p. 8.

[2] Cet infini de petitesse, à la suite de ce que nous avons vu dans 8, se montrera être plutôt de l'ordre de l'indéfini que de l'infini.

il fait que certains problèmes soient renvoyés à d'autres problèmes antérieurs (section 10.3). Cela sera notamment le cas pour les problèmes du concours sur la cycloïde, qui sont résolus par le moyen de solutions sur le cercle et la parabole. Dans 10.4, finalement, nous traitons de la rectification de la cycloïde.

La question sur la comparabilité du cercle et de la droite n'est pas nouvelle. Aristote se demandait[1] :

> C'est une question de savoir si tout mouvement est comparable ou n'est pas comparable avec tout autre mouvement quelconque. Si l'on admet que tous les mouvements sont comparables (...) il en résultera qu'une que la droite est égale au cercle. Mais ces deux derniers termes ne sont pas comparables entre eux ; et, par conséquent, les mouvements ne le sont pas davantage[2]. (*Physique*, VII 5)

La comparabilité entre le cercle et la droite na va pas de soi[3]. Reste là le problème de la « quadrature du cercle » posé depuis l'Antiquité.

Un des défis pour la cycloïde proposés par Pascal était de trouver l'aire sur cette courbe ; d'ailleurs, la « réponse » à une question pas posée est venue de la part de Wren quand celui-ci a proposé une rectification pour la cycloïde – et Pascal en a donné sa version (voir 10.4).

Or tout l'enjeu des quadratures et des rectifications, y compris par la méthode des indivisibles, est de trouver une équivalence entre le courbe et le droit.

Il faut considérer l'importance philosophique du rapport entre le circulaire et le droit. Entre l'un et l'autre il y a, en effet, une sorte d'irréductibilité qui, du point de vue moderne, apparaît dans les nombres réels avec π : le périmètre de la circonférence d'un cercle et le rayon de celui-ci ne sont pas commensurables. Déjà Archimède, dans son petit traité généralement appelé *La mesure du cercle*, présentait trois propositions, dont la première était la suivante :

> Tout cercle est équivalent à un triangle rectangle dans lequel l'un des côtés de l'angle droit est égal au rayon du cercle et la base (c'est-à-dire l'autre côté de l'angle droit) égale au périmètre du cercle.
> (trad. dans Archimède 2003 [1970])

L'importance de ce théorème est de mettre en rapport les problèmes de la quadrature du cercle et de la rectification de la circonférence.

[1] Cf. Seidenberg (1975, p. 282).

[2] L'adjectif pour « comparable » ici est *sumblêtós*, qui vient du verbe *symballô* : « comparer, rapprocher », mais en premier sens « jeter ensemble », « mettre ensemble » (Bailly).

[3] Certes la position d'Aristote sur la comparabilité entre le cercle et la droite n'est pas toujours la même. Le passage est toutefois intéressant pour rappeler la question de la comparabilité entre le cercle et la droite.

On se rappellera de la proposition XII, 2 des *Éléments* d'Euclide : « Les cercles sont l'un relativement à l'autre comme les carrés sur leurs diamètres ». Mais il faut noter que cette célèbre proposition n'apporte pas une comparaison entre une droite et un arc de cercle : deux aires de cercle sont entre elles comme les carrés correspondants aux diamètres sont entre eux.

A. Seidenberg (1975) souligne qu'on ne trouve pas dans les *Éléments* un théorème que dit que deux circonférences sont l'une à l'autre de même que leurs diamètres, ou un théorème que dit que la raison entre une circonférence et son diamètre est la même pour tous les cercles. Seidenberg argumente qu'Euclide connaissait probablement ce théorème[1], mais il n'aurait pas les moyens pour le démontrer. Les principes de comparaison des *Éléments* étant restreints, Euclide ne pouvait pas démontrer, par exemple, un fait simple comme qu'un arc de cercle est plus long que la corde correspondante[2].

Il est revanche déjà question d'un postulat chez Archimède[3], repris ainsi par Pascal dans un *Avertissement* :

> Je suppose le principe d'Archimède : Que si deux lignes sur le même plan ont les extrémités communes, et sont courbes vers la même part, celle qui est contenue sera moindre que celle qui la contient ». (OC IV, p. 548)

En fait, dans les *Lettres de A. Dettonville* c'est la possibilité de renvoyer à des résultats donnés ou connus (section 10.2) qui permet de franchir d'une certaine manière l'incomparabilité entre le cercle et la droite est connu. Pour calculer l'aire sous la cycloïde, il suffit de supposer connue celle du cercle et d'en déterminer le rapport.

Il est alors question de comparaison entre des figures, comme c'est le cas plus généralement pour les méthodes des indivisibles.

Sur la « méthode des indivisibles », F. Russo (1962, p. 307) remarque :

> Cette doctrine avait la supériorité sur la méthode d'exhaustion des Anciens d'offrir une méthode générale pour la sommation des surfaces et

[1] Soit par les mathématiques babyloniennes qui seraient parvenues aux grecs, soit à partir de l'école d'Aristote – par la *Physique*, par le *De Caelo* ou, ce qui ne serait pas des mains d'Aristote lui-même, par la *Mécanique*.

[2] « If, then, Euclid had heard of this theorem, how is it that he did not prove it ? The simple reason, I believe, is that he did not know how. In fact, even to speak of the ratio of the circumference to the diameter, he would have had to know that these were magnitudes of the same kind. How, for example, would Euclid have shown that an arc of a circle is greater than its chord ? Besides the notion of invariance under congruence, Euclid knows no principles of comparison except such as are comprised in « Common Notions » : the whole is greater than the part ; if equals be added to equals, the wholes are equal ; if equals be subtracted from equals, the remainders are equal ; there is also the "Axiom of Archimedes" corresponding to V, Definition 4. These serve for comparing areas, but the case of arclength requires some further principle, since there is no way to make a line segment coincide with a circular arc. There is no way to establish from *The Elements* that the arc is greater than the chord » (Seidenberg 1975, p. 281).

[3] Dans *De la sphère et du cylindre*.

> des volumes ; plus exactement, pour établir l'égalité ou la proportionnalité de deux surfaces ou de deux volumes. Cette méthode repose, on le sait, sur l'établissement d'une égalité ou d'une proportionnalité, terme à terme, entre éléments infinitésimaux composants, précisément, les *indivisibles*, qualifiés « lignes » dans le cas du calcul d'une surface.

La démarche des méthodes des indivisibles est comparer des indivisibles des figures correspondantes. Elle en exhibe alors plutôt des *rapports* et des *proportions* que de donner des *mesures* pour des grandeurs. C'est bien cela que nous verrons chez Dettonville quand l'aire d'une figure est déterminée si on suppose connue celle d'une autre.

Il faut d'autre part montrer en quoi Pascal se *rapproche* d'Archimède. Tout comme la dite « méthode d'exhaustion » archimédienne, les sommes d'aires et de volumes faites par Pascal sont, en un sens, une technique pour, à partir des éléments « droits » (rectangles, solides prismatiques), calculer le courbe[1]. D'ailleurs, cela se fait sous une contrainte particulière :

> point commun à cet usage de la méthode de Cavalieri et à la méthode archimédienne d'exhaustion, point qui n'a pas échappé à Descartes, est qu'il s'agit, dans un cas comme dans l'autre, d'accepter la réduction d'un fragment de courbe à un fragment de droite, ou d'une figure curviligne à une figure rectangulaire ; ce qui fait intervenir l'infini d'un côté comme de l'autre. (Cléro 1998, p. 495)

Devrait-on alors se satisfaire de solutions approchées ou serait-il possible d'avoir une solution exacte ? C'est le moment où l'infini entre en jeu.

Est-ce qu'on peut dire que le polygone d'une infinité de côtés *est* le cercle ou cela ne reste-t-il qu'une approximation ? La première réponse revient à admettre la comparabilité, en sens fort, du courbe et du droit.

La question a été largement traitée par la tradition, avec une grande importance philosophique :

> une tradition remontant à Alain de Lille et passant par Maître Eckhart et Nicolas de Cues, prend argument des anomalies offertes toujours plus nombreuses par la représentation circulaire pour faire de la sphère le symbole de Dieu, seul parfait, suffisant et autonome : ainsi Charles de Bovelles fait de la distance finie du triangle au carré, au pentagone, à l'hexagone... et infinie de ces figures à la circonférence, le symbole de l'incommensurabilité de la matière, de l'homme et de l'ange à Dieu. Infinie la circonférence l'est comme la limite du polygone ; elle l'est aussi quand elle désigne le bord inassignable d'une sphère, dont le centre est partout. (Magnard 2007, p. 74)

[1] Voir 12.2.

La sphère dont le centre est partout et la circonférence nulle part a été le signe de Dieu et est appliquée par Pascal à la nature (voir 11.3.2) ; elle est aussi signe d'une infinité qui serait celle du rapport entre le circulaire et le droit.

La question n'a pas été ignorée par Descartes. Dans les *Réponses aux Quatrièmes Objections*, Deuxième Partie (« De Dieu »), dans le contexte de la discussion sur le fait que Dieu est *cause de soi*, Descartes admet qu'il ne s'agit pas dans ce cas d'une cause efficiente à proprement parler, mais que « par analogie on peut se référer à la cause efficiente »[1].

> Et néanmoins toutes ces manières de parler, qui ont rapport et analogie avec la cause efficiente, sont très nécessaires pour conduire tellement la lumière naturelle, que nous concevions clairement ces choses ; tout ainsi qu'il y a plusieurs choses qui ont été démontrées par Archimède touchant la Sphère et les autres figures composées de lignes courbes, par la comparaison de ces mêmes figures avec celles composées de lignes droites ; ce qu'il aurait eu peine à faire comprendre, s'il en eût usé autrement.
>
> Et comme ces sortes de démonstrations ne sont point désapprouvées, bien que la Sphère y soit considérée comme une figure qui a plusieurs côtés, de même je ne pense pas pouvoir être ici repris de ce que je me suis servi de l'analogie de la cause efficiente, pour expliquer les choses qui appartiennent à la cause formelle, c'est-à-dire à l'essence même de Dieu[2].

Il s'agit alors d'une question sur le type de discours qui peut convenir à une propriété divine, et Descartes affirme que ce type de discours doit procéder par analogie – raison pour laquelle il peut parler de « cause efficiente » au lieu de « cause formelle ». Mais l'important à noter ici est qu'il justifie cet usage par une analogie de deuxième niveau (« tout ainsi que ») avec les mathématiques d'Archimède, où celui-ci procéderait par une comparaison entre les figures curvilignes et rectilignes. Il s'agit alors d'une analogie entre deux domaines, au sein desquels l'usage lui-même d'analogies prévaut. De même que la sphère peut être considérée comme une figure de plusieurs côtés, de même pourra-t-on parler de cause efficiente pour Dieu.

> Certes, il me semble que M. Arnauld a fait en ceci la même chose que si (après qu'Archimède, parlant des choses qu'il a démontrées de la Sphère par analogie aux figures rectilignes inscrites dans la Sphère même, aurait dit : si je pensais que la Sphère ne pût être prise pour une figure rectiligne, ou quasi rectiligne, dont les côtés sont infinis, je n'attribuerais aucune force à cette démonstration, parce qu'elle n'est pas véritable, si vous considérez la Sphère comme une figure curviligne, ainsi qu'elle est en effet, mais bien si vous la considérez comme une figure rectiligne dont le nombre des côtés est infini).

[1] *Quae per analogiam ad efficientem referri possit.*
[2] AT IX 1, pp. 186-187.

> Si, dis-je, M. Arnauld, ne trouvant pas bon qu'on appelât ainsi la Sphère, et néanmoins désirant retenir la démonstration d'Archimède, disait : si je pensais que ce qui se conclut ici, se dût entendre d'une figure rectiligne dont les côtés sont infinis, je ne croirais point du tout cela de la Sphère, parce que j'ai une connaissance certaine que la sphère n'est point une figure rectiligne.
>
> Par lesquelles paroles il est sans doute qu'il ne ferait pas la même chose qu'Archimède, mais qu'au contraire il se ferait un obstacle à soi-même et empêcherait les autres de bien comprendre sa démonstration[1].

Descartes dit alors d'Arnauld qu'il serait comme Archimède, dans le cas que celui-ci nierait que la sphère possède une infinité de côtés, après s'en être servi pour la démonstration.

> s'il aurait conservé la différence spécifique entre les figures rectilignes et curvilignes, Archimède n'aurait pas pu utiliser sa méthode d'exhaustion et il n'aurait pas réussi. Cette réponse signifie que le passage à la limite est autorisé en mathématiques et donc il est permis en métaphysique aussi. Descartes n'anticipe pas le calcul infinitésimal avant Leibniz ici, mais il montre que la même preuve, lorsqu'elle ne concerne pas l'essence des objets, est aussi bonne pour ce qui est limité que pour l'illimité [*unlimited*]. Cette analogie entre la théologie et l'œuvre d'Archimède sur la sphère légitime une fois de plus l'analogie mathématique dans la preuve ontologique de l'existence de Dieu.
>
> (Nicolle 2004, p. 398 ; notre traduction)

La question ici est alors : quand Archimède accomplit sa « méthode d'exhaustion », dans quel sens faut-il comprendre que la sphère *est* en effet une figure d'une infinité de côtés ? Pour Descartes, cette affirmation est nécessaire pour que la méthode archimédienne ait un sens, et c'est ainsi qu'il pose le parallèle entre l'identification du courbe et du droit, dans les mathématiques, et la comparaison faite par Arnauld en théologie[2].

[1] AT IX-1, p. 189

[2] Dans une lettre à Mersenne du 27 mai 1638, Descartes écrit : « Vous me demandez si ie pense qu'un globe, roulant sur un plan, decrit une ligne egale à sa circonference, à quoy ie repons simplement qu'ouy, par l'une des maximes que i'ay ecrites, sçavoir que toutes les choses que nous concevons clairement et distinctement sont vrayes. Car ie concoy bien aisement une meme ligne pouvoir estre tantost droite & tantost courbee, comme une corde ; mais ie ne sçaurois concevoir ce qu'on entend par les points d'un globe, lors qu'on les distingue des ses parties, ny comprendre cette subtilité de la Philosophie » (AT II, pp. 140-141). La question est cependant complexe car Descartes refuse ces mêmes arguments comme pouvant fonder une géométrie « exacte » ; il écrit, par exemple : « à cause que la proportion qui est entre les droites et les courbes n'étant pas connue, et même, je crois, ne le pouvant être par les hommes, on ne pourrait rien conclure de là qui fut exact et assuré » (*La géométrie*, dans Descartes 1991 [1637], p. 32).Sur l'« exactitude » de la géométrie cartésienne, voir Bos (2001).

Pour ce qui est de la méthode archimédienne, la question n'est pas si simple, et nous croyons que l'association de la sphère au polygone infini n'est nullement nécessaire. Pour Pascal, il suffit de rendre la différence entre les deux moindre qu'aucune grandeur donnée (voir 8 et 12.3). On verra en détail dans les prochaines sections comment ce rapport entre le circulaire et le droit est instauré par Pascal[1].

10.1 Le rapport entre le rayon et la circonférence

Après avoir défini les onglets[2], Pascal propose un résultat dans la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy*. Pour un triligne quelconque,

> le double onglet est au demi-solide comme le rayon au quart de circonférence. (OC IV, p. 435)

C'est-à-dire que le double onglet $CFNAM$ du triligne ACF sera au demi-solide de révolution (fig. 10.1) comme le rayon YZ au quart RY de la circonférence de rayon YZ (fig. 10.2). Cette proposition est importante car on voit admis ici un rapport entre une droite (le rayon) et un arc de cercle.

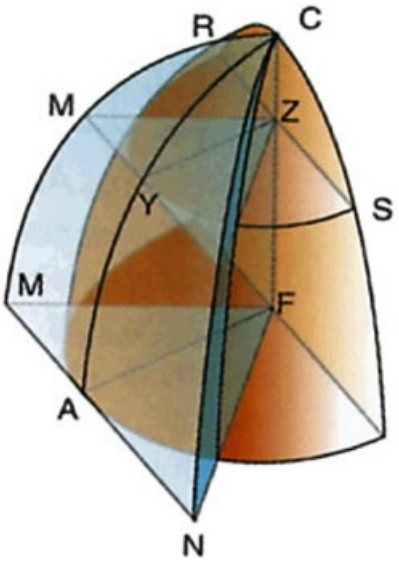

FIGURE 10.1 : Image illustrant le double onglet (bleu) et le demi-solide (orange), présenté en Descotes (2015, p. 234).

L'onglet apparaît dans cette proposition comme une figure auxiliaire pour déterminer le volume du demi-solide de révolution du triligne – question rapportée à un

[1] Un autre auteur à considérer Desargues, qui identifie :« une espèce de rapport entre la ligne droicte infinie & la ligne courbée d'une courbure uniforme » (voir 13.2). Descartes quant à lui a déclaré que cela relevait de « la métaphysique de la géométrie » – voir 13.2.

[2] Pour l'explication des onglets, voir 8.5.

des « problèmes de juin » : déterminer le volume du demi-solide de révolution de l'espace de la roulette. La stratégie de Pascal est de mettre en rapport les sections du double onglet et les sections du demi-solide, dans une procédure qui rappelle la méthode des indivisibles de Cavalieri. Même si la comparaison section à section ne fait pas la règle chez Dettonville, le mouvement de réduire des nouveaux résultats à d'autres déjà *connus* constitue une de ses stratégies majeures pour la solution des problèmes sur la roulette[1].

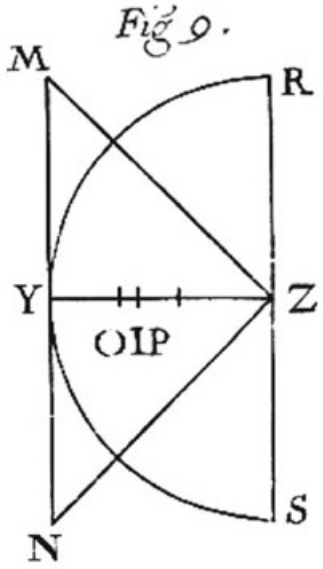

FIGURE 10.2 : Figure 9 des *Lettres de A. Dettonville.*

Si on fait des divisions indéfinies de ces ces deux solides, les sections du double onglet seront des triangles rectangles isocèles MNZ, et les sections du demi-solide seront des demi-cercles RYS (fig.10.2). Pascal énonce alors que

> tous les triangles ensemble formés dans le double onglet seront à tous les demi-cercles ensemble formés dans le demi-solide comme le triangle MZN au demi-cercle RYS. (OC IV, p. 436)

On voit un rapprochement avec la méthode de Cavalieri quand Pascal parle de « tous les triangles ensemble » ou « tous les demi-cercles ensemble » dans le contexte d'une proportion, rappelant le concept cavalierien de *omnes*[2].

[1]Dans un *Avertissement* qui suit la proposition que nous sommes en train d'analyser, Pascal écrit : « Voilà les rapports qui sont entre les demi-solides et les onglets ; par où il paraît que, si on connaît la dimension et les centres de gravité des onglets et de leurs surfaces courbes, on connaîtra la même chose dans les demi-solides, par la comparaison du rayon au quart de la circonférence, dont on suppose ici que la raison est donnée » (OC IV, p. 439).

[2]Dans une proposition suivante, Pascal citera le P. Tacquet pour justifier qu'une surface soit la somme de ses sections, écrivant « *toutes les droites ensemble* de la surface courbe du double onglet »

Une fois établie cette proportion, Pascal peut montrer que le rapport entre le double onglet et le demi-solide est aussi équivalent à celui entre le rayon et le quart de circonférence du cercle, comme il était à démontrer. Le rapport entre les deux collections (« tous les triangles » et « tous les demi-cercles ») sert alors d'intermédiaire pour le rapport cherché entre les figures, de même que dans la méthode de Cavalieri[1].

Or ce qui nous intéresse ici est que Pascal présente dans cette proposition la droite et la circonférence du cercle dans un rapport entre deux grandeurs[2].

Il faut prendre en compte que ce rapport apparaît dans le contexte de la recherche du volume du demi-solide et de son centre de gravité, contexte dans lequel le double onglet est introduit en tant que figure auxiliaire pour trouver ce qui est cherché. Le rapport entre la droite et le cercle apparaît donc quand des propositions sont démontrées dans le cadre d'une stratégie qui part d'un cas connu pour déterminer un cas inconnu.

Finalement, il faut noter que, dans la pièce *Propriété des sommes simples triangulaires et pyramidales*, Pascal relie explicitement cette question à celle de la quadrature du cercle. C'est ainsi qu'il écrit dans une démonstration, par rapport à la figure 10.3 :

> Puisque le centre de gravité du demi-solide formé par le triligne FXA autour de FA est donné, ou (ce qui est la même chose en supposant la quadrature du cercle) le centre de gravité du double onglet de l'axe, (...) (OC IV, p. 476)

Pascal déclare alors que le centre de gravité du solide de révolution du triligne autour de l'axe sera donné si le centre de gravité du double onglet est donné (et vice-versa), sous réserve de supposer la quadrature du cercle.

En effet, comme nous venons de voir dans l'exemple de la *Lettre de Monsieur Dettonville à M. de Carcavy*, le rapport entre ces deux solides est le même que celui entre le rayon du cercle et le quart de circonférence. Cela apparaissait du fait que les sections du double onglet et du solide de révolution étaient, respectivement, un rectangle isocèle dont la hauteur était égale au rayon du cercle, et un demi-cercle.

Si on considère alors que la raison entre la circonférence et le rayon est donnée, ce qui est équivalent à admettre la quadrature du cercle, la connaissance du centre

(OC IV, p. 438 ; c'est nous qui soulignons) – même si Pascal se soucie bien de préciser alors qu'il s'agit en fait de rectangles : « la somme de toutes les droites de la surface de l'onglet (c'est-à-dire la somme des rectangles compris de chacune de ces droites et des portions égales de la courbe AYC, des divisions de laquelle elles sont sont menées) » (*idem*).

[1] Descotes (2015b, pp. 232-234) propose une formulation en termes modernes : si l'aire du triangle rectangle MZN est YZ^2 et si l'aire du demi-cercle RYS est $\frac{1}{2}\pi(YZ)^2$, le rapport entre eux sera $\frac{(YZ)^2}{\frac{1}{2}\pi(YZ)^2} = \frac{2}{\pi}$. Mais $\frac{2}{\pi}$ est justement le rapport du quart de cercle au rayon, puisque $\frac{\frac{1}{4}2\pi ZY}{ZY} = \frac{2}{\pi}$. Formuler le résultat de Pascal en ces termes est certes anachronique – il n'est pas question, dans les écrits de Dettonville, du nombre π –, mais aide à comprendre le résultat de Pascal à des yeux modernes.

[2] Le rapport entre le quart de circonférence du cercle et son rayon apparaît également dans deux autres propositions– cf. OC IV, pp. 437-438, proposition semblable pour laquelle Pascal cite le P. Tacquet.

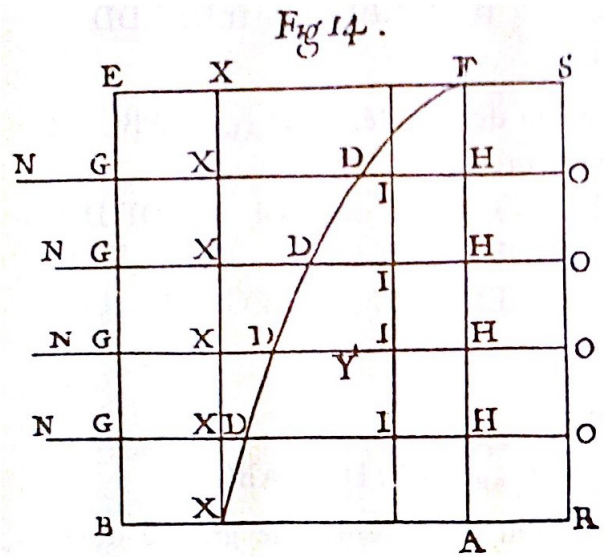

FIGURE 10.3 : Figure 14 des *Lettres de A. Dettonville.*

de gravité d'un de ces solides nous amène à la connaissance du centre de gravité de l'autre. C'est ainsi en effet que Pascal procédera aussi dans cette démonstration, « en supposant toujours la quadrature du cercle quand il le faut » (OC IV, p. 476). Mais est-ce que Pascal considère la quadrature du cercle comme « donnée » ? Précisons ce que Pascal veut dire par ce vocabulaire.

10.2 Grandeurs « données » et grandeurs « connues »

Qu'est-ce qu'une grandeur « donnée » pour Pascal ? Par rapport à la polémique avec le P. Lalouvère, qui reprochait à Pascal de ne pas exhiber ses calculs pour les problèmes du concours de la roulette[1], Descotes (2001a, p. 71) remarque que, pour Pascal, « résoudre un problème n'est pas nécessairement posséder un résultat complet, mais avoir le *pouvoir prochain* de le résoudre, au sens moliniste où il ne manque rien pour obtenir le requis ».

Ce type de démarche, à savoir, considérer le problème résolu quand il est clair que nous avons acquis les conditions pour calculer le résultat voulu, apparaît dans les lettres circulaires du concours de la roulette, Pascal déclarant (anonymement) que le calcul d'un cas particulier était suffisant pour que celui qui l'envoie soit considéré comme le vainqueur[2]. C'est-à-dire qu'avoir les conditions de possibilité

[1] Lalouvère, *De cycloïde*, *in* OC IV, p. 881-882.

[2] C'est le cas de la deuxième lettre circulaire, dans laquelle Pascal écrit « *Casus autem, cujus solius sufficiet calculus, ille est* (...) » (OC IV, p. 197). Costabel (1962a) a parlé d'une « philosophie de la priorité » pour les conditions du concours de Pascal (qui comprennent aussi la condition polémique de présenter une *demonstrationem quantumvis compendiosam*). Les conditions ont été questionnées par les participants du concours, et Pascal y a répondu, dans une intéressante démarche

pour la résolution du problème est considéré comme avoir la solution du problème. Une résolution en puissance, si elle est effectivement une solution, est aussi valable qu'une solution en acte, si l'on peut dire ainsi. D'ailleurs, nous retrouvons dans ces conditions du concours un passage du particulier au général : la résolution d'*un cas* étant suffisante pour que *le tout* soit considéré comme résolu, on peut penser à la notion de *paradigme* (comme c'est d'ailleurs le cas pour la généralisation du modèle de la balance dans les écrits de Dettonville – voir 8.4).

Mais il faut considérer ici un autre aspect de la démarche de Dettonville : le rapprochement entre les grandeurs *données* et les grandeurs *connues*. Utilisés dans la tradition géométrique depuis Euclide, les termes *donné* et *connu* ne sont pas équivalents, et pourtant Pascal déclare les utiliser sans distinction. Comme Pascal lui-même l'explique, pour « Euclide et les Anciens »

> une grandeur est *donnée*, quand on peut y en donner une égale, et (...) ainsi l'espace du cercle est donné quand son rayon est donné ; au lieu qu'on ne peut pas dire absolument qu'il soit *connu*, parce que le mot de *connu* enferme quelque autre chose. (OC IV, p. 440)

Pour Euclide dire qu'une grandeur est *donnée* n'implique pas qu'elle soit *connue*. En effet : à partir du rayon d'un cercle, on peut construire l'aire de celui-ci – c'est le résultat d'Archimède dans *La mesure du cercle* : un triangle dont un des côtés de l'angle droit a la même mesure que le rayon d'un cercle, et dont l'autre côté de l'angle droit a la même mesure que la circonférence du même cercle, aura une aire égale à celle du cercle. Mais cela ne veut pas pourtant dire que l'aire du cercle soit *connue* (en effet, comme nous le savons, elle est incommensurable au rayon du cercle)[1].

Quant à Pascal, il déclare :

> Je vous avertirai encore que j'use indifféremment de ces deux termes, *donné* ou *connu*, pour signifier une même chose ; ce n'est pas que je ne sache qu'il y a de la différence, en ce que, selon Euclide et les Anciens, une grandeur est *donnée*, quand on peut y en donner une égale, et qu'ainsi l'espace du cercle est donné quand son rayon est donné ; au lieu qu'on ne peut pas dire absolument qu'il soit *connu*, parce que le mot de *connu* enferme quelque autre chose. Mais dans ce discours j'appelle un *espace*

que nous ne discutons pas ici. Remarquons seulement que dans la deuxième lettre Pascal suppose *donnée* la raison de la base de la cycloïde à sa hauteur.

[1] Déterminer ce que veut dire *donné* pour Euclide est une question complexe dont la réponse doit commencer évidemment par l'ouvrage appelé *Les Données* (ΔΕΔΟΜΕΝΑ). Sur la notion de grandeur « donnée » pour Euclide, voir Taisbak (2003, p. 18), qui le distingue de la notion de « connu » qui elle n'est pas employé par Euclide : « vital (numerical) properties of the items are not known even if the item is constructed, e.g. length and area », et « Measuring is banished from Euclidean geometiry, perhaps because of the incommensurability problem. Lines and areas can be compared and found to be equal or unequal ». Il y a alors de la comparaison de grandeurs pour Euclide, mais non pas de *mensuration* de grandeurs.

> *donné*, ou *connu*, celui qui a raison donné à un carré connu ; et de même j'appelle *raison donnée* ou *connue* la raison de nombre connu à nombre connu, ou de droite connue à droite connue, ou de la circonférence d'un cercle à une portion connue de son diamètre, et je n'en reçois aucune autre pour *donnée* ou *connue* » (OC IV, p. 440)

Avec l'équivalence entre des grandeurs *données* et des grandeurs *connues*, Pascal propose une sorte de structure transitive entre d'une part ce qu'on cherche et d'autre part ce qui est accepté car déjà connu : il s'agit d'une sorte de réduction de l'inconnu au connu. Si la raison d'une grandeur à une grandeur connue est elle-même connue, alors la première grandeur sera connue : on reconnaît un schéma ternaire dans lequel, si deux éléments sont *donnés* ou *connus*, alors le troisième le sera aussi. Ce schéma est aussi valable dans le cas des raisons (qui seront connues si elles subsistent entre deux grandeur connues, ou entre deux nombres connues, ou finalement entre la circonférence du cercle et la droite)[1]. Cela n'est pas sans rappeler l'usage de figures auxiliaires que Pascal fait dans le *Traité des trilignes*, où la connaissance d'un certain volume sert à la détermination d'un autre volume.

Opération banale, pourrait-on dire, puisque la géométrie est basée souvent sur l'équivalence d'aires et sur des opérations de transitivité. Mais soulignons qu'il y a ici quelque chose de plus subtil : quand Pascal déclare comprendre en tant qu'équivalents les termes de *donné* et de *connu*, il est en train de toucher à la délicate question de l'incommensurabilité. Il est plus facile de dire que le rapport de la circonférence du cercle au rayon est *donné* que de dire qu'il est *connu*. Comme on le sait, il n'y a pas de commensurabilité entre ces deux grandeurs (anachroniquement, on peut penser au nombre π). Mais si on dit que ce rapport est *connu*, on dit que la circonférence du cercle peut être rapportée à la droite[2].

« Une grandeur est *donnée*, quand on peut y en donner une égale » : Pascal reprend ici la première des définitions des *Données* d'Euclide[3]. Pour qu'une grandeur soit considérée comme donnée, il faut pouvoir y en donner une *égale* : l'égalité est fondamentale ici, et apporte le caractère de transitivité qu'on retrouve dans le texte pascalien[4].

---

[1] « La structure des *Propositions* dans Dettonville ne vise-t-elle pas toujours à obtenir un résultat complet : elle établit que, lorsque l'on possède une connaissance, on en possède du même coup une autre : c'est l'enchaînement du *donné* au *connu* qui en est proprement l'objet » (Descotes 2001a, p. 73).

[2] « La *Lettre à Carcavy* montre que les solides de rotation sont connus si les mesures des onglets sont données ; le *Traité des Trilignes* montre que les onglets sont connus si les sommes d'ordonnées et de sinus sont connues ; le *Traité général de la roulette* montre que ces sommes sont connues sur la roulette si les sommes correspondantes de *lignes mixtes* sont données dans le cercle ; et les *Traités des sinus* et *des arcs* montrent que ces mesures sont données dans ce cas » (Descotes 2001a, p. 72).

[3] Faire justice à Euclide oblige à dire que Pascal fait ici une définition circulaire (ce qu'il abomine dans l'*Esprit Géométrique*) : une grandeur est *donnée*, quand on peut y en *donner* une égale. Cette « circularité » n'apparaissait pas dans le texte euclidien : « Given in magnitude is said of figures and lines and angles for which we can provide equals » (Taisbak 2003, p. 17).

[4] Comme le souligne Taisbak (2003, p. 23), pour Euclide l'*égalité* est propre à la condition

Quant à être *connu*, le mot « enferme quelque autre chose » en outre du *donné*. Qu'est-ce que ce « quelque autre chose » dont parle Pascal et qu'il a choisit d'abandonner quand il associe le *connu* au *donné* ? Une possibilité est que *connaître* consiste en assigner une mesure à une grandeur, de sorte que le calcul, même en géométrie, donnerait comme résultat un nombre. Ne travailler que avec des grandeurs données serait au contraire, de renvoyer un rapport à un autre, puisqu'ils peuvent être comparés (être un rapport plus grand, être « le même » rapport ou être un rapport plus petit) – mais sans mesurer ces grandeurs, en leur assignant un nombre.

Pour cette conception des « connus », Descotes (2001a) évoque P. Hérigone, qui dans son édition des *Données* de 1634 (peut-être celle qu'avait en main Pascal)[1] écrit comme commentaire à la première définition sur les grandeurs données :

> *Le donné, l'hypothese, l'ordonné, le porisme, le poriste, l'effable, le cognu, signifient presque la mesme chose.*
>
> *Le donné est une grandeur à laquelle on peut trouver une autre grandeur egale.* (...)
>
> *Le connu est ce que nous pouvons exprimer par nombres rationaux, ou irrationaux*[2].

D'autre part, Stevin écrit :

> Définition IX. *Nous appellons lignes & angles cognus, dont la grandeur s'explique par nombre*[3].

Connaître une grandeur serait ainsi pouvoir lui assigner un nombre – la mesurer, dirions nous aujourd'hui. Il n'est pas évident de savoir si Pascal, qui garde en partie la géométrie « classique », serait d'accord avec cette perspective. Si c'est le cas, on pourrait avancer une hypothèse : travailler avec des grandeurs *données* relèverait

---

des *grandeurs* données : quand une *raison* est donnée, au contraire, il faut pouvoir fournir *une même* (τόν αὐτόν) raison, et non pas une raison *égale*. Certes la transitivité existera aussi, mais elle ne sera pas du même type. Pour Pascal, nous l'avons vu, dire qu'un nombre est à un autre comme un troisième est à un quatrième peut être dit autrement comme *le produit du premier par le quatrième est égal au produit du second par le quatrième* (OC IV, pp. 1202-1203). Il parle alors d'« égalité », mais pour des produits, et non pas pour des raisons. Mais il n'en est pas question dans l'*Avertissement* de la fin de la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy*, dans laquelle il déclare simplement les conditions pour qu'une raison soit *donnée* ou *connue*. Hérigone est moins puriste par rapport à Euclide : quand il traduit le latin des *Données* (*Ratio dari dicitur, cui possumus eandem invenire*), il écrit que « *Une raison est ditte estre donnee si nous pouvons trouver une mesme, ou egale à icelle* ». Voir l'édition citée ci-dessous. Le problème ici serait de savoir comment déterminer cette « égalité » dans le cas de deux rapports qui ne se rapportent pas à des nombres.

[1] Une autre possibilité est que Pascal ait utilisé l'édition de Claude Hardy en latin, *Data Euclidis*, Paris 1625, laquelle était accompagné d'un commentaire de Marinus (cf. Maronne).

[2] Hérigone, *Cursus mathematicus ...*, I, Paris, 1634, pp. 801-802.

[3] Stevin (1634, tome II, *De la cosmographie*, livre I, p. 2B) ; cf. Descotes 2001a, p. 72.

plutôt d'une structure transitive qui ne fait qu'exhiber des rapports de grandeurs – ce qu'on pourrait estimer conforme au cinquième livre des *Éléments*, où il est question de rapports entre des grandeurs, mais non pas de mesure de celles-ci. D'autre part, travailler avec des grandeurs *connues* relèverait, au moins pour Stevin et pour Hérigone, du fait de pouvoir leur assigner des nombres.

Nous ne pouvons pas déterminer avec certitude quelle distinction Pascal considérait. En revanche, on peut affirmer que quand Pascal dit qu'il ne fera *pas* de distinction entre *donné* et *connu*, il laisse donc de côté ce qui est le propre du connu, en faisant des grandeurs connues et données des éléments qui entrent dans un système relationnel, dans lequel on cherche toujours des rapports qui renverront à d'autres rapports (et non pas à une « mesure »). Les éléments donnés doivent servir à ce qui est requis, dans une structure de *réduction* des éléments (Descotes 2001a, p. 72), qui renvoie toujours à des relations antérieures. C'est cela qui, comme nous le verrons, guidera la démarche des *Lettres de A. Dettonville*.

En particulier, Pascal déclare dans l'*Avertissement* que la raison de la circonférence au rayon est *donnée* ou *connue*. Il ne s'agit pas que de rhétorique, car Pascal utilise cette raison dans ses solutions[1]. Cette donnée sera en effet essentielle pour l'ensemble des écrits de Dettonville : étant équivalente à la quadrature du cercle, elle donne la base pour la comparaison entre le courbe et le droit. Quand Wren exhibe la « rectification » de la cycloïde, il dit que la longueur de celle-ci est quatre fois la circonférence du cercle générateur : il s'agit alors de présenter un rapport, et non pas une valeur numérique. Car supposer qu'on peut mesurer la circonférence du cercle est supposer la commensurabilité entre circonférence et rayon.

Il faudra, finalement, prendre en compte que pour Pascal les indivisibles peuvent être aussi bien rectilinéaires que courbes. Si « la linéarisation des courbes » est « l'idée fondamentale du calcul différentiel » (Knobloch 2012), le fondement de la méthode se pose à chaque fois que Pascal met en rapport les petites portions de la courbe avec les petites portions de la base ou de l'axe.

Toute la stratégie de Pascal pour résoudre les problèmes sur la cycloïde reposera alors sur une structure de réduction : si on connaît le rapport de la circonférence du cercle à son rayon, alors on connaîtra la longueur de la cycloïde, et les autres résultats requis par le concours. Dans les prochaines sections, nous verrons plus en détail comment cela se passe.

10.3 Mises en rapport géométriques : divisions de la courbe et divisions de la base et de l'axe

Dans le *Traité des Trilignes*, on voit l'apparition d'une figure appelée « l'*adjointe* du triligne »[2]. Dans la figure 10.4, le triligne BKA quelconque est la figure adjointe au

[1] C'est le cas dans le premier *Avertissement* du *Traité des arcs de cercle* (OC IV, p. 487).
[2] OC IV, p. 442 ; cf. Merker (2001, pp. 67-74).

triligne BCA.

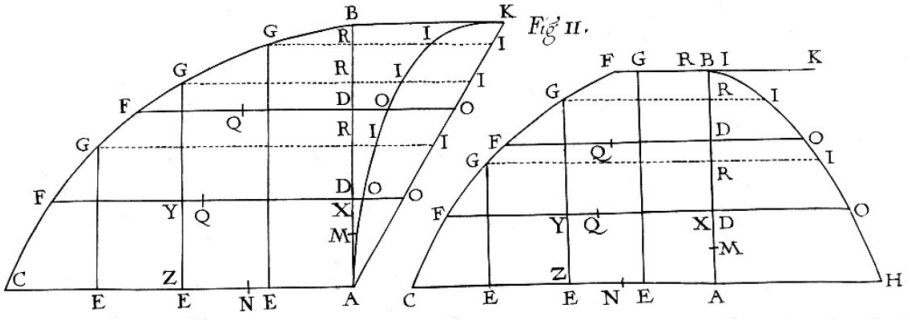

FIGURE 10.4 : Figure 11 des *Lettres de A. Dettonville.*

Dans l'« hypothèse générale » du même traité, en revanche, Pascal considère une figure dont les deux parties, droite et gauche, ne sont pas indépendantes – Merker (2001, p. 80) l'appelle « figure rectifiante ». Il s'agit des trilignes BCA et BPA de la figure 10.5.

Le rôle de cette figure « rectifiante », ainsi que celui de l'adjointe, est de mettre en rapport deux figures. Mais si la figure adjointe met en rapport une figure quelconque avec un triligne, dans le cas de la figure « rectifiante » on a égard à la mise en rapport d'une courbe et d'une droite par des divisions indéfinies régulières.

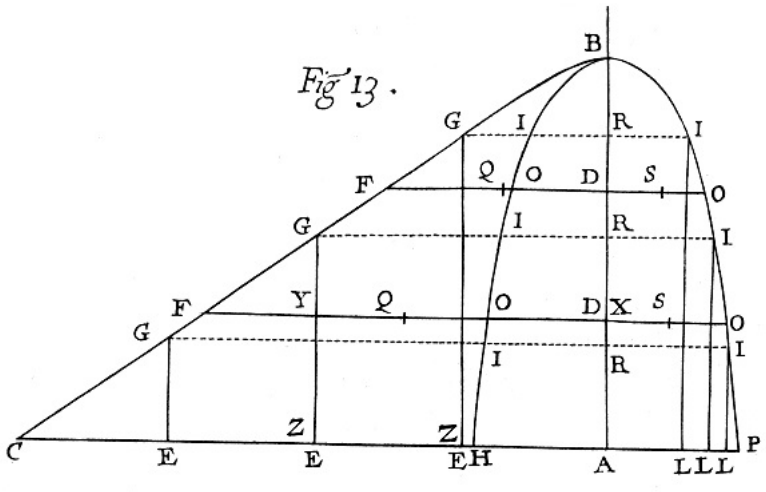

FIGURE 10.5 : Figure 13 des *Lettres de A. Dettonville.*

La figure 10.5 est formée de la manière suivante : on considère un triligne rectangle quelconque BAH et son symétrique par rapport à l'axe BAP (« renversé de part et d'autre de l'axe BA »), et on divise l'axe indéfiniment en des parties égales entre elles (les DD), et aussi égales à des divisions de la courbe BP (les portions II).

Finalement on mène les ordonnées à l'axe (les DO) et les sinus sur la base (les IL). Ainsi on retrouve déjà dans cette figure des divisions de la courbe égales aux divisions de l'axe. Mais Pascal va plus loin : dans la « préparation à la démonstration », il construit la ligne BC qui compose le triligne BCA, lequel aura un rôle de figure auxiliaire. Il faut considérer dans le prolongement de la ligne AH une portion AC égale à la ligne courbe BIP ou BOH, et la division de la portion AC « en autant de parties égales [EE] qu'il y en a dans la courbe BIP [les parties II] » (OC IV, p. 451).

C'est-à-dire que, *par construction*, Pascal fait un triligne BCA dont les divisions de la base doivent être égales aux divisions de la courbe BIP. De cette manière, les sinus IL sur la base seront égaux aux ordonnées EG à la base (les sinus IR sur l'axe étant ainsi colinéaires aux contre-ordonnées GR à la base). Alors la portion AE de la base sera égale à la portion BI correspondante de la courbe BIP (et de la même manière chaque ordonnée DF à l'axe sera égale à la portion BO correspondante de la courbe).

On retrouve ici une équivalence entre des divisions d'une droite et des divisions d'une courbe. Cela n'est possible que parce que ces divisions sont « indéfinies » – même contrainte que celle nécessaire pour que le modèle de la balance reste toujours valable dans les écrits de Dettonville. En même temps, on peut dire qu'elles sont en même quantité (on partage la base AC « en autant de parties égales [EE] qu'il y en a dans la courbe BIP [les parties II] »). Pascal fait ici une corrélation entre deux divisions indéfinies – il y aura *autant* de portions dans la droite que dans la courbe. Encore ici la correspondance entre le courbe et le droit n'est possible que lors d'une division indéfinie.

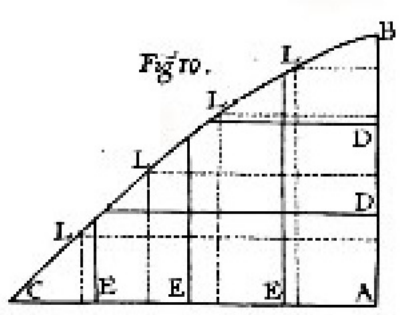

FIGURE 10.6 : Figure 10 des *Lettres de A. Dettonville*

D'ailleurs, n'oublions pas que Pascal écrit (à propos de la figure 10.6) :

> (car il ne faut pas craindre l'incommensurabilité, puisqu'en ôtant d'une de deux grandeurs incommensurables une quantité moindre qu'aucune donnée, on les rend commensurables). (OC IV, p. 433)

Avec cette remarque, Pascal indique que, sans faire de l'incommensurable un commensurable, il peut assigner à la différence entre les deux « une quantité moindre

qu'aucune donnée ». La réduction, si on peut dire aussi, du traitement des incommensurables au traitement des commensurables est faite par une « équivalence » à condition d'avoir une erreur moindre qu'aucune quantité donnée. Il ne s'agit pas alors de stricte égalité, mais d'un mode de procédure qui permet d'approcher les calculs autant qu'on veut (voir 12.3).

L'exemple de la figure rectifiante fait appel à un autre aspect rapporté à la structure de réduction : une sorte de transitivité d'identité entre les éléments géométriques concernés, que nous ne traiterons pas ici en plus de détail[1].

L'interprétation de Merker (2001) est que ces identités géométriques servent à l'établissement de résultats qu'on dirait être, dans le langage d'aujourd'hui, des formules d'intégration par parties et des changements de variables. Pourtant, comme l'affirme Merker, chez Pascal on reste dans un cadre strictement géométrique, et une courbe doit être toujours distinguée d'une droite (même si dans une formule qui traduirait ces résultats elles seraient analogues).

Mais la distinction du courbe et du droit n'empêche pas que Pascal les mette en rapport. Si la « figure adjointe » du « lemme général » permet de mettre en rapport les divisions de l'axe et les divisions de la base[2], la figure « rectifiante » permet de mettre en rapport les divisions de la courbe et les divisions de l'axe[3]. Il y a deux démarches d'équivalence de divisions indéfinies, entre droite et droite, et entre courbe et courbe.

Il faut encore noter que le passage entre les ordonnées à l'axe et les ordonnées à la base est possible grâce aux sommes triangulaires, qui ont un rôle plus ample que celui de la détermination des centres de gravité. Dans le *Traité des Trilignes*, Pascal cherche plus que des centres de gravité, en développant des résultats qu'on peut traduire comme des formules d'intégration par parties[4].

La démarche du *Traité des Trilignes* est donc significative d'une sorte de jeux d'équivalences au sein de la géométrie : on y a égard à des équivalences transitives entre des figures qui sont introduites pour exposer des rapports. Dans un sens moderne, on pourrait traduire cela comme des changements de variables. Mais gardons l'essentiel ici : avec ses divisions régulières de la base, de l'axe et de la courbe, et de la mise en rapport entre elles, Pascal est en train de rapporter le courbe et le droit par des divisions indéfiniment petites.

Cela permettra à Pascal de proposer une « *Méthode générale pour* trouver la dimension et le centre de gravité d'un triligne quelconque et de ses doubles onglets, par la seule connaissance des ordonnées, à l'axe ou à la base » (OC IV, p. 456) : le principe est d'avoir la connaissance des ordonnées pour ensuite et à partir d'elles retrouver les centres de gravité. Il s'agit donc « d'une méthode qui réduit tous ces

[1] Voir par exemple la deuxième proposition des trilignes ; cf. Descotes (2015b, pp. 225-231).
[2] Dans notre notation, quelque chose du type $\sum EG.EE = \sum DF.DD$.
[3] $\sum BO.DD = \sum IL.II$
[4] Cf. Merker (2001, p. 40) et Descotes (2015b, p. 225).

problèmes à la connaissance des seules ordonnées » (*idem*) : c'est bien une question de *réduction*, et on comprend mieux la position de Pascal à propos de l'association entre *donné* et *connu*. En effet, dans les démonstrations des neuf articles qui suivent, Pascal déclare pour chaque cas que si on connaît une certaine quantité, alors on connaît aussi la quantité cherchée, qui sera alors déclarée *connue* (OC IV, pp. 456-460). Si on connaît des quantités rapportées aux ordonnées à l'axe, dit Pascal, on connaîtra aussi les quantités correspondantes par rapport aux ordonnées à la base[1].

La démarche de Pascal est donc, en partant de certaines quantités « connues », de montrer qu'on connaît aussi d'autres quantités. Rien de troublant ici pour une stratégie de « réduction » de résultats à d'autres, qui est quelque chose de courant dans la structure des démonstrations mathématiques.

10.3.1 Traité des arcs de cercle, lemme III

Considérons le lemme III du *Traité des arcs de cercle*. Par rapport à la figure 10.7, Pascal propose qu'on considère un secteur DAC quelconque d'un quart de cercle, « divisé en un nombre indéfini de petits secteurs égaux, QAS, SAR, RAC », pour lesquels on considère respectivement leurs centres de gravité, P, t, n, et leurs bras sur AC : Po, to, no.

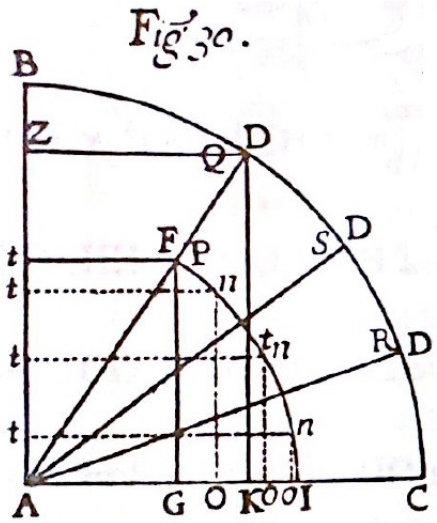

FIGURE 10.7 : Figure 30 des *Lettres de A. Dettonville*

> Je dis que tous les points P, t, n, sont dans un arc de cercle concentrique à l'arc QDC, et que les petits arcs n, n, sont tous égaux entre eux, comme

[1] C'est dans le même esprit que Pascal écrira, dans le *Corollaire* de ces articles, que « Il faut entendre la même chose du double onglet de l'axe, sans autre différence que de mettre *axe* au lieu de *base*, et *base* au lieu d'*axe* » (OC IV, p. 461), et que Pascal parlera des « converses des choses démontrées dans tous ces articles ».

> les petits arcs DD sont aussi égaux entre eux ; et que chacun des petits arcs n, n est à chacun des arcs DD comme le rayon FA de l'arc P, t, n, au rayon DA de l'arc QDC ; et que le rayon FA est les deux tiers du rayon DA. (OC IV, p. 492)

Pascal démontre cela en disant que, comme les secteurs sont « en nombre indéfini, ils doivent être considérés comme des triangles isocèles », et dans ce cas on sait que le centre de gravité est au deux tiers de son hauteur.

Ce qui nous intéresse ici est le fait que Pascal traite un cas proche du « paradoxe » des cercles concentriques traité par plusieurs auteurs, comme Torricelli et Barrow. Pascal présente le résultat que les centres de gravité des secteurs du quart de cercle sont tous dans un cercle concentrique au quart de cercle[1]. D'ailleurs, les distances entre chacun de ces centres de gravité, les nn qui sont des petites portions, sont toutes égales entre elles, et alors leurs distances à la base peuvent être comprises comme les sinus de cet arc de cercle intérieur. Finalement, et c'est cela qui est ici fondamental, Pascal présente le fait que

$$nn : DD :: FA : DA$$

et

$$FA : DA :: 2 : 3$$

C'est-à-dire que des différentes petites portions, nn et DD, peuvent avoir un rapport entre elles : on voit la ressemblance avec les méthodes des indivisibles. D'ailleurs, ce rapport entre des indivisibles est dit être le même qu'un rapport entre des grandeurs finies, de même que dans la « méthode distributive » de Cavalieri.

L'exemple est intéressant car il nous rappelle qu'il est question du rapport du fini à l'infini en même temps que du rapport du droit au courbe. Il s'agit, en effet, d'une proportion dans laquelle apparaît un rapport entre deux (arcs de) circonférences de cercle et un rapport entre deux rayons, on se souvient de la proposition XII, 2 des *Éléments*. Mais ici il est aussi question de l'infini, une question qui pourrait aussi rappeler le *Brouillon project* de Desargues, qui met en relation le rapport entre le courbe et le droit et celui entre le fini et l'infini.

Notons encore que dans plusieurs des démonstrations du *Traité des arcs de cercle*, Pascal fait usage d'une supposition : la division de l'arc de cercle en des parties DD étant en nombre indéfini, l'aire de chaque section de cercle ADD (par exemple les sections QAS ou SAR) est donnée par

$$AB.\frac{DD}{2}$$

[1] Le corollaire nous dit que « les bras *no* des secteurs DAD sont les sinus de l'arc F*n*I, dont le rayon est les deux tiers du rayon AD ». C'est-à-dire que les centres de gravité des sections d'un secteur DAD du quart de cercle sont sur un arc de cercle concentrique intérieur (FnI), dont le rayon est égal au deux tiers du rayon du premier secteur.

Comme s'il s'agissait d'un triangle rectangle dont la hauteur est AB et la base DD.

Pascal « démontre » ainsi le troisième lemme :

> Cela est visible de soi-même, puisque ces secteurs étant en nombre indéfini, ils doivent être considérés comme des triangles isocèles, desquels le centre de gravité est aux deux tiers de la droite qui divise l'angle par la moitié. (OC IV, p. 492)

L'assimilation de DD en tant qu'une petite portion droite et non courbe, et la conséquente transformation d'une section de cercle en un triangle est soumise à une condition – que ces secteurs soient « en nombre indéfini ». Ce n'est qu'en cette division qu'on peut les *considérer* comme des triangles isocèles et effecteur le calcul voulu par Pascal. Nous reviendrons à cela dans la section 8.6.

Pour le moment, il faut revenir au premier *Avertissement* de ce traité :

> *On suppose dans tout ce discours que la raison de la circonférence au diamètre est connue* (...) (OC IV, p. 487)

Les calculs pour les arcs de cercle seront alors effectués en présupposant une raison, celle de la circonférence au diamètre, à laquelle les résultats seront rapportés. Il s'agit alors d'une structure de réduction, vers laquelle nous devons maintenant nous tourner.

10.3.2 Le *Traité général de la roulette* : la réduction de problèmes et le rapport entre la roulette, le cercle, la droite et la parabole

La stratégie de Dettonville pour résoudre les problèmes sur la roulette est celle de *réduire* les demandes à ce qui est *donné* ou *connu*. En fait, cette réduction comprend une structure complexe dans les *Lettres de A. Dettonville*, qui s'appuie sur plusieurs théorèmes. C'est dans le *Traité général de la roulette* que Pascal l'explicite, en reprenant les résultats des pièces antérieures et en montrant leur articulation, de sorte que « les parties étant données le tout est donné » (OC IV, p. 514).

Il est d'abord question des « problèmes de juin » – c'est-à-dire, la détermination de l'espace d'une portion de la demi-cycloïde et le centre de gravité des demi-solides de révolution sur la base et sur l'axe.

Pascal opère alors une première réduction, en disant que pour résoudre ces problèmes, il suffit de connaître la dimension et le centre de gravité du triligne COS et de ses deux doubles onglets sur l'axe et sur la base (comme cela a été montré dans la *Lettre à M. de Carcavy*)[1]. La deuxième réduction, dans le *Traité des trilignes*, est

[1] Hara (1981, pp. 91-92) présente un schéma de l'application de propositions entre les différentes pièces des écrits de Dettonville.

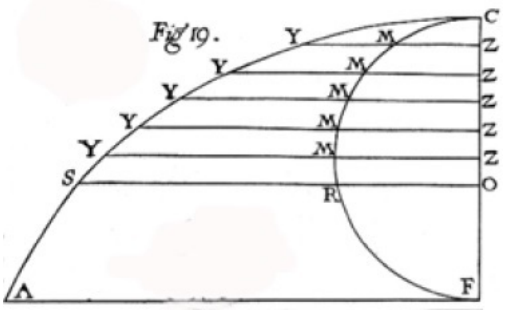

FIGURE 10.8 : Figure 19 des *Lettres de A. Dettonville.*

faite avec la déclaration que pour connaître cela il suffit de connaître six sommes qui concernent l'ordonnée ZY et qu'on peut représenter ainsi :

- $\sum ZY.ZZ$
- $\sum ZY^2.ZZ$
- $\sum ZY^3.ZZ$
- $\sum_{tr.} ZY.ZZ^2$
- $\sum_{tr.} ZY^2.ZZ^2$
- $\sum_{pyr.} ZY.ZZ^3$

Pascal opère alors une *troisième réduction* : « je me sers d'une seule propriété de la roulette, qui réduit la roulette à son cercle générateur » (OC IV, p. 513). Cette propriété, qui est « trop facile pour s'arrêter à la démontrer », est la suivante :

$$ZY = ZM + CM \tag{10.1}$$

C'est-à-dire que la ordonné ZY de la roulette par rapport à un point Z est égale à l'ordonnée ZM du cercle par rapport au même point Z, plus la longueur de l'arc CM (en fait, Pascal appellera CMZ composée des deux dernières une « ligne mixte »). Les six sommes sont alors reformulées et Pascal montre comme elles peuvent être données à partir des traités antérieurs.

Ce qui nous intéresse ici est de considérer cette propriété qui permet à Pascal de réduire les problèmes sur la roulette à des problèmes sur le cercle, de manière qu'« on trouve la roulette entière dans son seul cercle générateur » (OC IV, p. 513).

Or, dire que $ZY = ZM + CM$ est équivalent à dire que $CM = MY$ (puisque $ZY = ZM + MY$). D'où vient cela, que Pascal déclare être trop simple pour être démontré ? Comme par sa nature la cycloïde est une courbe générée à partir du roulement du cercle sans glissage, il est évident que l'arc CF (la demi-circonférence de cercle) sera égal à la base AF, puisque cela correspond à l'espace parcouru.

Mais comment démontrer que chaque arc CM est égal à chaque MY ? Il s'agit de la question de la rectification de la cycloïde, que Pascal reconnaît dans un *Avertissement* (OC IV, p. 517) être due à Wren. Pascal lui-même a démontré cette rectification d'une manière alternative, dans la *Lettre de A. Dettonville à M. Huygens* (voir section 10.4). En fait, dans cette lettre Pascal indique que l'équation 10.1 n'est pas valable pour toutes les cycloïdes.

Pascal considère non seulement la roulette « simple », c'est-à-dire, la courbe issue du roulement d'un cercle sans glissement, mais aussi des roulettes « allongées » et « accourcies » (OC IV, p. 524). Une roulette accourcie est générée quand la roue tourne régulièrement plus qu'elle n'avance ; une roulette allongée apparaît quand la roue avance plus qu'elle ne tourne (Merker 2001, p. 214)[1]. Pourtant, dans la *Lettre de A. Dettonville à Monsieur de Carcavy*, il n'est question que de la roulette « simple ». En fait, c'est bien celle-ci qui, par sa nature, pose la question de l'égalité entre une courbe et une droite, et les considérations qui suivent sont rapportées à la cycloïde simple.

Quant au fait que la cycloïde est formée par une circonférence (celle du cercle générateur) et par une droite (celle qui décrit la translation du centre du cercle), cela montre qu'il s'agit d'une courbe d'importance fondamentale quand on considère le rapport entre la droite et le cercle (n'est-ce pas cela qui fascinait déjà plusieurs mathématiciens dans le paradoxe de la roue d'Aristote ?).

L'équation

$$ZY = ZM + CM$$

c'est-à-dire,

$$\text{ordonnée de la roulette} = \text{ordonnée du cercle} + \text{arc de cercle}$$

est, du point de vue de ses éléments constitutifs, une équation du type

$$\text{droite} = \text{droite} + \text{courbe}$$

où la courbe est un arc de cercle.

La roulette est une courbe qui permet de mettre en relation la droite et le cercle. Non seulement par le moyen de rapports entre les parties correspondantes des figures (ce que nous avons vu dans le cas de raisons entre des sections qui étaient un demi-cercle et un triangle), mais par la définition même de la courbe, qui vient, dans sa formulation « physique », de l'abstraction d'un mouvement.

Une autre condition est requise pour Pascal pour la résolution de ces problèmes : on suppose qu'on connaît la raison de la base AF de la roulette à son axe FC ;

[1] Une autre formulation possible est en indiquant que la roulette simple est générée quand on prend un point sur la circonférence du cercle générateur, une roulette allongée quand on prend un point extérieur à cette circonférence, et une roulette accourcie quand on prend un point intérieur à cette circonférence.

c'est-à-dire, la rectification de la roulette. Dans l'*Avertissement* qui suit, en effet (OC IV, p. 517), Pascal énonce cela, en mentionnant que Wren a été le premier a le trouver.

Pascal propose, dans la figure 10.9, qu'on trouve les points D de la manière suivante : « *soient accommodées à l'arc CR un nombre indéfini de droites CD, dont la première soit 1, la seconde 2, et ainsi toujours selon l'ordre des nombres naturels, toutes terminées au point C, et coupant la circonférence aux points D* » (OC IV, p. 516). La relation de la rectification est alors donnée par :

$$CB = 2.CD \tag{10.2}$$

où CD fait référence à la corde, et non pas à l'arc de cercle. Il s'agit alors aussi, on le voit, d'une mise en rapport du droit (CD) et du courbe (CB).

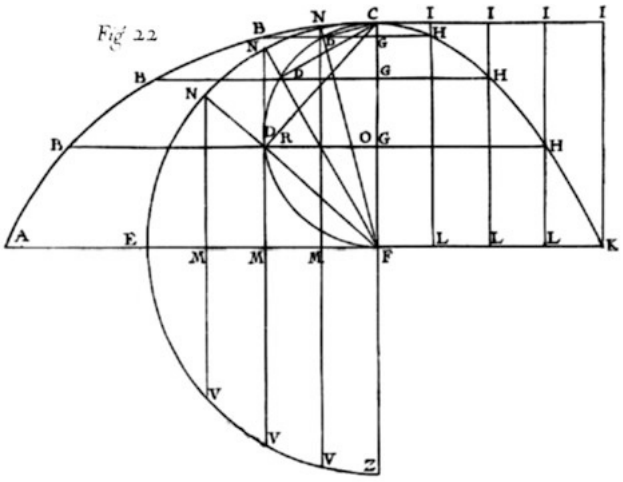

FIGURE 10.9 : Figure 22 des *Lettres de A. Dettonville.*

Pour ce qui est des « problèmes d'octobre » dans le *Traité général de la roulette*, Pascal déclare avoir besoin de deux lemmes supplémentaires, sur lesquels nous ne nous arrêtons pas ici. Muni de cela, en plus des propriétés des équations 10.1 et 10.2, il montre que l'on peut connaître la solution des problèmes d'octobre, c'est-à-dire, la dimension et le centre de gravité des surfaces des solides de révolution de la roulette autour de la base et de l'axe.

La structure est toujours de réduction. Pour connaître cela, il suffit de connaître la dimension et le centre de gravité des surfaces courbes des deux doubles onglets de l'axe et de la base (*Lettre à M. de Carcavy*) – c'est une première réduction. La deuxième réduction est opérée en disant que ces quantités sont connues si les cinq sommes suivantes sont connues (*Traité des trilignes*), où les BG sont les sinus et les GF les distances à la base (fig. 10.9) :

- $\sum BG.BB$

- $\sum GF.BB$
- $\sum GF^2.BB$
- $\sum BG.GF.BB$
- $\sum BG^2.BB$

Pour les connaître, et en connaissant les relations des équations 10.1 et 10.2, il suffit de connaître cinq sommes équivalentes pour le cercle (où CD fait cette fois référence à l'arc de cercle, et non à la corde) :

- $\sum FG.MM$
- $\sum FG^2.MM$
- $\sum (CD + GD).MM$
- $\sum (CD + GD)^2.MM$
- $\sum (CD + GD).FG.MM$

Il s'agit alors d'une troisième réduction, celle qui ramène les problèmes de la cycloïde à des problèmes sur le cercle, comme dans les problèmes de juin. Mais pour ce qui est des problèmes d'octobre, il y a une particularité : Pascal fera une quatrième réduction, dans laquelle il recourt non seulement à des propositions sur le cercle démontrées dans les pièces antérieures, mais à des résultats sur la parabole, qui sont connus à partir d'Archimède, comme Pascal lui-même l'indique[1].

Si la structure de réductions pour la résolution des problèmes de juin peut alors être donnée par

$$\textit{roulette} \leftarrow \textit{cercle}$$

Celle des problèmes d'octobre est donnée par[2] :

$$\textit{roulette} \leftarrow \textit{cercle} \leftarrow \textit{parabole}$$

Il est intéressant de noter que Pascal n'effectue pas les calculs pour la roulette jusqu'aux résultats finaux. Il se contente de dire que ce qui est cherché peut être connu si d'autres quantités sont connues. Mais si, comme nous l'avons vu, *donné* et *connu* sont le même pour Pascal, alors *connaître* les résultats du concours relève du fait de les rapporter à d'autres faits données. De sorte que la structure des problèmes est, pour ainsi dire, relationnelle : résoudre les problèmes sur la roulette revient à les rapporter à des problèmes sur le cercle.

[1] Le rapport entre le cercle et la parabole avait déjà été utilisé par Pascal dans les pièces antérieures, notamment dans le *Petit traité des solides circulaires*, mais ici son rôle dans l'articulation des réductions est plus explicite.

[2] Il ne s'agit certes de réduire toutes les sommes rapportées au cercle à des résultats sur la parabole – ce n'est le cas que pour deux des cinq sommes ; toutefois la structure reste significative.

10.4 La rectification de la roulette : la lettre à Huygens

Il faut maintenant considérer la *Lettre de A. Dettonville à M. Huygens de Zulichem en lui envoyant la dimension des lignes de toutes sortes de roulettes, lesquelles il montre être égales à des lignes elliptiques*. On y retrouve la démonstration pascalienne de la rectification de la cycloïde, ou mieux, de tous les types de cycloïdes : les simples, les accourcies et les allongées. Si Wren avait déjà trouvé ce résultat, la démonstration de Pascal est plus générale.

Il faut remarquer ici l'usage par Pascal d'une sorte de triangle caractéristique, qui doit être considéré à côté du cas du célèbre lemme du *Traité des sinus du quart de cercle*.

Dans la figure 10.10, CMF est le cercle générateur de la roulette de base AF. Pascal divise la circonférence en un nombre indéfini d'arcs égaux MM, il mène les MB parallèles à la base qui rencontrent la roulette aux points B et il joint les points voisins BB par des droites.

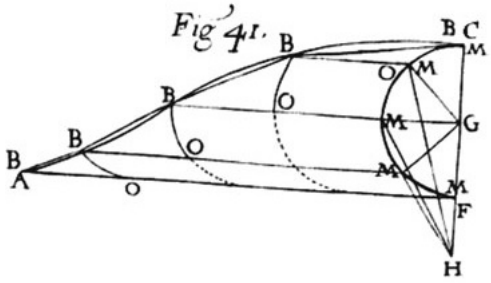

FIGURE 10.10 : Figure 41 des écrits de Dettonville.

Pascal écrit alors :

> Je suppose que les divisions de la circonférence soient en si grand nombre que la somme de ces droites BB (lesquelles sont les sous-tendantes de la roulette[1]) ne diffèrent de la courbe de la roulette que d'une ligne moindre qu'aucune donnée. (OC IV, p. 525)

Avec ces conditions, Pascal procédera à son calcul de la dimension de la cycloïde. Il considérera notamment la similitude entre « chacun des petits triangles » BOB et chacun des triangles MGH. Or les figures BOB ne sont pas à proprement parler des triangles : il s'agit d'une figure de trois « côtés » dont deux côtés sont des droites (BB et la « base » OB) et l'autre un arc de cercle (BO) (fig. 10.11).

[1]Dans le passage on lit aussi bien « sous-tendantes » que « sous-tendances ».

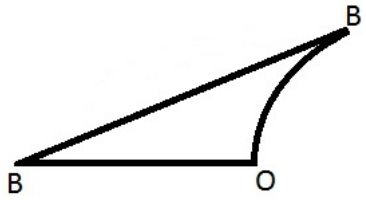

FIGURE 10.11 : Schéma pour le petit « triangle » BOB.

La justification pour cette similitude de triangles est l'égalité entre les angles HGM et les « angles » BOB ou BMC, « faits de chaque parallèle et de la circonférence ». C'est-à-dire que Pascal considère ici comme des « angles » un espace entre une courbe et une droite[1].

C'est cela qui permettra à Pascal de dire que « partant chaque BB sera à chaque arc BO comme chaque HM à MG » :

$$BB : \text{arc } BO :: HM : MG$$

Pascal expose une proportion dans laquelle on retrouve un rapport entre une droite et un arc de cercle. Que dire de cela ?[2]

À la fin de cette lettre, Pascal fait une considération fort intéressante :

> On voit aussi, par toutes ces choses, que plus la base de la roulette approche d'être égale à la circonférence du cercle générateur, plus le petit axe de l'ellipse qui lui est égale devient petit à l'égard du grand axe ; et que quand la base est égale à la circonférence, c'est-à-dire quand la roulette est simple, le petit axe de l'ellipse est entièrement anéanti ; et qu'alors la ligne courbe de l'ellipse (laquelle est toute aplatie) est la même chose qu'une ligne droite, savoir son grand axe. Et de là vient qu'en ce cas la courbe de la roulette est aussi égale à une ligne droite. Ce fut pour cela que je fis mander à ceux à qui j'envoyai ce calcul que les courbes des roulettes étaient toujours, par leur nature, égales à des ellipses, et que cette admirable égalité de la courbe de la roulette simple à une droite, que Monsieur Wren a trouvée n'était, pour ainsi dire, qu'une égalité par accident, qui vient de ce qu'en ce cas l'ellipse se trouve réduite à une

[1] Bien que cela soit en rapport avec le célèbre « angle de contact », point de dispute dans l'histoire des mathématiques, nous ne sommes pas ici dans la même situation puisque l'angle de contact est l'angle que fait un cercle avec la droite *tangente*, ce qui n'est pas le cas dans l'exemple de Pascal.

[2] Nous ne discutons pas ici toute la démonstration de la rectification par Pascal ; Merker (2001, pp. 212-214) propose une interprétation simplifiée du résultat de Pascal, ne considérant que le cas de la cycloïde simple. La démonstration est complexe, mais on doit garder le fait que, comme déclaré dans le titre de la lettre, Pascal montre l'équivalence entre la longueur de la cycloïde et la longueur d'une ellipse.

> droite. A quoi Monsieur de Sluze ajouta cette belle remarque, dans sa réponse du mois de septembre dernier, qu'on devait encore admirer sur cela l'ordre de la nature, qui ne permet point qu'on trouve une droite égale à une courbe, qu'après qu'on a déjà supposé l'égalité d'une droite à une courbe. Et qu'ainsi dans la roulette simple, où l'on suppose que la base est égale à la circonférence du générateur, il arrive que la courbe de la roulette est égale à une droite. (OC IV, p. 530)

Quand Pascal fait l'équivalence entre la roulette générique et une ellipse, le petit demi-axe de celle-ci mesurera en quelque sorte le « glissement » de la cycloïde (si on veut penser en termes mécaniques) : c'est-à-dire, il indiquera s'il s'agit d'une cycloïde allongée ou raccourcie (et dans quelle mesure). Pour la roulette simple, quand le diamètre du cercle est égal au chemin parcouru sur la base, « le petit axe de l'ellipse est entièrement anéanti »[1].

Dans le cas extrême dans lequel le petit demi-axe est *anéanti*, l'ellipse est une droite : même si Pascal n'utilise pas ce vocabulaire, nous nous souvenons des études projectives sur les coniques, dans lesquels Pascal avait considéré le cas quand une conique « dégénère » dans une autre conique – ici « l'ellipse se trouve réduite à une droite ».

Quoi qu'il en soit, dans le cas de la roulette simple, une droite est dite égale à un arc de cercle. Si nous avions déjà trouvé des cas où l'on peut parler d'une *raison* entre le courbe et le droit, maintenant Pascal en arrive à dire qu'ils peuvent être égaux. Comment cela peut-il être ? La roulette n'est égale à la droite que parce que la droite est un cas de l'ellipse, et alors Pascal peut dire qu'il s'agit d'une « égalité par accident ». D'ailleurs, Pascal reprend l'émerveillement de Sluse[2] : la nature « ne permet point qu'on trouve une droite égale à une courbe, qu'après qu'on a déjà supposé l'égalité d'une droite à une courbe ». C'est-à-dire qu'on peut très bien montrer l'égalité entre une droite et une courbe, mais elle reposera toujours sur une autre égalité déjà supposée d'une droite à une courbe.

En fait, dans le cas de la roulette, la manière même selon laquelle elle est définie pose cette équivalence. La roulette est la courbe décrite par le un point fixe sur un cercle lors du roulement de celui-ci sur une droite.

Description de la cycloïde

> Que l'on se représente, sur une ligne droite immobile AD, un cercle DL, touchant la droite DA au point D, et que l'on tienne le point D pour fixé sur la circonférence du cercle ; puis que l'on imagine le cercle DL roulant sur la droite toujours immobile d'un mouvement en même temps circulaire et progressif dans la direction de A, de telle sorte qu'il touche

[1] « Le petit axe de l'ellipse mesure le défaut de roulement sans glissement », de sorte que « pour la roulette ordinaire l'ellipse est-elle réduite à un segment » (Merker 2001, p. 140).

[2] Pour la graphie du nom, on lit aussi bien « Sluse » que « Sluze » dans les écrits de Pascal, et nous suivons Mesnard en écrivant « Sluse ».

> toujours la ligne successivement par chacun de ces points, jusqu'à ce que le point fixe D fixé sur la circonférence du cercle roulant DL décrira une ligne qui s'élèvera d'abord au-dessus de la ligne DA, puis culminera en C, et enfin descendra jusqu'au point A. Une telle ligne est appelée cycloïde[1].

Cette description de la cycloïde apparaît dans le premier écrit sur le concours de la roulette, et a été empruntée par Pascal à Torricelli[2].

Comme on le voit dans cette description, la genèse de la cycloïde apparaît avec un mouvement « en même temps circulaire et progressif » (*motu circulari simul et progressivo*). La droite et le cercle apparaissent de manière conjointe dans la formation de la cycloïde. Or n'était-ce justement cela que Descartes reprochait à cette courbe, en la classant parmi les courbes mécaniques ? Si la cycloïde est une courbe qui met en rapport la circonférence et la droite, cela vient de la nature de sa définition même, et ce qui est présupposé ici est plutôt le fait qu'on puisse décrire un tel mouvement d'un tour complet d'un cercle sur une droite.

Considérons la lettre de Sluse à laquelle Pascal fait référence[3]. Il s'agit de la lettre du 13 septembre 1658, dans laquelle Sluse écrit à Pascal à propos des « productions » sur la cycloïde que Pascal lui avait envoyées. La lettre de Pascal est perdue, mais étant donnée la date, il faut dire avec Mesnard (OC IV, p. 270, note) qu'il s'agissait de résultats dérivés de la rectifications de la cycloïde par Wren, et rapportés aux futurs problèmes d'octobre.

Comme le remarque Merker (2001, p. 140), c'est la rectification de la cycloïde effectuée par Wren (non demandée parmi les Problèmes de Juin) qui a permis à Pascal de résoudre les Problèmes d'Octobre. En effet, c'est grâce à ce résultat géométrique qu'on peut réduire les problèmes sur le centre de gravité de la surface des solides de révolution de la cycloïde à des problèmes sur le cercle[4].

Sluse écrit dans la lettre :

> J'ai admiré l'ordre de la nature, que j'avais reconnu en d'autres occasions, qui ne permet point de trouver une ligne droite égale à une courbe, si ce n'est que premièrement on n'en suppose une autre déjà trouvée, comme il est évident dans la cycloïde primaire, de laquelle, à cause que la base

[1] OC IV, pp. 193-194. Trad. de Mesnard (nous écrivons « circonférence du cercle » plutôt que « périphérie du cercle » pour *peripheria circuli*).

[2] Torricelli, *Opera Geometrica*, II, Florence, 1646, p. 85. Comme le note Mesnard, il y a seulement de petites altérations entre les deux textes, la plus importante étant l'omission de la mention à Galilée dans la citation faite par Pascal.

[3] Pour la correspondance entre Pascal et Sluse de octobre de 1657 à décembre de 1657, cf. Maronne (2010).

[4] Les Problèmes d'Octobre comportaient aussi la question de la longueur de la courbe et son centre de gravité, mais Pascal ne les reprend pas dans le *Traité de la roulette*. Cela résulte du fait que c'était Roberval qui avait trouvé le centre de gravité de la courbe. Cf. Costabel (1962a, pp. 332-333).

> est prise égale à la circonférence du cercle, la courbure est égale à une ligne droite. Mais, dans les autres où il n'y a pas la même supposition, elle dégénère en demi-ellipse. (*in* OC IV, p. 271)

L'irréductibilité de la droite et de la circonférence du cercle est bien saisie par Sluse, qui déclare que l'égalité entre les deux ne pourra être retrouvée que si on la présuppose déjà ailleurs.

En effet, la rectification de la roulette a eu un grand impact pour les mathématiciens du XVII^{e} siècle, qui croyaient en général impossible de trouver une courbe égale à une droite. En fait, la croyance de Descartes sur l'irréductibilité des courbes mécaniques allait de pair avec la rectification de Wren et les remarques de Sluse et de Pascal, car ces deux admettaient qu'une circonférence ne pouvait être dite égale à une droite qu'en présupposant cette égalité pour une autre courbe et une autre droite (Merker 2001, pp. 140-142)[1].

Conclusion du chapitre

Les « petites portions » qui entrent dans les sommes de Dettonville peuvent avoir des formes, en fonction des figures desquelles elles font partie (et du type de découpage qu'on a fait). Nous avons vu que Pascal présente des rapports entre des petites portions de formes différentes, notamment la droite et la circonférence du cercle. Cela relève bien plus, comme nous l'avons annoncé, d'une démarche archimédienne qu'euclidienne, puisqu'on ne trouve pas dans les *Éléments* de rapport entre le courbe et le droit.

[1] Une exception sera présentée par Fermat, qui donne la rectification de la parabole semi-cubique, une courbe classée comme non mécanique par Descartes, dans une *Dissertation* publiée en 1660 à Toulouse comme un appendice à la *Veterum Geometria ...* du P. Lalouvère. Dans l'introduction de cet écrit, Fermat déclare, en opposition à Pascal et Sluse : « Jamais encore, que je sache, une ligne courbe purement géométrique n'a été égalée par les géomètres à une droite donnée. Ce qu'en effet un subtil mathématicien anglais a récemment découvert et démontré, que *la cycloïde primaire est quadruple du diamètre du cercle qui l'engendre*, paraît devoir se limiter, d'après l'avis des plus savants géomètres. Ils pensent en effet que c'est une loi et un ordre de la nature qu'on ne puisse trouver une droite égale à une courbe, à moins de supposer d'abord une autre droite égale à une autre courbe, et prenant cet exemple de la cycloïde, ils montrent qu'il en est ainsi dans ce cas. Je ne le nie pas ; il est clair en effet que le tracé de la cycloïde suppose l'égalité d'une autre courbe avec une droite, à savoir celle de la circonférence du cercle générateur de la cycloïde avec la droite qui est la base de la cycloïde. Mais on va voir ci-dessous ce qu'il en est de cette loi de la nature qu'ils établissent, et combien il est dangereux sur un ou deux faits d'expérience de conclure aussitôt à un axiome. Je vais en effet démontrer l'*égalité à une droite d'une courbe véritablement géométrique et pour la construction de laquelle on n'a à supposer aucune égalité semblable d'une autre courbe avec une droite*, et je traiterai toute la question aussi brièvement que possible » (Fermat, « De la comparaison de lignes courbes avec les lignes droites. *Dissertation géométrique* ». In : *Œuvres de Fermat*, éd. C. Henry et P. Tannery, t. III, Paris, 1896, p. 181. Pour le texte original en latin, *De linearum curvarum cum lineis rectis comparatione dissertatio geometrica*, t. I, p. 211). Pour une évaluation de la *Dissertation* de Fermat, voir Mahoney (1994, pp. 267-281) et Descotes (2001a, pp. 229-236).

Sans faire usage d'un nombre irrationnel π, comme il serait usage aujourd'hui, Pascal procède de la même manière que c'est le cas dans les autres méthodes des indivisibles : par comparaison des sections de chaque figure. En fait, dans cet aspect les méthodes des indivisibles se rapprochent de la procédure classique même : il n'y a pas de mesure d'une grandeur, mais plutôt de rapports entre des grandeurs. Comme point de départ Pascal ne prend pas un nombre assigné à une mesure, mais le fait qu'une grandeur ou un rapport soit « donné » ou « connu », identifiant ces deux conditions.

Ces « mises en rapport géométriques » entre le circulaire et le droit sont importantes pour la comparaison des divisions de la base, de l'axe et de la courbe. Nous avions déjà vu dans le *Traité des Trilignes* (section 8.5) et dans le Traité des Sinus du Quart de Cercle (section 8.6) les problèmes que cela pouvait soulever. Nous avons montré dans ce chapitre (dans 10.3) que la construction de figures adjointes par Pascal peut servir à faire les divisions de manière adéquate pour comparer leurs portions.

Fait important, Pascal traite le cas de l'incommensurabilité de deux petites portions comme si elles étaient commensurables : la division étant indéfinie, leur différence peut être rendue moindre qu'aucune grandeur donnée, dans ce qui constitue une égalité « relative », à laquelle nous reviendrons dans 12.3.

Nous avons identifié ainsi ce que nous avons appelé une structure de « réduction » : les rapports sont déterminés à partir des rapports déjà donnés ou connus, et le cas incommensurable est traité comme le cas commensurable sous une différence moindre qu'aucune grandeur donnée. Nous avons vu qu'une « réduction » apparaît aussi dans un niveau « supérieur » : il s'agit de la possibilité de déterminer les propriétés d'une certaine courbe (notamment la cycloïde) à partir de propriétés d'autres courbes déjà connues. La division indéfinie est ainsi la condition sous laquelle Pascal peut résoudre les problèmes sur la roulette et, plus en général, mettre en rapport les incomparables qui sembleraient être le courbe et le droit.

Conclusion de la deuxième partie

Nous avons vu que l'infini apparaît dans la pratique mathématique de Pascal *en poids, nombre et mesure*.

Il permet à Pascal de faire des nouvelles comparaisons dans une balance, avec des divisions indéfinies. Celles-ci permettent de sommer des petites portions pour constituer l'aire ou le volume des grandeurs correspondantes, ou d'en trouver les centres de gravité.

L'infini permet aussi de faire des comparaisons entre des nombres et des grandeurs, notamment pour ce qui est de la négligeabilité à un ordre supérieur. Les proportions apparaissent dans le triangle arithmétique, ainsi que ce qu'on a appelé raisonnement par récurrence. Dans ce contexte, Pascal fait des procédures *in infinitum*.

Pour ce qui est de la « mesure », nous avons vu que la division indéfinie fait possible la comparaison du courbe et du droite, faisant possible une stratégie de « réduction » des problèmes géométriques à des aires, volumes et rapports donnés ou connus.

Mais que dire de le statut de ces divisions *indéfinies*, et des *petites portions* qu'y correspondent ? Quelle « égalité » peut exister entre les sommes de ces petites portions et les grandeurs correspondantes, et quel type de « différence » y est concerné ? Jusqu'ou il faut aller quand on somme *in infinitum* ?

Ce sont les questions que nous aborderons dans la partie III de ce travail. L'« infini » et l'« indéfini » seront ainsi élucidés quant à leur nature et à leur existence. En particulier, nous avons vu que dans les *Lettres de A. Dettonville* et dans le *Traité du Triangle Arithmétique*, l'usage que Pascal fait de l'« infini » revient plutôt à l'« indéfini » (qu'il utilise le terme ou pas) : il s'agit plutôt d'avoir une grandeur plus petite qu'aucune donnée, de faire une procédure jusqu'à un certain seuil.

Dans la partie III, en revanche, nous verrons qu'il pourrait être autrement pour le premier domaine mathématique auquel Pascal a travaillé : la géométrie projective (section 13). On peut noter que la *mesure* y est également importante, mais d'une manière toute différente : il faut accepter des distances infinies de même que les distances finies. Dans le sens euclidien, il faudra alors plutôt parler d'un manque de mesure. Nous reviendrons dans 13.4 sur la discussion s'il faut accepter l'existence de ces éléments à distance infinie ou non.

Que dire de cela en prenant en compte l'*Esprit Géométrique* ? Nous sommes d'accord avec Carraud (1992, p. 430) que l'*Esprit Géométrique* « affirme un mouvement

asymptotique vers l'infini : mouvement, nombre, espace, temps *tendent* à l'infini ». Dans ce sens, il s'agirait d'un indéfini qui est en accord avec la pratique mathématique : l'*in infinitum*, ou *à l'infini* (*Traité du Triangle Arithmétique*), l'*indéfini* de Dettonville. Nous ne suivrons pourtant pas Carraud en associant à cette liste l'*in infinitum* ou l'*ad distantiam infinitam* de la (*Generatio Conisectionum*) : nous essayerons de montrer que dans la géométrie projective l'infini ne peut pas être seulement de l'ordre de l'illimité, sous peine de ne plus avoir la généralité des théorèmes sur les sections coniques.

La remarque de Carraud nous sert à faire la distinction entre cet indéfini qui ne saurait pas s'achever et l'hétérogène qui lui est là. Comme nous proposerons dans 12, l'*Esprit Géométrique* présente aussi bien le fait qu'on peut toujours diviser une grandeur que l'indivisible *existe* en tant qu'extrême hétérogène. Cela apparaît dans un sens plus générale pour l'ensemble de l'œuvre pascalienne dans ce qui dit respect à l'infini. Comme le remarque bien Carraud (1992, p. 436) dans *Disproportion de l'homme* (Sel. 230, Laf. 199) on ne lira plus *à* l'infini, mais *l'*infini ou *dans* l'infini, constituant un « oxymore » selon Carraud[1]. Notre interprétation, aussi pour ce fragment (voir 11.2.4 et 11.3.2) sera que l'infini se présent d'une part comme ce qui ne saurait pas être achevé, d'autre part comme extrême hétérogène.

Finalement, le fait que nous avons identifié un « indéfini » aussi bien dans les écrits de Dettonville que dans le Triangle Arithmétique n'enlève pas un fait fondamental : l'infini de petitesse, si on peut appeler ainsi les petites portions, apparaît toujours conjointement à l'infini de grandeur (les sommes indéfinies). Ce n'est que par rapport à la somme qu'il y a du sens de retrouver des petites portions d'une grandeur. La réciprocité de la double infinité apparaît alors même dans le sein de la pratique mathématique de Pascal, et fait interroger sur la possible unité des deux infinis, thème aussi de la partie III.

[1] « tout se passe comme si l'infini, substantivé et substantifié, cessait d'être un concept pour devenir un objet, fût-il l'abîme, celui du néant ou celui de l'infini » (Carraud 1992, p. 431).

Troisième partie

Les deux infinis et la rencontre des extrêmes

Résumé de la troisième partie

Dans l'*Esprit Géométrique*, nous l'avons vu, Pascal montre la réciprocité des deux infinis, qui ne sauraient être connus l'un sans l'autre : la propriété qui est commune à nombre, espace, temps et mouvement « comprend les deux infinités qui se rencontrent ». À la procédure d'augmentation, Pascal fait correspondre celle de la division, de sorte que l'infini de petitesse et l'infini de grandeur sont rapprochés d'une manière qui nous fait nous interroger s'il ne s'agit pas du *même* infini. Il est là l'aspect intéressant de la démarche pascalienne : si plusieurs auteurs (y compris Aristote) avaient déjà considéré les deux infinis – et leur relation –, Pascal les montre si intimement liés qu'il y aurait occasion de parler de *rencontre* de ces deux infinis – c'était bien cela qui était montré par l'exemple du vaisseau qui s'éloigne indéfiniment, vu d'un verre où la distance de l'image du vaisseau à l'image de la ligne de l'horizon diminue indéfiniment.

Les deux infinis ne sont pas absolument étrangers l'un à l'autre. À propos des principes et de l'« infini » des sciences, Pascal écrit :

> Et il me semble que qui aurait compris les derniers principes des choses pourrait aussi arriver jusqu'à connaître l'infini. L'un dépend de l'autre, et l'un conduit à l'autre. Ces extrémités se touchent et se réunissent à force de s'être éloignées, et se retrouvent en Dieu, et en Dieu seulement.
> (Sel. 230, Laf. 199)

La question de cette partie III sera : que veut dire que ces extrémités « se touchent et se réunissent » ? Nous avons vu comment la réciprocité des quantités géométriques est présentée par Pascal dans l'*Esprit Géométrique* (voir le chapitre 7). Nous avons aussi vu (dans II) comment, dans la pratique mathématique de Pascal, l'infiniment petit apparaît toujours ensemble à l'infiniment grand : des petites portions indéfiniment petites n'apparaissent qu'au sein des sommes indéfinies. Mais qu'en est-il de la relation « ontologique » entre les deux infinis ? Dire qu'ils ont une réciprocité veut dire qu'ils existent, pour ainsi dire, en parallèle, ou qu'ils ne sont qu'un ? Quels sont les enjeux de cette « réunion » des deux infinis ?

Ces questions apparaissent non pas seulement au sein des mathématiques pascaliennes, mais dans son anthropologie et dans son projet apologétique. Ces extrémités, dit Pascal, « se retrouvent en Dieu, et en Dieu seulement ». Est-ce que les infinis qui « se retrouvent en Dieu, et en Dieu seulement » sont un attribut divin ou un mode

humain de les connaître ? Discuter des deux infinis nous permettra non seulement de mieux poser la question sur l'infini pour Pascal comme de mieux comprendre la condition humaine et son rapport à Dieu.

Il s'agit notamment de savoir si les deux infinis qui se retrouvent en Dieu sont des infinis *pour Dieu* ou s'ils *n'apparaissent comme des infinis que pour les hommes*. Cette « réunion » est-elle de l'ordre des choses ou de l'ordre de la connaissance humaine ?

Pour aborder la question, nous reviendrons, à la section 11.1, à la distinction classique entre des termes « absolus » ou « en soi » : nous montrerons qu'il est intéressant de faire cette distinction pour l'œuvre de Pascal, et que plusieurs termes importants chez lui apparaissent parfois dans une acception et parfois dans une autre. Tel sera notamment le cas de « néant » et d'« indivisible » (section 11.2), ainsi que de « disproportion » (section 13) et d'« infini » (section 11.3.3). Le chapitre 11 est alors globalement dédié à comprendre les sens de l'infini et du néant, à partir de leurs acceptions relatives ou absolues. Nous introduirons notamment la dimension anthropologique de ces concepts, en discutant qu'est-ce que le néant de l'homme (voir 11.3).

Étant passé par cette distinction, et ayant observé un exemple d'usage relatif du terme « indivisible », il sera question de revenir aux mathématiques pour poser la question sur la nature des « indivisibles » pour Pascal. Cela sera fait au chapitre 12, dans lequel nous pourrons discuter sur les indivisibles et ayant considéré la pratique mathématique de Pascal et l'aspect philosophique de l'acception des termes. L'*infiniment petit* sera ainsi révélé dans la pratique mathématique de Pascal avec les petites portions et les différences de la méthode des indivisibles.

Dans le chapitre 13, il sera question de « revenir » (dans le temps) pour considérer le premier domaine des mathématiques auquel Pascal s'est dédié, jusqu'au moment pas discuté par nous : l'étude perspective des sections coniques, qui peut être classée comme relevant de la géométrie projective. L'*infiniment grand* sera ainsi révélé dans la pratique mathématique de Pascal avec le recours à des éléments géométriques à distance infinie.

Il sera alors possible de considérer en profondeur la rencontre des deux infinis dans ce qui est de la condition humaine après la chute et dans la limitation de sa raison – objet de la section 14.2. Cela nous fera traiter la question si Pascal accepte l'existence de « paradoxes » et de « contradictions » comme existantes en soi ou seulement comme une marque de la limitation de la raison humaine.

Finalement, considérer la relation entre les deux infinis est contempler le fait qu'ils « se retrouvent en Dieu, et en Dieu seulement ». La position pascalienne sur le sujet ne pourrait être considérée sans évaluer l'*Entretien avec M. de Sacy* (section 14.2.3), et plus généralement l'importance du Christ pour la réconciliation du fini avec l'infini (section 14.3.2). Nous montrons finalement comment les distances infinies peuvent entrer dans une « comparaison d'incomparables », grâce à la charité.

Cette partie III du travail nous permettra de montrer en détail que la comparaison des incomparables n'est pas pour Pascal qu'une question de mode du langage ou d'une procédure pour faire des calculs. Si nous avons donné attention à chacun de

ces aspects dans les parties I et II de ce travail, cela n'a pas été fait avec la finalité exclusive d'examiner une *forme*, mais plutôt d'évaluer celle-ci quant aux questions philosophiques qu'elle soulève. Nous avons montré comment celles-ci émergent de la considération de l'analogie de disproportion et de la pratique mathématique dans laquelle intervient l'indéfini. Il sera maintenant l'occasion de montrer la réponse philosophique de Pascal à l'« ontologie » des deux infinis et des différences d'ordre.

Chapitre 11

« Entre le néant et l'infini »

Que importa a paisagem, a Glória, a baía, a linha do horizonte ?
-O que vejo é o beco.

Manuel Bandeira

Que importa o areal e a morte e a desventura
Se com Deus me guardei ?

Fernando Pessoa

11.1 Le relatif et l'absolu

or, cette combinaison ayant fait gagner le premier dès la première partie, qu'importe que le troisième en gagne deux ensuite, puisque, quand il en gagnerait trente, tout cela serait superflu ?

Lettre de Fermat à Pascal du 25 septembre 1654

Nous pouvons faire une distinction entre quelque chose qui est en soi et quelque chose qui est pour quelqu'un, importante pour considérer des concepts comme l'infini chez Pascal. Nous nommerons ce qui est considéré par cette distinction comme l'aspect absolu (être en soi) et l'aspect relatif (être pour quelqu'un) de quelque chose.

Si on prend en compte l'infini, on sait que plusieurs distinctions ont été proposées dans l'histoire. En témoignent la distinction aristotélicienne de l'*ápeiron* comme actuel ou potentiel[1] et la distinction médiévale entre un infini catégorématique ou syncatégorématique[2].

[1] *Physique*, III, 206.

[2] Faite par exemple par Grégoire de Rimini et par Jean Buridan. Pour cette distinction, voir 12.1.

Nous croyons intéressant de reprendre ici, à titre d'inspiration, la distinction avec laquelle nous travaillerons entre une proposition *per se nota secundum se* et une proposition *per se nota quoad nos* – qui apparaît notamment chez S. Thomas d'Aquin[1]. Thomas dit qu'une chose peut être connue de deux manières : soit *secundum se* mais non pas *quoad nos* ; soit *secundum se* et aussi *quoad nos*. Une proposition *per se nota* serait, dit-il, celle dans laquelle le prédicat est contenu dans la définition du sujet (comme quand on dit qu'un homme est un animal, car l'animal fait partie de la définition d'homme). Si on connaît la définition du sujet et du prédicat, une proposition vraie serait *secundum se* et *quoad nos* ; cependant, si on n'en connaît pas, la proposition ne sera que *secundum se*, sans être *quoad nos*. Pour une proposition vraie, le type de connaissance *per se* varie alors en fonction de la connaissance de la définition du sujet et du prédicat par celui qui évalue la proposition. Il s'agit alors d'une distinction qui fait référence à la connaissance ou non par un homme d'une proposition qui est connue par soi.

La distinction que nous voudrions proposer se rapproche de cette dernière, mais avec des différences importantes. Ce que nous appelons un infini « absolu » est considéré comme un infini en soi, mais non pas pour quelqu'un. Quant à l'infini « pour l'homme », nous le désignons comme « relatif » – mais il ne faut pas qu'il soit en même temps un infini en soi. Nous voulons dire avec cela que quelque chose qui *apparaît* à l'homme en tant qu'un infini n'est pas pour cela nécessairement l'« infini » en soi à proprement parler. Il s'agit alors d'une distinction du type ou-ou, plutôt que celle de Thomas qui garde toujours le caractère *secundum se*, l'aspect *quoad nos* pouvant être présent ou pas.

Un point intéressant à prendre en compte est que, pour Pascal, le fait que l'infini soit en soi, ou « absolu », veut en fait dire qu'il est relativement *à Dieu*[2].

Dans ce sens on pourrait dire que toute vérité est *relative à* : certaines vérités sont *relatifs à* l'homme ou à un contexte, et sont alors, pour ainsi dire, « purement relatives » ; d'autres propositions sont invariantes dans leur vérité par rapport aux hommes et au contexte : on les appelle « absolues », mais en fait cela veut seulement dire qu'elles sont *relatives à* un repère premier qui est Dieu[3].

[1] *Summa Theologica*, I, q. 2, a. 1. En fait, cette distinction reprend Aristote (*Seconds Analytiques*, 2, 71b33-72a5 ; *Métaphysique*, VII 3, 1029a34-b11).

[2] Savoir si l'« infini » existe à Dieu en tant qu'infini ou en tant que fini serait la prochaine question à se poser sur ce point ; Augustin propose que « toute infinité est, d'une certaine manière ineffable, finie pour Dieu » (*De civitate dei*, XII, 19).

[3] On peut songer au fait que cela se relie à la définition même de Dieu. Si Dieu est *semper maior* (voir 6), il apparaît par un comparatif – *maior* – que nous avons proposé être surpassé en tant qu'un superlatif – *semper* (nous interprétons l'expression *semper maior* pour Dieu dans un sens actuel de l'infini). Cela n'empêche pas que Dieu, étant actuellement infini, soit absolu – mais si on accepte cette définition de Dieu, on voit qu'il se révèle à l'homme dans une *relation* : celle d'être plus grand (*maior*). On pourrait croire que cela concerne simplement la faiblesse de la raison humaine, qui ne peut pas saisir Dieu en soi. Cependant, la théologie de la Trinité propose bien que Dieu est *un* en même temps qu'il est constitué par des *relations* entre les trois personnes – et cela ne se donne pas seulement par rapport à l'homme. Cependant, cette question n'a pas été directement traitée par Pascal.

Rappelons que pour Pascal il y a des manières distinctes pour montrer quelque chose, en fonction de si on accepte la Révélation ou pas. Voici tout l'enjeu du contexte discursif de l'Apologie, en accord avec la position de l'interlocuteur qui possède des lumières ou pas.

Si l'infini est le concept par excellence considéré selon cette distinction, le caractère absolu ou relatif devra être considéré non seulement pour le terme « infini », mais aussi pour « indivisible », « disproportion » et « néant »[1].

Et quant à la science pascalienne ? Pascal serait-il insensible aux changements d'ordre et aux « discontinuités » de la nature ? Nous ne le croyons pas, et nous donnerons un exemple de limite absolue de la nature dans la science pascalienne dans le *Traité de la pesanteur de la masse de l'air* – voir l'annexe F[2]. Avant de le considérer, nous montrerons un exemple d'acception relative d'un terme dans les *Provinciales*. Après avoir passé par ces deux exemples, nous pourrons considérer plus en détail les sens relatif et absolu d'« infini », de « disproportion » et du « néant » dans l'Écrit sur la conversion du pécheur (voir 11.3.1) et dans certains fragments notables des *Pensées* (section 11.3.2 et 11.3.3).

[1]D'autres termes seraient à prendre en compte pour une étude générale du caractère absolu ou relatif des termes chez Pascal. On identifiera aussi une « relativisation » de termes religieux, comme « manichéen » et « luthérien » : « on peut dire avec vérité que (...) les manichéens étaient les luthériens de leur temps, comme les luthériens sont les manichéens du nôtre » (*Écrits sur la Grâce*, OC III, p. 763). De même pour Sel. 318, Laf. 286 : « (...) parmi les Juifs, les charnels et les spirituels, qui étaient les chrétiens de la Loi ancienne. Parmi les chrétiens, les grossiers, qui sont les Juifs de la Loi nouvelle (...) ». Ce type de comparaison est très importante dans les écrits théologiques de Pascal. Cf. Force (1989, p. 87).

[2]Pour un exemple de limite dans une procédure arithmétique, voir 9.5. On peut parler, pour les sciences, de « mesure relative et mesure absolue ». C'est là le titre d'un article de O. Rey (2013) qui propose que les phénomènes de la nature ne sauraient pas être indépendants de leur échelle, contrairement à ce que les modèles de la science moderne pourraient faire croire. L'exemple-clef de l'article de Rey provient de Galilée – plus précisément, des *Discours concernant deux sciences nouvelles* (1638), et concerne la résistance des matériaux, qui illustrerait, selon Rey, que « le monde ne saurait être invariant par changement d'échelle ». Voici l'exemple de Galilée : un géant de dix fois la taille d'un homme ordinaire ne pourrait pas exister. La raison de cela est que si sa hauteur est dix fois plus grande que celle d'un homme ordinaire, son volume (et conséquemment son poids) sera multiplié par mille, ou comme l'illustre Rey : « un homme de 2 mètres et de 100 kilos devient un géant de 20 mètres et de 100 000 kilos » (Rey 2013, p. 41). Au premier pas du géant, si la résistance de son os était la même que la nôtre, sa jambe se casserait : « l'os agrandi acquiert une forme disproportionnée » (*sproporzionata figura*). Galilée aurait alors une conscience de la limite de certains phénomènes de la nature par rapport à leurs échelles (la comparaison de Galilée apparaît dans Galilée (1638, p. 169-170) ; trad. dans Galilée (1995, p. 106-107)).

11.2 *Anéantissement*

Devant l'Un le zéro ne vaut rien

Le rien, la créature, quand elle se tient devant Dieu
Elle ne vaut rien : on ne l'estime que derrière Lui.

Angelus Silesius

« Le fini », écrit Pascal, « s'anéantit en présence de l'infini et devient un pur néant » (Sel. 680, Laf. 418). Mais que veut dire ici le *néant* ?

La question du néant traverse à l'évidence l'histoire de la métaphysique occidentale. De Parménide à Heidegger et à Sartre, en passant par la mystique (par exemple celle appelée rhénane), la question du non-être a été posée, notamment à travers la possibilité de dire que le néant *est*.

Dans les mathématiques, un sens plus strict apparaît dès qu'on peut exprimer le « néant » par un symbole, et de cette manière il devient clair qu'il *est*, au moins du point de vue d'un signe. La question est apparue, d'une certaine manière, à propos du zéro, du nombre imaginaire, de la différentielle... À ce propos, le titre du livre de R. Kaplan (1999), *The Nothing that Is : a Natural History of Zero*, nous semble particulièrement heureux : le néant n'est pas, mais en tant qu'on en parle, il est. La question posée par Parménide persiste dès qu'on parle du non-être.

Quant à Pascal, nous considérerons le terme « néant » sous sa plume principalement à travers la question du caractère absolu ou relatif du terme ; nous intéressera notamment le fait que quelque chose peut être dit de « valeur nulle », pour reprendre l'expression de la *Potestatum Numericarum Summa*, par rapport à ce qui est d'un ordre supérieur. Pascal dit que cette chose devient ainsi « un néant » par rapport à l'autre ordre. La question est évidemment liée aux types de comparaison que nous considérons dans ce travail. D'ailleurs, nous verrons que *s'anéantir* est une caractéristique de la conversion selon Pascal, questions que nous reprendrons à la section 14.3.1.

11.2.1 Le sens de « néant » chez Pascal

Dans un texte récent, V. Carraud a émis l'hypothèse que la présence du « néant » chez Pascal ne va pas de soi[1]. La thèse de Carraud est que, bien que le *néant* fasse partie d'un vocabulaire mystique du début du XVII^{e} siècle, Pascal quitte ce sens établi, transformant le sens du mot[2]. Carraud propose que le sens du terme *néant* change

[1] « Le concept de néant n'a jamais constitué pour lui-même un thème majeur de l'apologétique pascalienne : le projet d'une *Apologie pour la religion chrétienne*, tel du moins qu'il apparaît dans la *Conférence à Port-Royal* (APR), est fondé sur l'opposition de la misère et de la grandeur de l'homme, *miseria et dignitas hominis*. Et dire la misère de l'homme, n'est pas précisément dire son néant » (Carraud 2011, pp. 353-354).

[2] « sans doute doit-on considérer le choix de la voie augustinienne comme une décision, parfaitement nette au milieu du XVII^{e} siècle, de ne pas recourir à des schèmes venus des courants

en fonction de la phase de la pensée pascalienne considérée, trois sens principaux correspondant au « néant » comme *séparation*, comme *infiniment petit* (relatif) et comme *ennui*.

Pour Carraud, après la conversion de Pascal, le vocabulaire essentiel n'est pas celui du *néant*, mais celui de la *séparation* d'avec Jésus-Christ (Carraud 2011, p. 358). Le vocabulaire du Mémorial apporte également la notion de *séparation* : « Je m'en suis séparé : je l'ai fui, renoncé, crucifié / Que je n'en sois jamais séparé ». On pourrait ranger aussi dans cette phase *Le mystère de Jésus*, et notamment l'*Écrit sur la conversion du pécheur* (pour ce dernier, voir 11.3.1).

En deuxième lieu, Carraud prétend que l'homme est entre le *nihil* et Dieu, aussi bien pour Descartes que pour Pascal. Pascal aurait notamment repris dans *Disproportion de l'homme* l'affirmation de Descartes dans la Quatrième Méditation, à savoir qu'il se « trouve établi comme quelque chose qui tient le milieu entre Dieu et le néant » (*medium quid inter Deum et nihil*)[1].

Mais Carraud précise que, pour Pascal, « tenir le milieu n'est pas être au milieu, entendons au centre. Le milieu est "vaste", il n'est pas un centre, c'est un "milieu ... toujours distant des extrêmes", et "rien ne peut fixer le fini entre les deux infinis qui l'enferment et le fuient" » (Carraud 2011, p. 361). Cela est prêter attention au caractère relatif de la position de l'homme entre les deux infinis – nous y reviendrons dans la section 11.3.2.

Plus tard, « néant » apparaîtra chez Pascal, toujours selon Carraud, comme lié à d'autres termes typiques de Pascal, dans ce que Carraud appelle la « seconde anthropologie » : « dans cette analytique de l'existence, le néant aura perdu sont statut métaphysique ; il sera alors, pour la première fois dans l'histoire de la philosophie, l'index de la finitude de l'existence humaine » (Carraud 2011, p. 354).

Le *néant* passerait alors à designer pour Pascal autre chose que dans la tradition antérieure de la littérature de dévotion, dans laquelle il serait trop ambigu :

> Le « néant » n'apparaît plus que pour la force de l'oxymore, *le néant de notre être*, ou pour avancer que sentir le rien, ce n'est pas ne rien sentir, avant qu'il ne laisse la place à des synonymes plus signifiants : abandon, insuffisance, dépendance, impuissance, vide. La question – c'est bien de la question *de l'homme* qu'il s'agit – n'est plus de prononcer le néant de notre être, mais de décrire la finitude existentielle dans tous ses phénomènes : gloire, imagination, divertissement.
>
> *Néant* est donc un mot d'attente. Le concept pascalien qui rend compte

mystiques ou néantistes, profondément marqués par le dyonisme, si importants dans le premier tiers du siècle » (Carraud 2011, p. 354, note) ; « Pascal, quelque proche qu'il paraisse de thèmes hérités du bérullisme ou du salésianisme ambiants, les quitte radicalement pour penser la conversion moins comme anéantissement que comme conscience de la séparation » (p. 354).

[1] Trad. de Carraud (2011, p. 370), qui indique que le premier à noter cette reprise a été Heidegger, *Nietzsche*, Gesamtausgabe (Frankfurt am Main, Klostermann), 6.2, pp. 117-118, trad. P. Klossowski, Paris, Gallimard, 1971, t. II, p. 109.

> de la phénoménalité de l'existence humaine est : *ennui*.
> (Carraud 2011, p. 365)

L'interprétation de Carraud, reliant « néant » à « ennui », devient pertinente si on considère le fragment Sel. 515, Laf. 622 :

> Ennui.
>
> Rien n'est si insupportable à l'homme que d'être dans un plein repos, sans passions, sans affaire, sans divertissement, sans application. Il sent alors son néant, son abandon, son insuffisance, sa dépendance, son impuissance, son vide.
>
> Incontinent il sortira du fond de son âme l'ennui, la noirceur, la tristesse, le chagrin, le dépit, le désespoir.

L'homme, en condition d'ennui, *sent son néant*[1]. Voilà la condition dans laquelle, comme dit Carraud, le néant est marque de la finitude humaine, voire de sa misère. Il faut à l'homme le divertissement, car sa réelle condition est impossible à supporter.

Un autre fragment important à considérer est Sel. 410, Laf. 378, dans lequel Pascal écrit que « la conversion véritable consiste à s'anéantir ». C'est-à-dire que, comme nous le reprendrons lors de la discussion sur grandeur et misère (section 14.3.1), que l'homme devient un néant quand il reconnaît Dieu, devant qui il se place. Le « néant » devant Dieu est marque de vraie séparation. Il s'agit ici d'un sens absolu de néant comme extrémité qui ne peut pas être atteinte : en hétérogénéité, pour ainsi dire. La conversion véritable, dit encore Pascal, « consiste à connaître qu'il y a une opposition invincible entre Dieu et nous et que sans un médiateur il ne peut y avoir de commerce » (Sel. 410, Laf. 378). À la rupture radicale de laquelle le néant est index, seul le Christ peut rétablir la liaison. Pour le moment, il faudra maintenant considérer comment le sens de « néant » peut varier chez Pascal entre un sens absolu et un sens relatif.

Indiquons d'abord qu'*être un néant de* peut posséder un sens relatif au sein des mathématiques. Comme nous l'avons vu dans le chapitre 7, Pascal distingue dans l'*Esprit Géométrique ne pas être* une de en *être un néant*[2] : comme « quoiqu'une

[1] Dans la 18e Provinciale, Pascal explique que l'homme a le pouvoir de pécher et de résister à la grâce, et cela encore « infiniment » plus après sa corruption. Néanmoins la miséricorde divine peut le toucher quand Dieu le veut, et « lui fait faire ce qu'il veut et en la manière qu'il le veut, sans que cette infaillibilité de l'opération de Dieu détruise en aucune sorte la liberté naturelle de l'homme » (pp. 473-474). Ce fait, même si bien incompréhensible à nous, a été bien expliqué, dit Pascal, par Saint Augustin. Pour celui-ci, selon Pascal, « Dieu change le cœur de l'homme par une douceur céleste qu'il y répand, qui, surmontant la délectation de la chair, fait que l'homme sentant d'un côté sa mortalité et son néant, et découvrant de l'autre la grandeur et l'éternité de Dieu, conçoit un dégoût pour les délices du péché, qui le séparent du bien incorruptible » (18e Provinciale, p. 474). Il est intéressant de noter qu'aussi bien ici que dans Sel. 515, Laf. 622 l'homme *sent son néant* (cf. Carraud 2011).

[2] Cf. Descotes (2011, Commentaires à Sel. 540, Laf. 656).

maison ne soit pas une ville, elle n'est pas néanmoins un néant de ville. Il y a bien de la différence entre n'être pas une chose et en être un néant » (OC III, p. 407-408). Il se révèle ainsi un aspect *relationnel* d'*être un néant*.

C'est-à-dire qu'*être un néant*, au contraire de *ne pas être*, est une relation existante, et non pas un manque absolu de relation. Certes il s'agit d'une relation particulière, car il s'agit de quelque chose qui *est par rapport à* une autre chose, mais qui *ne peut pas constituer celle-ci* (cas des grandeurs hétérogènes, qui ne sont pas des parties), ou qui, plus généralement, sont en rapport à quelque chose mais sont *de valeur nulle par rapport à celle-ci*.

Indiquons qu'aussi « indivisible » et « zéro » sont pris dans l'*Esprit Géométrique* en des sens relatifs : indivisible *de* nombre, zéro *d'*étendue. Ces expressions se réfèrent à chaque fois à l'hétérogène correspondant à la grandeur en question : un indivisible *de* nombre n'est rien d'autre que le zéro, et un zéro *d'*étendue n'est rien d'autre que l'indivisible[1].

Les termes d'« indivisible » et de « zéro » doivent alors être considérés à côté de *néant*, avec deux propriétés communes[2] : 1/ être relatif *à une certaine grandeur* (un indivisible peut être un indivisible *de nombre*, ou *de mouvement*) ; 2/ être de valeur nulle par rapport à cette grandeur (l'hétérogénéité mathématique).

Pour ce qui est de l'indivisible, remarquons que selon l'*Esprit Géométrique* : 1/ L'indivisible *existe* : il *est* un néant d'extension ; 2/ L'indivisible possède une relation avec l'extension : il est un néant *de extension* ; 3/ Cette relation est bien particulière, car quoiqu'on parle de l'indivisible par rapport à l'extension, il est un *néant* d'extension[3].

Mais est-ce que Pascal emploie « indivisible » au sens relationnel fort, comme *être un indivisible de* ? À notre connaissance, une seule fois : dans le seul passage des *Lettres de A. Dettonville* dans lequel Pascal écrit « indivisible » tout seul (c'est-à-dire, hors d'expressions comme « langage des indivisibles »). Nous analyserons cela dans 11.2.2.

11.2.2 « Un indivisible à l'égard des sommes pyramidales »

Juste après avoir introduit les sommes pyramidales, Pascal énonce le résultat suivant (OC IV, p. 430)[4] :

[1] Pascal écrit encore : « toutes ces grandeurs sont divisibles à l'infini sans tomber dans leurs indivisibles, de sorte qu'elles tiennent toutes le milieu entre l'infini et le néant » (OC III, p. 410). Or si on peut parler de *leurs* indivisibles, il est clair qu'« indivisible » devient ici une métaphore pour l'hétérogène qui correspond à chacune de ces quantités qui sont le nombre, le mouvement, le temps et l'étendue – c'est-à-dire que le terme n'est pas exclusivement employé pour l'hétérogène à l'extension.

[2] Cf. Cortese et Rabouin (2018).

[3] Descotes 2011, Commentaires à Sel. 70, Laf. 36 et à Sel. 540, Laf. 656.

[4] Nous donnons une formulation moderne afin de faciliter la compréhension. Pascal n'utilise pas de symboles pour la multiplication ni pour les sommes. Pour les sommes triangulaires et pyramidales, voir 8.3.

$$1.A + 4.B + 9.C, etc. = 2.(\sum_{pyr.} A, B, C, etc.) - \sum_{tr.} A, B, C, etc. \qquad (11.1)$$

C'est-à-dire que, pour un ensemble de quantités, si leur somme pyramidale est prise deux fois, et si on ôte une fois leur somme triangulaire, on aura la somme de ces quantités multipliées chacune par le carré du nombre entier associé à son rang.

Pour démontrer cela, Pascal indique que les coefficients d'une somme triangulaire sont les nombres naturels, et que les coefficients d'une somme pyramidale sont les nombres triangulaires 1, 3, 6, etc. Mais, dit Pascal, « tout nombre triangulaire prix deux fois et diminué de son exposant est le même que le carré de son exposant ». C'est-à-dire que si on prend le troisième nombre triangulaire, 6, et on prend son double, 12, diminué de l'exposant 3 (c'est-à-dire le « rang » du nombre triangulaire), on a 9, qui est le carré de l'exposant 3. Pascal conclut ainsi la démonstration, en remarquant que « cela est aisé par Maurolic » (OC IV, p. 430)[1].

Il faut noter qu'à côté de cette démonstration Pascal présente un « diagramme », une disposition visuelle des sommes pyramidales qui lui permet de « montrer » ce résultat (fig. 11.1).

On peut voir que le caractère figuré est de grande importance ici, permettant de *voir* la relation énoncée par Pascal de manière simple. Mais cet intéressant usage diagrammatique n'est pas notre objet ici : il faudra voir comment Pascal procède à une question de négligeabilité par rapport à cette somme, jusqu'à cette étape « exacte ».

Muni de cette relation, Pascal peut énoncer un résultat dans le huitième *Avertissement*, qui vient juste après (cf. figure 8.10) :

> *Je dis (...) que deux fois la somme pyramidale de ces mêmes ordonnées [IK, GH, FE], à commencer du côté de la base* CA, *est égale à la somme des solides faits de ces mêmes ordonnées multipliées chacune par le carré de sa distance de sa base ; c'est-à-dire à* IK *en* KA *carré* + GH *en* HA *carré, etc.* (OC IV, p. 431)

Ce qu'on pourrait traduire par[2] :

$$2.\sum_{pyr.}(IK, GH, FE, etc.).EE^3 = \sum(IK.KA^2, GH.HA^2, etc.).EE$$

Mais comme les distances AK, KH, HE, sont égales, on peut prendre AK pour 1, AH étant 2, AE 3, etc., et AK^2 sera 1, AH^2 sera 4, AE^2 sera 9, etc., de manière qu'on peut écrire

$$2.\sum_{pyr.}(IK, GH, FE, etc.).EE^3 = \sum_{i=1,2,3,...} i^2.(IK, GH, FE, etc.).EE$$

[1] Sur cette influence de Maurolico, voir l'annexe H.

[2] Toujours en multipliant par de petites portions afin de conserver l'homogénéité.

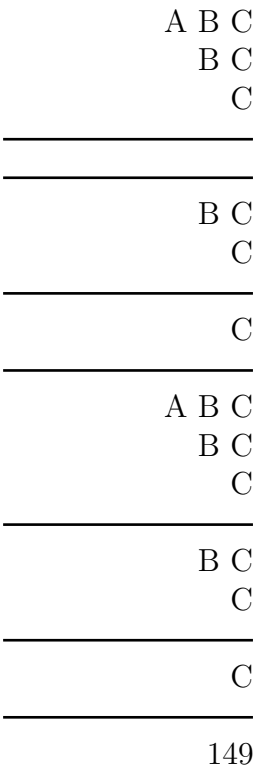

FIGURE 11.1 : Un « diagramme » de Pascal pour montrer que deux fois la somme pyramidale des quantités A, B et C, moins leur somme triangulaire, est équivalent à la somme de A, B, et C multipliée par les carrés de 1, 2 et 3 qui sont 1, 4, et 9. Cf. OC IV, p. 430.

Mais selon l'équation 11.1, on devrait avoir :

$$2.\sum_{pyr.}(IK, GH, FE, etc.).EE^3 - \sum_{tr.}(IK, GH, FE, etc.).EE^2 = \sum_{i=1,2,3,\ldots} i^2.(IK, GH, FE, etc.).EE$$

Comment rendre ces deux dernières équations compatibles ? La stratégie de Pascal est de montrer que la somme triangulaire peut être négligée dans ce cas.

> Car ces carrés étant 1, 4, 9, etc., il s'ensuit que la somme des ordonnées, multipliées chacune par chacun de ces carrés, est la même chose que leur somme pyramidale prise deux fois, moins leur somme triangulaire prise une fois. Or cette somme triangulaire n'est qu'un indivisible à l'égard des sommes pyramidales, puisqu'il y a une dimension de moins, et que c'est la même chose qu'un point à l'égard d'une ligne, ou qu'une ligne à l'égard d'un plan, ou qu'un plan à l'égard d'un solide, ou enfin qu'un fini à l'égard de l'infini ; ce qui ne change point l'égalité. (OC IV, p. 431)

C'est-à-dire que la somme triangulaire peut être négligée, puisqu'elle est de dimension 3, tandis que la somme pyramidale et la somme simple de carrés sont dans ce cas de dimension 4. Le résultat devient alors :

$$2.\sum_{pyr.}(IK, GH, FE, etc.).EE^3 = \sum_{i=1} i^2.(IK, GH, FE, etc.).EE$$

ou, par rapport à l'équation 11.1,

$$1.A + 4.B + 9.C \quad , etc. = 2.\sum_{pyr.} A, B, C, \quad etc.$$

Remarquons que cela ne peut être fait dans ce cas que parce que les sommes sont indéfinies, les petites portions étant une division en nombre « indéfini ». Il s'agit de l'unique occurrence du mot « indivisible » tout seul dans les écrits de Dettonville (hors des expressions comme « méthode des indivisibles » et « langage des indivisibles »), occurrence qui apparaît au sein d'une somme indéfinie : l'« infiniment petit » et l'« infiniment grand » se montrent encore liés.

Or ce passage doit être rapproché de deux autres déjà étudiés ici : celui qui apparaît à la fin du *Potestatum Numericarum Summa* et celui de l'*Esprit Géométrique*, lesquels proposent aussi des comparaisons entre des éléments qui sont négligeables par rapport à un ordre supérieur. Dans le cas du *Potestatum*, où, nous l'avons vu, il est question de sommes, Pascal donne les exemples classiques du point et de la ligne, de la ligne et du plan, du plan et du solide, de même que dans le passage considéré ici. Dans ce passage il a bien une comparaison entre des paires d'éléments dont l'un des deux est, à l'égard de l'autre, un indivisible. Comme dans les deux autres passages évoqués, il s'agit d'une comparaison où il y a un rapport de *négligeabilité* entre les deux éléments

de chaque paire (l'un « n'est qu'un indivisible à l'égard de » l'autre), rapport qui est, dans un certain sens, négatif : quelque chose *n'est pas* considéré (est négligeable) par rapport à une autre. On voit bien comment le recours à ces expressions permet à Pascal de conceptualiser la vraie nature des indivisibles.

Cependant, un des pairs d'éléments dans cette comparaison résiste à ce parallèle sous un aspect. Pascal dit que la somme triangulaire a une « dimension » en moins que la somme pyramidale : cette différence de dimension justifie que la première somme soit tenue pour un indivisible à l'égard de la deuxième. Mais la question reste ouverte de savoir si cette caractéristique doit être également attribuée au couple fini-infini. En effet, un point a une dimension en moins qu'une ligne, et de même pour une ligne et un plan, et un plan et un solide ; mais pourrait-on dire à partir de cette comparaison qu'un fini a une dimension en moins que l'infini ?

Or le fini n'a pas « une dimension en moins » que l'infini, au moins du point de vue géométrique. De fait, un segment fini et une ligne infinie, par exemple, ont la même dimension géométrique. En revanche, on pourrait comprendre « dimension » dans un autre sens ici, comme l'*ordre* à laquelle appartient une quantité. C'est-à-dire qu'avoir une dimension en moins renverrait à être d'un ordre inférieur par rapport à une autre quantité – situation qui, comme nous le savons, est guidée chez Pascal par le principe qu'une quantité d'ordre inférieur est nulle par rapport à un ordre supérieur. Ainsi, « être un indivisible » peut être compris comme être d'« une dimension en moins » par rapport à une autre chose, dans deux sens : géométrique et d'« ordres ». Évidemment les deux sont liés : des éléments de dimension géométrique distincte appartiennent à des ordres distincts, au moins dans le sens que Pascal propose pour ces notions. Mais la réciproque n'est pas nécessaire : deux éléments d'ordres distincts – hétérogènes, pourrait-on dire – ne sont pas pour autant des éléments avec des dimensions géométriques distinctes[1].

Il faut remarquer un trait fondamental ici : une somme triangulaire « n'est qu'un indivisible *à l'égard de* » d'une somme pyramidale[2]. Or l'usage de l'expression « à l'égard de » nous permet de voir qu'en fait être un indivisible est un attribut *relationnel*, et non pas *en soi*. C'est-à-dire qu'une somme pyramidale est un indivisible *quand elle est considérée par rapport* à une somme pyramidale – mais « être indivisible » n'est pas un attribut propre à elle, valable toujours. D'ailleurs, soulignons le fait que Pascal n'écrit pas qu'une somme triangulaire *est* un indivisible à l'égard d'une somme pyramidale, mais qu'une somme triangulaire *n'est que* un indivisible à l'égard d'une somme pyramidale : la négligeabilité apparaît y compris par le mode d'expression, lequel est, nous l'avons dit, négatif.

[1] Cette interprétation a été proposée dans Cortese et Rabouin (2018).

[2] Pascal écrit « des sommes pyramidales », parce qu'on a égard à deux sommes pyramidales dans cette formule en particulier. Mais plus généralement ce qui importe ici est le rapport entre une somme triangulaire et une somme pyramidale, la négligeabilité existant déjà pour le cas d'une seule somme pyramidale. Il faut toujours rappeler que cette relation existe pour des sommes « infinies » : « Désormais [après les *Avertissements*], le mot *somme* change de sens, puisqu'il s'agit de prendre des éléments en nombre virtuellement infini » (Descotes 2001a, p. 147).

Cette lecture « relationnelle » des éléments indivisibles gagne encore en force par rapport à une autre expression utilisée maintes fois par Pascal, quand il parle d'une grandeur « moindre qu'aucune grandeur donnée »[1].

Le passage cité réserve un autre aspect intéressant à noter. Pascal utilise toujours des articles indéterminés (« un indivisible », « un point », « une ligne », « un plan », « un solide »), sauf quand il parle de « l'infini ». Cela nous permet d'avancer une hypothèse par rapport à la signification de la nature « relationnelle » des invisibles. Il s'agit de dire que la lecture pascalienne des objets mathématiques est relationnelle, mais non pas relativiste, puisque la nature des mathématiques est dans les relations et d'ailleurs il y a une référence première à partir de laquelle les relations gagnent du sens : l'infini. Il est intéressant à noter que dans ce passage, au sein de l'aspect relatif des grandeurs géométriques, l'infini apparaît en tant que référence absolue. Nous y reviendrons dans 11.3.2 et dans 11.3.3. Pour l'aspect relatif de la notion d'indivisible (quoique Pascal n'y emploie pas le terme tout seul) dans la pratique mathématique, voir 12.4.

11.2.3 *Isaïe*, 40, 15 : *comme un petit grain de poussière*

Les sommes triangulaires, nous l'avons vu dans 8, sont rapportées à ce que certains auteurs ont appelé *momentum* dans l'histoire de la Statique[2]. Mais il faut noter que le terme de *momentum* apparaît aussi dans le langage biblique, en rapport avec le fait considérer quelque chose comme un néant. Cela nous intéresse car le fait d'être un néant apparaît ici sous la figure d'un grain de poids sur une *balance*, et vient du livre d'Isaïe, auquel Pascal a donné grande attention. La présente section est destinée à considérer le *momentum* dans le langage biblique, en particulier dans le verset Is 40, 15, pour montrer comment des questions chères à Pascal s'y retrouvent également.

Les deux seuls versets de la Vulgate qui présentent l'expression *momentum staterae* sont Isaïe 40, 15 et Sagesse 11, 23 (Galluzzi 1979), et apparaissent dans deux livres chers à Pascal. Dans la traduction de la Bible de Port-Royal, on lit :

> *Toutes* les nations ne sont devant luy que comme une goutte d'eau *qui tombe* d'un sceau, & comme ce petit grain, qui donne à peine la moindre inclination à la balance " : toutes les illes sont devant ses yeux comme un petit grain de poussiere". (Is. 40, 15)

et Sg 11, 23 (aujourd'hui généralement numéroté 11, 22) :

[1] Voir 12.3.

[2] Voir l'annexe G. « In Latin, *momentum ponderis* signified the tiny weight that just offsets the scale, however slightly, that next-to-nothing which causes a slight inclination, while *momentum temporis* suggested the temporal instant, the indivisible unit of time. Passages in works by Albertus Magnus and Bonaventura da Bagnoregio also refer to these usages. In his Mecaniche, Galileo refers to *momentum* as "minimum weight" » (Benvenuto 1991, p. 17).

> Tout le monde est devant vous comme ce petit grain qui donne à peine la moindre inclination à la balance, & comme une goutte de la rosée du matin qui tombe sur la terre.
>
> *Quoniam tanquàm momentum staterae, sic est ante te orbis terrarum, & tanquàm gutta roris antelucani, quae descendit in terram.*

Il faut noter leur rapport à l'idée, chère à Pascal, de la négligeabilité d'une chose par rapport à une autre. Dans tous les deux cela apparaît par l'idée d'un grain sur la balance[1].

Remarquons que si d'une part ces deux versets sont de première importance pour l'analyse du modèle de la balance et du terme « momentum », d'autre part Pascal cite dans son œuvre deux versets qui sont voisins de ces passages, décalés de deux versets dans chaque cas.

On remarquera que Sg 11, 23 (22) apparaît seulement deux versets après le verset qui nomme cette thèse : « *Deus fecit omnia in pondere, in numero, et mensura* », on lit dans la paraphrase de Sg 11, 21 (20) citée dans l'*Esprit Géométrique*[2].

Dans Sel. 721, Laf. 486, il cite partiellement le verset Is. 40, 17 : « *Omnes gentes quasi non sint* ». Dans la traduction de la Bible de Port-Royal, le verset complet est : « Tous les peuples du monde sont devant luy comme s'ils n'étoient points, & il les regarde comme un vuide & comme un néant » (Is. 40, 17).

Cela nous indique que les chapitres où ces versets apparaissent pourraient avoir une grande importance pour Pascal, et qu'il connaissait évidemment les versets où on lit l'expression *momentum staterae*. Par la suite, nous analysons quelques aspects de Is. 40, 15.

On connaît l'importance du livre d'Isaïe pour Pascal : « Sur les 193 citations bibliques que contiennent les *Pensées*, 59 au moins sont d'Isaïe, parmi lesquelles 24 du Second »[3]. Loin de n'être qu'une question quantitative, la thématique du Dieu caché est bien connue de tout lecteur des *Pensées*, et son rapport à Isaïe est clair.

Dans le fragment Sel. 721, Laf. 486, constitué par une série de citations bibliques, Pascal cite, en explicitant la référence au livre d'Isaïe : « *Omnes gentes quasi non sint Is., 40, 17.* ». Dans la Bible de Port-Royal, le verset complet est :

[1] Commentaire de la Bible de Port-Royal à Sg 11, 23 (22) : « Dieu gouverne le monde avec la même facilité qu'un homme qui tient entre ses mains une balance fait pancher le point de l'aiguille de quelque costé qu'il veut ».

[2] Pour ce qui est de la traduction de Sg 11, 23 (22), il faut rappeler que dans le cas présent il n'est pas question de revenir à l'hébreu, car le livre de la Sagesse a été écrit directement en grec. L'expression qu'on retrouve dans la Bible des LXX pour ce verset est ὡς ῥοπὴ ἐκ πλαστίγγων. On retrouve à nouveau le terme ῥοπὴ, maintenant accompagné non pas de ζυγων, mais de πλάστιγξ, lequel le Bailly traduit par « objet plat, d'où plateau de balance ».

[3] Texier (1989, p. 6) ; cf. aussi Sellier (1966, p. 124, note 5). Il faut rappeler qu'on appelle généralement « Second Isaïe » l'auteur des chapitres 40 à 55 du Livre d'Isaïe.

> Tous les peuples du monde sont devant luy comme s'ils n'étoient points, & il les regarde comme un vuide & comme un néant.
>
> *Omnes gentes quasi non sint, sic sunt coram eo, & quasi nihilum & inane reputatae sunt ei.* (Is. 40, 17)

Le commentaire de Port-Royal au passage est le suivant :

> Si tous les peuples du monde ne sont devant Dieu qu'un vuide & un néant, comment un homme se peut-il abaisser assez profondément devant une si souveraine majesté ? Car si le ciel, la terre & la mer ne sont rien devant Dieu, qu'est devant lui un homme tiré de cette foule innombrable de tous les hommes, qui n'est à l'égard du ciel qu'un atome, à l'égard de la terre qu'un grain de sable, & à l'égard de la mer qu'une goutte d'eau ?

« Le commentaire paraît faire écho à certains fragments de Pascal, et souligne le rapport de cette citation d'Isaïe avec les fragments [Sel. 230, Laf. 199 et Sel. 145, Laf. 113] » (Descotes 2011). En effet, les comparaisons faites ici rappellent celles des fragments indiqués par Descotes. Il est intéressant qu'il s'agit d'une comparaison de négligeabilité, comme dans le cas de l'analogie de disproportion, mais ici la structure n'est pas d'équivalence de négligeabilité, mais plutôt d'un raisonnement *a fortiori* : « si le ciel, la terre & la mer ne sont rien devant Dieu », et l'homme « n'est à l'égard du ciel qu'un atome, à l'égard de la terre qu'un grain de sable, & à l'égard de la mer qu'une goutte d'eau », qu'est l'homme « devant » Dieu ? Implicitement l'argument est : encore moins que le ciel, la terre et la mer, lesquels eux-mêmes sont déjà rien devant Dieu.

Le commentaire est intéressant car il ne se limite pas à identifier ces comparabilités de négligeabilité, mais indique que cela pose une difficulté à l'homme : « comment un homme se peut-il abaisser assez profondément devant une si souveraine majesté ? ». On est ainsi amené à la thématique de grandeur et misère, rapportée à la négligeabilité. Mais l'important ici est que cette notion, chère à Pascal, apparaît chez Isaïe par la figure du grain de poussière sur une balance.

Nous avons déjà évoqué un verset important du livre d'Isaïe, dans la forme duquel nous avons déjà repéré une analogie de disproportion :

> Mais autant que les cieux sont élevez au-dessus de la terre, autant mes voyes sont elévées au-dessus de vos voyes, & mes pensées au-dessus de vos pensées[1]. (Is. 55, 9)

Si nous considérons en particulier le chapitre 40 du Livre de Isaïe, cité par Pascal, nous voyons que les versets 12-31 portent sur la grandeur divine[2]. Il sera alors question de la possibilité de comparer Dieu à quelque chose :

[1] *Quia sicut exaltantur celi à terra, sic exaltatae sunt viae meae a viis vestris, & cogitationes meae a cogitationibus vestris.*

[2] Sur la comparaison entre grandeur divine et faiblesse humaine, la Bible de Jérusalem indique que le thème est fréquent dans les écrits sapientiaux (Job 28 ; 38-39 ; Pr. 8, 22s ; 30, 4).

> A qui donc ferez-vous ressembler Dieu ? & quelle image en tracerez-vous ?[1]
> (Is. 40, 18)

Ce verset pose en effet, sous la forme d'une question, le fait qu'il n'y a rien à quoi Dieu puisse être proprement comparé (cf. aussi 40, 25). Cette impossibilité est dite aussi sous le manque d'une mesure finie pour la puissance divine :

> Qui est celuy qui a mesuré les eaux dans les creux de sa main, & qui la tenant étenduë "a pesé" les cieux ? qui soûtient de trois doigts toute la masse de la terre, qui pese les montagnes, & met les colines dans la balance ?[2] (Is. 40, 12)

On remarquera notamment la référence à la balance : la puissance divine est telle qu'elle peut tout peser dans une balance, même des collines. C'est dans ce contexte qu'il faut considérer le verset Is. 40, 15, un des deux versets de la Vulgate où on retrouve l'expression *momentum staterae*[3] :

> *Toutes* les nations ne sont devant luy que comme une goutte d'eau *qui tombe* d'un sceau, & comme ce petit grain, qui donne à peine la moindre inclination à la balance " : toutes les illes sont devant ses yeux comme un petit grain de poussiere"[4].

Trois comparaisons sont apportées dans ce verset[5]. Les images sont toujours de négligeabilité : la goutte qui tombe du seau, le petit grain qui donne à peine la moindre inclinaison à la balance et le petit grain de poussière[6].

L'expression fondamentale ici est *momentum staterae*, traduite dans la Bible de Port-Royal par « ce petit grain, qui donne à peine la moindre inclinaison à la balance ». Il s'agirait alors du poids qui, déposé sur la balance, altère avec difficulté l'inclinaison de celle-ci. Motivés par Galluzzi (1979), il faut considérer la traduction de ce terme.

Pour ce verset, le terme hébreu à considérer est *šaḥaq*, un *apax* dans l'Écriture, dont le sens est celui de « fine poussière » (Galluzzi 1979, p. 23). Par contre, le pluriel du terme apparaît une vingtaine de fois dans la Bible hébraïque, généralement

[1] *Cui ergo similem fecisti Deum ? aut quam imaginem ponetis ei ?*

[2] Quis mensus est pugillo aquas, & caelos palmo ponderavit ? quis appendit tribus digitis molem terrae, & libravit in pondere montes et colles in statera ?

[3] Sur ce verset, voir Winton Thomas (1968).

[4] Les guillemets apparaissent ainsi dans la Bible de Sacy. Le latin est le suivant : *ecce gentes quasi stilla situlae, & quasi momentum staterae reputatae sunt : ecce insulae quasi pulvis exiguus.*

[5] La Bible de Jérusalem explique qu'il faut comprendre « les îles » comme les archipels et les côtes éloignées dans la Méditerranée, qui sont ainsi mises en parallèle aux nations.

[6] Notons que le *quasi* de la Vulgate devient dans les mains de Sacy une comparaison relative : « sont devant ses yeux comme ». Le même se passe pour les versets 17 et 22, dans lesquels Sacy traduit *quasi* par « devant luy ». Pour d'autres expressions de négligeabilité dans ce chapitre, voir les vv. 22 et 23.

traduit comme « nuages », mais aussi comme « le ciel », « le plus haut »[1]. Quant au contexte du verset, *momentum staterae* traduit l'expression *ukšaḥaq mōznayim*, qui peut être traduit comme « le grain de poussière qui reste après les pesages et qui n'altère pas le poids de la balance »[2].

> Dans la métaphore, cela signifie alors que comparer l'homme à Dieu serait comme vouloir peser un grain de très fine poudre avec la balance. (...) La poudre, alors (...) n'est pas proportionnelle à la balance, ni peut être avertie par la balance. (Galluzzi 1979, p. 24)

Selon Galluzzi, le sens originel du terme de cette comparaison ne serait pas alors le grain de poussière qui *altère* avec difficulté l'équilibre de la balance, mais le grain qui est auquel celle-ci est *insensible*, le grain qui, restant après plusieurs pesages, n'altère pas l'équilibre. Dans les deux cas le grain est considéré comme quelque chose de petit par rapport à la balance, mais il y aurait eu une inversion dans le texte : de ce qui est insensible et qui n'altère pas l'équilibre (texte hébreu originel) à la quantité minimale qui génère le déséquilibre (latin et français)[3].

Comme on le sait, entre le texte hébreu et la traduction de la Vulgate il faut considérer la traduction grecque. Dans la Bible des LXX, *ukšaḥaq mōznayim* est traduit par ῥοπὴ ἐπὶ ζυγοῦ. Cela n'est pas simple à comprendre : comme l'indique Galluzzi (1979, p. 25), en général ῥοπὴ ne signifie pas la poussière qui ne pèse pas sur la balance, mais justement ce qui fait l'inclinaison de la balance, ce qui rompt l'équilibre, apportant une idée de mouvement. L'altération du sens du verset daterait alors de la traduction grecque.

> Si notre impression n'est pas fausse, on peut affirmer que le traducteur grec d'*Isaïe* introduit une modification qui n'est pas indifférente. Il a transformé en effet la « poudre », qui n'est pas capable de donner un mouvement, dans « moindre ajout de poids », suffisant à causer l'inclinaison de la balance [*dare il tratto alla bilancia*]. (Galluzzi 1979, p. 26)

Pour Galluzzi, ce changement dans la traduction donne un nouveau rôle à l'homme, qui devient capable d'être pesé. Il n'est pas clair si le traducteur grec a fait une faute

[1] « This meaning "fine dust", literaly "what has been rubbed away, crushed, pulverized", may be accepted as correct for Is 40, 15, even though elsewhere in the Hebrew Bible the meaning (in the plural) "clouds" predominates. The two meanings "fine dust" and "(thin) cloud" are, however, not so dissimilar that they cannot be brought into association (cf. the English phrase "a cloud of dust") » (Winton Thomas 1968, p. 216).

[2] Galluzzi propose encore que le sens reste pour l'expression même si on interprète *šaḥaq* comme « nuage » : « comme un nuage sur la balance » (cf. Winton Thomas 1968). Par rapport à « nuage », il faut se souvenir que Pascal cite Is. 44, 21 sq dans Sel. 723, Laf. 486 : « *Memento horum Jacob et Israël quoniam servus meus es tu. Formavi te, servus meus es tu, Israël ne obliviscaris mei. Delevi ut nubem iniquitates tuas, et quasi nebulam peccata tua. Revertere ad me, quoniam redemi te* ».

[3] Quant à la traduction de la Bible de Jérusalem, elle semble être neutre sur la question : « Voici ! les nations sont comme une goutte d'eau au bord d'un seau, on en tient compte comme d'une miette sur une balance. Voici ! les îles pèsent comme un grain de poussière ».

de traduction, prenant *šaḥaq* plutôt dans le sens de « cieux » que « poudre », et l'associant au *mouvement* des cieux[1].

Pour résumer, *šaḥaq* serait un poids négligeable qui n'altère pas l'inclinaison de la balance, tandis que ῥοπὴ et *momentum* indiqueraient le petit poids qui, étant la quantité minime *efficace*, rompt l'équilibre de la balance, même notion qui apparaît dans la traduction de Sacy[2].

Comme l'indique Galluzzi, si dans les traductions latines anciennes qui sont la *Vetus Latina* et la Vulgate l'expression ῥοπὴ ἐπὶ ζυγοῦ était traduite par *momentum staterae*, cette traduction a été niée par des commentateurs déjà au XVI^{e} siècle, qui revenant au texte hébreu, ont refusé la traduction de *šaḥaq* par *momentum*[3].

Notre but ici n'est pas celui d'évaluer la justesse de cette traduction par rapport à l'hébreu. En revanche, si on accepte l'interprétation de Galluzzi comme pertinente, son intérêt est de montrer que la notion de négligeabilité de l'homme par rapport à Dieu peut être interprétée différemment : l'homme est négligeable par rapport à la balance, mais le fait qu'il puisse altérer son équilibre ou pas est significatif. Nous retrouverons cette problématique avec la question du *néant* pour Pascal, qui dans notre interprétation est de valeur nulle toujours *par rapport* à quelque chose, tandis qu'il *existe* un tant qu'un élément[4]. Il faut conclure que la négligeabilité est une notion importante à la fois pour Isaïe et pour Pascal ; pour celui-ci, la notion doit être discutée en relation au rapport entre grandeur et misère, ainsi que par rapport à la question de la valeur nulle d'un élément par rapport à un ordre supérieur et à la notion de néant.

11.2.4 Néant relatif et néant absolu

H. Gouhier (1986, chap. 2) propose une analyse de l'anéantissement chez Pascal, et il discerne plusieurs sens du mot « néant ». Pour lui, un des sens du néant chez Pascal se retrouve dans un schème de la pensée pascalienne qu'il appelle « l'entre-deux », dont le néant serait une des extrémités. Cela s'applique pour le vide, qui « tient le milieu

[1] Celle est l'hypothèse de Teicher, communiqué à Galluzzi. Il est pourtant hors de notre portée d'évaluer si cela consisterait dans une erreur de traduction. Nous ne ferons que considérer certaines des connotations du verset dans chaque version.

[2] « *šaḥaq* indica infatti un peso trascurabile, mentre il *momentum*, anche se minimo, è ciò che rompe la condizione di equilibrio » (Galluzzi 1979, p. 35).

[3] Il n'est pas sans intérêt de noter que dans le texte de la *Nova Vulgata* le texte a légèrement changé, avec l'introduction d'une référence à la poudre : *Ecce gentes quasi stilla situlae, et quasi momentum pulveris in statera reputantur ; ecce insulae quasi pulvis exiguus*. Consulté dans http://www.vatican.va/archive/bible/nova_vulgata/documents/nova-vulgata_vt_isaiae_lt.html, accès le 3 mars 2017.

[4] Dans le commentaire de la Bible de Port-Royal à Is. 40, 29 (« *C'est lui qui soûtient ceux qui sont las* »), on lit que « Dieu a relevé sa grandeur, en faisant voir combien elle est au-dessus de tout ce qu'il y a de plus élevé dans le ciel & dans la terre », et que ceux qui sont « anéantis » et qui « s'abaissent devant ses yeux deviennent ainsi un objet qu'il considere ». La grandeur de Dieu se manifestera à ceux qui s'anéantissent, et il peut les aider, car « *ses misericordes sont au-dessus de toutes ses œuvres* » (Ps. 144, 9) ».

entre la matière et le néant » (lettre à Le Pailleur, OC II, p. 563), le même schème apparaissant dans la lettre au P. Noël. Avec un autre point de vue, dit Gouhier, le schème apparaît dans l'*Esprit Géométrique*, dans lequel on a des éléments qui, étant indéfiniment multipliés ou divisés, tiennent tous « le milieu entre l'infini et le néant » : le néant est un des pôles de la « double infinité » dont parle Pascal dans l'*Esprit Géométrique*.

Pour Gouhier, le néant de la créature est chez Pascal celui de la finitude, et se retrouve dans *Disproportion de l'homme*. Mais il faut selon lui distinguer deux sens de « néant » dans ce fragment. Le néant de la création est, dit Gouhier (1986, p. 41), « un néant absolu », tandis que quand Pascal écrit que l'homme est « un néant à l'*égard* de l'infini », il y a évidemment un sens relatif. C'est ainsi que, dans une autre relation, l'homme peut être « un tout *à l'égard* du néant »[1].

« Ce néant relatif n'a pas, à proprement parler, une signification ontologique » (Gouhier 1986, p. 42). C'est la signification relative du néant dans ce fragment qui permet à Pascal d'écrire que « nous sommes quelque chose et nous ne sommes pas tout ». Dans ce sens, le « néant » change de place dans le schème de l'entre-deux, car l'homme est dit « néant », et il est bien entre les deux extrémités du rien et du tout :

> Car enfin qu'est-ce que l'homme dans la nature ? Un néant à l'égard de l'infini, un tout à l'égard du néant, un milieu entre rien et tout, infiniment éloigné de comprendre les extrêmes. La fin des choses et leurs principes sont pour lui invinciblement cachés dans un secret impénétrable, également incapable de voir le néant d'où il est tiré et l'infini où il est englouti. (Sel. 230, Laf. 199)

Si l'homme est « un néant à l'égard de l'infini », le mot « néant » ne signifie pas ici une extrémité, mais il qualifie l'homme, dans un usage métaphorique d'acception relative, « à l'égard de l'infini ».

D'autre part, l'homme peut se considérer comme « soutenu dans la masse que la nature lui a donnée entre ces deux abîmes de l'infini et du néant » (Sel. 230, Laf. 199) : ici, le néant est bien une extrémité, et doit être plutôt pris dans son sens absolu et ayant « une signification ontologique ».

Voilà une distinction de la plus grande importance : celle entre le sens absolu et le sens relatif de « néant » chez Pascal. Pour ce qui est de l'expression « être un néant de », que nous avons analysée dans 11.2.4, il est évident qu'elle se retrouve du côté du sens relatif.

Il faut remarquer que le *tout* de Disproportion de l'homme à l'égard duquel l'homme est néant est celui de la nature, de l'univers. En revanche, dans la spiritualité

[1] Gouhier rappelle l'usage de « néant » par Bérulle. Dans l'œuvre de cet auteur, on retrouverait trois sens dans lesquels l'homme est néant : 1/ en tant que créature, tirée du néant ; 2/ en tant que pécheur ; 3/ en tant que racheté, « car qu'est-ce que la grâce nous donne sinon le pouvoir de s'anéantir devant Dieu » (Gouhier 1986, p. 40 ; cf. Bérulle, *Opuscules de piété*, Aubier, 1944, opuscule XXX). Les trois sens seraient repris par Pascal selon Gouhier, mais différemment car dans un contexte apologétique.

l'homme est néant *devant Dieu*. C'est ainsi que, utilisant la distinction cartésienne, Gouhier (1986, p. 42) écrit : « dans le premier cas, l'homme est néant par rapport à un univers indéfini et, dans le second, il l'est par rapport à Dieu infini ». Dire que le néant ou le tout de l'homme est relatif ne suffit pas – il faut dire évidemment dire *à quoi* il est relatif[1]. Si dans *Disproportion de l'homme* c'est la nature qu'il faut alors considérer, dans l'*Écrit sur la conversion du pécheur*, Pascal écrit que l'âme « s'anéantit en » la « présence » du Créateur : c'est bien par rapport à Dieu qu'elle s'anéantit[2].

Notre lecture ici est en accord avec celle de Gouhier pour ce qui est de la distinction entre néant relatif et néant absolu. Il nous semble pourtant qu'un aspect doit être ajouté à cette analyse : la négligeabilité du néant. Quand il s'agit d'un néant *relatif*, un élément est considéré de valeur nulle *devant* l'autre ordre – c'est-à-dire que sa valeur nulle n'est valable que dans un contexte spécifique. Quand, en revanche, on parle du néant absolu, la valeur nulle peut être, pour ainsi dire, propre : c'est le zéro, qui ne doit jamais compter dans une somme, c'est le néant absolu qui à différence du vide physique ne compte même pas des dimensions.

Il faut aussi préciser une déclaration faite par Gouhier (1986, p. 39) : il parle d'« une espèce de passage à la limite » dans le cas de l'*Esprit Géométrique*, ainsi que d'« une sorte de passage à la limite qui ramène au néant cet *étant* quasi invisible » (p. 42) dans le cas de *Disproportion de l'homme*. Encore un passage à la limite existerait quand Pascal écrit que l'homme est aussi un « tout à l'égard du néant ». Certes Gouhier ne fait pas ici une analyse mathématique de l'œuvre pascalienne, et il se garde de dire qu'il s'agit, à proprement parler, d'un passage à la limite. Néanmoins, nous voudrions apporter une précision à ces déclarations, car à part la question de la notion de limite en elle-même, il nous semble qu'elles mettent dans la même situation des choses qu'il faudrait distinguer.

Il y a des entités auxquelles on peut arriver par des divisions successives à partir d'une autre grandeur et des entités pour lesquelles on ne le peut pas : voilà la distinction entre grandeurs homogènes et hétérogènes. La limite d'une suite de divisions, dans une définition informelle, est la quantité à laquelle tendent les éléments de cette suite quand l'on augmente successivement le nombre de divisions.

Or dans l'*Esprit Géométrique* on peut bien reconnaître cet enjeu : Pascal s'occupe de démontrer qu'un indivisible ne peut pas être retrouvé par des divisions successives d'une grandeur. Cela n'empêche pas le fait qu'on peut dire en principe que l'indivisible (le néant) serait la *limite* d'une suite indéfinie de divisions d'une grandeur.

Par rapport à *Disproportion de l'homme*, on ne saurait s'exprimer simplement de même, car il y a une oscillation du « néant » entre un sens relatif et un sens absolu.

Pour le sens relatif de « néant » dans ce fragment, il y a bien indéfinéité de division ou d'augmentation, mais, comme nous l'avons vu, cela reste toujours dans

[1] Un autre aspect intéressant souligné par Gouhier (1986, p. 42) à propos de la distinction de Bérulle présentée ci-dessus est que « l'homme est néant devant Dieu par sa nature en tant qu'être créé, il l'est par son histoire en tant que pécheur ».

[2] Il sera de même dans *Infini rien* (Sel. 680, Laf. 418) – voir 11.3.3.

le sens relatif. Comme Gouhier même l'indique, la place du « néant » n'est plus ici la même dans le schème de l'entre-deux – ici il n'est plus extrémité, mais terme moyen : l'homme, qualifié de néant, est entre les deux infinis. Dans *Disproportion de l'homme*, Pascal ne fait pas référence à une unité minimale qui pourrait être la « limite » d'une suite de « divisions » (certes dans ce cas pas dans le sens strictement mathématique).

En revanche, pour le sens absolu de « néant » dans ce fragment, Pascal écrit par exemple qu'« il ne faut pas moins de capacité pour aller jusqu'au néant que jusqu'au tout ; il la faut infinie pour l'un et pour l'autre » (Sel. 230, Laf. 199). Or si la question est celle d'aller « jusqu'au néant », c'est parce que le « néant » tient bien ici une place d'extrémité, qui pourrait être dite une « limite » en sens large. Encore quand Pascal parle du « néant » au sens absolu, il s'agit du néant antérieur à la Création : « le néant d'où il est tiré », ce qui ne pourrait pas constituer la « limite » d'une « suite » si on considère l'abîme qu'il y a entre le non-être et l'être, car il ne pourrait pas avoir de continuité entre les deux.

C'est ainsi que l'on identifie un sens relatif et un sens absolu pour le « néant » dans ce fragment. La disproportion, si on peut dire ainsi, possède sous la plume de Pascal un sens relatif et un sens absolu : il s'agit d'une part du fait qu'on peut toujours arriver à quelque chose de plus grand ou de plus petit dans la nature, sans jamais arriver à elle ; d'autre part, cela n'empêche pas que la disproportion « absolue » existe en elle-même : c'est-à-dire qu'il y a bien des éléments qui sont d'un autre ordre, quoiqu'on ne puisse pas les atteindre. Cela rejoint notamment notre analyse pour les indivisibles dans l'*Esprit Géométrique* : ce que ce texte nie est qu'on puisse *arriver* à des indivisibles au bout d'une suite de divisions – il s'agit alors de la négation de l'achèvement d'un processus, d'une manière semblable à ce qu'on peut trouver dans *Disproportion de l'homme*. D'autre part, si on prend la quantité en soi qui est un indivisible, rien n'empêche son existence. Il sera de même pour des choses qui sont en effet disproportionnées de manière « absolue » à l'homme.

Il est vrai que, comme bien l'indique Gouhier, la conversion elle-même apparaît chez Pascal liée à l'anéantissement. Sur Sel. 410, Laf. 378, Gouhier (1986, p. 33) écrit :

> se tourner vers Dieu c'est, de du même coup, se détourner de soi, et se détourner de soi, c'est ne plus faire attention à sa propre existence. (...) C'est cette « haine » de soi-même vraiment immanente à la « conversion véritable » que Pascal entend recommander quand il substitue « s'anéantir » à « s'humilier ». Le thème pascalien de l'anéantissement oppose alors celui qui doit perdre son être à Celui en qui réside la plénitude de l'être.

Gouhier fait référence au fait que Pascal a commencé à écrire « s'hum ... », pour « s'humilier », mais il biffe le mot pour écrire « s'anéantir »[1]. L'anéantissement est

[1]Voir l'édition de Descotes (2011). Pour Gouhier (1986, p. 49), cette substitution indique que « l'anéantissement est, sous sa plume, l'humilité portée au superlatif ». Carraud (2011, p. 369, note), au contraire, pense qu'« anéantir » « est appelé par « être » qui suit immédiatement : la correction fait entendre l'opposition néant/être ».

alors le chemin pour la conversion[1].

Anéantissement qui est un devenir et donc possède un sens relatif ; mais encore ici on retrouve un sens absolu du néant, car on peut aussi penser « péché, qui est le véritable néant, parce qu'il est contraire à Dieu, qui est le véritable être » (Lettre du 1er avril 1648 à sa sœur Gilberte, OC II, p. 583). Le néant du péché ne saurait pas être relatif.

Quant au salut, on peut dire dans un sens que le Christ lui-même semble s'être « anéanti », si on traduit ainsi *ekénôsen*[2] : « un Dieu humilié, et jusqu'à la mort de la croix » (Sel. 273, Laf. 241). L'« humiliation » du Christ a été nécessaire à cause de la condition humaine : « Je vois mon abîme d'orgueil, de curiosité, de concupiscence. Il n'y a nul rapport de moi à Dieu, ni à Jésus-Christ juste. Mais il a été fait péché pour moi. Tous vos fléaux sont tombés sur lui. Il est plus abominable que moi, et loin de m'abhorrer il se tient honoré que j'aille à lui et le secoure. Mais il s'est guéri lui-même et me guérira à plus forte raison » (Sel. 751, Laf. 919). Ce n'est que par son sacrifice que le Christ a sauvé hommes :

> Jésus, pendant que ses disciples dormaient, a opéré leur salut.
> Il l'a fait à chacun des justes pendant qu'ils dormaient et dans le néant avant leur naissance, et dans les péchés depuis leur naissance.
> (Sel. 749, Laf. 919)

Nous reviendrons à ce sujet dans 14.3.1. Nous considérerons maintenant les implications de la disproportion pour l'existence humaine.

11.3 Le néant de l'homme

> Qui ne voit pas la vanité du monde est bien vain lui-même.
> Aussi qui ne la voit, excepté de jeunes gens qui sont tous dans le bruit, dans le divertissement et dans la pensée de l'avenir ?
> Mais ôtez leur divertissement, vous les verrez se sécher d'ennui.
> Ils sentent alors leur néant sans le connaître, car c'est bien être malheureux que d'être dans une tristesse insupportable aussitôt qu'on est réduit à se considérer et à n'en être point diverti. (Sel. 70, Laf. 36)

Les jeunes, déclare Pascal, ne voient pas la vanité du monde, car ils sont dans le divertissement. « Mais ôtez leur divertissement, vous les verrez se sécher d'ennui ». La condition de l'homme, s'il accepte de laisser le divertissement pour reconnaître la vanité du monde, est de tomber dans l'ennui. Les jeunes « sentent alors leur néant sans le connaître ». L'ennui, ainsi que la vanité, est ici signe du néant.

[1] « Le néant par anéantissement, c'est là l'idée directrice de la spiritualité qui est l'essence même du vrai christianisme selon Pascal à partir de 1646 » (Gouhier 1986, pp. 44-45). Pour cette datation, Gouhier prend avec grande importance la lettre de Pascal à sa sœur Gilberte de 1er avril 1648.

[2] Ph 2, 7. Voir 14.3.1.

Que peut-on dire plus généralement de la vanité pour Pascal ? Il s'agit certes d'un sujet complexe : nous ne ferons que mettre en lumière quelques aspects de ce danger à l'homme, qui se rapporte au « néant »[1].

> Le terme *vanité* représente ainsi l'expression comique, voire burlesque, de la notion, plus dramatique, de *néant*. Ce n'est pas seulement parce qu'une chose ou une conduite manque de fondement qu'elle est vaine, c'est aussi parce que cette absence de raison fait qu'elle n'est littéralement rien. Le thème de la vanité de l'homme annonce et prépare ainsi celui du *néant de l'homme*, qui réapparaît dans les *Pensées* à un stade postérieur de l'argumentation. Il est ainsi, pour ainsi dire en creux, l'expression laïque d'une idée qui prendra une forme d'ordre religieux, lorsque Pascal développera celle du néant de l'homme devant Dieu.
>
> (Descotes 2011, sur la liasse « Vanité »)

Le premier fragment de la liasse « Vanité » possède en effet un caractère « comique », car il commence ainsi (Sel. 47, Laf. 13) : « Deux visages semblables, dont aucun ne fait rire en particulier, font rire encore par leur ressemblance ». Un travail profond serait de regarder comment Pascal reçoit la notion de « vanité » de la Tradition. Limitons-nous à noter l'importance évidente du livre de l'Ecclésiaste : « *L'Ecclésiaste* montre que l'homme sans Dieu est dans l'ignorance de tout et dans un malheur inévitable. Car c'est être malheureux que de vouloir et ne pouvoir. Or il veut être heureux et assuré de quelque vérité, et cependant il ne peut ni savoir ni ne désirer point de savoir. Il ne peut même douter » (Sel. 109 et 110, Laf. 75)[2].

Notons que la vanité est rapportée à une notion plus ample : celle de croire que l'homme, ou sa vie, ou ses actions, sont de valeur nulle à l'égard Dieu : cela fait partie de l'*anéantissement* pascalien et la négligeabilité d'un élément à l'égard d'un ordre supérieur, objet de plusieurs parties du présent travail.

Le néant exprime ainsi l'inconstance, la précarité et la vanité de l'homme. « En écrivant ma pensée, elle m'échappe quelquefois. Mais cela me fait souvenir de ma faiblesse que j'oublie à toute heure, ce qui m'instruit autant que ma pensée oubliée, car je ne tiens qu'à connaître mon néant » (Sel. 540, Laf. 656). Comme l'affirme Descotes (2011, Commentaires à Sel. 540, Laf. 656), « l'expression *mon néant* exprime le fait que je me reconnais pour néant en face de Dieu ». L'homme, *en face de Dieu*, se dit un néant : il s'agit d'une qualification relative. L'homme *reconnaît* alors qu'en comparaison à Dieu il est un néant. Le sentiment du néant peut alors constituer le premier pas dans la marche vers Dieu[3]. Cela fera à l'homme reconnaître que toutes

[1] Sur le sujet de la vanité, voir, par exemple, Michon (2005).

[2] Ecclésiastique, 18, 5 : « On ne peut ni diminuer ni ajouter aux merveilles de Dieu, et elles sont incompréhensibles » (*Non est minuere neque adicere nec est invenire magnalia Dei*). Cf. Descotes (2011, commentaires à Sel. 339, Laf. 308).

[3] Certes le divertissement est une façon d'ignorer la condition du néant de l'homme. Dénoncer le néant de l'homme ne pourrait pas donc l'obliger à chercher Dieu ; il reste toutefois une des voies possibles à l'apologiste pour tirer l'incrédule vers la recherche de Dieu.

les autres choses finies sont de valeur nulle à l'égard de Dieu : « Que sert à l'homme de gagner tout le monde s'il perd son âme ? » (Sel. 660, Laf. 818).

11.3.1 L'*Écrit sur la conversion du pécheur*

Il est intéressant de considérer ici l'*Écrit sur la conversion du pécheur* (OC IV, pp. 40-44), texte que Mesnard date de 1657-1658[1], c'est-à-dire, soit juste avant, soit contemporainement au déroulement du concours sur la roulette[2].

Dans ce texte, Pascal écrit que l'âme qui est touchée par Dieu gagne par son inspiration « une connaissance et une vue tout extraordinaire, par laquelle l'âme considère les choses d'une façon nouvelle », par une « nouvelle lumière ». Cette âme se trouve dans un premier moment partagée entre les choses visibles et les invisibles, qui lui disputent son attention. Ce changement l'amène à « la vue certaine de l'anéantissement de tout ce qu'elle aime ». Or on retrouve ici la conception de la conversion comme un changement de vie qui est un changement de vue, image si fréquente dans la tradition chrétienne. Cette nouvelle vue, qui apporte la lumière de l'inspiration divine, fait que tout ce qui était antérieurement valorisé passe à être considéré comme un néant : l'âme voit alors l'« anéantissement de tout ce qu'elle aime ».

> De là vient qu'elle [l'âme] *commence à considérer comme un néant tout ce qui doit retourner dans le néant*, le ciel, la terre, son esprit, son corps, ses parents, ses amis, ses ennemis, les biens, la pauvreté, la disgrâce, la prospérité, l'honneur, l'ignominie, l'estime, le mépris, l'autorité, l'indigence, la santé, la maladie, et la vie même : enfin *tout ce qui doit moins durer que son âme est incapable de satisfaire le désir de cette âme qui recherche sérieusement à s'établir dans une félicité aussi durable qu'elle-même.* (OC IV, p. 41 ; c'est nous qui soulignons)

Or on voit bien qu'il y a dans le processus de conversion une réévaluation des choses passées qui amène à « considérer comme un néant » toutes les choses qui ne peuvent pas l'apporter le vrai bonheur. Et la considération de ces choses-là en tant qu'un néant est elle-même nécessaire, parce qu'elles doivent « retourner dans le néant »[3]. En fait, le bonheur de l'âme ne peut pas être obtenu que si elle cherche « une félicité aussi durable qu'elle-même ».

[1] OC IV, p. 39. Mesnard propose cette date en fonction de plusieurs rapprochements qui peuvent être faits entre passages de ce texte et quelques fragments des 27 liasses des *Pensées* qui ont été écrites à cette époque-là.

[2] Carraud suit E. Martineau (1994) pour la datation de l'*Écrit sur la conversion du pécheur* : « le printemps 1657, mai probablement, après l'échec des *Provinciales* et dans la tristesse de cet échec. Peu après, vers le mois de juin peut-être, ce sera « Disproportion de l'homme » » (Carraud 2011, p. 357, note). Cette datation, de laquelle nous ne discuterons pas, permettrait également de faire notre point, car cet écrit aurait été rédigé avant le concours de la roulette.

[3] Cette âme considère encore « les choses périssables comme périssantes et même déjà péries » (OC IV, p. 40).

Le passage montre bien l'idée de la négligeabilité de toutes les choses qui doivent moins durer que l'âme elle-même. La conversion amène à tout reconsidérer, identifiant comme néant plusieurs choses qui d'abord semblaient être douées de valeur positive – un procès parallèle à celui du passage à un ordre supérieur. En plus, il a l'idée qu'on ne peut remplir l'âme convertie qu'une « félicité aussi durable qu'elle-même » – l'équivalence n'est possible que parmi des choses d'un même ordre.

Il faut souligner l'usage d'expressions d'indétermination qui montrent bien que la seule augmentation d'un élément d'un certain ordre ne suffit pas pour lui faire passer à l'ordre suivant. Pascal écrit que « *quelque grand que soit* le nombre de ceux qui vieillissent dans les maximes du monde, et *quelque autorité qui puisse avoir* cette multitude d'exemples de ceux qui posent leur félicité au monde ». Cela a une fin temporelle au plus tard avec la mort, et il faut alors que l'âme se dénue des « trésors de biens temporels *de quelque nature qu'ils soient, soit or, soit science soit réputation* » (c'est nous qui soulignons)[1].

L'*Écrit sur la conversion du pécheur* considère ensuite la reconnaissance du « souverain bien »[2]. Pascal écrit que l'âme, ne trouvant pas le souverain bien dans l'amour pour le monde, car les choses qui y sont ne durent pas autant qu'elle, elle

> le cherche [le véritable bien] donc ailleurs, et connaissant par une lumière toute pure *qu'il n'est point dans les choses qui sont en elle, ni hors d'elle, ni devant elle (rien donc en elle, rien à ses côtés), elle commence de le chercher au-dessus d'elle.* (OC IV, p. 42 ; c'est nous qui soulignons)

Or on voit bien ici l'idée d'une *orientation*. Il ne suffit pas que ce bien soit plus grand que les autres : il est notamment *au-dessus* de l'âme. Non seulement cela, mais

[1] Il faut préciser encore qu'il y a un dernier pas quand l'âme reconnaît le souverain bien qui est Dieu : après avoir pris conscience du néant qu'étaient les choses auxquelles elle se fiait, elle se reconnaît à elle-même comme néant devant lui. Dans la vue de la grandeur du Créateur, l'âme

> s'anéantit en sa présence et, ne pouvant former d'elle-même une idée assez basse, ni en concevoir une assez relevée de ce bien souverain, elle fait de nouveaux efforts *pour se rabaisser jusqu'aux derniers abîmes du néant*, et considérant Dieu dans des immensités qu'elle multiplie sans cesse, enfin dans cette conception, qui épuise ses forces, elle l'adore en silence, elle se considère comme vile et inutile créature, et par ses respects réitérés l'adore et le bénit, et voudrait à jamais le bénir et l'adorer. Ensuite elle reconnaît la grâce qu'il lui a faite de manifester son infinie majesté à un si chétif vermisseau (...) Dans la vue de ces immensités...
>
> (OC IV, p. 43 ; c'est nous qui soulignons)

Il y a bien alors un mouvement complexe dans la conversion, qui n'est sans rappeler les enjeux entre grandeur et misère des *Pensées* : d'abord l'âme se rend compte du néant qui étaient les biens temporels qu'elle cherchait, se plaçant au-dessus d'eux ; ensuite, en se rendant compte de la grandeur divine, l'âme se voit comme un néant par rapport à Dieu.

[2] Celle-là est une des expressions de ce texte qui, étant également utilisées dans les *Pensées*, mène Mesnard à cette datation du texte.

il s'agit d'un bien « tel qu'il n'y a rien de plus aimable », et « qui n'a rien au-dessus de soi », et qui ne peut être identifié qu'avec Dieu[1].

Nous retrouvons dans cet opuscule une structure qui n'est pas sans rappeler celle du fragment des trois ordres. La notion de « souverain bien » évoque quelque chose qui doit être au-dessus de l'âme, et qui ne peut pas être connu par la lumière naturelle[2].

Ces distinctions d'ordre, on l'a vu, évoquent aussi des structures de relations qui apparaissent dans les travaux mathématiques de Pascal. Un trait essentiel est le fait que la somme d'éléments d'un ordre n'est rien à l'égard de l'ordre supérieur. Dans l'*Écrit sur la conversion du pécheur*, quelques idées doivent être mises en lumière.

D'abord, le fait qu'avec la conversion l'âme est amenée à « considérer comme un néant » les choses de la terre. L'expression nous rappelle ce que nous avons vu pour la somme triangulaire à l'égard de la somme pyramidale quand il y a autant de termes qu'on voudra – *une n'étant qu'un indivisible à l'égard de l'autre*. D'ailleurs, la même idée de la valeur d'un élément comme étant nulle par rapport à d'autres peut aussi être retrouvée dans le fragment *Disproportion de l'homme*.

En deuxième lieu, Pascal écrit que « quelque grand que soit » le nombre de choses valorisées dans la vie sur la terre, la mort mettra une fin à tous les biens temporels. Cette expression est importante parce qu'elle est la même qui apparaît dans des contextes mathématiques pour désigner des grandeurs qui sont considérées comme indéfiniment petites ou grandes[3]. Le mot « quelque », suivi d'un qualificatif comme « grand » ou « petit », est utilisé par Pascal comme un opérateur d'indétermination, ou à mieux dire d'« indéfinéité » (voir 12.1).

L'*Écrit sur la conversion du pécheur* apparaît ainsi comme un texte intéressant par l'*anéantissement* de l'homme, mais aussi par les types de « quantification » qui y apparaissent[4].

---

[1] « Cette élévation est si éminente et si transcendante qu'elle ne s'arrête pas au ciel (il n'a pas de quoi la satisfaire) ni au-dessus du ciel, ni aux anges, ni aux êtres les plus parfaits. Elle traverse toutes les créatures, et ne peut arrêter son cœur qu'elle ne se soit rendue jusqu'au trône de Dieu, dans lequel elle commence à trouver son repos et ce bien qui est tel qu'il n'y a rien de plus aimable, et qu'il ne peut lui être ôté que par son propre consentement » (OC IV, p. 42).

[2] Les choses de monde ne peuvent pas apporter un bonheur véritable, parce qu'« un bonheur bien durable (...) doit être *borné* avec le cours de cette vie » (OC IV, p. 42 ; c'est nous qui soulignons).

[3] L'*Esprit Géométrique* fait un usage fréquent de cette expression. On y retrouve les expressions « quelque prompt qui soit un mouvement », « quelque lent qui soit un mouvement », « quelque grand que soit un nombre », « quelque petit que soit un nombre », « quelque grand que soit un espace », « quelque petit que soit un espace » ; « C'est-à-dire, en un mot, que quelque mouvement que ce soit, quelque nombre, quelque espace, quelque temps que ce soit, il y en a toujours un plus grand et un moindre » (OC III, p. 402).

[4] Pascal dit encore que l'âme reconnaît deux qualités nécessaires qui doivent être possédées par le véritable bien, « l'une, qu'il dure autant qu'elle, et qu'il ne puisse lui être ôté sans son consentement, et l'autre qu'il n'y a rien de plus aimable ». Cette phrase apporte deux choses importantes. D'abord, quand Pascal dit qu'il « n'y a rien de plus aimable », il y a bien une idée de *maximum* – c'est ce qui apparaît avec le *souverain* bien. Quant à la condition que le véritable bien doit durer « autant que » l'âme qui le cherche, on y voit une comparaison, une parité entre la durée de l'âme et du

11.3.2 *Disproportion de l'homme* (Sel. 230, Laf. 199)

Il faut revenir au fragment *Disproportion de l'homme* (Sel. 230, Laf. 199) pour y considérer la place de l'homme :

> Car enfin qu'est-ce que l'homme dans la nature ? Un néant à l'égard de l'infini, un tout à l'égard du néant, un milieu entre rien et tout, infiniment éloigné de comprendre les extrêmes. La fin des choses et leurs principes sont pour lui invinciblement cachés dans un secret impénétrable, également incapable de voir le néant d'où il est tiré et l'infini où il est englouti. (Sel. 230, Laf. 199)

Pascal parle ici d'« un » néant, « un » tout, « un milieu »... C'est-à-dire que, *par rapport* à la nature, l'homme peut être considéré comme un néant, un tout ou un milieu – on confirme ainsi l'occurrence du sens relatif de « néant » dans ce passage.

Il ne faut pas oublier que la disproportion ici est entre l'homme et la nature, et non pas entre l'homme et Dieu, ce qui vaut même pour la célèbre phrase reprise par Pascal : « c'est une sphère infinie dont le centre est partout, la circonférence nulle part ». C'est à la nature qu'il faut attribuer les deux infinis de ce fragment. Si l'homme a une disproportion à la nature, *a fortiori* on peut comprendre qu'il aura aussi une disproportion à Dieu[1].

« Tout ce monde visible », écrit Pascal dans le même fragment, « n'est qu'un trait imperceptible dans l'ample sein de la nature ». L'homme ayant égard à « des parties incomparablement plus petites » que lui-même, il conclut que « les choses extrêmes sont pour nous comme si elles n'étaient point et nous ne sommes point à leur égard ; elles nous échappent ou nous à elles ». Ces choses sont *comme* si elles n'étaient point, et cela *pour nous* : il s'agit bien d'une qualification relative[2].

Une remarque se fait nécessaire par rapport au vocabulaire du fragment. Quand Pascal écrit que l'homme est « un néant à l'égard de l'infini, un tout à l'égard du

véritable bien qui ne devra être autre que l'éternité.

[1] C'est ce que dit Descotes (2011) par rapport à Sel. 540, Laf. 656 : « l'expression mon néant ne signifie pas que je n'existe pas, ni que je ne suis rien, mais qu'en comparaison avec l'univers, je suis quantité négligeable. A fortiori, c'est le cas lorsque l'on compare l'homme à Dieu : la créature est comme rien à l'égard du créateur » ; « Le néant de l'homme au sein de l'univers figure celui de l'homme à l'égard de Dieu ». La cosmologie infinitiste, écrit Magnard (1981, p. 7), « n'est pas la cause de la « disproportion de l'homme », elle en est l'expression paroxystique, jouant comme un amplificateur où s'accusent les dissonances perçues au plan de l'anthropologie ».

[2] « Nous lisons en effet dans "Disproportion de l'homme" : "Car enfin qu'est-ce que l'homme dans la nature ? Un néant à l'égard de l'infini, un tout à l'égard du néant, un milieu entre rien et tout". En rigueur, le Pascal de l'*Esprit géométrique* eût écrit : "Un infiniment petit à l'égard de l'infiniment grand, une immense étendue à l'égard de l'infiniment petit, un milieu entre infiniment petit et infiniment grand". Car ce néant qu'est l'homme est relatif, et n'est précisément pas indivisible ! Et ce tout qu'il paraît n'est rigoureusement pas une infinité. Nous sommes bien dans le domaine de l'apparence : "Enfin les choses extrêmes sont pour nous comme si elles n'étaient point, et nous ne sommes point à leur égard". *Néant* est donc un mot de rhétorique, dont le concept est : *infiniment petit* » (Carraud 2011, p. 360). Nous sommes absolument d'accord avec Carraud sur ce point, dès qu'on admet qu'« infiniment petit » n'est pas ici un infini dans le sens *actuel*.

néant, un milieu entre rien et tout, infiniment éloigné de comprendre les extrêmes », il faut prendre en compte le sens d'« égard ». L'approche avec la perspective est significative ici : qu'on se souvient que le mot « égard », utilisé aussi bien dans les écrits de Dettonville que dans *Disproportion de l'homme* avec le sens de « quant à », « relativement »[1], garde un rapport avec le mot « regard »[2]. Le vocabulaire du début de *Disproportion de l'homme* est fortement rapporté à la vision[3] :

> Que l'homme *contemple* donc la nature entière dans sa haute et pleine majesté, qu'il *éloigne de sa vue* des objets bas qui l'environnent, *qu'il regarde cette éclatante lumière pour éclairer l'univers*, que la terre lui *paraisse* comme un point au prix du vaste tour que cet astre décrit, et qu'il s'étonne de ce que ce vaste tour lui-même n'est qu'une pointe très délicate *à l'égard* de celui que ces astres qui roulent dans le firmament embrassent. Mais si notre *vue* s'arrête là, que l'*imagination* passe outre. Elle se laissera plus tôt de concevoir que la nature de fournir. Tout ce monde *visible* n'est qu'un trait *imperceptible* dans l'ample sein de la nature, nulle idée n'en approche. Nous avons beau enfler nos conceptions au-delà des espaces imaginables, nous n'enfantons que des atomes au prix de la réalité des choses. C'est une sphère infinie dont le centre est partout, la circonférence nulle part. Enfin c'est le plus grand [des] caractères *sensibles* de la toute-puissance de Dieu que notre *imagination* se perde dans cette pensée.
>
> Que l'homme étant revenu à soi *considère* ce qu'il est au prix de ce qui est, qu'il se *regarde comme égaré* dans ce canton détourné de la nature, et que de ce petit cachot où il se trouve logé, j'entends l'univers, il apprenne à estimer la terre, les royaumes, les villes et soi-même, son juste prix.
>
> Qu'est-ce qu'un homme, dans l'infini ?
>
> (Sel. 230, Laf. 199 ; c'est nous qui soulignons)

Le passage cité, qui montre le manque de référence de l'homme entre les deux infinis de la nature, présente plusieurs fois, à l'aide d'un vocabulaire rapporté à la vision, l'idée qu'une chose est négligeable par rapport à une autre : « que la terre lui paraisse comme un point au prix du vaste tour que cet astre décrit » ; « ce vaste tour lui-même n'est qu'une pointe très délicate à l'égard de celui que ces astres qui roulent dans le firmament embrassent » ; « tout ce monde visible n'est qu'un trait imperceptible dans l'ample sein de la nature ». Pascal souligne que notre perception est problématique : « nous n'enfantons que des atomes au prix de la réalité des

[1] Le Nouveau Petit Robert, éd. 1995.

[2] « Égard » vient de l'ancien français *esgarder*, « veiller sur » ; de *é-* et *garder*. Quant à « regarder », le mot vient de *re-* et *garder*, « veiller, prendre garde à » (Le Nouveau Petit Robert, 1995). La liaison existe déjà dans le latin : *respectus*, littéralement « regarder en arrière », peut aussi vouloir dire « considération, égard » (*specto* signifiant « regarder, observer, contempler » – Gaffiot).

[3] Cf. Marion (2004 [1986]).

choses ». Le caractère exclusivement sensible de la nature peut être trompeur, et il faut qu'on se replace pour « que l'homme étant revenu à soi considère ce qu'il est au prix de ce qui est ». La valeur d'une chose est ainsi définie par son rapport avec les autres choses.

L'emploi d'un vocabulaire rapporté à la vision est alors important pour la notion de négligeabilité présentée dans ce fragment, de même que dans le fragment des trois ordres (voir 5.3). Il faut maintenant poser la question : quel est le sens anthropologique de cette condition d'*être un néant à l'égard de* ?

La situation de l'homme est d'être surpassé par la nature. Cela lui fait un néant devant quelque chose qui, pour lui, est éprouvé en tant qu'un infini. Mais il ne s'agit pas de dire que l'infini de la nature est ici absolu : il est bien relatif et, si on veut le dire ainsi, potentiel. Ce qui se passe est que, l'expérience que l'homme fait de cet « infini » naturel est une expérience de l'« infini » (à l'homme). Si l'homme était devant l'infini divin, il éprouverait aussi une expérience de l'« infini ». Il ne s'agit nullement de dire que les deux expériences ne sont pas la même chose, mais tout simplement de dire que, soit devant l'infini naturel qui est un infini à l'homme, soit devant l'infini divin qui est un infini en soi, l'homme éprouve un vertige devant l'infini (sans que cela implique qu'il s'agisse du « même » vertige devant l'infini dans chaque cas)[1].

La condition de l'homme comme un néant devant Dieu (ou devant la nature, œuvre de Dieu) n'est certes pas une innovation chez Pascal. Le fait qu'une chose est de valeur nulle à l'égard d'une autre apparaît dans l'Écriture, comme dans Lc 9, 25 : « Et que serviroit à un homme de gagner tout le monde aux dépens de lui-même, & en se perdant lui-même ?[2].

Le lieu classique pour ce type de comparaison dans le Nouveau Testament est l'Hymne à la charité de Saint Paul :

> Et quand j'aurois le don de prophétie ; que je pénetrerois tous les mystères, & que j'aurois une parfaite science de toutes choses : quand j'aurois encore toute la foi *possible*, jusqu'à transposer les montagnes, si je n'ai point la charité, je ne suis rien. (1 Cor 1, 2)

Je ne suis rien, écrit S. Paul : dans le latin de la Vulgate, *nihil sum*. Une note à la Bible de Port-Royal l'explique : « aux yeux de Dieu qui pèse tout au poids de la charité ». C'est-à-dire que, *par rapport à* la mesure de la charité divine infinie, je

[1] Il faut noter que là où on lit « qu'est-ce qu'un homme, dans l'infini », Pascal avait d'abord écrit « la nature » et non pas « l'infini ». Plus tard dans le fragment, il écrit encore, cette fois sans le rayer, « qu'est-ce qu'un homme dans la nature ». On voit bien le rapprochement de l'infini et de la nature pour ce qui concerne l'expérience humaine d'être surpassée.

[2] *Quid enim proficit homo, si lucretur universum mundum, se autem ipsum perdat, & detrimentum sui facuiat ?* Il serait aussi intéressant d'étudier la relation entre la conception pascalienne d'annihilation et le *De imitatione Christi*, où on lit, par exemple : « Vere magnus est qui in se parvus est et pro nihilo omne culmen honoris ducit. Vere prudens est qui omnia terrena *arbitratur ut stercora, ut Christum lucrifaciat* » (I, 3, 6).

ne suis rien. Dans l'« explication du sens littéral », on lit encore : « *Si je n'ai point de charité*, c'est-à-dire, si je n'use de tous ces dons par un principe de charité, en les rapportant à la gloire de Dieu, & à l'édification du prochain, *je ne suis rien* ; c'est-à-dire, je ne suis de nulle considération devant Dieu, qui n'estime pas les hommes par la grandeur des actions, ni des dons gratuits, mais parce qu'il a mis en eux la pureté de leurs intentions, & à proportion de l'amour qui les fait agir ».

C'est, comme souvent, le traitement que Pascal fait de la question, qui la rend originale. À notre avis, un caractère essentiel de *Disproportion de l'homme* est qu'on y voit traitée la double infinité à la fois dans ses aspects « ontologique » et « épistémologique ». Les « deux infinis de science » sont, pour ainsi dire, une contrepartie aux deux infinis de la nature. En fait, l'homme, du fait de n'avoir pas compris le manque de proportion avec les infinis de la nature, se met à chercher les infinis de la science : « manque d'avoir contemplé ces infinis, les hommes se sont portés témérairement à la recherche de la nature comme s'ils avaient quelque proportion avec elle ».

Le mot choisi par Pascal pour ce fragment est « disproportion »[1]. C'est là qu'on retrouve la marque de sa pensée, et ce qui nous a fait parler d'une « analogie de disproportion » dans la partie I de ce travail. Le mot possède ici une importante ambiguïté : la « disproportion » existe ici à la fois pour la condition de l'homme et pour sa connaissance. « Notre intelligence tient, dans l'ordre des choses intelligibles, le même rang que notre corps dans l'étendue de la nature » : quoique les affirmations de Pascal soient d'abord par rapport au *corps* de l'homme, et non pas à l'homme lui-même, la situation de se trouver entre les deux infinis existe aussi bien pour le corps que pour l'intelligence de l'esprit.

Pour ce qui est du sens « ontologique » du fragment, l'écart entre les extrémités qui sont l'infini de grandeur et l'infini de petitesse est bien une « disproportion » : quoique le mot « disproportion » n'apparaisse que dans le titre de ce fragment, il y a bien un manque de proportion entre l'homme et la nature – « manque d'avoir contemplé ces infinis, les hommes se sont portés témérairement à la recherche de la nature comme s'ils avaient quelque proportion avec elle ».

La nature finie de l'homme, et son manque de proportion à la nature, l'empêchent de connaître celle-ci : voici l'aspect « épistémologique » de la disproportion.

> Si l'homme s'étudiait le premier il verrait combien il est incapable de passer outre. Comment se pourrait-il qu'une partie connût le tout ? Mais il aspirera peut-être à connaître au moins les parties avec lesquelles il a de la proportion. Mais les parties du monde ont toutes un tel rapport et un tel enchaînement l'une avec l'autre que je crois impossible de connaître l'une sans l'autre et sans le tout. (Sel. 230, Laf. 199)

Les parties du monde ont un tel rapport entre elles que la connaissance d'une d'elles n'est possible que par la connaissance du tout. Or comme la connaissance

[1] Comme on le sait, Pascal a d'abord écrit « Incapacité de l'homme », pour ensuite rayer ce titre et écrire « Disproportion de l'homme ».

du tout est impossible à l'homme, la connaissance de n'importe quelle partie du monde lui est impossible. D'ailleurs, Pascal écrit que l'homme « a rapport à tout ce qu'il connaît » : pour connaître l'homme lui-même il faudrait alors connaître tout ce qui lui dit respect : il faut « pour connaître l'homme savoir d'où vient qu'il a besoin d'air pour subsister et, pour connaître l'air, savoir par où il a ce rapport à la vie de l'homme, etc. ». L'enchaînement de ces rapports constituant un tout fait que l'homme, même ayant une « proportion » avec certaines parties de la nature, ne puisse pas les connaître, car l'homme fini est disproportionné à la totalité de la nature infinie.

C'est ainsi que l'homme éprouve par sa condition une disproportion à la double infinité de la nature :

> la démarche de Pascal est fondamentalement et délibérément anthropocentrique : c'est de l'expérience humaine de l'infini, de l'expérience humaine des *deux infinis*, qu'il témoigne, c'est-à-dire de ce pouvoir qu'a l'homme, non certes d'embrasser l'infini, mais au contraire de *concevoir* toujours du plus grand et du plus petit, sans rencontrer jamais une limite à ce pouvoir. (Gardies 1984, p. 114)

Comme il s'agit d'une expérience d'un toujours plus grand qui ne s'achève pas, Gardies propose que « l'objet de cette expérience existentielle ne peut-il être que l'*infini potentiel* : il est exclu qu'on puisse trouver un infini en acte par cette voie-là ». Mais de cette expérience humaine de l'infini potentiel, dit Gardies, on peut inférer l'existence d'un univers actuellement infini, dans la ligne de Cantor, qui a proposé que l'infini potentiel n'est possible que par un infini actuel. « En tout état de cause, dans la logique de Pascal, il ne pourrait être inféré que négativement. Car le véritable infini, *l'infini actuel*, pour lui, à la différence de Cantor, (...) est essentiellement insaisissable » (Gardies 1984, pp. 116-117).

Que dire de ces remarques de Gardies ? Si on transfère la question aux catégories que nous avons choisi d'employer, est-ce qu'il faudrait parler d'un infini absolu dans ce fragment ?

Rappelons d'abord que le « néant » dans ce fragment possède aussi bien un sens relatif qu'un sens absolu (voir 11.2.4) : quand Pascal fait référence aux « deux abîmes de l'infini et du néant », le néant est bien une extrémité, une limite, qui ne saurait pas avoir un sens relatif. De même, l'infini dans cette phrase est bien une référence à l'égard de laquelle l'homme peut être un néant[1].

Si « rien ne peut fixer le fini entre les deux infinis, qui l'enferment et le fuient », donnant un sens relatif au fini qui est l'homme, les deux infinis sont bien des références fixes qui l'« enferment » : pour qu'ils le ferment il faut bien qu'ils agissent comme des bornes, et qu'ils soient alors comme des extrémités. Il voit encore ici le *tout* par rapport auquel les choses se présentent.

[1] Serait-ce infini absolu ? Non, dans le sens qu'il s'agit de l'infini de la nature, et non pas de l'infini divin. En revanche, pour l'homme il apparaît, au moins dans cette phrase, plutôt comme un repère d'extrémité que comme un milieu.

La considération des infinis anéantit le fini, lui faisant indistinct d'autres finis :

> Dans la vue de ces infinis tous les finis sont égaux et je ne vois pas pourquoi asseoir son imagination plutôt sur un que sur l'autre. La seule comparaison que nous faisons de nous au fini nous fait peine[1].
> (Sel. 230, Laf. 199)

La position intermédiaire du fini, sans repère qui lui permet de bien s'estimer, est claire dans ce passage. Mais le passage se poursuit par une partie que nous avons déjà considérée :

> Si l'homme s'étudiait le premier il verrait combien il est incapable de passer outre. Comment se pourrait-il qu'une partie connût le tout ? Mais il aspirera peut-être à connaître au moins les parties avec lesquelles il a de la proportion. Mais les parties du monde ont toutes un tel rapport et un tel enchaînement l'une avec l'autre que je crois impossible de connaître l'une sans l'autre et sans le tout. (Sel. 230, Laf. 199)

Si Pascal parle d'*une* partie, pour la connaître il faut connaître *le* tout. Il y a alors, à côté de la considération relative des parties, une prise en compte d'une référence qui est l'infini : « donc toutes choses étant causées et causantes, aidées et aidantes, médiatement et immédiatement, et toutes s'entretenant par un lien naturel et insensible qui lie les plus éloignées et les plus différentes, je tiens impossible de connaître les parties sans connaître le tout, non plus que de connaître le tout sans connaître particulièrement les parties » (Sel. 230, Laf. 199). C'est l'infini qui permet de *lier les choses les plus éloignées et les plus différentes* : à la diversité qui apparaît dans le vertige entre les deux infinis, subsiste une référence qui est l'infini[2].

Le principe qui permet la comparabilité des incomparables – la disproportion de l'homme fini à l'infini – n'est pas ici autre que celui qui était présenté dans l'*Esprit Géométrique*. Certes cette condition est évaluée différemment pour Pascal. Car l'infini apparaissait au sein d'opérations mathématiques dans le *De l'Esprit Géométrique*, tandis qu'ici c'est l'expérience humaine qui est en jeu. Dans les deux cas la grandeur et la petitesse peuvent être prolongées (respectivement raccourcies) indéfiniment. Cela n'empêcherait pas l'existence d'une extrémité qui est le repère pour ce processus.

Ce qui est certain ici, c'est que l'infini est incompréhensible à l'homme. Ce que Pascal indique ici n'est en fin de compte pas différent de ce qu'il avait présenté dans l'*Esprit Géométrique* – étant donnée la disproportion de l'homme à la nature, et dans l'ordre de l'être et dans l'ordre de la connaissance, la meilleure attitude à l'homme envers l'infini est la contemplation :

[1] Lire que la seule comparaison de nous au *fini* nous fait peine peut étonner : en effet, Voltaire écrivait déjà : « il eût plutôt fallu dire *à l'infini* » (*Œuvres Complètes de Voltaire*, Paris, Garnier, 1880, p. 21).

[2] Rappelons que Pascal dit qu'il faut une capacité « infinie » pour « aller jusqu'au tout » dans la connaissance (Sel. 230, Laf. 199). Nous commentons ce passage du fragment dans 14.1.

> Qui se considérera de la sorte s'effraiera de soi-même et, se considérant soutenu dans la masse que la nature lui a donnée entre ces deux abîmes de l'infini et du néant, il tremblera dans la vue de ses merveilles, et je crois que sa curiosité se changeant en admiration il sera plus disposé à les contempler en silence qu'à les rechercher avec présomption.
>
> (Sel. 230, Laf. 199)

11.3.3 *Infini rien* (Sel. 680, Laf. 418)

« Infini rien », écrit Pascal au début d'un fragment qui serait un des passages les plus commentés de l'histoire de la pensée. Il ne s'agit nullement ici de faire un commentaire de l'argument dit « du pari », mais simplement de mettre en avance certains aspects de la comparabilité de l'infini et du néant dans ce fragment[1].

L'argumentation pour que le libertin mène une existence conforme à la croyance de Dieu – rappelons qu'il s'agit de la *négation* d'une *démonstration* de l'existence de Dieu – est mêlée à une opposition entre l'infini et le rien qui apparaissent dans la première ligne du fragment. Dieu est ici considéré dans son infinité, et la relation entre l'infini et l'homme amène celui-ci à l'*anéantissement*. Les « pôles » de l'infini et du néant apparaissent ainsi certes asymétriques, mais encore ainsi en parallélisme.

À l'égard de l'infini, l'homme devient de valeur nulle : *l'infini anéantit le fini*. Or cela n'est pas seulement dit de l'homme devant Dieu, mais Pascal fait une comparaison que nous avons nommée une analogie de disproportion :

> L'unité jointe à l'infini ne l'augmente de rien, non plus qu'un pied à une mesure infinie. Le fini s'anéantit en présence de l'infini et devient un pur néant. Ainsi notre esprit devant Dieu, ainsi notre justice devant la justice divine. Il n'y a pas si grande disproportion entre notre justice et celle de Dieu qu'entre l'unité et l'infini.
>
> Il faut que la justice de Dieu soit énorme comme sa miséricorde. Or la justice envers les réprouvés est moins énorme et doit moins choquer que la miséricorde envers les élus. (Sel. 680, Laf. 418)

L'établissement de ce texte est problématique. L'extrait « l'unité jointe ... devient un pur néant » est dans le corps du texte, tandis qu'« ainsi notre esprit ... qu'entre l'unité et l'infini » est un ajout en marge, le choix des éditeurs de les grouper directement pouvant être questionné[2].

La première comparaison est négative (« non plus que ») : de même qu'une unité jointe à l'infini ne l'augmente de rien, de même un pied n'augmente de rien à une

[1] Nous renvoyons à l'ouvrage de L. Thirouin (2011), et à la bibliographie présentée par Descotes (2011, commentaires à Sel. 680, Laf. 418).

[2] Par rapport aux éditions que nous prenons en référence, aussi bien Sellier que Descotes et Proust éditent ainsi le texte. Ceux-ci, néanmoins, rendent compte du fait dans leur « transcription critique » du fragment (voir Descotes 2011, Sel. 680, Laf. 418).

mesure infinie. De la même manière (« ainsi »), la justice de l'homme, créature finie, peut être négligée quand comparée à celle de Dieu. Il semble qu'on a égard à deux comparaisons entre trois paires d'éléments, qui sont dans trois domaines (rapportées à l'arithmétique, à la géométrie, et à la religion). Jusque là on a une comparaison de négligeabilité qui peut bien être considérée une analogie de disproportion : de même que l'unité n'augmente de rien l'infini, ainsi le pied n'augmente de rien une mesure infinie. La prochaine phrase explicite déjà le « principe » en action : « le fini s'anéantit en présence de l'infini et devient un pur néant ». Ce principe qu'on peut dire négatif, car d'anéantissement, est valable encore pour un autre cas : l'esprit humain et Dieu, et plus précisément la justice humaine et la justice divine.

Mais que dire de la suite ajoutée en marge ? « Il n'y a pas si grande disproportion entre notre justice et celle de Dieu qu'entre l'unité et l'infini » : quel est le sens de cette comparaison ?

Si on comprend le « que » comme une locution restrictive, alors il y a une simple poursuite de l'analogie de disproportion, avec encore une équivalence entre les faits de négligeabilité : c'est-à-dire que la disproportion entre la justice humaine et la divine est si grande que la seule comparaison possible à elle serait à la disproportion entre l'unité et l'infini[1].

Si en revanche on comprend que la phrase veut dire que la disproportion entre l'unité et l'infini est *plus grande* que celle entre notre justice et celle de Dieu, on semble arriver à un contresens.

Face à cette difficulté, l'édition de Port-Royal fait un changement considérable à ce passage[2]. Dans le manuscrit on lit

> Il n'y a pas si grande disproportion entre notre justice et celle de Dieu, qu'entre l'unité et l'infini.

tandis que dans l'édition de Port-Royal de janvier 1670, la phrase est altérée. Elle apparaît (maintenant dans un début de paragraphe) comme :

> Il n'y a pas si grande disproportion entre l'unité et l'infini, qu'entre notre justice et celle de Dieu.

Or ce changement est tout à fait significatif, car il montre qu'en effet à l'époque de Pascal on devrait attendre plutôt un ordre contraire pour la phrase si on comprend *si grande disproportion … que* non pas comme une équivalence mais comme une inégalité de disproportions[3].

[1] Nous avons compris ainsi la phrase dans notre mémoire de master (Cortese 2012). C'est aussi le cas de Harrington (1997, p. 223), qui écrit : « Seule la disproportion entre l'unité et l'infini est aussi grande que celle qu'il y a entre l'esprit de l'homme et celui de Dieu ou entre la justice de l'homme et celle de Dieu ».

[2] Cf. le tableau comparatif des éditions pour ce fragment dans l'édition de Descotes (2011).

[3] « Peut-être Pascal exprime-t-il ici le contraire de sa pensée qui serait qu'il n'y a pas si grande disproportion entre l'unité et l'infini qu'entre notre justice et celle de Dieu. Les anciennes éditions

Faudrait-il alors considérer la phrase comme un lapsus de Pascal[1] ? Pour Descotes, le passage pourrait s'expliquer du fait que la justice divine n'est pas objet d'une disproportion absolue, car elle est compréhensible quand appliquée au péché originel par exemple[2]. Dans ce sens, la disproportion entre l'unité et l'infini serait vraiment plus grande que celle entre la justice humaine et la justice divine[3].

Quoique cela ne soit pas impossible, nous croyons difficile cette lecture : encore que la justice divine soit peut-être l'attribut de Dieu le plus incompréhensible, le passage montre plutôt une suite de disproportions qui va croissante, et il n'y aurait pas de raison pour trouver ici une « atténuation » de la part de Pascal. Il vaudrait mieux soit penser à un lapsus de Pascal, soit à une explication qui nous demeure encore cachée.

La suite de l'ajout en marge montre bien une tension entre deux assertions : « il faut que la justice de Dieu soit énorme comme sa miséricorde. Or la justice envers les réprouvés est moins énorme et doit moins choquer que la miséricorde envers les élus ». Il semblerait que la justice de Dieu soit énorme *comme* sa miséricorde, et néanmoins la justice envers les réprouvés est *moins énorme* et doit *moins* choquer que la miséricorde envers les élus. C'est-à-dire que ni tous les attributs de Dieu ont la même « énormité »[4].

Que veut dire « disproportion » ici ? Il s'agit de la seule occurrence du mot dans le fragment, mais Pascal parle néanmoins de la « proportion » dans le contexte du pari. Il n'y a pas d'ailleurs de « rapport » entre l'homme et Dieu, dans ce qu'on pourrait dire une disproportion :

> S'il y a un Dieu, il est infiniment incompréhensible, puisque n'ayant ni parties ni bornes il n'a nul rapport à nous. Nous sommes donc incapables de connaître ni ce qu'il est, ni s'il est. Cela étant, qui osera entreprendre

ont adopté cette modification ; mais nous n'avons pas le droit de changer le texte » (P. Faugère, dans son édition des *Pensées, fragments et lettres de Blaise Pascal, publiés pour la première fois conformément aux manuscrits originaux, en grande partie inédits*, 1844, p. 163, note 2).

[1] Nous remercions aussi bien L. Thirouin que V. Carraud d'avoir partagé avec nous quelques réflexions en cours sur ce sujet.

[2] « En fait, Pascal entend que, quoique la justice de Dieu soit sans proportion avec celle de l'homme, elle n'est cependant pas absolue dans la mesure où elle paraît compréhensible, après que l'homme a rompu par le péché les conditions dans lesquelles Adam recevait une grâce suffisante pour ne pas pécher, de sorte que, comme l'indique Pascal dans le Traité de la prédestination, (...) « Dieu pouvait avec justice les abandonner tous sans miséricorde à la damnation ». En revanche, la miséricorde par laquelle Dieu accorde la grâce efficace aux justes et en général le discernement des élus, sont vraiment incompréhensibles à l'homme » (Descotes 2011, commentaires à Sel. 680, Laf. 418).

[3] Cela s'accorde avec l'analyse du manuscrit par G. Proust et D. Descotes (dans Descotes (2011)), qui propose que l'écriture de « il n'y a pas si grande disproportion » ... « envers les élus », en marge, serait faite par Pascal après l'écriture d'« il est vrai que cela s'entend de tout nombre fini ». C'est-à-dire que la considération sur la disproportion viendrait après celle sur la propriété du nombre infini de n'être ni pair ni impair.

[4] Rappelons qu'« *enormis* qualifie ce qui est hors norme, hors la règle ou la loi, le démesuré » (Chrétien 2013, p. 651).

> de résoudre cette question ? Ce n'est pas nous qui n'avons aucun rapport à lui.

Entre l'homme et Dieu il n'y a « nul rapport »[1]. Dieu nous est « infiniment incompréhensible », et il faut alors accepter à parier. Rappelons néanmoins que cela apparaît dans la condition suivante : « Parlons maintenant selon les lumières naturelles ». La « suspension » de la foi par Pascal se donne dans un contexte de « concession » à un type d'argumentation qui est strictement selon la raison naturelle : c'est là le scénario dans lequel les comparaisons et arguments du fragment vont se dérouler.

Pascal fait alors recours à la règle des partis, dans un emprunt des mathématiques au sein du projet apologétique dont on ne saurait assez souligner l'importance. Dire qu'il s'agit simplement de probabilités, il a été noté, est trop simplifier la question : la règle des partis fait référence à un *partage* qui est fait lors de l'*interruption* d'un jeu, et il faut la considérer dans cette particularité[2]. Pascal décrit ainsi l'opération mathématique des partis :

> Le règlement de ce qui doit leur appartenir doit être tellement proportionné à ce qu'ils avaient droit d'espérer de la fortune que chacun d'eux trouve entièrement égal de prendre ce qu'on lui assigne ou de continuer l'aventure du jeu ; et cette juste distribution s'appelle le parti.
>
> (OC II, p. 1308)

On remarquera l'usage du terme « proportionné » : la justice rendue par le parti est une question de « proportion » de gain et de perte entre les deux joueurs qui interrompent le jeu. C'est là qu'il faut chercher le sens de la « proportion » qui apparaît dans l'argument du pari, dans lequel elle est certes transformée pour un sens plus ample : « Il y a à la vérité infinité entre la certitude de gagner et la certitude de perdre, mais l'incertitude de gagner est proportionnée à la certitude de ce qu'on hasarde selon la proportion des hasards de gain et de perte » (Sel. 680, Laf. 418). Si la « proportion » est à trouver ici entre l'incertitude de gagner et la certitude de ce qu'on parie, la disproportion serait-elle le manque d'une application de la règle

[1] « Il n'y a nul rapport de moi à Dieu, ni à Jésus-Christ juste » (Sel. 751, Laf. 919) ; les choses charnelles et spirituelles « n'ont nul rapport » à l'empire, l'éclat, la victoire et le lustre des saints, car elles « n'y ajoutent ni ôtent » (Sel. 339, Laf. 308).

[2] « *Parti* est le participe passé pris comme substantif du vieux verbe « partir », qui signifiait « partager » (...) et qui était utilisé généralement dans les mathématiques du XVI^{e} siècle au sens de diviser. En termes actuels, faire le parti dans un jeu, c'est effectuer un *partage* des mises ou une *répartition*. Si le jeu suivait son cours normalement, les règles, en permettant de déterminer un vainqueur, attribueraient sans discussion possible l'argent des mises : il ne saurait y avoir de problème de parti. La question des partis ne se pose que dans une situation concrète tout à fait précise : celle d'un jeu (ou, si l'on généralise, d'une activité) qui est interrompu avant sa fin naturelle. La notion de *parti* implique donc celle d'interruption ; de la réalité particulière que recouvre le terme à l'origine, provient ce sème fondamental, étranger à l'idée de probabilité » (Thirouin 2011, p. 112).

des partis ? La « disproportion » qui existe entre la justice humaine et la divine ne semble pas pouvoir être réduite à cela.

La reconnaissance d'*une si grande disproportion* fait que l'homme s'humilie et s'*abîme jusques dans son néant*[1]. La correspondance entre le néant vécu et l'infini divin est ici présentée dans son aspect anthropologique – à savoir, la possibilité du salut de fait de se faire petit. Nous reprendrons ce sujet dans 14.3.1.

Nous lisons encore dans ce fragment :

> Nous connaissons qu'il y a un infini, et ignorons sa nature, comme nous savons qu'il est faux que les nombres soient finis, donc il est vrai qu'il y a un infini en nombre, mais nous ne savons ce qu'il est. Il est faux qu'il soit pair, il est faux qu'il soit impair, car en ajoutant l'unité il ne change point de nature. Cependant c'est un nombre, et tout nombre est pair ou impair. Il est vrai que cela s'entend de tout nombre fini.
>
> Ainsi on peut bien connaître qu'il y a un Dieu sans savoir ce qu'il est.

La connaissance de l'existence de l'infini – quoique non pas de sa nature – vient d'un argument négatif : comme il est faux que les nombres soient finis, *donc* il est vrai qu'il y a un infini en nombre. Comme le souligne Gardies (1984, p. 118), on retrouve ici un raisonnement apagogique – une preuve par l'absurde, qui fait usage du tiers exclu (voir 14.2.6)[2]. Si Cantor a reconnu dans l'« infini en nombre » de ce passage l'infini actuel, dit Gardies, la différence est que Pascal saisit l'infini indirectement,

[1] On peut évoquer ici un sermon de saint François de Sales :

« Oh si nous pouvions un peu comprendre quelle est la charité des Saints, et de quelle ferveur et humilité ils accompagnent leurs prières, nous aurions sans doute grand sujet de nous confondre, si nous venions à faire comparaison du peu d'humilité qui se trouve en nos prières çà bas en terre, avec celles dont ils prient là haut au Ciel, ce qui procède de la vue et claire connaissance qu'ils ont sans ombre ni figure, de la grandeur immense de Dieu, et de la distance infinie qu'il y a entre la créature et le Créateur : et d'autant plus qu'ils ont de degrés de gloire, et qu'ils sont plus élevés, *d'autant plus* connaissent-ils cette *distance infinie*, et par conséquent leur humilité est *plus profonde*.

Que si une personne en cette vie, par un fréquent exercice des considérations et méditations de la grandeur de Dieu, et de la bassesse de la créature, vient à connaître *une si grande disproportion* et éloignement de l'une à l'autre, que cette connaissance le fait abaisser, et humilier en sorte qu'elle se voudrait cacher, et *abîmer jusques dans son néant*, ne trouvant point de lieu ce lui semble, assez bas pour son indignité (...) » (S. François de Sales. Deuxième sermon pour la Toussaint (1621). Dans *Sermons du bienheureux François de Sales ...*, Paris, 1645, p. 564. Orthographe modernisée. C'est nous qui soulignons).

[2] Pour concéder ici avec Gardies qu'il s'agit d'un raisonnement apagogique, il faut interpréter avec Descotes (2011) que « comme nous savons » dans Sel. 680, Laf. 418 veut dire « puisque nous savons ». Pour Descotes (2011, Sel. 680, Laf. 418), « Ce raisonnement répond exactement à ce que l'on peut attendre d'un raisonnement de type apagogique : comme le disent Arnauld et Nicole, *Logique*, IV, IX, éd. Descotes, p. 569, *Troisième défaut*. Démonstrations par l'impossible : les démonstrations par l'impossible peuvent convaincre l'esprit, mais elles ne l'éclairent pas : elle ne disent pas pourquoi la chose est, mais seulement qu'elle est. Le raisonnement par l'absurde ou par l'impossible démontre invinciblement un fait, il établit une existence, mais il ne renseigne pas sur la cause ni sur la nature de ce dont l'existence est démontrée. Et comme le précise la Logique, une telle démonstration par l'absurde ne prouve guère que des propositions négatives, ce qui est bien le cas ici ». Descotes

tandis que Cantor le propose directement[1]. Sur la nature de cet infini, Pascal dit qu'on ne la connaît pas. Pour ce nombre infini n, il vaut le fait que

$$n + 1 = n$$

Comment alors dire qu'il est pair ou impair ? Chacune de ces propriétés peut être définie même du fait que, en ajoutant une unité au nombre, il gagne l'*autre* propriété, mais l'infini ne change pas de nature par l'ajout d'un fini. Le tiers exclu semblerait s'appliquer ici (« tout nombre est pair ou impair »), mais la remarque qui suit insinue que ce raisonnement n'était valable que pour le domaine du fini : « il est vrai que cela s'entend de tout nombre fini »[2]. On reconnaît là une affinité avec la pensée de Cantor dans un sens plus profond, dans le sens que les règles de l'arithmétique du fini ne sont pas les mêmes que celles de l'arithmétique de l'infini[3]. On peut ainsi dire qu'« un infini en nombre » est une quantité qu'on pourrait dire disproportionnée aux nombres, car séparée par sa nature.

Si on accepte cette caractérisation, on retrouve encore là une analogie de disproportion, car de même qu'il y a une disproportion entre l'« infini en nombre » et les nombres finis, de manière qu'on peut connaître l'existence du premier sans connaître sa nature, *ainsi* « on peut bien connaître qu'il y a un Dieu sans savoir ce qu'il est ». L'appropriation des mathématiques est ici dans sa plus grande puissance : c'est la disproportion extrême dans celle-ci qu'est évoquée pour parler renvoie à (le manque de) rapport de l'homme à Dieu, cause du manque de connaissance de la nature de Dieu par l'homme. L'analogie de disproportion a lieu ici, comme dans le passage indiqué par nous au début du fragment, entre un domaine mathématique et un domaine religieux, la stratégie étant de les relier.

La suite du fragment amènera cette stratégie d'argumentation par comparaison à un modèle mathématique plus précis : celui de la règle des partis.

> Examinons donc ce point et disons : Dieu est ou il n'est pas. Mais de quel côté pencherons-nous ? La raison n'y peut rien déterminer. Il y a un chaos infini qui nous sépare. Il se joue un jeu à l'extrémité de cette distance infinie, où il arrivera croix ou pile. Que gagerez-vous ? Par raison vous ne pouvez faire ni l'un ni l'autre. Par raison vous ne pouvez défendre nul des deux. (Sel. 680, Laf. 418)

Entre la détermination par la raison de l'existence de Dieu et nous il y a un « chaos infini » ; le pari qui peut être fait est par un jeu à une distance infinie, et

renvoie à Aristote, Métaphysique, M, 8, éd. Tricot, II, p. 769 sq. : « le nombre, en tant qu'infini, n'est ni pair, ni impair, alors que la génération des nombres est toujours celle, soit d'un nombre pair, soit d'un nombre impair ». Quant à Cantor, dit Descotes, il « voudra montrer en plus que le nombre infini est à la fois pair et impair ». Cf. Gardies (1984, pp. 123-124).

[1] Nous reviendrons à l'actualité ou pas de cet infini ci-dessous.

[2] Sellier met cette phrase entre des parenthèse dans son édition.

[3] Des *transfinis*, dirait Cantor. Pour un rapprochement entre les deux auteurs, voir Gardies (1984).

Dieu est ou il n'est pas, il arrivera *croix*[1] ou pile. Entre « la *certitude* de ce qu'on s'expose et l'*incertitude* de ce qu'on gagnera » il y a une « infinie distance » (Sel. 680, Laf. 418). La question ici est celle entre la « simple » espérance que quelque chose soit vrai et la certitude : « mes Pères, n'a-t-il point de différence entre l'espérance et la certitude ? » (15e Provinciale, Pascal 2010, pp. 402-403). Pascal ne peut pas se contenter du « probable », mais il déclare fermement : « je cherche le sûr »[2]. La distance infinie qui apparaît ici est celle entre l'espérance d'une vérité et la certitude de cette vérité – plus précisément, celle sur l'existence de Dieu. On peut parler de disproportion ici[3], et c'est entre des hasards et gains *disproportionnés* que se déroulera l'évaluation du pari.

C'est ainsi que Pascal propose : « pesons le gain et la perte » (Sel. 680, Laf. 419) dans le cas de parier que Dieu est ou qu'il n'est pas.

> Estimons ces deux cas : si vous gagnez, vous gagnez tout, si vous perdez, vous ne perdez rien. Gagez donc qu'il est sans hésiter. – Cela est admirable. Oui, il faut gager. Mais je gage peut-être trop. Voyons. Puisqu'il y a pareil hasard de gain et de perte, si vous n'aviez qu'à gagner deux vies pour une, vous pourriez encore gager. Mais s'il y en avait trois à gagner, il faudrait jouer (puisque vous êtes dans la nécessité de jouer), et vous seriez imprudent, lorsque vous êtes forcé à jouer, de ne pas hasarder votre vie pour en gagner trois à un jeu où il y a pareil hasard de perte et de gain. Mais il y a une éternité de vie et de bonheur. Et cela étant, quand il y aurait une infinité de hasards dont un seul serait pour vous, vous auriez encore raison de gager un pour avoir deux, et vous agiriez de mauvais sens, étant obligé à jouer, de refuser de jouer une vie contre trois à un jeu où d'une infinité de hasards il y en a un pour vous, s'il y avait une infinité de vie infiniment heureuse à gagner : mais il y a ici une infinité de vie infiniment heureuse à gagner, un hasard de gain contre un nombre fini de hasards de perte, et ce que vous jouez est fini. Cela ôte tout parti. Partout où est l'infini et où il n'y a pas infinité de hasards de perte contre celui de gain, il n'y a point à balancer, il faut tout donner. Et ainsi, quand on est forcé à jouer, il faut renoncer à la raison pour garder la vie plutôt que de la hasarder pour le gain infini aussi prêt à arriver que la perte du néant.

[1] Il faut rappeler l'ambiguïté du mot ici, il n'étant absurde de penser à la croix portée par le Christ.

[2] L'expression apparaît dans le contexte de la discussion des opinions probables de jésuites : « Je croyais ne devoir prendre pour règle que l'Écriture et la tradition de l'Église, mais non pas vos casuistes. O bon Dieu, s'écria le Père, vous me faites souvenir de ces Jansénistes ! Est-ce que le P. Bauny et Bazile Ponce ne peuvent pas rendre leur opinion probable ? Je ne me contente pas du probable, lui dis-je, je cherche le sûr » (5e Provinciale, Pascal 2010, p. 198).

[3] Après « nous connaissons l'existence de l'infini et ignorons sa nature », Pascal avait écrit « parce que nous avons rapport à luy par l'estendue & disproportion avec lui par les limites », mais il a rayé cette phrase.

Les analyses abondantes de ce « calcul » nous excusent de ne pas le considérer dans tous ces détails[1]. Il ne faut que considérer que certains aspects du raisonnement.

À l'« infinité de hasards » dont l'un serait pour le joueur, Pascal oppose l'« infinité de vie infiniment heureuse à gagner » qui fait que le pari soit nécessaire. La double prédication de l'infini à la vie heureuse à gagner fait penser au fragment des trois ordres, et au fait que cette vie, comme l'ordre de la charité à une distance infiniment plus infinie, est au plus haut qu'elle peut être[2].

En fait, Pascal remarque bien que « partout où est l'infini et où il n'y a pas infinité de hasards de perte contre celui de gain, il n'y a point à balancer, il faut tout donner ». L'infini est pris ici dans son sens le plus fort, son sens absolu que fait que toute comparabilité s'évanouit : « cela ôte tout parti ». Si les grandeurs charnelles « n'y ajoutent ni ôtent » aux saints[3], ce qui est « ôté » ici est le calcul lui-même, ou la comparaison.

Pour le statut de l'argumentation de ce fragment, il faut rappeler la phrase qui vient juste après le titre « Infini rien » : « Notre âme est jetée dans le corps où elle trouve nombre, temps, dimensions, elle raisonne là-dessus et appelle cela nature, nécessité, et ne peut croire autre chose ». C'est-à-dire que raisonner selon nombre, temps et espace n'est qu'une condition de l'âme humaine. À l'égard de l'infini, non seulement un pied n'est rien à une mesure infinie : le véritable infini fait qu'il y a ait une absence de mesure : « Dieu est mesure sans mesure, nombre sans nombre, poids sans poids »[4].

Devant l'infini, « il n'y a point à balancer ». Ferreyrolles[5] propose que « balancer » a ici le sens d'« hésiter ». Nous croyons que l'ambiguïté peut être plus riche ici : il n'y a point à balancer car il ne faut plus *peser* le gain et la perte : la balance n'est plus nécessaire ni possible ici, car il est là question de l'infini[6]. Si dans sa méthode des indivisibles l'indéfini pourrait entrer dans la balance par le moyen de divisions successives, quand l'infini absolu apparaît il ne peut plus être « balancé » par une autre chose. Car il s'agit bien d'un infini absolu ici :

> Croyez-vous qu'il soit impossible que Dieu soit infini, sans parties ? Oui. Je vous veux ~~une image de Dieu en son immensité~~ donc faire voir une chose infinie et indivisible.
> C'est un point ~~remuant~~ se mouvant partout d'une vitesse infinie.

[1] Pour une bibliographie, voir Descotes (2011, commentaires à Sel. 680, Laf. 418).

[2] Cf. l'analyse de Carraud (1992, pp. 440-441) sur l'« infinité de vie infiniment heureuse à gagner » du fragment Sel. 680, Laf. 418.

[3] Voir 5.3.

[4] Augustin, *De genesi ad litteram*, IV, 3, 7. Nous reviendrons à cette phrase dans la conclusion de notre troisième partie.

[5] Pascal (2000, p. 463, note).

[6] Cf. Sel. 94, Laf. 60 : « Il faut, dit-on, recourir aux lois fondamentales et primitives de l'État qu'une coutume injuste a abolies. C'est un jeu sûr pour tout perdre, rien ne sera juste à cette balance ».

> Car il est un en tous lieux et est tout entier en chaque endroit.
>
> (Sel. 680, Laf. 420)

Il est question ici de totalité : l'espace *tout entier*, en *chaque* endroit, et en *tous* lieux, est rempli par ce point qui figure l'infinité indivisible de Dieu. Cela, comme dirait Pascal dans l'*Esprit Géométrique*, est incompréhensible, et néanmoins il est vrai. Le point à vitesse infinie est incompréhensible, sans que pour cela il soit inconcevable.

L'argument du pari, tout en faisant usage de comparaisons mathématiques à l'arithmétique de l'infini et à la règle des partis, est au fond une illustration de l'abîme et de la disproportion qu'il y a entre l'espoir de croire et la certitude que Dieu est. Disproportion que ne saurait pas se limiter à un niveau « épistémologique » : l'infini qui « ôte tout parti » est bien celui de Dieu, qui fait que l'anéantissement de l'homme soit *toujours* à considérer. Au *semper maior* de Dieu, l'homme devrait reconnaître sont *semper minor*, si on peut dire ainsi. Car à la reconnaissance de l'infini il faut tout donner, en s'anéantissant tant que possible. « Renonciation totale et douce / Soumission totale à Jésus-Christ et à mon directeur », on lit dans la copie du parchemin du Mémorial dans lequel Pascal a témoigné son extase mystique. Car le Dieu qu'il a trouvé ce n'était pas un Dieu du probable, mais un Dieu de l'infini qui fait évanouir toute comparaison[1] :

> Feu
>
> Dieu d'Abraham, Dieu d'Isaac, Dieu de Jacob,
>
> non des philosophes et des savants.
>
> Certitude, certitude, sentiment, joie, paix.
>
> Dieu de Jésus-Christ.

Conclusion du chapitre

Nous avons vu que la distinction entre des sens absolus et relatifs permet à Pascal de prendre des termes comme *néant*, *infini*, *disproportion* et *indivisible* dans les deux acceptions, parfois dans un même texte – ce qui empêche la contradiction des sens. Il faudrait peut-être parler ici d'un langage figuré (voir 4) ; ce qui est certain est que le sens de ces mots est passible de changement.

Le fini est anéantit devant l'infini : par excellence, cela se passe pour l'homme face à Dieu. Si nous avons trouvé plusieurs sens relatifs de l'« infini » chez Pascal, tel ne serait pas être le cas pour l'attribut divin de l'infinité : rare chez Pascal, cela apparaît néanmoins dans le fragment *Infini rien* (Sel. 680, Laf. 418). Il faut alors parler d'un infini absolu, qui est celui de Dieu. L'homme est alors considéré comme un néant, et cela se passe par excellence devant l'infinitude de Dieu, même si cela est déjà figuré par l'« infinitude » de la nature : l'immense peut apparaître à l'homme

[1] Voir le papier original du *Mémorial*, Sel. 742, Laf. 913.

comme un infini, et dans cet aspect relationnel l'homme vit sa disproportion à l'infini par rapport à tout ce qui lui surpasse (c'est ce que nous avons vu pour *Disproportion de l'homme* – voir 11.3.2).

La question qui se pose alors est : est-ce que le seul « vrai » infini est Dieu ? Retrouverait-on selon Pascal l'« infini » à proprement parler dans les mathématiques où il n'y est que question de parler ? « Mais nous faisons des derniers qui paraissent à la raison comme on fait dans les choses matérielles où nous appelons un point indivisible celui au-delà duquel nos sens n'aperçoivent plus rien, quoique divisible infiniment et par sa nature », lit-on dans *Disproportion de l'homme* (Sel. 230, Laf. 199).

La distinction entre le relatif et l'absolu introduit notamment une question complexe sur la nature des objets mathématiques : les objets mathématiques qui apparaissent comme *infini* ou comme *néant*, le sont-ils *quoad nos*, ou *en soi* ? La réponse qu'ils ne le sont que *quoad nos* semblerait être confortable : n'avons-nous pas vu qu'une somme triangulaire est « un indivisible à l'égard » des sommes pyramidales ? (voir 11.2.2). Ne pourrait-on dire alors que tous les faits de négligeabilité sont des acceptions relationnelles ?

Le problème de cette conception est d'éliminer l'infini dans les mathématiques même au niveau des procédures possibles : comment alors expliquer l'efficacité du calcul et les enjeux des ordres à l'égard desquels des éléments sont, dans le calcul même, négligés comme rien ?

L'« infini » dans les mathématiques est une question aussi grande que son objet. Mais il faut au moins remarquer quelques différences par rapport à ce que la simple distinction entre absolu et relatif pourrait faire penser. Un fait important à prendre en compte est notamment que, dans le domaine des mathématiques, on peut *poser* un infini : c'est-à-dire qu'il peut être objet d'un principe ou d'un postulat. Euclide ne présentait pas dans ses *demandes* que des droites soient *indéfiniment* prolongées[1] ?

Par ailleurs, nous avons vu en considérant la comparaison de la négligeabilité en mathématiques que celle-ci se donne sous plus d'un aspect (voir 11.2.2). Le fait d'être négligeable peut faire référence aussi bien à une question de *dimension* inférieure d'une grandeur à une autre qu'à une question de mesure qui ne se réduit pas à une question de dimensionnalité, et qui est rapportée à une différence d'ordres plus générale[2]. Cela n'empêche toutefois pas de poser encore la question : a-t-on égard à l'infini en mathématiques ? Pour considérer la question, nous reviendrons aux « indivisibles » dans le chapitre 12, pour faire une discussion plus approfondie sur leur

[1] Notamment dans la célèbre cinquième demande : « Et que, si une droite tombant sur deux droites fait les angles intérieurs et du même côté plus petits que deux droits, les deux droites, indéfiniment prolongées, se rencontrent du côté où sont les angles plus petits que deux droits » (trad. B. Vitrac, dans Euclide 1994-2001).

[2] D'un point de vue moderne, cela apparaît lié au fait que la « dimension » n'apparaît pas de la même manière du point de vue topologique et du point de vue de la mesure. Nous avons considéré la question d'une distance infiniment petite par rapport à la coïncidence de points pour Leibniz dans Cortese (2016c).

nature – et sur leur inexistence à proprement parler dans les calculs de Pascal ! Dans le chapitre 13, nous considérerons l'infini dans le premier domaine mathématique étudié par Pascal : l'étude perspective des sections coniques, notamment par rapport à l'introduction d'éléments « à distance infinie ».

Chapitre 12

Qu'est-ce qu'un indivisible dans les mathématiques ?

> Qui voudra connaître à plein la vanité de l'homme n'a qu'à considérer les causes et les effets de l'amour. La cause en est un *Je ne sais quoi*. Corneille. Et les effets en sont effroyables. Ce *Je ne sais quoi*, si peu de chose qu'on ne peut le reconnaître, remue toute la terre, les princes, les armées, le monde entier. Le nez de Cléopâtre s'il eût été plus court toute la face de la terre aurait changé
>
> Sel. 32, Laf. 413

Après avoir considéré la pratique mathématique de Pascal dans les *Lettres de A. Dettonville* (chapitres 8 et 10), il faut revenir à la question : qu'est-ce qu'un indivisible dans les mathématiques pascaliennes ? Est-ce qu'on peut dire finalement qu'on retrouve des « indivisibles » dans la pratique mathématique de Pascal ou pas ?

La « méthode des indivisibles », comme on le sait, a été lancée par Bonaventura Cavalieri, et développée par d'autres mathématiciens du XVII^{e} siècle, tels qu'Evangelista Torricelli. Cette méthode recevait une « tonalité » particulière chez chacun des auteurs, lesquels développaient des méthodes distinctes, quoique rapportées à des procédures communes ; du point de vue philosophique, évidemment cela a des conséquences importantes pour chaque méthode[1]. Nous avons aussi vu que la méthode des indivisibles est essentiellement une méthode de *comparaison* entre des portions des figures. À partir de ce fait, ainsi que des considérations du chapitre 11, on peut poser la question : est-ce que les indivisibles sont des entités « relationnelles » ou des entités « en soi » ? Nous développerons la question dans le présent chapitre.

Une pensée anachronique pourrait associer trop vite les indivisibles aux infinitésimaux, ce qui n'est pas nécessairement le cas, l'histoire du passage des méthodes

[1] Des études générales sur la question sont, par exemple, Mancosu (1996), Malet (1996) et Jullien (2015b).

des indivisibles aux manipulations des infinitésimaux étant complexe. Un indivisible n'est pas nécessairement un élément infiniment petit.

Dans un sens plus ample que celui donné strictement en mathématiques, le fragment *Infini rien* laisse entrevoir qu'une chose pourrait être à la fois indivisible et infinie : c'est le point « se mouvant partout d'une vitesse infinie / Car il est un en tous lieux et est tout entier en chaque endroit » (Sel. 680, Laf. 420).

Il n'est pas alors nécessaire, *a priori*, qu'un « indivisible » soit infiniment petit, quoique dans la pratique mathématique les deux notions soient rapportées. Elles ne sont pas pourtant identiques, comme nous le montrerons.

Considérons la pratique mathématique de Dettonville. Au sens propre, il n'y est pas question d'« indivisibles » : on a égard à des éléments *divisibles* qui sont les « petites portions ». Mais est-ce que ces petites portions divisibles peuvent être associées dans quelque sens à ce qu'on appelle des « indivisibles » ?

Par rapport au terme « indivisible », il faut prendre une grande précaution. En fait, dans les *Lettres de A. Dettonville*, on ne retrouve qu'une occurrence du terme « indivisible » employé tout seul, d'ailleurs comme une qualité relative, et non pas absolue : il s'agit du fait que pour « tant de quantités qu'on voudra », leur « somme triangulaire n'est qu'un indivisible à l'égard des sommes pyramidales » (OC IV, p. 431 ; nous analysons ce passage dens 11.2.2).

Plus généralement, Pascal fait référence aux « véritables règles des indivisibles », au « langage des indivisibles » à la « doctrine des indivisibles » (5e *Avertissement* de la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy*), à la « science des indivisibles » (10e *Avertissement*), et à la « méthode » des indivisibles. On ne retrouve pas dans les écrits de Dettonville l'expression « méthode des indivisibles », mais dans le 5e *Avertissement* les « véritables règles des indivisibles » sont dites être une « méthode » (OC IV, p. 424)[1]. S'agirait-il alors d'une « méthode des indivisibles » sans des « indivisibles » ?

Quant aux éléments sur lesquels portent les sommes, Pascal ne les appelle pas « indivisibles » – de manière qu'à la lettre il n'y a pas de contradiction, ces éléments étant en effet *divisibles*. Pascal parlera plutôt dans les *Lettres de A. Dettonville* de « portions régulières », « petites portions égales », « portions égales et indéfinies », « petites distances égales d'entre les plans voisins » , « petites parties » et de « parties égales »[2].

Pour K. Hara, le vrai sens des « indivisibles » de Pascal apparaît dans l'expression : quantité « moindre qu'aucune donnée », qui apparaît quatre fois dans le cinquième

[1] Cf. Merker (2001, p. 26, note ; p. 39) et Merker (2008, p. 203).

[2] En fait, quelque chose de semblable se passe au niveau terminologique pour Cavalieri, qui n'utilise pas le terme « indivisible » dans ses calculs : « there are no "indivisibles", properly speaking, in the demonstrations. Cavalieri never uses these words in his demonstrative reasonings but only in the commentaries and notes exterior to the demonstrations proper. The term "indivisible" belongs, so to speak, to the metalanguage of the theory. In the demonstrations, instead, is the terminology : "all the lines of the surface" or "all the planes of the solid" » (De Gandt 1995, p. 178). Cependant une différence importante existe, puisque on peut interpréter que dans ses démonstrations Cavalieri fait référence à des entités hétérogènes aux grandeurs composées, ce qui n'est pas le cas pour Pascal.

Avertissement (analysé dans la section 8.4). Une expression, dit Hara, à la fois « assez moderne » et « très ancienne », parce que partie prenante de la méthode d'exhaustion (Hara 1981, p. 74, p. 77).

> Sous le terme traditionnel "indivisible" [*sic*], Pascal entendait "une quantité moindre qu'aucune donnée", qui signifie nécessairement "moindre qu'aucune donnée à discrétion". C'était là son dernier mot dans la doctrine des indivisibles. Le terme "infiniment petit" ou "indéfiniment petit" ne devait pas pouvoir l'être pour lui, car déjà l'expression "une multitude indéfinie de parties égales" ne pouvait l'être. (Hara 1981, p. 76)

Pour Hara, le sens à retenir de la méthode pascalienne serait plutôt qu'« une multitude finie de quantités moindres qu'aucune donnée est négligeable » (Hara 1981, p. 76).

Nous croyons que la lecture de Hara n'est que partiellement correcte. Nous sommes d'accord avec lui sur le fait qu'avoir affaire à des éléments moindres qu'aucune grandeur donnée est un aspect lié à une procédure d'exhaustion, mais tout aussi bien au raisonnement du type δ et ϵ de l'analyse moderne, aspects qu'il nous faudra éclairer plus en détail par la suite (voir respectivement 12.2.1 et 12.3). En revanche, quelques points sont à préciser.

D'abord, nous ne croyons pas comme lui qu'« une multitude indéfinie de parties égales » soit impossible pour Pascal : n'avait-il pas défini sa méthode générale en disant qu'il faut couper la grandeur « en un nombre indéfini de parties aux points C, I, G, F, B, par une multitude indéfinie de plans parallèles et également distants » (OC IV, p. 421)[1] ?

En deuxième lieu, et ce point est de la plus haute importance : il faut préciser que la « quantification » d'être moindre qu'aucune grandeur donnée est généralement attribuée par Pascal aux *différences*, et non pas aux petites portions elles-mêmes. Hara mentionne les quatre occurrences de « moindre qu'aucune donnée » dans le cinquième *Avertissement* – mais il ne précise pas leur contexte d'apparition[2]. Or dans les trois cas où Pascal écrit « moindre qu'aucune donnée », qu'il s'agisse d'une « grandeur », d'une « distance », ou d'une « quantité », ce qui est « quantifié » est ce qui « diffère », ou ce qui est « éloigné ». Les petites portions ne sont pas alors dites « moindres qu'aucune grandeur donnée », mais uniquement les différences (si nous

[1] En analysant le cinquième *Avertissement* de la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy*, Hara (1981, p. 74) dit que l'expression « une multitude indéfinie de parties égales » n'apparaît pas encore au moment du premier paragraphe de cet *Avertissement*. Cependant, l'expression que nous venons de citer dans notre texte apparaît bien dans le quatrième *Avertissement*, et il nous semble que Hara a tort sur ce point.

[2] Nous les transcrivons ici : « ne différera (...) que d'une grandeur moindre qu'aucune donnée » ; « n'en sera éloigné que d'une distance moindre qu'aucune donnée » ; « la somme des portions substituées ne diffère de la somme des véritables que d'une quantité moindre qu'aucune donnée ». Pour le cinquième *Avertissement*, voir la section 8.4.1.

pouvons donner ce nom à la portion qui marque une différence)[1]. Nous essaierons aussi de montrer que ce déplacement pascalien est d'une importance fondamentale pour le type de mathématiques qui se poursuivra avec Leibniz. Pascal dit que la somme des portions ne *diffère* de la grandeur que d'une quantité moindre qu'aucune donnée. Il sera par la suite lieu de dire que cette *différence* peut être nommée, de sorte qu'il ne s'agit pas simplement du verbe *différer*. La *différence* peut alors être l'objet d'une quantification, ce qui approchera d'une quantification de l'*erreur* en mathématiques – voir 12.3.

Une autre question se pose à partir du commentaire de Hara, notamment à propos des multitudes « indéfinies ». Il est vrai que dans la genèse de sa méthode générale pour les centres de gravité, Pascal avait proposé que la grandeur fût coupée par une multitude indéfinie de plans. On pourrait alors croire que les petites portions, issues d'une division que nous avons vue être indéfinie, seraient des quantités *indéfiniment petites*. Cela, au contraire de ce que dit Hara, n'est nullement contradictoire avec « moindre qu'aucune grandeur donnée » – nous montrerons dans 12.1 que l'indéfini peut bien être un fini qui est aussi grand qu'on veut, sans pour cela être infini.

Il faut donc dire que les petites portions de Dettonville sont à la fois indéfiniment petites, et que les différences sont moindres qu'aucune grandeur donnée. Il faudra évaluer ici chacun de ces aspects en détail. Notons dès maintenant que cette « quantification » qui opère aussi bien sur les petites portions et sur les différences montre que dans un sens tous les deux peuvent être considérés comme les « indivisibles » dont parle la « méthode des indivisibles ». Cette intéressante ambiguïté semble en fait jouer beaucoup plus qu'il ne le semble, et cela paraît n'avoir pas été noté par les commentateurs.

12.1 L'infini et l'indéfini

> El universo (que otros llaman la Biblioteca) se compone de un número indefinido, y tal vez infinito, de galerías hexagonales
>
> J. L. Borges, *La Biblioteca de Babel*

Qu'est-ce que l'indéfini pour Pascal ? Nous lisons, à la fin de la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy* :

[1] Il est vrai que les cas du cinquième *Avertissement* (voir 8.4.1) et du lemme du *Traité des Trilignes* (voir 8.5) constituent des exceptions, dans lesquelles effectivement on peut conclure (sans que Pascal le fasse) que de manière dérivée les petites portions sont moindres qu'aucune grandeur donnée. Nous croyons alors que l'interprétation de Hara est valable pour ces cas précis, mais il est une question de savoir dans quelle mesure cette interprétation pourrait s'étendre à l'ensemble des *Lettres de A. Dettonville*. Dans un premier sens, nous voyons que pour Pascal ce sont les *différences* qui sont dites moindres qu'aucune grandeur donnée, et non pas les petites portions.

> Il me reste encore à vous dire que, dans la suite de ce discours, je me servirai souvent de cette expression, *une multitude indéfinie*, ou *un nombre indéfini* de grandeurs, ou de parties, etc., par où je n'entends autre chose, sinon une multitude ou un nombre plus grand qu'aucun nombre donné.
> (OC IV, p. 440)

Nous pouvons comprendre de ce passage que pour Pascal (au moins dans les écrits de Dettonville) l'indéfini n'est pas égal à l'infini.

L'indéfini serait-il un infini potentiel, selon la division aristotélicienne de la *Physique* ? Si on pose cette bipartition, il est clair que l'indéfini pascalien ne relève pas de l'infini actuel, et il serait alors un infini potentiel[1].

Il nous semble néanmoins que la pratique mathématique de Pascal n'est pas ici évaluée au mieux à la lumière de cette distinction. Les écrits de Dettonville, notamment les passages analysés dans ce travail, semblent mettre en œuvre une « quantification » qui permet de justifier la méthode des indivisibles. La remarque d'Aristote dans la *Physique* (III, 11) que les mathématiciens n'ont pas besoin de l'infini, mais uniquement de quantités plus grandes qu'aucune donnée, semble être juste ici. Mais il ne faut pas dire simplement qu'il s'agit d'un infini potentiel : ce qui importe ici est d'évaluer les enjeux par lesquels Pascal propose sa méthode.

Nous croyons qu'il est possible d'interpréter l'indéfini pascalien comme un fini – un fini qui est plus grand qu'aucun nombre donné. Si l'on voudrait trancher entre un infini actuel et un infini potentiel, il s'agirait là de l'infini potentiel. Mais il y a plus de complexité dans le caractère « dialogique » d'une grandeur qui est *moindre qu'aucune donnée* dans la pratique mathématique.

L. Couturat, en parlant de la différence de l'infini dans le cas arithmétique de la discontinuité et dans le cas géométrique de la continuité, remarque

> qu'il faut soigneusement distinguer l'infini proprement dit de l'indéfini, qui n'est qu'un *fini variable*, et qu'on appelle, suivant les cas, infiniment grand ou infiniment petit. Le nombre variable n qui parcourt toutes les valeurs entières est toujours fini, bien qu'il croisse indéfiniment : on dit qu'il est infiniment grand. En même temps, son inverse $\frac{1}{n}$ reste, lui aussi, toujours fini, bien qu'il décroisse indéfiniment : on dit qu'il est

[1] Telle est l'opinion de Descotes : « L'infini potentiel est une grandeur qui reste toujours finie, mais si énorme à notre égard qu'elle paraît infinie. (...) Cependant l'infini en puissance n'est pas en acte. Il n'est qu'un fini que l'on accroît par addition continuée de parties au-delà de toute mesure possible ; ce n'est qu'à notre à égard (*quoad nos*), que sa dimension énorme le fait apparaître comme un infini réel. Ce qui est vrai dans l'accroissement l'est aussi dans la diminution : la division d'un nombre ou d'une longueur va de plus en plus loin, mais jamais n'arrive à une fin ; elle n'aboutit jamais, si loin qu'on la pousse, au néant ou au zéro. (...) Cet infini potentiel correspond à peu près à ce que Descartes ou Pascal (notamment dans les Lettres de A. Dettonville) appellent *indéfini* » (Descotes 2011, dossier « infini »). « Pascal ne confond pas l'*infini* actuel qui exclut par définition toute limite, et l'*indéfini*, grandeur finie qui croît au point de tendre vers l'infini sans jamais l'atteindre réellement, de même qu'une grandeur qui diminue indéfiniment tend vers zéro sans jamais s'annuler » (Descotes 2001a, p. 159).

> infiniment petit. En général, on appelle *infiniment petite* une quantité *variable* qui tend vers *zéro* (a pour limite *zéro*), et *infiniment grande* une quantité *variable* qui croît au-delà de toutes bornes, ce qu'on exprime en disant qu'elle a pour limite l'infini ou tend vers l'infini. Mais on ne doit pas confondre la quantité *variable* avec la quantité *fixe* qui est sa limite (...) (Couturat 1896, p. 218)

La distinction de Couturat est fondamentale : les quantités *fixes* et *variables* n'ont pas le même statut. Tandis que les dernières peuvent être indéfiniment grandes ou indéfiniment petites, les premières peuvent être en effet nulles ou infinies. Comme le dira Couturat, « une quantité *fixe* plus petite que toute quantité donnée est rigoureusement *nulle* » ; l'infiniment petit, au contraire, n'est pas une quantité fixe mais une variable qui est indéfiniment petite. Une quantité *variable* est toujours finie, quoiqu'elle puisse être indéfiniment petite[1].

> L'infiniment grand et l'infiniment petit, qui sont corrélatifs et inverses l'un de l'autre, appartiennent tous deux au domaine du fini variable ou de l'indéfini ; mais leurs limites stables sont placées en dehors de ce domaine et le terminent de part et d'autre : l'infiniment petit a pour limite *zéro* ; l'infiniment grand a pour limite l'*infini*. (Couturat 1896, p. 219)

On pourrait alors croire que quand Pascal écrit que pour lui « indéfini » veut dire « dans une multitude ou un nombre plus grand qu'aucun nombre donné », cette multitude ou ce nombre ont le rôle d'une quantité *variable*, et donc toujours finie, même s'ils peuvent être indéfiniment grands[2].

Nous croyons pouvoir alors tracer une ligne entre deux types de quantification :

1. *un nombre variable plus grand que n'importe quel nombre donné*
2. *un nombre fixe plus grand que tout nombre donné*

Si le premier type de nombre, comme le dit Couturat, est toujours fini, le deuxième, en étant plus grand que *tout* nombre donné, serait infini. Dans le premier cas, on a une interprétation « distributive » de la quantification, tandis que dans le deuxième

[1] Couturat précise que cette distinction n'implique pas que la limite soit hors ou dans le champ de variation de la variable : il est aussi bien possible qu'une variable atteigne sa limite qu'elle ne puisse pas le faire, selon le type de quantité qu'on considère (pour Couturat ici, fondamentalement celles qui sont discontinues ou continues). Que cela se passe ou pas, dit Couturat, est une « propriété accidentelle de la limite, qui dépend de la manière dont la variable *tend* vers sa limite ». En tout cas, il est vrai « que la limite est une quantité fixe, une borne immobile, par opposition à la quantité variable qui s'en approche indéfiniment ». Nous reviendrons sur la notion de limite ci-dessous.

[2] « il est clair (...) qu'il [Pascal] attachait au mot *indéfini* la même signification que nous attachons au mot *infini*, qu'il appelait simplement *petit* ce que nous appelons infiniment petit, et qu'il négligeait sans scrupule ces petites quantités vis-à-vis des quantités finies » (Carnot, *Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal*, 3e éd., Paris, 1839, pp. 145-146).

le mot « tout » renvoie vers une interprétation collective, qui présuppose une *totalité* de quantités du domaine qui sont contemplées par la quantification[1].

Mais Pascal écrit qu'il s'occupe d'un nombre plus grand qu'*aucun* nombre donné. Le premier problème repose alors sur l'interprétation de « aucun ». Furetière définit ainsi le terme : « Pronom relatif. qui à l'affirmative signifie, Quelqu'un, et à la negative, Personne. (...) Ce mot vient de *aliquis unus* ». Le latin *aliquis* peut être traduit par « quelque » en français, comme c'est le cas d'autres mots latins comme *quidam* et *quis*[2].

On doit comprendre « aucun » comme un indéterminé qui veut dire « quelconque » au sens de « celui que tu veux ». C'est-à-dire, pour le cas présent, que pour chaque nombre donné, on peut présenter un autre qui soit plus grand que le premier. Nous sommes ainsi amenés à interpréter la phrase de Pascal dans le sens de (i) : *un nombre variable plus grand que n'importe quel nombre donné, mais non pas tous.*

Nous nous attachons donc à une interprétation « distributive » du mot « aucun » chez Dettonville, et non pas « collective ». Il est intéressant de noter que si d'une part cette division de type d'interprétations de « pour aucun » (et même de « pour tout ») pouvait peut-être être déjà figurée dans les deux méthodes de Cavalieri, d'autre part la question de l'interprétation du quantificateur $\forall$ dans la sémantique moderne n'est pas consensuelle[3].

Cette hypothèse gagne en force si on se souvient du passage du fini à l'indéfini dans l'exposition du modèle de la balance. Comme nous l'avons vu, Pascal écrit des expressions du type « soit une multitude indéfinie de grandeurs telles qu'on voudra, A, B, C, D » (OC IV, p. 469), ce qui peut être considéré un oxymore si on voit que le nombre des grandeurs mentionnées – quatre – est fini et déterminé ! Il faut alors prendre cette énumération non pas au sens littéral (si on peut laisser de côté la « littéralité » des lettres qui représentent dans ce cas des grandeurs !), mais en tant qu'un *paradigme* qui, potentiellement, peut représenter d'autres ensembles de grandeurs. Nous croyons alors que ces ensembles de grandeurs sont plutôt finis que infinis, même si en nombre indéfini.

D'ailleurs, Pascal est généralement rigoureux par rapport à son vocabulaire dans les écrits de Dettonville, employant presque toujours « indéfini » et non pas « infini »[4].

[1] Un nombre plus grand que tout nombre donné n'est ni pair ni impair – mais est-ce que l'« infini en nombre » (Sel. 680, Laf. 418) est encore un nombre ? Voir 11.3.3.

[2] Le propre de *aliquis* est qu'il est un terme indéterminé qui « présuppose l'existence de l'individu auquel il se réfère » (Bortolussi 2010, p. 20) ; dans des phrases assertives, il se rapproche des indéfinis qui de « libre choix » tels que *quius* et *quilibet*, ce qui est particulièrement sensible quand il est en combinaison avec *unus* : « peu importe l'identité, seule compte l'existence minimale d'une entité satisfaisant la prédication » (Bortolussi 2010, p. 21).

[3] On lit généralement ce quantificateur comme « pour tout » – mais même ce mot se prête aussi bien à une interprétation « distributive » qu'à une interprétation « collective ». La discussion de ce domaine dans la littérature contemporaine est immense. Voir, à titre d'exemple, Hintikka, J. « Quantifiers and quantification theory », *Dialectica*, v. 27, n. 3-4, 1973, pp. 329-358, et Cartwright, R. « Speaking of Everything », *Noûs*, v. 28, n. 1 (Mar., 1994), pp. 1-20. Je remercie B. Halimi pour des indications sur ce sujet.

[4] En exception, dans le lemme général du *Traité des Trilignes*, Pascal propose que les contre-

Le fait que les petites portions des écrits de Dettonville sont à la fois *divisibles* et en *nombre indéfini*, mais que ce « nombre indéfini » doive être compris comme « un nombre plus grand qu'aucun nombre donné », nous oblige à rejeter pour les petites portions pascaliennes aussi bien la dénomination d'« indivisibles » que celle d' « infinitésimaux », si on prend les « infinitésimaux » en tant que des entités issues d'une division *actuelle*.

Une autre possibilité serait de dire qu'un « infinitésimal » existe, mais n'est pas issu d'une division *actuellement* infinie. Une tradition récente de commentateurs a considéré les « infinitésimaux » leibniziens comme des entités relatives, fictives ou « syncatégorématiques »[1]. Pour R. Arthur (2013), par exemple, les infinitésimaux leibniziens ne devraient pas être interprétés comme des quantités non archimédiennes, mais comme des quantités finies prises aussi petites qu'on veut, qui on pour Leibniz un statut de fiction et qu'on pourrait appeler *syncatégorématiques*, d'après l'emploi du mot par Leibniz lui-même.

Sont catégorématiques, selon la distinction médiévale, des mots qui ont du sens même quand ils sont isolés d'autres mots (comme des noms et des verbes) ; sont syncatégorématiques, en revanche, les mots qui n'ont de sens que combinés à d'autres mots (tels que des conjonctions, des quantificateurs, des articles). La question est plus complexe pour l'infini, qui serait un terme passible soit d'un *emploi* catégorématique soit d'un *emploi* syncatégorématique[2]. L'intéressant est que, comme le propose Arthur[3], Leibniz aurait fait usage d'un infini syncatégorématique actuel : c'est-à-dire que la distinction entre un infini catégorématique ou syncatégorématique n'est pas la même que celle entre un infini actuel ou potentiel. Bien qu'il ne faille pas identifier ici l'*indéfini* à l'infini syncatégorématique, le caractère relationnel de celui-ci est à rapprocher du premier.

Non seulement il s'agit d'un fini variable, mais le caractère *relationnel* de ces quantités est mis en avant : nous avons dit qu'il s'agit ici de quantités finies variables, et nous reviendrons sur leur dépendance « dialogique » à d'autres quantités (voir 12.3) ; quant à syncatégorématique, de son origine même comme catégorie grammaticale il s'agit d'un attribut pour des éléments (en principe des mots) qui dépendent d'autres éléments pour avoir sens. On pourrait ainsi parler, si l'on veut, d'infinitésimaux syncatégorématiques pour Pascal, mais il nous semble que cela prêterait à plus de

ordonnées à la base « soient prolongées infiniment », et que « soient *aussi* prolongées indéfiniment les ordonnées à l'axe » (OC IV, p. 442 ; c'est nous qui soulignons). Or l'expression « aussi » laisserait penser qu'« infiniment » et « indéfiniment » sont ici synonymes par rapport à la procédure de prolongation de la droite. Pourtant, il pourrait s'agir d'un *lapsus* de Pascal, ce qui est encore plus compréhensible, s'agissant ici d'une indication de construction, et non pas de la description de la totalité d'une somme par exemple. En revanche, on pourrait croire qu'il utilise les deux termes en tant que synonymes ici, mais faisant plutôt de « l'infini » un « indéfini » que l'inverse.

[1] Cf. Rabouin (2015), Arthur (2013), Ishiguro (1990). Pour E. Knobloch, Leibniz comprenait l'infini comme une quantité « plus grande qu'aucune grandeur donnée » (Knobloch 2012, p. 21), et un indivisible était « une quantité infiniment petite de taille indéfinie » (Knobloch 1999, p. 88).

[2] Il s'agit de l'interprétation de S. Uckelman (2015).

[3] « Leibniz's sycnategorematic actual infinite », à paraître.

confusion, car le syncatégorématique peut en effet être actuel. N'étant pas question ici d'un infini actuel, nous ne parlerons pas d'« infinitésimaux » chez Pascal[1].

L'important livre de A. Malet (1996), *From indivisibles to infinitesimals*, a présenté la thèse qu'un glissement sémantique se passe dans les mathématiques au XVII^{e} siècle, de sorte que le mot « indivisible » perd son sens original pour gagner un autre sens : celui d'infinitésimal. Cela serait le cas y compris pour Pascal (Malet 1996, pp. 28-31). Nous sommes d'accord avec la thèse générale de Malet, mais pour le cas de Pascal cela pose néanmoins des problèmes d'interprétation. Pour ce qui est de *L'esprit géométrique*, nous avons vu que Pascal garde bien le sens étymologique d'un indivisible : c'est quelque chose qui ne peut pas être divisé. La position exposée dans ce texte est qu'un indivisible ne peut pas être retrouvé par des divisions successives d'une grandeur – c'est là le problème essentiel. Pascal ne dit pas que l'existence des « indivisibles en soi » est impossible, mais qu'ils ne peuvent pas être retrouvés par des divisions successives, et qu'on ne peut pas les composer pour former une étendue[2].

Nous ne croyons pas que le fait que Pascal déclare dans *L'Esprit géométrique* que des grandeurs peuvent être divisées à l'infini veut dire qu'il pose l'existence d'entités infinitésimales, puisque Pascal ne parle pas d'une division *actuellement* infinie, mais du fait qu'on peut « considérer un moindre [espace], et toujours à l'infini » (OC III, p. 402)[3]. Or si on veut faire la distinction, il s'agit plutôt ici de l'infini potentiel que de l'infini actuel. Alors il n'y a pas de division actuelle de l'espace et on n'a pas égard à des infinitésimaux, mais à des grandeurs finies issues d'une division qui se poursuit « à l'infini ».

Dans les écrits de Dettonville, en revanche, Pascal n'utilise qu'une fois le mot « indivisible » tout seul, le reste des fois parlant du « langage des indivisibles » ou de la « doctrine des indivisibles » – par rapport auxquels on ne trouve pas des « indivisibles » au sens étymologique du mot, mais seulement des « petites portions »[4]. Quant à ces petites portions, contrairement à ce qui dit Malet, elles ne sont pas des infinitésimaux non plus, même si elles sont divisibles[5]. Elles sont issues d'une

[1] Certainement le fait que l'interprétation ci-dessus présentée pour les infinitésimaux leibniziens soit en accord avec la nôtre pour les petites portions de Dettonville ouvre des questions d'influence plus précises à être exploitées.

[2] « Car qu'y a-t-il de plus absurde que de prétendre qu'en divisant toujours un espace, on arrive enfin à une division telle qu'en la divisant en deux, chacune des moitiés reste indivisible et sans aucune étendue, et qu'ainsi ces deux néants d'étendue fissent ensemble une étendue ? » (OC III, pp. 404-405).

[3] Ainsi, nous ne pouvons pas être d'accord avec le fait que « The basic argument [de *L'esprit géométrique*] rested on the infinite divisibility of space. This notion assumed by all geometers, says Pascal, entailed the existence of infinitesimals – unless the end product of infinite division be truly indivisibles. Therefore Pascal endeavored to demonstrate that indivisibles cannot be reached by division, nor can they be parts of a continuum » (Malet 1996, p. 29). Il est un fait que Pascal dit qu'on ne peut trouver des indivisibles après une division infinie. Néanmoins, ce n'est pour cela qu'il dit qu'on trouverait quelque chose comme un infinitésimal à la fin d'une division infinie.

[4] Comme nous l'avons vu dans 11.2.2.

[5] « l'indivisible pascalien est bien divisible ; c'est dire que le terme « indivisible » est devenu ici un terme technique par excellence qui n'est point à prendre à la lettre » (Hara 1981, p. 74).

division *indéfinie* d'une grandeur, ce que nous venons de voir n'être pas égal à une division *infinie*.

Comparant les éléments de calcul de Cavalieri et ceux de Barrow, Malet (1996, p. 19) écrit :

> Les indivisibles cavalieriens et les « petites lignes indéfiniment petites » [*indefinite parvis lineolis*] de Barrow diffèrent en trois aspects essentiels. Les infinitésimaux sont *divisibles* ; c'est-à-dire qu'il y a un sens mathématique en partager un infinitésimal en deux moitiés. Ils sont *homogènes* à la grandeur dont ils sont issus. En particulier, en prenant des surfaces infinitésimales ensemble, on gagne une plus grande surface – qui sera elle-même infinitésimale, si leur nombre est fini, ou qui sera fini, si leur nombre est infini. Finalement, les infinitésimaux peuvent être atteints par un processus de division infinie – un processus qui ne peut jamais arriver à un point, par exemple, à partir d'un segment de droite.
>
> (Notre traduction)

Par rapport à cette classification, nous dirions que les petites portions de Dettonville se ressemblent aux éléments de Barrow car elles sont divisibles et homogènes à leurs grandeurs ; en revanche, elles ne sont pas issues d'une division (actuellement) infinie de la grandeur, et pour cela ne sont pas d'infinitésimaux. Ces « petites portions », nous avons vu, apparaissent d'une division *indéfinie*, et non pas *infinie*.

Il faut encore souligner que si notre distinction entre l'« infini » et l'« indéfini » chez Pascal nous semble être général, le textes présentent des utilisations sensiblement différentes de ces termes. Si dans les *Lettres de A. Dettonville*, le terme « indéfini » revêt grande importance, dans l'*Esprit Géométrique*, en revanche, il n'est question que d'« infini ». Comme nous l'avons montré, ce terme apparaît dans ce dernier texte avec un double sens, absolu ou relatif. Ce seulement ainsi que Pascal peut écrire que de « l'infinité de l'étendue du cours du vaisseau » on peut tirer « à la division infinie et infiniment petite de ce petit espace restant au-dessous de ce point horizontal » (OC III, p. 410-411) du verre. Or cette « division infinie » ne saurait pas s'achever – de sorte que l'« infiniment petite » ne pourrait pas l'être dans un sens absolu. Par ailleurs, nous croyons qu'une division « à l'infini », expression employée souvent par Pascal (par exemple dans OC III, p. 410) doit être comprise dans un sens relatif, et non pas absolu[1].

[1] Sur l'expression « à l'infini » ou *in indefinitum*, voir 8.3, 9.5 et surtout la conclusion de notre deuxième partie.

12.1.1 L'« indéfini » au XVIIe siècle

> "Infinity" (...) like "God", "spirit", and some other expressions of which the equivalents exist in all languages, is by no means the expression of an idea – but of an effort at one
>
> E. A. Poe

Certains auteurs du XVII^{e} siècle ont parlé de l'« indéfini » : pour Cavalieri, le nombre de la collection « toutes les lignes » est « indéfini »[1] ; pour Barrow, on peut avoir affaire à *indefinite parvis lineolis*, ou à des *indefinitè parvae temporis particulae*[2] ; nous avons mentionné que pour certains interprètes les infinitésimaux leibniziens sont des quantités de taille indéfinie (par ex. Knobloch 1999)[3].

Roberval semble comprendre l'indéfini comme un synonyme de l'infini, quand il écrit *ex infinitis seu indefinitis numero* :

> nous concevons une ligne, comme si elle consistait en un nombre infini ou indéfini de lignes, une surface en surfaces en nombre infini ou indéfini, un solide en solides, un angle en angles, un nombre indéfini en unités indéfinies ; et nous concevons même un plan-plan comme composé de plans-plans en nombre indéfini, et ainsi pour les degrés supérieurs[4].

Ce serait l'objet d'une autre étude de préciser la différence entre l'infini et l'indéfini pour chacun de ces auteurs (s'il y en a). Nous ne ferons que commenter en passant deux réponses à cette question.

La référence première pour la distinction entre l'infini et l'indéfini au XVII^{e} siècle est Descartes. Pour lui, comme on le sait, l'infini est une caractéristique propre à Dieu, les questions de la science étant restreintes à l'indéfini.

Dans les *Principes de la Philosophie*, Descartes déclare qu'il ne répondra pas à ceux qui demandent si la moitié d'une ligne infinie est aussi infinie, et d'autres disputes du genre. Cela est en effet impossible à résoudre à l'homme, être fini. En revanche, il faut faire la distinction entre Dieu, qui lui seul est infini, et les choses qui peuvent être dites infinies car on n'en voit pas les bornes.

> Et, pour nous, en voyant des choses dans lesquelles, selon certains sens, nous ne remarquons point de limites, nous n'assurerons pas pour cela

[1] *Geometria indivisibilius ...*, p. 111.

[2] La dernière expression apparaît comme un synonyme de « instants de temps » dans les *Lectiones opticae & geometricae ...*, Londres, 1674.

[3] Leibniz écrit dans ses notes sur Galilée : « À la question si les parties du continu sont finies ou infinies, Galilée répond qu'elles ne sont ni l'un ni l'autre, mais plutôt qu'elles correspondent à n'importe quel nombre donné qu'on veut (+ c'est-à-dire, [elles sont] indéfinies +) » (Leibniz 2001, p. 8). Sur la solution donnée par Galilée, voir Knobloch (1999) et Levey (2015).

[4] Roberval, *Divers Ouvrages*, p. 286 ; trad. dans Descotes 2001a, p. 146.

> qu'elle soient infinies, mais nous les estimerons seulement indéfinies. Ainsi, parce que nous ne saurions imaginer une étendue si grande que nous ne concevions en même temps qu'il y en peut avoir une plus grande, nous dirons que l'étendue des choses possibles est indéfinie ; et parce qu'on ne saurait diviser un corps en des parties si petites que chacune de ses parties ne puisse être divisée en d'autres plus petites, nous penserons que la quantité peut être divisée en des parties dont le nombre est indéfini ; et parce que nous ne saurions imaginer tant d'étoiles que Dieu n'en puisse créer davantage, nous supposerons que leur nombre est indéfini, et ainsi du reste. (Trad. de *AT* VIII, p. 15)

Apparaît ainsi la distinction entre l'indéfini et l'infini : si les choses n'ont pas de bornes négativement, car on ne peut pas les trouver, Dieu est infini positivement.

> Et nous appellerons ces choses indéfinies plutôt qu'infinies, afin de réserver à Dieu seul le nom d'infini ; tant à cause que nous ne remarquons point de bornes en ses perfections, comme aussi à cause que nous sommes très assurés qu'il n'y en peut avoir. Pour ce qui est des autres choses, nous savons qu'elles ne sont pas ainsi absolument parfaites, parce qu'encore que nous y remarquions quelquefois des propriétés qui nous semblent n'avoir point de limites, nous ne laissons pas de connaître que cela procède du défaut de notre entendement, et non point de leur nature.
> (Trad. de *AT* VIII, p. 15)

Cette infinité positive de Dieu est associée à sa perfection, à un infini absolu, qui n'est pas seulement l'absence de l'identification de bornes[1]. La question est celle de la « positivation », pour ainsi dire, de l'infinité divine (voir 7.3).

La même question réapparaît dans la lettre de Descartes à Chanut du 6 juin 1647 (AT V, pp. 50-58), dans laquelle il distingue l'infini et l'indéfini :

> En premier lieu, je me souviens que le Cardinal de Cusa et plusieurs autres docteurs ont supposé le monde infini, sans qu'ils aient jamais été repris de l'Église pour ce sujet ; au contraire, on croit que c'est honorer Dieu, que de faire concevoir ses œuvres fort grandes. Et mon opinion est moins difficile à recevoir que la leur ; parce que je ne dis pas que le

[1] *Dei nomine intelligo substantiam quandam infinitam, independentem, summe intelligentem, summe pontentem, & a quâ tum ego ipse, tum aliud omne, si quid aliud extat, quodqumque extat, est creatum* (*Meditationes tertia*, AT VII, p. 45). La distinction entre l'infini et l'indéfini apparaissait déjà dans les réponse aux premières objections aux *Méditations*, quand Descartes répondait à la question si vraiment l'infini peut être connu de manière claire et distincte, comme il l'avait affirmé : « Et quidem hîc distinguo inter *indefinitum* & *infinitum*, illudque tantùm proprie *infinitum* appello, in quo nullâ ex parte limites inveniuntur : quo sensu solus Deus est infinitus ; illa autem, in quibus sub aliquâ tantùm ratione finem non agnosco, ut extesio spatii imaginarii, multitudo numerorum, divisibilitas partium quantitatis, & similia, *indefinita* quidem appello, non autem *infinita*, quia non omni ex parte fine carent » (AT VII, p. 113).

> monde soit *infini*, mais *indéfini* seulement. En quoi il y a une différence assez remarquable : car pour dire qu'une chose est infinie, on doit avoir quelque raison qui la fasse connaître telle, ce qu'on ne peut avoir que de Dieu seul ; mais pour dire qu'elle est indéfinie, il suffit de n'avoir point de raison par laquelle on puisse prouver qu'elle ait des bornes.
>
> (AT V, p. 51 ; orthographe modernisée)

Or pour parler d'« infini » il est alors nécessaire qu'*il y ait* une raison qui permet de le connaître : c'est un critère dans un certain sens *positif* pour l'existence de l'infini. En revanche, pour parler de l' « indéfini » il suffit qu'*il n'y ait pas* de raison pour laquelle on puisse montrer qu'il y a de limites. L'infini et l'indéfini pour Descartes, en dépit d'avoir en commun le préfixe négatif, se distinguent pour être, respectivement, une présence positive et l'absence d'une limitation.

> N'ayant donc aucune raison pour prouver, et même ne pouvant concevoir que le monde ait des bornes, je le nomme *indéfini*. Mais je ne puis nier pour cela qu'il n'en ait peut-être quelques-unes qui sont connues de Dieu, bien qu'elles me soient incompréhensibles : c'est pourquoi je ne dis pas absolument qu'il est *infini*. (AT V, p. 52)

Ainsi, l'attribut *indéfini* du monde ne relève pas dans l'absolu d'une de ces caractéristiques, mais plutôt d'un manque de l'homme pour repérer ses bornes. Plus qu'une question « ontologique », si on veut le dire, la question est ici « épistémologique » : l'indéfinéité du monde apparaît ainsi à l'homme, car celui-ci est fini. Il n'en est pas de même pour Dieu, qui est en effet infini et dont la disproportion à l'homme, pourrions-nous dire avec un vocabulaire pascalien, n'est pas seulement de l'ordre de l'immense (comme c'est le cas pour l'indéfini), mais relève d'une vraie hétérogénéité. Même si le rapprochement terminologique avec Pascal n'est pas cartésien pour « disproportion », c'est bien le cas pour « incompréhensible », mot utilisé par les deux auteurs pour quelque chose qui surpasse la compréhension humaine.

Certes l'infinité divine chez Descartes est sujet de plusieurs interprétations et débats.Gardons de la distinction cartésienne entre l'infini et l'indéfini l'aspect négatif donné au dernier : est indéfini ce à quoi l'homme ne peut pas assigner des bornes, ce qui est ne peut pas être pensé dans une taille ou dans une division indéfinie. En plus : quand Descartes écrit « *Et quia non potest dividi aliquod corpus in tot partes, quin singulae adhuc ex his partibus divisibiles intelligantur, putabimus quantitatem esse indefinitè divisibilem* », on retrouve le cas des divisions de Dettonville, qui génèrent une multitude de parties qui étant « indéfinie », comme le dit Pascal, n'est pas pour cela « infinie » dans le sens absolu cartésien[1].

Nous voudrions encore avancer une hypothèse sur la distinction entre l'infini et l'indéfini au XVII^{e} siècle, applicable chez Pascal. Si « infini » à l'Âge Classique veut dire « qui n'a point de fin, qui ne finit point », il peut aussi avoir le sens de

[1]Pour une autre position du XVII siècle sur l'infini, postérieure à Pascal, voir l'annexe J.

« innombrable, très grand » [1]. Cela apparaît en parallèle à la distinction que nous avons faite pour les deux sens de « disproportion » : si l'infini comme ce qui n'a pas de fin l'est dans un sens absolu, l'infini comme quelque chose de très grand relève d'un usage hyperbolique du langage. Gardons ici le premier sens pour notre comparaison.

Quant à « indéfini », il est ce « qui n'a point de bornes certaines » (*Dictionnaire de l'Académie*, 1687), dans ce qu'il se rapprocherait de l'infini. Mais l'indéfini est, plus précisément, ce « qui n'est pas défini » (*Richelet*, 1680).

Or l'« infini » serait ainsi ce qui n'a pas de « fin » : une limite qui pourrait être indépendante de l'homme, et qui existe ou n'existe pas en soi. Quant à l'« indéfini », il est en opposition à l'acte de *définir* : donner une délimitation, une fin – un acte qui est fait par quelqu'un. Si « infini » est ainsi une négation d'ordre ontologique, « indéfini » est une négation d'ordre « performative », dans le sens de l'impossibilité d'*assigner* une fin à quelque chose. L'« indéfini » est ainsi l' « indéfinissable » : ce « qu'on ne sauroit définir »[2]. On assignerait alors l'infini plutôt à l'ordre de ce *qui est* (ou *qui n'est pas*), tandis que l'indéfini serait plutôt de l'ordre de ce *qui est dit* (ou *qui ne peut pas être dit*).

La *définition* est un sujet cher à Pascal dans l'*Esprit Géométrique* : comme nous l'avons vu,

> Cet ordre [de la géométrie], le plus parfait entre les hommes, consiste non pas à tout définir ou à tout démontrer, mais à se tenir dans ce milieu de ne point définir les choses claires et entendues de tous les hommes, et de définir toutes les autres ; et de ne point prouver toutes les choses connues des hommes, et de prouver toutes les autres. Contre cet ordre pèchent également ceux qui entreprennent de tout définir et de tout prouver et ceux qui négligent de le faire dans les choses qui ne sont pas évidentes d'elles-mêmes. (OC III, p. 395)

C'est ainsi, dit Pascal, qu'il est absurde d'entreprendre de définir des mots primitifs, tel qu'*homme*. Il y a alors « des mots incapables d'être définis » (OC III, p. 397), y compris les principaux objets de la géométrie, tels que le mouvement, les nombres et l'espace. Ce sont, pourrait-on dire, des termes « indéfinissables », voire « indéfinis » dans le sens de ne pas pouvoir être définis.

Mais qu'on ne croit pas qu'il s'agisse alors d'une simple critique des limites de la possibilité de la définition. Pascal avance, en effet, que « le manque de définition est

[1] Les deux sens sont présents dans le *Dictionnaire de l'ancienne langue française et de tous ses dialectes du IX^e^ au XV^e^ siècle.*. La distinction est aussi présente dans d'autres dictionnaires. Dans le Dictionnaire de l'Académie (1687), on lit qu'« infini » peut signifier « qui n'a ny commencement, ny fin. En ce sens il ne se dit que de Dieu seul » ; d'autre part, « il sign. aussi, Innombrable ». Le dictionnaire de Richelet (1680) donne, pour « infini » : « Qui n'est pas fini. Ce dont on ne peut trouver la fin », mais au même sens « Grand. Nombre tres-grand ».

[2] *Dictionnaire de l'Académie*, 4e éd., 1762. L'usage du mot, selon ce dictionnaire, est restrictif : « Il n'est que du style familier, et il ne se dit guère que des personnes. *C'est un caractère, c'est un homme indéfinissable* ».

plutôt une perfection qu'un défaut, parce qu'il ne vient pas de leur obscurité [des objets principaux de la géométrie], mais au contraire de leur extrême évidence » (OC III, p. 401). Ces principes, quoiqu'indéfinissables, sont connus par tous, et alors la géométrie peut être bien développée. L'« indéfini » est alors, le principe de la théorie et de la pratique pascalienne par rapport aux « indivisibles » : si dans les *Lettres de A. Dettonville* il est à la base car les petites portions du calcul sont issues d'une division « indéfinie », dans l'*Esprit Géométrique* les principes fondamentaux de la méthode géométrique sont justement ceux qui ne peuvent pas être définis, et que nous pouvons appeler librement « indéfinis ».

12.1.2 Les indéfinitésimaux

Est-ce qu'on pourrait nommer autrement ces entités qui entrent dans les sommes ? On peut certes les appeler, avec Pascal, simplement « petites portions » ou « petites parties ». Mais pour la clarification de leur statut, nous croyons qu'il n'est pas sans propos d'évoquer ici un autre terme, qui nous semble bien satisfaire la nature de ces éléments : « *indéfinitésimal* ». Il s'agit non pas d'un infinitésimal, ni d'un indivisible, mais d'une quantité divisible qui peut être faite *moindre qu'aucune quantité donnée*.

Or même si ce terme n'est pas employé par Pascal lui-même (ni d'ailleurs par aucun des commentateurs consultés), Pascal est constant dans les écrits de Dettonville par rapport à l'emploi du mot « indéfini », et non pas celui d'« infini »[1].

Un emploi d'« indefinitésimal », à notre connaissance, n'apparaît qu'en 1864, quand on peut lire dans une recension sur deux livres de Hamilton[2] :

> If the words *infinite*, *infinity*, *infinitesimal* should be banished from mathematical treatises and replaced by the word *indefinite*, *indefinity*, and *indefinitesimal*, mathematics would suffer no loss, while, by removing a perpetual source of confusion, metaphysics would get great gain.

On pourrait ainsi déclarer que les petites portions avec lesquelles opère Pascal sont des « indéfinitésimaux », en suivant le néologisme de 1864. Le terme « indéfinitésimal », pour ce que nous savons, n'a pas été employé au XVII^{e}, quoique l'indéfini ait été distingué de l'infini, notamment par Descartes. L'élément de base du calcul de Pascal

[1] Cf. Descotes (2001a, p. 159). Quant aux travaux de Merker, cette distinction n'est pas soulignée. Même si nous sommes d'accord en général avec Merker (2001, p. 31), qui écrit que les parties issues de la division de la balance « sont en nombre indéfini, et cette condition d'infinitude est nécessaire pour que les erreurs faites en confondant le droit et le courbe disparaissent », l'erreur effectivement pouvant être négligé dans ce cas, nous croyons que la distinction entre « indéfini » et « infinitude » est cruciale ici. Merker (2009) propose le terme « indéfinéité » pour parler des divisions que Pascal fait dans la *Lettre de A. Dettonville à Monsieur de Sluse*, mais elle ne développe pas la distinction de ce terme par rapport à l'« infini ».

[2] « The Conditioned and the Unconditioned », *North American Review*, Review 99, n. 205, oct. 1864, pp. 402-448, ici p. 431. La recension étant publiée comme anonyme, elle a été postérieurement attribuée à Francis Ellingwood Abbot (*The collected essays of Francis Ellingwood Abbot (1863-1903), American philosopher and free religionist*, vol. IV, New York, Edwin Mellen, 1996, p. 418).

serait alors un « indéfinitésimal ». Il ne s'agit certes que d'un jeu anachronique pour trouver un nom ; néanmoins, ce qui est certain est que Pascal ne calcule ni avec des « indivisibles » ni avec des « infinitésimaux » (si par ceux-ci on comprend des éléments issus d'une division actuellement infinie).

Une position reste à discuter : pour Merker (2001), si on considère les *Lettres de A. Dettonville* et l'opuscule *L'Esprit Géométrique*, la méthode des indivisibles

> ne parle pas d'indivisibles. En réalité elle parle de limite. Dans le même opuscule [l'*Esprit Géométrique*] Pascal a bien pris soin de séparer les définitions de nom des définitions de choses. Cela s'applique parfaitement ici : « indivisible » n'est pas une chose c'est (mêlé à « méthode ») un nom pour désigner quelque chose comme « méthode d'exhaustion simplifiée ». Le « courbe » est approché par le « droit » et ce d'autant mieux que la subdivision est plus fine. Pascal est ici nominaliste au sens originel de ce terme. Quand quelque chose est privé d'ontologie, à défaut de posséder cette dernière il reste une manière de parler, le *flatus vocis* des philosophes du moyen-âge. (Merker 2001, p. 39)

Nous sommes d'accord avec le fait que la méthode des indivisibles de Dettonville ne parle pas d'« indivisibles », au sens étymologique du mot. Nous croyons néanmoins que Pascal n'est pas « nominaliste » comme le veut Merker, car, comme nous l'avons vu, on peut donner un statut aux petites portions utilisées par Pascal dans les *Lettres de A. Dettonville* : des « indéfinitésimaux » (ou des petites portions issues de divisions indéfinies si on ne veut pas ce nom). Il ne s'agit pas alors d'un manque absolu de statut pour ces portions en faveur d'un simple jeu de noms ; ce qui se passe est plutôt une intrication complexe de concepts et de termes qui permet à Pascal d'avoir une pratique mathématique des « indivisibles » qui finalement n'est pas contradictoire avec ses conceptions philosophiques sur les indivisibles dans l'*Esprit Géométrique*, où ce qui est nié n'est pas l'existence des indivisibles, mais le fait qu'on puisse les atteindre par le moyen de divisions successives.

Merker demande aussi : la méthode de Pascal parlerait-elle de *limite* ? La question est complexe si on soulève la question des « limites » en tant que catégorie de l'historiographie des mathématiques. Quelques historiens ont proposé qu'une méthode par des *limites* relève d'une procédure « directe » d'approche d'une quantité à partir d'une suite de valeurs[1]. La méthode « archimédienne », au contraire, relèverait d'une double *reductio ad absurdum*. Cependant, savoir si les Grecs avaient ou pas une « méthode d'exhaustion », et s'ils procédaient par limites, est une question à débattre.

Il est courant de tracer une ligne d'opposition entre les méthodes des Anciens, dites « d'exhaustion », comme on les trouve chez Euclide ou Archimède, et la méthode des Modernes qui procède de manière « directe », par passage à la limite. La première propose des suites de figures inscrites et circonscrites, pour montrer ensuite par une double *reductio ad absurdum* qu'aucune des deux ne peut être différente de la figure

[1] Bosmans (1913), par exemple, a identifié une procédure de ce type déjà chez Stevin.

qu'on cherche à mesurer. La méthode des limites, au contraire, ne nécessite pas d'inscription et de circonscription : son approche directe lui permet de s'approcher indéfiniment de l'aire de la figure voulue sans passer par des considérations par l'absurde.

Dijksterhuis (1987 [1956], pp. 130-133) a proposé de qualifier la méthode ancienne de « passage indirect à la limite », car elle repose dans son principe sur l'*inexhaustibilité* de l'infini et ne devrait donc pas être qualifiée de méthode d'« exhaustion ». Il montre d'ailleurs qu'il y a plusieurs formes de cette méthode chez Archimède : la *méthode de compression*, qu'on trouve le plus souvent, et la *méthode d'approximation* au moyen d'une seule suite convergente – qui ressemble beaucoup à la méthode moderne dite des limites ! Néanmoins, il faut remarquer que, pour cette dernière méthode, on ne trouve qu'une seule occurrence, dans *La quadrature de la parabole* (18-24)[1]. Identifier une « méthode des anciens » n'est donc pas aussi simple qu'il y paraît. En tout cas, où pourrions-nous classer la méthode de Pascal par rapport à cette classification ? La question est d'autant plus complexe que Pascal lui-même déclare :

> *J'ai voulu faire cet avertissement pour montrer que tout ce qui est démontré par les véritables règles des indivisibles se démontrera aussi à la rigueur et à la manière des anciens ; et qu'ainsi l'une de ces méthodes ne diffère de l'autre qu'en la manière de parler ; ce qui ne peut blesser les personnes raisonnables quand on les a une fois averties de ce qu'on entend par là.* (OC IV, p. 424)

Que comprendre par cette remarque de Pascal ? Il nous faudra par la suite considérer la dernière des *Lettres de A. Dettonville*, la *Lettre à ADDS*, car Pascal y présente une méthode plus proche de celle des anciens. Il faudra alors l'analyser (voir 12.2.1) pour voir dans quelle mesure Pascal modifie cette méthode. Notre thèse sera que, même si Pascal fait une double *reductio* ici, l'innovation est, de même que dans les Lettres de A. Dettonville, l'usage qu'il fait du concept de *différence*. Par la suite, nous discuterons pour déterminer dans quelle mesure la méthode des indivisibles de Pascal est « archimédienne » (section 12.2.2), pour finalement arriver à la question des quantifications des différences (section 12.3).

12.2 Entre les « Anciens » et les « Modernes »

12.2.1 La Lettre à A.D.D.S.

La méthode pascalienne n'est pas toujours du même type dans les *Lettres de A. Dettonville* : une exception est la dernière des lettres, la *Lettre à M. A.D.D.S. en lui envoyant la démonstration à la manière des anciens de l'égalité des lignes spirale et parabolique* (ADDS étant « Arnauld, docteur de la Sorbonne »)[2]. On y retrouve

[1] Il faudrait d'ailleurs considérer le texte appelé *La méthode* d'Archimède, qui n'a été découverte par Heiberg qu'en 1906, et était alors ignorée par les mathématiciens du XVII^{e}.

[2] À partir d'ici *Lettre à ADDS*.

en effet un type de calcul beaucoup plus proche de celui des « anciens » que des méthodes d'indivisibles modernes. Pascal y procède par la circonscription et par l'inscription de figures à la grandeur considérée, pour faire une double *reductio ad absurdum*. En revanche, nous croyons que même dans ce cas exceptionnel la notion de différence reste fondamentale. Par sa manipulation, Pascal se distingue d'Archimède. Voyons cela en détail.

Dans cette lettre, et à propos d'une dispute sur la ligne de la parabole, Pascal déclare :

> je résolus d'examiner moi-même si la ligne à laquelle on peut comparer la ligne parabolique donnée est une ligne droite, ou une spirale, ou une circonférence de cercle. (OC IV, pp. 542-543)

Pascal confirmera le résultat trouvé par Roberval : la ligne de la parabole est égale à celle de la spirale correspondante[1]. La démonstration, dit Pascal, sera faite « sans m'arrêter, ni aux méthodes de mouvements, ni à celles d'indivisibles, mais en suivant celles des anciens, afin que la chose pût être désormais ferme et sans dispute ». D'ailleurs, dit Pascal, jamais on n'avait employé cette méthode à « la comparaison de deux lignes de différente nature ». Le résultat est que les lignes parabolique et spirale sont *égales*, ce que Pascal montrera en inscrivant et en circonscrivant des figures aux deux courbes :

> *Avertissement.* Je démontre l'égalité de la ligne spirale avec la parabolique en inscrivant et circonscrivant, tant à la spirale qu'à la parabole, des figures desquelles je considère seulement le tour, ou la somme des côtés. (OC IV, p. 548)

La résolution compte trois parties. Z étant une ligne donnée quelconque, il faut (cf. Descotes 2015b, pp. 241-245) : montrer que la différence entre l'inscrite à la parabole et l'inscrite à la spirale est moindre que Z ; montrer que la différence entre la circonscrite à la parabole et la circonscrite à la spirale est moindre que Z ; montrer (par un corollaire) que la différence entre l'inscrite à la parabole et la circonscrite à la parabole est moindre que Z. En fait, comme nous le verrons, il faudrait aussi montrer que la différence entre l'inscrite à la spirale et la circonscrite à la spirale est moindre que Z, ce que Pascal n'a pas fait et lui a attiré des critiques (tant comme le fait de ne pas avoir besoin du deuxième des résultats annoncés ici).

Dans cette démonstration, dans laquelle il y a une succession d'approximations par des figures inscrites et circonscrites, Pascal se sert d'arguments *a fortiori*, dans

[1] Le résultat de Roberval avait été présenté par Mersenne dans les *Cogitata physico-mathematica* (1644), p. 129. Soulignons que la comparaison entre la spirale d'Archimède et la parabole avait déjà été faite également par Torricelli, dans un manuscrit qui n'a vu le jour qu'en 1919 (Torricelli 1919-1944, vol. 1, pt. 2, p. 388). Torricelli, à son tour, s'était inspiré d'un passage de la *Geometria indivisibilibus* de Cavalieri (livre VI, prop. 6, *scholium*). Cf. Whiteside (1961, p. 328). Pour une analyse de la démonstration de Torricelli, voir De Gandt (1995, pp. 193-199).

des comparaisons d'inégalités de figures, plus précisément de différences entre des courbes.

Considérons la démonstration en question. Dans la figure 12.1, la parabole est la ligne P, Q, 7, etc. La figure inscrite à la parabole est ainsi trouvée : la touchante AB au sommet étant « divisée en tant de parties égales qu'on voudra » (points 4, 3, B, etc.), on mène des parallèles à l'axe, coupant la parabole aux points 7, Q, P, etc. La figure inscrite à la parabole est celle formée par les « accommodées » PQ, $Q7$, etc. Quant à la figure circonscrite à la parabole, elle est composée par les touchantes QK, 75, etc. (qui coupent les diamètres prochains en K, 5, etc.) et « par les portions extérieures aux diamètres PK, $Q5$, etc » (voir figure 12.1).

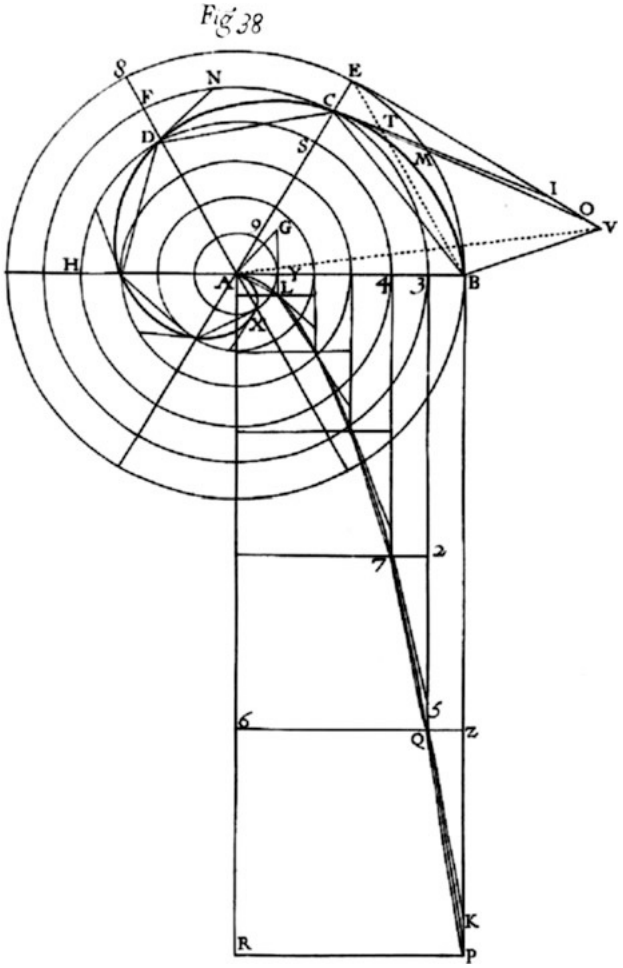

FIGURE 12.1 : La figure 38 des *Lettres de A. Dettonville* : la comparaison des lignes spirale et parabolique.

Quant à la spirale, elle est la figure composée par les côtés BC, CD, etc. Dans ce cas, on considère le rayon AB « divisé en parties égales aux points 3, 4, etc. », et les cercles concentriques $3C$, $4DH$, etc. : la figure inscrite sera composée par les

« accommodées » BC, CD, etc. Finalement, si à partir des points C, D, etc. on mène des touchantes qui coupent les cercles en M, N, etc., la figure $BMCND$ composée des arcs BM, CN, etc., et des touchantes MC, ND, etc. est la circonscrite à la spirale.

Pascal considère les *rapports* entre la parabole et la spirale, les parties desquelles peuvent être dites *correspondantes* (OC IV, pp. 550-551) : la portion PQ de la parabole, par exemple, *correspond* à la portion BC de la spirale. Pascal répond aussi au « problème » :

> Je dis qu'en divisant le cercle BEB en autant d'arcs égaux, et le rayon AB de même en autant de portions égales aux points 3, 4, etc., d'où soient menés à l'ordinaire des cercles et des parallèles à l'axe, qui, coupant la spirale et la parabole, y donneront les points pour inscrire et circonscrire des figures en la manière qui a été marquée ; ces figures satisferont au problème. (OC IV, p. 553)

Ce qui est fondamental ici est la notion de *correspondance* entre deux lignes, de manière qu'il y aura « autant » de divisions dans une que dans l'autre. Il y a quelque chose à noter ici à propos des divisions régulières. Si Merker (2001, chapitre 5) souligne l'aspect trop fort de cette contrainte pour la *Lettre de A. Dettonville à Monsieur de Carcavy*, son analyse ne s'étend pas à la *Lettre à ADDS*, où Pascal applique la méthode « des anciens » en suivant cette contrainte. Il faut souligner que Pascal suppose ici implicitement que cette correspondance biunivoque entre deux découpages indéfinis peut être faite. Ce trait n'est pas sans rappeler les comparaisons typiques des méthodes des indivisibles.

Passons à la démonstration. La « première partie » doit montrer que « la somme des côtés de la figure inscrite en la parabole diffère des côtés de l'inscrite en la spirale d'une ligne moindre que Z », ou encore « que la différence entre les deux inscrites est moindre que Z » (OC IV, p. 553). Pascal démontre cela en montrant que « chaque côté de l'une ne diffère de son correspondant que d'une ligne qui prise autant de fois qu'il y a de côtés (ou qu'il y a d'arcs en la circonférence) est moindre que Z ». Si on écrit IP_i pour le *i-ième* côté de la ligne inscrite à la parabole, IS_i pour le *i-ième* côté de la ligne inscrite à la spirale, chaque figure ayant n côtés, et on représente la quantité par laquelle les deux figures « diffèrent » par ϵ, alors cela s'exprime par

$$|IP_i - IS_i| = \epsilon$$

et

$$n \times \epsilon < Z$$

C'est-à-dire que pour l'inscrite à la parabole (I_P) et pour l'inscrite à la spirale (I_S), on a $|I_P - I_S| < Z$.

Nous ne considérerons pas ici en détail la démonstration. Il suffira de dire qu'elle procède par des arguments *a fortiori*. Quant à la deuxième partie de la démonstration (montrer que la différence entre la circonscrite à la parabole et la circonscrite à la spirale est moindre que Z), Pascal ne s'en sert pas pour le résultat final[1], et nous ne l'analyserons pas.

Finalement, pour ce qui est du corollaire, Pascal doit démontrer que la différence entre l'inscrite à la parabole et la circonscrite à la même parabole est moindre que Z. Il part du fait que

> en tout triangle rectangle ou amblygone[2], l'excès dont les deux côtés ensemble surpassent le plus grand est toujours moindre que chacun des côtés. (OC IV, p. 557)

Il s'agit de ce qu'on appelle aujourd'hui l'inégalité triangulaire[3]. On peut formaliser ainsi la démonstration de Pascal : si C_P, C_S, I_P et I_S sont respectivement les circonscrites et les inscrites à la parabole et à la spirale ; si CP_i désigne le côté de la circonscrite à la parabole, et IP_i le côté de l'inscrite à la parabole ; ϵ_i représente la différence pour un indice i ; alors, pour tout i, par l'inégalité triangulaire déclarée, on a que

$$(CP_{2i-1} + CP_{2i}) - IP_i = \epsilon_i < PK$$

Car PK est un des côtés circonscrits qu'on prend comme exemple. Alors

$$\sum_1^n \epsilon_i < n \times PK < n \times YL$$

Mais

$$n \times YL = n \times \frac{Y9}{2} < Z$$

Alors

$$\sum_1^n \epsilon_i < Z$$

C'est-à-dire que « tous les excès ensemble dont les côtés circonscrits surpassent les inscrits sont moindres que Z ». Donc, comme il fallait démontrer,

[1] Comme le rappellent Descotes (2001a, p. 245, note) et Mesnard (OC IV, p. 558, note), des critiques à la démonstration de Pascal ont été faites par Sluse, Fermat et Huygens. En effet, la « deuxième partie de la démonstration » – montrer que la différence entre les figures circonscrites est moindre que Z – n'intervient nulle part. Elle sera néanmoins utilisée par Huygens dans sa démonstration.

[2] Avec un angle obtus.

[3] Pascal écrit dans un *Avertissement* : « Je suppose le principe d'Archimède : Que si deux lignes sur le même plan ont les extrémités communes, et sont courbes vers la même part, celle qui est contenue sera moindre que celle qui la contient » (OC IV, p. 548).

$$C_P - I_P < Z$$

Dans la suite de la lettre, on retrouve le « théorème », dans lequel Pascal rassemble les résultats antérieurs pour montrer que la parabole et la spirale sont égales (cf. Descotes 2015b, p. 245). Dans les mêmes conditions et avec les mêmes notations, supposons par l'absurde qu'il y ait une différence X entre les deux lignes, et soit Z le tiers de X.

Par la « première partie de la démonstration »,

$$|I_P - I_S| < Z$$

Et par la deuxième[1],

$$|C_P - C_S| < Z$$

La spirale est plus grande que son inscrite et moindre que sa circonscrite :

$$I_S < S < C_S$$

Alors « il s'ensuit que »

$$S - I_S < Z$$

et de même pour la parabole :

$$P - I_P < Z$$

Mais on avait vu que

$$|I_P - I_S| < Z$$

et, de ces trois dernières inégalités,

$$|S - P| < 3Z = X$$

Ce qui est contre la supposition ; mais « on montrera toujours la même absurdité, quelque différence qu'on suppose entre les lignes spirale et parabolique. Donc il n'y en a aucune ; donc elles sont égales » (OC IV, p. 558).

Le raisonnement de Pascal comporte une faute, car il suppose sans le démontrer que $C_S - I_S < Z$ (Hara 1981, pp. 123, 197). Ce fait serait nécessaire pour conclure dans la démonstration qu'« il s'ensuit que » $S - I_S < Z$. Il faudra alors voir les corrections de Fermat et de Huygens à cette démonstration[2].

[1] En fait, la deuxième de ces inégalités n'est pas utilisée dans la démonstration.

[2] Quant au fait que $P - I_P < Z$, cela peut être conclu *a fortiori* à partir du *corollaire*, même si Pascal ne l'explicite pas.

Nous voudrons donner attention au fait que cette démonstration se fait par des arguments *a fortiori*, chaque différence étant bornée, et une somme définie de différences (dans le cas, trois différences) étant naturellement aussi bornée. On voit ici une ressemblance avec les approximations successives de la méthode dite d'exhaustion.

Par ailleurs, un aspect intéressant est celui des subdivisions d'une grandeur déjà supposée existante par l'absurde. Si X est la différence entre la spirale et la parabole, on travaillera ici avec des inégalités rapportées à Z, qui est le tiers de X. Comme nous le verrons par la suite, Fermat utilise la moitié de la différence X dans sa démonstration, et Huygens utilise le cinquième de X dans la sienne.

Dans la démonstration que la différence entre les deux inscrites est moindre que Z, Pascal avait utilisé encore une autre subdivision : il avait considéré la différence entre chaque paire de côtés correspondants comme une ligne qui, « prise autant de fois qu'il y a de côtés (...) est moindre que Z ». Nous avons représenté cela par

$$n \times \epsilon < Z$$

Or la contrainte d'être moindre qu'une grandeur Z n'apparaît pas ici « directement » par rapport à une quantité tout court, mais en relation à une quantité multipliée par le nombre de côtés n. On retrouve ici la subdivision (dans un nombre n) d'une quantité $(n \times \epsilon)$ qui elle-même sera moindre qu'aucune grandeur Z donnée, de même qu'on l'avait vu dans le *lemme* du *Traité des Trilignes* (section 8.5). On retrouve encore ici une relation de dépendance entre des différences et des grandeurs données (voir 12.3)[1].

Fermat propose une correction à la démonstration de Dettonville[2]. Toujours avec la même notation, Fermat dit que si les deux lignes ne sont pas égales, soit $S > P$ (Fermat fera aussi la réciproque). Alors soit la différence $X = S - P$, et $Z = \frac{X}{2}$. On fait des figures inscrites et circonscrites de sorte que $I_S - I_P < Z$ et $C_S - C_P < Z$. Fermat démontrera d'abord qu'on a une suite de cinq quantités en augmentant : $I_P < P < C_P < S < C_S$. La seule inégalité à y démontrer est que $C_P < S$. Or par l'hypothèse $P < S$, et $S - P = 2Z$. Mais Dettonville avait démontré que $C_P - I_P < Z$. Alors, dit Fermat, « *a fortiori* », $C_P - P < Z$. Mais alors $C_P - P < S - P$, et on conclut que $C_P < S$. Fermat a alors démontré que la suite de ces cinq quantités va « toujours en augmentant ». Mais comme $C_P - I_P < Z$, et, « par la construction », $C_S - C_P < Z$, donc $C_S - I_P < 2Z$ et, « *a fortiori* » (par la suite de grandeurs qui augmentent), $S - P < 2Z = X$. Ce qui va contre la supposition, de sorte que la démonstration par l'absurde est ainsi achevée.

La démonstration de Fermat a été critiquée par Huygens dans une lettre à Carcavy

[1] Il n'est pas sans intérêt de noter que dans le *De Quadratura...*, Leibniz a également utilisé la lettre Z pour noter ce que nous approcherons de l'ϵ de la notation $\delta - \epsilon$. Cf. Rabouin (2015, p. 358).

[2] Cf. lettre de Carcavy à Huygens, 13 décembre (?) 1659, *in* OC IV, pp. 671-672.

du 26 février 1660[1]. À propos des extraits de la lettre de Fermat que Carcavy lui avait envoyée, Huygens déclare juger, en accord avec Sluse, « que selon nostre jugement il y avait de la faute en cette demonstration, comme il y a en effet ». Huygens présente alors une autre démonstration de l'égalité entre la spirale et la parabole, « en gardant de plus pres ce me semble l'intention de Mr. Dettonville que n'a fait Mr. de Fermat ». L'argument de Huygens peut être ainsi formalisé, sans supposer laquelle des deux courbes, la spirale ou la parabole, est la plus grande. On suppose par l'absurde qu'il y ait une différence X entre les deux courbes, $|S - P| < X$, et on définit $Z = \frac{X}{5}$. Comme Dettonville l'avait montré, $|I_P - I_S| < Z$ et $|C_P - I_P| < Z$, et donc $|C_P - I_S| < 2Z$. Mais $|C_S - C_P| < Z$, et donc $C_S - I_S < 3Z$. Alors, écrit Huygens, « à plus forte raison », $S - I_S < 3Z$. Mais $|I_S - I_P| < Z$, et donc $|S - I_P| < 4Z$. Enfin, comme $P - I_P < Z$, on a $|S - P| < 5Z$. Mais la différence entre la spirale et la parabole était supposée être $5Z$, et alors on a démontré par l'absurde leur égalité.

Descotes (2001a, p. 123) propose que la démonstration de Dettonville « n'est pas très loin de celle qu'a proposée Huygens ». En effet, même si Fermat et Huygens apportent des critiques, la structure de leurs démonstrations est essentiellement la même que celle de Pascal. Il s'agit toujours de démonstrations par l'absurde en supposant une différence entre les deux figures. Si nous avons voulu passer par les trois démonstrations, c'est pour souligner le fait commun que la différence X supposée entre les deux grandeurs est toujours divisée en des parties Z qui prendront part dans la démonstration, notamment dans des suites d'inégalités qui quand elles sont « sommées », constitueront une inégalité à la différence supposée (ce qui est absurde). Ce qui change n'est que le nombre dans lequel chacun de ces trois mathématiciens divise la différence en fonction de sa démonstration : Pascal en $3Z$, Fermat en $2Z$, Huygens en $5Z$.

Quand, dans la démonstration, on retrouve des suites d'inégalités enchaînées, on peut parler de raisonnements « *a fortiori* » – terme employé par Pascal et par Fermat dans ses démonstrations. Dans cette démonstration, ils peuvent être traduits par un raisonnement de la forme *si une quantité B est moindre que A, et si C est moindre que B, alors à plus forte raison C est moindre que A*. Cela va avec les approximations successives de la grandeur à calculer.

La question par rapport à la *Lettre à ADDS* est de savoir en quoi sa méthode se rapproche en effet de celle « des anciens », et en quoi elle est distincte de celle des « indivisibles ».

12.2.2 Pascal est-il « archimédien » ?

En fait, il faut discuter ici pour déterminer si Pascal est « archimédien », aussi bien dans la *Lettre à ADDS* que dans sa « méthode des indivisibles ». En effet, comme nous l'avons vu, Pascal déclare « que tout ce qui est démontré par les véritables

[1]Lettre publiée dans P. Beeley, C. Scriba, U. Mayer (éds), *The correspondence of John Wallis*, vol. II, OUP, 2005, pp. 1-7. Cf. Huygens, *Œuvres complètes*, III, p. 26-28.

règles des indivisibles se démontrera aussi à la rigueur et à la manière des anciens ; et qu'ainsi l'une de ces méthodes ne diffère de l'autre qu'en la manière de parler » (OC IV, p. 424).

Quant à la *Lettre à ADDS*, comme Pascal lui-même le dit, elle est faite « à la manière des anciens ». En effet, nous avons vu qu'elle procède par des suites de figures inscrites et circonscrites à la spirale et à la parabole, et dans ce sens elle se rapproche en effet de la méthode dite d'exhaustion. Par ailleurs, la conclusion de la démonstration de la *Lettre à ADDS* est qu'une quantité (la différence entre les deux lignes) est moindre qu'elle-même, ce qui est absurde et qui nous fait conclure qu'il ne peut y avoir une telle différence entre les deux lignes. Dans ce sens, elle se rapproche aussi de la double *reductio ad absurdum* qu'on retrouvait dans la méthode « des anciens ». Néanmoins, nous croyons que Pascal enrichit cette méthode d'un nouveau traitement de la « différence » par rapport à Archimède.

À propos de la méthode « des anciens » utilisée par Pascal, Descotes écrit :

> C'est en suivant de manière originale ce modèle que Pascal montre l'égalité de la parabole et de la spirale dans sa *Lettre à M. ADDS*. L'inconvénient de cette méthode est qu'elle exige de très longues démonstrations ; les indivisibles au contraire vont directement à ce que Montucla appelle le « dernier terme de ces divisions et subdivisions continuelles », où la différence des figures peut être considérée comme nulle[1].
>
> (Descotes 1993, p. 214)

La méthode « des anciens » concerne, en effet, une série d'étapes successives : il s'agit d'une suite d'inégalités de rapports, qui permettent que le calcul s'approche autant qu'on veut de la grandeur à calculer. Quant à la méthode des indivisibles, elle, est « directe » au sens où on n'a pas à considérer une suite de valeurs : on se donne dès le départ un élément suffisamment petit (mais quelconque) pour que le calcul soit valable. Dans le cas des *Lettres de A. Dettonville*, il s'agit d'une division « indéfinie » qui arrive à de « petites portions ». Mais contrairement à Montucla, nous ne pensons pas qu'il faille parler d'un « dernier terme », comme pourrait l'être un élément issu d'une division actuellement infinie. Les divisions indéfinies correspondent, comme nous l'avons montré, à des petites portions indéfiniment petites, les indéfinitésimaux. Mais si ceux-ci sont de nature *variable*, il ne faut pas dire qu'il y a parmi eux « le dernier terme » d'une suite de divisions et subdivisions continuelles.

En fait, nous croyons que l'importance de l'« originalité » de la méthode « des anciens », quand celle-ci est employée par Pascal est que, même quand il fait usage d'une méthode comme celle « des anciens », avec une double réduction à l'absurde, il emploie la notion de *différence*. Dans la *Lettre à ADDS*, Pascal écrit non seulement que des grandeurs « diffèrent », mais il parle explicitement de leur « différence » et de l'« excès » de l'une sur l'autre.

[1] Montucla, J. F. *Histoire des mathématiques*, t. 2, IV, I, 2e éd., Paris, 1799, p. 27.

Certes Archimède avait déjà donné attention à la différence[1]. Néanmoins, la nouveauté de Pascal dans ce sens est de s'attarder sur cette différence sous son aspect « ontologique », assignant même une lettre pour la représenter. La différence est une variable qui peut être nommée, de même que les petites portions, quoique leurs natures (respectivement procédant du calcul et de la grandeur elle-même) ne sont nullement la même.

Whiteside (1961, p. 341, note) avait déjà indiqué que l'originalité de l'approche pascalienne dans la *Lettre à ADDS* par rapport au modèle archimédien de l' « exhaustion » réside dans son usage de la notion de « différence »[2]. En fait, ce qui nous semble être le plus significatif dans la procédure de Pascal est la manière dont il traite les différences entre grandeurs, les enchaînant par des inégalités dans un raisonnement *a fortiori* et « quantifiant » directement la grandeur. La *Lettre à ADDS* est un témoignage essentiel dans le sens où elle ne reprend la méthode « des anciens » qu'à l'enrichir d'un traitement explicite de la *différence*.

Or ce traitement n'est pas sans parenté avec un aspect essentiel de la méthode « des indivisibles » utilisée dans la plupart des *Lettres de A. Dettonville* : le fait que la « différence » des figures peut être considérée comme nulle.

En fait, nous croyons qu'une des richesses de *l'ensemble* des *Lettres de A. Dettonville* est un traitement particulier des « différences », en les distinguant des petites portions, aussi bien dans la nouvelle méthode des indivisibles de Dettonville que quand Pascal « revient » à la méthode des anciens dans la *Lettre à ADDS*. Notre hypothèse est que, après avoir développé sa méthode des indivisibles, dans laquelle la différence joue en rôle central, Pascal revient à la méthode des anciens, lui donnant également un traitement de la différence. Nous approfondirons cela dans la section 12.3.

Avant cela, il faut encore aller jusqu'au fond d'une question complexe : à part la *Lettre à ADDS*, est-ce que les la méthode des indivisibles de Pascal peut être dite

[1] Archimède parle en effet de « l'excès » (*huperokhan*) d'une grandeur sur une autre (*La quadrature de la parabole*, éd. Heiberg, p. 264 ; nous remercions V. Gysembergh d'avoir attiré notre attention sur ce passage). Sans nommer explicitement la différence, il donne à voir le surpassement entre grandeurs dans le cinquième postulat de *De la sphère et du cylindre* : « encore parmi les lignes inégales, les surfaces inégales, et les solides inégaux, la plus grande [grandeur] surpasse la moins grande par *telle chose qui*, ajoutée à elle-même, est capable de surpasser toute [grandeur] proposée parmi celles qui peuvent être mises en rapport les unes avec les autres » (nous remercions Murtaza Chopra pour cette traduction). Nous sommes ici en désaccord alors avec Dijksterhuis (1987 [1956], p. 146), qui nomme un « excès » dans la traduction de cette proposition.

[2] « What is new in Pascal's proof-technique is his subtle use of the modulus form ("difference" ≡ Gregory's "differentia"). Briefly, Pascal showed that where

$$A_i < \alpha < a_i$$

$$B_i < \beta < b_i$$

and $(A_i - a_i) < Z$, the "differences" $|A_i - B_i|$, $|a_i - b_i|$, are both less than Z, where Z may be indefinitely small, and tried to show that $|\alpha - \beta|$ can be made indefinitely small ».

archimédienne ? Rappelons que l'*Avertissement* dans lequel il déclarait l'équivalence des deux méthodes apparaissait non pas dans la *Lettre à ADDS*, mais dans la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy* : l'affirmation de Pascal est-elle juste du point de vue de sa pratique mathématique, ou est-elle plutôt une déclaration « diplomatique » ?

Si la méthode des indivisibles de Pascal diffère, comme nous l'avons annoncé, de la méthode « des anciens », par un traitement de la différence, il y aussi des aspects dans lesquels elles se rapprochent.

D'abord, il faut rappeler qu'on trouve dans les *Lettres de A. Dettonville* des divisions *indéfinies*, qui ne sont pas des divisions d'une grandeur par un infini *actuel* – dans ce sens, il se passe la même chose que chez Archimède.

Mais nous croyons que le rapprochement le plus intéressant se fait à un autre niveau. La méthode des indivisibles de Pascal ne fait pas une circonscription et une inscription à la figure, mais la somme d'une seule suite de petites portions. Dans ce sens sa méthode semblerait à première vue être « moderne ». La question est pourtant moins simple qu'il ne paraît : les démonstrations dans les *Lettres de A. Dettonville* peuvent être considérées comme *indirectes*, bien que cela n'apparaisse pas à chaque démonstration, mais au contraire dans la fondation elle-même de son modèle.

C'est ce que montre la justification de cette méthode au cinquième *Avertissement* de la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy* (voir 8.4.1), où Pascal fait usage d'une procédure qu'on pourrait dire *indirecte*. À la possible critique que son modèle ne serait valable, car les poids ne tombent précisément sur les points de division de la balance, Pascal répond par la possibilité de faire les différences entre les sommes et les grandeurs correspondantes moindres qu'aucune grandeur donnée. On peut comprendre qu'on retrouve dans cette fondation du modèle une argumentation par l'absurde qui, si elle n'apparaît pas à chaque fois que la méthode est appliquée, n'en est pas moins présente dans celle-ci.

En effet, on pourrait croire que la méthode « directe » n'est rien de plus que faire la méthode « indirecte » devenir « implicite »[1]. D'ailleurs, Pascal arrive ainsi à un concept d'« égalité » *sous la condition d'une différence moindre qu'aucune grandeur donnée* – fait qui semble figurer la quantification des erreurs, et qui apparaîtra

[1]Ceci semble être la position de Leibniz dans le *De Quadratura arithmetica circuli ellipseos et hyperbolae*. Comme l'affirme Rabouin (2015, p. 362), « To my mind, one possible reason for this reluctance [par Leibniz] to admit a direct demonstration is that it would imply a demonstration that holds *for all* possible ϵ (corresponding to all possible differences between points on the curve) and that this "totality" is meaningless according to Leibniz. In his eyes, the so-called "direct" demonstration would be in fact an *abbreviation* for an indirect one which relies intrinsically on a *reductio* : since it is not possible to take all the *quantities* involved in the proof, pick up any value for the difference and I will show you that the actual difference can be made smaller than this one. The core of the demonstration – once again a very striking feature according to modern standards – is the arbitrariness of the choice of ϵ. But this arbitrariness does not amount, in modern terms, to a universal quantification (at least in classical first order logic), which would be meaningless to Leibniz ».

également dans la notion d'égalité proposée par Leibniz[1].

Il faut encore mentionner le fait que, en faisant usage de la balance pour calculer les longueurs/aires/volumes des grandeurs, et leurs centres de gravité, Pascal reprend une procédure... archimédienne ! Cela est retrouvé dans le texte appelé *La méthode*, quoique Pascal ne pouvait pas le savoir.

Le modèle de la balance, comme nous l'avons vu dans 8, préserve le caractère « discret » des quantités : on y a égard à la « densité » (plutôt qu'à la « continuité »), puisque d'une part les petites portions sont moindres qu'aucune grandeur donnée, mais d'autre part le caractère « discret » du modèle est conservé (la régularité de la division de la balance étant fondamentale pour que la loi du levier soit valable). Aussi dans cela Pascal est archimédien.

L'usage de la balance, les divisions indéfinies et l'aspect « indirect » de la procédure font ainsi de Pascal un « archimédien »[2]. En revanche, cette procédure « indirecte » chez Pascal est assez différente de celle d'Archimède. Elle s'appliquera notamment aux différences, et non pas aux grandeurs elles-mêmes. En fait, cette méthode « indirecte » est si différente qu'on finit par l'appeler... directe ! Il est toutefois important de montrer comment elle a lieu de manière implicite dans les calculs de Pascal.

C'est ainsi que nous ne pouvons pas être d'accord avec J.-P. Cléro (1998, p. 495) qui, discutant l'importance d'Archimède pour Pascal, déclare[3]

> que la méthode d'exhaustion est radicalement contournée par Pascal et qu'il n'y a plus aucune espèce de sens ni d'intérêt, dès lors qu'une courbe est équivalente à une infinité de points ou que les arcs qui la constituent peuvent équivaloir à leurs cordes à une quantité près, rendue aussi petite que l'on veut, à l'encadrer par excès et par défaut

de sorte que, pour Cléro, « dès qu'on admet la méthode des indivisibles, la méthode d'exhaustion n'a plus lieu d'être ». Or nous montrerons que cela n'est pas le cas : un usage sous-jacent d'une procédure indirecte montre la profonde justesse de la remarque de Pascal sur la proximité entre les deux méthodes.

À la question « Pascal est-il Archimédien ? », pour ce qui concerne le calcul d'aires et de centres de gravité, il faudrait alors répondre, selon le raisonnement du pour au contre : oui, car Pascal mesure des figures par des polygones (rectangles) inscrits,

[1] Cf. Rabouin (2015, p. 361) : « The *Quadratura* shows (...) that Leibniz did not consider his techniques as based on "non-archimedean" quantities, i.e. on a redefinition of the concept of "quantity", but on a redefinition of the concept of equality *directly inspired by Archimedes* : two quantities should be said equal if their difference can be made smaller than any given quantity and this is a direct consequence of the fact that a difference which can be made smaller than any given quantity is not "assignable" as a quantity (i.e. does not satisfy the condition to be a genuine "magnitude") ». Nous reviendrons à la question dans 12.3.

[2] Il faut toujours noter que ce rapprochement est assez particulier si on considère l'histoire du texte de *La méthode*, et constitue plutôt un rapprochement conceptuel qu'un héritage dans tous ces aspects.

[3] Voir aussi la réponse de V. Carraud (1999) à cet article.

de même qu'Archimède ; non, car la procédure de Pascal est « directe », et il ne lui faut pas un raisonnement par l'absurde[1] ; oui finalement, car la procédure de Pascal enferme l'apagogie *dans sa pratique* (la différence est moindre qu'aucune grandeur *donnée*, et dans ce sens il y a un conditionnel qui évoque l'apagogie).

L'importance philosophique de la question est celle sur la possibilité de saisir directement le vrai ou pas. Nous l'avons vue dans le contexte de l'*Esprit Géométrique* (chapitre 7) et nous la reprendrons dans la section 14.2.6.

La position de Cléro (1998) est que Pascal défend la méthode apagogique pour des « raisons théologiques », disant qu'on ne peut pas accéder directement à la vérité, mais « il prend en réalité souvent le contre-pied de la méthode apagogique lorsqu'il veut directement sommer des points, des segments, des surfaces et même des volumes » (Cléro 1998, p. 496). C'est-à-dire que la *pratique* de la méthode des indivisibles de Pascal ne ferait pas effectivement usage de la méthode apagogique[2].

Or nous ne croyons pas que cela soit le cas : la procédure apagogique est dans la méthode des indivisibles de Pascal, quoiqu'elle soit sous-jacente. Dans cette méthode, la différence entre la somme des petites portions et la grandeur dont on cherche à calculer l'aire (ou le volume) est moindre qu'aucune grandeur *donnée*. Or comme nous le montrerons dans la prochaine section, le fait que la différence fasse référence à une grandeur qui pourrait être donnée laisse implicite un raisonnement apagogique : s'il y avait une grandeur donnée moindre que cette différence, alors toute la méthode cesserait d'être valable, et on n'aurait plus la condition d'égalité relative (sous la condition d'une différence moindre qu'aucune grandeur donnée). C'est-à-dire que le traitement des différences par Pascal permet de non pas abandonner la voie apagogique, mais de la transformer. Voyons cela plus en détail.

12.3 Les indivisibles et les différences

De quoi parle la « méthode des indivisibles » de Pascal ? Si indivisibles il y en a, où sont-ils à trouver dans la pratique mathématique ? Notre thèse est que le vrai apport de Pascal aux méthodes des indivisibles a été un mode de « quantification de la différence ». Si les « petites portions » constituent des sommes et si le point comme indivisible existe quoiqu'il ne puisse pas constituer une ligne, comme le rappelle l'*Esprit Géométrique*, ce sont les différences qu'on doit considérer à côté des petites portions dans la méthode des indivisibles pascalienne.

Quantifier la différence est d'une certaine manière quantifier l'erreur, et comparer des erreurs. Or une certaine comparaison des écarts est faite par Pascal dans le contexte théologique des *Provinciales*, comme nous l'avons vu dans 2.2. Par ailleurs,

[1] Exception faite au texte de *La méthode* d'Archimède qui lui-même ne fait pas un raisonnement par l'absurde, comme aussi Cléro (1998) le concède.

[2] Il serait ainsi que « l'usage (à contresens d'ailleurs) de la méthode de Cavalieri », qui ne parle pas de « somme » d'indivisibles, mais de collection (*omnes*), permet, selon Cléro, « de penser l'égalité non plus comme ce qui est conçu ni plus grand ni plus petit, mais comme une moindre inégalité. Le manque d'évidence ne relève pas pour autant de l'apagogie » (Cléro 1998, p. 496).

la règle des partis – et son transfert au contexte d'*Infini rien* – est un calcul du *hasard*[1].

Nous croyons pouvoir dire qu'une importance singulière de la pensée de Pascal réside dans le fait de comparer des écarts. La quantification de l'erreur ouvre la voie pour la théorie des probabilités, mais pas seulement : dans sa méthode des indivisibles, Pascal opère au moyen d'une structure complexe qui prend en compte des différences et qui peut être considérée par rapport à l'analyse mathématique moderne du XIX^{e} siècle.

Nous avons vu dans 8 les détails de la pratique mathématique de Pascal ; nous avons aussi vu que dans cette pratique Pascal fait des divisions indéfinies des figures, opérant avec de « petites portions » que nous avons choisies de nommer, d'après leur contexte d'apparition, des *indéfinitésimaux* (section 12.1.2). Nous avons, finalement, indiqué que même quand Pascal fait un calcul par la méthode dite « des anciens » il l'enrichit d'un traitement de la *différence* (section 12.2.1). C'est celle-ci qu'il faut considérer maintenant.

Pascal utilise le verbe « différer » dans des passages clés de la *Lettre de A. Dettonville à Monsieur de Carcavy* pour faire référence au fait que la somme des petites portions ne diffère de la grandeur cherchée que d'une quantité moindre qu'aucune donnée[2].

Le nom de « différence » n'apparaît cependant dans cette Lettre avec le sens particulier de la différence entre la somme et la grandeur que quelques fois : c'est le cas dans le *Traité des Trilignes et de leurs Onglets* (OC IV, p. 465 ; voir 8.5). Dans le *Traité des Sinus du Quart de Cercle*, il y a « différence » entre un arc de cercle et une droite (la base correspondante), ou entre des sinus extrêmes sur la base. La Lettre à Sluse renvoie « un triangle cylindrique quelconque » à « la somme ou la différence de triangles cylindriques » d'une espèce particulière (OC IV, p. 353) – passage qui nous rappelle que « différence » avait comme sens courant le résultat d'une soustraction.

L'usage le plus important de la « différence » apparaît pourtant, comme nous l'avons vu, dans la *Lettre à ADDS* (section 12.2.1), où le mot est employé vingt et une fois. Pascal utilise plusieurs fois le verbe « différer » pour la somme et la grandeur, mais il nomme aussi « la différence »[3]. Non seulement cela, mais il considère plusieurs différences ensemble[4], et il désigne la différence par une variable[5]. La différence est

[1] Cf. par exemple Thirouin (2011).

[2] C'est le cas du cinquième *Avertissement* de la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy* (OC IV, pp. 423-424 ; voir 8.4.1) ; du premier *Avertissement* du *Traité des Sinus du Quart de Cercle* (OC IV, p. 480 ; voir 8.6) ; du *Traité des Arcs de Cercle* (OC IV, p. 501) ; et du *Petit Traité des Solides Circulaires* (OC IV, p. 508). C'est aussi le cas de la lettre à Huygens (OC IV, p. 525 ; voir 10.4), qui n'est pas dans la *Lettre de A. Dettonville à Monsieur de Carcavy.*

[3] Par exemple dans OC IV, p. 553 : « que la différence entre les deux inscrites est moindre que Z ».

[4] « toutes ces différences ensemble, prises chacune une fois, sont moindres que Z » (OC IV, p. 553).

[5] « soit X la différence, et soit Z le tiers de X » (OC IV, p. 557).

ainsi faite pleinement un objet mathématique[1].

Cet usage de la « différence », nous l'avons dit, enrichit la méthode « des anciens ». Nous croyons que c'est là l'innovation pascalienne : dans un traitement de quantification de cette différence.

La non apparition du mot « différence » ne signifie pas que son traitement manque dans les *Lettres de A. Dettonville*, et nous avons vu que le verbe « différer » apparaît justement dans les passages clés que nous avons analysé précédemment.

Par ailleurs, un autre mot semble jouer le même rôle que les « différences » dans les *Lettres de A. Dettonville* : les « distances ». Si celles-ci, de même que les différences, peuvent désigner le résultat simple d'une soustraction finie, telle que la « distance » entre le centre de gravité d'une figure et la base, ou entre des sinus extrêmes, les « distances » ont aussi un rôle plus particulier.

Si on rappelle la construction du modèle de Dettonville (section 8), on note que la balance est générée par rapport à une grandeur quand celle-ci est divisée par une série indéfinie de plans, générant les petites portions. Pascal désigne la « distance » d'un poids au centre de la balance – une grandeur finie. Mais il dit aussi que la « distance » du premier plan qui coupe la grandeur au second plan est « égale à la distance du second au troisième, et à celle du troisième au quatrième, etc. » (OC IV, p. 421). C'est-à-dire que la « largeur » des petites portions est donnée par leur « distance ». C'est ce fait qui rend possible qu'on considère « chaque distance » d'une grandeur, qu'on les somme ou qu'on les multiplie, ou même qu'on prenne « toutes les distances ensemble » comme on voit dans le *Traité des Sinus du Quart de Cercle* (OC IV, p. 479).

Une « distance » peut aussi être quantifiée, étant « moindre qu'aucune grandeur donnée » (OC IV, p. 490). À notre avis, c'est là qu'il faut retrouver la relation entre les petites portions et les différences.

Or la « distance » mesure l'épaisseur, si on peut dire ainsi, de chaque petite portion. Mais cette distance est aussi la mesure de l'espace entre deux plans quelconques qui divisent la grandeur, et dans ce sens elle désigne une différence. Si d'abord la « distance » est une *propriété* des petites portions, elle deviendra dans le calcul un *objet* de quantification, et dans ce sens elle sera plutôt prise en tant que différence qu'en tant qu'atribut des petites portions.

Dans 8.4.1 nous avons vu en détail que pour justifier son modèle Pascal arrive à une construction dans laquelle la somme des petites portions *diffère* de la grandeur en question d'*une grandeur moindre qu'aucune donnée*. Nous avons cependant vu que, à la différence de ce que dit Hara, cette quantification ne porte pas sur les petites portions, mais surtout sur les différences.

La quantification des différences est la quantification fondamentale à partir de laquelle on peut effectuer le calcul. On pourrait même songer à avancer une hypothèse

[1]En est un exemple le « lemme » présenté par Pascal : « Si une grandeur A est moindre que quatre autres ensemble B, C, D, E ; Je dis que la différence entre la première, A, et deux quelconques des autres, comme B, plus C, sera moindre que les quatre ensemble, B, C, D, E. Cela est manifeste » (OC IV, pp. 552-553).

ici : la méthode des indivisibles n'est pas ambiguë quant aux « indivisibles » qui lui donnent sa dénomination. Les petites portions étant des indéfiniment petits qui ne sont ni « indivisibles » au sens étymologique du mot, ni ce qui détermine la méthode, il faudrait plutôt considérer les « différences » comme les « indivisibles » de cette méthode. Ce sont elles qui subissent la quantification la plus importante, et qui rendent possible la fondation de la méthode[1].

Si la quantification de la différence n'est pas cependant tout à fait la même que celle des petites portions, la quantification des premières, comme nous l'avons vu dans 8, est néanmoins *dépendante* de la quantification des petites portions. Certains commentateurs ont rapproché cette structure entre les deux entités de la définition de la limite en analyse mathématique moderne par la notation $\delta - \epsilon$, ce qu'il faut approfondir ici[2].

L'idée de cette définition pour indiquer la limite d'une fonction $f(x)$ est que L est la limite de cette fonction si l'on peut approcher autant qu'on veut $f(x)$ de L, en demandant que x soit suffisamment proche de, mais néanmoins différent, d'une constante a. Une définition peut être donnée ainsi[3] : la limite de la fonction $f(x)$ est L avec $x \to a$ si, pour tout $\epsilon > 0$ donné, il existe un $\delta > 0$ tel que si $0 < |x - a| < \delta$, donc, $|f(x) - L| < \epsilon$.

Essayons de formuler la quantification des petites portions et des différences de Dettonville selon ce schème. Soit une « balance » de largeur L. Qu'elle soit divisée

- « en tant de parties qu'on voudra »
- par une multitude « indéfinie » de plans

Quel est alors le statut des petites portions issues de la division indéfinie de la balance L ? Pascal déclare utiliser l'expression « *une multitude indéfinie*, ou *un nombre indéfini* de grandeurs, ou de parties, etc., par où je n'entends autre chose, sinon une multitude ou un nombre plus grand qu'aucun nombre donné » (OC IV, p. 440). Pour « aucun » nombre donné n (mais non pas pour « tout » nombre donné n – voir 12.1), on peut trouver un nombre m plus grand, et faire une division de la balance telle que la petite portion p sera donnée par[4]

$$p = \frac{L}{m} < \frac{L}{n}$$

On peut faire p moindre qu'aucune grandeur donnée, $\frac{L}{n}$, qu'on peut appeler δ selon la notation précédente. Quant aux différences, elles seront moindres qu'aucune grandeur ϵ donnée.

[1] Cette interprétation a été esquissée dans Cortese et Rabouin (2018).

[2] Par exemple Hara (1981), Whiteside (1961) et Breger (2008).

[3] Cf. Apostol, T. M. *Calculus*, 2e éd., v. 1, John Willey & sons, 1967, p. 129.

[4] Rappelons la contrainte que toutes les petites portions d'une division doivent être égales pour Pascal.

Pour la structure du raisonnement par $\delta - \epsilon$ on pourrait la présenter ainsi pour ce cas : donne-moi une grandeur ϵ quelconque, par rapport à laquelle l'erreur doit être rendue moindre. Alors je peux partager la balance dans des petites portions p moindres qu'un certain δ – dans la pratique, comme le modèle de la balance est discret, le $\delta = \frac{L}{n}$ dépendra d'un nombre n par lequel on divise la balance, de sorte que la condition sur l'erreur soit satisfaite.

Quant au fait d'avoir une grandeur qui soit *moindre* qu'aucune grandeur *donnée*, nous croyons que Pascal fait usage ici d'une structure qu'on peut appeler « dialogique »[1]. La deuxième grandeur est alors « relationnelle », dans le sens qu'elle est relative à la première. On serait tenté de parler d'une structure « réactionnelle », dans le sens que la deuxième grandeur surgit comme une *réponse* à la première. Le terme n'étant pourtant pas clair dans le français, nous préférons nommer cet aspect « dialogique », nom qui fait songer à un « dialogue » (fictif) dans lequel cette grandeur apparaîtrait en tant que « réponse ». Certes cela ne s'effectue pas à chaque fois que ce type de grandeur apparaît, mais nous croyons néanmoins que c'est dans ce sens qu'il faut comprendre le *fondement* des grandeurs du type « moindre qu'aucune donnée »[2].

Portant l'attention sur la quantification de l'erreur, Pascal fait un grand avancement par rapport aux fondements de l'analyse, si on peut parler ainsi[3]. Par ailleurs, en quantifiant les *différences*, nous croyons qu'il accomplit un pas vers les *différentielles* qui seront l'objet de Leibniz. Dans ce sens, ce sont les différences qui jouent le rôle principal dans la méthode des indivisibles pascalienne, étant rendues moindres qu'aucune grandeur donnée.

Il faut noter que la quantification des différences est interdépendante de la quantification des petites portions – tout comme la quantification du « pas » par δ dépend de la quantification de l'écart ϵ entre $f(x)$ et L dans l'analyse moderne. Cependant, il faut se garder de dire qu'ils sont le même. Les quantités δ et ϵ sont définies dans l'analyse moderne comme étant de même nature (par exemple des nombres réels), tandis qu'une petite portion est une *partie de la grandeur* correspondante, mais une différence est une *abstraction* qui apparaît dans la comparaison entre la somme de petites portions et la grandeur correspondante dont on calcule l'aire ou le volume.

Par ailleurs, une différence importante nous semble apparaître ici. Aussi bien dans le cinquième *Avertissement* de la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy* (section 8.4.1) que dans le lemme du *Traité des trilignes* (section 8.5), Pascal

[1] Pour ce terme, voir, par exemple, Ernest (1994).

[2] Ernest (1994, p. 33) parle de « an account of mathematics based on the underlying explanatory metaphor of conversation and dialogue », et considère les définitions par $\epsilon - \delta$ comme un des concepts dialectiques. Nous n'approfondirons pas la question de la nature de la « métaphore » du dialogue ici, acceptant le terme de « grandeur dialogique » dans le sens d'une grandeur qui apparaît dans un contexte, « en réponse » à une autre.

[3] Il faut faire attention au fait qu'il n'y a pas de quantification au sens logiques des « quantificateurs » chez Pascal. Nous employons toutefois le terme pour indiquer la restriction de domaine sur une quantité quand Pascal écrit qu'elle est « moindre qu'aucune donnée » Ce qui ce type d'expression montre, comme nous le verrons, est une dépendance de caractère relationnel.

fait une subdivision de la balance[1], dans une procédure où la quantification des petites portions est « transférée » à la quantification des différences, car les petites portions *deviennent* des différences. Pascal rend ainsi la quantification des différences « subordonnée » à celle des petites portions. Or dans la notation moderne de l'analyse, le δ est dépendent du ϵ. Rappelant que nous faisons la formalisation d'une petite portion comme moindre que δ et une différence moindre que ϵ, quand une petite portion *devient* une différence (comme c'est le cas dans les exemples évoqués), le ϵ devient dépendant du δ. L'ordre de dépendance de ces quantifications est alors *l'inverse* que celui de l'analyse moderne.

Cela semblerait être plutôt une exception dans la *Lettre de A. Dettonville à Monsieur de Carcavy*[2]. Si on accepte toutefois une extrapolation de ces cas pour l'ensemble de la *Lettre de A. Dettonville à Monsieur de Carcavy*, il faut dire qu'aussi bien les petites portions que les différences sont rendues moindres qu'aucune grandeur donnée, mais elles possèdent néanmoins des fonctions distinctes dans les calculs – les unes constituent les sommes, les autres délimitent l'écart des sommes aux grandeurs cherchées[3]. Cela paraît moins absurde si on rappelle le rôle central aussi bien du cinquième *Avertissement* de la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy* que du lemme du *Traité des trilignes*.

Doit-on dire alors qu'une petite portion est *moindre qu'aucune grandeur donnée*, de même qu'une différence ? En fait, cela ne se produit qu'*en tant que les petites portions sont prises comme des différences au cours de la démonstration*. Aussi bien les petites portions que les différences ne gagnent du sens qu'au sein de la procédure : dans ce sens, elles sont des entités *relationnelles*.

C'est dans cette articulation que réside la richesse de la méthode de Pascal. Si le raisonnement par des $\delta - \epsilon$ constitue une structure dialogique dans laquelle on peut classer le rapport des petites portions et des différences, il devient clair qui celles-ci existent les unes en relation aux autres. Leur nature n'étant pas claire quand prises séparément, elle se révèle quand leur articulation est comprise. Voici encore la démarche de la comparaison des incomparables.

---

[1] Dans le cas du Traité des trilignes, il le fait par le moyen d'une grandeur auxiliaire.

[2] Rappelons que cela est le titre de la première des quatre *Lettres de A. Dettonville*, la plus longue et que contient les sept petits traités.

[3] Nous sommes ici d'accord globalement avec Descotes (2001a, p. 157) quant à la différence entre différences et petites portions : « La méthode des Anciens consistait à montrer que l'on peut rendre aussi petite qu'on le veut la différence entre une surface que l'on cherche à mesurer et celle qu'on lui inscrit ou qu'on lui circonscrit. L'indivisible de Pascal est aussi une grandeur moindre que toute donnée à discrétion ; mais il en diffère par la substitution de la division indéfinie, étrangère à l'esprit grec, à la technique des inscriptions ». Il faut néanmoins préciser que l'« indivisible » pascalien, si on appelle ainsi les petites portions, comme nous l'avons montré, n'est pas « une grandeur moindre que toute donnée à discrétion », mais moindre qu'*aucune* grandeur donnée, dans un sens non totalisant d'« aucune ». Par ailleurs, nous avons montré que l'application de la quantification aux petites portions constitue plutôt une exception, et que ce n'est que par extrapolation que nous pouvons les prendre ainsi dans l'ensemble des *Lettres de A. Dettonville*.

Quelques historiens s'accordent sur le fait que la réélaboration au XVII^{e} siècle de la méthode « des Anciens » dite d'exhaustion avançait déjà des aspects qui seraient plus tard formalisés par la notation $\delta - \epsilon$ [1]. Cette notation en analyse ne sera développée qu'au XIX^{e} siècle – si on regarde les histoires des « *epsilontics* », le pendule semble osciller entre Cauchy et Weierstrass par rapport aux premiers usages de la notation $\delta - \epsilon$[2].

Mais quelle est la nouveauté de la méthode moderne des limites, notamment dans la notation $\delta - \epsilon$, par rapport à l'ancienne méthode dite « d'exhaustion » ? Est-elle structurellement distincte de celle-ci ou est-elle plutôt une reformulation ? La méthode « directe » est-elle essentiellement distincte de la méthode « indirecte » des Anciens[3] ? Nous croyons avoir montré, en accord avec la formulation de Pascal lui-même, que dans le cas de sa méthode il y a une équivalence – avec la différence que l'aspect « indirect » est plutôt renvoyé à la constitution du modèle qu'à chaque procédure de calcul. On pourrait parler ainsi d'une méthode qui ne serait qu'une « abréviation » de la méthode des Anciens[4].

Quelques historiens ont en effet proposé que l'abréviation de la méthode apagogique « des Anciens » était un trait plus général des mathématiques du XVII^{e} siècle, Pascal n'étant qu'un de ses promoteurs, à côté de Fermat, Wallis, Huygens et d'autres[5].

[1] Pour Whiteside (1961, p. 331), « the method [of exhaustion] as it was generalized in the the 17th century from the relatively simple classical Greek exhaustion technique becomes equivalent to a *Cauchy-Riemann* definite integral defined on a convex point-set ».

[2] Voir, par exemple, Cajori (1993, p. 256), qui propose que Weierstrass a utilisé le langage des ϵ, ainsi que Cauchy, qui dès 1821 a utilisé des ϵ et quelques fois des δ. Aussi Bolzano est évoqué comme ayant proposé une définition de ce type. « Central to Cauchy's successful rigorization of the calculus was his simultaneous realization of two facts. First, that the eighteenth-century limit concept could be understood in terms of inequalities ("given an epsilon, to find an n or a delta"). Second, and more important, that once this had been done, all of the calculus could be based on limits, thereby transforming previous results on continuous functions, infinite series, derivatives, and integrals into theorems in his new rigorous analysis » (Grabiner 1983, p. 88).

[3] Il faut encore rappeler le fait que la méthode des Anciens semble être au XVII^{e} siècle synonyme de méthode rigoureuse. Torricelli, par exemple, présente dans son *scholium* des démonstrations à la manière des Anciens en alternative à celles qu'il développe dans le corps du texte (cf. Mancosu 1996). Néanmoins, le changement des méthodes de calcul par rapport à celle des anciens pourrait se justifier d'un fait très simple : la méthode des Anciens rendant nécessaire la *construction* de polygones inscrits et circonscrits, cela n'est nullement évident pour certaines figures dont on cherche à calculer l'aire.

[4] Breger (2008, p. 187) écrit : « nowhere does Pascal introduce new mathematical magnitudes with a fixed, though infinitely small value. Strictly speaking, a division "jusqu'à l'infiny" is of course impossible. In truth he really means an abbreviation of the method of proof. Pascal is saying, so to speak : take a look at the procedure and make it clear to yourself that the proposed relationships are valid for every other division, however small ; in other words, an apagogic proof is possible ».

[5] « It has been proposed that Pascal had a strong influence on Leibniz in that Leibniz adopted the neglect of quantities from Pascal (cf. Boyer, 1959, 150). This proposal, however, is out of the question. Boredom at the long-windedness of the apagogic proof is not only typical of Pascal, but also of Fermat, Wallis, Huygens, Leibniz and others. Even if the apagogic proof remains the model and ultimate foundation, in the second half of the 17th century mathematicians were interested

Un travail à faire serait d'identifier l'influence de cette procédure pascalienne pour Leibniz. Quoique Breger (2008) n'y voit pas de lien direct, nous croyons que le traitement des différences de Pascal serait à rapprocher des différentielles leibniziennes, et que dans les deux cas on retrouve une importante conception d'*égalité sous la condition d'une erreur rendue moindre qu'aucune grandeur donnée*[1]. Si un tel travail serait à faire, il faut néanmoins noter que Leibniz dit souvent que sa méthode n'est qu'un abrégé de la procédure d'Archimède, la méthode « directe » n'étant qu'une réélaboration de la méthode indirecte[2]. La possibilité s'ouvre alors de considérer la méthode « directe » des limites comme une réélaboration de la méthode des Anciens : « Or, en quoi consiste le passage à la limite, si ce n'est dans la forme directe donnée aux raisonnements par l'absurde qui s'appuient sur la méthode infinitésimale ? » (Bosmans 1913, p. 198). Si pour Pascal la méthode directe n'est rien d'autre qu'une réélaboration de la méthode apagogique, il faut prendre en compte le fait plus général que le vrai ne se montre que comme négation du faux – voir 14.2.6.

Nous voudrions avancer encore une hypothèse sur l'origine de la notation $\delta - \epsilon$, à développer dans des travaux futurs.

Nous avons déjà cité l'article de Descotes (2010), qui a retrouvé dans des manuscrits une notation symbolique de Pascal inédite jusqu'alors. Dans le même manuscrit, on peut voir la figure 12.2.

On trouve dans ce manuscrit une figure (Descotes 2010, p. 520) pour laquelle Pascal a utilisé des « d » pour la division de la base et des « e » pour la division de la courbe. Jusque-là, rien de spécial ; dans la figure 4 de Dettonville, par exemple, Pascal

in finding a solution, i.e. in the analysis. The connection between infinitesimals and what we now call epsilontics was obvious enough for 17th-century mathematicians. Accordingly, Leibniz often emphasized the relationship between his infinitesimal calculus and Archimedes (GM V, 322), whereby he also underlines the fact that Archimedes had provided no formal calculus. To reinforce this emphasis, Leibniz compares his relation to Archimedes with that of Descartes to Apollonius or Euclid. Leibniz's justification of infinitesimal calculus by way of epsilontics has, with few exceptions, not been taken seriously. Leibniz's remark has also been taken to mean that he had thought of replacing an infinitesimal magnitude with a small positive epsilon (Bos, 1974, 55–56) – a procedure that does not in every case allow easy transformation of the analysis into proof and that in addition is not applicable to differentials of a higher order – instead of an apagogic proof, which would demonstrate in retrospect the correctness of the result found in every single case, if one considers it worthwhile » (Breger 2008, p. 187-188). Voir aussi Whiteside (1961, p. 331-348).

[1] R. Arthur propose un *Principle of Unassignable Difference* pour rendre compte d'un type de raisonnement fait par Leibniz : « Two quantities or ratios of quantities whose difference can be made smaller than any assignable difference, are equal » (cette version du principe nous a été gentillement communiqué par l'auteur ; cf. aussi Arthur 2008, p. 19).

[2] Leibniz écrit : « Because instead of the infinite and the infinitely small one takes quantities that are as large or as small as it is necessary so that the error is smaller than the given error so that one differs from the style of Archimedes only by the expressions which are more direct in our method and more suitable for the art of invention ». Leibniz écrit, par exemple : « Videndum exacte an demonstrari possit in quadraturis, quod differentia non tamen sit infinite parva, sed omnino nulla » (A VI 3, 52, p. 434). Cf. Rabouin (2015, p. 360).

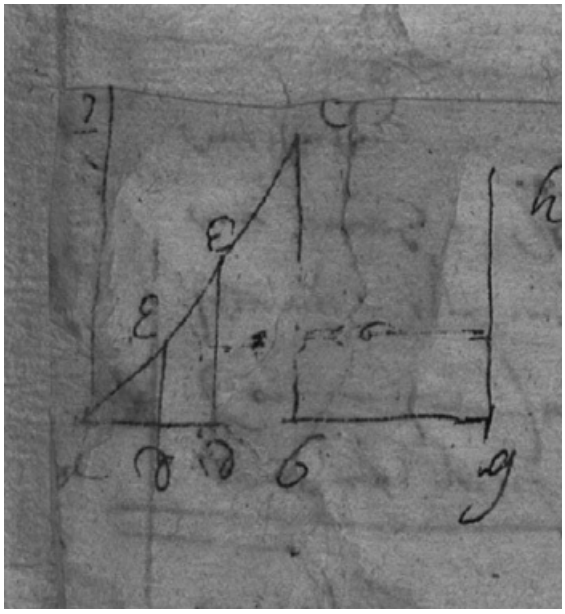

FIGURE 12.2 : Image du manuscrit trouvé de Pascal (reproduction présentée par Descotes 2010, p. 520 ; détail du Recueil Original des *Pensées* (Fds. Fr. 9202 de la BNF), p. 410).

avait divisé la base dans des « E » et la courbe dans des « D ». Or l'intéressant est que dans le manuscrit on voit que l'écriture du « d » de Pascal ressemble beaucoup à un... δ ! Et celle de l'« e » à celle d'un ϵ ! Est-ce qu'il y aurait une tradition d'écriture qui rapporte les divisions indéfinies de la base et de la courbe et qu'on pourrait identifier comme remontant à Pascal ? Pourquoi Pascal a-t-il utilisé les lettres « d » et « e » ?[1].

Le « e » pourrait bien venir d'« *écarts* » ou d'« erreurs »[2]. Le « d » pourrait de son côté venir des « *divisions* ».

Une autre hypothèse serait la suivante : Pascal travaille avec des trilignes ; ceux-ci requièrent trois lettres pour être décrits – rien de plus naturel que de les appeler A, B et C. Étant donne cette structure de base, pour ainsi dire, on sous-divise deux de ses parties et on fait la corrélation de leurs petites portions. Ce sont la quatrième et la cinquième grandeurs à être traitées – il est compréhensible, alors, de les appeler D et E. Le D et le E sont les deux éléments qui s'ajoutent à une structure ternaire, la corrélation de variables à partir d'un élément plan donné. Les « quatrième » et « cinquième » éléments seraient ici la manière de faire la corrélation entre des portions indéfiniment petites issues des divisions de deux des trois éléments (base, axe, courbe), déjà donnés.

[1]Dans la figure 10.6 des *Lettres de A. Dettonville*, Pascal note par E les divisions de la base, et par D les divisions de l'axe. Dans la figure 8.19, Pascal utilise des E pour la division de la base, et des D pour la division de la courbe.

[2]Voir les usages de Fermat et de Descartes, sous la forme des *ee*.

L'importance de la quantification des différences dans la méthode de Pascal, comme nous l'avons annoncé, est qu'elle permet de trouver une « égalité » sous la condition d'une erreur rendue moindre qu'aucune grandeur donnée. D'où Pascal pourrait avoir hérité une inspiration pour cela ? Même si nous ne nous proposons pas à une exhaustion sur la question, une piste est à donner ici :

> Pour conclure de là à l'égalité exacte, Pascal pense certainement aux *syllogismes* apagogiques par lesquels, dans la *Statique*, qu'il connaît à fond, Stevin achève ses démonstrations par les indivisibles : *Entre toutes les grandeurs qui diffèrent, on peut assigner une grandeur moindre que leur différence. Entre les grandeurs A et B, on ne saurait assigner de grandeur moindre que leur différence. Les deux grandeurs ne diffèrent pas.* On peut concéder à Boyer que l'élision chez Pascal de ce raisonnement, lointain parent de la preuve par l'absurde qui achève les démonstrations des Anciens, suppose un appel à l'esprit de finesse. Mais c'est bien une conception rationnelle, non une intuition du cœur.
>
> (Descotes 2001a, p. 162)

12.3.1 Stevin et l'annihilation de la différence par l'absurde

Stevin a l'habitude d'expliciter ses modes d'argumentation par des figures de syllogisme, selon la logique aristotélicienne[1]. Pour la démonstration que les centres de gravité du triangle, de la parabole, de la pyramide et du paraboloïde tombent sur leurs médianes, par exemple, il utilise toujours le mode de $BAROCO$[2]. Or souvenons-nous que plusieurs discussions se sont développées à propos de la validité de ce mode de raisonnement ; souvenons encore que ce mode de raisonnement aurait pu donner le nom à la période du « baroque »[3].

Dans le premier exemple de la proposition XI des *Éléments de Hydrostatique*, Stevin propose une formalisation de son argument par le mode $DARII$. Par rapport aux éléments de la figure 12.3 :

[1] Dans cette notation, on le sait, A désigne une affirmation universelle (« Tout X est Y »), E une négation universelle (« Aucun X n'est Y »), I une affirmation particulière (« Quelque X est Y ») et O une négation particulière (« Quelque X n'est pas Y »).

[2] Bosmans (1913, pp. 180-181) donne ainsi la formule générale qui serait valable également pour chacun des théorèmes de Stevin pour la détermination de centre de gravité :

> A. *Quand deux grandeurs diffèrent, on en peut trouver une troisième de même nature que leur différence.*
> O. *Or aux deux grandeurs données on ne peut pas assigner de grandeur de même nature moindre que leur différence.*
> O. *Donc les deux grandeurs données ne diffèrent pas.*

[3] Une autre possibilité pour l'étymologie de « baroque » est que le terme dérive du mot portugais « *barroco* », qui désignait le nom d'un type de perle irrégulière.

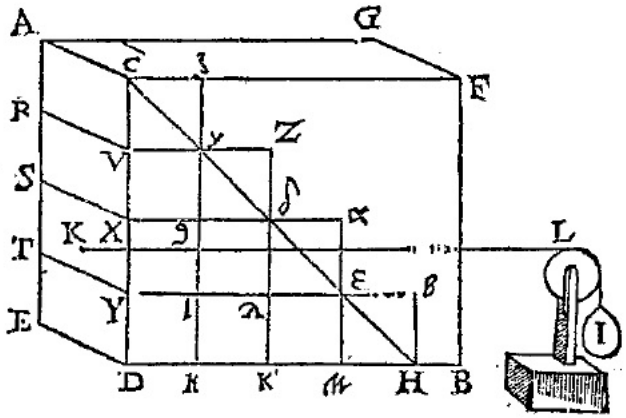

FIGURE 12.3 : Figure présentée pour le premier exemple du théorème IX, proposition XI (Stevin, *Œuvres mathématiques*, p. 489)

> A. *Toute pesanteur qui differe moins du poids reposant contre le fond ACDE, qu'on ne sçauroit donner, est egale au poids reposant contre le fond ACDE.*
>
> I. *Le poids de la demi-collone ACHDE, est une pesanteur differant moins du poids, qui repose contre le fond ACDE, qu'on sçauroit donner.*
>
> I. *Le poids donc de la demi collone ACHDE est egal au poids qui repose contre le fond ACDE.* (Stevin 1634, p. 489)

Il s'agit d'un argument où tous les propositions sont affirmatives ; par ailleurs, on voit que Stevin affirme explicitement l'*égalité*[1] entre les deux poids à condition qu'ils diffèrent moins [qu'un poids] qu'on ne saurait donner, semblablement à ce qu'on verra chez Pascal entre une somme et la grandeur cherchée.

Dans le quatrième exemple de la même proposition, en revanche, Stevin présente une formalisation de l'argument qui est du type *BAROCO* :

> A. *Entre un poids quelconque & $\frac{1}{2}$ pied d'eau, s'ils sont differens, se peut trouver un poids moindre que leur difference.*
>
> O. *Or entre le poids qui repose contre le fond AD, & $\frac{1}{2}$ pied d'eau, on ne peut donner aucun poids moindre que leur difference.*
>
> O. *Le poids donc qui repose contre le fond AD, n'est en rien different de $\frac{1}{2}$ pied d'eau.* (*Œuvres mathématiques*, p. 491)

On a ici égard à une sentence affirmative universelle et deux sentences négatives particulières. D'ailleurs il conclut qu'*il n'y a pas de différence entre les deux poids.*

[1] Dans le néerlandais, Stevin écrit « *is euen* » (Stevin 1955-1966, I, p. 426). Dans sa traduction, en revanche, Snellius fait omission des lettres qui indiquent les types de proposition (*De Hydrostatices Elementis*, dans les *Hypomnemata mathematica*, Leiden, 1605-1608, t. 4, p. 123).

L'égalité des poids n'est plus donnée « directement », comme dans le premier exemple (par le raisonnement du type *DARII*), mais par la négation d'une négation. On s'aperçoit qu'il s'agit d'un raisonnement qu'hérite d'une structure de supposition par l'absurde.

Que dire alors de l'équivalence entre ces deux types de raisonnement, qui apparaissent dans deux exemples de la même proposition ? Le premier syllogisme comporte trois affirmations, tandis que le deuxième une affirmation et deux négations, dans ce qui serait à rapprocher d'une démonstration indirecte par l'absurde. Néanmoins, dans les deux cas une quantification apparaît : celle de la différence à aucune grandeur qu'on ne saurait donner. On voit alors une ressemblance au raisonnement de Pascal, un travail étant à faire d'analyser l'histoire de ce type de quantifications avant Stevin. Finalement, il faut noter que Stevin fait usage de cette quantification pour arriver à une notion d'égalité sous la condition d'une différence rendue moindre qu'aucune grandeur donnée, de même que Pascal[1]. Voici les portes ouvertes pour l'équivalence entre la procédure « indirecte » et celle « directe ».

12.4 « Petites portions » et conservation de l'homogénéité

En considérant la nature des « indivisibles » dans la méthode des indivisibles pascalienne, nous avons vu qu'il faut en fait prendre en compte les petites portions et les différences. Quant aux premières, un fait particulier est à prendre en compte : leur rôle pour la conservation de l'homogénéité entre les sommes et les grandeurs (section 12.4.1). Si cela joue un important rôle « opératoire », à la limite on retrouve un cas qui sera d'importance particulière pour nous : le fait que, dans sa pratique, Pascal prend en compte la petite portion d'une petite portion, de manière qu'il devient clair qu'une petite portion n'est nullement, du point de vue étymologique, un indivisible (section 12.4.2).

Dans le *Traité du Triangle Arithmétique* (1654), nous l'avons vu, Pascal se penche sur les nombres figurés, en particulier sur les nombres triangulaires. Il en saisit les propriétés et les applications. En particulier, dans le *Potestatum Numericarum Summa*, il comprend que les sommes de différents « genres » possèdent une propriété : les éléments d'un genre inférieur peuvent être négligés par rapport aux éléments d'un ordre supérieur. Cette conclusion est valable également pour les nombres, quand on

[1]Dans la démonstration du théorème qui donne le centre de gravité d'un triangle, Stevin écrit : « Nous pouvons donc inscrire dans le triangle une figure de ce genre, qui s'en approche indéfiniment, de sorte que la différence soit moindre qu'une surface donnée, si petite soit-elle : *minder dan eenich ghegheven plat hoe cleen het sy.* / D'où il suit, qu'en prenant AD pour diamètre de gravité la pesanteur de la partie ADC, différera moins de la pesanteur de la partie ADB, qu'aucune surface qu'on saurait donner, si petite soit-elle ; *dal eenich plat dat men soude connen gheven hoe cleen het sy* » (Stevin, *apud* Bosmans 1913, p. 180).

considère la somme des naturels, la somme des carrés, la somme des cubes et ainsi de suite.

Dans les *Lettres de A. Dettonville* (1658), Pascal développe le concept de *sommes triangulaires*, et par rapport à cela il considère des divisions indéfinies aussi bien de la base que de l'axe et des courbes, en engendrant des « petites portions » qui sont désignées comme des distances entre des points, par exemple les distances ZZ dans la figure 12.4.

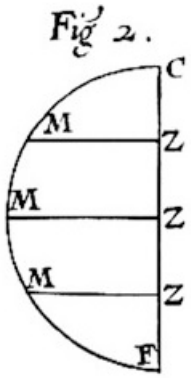

FIGURE 12.4 : Figure 2 de la *Lettre A. Dettonville à Monsieur de Carcavy*

Ces éléments sont utilisés par Pascal dans le contexte des sommes. Il s'agit de petites portions qui jouent un rôle multiplicatif par rapport aux parties de la grandeur sommées par Pascal, en permettant de préserver leur homogénéité à la grandeur constituée par leur somme.

Comme le dit Pascal lui-même, quand il écrit « la somme des lignes », par exemple par rapport aux ordonnées à l'axe d'un triligne, il faut comprendre la somme des *petits rectangles* faits de ces lignes avec chacune des petites portions de l'axe, c'est-à-dire, des sommes d'éléments du type $ZZ.ZM$ (fig. 12.7). Il reste implicite que cette somme devra comporter une multitude indéfinie d'éléments, puisque les divisions de la base ou de l'axe sont en nombre indéfini.

Il faut discuter ici le statut de ces « petites portions ». Pour Merker (2001, p. 12), les petites portions issues de la division indéfinie d'une droite sont des « sortes de différentielles géométriques ». Toutefois, Merker elle-même dit qu'on ne retrouve pas à proprement parler des différentielles dans les écrits de Dettonville : il faut alors préciser ce que seraient ces « différentielles géométriques ». D'ailleurs, ces petites portions entrent dans des multiplications avec non seulement des grandeurs finies (des parties de la grandeur), mais pour qu'on ait une conservation de l'homogénéité des sommes, nous pouvons croire que Pascal laisse implicites des multiplications de petites portions par des petites portions. Ce sont ces questions que nous considérons par la suite.

12.4.1 Sommes simples, triangulaires et pyramidales : les petites portions qui leur sont associées

Nous avons vu à la section 8.3 comment Pascal définit les sommes triangulaires et les sommes pyramidales. Nous devrons maintenant considérer leur rapport aux « petites » portions. Pour cela, il faut considérer le huitième avertissement de la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy*. Pascal rappelle que, dans le cas d'une division indéfinie, la somme simple des ordonnées est égale à l'espace du triligne. Ensuite, il considère que, dans la figure 12.5,

> *la somme triangulaire de ces ordonnées* IK, GH, FE, *etc., à commencer du côté de la base* CA, *est la même chose que la somme des rectangles compris de chaque ordonnée et de sa distance de la base ; c'est-à-dire, la somme des rectangles* IK *en* KA, GH *en* HA, FE *en* EA.
>
> *Ce qui est bien aisé à démontrer en cette sorte. Puisque les distances* AK, KH, HE, *sont égales, et qu'ainsi en prenant* AK *pour 1,* AH *sera 2,* AE *3, etc., il s'ensuit que la somme des rectangles* IK *en* KA, GH *en* HA, FE *en* EA, *etc., n'est autre chose que* IK *multiplié par 1*, GH *multiplié par 2,* FE *par 3, etc. ; ce qui n'est que la même chose que la somme triangulaire des ces droites* IK, GH, FE, *comme je l'ai montré dans le commencement.* (OC IV, p. 431)

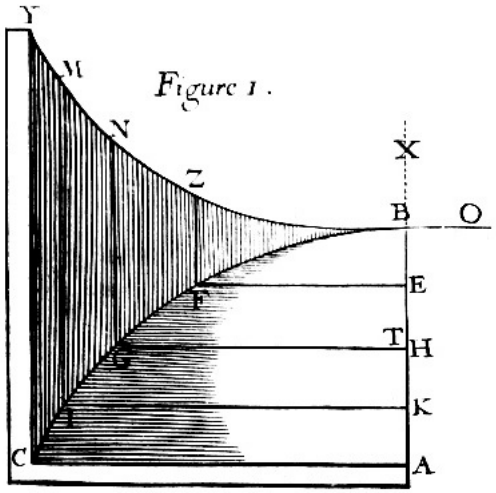

FIGURE 12.5 : Figure 1 de la *Lettre A. Dettonville à Monsieur de Carcavy*

Le passage est complexe quant à la question de l'homogénéité des petites portions aux grandeurs correspondantes. Pascal avait déjà déclaré que, quand il écrit « la somme des lignes », cela veut dire la somme de petits rectangles. Maintenant, pour la somme triangulaire Pascal dit aussi qu'il s'agit d'une somme de rectangles. Mais il

ne s'agit pas de la somme des *mêmes* rectangles : si dans le premier cas les rectangles sont indéfiniment petits (composés par les *mêmes* petites portions)[1]

$$(\sum IK, GH, FE, etc.).DD$$

En revanche, quand on exprime la somme triangulaire comme une somme simple, celle-ci est faite des rectangles composés par les hauteurs et par les distances à la base (KA, HA, EA), qui ne sont pas égales :

$$\sum IK.KA, GH.HA, FE.EA, etc.$$

Et si « les distances AK, KH, HE sont égales » on peut prendre « AK pour 1, AH sera 2, AE 3, *etc.* » – alors, la somme des rectangles $IK.KA$, $GH.HA$, $FE.EA$ est équivalente à la somme des quantités IK, GH, FE, etc., multipliées par les divisions DD et respectivement par les nombres $1, 2, 3$, etc.

Ainsi, cette deuxième somme serait

$$\sum 1.IK.DD, 2.GH.DD, 3.FE.DD, etc.$$

Qui n'est rien d'autre que la somme triangulaire de ces quantités.

La première somme, de rectangles indéfiniment petits, constitue un plan, tandis que la deuxième, de « rectangles » finis, constitue un solide :

> *Car il faut remarquer que, comme la simple somme de ces lignes fait un plan, ainsi leur somme triangulaire fait un solide, qui est composé d'autant de plans qu'il y a de divisions dans l'axe ; lesquels plans formés par les sommes simples particulières (des ordonnées) dont la somme totale fait la somme triangulaire. Car la somme triangulaire des ordonnées se prend ainsi : premièrement, en les prenant toutes ensemble* CA, IK, GH, FE *ce qui fait un plan égal au triligne ; ensuite en les prenant toutes excepté la première, c'est-à-dire* IK, GH, FE, *ce qui fait un autre plan égal au triligne* BIK ; *et ensuite* GH, FE, *ce qui fait un autre plan égal au triligne* BGH, *etc. De sorte qu'il y a autant de plans que de divisions, chacun desquels plans, étant multiplié par les petites portions de l'axe, forment [sic] autant de petits solides prismatiques d'égale hauteur, tous lesquels ensemble font un solide.* (OC IV, pp. 431-432)

Cela peut choquer au premier regard[2]. Mais remarquons ce qui est en jeu ici. Les petites portions qui entrent dans une somme doivent être homogènes à la grandeur qu'elles composent : comme le dit l'*Avertissement*, il faut comprendre que les « lignes » sont en fait des rectangles. Mais cela est valable pour une somme simple. Quant

[1] Comme $AK = KH = HE = EB$, nous écrivons DD pour simplifier.

[2] À notre avis, dans la dernière phrase l'hésitation grammaticale de Pascal, qui commence la phrase en parlant d'un des plans, et la finit en parlant de l'ensemble des plans, montre comme le passage est complexe.

à la somme triangulaire, elle est la somme d'une somme : elle sera la somme de ces rectangles, lesquels sont constitués par les sommes des ordonnées. La somme triangulaire des ordonnées est alors un solide, et il faut également multiplier les rectangles par les petites portions, de même qu'on l'avait fait pour les lignes. Une somme triangulaire fait alors « monter » de deux dimensions : on passe des lignes à des solides. Pascal n'explicite jamais qu'il y a une double multiplication par des petites portions dans le cas des sommes triangulaires ; mais sa déclaration que la somme triangulaire de lignes fait un solide nous le laisse entrevoir.

Ainsi, si on considère une figure comme la 12.4, la somme simple des ordonnées est

$$\sum ZZ.ZM = \text{plan CMF} \tag{12.1}$$

Quant à la somme triangulaire, exprimons-la d'abord en tant qu'une somme simple[1]. Si chaque rectangle est $ZZ.ZM$, le bras correspondant à chaque point Z sera donné par $i.ZZ$, où i est la « position » du point Z[2]. Alors, comme $ZZ.ZM.i.ZZ = i.ZM.ZZ^2$, la somme des produits de chaque rectangle par sa distance à l'extrémité sera

$$\sum i.ZM.ZZ^2 = \sum_{triangulaire} ZM.ZZ^2$$

Où on voit apparaître, selon notre interprétation, le carré d'une petite portion : ZZ^2. Remarquons que celle-ci n'est pas la même somme simple que celle de l'équation 12.1, mais une somme simple équivalente à la somme triangulaire, car elle contient les distances de chaque point à l'extrémité. Par rapport à l'élément $i.ZZ$, remarquons qu'il est une mesure de la longueur de l'origine jusqu'au point Z en question, et le nombre i en question indique le nombre de petites portions de l'origine jusqu'au même point Z.

[3].

En général, une somme simple chez Dettonville devra alors avoir des éléments multipliés par des petites portions, tandis que les sommes triangulaires auront des éléments multipliées par des carrés de petites portions, fait jamais explicité par Pascal, mais sur lequel nous sommes d'accord avec l'interprétation de Merker (2001).

[1] Cf. Merker (2001, p. 31).

[2] Certes la division doit être dans une « indéfinéité » de points Z, et Pascal ne les indexe jamais.

[3] Cf. Jullien (2015a, p. 186) à propos de Roberval : « One point should be stressed : if *a is the length of the base* of the figures under consideration, then *a* has two meanings in all demonstrations (as is the case for Pascal or Wallis) ; firstly "the greatest value or magnitude", and secondly "the *infinite number* of divisions which are carried out ; that is to say, the 'as many times' as there are lines, or rather cuts". Hence, when we write $a.a^2$, the first is a sort of cardinal number, the second the length of a line. This is perfectly expressed by Roberval when he writes, on p. 195 [*Traité des Indivisibles*] : "Hence, to multiply a square as many times as the value of one of its sides, that is to say, by its side, is to make it a cube", as though the *number of points, or of small parts*, were a measure of the continuous side ».

Il est intéressant que les carrés des petites portions apparaissent (implicitement) en tant que contrepartie de sommes triangulaires, qui, elles, sont des *sommes de sommes simples*. Nous reviendrons sur cet aspect de correspondance entre une *double* somme et la *deuxième* puissance d'une petite portion.

Quant aux sommes pyramidales, on aura la somme d'éléments multipliés par des *cubes de petites portions*. Cela est indiqué par Pascal (toujours implicitement) dans le même *Avertissement*, quand il dit que « la somme pyramidale des mêmes ordonnées fait un plan-plan » (OC IV, p. 432). Le plan-plan étant un élément de quatrième dimension, on voit alors que la somme pyramidale fait que d'une somme résulte un élément de trois dimensions au-dessus. On aurait ainsi :

$$\sum \text{ordonnées}.DD = \text{plan (2e dimension)}$$

$$\sum_{triangulaire} \text{ordonnées}.DD^2 = \text{solide (3e dimension)}$$

$$\sum_{pyramidale} \text{ordonnées}.DD^3 = \text{plan-plan (4e dimension)}$$

Comme Merker (2001), nous utiliserons toujours cette notation, en assumant qu'on peut supposer ces puissances de petites portions dans les calculs de Pascal, étant donné qu'il déclare que les différents types de sommes résultent en des éléments de dimensions différentes.

Dans le *Traité des Trilignes*, les propositions VII à XI, qui peuvent être interprétées anachroniquement comme des équations pour des intégrales avec des changements de variables, montreront des équivalences entre des sommes simples et des sommes triangulaires, et entre des sommes simples et des sommes pyramidales[1].

Avant de préciser le statut de ces puissances de petites portions, il faut considérer ici le traitement des dimensions géométriques des grandeurs dans les *Lettres de A. Dettonville*. Quant au fait qu'avec les sommes pyramidales on arrive à un plan-plan, c'est-à-dire, un élément de quatrième dimension, cela ne cause pas de problèmes, car Pascal déclare que

> l'on ne doit pas être blessé de cette quatrième dimension, puisque (...) en prenant des plans au lieu des solides, ou même de simples droites, qui soient entre elles comme les sommes triangulaires particulières qui font toutes ensemble la somme pyramidale, la somme de ces droites fera un plan qui tiendra lieu de ce plan-plan. (OC IV, p. 432)

[1] On lit dans l'*Avertissement* final du *Petit Traité des Solides circulaires* : « *la somme pyramidale des droites* oc *est la même chose que la somme triangulaire des espaces* VcoP (...) *la somme triangulaire des mêmes* oc *est la même chose que la simple somme des espaces* VcoP » (OC IV, p. 510. Cf. fig. 12.6). Comme l'indique Descotes (2001a, p. 156), ce passage préfigure les intégrales simples et doubles.

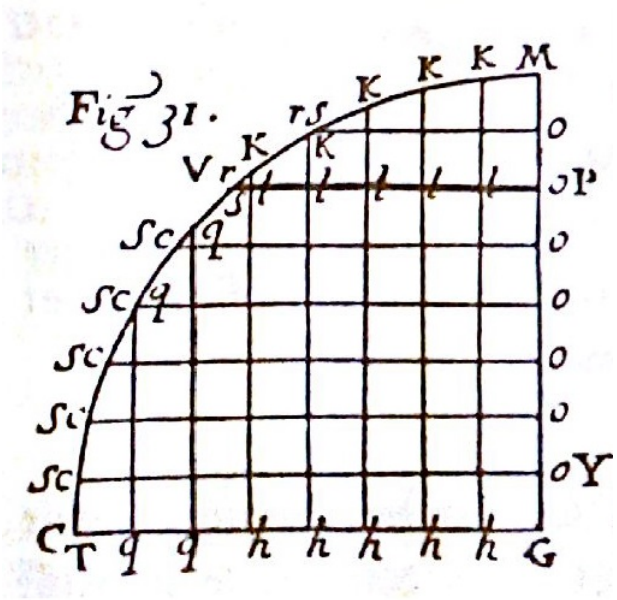

FIGURE 12.6 : Figure 31 de la *Lettre A. Dettonville à Monsieur de Carcavy*

La résolution de la quatrième dimension par Pascal est faite par la substitution des entités en question par des entités d'une dimension inférieure, qui préservent le même rapport entre elles que les quantités de quatrième dimension : les rectangles, par exemple, sont substitués par des droites qui ont le même rapport entre elles qu'un rectangle à l'autre[1]. Il s'agit alors d'une substitution par proportion, dans laquelle les éléments *dans chaque rapport* sont de même dimension, quoique dans son ensemble ils ne le soient pas[2].

L'originalité de l'approche pascalienne de la quatrième dimension a été bien soulignée par le P. Bosmans. Cependant, nous ne sommes pas totalement d'accord quand Bosmans (1923b, p. 345) conclut que pour Pascal « l'espace à quatre dimensions est un langage qui ne doit pas blesser les personnes intelligentes, puisqu'il ne s'agit en réalité que d'une multiplication », de sorte qu'il y aurait « un langage conventionnel qui désigne une opération arithmétique parfaitement claire ». Le fait d'abaisser le raisonnement géométrique d'un ou deux degrés deviendrait alors, selon Bosmans, un artifice « commode », qui ne gênerait pas les lecteurs éclairés sur le sujet.

Certes il y a de la commodité dans ce calcul, et la stratégie de Pascal est « instrumentaliste » dans le sens qu'elle ne se préoccupe pas de défendre le plein droit

[1] À la suite de la cinquième proposition du *Traité des Trilignes*, que nous analyserons dans 12.4.2 Pascal déclare : « On a été assez averti dans la lettre que la quatrième dimension n'est point contre la pure géométrie, puisqu'en substituant, tant aux EG carré qu'aux rectangles AD en DF, des droites qui soient entre elles en même raison que ces carrés et ces rectangles, on démontrera la même chose par la même manière, sans aucun changement et sans quatrième dimension » (OC IV, p. 448). Cf. aussi OC IV, p. 427.

[2] Cela serait à rapprocher de la procédure de Stevin dans – voir 7.2.

d'être des grandeurs de quatrième dimension. Néanmoins, nous ne croyons pas que Pascal utilise ici la géométrie comme simple illustration de problèmes arithmétiques : la motivation est géométrique, ainsi que les solutions. Les sommes triangulaires sont certes une arithmétisation de certains calculs ; mais elles ne laissent pas d'être géométriques. À notre avis, le recours fait par Pascal à la théorie des proportions, en substituant des rapports entre des grandeurs de quatrième dimension par des rapports entre des lignes, relève plutôt d'une démarche d'équivalence au sein même de la géométrie. Cela ne revient pas à arithmétiser (bien qu'il y ait d'arithmétisation ailleurs dans la géométrie de Pascal, notamment avec les sommes triangulaires), mais indique tout simplement la puissance de la théorie des rapports et des proportions. La géométrie reste géométrique. Quand le rapport entre des lignes sert à des calculs sur des rapports entre des grandeurs de quatrième dimension, ce qui se passe est plutôt une « opérationnalisation » de la géométrie elle-même pour qu'on calcule en géométrie. L'expression de J. Chevalier, reprise par Merker (1993) est ainsi heureuse : Pascal fait une « géométrie calculante »[1].

[1]Chevalier propose que la « langue mathématique » de Pascal revient à « la géométrie calculante des anciens », et n'admet les opérations « que dans un cadre géométrique ». Il mentionne comme exemples de cela le fait que Pascal considère la quatrième dimension dans la lettre à Carcavi et le fait que « rectangle » désigne pour lui ce que nous dirions aujourd'hui être un *produit* du type *ab* (Chevalier, dans Pascal 1936, p. 119). Quant à la dernière remarque, il faut se souvenir que, tout en étant rapporté à la géométrie, le langage des « rectangles » était un lieu commun dans l'Âge Classique. D'autre part, le fait de rapporter des calculs de quatrième puissance à une quatrième dimension laisse voir que Chevalier est correct : il y a « géométrie calculante ». Pour Descotes (2001a, p. 156), plus qu'une signification concrète, les petites portions de Dettonville ont une fonction *opératoire* qui annonce celle des *dx* et *dy* dans le calcul différentiel.

Descotes (2001a, p. 155) ne croit pas qu'il n'y ait d'algébrisme chez Pascal : « Ce qui distingue l'esprit d'abstraction chez Pascal de celui des analystes, c'est qu'il ne se manifeste pas par une formalisation symbolique préliminaire, mais par une généralisation progressive à partir de la réalité géométrique ».

Finalement, la vision que Pascal n'aurait aucune écriture formaliste des mathématiques a été remise en cause avec la récente découverte d'un manuscrit avec des calculs de la main de Pascal. Cf. Descotes (2010, pp. 517-518) : « What the present manuscript lays down once and for all is that the age-old reproof to Pascal for not making use of symbols stems from a misunderstanding. True enough, the *Lettres de A. Dettonville* are written in rhetorical style, without the use of a symbolical system of the Cartesian sort. However, Folio 410 attests that Pascal does have at his disposal a symbolical language (...) Obviously, Pascal's writing here is not symbolical in the sense that the algebraic writing of Descartes is, for instance, and does not lend itself to the type of functional interpretation that we can apply to the formulae of the *Géométrie*. However, the misunderstanding bears less on the actual existence of a symbolism than on its meaning and on its end. This may be due to a narrow view of what a symbolical idiom really is, a view limiting the notations to literal signs suitable for use in operatory manipulations. Pascal's symbolism is not that of an analyst ; its aim is not to reduce a proposition to a formalised series of abstract signs allowing different combinations strung together in Cartesian fashion, almost blindly one could say. His symbolism is that of a writer, to whom the use of symbols is on one hand a way of ensuring the solidity of his logical process during the composition, and on the other hand a way to lay down a sturdy base for a clear, rigorous, and comprehensible developed version » . L'hypothèse de Descotes est alors que Pascal commence en écrivant des symboles (notamment □ pour un « rectangle » entre deux lignes, et « tous les ... » pour des portions de la figure), pour après arriver à des expressions comme

Pascal avait donné la même solution dans un passage antérieur : « On doit entendre la même chose par la somme des solides ; car il faut entendre de même qu'ils soient tous multipliés par ces mêmes portions égales, ou au moins (si l'on ne veut pas admettre une quatrième dimension) qu'on prenne autant de lignes droites qui soient entre elles en même raison que ces solides, lesquelles étant multipliées chacune par chacune de ces parties égales BE, EH, *etc.*, elles formeront en plan qui servira de même à trouver la raison cherchée » (OC IV, p. 427). Une proportion auxiliaire sert de recours pour que la quatrième dimension ne soit pas aporétique : les dimensions supérieures ne sont pas un problème grâce à un passage à des dimensions inférieures en conservant des rapports. On retrouve ici quelque chose de semblable au 5e *Avertissement* de la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy*, au lemme analysé du *Traité des trilignes*, au lemme initial du *Traité des sinus du quart de cercle* : si dans ces cas on avait égard à une proportion qui était préservée même dans un passage à l'indéfini, ici on retrouve une proportion qui est conservée dans le passage d'une dimension à une autre[1].

Revenons au statut des petites portions, ses carrés et ses cubes, pour lesquelles Merker (2001, p. 39) parle de « différentielles d'ordre 1 à 3 ». Elle précise ce qu'elle veut dire par là :

> Lorsque nous parlerons de « différentielles » d'ordre 2, ou 3 chez Pascal, il s'agira naturellement de carrés, ou de cubes d'éléments infinitésimaux, et non pas de différentielles secondes, ou troisièmes. Aucune trace de vision de la différentielle comme opérateur n'apparaît chez Pascal. Mais il élève constamment les « petites portions » au carré, ou au cube, pour les besoin [sic] de son calcul. Ses « différentielles » sont inféodées à la géométrie, tout en recelant une certaine abstraction, puisque, les sommes pyramidales d'*ordonnées* (êtres de dimension 1) sont de dimensions 4 [sic], comme il le souligne lui-même en les appelant plan-plan. (Merker 2001, p. 37)

On voit bien à quoi Merker fait référence : les carrés de petites portions seront des éléments géométriques « infinitésimaux » qui peuvent changer de dimension quand ils sont multipliés par eux-mêmes.

Mais il ne s'agit pas de différentielles de différents ordres à proprement parler. D'abord, comme Merker même l'avoue, parce qu'on n'a pas de différentielles chez

« la somme des rectangles AG en DE » dans les écrits de Dettonville, purement rhétoriques et sans aucune abréviation symbolique.

[1] Encore dans la lettre à Fermat du 29 juillet 1654, on lit : « J'ai résolu ces problèmes plainement, n'employant dans la construction que des cercles et des lignes droites. Mais, dans la démonstration, je m'en sers de lieux solides, de paraboles ou hyperboles. Je prétends néanmoins qu'attendu que la construction est plane, ma solution est plane et doit passer pour telle » (OC II, p. 1144). Le recours à une dimension supérieure apparaît lors d'une démonstration, sans qu'il affecte en elles-mêmes les grandeurs géométriques qui sont traitées.

Pascal – il s'agit d'une procédure qui relève plutôt de la géométrie, et non pas d'un opérateur. Ensuite (et là le langage de Merker est imprécis), parce que, même si on parle de différentielle, on a égard à un carré de différentielle, et non pas à une différentielle seconde.

Dans le calcul leibnizien, cette différence peut être caractérisée, en notation moderne, du fait que le carré de la différentielle, $(dx)^2$, n'est pas le même que la différentielle seconde $d^2x = d(dx)$. Les points de vue géométrique et algébrique vont à l'encontre l'un de l'autre ici. Géométriquement, le carré d'une ligne est plus grand que cette ligne ; algébriquement, cela est le cas uniquement si la ligne est plus grande que l'unité : si cette ligne est moins grande que l'unité, son carré est moins grand qu'elle[1]. En prenant le carré d'une différentielle, on change aussi bien de dimension que d'ordre d'infinité, tandis que la différentielle seconde fait changer d'ordre d'infinité, mais non pas de dimension (cf. Bos 1974, p. 22).

Dans le cas de Pascal, nous sommes d'accord avec Merker : les carrés de différentielles (à vrai dire : de petites portions) sont du même ordre d'« infini » que les petites portions de deuxième ordre[2]. Mais il ne faut pas les confondre, car ils sont d'une dimension distincte : c'est pourquoi le langage de Merker est à éviter pour cette question, car il est doublement trompeur. Nous ne parlerons pas alors de « différentielles d'ordre 2 », mais de « carrés de petites portions ». Il ne s'agit pas seulement d'une question de nom, car il nous faudra analyser le statut des portions de portions de Pascal par rapport à leur ordre, discutant encore si on peut parler d'ordre d'« infini » ici ou plutôt d'« indéfini ».

Les carrés et les cubes de petites portions utilisés (implicitement) par Pascal dans les sommes triangulaires ne concernent donc pas des différents ordres d'« infini » : il n'y a de changement que pour la dimension, ces éléments servant à une conservation de l'homogénéité des sommes.

Dans les sommes triangulaires apparaissent des éléments multipliés par des carrés de petites portions, et dans les sommes pyramidales des éléments multipliés par des cubes de petites portions. Merker écrit :

> Le rôle de l'exposant 2 (ZZ figure au carré dans la somme triangulaire) est remarquable, il rend la somme finie : la somme triangulaire des $ZM.ZZ$ serait infinie, et celle des $ZM.ZZ^3$ nulle, sans intérêt... L'exposant 2 est le seul possible lorsqu'on parle le langage des sommes triangulaires « continues » : tout se tient dans ce mode de calcul basé sur les *ordres*.
>
> (Merker 2001, p. 32)

Même si nous sommes d'accord avec Merker que dans le cas d'une somme triangulaire de lignes il faut les multiplier par le carré des petites portions, ce n'est

[1] C'est le fait remarqué par Debeaune en 1649 par rapport à la *Géométrie* de Descartes (cf. Bos 2001, p. 298-299).

[2] Par rapport au calcul leibznien, « the order of infinity of k^{th}-order differentials is the same as that of k^{th} powers of first-order differentials (that is, $d^k y$ bears a finite ratio, except at singularities, to $(dy)^k$) » (Bos 1974, p. 23).

pas parce que cela rend la somme finie. La somme triangulaire des $ZM.ZZ$ ne serait pas infinie, ainsi que la somme des $ZM.ZZ^3$ ne serait pas nulle, comme le veut Merker. Ces sommes seraient, respectivement, des sommes triangulaires d'éléments de deuxième et de quatrième dimension. Mais elles seraient bien finies, de même que la somme des $ZM.ZZ^2$ (éléments de troisième dimension, adéquats à la somme triangulaire d'ordonnées).

Reste la question s'il y aurait des éléments de différents ordres d'infini dans un autre aspect des calculs de Dettonville.

Descotes (2001a, p. 158) parle d' « un indivisible d'indivisible, c'est-à-dire un indivisible du deuxième ordre ». Il propose cette terminologie pour un exemple (fig.12.7) : on considère les rectangles infiniment petits $ZZ.ZM$ qui partagent la surface CMF. Chaque rectangle a une partie extérieure au cercle et une partie intérieure à lui. Lorsque les portions ZZ diminuent indéfiniment, dit Descotes, aussi bien les parties extérieures que les parties intérieures diminuent indéfiniment, mais les parties extérieures « diminueront plus vite » que les portions intérieures, de sorte que les premières sont des « indivisibles du deuxième ordre » par rapport à celles-ci.

Il nous semble qu'il y a une équivoque ici : même si la partie intérieure au cercle sera toujours plus grande que l'extérieure, cela ne veut pas dire qu'en devenant indéfiniment petites elles seront d'ordres distincts. Les deux parties étant des indivisibles « de premier ordre » *par rapport au cercle*, leur rapport sera toujours fini, même si on les divise indéfiniment[1].

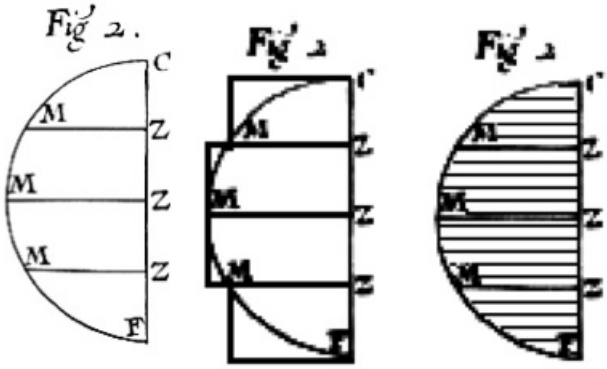

FIGURE 12.7 : Schéma à partir de la figure 2 de la *Lettre A. Dettonville à Monsieur de Carcavy* (Descotes 2015b, p. 218)

On conclut de là que les différentes parties d'un rectangle « indivisible » ne

[1]En fait, Descotes présente ce résultat dans un sommaire sur les « conceptions élémentaires actuelles », afin de les comparer avec la conception de Pascal. Néanmoins, il n'indique pas que l'aspect d'ordres d'indivisibles dans ce cas serait différent pour les indivisibles de Pascal. En fait, pour déterminer si les parties extérieures décroisent plus ou moins vite que celles intérieures, il faudrait déjà déterminer si on évalue ici les rectangles comme étant définis par l'intersection de la courbe avec l'extrémité de droite, de gauche ou le centre de chaque petit rectangle. Cela correspond à la question de définir une somme comme « de Riemann » ou « de Darboux » – voir 8.4.1.

sauraient pas non plus être des éléments de différents ordres. À notre avis, cela n'apparaît que dans un cas dans les *Lettres de A. Dettonville* : comme nous verrons, dans la cinquième proposition du *Traité des trilignes*, Pascal travaille avec des *petites portions de petites portions* – c'est-à-dire, avec la *division indéfinie d'une division indéfinie*. Dans ce sens, on identifiera des éléments de deuxième ordre – mais cela n'est pas une conséquence d'une *multiplication* de petites portions, comme c'était le cas pour la conservation de l'homogénéité ; il s'agit plutôt de la *division d'une division*.

12.4.2 *Traité des trilignes*, cinquième proposition : des petites portions de petites portions

Dans la cinquième proposition du *Traité des Trilignes*, Pascal procède selon une démarche fort complexe : il divise indéfiniment un solide en des petites portions, pour ensuite diviser ces petites portions elles-mêmes indéfiniment, de sorte qu'on a égard à des *petites portions de petites portions*. Nous discuterons cet exemple en prenant en compte la question de la conservation de l'homogénéité et celle du statut de ces éléments[1].

Considérons la proposition en question :

> La somme des solides compris du carré de chaque ordonnée à la base et de sa distance de l'axe est égale à la somme des solides compris du carré de chaque ordonnée à l'axe et de sa distance de la base. (OC IV, p. 446)

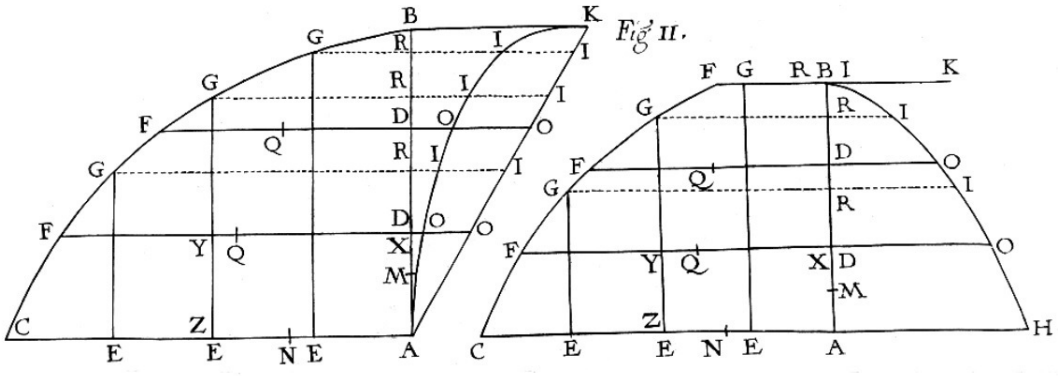

FIGURE 12.8 : Figure 11 des *Lettres de A. Dettonville*

[1] Merker (2001, p. 76) nomme ces éléments des « volumes de deuxième ordre » ; nous suivons son analyse mathématique du problème (pp. 74-77), en détaillant la démonstration lorsque cela nous semble nécessaire. Même si nous ne sommes pas d'accord avec sa terminologie dans tous les aspects (Merker parle aussi de « double infinité » de divisions pour ce cas), son analyse mathématique reste compatible en grande partie avec notre interprétation.

C'est-à-dire que, si on considère la figure 12.8, la somme du produit des carrés de EG par EA est égale à la somme des produits des carrés de DF par DA[1]. Mais, comme nous l'avons vu, Pascal avait déclaré dans un *Avertissement* de la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy* qu'il faut toujours considérer les éléments dans les sommes comme étant multipliés par des petites portions. Même si Pascal n'énonce pas à chaque moment cette précision, l'*Avertissement* nous permet de toujours formuler cette condition pour les sommes. C'est bien une condition d'homogénéité, qui peut être explicitée par la multiplication par les petites portions correspondantes – dans ce cas, les EE et les DD. Ainsi, même si Pascal écrit « la somme des solides de tous les EG carré en EA », et « la somme des solides de tous les DF carré en DA », pour que sa méthode s'applique à des petites portions homogènes au tout, il ne faut pas considérer des solides, mais des solides multipliés par des petites portions, c'est-à-dire, des éléments de quatrième dimension[2]. Ainsi, on peut écrire cette proposition comme[3] :

$$\sum EG^2.EA.EE = \sum DF^2.DA.DD$$

Pascal donne une autre formulation possible à son résultat, en disant que la somme triangulaire des tous des carrés de EG (en commençant par A) est égale à la somme triangulaire des carrés de DF (en commençant par A). Cela peut être écrit ainsi :

$$\sum_{triang.A} EG^2.EE^2 = \sum_{triang.A} DF^2.DD^2$$

Formules dans lesquelles nous rajoutons toujours dans les sommes triangulaires une multiplication par un carré de petite portion afin que l'homogénéité soit préservée (voir section 12.4.1)[4].

Pour la démonstration, Pascal considère le *double onglet* par la base de cette figure. Pour former cet élément, il faut considérer un solide prismatique construit sur

[1] Pour comprendre l'énoncé de la proposition, il faut se souvenir toujours que les ordonnées à la base sont des droites perpendiculaires à des divisions régulières de la base, menées jusqu'à la courbe, et les ordonnées à l'axe sont des droites perpendiculaires à des divisions régulières de l'axe, menées jusqu'à la courbe.

[2] La quatrième dimension n'est pas un problème pour Pascal, comme nous l'avons vu dans l'*Avertissement* qui suit cette proposition. Voir 12.4.1.

[3] Il faut rappeler que cette notation des sommes est moderne, et non pas due à Pascal.

[4] Il y a des différences d'interprétation pour ce cas. Merker (2001, p. 76) fait la somme triangulaire des $EG^2.EE^2$, tandis que Hara (1981, p. 81) fait la somme triangulaire des $EG^2.EE$. Avec Merker, nous considérons qu'il faut prendre en compte l'*Avertissement* de Pascal pour la formalisation des calculs, sous peine de ne pas respecter les contraintes de sa méthode, notamment en matière d'homogénéité. Mesnard (OC IV, p. 446) présente le résultat en notation moderne du calcul intégral :

$$\int_0^a y^2 x dx = \int_0^b dy \int_0^x 2yx dx = \int_0^b x^2 y dy$$

À part le caractère anachronique, cette formulation s'accorde avec la formulation de Merker et avec la notre.

la base à partir des perpendiculaires élevées sur le plan de tous les points du triligne, et par un plan incliné en 45 degrés qui coupe ce solide en passant par la base. On retrouve ainsi l'onglet ; il s'agit d'un solide dont le triligne ABC est la base, et dont les trois autres faces sont composées : par un triangle ABK perpendiculaire au plan du triligne ; par une face ACK dans le plan incliné ; et par une surface courbe CBK sur la courbe BC du triligne. Le double onglet est formé en dupliquant ce solide de manière symétrique par rapport à la base (fig. 12.9)[1].

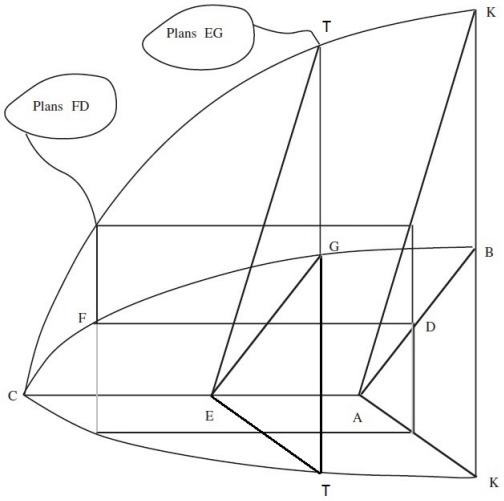

FIGURE 12.9 : Figure de Merker 2001, p.75, modifiée.

La démonstration de Pascal consiste à couper le double onglet par deux ordres de plans[2], qui passent respectivement par les ordonnées EG à la base et par les ordonnées DF à l'axe, pour ensuite, en considérant le centre de gravité du double onglet, utiliser la « méthode générale des centres gravité » pour montrer l'égalité des sommes dont il est question. Nous faisons ici une reconstruction de la démonstration

[1]La figure présentée est celle de Merker (2001, p.75), modifiées par nous par l'ajout de deux lignes qui montrent que les plans par EG coupent les deux parties du double onglet, générant les triangles ETT. Nous rajoutons aussi les points T, étrangers aussi bien au texte de Pascal qu'à l'image de Merker, afin de rendre la représentation plus compréhensible. Pour Merker, la notion de double onglet est « superflue » dans ce cas – il suffirait de prendre comme « figure adjointe », toujours par rapport au lemme général du *Traité des Trilignes*, un triangle rectangle isocèle. Mais le fait de considérer le double onglet simplifie le cas – Pascal a alors égard à un triangle rectangle dont l'aire est égale au carré de l'ordonnée, et non pas à la moitié de ce carré, et il peut se rapporter directement à la démonstration de l'aire du triangle isocèle MZN des figures 8 et 9 du *Traité des Trilignes*.

[2]Si Pascal parle ici d'« ordre » de plans, cela n'est pas à confondre avec la discussion sur l'« ordre » d'infini des petites portions qu'il retrouve dans sa démonstration. Dans le premier cas un « ordre » de plans fait référence simplement à un ensemble de plans parallèles les uns aux autres (ce qui n'est pas sans rappeler la notion d'« ordre » dans la géométrie projective de Desargues et de Pascal : un ensemble de droites qui sont toutes parallèles ou concourent vers un même point – voir 13.2).

de Pascal, avec une notation moderne et en interprétant certains aspects que Pascal n'explicite pas.

La « balance » considérée pour les deux cas est AC, mais comme un ordre de plans est perpendiculaire à elle, et l'autre est parallèle, le traitement devra être distinct dans chaque cas. Pascal donne le centre de gravité Y du triligne CAB, et YX et YZ les distances à l'axe et à la base, respectivement.

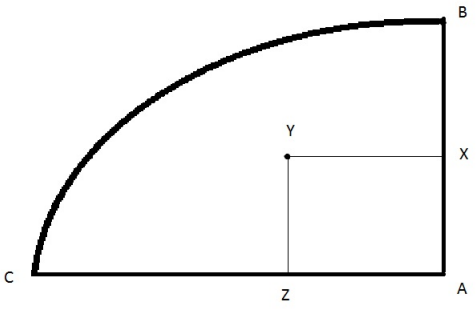

FIGURE 12.10 : Schéma représentant le centre de gravité Y du triligne CBA.

Pour le premier ordre de plans, les sections par les plans EG seront les triangles rectangles et isocèles que nous appelons ETT, dont l'aire[1] est égale à EG^2. La balance est AC, et tous les points de chaque triangle ETT sont également distants de AB (le centre de gravité de chaque triangle ETT est à distance AE de l'axe BA), et donc on peut utiliser la *méthode générale des centres de gravité* (Pascal ne le fait pas explicitement, mais au début de la proposition il évoque le centre de gravité du triligne sans l'utiliser ensuite, suggérant cette interprétation).

La première proposition de la méthode générale des centres de gravité dit que, pour une balance CA avec centre de gravité Z :

$$\sum_{triang.A} = AZ * \sum$$

Dans ce cas[2],

$$\sum_{triang.A} EG^2.EE^2 = YX * \sum EG^2.EE$$

Mais comme $\sum EG^2.EE$ est égale au solide du double onglet, on peut écrire :

$$\sum_{triang.A} EG^2.EE^2 = YX * \text{double onglet}$$

Pascal a montré ainsi que le volume du double onglet, multiplié par le bras de la balance à l'axe, est égal à la somme triangulaire des sections par les plans EG.

[1]Cette équivalence d'aires « est visible », comme le dit Pascal pour un cas antérieur (OC IV, pp. 435-436).

[2]Nous utilisons le point (.) ou l'étoile ($*$) de manière indistincte pour la multiplication.

Pour le deuxième ordre de plans, par les ordonnées DF à l'axe, le découpage nous donne une série de « rectangles » – ou mieux, en préservant l'homogénéité : une série de petits solides $2.DA.DF.DD$ (fig. 12.11).

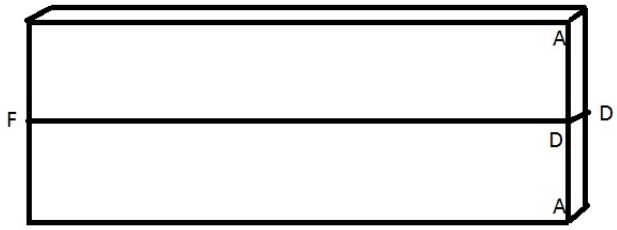

FIGURE 12.11 : Section issue du deuxième l'ordre de plans.

Mais dans ce deuxième cas, la démonstration sera beaucoup plus complexe. La méthode générale pour les centres de gravité ne peut pas être appliquée directement par rapport à la même balance AC, puisque les points de chaque section ne sont pas équidistants à l'axe AB. Le centre de gravité de chacun de ces « rectangles », dit Pascal, sera Q, qui est le point moyen de chaque ordonnée DF à l'axe, et la distance de ce centre de gravité à l'axe AB sera la distance QD, qui est différente pour chaque « rectangle » (12.12).

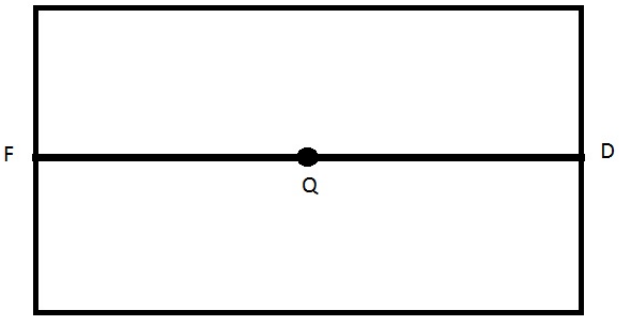

FIGURE 12.12 : Schéma illustrant le centre de gravité de chaque rectangle généré par les plans DF. Nous ne considérons pas dans cette figure le fait que ce rectangle est en fait un petit volume.

Pour pouvoir utiliser la méthode générale des centres de gravité aussi dans ce cas, Pascal considérera alors un *deuxième découpage* : si les « rectangles » (c'est-à-dire les petits solides) ont été formés par des sections par DF, maintenant il faut les considérer coupés par les sections par EG, générant des éléments $2DA.DD.EE$.

Pascal parle de « portions des rectangles formés par les plans FD, comprises toujours entre tous les mêmes plans voisins du premier ordre EG » (OC IV, p. 448). Comme les « rectangles » sont déjà des petites portions, on a ici égard à des *petites portions de petites portions* (fig 12.13).

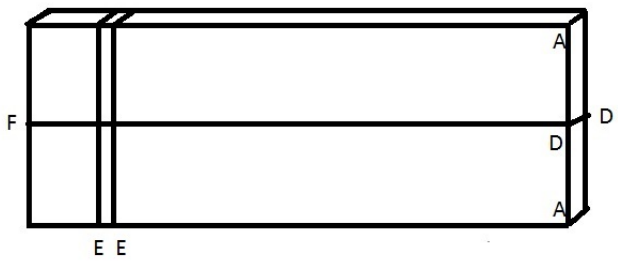

FIGURE 12.13 : Schéma représentant le deuxième découpage du double onglet. Chaque section par DF est coupée par tous les plans par EG, formant le petit solide $2.DA.EE.DD$.

La méthode générale des centres de gravité est maintenant applicable, car les petites portions de petites portions $2DA.DD.EE$ ont une distance QD à l'axe AB, et le calcul peut être fait par rapport à la balance AC[1] :

$$\sum_{triang.A} 2.DA.DD.EE^2 = QD * \sum 2.DA.DD.EE \tag{12.2}$$

Car QD est le bras de la balance, Q étant le centre de gravité de chaque solide rectangulaire[2]. Comme $\sum EE = DF$, alors

$$\sum_{triang.A} 2.DA.DD.EE^2 = QD * 2.DA.DF.DD$$

Mais $QD = \frac{DF}{2}$, de sorte que

$$\sum_{triang.A} 2.DA.DD.EE^2 = DF^2.DA.DD$$

On a alors retrouvé les éléments qui apparaissent dans la proposition à démontrer : les solides compris du carré de chaque ordonnée à l'axe et de sa distance de la base (avec une dimension en plus en fonction de la multiplication par les petites portions).

[1]Cette fois Pascal l'explicite : « Mais (par la méthode générale des centres de gravité) la somme triangulaire des portions de chacun de ces rectangles comprises entre les plans EG est égale à chaque rectangle multiplié par son bras QD sur l'axe AB » (OC IV, p. 448).

[2]Toujours en respectant les contraintes implicites d'homogénéité, les petits éléments sont $2.DA.DD.EE$, mais la somme triangulaire fait qu'on multiplie cet élément par EE.

Remarquons encore que l'application de la méthode générale pour les centres de gravité n'a pas été possible que parce que la distance QD peut être prise en tant qu'un bras sur l'axe AB (ce qui n'était pas le cas si on considérait les petits rectangles sans le découper).

Pascal déclare qu'il est « visible » que

$$\sum EG^2.EE = \sum 2.DF.DA.DD = \text{double onglet} \tag{12.3}$$

C'est-à-dire qu'aussi bien la somme des sections par un ordre de plans que la somme par l'autre ordre constituent le double onglet. En effet cela est évident, mais ne suffit pas à démontrer la proposition, laquelle concerne des *carrés* d'ordonnées. C'est pour cela que, par la contrainte de l'usage de la même balance pour la méthode générale des centres de gravité, Pascal a dû faire un deuxième découpage sur les « rectangles ».

Or si on a fait le *découpage d'un découpage*, il faudra faire la *somme d'une somme* pour retrouver le volume. Il faut lire avec attention ce passage de la démonstration :

> d'où il paraît qu'aussi la somme triangulaire des portions du solide comprises entre tous les plans voisins du premier ordre EG est la même chose que la somme triangulaire des triangles formés par les plans EG ; et que ce n'est encore que la même chose que la *somme triangulaire* des portions des rectangles formés par les plans FD, comprises toujours entre tous les mêmes plains voisins du premier ordre EG.
>
> (OC IV, pp. 447-448 ; c'est nous qui soulignons)

Si on l'interprète directement, cela voudrait dire que

$$\sum_{triang.A} EG^2.EE^2 = \sum_{triang.A} 2.DA.DD.EE^2$$

Ce qui, comme nous le verrons, est faux. Mesnard (OC IV, p. 448, note), remarque que là où on lit « somme triangulaire » souligné dans ce passage il vaudrait mieux dire « la somme des sommes triangulaires », de même que dans la suite de la démonstration. Nous sommes d'accord (même si nous ne trouvons pas d'autre phrase de la démonstration où cela serait juste), et ce passage peut être formalisé comme

$$\sum_{triang.A} EG^2.EE^2 = \sum \left(\sum_{triang.A} 2.DA.DD.EE^2 \right) \tag{12.4}$$

Ce qui se justifie du fait que la somme $\sum_{triang.A} 2.DA.DD.EE^2$ constituait un des solides rectangulaires, et il faut alors une *somme* de chacune de ces sommes pour constituer le double onglet : $\sum \left(\sum_{triang.A} 2.DA.DD.EE^2 \right)$. Le fait semble être évident (« visible ») à Pascal. Mais est-ce qu'on pourrait justifier cette égalité d'une autre manière, par exemple l'équation 12.3 ? Nous reviendrons à cette question après avoir suivi la démonstration jusqu'à la fin. « Par la méthode générale des centres de gravité », nous avions trouvé dans 12.2 que

$$\sum_{triang.A} 2.DA.DD.EE^2 = QD * \sum 2.DA.DD.EE$$

Comme $\sum EE = DF$, alors

$$\sum_{triang.A} 2.DA.DD.EE^2 = 2.DA.DF.DD * QD \tag{12.5}$$

on peut faire

$$\sum (\sum_{triang.A} 2.DA.DD.EE^2) = \sum 2.DA.DF.DD * QD$$

et « donc », dit Pascal (par 12.4),

$$\sum_{triang.A} EG^2.EE^2 = \sum 2.DA.DF.DD * QD \tag{12.6}$$

Ainsi, comme $QD = \frac{DF}{2}$, alors $2.DA.DF.DD * QD = DF^2.DA.DD$, et

$$\sum_{triang.A} EG^2.EE^2 = \sum DF^2.DA.DD$$

Mais, par la définition des sommes triangulaires,

$$\sum DF^2.DA.DD = \sum_{triang.A} DF^2.DD^2$$

et

$$\sum_{triang.A} EG^2.EE^2 = \sum_{triang.A} DF^2.DD^2$$

« Ce qu'il fallait démontrer » (OC IV, p. 448).

Il reste à expliquer comment Pascal arrive à l'équation 12.4 : il dit que cette relation est « visible », mais pourrait-il la démontrer d'une autre manière ? Une possibilité à considérer serait la « méthode assez connue » que Pascal ne montrera que plus tard dans le *Traité des Trilignes* :

> *la somme des poids, multipliée par le bras commun de tous ensemble, est égale à la somme des produits de chaque poids, multiplié par son propre bras à l'égard d'un même axe de balancement.* (OC IV, p. 466)

Il s'agit de l'*Avertissement* qui reformule le « lemme » que nous avons analysé dans la section 8.5. Considérer ce lemme se justifierait par la déclaration de Pascal sur cette méthode :

> Je ne m'arrête pas à l'expliquer davantage, parce que je ne m'en sers point. Ce n'est pas que je n'eusse pu démontrer par cette méthodes [sic] les propositions 5, 13, 14, 15. Mais, ma méthode m'ayant suffi partout, j'ai mieux aimé n'en employer point d'autre. (OC IV, p. 466)

C'est-à-dire que Pascal dit qu'il pourrait l'employer pour la cinquième proposition que nous venons d'analyser. Pourquoi ne le fait-il pas ? Peut-être du fait que la méthode du lemme est valable pour le cas des sinus, et non pas pour celui des ordonnées, Pascal l'a évité pour la cinquième démonstration. Mais il serait pourtant plus direct de démontrer ce lemme pour des ordonnées que pour des sinus ! En fait, la raison la plus profonde nous semble être que l'usage du « lemme » ne pourrait pas être appliqué directement à la proposition 5, car nous avons vu le problème que les deux « ordres » de découpage ne peuvent pas être considérés par rapport à la même balance, et il a donc fallu à Pascal faire une deuxième division d'un des ordres pour pouvoir avoir affaire à la même balance. On aurait alors ici égard à un cas de distance entre la pratique mathématique et la déclaration du mathématicien.

Le détail de la cinquième proposition peut paraître fastidieux. Mais passer par lui est fondamental pour comprendre le parcours de Pascal, et s'apercevoir de la singularité de sa procédure. Pascal lui-même peut être jugé comme n'étant pas exempt de toute faute : il parle dans ce cas d'*une* somme, quand, nous l'avons vu, il faudrait avoir deux sommes successives. Le *lapsus* indique justement la complexité de la démarche.

Reprenons ce qui nous concerne plus directement ici :

1. Pascal fait appel à des *petites portions de petites portions*.
2. Par rapport à cela, il fait (implicitement) deux sommes successives.

Il est intéressant de noter le rapport entre ces deux démarches de Pascal. Une qui concerne une « double » division et l'autre qui concerne une « double » somme. La réciprocité des opérateurs de différentiation et d'intégration, qui sera saisie, comme on le sait, par Leibniz, est d'une certaine manière très éloignée déjà figurée ici. Quelqu'un pourrait croire qu'il s'agit de la simple réciprocité entre somme et soustraction, entre division et multiplication. Mais il y a plus : la division indéfinie de petites portions issues elles-même de portions indéfiniment petites est cruciale, parce qu'elle apparaît en fonction de la procédure d'une double somme. Un nouveau type d'élément, une petite portion d'une petite portion (les éléments $2.DA.DD.EE$) est retrouvé : un « doublement indéfiniment petit » par rapport au volume initial.

Quelques années auparavant, Pascal avait déjà une certaine conscience de la différence d'ordres, comme nous l'avons vu dans le *Traité du Triangle Arithmétique*. Ce qui se passe ici est alors une sorte de *correspondance entre les différents ordres de sommes et les différents ordres de « petites portions »*. Pascal a retrouvé ainsi d'une

certaine manière dans sa pratique mathématique une équivalence de différents ordres d'« indéfinéité » – une double division indéfinie devant correspondre à une double somme.

Pour ce qui est de la double somme, nous avons vu que dans la démonstration Pascal fait d'abord une somme triangulaire des « portions des rectangles » pour constituer chacun des « solides » dont parle l'énoncé (en fait, des entités de quatrième dimension) :

$$\sum_{triang.A} 2.DA.DD.EE^2 = DF^2.DA.DD$$

ensuite, il fait une somme simple de ces « solides » pour constituer le volume du double onglet multiplié par le bras de la balance :

$$\sum DF^2.DA.DD = YX * \text{double onglet}$$

De là, nous avons retrouvé que le produit du double onglet par le bras de la balance est égal à la somme simple d'une somme triangulaire :

$$YX * \text{double onglet} = \sum (\sum_{triang.A} 2.DA.DD.EE^2)$$

Qu'est-ce que cette somme simple de somme triangulaire ? On sait que toute somme triangulaire est équivalente à une somme simple, de sorte que

$$\sum (\sum_{triang.A} 2.DA.DD.EE^2) = \sum \sum 2.DA.AE.DD.EE$$

C'est-à-dire : une somme simple de somme simple. La double somme est d'importance fondamentale ici, car elle peut être mise en rapport avec des développements ultérieurs du calcul intégral[1].

Remarquons que l'identité cherchée dans cette proposition n'est pas retrouvée, comme on pourrait le croire, directement par rapport à des sommes de triangles et de rectangles, les sections pour chaque découpage. Dans une procédure plus complexe, on découvre pour le premier cas que la somme triangulaire des triangles est équivalente au volume du double onglet multiplié par le bras de la balance, tandis que dans le deuxième, cela sera retrouvé à partir de la somme simple de la somme triangulaire des petites portions des rectangles.

[1] Dans le passage pour le continu, cela relèverait, en langage moderne, d'une intégrale double. Si on passe à ce cadre, il est possible d'exprimer ce cas par le théorème de Fubini, lequel nous dit (pour une dimension en moins que dans notre cas) que

$$\int_{A\times B} f(x,y)d(x,y) = \int_A (\int_B f dy)dx = \int_B (\int_A f dx)dy$$

Pour démontrer une égalité de sommes rapportées à deux axes perpendiculaires, Pascal a recours à la méthode générale pour les centres de gravité. Mais, ayant la contrainte d'utiliser cette méthode par rapport à une même balance (un même axe), Pascal est obligé à procéder par un deuxième découpage dans un des axes, et conséquemment à utiliser une double somme. C'est-à-dire : un élément « doublement indéfiniment petit » apparaît par rapport à une double somme, dans la finalité de mettre en rapport deux divisions indéfinies dans des axes perpendiculaires : la somme simple de la somme triangulaire, $\sum(\sum_{triangulaire})$, a comme élément multiplicatif correspondant $DD^2.EE$. Remarquons encore qu'une somme pyramidale est aussi une somme simple d'une somme triangulaire, mais ce n'est pas le cas ici, puisque la somme simple et la somme triangulaire ne sont pas faites par rapport au même axe.

Quant à la somme simple des ordonnés à l'axe et celle des ordonnés à la base, la démonstration de leur égalité était évidente : « car l'une et l'autre est égale à l'espace du triligne » [1]. Cela se faisait alors par l'intermédiaire de l'équivalence de chacune de ces sommes à un espace. Dans le cas de la cinquième proposition, face au fait que Pascal veut montrer l'égalité de deux sommes d'éléments de quatrième dimension, et étant donnée l'« incommunicabilité » entre les deux divisions (en ce qui concerne l'usage d'une même balance pour la méthode générale pour les centres de gravité), Pascal recourt à un élément « doublement indéfiniment petit ». Nous parlons ici d'« indéfini », et non pas d'infini, car c'est bien cela le statut des divisions chez Dettonville (voir le chap. 8.4.1, et la section 12). D'autre part, le fait qu'on ait retrouvé la *division indéfinie d'une division indéfinie* fait songer à des différents « ordres ». Devrait-on dire alors que le fait de rapporter deux ordres de plans « orthogonaux » à une même balance n'est possible que par un passage à un autre « ordre d'indéfinéité »[2] ? Quel est le statut des *petites portions de petites portions* (ou, comme Pascal les appelle, les « portions des rectangles ») ?

Merker (2001, p. 76) parle de « volumes de deuxième ordre », pour ce cas, mais nous avons vu que pour elle l'expression « différentielle d'ordre 2 » n'est pas une différentielle seconde, mais le carré d'un élément infinitésimal, et de même pour les autres ordres. D'ailleurs, Merker est d'accord qu'il n'y a pas à proprement parler de « différentielle » chez Pascal, la démarche est strictement géométrique, et il n'a pas d'opérateur différentiel.

En effet, il n'y a pas de différentielle chez Pascal. La vraie question est de savoir s'il y a des *petites portions* d'ordre supérieur. Parler ici de « différentielle », n'est intéressant que pour rapporter cette question au calcul postérieur, notamment avec Leibniz[3].

[1] *Traité des Trilignes*, proposition 1 ; OC IV, p. 444.

[2] Nous rappelons le double sens d'« ordre » dans cette phrase : ensemble de droites parallèles ; hiérarchie d'indéfinis.

[3] Bos (1974) a montré que la question des différentielles d'ordre supérieur est fondamentale chez Leibniz. Rappelons le fait que des différents ordres de différentielles ont différents ordres d'infinité, mais non pas des différences de dimension. Tous les ordres de différentielles d'une grandeur sont de la même dimension que cette grandeur, et sont alors homogènes à elle. Cf. aussi Arthur (2013).

On retrouve dans cette démonstration un élément « doublement indéfiniment petit » par rapport au volume initial, ce qui nous fait croire que nous avons « descendu » d'un ordre d'« indéfinéité ». Mais les deux divisions ne se font pas par rapport à la même division de la figure : il est une fois question des EE et une fois question des DD (s'il s'agissait de différentielles, on pourrait dire dx et dy).

Il ne s'agit pas certes d'une petite portion de petite portion par rapport à la même division (ce qui serait la différentielle d'une différentielle par rapport à la même variable, telle que d^2x), mais on procède à un deuxième découpage par rapport à une division indéfinie *de l'autre axe*. Comment exprimer ce fait ?

S'il était question de dérivées, on pourrait penser à des dérivées partielles. Si f(x,y) est la fonction qui génère l'onglet, on aurait

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\right)$$

Cela s'approche de la comparaison qu'il faut faire, mais n'est pas encore précis. En fait, on peut définir non seulement des *dérivées partielles*, mais aussi des *différentielles partielles*. Pour une fonction $g(x,y,z)$, la différentielle partielle $d_1g[(x;dx),y,z]$ par rapport à x s'obtient en fixant les variables y et z et en différenciant l'application $x \mapsto g(x,y,z)$. On définit cette différentielle partielle comme[1]

$$d_1g[(x;dx),y,z] = g(x+dx,y,z) - g(x,y,z)$$

Cela ne reste qu'une motivation anachronique, et qui nécessite la donnée d'une fonction – ce qui n'existe pas chez Pascal. Revenons à notre exemple, dans un contexte plus proprement pascalien. Existe-t-il un élément de « deuxième ordre » dans la cinquième proposition du *Traité des Trilignes*, et si oui que comprendre par cela ?

Du point de vue géométrique, on a fait un double passage à un indéfiniment petit. Dans ce sens, nous sommes d'accord avec Merker : il s'agit d'un élément de « deuxième ordre », puisqu'il est un indéfiniment petit par rapport parallélépipède rectangle, qui, lui, est indéfiniment petit par rapport au double onglet.

Cependant, si les carrés de petites portions, tels que EE^2, qui apparaissent (implicitement) avec les sommes triangulaires, sont doublement indéfiniment petits, de même que les portions de rectangle $2.DA.DD.EE$ que nous retrouvons dans la cinquième proposition, cela est différent du point de vue de leur genèse. Les carrés de petites portions sont engendrés par une *multiplication* de petites portions, tandis que nos portions de rectangles, elles, sont retrouvées dans la démonstration de Pascal par deux découpages successifs. Si dans les sommes triangulaires nous avons ajouté des carrés de petites portions qui entraient dans des multiplications avec les parties de la grandeur pour sauvegarder l'homogénéité, il s'agissait d'une raison pour ainsi dire opératoire. Quand des petites portions de petites portions surgissent pour que le modèle de la balance pour les centres de gravité soit valable, il s'agit en revanche

[1] Cf. Godement, R. *Analyse mathématique III : Fonctions analytiques, différentielles et variétés, surfaces de Riemann*. Springer, 2002, pp. 159-160.

d'une question plutôt génétique. Il faut alors conclure que la réponse dépend de l'aspect sous lequel on considère cet élément géométrique.

Nous retrouvons alors un élément géométrique doublement indéfiniment petit, issu d'une double division géométrique, et qui peut d'autre part être représenté par le produit de deux petites portions et d'une longueur finie.

En formulant de manière symbolique, on pourrait dire qu'à la série de différents ordres de sommes

$$\sum, \sum_{triangulaire}, \sum_{pyramidale}$$

Correspondrait la série de puissances de petites portions

$$DD, DD^2, DD^3$$

Cela, comme nous l'avons vu, respecte une contrainte d'homogénéité. Les puissances de petites portions apparaissent comme des éléments de sommes qui conservent la même dimension.

Dans la cinquième proposition du *Traité des Trilignes*, on peut considérer que cela est présent (implicitement), mais il y a plus dans ce cas : une double somme apparaît en fonction d'une double division. On a certes égard à un élément qui est multiplié par $DD.EE$ – c'est-à-dire, un élément de même ordre d'« indéfinéité » que le carré d'une petite portion, DD^2. Mais ce qui importe ici est moins le statut de l'élément en soi que la double procédure de *division*.

Ainsi, si dans des sommes triangulaires et pyramidales les puissances de petites portions sont plutôt à rapporter à la question de l'homogénéité, la double somme apparaît comme une réponse à la constitution d'un *élément*. Dans la cinquième proposition la double somme apparaît comme liée à une procédure qui a été faite. On a un rapport « substantif » entre somme et division et un rapport « verbal » entre les deux, selon que ce qui est considéré est la « chose » ou l'« action », pour ainsi dire.

Car, finalement, le carré d'une petite portion n'indique en soi rien sur l'ordre d'« indéfinéité ». Quand on prend la balance AC d'un triligne (fig. 8.10), la somme triangulaire (où DD sont les petites portions de l'axe)

$$\sum_{triangulaire} \text{ordonnées}.DD$$

n'est écrite comme somme triangulaire que par une question de convenance par rapport au modèle de la balance. De fait, elle est, en fin de compte, équivalente à la somme simple

$$\sum \text{ordonnées}.AD$$

dans laquelle AD est la distance de chaque ordonnée à la base. La somme triangulaire relève alors d'une question de *méthode*, rapportée à un caractère fondamental de la méthode des indivisibles, à savoir : comparer un élément « indivisible » et le tout.

Quand on dit qu'un élément est « doublement indéfiniment petit », en revanche, il s'agit aussi d'un caractère relationnel au tout – mais la reformulation de la notation ne fera pas que cet élément soit d'un autre ordre : car si la somme est une procédure de calcul, ici on a égard à un *élément* qui, lui, est issu des divisions.

Prenons le solide $2.DA.DD.EE$. En tant qu'élément, il est un « rectangle » de petites portions, de trois dimensions, et dont deux de ses côtés sont indéfiniment petits. Mais rien ne fait penser ici à des « ordres ». En revanche, si on pense *au même élément* du point de vue de la *procédure*, il est un *doublement indéfiniment petit* par rapport au volume initial. La notion d'ordre n'est applicable que d'un point de vue relationnel. Nous reviendrons à cet aspect dans la section 12. Nous y traiterons du fait que si, pour Pascal, on peut avoir affaire à *des petites portions de petites portions*, alors ces « petites portions » ne sont pas des « indivisibles » – du moins, pas au sens propre du terme.

Concluons sur la correspondance entre somme et division. Nous avons vu comment, toujours en prenant des précautions car Pascal le laisse implicite, on peut retrouver une correspondance entre des sommes et des divisions[1]. Cette réciprocité est à retrouver du point de vue de la *procédure* de la somme et de la division. Si rapporter cela à la différentiation et à l'intégration est certes anachronique du point de vue de l'histoire des mathématiques, dans notre évaluation de l'œuvre de Pascal cela est à rapprocher plutôt à une autre réciprocité : entre l'infini de grandeur et l'infini de petitesse. Les deux infinis et le lien entre eux sont, en effet, fondamentaux pour Pascal, nous l'avons vu notamment dans l'*Esprit Géométrique*. Le présent exemple est important en tant qu'il révèle un aspect de la *pratique mathématique* de Pascal dans lequel ce lien entre les deux infinis se montre, dans la réciprocité entre des doubles sommes et des doubles divisions. Certes il s'agit plutôt des sommes et des divisions indéfinies qu'infinies (voir 12.1). Mais la réciprocité est là : le grand conduit au petit, et le petit conduit au grand[2].

[1] Le fait que Pascal ne se limite pas à la recherche d'aires et de volumes, mais procède aussi à la détermination d'éléments de quatrième dimension, nous fait croire que, en puissance, il pourrait avoir affaire à petites portions d'autres ordres d'« indéfinéité » (de même qu'on pourrait définir par récurrence des sommes d'ordre supérieur aux sommes pyramidales). Cela ne reste cependant qu'une possibilité extérieure au texte pascalien.

[2] Remarquons que l'apparition d'une petite portion de petite portion n'est pas propre à la cinquième proposition du *Traité des Trilignes* : on retrouvera la même idée de procédure, toujours faisant référence implicite à une petite portion de petite portion, dans les démonstrations des propositions 13, 14 et 15 (cf. Merker 2001, p. 82). Quelques autres passages dans lesquels Pascal présente le découpage d'un découpage, retrouvant un élément doublement indéfiniment petit, sont les suivants. On lit dans la démonstration de la proposition 13 : « et que c'est aussi la même chose que la somme triangulaire *des portions de chaque rectangle FD en DO*, comprises entre tous les mêmes plans EF » (OC IV, p. 454 ; c'est nous qui soulignons). D'ailleurs, dans la suite de la démonstration on fait une double somme après cette double division. Dans la démonstration de la proposition 15, Pascal écrit : « la somme triangulaire de toutes *les portions des espaces ARIP* comprises entre tous les plans voisins de ce troisième ordre est la même que la somme triangulaire de toutes les *portions des rectangles FD en DO* comprises entre les mêmes plans voisins de ce même troisième ordre » (OC IV, p. 456 ; c'est nous qui soulignons). Quant à la démonstration de la

Conclusion : l'indivisible dans la pratique mathématique et dans l'*Esprit Géométrique*

Qu'est-ce qu'un indivisible alors pour Pascal ?

> La rédaction des *Lettres de A. Dettonville* de 1658 conduit Pascal à s'expliquer à fond sur sa conception des indivisibles. Il y est contraint par le fait que les thèses de *L'esprit géométrique*, à supposer qu'elles soient interprétées étroitement par quelque demi-habile, risquent de stériliser l'invention mathématique. Il est donc conduit à élaborer, sans contredire l'*Esprit géométrique*, mais au contraire à partir de l'*Esprit géométrique*, une théorie dans laquelle le mot indivisible revêt non plus son sens strict, mais un sens technique, paradoxal en apparence, dans la mesure où l'indivisible est présenté à la fois comme homogène aux grandeurs d'ordre supérieur et comme divisible, mais tout aussi rigoureuse. Et pour accoutumer l'esprit de son lecteur à cette nouvelle rhétorique mathématique, il s'explique dans la *Lettre à Carcavy* par une série d'*Avertissements* qui, parallèlement à la marche de la démonstration, progressent par généralisation graduelle, partant des cas les plus simples et intuitivement évidents, à des cas plus complexes, et parfois difficiles à saisir. Insensiblement, la notion des indivisibles, qui est au départ presque purement intuitive, se transforme en un concept de plus en plus abstrait, à une opération quasi arithmétique, qui conduit le lecteur à raisonner sans plus s'attacher à la réalité concrète de la figure, mais à penser en termes de pure « géométrie calculante »[1]. (Descotes 2015b, pp. 216-217)

Pour Descotes, il semble exister un paradoxe si on considère l'indivisible à la fois du point de vue de l'*Esprit Géométrique* et des *Lettres de A. Dettonville* ; mais ce paradoxe ne serait qu'apparent, et se dissoudrait dès qu'on comprend le nouveau sens « technique » du mot « indivisible »[2]. Cela ne serait pas un problème en soi, dès qu'on considère la liberté des définitions proposée par l'*Esprit Géométrique*. En revanche, il serait un défi au sens étymologique d'« indivisible » de comprendre par là quelque chose qui soit divisible.

---

proposition 14, on y lit : « et que c'est aussi la même chose que la somme triangulaire *des portions des espaces ARIP* comprises entre tous les plans FD » (OC IV, p. 455 ; c'est nous qui soulignons). Par la suite, Pascal fait une imprécision, car il écrit « Mais la somme triangulaire de chaque espace ARIP, compris entre les plans FD, à commencer du côté de AP, est égale (par la méthode générale des centres de gravité) à chaque espace ARIP, multiplié par son bras sur AP » (OC IV, p. 455). Il fallait plutôt écrire dans la première phrase « la somme *triangulaire* des portions de chaque espace ARIP ». On voit que la construction de Pascal atteint une complexité trop grande pour que ce soit facile de ne pas commettre des fautes de « calcul ».

[1] Nous remercions l'auteur de nous avoir aimablement communiqué la version française originale.

[2] Dans un ouvrage antérieur, Descotes avait parlé d'un sens « figuratif » de l'indivisible pascalien : « Roberval et lui [Pascal] donnent une définition de type figuratif, de sorte que le mot ne doit pas être pris à la lettre : le propre de l'indivisible, c'est d'être divisible » (Descotes 2001a, p. 145).

Que conclure alors des usages d'« indivisible » chez Pascal ? Nous sommes d'accord avec Descotes qu'il n'y a pas de contradiction entre l'*Esprit Géométrique* et les *Lettres de A. Dettonville*, mais non pas tout à fait par les mêmes raisons que lui. Il est un fait que les petites portions avec lesquelles Dettonville calcule sont toujours divisibles, et ne sont pas alors des « indivisibles » dans le sens étymologique. Comme elles sont issues de divisions indéfinies, nous avons choisi de les appeler librement « indéfinitésimaux ». Nous croyons en effet que le fait que Pascal n'utilise pas le mot « indivisible » tout seul qu'une fois dans les *Lettres de A. Dettonville* est symptomatique. Ce qui change de sens, à notre avis, est moins le mot « indivisible » en tant qu'il fait référence à une entité, mais plutôt la « méthode des indivisibles » qui elle est innovée dans une certaine mesure par Pascal. Nous avons vu que cela se fait avec l'introduction des différences et de la quantification de celles-ci, qui entrent dans une structure qu'on peut dire « dialogique » du type $\delta - \epsilon$ avec les petites portions.

Cela est en total accord avec l'*Esprit Géométrique*, dans lequel les « indivisibles » sont des entités hétérogènes aux extensions, et ne peuvent donc pas être retrouvés par des divisions successives, ni composer un continu par leur somme. En effet, en reprenant le vocabulaire de Couturat, on pourrait dire que les divisions de l'extension sont indéfinies, nous amenant à l'infini de petitesse qui n'est pas lui-même hétérogène :

> quelque grand que soit un nombre, on peut en concevoir un plus grand, et encore un qui surpasse le dernier, et ainsi à l'infini, sans jamais arriver à un qui ne puisse plus être augmenté. Et au contraire, quelque petit que soit un nombre, comme la centième ou la dix millième partie, on peut encore en concevoir une moindre, et toujours à l'infini, sans arriver au zéro ou néant. (OC III, p. 402)

La situation est bien celle décrite par Couturat : l'infini de grandeur et l'infini de petitesse sont ici des *indéfinis* : ils font référence au fait que quelque grand que soit un nombre, ou quelque petit que soit un nombre, ils ne sont pas pour cela l'infini ou le néant : ils restent des nombres homogènes à ceux qui ont été multipliés, et alors ils sont bien finis.

Quant à l'indivisible dans l'*Esprit Géométrique*, cela est plus compliqué. Pascal laisse claire d'une part qu'il ne peut pas être retrouvé par des divisions de l'extension, et qu'il est hétérogène à celle-ci. Mais est-ce qu'on pourrait dire qu'il est *infini* ? Deux possibilités sont à soulever ici : 1/ qu'il y ait une infinité actuelle d'indivisibles dans une extension ; 2/ que l'indivisible soit d'un ordre d'infini au-dessous de l'extension (c'est-à-dire, qu'il soit un « infini de petitesse » dans le sens hétérogène).

Pour la première question, il faut rappeler le passage cité de l'*Esprit Géométrique* (dans 2.3) : le copiste du manuscrit de Saint-Beuve a écrit, trois fois, « infinité d'indivisibles », pour rayer l'expression et écrire « infinité de divisibles ». En revanche, après écrire « les infinis divisibles », le copiste a ajouté *in-* en surcharge. On pourrait alors penser qu'« infinis indivisibles » est moins inconcevable pour le copiste qu'« infinité d'indivisibles ». Quoi qu'il en soit, nous croyons qu'il faut comprendre qu'il s'agit des

indivisibles dans toutes les expressions de ce passage, pour deux raisons : d'abord, parce que « divisibles » n'apparaît nulle part chez Pascal ; et ensuite parce que nous croyons que le sens du passage ne peut être retrouvé que si on lit « indivisibles ».

Un indivisible ajouté à un autre indivisible ne saurait pas constituer une extension, Pascal le précise bien dans ce texte. Il faut alors conclure que dans une extension quelconque il y a une infinité d'indivisibles (ou si on veut « infinis indivisibles ») ; mais s'agirait-il d'une infinité potentielle ou actuelle ? Comme cela doit indiquer la multitude d'indivisibles prises dans une extension entière, c'est-à-dire, en tant qu'une totalité, nous croyons qu'il s'agit d'un infini actuel, dans ce qui nous sommes d'accord avec Descotes[1]. Un infini potentiel d'indivisibles ne pourrait pas être dans une extension, car la potentialité de l'infini dit respect justement à un devenir – l'achèvement de l'infini « contenu » par une grandeur finie nous amène à parler d'infini actuel (nous rappelons toutefois que ces catégories sont étrangères à la pensée de Pascal, et que l'enjeu essentiel de sa démarche n'est pas à analyser par elles)[2].

Ayant répondu positivement à 1/, nous croyons que cela implique une réponse positive aussi à 2/ : l'indivisible en tant qu'entité peut être dit d'un ordre d'infinité inférieur à celui de l'extension. Or l'indivisible est hétérogène à l'extension : cela veut dire, selon la définition d'Euclide reprise par Pascal, qu'étant multiplié il ne peut jamais surpasser une extension. On ne saurait dire cela d'un nombre fini. En deuxième lieu, s'il y a une infinité d'indivisibles dans une extension finie, il faut qu'ils soient infiniment petits (dans le sens strict, et non pas dans le sens homogène). Si on accepte une infinité d'indivisibles dans une extension, il faut que ces indivisibles soient hétérogènes à elle – une somme infinie de quantités homogènes constituerait une grandeur infinie[3].

Dans l'*Esprit géométrique*, les grandeurs sont divisibles indéfiniment, sans jamais atteindre l'indivisible qui lui est infini par rapport à elles : voici le sens absolu d'« indivisible »[4]. On y retrouve aussi un sens relationnel, sous deux aspects : 1/ le point est un indivisible par rapport à la ligne, la ligne est un indivisible par rapport à la grandeur : être un indivisible ici délimite une question de dimensionnalité de son

[1] « Avec L'esprit géométrique, Pascal aborde l'infini actuel, en distinguant les divisions de la ligne, toujours finies, de l'infinité des points qui s'y trouvent : la différence entre l'infini potentiel et l'infini actuel y prend la forme d'une négation : jamais par la multiplication indéfinie on n'atteint le plus grand nombre, celui qui ne peut être dépassé, ni l'infinité spatiale positive. Mais il met toujours sur le même plan les infinis nombrable et non dénombrable (le continu spatial, temporel, etc.). Il met sur le même plan l'infini de l'espace et celui des nombres (parmi lesquels Pascal comprend non pas seulement les nombres entiers, mais aussi les fractionnaires) » (Descotes 2011, dossier « infini »).

[2] Rappelons que plusieurs auteurs, comme Cavalieri, ont traité de manière particulière l'infini « contenu » dans le fini.

[3] Cet argument est présenté par Galilée par rapport aux parties *non quante*. Cf. Knobloch (1999) et Levey (2015).

[4] Quant à « infiniment petit », en revanche, l'expression est employée une fois dans l'*Esprit Géométrique* avec un sens relationnel : il s'agit de dire que l'image du bateau s'approche toujours de l'extrémité du verre « sans y arriver jamais » : « d'où l'on voit la conséquence nécessaire qui se tire de l'infinité de l'étendue du cours du vaisseau à la division infinie et infiniment petite de ce petit espace restant au-dessous de ce point horizontal » (OC III, pp. 410-411 ; voir 7.3).

contexte[1] ; 2/ l'indivisible peut être dit métaphoriquement par rapport à un autre domaine que celui des extensions (« indivisible de nombre »).

Et que peut-on conclure des « indivisibles » dans la pratique des *Lettres de A. Dettonville* ? Quels sont les « indivisibles » de la méthode des indivisibles ? Nous avons vu que Pascal traite dans cette méthode de petites portions – des quantités homogènes à la grandeur qui, suivant notre interprétation, sont moindres qu'aucune grandeur donnée – et des différences – qui, selon Pascal lui-même, sont moindres qu'aucune grandeur donnée. La même quantification qui s'applique à chacune de ces grandeurs ne fait pas qu'elles soient indistinctes : nous avons vu qu'elles entrent toutes les deux dans une structure « dialogique » dans laquelle chacune possède un rôle précis. Est-ce qu'il faut parler d'« indivisible » pour une de ces grandeurs ? À notre avis, cela ne doit pas être le cas. L'« indivisible » à proprement parler n'est traité que dans l'*Esprit géométrique*, en tant qu'hétérogène à l'espace.

S'il fallait parler dans les *Lettres de A. Dettonville* d'« indivisible », c'est dans un sens « relationnel », tel que nous voyons le terme appliqué aux sommes triangulaires. Les petites portions ou les indivisibles peuvent-ils être dits des « indivisibles » ? Uniquement dans le sens relatif du terme, notamment pour indiquer qu'un élément peut être négligé à l'égard d'un ordre supérieur (par exemple une somme indéfinie). Les commentateurs semblent néanmoins oublier le fait que « Pascal » ne parle pas d'« indivisibles », et les associent dans la pratique aux petites portions[2].

Un autre aspect distingue différences et petites portions : le type de négligeabilité qui apparaît pour chacune d'elles. Quand on fait une somme indéfinie, la différence entre la somme et la grandeur cherchée est rendue moindre qu'aucune grandeur donnée, et dans ce sens elle est négligeable, condition sous laquelle il y a un type d'égalité. On pourrait dire que le « but » ici est que la différence soit faite n'être rien.

Quant aux petites portions, notre interprétation est qu'elles aussi peuvent être rendues moindres qu'aucune donnée – position que nous tenons en extrapolant le cas du lemme du *Traité des trilignes*, et du simple fait que les petites portions sont issues d'une division indéfinie de la balance. Les petites portions ne doivent pas toutefois être considérées comme étant *absolument* rien, sous peine que leur somme ne puisse pas constituer la grandeur : c'est le problème en croire que la somme des indivisibles hétérogènes peut constituer une grandeur. Le fait qu'il y ait de « petites portions de petites portions » (section 12.4.2) se relie bien à des aspects de négligeabilité, mais ils ne sont pas au niveau des éléments eux-mêmes, mais plutôt dans leur rapport à une dimension géométrique supérieure. Dans le cas des grandeurs relatives, ce sont les différences d'ordre qui font surgir la négligeabilité, sans que pour cela il y ait un infini absolu.

Il faut toutefois rappeler que dans les deux cas il y a négligeabilité, et que c'est

[1] Cet aspect relationnel peut être déjà retrouvé chez Cavalieri, dans le sens que le point est l'indivisible de la ligne, la ligne est l'indivisible de la surface, la surface est l'indivisible du solide, etc.

[2] Il est vrai que Merker (2001, p. 26) note le fait que Pascal écrit « indivisible » à l'intérieur d'expressions, mais elle se limite à dire que cela sauvegarde l'homogénéité des petites portions.

cela qui fait possible la méthode, une égalité relative apparaissant du fait que la différence peut être rendue moindre qu'aucune grandeur donnée.

Dans les *Lettres de A. Dettonville* et dans l'*Esprit Géométrique* on trouve et l'indéfini et l'infini absolu. L'indéfini, nous l'avons vu, nous *apparaît* comme un infini – mais cela est par rapport à nous, être finis qui sommes anéantis par l'immense. Il s'agit d'un attribut *quoad nos*, et non pas absolu, distinction que nous avons discutée dans 11.1.

La question des indivisibles apparaît dans un contexte géométrique. Il faut néanmoins prendre en considération qu'on y considère des divisions successives qui ne laissent pas pour cela d'être *discrètes*.

Les petites portions surgissent par le moyen d'une division *dense* d'une grandeur. Mais il faut noter que la propriété archimédienne et la densité sont l'une la réciproque de l'autre[1] :

- **Propriété archimédienne** [formulation moderne] : Si $x \in \mathfrak{R}, y \in \mathfrak{R}$, et $x > 0$, alors il y a entier positif n tel que $nx > y$
- **Densité de Q dans $\mathfrak{R}$** : Si $x \in \mathfrak{R}, y \in \mathfrak{R}$, et $x < y$, alors il existe un $p \in Q$ tel que $x < p < y$

Or cela n'est qu'un mode de voir la relation entre l'infini de grandeur et l'infini de petitesse (en sens homogène, et non pas hétérogène)[2]. Nous évoquons cette notation pour rappeler que la « densité » dont fait usage le modèle de la balance de Dettonville n'est pas pour cela « continuité » : elle est réglée par une division par une quantité qui, quoiqu'indéfinie, est une multitude de nombres naturels n.

Un autre domaine de la géométrie, étudié aussi par Pascal, laisse cependant entrevoir une autre situation : la géométrie projective, dans laquelle les droites parallèles sont dites se rencontrer à l'infini.

> on objectera peut-être que, lorsqu'on dit que deux droites parallèles se rencontrent à l'infini, on emploie une manière de parler commode, mais abusive ; qu'il n'y a là qu'une convention destinée à abréger le langage et à permettre de dire que dans tous les cas que deux droites d'un même plan ont un point commun, en faisant rentrer, par une fiction purement verbale, le cas exceptionnel où elles ne se rencontrent pas dans le cas général où elles se rencontrent « réellement » ; de sorte que dire que leur point de rencontre est *à l'infini*, c'est dire sous une forme métaphorique qu'il n'est *nulle part*, qu'il n'existe pas.

[1] Cf. Rudin, W., *Principles of mathematical analysis*, McGraw-Hill, 3e éd., p. 9. Cf. aussi Gardies (1984, p. 59), qui parle du « symétrique » de l'axiome d'Eudoxe.

[2] Nous pouvons déjà retrouver un aspect de cette réciprocité chez Euclide. Les contraintes pour les « divisions » de grandeurs étant cependant assez distinctes dans son cas, Euclide fait usage plutôt de l'anthyphérèse (cf. *Éléments*, X, 1).

> Une telle conception est assurément logique et, en ce sens, irréfutable ; elle a pourtant quelque chose qui choque la raison, parce qu'elle viole le principe de continuité. (Couturat 1896, p. 216)

« Or », dit Couturat, « si ce principe ne s'applique pas aux nombres, essentiellement discontinus, il s'applique aux grandeurs continues qui correspondent à ces nombres ». La continuité ne serait pas valable pour l'Arithmétique, tandis que cela serait le cas pour l'Analyse – domaine qui pour lui devrait analyser les variations continues de grandeurs.

Une suite de nombres peut tendre vers une limite – on objectera cependant que les suites infinies n'atteignent jamais leurs limites. Cela est vrai, dit Couturat, pour le cas des suites de nombres, discontinues. Néanmoins, on peut faire une grandeur ϵ varier continuellement de 1 jusqu'à 0 , *inclusivement*. « Tout dépend », dit Couturat (1896, p. 217), « de la discontinuité ou de la continuité des variations de ϵ ». Il est maintenant le moment de considérer chez Pascal les variations qu'on pourrait dire discontinues.

Chapitre 13

Des rapports entre des distances infinies : la géométrie projective

13.1 Des parallèles qui se retrouvent à l'infini

> Si Dieu existe et s'il a vraiment créé la terre, alors, comme nous le savons positivement, il l'a faite selon la géométrie euclidienne et a créé le cerveau humain avec la seule notion des trois dimensions de l'espace. Cependant, il s'est trouvé et se trouve encore des géomètres et des philosophes, même parmi les plus éminents, pour douter que tout l'univers ou, dans un sens encore plus vaste, toute existence n'ait été créée que selon la géométrie euclidienne ; ils osent même rêver que deux droites parallèles qui, d'après Euclide, ne peuvent jamais se rencontrer sur la terre, pourraient se rencontrer quelque part dans l'infini. J'ai décidé, mon cher, que puisque, même cela, je ne puis le comprendre, comment pourrais-je comprendre ce qui concerne Dieu ?
>
> Dostoïevski, *Les frères Karamazov*

À Florence, dans le début du *Quattrocento*, on formulait une nouvelle technique pour la représentation dans la peinture : la perspective linéaire. F. Brunelleschi (1377 - 1446) et L. B. Alberti (1404 - 1472) introduisent une nouvelle façon de « voir à travers », élaborée rationnellement avec une mathématisation de l'espace[1]. Si l'humanisme proposait une vision anthropocentrique, dans cette technique de peinture la référence est faite à un point de nature assez particulière, où l'on représente le point de fuite.

Il s'agit du point dans lequel on représente la rencontre des droites orthogonales au plan du tableau, et donc parallèles entre elles. Point de référence qui permet

[1]Sur la mathématisation de l'espace faite par la perspective linéaire, voir Panofsky (1976 [1925]).

d'ordonner les éléments du tableau et d'organiser cette forme de représentation. Point singulier qui représente dans le tableau, une surface finie, ce qui serait infiniment éloigné.

Si par la perspective linéaire la raison atteint une technique représentative qui comprend même les objets les plus éloignés, on peut s'interroger : dans quelle mesure le point de fuite est un symbole de l'infini ?

Il est fondamental pour un domaine de la connaissance de savoir par rapport à quoi on ordonne ce qu'on connaît. Serres (1968, pp. 657-664) propose qu'une question importante au XVII^{e} siècle était celle qui portait sur l'existence d'un référentiel à partir duquel on pourrait ordonner les choses du monde, thématique qui apparaît sous plusieurs formes. Sans une référence, il ne pourrait y avoir aucune loi entre les éléments du monde, ni aucun rapport, aucune mesure, aucune proportion ou aucun ordre.

La quête du point fixe a été explicitée par Descartes dans sa tentative pour bien fonder la connaissance : pour lui, le « point archimédien » évoqué dans la Méditation seconde est le sujet pensant. Mais le problème de l'existence d'un référentiel ne se réduit pas à la recherche d'un fondement de la connaissance. La perspective linéaire paraît anticiper dans une certaine mesure la science et la philosophie modernes quant à la fondation de la connaissance dans l'individu (cf. Florenski 2013 [1919]). Pour Serres, la « Révolution copernicienne » est un paradigme particulier de cette question : peut-on considérer la terre comme une référence pour l'espace du cosmos ? Ou serait-ce le soleil ? Y a-t-il même un centre pour l'espace ? « Avant la question : quel est le centre du monde ? Il faut poser la question préalable : le monde est-il centré ou non ? » (Serres 1968, p. 662).

Il faut alors comprendre que l'homogénéité de l'espace élimine toute référence absolue qu'il pourrait y avoir. Pascal a bien compris le vertige qui peut advenir de cette conclusion, en plaçant l'homme entre les deux infinis et en soulignant sa disproportion à la nature (voir 11.3.2).

> Si on est trop jeune on ne juge pas bien, trop vieil de même.
>
> Si on n'y songe pas assez, si on y songe trop on s'entête et on s'en coiffe.
>
> ---
>
> Si on considère son ouvrage incontinent après l'avoir fait, on en est encore tout prévenu, si trop longtemps après, on n'y entre plus.
>
> ---
>
> Ainsi les tableaux vus de trop loin et de trop près. Et il n'y a qu'un point indivisible qui soit le véritable lieu. Les autres sont trop près, trop loin, trop haut ou trop bas. La perspective l'assigne dans l'art de la peinture. Mais dans la vérité et dans la morale, qui l'assignera ? (Sel. 55, Laf. 55)

La perspective assigne un point pour l'observation du tableau, dans lequel on doit se placer pour le voir – s'il est trop proche ou trop loin, l'image n'est pas bien vue. Pascal demande alors : quel est le bon point pour connaître la vérité, quel est le bon point pour savoir le bien et le mal ? Dans le plan existentiel de l'homme, le manque d'un tel point amène à une condition problématique, qui pour Pascal ne peut être changée que par un référentiel divin.

C'est en Dieu que certains auteurs ont recherché cette référence : comme pour le cas de la perspective linéaire, cette référence est l'infini. On peut noter par exemple que certains des premiers tableaux à employer un point de fuite ou une « ligne de fuite » représentaient une scène de l'Annonciation : théologiquement, le moment où le fini a rencontré l'Infini[1]. On peut ainsi considérer que la découverte du point de fuite comme « l'image des points infiniment éloignés de toutes les lignes de fuite est pour ainsi dire le symbole concret de la découverte de l'infini lui-même » (Panofsky 1976 [1925], p. 126).

Il s'agissait certes d'un mode de représentation, et si on accepte que toute représentation est symbolique, peut-être celle qui prétend faire le portrait de l'infini doit-elle être dite symbolique par excellence, car elle essaie de déterminer ce qui ne se laisse pas déterminer. C'est ainsi qu'on pourrait dire que le point de fuite est une « figure » (Frontisi 1992) de l'infini, ou un « symbole » de l'infini (Panofsky 1976 [1925] et Florenski 2013 [1919])[2].

La perspective linéaire a influencé la naissance d'une nouvelle discipline mathématique au XVII^{e} siècle dans lequel l'infini intervient d'une manière inédite : la géométrie projective[3].

Nous considérerons ici notamment l'importance des éléments à distance infinie dans la géométrie projective. Avant Desargues, Kepler avait déjà considéré des points infiniment éloignés. Desargues est cependant allé plus loin en traitant les points à distance infinie de la même manière que ceux à distance finie, en réussissant à voir plus de généralité[4].

[1] Pour une discussion sur ce point, voir Frontisi (1992).

[2] Pour ce qui est des *limites* de la forme de représentation qu'est la perspective linéaire, voir ces deux références.

[3] Nous employons ici le terme « géométrie projective » pour caractériser les travaux de Desargues et de Pascal qui ont constitués les premiers avancements dans cette discipline. Il faut noter que quelques historiens préfèrent parler de « géométrie projective » seulement pour des travaux à partir de la fin du XVIII^{e} siècle, période dans laquelle cette discipline gagnera une systématisation et une répercussion d'amplitude plus grande. Alternativement, on parle également de « méthode perspective » (Debuiche 2013) et de « géométrie perspective » (Echeverría 1994), d'une manière plus proche du vocabulaire de l'époque, qui contenait « perspective » mais non pas « géométrie projective ».

[4] Cf. Bkouche (1991) et Field (1994). Quant à l'emploi de points à distance infinie dans la perspective, la question est complexe. Alberti, par exemple, est prudent quand il parle du point de rencontre des droites parallèles horizontales, « presque à une distance infinie » (*paene usque ad infinitam distantiam – De Pictura*, I, 1, 6). Cf. Frontisi (1992, p. 38) et Mitrović, B. "Leon Battista Alberti and the Homogeneity of Space", *Journal of the Society of Architectural Historians*, Vol. 63, No. 4 (Dec., 2004), pp. 424-439.

Du point de vue moderne, la géométrie projective considère quelles sont les propriétés géométriques invariantes par projection et section[1]. C'est ainsi qu'en prenant comme référence la représentation par la perspective linéaire,

> La géométrie projective plane peut être décrite comme l'étude des propriétés géométriques qui ne sont pas altérées par « projection centrale », qui est essentiellement ce qui se passe quand un artiste dessine l'image d'un carrelage au sol dans un tableau vertical. (Coxeter 1987, p. 3)

C'est ainsi qu'un carré dans le sol peut être représenté dans le tableau comme un trapèze, en tenant compte du point-de-vue ce celui qui le regarde. La géométrie projective considère les invariances qui se passent dans ce type de situation, sans être attachée au phénomène optique. Il s'agit d'une géométrie distincte de celle d'Euclide : si la quantité de côtés et d'angles d'une figure est conservée par projection et section, la *mesure* de ces côtés et de ces angles ne l'est pas[2]. Il n'y a pas de « distance » déterminée dans la géométrie projective – c'est ce qui permet de considérer les « distances infinies » et les « distances finies » ensemble : les droites parallèles se rencontrent à l'infini, tout comme les deux extrémités d'une ligne droite. Il faut noter que les lignes droites sont encore des lignes droites par projection et section : il s'agit de la propriété de linéarité.

Mais qu'en est-il pour Desargues et pour Pascal ? Si nous reprenons des traits élémentaires de la géométrie projective moderne, c'est pour indiquer qu'ils se trouvaient déjà dans leurs travaux. Il s'agira pour nous de considérer en particulier le traitement des points à distance infinie[3].

Il faut rappeler que cette technique projective (ou « perspective » si on veut) apparaît chez Desargues et chez Pascal dans le contexte de l'étude des coniques. En effet, considérer les sections coniques comme des projections du cercle permet la généralisation de plusieurs théorèmes. Des géomètres de l'Antiquité, tels que

[1] Cf. par ex. Kline (1967, p. 233) et Coxeter (1987, p. 3).

[2] La géométrie euclidienne était fondée sur les procédures à la règle et au compas. On a déjà démontré qu'on ne perd rien dans cette géométrie si on laisse la règle pour n'avoir que le compas. On peut s'interroger que serait une géométrie avec la règle, mais sans le compas : « Is it possible to develop a geometry having no circles, no distances, no angles, no intermediacy (or "betweenness"), and no parallelism ? Surprisingly, the answer is Yes ; what remains is projective geometry » (Coxeter 1987, pp. 1-2). La géométrie euclidienne peut être considérée comme un cas de la géométrie projective, dans lequel on prend en compte la mesure. A. Cayley a déclaré de manière célèbre que la géométrie projective « is *all* geometry » (A. Cayley, "Sixth memoir upon quantics". *Collected mathematical papers*, 2, p. 592) ; Cayley écrit « descriptive geometry », laquelle sera plus tard appelée « géométrie projective ».

[3] En fait, Pascal considère aussi des droites à distance infinie et des plans à distance infinie, de sorte qu'il faut parler plus généralement d'« éléments à distance infinie ». Il faut aussi noter que des théorèmes importants, comme ceux qui reçoivent aujourd'hui les noms de « Théorème de Desargues » (sur deux triangles en perspective) et « Théorème de Pascal » (sur un hexagone inscrit dans une conique) n'ont pas à être considérés ici, notre objet étant les distances infinies. Pour le contenu mathématique de ce qui nous reste de la géométrie projective de Pascal, voir Taton (1962), Hara (1981) et Houzel (2013). Une bonne contextualisation est donnée par Bkouche (1991).

Pappus d'Alexandrie et Apollonius de Rhodes avaient déjà étudié les coniques, en révélant plusieurs de leurs propriétés, mais la géométrie projective de Desargues et de Pascal est allée plus loin en traitant les théorèmes correspondants de manière unifiée. Fondamental pour ce projet d'unification est l'admission d'éléments à distance infinie[1].

En fait, peu de documents relatifs à la géométrie projective de Pascal nous sont restés, puisque son *Traité des Coniques* a été perdu[2]. L'*Essai pour les coniques* (1640) a été le seul texte publié par Pascal de son vivant, quand il n'avait que seize ans. Il s'agit d'un pamphlet d'une grande répercussion, car il présentait un cas particulier de ce qui serait par la suite appelé Théorème de Pascal ou Théorème de l'Hexagone (voir 13.2).

Dans l'*Essai pour les coniques*, Pascal annonçait des *Éléments coniques complets*, ce qui a créé une grande attente[3].

D'une période postérieure, Pascal aurait écrit le *Traité des coniques*, aujourd'hui perdu. Nous connaissons son existence par le moyen de deux documents : la lettre de 1654 à la *Celleberrimae Matheseos Academiae Parisiensi*, dans laquelle Pascal annonçait ses travaux scientifiques en cours, parmi lesquels un *Conicorum opus completum*[4] ; et la lettre de Leibniz à Étienne Périer du 30 août 1676 [5]. Ce qui nous reste de ce traité sont les notes de Leibniz (OC II, pp. 1120-1131) et une copie faite aussi par Leibniz de la première partie du *Traité*, dont le titre est *Generatio conisectionum* (« La génération des sections coniques »)[6].

[1]L'importance des courbes coniques dans les sciences du XVII siècle ne doit pas être négligée : Kepler identifie des orbites *elliptiques* des planètes dans son *Astronomia Nova* (1609) et des *hyperboles* pour la mesure des réfractions dans l'*Ad Vitellionem paralipomena* (1604), Galilée étudie dans ses *Discorsi* (1638) la trajectoire *parabolique* des projectiles, Descartes utilise toutes ces coniques dans la *Géométrie* (1637) pour résoudre le problème de Pappus, et il évalue dans la *Dioptrique* si la forme idéale des lentilles est *parabolique* ou *hyperbolique* (cf. Dhombres 1994). Les coniques sont fondamentales aussi bien dans la mécanique que dans l'optique dans cette période, et Mersenne mentionne même dans son *Harmonie Universelle* (1636) des applications acoustiques pour les coniques. Il faut toutefois rappeler que les coniques peuvent être étudiées sans la géométrie projective, comme c'est le cas pour la plupart de ces exemples. La géométrie projective n'est qu'une des approches possibles dans l'étude des coniques.

[2]R. Taton (1962) a proposé de reconstruire l'ambition du traité de Pascal sur les coniques. Pour des détails historiques, voir J. Mesnard dans OC II, pp. 220 – 228, 1021 – 1031, 1102 – 1108

[3]Une exception à cet enthousiasme est la position de Descartes qui, sur l'*Essai* de Pascal, a écrit que : « avant que d'en avoir lu la moitié, j'ai jugé qu'il avait appris de Monsieur Desargues, ce qui m'a été confirmé incontinent après par la confession qu'il en fait lui-même » (lettre à Mersenne du 1er ou 2 avril 1640 ; OC II, pp. 238-239).

[4]Cette lettre (présentée dans OC II, pp. 1031 - 1035) se destinait à l'« Académie », le groupe d'hommes de science qui se regroupaient autour de Le Pailleur après la mort du P. Mersenne en 1648. Parmi les membres du groupe, il y avait Desargues, Roberval, Carcavy et Petit.

[5]Les frères Périer étant responsables de l'héritage intellectuel de Pascal, ils ont demandé à Leibniz d'analyser ces documents en vue de leur publication. Quoique Leibniz l'ait recommandée, cela n'a jamais été fait.

[6]OC II, pp. 1108-1119. Ce texte a été récemment édité dans Leibniz, A VII, 7. Leibniz signale que le titre original de cette partie était *Generatio conisectionum, tangentium et secantium ; seu*

L'*Essai pour les coniques* (1640) a été écrit sous l'influence directe de Desargues, et il a été publié seulement un an après le *Brouillon project d'une Atteinte aux evenemens des rencontres du cone avec un plan* (1639)[1]. Deux autres travaux classiques sur les coniques ont aussi probablement influencé Pascal dans ses travaux : les *Coniques* d'Apollonius de Perge (c. III d. C.) et la *Collection* de Pappus d'Alexandrie (c. III a. C.)[2]. Ils avaient tous deux été édités par Federico Commandin à Bologne, respectivement en 1566 et en 1588, et ils étaient bien connus des mathématiciens du XVII^{e} siècle[3]. En effet, plusieurs auteurs travaillaient sur les coniques pendant cette période – Claude Mydorge, un ami d'Étienne Pascal, avait publié en 1631 un travail sur les coniques, avec lequel Pascal était probablement familier[4].

Dans ce chapitre, nous analyserons : 1/ la présentation des points à distance infinie dans les travaux de Desargues et de Pascal, et prenant comme exemple la formulation originelle du théorème de Pascal (section 13.2) ; 2/ les proportions dans la géométrie projective et l'introduction de l'infini dans des rapports, notamment dans l'*involution* étudiée par Desargues (section 13.3) ; quelques aspects philosophiques du modèle de la géométrie projective (section 13.4).

Une remarque doit être faite : étant donné qu'on ne possède presque aucun des textes de Pascal en géométrie projective, l'analyse de ce domaine dans son œuvre reste difficile. Notre option méthodologique est d'examiner aussi bien l'*Essai pour les coniques* et la *Generatio conisectionum*, les seuls textes restants de Pascal, que le *Brouillon project* de Desargues. L'analyse de ce dernier texte se justifie du fait que Pascal a commencé ses travaux dans ce domaine à la suite directe de Desargues, et qu'on peut voir qu'il a hérité certains traits de l'approche de Desargues et une partie de sa terminologie (par exemple quand il parle d'« ordonnance »). Cela ne veut pas dire qu'ils ont des approches absolument égales, mais que, dans le mesure des documents existants, leur proximité nous semble être la meilleure voie pour évaluer l'importance de la géométrie projective pour la pensée de Pascal.

En particulier, dans 13.3, nous discutons le rôle des proportions dans le *Brouillon project* de Desargues. Nous choisissons de traiter les proportions dans l'*Essai pour les coniques* de Pascal dans l'annexe I – cela est dû au fait que les proportions y apparaissent comme moins importantes pour la considération des distances infinies que c'est le cas dans le *Brouillon project* (et rien n'empêche d'imaginer que c'était aussi le cas dans le *Traité des coniques* perdu).

---

projectio peripheriae, tangentium, et secantium circuli in quibuscumque oculi, plani ac tabellae positionibus (OC II, p. 1108). Sur Desargues et Leibniz, voir Debuiche (2013). Sur Pascal et Leibniz, voir Debuiche (2016). Nous renvoyons aussi à notre Cortese (2016c).

[1]Nous écrivons dorénavant simplement *Brouillon project*. L'édition des œuvres de Desargues a été faite par R. Taton en 1951. Il faut aujourd'hui se rapporter à l'édition de 1981 (Taton 1981, réimprimée en 1988), dans laquelle certaines erreurs (de Desargues lui-même !) ont été corrigées , notamment pour le théorème « de Desargues » tel que présenté dans les « propositions de 1648 ».

[2]Cf. Taton (1962, p. 207). Pascal cite les *Coniques* d'Apollonius dans la lettre de 1654 à l'« Académie ».

[3]Cf. Mesnard dans OC II, p. 221.

[4]Cf. Taton (1962, p. 207).

Ce parcours d'analyse nous permettra de examiner *une certaine assimilation de l'infini au fini*. Il s'agit de voir comment l'infini est considéré comme un cas particulier des théorèmes, ce qui permet la généralisation de l'étude des coniques. Les cas fini et infini sont ainsi traités sous la même procédure. De plus, on voit une réciprocité entre l'infiniment petit et l'infiniment grand chez Desargues qui n'est pas sans rappeler la relation que Pascal proposera ailleurs entre les deux infinis. Finalement, on verra l'infini entrer dans une proportion, notamment dans l'involution de Desargues, en abandonnant la contrainte de l'homogénéité des éléments qui entrent dans un rapport.

13.2 « *Ad distantiam vel finitam (...) vel infinitam* » : l'introduction d'éléments à distance infinie

Des points, lignes et plans *ad distantiam infinitam* apparaissent plusieurs fois dans la *Generatio Conisectionum*. Nous verrons que ces éléments à distance infinie sont d'importance chez Pascal pour achever une nouvelle généralisation de l'étude des coniques.

Dans l'*Essai pour les coniques*, Pascal présente cinq types de sections coniques : la circonférence du cercle, l'ellipse, l'hyperbole, la parabole et l'angle droit. Cependant, dans la *Generatio Conisectionum* Pascal expose six types de sections coniques : le point, la droite, l'angle droit, l'antobole (l'ellipse), la parabole et l'hyperbole. Comme nous pouvons le noter, la circonférence du cercle, qui était considérée comme une section conique dans le premier écrit, ne l'est plus dans le second. Cela ne signifie pas qu'elle était considérée comme peu importante : bien au contraire, les généralisations de la géométrie projective sont faites par la considération de toutes les sections coniques comme des projections du cercle :

> De là découle évidemment que, si l'œil est au sommet du cône, si l'objet est la circonférence du cercle qui est la base du cône, et si le tableau [*tabella*] est le plan qui rencontre de part et d'autre la surface conique, alors la conique qui sera engendrée par ce plan sur la surface conique, soit point, soit droite, soit angle, soit antobole, soit parabole, soit hyperbole, sera l'image [*apparentia*] de la circonférence du cercle [*peripheriae circuli*][1].

[1]OC II, pp. 1112 - 1113 ; trad. Mesnard. Quoique la géométrie projective soit une théorie mathématique, son rapport aux phénomènes optiques peut être retrouvé dans le vocabulaire de *oculus*, *tabella*, *apparentia*. Ce vocabulaire de termes rapportés à la peinture apparaît déjà dans l'*Exemple de l'une des manières universelles touchant la pratique de la perspective sans employer aucun tiers point, de distance ny d'autre nature, qui soit hors du champ de l'ouvrage*, publié par Desargues en 1636. On peut y voir un héritage de l'emploi de la technique perspective pour la géométrie projective – voir par ex. Bkouche (1991), Field (1994) et Kline 1967. Une exception parmi les historiens modernes, Andersen (2007) pose des restrictions à cette association, récusant que Desargues ait considéré des points à distance infinie à partir des points de fuite, cette correspondance étant plutôt implicite dans ses travaux.

Comme le montre ce passage de la *Generatio Conisectionum*, nous pouvons arriver à toutes les sections coniques par moyen de la *projection* de la circonférence du cercle. La circonférence n'est plus une courbe entre les autres sections coniques, mais sa génératrice, les autres sections coniques étant une image (*apparentia*) de la circonférence du cercle. Cela veut dire qu'il y a une correspondance entre, par exemple, tous les points de la circonférence et tous ceux d'une ellipse.

Mais qu'en est-il de la parabole ? Comment pourrait-elle être la projection d'une circonférence, alors qu'elle est une figure « ouverte » ? Il suffit d'ajouter un point à distance infinie, dit Pascal, et la projection est maintenant valable – la parabole est comme une ellipse qui se ferme à l'infini (OC II, p. 1114). Et quant à l'hyperbole ? Elle peut aussi être considérée comme une projection de la circonférence, pourvu qu'on admette l'existence de deux points de la courbe à distance infinie.

Que dire sur ces points à distance infinie ? Pascal les accepte dans sa géométrie, mais quel est leur statut ? Devrait-on dire qu'ils « existent » au même titre que les points à distance finie, ou seraient-ils une sorte d'artifice dont l'existence ne devrait pas être prise au sérieux ? La question est hautement complexe. Elle touche à l'ontologie même des objets mathématiques : que dire de l'existence d'un élément géométrique dès lors qu'on s'autorise à le *postuler* pour une théorie ?

Nous avons vu que toutes les sections coniques peuvent être vues comme des *projections* de la circonférence, pourvu qu'on admette que quelques-unes des courbes aient des points à l'infini – Pascal les appelle des points sans image (*puncta non apparentia*, *punctum quod apparentia caret*) ou points manquants (*puncta deficientia*). C'est ainsi que l'antobole (l'ellipse) n'a aucun point manquant (tous les points de la circonférence ont une image projetée dans l'antobole), la parabole a un point manquant (il y a un point du cercle projeté dans la parabole seulement à une distance infinie) et l'hyperbole a deux points manquants (il y a deux points de la circonférence projetés dans l'hyperbole seulement à une distance infinie).

Ces considérations nous amènent à la comparaison entre le fini et l'infini, comme nous pouvons le voir dans ce passage de la *Generatio Conisectionum* :

> De là résulte que la parabole s'étend à l'infini et engendre un espace infini, quoiqu'elle soit l'image de la circonférence du cercle, qui est finie et embrasse un espace fini[1]. (OC II, p. 1114 ; trad. Mesnard, modifiée)

La parabole engendre un espace infini, *quoiqu'*elle soit l'image projetée de la circonférence du cercle. Ce « quoique » (*quamvis*) indique que la correspondance entre le fini et l'infini n'est pas évidente, même si elle est possible. Le préjugé d'impossibilité est ici appuyé, ainsi que son surpassement. La projection relie toutes les sections du cône, *quoique* quelques-unes d'elles soient finies, et d'autres infinies. Avec cette considération Pascal reconnaît d'une certaine manière une possibilité de mettre en

[1] *Inde fit ut parabola, in infinitum extensa, infinitum spatium suscipiat, quamvis sit apparentia peripheriae circuli quae finita est et spatium finitum complectatur.*

rapport le fini et l'infini[1].

Voyons l'importance de l'introduction des points à distance infinie dans un cas notable : le Théorème dit « de l'Hexagone », ou « de Pascal »[2]. Le lemme I de L'*Essai pour les coniques* énonce le Théorème de Pascal pour le cas de la circonférence du cercle[3] :

> Si dans le plan MSQ du point M partent les deux droites MK, MV, et du point S partent les deux droites SK, SV, et que K soit le concours des droites MK, SK et V le concours des droites MV, SV, et A le concours des droites MK, SV, et μ le concours des droites MV, SK, et que par deux des quatre points A, K, μ, V, qui ne soient point en même droite avec les points M, S, comme par les points K, V, passe la circonférence d'un cercle, coupante [*sic*] les droites MV, MK, SV, SK, ès points O, P, Q, N, je dis que les droites MS, NO, PQ, sont de même ordre.

C'est-à-dire que pour l'hexagone $PKNOVQ$ inscrit dans le cercle la propriété suivante est valable : « si ses côtés opposés PK, OV se coupent en M, et que ses côtés opposés KN, VQ se coupent en S, alors les côtés opposés NO, QP se coupent sur la droite MS » (Houzel 2013, p. 91). C'est ce que la figure de Hara (fig. 13.1) indique par les ϵ : les droites prolongées à partir des côtés PQ et NO se rencontrent sur la droite MS.

On remarquera le fait que Pascal *n'y parle ni d'« hexagone » ni d'« hexagramme »*. Sa formulation passe plutôt par la notion d'*ordre* : sont de même ordre des droites qui concourent en un même point, telles que, dans ce cas, PQ, NO et MS. Mais la notion d'ordre comprend aussi le cas des droites parallèles, dans lequel ces droites sont aussi dites se retrouver – à une distance infinie. Pour le cas du théorème en question, des côtés opposés deviennent parallèles quand on considère un hexagone régulier. Le théorème demeure pourtant valable. Lisons la définition de Pascal :

> Quand plusieurs lignes droites concourent à même point, ou sont toutes parallèles entre elles, toutes ces lignes sont dites de même ordre ou de même ordonnance, et la multitude de ces lignes est dite ordre de lignes, ou ordonnance de lignes. (OC II, p. 231)

[1] Un exemple de ce type de rapport dans les mathématiques du XVII^{e} siècle serait donné par le solide infiniment long de Torricelli : un solide de longueur infinie mais de volume fini. Cf. Mancosu (1996, pp. 130-139).

[2] Sur le contenu mathématique de ce théorème, voir Taton (1955), Taton (1962), Hara (1981) et Houzel (2013). Il faut remarquer qu'on ne connaît aucune démonstration de ce théorème de la part de Pascal. Plusieurs démonstrations sont possibles : une démonstration en l'esprit de l'époque a été récemment présentée par André Joyal (*Current Issues in the Philosophy of practice of mathematics and Informatics*, IMT Toulouse, 29 juin 2016), que nous remercions pour l'échange sur la question.

[3] Le troisième lemme étendra, par projection, ce théorème pour « une quelconque section de cône ».

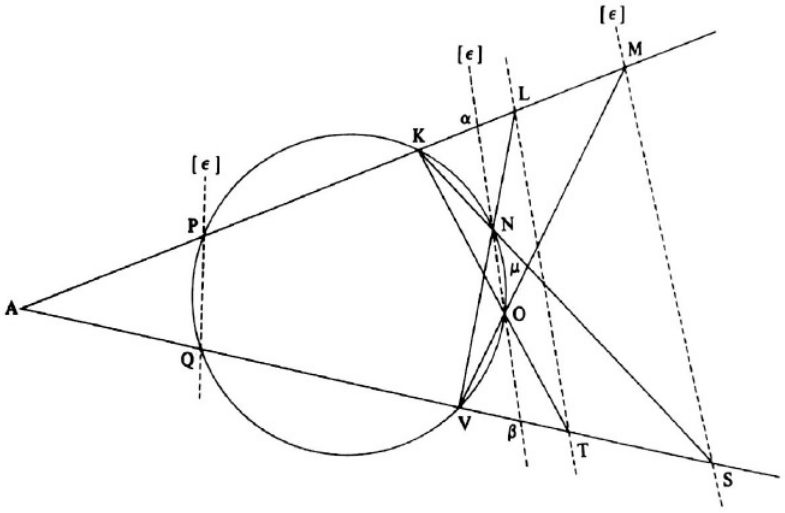

FIGURE 13.1 : Développement de la figure 1 de l'*Essai pour les coniques* (figure dans Hara 1981, p. 10) ; cf. Taton 1955, p. 12

On notera que Pascal écrit « ordre » *ou* « ordonnance ». Le deuxième terme renvoie au *Brouillon project*, d'où Pascal prend la définition. La première définition dans le livre de Desargues est celle de droites de même *ordonnance* : ce sont celles qui sont ou bien parallèles ou bien concurrentes en un même point (« inclinées à mesme point »), lequel est appelé *but* d'une ordonnance de droites. Cette notion permet une formulation générale d'une ordonnance de droites : il s'agit d'un ensemble de droites qui concourent vers un même point, soit à distance finie soit à distance infinie – cas dans lequel elles sont parallèles[1]. On remarquera l'importance de présenter les cas fini et infini côte à côte, sous une même dénomination générale – en l'occurrence, celle d'*ordonnance*.

Quant à Pascal, on verra que son usage du vocabulaire pour cette question n'est pas constant. « *Ad distantiam vel finitam (...) vel infinitam* », écrit-il dans la troisième définition de la *Generatio conisectionum* :

> Deux droites ou davantage, quelle que soit leur position, sont toujours dites concourantes, soit à distance finie, si elles se coupent en un même point, soit à distance infinie, si elles sont parallèles.
>
> (OC II, p. 1111 ; trad. Mesnard)

Pascal abandonne la définition d'*ordre* pour passer à la notion de « distance

[1]Desargues fait des définitions analogues pour des plans, qui ont une même ordonnance s'ils passent par une même droite (l'*essieu*) qui est soit à distance finie soit à distance infinie (cas dans lequel les plans sont parallèles). Desargues écrit « *essieu* d'une ordonnance » de plans dans le corps du texte, mais dans le titre de ce passage il écrit « *But* d'une ordonnance de Plans » (Taton 1951, p. 101). Field et Gray (1987, p. 205, note 7) remarquent que probablement Desargues écrit *but* aussi dans le cas des plans pour exhiber l'analogie entre le cas des droites et des plans.

infinie ». Nulle part dans l'*Essai pour les coniques* Pascal n'écrit « distance infinie » (et ni même « infini »), tout comme nulle part dans la *Generatio Conisectionum* il n'est question d'« ordre » ou d'« ordonnance »[1].

L'expression « *non (...) nisi ad distantiam infinitam* », qui apparaît sept fois dans la *Generatio Conisectionum* montre que considérer la projection à l'infini est une sorte de concession : cela ne se passe *que* (*nisi*) si on considère le cas à distance infinie[2]. Et cependant on le considère : la distance infinie est là, et permet de considérer toute conique comme la projection d'un cercle.

Ce qui est curieux, c'est que si Pascal semble prendre ses distances (finies ou infinies) avec son maître Desargues, cessant de parler d'« ordre », en même temps il faut indiquer que Desargues parlait déjà de « distances infinies ». Il semblerait que l'idée, elle, soit déjà saisie par Pascal depuis l'*Essai pour les coniques* ; elle est cependant encore exprimée par la notion d'ordre, et ne sera qu'après que Pascal acceptera le vocabulaire de « distance infinie »[3].

En tout cas, la considération des distances infinies à côté des distances finies est capitale pour la généralisation de l'étude des projections, y compris pour le cas des coniques.

Dans le *Brouillon project*, Desargues considère une droite qui se meut autour d'un point immobile dans un plan. Si ce point est à une distance finie, la droite en mouvement prend diverses « places », et elle « donne ou représente comme diverses droictes d'une mesme ordonnance entre elles » (Taton 1951, p. 101). Dans ce cas, si on prend un point dans la droite autre que celui qui reste immobile, il décrira, avec le mouvement de la droite, une ligne de courbure uniforme : un cercle.

Dans le cas où le point immobile est à une distance infinie, la droite en mouvement aussi « donne ou représente comme diverses droictes d'une mesme ordonnance entre elles », qui seront maintenant des droites parallèles. Et si on considère un point autre que le point immobile, il décrira avec le mouvement de la droite une deuxième droite, perpendiculaire à celle qui se meut.

On a bien ici la considération du mouvement d'une droite autour d'un point, situation qui est en rapport avec le levier (cf. G.4). Si dans celui-ci la distance entre un certain point et le point d'appui importait, Desargues fait un pas de plus par rapport aux leviers considérés par Aristote ou par Archimède : il considère le cas où le point fixe est à distance infinie de celui qui se meut. Certes il ne s'agit pas ici proprement d'une balance ou d'un levier – le point fixe n'est pas dans ce cas un « point d'appui ». Mais la droite peut dans une certaine mesure être comparée à la

[1] Le texte étant en latin, nous voulons dire qu'il n'y a pas d'occurrence d'*ordo* ou d'un terme avec la même racine.

[2] Un exemple est la cinquième définition, où on lit « *recta infinita in plano conisectionis ducta, quae ipsam conisectionem non nisi ad distantiam infinitam attingit, et quibusdam monosecantibus parallela est, dicitur asymptotos* » (OC II, p. 111). Une exception est la deuxième définition, seul passage dans lequel on lit « *distantiam infinitam* » dans ce texte hors de l'expression « *nisi ad distantiam infinitam* ».

[3] Cela nous avait échappé lors de l'écriture de Cortese (2015 [en ligne 2014]).

circonférence grâce à l'introduction d'un point à distance infinie. Desargues se rend compte qu'il s'agit là d'un important travail de généralisation :

> Et suivant la poincte de cette conception, finalement on y void comme une espèce de rapport entre la ligne droicte infinie & la ligne courbée d'une courbure uniforme, c'est à dire, le rapport d'entre la ligne droicte infinie & la circulaire, en façon qu'elles paroissent estre comme deux espèces d'un mesme genre, dont on peut énoncer le tracement en mesmes paroles. (*Brouillon project.* Dans Taton 1951, p. 102)

Il s'agit d'un cas particulier du cercle, celui où le centre, étant à une distance infinie, le point qui se meut autour de ce point forme une droite. Il y a ainsi entre la droite et le cercle « comme une espèce de rapport » : Desargues abandonne l'irréductibilité entre ces deux éléments géométriques. Un nouveau type de « rapport » apparaît, en unifiant des situations qui étaient pour la géométrie « classique » irrémédiablement sans connexion[1]. Cela n'est possible que parce qu'on a considéré ensemble les cas fini et infini. Desargues réussit à franchir deux barrières d'incomparabilité à la fois : la droite et le cercle deviennent comparables en même temps que le fini et l'infini. Il s'agit certes d'une comparaison contrainte, restreinte à des conditions – mais elle ne laisse pas d'être par excellence une comparaison entre des incomparables.

Nous verrons dans 13.3 comment l'infini entrera également dans une proportion dans l'œuvre de Desargues. Pour le moment, précisons en quoi la géométrie projective de Desargues et de Pascal permet d'atteindre une généralité inédite dans l'étude des coniques[2].

Apollonius avait considéré la parabole, l'ellipse et l'hyperbole comme sections coniques, mais il a étudié chacune d'elles séparément. Dans le *Brouillon project* et dans la *Generatio Conisectionum*, on trouve une nouvelle approche, en prenant une section quelconque du cône et arrivant à des résultats valables pour toutes les coniques[3]. Cette généralité n'est possible que par l'introduction d'éléments à distance infinie[4]. Quoique l'unification des théorèmes pour les coniques puisse paraître

[1] Dans G.4 nous montrons le rapport que cette situation géométrique pourrait avoir à loi du levier pour Desargues.

[2] Cette généralité, Mersenne écrivait : « (...) nous avons ici un jeun homme (...) lequel est si excellent géomètre, n'ayant que 18 ans, qu'il a compris toutes les sections coniques et l'Apollonius dans une seule proposition, de laquelle il dérive tellement 400 corollaires que pas un ne dépend l'un de l'autre, mais tous, aussi bien le dernier que le premier, de ladite proposition (...) » (lettre à T. Haak du 18 novembre 1640 ; OC II, p. 239).

[3] C'est cela qu'indique Desargues quand il introduit les sections coniques dans la deuxième moitié du *Brouillon project* : « Les plus remarquables proprietez des coupes de rouleau sont communes à toutes les especes & les noms d'*Ellipse*, *Parabole* & *Hyperbole*, ne leur ont été donnez qu'à raison d'evenemens qui sont hors d'elles & de leur nature » (*in* Taton 1951, p. 138, note).

[4] Granger (1968, p. 46) arrive même à dire que « La théorie arguésienne des coniques est bien, par rapport à Apollonius, une métathéorie, dont les propositions constituent des règles pour engendre les théorèmes de la théorie proprement dite ». Il faut noter que Descartes a aussi fait une étude unifiée des coniques, mais d'une manière différente de Desargues et Pascal, par la géométrie algébrique.

naturelle, elle n'est en rien évidente. Dans une lettre du 20 mai 1656 à Huygens, Carcavy écrivait :

> Et ne vous semble t-il pas, Monsieur, que, de même que Messieurs Pascal et Desargues ont enchéri sur la pensée d'Apollonius, ne se mettant pas en peine de couper le cône par l'axe mais partout où on voudra, que l'on peut encore enchérir sur la leur et démontrer une même propriété par une seule énonciation dans toutes les sections de cône ? Pourquoi ne pourra-t-on pas trouver dans la parabole un point qui corresponde au centre des autres sections ? Le dernier de ces deux grands hommes ne nous a-t-il pas fait voir que le foyer n'est qu'un cas particulier d'une proposition plus générale, que le carré se doit énoncer sous le nom du rectangle, et plusieurs autres choses qui servent à ce dessein, Monsieur Pascal ayant aussi donné les asymptotes de l'ellipse, du cercle et de la parabole ? (OC III, pp. 845-845)

Ce à quoi Huygens répond ne pas admettre un foyer dans la parabole ni dans les autres sections, et ne pas comprendre quelles asymptotes pourraient exister pour le cercle, l'ellipse et la parabole. En tout cas, il dit que « la construction et démonstration universelle » des deux problèmes sur les coniques que Carcavy avait proposés dans sa lettre serait très belle (lettre à Carcavy du 1er juin 1656, OC III, p. 848). Carcavy, à son tour, valorise l'œuvre de Desargues, en écrivant que celui-ci « conçoit les choses plus universellement » que les autres géomètres (lettre à Huygens du 22 juin 1656, OC III, p. 849). L'universalité des théorèmes dans l'étude des coniques de Pascal et Desargues est donc vue d'un bon œil par les deux mathématiciens[1].

Descartes lui-même, qui considérait avec un regard critique les développements de Desargues, reconnaît dans la célèbre lettre du 9 janvier 1639 à Mersenne que

> La façon dont il commence son raisonnement, en l'appliquant tout ensemble aux lignes droites & aux courbes, est d'autant plus belle qu'elle est plus générale, & semble estre prise de ce que i'ay costume de nommer la Metaphysique de la Geometrie, qui est une science dont ie n'ay point remarqué qu'aucun autre se soit jamais servi, sinon Archimede. Pour moy, ie m'en sers tousiours pour juger en general les choses qui sont trouvables, & en quels lieux ie les doy chercher ; mais ie ne m'y fie point tant, que d'assurer aucune chose de ce que i'ay trouvé par son moyen, avant que ie l'aye aussy examiné par le calcul, ou que i'en aye fait une demonstration Geometrique. (AT II, p. 490)

Quoique dans la suite de la lettre on trouve des réserves aux développements de Desargues, Descartes reconnaît ici une valeur dans le travail de l'auteur du *Brouillon*

Quant à l'originalité de l'unification de l'étude des coniques par Pascal, voir Taton (1962, pp. 235-240).

[1] Sur les « asymptotes de l'ellipse », voir Hara (1981, chap. 2).

project. La beauté de son raisonnement réside justement dans sa généralité. Même si Desargues ne procède pas de la même manière que Descartes (qui préfère toujours s'assurer de ses résultats par le moyen d'un calcul ou d'une démonstration), il serait dans la vision de Descartes le seul après Archimède à avoir traité la « Métaphysique de la Géométrie ». L'expression est d'autant plus remarquable qu'elle émane d'un mathématicien à la recherche d'une « science universelle » : elle indique qu'avec la géométrie de Desargues on atteint un autre degré de généralité[1].

Descartes indique également que cette généralité réside dans le fait que le raisonnement de Desargues est appliqué ensemble aux lignes droites et aux lignes courbes. Il y a là un des traits de l'œuvre de Desargues dont nous croyons que Pascal a également hérité : la conception d'une continuité entre les coniques, de la droite jusqu'au cercle. L'« irréductibilité » entre la droite et le cercle est en quelque sorte surpassée par la géométrie projective.

Dans une lettre du 19 juin 1639 adressée à Desargues, Descartes proposait que celui-là pouvait choisir entre deux types de lecteurs[2] : « les Doctes », pour qui Desargues pourrait présenter quelques propriétés nouvelles des sections coniques, ou un public de « Curieux » qui pourrait apprendre avec son livre cet art si pratique qu'est la perspective. Au premier public, dit Descartes, le vocabulaire de Desargues paraîtra inadéquat, car ils empruntent à Apollonius les termes de ces problèmes. Au cas où Desargues préférerait écrire pour les Curieux, Descartes suggère qu'il fasse un grand livre, en expliquant tous les détails de la théorie concernée, de sorte que la compréhension ne soit pas plus difficile que la description « d'un Palais enchanté dans un Roman ». Finalement, pour faciliter la lecture de ces personnes « qui n'estudient qu'en baaillant », l'idéal serait d'employer le calcul arithmétique, et non pas la Géométrie[3].

Comme l'indique G.-G. Granger (1968, chap. 3), Descartes et Desargues possèdent des « styles » mathématiques radicalement distincts. Tous les deux partent de la circonférence du cercle pour proposer une géométrie unifiée, mais d'une manière assez différente[4]. Nous retenons ici de son analyse principalement le fait que l'incompréhensible peut être accepté par Desargues comme principe en sciences, mais non

[1] En revanche, il faut noter qu'il y a aussi une reproche dans la phrase de Descartes : il dit utiliser la « Métaphysique de Géométrie » lui-même, mais seulement dans une premier moment, pour savoir où trouver les solutions mathématiques. En revanche, il estime nécessaire par la suite de s'assurer des solutions par le calcul ou par une démonstration.

[2] AT II, pp. 554-557.

[3] « il ne seroit hors de propos d'user des termes & du calcul de l'Arithmétique, ainsi que i'ay fait en ma Geometrie : car il y a bien plus de gens qui sçavent ce que c'est que la Composition de raisons, etc. ».

[4] Carcavy reconnaît la particularité du « style » de Desargues. Sa conception serait néanmoins intéressante car plus universelle : « En ce qui concerne Messieurs Pascal et Desargues, ce sont aussi deux personnages marveilleux. Il est vrai que le dernier a un style un peu différent de celui des autres géomètres, mais comme il ne les a pas beaucoup lus, que ses pensées sont à lui seul, et qu'il conçoit les choses plus universellement qu'eux, il faut l'excuser et profiter de ce peu qu'il nous a donné, dont on tirerait beaucoup plus d'avantage s'il était rangé dans un autre ordre » (Lettre de Carcavy à Huygens du 22 juin 1656. OC III, p. 849).

pas pour Descartes. Nous croyons que cette analyse est aussi valable pour Pascal – voir 14.2.4.

Par la suite, nous considérerons la proportionnalité telle qu'elle se présente dans la géométrie projective de Desargues et de Pascal. Avant cela, une remarque se fait nécessaire : l'« analogie » a été utilisée pour caractériser l'unification entre les sections coniques, notamment dans la continuité qu'on peut retrouver entre elles. En ce sens, on peut comprendre la parabole comme une courbe intermédiaire entre les autres coniques – ce qui avait déjà été remarqué par Kepler[1]. Une telle continuité entre les coniques sera plus tard envisagée aussi par Leibniz[2], et l'étymologie même de ces courbes suggère cette continuité : si l'hyperbole est un « excès » et l'ellipse est un « manque », la parabole est une « égalité » – *comparaisons* dont Desargues est conscient[3]. Cette continuité a été nommée une « analogie » par Mersenne [4] et par Kepler lui-même :

> Mais pour nous les termes de la Géométrie doivent obéir à l'analogie : car j'aime tout particulièrement les analogies, mes maîtres les plus fidèles, instruits de tous les arcanes de la nature, et l'on doit principalement en faire usage dans la Géométrie, où elles apportent, malgré l'incongruité de la manière dont elles s'expriment, la solution d'une infinité de cas pris entre les cas limites et le milieu [*extrema mediumque*], et où elles font voir admirablement toute l'essence d'une question.
>
> (*Ad Vitellionem paralipopena*, p. 95 ; trad. Kepler 1980, p. 224)

Ce à quoi Kepler ajoute que l'analogie lui a été aussi utile dans le dessin des sections coniques.

[1] Voir les *Ad Vitellionem paralipomena* : « En effet, la ligne formée à la surface d'un cône par sa section est soit une droite, soit un cercle, soit une parabole, soit une hyperbole, soit une ellipse. Entre ces lignes, et pour parler plutôt analogiquement que géométriquement, il y a un ordre, dépendant de leurs propriétés, qui est le passage de la ligne droite à la parabole par l'intermédiaire d'une infinité d'hyperboles, puis de là au cercle par l'intermédiaire d'une infinité d'ellipses. En effet, de toutes les hyperboles, la plus ouverte est la ligne droite, tandis que la plus aiguë est la parabole, et de même, de toutes les ellipses, la plus aiguë est la parabole, la plus ouverte est le cercle » (trad. fr. dans Kepler 1980, pp. 220-221). Kepler propose une continuité entre les coniques, de la ligne droite, en passant par les hyperboles, par « la parabole », par les ellipses, jusqu'au cercle. La parabole tient ainsi une position intermédiaire (« Parabole loco medio », « Parabole teneat medium »). Selon Dhombres (1994, p. 65), il s'agit d'un passage plutôt isolé du texte de Kepler.

[2] Par exemple dans le manuscrit inédit (LH XXXV, I, Nr. 5, Bl. 43r) cité par Echeverría (1986), dans lequel Leibniz parle d'une *mutatio continua*.

[3] « la figure en est nommée (...) *Elipse*, en francez, deffaillement. (...) *Parabole*, en francez, égalation. (...) *Hyperbole*, en francez, outrepassement ou excedement » (*Brouillon project*, *in* Taton 1951, p. 137).

[4] Mersenne parle même de « certaines analogies qui se rencontrent dans toutes les sections » du cône (*Harmonie Universelle*, Paris, 1636, livre 1, p. 62).

Un tel aspect « analogique » de la continuité entre les coniques peut être trouvé dans la conclusion de la *Generatio Conisectionum* de Pascal : on y voit que la parabole occupe une position intermédiaire entre les autres coniques.

> On conclut aussi qu'il y a dans l'hyperbole deux séries de droites parallèles entre elles et que, dans chacune des deux séries, il y a une droite qui ne touche pas l'hyperbole sinon à distance infinie, c'est-à-dire qui est asymptote. Enfin il est évident que la parabole tient le milieu [*parabola tenere medium*] entre l'antobole et l'hyperbole, car[1] :

Dans l'antobole	*Parabole*	*Hyperbole*
Il n'y a pas une seule verticale parallèle ;	Il y en a une parallèle.	Deux verticales parallèles.
Il n'y a pas un seul point manquant.	Un des points manquant.	Deux points manquants.
Elle consiste en une ligne finie.	Une ligne infinie.	Elle consiste en deux lignes infinies.
Elle comprend un espace fini.	Un espace infini.	Deux espaces infinis.
Aucune série de parallèles.	Une série de monosécantes.	Deux séries de monosécantes.

Il devient clair du passage cité et du tableau que la parabole a une position intermédiaire (*tenere medium*) entre l'antobole (l'ellipse) et l'hyperbole. La parabole est parallèle à une des droites verticales[2], tandis que l'ellipse n'est parallèle à aucune, et l'hyperbole est parallèle à deux. La parabole a un point manquant[3], tandis que l'antobole n'en a aucun (tous ces points sont des projections à une distance finie) et l'hyperbole en a deux. D'ailleurs, la parabole est *une* ligne infinie, et comprend *un* espace infini. Celui-ci est un cas intermédiaire entre l'ellipse (ligne et espace finis) et l'hyperbole (deux lignes et deux espaces infinis). Quant à la dernière ligne du tableau, elle indique que si on considère la projection des touchantes à la circonférence, toutes les touchantes projetées dans le plan de l'antobole intersectent la courbe, tandis que pour la parabole et pour l'hyperbole il faut considérer une ou deux droites qui ne sont touchantes à la courbe qu'à une distance infinie.

La conclusion de la *Generatio conisectionum* est donc un classement des coniques qui présente la parabole comme intermédiaire, tout comme pour Kepler et pour Mersenne. Ce type de classification se rapproche de l'emploi de la notion de *milieu*

[1] Trad. Mesnard dans OC II, pp. 1118 - 1119. Dans le texte même de Pascal on trouve un tableau, dont nous reproduisons ici la traduction de Mesnard.

[2] Ce que nous appelons aujourd'hui la droite génératrice d'un cône de révolution.

[3] Les points manquants sont ceux sans projections – ou mieux, les points qui n'ont projection qu'à distance infinie.

dans certains passages des *Pensées* et des *Écrits sur la grâce*[1]. Le classement de Pascal ne comprend pas le cercle et la droite comme des extrêmes – ce qui était le cas pour Kepler –, mais toutefois on trouve une continuité dans la génération des six sections coniques telles que présentées au début de ce texte. De Desargues, Pascal semble avoir hérité une « espèce de rapport » entre la droite et le cercle : cela se fait par un rapprochement du fini et de l'infini, présentés côte à côte dans le tableau, comme des cas distincts d'une même géométrie.

Nous avons vu que les éléments à distance infinie sont essentiels dans cette démarche de Desargues et de Pascal. Il est intéressant de les examiner en gardant à l'esprit que Pascal fait référence à des distances infinies dans des fragments importants des *Pensées*. Entre l'état actuel de l'homme et le pouvoir de déterminer l'existence de Dieu « il y a un chaos infini qui nous sépare »[2] ; l'homme est « un milieu entre rien et tout, infiniment éloigné de comprendre les extrêmes »[3] ; la distance infinie qui existe entre les corps et les esprits, finalement, « figure la distance infiniment plus infinie entre les esprits et la charité car elle est surnaturelle »[4]. Dans ces fragments, « distance infinie » possède non pas le même sens que dans la géométrie projective de Pascal, mais est une figure de la disproportion et de l'hétérogénéité. Ainsi, si la distance infinie est dans les travaux de la géométrie projective signe d'une assimilation de l'infini, au sens où fini et infini sont tenus pour des cas particuliers de théorèmes généraux, la « distance infinie » apparaît en revanche dans les *Pensées* comme marque de disproportion[5]. En tout cas, nous avons noté que l'expression « distance infinie » n'apparaît pas depuis le commencement de ces travaux : absente dans l'*Essai pour les coniques* on ne la trouve que dans la *Generatio Conisectionum*, presque toujours comme *nisi ad distantiam infinitam*. Il semblerait alors que Pascal sent déjà la « négativité » de l'infini quand il le nomme comme une « distance infinie ». Il ne laisse pas pour cela de trouver des relations à partir de ce type de distances, dans son traitement propre à la comparaison des incomparables[6].

[1] Voir par exemple Descotes (2011, dossier « Le milieu ») et Wanegfelen (2006).

[2] *Infini rien* (Sel. 680, Laf. 418) – voir 11.3.3.

[3] *Disproportion de l'homme* (Sel. 230, Laf. 199) – voir 11.3.2.

[4] Sel. 339, Laf. 308 – voir 5.3.

[5] Nous avons proposé cette interprétation dans Cortese (2015 [en ligne 2014]).

[6] Il est intéressant de noter que Leibniz a utilisé le mot « incomparable » non seulement pour des infinitésimaux, mais aussi pour le point à distance infinie : « Au reste, il y a usage dans le calcul non seulement des quantités infiniment petites ou infinitésimales, mais aussi des quantités infinies. Par exemple, on voit en optique, quand les divers rayons proviennent d'un même point, et que ce point est placé à l'infini ou de façon inassignable (ou encore, comme j'ai coutume de dire souvent « est éloigné de façon incomparable »), que les rayons sont parallèles. Donc les rayons venant du soleil sont figurés comme parallèles ; de même les directions des graves, même si elles tendent vers le centre de la terre, sont néanmoins prises comme parallèles à cause de la grande distance de ce centre, comme si le soleil ou le centre étaient infiniment éloignés » (Texte de 1698-1699 sur la *Mathesis Universalis*, Première Partie, Des Termes Incomplexes ; LH XXXV, I, 30, fol. 1-8 et 9-28 ; GM VII, 53-76. Trad. dans Leibniz 2018, p. 157).

13.3 Les proportions dans le *Brouillon project*

Comme pour une énorme partie des sciences de l'époque, la géométrie projective fait usage de la théorie des proportions qui a ses origines dans le livre V des *Éléments* d'Euclide. Si le recours à la proportionnalité n'est pas un trait distinctif de Desargues et de Pascal, pourquoi alors en parler ici ? Nous croyons que le rôle des proportions dans la géométrie projective est d'une importance singulière, notamment du fait que les travaux de Desargues et de Pascal ont créé une « géométrie de l'infini »[1]. Nous avons déjà vu qu'il y a une « assimilation » des éléments à distance infinie, qui va vers une généralisation de l'étude des coniques. Mais il faut aussi reconnaître que dans ces travaux l'infini entre dans une proportion, notamment dans la relation d'« involution » élaborée par Desargues[2]. Cette section est dédiée à la compréhension de cette nouvelle forme de proportion dans le *Brouillon project*. Il importe en particulier de voir que l'admission de l'infini dans les proportions a des conséquences qui apparaîtront dans la formulation générale de la géométrie de Pascal. Ainsi, comme nous l'avons vu, il considère dans la *Generatio conisectionum* les cas dans lesquels une distance infinie apparaît. On peut bien soupçonner que des proportions avec des distances infinies apparaissaient dans le reste du *Traité des Coniques*, mais le manque de documents nous empêche de l'affirmer. Pour la formulation des proportions dans l'*Essai pour les coniques*, nous proposons une note dans I.

On peut retrouver dans le *Brouillon project* plusieurs passages qui présentent des proportions[3]. En particulier, la relation d'involution, si importante pour Desargues car préservée par projection, est formulée en termes proportionnels. Lisons sa définition :

> *Involution.* Et quand en une droicte AH, il y a comme cela trois couples de poincts BH, CG, DF, ainsi conditionnées, à sçavoir que les deux poincts de chacune [*sic*] des couples soient de mesme, ou meslez, ou demeslez, aux deux poincts de chacune des autres couples. Et que les rectangles ainsi relatifs de pieces d'entre ces poincts soient entre eux comme leurs gemeaux, pris de mesme ordre, sont entre eux ; une telle

[1] L'expression est employée par Brunschvicg (1971, p. 269) pour les travaux de Pascal, et par Mesnard (1994a, p. 98) à propos de Desargues. En 1727, Fontenelle a publié ses *Éléments de la Géométrie de l'infini*. Sur l'usage de la théorie euclidienne des proportions dans les travaux de Desargues, voir Dhombres (1994), en particulier pp. 74-76.

[2] La quatrième partie du *Traité des coniques* de Pascal, qui a été perdue, portait sur les proportions : « Le IVe traité est : *De proportionibus segmentorum secantium et tangentium.* Car les propriétés fondamentales des sections coniques qui dépendent de la connaissance du centre et des diamètres étant expliquées dans le traité précédent, il fallait donner quelques belles propriétés universellement conçues touchant les propriétés des droites menées à la section conique » (...) » (Lettre de Leibniz à Étienne Périer, OC II, p. 1103). Nous n'avons pourtant aucune partie de ce texte restante.

[3] Un exemple simple est le suivant : « les quatre branches AG, AF, AD, AC sont deux à deux proportionnelles, d'où suit que : comme AG, est à AF, ou bien, AD, à AC, ainsi GD, est à CF » (*in* Taton 1951, p. 109).

> disposition de ces trois couples de poincts en une droicte, est icy nommée *Involution*. (*in* Taton 1951, p.110)

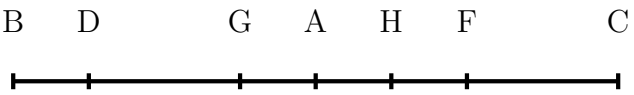

FIGURE 13.2 : Distribution de « nœuds » (points) dans un « arbre » (la droite). Le point A est la « souche » (le point de référence), et les couples de « nœuds » sont G, C ; D, F ; et B, H. (Cf. Taton 1951, p. 106)

Quand Desargues parle de points qui sont « meslez » ou « demeslez », il s'agit des configurations possibles entre deux couples de points[1] : soit 1/ un des points d'un couple, par exemple C, est « dehors » les deux points de l'autre couple, et l'autre point G du premier couple ne l'est pas – dans ce cas il y a une configuration de points « meslez » (telle que celle présentée dans la figure 13.2) ; soit 2/ les deux points d'un couple sont ou bien tous les deux entre les points de l'autre couple ou bien tous les deux « dehors » du segment de droite compris entre les deux points de l'autre couple : dans ces deux cas, il s'agit d'une configuration des points « demeslez ». La relation d'involution doit être valable pour les deux cas. Mais en quoi consiste cette relation ?

Les trois couples de points B et H, C et G, D et F sont en involution s'ils sont dans la relation suivante (Field et Gray 1987) :

$$\frac{GD \times GF}{CD \times CF} = \frac{GB \times GH}{CB \times CH}$$

Ou, si nous sommes fidèles au fait qu'il ne s'agit pas d'une égalité mais d'une proportion, et de rectangles (représentés par $\square$) au lieu de produits,

$$GD \square GF : CD \square CF :: GB \square GH : CB \square CH$$

Dans le cas de quatre points B, H, G, F, ils sont en involution si

$$\frac{BG}{HG} = \frac{BF}{HF}$$

ou, dans notre formulation,

$$BG : HG :: BF : HF$$

C'est-à-dire, B et H divisent FG l'un de manière interne, l'autre de manière externe, mais chacun selon la même raison. C'est le cas des quatre points séparés de manière harmonique, discutés par Apollonius et par Pappus[2].

[1] Desargues emploie « couple » au féminin.

[2] Cf. Field et Gray (1987, p.48).

On sait que la notion d'involution est en rapport avec une autre beaucoup plus ancienne. Étant donnés quatre points, le rapport

$$\frac{AB.CD}{AD.CB}$$

est invariant par projection : cette relation est appelée « rapport anharmonique », terme créé par M. Chasles[1]. Mais Desargues ne définit pas le rapport anharmonique ; il travaille avec la notion d'involution. En fait, à partir de la relation d'involution entre six points on peut déduire le rapport anharmonique entre eux. Pour chacune de ces deux relations, ce qui importe c'est de s'apercevoir d'une certaine configuration existante pour un ensemble de points.

Ni le rapport anharmonique ni l'involution n'ont pour finalité d'exprimer des *mesures* entre les points dans une droite – il faut toujours faire attention au fait que la géométrie projective est une géométrie non-métrique. En revanche, ce qui est plutôt privilégié c'est l'expression d'une certaine *relation* dans une configuration de points, cette relation étant préservée par projection. L'involution, de même que le rapport anharmonique, est un mode de relation entre des segments de droite ou plutôt entre des points (puisque les points définissent les segments), relation exprimée au moyen de proportions[2].

Si la relation d'involution est si importante pour Desargues, c'est parce qu'elle est une relation projective – c'est-à-dire, une relation qui reste invariante par projection[3].

On pourrait cependant objecter : plusieurs types de relations se présentent sous une structure proportionnelle. Quelle est la particularité de l'involution ? Or il faut prêter attention au fait qu'aussi bien des éléments finis que des éléments infinis (notamment des distances infinies ou infiniment petites) peuvent apparaître dans cette relation. Dans l'involution, une proportion qui comprend des éléments infinis fait sens.

Considérons donc le cas dans lequel l'involution comprend des éléments à une distance infinie[4], et qui met en rapport l'infiniment petit et l'infiniment grand. Un

[1] En anglais, on parle de *cross ratio*. Bien qu'un terme n'existait pas pour elle, cette notion existait déjà chez Pappus. Sur Chasles et le rapport anharmonique, voir par exemple Chemla (2016).

[2] Sur le rapport anharmonique, Field et Gray (1987, pp. 52-53) écrivent : « it closely resembles the Greek attitude to length (...). Just as one often wants to know of two line segments that they do or do not have the same length, but only seldom if at all what that length is, so in projective geometry one often wants to know of two sets of four points that they do or do not have the same cross-ratio, but one seldom wants to evaluate it. Desargues expressed this point of view by working with six points in involution, and the special case of four points in involution. In this way he could investigate whether sets of collinear points were similarly disposed-projectively equivalent, as one might say – just as a classical geometer had techniques for deciding if pairs of points were similarly disposed in the sense of defining equal line segments. Like the classical geometer he avoided the paralogism of introducing a ruler to measure the length by not suggesting one could evaluate cross-ratios without first establishing a sense of projectively equivalent configurations ».

[3] D'ailleurs, Pascal utilisera l'involution dans la démonstration d'autres théorèmes.

[4] Pour Taton (1951, p. 115, note), il s'agit d'une *extension* de la notion déjà introduite par Desargues dans la partie précédente du *Brouillon project*.

aspect fondamental est que le rapport entre l'infiniment grand et l'infiniment petit apparaît chez Desargues sous la forme d'une analogie de disproportion. C'est ainsi que Desargues écrit :

> d'autant plus que le nœud intérieur B, d'une couple [*sic*] de nœuds extrêmes BH, est proche de la souche A, d'autant plus le nœud extérieur H, de la même couple de nœuds extrêmes BH, est éloigné de la mesme souche A. Et au rebours.

Si on considère la figure 13.3, le point A est la « souche » – le point de référence de l'« arbre », qui est une configuration de points dans une droite. Les « nœuds » (points) B et H sont un couple, de sorte que leurs positions sont rapportées entre eux et à « la souche ». Desargues écrit que « *d'autant plus* » le « nœud » B « *est proche* » de la « souche » A, « *d'autant plus* » le « nœud » H « *est éloigné* » de la même souche A. D'autant plus une distance est petite, d'autant plus une autre est grande. On a égard ici à des grandeurs réciproquement proportionnelles, y compris pour le cas de l'infini. Or il s'agit bien d'une comparaison entre deux distances, qui sont entre elles inversement proportionnelles. C'est bien la formulation d'un esprit géométrique, qui simplifie la réciproque par l'expression « et au rebours »[1]. Si l'infini de grandeur et l'infini de petitesse peuvent être mis en rapport, c'est parce qu'il y a une correspondance de contraires en jeu, valable dans les deux sens : « et au rebours ».

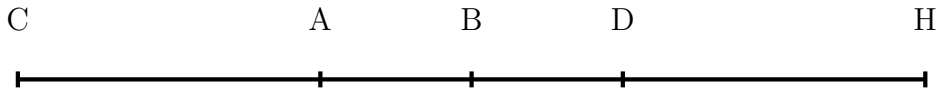

FIGURE 13.3 : Image simplifiée à partir de celle dans Taton 1951, p. 155. A est la souche, et B, H sont un couple de nœuds.

Desargues considère finalement le cas dans lequel une distance est si petite qu'un des points du couple est « joint ou bien uny à la souche », tandis que l'autre est à « distance infinie » (*in* Taton 1951, p. 115). Comme l'indique Taton (1951, p. 116, note), la situation est celle de la difficulté à comprendre l'infiniment petit et l'infiniment grand : si un des points du couple se trouve à distance infinie, l'autre point se trouve « uni » à la souche de l'arbre. Or Desargues tient pour équivalents qu'un point soit « uni » à la souche ou à une distance infiniment petite[2]. Il ne met pas seulement en rapport le fini et l'infini : il met en rapport aussi l'infiniment petit et l'infiniment grand.

[1] Pascal écrira dans le paragraphe du 139 de l'*Abrégé de la vie de Jésus-Christ* : « Et [il] enseigne ensuite que plusieurs premiers seront derniers. Et au contraire » (OC III, p. 277).

[2] Nous avons considéré la question du rapport entre la coincidence de points et une distance infiniment petite dans Cortese (2016c).

> Voilà comme en un arbre la souche, & le tronc depuis la mesme souche jusques à l'infiny d'une ou d'autre part d'elle, y sont entre eux un couple de branches extrêmes, dont la petite est apetissée jusques à la souche, & la grande est alongée à l'infiny. (*in* Taton 1951, p. 115)

Desargues présente ici encore une grandeur infiniment petite[1] et une infiniment grande : la réciprocité des deux est traitée comme un cas particulier de la configuration des arbres[2].

En plus de cette réciprocité des deux infinis, l'incorporation des distances infinies (et infiniment) petites dans une proportion apparaît dans la formulation de Desargues de l'involution entre quatre points[3] :

> *Quatre poincts en involution.* Partant à ces mots *quatre poincts en involution* on concevra comme de deux espèces d'un même genre, l'un ou l'autre de ces deux évenemens : assavoir l'un où quatre poincts en une droicte chacun à distance finie y donnent trois pièces consecutives, dont la quelconque extréme est à la mitoyenne comme la somme des trois est à l'autre extréme : l'autre où trois poincts à distance finie en une droite avec un quatriesme à distance infinie, y donnent de mesme trois pieces, dont la quelconque extréme est à la mitoyenne comme la somme des trois est à l'autre extrême ; Ce qui est incomprehensible & semble impliquer à l'abord en ce cas deux pieces égales entre elles, par où le poinct du milieu se trouve, & souche, & nœud extréme, couplé à la distance infinie (*in* Taton 1951, p. 120)
>
> .

En abandonnant la contrainte de la théorie euclidienne des proportions (section 7.2), on peut avoir un rapport entre des grandeurs hétérogènes : si on a une proportion de quatre termes dont trois sont des distances finies et un est une distance infinie, un rapport entre le fini et l'infini est accepté. D'ailleurs, « à ces mots *quatre poincts en involution* on concevra comme de deux espèces d'un même genre », qui correspondent au cas dans lequel les quatre points sont à distance finie et à celui dans lequel un des points est à distance infinie. De même que Desargues avait unifié au début du *Brouillon Project* les cas de la ligne et du cercle, les considérant « comme deux espèces d'un mesme genre » (*in* Taton 1951, p. 102), de même le fini et l'infini reçoivent ici un traitement qui les rapproche sous un même genre. Desargues introduit l'infini dans la géométrie, et le fait entrer dans une proportion avec le fini de la même manière qu'il avait rapproché la ligne droite et la circulaire. Tout cela, dit Desargues, « est incomprehensible »[4]. Nous reviendrons à la question dans 14.2.4.

[1] Le terme *apetissé* ne laisse pas de rappeler l'*anéantissement* pascalien.

[2] Notons que les « branches » sont des distances entre la souche et les nœuds.

[3] Voir ci-dessus la formulation de mathématique de l'involution.

[4] L'expression réapparaît dans d'autres passages du Brouillon project, comme dans Taton (1951, p. 116).

13.4 Le point de vue : le point à distance infinie existe-t-il ?

> Diversité.
>
> La théologie est une science, mais en même temps combien est-ce de sciences ? Un homme est un suppôt, mais si on l'anatomise, sera-ce la tête, le cœur, l'estomac, les veines, chaque veine, chaque portion de veine, chaque humeur du sang ?
>
> Une ville, une campagne, de loin c'est une ville et une campagne, mais à mesure qu'on s'approche, ce sont des maisons, des arbres, des tuiles, des feuilles, des herbes, des fourmis, des jambes des fourmis, à l'infini.
>
> (Sel. 99, Laf. 65)

On ne voit pas la même chose selon la distance à partir de laquelle on se place : ce qui, regardé de loin, est une campagne, devient les choses qui la composent à la regarder de près : on ne on ne voit plus « la campagne », pour ainsi dire. Et ainsi de suite : si de loin on voit l'herbe, de près on voit les fourmis qui y sont, et des jambes des fourmis, de manière qu'on n'a plus égard aux « herbes ». Et ainsi « à l'infini ». En fait, on voit que Pascal a eu recours ici aussi bien à une question de perspective qu'à une réflexion sur la récursivité : les parties d'un tout deviennent elles-mêmes le tout à partir duquel on découvre des nouvelles parties, et ainsi de suite. On reconnaît la discussion du fragment « Disproportion de l'homme » (Sel. 230, Laf. 199)[1].

Où l'homme doit-il se placer pour voir la vérité des choses ?

> Ceux qui sont dans le dérèglement disent à ceux qui sont dans l'ordre que ce sont eux qui s'éloignent de la nature et ils la croient suivre, comme ceux qui sont dans un vaisseau croient que ceux qui sont au bord fuient. Le langage est pareil de tous côtés, il faut avoir un point fixe pour en juger. Le port juge ceux qui sont dans un vaisseau, mais où prendrons-nous un port dans la morale ? (Sel. 576, Laf. 697)

Pascal s'est rendu compte de l'importance de la dimension philosophique du problème du point de vue posé par la perspective[2]. Nous avons vu avec Serres (1968) que la question du point de vue dans la perspective peut être considéré comme un des aspects de la quête pour un « point fixe » au XVII^{e} siècle : « Quand tout se remue également, rien ne se remue en apparence comme en un vaisseau : quand tous

[1] Notons également que l'exemple de la ville et des maisons est le même qui apparaît dans la discussion sur les définitions dans l'*Esprit Géométrique* (OC IV, p. 407). Ici il n'est pas seulement question d'homogénéité des composants d'une entité, mais de la relation entre la partie et le tout : ils n'ont pas nécessairement la même nature, comme le montre Pascal.

[2] À ce propos, voir Mesnard (1994a) et Pavlovits (2013). Leibniz a considéré la question et dans les mathématiques et dans sa philosophie (cf. Debuiche 2012).

vont vers le débordement, nul n'y semble aller. Celui qui s'arrête fait remarquer l'emportement des autres, comme un point fixe » (Sel. 577, Laf. 699).

Pour Pascal, il est clair que l'homme, parce qu'il est limité et n'a pas accès à tous les points de vue, possède une vision partielle[1]. Nous sommes néanmoins d'accord avec Pavlovits (2013) qu'il ne faut pas parler de relativisme pour Pascal. Il s'agit plutôt d'une conception de la vérité comme point idéal, en opposition à divers points de vue qui ne la comprennent que partiellement.

On passe ainsi d'une conception épistémologique binaire entre le vrai et le faux à une conception « plurielle », dans laquelle plusieurs perspectives partielles s'opposent à la vérité. La vérité et la fausseté sont toujours entremêlées pour l'homme : conception « tragique » en tant que la fausseté est toujours présente, mais charitable, dans le sens qu'aucune position n'est totalement fausse[2].

Ce « point indivisible » n'est alors pas accessible à l'homme. Mais si l'assigner dans la vérité et dans la morale est un problème, « la perspective l'assigne dans l'art de la peinture » (Sel. 55, Laf. 55). Nous pouvons dire par extension que la géométrie l'assigne pour les situations des coniques. Mais que dire de l'existence de ce point indivisible, et plus généralement des points à distance infinie ?

« Si le sommet du rouleau[3] se trouve à distance infinie », écrit Desargues, « l'événement [du plan de coupe] en est inimaginable, et l'entendement est incapable de comprendre, comment les événements que le raisonnement lui en fait conclure peuvent être »[4]. Bien qu'employant les éléments à distance infinie, Desargues les reconnaît « inimaginables » et « incompréhensibles » :

> la raison essaie à connaître des quantités infinies d'une part ; ensemble des si petites que leurs deux extrémités opposées sont unies entre elles, et (...) l'entendement s'y perd, non seulement à cause de leurs inimaginables grandeur et petitesse, mais encore à cause que le raisonnement ordinaire le conduit à en conclure des propriétés dont il est incapable de comprendre comment c'est qu'elles sont. (*in* Taton 1951, p. 99)

Il y a des situations géométriques qui sont alors « incompréhensibles »[5]. Mais les éléments à distance infinie existent-ils ou non ?

[1] « Quand on veut reprendre avec utilité et montrer à un autre qu'il se trompe, il faut observer par quel côté il envisage la chose, car elle est vraie ordinairement de ce côté-là, et lui avouer cette vérité, mais lui découvrir le côté par où elle est fausse. Il se contente de cela, car il voit qu'il ne se trompait pas et qu'il manquait seulement à voir tous les côtés. Or on ne se fâche pas de ne pas tout voir, mais on ne veut pas être trompé. Et peut-être que cela vient de ce que naturellement l'homme ne peut tout voir, et de ce que naturellement il ne se peut tromper dans le côté qu'il envisage, comme les appréhensions des sens sont toujours vraies » (Sel. 579, Laf. 701).

[2] Une évaluation de Descartes faite par Desargues va dans le même sens que Sel. 579, Laf. 701 : « Par ainsi Monsieur des Cartes a raison et Monsieur de Fermat n'a pas tort. Mais il y a plus » (Lettre de Desargues à Mersenne du 4 avril 1638, *in* Taton 1951, p. 82).

[3] Nous dirions aujourd'hui cylindre pour ce que Desargues appelle « rouleau ».

[4] *In* Taton (1951, p. 135), orthographe modernisée.

[5] Desargues emploie ce terme, par exemple, dans Taton (1951, p. 116).

La difficulté d'introduire des points à distance infinie semble avoir été reconnue par Desargues lui-même dans l'*Advertissement* qui apparaît à la fin de l'édition de 1639 du *Brouillon Project*. Desargues avait écrit dans le début de son texte que des droites de la même *ordonnance* sont ou bien concurrentes ou bien parallèles les unes aux autres, et dans les deux cas elles convergent vers un même endroit : « qu'en l'une aussi bien qu'en l'autre de ces deux espèces de position elles tendent toutes à un mesme endroict ». Mais dans l'*Advertissement* il déclare qu'il faut plutôt lire « tendent comme toutes » dans cette phrase (Field 1994, p. 226). L'ajout de « comme » semblerait indiquer une compréhension hypothétique de ces éléments, une déclaration de leur statut fictif[1]. Or on pourrait comprendre « comme » ici autrement : « Il signifie aussi, En qualité de. Le Pape peut estre consideré ou comme Chef de l'Eglise, ou comme Prince temporel. Je vous dis cela comme vostre serviteur & vostre ami » (Académie, 1694). Si on interprète « comme » dans le sens d'une indication de qualité, rien n'empêcherait de lire ainsi la phrase en question : en ces deux espèces de position, les droites tendent, en tant que leur ensemble, à savoir *dans la qualité de toutes*, vers un même endroit. Certes il ne s'agit que d'une possibilité extérieure, mais cela montre que l'ajout à la phrase n'est pas simple.

Faudrait-il accepter la lecture des points à distance infinie comme des fictions, ou pourrait-on dire (par exemple avec Bkouche 1991) qu'il est impossible que les éléments à distance infinie de Desargues n'existent pour lui que sur un mode pragmatique ?

« Incompréhensible. Tout ce qui est incompréhensible ne laisse pas d'être. Le nombre infini, un espace infini égal au fini », écrit Pascal dans les *Pensées* (Sel. 182, Laf. 149). Nous croyons que l'incompréhensibilité signalée par Desargues n'est pas pour lui marque de l'inexistence de ces objets.

G.-G. Granger (1968) a proposé une différence de *style* cartésien et arguésien. Si dans la géométrie analytique de Descartes les objets de la science doivent correspondre à des idées claires et distinctes, pour Desargues il y a de la place dans la géométrie pour des objets qui font défi à la pensée rationnelle commune. Pour Granger, cela symbolise une expansion des critères de l'intelligible, au lieu de la restriction critique aux objets scientifiques possibles faite par Descartes.

Dans la pensée de Descartes, la science ne peut pas traiter l'infini, mais seulement l'indéfini. Dans sa lettre du 19 juin 1639 à Desargues, Descartes écrit :

> Pour vostre façon de considerer les Lignes Parallèles, comme si elles s'assembloient à un but à distance infinie, afin de les comprendre sous le mesme genre que celles qui tendent à un point, elle est fort bonne, pourvue que vous vous en serviez, comme je m'assure que vous faites, pour donner à entendre ce qui est obscur en l'une de ces Espèces, par le moyen de l'autre où il est plus clair, & non au contraire. (AT II, p. 555)

Pour le critère cartésien de clarté et de distinction, on ne peut pas présenter le clair par l'obscur, ce qu'il croit se passer avec Desargues. Il est un fait que dans

[1] Field et Gray (1987) traduisent ce « comme » par « as if ».

plusieurs passages du *Brouillon Project* Desargues présente le cas infini avant le fini, ce qui marque une grande rupture[1].

Dans la géométrie projective de Desargues (et de Pascal), en revanche. l'infini joue un rôle de *principe* – et c'est précisément là son importance. Notre position est que pour Desargues et pour Pascal des éléments « paradoxaux » peuvent exister en géométrie (et ailleurs – voir 14.2.4), car « tout ce qui est incompréhensible ne laisse pas d'être ». Ce choix pour l'acceptation d'entités paradoxales s'oppose à l'attitude de Descartes, qui y reconnaît des contradictions, lesquelles doivent être rejetées de la science.

« Que les parallèles se rencontrent sous mes yeux, je le verrai et dirai qu'elles se sont rencontrées ; pourtant je ne l'admettrai pas. Voilà l'essentiel, Aliocha, voilà ma thèse » : ainsi se prononce Ivan Karamazov, quand Dostoïevski écrit sur la question de l'infini[2]. L'acceptation de l'infini en mathématiques est rien moins que simple, et il en a été ainsi aussi dans la géométrie projective.

Quant à cet infini, Desargues se prononce ainsi dans le *Brouillon Project* :

> En géométrie on ne raisonne point des quantités avec cette distinction, qu'elles existent ou bien effectivement en acte, ou bien seulement en puissance, ni du général de la nature avec cette décision, qu'il n'y ait rien en elle, que l'entendement ne comprenne. À propos de la droite infinie, l'entendement se sent vaguer en l'espace duquel il ne sait pas d'abord s'il continue toujours, ou s'il cesse de continuer en quelque endroit. Afin de s'en éclaircir, il raisonne par exemple en cette façon : ou bien l'espace continue toujours, ou bien il cesse de continuer en quelque endroit ; s'il cesse de continuer en quelque endroit, ou que ce puisse être, l'imagination y peut aller en temps. Or jamais l'imagination ne peut aller en aucun endroit de l'espace, auquel cet espace cesse de continuer ; donc l'espace et conséquemment la droite continuent toujours. (Taton 1951, p. 179)

L'incompréhensibilité de l'infini fait que son existence ne peut être connue que par l'absurdité de son contraire – nous l'avions vu dans l'*Esprit Géométrique* et dans *Infini rien* (Sel. 680, Laf. 418). Bien que la nature de cet infini soit obscure, son existence est faite par un raisonnement par l'absurde. L'observation des règles de la raison fait reconnaître ce qui la surpasse. L'infini est ainsi l'incompréhensible qui illumine les autres incompréhensibles, qui permet la calculabilité des différents cas. Pourvu qu'on l'accepte – c'est ce qu'on considérera dans le prochain chapitre.

[1] Un exemple est dans les définitions de *but* (point vers lequel concurrent plusieurs droites), à distance infinie ou à distance finie – dans cet ordre (*in* Taton 1951, p. 100).

[2] Trad. H. Mongault, 1923, livre V, chap. 3.

Chapitre 14

« On ne s'éloigne qu'en s'éloignant de la charité » : l'union des incomparables

14.1 Les deux deviennent-ils un ?

L'infini de grandeur et l'infini de petitesse, nous l'avons vu dans l'*Esprit Géométrique*, sont des réciproques l'un de l'autre, de sorte qu'on ne peut pas concevoir l'un sans concevoir l'autre. Dans la géométrie projective, Pascal découvre que les deux extrémités d'une droite se rencontrent, et que la parabole peut être alors considérée comme une courbe fermée. Mais quel est le statut de ces infinis ? Faut-il parler plutôt de deux infinis qu'on peut considérer comme se retrouvant ou d'un seul infini qui se révèle doublement ?

Il ne s'agit pas seulement d'une question de mathématiques, mais d'un aspect des fondements de l'anthropologie pascalienne elle-même. Les extrémités y apparaissent comme « touchant » l'une à l'autre, comme dans *Disproportion de l'homme* (Sel. 230, Laf. 199), où il est question de deux extrémités de la science :

> Quand on est instruit, on comprend que, la nature ayant gravé son image et celle de son auteur dans toutes choses, elles tiennent presque toutes de sa double infinité. C'est ainsi que nous voyons que toutes les sciences sont infinies en l'étendue de leurs recherches, car qui doute que la géométrie, par exemple, a une infinité d'infinités de propositions à exposer ? Elles sont aussi infinies dans la multitude et la délicatesse de leurs principes, car qui ne voit que ceux qu'on propose pour les derniers ne se soutiennent pas d'eux-mêmes et qu'ils sont appuyés sur d'autres qui, en ayant d'autres pour appui, ne souffrent jamais de dernier ?

On peut alors parler de « ces deux infinis des sciences », dont l'un est « de grandeur » et l'autre, on le comprend, serait de petitesse. C'est-à-dire que la double

infinité n'existe pas seulement par rapport au nombre, à l'extension, au temps ou au mouvement, qui peuvent être indéfiniment multipliés ou divisés : la connaissance humaine elle-même possède une étendue qui peut être rendue infinie (en « grandeur », c'est-à-dire, à l'égard de ce qu'elle prétend connaître). Mais les sciences « sont aussi infinies dans la multitude et la délicatesse de leurs principes » – que veut dire Pascal par cela ? Comment peut-on dire que la « multitude » des principes des sciences est infinie ? Pascal pense-t-il à l'existence de plusieurs sciences, chacune avec ses principes – et, *a fortiori*, une grande multitude de principes ? Ou au fait que, *par défaut*, les sciences possèdent trop de principes ?[1]. Mais Pascal écrit par la suite : « qui ne voit que ceux qu'on propose pour les derniers ne se soutiennent pas d'eux-mêmes et qu'ils sont appuyés sur d'autres qui, en ayant d'autres pour appui, ne souffrent jamais de dernier ? ». C'est-à-dire que les principes sont infinis dans le sens qu'ils s'appuient toujours sur d'autres principes, sans qu'on arrive aux premiers – on peut rappeler l'argument du texte *De l'Esprit Géométrique* selon lequel il faut avoir des termes primitifs[2].

À la suite de ce fragment, nous lisons le passage que nous avons déjà cité :

> On se croit naturellement bien plus capable d'arriver au centre des choses que d'embrasser leur circonférence, et l'étendue visible du monde nous surpasse visiblement. Mais comme c'est nous qui surpassons les petites choses nous nous croyons plus capables de les posséder, et cependant il ne faut pas moins de capacité pour aller jusqu'au néant que jusqu'au tout. Il la faut infinie pour l'un et l'autre, et il me semble que qui aurait compris les derniers principes des choses pourrait aussi arriver jusqu'à connaître l'infini. L'un dépend de l'autre et l'un conduit à l'autre. Ces extrémités se touchent et se réunissent à force de s'être éloignées et se retrouvent en Dieu, et en Dieu seulement. (Sel. 230, Laf. 199)

Les extrémités se « touchent » – il semblerait qu'elles ne cessent pas d'être deux extrémités – mais elles « se réunissent » aussi – il semblerait qu'elles se résolvent en une seule chose.

[1] Quand Pascal souligne la différence entre l'esprit de justesse et l'esprit de géométrie, il remarque que « les uns comprennent bien les effets de l'eau, en quoi il y a peu de principes ; mais les conséquences en sont si fines qu'il n'y a qu'une extrême droiture d'esprit qui y puisse aller ; et ceux-là ne seraient peut-être pas pour cela grands géomètres parce que la géométrie comprend un grand nombre de principes, et qu'une nature d'esprit peut être telle qu'elle puisse bien pénétrer peu de principes jusqu'au fond, et qu'elle ne puisse pénétrer le moins du monde les choses où il y a beaucoup de principes » (Sel. 669, Laf. 511). Voir aussi Sel. 670, Laf. 512 sur l'esprit de géométrie et l'esprit de finesse.

[2] La remarque que les principes des sciences sont aussi infinis dans leur « délicatesse » pourrait aussi faire songer à un infini qui serait non pas en extension, mais en *intension* ou en profondeur. C'est-à-dire que ces principes seraient infinis non pas dans leur quantité, mais dans la fécondité qu'ils enferment qui est leur « profondeur ». Comme si l'infini de grandeur, dans le cas des sciences, était dans l'extension, tandis que l'infini de petitesse était dans l'intention, si on peut l'exprimer ainsi.

Du point de vue épistémologique, la question doit se poser non seulement pour les deux infinis, mais, d'une manière plus générale, pour les contraires : leur résolution dans une unité est-elle une façon de parler ou une union effective ? Est-ce que la *com-paraison* des incomparables doit ici s'interpréter comme un simple recours linguistique ou comme un rapprochement face à face de deux choses ? La question est pour ainsi dire de savoir si la comparaison des incomparables est en fin de compte pour Pascal une question « de mots » ou une question « de choses ».

À propos des extrémités au plan épistémologique, il faut lire encore Sel. 117, Laf. 83, fragment présent dans la liasse *Raison des effets* :

> Le monde juge bien des choses, car il est dans l'ignorance naturelle, qui est le vrai siège de l'homme. Les sciences ont deux extrémités qui se touchent. La première est la pure ignorance naturelle où se trouvent tous les hommes en naissant. L'autre extrémité est celle où arrivent les grandes âmes qui, ayant parcouru tout ce que les hommes peuvent savoir, trouvent qu'ils ne savent rien et se rencontrent en cette même ignorance d'où ils étaient partis. Mais c'est une ignorance savante, qui se connaît. Ceux d'entre-deux, qui sont sortis de l'ignorance naturelle et n'ont pu arriver à l'autre, ont quelque teinture de cette science suffisante et font les entendus. Ceux-là troublent le monde et jugent mal de tout. Le peuple et les habiles composent le train du monde, ceux-là le méprisent et sont méprisés. Ils jugent mal de toutes choses, et le monde en juge bien.

Les deux extrémités de l'ignorance, qui correspondent au principe (celui qui ignore en absolu) et à la fin (le docte ignorant, qui sait ne pas savoir car il a parcouru la connaissance humaine) se touchent. Comme pour les deux infinis, il y a ici une relation entre deux extrémités. Pour Pascal, les contraires, tout en ne perdant jamais la distance qui les sépare, se retrouvent en un point, c'est-à-dire qu'ils sont en rapport sous un certain aspect. On trouve ici, comme dans l'analogie de disproportion, une ressemblance qui opère même dans la dissemblance[1].

Le problème évoque évidemment le thème de la *coincidentia oppositorum* de Nicolas de Cues, auteur que Pascal ne semble pas avoir lu[2]. L. Goldmann (1955) a trouvé dans Pascal une structure à rapprocher de la dialectique hégélienne – de manière qu'il faudrait poser ici la question sur l'existence d'une synthèse ou non[3].

L'article de J. Pucelle (1979) sur « La dialectique du renversement du pour au contre et l'antithétique pascalienne » est également d'intérêt ici. Pour Pucelle (1979,

[1] Il y a bien ici une structure qui ressemble à celle qu'on a vue pour le raisonnement du pour au contre (voir 5.4).

[2] Cette approximation demanderait de faire des rapprochements plus approfondis. En espérant les faire un jour, nous renvoyons à Nicolle.

[3] Pour notre interprétation de la position de Goldmann, voir 14.2.5. À propos de l'*Entretien avec M. de Sacy*, et les limitations des visions de l'homme et d'Épictète et de Montaigne, Gouhier (1966, pp. 96) écrit : « on ne saurait traduire ce discours en une dialectique qui unirait thèse et antithèse dans une synthèse. Il y a deux thèses qui sont vaines et qui s'opposent précisément là où s'affirme leur vérité ».

p. 47), « la contradiction exige, pour être résolue, le passage à un plan supérieur, l'intervention du transcendant ». C'est ainsi que « les contradictions ne sont résolues que si l'on se situe délibérément en un centre qui n'est pas *entre* les opposés, mais *au-delà*. Appel à une plus haute instance, qui doit être passé par l'acceptation préalable et par l'épreuve des contradictions » (Pucelle 1979, p. 460).

Dans le même colloque où Pucelle a présenté sa communication, R. J. Nelson posait une question à H. Suematasu :

> je vous demande si à propos de cette catégorie : l'union des contraires, que vous avez tirée ailleurs, il ne vaut pas mieux insister sur la transcendance, parce qu'au fond c'est moins qu'une union. Il [Pascal] utilise, plutôt que le mot « unit », le mot « accorde ». Il me semble qu'il y a là une différence sémantique assez importante. (dans Met 1979, p. 475)

Il nous semble qu'il faut ici rouvrir cette question. Pascal écrit, dans Sel. 230, Laf. 199, sur les extrêmes qui se « réunissent », et nous verrons que dans l'Entretien avec M. de Sacy (section 14.2.3), Pascal parle de l'« union ineffable de deux natures dans la seule personne d'un Homme Dieu ». Nous ne croyons pas qu'il faille nier en effet toute « union » de contraires, bien que l'« accord » des contraires soit également important[1].

Dire que les contraires, ou en particulier les deux infinis, se rencontrent, n'est pas nécessairement, selon notre interprétation, dire qu'ils sont contradictoires. Il faut comprendre plutôt que ce sont des paradoxes : des choses qui vont au-delà de la raison humaine. Mais celle-ci n'est pas absolue : Pascal la répute en effet limitée, et c'est d'où *l'homme* ne peut pas comprendre certaines choses : il s'agit d'une incompréhensibilité relative (voir 11). Nous traiterons les paradoxes et la distinction entre contraires, contradictoires et contradictions dans 14.2.

Nous avons aussi lu que les deux extrémités de la connaissance « se retrouvent en Dieu, et en Dieu seulement ». C'est-à-dire que non seulement elles se « touchent » et se « réunissent », mais elles se « retrouvent » – on peut assigner une place à leur rencontre : la place de Dieu. Mais cette place, est-elle un centre ? Est-elle un milieu ? Ce sont les questions que nous abordons dans 14.3.

Pascal écrit que la nature est « une sphère infinie dont le centre est partout, la circonférence nulle part ». Pourrait-il retrouver Dieu dans le point de rencontre des extrêmes ? Dieu, infiniment grand, a souffert comme un homme, et en cela, a souffert dans l'anéantissement (la *kénose*). Dans14.3.1, nous considérons ce fait, ainsi que l'« inversion » du grand et du petit proposée par le christianisme. La grandeur et la petitesse sont encore analysées dans cette section par rapport aux deux infinis et à la grandeur et à la misère de l'homme.

L'intermédiation du Christ est étudiée dans 14.3.2, montrant quel rapprochement entre le fini et l'infini peut exister pour Pascal à partir de la double nature du Christ.

[1] Cf. aussi Sel. 182, Laf. 149, où on lit « et pour accorder ces contrariétés ».

Dans 14.4, finalement, nous revenons aux distances infinies, pour montrer comment la charité peut, en un certain sens, les mettre en rapport comme une comparaison d'incomparables.

14.2 Infini et incompréhensibilité

14.2.1 Un « monstre incompréhensible » : paradoxe ou contradiction ?

> Mais qu'est-ce qu'une telle pensée ?
> est-elle mystique ? est-elle dialectique ? est-elle tragique ?
>
> M. Blanchot, *L'Entretien Infini*

> Connaissez donc, superbe, quel paradoxe vous êtes à vous-même ! Humiliez-vous, raison impuissante ! Taisez-vous, nature imbécile ! Apprenez que l'homme passe infiniment l'homme et entendez de votre Maître votre condition véritable que vous ignorez.
>
> Écoutez Dieu. (Sel. 164, Laf. 131)

Pour Pascal, l'homme lui-même constitue un paradoxe. Cela est dû à la Chute, et au fait que la condition humaine a alors changé d'état (Sel. 182, Laf. 149). Mais le passage cité constitue un *hapax* dans les *Pensées* : il s'agit de la seule occurrence de « paradoxe », et Pascal parlera ailleurs de « contraires », d'« opposés », de « contrariétés » et de « contradictions ».

Il faut alors distinguer paradoxe et contradiction. Étymologiquement, un paradoxe est quelque chose de « contraire à l'attente ou à l'opinion commune » qui est la *doxa*[1]. Si un paradoxe est compris comme une conclusion apparemment inacceptable, il s'agit d'une impossibilité au niveau épistémique. Au paradoxe, on peut opposer la contradiction comme quelque chose d'inacceptable en soi, étant une infraction logique ou ontologique[2]. Dans ce sens, on pourrait prétendre que pour Pascal des faits paradoxaux existent, mais non pas nécessairement des contradictoires, s'ils sont incompréhensibles pour l'homme après le péché originel, mais pas pour la sagesse

[1] Bailly. Une autre interprétation possible serait de lire *para* selon son sens d'« auprès », et non pas comme « contraire », ce qui ferait du paradoxe un « entre », un « milieu » entre le compréhensible et l'incompréhensible.

[2] L'interprétation classique de J. Łukasiewicz ("Aristotle on the Law of Contradiction", dans *Articles on Aristotle*, Vol. 3 : Metaphysics. J. Barnes, M. Schofield, and R. Sorabji (eds.), London, 1910/1979) est qu'Aristote aurait trois types de formulation du Principe de Non-Contradiction : ontologique, logique et psychologique. Il est hors de notre propos de discuter la question pour Aristote. Quant à Pascal, nous dirions que la formulation « psychologique » de la contradiction devrait plutôt être comprise comme un paradoxe au sens où nous l'avons exposé.

divine[1]. Notre interprétation est que lorsque Pascal parle de paradoxes, d'opposés, de contraires et de contrariétés, il parle de la réunion de deux faits apparemment incompatibles *pour l'homme*, mais qui sont néanmoins vrais, amenant l'homme à une situation d'angoisse existentielle[2]. Par rapport à la contradiction, il s'agit d'une question complexe de savoir si Pascal les accepterait[3]. Notre argument est que, si on peut distinguer contradiction au niveau ontologique de paradoxe au niveau épistémique, alors Pascal n'accepte pas de contradictions. Nous devrons analyser certains fragments des *Pensées* par rapport à cette question.

Le fragment Sel. 164, Laf. 131 apparaît dans la liasse *Contrariétés*. Ce fragment discute la position des « dogmatiques » et celle des « Pyrrhoniens », et comment l'homme est condamné à osciller entre les deux côtés, à cause de sa condition corrompue. Le mystère le plus étonnant pour nous, écrit Pascal dans ce fragment, est la « transmission du péché » depuis le premier homme – « et cependant, sans ce mystère le plus incompréhensible de tous nous sommes incompréhensibles à nous-mêmes ». L'acceptation d'un fait incompréhensible est alors nécessaire pour que l'homme ne soit pas absolument incompréhensible. Un dilemme est alors présenté : « l'homme est plus inconcevable sans ce mystère, que ce mystère n'est inconcevable à l'homme »[4]. Il est remarquable qu'entre ces deux possibilités difficiles, une d'entre elles doit être vraie : soit le mystère incompréhensible existe, soit l'homme est encore plus incompréhensible. Cela montre que Pascal n'accepte pas que l'homme soit absolument incompréhensible. Il choisit plutôt, par la lumière de la Révélation, d'accepter le mystère de la transmission du péché.

La condition de l'homme est alors explicitée, et nous croyons pouvoir parler de paradoxe à son propos, puisqu'elle concerne le fait d'accepter un tel mystère comme la transmission du péché. Néanmoins, l'homme doit l'accepter, car sinon son existence

[1] Voir notre distinction entre sens relatif et sens absolu dans 11.1.

[2] « Le paradoxe est une proposition qui ne nous est pas faite sur le seul moyen d'une δόξα, d'une « apparition », mais qui doit être comprise παρὰ τὴν δόξαν, c'est-à-dire, en opposition avec ce que paraît signifier l'apparition. C'est dans le seul cas de la Parole de Dieu que la notion de paradoxe est strictement et pleinement valable ; dans tous les autres cas imaginables, le paradoxe, résultant de l'opposition de la forme et du contenu, peut être résolu d'un point de vue supérieur. Ceci devrait nous indiquer qu'il y a lieu de revenir à un usage plus discret de la notion de paradoxe en théologie, maintenant qu'elle a rendu le service qu'elle devait, et qu'elle provoque d'autre part toutes sortes de confusions » (Barth 1953, p. 161).

[3] Dans le Nouveau Testament, on peut trouver « contradiction » dans le sens de quelque chose qui va contre, qui est dit au contraire. Lors de la présentation de Jésus au Temple, Syméon bénit Joseph et Marie et dit à celle-ci : « Cet enfant est pour la ruine & pour la résurrection de plusieurs dans Israël, & pour être en butte à la contradiction des hommes » [en note, « *lettr.* un signe auquel on contredira] » (Lc 2, 34 ; *Ecce positus est hic in ruinam, & in resurrectionem multorum in Israel, & in signum, cui contradicetur* ; dans le grec, on lit σημεῖον ἀντιλεγόμενον).

[4] Dans la partie barrée verticalement qui suit, Pascal écrit : « D'où il paraît que Dieu, voulant nous rendre la difficulté de notre être inintelligible à nous-mêmes, en a caché le nœud si haut ou pour mieux dire si bas, que nous étions bien incapables d'y arriver. De sorte que ce n'est pas par les superbes agitations de notre raison, mais par la simple soumission de la raison, que nous pouvons véritablement nous connaître ».

est encore moins compréhensible. La conscience de la corruption de l'humanité amène l'homme à une situation d'angoisse. L'homme se découvre lui-même comme une collection de parties qui n'ont pas d'harmonie, une perte due au péché :

> Quelle chimère est-ce donc que l'homme, quelle nouveauté, quel monstre, quel chaos, quel sujet de contradiction, quel prodige, juge de toutes choses, imbécile ver de terre, dépositaire du vrai, cloaque d'incertitude et d'erreur, gloire et rebut de l'univers !
>
> Qui démêlera cet embrouillement ? (Sel. 164, Laf. 131)

Pascal écrit « contradiction » dans ce fragment, mais nous devons noter qu'il écrit que l'homme est un « sujet de contradiction », et non pas une contradiction lui-même. L'homme est un « monstre » : une réunion de parties que ne peut pas être facilement comprise[1].

Un autre fragment de la même liasse exprime la même idée :

> S'il se vante, je l'abaisse
> S'il s'abaisse, je le vante
> Et le contredis toujours
> Jusqu'à ce qu'il comprenne
> Qu'il est un monstre incompréhensible. (Sel. 163, Laf. 130)

Nous retrouvons ici une sorte de conception circulaire de deux contraires[2]. L'alternance entre elles est dynamique, puisqu'il n'est pas possible de concéder à l'homme l'exclusivité de la condition seule d'être grand, ni celle seule d'être misérable. En effet, la double condition de l'homme, de grandeurs et de misère est l'une des principales dans la liasse *Contrariétés*[3].

L'usage de « contredire » fait penser à la « contradiction » comme une chose qui est « dite contre », et non pas qui existe dans l'ordre des choses. Dans le sens de ce fragment, il faudrait dire selon notre position que Pascal accepte les « contradictions » – parce qu'ici elles ne sont pas de l'ordre des choses.

« Contredire » l'homme n'est pas affirmer une contradiction, puisque grandeur et misère sont affirmées chez l'homme par rapport à différents aspects de son existence : l'homme est grand par rapport à sa nature originelle, et misérable par rapport à celle actuelle. C'est-à-dire que les aspects qui sont en opposition en lui ne sont pas les mêmes, et donc il n'y a pas de contradiction en soi, mais seulement relativement à l'homme (voir 11.1). L'homme est un « monstre incompréhensible », mais cela, parce qu'il ne peut pas prendre la bonne position pour se juger.

[1] « L'homme est monstrueux par son hétérogénéité : il est un assemblage disparate de "contrariétés", comme la chimère se compose d'une tête de lion, d'un corps de chèvre et d'une queue de serpent » (note de G. Ferreyrolles dans Pascal 2000, p. 116).

[2] Descotes (1993, p. 428). À propos de ce fragment, voir aussi la section 5.4.

[3] Il nous semble qu'il faut rapprocher Sel. 163, Laf. 130 du célèbre passage biblique : « car quiconque s'élève sera abaissé, & quiconque s'abaisse sera élevé » (Lc 14, 11 ; *quia omnis qui se exaltat, humiliabitur : & qui se humiliat, exaltabitur*).

14.2.2 Contraires, contrariétés et contradictions : l'exégèse

L'exégèse biblique des *Pensées* doit aussi être prise en compte pour la présente question[1].

> Contradiction.
>
> On ne peut faire une bonne physionomie qu'en accordant toutes nos contrariétés et ne suffit pas de suivre une suite de qualités accordantes sans accorder les contraires ; pour entendre le sens d'un auteur il faut accorder tous les passages contraires.
>
> Ainsi pour entendre l'Écriture il faut avoir un sens dans lequel tous les passages contraires s'accordent ; il ne suffit pas d'en avoir un qui convienne à plusieurs passages accordants, mais d'en avoir un qui accorde les passages même contraires.
>
> Tout auteur a un sens auquel tous les passages contraires s'accordent ou il n'a point de sens du tout. On ne peut pas dire cela de l'Écriture et des prophètes : ils avaient assurément trop de bon sens. Il faut donc en chercher un qui accorde toutes les contrariétés.
>
> Le véritable sens n'est donc pas celui des juifs, mais en Jésus-Christ toutes les contradictions sont accordées. (Sel. 289, Laf. 257)

Pascal écrit sur la « contradiction », sur des « contrariétés » et sur des « contraires », mais comprendre exactement la différence dans cet usage n'est pas une tâche facile. « Contraires » et « contrariétés » semblent avoir à peu près le même sens ici – des oppositions apparentes qui peuvent être résolues si on fait une interprétation adéquate par le sens figuré, en réconciliant tous les passages, même ceux qui présentent des contraires/contrariétés[2].

Pour Pascal, si en prenant quelques éléments de l'Écriture comme des réalités au sens littéral, on ne peut pas les réconcilier, ils doivent être plutôt interprétés par leur sens figuratif. Or, pour Pascal, la Bible ne peut pas être fausse : l'Écriture et les prophètes « avaient assurément trop bons sens ». Un présupposé important qui apparaît ici est que l'Écriture et les prophètes ne peuvent pas être faux. La vérité

[1] Pour les figures chez Pascal, voir le chapitre 4.

[2] La *Logique de Port-Royal* résume la distinction aristotélicienne entre des propositions contraires, subcontraires et contradictoires (Partie II, chapitre 2 ; Arnauld et Nicole 2014, p. 219). Une proposition affirmative universelle (*Tout homme est animal*) est *contraire* à une autre proposition universelle qui nie le même fait (*Nul homme n'est animal*). Une proposition affirmative particulière (*Quelque homme est animal*) est *subcontraire* à une proposition négative particulière (*Quelque homme n'est pas animal*). Finalement, une proposition affirmative universelle (*Tout homme est animal*) est *contradictoire* à une proposition particulière qui nie ce fait (*Quelque homme n'est pas animal*). Présentées dans la *Logique de Port-Royal*, ces distinctions pourraient en principe être connues par Pascal. Cependant, nous ne voyons pas de lien entre l'usage pascalien de ces termes et l'acception donnée par la *Logique*.

de la Révélation est assumée en tant que valable, et l'homme doit trouver la bonne interprétation qui explique le vrai sens.

Le sens spirituel, par une interprétation figurative, est fondamental selon Pascal pour une bonne compréhension de l'Écriture. En faisant de l'exégèse biblique, on devrait toujours être apte à discerner quand un passage devrait être interprété littéralement et quand il devrait l'être figurativement[1], de sorte que tous les passages qui contiennent des contraires et des contrariétés puissent être réconciliés. L'erreur des juifs serait, selon Pascal, qu'ils étaient attachés à une interprétation littérale.

En revanche, outre le fait que le titre de ce fragment est « Contradiction », la référence à la réconciliation des « contradictions » n'est faite que par référence au Christ, et non pas aux passages de l'Écriture eux-mêmes. Nous croyons que cela n'est pas sans raison : si des contraires et des contrariétés peuvent être réconciliés par l'exégèse figurative, dans le cas des contradictions, la réconciliation est au-delà de la capacité humaine. C'est seulement dans le Christ qu'elles peuvent être réconciliées. Si cela veut dire que des contradictions existent en fait dans le Christ, ou qu'elles sont résolues par le Christ, est une question complexe sur laquelle nous reviendrons ci-dessous.

Dans un autre fragment, dans le contexte de la discussion des erreurs contraires contre l'Église, Pascal écrit :

> La foi embrasse plusieurs vérités qui semblent se contredire, temps de rire de pleurer[2], etc. *responde ne respondeas*[3], etc.
>
> ———————-
>
> La source en est ~~Jésus-Christ~~ l'union des deux natures en Jésus-Christ. (...)
>
> Il y a donc un grand nombre de vérités, et de foi et de morale qui semblent répugnantes et qui subsistent toutes dans un ordre admirable
>
> (Sel. 614, Laf. 733)

Dans ce passage, on peut voir que, pour Pascal, dans le domaine de la foi, il y a des vérités qui « semble se contredire » et qui « semblent répugnantes », mais néanmoins elles « subsistent toutes dans un ordre admirable ». On y trouve une opposition entre deux niveaux de phénomènes : d'une part, des oppositions apparentes (des vérités qui *semblent* se contredire), et d'autre part un « ordre admirable », dont la « source » est « l'union des deux natures en Jésus-Christ ». Dans la suite du fragment, Pascal écrit que « la source de toutes les objections que nous font les hérétiques est l'ignorance de quelques-unes de nos vérités »[4]. Les erreurs contre la vraie doctrine

[1] « Deux erreurs : 1. Prendre tout littéralement. 2. Prendre tout spirituellement » (Sel. 284, Laf. 252).

[2] Cf. Ecc. 3, 4.

[3] Cf. Prov. 26, 4-5.

[4] Pascal a hésité entre plusieurs formulations distinctes pour cette phrase. Cf. l'édition de Descotes (2011).

catholique ont comme cause qu'on ne prend pas en considération toutes les vérités à chaque point. Comme un premier exemple, Pascal parle du Christ, qui est à la fois Dieu et homme, et une hérésie apparaît dès qu'on ne considère qu'une de ces vérités. Un autre exemple est le Saint Sacrement : « nous croyons que la substance du pain étant changée et transsubstantiée en celle du corps de N. S. Jésus-Christ y est présent réellement ». En revanche, écrit Pascal, « ce sacrement est aussi une figure de celui de la croix, et de la gloire, et une commémoration des deux ». Dans ce cas aussi, plusieurs personnes ont été dans l'hérésie du fait d'ignorer un de ces deux aspects. Pascal conclut l'exemple en déclarant que c'est « la foi catholique qui comprend ces deux vérités qui semblent opposées ». On retrouve ainsi une image de la foi catholique comme une doctrine qui comprend des vérités qui semblent être opposées, mais qui néanmoins ont un ordre[1]. Des hérésies apparaissent quand on ne considère qu'une de ces vérités, mais non pas toutes, et ces vérités sont correctement comprises quand on considère que leur source est la double nature du Christ.

Le principe d'interprétation posé par Pascal est qu'il faut trouver un sens selon lequel tous les passages s'accordent. C'est-à-dire qu'il faut trouver la bonne position, par laquelle tout s'éclaire : il s'agit d'un point de vue privilégié, le sommet du cône dans la géométrie projective. Ce point ferme est présenté par le Christ, qui a « rompu le voile » (Sel. 291, Laf. 260)[3].

Il faut prendre en compte toutes les vérités pour les concilier. Si on en laisse une de côté, on n'est plus dans l'orthodoxie :

> Il y a donc un grand nombre de vérités, et de foi et de morale, qui semblent répugnantes et qui subsistent toutes dans un ordre admirable.
>
> La source de toutes les hérésies est l'exclusion de quelques-unes de ces vérités.

[1]Évidemment les *Écrits sur la grâce* sont aussi importants pour la classification des hérésies. Même si nous n'examinons pas ce texte en détail ici, un passage est particulièrement important pour la présente discussion : « car vous savez que la contrariété des propositions est dans le sens et non pas dans les paroles, autrement l'Écriture serait pleine de contradictions, comme quand il est dit : Le père est plus grand que moi ; et qu'il est dit ailleurs que Jésus-Christ est égal à Dieu ; Si je ne glorifie pas moi-même, etc. Et : on est justifié par la foi sans les œuvres. Et : la foi sans les œuvres est morte. Et tous les autres de cette espèce » (OC III, p. 664). Ce passage est intéressant car on y voit que pour Pascal la contradiction apparente de quelques passages de l'Écriture est expliquée par le fait que des contradictions existent au niveau des mots, mais pas du point de vue de leurs sens[2]. Comme le dit J. Mesnard, nous devrions considérer ce passage par rapport à un autre d'Arnauld, même s'ils ont des contextes différents : « c'est la contrariété du sens, et non pas celle des paroles, qui forme la contradiction des propositions » (Arnauld, *Apologie de M. Jansénius*, 1644, p. 178 ; in OC III, p. 664).

[3]Voir aussi Sel. 340, Laf. 309 : « Preuves de Jésus-Christ. Jésus-Christ a dit les choses grandes si simplement qu'il semble qu'il ne les a pas pensées, et si nettement néanmoins qu'on voit bien ce qu'il pensait. Cette clarté joint à cette naïveté est admirable ». Pascal parle dans ce fragment de caractéristiques qui pourraient être considérées opposées, mais qui dans le Christ se trouvent conciliées.

> Et d'ordinaire il arrive que, ne pouvant concevoir le rapport de deux vérités opposées et croyant que l'aveu de l'une enferme l'exclusion de l'autre, ils s'attachent à l'une, ils excluent l'autre, et pensent que nous, au contraire. Or l'exclusion est la cause de leur hérésie, et l'ignorance que nous tenons l'autre, cause leurs objections. (Sel. 614, Laf. 733)

Un des exemples d'hérésie causée par l'exclusion d'une vérité, dit Pascal, est l'opinion des ariens, qui reconnaissent correctement que Jésus-Christ est homme, mais qui nient qu'il soit Dieu : « en cela ils sont hérétiques ». En outre, ils ne comprennent pas que la position catholique est d'accepter tant l'humanité du Christ que sa divinité : « Ils prétendent que nous nions son humanité : en cela ils sont ignorants ».

De même que le chrétien doit accepter la double nature du Christ (et exclure une d'elles fait tomber en hérésie), dans l'exégèse il y a des couples de vérités, apparemment contraires, mais qui doivent en réalité être comprises ensemble[1]. Voilà comment la double nature du Christ est un « chiffre » (Sel. 299, Laf. 268) qui permet de comprendre la réalité.

La contradiction surgit ainsi de l'exclusion d'une vérité. Quant à la négation de cette contradiction, bien qu'elle relève de la *suppression d'une exclusion*, elle apparaît comme une *affirmation*. Mais le surpassement positif de la négativité n'est possible ontologiquement que grâce à l'existence d'une personne : le Christ.

14.2.3 L'équilibre des vérités opposées : l'*Entretien avec M. de Sacy*

> Les deux raisons contraires. Il faut commencer par là, sans cela on n'entend rien et tout est hérétique. Et même à la fin de chaque vérité il faut ajouter qu'on se souvient de sa vérité opposée. (Sel. 479, Laf. 576)

Une question à se poser est si plus d'une vérité sur la même chose peut exister en même temps, selon Pascal. Une déclaration comme celle qu'on vient de lire doit cependant être considérée dans son contexte. Les vérités opposées ne sont pas forcément exclusives ; bien au contraire, ceux qui ne voient pas comment elles s'accordent sont dans l'hérésie, parce qu'ils ne comprennent pas le vrai christianisme (voir 14.2.2)[2]. Dans d'autres fragments, Pascal parle des erreurs des philosophes qui ne considèrent qu'une des vérités sur un sujet.

[1] « L'Église a eu autant de peine à montrer que Jésus-Christ était homme contre ceux qui le niaient, qu'à montrer qu'il était Dieu, et les apparences étaient aussi grandes » (Sel. 338, Laf. 307).

[2] Pascal serait-il d'accord avec la célèbre citation de Niels Bohr ? « Two sorts of truth : profound truths recognized by the fact that the opposite is also a profound truth, in contrast to trivialities where opposites are obviously absurd » (cité par son fils Hans Bohr dans "My father", in *Niels Bohr : his life and work*, 1967, p. 328). Étant donné qu'évidemment pour Pascal les vérités énoncées dans l'Écriture sont des vérités profondes, il semble que la pensée de Bohr s'approche de celle de notre auteur.

> Tous leurs principes sont vrais, des pyrrhoniens, des stoïques, des athées, etc., mais leurs conclusions sont fausses, parce que les principes opposés sont vrais aussi. (Sel. 512, Laf. 619)

Le problème de ces « sectes » de philosophes (voir Sel. 68, Laf. 34) est qu'elles considèrent des vérités partielles comme si elles étaient absolues, d'où leur fausseté. Cet aspect partiel de la connaissance de la vérité est pourtant directement lié à la condition présente de l'homme : « Pyrrhonisme. Chaque chose est ici vraie en partie, fausse en partie. La vérité essentielle n'est point ainsi, elle est toute pure et toute vraie » (Sel. 450, Laf. 905). Un terme essentiel dans ce passage est « ici » : pour Pascal, chaque chose est partiellement vraie et partiellement fausse, mais cela n'est valable que pour la condition mondaine de l'homme, après le péché originel[1]. La « vérité essentielle », en revanche, qui existe dans l'éternité, est « toute pure et toute vraie ». Pascal n'est pas alors quelqu'un qui doute de la vérité elle-même – il doute plutôt de la capacité humaine de connaître la vérité essentielle. Non seulement l'amour envers Dieu a été perturbé après la chute, mais aussi l'accès à la possibilité de connaître la vérité.

Pascal a également discuté la question dans l'*Entretien avec Monsieur de Sacy*[2]. Pascal y déclare qu'aussi bien Épictète que Montaigne ont bien compris quelques aspects de l'homme, mais que néanmoins, ils ne peuvent pas expliquer suffisamment bien ce qu'est l'homme, puisqu'ils sont tous les deux partiaux et induisent l'homme au vice. Dans une certaine mesure, dit Pascal, ils sont complémentaires l'un envers l'autre, Épictète rappelant la grandeur de l'homme et Montaigne montrant sa misère. Cependant, dit Pascal, l'union des deux ne serait pas suffisante pour former une morale parfaite :

> C'est donc de ces lumières imparfaites qu'il arrive que l'un, connaissant le devoir de l'homme et ignorant son impuissance, se perd dans la présomption, et que l'autre, connaissant l'impuissance et non le devoir, s'abat dans la lâcheté.
>
> D'où il semble que, puisque l'un a la vérité dont l'autre a l'erreur, on formerait en les alliant une morale parfaite. Mais, au lieu de cette paix, il ne réussirait de leur assemblage qu'une guerre et qu'une destruction générale : car l'un établissant la certitude et l'autre le doute, l'un la grandeur de l'homme et l'autre sa faiblesse, ils ruinent les vérités aussi bien que les faussetés l'un de l'autre. De sorte qu'ils ne peuvent subsister seuls à cause de leurs défauts, ni s'unir à cause de leurs oppositions, et qu'ainsi ils se brisent et s'anéantissent pour faire place à la vérité de l'Évangile.

[1] Le fragment est ambigu. Une autre possibilité serait de dire que « ici vraie » fait référence à la connaissance dans le cadre du Pyrrhonisme.

[2] Pour l'*Entretien avec M. de Sacy*, voir l'édition de Pascal (1994), qui présente des altérations par rapport à celle d'*OC*.

> C'est elle qui accorde ces contrariétés par un art tout divin : unissant tout ce qu'il a de vrai et chassant tout ce qu'il y a de faux, elle en fait une sagesse véritablement céleste, où s'accordent ces opposés qui étaient incompatibles dans ces doctrines humaines. Et la raison en est que ces sages du monde placent les contraires dans un même sujet ; car l'un attribuait la grandeur à la nature et l'autre la faiblesse à cette même nature, ce qui ne pouvait subsister ; au lieu que la foi nous apprend à les mettre en des sujets différents ; tout ce qu'il y a d'infirme appartenant à la nature, tout ce qu'il y a de puissance appartenant à la grâce.
>
> Voilà l'union étonnante et nouvelle qu'un Dieu seul pouvait enseigner, et que lui seul pouvait faire, et qui n'est qu'une image et un effet de l'union ineffable de deux natures dans la seule personne de l'Homme-Dieu.
>
> (Pascal 1994, pp. 125-126)

Ce long passage est fondamental pour notre discussion. Nous retrouvons encore le vocabulaire de l'accord des opposés, des contraires et des contrariétés, mais Pascal déclare que cela ne pourrait pas être fait d'un point de vue strictement philosophique comme l'union des positions d'Épictète et de Montaigne. Dans ce cas, les qualités opposées ne font pas référence à des aspects distincts de la même chose, mais à des choses différentes qui ne sont la même chose qu'en apparence (les deux natures du Christ). Dans ce cas, c'est seulement la foi qui peut enseigner qu'il y a deux sujets distincts ici[1]. C'est cela « l'union étonnante et nouvelle qu'un Dieu seul pouvait enseigner ». L'union des contraires, si elle n'était pas une vérité révélée, serait irraisonnable à accepter. Mais elle a été enseignée par Dieu, et l'union générale des opposés « n'est qu'une image et qu'un effet de l'union ineffable de deux natures dans la seule personne d'un Homme-Dieu ». L'union des contraires ne peut être conçue que par la foi, et toute union de contraires devrait être considérée par rapport à une fondamentale : la double nature du Christ, l'Homme-Dieu.

À cela doit correspondre l'*anéantissement* de chaque position philosophique, « pour faire place à la vérité de l'Évangile ». Cette attitude devra en fait être adoptée par l'homme pour son existence – mais cela ne pourra se faire qu'après qu'il reconnaisse sa misère[2]. C'est-à-dire que certaines contradictions apparentes sont « résolues » dès qu'on tient compte de quels sont les aspects d'un sujet concernés par elle. L'homme, par exemple, est grand ou misérable selon le point de vue – voir 14.3.1.

[1] « Ainsi, la critique des deux philosophies-archétypes n'aboutit pas à une troisième mais elle oblige la raison à quitter le plan où s'élaborent les philosophies : l'anthropologie ne peut se constituer qu'en devenant théologie. C'est ce que Pascal constate aussitôt : l'homme ne se connaît comme tel qu'en Jésus-Christ, image parfaite de cette union des contraires qui est notre vie de chaque jour. En s'excusant de faire le théologien devant un ecclésiastique, Pascal n'ignore pas qu'il rejoint les positions de M. de Sacy sur l'impuissance de toute philosophie » (Gouhier 1966, pp. 96).

[2] Pour l'« anéantissement » de l'homme, voir 11.3.

14.2.4 Raison et incompréhensibilité

Pascal a connu tôt les limites de la raison – nous avons vu les innovations de la géométrie projective développée par lui-même et par Desargues, et les déclarations de celui-ci sur l'incompréhensibilité de certains des résultats sur l'infini. On peut croire que les expériences sur l'existence du vide ne l'en ont pas moins sensibilisé à la possibilité de l'existence de l'incompréhensible. Lors de la « deuxième conversion » de 1654, on peut croire que Pascal aurait déjà la position selon laquelle l'incompréhensibilité ne pourrait pas empêcher l'existence de quelque chose. En fait, si un fait incompréhensible devrait être considéré comme existant dans le domaine étudié par les sciences, Pascal semblait penser qu'il y aurait encore plus de raisons pour que les choses surnaturelles soient incompréhensibles :

> La dernière démarche de la raison est de reconnaître qu'il y a une infinité de choses qui la surpassent. Elle n'est que faible si elle ne va jusqu'à connaître cela.
>
> ———-
>
> Que si les choses naturelles la surpassent, que dira-t-on des surnaturelles ?
> (Sel. 220, Laf. 188)

Si on accorde que des aspects naturels de la réalité surpassent la raison, évidemment des aspects surnaturels la surpasseront aussi[1]. Cela, nous devons l'expliciter, ne revient pas à dire que Pascal était un irrationaliste. Nous pouvons comprendre qu'il ne faisait qu'exposer les limites auxquelles la raison humaine est restreinte[2] : « Nous ne comprenons que difficilement ce qui se passe sur la terre : & nous ne discernons qu'avec peine ce qui est devant nos yeux. Mais qui pourra découvrir ce qui se passe dans le ciel ? » (Sg 9, 16).

Même si Dieu est infini et dépasse infiniment l'homme, il peut être connu d'une certaine façon, selon Pascal, car la foi n'est pas limitée de la même manière que la raison l'est. En effet, étant basée sur la Révélation divine, la foi peut être au-delà de la limite consistant à n'accepter que ce qui est compréhensible à l'homme.

Pascal est quelqu'un qui est conscient des limites de la raison humaine, et néanmoins accepte, comme un mathématicien, les conséquences de ses théories, et comme un chrétien, le contenu de la Révélation. En fait, ce qui est important pour Pascal est d'établir proprement la démarcation entre différents domaines de la pensée.

~~Miscell.~~ Soumission.

douter

Il faut savoir, ~~ces trois qualités Pyrrhonien, géomètre, chrétien.~~

[1] Sur le « surpassement » et le raisonnement *a fortiori*, voir 5.
[2] Voir 14.2.6.

> ~~Soumis. doute, & elles s'accordent & se tempèrent en doutant~~ où il faut, ~~en~~ assur~~ant~~er où il faut, ~~en~~t se soumett[ant] où il faut. Qui ne fait ainsi n'entend pas la force de la raison. Il y [en] a qui faillent contre ces trois principes, ou en assurant tout comme démonstratif, manque de se connaître en démonstration, ou en doutant de tout, manque ~~encore~~ de savoir où il faut se soumettre, ou en se soumettant en tout, manque de savoir où il faut juger. (Sel. 201, Laf. 170)

Pour Pascal, chacune de ces attitudes possède une place dans la vie humaine : nous devrions affirmer, douter et nous soumettre, mais toujours dans le contexte approprié. Nous devons affirmer et démontrer dans la géométrie, nous devons douter quand le scepticisme est valable et nous devons nous soumettre dans la religion, où la Révélation apparaît. Ces qualités « s'accordent et se tempèrent », écrit Pascal avant de rayer la sentence. Comme le note Descotes, « accordant », de même que « tempérament », vient du domaine de la musique[1]. Ce qui est important ici est de voir que Pascal considère la possibilité d'une sorte d'harmonie de ces qualités chez un homme – une vision bien distincte de celle d'un homme comme un paradoxe, ou de celle de l'homme comme un monstre.

Cette attitude d'agrément et conciliation est aussi assumée par Pascal dans une partie de ses travaux scientifiques. Dans la lettre à la *Celeberrimae matheseos academiae parisiensi*, de 1654, Pascal déclare avoir réalisé des travaux dans un nouveau domaine, celui des « combinaisons du hasard » (*compositione aleae*), qui apparaît dans des problèmes rapportés à des jeux. Pascal rapporte qu'il a été capable de réduire ces problèmes à un art, et que,

> par l'union ainsi réalisée entre les démonstrations des mathématiques et l'incertitude du hasard, et par la conciliation entre les contraires apparents, elle peut tirer son nom de part et d'autre et s'arroger à bon droit ce titre étonnant : *Géométrie du hasard*[2]

Pascal veut alors montrer que même dans un domaine aussi délicat que la mathématisation du hasard, il n'existe pas de contradiction, mais seulement des « contraires apparents » (*contraria videntur*), qui peuvent être réconciliés (*conciliando*).

Nous avons vu cependant que dans certains passages Pascal parle à propos d'une existence plus profonde de vérités opposées, en particulier dans la double nature du Christ. Bien qu'incompréhensible, celle-ci doit être acceptée par l'homme.

[1] Descotes (2011, notes au fragment Sel. 289, Laf. 257).

[2] « et sic matheseos demonstrationes cum aleae incertitudine jungendo, et quae contraria videntur conciliando, ab utraque nominationem suam accipiens, stupendum hunc titulum jure sibi arrogat : *Aleae Geometria* » (OC II, p. 1035).

14.2.5 Dieu et l'acceptation de l'incompréhensible

> and yet so mystical and well nigh ineffable was it,
> that I almost despair of putting it in a comprehensible form
>
> H. Melville, *Moby Dick*, « The Whiteness of the Whale »

Comme nous l'avons vu, pour Pascal plusieurs conclusions dans la science et dans l'anthropologie concernant des « opposés », des « paradoxes », des « contraires » et des « contrariétés » sont incompréhensibles à l'homme. Il s'agit d'un fait qui ne peut pas être facilement expérimenté par l'homme, puisque l'incompréhensibilité de la réalité indique les limites de sa propre condition.

> Incompréhensible que Dieu soit et incompréhensible qu'il ne soit pas, que l'âme soit avec le corps, que nous n'ayons point d'âme, que le monde soit créé, qu'il ne le soit pas, etc., que le péché originel soit et qu'il ne soit pas. (Sel. 656, Laf. 809)

L'incompréhensibilité ne peut pas être vue comme une marque de fausseté, indiquant que l'homme doit prendre une autre voie pour trouver une solution. Bien au contraire, l'existence de Dieu est incompréhensible à l'homme de même que son inexistence. En ce sens, la condition humaine est « tragique », puisque l'homme n'a pas de possibilité, pendant son existence terrestre, d'éviter l'incompréhensibilité de quelques faits[1].

L'interprétation assez connue de L. Goldmann (1955) est que la pensée pascalienne aurait un caractère statique, paradoxal et tragique – pour la dernière de ces caractéristiques, « parce que l'homme ne peut ni éviter ni accepter le paradoxe » (Goldmann 1959, p. 219). Pascal (de même que Racine et Kant, selon la thèse de Goldmann) serait d'accord que des contraires existent, et les *Pensées* montreraient « le passage du rationalisme à la pensée dialectique » (Goldmann 1959, p. 218), à la différence que la pensée de Pascal serait statique plutôt que dynamique, et ne pourrait alors pas achever une synthèse (comme celle de la dialectique hégélienne), en créant ainsi une condition tragique.

Pascal, comme nous l'avons vu, affirme d'une certaine manière l'existence d'oppositions dans la réalité – mais cette position devrait être considérée plutôt par rapport à la tradition chrétienne que vis-à-vis de la dialectique hégélienne. Des points de départ pour cela seraient, par exemple, les travaux de Nicolas de Cues[2].

[1] « Travaillez donc, non pas à vous convaincre par l'augmentation des preuves de Dieu, mais par la diminution de vos passions » (Sel. 680, Laf. 418).

[2] Comme exemple de cela, on peut considérer le fragment Sel. 38, Laf. 3, auquel Goldmann assigne une marque de la position « tragique » de Pascal : « Et quoi ne dites-vous pas vous-même que le ciel et les oiseaux prouvent Dieu ? Non. Et votre religion ne le dit-elle pas ? Non. Car encore que cela est vrai en un sens pour quelques âmes à qui Dieu donna cette lumière, néanmoins cela est faux à l'égard de la plupart ». Pour Goldmann, tandis que, selon ce fragment, la Création

Quant à la position « tragique », nous pouvons dire que l'affirmation pascalienne d'un Dieu caché est en effet une difficulté pour l'homme. Mais sa perspective Christocentrique pour le salut de l'homme montre que, quoique la seule voie passe par la passion, le bonheur éternel est possible. Dire que Dieu est caché n'est pas dire qu'Il n'existe pas. Dans le fragment *Infini rien*, Pascal écrit :

> S'il y a un Dieu, il est infiniment incompréhensible, puisque n'ayant ni parties ni bornes il n'a nul rapport à nous. Nous sommes donc incapables de connaître ni ce qu'il est, ni s'il est. Cela étant, qui osera entreprendre de résoudre cette question ? Ce n'est pas nous qui n'avons aucun rapport à lui. (Sel. 680, Laf. 418)

Le caractère hypothétique de la sentence « s'il y a un Dieu » doit être considéré, comme toujours pour les *Pensées*, dans son contexte : il s'agit justement d'un fragment dans lequel l'apologiste dialogue avec quelqu'un qui n'a pas de foi. Mais ce que nous voudrions discuter ici est le fait que l'homme en tant qu'être fini est limité dans sa compréhension de Dieu – et même plus : Dieu est « infiniment incompréhensible ». L'homme n'achèvera jamais la compréhension de Dieu. L'idée d'un Dieu caché n'est en effet pas une idée facile avec laquelle vivre. Il faut aussi prendre en compte que le caractère incompréhensible de Dieu vient avec le fait qu'il n'a « nul rapport à nous »[1].

Néanmoins, pour Pascal, ce qui est incompréhensible peut exister, puisque son incompréhensibilité est due à la faiblesse de la raison humaine, et non pas au fait d'être absolument contradictoire.

Le fragment *A. P. R.* (Sel. 182, Laf. 149) est de particulier intérêt ici[2].

Le « titre » de ce fragment est suivi d'une précision : « après avoir expliqué l'incompréhensibilité ». Or, que veut-il dire par *expliquer l'incompréhensible* ? Peut-on rendre raison de l'incompréhensible sans le comprendre ? Plus généralement, pourquoi discuter du paradoxe, si c'est justement ce qui échappe à la raison ? Notre

---

prouve l'existence de Dieu pour certains mais pas pour tous, « pour la pensée tragique les choses *sont* vraies et fausses en dehors de toute apologie », et « ce paradoxe ne peut être évité qu'en retournant au rationalisme ou bien en introduisant le devenir historique » (Goldmann 1959, p. 217, note). Cependant, nous pouvons bien interpréter ce fragment sans dire qu'un fait est aussi bien vrai que faux en soi. Ceux à qui Dieu a donné la lumière pour comprendre peuvent reconnaître une preuve de son existence dans la Création, alors que d'autres ne le peuvent pas. Ce que nous retrouvons ici est la différence de perspective apportée par la conversion. Le fait est un : Dieu a fait la Création. La divergence est sur accepter cela comme une preuve ou pas, laquelle dérive de la condition de l'homme. On pourrait reconnaître ici le message du Christ sur les paraboles : « Que celui-là l'entende, qui a des oreilles pour entendre » (Mt 13, 9).

[1] Cf. Sel. 751, Laf. 919 : « Je vois mon abîme d'orgueil, de curiosité, de concupiscence. Il n'y a nul rapport de moi à Dieu, ni à Jésus-Christ juste. Mais il a été fait péché pour moi (...) ».

[2] On admet généralement que ces lettres signifient « À Port-Royal », et que les fragments correspondants seraient des notes pour une conférence faite par Pascal en 1658 à Port-Royal pour exposer le projet de son apologie. Il n'y a cependant pas de consensus d'interprétation (cf. Pascal 2000, p. 136, note). L'édition de Descotes (2011) sépare ce fragment en deux.

interprétation est qu'on peut comprendre la raison pour laquelle quelque chose est paradoxal ou incompréhensible ; mais cela ne laisse pas d'être paradoxal ou incompréhensible. Cela donne de la clarté à tout le propos du présent travail : pourquoi faire des comparaisons entre les incomparables, s'ils ne laissent pas de l'être ? Parce que cela aide à reconnaître qu'ils sont en effet incompréhensibles, et c'est déjà quelque chose.

« Les grandeurs et les misères de l'homme », écrit Pascal dans le même fragment, « sont tellement visibles qu'il faut nécessairement que la véritable religion nous enseigne et qu'il y a quelque grand principe de grandeur en l'homme et qu'il y a un grand principe de misère ». Ces deux principes divisent l'homme, de sorte qu'il ne peut plus apercevoir l'unité. Mais « il faut encore » que la véritable religion « nous rende raison de ces étonnantes contrariétés », et « il faut qu'elle nous rende raison de ces oppositions que nous avons à Dieu et à notre propre bien ». La vraie religion peut « rendre raison » des contrariétés et des oppositions : elle fait voir leur raison d'être. Cela se trouve dans le double état de l'homme, ainsi que dans le mode par lequel Dieu se révèle.

> Adam. Jésus-Christ.
>
> ———
>
> Si on vous unit à Dieu, c'est par grâce, non par nature.
>
> ———
>
> Si on vous abaisse, c'est par pénitence, non par nature.
>
> ———
>
> Ainsi cette double capacité...
>
> ———
>
> Vous n'êtes pas dans l'état de votre création.
>
> ———
>
> Ces deux états étant ouverts, il est impossible que vous ne les reconnaissiez pas. Suivez vos mouvements, observez-vous vous-mêmes, et voyez si vous n'y trouverez pas les caractères vivants de ces deux natures.
>
> Tant de contradictions se trouveraient-elles dans un sujet simple ?
>
> ———
>
> Incompréhensible.
>
> Tout ce qui est incompréhensible ne laisse pas d'être. Le nombre infini, un espace infini égal au fini.
>
> ———

Incroyable que Dieu s'unisse à nous. (Sel. 182, Laf. 149)

Il y a entre l'homme et Dieu une « union » – possible, car elle vient de la grâce. Le fait que l'homme n'est plus dans l'état de sa création le rend divisé entre deux états, rempli de contradictions[1].

Mais comment « tant de contradictions se trouveraient-elles dans un sujet simple »[2] ? C'est incompréhensible, de même que l'union de Dieu à l'homme, le nombre infini et un espace infini égal au fini. Toutes ces incompréhensibilités n'ont pas la même raison – celle de l'homme, par exemple, vient d'une conséquence d'un choix dans le péché originel –, mais elles gardent néanmoins une caractéristique commune : « tout ce qui est incompréhensible ne laisse pas d'être ».

Du fait que la raison humaine est limitée, on ne peut comprendre aucune de ces réalités, qui toutefois sont existantes. Ce que l'homme peut faire est reconnaître qu'aussi bien l'une que l'autre sont incompréhensibles : faire une comparaison des incomparables qui aide à comprendre que, dans tous ces cas, il y a quelque chose qui va au-delà de la raison humaine, mais qui existe néanmoins[3].

Du fait que l'homme ne comprend pas la réalité, nous ne pouvons pas conclure que le monde a des contraintes à sa propre existence. Celui qui l'a créé est infini, et n'a pas les mêmes limites que l'homme. Ce qui semble incompréhensible à l'homme peut alors bien exister, puisque son existence ne dépend que de Dieu. Pour Pascal, il ne faut pas l'oublier, Dieu peut être connu et retrouvé par la deuxième personne de la Trinité, le Rédempteur : « Jésus-Christ est l'objet de tout, et le centre où tout tend. Qui le connaît connaît la raison de toutes choses » (Sel. 690, Laf. 449) – nous y reviendrons dans 14.3.

Il faut lire encore la suite de Sel. 182, Laf. 149 :

> Incroyable que Dieu s'unisse à nous.

[1] Sur Épictète et Montaigne, Pascal écrit dans l'*Entretien avec M. de Sacy* :

> Il me semble que la source des erreurs de ces deux sectes est de n'avoir pas su que l'état de l'homme à présent diffère de celui de sa création ; de sorte que l'un, remarquant quelques traces de sa première grandeur et ignorant sa corruption, a traité la nature comme saine et sans besoin de réparateur, ce qui le mène au comble de la superbe ; au lieu que l'autre, éprouvant la misère présente et ignorant la première dignité, traite la nature comme nécessairement infirme et irréparable, ce qui le précipite dans le désespoir d'arriver à un véritable bien, et de là dans une extrême lâcheté.
>
> Ainsi ces deux états, qu'il fallait connaître ensemble pour voir toute la vérité, étant connus séparément, conduisent nécessairement à l'un de ces deux vices, d'orgueil ou de paresse, où sont infailliblement tous les hommes avant la grâce, puisque, s'ils ne demeurent dans leurs désordres par lâcheté, ils en sortent par vanité ; tant est vrai ce que vous venez de me dire de saint Augustin, et que je trouve d'une grande étendue. (Pascal 1994, pp. 123-125)

[2] L'ambiguïté de « sujet » ici est intéressante : il peut se comprendre aussi bien comme l'homme que comme le « sujet » d'un prédicat dans une proposition.

[3] Dans ce sens, on rapprochera ce passage du début d'*Infini rien* (voir 11.3.3).

> Cette considération n'est tirée que de la vue de notre bassesse, mais si vous l'avez bien sincère, suivez-la aussi loin que moi et reconnaissez que nous sommes en effet si bas que nous sommes par nous-mêmes incapables de connaître si sa miséricorde ne peut pas nous rendre capables de lui. Car je voudrais savoir d'où cet animal qui se reconnaît si faible a le droit de mesurer la miséricorde de Dieu et d'y mettre les bornes que sa fantaisie lui suggère. Il sait si peu ce que c'est que Dieu qu'il ne sait pas ce qu'il est lui-même. Et tout troublé de la vue de son propre état, il ose dire que Dieu ne le peut pas rendre capable de sa communication. Mais je voudrais lui demander si Dieu demande autre chose de lui sinon qu'il l'aime et le connaisse, et pourquoi il croit que Dieu ne peut se rendre connaissable et aimable à lui, puisqu'il est naturellement capable d'amour et de connaissance. Il est sans doute qu'il connaît au moins qu'il est et qu'il aime quelque chose. Donc s'il voit quelque chose dans les ténèbres où il est et s'il trouve quelque sujet d'amour parmi les choses de la terre, pourquoi, si Dieu lui découvre quelque rayon de son essence, ne sera-t-il pas capable de le connaître et de l'aimer en la manière qu'il lui plaira se communiquer à nous ? Il y a donc sans doute une présomption insupportable dans ces sortes de raisonnements, quoiqu'ils paraissent fondés sur une humilité apparente, qui n'est ni sincère ni raisonnable si elle ne nous fait confesser que, ne sachant de nous-mêmes qui nous sommes, nous ne pouvons l'apprendre que de Dieu.

Le passage est d'une grande richesse ; pour ce qui nous concerne, soulignons que « cet animal qui se reconnaît si faible » n'a pas « le droit de mesurer la miséricorde de Dieu et d'y mettre les bornes que sa fantaisie lui suggère ». C'est-à-dire que la mesure de l'amour divin ne peut pas être déterminée, fait auquel nous reviendrons dans 14.4. Est-ce que cela invalide toute comparaison entre les incomparables ? Nous ne le croyons pas, car, en ressemblance de l'analogie de disproportion, on peut comprendre ici qu'une chose est incompréhensible, de même qu'une autre chose l'est aussi. Cela n'enlève pas l'incompréhensibilité du fait, mais rend peut-être plus facile à l'homme d'accepter son existence.

Mais où existe cet incompréhensible à l'homme ? Nous avons vu dans l'*Entretien avec M. de Sacy* que Pascal considérait l'union des contraires comme existant au rang le plus élevé : dans la double nature du Christ. Mais quel type de coexistence de contraires pourrait exister dans ce cas ?

Chesterton (1908), dans son chapitre déjà cité par nous (« Les paradoxes du christianisme »), écrit :

> Je sentais (...) qu'on ne pouvait dire du christianisme qu'il était tout simplement raisonnable [*sensible*] et qu'il occupait une position intermédiaire [*the middle*] (...) Car la théologie orthodoxe a soutenu de façon toute particulière que le Christ n'était pas un être séparé de Dieu et de

> l'homme, comme un elfe ; ni un être moitié homme, moitié autre chose, comme un centaure ; mais les deux choses à la fois, et les deux choses, entières : vrai homme et vrai Dieu.

Pour Chesterton, quand on sent qu'il y a quelque chose de bizarre (*odd*) dans la théologie chrétienne, nous découvrirons généralement qu'il y a quelque chose de bizarre dans la vérité, et nous devrons accepter que la « voie très étrange » (*very strange way*) par laquelle la chrétienté a résolu le problème de l'équilibre de la raison (*sanity*) posé par le paganisme implique d'accepter les paradoxes du christianisme.

Dans la conception de Chesterton, la bizarrerie du christianisme va avec la bizarrerie de la vérité aux yeux des hommes. Nous croyons que Pascal serait d'accord avec cela, s'il pouvait ajouter que la vérité est bizarre pour l'homme précisément en fonction de sa condition après la Chute. En fait, Pascal retrouve l'étrangeté dans la vraie religion :

> Le christianisme est étrange : il ordonne à l'homme de reconnaître qu'il est vil et même abominable, et lui ordonne de vouloir être semblable à Dieu. Sans un tel contrepoids cette élévation le rendrait horriblement vain, ou cet abaissement le rendrait horriblement abject. (Sel. 383, Laf. 351)

Pascal parle alors non seulement de faits « incompréhensibles », « étonnants » ou « incroyables » qui sont vrais, mais le même est valable pour des faits « étranges ». En effet, comme nous l'avons vu, pour Pascal la foi Catholique « comprend ces deux vérités qui semblent opposées » (Sel. 614, Laf. 733), à savoir la réelle présence et la figure dans l'eucharistie : toutes les deux sont vraies (voir 4.2.1). Est-ce qu'on devrait pour autant dire que, pour Pascal, non seulement les paradoxes sont vrais, mais aussi les contradictions ?

Comme nous l'avons vu, il y a une « union ineffable de deux natures dans la seule personne d'un Homme-Dieu », c'est-à-dire, le Christ, et cette union ne peut pas être seulement apparente. Une possibilité d'interpréter ce passage sans accepter indistinctement l'existence absolue de contradictions serait de dire que cette union ne fait pas référence à l'homme, ni à la nature, mais plutôt au Christ[1].

Nous avons montré au moins trois raisons pour lesquelles nous ne pouvons pas dire que Pascal accepte des contradictions absolues, même s'il accepte l'existence de l'incompréhensible.

En premier lieu, des contradictions apparentes peuvent faire référence à des aspects différents de quelque chose (par exemple, grandeur et misère par rapport à l'homme), et donc, il ne faut pas les prendre en tant qu'absolues. Il en est de même

[1]Pour Simone Weil, ainsi que pour de nombreux auteurs de la tradition chrétienne, le point où se retrouvent les contradictions est le Christ – plus spécifiquement, la croix : « La contradiction éprouvée jusqu'au fond de l'être, c'est le déchirement, c'est la croix » (*La pesanteur et la grâce*, Plon, 2008, p. 169).

pour la position de Pascal dans l'*Entretien avec M. de Sacy* : la foi nous permet de discerner quand des affirmations concernent des sujets distincts.

En deuxième lieu, ce qui fait que l'homme prend des contradictions apparentes comme absolues est sa condition corrompue, et le fait qu'il essaie de la juger vraie dans la vie terrestre. Cela expliquerait pourquoi des conclusions nécessaires de la raison humaine dans les mathématiques apparaissent comme incompréhensibles. L'homme peut aussi considérer la coexistence de contraires dans l'Écriture – dans ce cas, les contrariétés sont apparentes si on trouve l'interprétation correcte au moyen de l'exégèse figurative.

En troisième lieu, des contradictions ou des vérités opposées peuvent être dites exister d'une manière unifiée, mais cela ne serait le cas que dans un niveau de réalité plus élevé, c'est-à-dire, pas dans la condition corrompue de l'homme : seulement dans le Christ elles peuvent être dites unifiées[1].

La double nature du Christ est la raison profonde pour comprendre l'existence de contradictions – même si notre compréhension ne peut pas l'atteindre[2].

Si la rencontre des opposés doit être considérée paradoxale, alors on peut dire que Pascal accepte l'existence de paradoxes – puisqu'un paradoxe est une conclusion inacceptable pour l'homme, et parce que l'homme lui-même est un paradoxe. En effet, l'anthropologie chrétienne explique le fait que l'homme est incompréhensible à lui-même. L'acceptation de paradoxes peut être aussi le cas dans la géométrie projective, dans laquelle on peut accepter des résultats rapportés à l'infini, si on accepte une conception élargie du domaine d'objets mathématiques. Si, pourtant, Pascal accepte l'existence du paradoxe et l'incompréhensibilité, cela ne veut pas dire que la raison humaine perd sa valeur : la plus grande valeur de la raison est précisément de connaître ses limites.

Ce qui est commun à tous ces cas est le fait que Pascal peut accepter l'existence de l'incompréhensible. Cela est clair en raison de la condition finie humaine : il ne peut pas tout comprendre. Néanmoins, cela ne veut pas dire qu'il prend la réalité elle-même comme contradictoire : même si Dieu est caché et que nous ne pouvons comprendre complètement l'Incarnation, la foi enseigne à l'homme sur son existence.

Quant à la raison, dans quel sens pourrait-elle connaître l'incompréhensible ? Pascal indique que la raison ne peut pas connaître sa nature, mais néanmoins, elle peut connaître son existence, de manière indirecte. C'est ce que nous verrons dans la

[1] « Pascal ne s'arrête pas à penser, comme on le dit généralement, que la contrariété vient du jeu des opinions. S'il y a une dialectique, elle est celle de la réalité même, fondée dans la création originellement altérée et fondée dans le mystère plus éclatant et plus auguste de l'union des deux natures en Jésus-Christ. Parce que Jésus-Christ est Dieu et est homme, affirmations indissolublement liées et pourtant répugnant l'une à l'autre, nous devons nous attendre à trouver la marque de la vérité dans la répugnance et la contradiction, et il faudra non seulement accueillir des affirmations opposées et les maintenir fermement ensemble, mais les tenir pour vraies à cause de leur opposition, ce qui nous oblige à exiger un ordre plus haut que les fonde » (Blanchot 1971, p. 137.).

[2] « The paradox of the "impossible possibility" is an impossibility from the standpoint of men but is a possibility from the standpoint of God. And it is not only a possibility but is also a Reality » (Tillich 1935, p. 137).

prochaine section.

14.2.6 La connaissance indirecte de la vérité

> Les familles heureuses se ressemblent toutes ; les familles malheureuses sont malheureuses chacune à leur façon
>
> Tolstoï, *Anna Karenine*

> It is always simple to fall ; there are an infinity of angles at which one falls, only one at which one stands
>
> Chesterton, *Orthodoxy*

La vérité « est toujours plus ancienne que toutes les opinions qu'on en a eues, et (...) ce serait en ignorer la nature de s'imaginer qu'elle ait commencé d'être au temps qu'elle commençait d'être connue » (OC II, p. 785 ; cf ; Thirouin 1999, § 45). Tout scepticisme qui peut être trouvé dans les *Pensées* ne retire pas le fait que Pascal croyait à la vérité. C'est le fait fondamental de la limitation de la raison humaine qui lui fait reconnaître, en revanche, que cette vérité n'est pas entièrement accessible à l'homme. En ce sens, la vérité est « incomparable » – « et néanmoins il est nécessaire d'en dire quelque chose », si nous pouvons nous approprier ici des mots de l'*Esprit Géométrique* (OC III, p. 393). Au manque de certitude démonstrative de la raison, ne correspond pas un manque de foi dans la vérité elle-même[1].

L'opinion seule ne pourrait pas suffire, voilà le problème du probabilisme : « notre opinion n'est que probable, le contraire est probable aussi »[2]. Il s'agira alors de faire confiance et non pas de démontrer : « je ne crois que les histoires dont les témoins se

[1] J. Chevalier, dans son édition de l'œuvre pascalienne, a bien compris les liens entre l'œuvre scientifique et les autres écrits de Pascal. Sur la vérité, il a écrit : « Pascal est l'homme qui a pu dire, sans présomption et sans orgueil : "J'ai la vérité : c'est toute ma force ; si je la perds, je suis perdu". Mais cette vérité qu'il possède, ou qu'il cherche, n'a rien d'abstrait ni d'impersonnel : c'est une vérité qui touche le cœur de l'homme, et qui le remplit d'elle-même après l'avoir vidé de tout le reste et d'abord de soi ; une morale de joie, de confiance et d'amour, qui a en tête un Dieu crucifié ; un Dieu qui s'unit au fond de notre âme et la rend incapable de l'autre fin que de lui-même » (dans Pascal 1936, p. 7) ; « Pascal a subi profondément l'influence de la puissante pensée cartésienne : mais il a échappé à l'esprit de système qui parfois la durcit : à la certitude il a préféré la vérité » (dans Pascal 1936, p. 9).

[2] 8e Provinciale, Pascal (2010, p. 250). Dans la même lettre, un Père demande au narrateur : un homme qui se mêle de deviner est-il obligé de rendre l'argent qu'il a gagné par cet exercice ? « Ce qu'il vous plaira, mon Révérend Père, lui dis-je. Comment, ce qu'il me plaira ! Vraiment vous êtes admirable ! Il semble, de la façon que vous parlez, que la vérité dépende de notre volonté. Je vois bien que vous ne trouveriez jamais celle-ci de vous-même » (8e Provinciale, Pascal 2010, p. 262). Si la position est ironique parce que ces mots sont représentés comme venant de la bouche du Jésuite, c'est l'hypocrisie du personnage qui la rend tragique, et non pas son contenu. Pascal ne pense pas que la vérité puisse dépendre de la volonté des hommes. Dans la 15e Provinciale, Pascal déclare que les Jésuites ne font que défendre l'innocence de Pères de la Compagnie, se contredisant

feraient égorger » (Sel. 663, Laf. 822). L'argument d'*Infini rien* (Sel. 680, Laf 418) ne propose pas une démonstration, mais il réclame une réponse. La doctrine des opinions probables est commode car, ayant des opinions contraires, on peut se servir de celle qu'on aime le mieux. Pour Pascal, au contraire, il faut choisir[1].

Pascal s'opposait au Chevalier de la Méré, à qui on a attribué une lettre où on lit le passage suivant : « croyez-vous que ce soit connaître une chose que de savoir seulement ce qu'elle n'est pas ? »[2]. Pascal argumente contre Méré dans l'*Esprit Géométrique* par une *voie négative* : comment pourrait-on nier la divisibilité indéfinie d'une grandeur ? « C'est une maladie naturelle à l'homme », écrit Pascal dans l'*Esprit Géométrique*, « de croire qu'il possède la vérité directement ; et de là vient qu'il est toujours disposé à nier tout ce qui lui est incompréhensible ; au lieu qu'en effet il ne connaît naturellement que le mensonge, et qu'il ne doit prendre pour véritables que les choses dont le contraire lui paraît faux » (OC III, p. 404). Quand le vrai ne peut pas être directement connu, dit Pascal, il faut analyser le contraire de la proposition – si la proposition contraire est fausse, on connaîtra alors la vérité de la première proposition. C'est-à-dire que Pascal fait un usage important du principe du Tiers Exclu au niveau épistémologique[3].

Dans ses écrits sur le vide, Pascal essaie de démontrer que l'espace en question dans les expériences *n'est plein d'aucune des matières qui tombent sous les sens, et qui sont connues dans la nature*. Pour le P. Noël, le vide ne tombe sous aucun de nos sens, et alors, il n'y a pas de raison de croire qu'il existe. Pascal croit également que le vide ne tombe sous aucun de nos sens – mais c'est justement ainsi qu'on conclut avoir trouvé le vide. Il y a bien une question d'asymétrie entre le positif et le négatif.

Il y a des situations où on peut faire usage du Tiers Exclu :

> Car quelquefois on conclut un absurde manifeste de sa négation, et lors [*sic*] l'hypothèse est véritable et constante ; ou bien on conclut un absurde manifeste de son affirmation, et lors l'hypothèse est tenue pour fausse ; et lorsqu'on n'a pu encore tirer d'absurde, ni de sa négation, ni de son affirmation, l'hypothèse demeure douteuse ; de sorte que, pour faire qu'une hypothèse soit évidente, il ne suffit pas que tous les phénomènes

et s'entre-détruisant. Les Jésuites le font, dit Pascal, « en disant d'une même maxime qu'elle est dans vos livres et qu'elle n'y est pas ; qu'elle est bonne et qu'elle est mauvaise, non pas selon la vérité, qui ne change jamais, mais selon votre intérêt, qui change à toute heure » (15e Provinciale, Pascal 2010, p. 401).

[1] « Mais, mon Père, lui dis-je, on doit être bien embarrassé à choisir alors ! Point du tout, dit-il, il n'y a qu'à suivre l'avis qui agrée le plus. Et quoi ! Si l'autre est plus probable ? Il n'importe, me dit-il. Et si l'autre est plus sûr ? Il n'importe, me dit encore le Père » (5e Provinciale, Pascal 2010, p. 201) ; « Car enfin, mes Pères, pour qui voulez-vous qu'on vous prenne : pour des enfants de l'Évangile, ou pour des ennemis de l'Évangile ? On ne peut être que d'un parti ou de l'autre, il n'y a point de milieu. *Qui n'est point avec Jésus-Christ est contre lui* [Mt 12, 30] » (14e Provinciale, Pascal 2010, p. 384).

[2] *Les Lettres de Blaise Pascal accompagnées de lettres de ses correspondants*, Paris, G. Grès, 1922, p. 288.

[3] Cf. par exemple Descotes (1993, p. 431).

> s'ensuivent, au lieu que, s'il s'ensuit quelque chose de contraire à un seul des phénomènes, cela suffit pour assurer de sa fausseté. (OC II, p. 524)

Passage qui fait penser à une épistémologie proche de celle de K. Popper (1959) : les évidences déterminantes en science ne sont que celles négatives. La situation expérimentale de la détermination de l'existence du vide est toutefois plus complexe. Pascal reprend dans la Lettre à Le Pailleur la raison donnée par Noël pour nier le vide : cela serait ce qui ne tombe sous aucun de nos sens.

> d'où il prend sujet de dire que, comme je nie l'existence de la matière, par cette seule raison qu'elle ne donne aucune marque sensible de son être et que l'esprit n'en conçoit aucune nécessité, il peut, avec autant de force et d'avantage, nier le vide, parce qu'il a cela de commun avec elle que pas un des sens ne l'aperçoit. (OC II, p. 567)

Or pour Pascal cette analogie (*comme ... il peut, avec autant de force et d'avantage*) n'a pas du tout lieu d'être. La définition même de l'espace vide est négative, concernant le manque de détection de matières sensibles, et donc, ne pas identifier celles-ci est une raison pour accepter le vide. Mais du fait qu'on ne peut pas sentir le vide, on ne conclut pas son absence, comme le veut Noël, car l'espace vide est justement ce qui ne peut pas être senti par nos sens. Pascal insiste :

> Mais je m'étonne qu'il fasse un parallèle de choses si inégales, et qu'il n'ait pas pris garde que, comme il n'y a rien de si contraire à l'être que le néant, ni à l'affirmation que la négation, on procède aux preuves de l'un et de l'autre par des moyens contraires ; et que ce qui fait l'établissement de l'un est la ruine de l'autre. Car que faut-il pour arriver à la connaissance du néant, que de connaître une entière privation de toutes sortes de qualités et d'effets ; au lieu que, s'il en paraissait un seul, on conclurait, au contraire, l'existence réelle d'une cause qui le produirait ?
> (OC II, pp. 567-568)

L'erreur de Noël est de faire « un parallèle de choses si inégales » ; on se rappelle des comparaisons « des choses aussi disproportionnées » desquelles Pascal accuse ses adversaires dans l'*Esprit Géométrique* (OC III, p. 406 ; voir le chapitre 7). Le propos de Pascal est de proposer les bonnes comparaisons, ce qui n'est pas évident quand on traite du vide ou de l'infini. Dans le cas en question, Pascal propose qu'« il n'y a rien de si contraire à l'être que le néant, ni à l'affirmation que la négation » – c'est-à-dire que ce sont des extrêmes, et il faut alors les prouver « par des moyens contraires »[1].

[1] « Car comme une même cause peut produire plusieurs effets différents, un même effet peut être produit par plusieurs causes différentes » (OC II, p. 524) : on reconnaît ici quelque chose qui serait à rapprocher de la « thèse de Duhem-Quine » sur la « sous-détermination des théories par l'expérience », laquelle implique qu'une hypothèse scientifique sur une expérience est toujours provisoire. Pour ce qui est du vide, cela s'ajoute à un fait important : on peut « démontrer » qu'on a trouvé de la matière, en donnant des évidences empiriques de son existence ; mais on ne pourra jamais « démontrer » que le vide *existe* : on montre seulement que la possibilité de son existence reste ouverte : par rapport à la matière sensible à nous, un tel espace est vide.

Dans la lettre au P. Noël, Pascal insiste sur la question de la méthode. « Et nous réservons pour les mystères de la foi, que le Saint-Esprit a lui-même révélés, cette soumission d'esprit qui porte notre croyance à des mystères cachés aux sens et à la raison » (OC II, p. 519). De même que dans la *Préface au Traité du Vide*, Pascal assignera à l'étude de la nature la nécessité d'avoir une méthode expérimentale.

Dans le cas du vide, comme nous l'avons dit, il est impossible d'avoir des évidences empiriques qui prouvent absolument que le vide n'existe pas.

> Mais nous trouvons plus de sujet de nier son existence, parce qu'on ne peut pas la prouver, que de croire par la seule raison qu'on ne peut montrer qu'elle n'est pas.
>
> Car on ne peut les croire toutes ensemble, sans faire de la nature un monstre, et comme la raison ne peut pencher plus vers une que vers l'autre, à cause qu'elle les trouve également éloignées, elle les refuse toutes, pour se défendre d'un injuste choix. (OC II, p. 522)

Il y aura alors des fois où le manque d'évidence ne peut trancher ni pour l'existence du vide ni pour son inexistence.

En effet, on trouve chez Pascal des arguments sceptiques contre la possibilité de connaître la vérité.

> Ce n'est point ici le pays de la vérité ; elle erre inconnue parmi les hommes. Dieu l'a couverte d'un voile qui la laisse méconnaître à ceux qui n'entendent pas sa voix ; le lieu est ouvert au blasphème et même sur des vérités au moins bien apparentes. (Sel. 425, Laf. 840)

J.-P. Cléro et Bras 1994, p. 82 est un des auteurs qui identifient une voie apagogique chez Pascal : « La vérité ne se saisit jamais qu'"apagogiquement". Il n'y a pas de saisie directe du vrai ». Cléro renvoie à des fragments où Pascal expose le pyrrhonisme : « nous sentons une image de la vérité et ne possédons que le mensonge. Incapables d'ignorer absolument et de savoir certainement, tant il est manifeste que nous avons été dans un degré de perfection dont nous sommes malheureusement déchus » (Sel. 164, Laf. 131) ; dans une partie de Sel. 78, Laf. 44, barrée verticalement, Pascal écrit : « L'homme est donc si heureusement fabriqué qu'il n'a aucun principe juste du vrai, et plusieurs excellents du faux ». Cléro et Bras (1994, p. 82) remarque qu'à partir du deuxième de ces fragments on peut dire qu'« on connaît généralement le vrai par négation du faux »[1].

> Pyrrhonisme.
>
> Chaque chose est ici vraie en partie, fausse en partie. La vérité essentielle n'est point ainsi, elle est toute pure et toute vraie. Ce mélange la déshonore et l'anéantit. Rien n'est purement vrai et ainsi rien n'est vrai en l'entendant du pur vrai. (Sel. 450, Laf. 905)

[1] « Ainsi », écrit Cléro, « Pascal ne répugne-t-il pas au raisonnement par l'absurde que Descartes, au nom de l'évidence, avait tendu à négliger ».

Doit-on tuer, par exemple ? Non, car cela détruit la nature ? Doit-on alors ne point tuer ? Non plus, « car les désordres seraient horribles, et les méchants tueraient tous les bons ». Il y a alors, si on peut dire ainsi, une impureté du vrai : « nous n'avons ni vrai ni bien qu'en partie, et mêlé de mal et de faux ».

À cela s'ajoute le fait que le vrai et le faux ne sont pas « symétriques » dans la conception de Pascal : il est plus facile de tomber sur la fausseté que sur la vérité. On lit dans le fragment *Beauté Poétique* (Sel. 486, Laf. 585) :

> Et comme il y a un rapport parfait entre une chanson et une maison qui sont faites sur ce bon modèle, parce qu'elles ressemblent à ce modèle unique, quoique chacune selon son genre, il y a de même un rapport parfait entre les choses faites sur le mauvais modèle. Ce n'est pas que le mauvais modèle soit unique, car il y en a une infinité, mais chaque mauvais sonnet par exemple, sur quelque faux modèle qu'il soit fait, ressemble parfaitement à une femme vêtue sur ce modèle.

Ce fragment dit alors que le mauvais modèle, et l'erreur en général, présente une variété qui n'est pas dans la vérité, qui est dans l'unité : « La justice et la vérité sont deux pointes si subtiles que nos instruments sont trop mousses pour y toucher exactement. S'ils y arrivent, ils en écachent la pointe et appuient tout autour plus sur le faux que sur le vrai » (Sel. 78, Laf. 44)[1].

Nous ne saurions pourtant pas attribuer ces remarques sceptiques à la position finale de Pascal. Elles apparaissent plutôt comme des étapes de l'argumentation apologétique, et s'il est certain que *l'homme* ne peut pas accéder directement à la vérité, ce n'est pas pour cela que la certitude de l'existence de celle-ci laisse d'être : comme Pascal l'écrit dans la 18e *Provinciale*, « il n'y a rien qui puisse faire que ce qui est ne soit pas » (Pascal 2010, p. 491).

La limitation de la raison humaine peut être contournée par la méthode indirecte de connaissance du vrai, ce qui est un mode de connaître. Comme Pascal l'expose au Père Noël, « une hypothèse ne peut être tenue pour vraie que si "on conclut une certitude manifeste de sa négation". L'évidence cartésienne n'est plus la mesure de la certitude » (Lebrun 2012 [1962], p. 166 ; cf OC II, p. 524).

Il faut ainsi parler d'une connaissance négative chez Pascal, rapportée au raisonnement apagogique : une connaissance indirecte du vrai par la négation du faux.

Cela peut être reconnu même dans la pratique mathématique de Pascal. Nous avons vu dans 8 et dans 12.3 que l'« égalité » entre les petites portions courbes et droites, ainsi que l'« égalité » en général entre la somme des petites portions et la grandeur correspondante, est établie par Pascal par une voie indirecte : la

[1] Cf. *Eth. Nic., II, 6, 1106b35* : « L'honnêteté n'a qu'une seule forme, mais le vice en a de nombreuses » – il s'agit d'une phrase citée par Aristote.

différence entre ces quantités peut être rendue moindre qu'aucune grandeur donnée[1]. À l'impossibilité d'un raisonnement direct, Pascal répond par des procédures indirectes, qui sont incompréhensibles, notamment car elles font appel à l'infini ou à l'indéfini comme principe. Elles peuvent toutefois être acceptées, et Pascal s'en sert pour les calculs.

> En d'autres mots, quand une proposition ne peut pas être comprise et démontrée directement, on doit avoir recours à une apagogie, au moins dans certains cas, pour démontrer indirectement une vérité qui est « incompréhensible, mais ne laisse pas d'être ».
>
> (Descotes 2015b, p. 238, notre traduction)

En tout cela, le Tiers Exclu n'est pas abandonné par Pascal – au contraire, il devient un principe qui guide Pascal dans la possibilité de la réalisation de démonstrations indirectes[2].

Par ailleurs, comme nous l'avons vu cela n'est pas restreint au cas des mathématiques : l'interprétation des figures aussi peut être guidée par la maxime selon laquelle il faut éviter la contradiction (voir 14.2.2) :

> Le principe qui commande la doctrine des « figures » se laisse donc énoncer de la manière suivante : 1/ toute la contradiction réelle peut être résolue en vertu du tiers exclu ; 2/ autrement la contradiction n'est qu'apparente (...) et on doit découvrir un point de vue qui permette de la dissiper. Autant le primat du raisonnement par l'absurde et de la connaissance par la négation conduisait à la liquidation de toute connaissance rationnelle directe de Dieu, autant le primat du tiers exclu et la possibilité de localiser et de supprimer les contradictions apparentes permettent non seulement de sauvegarder la vérité de l'Écriture, mais encore de l'utiliser comme seul instrument de preuve en faveur de la religion chrétienne.
>
> (Lebrun 2012 [1962], pp. 120-121)

Pour Pascal, il est mieux que les Juifs n'aient pas compris le sens spirituel de l'Écriture, et qu'ils n'aient pas reconnu dans le Christ le Messie promis par les prophètes – dans le cas contraire, ils seraient considérés comme des témoins suspects

[1] Cf. Descotes (2015b, p. 238), qui rapproche ce type de raisonnement à celui du texte *De l'Esprit Géométrique* : « Not that it is impossible to display the geometrical object that is an indivisible : we saw that the indivisible of the line is the point, that the one of the surface is a line, and that the one of the solid is a surface. There is no mystery there. It is not, either, that the sum of indivisibles in the technical sense, that is to say the sum of the surfaces or of the solids inscribed and circumscribed around a figure, does not in the end coincide, in the indefinite division, with the figure that we want to measure : for we can demonstrate that, if not in the direct way, at least in an indirect way (...)What is incomprehensible is the way in which, in the indefinite division, the passage from an order to another can occur ».

[2] Pour Lebrun (2012 [1962], p. 120), « il est remarquable que cette position anti-« intuitionniste » et cette validation du tiers exclu soient, de toute évidence, communes à Pascal et à Kant ».

(Sel. 738, Laf. 502 ; Sel. 304, Laf. 273 ; voir 4.3). Ils contribueraient ainsi, d'une certaine manière, à la Révélation du Christ. Pour Lebrun,

> Plus généralement, c'est toujours la difficulté de reconnaître qui rend authentique la reconnaissance, l'impossibilité de l'évidence qui conditionne l'atteinte du vrai. (...)
>
> Il y a un schème qui déborde la méditation sur le christianisme et qui domine toute la pensée de Pascal, à savoir que sans rencontrer le négatif, il n'y aurait pas pour nous une marque sûre de possession de la vérité. (Lebrun 1983, p. 100, notre traduction ; cf. Lebrun 2016)

Selon Lebrun, ce schème s'étend même au domaine moral : « le Bien n'est attesté que par le Mal, tout comme le Vrai est seulement affirmé par le Faux qu'il exclut. Il n'y a pas de positif sauf dans le sillage du négatif »[1].

Ainsi, la question de savoir si la comparaison des incomparables possède quelque importance dans l'œuvre pascalienne, se présente comme une des étapes nécessaires pour poser la question sur une connaissance négative chez Pascal. Les comparaisons des incomparables sont une des formes discursives de dire *ce qui n'est pas*, en laissant de la place pour qu'on puisse connaître *ce qui est*. Cela

> ne sera pas comme une vérité de la raison qui aurait échappé au naufrage (comme pour Descartes). Nous ne le trouverons pas, au contraire, sauf dans la condition d'*interrompre* l'enquête mené sur le plan de la « raison naturelle », car celle-ci ne me fera jamais conquérir une place assez forte pour que le sceptique ne puisse pas me déloger. La seule issue est de *m'attarder sur le paradoxe* dans lequel ma « raison naturelle » trébuche et d'analyser la situation littéralement insoutenable à laquelle je suis conduit : « Vous ne pouvez fuir une de ces sectes ni subsister dans aucune » [Sel. 164, Laf. 131]. (...) Ce n'est pas dans le pouvoir de ma raison de quitter le tunnel, comme le veut Descartes ; mais ce qui est peut-être à notre portée est de comprendre pourquoi nous sommes dans cet « embrouillement ». (Lebrun 1983, pp. 72 - 73 ; notre traduction)

Le projet pascalien de l'apologétique s'efforce de montrer notre place dans cet « embrouillement » (cf. Sel. 164, Laf. 131).

Si l'ordre du cœur dépasse infiniment celui de l'esprit, le rôle de la raison peut être de dire *ce qui n'est pas*, tandis que savoir *ce qui est* est le rôle du cœur. D'où l'importance de la Révélation et des Écritures. Accepter cette « épistémologie négative » n'est pas dire que l'homme ne peut rien savoir, mais plutôt dire qu'il peut au moins essayer de délimiter combien le dépasse l'ordre de la charité, même s'il ne mesurera pas celle-ci : « si irréductibles soient-ils les uns par rapport aux autres, les ordres se laissent volontiers dire et imaginer » (Cléro et Bras 1994, p. 67).

[1] Lebrun (1983, p. 101, notre trad.).

Un raisonnement par apagogie apparaît, dans *Infini rien* (Sel. 680, Laf. 418 ; voir 11.3.3) à propos de l'existence du nombre infini. On peut y voir, comme le fait Gardies, une différence avec Cantor justement dans le fait que celui-ci présente les transfinis de manière *directe*, tandis que Pascal aborde l'infini négativement[1]. Rappelons que l'aspect négatif de l'infini apparaît déjà chez Aristote, et a été considéré par certains penseurs comme le trait de définition même de l'infini[2]. Avec Pascal on voit comment cette argumentation négative pour l'existence de l'infini peut être utilisée pour une argumentation, négative aussi, pour l'existence de Dieu.

Nous accordons que Pascal pose à plusieurs moments qu'une connaissance de la vérité par l'homme ne peut être qu'indirecte. Cela se passe notamment pour l'infini, que Pascal pose comme principe (par exemple dans les mathématiques) et qui est par excellence inconnaissable dans son essence. Il ne peut être connu qu'indirectement : en particulier, par des comparaisons – d'où l'intérêt du présent travail. Au « je ne connais pas », Pascal répond : « mais ne connais-tu pas *comment* ? », « ne connais-tu pas *dans quelle mesure* » ? L'infini n'a pas de mesure. Il peut néanmoins être approché par une comparaison.

14.3 Les extrémités, le milieu et le centre

14.3.1 Grandeur et petitesse

> Que dois-je faire ? Je ne vois partout qu'obscurités.
> Croirai-je que je ne suis rien ? Croirai-je que je suis dieu ?
>
> Sel. 38, Laf. 2

> Il faudrait que la véritable religion enseignât la grandeur, la misère, portât à l'estime et au mépris de soi, à l'amour et à la haine
>
> Sel. 690, Laf. 450

L'homme a une grandeur et une misère, et il doit reconnaître les deux pour avancer vers son salut[3]. Les deux états de l'homme (Sel. 182, Laf. 149) expliquent qu'il ait

[1] « Toujours est-il que Cantor se sépare ici radicalement de Pascal, non pas pour une quelconque divergence d'opinion, mais parce que ses propres conceptions lui ont ouvert *positivement* l'univers des *transfinis*, alors que Pascal non seulement ne rencontrait l'infini que négativement, mais était intimement persuadé, son apologétique en témoigne autant que sa mathématique, qu'une telle rencontre ne pouvait être que négative » (Gardies 1984, p. 134) ; « En tout état de cause, dans la logique de Pascal, il [l'infini actuel] ne pourrait être inféré que négativement. Car le véritable infini, l'*infini actuel*, pour lui, à la différence de Cantor, (...) est essentiellement insaisissable » (Gardies 1984, p. 116).

[2] « L'infini se trouve être tout le contraire de ce qu'on dit : non pas ce en dehors de quoi il n'y a rien, mais ce en dehors de quoi il reste à celui qui prend toujours quelque chose à prendre selon la quantité » (*Physique*, 206b/207a).

[3] Nous l'avons vu dans 5.4, 6 et 11.3.

perdu le vrai objet de son amour, qui se trouve maintenant détourné[1]. Mais la raison est plus compliquée car l'état de l'homme après la Chute fait que la Rédemption n'est possible que par l'Incarnation, par le fait que Dieu se soit fait homme[2]. Cela ne peut pas être compris par l'homme, et néanmoins c'est le fait essentiel du salut.

Source des contrariétés.

> Un Dieu humilié, et jusqu'à la mort de la croix. Deux natures en Jésus-Christ. Deux avènements. Deux états de la nature de l'homme. Un Messie triomphant de la mort par sa mort. (Sel. 273, Laf. 241)

Le péché originel rend raison du double état de l'homme. Mais ce n'est que « l'union ineffable de deux natures dans la seule personne de l'Homme-Dieu » (Pascal 1994, pp. 125-126) qui pouvait nous racheter cette condition. Cela se fait dans une « inversion » de particulière importance ici : le grand se fait petit et le petit se fait grand[3]. Notamment, le Christ s'est abaissé pour élever l'homme à la possibilité du salut.

> La misère persuade le désespoir.
> L'orgueil persuade la présomption.
> L'Incarnation montre à l'homme la grandeur de sa misère par la grandeur du remède qu'il a fallu. (Sel. 384, Laf. 352)

Ces deux extrêmes qui sont la grandeur et la petitesse sont décrits par Pascal dans le cas humain comme la « grandeur » et la « misère ». Est-ce que ces extrêmes se rencontrent ? Dans quels sens ? Est-ce que cette rencontre peut être rapprochée de celle entre les deux infinis ? La question gagne un aspect « géométrique » du fait qu'elle sera posée en termes d'élévation ou d'abaissement. Ces dimensions apparaissent pour l'homme, mais aussi pour le Christ.

Pour Descotes (2011), à partir de Sel. 384, Laf. 352 on peut comprendre que « l'Incarnation a été pour le Christ un véritable anéantissement par rapport à sa grandeur divine ». Oliva (2004, p. 143), rappelle que le « néantisme » de Condren, qui fait du Christ « l'antithèse de l'imperfection essentielle de la créature », peut

[1] On lit dans la lettre sur la mort de son père : « La vérité qui ouvre ce mystère est que Dieu a créé l'homme avec deux amours, l'un pour Dieu, l'autre pour soi-même ; mais avec cette loi, que l'amour pour Dieu serait infini, c'est-à-dire, sans aucune autre fin que Dieu même, et que l'amour pour soi-même serait fini et rapportant à Dieu » (OC II. p. 857). Cf. Saint Augustin, *La Cité de Dieu*, XIV, 28, 1 : « Deux amours ont donc bâti deux cités : celle de la terre par l'amour de soi jusqu'au mépris de Dieu, celle du ciel par l'amour de Dieu jusqu'au mépris de soi » (Augustin 2000, p. 594).

[2] Dans Sel. 182, Laf. 149, Pascal écrit que « les misères de » l'« aveuglement et de » la « concupiscence » des hommes « est devenue leur seconde nature ». Pascal nomme alors les deux états de l'homme deux « natures », mais il faut faire attention au fait que les deux « natures » de l'homme existent en des moments différents, tandis que les deux natures du Christ existent ensemble.

[3] « Inversion » qui pourrait peut-être être dite un « paradoxe » pour l'homme.

être rapproché de la position de Pascal sur le Christ[1]. On pourrait alors parler d'anéantissement, terme à rapprocher de la notion biblique de *kénose* :

> Soyez dans la même disposition & dans le même sentiment où a été Jésus-Christ, qui ayant la forme & la nature de Dieu, n'a point cru que ce fût pour lui une usurpation d'être égal à Dieu, mais il s'est anéanti lui-même, en prenant la forme & la nature de serviteur, en se rendant semblable aux hommes, & étant reconnu pour homme par tout ce qui a paru de lui au-dehors. Il s'est rabaissé lui-même, se rendant obeïssant jusqu'à la mort, & jusqu'à la mort de la croix. C'est pourquoi Dieu l'a élevé *par-dessus toutes choses*, & lui a donné un nom qui est au-dessus de tout nom[2]. (Ph 2, 5-9)

Le fait que le Christ se soit « vidé », *ekénôsen*, rend possible le fait qu'il soit égal à l'homme. C'est en s'abaissant jusqu'aux hommes que le Christ se montre le plus grand[3].

Pour Pascal, le Christ s'est humilié pour l'homme jusqu'à la mort de la croix, et c'est dans le Christ que s'est résolue la contradiction entre grandeur et misère. On peut dire que la passion du Christ l'a fait passer par une souffrance qui est au-dessous de toute condition humaine possible. Pour F. Leopoldo e Silva (2002), quand Pascal médite sur l'épisode du Gethsémani, dans le texte « Le mystère de Jésus », il montre que la douleur que le Christ a pu subir dans le jardin des Oliviers a été plus profonde que toute douleur que l'homme pourrait subir : « de même qu'il y a une grandeur au-delà des possibilités humaines, de même il y a une misère en deçà des possibilités humaines » (Silva 2002). Le paradoxe apparaît car, pour qu'il y ait Rédemption, le Christ a dû réaliser un sacrifice parfait, ce qui n'est possible que par sa condition unique d'être humain sans le péché. Dans l'incapacité des disciples de veiller avec le Christ, on voit révélé le plus grand des abîmes : la misère existentielle ; La grandeur infinie du Christ est mise, dans ce fragment, en rapport avec la souffrance infinie qu'il peut supporter : « mon âme est triste jusqu'à la mort » (Sel. 749, Laf. 919 ; cf. Mt 26, 38).

À ce propos, il faut revenir au fragment des trois ordres (voir 5.3) :

> Il est bien ridicule de se scandaliser de la bassesse de Jésus-Christ, comme si cette bassesse était du même ordre duquel est la grandeur qu'il venait faire paraître.

[1] Comme le rappelle encore Oliva (2004, p. 154), c'est dans *La lettre sur la mort de son père* qu'il faut voir le rapprochement fait par Pascal entre le sacrifice humain et le sacrifice du Christ.

[2] « S'anéantit » traduit le latin *exinanivit*. Dans le grec, on lit *ekénôsen*, du verbe *kenóô*, « vider ». « S'est rabaissé » traduit *humiliavit*.

[3] « Ainsi quoiqu'il soit vrai que Dieu étant l'Être souverain, ne peut rien ajouter à sa grandeur qui est infinie, on peut dire néanmoins que lorsqu'il s'est abaissé si profondément pour sauver les hommes, il s'est relevé en quelque sorte au-dessus de lui-même, parce que sa puissance étant demeurée la même, sa bonté a paru ensuite sans comparaison plus grande » (commentaire de Sacy au chapitre III de la *Genèse* ; cf. Descotes 2011, commentaires à Sel. 680, Laf. 418).

> Qu'on considère cette grandeur-là dans sa vie, dans sa passion, dans son obscurité, dans sa mort, dans l'élection des siens, dans leur abandonnement, dans sa secrète résurrection et dans le reste. On la verra si grande qu'on n'aura pas sujet de se scandaliser d'une bassesse qui n'y est pas. (Sel. 339, Laf. 308)

Quel est le sens à donner au mot « ordre » dans ce passage ? Il semble que le scandale vient de ceux qui attendraient une grandeur du Christ dans l'ordre du corps – qu'il fût comme un roi terrestre. Néanmoins, la petitesse dans l'ordre du corps correspond, dans ce cas, à une grandeur dans l'ordre du cœur : le passage est intéressant, car Pascal y montre comment un même fait peut être considéré à partir de deux ordres. En effet, le Christ est à la fois Dieu et homme, et donc, en un sens grand et petit – en cela, il participe à deux ordres[1]. Mais de vouloir l'enfermer comme un roi dans l'ordre du corps a été l'erreur de ceux qui ne l'ont pas reconnu (voir 4) ; si on veut attribuer un ordre à la grandeur du Christ, il faut que ça soit celui du cœur, sans pour cela ignorer l'Incarnation.

Il faut d'ailleurs prendre en compte que l'anéantissement du Christ n'est pas n'importe lequel : il faut revenir à Sel. 384, Laf. 352 pour considérer le fait que « L'Incarnation montre à l'homme la grandeur de sa misère par la grandeur du remède qu'il a fallu ». La grandeur du remède montre à l'homme la *grandeur de sa misère* : la « grandeur » étant ici utilisée comme adjectif et non pas comme nom, il faut comprendre que « grandeur » est ici marque d'intensité, soit-elle du grand ou du petit. La grandeur (en tant que nom) et la petitesse ont une même grandeur (en tant qu'adjectif) : leur réciprocité réside justement dans ce fait[2]. C'est-à-dire que « l'anéantissement se mesure à la grandeur de celui qu'il atteint »[3]. Il faut cependant préciser que si « l'Incarnation montre à l'homme la grandeur de sa misère par la grandeur du remède qu'il a fallu » (Sel. 384, Laf. 352), le Christ *ne saurait pas se limiter à la proportionnalité du remède qu'il fallait pour l'homme* : même si son sacrifice illumine la grandeur du péché, sa miséricorde est sans limites[4]. Pascal met en rapport Adam et Jésus-Christ (Sel. 182, Laf. 149), mais cela doit se comprendre dans la relation asymétrique de la figure : « or la loi est survenue pour donner lieu à

[1] Nous remercions J.-M. Nicolle d'avoir attiré notre attention sur ce passage.

[2] « La grandeur du remède étant proportionnée à la gravité de la maladie, l'Incarnation donne la mesure de la grandeur de cette misère, qui est infinie » (Descotes 2011, commentaires à Sel. 384, Laf. 352).

[3] « La chute de l'homme dans le précipice du néant, consécutive à sa révolte contre Dieu et qui ne pouvait que briser et désespérer la créature, le Christ a voulu se soumettre par amour, en pleine conscience, avec une entière liberté, avec un cœur sensible. L'anéantissement se mesure à la grandeur de celui qu'il atteint. Personne n'est mort comme le Christ, parce qu'il était la pureté même. Personne n'est tombé aussi bas dans le néant que lui, – jusqu'à cet abîme terrible évoqué par ces mots : « Dieu, ô Dieu, pourquoi m'avez-vous abandonné ! » – parce qu'il était Fils de Dieu (Math. 27, 46). Il a été vraiment anéanti » (Guardini 1945, p. 111).

[4] « la justice envers les réprouvés est moins énorme et doit moins choquer que la miséricorde envers les élus » (Sel. 680, Laf. 418).

l'abondance du péché : mais où il a y a eu une abondance du péché, Dieu a répandu une surabondance de la grâce » (Rm 5, 20).

L'anéantissement du Christ doit être un exemple pour les chrétiens, qui doivent à leur tour s'humilier et trouver le grand dans le petit : les apôtres nous ont appris « qu'il y aurait deux avènements, l'un de misère pour abaisser l'homme superbe, l'autre de gloire pour élever l'homme humilié, que Jésus-Christ serait Dieu et homme » (Sel. 291, Laf. 260)[1].

À la fin de l'*Art de persuader*, Pascal écrit[2] :

> Rien n'est plus commun que les bonnes choses : il n'est question que de les discerner ; et il est certain qu'elles sont toutes naturelles et à notre portée, et même connues de tout le monde. Mais on ne sait pas les distinguer. Ceci est universel. *Ce n'est pas dans les choses extraordinaires et bizarres que se trouve l'excellence de quelque genre que ce soit. On s'élève pour y arriver, et on s'en éloigne. Il faut le plus souvent s'abaisser.* Les meilleurs livres sont ceux que ceux qui les lisent croient qu'ils auraient pu faire. La nature, qui seule est bonne, est toute familière et commune.
>
> (OC III, p. 427 ; nous soulignons)

Il y a alors une inversion de valeurs, typique du christianisme : il faut s'abaisser pour s'élever. Pascal critiquera ainsi le fait de croire que le vrai chemin ne se trouve que par des choses « hautes » et inaccessibles :

> Et l'une des raisons principales qui éloignent autant ceux qui entrent dans les connaissances du véritable chemin qu'ils doivent suivre est l'imagination qu'on prend d'abord que les bonnes choses sont inaccessibles, en leur donnant le nom de grandes, hautes, élevées, sublimes. Cela perd tout. Je les voudrais nommer basses communes, familières. Ces noms-là leur conviennent mieux. Je hais ces mots d'enflure... (OC III, p. 428)

Il faut alors s'abaisser pour s'élever[3]. On pourrait dire qu'à la grandeur et à la petitesse sont ici assignées des valeurs – inversées, selon le principe que le grand est le petit et le petit est le grand.

> Faire les ~~grandes~~ petites choses comme grandes à cause de la majesté de Jésus-Christ qui les fait en nous et qui vit notre vie, et les grandes comme petites et aisées à cause de sa toute puissance. (Sel. 751, Laf. 919)

[1] « Le sophisme de l'incrédule consiste à déduire de la disproportion de l'homme à Dieu la disproportion de Dieu à l'homme. Pour y faire face, Pascal applique le principe de Grotius que le degré inférieur ne peut comprendre le supérieur à la question elle-même : la disproportion est telle que l'homme ne peut savoir si l'ordre supérieur n'est pas en mesure de s'abaisser jusqu'au néant de la créature » (Descotes 1993, p. 224).

[2] Ce paragraphe s'inspire des *Essais*, III, 13, *De l'expérience* (Mesnard, OC III, p. 427).

[3] On remarquera que Pascal n'emploie pas dans l'*Art de persuader* le terme « petit », mais il parle plutôt des choses « communes » et « familières ».

L'échelle de valeurs est ainsi altérée : ce qui semblait comparable ne l'est pas en fait, mais gagne en revanche une nouvelle comparabilité sous une proportionnalité, non pas directe, mais inverse. Qu'en est-il pour le modèle de la balance ?

Montaigne, dit Pascal à Sacy, « ne voulant pas dire "Je ne sais", il dit : "Que sais-je ?" dont il fait sa devise, en la mettant sous des balances qui, pesant les contradictoires, les trouvent dans un parfait équilibre : c'est-à-dire qu'il est pur pyrrhonien » (Pascal 1994, pp. 100-101). Par rapport à notre réflexion sur le modèle de la balance (chapitre 8), on peut demander : est-ce que selon Pascal on peut « peser les contradictoires » ?

Dans la lettre du dimanche 24 septembre 1656 à Mlle. de Roannez, Pascal écrit :

> Avant que l'on soit touché, on n'a que le poids de sa concupiscence, qui porte à la terre. Quand Dieu attire en haut, ces deux efforts contraires font cette violence que Dieu seul peut faire surmonter. Mais *nous pouvons tout*, dit saint Léon, *avec celui sans lequel nous ne pouvons rien*. Il faut donc se résoudre à souffrir cette guerre toute sa vie : car il n'y a point ici de paix. *Jésus-Christ est venu apporter le couteau et non pas la paix*. Mais néanmoins il faut avouer que, comme l'Écriture dit que *la sagesse des hommes n'est que folie devant Dieu*, aussi on peut dire que cette guerre, qui paraît dure aux hommes, est une paix devant Dieu ; car c'est cette paix que Jésus-Christ a aussi apportée. Elle ne sera néanmoins parfaite que quand le corps sera détruit ; et c'est ce qui fait souhaiter la mort, en souffrant néanmoins de bon cœur la vie pour l'amour de celui qui a souffert pour nous et la vie et la mort, et *qui peut nous donner plus de biens que nous n'en pouvons ni demander ni imaginer*, comme dit saint Paul, en l'épître de la messe d'aujourd'hui ... (OC III, p. 1032)

Ce qui est intéressant dans ce passage est l'apparition de l'idée d'équilibre de contraires (le *poids* de la concupiscence et l'élévation par Dieu). On retrouve une formulation par une sorte d'analogie de disproportion, dont la différence comparée est justement le fait de statut relationnel : de même que ce qui est la sagesse des hommes est folie *devant Dieu*, de même la guerre, qui *paraît* dure aux hommes, est une paix *devant Dieu*. Encore une fois, le regard de la conversion permet une nouvelle considération des choses du monde, cette fois-ci dans le contexte d'une comparaison par la balance[1].

Cet équilibre « étrange » du christianisme, est précisément celui dans lequel ce qui se trouve dans les bras de la balance sont les contraires, les opposés, les extrémités (notamment l'infini de grandeur et l'infini de petitesse, et la grandeur et la misère). Il s'agit là d'une « nouvelle balance », comme nous l'avons lu chez Chesterton, dans laquelle le christianisme retrouve l'équilibre d'une manière « très étrange ». Si « le

[1] S. Weil (1998, p. 161) écrit : « Levier. Abaisser quand on veut élever. C'est de la même manière que « celui qui s'abaisse sera élevé ».

paganisme a déclaré que la vertu était dans une balance », « le christianisme a déclaré qu'il était dans un conflit ».

Le vrai équilibre, retrouvé par le christianisme, doit exister dans une balance qui comporte des extrêmes, et non pas dans une balance simple du juste milieu. Une balance qui apparemment possède une asymétrie qui empêcherait son équilibre. Il faut citer ici la suite d'un passage de Chesterton (1908) que nous avons déjà cité dans 1.3 :

> Tel est le grand exploit dans la morale chrétienne : la découverte d'un nouvel équilibre [*balance*]. Le paganisme avait été comme une colonne de marbre, bien d'aplomb parce que de proportions symétriques. Le christianisme est comme un rocher énorme, déchiqueté et romanesque : il oscille sur sa base au moindre heurt, mais, grâce à ses excroissances exagérées qui se font contrepoids [*balance each other*], il est en place depuis plus de mille ans. Dans une cathédrale gothique, les colonnes sont toutes différentes, mais elles sont toutes nécessaires. Chaque support semble un support accidentel et fantaisiste ; chaque arc-boutant est un arc-boutant qui vole. Ainsi dans le christianisme des accidents apparents se faisaient contrepoids.

Dans le christianisme, les « accidents apparents » sont en équilibre : voilà la nature de cette étrange balance, laquelle doit comporter des extrémités. Cela, pourrait-on dire pour Pascal, vient du péché originel : étant donné le déséquilibre, la démesure et la disproportion qui environnent l'homme dans cette condition, il faut une balance qui comporte à la fois la grandeur et la misère de l'homme, l'infini de grandeur et l'infini de petitesse. Cette balance, de puissance infinie, ne pouvait venir qu'avec le Christ.

« L'équilibre », écrit S. Weil (2002, p. 162), « est infiniment au-dessus d'un poids infiniment grand ». Si l'homme est en disproportion à la nature qui comporte l'infini de grandeur et l'infini de petitesse, c'est la médiation du Christ, infiniment plus puissante que cela, qui peut remettre l'équilibre :

> la croix est une balance où un corps frêle et léger, mais qui était Dieu, a soulevé le poids du monde entier. « Donne-moi un point d'appui, et je soulèverai le monde ». Ce point d'appui est la croix. Il ne peut y en avoir d'autre. Il faut qu'il soit à l'intersection du monde et de ce qui n'est pas le monde. La croix est cette intersection. (Weil 1998, p. 161)

La croix est ainsi le levier qui peut soulever le monde spirituellement[1].

[1] « the "Balanced Christ", or *Christus in Statera*, motif was especially common both in medieval and Renaissance poetry » (Moffitt, J. F. *Painterly perspective and piety : religious uses of the vanishing point, from the 15th to the 18th century*, Jefferson and London, McFarland, 2008, p. 115). En particulier, dans l'hymne *Vexilla regis prodeunt*, de Fortunatus (ca. 530-600), on lit *statera facta corporis*.

Quant à Pascal, il ne fait pas usage de cette image[1]. Nous avons vu que pour lui il y a bien une inversion du grand et du petit dans le christianisme, ce qui se rapproche de la balance. Mais le Christ est d'abord pour Pascal le *médiateur*. Dans la *Lettre sur la mort de son père*, Pascal examine la nature de la mort, et écrit :

> Pour cette considération, il faut recourir à la personne de Jésus-Christ ; car tout ce qui est dans les hommes est abominable et, comme Dieu ne considère les hommes que par le Médiateur Jésus-Christ, les hommes aussi ne devraient regarder ni les autres ni eux-mêmes que médiatement par Jésus-Christ ; car, si nous ne passons par ce milieu, nous ne trouvons en nous que de véritables malheurs, ou de plaisirs abominables ; mais si nous considérons toutes choses en Jésus-Christ, nous trouverons toute consolation, toute satisfaction, toute édification. (OC II, p. 854)

En revanche, nous croyons que cette médiation – notamment en inversant le grand et le petit, et en rendant possible la rencontre des extrêmes – sauvegarde des rapports avec l'équilibre de l'« étrange balance » dont certains des fragments des *Pensées* nous ont motivé à parler : « nous ne souffrons qu'à proportion que le vice qui nous est naturel résiste à la grâce surnaturelle » (Sel. 753, Laf. 924). Nous reviendrons sur ce rôle de médiateur dans 14.3.2.

Concluons avant cela pour ce qui est de la grandeur et de la petitesse. Dans Sel. 240, Laf. 208, Pascal considère les deux vices que sont l'orgueil et la paresse, et la manière dont certains ont ignoré l'un et d'autres ont ignoré l'autre : « De là viennent les diverses sectes des stoïques et des épicuriens, des dogmatistes et des académiciens, etc. ». Ce n'est que la vraie religion qui a pu « guérir ces deux vices » :

> La seule religion chrétienne a pu guérir ces deux vices, non pas en chassant l'un par l'autre par la sagesse de la terre, mais en chassant l'un et l'autre par la simplicité de l'Évangile. Car elle apprend aux justes qu'elle élève jusqu'à la participation de la divinité même qu'en ce sublime état ils portent encore la source de toute la corruption qui les rend durant toute la vie sujets à l'erreur, à la misère, à la mort, au péché, et elle crie aux plus impies qu'ils sont capables de la grâce de leur rédempteur. Ainsi donnant à trembler [à] ceux qu'elle justifie et consolant ceux qu'elle condamne elle tempère avec tant de justesse la crainte avec l'espérance par cette double capacité qui est commune à tous et de la grâce et du péché. Qu'elle abaisse infiniment plus que la seule raison ne peut faire mais sans désespérer et qu'elle élève infiniment plus que l'orgueil de la nature, mais sans enfler, et que faisant bien voir par là qu'étant seule exempte d'erreur et de vice il n'appartient qu'à elle et d'instruire et de corriger les hommes. (Sel. 240, Laf. 208)

[1] Il ne laisse cependant pas d'être intéressant de penser à l'importance de la balance et du levier pour sa pensée – voir 8.

C'est la *simplicité* de l'Évangile qui résout cette tension entre les deux vices, et non pas leur simple opposition. Plus qu'une résolution en « synthèse » des deux éléments opposés, il s'agit de voir un troisième élément qui est transcendant aux deux et vers lequel les deux pointent.

L'hypothèse à considérer ici est plus généralement que grandeur et petitesse n'ont du sens que pour les hommes. Pour Dieu, il n'y a qu'*immensité*, qui se révèle aussi bien dans ce qui paraît petit à l'homme que dans ce que l'homme appelle grand, car elle les surpasse tous les deux[1].

L'homme est grand et petit, d'où il voit une *double* infinité.

Quant à Dieu, *il est*. Il y a simplicité pour l'infinité divine, qui ne saurait pas se déployer en multiplicité. Celui qui est *semper maior* ne pourrait pas être divisé en multiplicité[2].

14.3.2 *Milieu* et intermédiation

> Le fait même d'avoir traduit « Logos » par « verbum » indique que quelque chose a été perdue, car λόγος veut dire avant tout rapport, et est synonyme de αριθμος, nombre, chez Platon et les Pythagoriciens. Rapport, c'est-à-dire proportion. Proportion, c'est-à-dire harmonie. Harmonie, c'est-à-dire médiation. Je traduirais : Au commencement était la Médiation
>
> S. Weil

Nous avons vu avec *Disproportion de l'homme* (voir 11.3.2) comment, pour Pascal, l'homme n'a pas de repère par rapport auquel se situer. L'univers est une sphère infinie, dont l'homme ne saurait pas trouver le centre. La question se pose si la notion de *milieu*, importante pour Pascal, pourrait tenir de rôle de détermination d'une référence.

Nous ne le croyons pas : le *milieu* pascalien ne pourrait pas être simplement la mesure entre deux extrêmes, étant donné que Pascal indique que les extrêmes sont infinis, et il est donc impossible de calculer une « moyenne »[3]. Le fait de faire face à l'infini rend toute mesure impossible.

Par ailleurs, « le *milieu* peut être pris comme *mi-lieu*, un lieu entre deux. Ce qui est entre deux extrémités au sens topologique, de sorte qu'il constitue un centre »

[1] Cf. Chevrot, G. *Jésus et la Samaritaine*. Paris : Bloud et Gay, 1936.

[2] Certes la Trinité pose défi à cela : comment considérer des relations à l'intérieur de l'Un ? La question n'est cependant pas traitée par Pascal.

[3] Dans Sel. 230, Laf. 199, Pascal déclare que la position de l'homme entre les deux infinis l'empêche de juger correctement. Mais « la recherche du jugement juste n'a rien à voir avec celle d'un juste milieu. Il ne s'agit pas de trouver un moyen terme entre une interprétation trop favorable et une interprétation trop défavorable. (...) Le jugement juste n'est pas calcul de moyenne, mais plongée vers l'infini » (Force 1989, p. 172).

(Descotes 2011, dossier « milieu »). Cela serait le cas quand Pascal parle d'une égale distance à deux extrémités, comme dans le *Traité du Triangle Arithmétique*[1]. Dans cette conception, le *milieu* est identifié au *centre*, et est une position intermédiaire entre deux éléments, bien que sans être strictement une moyenne arithmétique (comme l'indique Descotes, il s'agit d'une intermédiation topologique, sans avoir affaire à une mesure).

Il faut alors savoir quel type d'intermédiation le *milieu* peut assurer, bien que les extrémités soient infiniment éloignées ou soient opposées.

La question est d'autant plus importante si on rappelle qu'elle a des implications pour le bonheur de l'homme. Comme nous l'avons vu dans 11.3.2 sur Sel. 230, Laf. 199, le *milieu* peut désigner non pas un endroit propre, mais plutôt l'impossibilité de déterminer un centre. Il semble alors que le *milieu* peut être, pour Pascal, aussi bien marque d'un manque de repère que le repère lui-même, quoique n'étant pas une moyenne proportionnelle. Le sens de *milieu* devra alors toujours être considéré dans son contexte.

Pour ce qui est du manque d'un repère pour l'homme, il faut lire par exemple Sel. 19, Laf. 400 : « L'homme ne sait à quel rang se mettre. Il est visiblement égaré et tombé de son vrai lieu sans le pouvoir retrouver. Il le cherche partout avec inquiétude et sans succès dans des ténèbres impénétrables » (Sel. 19, Laf. 400). Le manque de référence apparaît également pour Pascal quand on compare une quantité finie de temps avec l'éternité : par rapport à celle-ci, peu importe si l'homme a une vie de 40, de 80 ou de 200 ans. Il va mourir, et cela fait que cette vie a une valeur finie – d'où la force de l'argument du pari, où l'homme entrevoit la possibilité de parier pour une infinité de vie infiniment heureuse. La négligeabilité qui, du fini face à l'infini, est ici vécue, et c'est la vie de l'homme qui est rendue indifférente dans la longueur à l'égard de l'éternité[2].

Le silence éternel de ces espaces infinis m'effraye : avec Pascal on arrive à une sorte de vertige de l'infini, et le milieu en peut être signe. Mais le milieu peut aussi avoir un rôle d'intermédiation, d'unification, que nous proposerons être une sorte de *comparaison des incomparables*. En effet, le *milieu* peut être une position intermédiaire d'intégration des extrêmes, quoiqu'ils soient contraires. On lit dans le *Traité de la Prédestination* des *Écrits sur la Grâce* :

[1] OC II, p. 1177 et p. 1191. Cf. notre 9.

[2] L'indétermination du milieu d'une vie sans en connaître les extrémités peut être discutée à partir du début de la *Comédie* de Dante : « Nel mezzo del cammin di nostra vita / mi ritrovai per una selva oscura / ché la diritta via era smarrita (« Au milieu du chemin de notre vie / je me retrouvai par une forêt obscure / car la voie droite était perdue » – Dante, La Divine Comédie : L'enfer. Trad. Jacqueline Risset. Paris : Flammarion, coll. GF bilingue, 1992, pp. 24-25 ; nous remercions Adriano Bechara d'avoir attiré notre attention sur l'importance du milieu dans ce passage). Or comment savoir qu'on est à la moitié de notre vie ? Sans pouvoir identifier son terminus, peut-on dire qu'on est au milieu de la vie ? Sauf si on disait que tous nos moments de vie sont des milieux. Pour Pascal, ce qui importe à l'homme n'est pas de savoir combien d'années il vivra, puisque toute quantité finie de temps n'est rien face à l'éternité. Le « milieu » retrouvable dans cette vie ne sera pas celui d'une moyenne arithmétique entre la naissance et la mort.

> Voilà les trois opinions qui sont aujourd'hui en vigueur. Celle des calvinistes est si horrible, et frappe d'abord l'esprit avec tant de force, par la vue de la cruauté de Dieu envers ses créatures, qu'elle est insupportable. Celle des molinistes, au contraire, est si douce, si conforme au sens commun, qu'elle est très agréable et très charmante. Celle de l'Église tient le milieu, et elle n'est ni si cruelle que celle de Calvin ni si douce que celle de Molina. Mais, parce que ce n'est pas sur les apparences qu'il faut juger de la vérité, il faut les examiner à fond. (OC III, pp. 766-767)

Comme le dit Force (1989, pp. 186-187) :

> Cette formulation pourrait faire penser que la doctrine de l'Église représente une sorte de compromis entre deux excès qui seraient la sévérité des protestants et l'indulgence des jésuites. En réalité, pas plus que la personne du Christ, la doctrine de l'Église ne peut se déduire d'un calcul de moyenne. L'orthodoxie est autre chose qu'un juste milieu qui garantirait des doctrines extrêmes. Si l'Église dit le pour et le contre, si elle fait siennes certaines doctrines contradictoires d'hérésies opposées, c'est parce qu'elle sait accorder des contradictions autrement qu'en approuvant et en désapprouvant une quantité égale d'arguments d'un côté et de l'autre.

C'est-à-dire que le *milieu* dans lequel est placé l'Église ne saurait pas être un calcul de moyenne arithmétique, géométrique ou harmonique. L'Église retrouve la vérité existante dans chaque différente hérésie, elle présente le pour et le contre, mais tout cela n'est possible que parce qu'elle « sait accorder les contradictions », comme l'affirme Force, autrement que simplement en jugeant les arguments. Elle peut le faire, on pourrait l'ajouter pour Pascal, car le Saint Esprit illumine sa voie de sorte que les contradictions puissent être bien accordées. Force cite un autre passage des *Écrits sur la grâce* important pour la question : « je ne puis refuser une occasion si commode de vous ouvrir amplement les principes qui accordent si solidement toutes ces propositions contradictoires en apparence, mais en effet liées ensemble par un enchaînement admirable » (OC III, p. 656). Il faudrait finalement ajouter que dans les *Écrits sur la grâce* les thèses contraires ne sont pas symétriques : en effet, l'une est plus ample que l'autre[1].

Plus généralement, nous savons que la réponse pascalienne au manque de référence n'est pas négative quant à l'existence d'une possibilité de salut pour l'homme – Pascal indique que cette référence n'existe pas dans la nature, mais elle peut exister autre part : en Dieu. Hors la religion chrétienne, il n'y a pas de référence possible pour l'homme, et il sera perdu entre les deux infinis. Nous y reviendrons ci-dessous.

Un autre aspect de la notion de milieu est celui « combinatoire », assigné à un groupe entre deux autres[2].

[1] Voir Force (1989, pp. 185-193) et notre section 14.2.6.

[2] « Il n'y [a que] trois sortes de personnes : les uns qui servent Dieu l'ayant trouvé, les autres

> L'état des Chrétiens, comme dit le cardinal Du Perron après les Pères, tient le milieu entre l'état des bienheureux et l'état des Juifs. Les bienheureux possèdent Jésus-Christ réellement sans figure et sans voile. Les Juifs n'ont possédé de Jésus-Christ que les figures et les voiles, comme était la manne et l'agneau pascal. Et les Chrétiens possèdent Jésus-Christ dans l'Eucharistie véritablement et réellement, mais encore couvert de voiles. Dieu, dit saint Eucher, s'est fait trois tabernacles : la synagogue, qui n'a eu que les ombres sans vérité ; l'Église, qui a la vérité et les ombres ; et le Ciel où il n'y a point d'ombres, mais la seule vérité. (16^{e} Provinciale)

Les Juifs voient des figures et des voiles, mais ne possèdent pas la réalité du Christ ; les bienheureux possèdent Christ sans figures ; les chrétiens, en situation intermédiaire, possèdent véritablement le Christ, mais encore sous des voiles et des ombres. Pour Pascal, l'Eucharistie est aussi bien figure que réalité du sacrifice du Christ (cf. Sel. 614, Laf. 733). Nous voyons ici une intermédiation qui est conjugaison des extrêmes.

Pour Pascal, c'est dans ce *milieu*, issu des extrêmes opposés, qu'on peut retrouver la vérité[1]. Cela se passe pour l'Eucharistie, qui est figure de la présence réelle du Christ, pour le *Deus absconditus* qui se manifeste et qui se cache à la fois, pour les figures dans les Écritures, qui révèlent et qui préservent.

Mais comme nous l'avons annoncé, le rôle le plus important du milieu est de faire une intermédiation cruciale : celle du Christ entre Dieu et les hommes.

Dieu par Jésus-Christ.

> Nous ne connaissons Dieu que par Jésus-Christ. Sans ce médiateur est ôtée toute communication avec Dieu. Par Jésus-Christ nous connaissons Dieu. Tous ceux qui ont prétendu connaître Dieu et le prouver sans Jésus-Christ n'avaient que des preuves impuissantes. (...) Mais par Jésus-Christ et en Jésus-Christ on prouve Dieu et on enseigne la morale et la doctrine. Jésus-Christ est donc le véritable Dieu des hommes. (Sel. 221, Laf. 189)

La médiation du Christ est la manière par laquelle Dieu veut se faire connaître par l'homme, et la *seule* manière pour l'homme de connaître Dieu. Sans cette médiation, l'homme peut tomber dans l'athéisme, ou dans le déisme (cf. Sel. 690, Laf. 449). Sans

qui s'emploient à le chercher ne l'ayant pas trouvé, les autres qui vivent sans le chercher ni l'avoir trouvé. Les premiers sont raisonnables et heureux, les derniers sont fous et malheureux. Ceux du milieu sont malheureux et raisonnables » (Sel. 192, Laf. 160). Cf. aussi Sel. 321, Laf. 289.

[1] « Le milieu ne se présente jamais comme un compromis facile entre des voies plus radicales, mais au contraire comme une position qui concilie des éléments contraires en apparence, que les extrêmes, plus simplistes, sont incapables de prendre en compte.

Le milieu désigne souvent un objet nécessairement complexe, puisqu'il combine des éléments tirés des extrêmes opposés ; il est donc plus difficile à maintenir, mais c'est lui qui, en général, permet de tenir compte des exigences les plus différentes de la vérité » (Descotes 2011, dossier « le milieu »).

parler en tautologies, il faut dire que le christianisme de Pascal est christocentrique[1]. Les Écritures elles-mêmes, rappelle Pascal, disent que « Dieu est un Dieu caché et que depuis la corruption de la nature il les a laissés dans un aveuglement dont ils ne peuvent sortir que par Jésus-Christ hors duquel toute communication avec Dieu est ôtée. *Nemo novit Patrem nisi Filius et cui Filius voluerit revelare*[2] » (Sel. 644, Laf. 781). Si Dieu a voulu se cacher, par l'Incarnation il a voulu se faire connaître par les hommes. Certes cette Révélation n'est pas évidente à tous – « si quelqu'un a des oreilles pour entendre, qu'il entende » (Mc 4, 23) –, mais au moins ceux qui seront sauvés peuvent voir.

Mais dans quel sens cette médiation constitue-t-elle un *milieu* ?

> La connaissance de Dieu sans celle de sa misère fait l'orgueil.
>
> La connaissance de sa misère sans celle de Dieu fait le désespoir.
>
> La connaissance de Jésus-Christ fait le milieu parce que nous y trouvons et Dieu et notre misère.
>
> (Sel. 225, Laf. 192)

Le Christ est Dieu, et il révèle à l'homme son salut, en même temps qu'il est homme et peut être cherché comme un modèle par les hommes. Il est *milieu* entre les deux extrêmes dans lesquels l'homme peut tomber, ainsi que *milieu* entre l'homme et Dieu. La misère et la grandeur que l'homme doit reconnaître en soi se trouvent, pour ainsi dire, en parallèle avec la double nature du Christ[3].

C'est dans le Christ que les contradictions se résolvent, le Christ ayant aussi bien la nature divine que l'humaine. Nous avons vu que « la foi embrasse plusieurs vérités qui semblent se contredire », et Pascal écrit que « La source en est ~~Jésus-Christ~~ l'union des deux natures en Jésus-Christ » (Sel. 614, Laf. 733). Cela est valable même pour l'accord entre les deux Testaments : « Jésus-Christ que les deux Testaments regardent, l'Ancien comme son attente, le Nouveau comme son modèle, tous deux comme leur centre » (Sel. 7, Laf. 388). Jésus-Christ est le *centre* :

> Jésus-Christ est l'objet de tout, et le centre où tout tend. Qui le connaît connaît la raison de toutes choses. —— Ceux qui s'égarent ne s'égarent que manque de voir une de ces deux choses. On peut donc bien connaître

[1] C'est ainsi que Sellier dit que « Chez Pascal, la lumière du Christ est si éclatante qu'elle éblouit et qu'elle cache un peu Dieu et les saints » (Sellier 1966, p. 100), e que « le Dieu de Pascal est celui de la rédemption, non de la création » (Sellier 1966, p. 102). Dans l'interprétation de Sellier, on peut chercher l'origine du christocentrisme pascalien dans son attention à l'office liturgique. « Indubitablement, la liturgie s'est organisée autour du mystère du Verbe incarné : Jésus-Christ est son centre ! » (Sellier 1966, p. 100). Mais Sellier indique que l'on ne manquait cependant pas d'éléments créant un équilibre pour la dévotion à la Trinité dans les offices du XVII^{e} siècle

[2] Mt 11, 27. Dans la traduction de Port-Royal, « nul ne connoît le Père que le Fils, & celui à qui le Fils l'aura voulu révéler ».

[3] « Il y a une symétrie entre l'implication de grandeur et misère en nous et l'implication entre le divin et l'humain dans le Christ » (Silva 2001, p. 42).

> Dieu sans sa misère, et sa misère sans Dieu, mais on ne peut connaître Jésus-Christ sans connaître tout ensemble et Dieu et sa misère.
>
> (...)
>
> Tous ceux qui cherchent Dieu hors de Jésus-Christ et qui s'arrêtent dans la nature, ou ils ne trouvent aucune lumière qui les satisfasse, ou ils arrivent à se former un moyen de connaître Dieu et de le servir sans médiateur. Et par là ils tombent ou dans l'athéisme ou dans le déisme, qui sont deux choses que la religion chrétienne abhorre presque également.
>
> Sans Jésus-Christ, le monde ne subsisterait pas, car il faudrait ou qu'il fût détruit, ou qu'il fût comme un enfer.
>
> Si le monde subsistait pour instruire l'homme de Dieu, sa divinité y reluirait de toutes parts d'une manière incontestable. Mais comme il ne subsiste que par Jésus-Christ et pour Jésus-Christ et pour instruire les hommes et de leur corruption et de leur rédemption, tout y éclate des preuves de ces deux vérités.
>
> Ce qui y paraît ne marque ni une exclusion totale ni une présence manifeste de divinité, mais la présence d'un Dieu qui se cache. Tout porte ce caractère.
>
> Le seul qui connaît la nature ne la connaîtra-t-il que pour être misérable ?
>
> Le seul qui la connaît sera-t-il le seul malheureux ?
>
> Il ne faut pas qu'il ne voie rien du tout ; il ne faut pas aussi qu'il en voie assez pour croire qu'il le possède, mais qu'il en voie assez pour connaître qu'il l'a perdu ; car pour connaître qu'on a perdu, il faut voir et ne voir pas, et c'est précisément l'état où est la nature. Quelque parti qu'il prenne, je ne l'y laisserai point en repos.
>
> Il faudrait que la véritable religion enseignât la grandeur, la misère, portât à l'estime et au mépris de soi, à l'amour et à la haine[1].
>
> (Sel. 690, Laf. 449 et 450)

Jésus-Christ est pour Pascal un centre, mais non pas n'importe quel « centre » : il s'agit d'un centre qui joue un rôle d'intermédiation. La Révélation elle-même est pour Pascal une sorte de milieu, si on peut l'exprimer ainsi, entre le clair et les ténèbres, comme le montre la fin du fragment. Dieu se révèle comme un Dieu caché[2]. En fait, ce caractère intermédiaire de la religion chrétienne est marque même de sa vérité :

[1] Pour le fragment Sel. 690, notons qu'il est partagé par Lafuma en plusieurs fragments, ainsi que par Descotes (2011).

[2] « Il est donc vrai que tout instruit l'homme de sa condition, mais il le faut bien entendre, car il n'est pas vrai que tout découvre Dieu, et il n'est pas vrai que tout cache Dieu, mais il est vrai tout ensemble qu'il se cache à ceux qui le tentent, et qu'il se découvre à ceux qui le cherchent, parce que les hommes sont tout ensemble indignes de Dieu et capables de Dieu, indignes par leur corruption, capables par leur première nature » (Sel. 690, Laf. 444). Voir aussi notre section 4. On notera le titre juste de l'ouvrage d'A. Frigo (2015) : *L'évidence du Dieu caché*.

> Et sur ce fondement ils prennent lieu de blasphémer la religion chrétienne parce qu'ils la connaissent mal. Ils s'imaginent qu'elle consiste simplement en l'adoration d'un Dieu considéré comme grand et puissant et éternel, ce qui est proprement le déisme, presque aussi éloigné de la religion chrétienne que l'athéisme, qui y est tout à fait contraire. Et de là ils concluent que cette religion n'est pas véritable, parce qu'ils ne voient pas que toutes choses concourent à l'établissement de ce point que Dieu ne se manifeste pas aux hommes avec toute l'évidence qu'il pourrait faire.
>
> Mais qu'ils en concluent ce qu'ils voudront contre le déisme, ils n'en concluront rien contre la religion chrétienne qui consiste proprement au mystère du Rédempteur, qui unissant en lui les deux natures, humaine et divine, a retiré les hommes de la corruption et du péché pour les réconcilier à Dieu en sa personne divine. (Sel. 690, Laf. 449)

Cette intermédiation n'est possible que parce que le Christ *unit en lui les deux natures*. La vérité de la religion chrétienne, qui ne présente pas tout voilé, ni ne dévoile tout, ainsi que la conciliation des opposés, a son fondement profond dans les deux natures du Christ, humaine et divine, comme nous l'avons vu dans l'*Entretien avec M. de Sacy* (voir 14.2.3).

Deux conceptions « géométriques » sont à mettre ensemble ici. D'une part, les deux extrémités « se retrouvent en Dieu, et en Dieu seulement » (Sel. 230, Laf. 199) : Dieu est dans la position de la rencontre des deux infinis[1]. D'autre part, le Christ est « le centre où tout tend ». Ces deux « positions » seraient-elles irréconciliables ? Nullement, si on prend en compte les *deux natures du Christ*, double aspect qui marque un centre qui est conciliation du fini et de l'infini. Si dans la première image, on voit comment en Dieu les deux infinis ne sont qu'un, dans la deuxième, on voit que la personne du Christ apporte l'intermédiation entre le fini et l'infini[2].

Devrait-on parler d'« analogie » par rapport à la médiation du Christ ? Dans Cortese (2012) nous-mêmes l'avons fait, en suivant Michon (2007), qui parle d'une *analogia caritatis* dans le cas de Pascal. Cela doit pourtant être précisé : si une analogie peut être trouvée dans le Christ, selon Pascal, il ne s'agit pas d'une analogie de disproportion, mais d'une analogie théologique qui existe par le rôle *médiateur* du Christ. Il faut par ailleurs expliciter que l'intermédiation du Christ n'est pas une analogie de disproportion, quoiqu'elle puisse être considérée comme une analogie dans le sens théologique de la relation entre créature et Créateur[3].

[1] Nous avons vu que la phrase concerne la connaissance des « premiers principes » et de l'« infini » des choses, mais nous croyons pouvoir la rapprocher ici des deux infinis.

[2] Nous avions posé la question dans Cortese (2015 [en ligne 2014]), sans la développer.

[3] Secretan (1998) considère que l'*analogia transcendentalitatis* proposée par Pascal et par Blondel fait une critique à l'*analogia proportionalitatis*, ouvrant la possibilité d'une nouvelle *analogia proportionalitatis* laquelle, de son côté, est christologique. C'est ainsi que l'Incarnation peut être comprise comme l'instauration d'une nouvelle proportionnalité entre l'homme et Dieu. L'homme doit être une image, une figure, un *análogon* du Christ, qui est le médiateur. Comme l'affirme

D'une manière plus générale, il faut se garder de voir dans le *milieu*, comme nous l'avons dit, une moyenne arithmétique calculable, ou même toute forme de modèle mathématique qui rendrait une « solution » du mystère divin[1].

> Et c'est pourquoi je n'entreprendrai pas ici de prouver par des raisons naturelles ou l'existence de Dieu ou la Trinité ou l'immortalité de l'âme, ni aucune des choses de cette nature, non seulement parce que je ne me sentirais pas assez fort pour trouver dans la nature de quoi convaincre des athées endurcis, mais encore parce que cette connaissance sans Jésus-Christ est inutile et stérile. Quand un homme serait persuadé que les proportions des nombres sont des vérités immatérielles, éternelles et dépendantes d'une première vérité en qui elles subsistent et qu'on appelle Dieu, je ne le trouverais pas beaucoup avancé pour son salut.
>
> Le Dieu des chrétiens ne consiste pas en un Dieu simplement auteur des vérités géométriques et de l'ordre des éléments, c'est la part des païens et des épicuriens. Il ne consiste pas seulement en un Dieu qui exerce sa providence sur la vie et sur les biens des hommes pour donner une heureuse suite d'années à ceux qui l'adorent, c'est la portion des Juifs. Mais le Dieu d'Abraham, le Dieu d'Isaac, le Dieu de Jacob, le Dieu des chrétiens est un Dieu d'amour et de consolation, c'est un Dieu qui remplit l'âme et le cœur de ceux qu'il possède, c'est un Dieu qui leur fait sentir intérieurement leur misère et sa miséricorde infinie, qui s'unit au fond de leur âme, qui la remplit d'humilité, de joie, de confiance, d'amour, qui les rend incapables d'autre fin que de lui-même.
>
> (Sel. 690, Laf. 449)

Ce passage montre que Pascal *n'est pas* un auteur qui imprime un caractère absolument géométrique à la religion chrétienne, et il indique qu'une science des proportions peut être inutile pour le salut, étant associée plutôt au paganisme qu'au vrai christianisme. On comprend bien de ce passage le danger de transférer simplement des modèles mathématiques pour l'apologétique.

Ce fragment montrerait-il la négation de la thèse centrale du présent travail ? Nous croyons qu'il montre plutôt la *complexité* de la pensée de Pascal, qui ne se laisse pas réduire. De même que Pascal propose que la vraie philosophie se moque de la philosophie (Sel. 671, Laf. 513), il n'accepte pas dans l'apologétique une application mathématique aux contenus de la Révélation. Ce qu'il peut y avoir est l'inter-relation entre des domaines qui préservent leur distinction. C'est dans ce sens qu'on peut

Secretan (1998), « l'amour qui vient de Dieu, c'est Jésus-Christ ; c'est pourquoi lui seul peut amener l'homme à son achèvement et établir la proportion qui supprime en elle toute proportion, l'englobant et l'attirant en elle ». Il ne s'agit plus ici d'une analogie de disproportion, mais d'une analogie par médiation qui indiquerait la relation de participation du fini dans l'infini.

[1] « cette médiation elle-même n'est pas un mi-chemin : le Médiateur est à distance, à une distance incommensurable, infinie » (Carraud 1992, p. 345).

observer, avec des ressemblances et des dissemblances, la présence de certains concepts dans les mathématiques et dans l'apologétique pascaliennes, dont l'infini, l'analogie de disproportion et d'une manière plus générale, la comparaison des incomparables.

Ce qui est certain, c'est qu'on ne doit pas simplifier la pensée de Pascal. Le Christ est le médiateur, mais cette médiation, quoiqu'elle apparaisse dans l'histoire, est un mystère pour l'homme, lequel ne peut pas être résolu par une simple clef herméneutique[1]. La croix est un mystère révélé qui touche la vie des hommes, mais qui néanmoins ne pourra jamais être totalement connu par la raison[2].

Nier cette irréductibilité de l'amour du Christ à toute tentative d'appréhension rationnelle serait rendre fausse la pensée de Pascal. Et néanmoins, Pascal écrit un projet d'apologétique, au moins en partie argumentatif, dans lequel les images mathématiques possèdent un rôle rhétorique. Par les comparaisons des incomparables, soient-elles des analogies de disproportion ou des comparaisons d'hétérogénéités mathématiques, Pascal délimite ce qui dépasse la raison. Si dans le fragment sur l'oraison dans le Gethsémani (Sel. 749, Laf. 919) apparaît « l'idée pascalienne de la permanence de la distance, même dans l'approximation sacrificielle du médiateur » (Silva 2002), c'est parce que même en présence de distances infinies, le Christ peut être médiateur : même dans la solitude absolue, le Christ se montre le sauveur des hommes, car sa charité est infinie.

14.4 La comparaison des distances infinies

> E é tão grande vossa sabedoria em conhecer estas desproporções, como vosso amor em ajuntar estas distâncias. Mas em amor infinito, bem podem caber distâncias infinitas.
>
> Pe. Antonio Vieira, Sermão do Mandato, 1645

Parler de distances, c'est évident, mais il faut le rappeler, c'est partir d'une référence spatiale. Avec cela, nous ne voulons pas dire qu'il y a nécessairement référence à un certain espace physique ; mais il y a référence à certain espace, même

[1] « La dramaticité métaphysique dans l'événement rédempteur nous empêche de voir dans le Christ une médiation strictement herméneutique. Certes l'événement christique ouvre, par la révélation, la possibilité de la connaissance de Dieu. Mais on ne peut pas oublier que l'auto-révélation de Dieu se passe dans ce cas comme une participation effective dans l'historicité tragique dans laquelle s'explicite l'option humaine pour l'éloignement de Dieu » (Silva 2002 ; notre traduction).

[2] « S'il y a chez Pascal la quête du "point fixe", il n'est pas certain que celui-ci soit trouvé, du moins en tant que quelque chose ou qu'une direction préalablement fixées. L'incarnation manifeste, dans la double nature du Christ, l'ambiguïté de la condition humaine. Mais la croix manifeste l'entre-référence insurmontable des éléments qui s'opposent, de sorte que la vision du mystère du Dieu crucifié est aussi le sentiment de l'incompréhensibilité de la condition humaine. Théologie et anthropologie se complémentent dans le domaine du mystère » (Silva 2002, notre traduction).

si dans un sens métaphorique. Pour qu'il y ait distance, il faut qu'il y ait un repère : autrement, comment pourrait-on identifier l'existence de la distance[1] ?

Pour Pascal, la notion de distance vient associée à un certain vocabulaire, dans lequel nous pouvons souligner le terme « égarement », ainsi que l'opposition entre le haut et le bas. On lit dans Sel. 683, Laf. 430 :

> Levez vos yeux vers Dieu, disent les uns. Voyez celui auquel vous ressemblez et qui vous a fait pour l'adorer. Vous pouvez vous rendre semblable à lui, la sagesse vous y égalera si vous voulez le suivre.
>
> Haussez la tête, hommes libres, dit Épictète.
>
> Et les autres lui disent : Baissez les yeux vers la terre, chétif ver que vous êtes, et regardez les bêtes dont vous êtes le compagnon. Que deviendra donc l'homme ? Sera-t-il égal à Dieu ou aux bêtes ? Quelle effroyable distance ! Que serons-nous donc ? Qui ne voit par tout cela que l'homme est égaré, qu'il est tombé de sa place, qu'il la cherche avec inquiétude, qu'il ne la peut plus retrouver ? Et qui l'y adressera donc ? Les plus grands hommes ne l'ont pu.

Entre Dieu et les bêtes, « quelle effroyable distance »[2] ! Le terme est le même que celui de la célèbre phrase que les commentateurs ont placée dans la bouche du libertin ou de l'apologiste : « Le silence éternel de ces espaces infinis m'effraie » (Sel. 233, Laf. 201). Il s'agit du vertige que Pascal identifie pour l'infini, dans la situation dans laquelle l'homme ne trouve pas de repère.

Entre le haut et le bas, nous retrouvons encore une fois les deux extrémités toujours observées par Pascal, et nous rappelons les deux infinis, de grandeur et de petitesse. Ces deux extrêmes sont identifiés parfois selon Pascal par rapport à une orientation spatiale, en particulier par rapport à la bipartition entre haut et bas. L'extrême de la possibilité de se comparer à Dieu est proposé avec les verbes « lever » et « hausser » : il faut faire un mouvement vers le haut. Quant à être comme un animal, cela est visible quand l'homme doit « baisser » les yeux, car il « est tombé » de sa place. Il s'est vu « égaré » d'une référence – « Que l'homme étant revenu à soi considère ce qu'il est au prix de ce qui est, qu'il se regarde comme égaré dans ce canton détourné de la nature » (Sel. 230, Laf. 199) –, de manière qu'une « effroyable distance » a surgi.

D'autres fragments présentent la même idée des deux extrêmes comme le haut et le bas :

[1] Pour les distances infinies chez Pascal, voir aussi Carraud (1992, pp. 341-347).

[2] On pourrait ici évoquer Pic de la Mirandole, qui écrit ces paroles de Dieu à l'homme : « Je t'ai mis au milieu du monde, afin que tu puisses mieux contempler autour de toi ce que le monde contient. Je ne t'ai fait ni céleste ni terrestre, ni mortel ni immortel, afin que, souverain de toi-même, tu achèves ta propre forme librement, à la façon d'un peintre ou d'un sculpteur. Tu pourras dégénérer en des formes inférieures, comme celle des bêtes, ou régénéré, atteindre les formes supérieures qui sont divines » (*Œuvres philosophiques*, trad. O. Boulnois et G. Tongnon, Paris, PUF, 1993).

> Sans ces divines connaissances qu'ont pu faire les hommes sinon ou s'élever dans le sentiment intérieur qui leur reste de leur grandeur passée, ou s'abattre dans la vue de leur faiblesse présente ? (Sel. 240, Laf. 208)

D'où vient cette notion du haut et du bas comme des extrêmes remarquables ? Il faut rappeler ici l'importance de l'événement de la Chute pour Pascal, après laquelle l'homme n'a plus de référence, comme on le voit dans le fragment Sel. 230, Laf. 199. Quand il devient « un milieu entre rien et tout, infiniment éloigné de comprendre les extrêmes », l'homme ne sait plus selon quoi se diriger. C'est avec le péché originel que l'homme retrouve sa nouvelle condition, et c'est avec lui que l'amour humain s'écarte de sa vraie fin, qui est Dieu, pour se tourner vers la créature elle-même[1]. Cet éloignement est alors s'écarter : le fait d'être plus lointain de la voie originelle.

Dans Sel. 404, Laf. 372, Pascal écrit qu'un membre, ne voyant point qu'il est membre d'un corps, « s'égare ». Connaissant à soi-même, voyant qu'il ne possède en soi de principe de vie et passent à s'aimer parce qu'il est partie du corps, « il plaint ses égarements passés ».

> L'orgueil contrepèse et emporte toutes les misères. Voilà un étrange monstre, et un égarement bien visible. Le voilà tombé de sa place, il la cherche avec inquiétude : c'est ce que tous les hommes font. Voyons qui l'aura trouvé. (Sel. 712, Laf. 477)

Tombé de sa place, dans un visible *égarement*, l'homme, devenu monstre, « cherche avec inquiétude ». Il y a un point d'illusion dans lequel il est bien probable que l'homme se repose pendant cette quête : « Sans examiner toutes les occupations particulières, il suffit de les comprendre sous le divertissement » (Sel. 713, Laf. 478). Le terme *divertissement* apparaît comme une alternative pour l'homme qui ne veut pas voir sa vraie condition : un *détournement*[2]. Ici encore, on le voit, on trouve un repère spatial.

Mais c'est dans deux fragments que nous retrouvons une réflexion essentielle sur la distance. Le premier est Sel. 409, Laf. 377 :

> Qu'il y a loin de la connaissance de Dieu à l'aimer.

La distance fondamentale sur laquelle l'homme doit porter son attention est celle entre son actuelle condition et l'amour qu'il devrait avoir pour Dieu[3]. C'est ici qu'il

[1] On pensera à la définition du péché par S. Augustin : *aversio a Deo et conversio ad creaturam* (*De libero arbitrio*, I 16, 35 ; II, 19, 53).

[2] Sur le sens de ce mot, voir Descotes (2011, commentaires à Sel. 168, Laf. 136), qui renvoie à Bluche François (dir.), *Dictionnaire du grand siècle*, article *Divertissement*, p. 484-485.

[3] Dans un des fragments sur les prophéties, Pascal écrit : « *Et le Seigneur m'a dit : Parce que ce peuple m'honore des lèvres, mais que son cœur est bien loin de moi, et qu'ils ne m'ont servi que par des voies humaines* » (Sel. 735, Laf. 489).

y a distance dans le sens le plus fort, et nous retrouvons la distance à l'ordre de la charité, exposée dans le fragment sur les trois ordres. *Il y a distance entre l'homme et Dieu*, et la cause de cette distance est la Chute. Connaître Dieu seulement par la raison, essayer de le définir par la manière de celui qui ne découvre que le Dieu des philosophes, est encore trop peu : il faut aimer à Dieu pour vraiment Le connaître. « Cette est la vie éternelle, qu'ils te connaissent seul vrai Dieu et celui que tu as envoyé / J. C. / Jésus Christ / Jésus Christ / Je m'en suis séparé, je l'ai fui, renoncé, crucifié. / Que je n'en sois jamais séparé ! » (OC III, p. 50), lit-on dans le Mémorial que Pascal portait toujours, cousu à la doublure de son pourpoint.

L'autre fragment sur la distance devant être rappelé est Sel. 769, Laf. 948, notamment le début du fragment :

> On ne s'éloigne qu'en s'éloignant de la charité.

Pour Pascal, la seule vraie distance est l'éloignement de l'amour divin. Si on lit la suite de ce fragment, on comprend mieux de quoi il s'agit : ce qui est bon est ce qui exprime la volonté divine, et d'autre part, ce que Dieu ne veut pas est mauvais et injuste : « Tout ce que Dieu ne veut pas est défendu. Les péchés sont défendus par la déclaration générale que Dieu a faite qu'il ne les voulait pas ».

L'homme peut choisir de s'éloigner de la volonté de Dieu, et ainsi s'éloigner de Dieu : c'est le péché. C'est la séparation que l'homme a créée entre lui-même et Dieu, la distance qu'il a mise entre lui et le Créateur. L'homme a été créé à l'image et à la ressemblance de Dieu – mais cela ne veut pas dire qu'il n'y a pas de dissemblance entre eux. C'est pourquoi nous avons montré que l'analogie qui les compare ne peut être que comme une analogie de disproportion, comportant la *dissemblance toujours plus grande* entre les deux[1].

Qu'il y a loin de la connaissance de Dieu à l'aimer. Pascal ne veut pas chercher le Dieu des philosophes, mais le Dieu de la charité. Il devient clair que pour Pascal une connaissance de Dieu sans l'amour n'a aucune valeur (et elle serait peut-être inutile, et incertaine) [2]. En effet, cela va jusqu'à signifier que ce but est la seule référence possible pour l'homme, et que toute sa vie doit être dirigée vers l'amour. La seule « distance » qui importe à l'homme c'est la distance de cet amour. *On ne s'éloigne qu'en s'éloignant de la charité.* De même que dans la géométrie projective, ce qui importe ici n'est pas la distance métrique, qui impliquerait accepter plusieurs degrés de distance. Bien au contraire, il s'agit d'une distance qualitative (être ou n'être pas orienté vers une référence, laquelle est un point privilégié de l'espace). Ce qui importe dans la géométrie projective, ce sont les relations. Une relation est privilégiée : celle orientée au sommet du cône, qui prend la place de référence. N'être

[1] Voir le chapitre 6.

[2] Certes, on peut dire que vraiment connaître Dieu implique l'aimer et vice-versa, dans la voie augustinienne qui indique la liaison intrinsèque entre la possession de Dieu et la quête de Dieu. Mais on comprend bien que dans ce fragment Pascal parle d'une connaissance « froide », distincte de la charité.

pas en rapport au sommet du cône (ne pas renvoyer les figures à la charité, ne pas chercher le Christ), est la seule « distance » qui doit être prise en considération.

Nous avons vu dans 13.2 qu'il y a deux traitements distincts à la notion de distance infinie chez Pascal. Dans la géométrie projective, les éléments à distance infinie sont traités de la même manière que ceux à distance finie, même si cela implique l'existence d'éléments paradoxaux. D'autre part, dans le contexte apologétique des *Pensées*, il y a un usage de la notion de distance infinie qui, n'étant pas strictement mathématique, la présente en tant qu'une figure de disproportion et d'hétérogénéité. Le deuxième cas, comme nous l'avons vu, est aussi en rapport avec les différences d'ordre.

Cependant, même au sein de la disproportion Pascal identifie des relations, quand il propose des analogies de disproportion entre les différents ordres et entre des grandeurs mathématiques hétérogènes[1]. L'infini dans l'apologétique, même si essentiellement en disproportion avec le fini, peut être exprimé d'une certaine manière par l'homme. Cela est dû au fait que, de même que dans la géométrie projective, des éléments paradoxaux sont admis comme existants, dans le domaine religieux on peut aussi retrouver un lien fondamental entre le fini et l'infini : les deux se retrouvent dans la personne du Christ. Pour Pascal, l'existence de ce rapport peut être connue, même si nous ne pouvons pas comprendre sa nature : « Tout ce qui est incompréhensible ne laisse pas d'être ».

> La géométrie inspirée de Desargues comporte aussi la nécessité d'un écart, sans lequel il n'y aurait pas de projection : pour que le cercle engendre une section conique, il doit être distinct du tableau. De manière analogue l'existence des figures implique la séparation des ordres ; s'ils coïncidaient, l'homme connaîtrait la vérité surnaturelle immédiatement et parlerait de Dieu en termes propres. (Descotes 1993, p. 259)

La relation projective implique l'existence d'une séparation : c'est-à-dire, d'une distance. Sans celle-ci, on ne saurait pas retrouver le jeu de préservation et de transformation qui est propre à la perspective et à la géométrie projective. Sans distance, le tableau est la scène elle-même, et le signe est la chose devant être représentée. Sans distance, nous pourrions dire qu'existe la carte dont parle Borges, laquelle, pour comprendre tous les détails d'un royaume possède la même taille que le royaume lui-même : la représentation n'a plus de raison d'être[2]. C'est ainsi que les figures existent justement parce qu'il y a séparation d'ordres – si ceux-ci n'étaient pas distincts, l'homme se mettrait à côté de Dieu, pouvant connaître absolument les vérités surnaturelles et parlant de Dieu d'une manière propre. Avec la distance, au contraire, il peut y avoir projection (laquelle préserve en même temps qu'elle

[1] Pour le fragment des trois ordres, voir 5.3.

[2] « En aquel Imperio, el Arte de la Cartografía logró tal Perfección que el Mapa de una sola Provincia ocupaba toda una Ciudad, y el Mapa del Imperio, toda una Provincia » (Borges, « Del rigor en la ciencia », *El Hacedor*, 1960).

altère), avec la distance il peut y avoir figure (qui montre et qui cache). De là à ce que, entre deux projections ou entre deux figures, il puisse y avoir une analogie de disproportion, car chacune d'elles possède, non pas un rapport d'identité, mais de ressemblance partielle.

Pour Pascal, il y a distances, et il y a distances infinies. Ce n'est que par elles que devient possible l'unification des coniques dans la géométrie projective. D'autre part, il y a des distances, infinies, qui séparent le discours humain de la réalité divine, et ce sont elles-mêmes qui créent la nécessité d'un discours par les figures. Mais un tel discours par des figures n'est pas condamné à une inefficacité absolue, puisque le Christ apporte l'unification par le plan religieux : c'est lui qui présente la voie du salut, c'est lui qui présente la clef des figures et qui indique que tout doit renvoyer à l'amour. *On ne s'éloigne qu'en s'éloignant de la charité.*

C'est ainsi qu'on voit Pascal exposer des relations qui sont préservées même en présence de distances infinies : par l'analogie de disproportion, par les sommes indéfinies de petites portions, par le modèle projectif, par l'intermédiation du Christ. Il ne s'agit pas ici de « diluer » les disproportions, mais de faire face à elles. Il y a une ressemblance qui agit sur la dissemblance, mais sans pour cela annihiler la dissemblance. C'est cela le mode de relation entre le fini et l'infini que nous voyons apparaître avec l'analogie de disproportion, aussi bien dans les mathématiques que dans l'apologétique. Plus généralement, il faut y voir une *comparaison* des distances infinies, toujours en rappelant que la « comparaison » est une évaluation des aspects de deux choses, mais aussi une sorte de signe de rapprochement entre eux. Les distances infinies peuvent, selon Pascal, être rapprochées et même unies : voici l'union des incomparables.

L'homme peut aussi se détourner de Dieu : c'est le péché. Dans ce cas, même si Dieu continue toujours à regarder vers l'homme, celui-ci cherche plutôt les créatures que Dieu. La distance infinie existant entre l'homme et Dieu se révèle alors comme éloignement, comme opposition[1] et comme séparation :

> Jésus-Christ
> je l'ai fui, renoncé, crucifié
> je m'en suis séparé,
> que je n'en sois jamais séparé
> il ne se conserve que par les voies enseignées
> dans l'Évangile. (*Mémorial*, copie du parchemin ; OC III, p. 51)

Cette séparation ou distance infinie est une relation « négative » (du point de vue de l'homme)[2]. L'analogie de disproportion, et plus généralement la comparaison des incomparables, apparaît toujours entre deux rapports, lesquels peuvent varier par sa nature, mais qui ne laissent pas pour cela d'être des rapports.

[1] La conversion véritable « consiste à connaître qu'il y a une opposition invincible entre Dieu et nous et que sans un médiateur il ne peut y avoir de commerce » (Sel. 410, Laf. 378).

[2] Faudrait-il parler plutôt de « manque de relation » ? Nous croyons que cette distance, en tant que vécue, se révèle plutôt comme une relation négative.

Entre la créature et Dieu il y a distance infinie : en effet, Dieu infini ne saurait jamais être comparable directement à l'homme fini. En revanche, on peut dire que quoiqu'il y ait distance infinie, il y a une voie vers Dieu (« Je suis la voie, la vérité & la vie »). L'homme peut se *tourner* vers Dieu (se *convertir*), quoiqu'il ne puisse pas l'atteindre de manière absolument pleine. La distance infinie est une distance, et donc une relation : voici notre argument. Cette relation entre la créature et le Créateur peut être négative du point de vue de l'homme (« infinie ») ; elle ne laisserait pas d'exister pour cela.

Pour l'homme, il y a vraie séparation entre lui et Dieu. Quant aux deux natures du Christ, leur différence ne saurait pas créer une séparation ou une confusion : en dépit de la différence, dans le Christ il y a vraie unité. Comme l'a déclaré le Concile de Chalcédoine dans l'an de 451, il faut reconnaître

> un seul et même Christ, Fils, Seigneur, l'unique engendré, reconnu en deux natures, sans confusion, sans changement, sans division et sans séparation, la différence des natures n'étant nullement supprimée à cause de l'union[1].

Mais l'union de qui était infiniment éloigné ne peut être faite que par quelque chose qui surpasse toute mesure : la charité[2].

Le message du Christ dans le Sermon sur la montagne montre que l'idéal à poursuivre ne doit pas être seulement celui, négatif, de la Loi juive, laquelle interdisait des actions à l'homme. D'ailleurs, l'homme doit non seulement répondre dans la même mesure par laquelle on le traite (répondre à l'offense par l'offense et à l'amour par l'amour), mais il doit toujours offrir le pardon et l'amour gratuitement. « Car si vous n'aimez que ceux qui vous aiment, quelle récompense en aurez-vous ? Les Publicains ne le font-ils pas aussi ? Et si vous ne saluez que vos frères, que faites-vous en cela de plus que les autres ? Les Payens ne le font-ils pas aussi ? » (Mt 5, 46-47). La Loi apportait déjà un idéal de réciprocité, mais ce qui est demandé par le Christ constitue plus : que l'homme aime même ses ennemis. Il ne s'agit pas d'aller *contre* la Loi, car le Christ dit qu'il est venu pour l'accomplir (Mt 5, 17), mais d'aller *au-delà* de la Loi. C'est ainsi que l'homme doit chercher non moins qu'à s'identifier à la plénitude, à la perfection divine – c'est-à-dire, à la sainteté : « Soyez donc vous autres parfaits, comme votre Père céleste est parfait » (Mt 5, 48)[3].

Il est vrai que dans le Nouveau Testament la charité n'est pas littéralement qualifiée comme infinie ou comme illimitée. On peut dire que pour que l'infini, attribut négatif, soit dit de Dieu, un long travail d'exégèse a été nécessaire, dans lequel le concept d'infini a acquis une connotation « positive » (voir 7.3).

Nous croyons que Pascal est bien conscient de ces deux aspects de l'infini, qu'on peut appeler « positif » et « négatif ». Il se rend compte de l'imperfection de l'infini

[1] DS 302.

[2] Nous l'avons vu dans 5.3 pour le fragment des trois ordres.

[3] Pour le sens de ce verset cité dans la lettre à Gilberte, voir le chapitre 6.

en tant que ce qui ne peut pas être mesuré, et met cela en rapport avec le manque de référence et avec la « disproportion ». Si l'homme ne prend pas le Christ comme repère, il se trouve perdu entre les deux infinis, ce qui l'amène au désespoir. D'autre part, il se rend compte que l'ordre du cœur se traduit dans une perfection qui est à une distance infiniment plus infinie de l'ordre des esprits que la distance infinie des corps aux esprits. L'infini apparaît ici comme *élévation* infinie. Le manque de mesure est dû à l'existence d'un Absolu qui, étant parfait, est transcendant par rapport à toute possibilité de mesure[1].

Dans *Infini rien*, nous l'avons vu (section 11.3.3), Pascal compare la disproportion entre l'unité et l'infini et celle entre la justice humaine et la justice divine. Ce n'est pas par hasard que Pascal compare ici la *justice* humaine et la *justice* divine au fini et à l'infini. Si l'homme désire comprendre la justice divine, outre la justice humaine, il devra laisser d'attendre une notion de mesure qui implique une compensation pour chaque acte. Une justice infinie est celle qui est mue par quelque chose au-delà de toute mesure conçue par l'homme, qui n'est possible que par l'amour divin. La miséricorde surpasse le concept de mesure, et en ce sens, elle est au-delà de toute raison humaine. Si on veut parler d'une « métrique » de la charité, elle ne peut être retrouvée que dans le modèle qui est le Christ. « Le cœur a ses raisons que la raison ne connaît point » (Sel. 680, Laf. 423). La distance infinie est ici symbole d'un saut qui indique le manque de mesure de l'ordre inférieur vers l'ordre supérieur. La comparaison des incomparables met en rapport, dans un sens assez précis, ces ordres, indiquant la place dans laquelle l'homme peut retrouver la charité.

Si on accepte l'attribut de l'infini pour la charité chrétienne, il faudra que cet infini soit allié à la plénitude et à la perfection, différemment de l'*ápeiron* grec. Dans les deux conceptions, il y a opposition à la limitation à la juste mesure, mais tandis que l'*ápeiron* s'oppose par une imperfection, la charité s'oppose par un surpassement, par l'association à l'Absolu qui, lui, ne peut pas avoir aucune mesure[2].

[1] « alors qu'Aristote l'emploie pour désigner l'infini inachevé, Pascal l'emploie pour désigner Dieu, plénitude de l'être. Pour Aristote, l'acte pur exclut l'infini qui est illimité, et par là même pure possibilité : la puissance active est inséparable pour ce dernier de la puissance passive et elle se trouve donc étrangère à Dieu. Pascal, en revanche, reprend la distinction thomiste de puissance passive qui désigne la matière, et de la puissance active qui désigne une activité parfaite, agissant selon la libre détermination d'une volonté qui se possède et qui n'est déterminée par rien. Le fossé qui sépare ici nos deux auteurs est celui qui sépare la philosophie grecque de la philosophie chrétienne : de la notion moderne d'infini – entendu comme parfait – et de celle, corrélative, de puissance infinie au service d'une volonté infinie, résulte l'intelligibilité de la création, concept entièrement étranger à la philosophie préchrétienne. Le Dieu de Pascal vit, agit et, par là même, est à l'origine de tout être ; celui d'Aristote, n'est que « pensée de sa pensée » [*De la Génération et de la Corruption*, I, 6, 323a] » (Michon 2002, p. 17). Nous croyons que ce passage de H. Michon est intéressant pour opposer la pensée chrétienne et celle d'Aristote. Il faut d'autre part rappeler que ce n'est pas le seul aspect de l'infini identifié par Pascal : s'il reconnaît l'infinitude divine, il voit aussi le vertige de la disproportion de l'infini de la nature à l'homme.

[2] « car celui que Dieu a envoyé ne dit que des paroles de Dieu ; parce que Dieu ne lui donne pas son Esprit par mesure » (Jn 3, 34).

C'est d'ailleurs la charité qui permet de ramener les différences vers une unité[1]. Ceci est valable même pour l'interprétation de l'Écriture[2] :

> Tout ce qui ne va point à la charité est figure.
>
> L'unique objet de l'Écriture est la charité.
>
> Tout ce qui ne va point à l'unique bien en est la figure. Car puisqu'il n'y a qu'un but tout ce qui n'y va point en mots propres est figure.
>
> Dieu diversifie ainsi cet unique précepte de charité pour satisfaire notre curiosité, qui recherche la diversité, par cette diversité qui nous mène toujours à notre unique nécessaire. Car *une seule chose est nécessaire*[3] et nous aimons la diversité. Et Dieu satisfait à l'un et à l'autre par ces diversités qui mènent à ce seul nécessaire. (Sel. 301, Laf. 270)

Ce fragment, d'influence augustinienne[4], indique la centralité de la charité dans l'Écriture. De même que l'ordre du cœur est supérieur à celui des esprits et à celui des corps, dans l'herméneutique de l'Écriture toutes les figures ne gagnent du sens que par rapport à la charité. Il y a une sorte de hiérarchisation des sens, en référence à la charité[5].

On a donc des marques vers une *unification*. Mais que signifie-t-elle dans le fragment Sel. 301, Laf. 270 ? « Car *une seule chose est nécessaire*, et nous aimons

[1] Sur le thème de l'unité de la charité chez Pascal, voir par exemple Frigo (2017).

[2] Sur les figures, voir le chapitre 4.

[3] Cf. Lc 10, 41-42 : « Marthe, Marthe, vous vous empressez, & vous vous troublez dans le soin de beaucoup de choses : cependant une seule chose est nécessaire » (*Martha, Martha, sollicita es, & turbaris erga plurima ; porro unum est necessarium*).

[4] « On aura donc en usage, pour les expressions figurées, la règle suivante : on soumettra le texte à un examen attentif, qui durera jusqu'à ce que l'interprétation soit parvenue au royaume de la charité. Si le sens littéral du texte est déjà tel, on ne considérera en aucune façon qu'il s'agit d'une expression figurée » (*De doctrina christiana*, I, XXXVI, 40 ; cité par Force 1989, p. 47). « Non autem praecipit Scriptura nisi charitatem nec culpat nisi cupiditatem » (*De doctrina christiana*, III, 10 ; cf. Descotes 2011, sur Sel. 301, Laf. 270).

[5] Le modèle projectif de la géométrie trouve une certaine équivalence ici : de même que les sections coniques sont ordonnées par rapport au sommet du cône, au moyen du cercle dont elles sont des images, de même les différents sens de l'Écriture sont ordonnés par rapport à la charité. « On ne peut manquer de remarquer ce que cette conception des figures doit à la théorie pascalienne des coniques. De la même façon qu'en géométrie, le cercle qui sert de base du cône est le modèle des sections coniques, les choses surnaturelles sont les modèles des figures ; comme les coniques possèdent certaines propriétés du cercle dont elles sont les "images", les figures bibliques gardent certains traits de leur modèle » (Descotes 1993, p. 258). Voir également P. Force (1989, p. 196) : « La géométrie de Desargues fournit un modèle adéquat de ce phénomène de hiérarchisation [quand la priorité est donnée à un des pôles de l'antinomie herméneutique dans l'interprétation]. De même que l'herméneute classe les effets et attribue un ordre aux causes, de même le géomètre arguésien travaille dans un espace orienté par un point de vue ; dans l'espace euclidien, tous les points se valent. Dans un espace polarisé comme celui de Desargues, chaque point est considéré selon sa position par rapport au point de référence. La théorie des ombres est un moyen de polarisation supplémentaire. Pour les figures ambiguës, la source de lumière, créatrice d'ombres, est le point par rapport auquel les solides se définissent ».

la diversité ». Une seule chose est nécessaire : il n'y qu'un chemin, il n'importe que de suivre Dieu. Cela est fait par la charité, le sens final de l'Écriture, et qui nous a été révélé par Jésus-Christ. Mais l'homme aime la diversité : la réponse de Jésus à Marthe est qu'une seule chose est nécessaire, et Marie a choisi la meilleure partie, qui ne lui sera pas enlevée. Le salut de l'homme ne dépend que de reconnaître cette seule chose qui est nécessaire, tout le reste étant à la rigueur négligeable. Si une seule chose est nécessaire, la valeur de tout ce qui est dans la diversité doit être laissée de côté : on retrouve encore une fois la position pascalienne selon laquelle l'élément d'un ordre est un néant par rapport à un ordre supérieur. Un autre passage du Nouveau Testament pourrait être ainsi mis à côté de celui commenté par Pascal : « Que sert donc à l'homme de gagner le monde entier, s'il ruine sa propre vie ? » (Mc 8, 36).

La charité apparaît alors comme pôle d'unification. « Car une seule chose est nécessaire » : il n'y a qu'une voie, il n'importe que de suivre le Christ. Cela est fait au moyen de la charité, le sens dernier de l'Écriture qui nous a été révélé par Jésus-Christ. Mais la phrase de Pascal continue : « Car une seule chose est nécessaire, et nous aimons la diversité » : l'homme aime la diversité. Tous ses problèmes disparaîtraient s'il pouvait rester en silence dans une chambre (Sel. 168, Laf. 136), mais il veut au contraire partir au monde pour chercher des divertissements qui lui fassent oublier sa condition.

Mais on ne doit pas croire qu'on trouve ainsi le salut dans une notion abstraite ou un concept ; dans l'ordre de la charité on retrouve des personnes : « Jésus-Christ, saint Paul ont l'ordre de la charité, non de l'esprit, car ils voulaient échauffer, non instruire. Saint Augustin de même » (Sel. 329, Laf. 298). Les saints sont dans l'ordre de la charité, de même que Jésus Christ. Celui-ci est le centre de cet ordre, puisque étant à la fois Dieu et homme, infini et fini, ce n'est qu'en lui que tous les sens peuvent se conjuguer : « Le véritable sens n'est donc pas celui des Juifs, mais en Jésus-Christ toutes les contradictions sont accordées » (Sel. 289, Laf. 257)[1].

Comme on l'a vu, le sens spirituel n'est donné que par Jésus-Christ, qui a révélé le vrai sens des figures : « C'est ce qu'a fait Jésus-Christ et les apôtres. Ils ont levé le sceau. Il a rompu le voile et a découvert l'esprit » (Sel. 291, Laf. 260). La question de l'interprétation étant posée par Pascal comme la recherche du sens caché sous un chiffre, la possibilité de sa résolution apparaît dans le fragment Sel 281, Laf. 249 : « Figuratives. Clé du chiffre. *Veri adoratores. Ecce agnus Dei qui tollit peccata mundi* ». Quelle est la clef du chiffre ? On peut penser que le Nouveau Testament est la clé de l'Ancien : « Le *Vieux Testament* est un chiffre » (Sel. 307, Laf. 276). Mais on peut également penser, par la suite du fragment, que la clef c'est l'agneau de Dieu, qui enlève les péchés du monde. Il est la seule voie pour le salut. « Un Dieu humilié. Voilà le chiffre que saint Paul nous donne » (Sel. 299, Laf. 268)[2].

L'Écriture doit donc être lue comme ayant pour référence ultime le Christ, comme on le voit dans Sel. 330, Laf. 299 : « L'Évangile ne parle de la virginité de la Vierge

[1] Cf. Mesnard (1992 [1943], pp. 445-446).
[2] Pour les figures, voir le chapitre 4.

que jusques à la naissance de Jésus-Christ. Tout par rapport à Jésus-Christ ». Mais le Christ n'est pas seulement le chiffre pour la bonne interprétation du texte sacré. Il est aussi le modèle que l'homme doit suivre. Encore une fois le Christ est figuré dans l'histoire du peuple Juif, puisqu'il avait reçu un modèle du sanctuaire à faire : « *Fac secundum exemplar quod tibi ostensum est in monte* » (Ex 25, 40. ; cité par Pascal dans Sel. 667, Laf. 826)[1].

Mais le « modèle », soit-il celui que Moïse a reçu sur le mont, ou soit-il « le culte qui consiste en des figures & des ombres des choses du ciel » (Hb 8, 5), n'est pas encore le modèle parfait : celui-ci ne viendra que par « le médiateur d'une meilleure alliance, & qui est établie sur de meilleures promesses » (Hb 8, 6).

La nouvelle alliance donne un exemple pour les hommes : mais est-ce que cet exemple concernerait l'infini ? Si le Christ est le Dieu infini venu aux hommes, la seule façon pour l'homme de se rapprocher de l'infini est de le suivre, de l'imiter. Imitation qui se fait selon un exemple : la quête possible de l'infini vient par le biais d'une comparaison. Voilà la comparaison des incomparables vécue : il faut imiter l'infini, de sorte que la transcendance de l'infini n'empêche pas de dire : « soyez parfaits comme votre Père céleste est parfait ».

C'est-à-dire que pour l'homme (*quoad nos*), l'infini n'est pas une proposition, mais une *réponse*, et dans ce contexte, il est relationnel. « Seigneur, je crois ; aidez-moi dans mon incrédulité » (Mc 9, 23) : la foi en Dieu, et en son infinitude, n'est pas quelque chose d'achevé, mais un processus dans lequel la foi existe déjà mais peut toujours augmenter[2].

Nous ne sommes pas d'accord avec M. de Unamuno (1923, p. 348) quand il dit que « la vie intime de Pascal apparaît à nos yeux comme une tragédie. Tragédie qui peut se résumer dans ces mots de l'Évangile : « Je crois, aide mon incrédulité » [Mc 9, 23]. Ce qui, évidemment, n'est pas proprement croire, mais vouloir croire ». À notre avis, interpréter ce verset comme un manque de foi est regarder la foi d'une manière binaire, qui ne saurait pas l'élucider. On peut, au contraire, la comprendre comme une marche, dans laquelle on reconnaît déjà une partie de la réalité divine, et on essaie de faire de la foi, non plus une question, mais l'inconditionné : « mais si vous pouvez quelque chose, ayez compassion de nous », dit le père de l'enfant possédé à Jésus, à quoi celui lui répond : « si vous pouvez croire, toutes choses sont possibles à celui qui croit » (Mc 9, 21 et 22). C'était le chemin pris par Pascal : « Console-toi. Tu ne me chercherais pas si tu ne m'avais trouvé » (Sel. 751, Laf. 919).

[1] Pour ce fragment, voir 6.1.3. Noter que la Bible de Sacy traduit *exemplar* par « modèle » : « Considerez bien toutes choses, & faites tout selon le modelle qui vous a été montré sur la montagne ». Dans Sel. 279, Laf. 247, Pascal écrit : « Fais toutes choses selon le patron qui t'a été montré en la montagne » (cf. Hb 8, 4-5).

[2] On reconnaît ici un aspect « dynamique » de la foi, à rapprocher de celui que nous avons identifié pour l'analogie de disproportion (voir 5 et 6).

Conclusion de la troisième partie

Aristote a dit que les mathématiciens n'ont pas besoin de l'infini, mais seulement d'une grandeur plus grande qu'aucune donnée (*Physique*, III, 11). En effet, pour tout calcul à effectuer, nous l'avons vu dans les *Lettres de A. Dettonville*, il ne faut pas l'infini – cela peut se faire par le très grand. Le monde et la raison n'ont pas besoin de l'infini.

Devrait-on pour autant dire que l'infini n'existe pas ? D'aucune manière. *Car la perfection va au-delà de la nécessité*. Si Dieu est *infini*, cela n'est nullement *nécessaire* – de même qu'il n'est pas nécessaire qu'il soit *trois personnes*, ou que le *Verbe soit venu au monde*. L'infinité divine est une perfection : la transcendance de l'infini ne saurait pas se réduire à une négativité, comme nous l'avons vu à partir d'un passage de Levinas (voir 6.2). Cette transcendance, c'est évident, se présente par excellence dans la Révélation de Dieu.

Si Pascal est conscient de la disproportion impliquée par l'infini – notamment dans *Disproportion de l'homme* –, il identifie aussi la transcendance de l'infini : il s'agit de la différence d'ordres qui apparaît aussi bien dans les mathématiques que dans les trois ordres de l'*Apologie*, qui renvoient vers la charité.

Le parallèle entre les domaines mathématique et apologétique est à souligner ici. Dans l'*Esprit géométrique*, les grandeurs sont divisibles indéfiniment, sans jamais atteindre l'indivisible, qui est infini par rapport à elles. Dans les *Pensées*, l'homme est entre l'infini de grandeur et l'infini de petitesse de la nature, qui sont des indéfinis, sans pour cela arriver à Dieu qui est infini. Mais une différence est à souligner ici : si l'indivisible est un infini par rapport à la grandeur (il est relatif à un domaine, quoiqu'il ne le soit pas par rapport à une quantité), Dieu est l'infini en soi. Il y a une transcendance absolue de l'infini, de même que pour l'ordre de la charité dans le fragment des trois ordres (voir 5.3).

Si l'on s'interroge sur un infini actuel ou potentiel chez Pascal, on trouvera également trace des deux. Dans Sel. 561, Laf. 682, on dirait avoir affaire à un infini actuel :

> Mouvement infini.
>
> Le mouvement infini, le point qui remplit tout, le mouvement en repos.
> Infini sans quantité, indivisible et infini.

Voilà une image d'un infini qui « remplit tout », pour lequel Pascal montre que les catégories du fini ne s'appliquent plus (« sans quantité, indivisible et infini »), le nommant finalement par un oxymore qui indique un dépassement : « le mouvement en repos »[1].

Pour Magnard (1981), Sel. 561, Laf. 682 et Sel. 680, Laf. 420 laisseraient « deviner chez Pascal le pressentiment de la distinction entre la puissance du dénombrable et celle du continu » : l'idée d'un point qui est partout en même temps se rapprocherait de l'infini actuel.

L'interprétation de Magnard va cependant plus loin car, en se rapprochant de Cantor, il propose que les mathématiques, même si elles font seulement usage d'un infini potentiel pour les calculs, font recours implicitement à un infini actuel qui serait le fondement de cet infini potentiel. En ce sens, on pourrait alors dire que l'infini actuel se trouve dans la méthode des indivisibles pascalienne :

> le calcul infinitésimal n'a besoin que de l'infini potentiel pour réaliser les sommations sérielles dont il use ; le théologien place en Dieu seulement son infini actuel, car il récuse toute preuve cosmologique. Le partage est cependant plus complexe qu'il peut paraître. D'un point de vue métamathématique, le nombre infini s'impose comme le fondement même du calcul ; d'un point de vue cosmologique, l'incommensurabilité des différentes approches du réel impose l'idée d'une pluralité d'infinis actuels (...) (Magnard 1981, p. 14)

Pour Magnard, le recours à des sommes indéfinies ferait alors appel à un infini actuel, « un infini en nombre » si on peut parler ainsi, duquel on ne saurait pas se passer pour fonder ces sommes[2].

[1] « Le « moment de repos » résulte d'un passage non pas à la limite inférieure du mouvement, comme ce sera le cas chez Leibniz, mais à sa limite supérieure. Le passage à la limite inférieure eût relevé d'une philosophie du continu ; à la limite supérieure, il témoigne d'une *metabasis eis allo genos* » (Magnard 1981, p. 13). Par rapport à cette remarque de Magnard, il faut rappeler que dans l'*Esprit Géométrique* le repos est proposé comme limite inférieure du mouvement.

[2] Cette interprétation de Magnard s'étend au « nombre infini » dont parle Pascal dans Sel. 680, Laf. 418 et que Cantor a identifié comme un infini actuel : « le nombre infini – envisagé génériquement encore qu'il y en puisse avoir autant d'espèces que de séries considérées – apparaît dès lors comme la condition de possibilité de l'opération qui, par réitération indéfinie, engendre les séries » (Magnard 1981, p. 14).

> Le nombre infini n'est pas le terme ultime de la série puisqu'il n'est pas obtenu par réitération de l'unité, car alors il s'agirait d'un nombre fini terminant une série finie ; il est le fondement du processus générateur de la série numérique. Certes, la mathématique pascalienne n'use que de l'infini potentiel, mais cet infini n'est concevable que par référence à un infini actuel : la suite des nombres naturels est en effet incomplète et inachevée tant qu'elle reste finie et c'est justement pour cela qu'elle est non pas indéfinie, mais absolument infinie. La suite naturelle des nombres est innombrable ; le nombre infini n'en peut faire partie ni la clore sans contradiction. Ni pair, ni impair, il est d'une autre nature. (Magnard 1981, pp. 14-15)

La démarche de Magnard ne laisse pas d'être intéressante, et donne une interprétation possible à l'infini mathématique (notamment celle proposée à partir des transfinis de Cantor). Rien ne nous semble empêcher que l'infini actuel apparaisse ainsi implicitement dans les mathématiques pascaliennes.

Cela n'est pourtant pas nécessaire, et nous voudrions néanmoins souligner un aspect sur lequel Pascal est plus proche de Descartes que de Cantor : dans les sciences, généralement, il faut parler plutôt d'indéfini que d'infini, car l'homme ne peut pas vraiment faire la distinction entre les deux. Dans le cas de Pascal, nous avons rapproché cela de la disproportion expérimentée du fini à quelque chose qui le dépasse, soit-il indéfini ou infini. Certes Pascal se distingue de Descartes en ce qu'il ne réserve pas l'infini à Dieu mais, dans l'interprétation que nous avons proposée, l'infini apparaît aussi dans le point à distance infinie et dans l'indivisible lorsque considéré comme hétérogène dans l'*Esprit Géométrique*.

Il faudrait finalement faire la distinction entre une *procédure* et un *objet* mathématiques : du point de vue ontologique, rien n'empêche que la première soit infinie tandis que le deuxième est fini. Cela montre que la position de Couturat, que nous avons exposée dans 12.1, n'est pas si simple : on peut certes avoir un « objet » fini variable – mais cela ne répond pas à l'aspect fini ou infini de la procédure qui opère sur lui.

En tout cas, nous avons dit que les catégories de l'infini potentiel ou actuel ne sont pas les plus pertinentes pour l'œuvre de Pascal : « en géométrie on ne raisonne point des quantités avec cette distinction, qu'elles existent ou bien effectivement en acte, ou bien seulement en puissance », écrit Desargues (Taton 1951, p. 179). C'est la raison pour laquelle nous avons proposé une autre distinction, plus générale : celle entre le sens absolu et le sens relatif de l'« infini ». Nous avons par ailleurs distingué l'infini de l'indéfini, qui marque toujours une acception *relative* d'une quantité.

Synthétisons ainsi les positions de Pascal par rapport à l'infini et à l'indéfini :

Indéfini et infini (relatif)	*Infini (absolu)*
disproportion (homogène)	disproportion (hétérogène)
	point à l'infini (*Generatio conisectionum*)
« et ainsi à l'infini » (*Traité du triangle arithmétique*)	
divisibilité indéfinie (l'*Esprit Géométrique*)	indivisible en soi (l'*Esprit Géométrique*)
petites portions (Dettonville) différences (Dettonville)	
univers infini (*Disproportion de l'homme*)	Dieu
	distance infinie (*trois ordres*)

Il est intéressant de noter que l'infini « absolu » n'existe pas seulement pour Dieu, selon Pascal, mais aussi dans la géométrie projective. Le « vrai infini » existe alors aussi dans les mathématiques. Quel serait son fondement ? Serait-il un reflet de l'infinitude divine ?

Le fait que Pascal compare la disproportion entre la justice divine et la justice humaine à celle entre l'unité et l'infini (Sel. 680, Laf. 418), et qu'il fait que l'anéantissement de l'homme fini face aux deux infinis de la nature lui font apercevoir comment le fini dévient un néant devant l'infini (Sel. 230, Laf. 199), indiquent que Pascal répond à cela par des *comparaisons*. Aussi bien la nature que les mathématiques peuvent alors fournir des *figures* de l'infini divin, notamment par le rapport de l'homme à ce qui le dépasse – effet créé aussi bien par l'immense que par l'infini. Pour montrer que Dieu est infini et sans parties, Pascal avait écrit dans Sel. 618, Laf. 420 qu'il montrerait « une image de Dieu en son immensité », avant de le biffer. Le fragment conserve toutefois cette intention : il s'agit de montrer l'infini indivisible au moyen d'un point à vitesse infinie, image qui est signe de l'infini de Dieu.

> contrairement à ce que l'on pourrait croire, le point commun de ces arguments n'est pas l'idée d'infini ; c'est que tous, d'une manière ou d'une autre, tendent à montrer comment l'esprit humain est, par ce qu'il trouve en lui-même de plus rigoureux, savoir la mathématique, confronté à ce qui le dépasse et le déroute. (Descotes 2000, p. 255)

Voici le point essentiel que nous espérons avoir démontré : Pascal montre ce qui dépasse l'esprit humain, ce qui est incompréhensible, et il fait d'ailleurs des comparaisons entre ces incompréhensibles. Nous y reviendrons lors de nos conclusions générales.

Pascal fait remarquer à Sacy : « s'il est agréable d'observer dans la nature le désir qu'elle a de peindre Dieu dans tous ses ouvrages, où l'on en voit quelques caractères parce qu'ils en sont les images, mais remplis d'une infinité de défauts parce qu'il n'en sont que les images, combien est-il plus juste de considérer dans les productions des esprits les efforts qu'ils font pour imiter la vertu essentielle, même en la fuyant, et de remarquer en quoi ils y arrivent et en quoi ils s'en égarent, comme j'ai taché de faire dans cette étude » (Pascal 1994, pp. 122-123). Il faudrait alors aussi demander : si l'image de Dieu peut être trouvée dans l'ordre et l'harmonie de la nature, combien plus juste n'est-il pas de trouver son infini dans la disproportion de la nature, ce qui peut enseigner à l'homme ce qui le dépasse.

Ce n'est alors qu'en Dieu qu'on peut voir la vraie union des contraires. Mais dans quelle mesure cette union de choses qui nous semblent contradictoires peut-elle être saisie par l'homme ? On peut évoquer ici la réponse du P. Noël à Pascal sur l'existence du vide :

> Vous voyez, Monsieur, que toutes vos expériences ne sont point contrariées par cette hypothèse qu'un corps entre dans le verre, et peuvent s'expliquer

> aussi probablement par le plein que par le vide, par l'entrée d'un corps subtil que nous connaissons, que par un espace qui n'est ni Dieu, ni créature, ni corps, ni esprit, ni substance, ni accident, qui transmet la lumière sans être transparent, qui résiste sans résistance, qui est immobile et se transporte avec le tube, qui est partout et nulle part, qui fait tout et ne fait rien. Ce sont les admirables qualités de l'espace vide : en tant qu'espace, il est et fait merveille ; en tant que vide, il n'est et ne fait rien ; en tant qu'espace, il est long, large et profond ; en tant que vide, il exclut la longueur, la largeur et la profondeur. S'il est besoin, je montrerai toutes ces belles propriétés et conséquences de l'espace vide. (OC II, p. 538)

Pascal n'est évidemment pas satisfait de la « contradiction manifeste » (OC II, p. 520) qui apparaît dans ces propositions du P. Noël, et qu'il essaie de réfuter dans la Lettre à Le Pailleur. Pour le P. Noël, les conséquences tirées de l'espace vide ne peuvent pas être : comment serait-il espace, ayant ainsi une certaine existence (« il est et fait merveille »), en même temps qu'il est vide, de sorte qu'« il n'est et ne fait rien » ? Pascal, au contraire, ne semble pas de s'inquiéter de ces questions – il faut, au contraire, savoir sur quel aspect on considère la nature : l'espace vide a des dimensions, mais il est pénétrable, ce qui n'est pas le cas pour la matière, et ainsi « l'espace vide tient le milieu entre la matière et le néant » (OC II, p. 526 ; voir 2.3).

L'incompréhensibilité, nous l'avons vu, n'est pas une raison pour que Pascal n'accepte pas ce qui *semble* être contradictoire. En effet, nous sommes trop inclinés « à juger que quelque chose qui n'a jamais été expérimenté (*par nous*) ou qui est incompréhensible (*par nous*) est absurde (...) *en soi-même*. C'est de cette logique "myope" que Pascal veut déchirer son lecteur »[1].

C'est ainsi que, comme nous l'avons vu dans le chapitre 11.1, une chose est de dire que quelque chose est une autre dans un sens relatif, l'autre est de le dire dans un sens absolu. Dans le chapitre 12, nous avons vu que les deux sens peuvent s'appliquer aux « indivisibles » selon l'*Esprit Géométrique*, mais que dans la pratique mathématique de sa méthode des indivisibles Pascal n'éprouve que le besoin de l'indéfini, et non pas d'un infini en soi. Dans la géométrie projective, en revanche (chapitre 13), on ne saurait interpréter les éléments à distance infinie sans qu'ils y soient *à l'infini* dans un sens actuel – sous peine de ne plus faire les généralisations nécessaires pour les différentes sections coniques. Et quant à l'infini divin, qu'en faut-il dire ?

Dieu, étant infini et omniprésent, ne se révèle pas également à tous les hommes et à tous les moments – d'où la charge que Fauste le manichéen faisait à Augustin par rapport à l'infinité de Dieu :

> *Fauste.* Dieu est-il fini ou infini ? Si l'on peut s'en rapporter à votre prière, ainsi conçue : *Dieu d'Abraham, Dieu d'Isaac et Dieu de Jacob* [Ex. 3, 15], Dieu est fini, à moins qu'il n'y ait un Dieu pour qui tu pries, et un autre que vous priiez ; sinon le cercle de la circoncision, qui sépare Abraham,

[1] Lebrun (1983, p. 47), notre traduction.

> Isaac et Jacob de la société des autres nations, formera aussi la limite de la puissance de Dieu à leur égard. Or, celui dont le pouvoir est limité, a lui-même des bornes[1]. (*Contre Fauste, le manichéen*, 25, 1)

Dieu est infini, mais sa révélation au monde n'est pas égale à tous les hommes. Exiger cela serait peut-être exiger que le divin puisse être compris par une logique purement humaine, qui veut préciser où on pourrait retrouver Dieu. La réponse d'Augustin à Fauste est indicative à ce propos, et peut être rapprochée de la déclaration du P. Noël quant à sa forme :

> Si l'on commence à chercher comment Dieu peut être déterminé, alors qu'il n'est enfermé en aucun lieu, comment il peut être infini, alors que le Fils le connaît tout entier, comment il peut être fini, alors qu'il est immense, comment il peut être infini, alors qu'il est parfait, comment il peut être fini, alors qu'il est sans aucune mesure, comment il peut être infini, alors qu'il est la mesure de toute chose, alors toute pensée charnelle s'évanouit[2].

L'élection du peuple est un mystère. Même si Dieu est infini, il se manifeste à un peuple dans un certain endroit de la terre. Même si Dieu est éternel, il se manifeste à un moment de l'histoire : le Verbe s'est fait chair.

Pour Pascal, la raison ne saurait pas non plus épuiser les mystères que l'existence d'un Dieu infini et révélé ne saurait pas laisser de poser. En revanche, bien que le Dieu conçu par les philosophes vaille très peu, la rencontre avec Dieu peut se faire par Jésus-Christ. L'infinité divine n'est pas indétermination, puisque Dieu se révèle à un peuple (à Abraham, à Isaac, à Jacob), et puisqu'il vient au monde incarné comme un homme. Pascal écrit en effet dans son *Mémorial* :

> Dieu d'Abraham, Dieu d'Isaac, Dieu de Jacob,
> non des philosophes et des savants.
> Certitude, certitude, sentiment, joie, paix.
> Dieu de Jésus-Christ. (OC III, p. 50)

Comme nous l'avons vu dans 14.2.3, c'est la double nature du Christ qui permet de gagner un nouveau point de vue à partir duquel les contrariétés se trouvent accordées. On peut évoquer ici le commentaire de P. Hadot à la position ultime d'Augustin sur l'infini, exposée dans le passage du *Contre Fauste* cité ci-dessus :

[1] Traduction de l'abbé Dévoille. Œuvres complètes de Saint Augustin – Traduites pour la première fois, sous la direction de M. Poujoulat et de M. l'abbé Raulx, Bar-le-Duc, 1864-1872.

[2] *Contra Faustum*, 25, 2 ; trad. dans Hadot (1990, p. 72), modifiée (on notera que Hadot écrit « alors qu'il est mesure » où il faut comprendre « alors qu'il est sans aucune mesure »). *Cum enim quaeri coeperit, quomodo sit Deus finitus, quem nulus locus capit ; quomodo infinitus, quem totum Filius novit ; quomodo finitus, immensus ; quomodo infinitus, perfectus ; quomodo finitus, nullus habens modum ; quomodo infinitus, modus omnium : omnis cogitatio carnalis evanescit.*

> Fini et infini sont des oppositions postérieures à Dieu, et Dieu les réunit en lui en une unité supérieure, précisément parce qu'il est trinité. La Trinité de Personnes correspond à un achèvement déterminé, donc à une *finitude transcendante*, leur unité correspond à une intériorité et à une continuité absolues, donc à une *infinitude transcendante*. (Hadot 1990, p. 72)

Au verset de la *Sagesse* qui nous guide dans le présent travail, Augustin demandait : « Qui donc pourrait compter ou mesurer ou peser cette mesure, ce nombre, ce poids en qui Dieu à tout disposé »[1] ? Il faut dire que ce n'est que Dieu qui peut le faire, mais que ce n'est pas simplement cela : en fait, pour Dieu il n'y a même pas de mesure, nombre ou poids, et ce n'est que dans cette transcendance que ces catégories peuvent être saisies : « Dieu est mesure sans mesure, nombre sans nombre, poids sans poids »[2].

Nous croyons que la réponse d'Augustin est encore valable pour Pascal : la transcendance divine permet de rendre compte de l'infini en poids, nombre et mesure car pour lui il n'y a pas de poids, nombre et mesure, mais une vraie unité. Dieu peut rendre compte de la rencontre entre l'infini et le fini, car pour lui, les infinis sont comme des finis[3]. L'infini, quoique complexe pour l'homme, est simple pour Dieu, comme « un point se mouvant partout d'une vitesse infinie », infini et indivisible.

Mais cela, nous l'avons vu, apparaît à l'homme comme incompréhensible, ce qui n'empêche pas son acceptation. Cela signifie que Pascal pense à l'incompréhensible (la disproportion, l'infini) comme fondement, comme repère, quoiqu'il soit incompréhensible : tout ce qui est incompréhensible ne laisse pas d'être. Il s'agit encore de parler d'un fondement : l'attitude sur le négatif est elle-même positive. On parle, on ne se tait pas : des incomparables, on en fait la comparaison.

[1] *Ennarationes in Psalmos* 146, 11, 22.

[2] *De genesi ad litteram*, IV, 3, 7.

[3] « Toute infinité est, d'une certaine manière ineffable, finie pour Dieu » (Augustin, *De civ. dei*, 12, 19 ; trad. de Hadot 1990, p. 67).

Conclusions générales

Dans la première partie de ce travail, nous avons vu un mode de comparaison mis en œuvre par Pascal qui est l'analogie de disproportion. Ce mode d'expression permet de comparer deux disproportions, et a pour Pascal la fonction de montrer l'équivalence de distances infinies et d'hétérogènes. Il est ainsi possible d'identifier qu'il y a des choses qui surpassent l'homme, et, même alors, on peut essayer de savoir *combien* elles dépassent l'homme. Il est aussi possible d'arriver à une certaine conceptualisation des hétérogènes en mathématiques – notamment, l'indivisible.

Dans la deuxième partie, nous avons vu comment la pratique mathématique traite les incomparables qui sont les petites portions et les différences (par rapport aux grandeurs correspondantes), la grandeur et le nombre et le courbe et le droit. Nous avons vu que la clef pour le modèle de la balance de la méthode des indivisibles de Pascal est les divisions indéfinies, qui lui permettent d'arriver à un type d'égalité « sous condition » d'*une différence moindre qu'aucune grandeur donnée*.

La troisième partie, finalement, nous a permis de voir quelles sont les réponses « philosophiques » et religieuses de Pascal aux questions dérivées de ces types de comparaison. Nous avons fait une distinction entre le relatif et l'absolu, en observant le statut ontologique des petites portions et des différences, ainsi que du point à distance infinie dans la géométrie projective.

Si la comparabilité était traitée comme un mode d'expression dans la première partie et comme un type de procédure mathématique dans la deuxième partie, dans la troisième partie nous avons pu voir quel est le *fondement ontologique* de ces démarches pascaliennes.

J. C. Maxwell (1990[1856]) demandait : *are there real analogies in nature* ? La question abordée par Pascal, et que nous traitons dans la troisième partie de ce travail est semblable : il y a-t-il un vrai lien entre les contraires dans la réalité ? C'est ce à quoi nous avons essayé de répondre dans le chapitre 14 : pour Pascal, c'est la double nature du Christ qui rend raison des apparentes contradictions aux yeux des hommes.

Un des principaux résultats de ce travail a été de révéler certains traits de l'infini selon Pascal. Nous avons annoncé à la fin du chapitre 7 deux traits importants de l'infini pascalien : 1/ il est incompréhensible, et, même ainsi, est posé comme principe. 2/ il se présente par les deux infinis, et par leur relation.

À cela, se sont ajoutées, au cours du travail, certaines autres questions par rapport à la comparabilité de l'infini, et qui concernent : 3/ la relation entre le fini et l'infini ; 4/ en rapport avec (3/), l'existence de différents ordres, dans les mathématiques et dans l'apologétique ; 5/ en rapport avec (4/), l'existence de plusieurs types d'infini ; 6/ la question de la nature de l'infini selon Pascal.

Nous croyons que tous ces aspects sont en fait rapportés selon Pascal. Il faut comprendre que, plus que l'infini « en soi », ce qui importe pour lui est *la relation entre le fini et l'infini*, marquée par un aspect crucial : la négligeabilité. Cette relation, ou « manque de relation », qui est le fait que quelque chose ne vaut rien par rapport à une autre chose, apparaît chez Pascal, aussi bien dans les mathématiques que dans

l'apologétique et dans la philosophie. L'élément d'un ordre inférieur n'est rien quand il est vu de l'ordre supérieur.

Mais nous avons vu que la rupture n'est pas la position finale pascalienne. D'une part, les comparaisons des incomparables aident à voir des ressemblances entres les disproportions, ce qui assigne une place, certes limitée, à la raison humaine, même face à l'incompréhensibilité du monde. D'autre part, l'aspect ontologique le plus important est le fait que le fini et l'infini sont d'une certaine manière réconciliés dans la personne du Christ.

Il faut alors conclure que, ainsi comme dans le Christ les vérités qui nous semblent opposées s'accordent, ainsi les deux infinis réciproques ne constituent en fait qu'un seul infini. On voit ainsi que toutes les comparaisons qu'on cherchait auparavant (soit par des analogies de disproportion, soit par le modèle de la balance) n'avaient pas tellement lieu d'être : si ces divisions ne sont faites qu'à cause de la limitation de la raison humaine, qui dans son régime discursif éprouve le besoin de les séparer, il ne faut pas vraiment les rapprocher par des comparaisons, mais plutôt reconnaître qu'elles sont unies.

La transcendance rend un élément d'un ordre supérieur infiniment éloigné de l'ordre inférieur. Mais le sacrifice du Christ inverse pour ainsi dire les ordres, en montrant que c'est dans le plus petit qu'on retrouve le plus grand : à propos de l'excellence, écrit Pascal, « on s'élève pour y arriver, et on s'en éloigne » (OC III, p. 427). L'infini le plus grand peut ainsi se dévoiler dans l'ordre le plus bas : un indivisible est l'infini[1].

> Les recherches tant du cusain que de son disciple Charles de Bovelles sur la quadrature du cercle et déjà aussi sur la cycloïde apportent moins un nouvel artifice de calcul qu'une justification de la sommation infinitésimale par l'énoncé du principe d'égalité à l'infini. Présenté comme une figuration rationnelle du mystère de l'Incarnation, qui en retour en apparaît comme la caution théologique, ce principe pose l'équivalence de l'arc et de la corde, de la tangente et de la courbe, de la circonférence et du point, du repos et du mouvement, du minimum spirituel et du maximum vital, des deux natures, divine et humaine, en Jésus-Christ. L'ontologie scalaire semble garantir la pratique qui la sous-tend. Resterait à fonder le procédé au plan de l'analyse infinitésimale elle-même. (Magnard 1981, p. 4)

Nous avons essayé de répondre à cette remarque de Magnard. Au contraire de ce qu'il propose dans ce passage, nous avons vu que les « égalités » des incomparables, au niveau de la pratique mathématique ne sont des égalités que sous la condition que les différences soient rendues moindres qu'aucune grandeur donnée. On ne saurait y

[1] Simone Weil : « À l'égard d'un ordre quelconque, un ordre supérieur, donc infiniment au-dessus, ne peut être représenté dans le premier que par un infiniment petit » (cahier 9, dans Weil 2002, p. 162). « Dans un ordre, ce qui est transcendant à l'égard de l'infiniment grand de cet ordre est représenté par l'infiniment petit » (*idem*).

retrouver la vraie unification des contraires (au point de vue de l'homme) qui existe dans la personne du Christ. Pour faire des mathématiques, il suffit des grandeurs plus grandes qu'aucune grandeur donnée, comme l'avait déjà proposé Aristote.

Mais il ne suffit pas de *faire* des mathématiques : les hommes comme Pascal essayent aussi de les *comprendre*. En ce sens, l'infini continue à être insaisissable, mais il est plus difficile à nier que dans la pratique mathématique. Comment, en effet, comprendre l'unification des théorèmes sur les coniques sans un point qui est à distance infinie ? Comment comprendre qu'on puisse indéfiniment prendre des grandeurs sans qu'il y ait un domaine infini dans lequel elles sont[1] ?

Les lois du fini ne sont pas les mêmes que celle de l'infini, et la finitude de l'homme ne saurait pas laisser d'être une insuffisance constitutive, d'où une incompréhensibilité fondamentale. En fait, rien de cela ne nous est compréhensible : c'est pourquoi il est impossible de donner une réponse définitive sur l'existence de l'infini qui ne soit pas une réponse révélée.

A-t-on affaire à l'infini à « proprement » parler ou à l'indéfini ? À la disproportion dans un sens homogène ou hétérogène ? Nous avons vu qu'il faut évaluer cela à chaque cas pour Pascal. Cela n'empêche pas qu'aussi bien l'infini *en soi* que l'infini *pour l'homme* provoquent un même effet sur l'homme : celui de disproportion. L'infini révèle pour l'homme un aspect de son incomplétude.

« S'il y a un Dieu, il est infiniment incompréhensible, puisque n'ayant ni parties ni bornes il n'a nul rapport à nous » (Sel. 680, Laf. 418). Plus qu'infini, Dieu est pour Pascal « infiniment incompréhensible » : voici son dernier mot sur la question.

On peut alors, en finissant, conclure sur un aspect du titre du présent travail : quand nous parlons de *la comparaison des incomparables*, il s'agit de la comparaison de ce qui est incomparable *pour nous*, et non pas *en soi*. Dans le cas contraire, nous sérions face à un oxymore authentique – ce qui est, à proprement parler, incomparable, est... incomparable. Il s'agit ici plutôt des incomparables du point de vue humain, et on pourrait ainsi parler de la comparaison des incompréhensibles.

Copernic faisait une comparaison à rapprocher de celles que nous avons analysées sous la plume de Pascal :

> Le ciel, par comparaison avec la Terre, est immense et offre l'aspect d'une grandeur infinie mais, pour l'estimation du sens, la Terre est, par rapport au ciel, ce que le point est au corps et le fini à la grandeur infinie[2].

Mais comment peut-on comparer quelque chose à une grandeur infinie, si on ne connaît pas la mesure de cette grandeur infinie ? Ce qu'on peut « connaître » n'est que la *relation* du fini à l'infini. Il s'agit certes, même là, d'une connaissance imparfaite. Mais c'est déjà un repère à partir duquel on peut comparer l'infini. Ce travail a

[1] Il est ambigu si Pascal accepte dans les mathématiques un infini actuel implicite qui rend possible l'indéfini, comme nous l'avons vu dans la conclusion de la partie III.

[2] Copernic, *De revolutionibus orbium coelestium*, Nuremberg, 1543, rééd. fr. Blanchard 1970, Livre I, ch. VI, pp. 80-81. Cité d'après Seidengart 2006, p. 69.

montré que Pascal reconnaît les ruptures, et leur irréductible incompréhensibilité, devant lesquelles « l'homme n'est qu'un roseau, le plus faible de la nature » (Sel. 231, Laf. 200) ; mais nous avons montré aussi que « c'est un roseau pensant », et que « néanmoins il est nécessaire » de « dire quelque chose » sur les disproportions : Pascal compare les incomparables.

Annexes

Annexe A

Quelques aspects historiques de l'interprétation figurative

Dans la tradition de l'exégèse chrétienne, comme le souligne bien E. Auerbach (1984 [1944]), l'interprétation par les figures gagne en importance avec les Pères de l'Église. Pour eux, la *figura* représentait un type de ressemblance entre deux événements réels et historiques. Moïse, par exemple, est dans l'Ancien Testament une figuration du Christ, qui vient comme Sauveur dans le Nouveau Testament (Auerbach 1984 [1944], p. 29). On peut voir qu'avec la *figura* on ne retrouve pas un rapport entre signe et chose signifiée, ou entre entité abstraite et entité concrète, mais une relation entre deux personnes ou événements, tous deux concrètes et historiques[1]. Cette interprétation avait la prétention de montrer qu'à la limite tous les personnes et événements de l'Ancien Testament étaient des figures de ceux du Nouveau Testament.

Il faut se souvenir du contexte historique des Pères de l'Église : écrivant à des personnes en grande partie de culture païenne, il fallait montrer que la Révélation n'appartenait pas à l'histoire mythique d'un peuple, à savoir celui d'Israël, mais que Dieu parlait à tous par moyen d'un groupe particulier. Il faudrait donc montrer que les personnages de l'Ancien Testament étaient l'anticipation en quelque sorte de l'annonce du salut universel. En même temps, il ne faut pas croire que les événements de l'Ancien Testament sont simplement des images d'une histoire créée pour annoncer le Royaume : ils sont des événements historiques, et ces passages ont donc un sens littéral valable, auquel l'interprétation figurative vient s'ajouter. On voit donc comment l'interprétation figurative s'accorde à la vision de la vérité absolue de la Révélation[2].

[1] Il ne faut pas pour cela croire que les deux événements ont la même importance, ou qu'ils soient symétriques. Bien au contraire, il faut les différencier : le premier événement est la figure, et le deuxième est sa réalisation, où se trouve la vérité. Si A figure B, donc B ne figure pas A (cf. Force 1989, p. 203). Par ailleurs, le développement figuratif peut comprendre plus que deux étapes ; pour Augustin, par exemple, parfois on a affaire à trois étages : la Loi comme figure de l'avènement du Christ, et l'incarnation du Christ comme figure du Jugement final. La vérité dernière sera cela de la *revelata facie* du Sauveur (Auerbach 1984 [1944], p. 41 e p. 59).

[2] Auerbach (1984 [1944], p. 30) indique que telle est la conception, par exemple, de Tertulien. À

Dans ce contexte, la *figura* s'oppose à l'*allegoria*. Si la première est caractéristique de l'exégèse chrétienne, la seconde est adoptée plutôt dans l'interprétation de la culture païenne (même si cela n'est pas une règle). L'*allegoria* n'a pas, comme la *figura*, rapport à l'histoire, et les deux éléments de l'*allegorie* ne doivent pas être nécessairement concrets comme c'est le cas pour la *figura*. Dans l'*allegoria* une chose signifie une autre, l'une pouvant être abstraite et l'autre concrète[1]. D'autre part, la *figura* ne se confond pas avec le symbole : celui-ci n'est pas historique, et possède le pouvoir d'*agir* sur la chose symbolisée, ayant un pouvoir magique qui est étranger à la *figura*. C'est encore une marque distinctive de la *figura* que son interprétation ne soit pas horizontale, due à la simple volonté humaine, mais elle vient d'en haut (Auerbach 1984 [1944], p. 59).

Figura chez les Pères de l'Église traduit le Grec *typos*[2], et son interprétation est fondée sur celle proposée par Saint Paul[3]. Il y a une opposition entre *figura* et *veritas*, les figures devant être révélés (*aperire*, *revelare*), et la *figura* étant considérée comme *umbra*, « ombre ». On retrouvera tous ces aspects dans la figure chez Pascal.

La relation figurative typique est celle qui a lieu entre des passages de l'Ancien Testament et passages du Nouveau Testament[4]. Les Pères cherchaient fréquemment ces liens de figuration, de même que Pascal, qui en rassemble plusieurs, comme dans Sel. 306, Laf. 275 : « Figures. Isaïe LI, la mer Rouge image de la Rédemption ». En fait, pour les Pères de l'Église les liens entre les deux Testaments ne sont pas des simples comparaisons ; dans le langage apporté par Jésus, l'Ancien Testament est une espèce de matrice du Nouveau, un instrument de sa création : il est une partie explicite de la doctrine Néo-Testamentaire[5]. Dans ce sens, l'Ancien Testament n'est pas seulement une annonce de ce qui sera révélé, mais un élément constitutif du plan divin[6]. Quant à Pascal, il considère l'Ancien Testament plutôt dans son rôle de *figure* du Nouveau que dans une symétrie (cf. la conclusion de Mesnard 1992 [1943]).

Pour les Pères, le sens spirituel est le vrai sens, inspiré par le saint Esprit, en

partir du IV^{e} siècle, le mot *figura* et sa méthode d'interprétation seront utilisés par presque tous les Pères latins.

[1]Une confusion est possible du fait qu'à l'époque des quatre sens de l'Écriture on appellera « *allegoria* » ce qui pour les Pères de l'Église était la signification des figures, et on appellera signification « éthique » ou « tropologique » ce que les Pères entendaient comme l'« *allegoria* ». Dans cette section nous adoptons, comme Auerbach, la terminologie des Pères de l'Église.

[2]D'autres mots latins, comme *exemplum*, *imago*, *similitudo*, *species* et *umbra* rendent la figuration chez certains auteurs ; mais c'est bien *figura* qui a été retenu par la plupart des auteurs à partir d'un moment.

[3]Cf. I Cor V, 21 ; I Cor X, 6 et 11 ; Gal IV, 21-31 ; Rm V, 12.

[4]Pascal interprétera l'accord entre les deux Testaments comme marque de leur vérité : « comme sur le plan humain, ils se sont constitués d'une façon indépendante, nous avons alors une preuve manifeste de l'intervention de Dieu » (Mesnard 1992 [1943], p. 447).

[5]Cf. Lubac (1970 [1966], pp. 17-18).

[6]Comme l'indique Lubac, on peut dire que la relation entre les deux Testaments est réciproque, et ne va pas seulement de l'Ancien Testament au Nouveau : *Novum Testamentum in Veter est figuratum, et Vetus in Novo est revelatum* (Saint Augustin, *Contra adversariorum legis et prophetarum*, c. 17, n. 35).

opposition aux ombres et aux figures qui le précédent (Lubac 1970 [1966], pp. 25-26). H. de Lubac indique que l'interprétation des Pères de l'Église a été requalifiée plus tard comme allégorique, par la suite comme la vraie interprétation du sens littéral et finalement comme typologique[1]. D'autres ont parlé de « sens typique », « sens mystique », ou, comme Pascal, « sens figuratif » (Lubac 1970 [1966], pp. 20 – 24). Il y a bien pour lui une division entre sens littéral et sens spirituel : « Que l'Écriture a deux sens » (Sel. 305, Laf. 274). Il parle aussi de « sens figuratif » et de « sens spirituel », mais quel rapport y a-t-il pour lui entre ces deux sens ? Pour saint Thomas, le sens spirituel et l'exégèse figurative sont intimement liés : « le sens qu'on peut recevoir à partir des figures, on l'appelle spirituel »[2]. Mais sont-ils identiques chez Pascal ? Nous abordons la question dans 4.1.

[1] Dire que le sens spirituel est l'interprétation approfondie du sens littéral est dire qu'il n'y a pas de rupture essentielle entre les deux. H. U. von Balthasar, par exemple, propose qu'il faut chercher le sens spirituel non pas au-delà de la lettre, mais *dans* la lettre, comme le Père n'est pas retrouvé au-delà du Fils, mais *dans* lui et *à travers* lui (cf. Lubac 1970 [1966], p. 22). Cette terminologie, indique Lubac, a été également proposée par Arnauld dans ses *Remarques sur l'ancienne nouveauté de l'Écriture sainte*, à propos des prophéties : « il faut demeurer d'accord que le vrai sens littéral de l'Écriture, est celui que l'Esprit Saint a eu intention de nous marquer » (*Œuvres*, Paris, Sigismond d'Arnay, t. V, 1776, p. 346). Dans l'exégèse de Saint Paul, l'esprit s'oppose à la chair et à la lettre : « car la lettre tue, et l'esprit donne la vie » (2 Cor 3, 6). Notons au passage qu'il ne faut pas de ce verset conclure que le sens littéral est faux : Paul ne serait pas nécessairement contre le sens littéral, mais contre la « lettre », qui serait l'appropriation charnelle du sens littéral. C'est-à-dire que le sens littéral ne serait pas un écart du vrai sens de l'Écriture (bien qu'il ne soit pas *tout* le sens de l'Écriture), tandis qu'une interprétation strictement littérale de l'Écriture serait une erreur.

[2] *sensus iste qui ex figuris accipitur, spiritualis vocatur* (Saint Thomas, Quodl. 7, q. 6, a. 15 [2] ; d'Aquin 1956, p. 147.

Annexe B

Prédication analogique et langage théologique : Le *De Veritate* de S. Thomas d'Aquin

Le seul passage du Nouveau Testament dans lequel apparaît le mot « analogie » est l'*Épître aux Romains*, 12, 6 :

> *Habentes autem donationes secundum gratiam, quae data est nobis, differentes ; sive prophetiam secundùm rationem fidei.*
>
> C'est pourquoi, comme nous avons tous des dons diffèrens selon la grâce qui nous a été donné ; que celui qui a reçu le don de prophétie, *en use* selon l'analogie & la règle de la foi.

En note, la dernière expression est donnée autrement comme « selon la mesure & la proportion de la foi ». Dans le latin, on lit *rationem fidei* ; mais dans le grec on lisait bien κατὰ τὴν ἀναλογίαν τῆς πίστεως, de sorte que l'« analogie » était présent dans le texte originel.

L'autre passage à considérer est Sg 13, 5 : « car la grandeur et la beauté des créatures font, par analogie, contempler leur Auteur »[1]. Mais si dans la *Septante* on lit ἀναλόγως, en revanche dans la Vulgate on ne trouve pas *secundum analogiam* ou *analogice*, ainsi que la traduction de Sacy ne présente pas « analogie »[2]. En effet, on lit dans la Bible de Port-Royal :

> car la grandeur & la beauté de la créature peut faire connoistre & rendre *en quelque chose* visible le Créateur.

[1] Bible de Jérusalem. Dans la Bible de Port Royal, on lit : « car la grandeur et la beauté de la créature peut faire connoistre & rendre *en quelque chose* visible le Créateur ».

[2] Comme le souligne Humbrecht (2005, p. 48), c'est intéressant que les latins médiévaux, qui donnaient tellement d'attention à l'analogie, n'ayant pas eu accès au mot dans la Vulgate – Thomas, néanmoins, fait référence à Sg 13, 1-9 pour la question de l'analogie, quoique le mot ne s'y trouve pas.

à magnitudine enim speciei & creaturae, cognoscibiliter poterit creator horum videri.

Mais ce n'est pas exclusivement dans ces textes bibliques qu'on trouvera la doctrine théologique de l'analogie. Une longue tradition métaphysique et théologique en a fait usage. Nous ne commenterons qu'un des textes de Thomas sur la question[1].

Ce n'est pas le lieu ici de proposer une analyse exhaustive du concept d'analogie chez S. Thomas d'Aquin, ce qui a déjà été fait dans l'ouvrage classique de B. Montagnes (1963), et par d'autres[2]. Notre propos est beaucoup plus simple : commenter quelques aspects de l'analogie dans le *De Veritate*, traité qui présente une conception « intermédiaire » dans l'évolution de la pensée de l'Aquinate, qui sera postérieurement abandonnée. D'ailleurs, nous n'avons aucune trace que Pascal ait eu contact avec cet ouvrage : ce qui nous motive est le traitement à la « distance » entre créature et Créateur donné par cet ouvrage, dans lequel Thomas a donné attention à l'analogie de proportionnalité. Ce rapprochement entre les notions de « distance » et de « proportionnalité » est intéressant à prendre en compte par rapport à l'analogie de disproportion pascalienne.

La conception de Thomas sur l'analogie change beaucoup lors de l'évolution de son œuvre. On peut distinguer avec les commentateurs quelques phases principales. Si d'abord, dans les ouvrages de commentaire à Aristote, Thomas demeure fidèle à la solution aristotélique de la référence à un premier comme le mode d'articulation de l'être dans les différentes catégories, par la suite on peut identifier trois phases de sa pensée par rapport à l'analogie[3] : 1/ le *Commentaire aux Sentences*, dans lequel Thomas comprend l'analogie principalement à partir de la notion de participation ; 2/ le *De Veritate*, écrit vers 1256-1259, qui traite l'analogie comme proportion entre quatre termes – comme nous l'avons dit, une solution « intermédiaire » qui sera abandonnée par la suite[4] ; 3/ dans les ouvrages dits de maturité (*Quaestiones disputatae De potentia Dei*, *Somme contre les gentils*, *Somme Théologique*), Thomas pense à nouveau l'analogie comme participation, mais soulignant une dépendance causale ontologique au lieu de la simple similitude des premiers ouvrages (ce qui était cause formelle devenant cause efficiente)[5].

L'option du *De Veritate* pour une analogie de proportionnalité peut être interprétée du fait qu'une analogie d'attribution exigerait un rapport déterminé entre Dieu

[1] Quelques références sur l'histoire de l'analogie de l'être sont les travaux de J.-F. Courtine (2005), de J. Lonfat (2004), d'E. Mariani (2012) et de J. Ashworth (2008).

[2] Pour une bibliographie sur l'analogie chez Thomas après Montagnes, voir Lonfat (2004).

[3] Montagnes (1963, p. 92) note que si ce classement est fidèle chronologiquement à trois moments de la pensée de Thomas, du point de vue de la doctrine elle devrait être réduite à un classement binaire, car aussi bien le premier moment que le troisième font recours à l'analogie d'attribution, tandis que le deuxième utilise l'analogie de proportionnalité.

[4] La distinction XXXV et le prologue du *Commentaire aux Sentences* présentent des exceptions à cet ouvrage, et qui seraient à rapprocher à la position du *De Veritate*.

[5] Cf. Montagnes (1963, p. 44).

et les créatures. D'autre part, l'analogie de proportionnalité serait elle-même problématique, dans la mesure qu'elle ne garderait pas la transcendance de la perfection divine par rapport aux créatures, ce qui motiverait le retour de Thomas à l'analogie d'attribution, avec un composant ontologique pas existent au premier moment. Dans quel sens une analogie de proportionnalité implique une analogie d'attribution, ou un rapport de participation, est une question complexe, que nous traiterons pas ici. Il est hors notre propos évaluer l'ensemble de l'œuvre de Thomas, et il faut passer aux passages qui nous concernent du *De Veritate*[1].

Dans le contexte de savoir « si la science se dit de Dieu et de nous d'une manière purement équivoque » (q. 2, a. 11), Thomas propose qu'il est impossible aussi bien que quelque chose soit dite d'un mode univoque à propos de Dieu et des créatures (car tous les deux sont distincts dans sa nature d'être) que tout soit dit de Dieu et des créatures de manière purement équivoque (car de cette manière les créatures ne connaîtraient Dieu en rien, et aucun nom des créatures pourrait être utilisé à propos de Dieu). Entre l'univoque et l'équivoque, le mode de prédication des choses divines est selon l'analogie, c'est-à-dire selon la proportion[2].

Dans ce point de la q. 2, a. 11 du *De Veritate*, Thomas fait la distinction qui est devenue classique :

> Or il peut y avoir deux convenances selon une proportion, et l'on envisage la communauté d'analogie selon ces deux convenances. En effet, il y a une certaine convenance entre les termes qui ont entre eux une proportion, du fait qu'ils ont une distance déterminée ou une autre relation mutuelle : par exemple entre 2 et 1, du fait que 2 est le double de 1. Parfois aussi, la convenance est envisagée non pas entre deux termes entre lesquels il y aurait une proportion, mais plutôt entre deux proportions : par exemple, 6 convient avec 4 par la raison que, de même que 6 est le double de 3, de même 4 est le double de 2. La première convenance est donc celle de proportion, et la seconde celle de proportionnalité[3].

[1] Il faut rappeler encore que parfois Thomas appelle « analogie » le rapport d'unité à un premier, en outre de l'analogie comme proportion entre quatre termes. Cela diffère de la terminologie d'Aristote, qui n'associait pas l'unité par rapport à une fin commune (πρὸς ἕν) à l'unité par analogie (κατ᾽ ἀναλογίαν). De sorte que des problèmes aristotéliciens qui étaient rapportés, mais qualifiés comme faisant référence à des différents types d'unité, sont rangés par Thomas sous la même dénomination d'analogie.

[2] *secundum analogiam, quod nihil est dictu quam secundum proportionem.*

[3] *Convenientia autem secundum proportionem potest esse dupliciter : et secundum haec duo attenditur analogiae communitas. Est enim quaedam convenientia inter ipsa quorum est ad invicem proportio, eo quod habent determinatam distantiam vel aliam habitudinem ad invicem, sicut binarius cum unitate, eo quod est eius duplum ; convenientia etiam quandoque attenditur non duorum ad invicem inter quae sit proportio sed magis duarum ad invicem proportionum, sicut senarius convenit cum quaternario ex hoc quod sicut senarius est duplum ternarii, ita quaternarius binarii. Prima ergo convenientia est proportionis, secunda autem proportionalitatis.* Les Œuvres complètes de saint Thomas d'Aquin, traduction par les moines de l'Abbaye sainte Madeleine du Barroux, France.

Il s'agit de la distinction entre deux types de *convenance*, qui concernent deux ou quatre termes – laquelle sera reprise et renommée par Cajétan comme deux types d'*analogie* : celle de *proportion* et celle de *proportionnalité*[1]. Nous croyons que *convenientia* est ici synonyme d'*analogia* pour Thomas, évidence pour cela apparaissant à la question 23 de ce traité, laquelle nous traiterons par la suite.

Entre l'unité et le binaire, il y a *proportio*, car un est le double de l'autre : ils ont un à l'autre un rapport *habitudinem*, qui peut être une « distance déterminée ». Le fait que la distance peut être considérée comme une relation, nous le verrons, sera essentielle pour la discussion de S. Thomas – et pour la notre par rapport à Pascal.

Quant au deuxième type de convenance (*proportionalitatis*), il n'existe pas entre deux choses, mais entre deux « proportions », comme entre le sextuple et le quaternaire, car le sextuple est le double du ternaire, de même que le quaternaire est le double du binaire. Il s'agit non pas d'un rapport entre deux choses, mais de dire que le même rapport qui existe entre deux choses existe entre deux autres[2].

Cette forme de proportionnalité qui concerne quatre termes a attiré notre attention déjà dans d'autres contextes. Elle apparaît ici pour aller au-delà du rapport direct : s'il ne peut pas avoir *proportio* entre la créature et Dieu, car il s'agirait d'un rapport déterminé, la solution de Thomas ici sera de dire que le rapport de l'homme à la science humaine est le même que le rapport de Dieu à la science divine. Du point de vue de la structure proportionnelle de quatre termes, il faut dire qu'il s'agit non pas d'un *rapport de ressemblance*, mais d'une *ressemblance de rapports*[3].

Muni de ces deux types de *convenientia*, le Docteur Angélique considère les types de prédication qui peuvent être faits par chacun d'eux. Par le premier (la *convenientia proportionis*) est que l'être (*ens*) est dit de la substance et de l'accident par le rapport (*habitudine*) de l'un à l'autre ; le même pour *sain*, qui se dit tant de l'urine que de l'animal, du fait que l'urine a un certain rapport à la santé de l'animal. C'est-à-dire que la *proportio* peut être la relation de référence à un premier par un rapport. Il ne peut pas être de même pour Dieu et la créature, car entre eux il ne peut avoir aucun rapport.

D'autre part, par le deuxième mode de l'analogie (la *convenientia proportionalitatis*), quelque chose peut être dit de Dieu. Selon ce deuxième mode, on peut dire que la *vision* est dite de la vision corporelle et de l'intellect, car la vue est aux yeux

(Complet 24 août 2012). Voir Courtine (2005, p. 254)

[1] « Le vocabulaire avicennien de la *convenientia* coexistera longtemps avec celui de l'*analogia* » (Courtine 2005, p. 254).

[2] Ce qui est particulier dans le mode d'expression de l'Aquinate ici est de dire que le sextuple possède cette convenance au quaternaire, quand l'explication suivante montre bien que ce sont les rapports de chacune de ces quantités à celles dont elles sont le double qui sont les mêmes. Il semble que quand on dirait alors que quand on dit que le sextuple possède une convenance de proportionnalité au quaternaire, il serait implicite que cela se dit par rapport à leurs relations à ses doubles.

[3] L'expression est du mathématicien Cazals de Fabel lors d'une discussion sur l'analogie (publiée dans Solages, B. *Dialogue sur l'analogie*, Aubier, 1946, p. 15 ; cité par Borella (2012) par rapport à ce passage du *De Veritate*).

de même que l'intellect est à l'esprit (*mens*). Sous cette manière, rien n'empêche qu'on dit analogiquement quelque chose de Dieu et des créatures.

Thomas ajoute encore que cela ne résout pas le problème de tous les noms dits de Dieu. Quand on dit que *Dieu est un leon*, par exemple, on attribue à Dieu l'existence matérielle, ce qui ne peut pas être. Ainsi, tels noms peuvent être dits seulement de manière symbolique (*symbolice*) par rapport à Dieu. Mais il est autrement pour d'autres noms dont la définition ne dépend pas de la matière, comme c'est le cas de l'être (*ens*), du bien et d'autres transcendantaux.

L'article 11 de la question 2 apporte encore une discussion qui nous intéresse particulièrement. La quatrième objection qui y est présentée est la suivante :

> Les choses entre lesquelles il n'y a aucune ressemblance sont plus distantes que celles entre lesquelles il y a une ressemblance. Or il y a entre Dieu et la créature une distance infinie, telle que nulle ne peut être plus grande ; il n'y a donc pas de ressemblance entre eux, et nous retrouvons ainsi la même conclusion que ci-dessus[1].

La *distance* est alors proposée comme indicative de manque de ressemblance (*similitudo*).

Thomas répond que quand deux termes ont une relation réciproque, l'intellect peut considérer l'un par l'autre, en diminuant la distance entre les deux, sans pour autant diminuer leur ressemblance, qui est selon la *convenientiam proportionum*. Tel type de ressemblance est indépendant de la distance : la ressemblance de proportionnalité (*similitudo proportionalitatis*) entre deux et un et entre six et trois n'est pas plus grande que celle entre deux et un et entre cent et cinquante[2]. Et ainsi « la distance infinie de la créature à Dieu n'ôte pas la ressemblance susdite »[3].

La solution de Thomas, par la proportionnalité, permet alors de comporter le fait qu'il y a une distance infinie entre Dieu et l'homme. Mais les objections avaient d'autres aspects à répondre. Parmi les arguments pour dire que la science se dit de manière purement équivoque de Dieu et de l'homme, on peut retrouver un usage intéressant du vocabulaire indiquant ce qui *ne peut pas exister* entre Dieu et l'homme. Partout où il y a *communitas univocationis vel analogiae*, il y a une certaine *similitudo*. Mais il ne peut pas avoir *similitudo* entre Dieu et l'homme[4].. Mais où il y a une certaine *similitudo* il y a une certaine *comparatio* – ce qui ne peut pas non plus exister entre Dieu et l'homme. Cette « chaîne » d'arguments comporte encore une étape : où

[1] *Praeterea, maior est distantia eorum quorum nulla est similitudo, quam quorum est similitudo aliqua. Sed inter Deum et creaturam est infinita distantia, qua nulla maior esse potest ; ergo non est inter ea aliqua similitudo, et sic idem quod prius.*

[2] Il n'est pas clair pourquoi ici Thomas parle d'abord de la *proportio* et ensuite de la *proportionalitas*, mais il semble que la ressemblance qui ne dépend pas de la distance est en premier lieu celle de proportionnalité.

[3] *ideo infinita distantia creaturae ad Deum similitudinem praedictam non tollit.*

[4] Thomas cite Is. XL, 18, *cui similem fecistis Deum ?*, comme indication qu'il n'y aurait pas de *similitudo*.

il y a une certaine *comparatio* il y a aussi « une forme que plusieurs possèdent plus ou moins, ou également » – ce qui, comme dans les autres cas, ne peut pas exister entre Dieu et l'homme.

Quant à la similitude, la réponse de Thomas vient du fait qu'il n'est pas le même de dire que Dieu est semblable à la créature ou que la créature est semblable à Dieu :

> Comme dit Denys au neuvième chapitre des *Nom Divins*, en aucune façon Dieu ne doit être dit semblable aux créatures, mais les créatures peuvent en quelque façon être dites semblables à Dieu[1]. (q. 2, a. 11, ad 1)

D'ailleurs, comme l'homme imite Dieu imparfaitement, Thomas propose qu'il est à la fois semblable et dissemblable à Dieu, double aspect qui apparaît dans l'Écriture.

Mais Thomas doit également répondre à l'adage médiéval : *finiti ad infinitum nulla est proportio*. Comment l'admettre et encore ainsi parler d'analogie ? La distinction entre l'analogie de proportion et l'analogie de proportionnalité entre en jeu ici : entre Dieu et la créature en effet *nulla est proportio* – mais il peut avoir *proportionalitas*.

La question est traitée dans l'article 7 de la question 23 du *De Veritate*, qui analyse si nous sommes tenus de conformer notre volonté à la volonté divine. La neuvième objection est la suivante :

> « La volonté de Dieu est aussi distante de la volonté de l'homme, que Dieu est distant de l'homme », comme dit la Glose à propos de ce passage du psaume 32, v. 1 : « Aux hommes droits sied la louange ». Or Dieu est si distant de l'homme, que l'homme ne peut lui être conformé. En effet, puisque Dieu est infiniment distant de l'homme, l'homme ne peut avoir aucune proportion à Dieu. La volonté de l'homme ne pourra donc pas non plus être conformée à la volonté divine[2].

Objection dans laquelle il est clair la position consolidée à l'époque : Dieu étant infiniment distant de l'homme, il ne peut avoir aucune *proportio* entre les deux.

La réponse de Thomas est la suivante : l'homme est conformé à Dieu, car il est fait à l'image et à la ressemblance de Dieu. D'autre part, comme l'homme « est infiniment distant de Dieu, il ne peut y avoir de rapport entre lui et Dieu »[3]. Néanmoins, cela est valable uniquement dans les sens de la *proportio* qui se trouve entre les quantités, et qui concerne une mesure déterminée (*certam mensuram*). Mais en sens dérivé, la

[1] *Ad primum igitur dicendum, quod sicut Dionysius dicit in IX cap. de Divinis Nominibus [§ 6], Deus nullo modo creaturis similis dicendus est, sed creaturae possunt similes Deo dici aliquo modo.*

[2] Praeterea, *quantum distat Deus ab homine, tanto voluntas Dei ab hominis voluntate*, ut dicit Glossa [P. Lombardi, PL 191, 325 D] super illud Ps. XXXII, 1 : *rectos decet collaudatio*. Sed Deus tantum distat ab homine, quod homo non potest ei conformari. Cum enim homo a Deo in infinitum distet, nulla potest esse ipsius ad Deum proportio. Ergo nec voluntas hominis divinae voluntati conformari poterit.

[3] « *Quamvis autem propter hoc quod a Deo in infinitum distat non possit esse ipsius ad Deum proportio* ».

proportion peut exister pour un rapport (*habitudinem*) quelconque entre deux choses, comme quand on dit qu'il y a similitude de rapports (*utpote cum dicimus hic esse proportionum similitudinem*) : le pilote est au navire ce que le prince est à la cité. De cette manière, on peut parler d'un certain rapport de l'homme à Dieu (*aliquam proportionem hominis ad Deum*), puisqu'il l'homme possède la relation d'être crée et être soumis à Dieu.

La réponse de Thomas continue ainsi :

> Ou bien l'on peut dire que, bien qu'il ne puisse y avoir entre le fini et l'infini une proportion au sens propre, il peut cependant y avoir une proportionnalité, qui est la ressemblance de deux proportions : en effet, nous disons que 4 est proportionné à 2 parce que c'en est le double, mais que 6 est proportionnable à 4 parce que 4 est à 2 ce que 6 est à 3. Semblablement, bien que le fini et l'infini ne puissent être proportionnés, ils peuvent cependant être proportionnables, car le fini est égal au fini comme l'infini est égal à l'infini. Et c'est de cette façon qu'il y a ressemblance entre la créature et Dieu : parce que la créature se rapporte à ce qui lui est propre comme Dieu se rapporte aux choses qui lui conviennent.[1].

Dans ce passage, Thomas distingue *proportio* et *proportionalitas*, ajoutant le vocable *proportionabilia* et ne parlant plus de *convenientia* (ce qui rassure l'hypothèse que dans la question 2 Thomas comprenait *convenientia* et *analogia* en tant que des synonymes). Entre le Créateur et la créature, Thomas réaffirme, il ne peut pas exister *proportio*, mais seulement *proportionalitas*.

L'importance de ce dernier passage est dans la proportionnalité entre le fini et l'infini : la phrase « tout comme l'infini est égal à l'infini, ainsi le fini est égal au fini » (*sicut infinitum est aequale infinito, ita finitum finito*) ouvre la possibilité pour dire que la même relation que Dieu possède à ses attributs, les créatures la possèdent à ses attributs. Sans nier le manque de *proportio* entre le fini et l'infini, Thomas propose que les deux entrent dans une relation de proportionnalité, le fini étant au fini ce que l'infini est à l'infini. Une distinction fondamentale, on peut dire, est entre posséder une relation déterminée – cas de la *proportio* – et posséder une certaine relation – cas de la *proportionalitas*.

P. Ricoeur écrit à propos de ce passage que

> la ressemblance proportionnelle n'institue aucun rapport déterminé entre le fini et l'infini, puisqu'elle est indépendante de la distance. Elle n'est

[1] *Vel potest dici, quod finiti ad infinitum quamvis non possit esse proportio proprie accepta, tamen potest esse proportionalitas, quae est duarum proportionum similitudo : dicimus enim quatuor esse proportionata duobus, quia sunt eorum dupla ; sex vero esse quatuor proportionabilia, quia sicut se habeat sex ad tria, ita quatuor ad duo. Similiter finitum et infinitum, quamvis non possint esse proportionata, possunt tamen esse proportionabilia ; quia sicut infinitum est aequale infinito, ita finitum finito. Et per hunc modum est similitudo inter creaturam et Deum, quia sicut se habet ad ea quae ei competunt, ita creatura ad sua propria.*

> pourtant pas absence de rapport. Il est encore possible de dire : ce que le fini est au fini, l'infini est à l'infini. Transcrivons : la science divine est à Dieu ce que la science humaine est au créé.
>
> (Ricoeur 2007 [1975], p. 349)

C'est-à-dire que même s'il n'y a pas de relation déterminée entre le fini et l'infini, on peut néanmoins avoir une certaine relation. La proportionnalité, en tant que voie intermédiaire de l'univoque et de l'équivoque, permet de garder cette relation non déterminante.

> C'est en effet sans aucun rapport déterminé, mais selon une comparaison de deux proportions qu'il faut comprendre le lien entre le créé et Dieu : il n'y a pas de rapport du fini à l'infini (ce qu'imposait la *convenientia proportionis*), mais le rapport du fini au fini est semblable au rapport de l'infini à l'infini. (Lonfat 2004, p. 92)

Tout semble aller au mieux avec telle solution pour l'analogie de la part de Thomas. Mais, comme nous l'avons vu, il l'abandonnera dans les ouvrages postérieurs au *De Veritate*, formulant une autre théorie de l'analogie. Quelles seraient les raisons de cet abandon ?

Selon Montagnes (1963, p. 93), la rupture existante entre le Créateur et le crée dans cette solution est trop accentuée, et apporterait le risque de conclure que Dieu est inconnaissable. Pour Ricoeur (2007 [1975], p. 349), « le formalisme de la *proportionalitas* appauvrit le riche et complexe réseau qui circule entre participation, causalité et analogie ».

Pour Lonfat, la solution de l'Aquinate finirait même par être contradictoire :

> si l'intelligence divine est à Dieu ce que l'intelligence de la créature est à celle-ci, il suffit simplement de permuter les moyens pour s'apercevoir que le rapport de l'intelligence créée à l'intelligence divine doit être identique au rapport de la créature à Dieu, c'est-à-dire du fini à l'infini
>
> (Lonfat 2004, p. 94)

C'est-à-dire qu'en « permutant » les moyens de l'analogie de proportionnalité on tombe encore dans un « rapport » entre le fini et l'infini, ce qui n'est pas possible.

Concluons pour ce qui est de Thomas. Dans les ouvrages postérieurs au *De Veritate*, il formulera une nouvelle base ontologique pour la prédication analogique. Il parlera alors de causalité créatrice pour la participation des créatures à Dieu, et l'être ne sera plus conçu comme forme, mais comme acte. Une nouvelle division sera adoptée à partir du *De Potentia* : entre l'analogie *duorum ad tertium*, qui ne s'applique à Dieu car elle poserait l'être comme antérieur tant aux créatures qu'au Créateur même, et l'analogie *unius ad alterum*, qui elle peut indiquer la relation entre le créé et le divin. D'ailleurs, Thomas distinguera entre la perfection *per essentiam*

et celle *per participationem*. On peut ainsi parler de perfection aussi bien pour Dieu que pour les créatures, sans avoir recours à la proportion, et sans tomber dans une univocité[1]. Finalement, un autre changement est que Thomas ne sera plus absolument fidèle à l'adage *finiti ad infinitum nulla est proportio*. Soulignant la création comme un type de causalité, Thomas proposera qu'entre les créatures et Dieu il y a proportion (*proportio*) de la même manière que de la cause à ce qui est causé. De cette manière, dit Montagnes[2], il est inutile de avoir recours à la proportionnalité, car la ressemblance directe de l'effet à la cause suffit pour garder la transcendance divine. Finalement, la participation par cause efficiente n'apporte pas les difficultés des premiers ouvrages, qui fondaient la participation dans le caractère d'exemple.

L'histoire de l'analogie dans ce qu'on a appelé *onto-théo-logie* devrait certes continuer, en premier lieu par l'interprétation faite par Cajétan et Suarez de l'analogie thomiste, arrivant à une éclipse de l'analogie dans la métaphysique. Cela étant hors notre propos, nous renvoyons à la troisième partie de Courtine (2005).

[1] Montagnes (1963, p. 87)
[2] *Idem*, p. 88.

Annexe C

« Combien il y a de différence entre deux mots semblables » : le rôle du contexte pour le langage

Dans l'*Art de persuader*, après avoir présentée des règles qui constituent « l'ordre dans lequel on doit disposer les propositions, pour être dans une suite excellente et géométrique » (OC III, p. 421), Pascal répond à des possibles objections à ses règles de « définir tous les noms qu'on impose » et « prouver tout, en substituant mentalement les définitions à la place des définis ». En particulier, Pascal veut montrer « combien il y de différence » entre ce qu'il propose dans le contexte de la géométrie et les mêmes mots quand utilisés « au hasard » par « quelques logiciens ».

> Ceux qui ont l'esprit de discernement savent combien il y a de différence entre deux mots semblables, selon les lieux et les circonstances qui les accompagnent. Croira-t-on, en vérité, que deux personnes qui ont lu et appris par cœur le même livre le sachent également, si l'un le comprend en sorte qu'il en sache tous les principes, la force des conséquences, les réponses aux objections qu'on y peut faire, et toute l'économie de l'ouvrage ; au lieu qu'en l'autre ce seraient des paroles mortes, et des semences qui, quoique pareilles à celles qui ont produit des arbres si fertiles, sont demeurées sèches et infructueuses dans l'esprit stérile qui les a reçues en vain ? (OC III, pp. 422 - 423)

Le passage est fort intéressant, et nous fait penser à une sorte de principe sémantique contextuel du type qui serait si important dans des courants épistémologiques, linguistiques et herméneutiques au XX^{e} siècle[1]. Un même mot est compris différemment s'il est dans des circonstances distinctes (nous parlerons librement ici en

[1]Citons par exemple E. Benveniste : « Qu'on réfléchisse de près à ce fait notable, qui nous paraît mettre en lumière l'articulation théorique que nous nous efforçons de dégager [c.-à-d. « sémantisme » et « sémiotisme »]. On peut transposer le sémantisme d'une langue dans celui d'une autre, "salva veritate" ; c'est la possibilité de la traduction ; mais on ne peut pas transposer le sémiotisme d'une

« contexte »). « Tous ceux qui disent les mêmes choses ne les possèdent pas de la même sorte » (OC III, p. 423).

Pascal dit que c'est par l'esprit de discernement[1] qu'on peut savoir *combien il y a de différence* entre deux mots semblables, *selon les lieux et les circonstances qui les accompagnent*. Nous croyons qu'ici on retrouve bien l'opposé d'une analogie (et même l'opposée d'une analogie de disproportion) : étant donnés deux rapports, il faut montrer *combien il y a de différence* (et non pas de similitude). Dans ce cas, les deux rapports sont celui entre un mot a et un contexte C et celui entre le mot a et le contexte C'. La particularité de ce cas, point de départ de Pascal, est le fait que le même mot a apparaît dans les deux rapports. Mais le fait est que, s'il est dans le contexte C ou dans le contexte C' il sera compris de manières distinctes.

Pascal fait ici un éloge de Montaigne, citant l'*Art de conférer*, en disant qu'il faut examiner non seulement les mots d'un homme, mais l'*esprit* d'où il sort le discours, afin de savoir « s'il le tient de mémoire ou d'un heureux hasard » (OC III, p. 423)[2]. C'est ainsi qu'« il faut donc sonder comment cette pensée est logée en son auteur ; comment, par où, jusqu'où il la possède » (OC III, p. 423).

Pascal passe alors à un exemple de poids : est-ce que le principe *Je pense, donc je suis* est « une même chose dans l'esprit de Descartes et dans l'esprit de saint Augustin, qui a dit la même chose douze cents ans auparavant »[3] ?

Pascal déclare qu'il est *bien éloigné*[4] de dire que Descartes n'est pas le véritable auteur de ce principe, même s'il l'aurait lu chez saint Augustin. Car, dit Pascal, on sait « combien il y a de différence » entre « écrire un mot à l'aventure » et placer ce mot dans l'origine de toute une suite de conséquences, comme a prétendu Descartes dans sa « physique ». Comme nous avons montré, *combien il y a de différence* apparaît ici comme une comparaison de différence du même mot dans des circonstances différentes, ayant de compréhensions distinctes. Mais dans ce qui suit Pascal avance un autre type de comparaison :

> Car, sans examiner s'il a réussi efficacement dans sa prétention, je suppose qu'il l'ait fait, et c'est dans cette supposition que je dis que ce mot est *aussi différent* dans ses écrits d'avec le même mot dans les autres qui l'ont dit en passant *qu*'un homme mort d'avec et un homme plein de vie et de force. (OC III, p. 424 ; c'est nous qui soulignons)

langue dans celui d'une autre, c'est l'impossibilité de la traduction. On touche ici la différence du sémiotique et du sémantique » (*Problèmes de linguistique générale*, II, Gallimard, 1974, p. 228). Pour Benveniste, le sémiotique est ici ce qui est relatif aux signes, qui ne gagnent du sens que dans ses relations d'opposition aux autres signes : on voit bien le principe d'une sémantique contextuelle (abordée maintes fois par le biais d'une *structure*).

[1] Maronne (2009) souligne l'emploi fréquent du terme « discerner » par Pascal.

[2] Sur l'importance de Montaigne ici, cf. la note de Mesnard et l'introduction de Fumaroli dans Pascal (2001).

[3] Comme rappelle Mesnard dans la note correspondante, l'approximation entre le *cogito* de ces deux penseurs avait déjà été faite par Arnauld dans les *Quatrièmes objections* aux *Méditations*.

[4] On remarquera l'usage important de l'expression *être éloigné* dans un sens figuré par Pascal, en particulier dans l'*Art de persuader*. Voir 14.3.1.

Ici on retrouve bien une analogie de disproportion : la différence entre ce mot dans les écrits de Descartes (qui le place en tant que principe) et le même mot chez d'autres auteurs est comparable (*aussi différent ... que*) à la différence entre un homme mort et un homme plein de vie et de force.

En fait, Pascal va jusqu'à dire que, dans ces différents usages, « ce n'est plus le même mot » (OC III, p. 424). Un auteur utilise le mot de manière isolée, tandis qu'un autre voit la suite de conséquences qu'en peut être tirée. Quant à celui-ci,

> il ne le doit *non plus* à celui d'où il l'a appris, *qu*'un arbre admirable *n*'appartiendra *pas* à celui qui en avait jeté la semence, sans y penser et sans la connaître, dans une terre abondante qui en aurait profité de la sorte par sa propre fertilité.
>
> (OC III, pp. 424-425 ; c'est nous qui soulignons)

Signalons qu'encore ici il s'agit d'une analogie de disproportion. Le manque d'autorité de celui qui avait utilisé le mot au hasard, sans s'apercevoir de son pouvoir de principe d'un système, est comparable à l'ignorance de celui qui jette une semence sans connaître la fécondité de la terre et qui ne la possède pas de droit. La comparaison est ici introduite pas *non plus ... que*. La comparaison avec la fécondité de la semence sera « condensée » par Pascal sous une forme métaphorique :

> les mêmes pensées poussent quelquefois tout autrement dans un autre que dans leur auteur : infertiles dans leur champ naturel, abondantes étant transplantées. (OC III, p. 425)

C'est-à-dire qu'après avoir présenté l'analogie entre les deux domaines Pascal peut parler métaphoriquement de la « fécondité » des pensées[1].

L'exemple est important pour Pascal pour faire encore une autre comparaison : « c'est de cette sorte que la logique a peut-être empruntée les règles de la géométrie sans en comprendre la force » (OC III, p. 425). On n'est pas « entré dans l'esprit de géométrie » simplement du fait d'utiliser des termes géométriques en passant. La critique de Pascal porte sur une erreur de méthode qui, elle, est rapportée à l'usage d'un mot par rapport à une circonstance. Pascal limitera la rigueur des démonstrations à la géométrie, en disant qu'il est inutile de la chercher ailleurs – on reconnaît une réflexion qui serait développée comme la différence entre les esprits de géométrie et de finesse. Mais pour le moment ce qu'il fallait montrer ici était l'usage des comparaisons dans l'*Art de persuader*, en particulier par rapport à l'importance des mots selon la conscience que l'auteur possède de sa place[2].

[1] Comme le note Mesnard, l'image vient de Montaigne : « Et les formes de parler, comme les verbes, s'amendent et fortifient en les transplantant » (*Essais*, III, 5).

[2] On remarquera encore la comparaison entre les géomètres qui possèdent les règles sans savoir les discerner et ceux qui trouveraient « un diamant de grand prix parmi un grand nombre de faux, mais qu'ils n'en sauraient pas distinguer » (OC III, p. 426).

Nous avons vu comment Pascal possède un principe de compréhension des mots selon leur « contexte », si nous pouvons nous autoriser l'usage de ce dernier terme. Un mot n'est pas le même quand utilisé par un auteur qui le jette à l'aventure que par un auteur que l'utilise en tant que principe d'une suite de conséquences – cas de Descartes pour le *Je pense, donc je suis*. Dans l'*Art de persuader* Pascal présente cela d'abord par des différentiations entre des relations et ensuite par des analogies de disproportion qui mettent en rapport le cas de la propriété sur des mêmes mots par des différents auteurs et la semence jetée au hasard et sa fécondité quand en terre fertile. La *disposition*, dans ce cas d'un mot, est toujours importante, et on retrouve toujours un principe semblable à celui du modèle de la balance : un élément ne gagne sa valeur qu'en fonction de sa place.

Annexe D

La comparaison de la chaîne dans les *Écrits sur la grâce*

Dans les *Écrits sur la grâce*, Pascal indique qu'après la Chute la concupiscence attire toujours l'homme, de manière qu'il est devenu un esclave de la délectation. La seule manière de s'en délivrer est de devenir un « esclave de la justice » (cf. Rm 6, 16-18). Néanmoins, dit Pascal dans un mouvement qui rappelle le renversement du pour au contre, même si on cherche à fuir ce qui nous plaît, nous le faisons parce que c'est cela qui nous plaît, et il est impossible à la volonté « qu'elle veuille autre chose que ce qu'il lui plaît de vouloir » (OC III, p. 704). C'est-à-dire qu'on fait toujours ce qui nous délecte le plus, et dans l'état après la Chute on ne peut changer qu'en cherchant ce qu'on veut : « voilà de quelle sorte l'homme étant aujourd'hui esclave de la délectation, il suit infailliblement celle de la chair ou celle de l'esprit, et il n'est pas délivré d'une de ces dominations que par l'autre » (OC III, p. 705). Mais comment l'homme choisirait alors « entre deux délectations égales » ? Pascal propose alors une comparaison, qu'il faut citer dans son intégrité[1] :

> Aussi, si nous voulons nous arrêter sur cette considération métaphysique, et qui n'arrive jamais en effet, elle s'éclaircira bien nettement par cette comparaison. Figurons-nous un homme entre deux amis qui l'appellent, l'un d'un côté, l'autre d'un autre, mais sans lui faire de violence pour l'attirer, n'est-il pas clair qu'il est libre de s'approcher de celui qu'il voudra ? Mais figurons-nous le même homme qu'un de ses amis appelle, et sans lui faire de violence pour l'attirer, mais que l'autre attire à soi avec une chaîne de fer, n'est-il pas visible qu'il suivra le plus fort ? Et enfin figurons-nous que ces deux amis le tirent chacun vers leur côté avec chacun sa chaîne, mais avec différente force, n'est-il pas visible qu'il suivra infailliblement la plus forte attraction ? Et s'il arrive que les efforts par lesquels ils attirent en divers sens soient également forts, il est clair qu'il n'avancera d'aucun côté.

[1] Sur le rapport de cette image à Saint Augustin, voir Sellier (1995 [1970], pp. 334-335).

Figurons-nous maintenant que ce même homme étant placé entre ces deux amis, chacun d'eux le retient avec une chaîne, de peur qu'il ne s'éloigne d'eux davantage : dira-t-on que cet homme ait recouvré sa première liberté, et qu'il soit au même état qu'auparavant, et dans l'indifférence de choisir ? Et n'est-il pas vrai au contraire qu'il est dans l'impuissance d'aller ni d'un côté ni d'autre, et qu'il ne peut s'approcher de l'un si la chaîne qui le tient à l'autre n'est rompue ?

Voilà en quelque sorte une image des deux libertés : la première qui était dans Adam était prochainement indifférente aux opposites sans être liée ni d'un côté ni d'autre ; mais, depuis qu'elle est tombée dans les liens de la concupiscence, elle est maintenant hors d'état de se porter à Dieu, si ce n'est que le lien de sa grâce le tirant avec plus de force, rompe ceux de la cupidité, et lui fasse dire : *Seigneur, vous avez rompu mes liens*[1]. Mais si cette supposition métaphysique arrive, où la bonne et la mauvaise convoitise le lient également, qui ne voit que, bien loin d'être dans sa première indifférence, il y sera moins que jamais ; bien loin d'être dans l'indépendance, il sera tout dépendant ; bien loin d'être libre, il sera esclave des deux côtés ; et bien loin de se pouvoir porter aux opposés, il demeurera immobile ?

Cette comparaison explique à peu près son état, mais non pas parfaitement, parce qu'il est impossible de trouver dans la nature aucun exemple, ni aucune comparaison qui convienne parfaitement aux actions de la volonté. Car il y a cette différence entre le libre arbitre des deux conditions, et cet homme en ces deux états, que quand l'homme est lié de la sorte, quoique son corps soit lié, sa volonté demeure libre ; de sorte qu'il peut vouloir se porter au lieu opposé à celui où il est attiré : au lieu que dans la liberté de l'homme dans les deux conditions, c'est la volonté qui est elle-même liée, et liée par la délectation. C'est pourquoi la comparaison ne pourrait être juste qu'au cas que cette même chaîne qui attire un homme d'un côté, eût la force de porter dans sa volonté un plaisir victorieux qui lui fît aussi infailliblement aimer celui qui l'attire, que sa chaîne attire infailliblement son corps : et lors l'immobilité du corps entre ces deux chaînes qui le retiennent serait une image parfaite de l'immobilité de la volonté entre deux délectations égales.

De sorte que, pour finir cette comparaison, comme cet homme ne serait pas remis en sa liberté par ses chaînes contraires, et qu'il ne pourrait l'être que par le brisement de ses chaînes, ainsi l'homme ne peut pas être remis dans l'indifférence par l'égalité de ses convoitises contraires, et il ne pourrait l'être que par la délivrance de ses deux convoitises ; si bien que, comme l'homme n'est jamais délivré en cette vie de toute la

[1] Cf. Ps. 115, 16.

> concupiscence, il est clair par ses principes qu'il ne peut rentrer dans cette indifférence prochaine de sa première condition. (OC III, pp. 705-707)

Pour parler de la volonté, Pascal utilise une image dans laquelle on retrouve non pas un équilibre par des poids, mais un équilibre qu'on pourrait dire par des *tensions* égales : effectivement, c'est par ce qui *tire* de chaque côté que la situation demeure la même[1].

Si cette comparaison lui permet en effet de bien illustrer la situation, elle ne suffirait pas à comprendre totalement la question : « cette comparaison explique à peu près son état, mais non pas parfaitement, parce qu'il est impossible de trouver dans la nature aucun exemple, ni aucune comparaison qui convienne parfaitement aux actions de la volonté ». La « différence toujours plus grande » qui est la base des analogies de disproportion pascaliennes fait aussi sa présence ici.

Finalement, Pascal montre par la suite que l'homme n'a pas le pouvoir prochain, car pour cela il faudrait que, dans la même mesure que l'homme change, s'attachant ou se détachant des choses du monde, il faudrait que la délectation de la grâce changeât pour suivre son inconstance et « qu'elle augmentât à mesure qu'il s'attache plus au monde, et qu'elle diminuât sa force à mesure qu'il s'en détache » (OC III, p. 707), ce qui serait « monstrueux à la grâce ».

[1] Augustin a vu que l'homme ne peut sortir des péchés que s'il est « tiré par une délectation plus puissante, non pas seulement aussi forte mais plus forte et absolument victorieuse » (OC III, p. 707).

Annexe E

Le *Traité de l'équilibre des liqueurs*

On connaît sous le nom de « Principe de Pascal » celui énoncé au premier chapitre du *Traité de l'équilibre des liqueurs* : « *Que les liqueurs pèsent suivant leur hauteur* » (OC II, p. 1043). C'est-à-dire qu'en comparant des vaisseaux[1] de liquides (fig. E.1), la force nécessaire pour les tenir bouchés ne dépende pas du poids du liquide ni de la largeur des vaisseaux, mais uniquement de la hauteur des liquides et des ouvertures des vaisseaux.

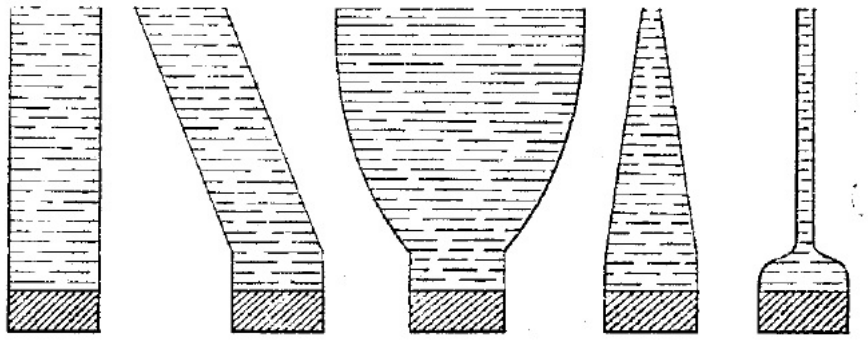

FIGURE E.1 : Schéma illustrant le « Principe de Pascal » (présenté par Duhem (1905)).

Pour la question de la priorité de l'énonciation de ce principe, Duhem (1905) a bien noté que même si les résultats de Pascal étaient déjà connus par Stevin et d'autres, cela n'enlève pas l'intérêt de considérer la *voie particulière* par laquelle Pascal a abouti à ces résultats[2]. Le « Principe de Hydrostatique » dont parle Pascal

[1] Pascal écrit « vaisseau » pour « récipient ».

[2] « on sait communément que, dès la fin du XVI^{e} siècle, Simon Stevin de Bruges était parvenu à donner une théorie complète de l'équilibre des liqueurs ; toutefois, les démonstrations de Stevin procèdent par des voies si différentes de celles que Pascal a suivies que les découvertes du premier

ne serait pas alors du à ce dernier, de même que chaque proposition du *Traité de l'équilibre des liqueurs* a probablement son origine de la main d'un autre scientifique[1]. Alors pourquoi Pascal aurait t-il écrit ce traité ?

La réponse de Duhem vient de la plume même de Pascal, cette fois dans les *Pensées* : « Qu'on ne dise pas que je n'ai rien fait de nouveau ; la disposition des matières est nouvelle » (Sel. 575, Laf. 696). Ce fut Pascal qui donna un « ordre » aux divers résultats de l'hydrostatique qui apparaissent dans son traité, en y donnant un nouveau sens. La réponse de Duhem a un sens assez aigu, puisqu'il reprend des passages qui montrent une sensibilité de Pascal au contexte des mots et des propositions. En effet, on peut dire que chez Pascal un même mot peut « fructifier » différemment selon le contexte dans lequel il est employé[2]. De plus, Duhem indique que chez Pascal le fait de savoir donner le bon ordre d'organisation d'une théorie relève de l'esprit de finesse, et non pas de celui de géométrie[3]. C'est l'esprit de finesse qui peut en effet révéler la « cause » des effets, leur « raison »[4].

Passons au *Traité de l'équilibre des liqueurs*[5], dans lequel Pascal commence par considérer la force nécessaire pour tenir fermé un vaisseau ou un tuyau qui est rempli d'eau, proposant que cette force dépende de la hauteur de la colonne d'eau et de l'aire de l'ouverture du vaisseau, mais non pas du poids de l'eau. Pascal propose le principe disant que « la force nécessaire pour empêcher l'eau de couler par une ouverture est proportionnée à la hauteur de l'eau, et non pas de sa largeur ; et que la mesure de cette force est toujours les poids de toute l'eau qui serait contenue dans une colonne de la hauteur de l'eau, et de la grosseur de l'ouverture » (OC II, p.

---

ne semblent rien ôter à l'originalité du second, et que celui-ci paraît avoir inventé de nouveau tout ce que celui-là connaissait déjà » (Duhem 1905, p. 599). Pour Duhem, une particularité de l'hydrostatique de Stevin est que les travaux des auteurs tels que Galilée et Benedetti reposeraient plutôt sur l'œuvre des anciens, tandis que « les théorèmes énoncés par Stevin, aussi bien que les méthodes par lesquelles le géomètre brugeois les a établis, semblent isolés de toute tradition » (Duhem 1905, p. 602).

[1] Pascal lui-même reconnaît l'antériorité de l'expérience de Torricelli par rapport à son propre travail – cf. la lettre à M. Ribeyre OC II, pp. 804 - 813.

[2] Cf. OC III, pp. 422 - 423. En plus du fragment cité, Duhem renvoie à *L'art de persuader* – voir C.

[3] On sait que Duhem admire la conception pascalienne de l'esprit de finesse, le citant maintes fois et en faisant une appropriation particulière de la division entre finesse et géométrie, (voir Cortese (2016b)). D'ailleurs, on sait que dans *La théorie physique : son objet, sa structure*, Duhem donne une importance fondamentale à l'organisation d'une théorie physique, y compris pour des raisons de fécondité et d'économie de la pensée.

[4] Comme le remarque Descotes (2011, analyse du fragment Sel. 480, Laf. 577), Pascal ne distingue pas toujours la *cause* des effets et la *raison* des effets. Dans Sel. 168, Laf. 136, par exemple, la distinction est faite, tandis qu'elle ne l'est pas dans Sel. 480, Laf. 577 (cf. aussi Thirouin 2015, p. 103).

[5] Le *Traité de l'équilibre des liqueurs*, de même que le *Traité de la pesanteur de la masse de l'air*, n'ont été publiés que de manière posthume, en 1663. Néanmoins ils ont été achevés avant 1654, date de la lettre de Pascal à l'*Académie* Le Pailleur, dans laquelle Pascal déclare l'intention de publier un traité sur le vide (cf. Mesnard OC II, p. 1037). Le célèbre *Traité du Vide*, aujourd'hui perdu, avait été publié quelques années avant, en 1651.

1044).

Dans le deuxième chapitre du traité, Pascal donne « la cause » par laquelle l'équilibre des liqueurs se fait selon leur hauteur et leur base, et non pas selon leur volume, de manière qu'« un petit filet d'eau » peut tenir « un grand poids en équilibre ». Ainsi, d'un vaisseau plein d'eau dont une des ouvertures est un centuple de l'autre, les deux étant fermées par des pistons, « un homme poussant le petit piston égalera la force de cent hommes qui pousseront celui qui est cent fois plus large, et en surmontera quatre-vingt-dix-neuf ».

> Et quelque proportion qu'aient ces ouvertures, si les forces qu'on mettra sur les pistons sont comme les ouvertures, elles seront en équilibre. D'où il paraît qu'un vaisseau plein d'eau est un nouveau principe de mécanique, et une machine nouvelle pour multiplier les forces à un tel degré qu'on voudra, puisqu'un homme par ce moyen pourra enlever tel fardeau qu'on lui proposera.
>
> Et l'on doit admirer qu'il se retrouve en cette machine nouvelle cet ordre constant qui se trouve en toutes les anciennes, savoir le levier, le tour, la vis sans fin, etc., qui est que le chemin est augmenté en même proportion que cette force. (OC II, p. 1045)

Pascal parle ici d'une nouvelle machine mécanique, qui possède le même principe de fonctionnement que plusieurs autres plus anciennes, à savoir un principe selon la proportionnalité entre la force et le « chemin » parcouru. On sait l'importance de la loi du levier pour la statique, et comment elle a été reformulée par Pascal dans les écrits de Dettonville ; évoquons ici simplement la célèbre phrase attribuée à Archimède : « Donne-moi où je puisse me tenir ferme, et j'ébranlerai la Terre ».

C'est un autre aspect de ce passage qui doit retenir notre attention maintenant. Pascal écrit que « *quelque* proportion qui aient ces ouvertures, si les forces qu'on mettra sur les pistons sont comme les ouvertures, elles seront en équilibre ». Il y une sorte de quantification de l'indéfini ici : l'équilibre peut exister pour quelque situation qu'on veut, pourvu que les forces soient proportionnelles aux ouvertures.

Un autre passage est important dans ce sens. Pascal parle de l'équilibre des liqueurs dans la situation où l'on verse du liquide dans un vaisseau avec deux ouvertures, dans chacune desquelles est soudé un tuyau. Si on y verse de l'eau, celle-ci sera à la même hauteur dans chacun des tuyaux pour la situation d'équilibre (les tuyaux ayant la même ouverture). Si on contraire on met des liquides différents, ils seront en équilibre à des hauteurs qui sont en proportion réciproque à leurs poids[1] : ainsi, l'eau est en équilibre avec le vif-argent (le mercure) si sa colonne a quatorze fois plus de hauteur que celle du vif-argent, puisque celui-ci pèse quatorze fois plus que celle-là.

[1] C'est Bossut qui corrige le texte de Pascal, en écrivant « réciproquement proportionnelles » (voir OC II, p. 1049, note).

Le passage qui nous intéresse vient dans la suite, quand Pascal dit que les mêmes considérations seraient valables pour « quelque vaisseau que ce soit, régulier ou non » (OC II, p. 1049), le même équilibre étant retrouvé :

> de sorte que si, au lieu de ces deux tuyaux que nous avons figurés à ces deux ouvertures, on y mettait deux vaisseaux qui aboutissent aussi à ces deux ouvertures, mais qui fussent larges en quelques endroits, étroits en d'autres, et enfin tout irréguliers dans toute leur étendue
> (OC II, pp. 1049-1050)

ainsi on retrouverait le même équilibre que dans le cas des vaisseaux réguliers, car cela ne dépend que de leurs hauteurs et de leurs ouvertures, mais non pas des leurs largeurs.

> Et la démonstration en serait facile, en inscrivant en l'un et en l'autre plusieurs petits tuyaux réguliers ; car on ferait voir, par ce que nous avons démontré, que deux de ces tuyaux inscrits, qui se correspondent dans les deux vaisseaux, sont en équilibre : donc tous ceux d'un vaisseau seraient en équilibre avec tous ceux de l'autre. Ceux qui sont accoutumés aux inscriptions et aux circonscriptions de la géométrie n'auront nulle peine à entendre cela ; et il serait bien difficile de le démontrer aux autres, au moins géométriquement. (OC II, p. 1050)

Or peut voir ici un rapprochement entre un calcul hydrostatique et la « méthode d'exhaustion » archimédienne (voir 12.2.1). La méthode des inscriptions et circonscriptions apparaît ici comme le moyen de ramener le cas irrégulier au cas régulier. Néanmoins, on peut croire qu'il ne s'agit pas ici purement de la « méthode des anciens », comme Pascal l'appellera plus tard. Pascal écrit que deux tuyaux inscrits, correspondants dans les deux vaisseaux, sont en équilibre, et que « donc *tous* ceux d'un vaisseau seraient en équilibre avec *tous* ceux de l'autre » : le langage « collectif » de *toutes* les portions de chacune des grandeurs rappelle la méthode collective des indivisibles de Cavalieri. En effet, on peut trouver un tuyau dans chaque vaisseau qui soit correspondant à un tuyau de l'autre vaisseau, les deux étant en équilibre, alors l'ensemble des tuyaux d'un vaisseau correspondra à l'ensemble des tuyaux de l'autre vaisseau, et les deux vaisseaux seront en équilibre. Le cas irrégulier est ainsi calculé par le cas régulier. Si dans les *Lettres de A. Dettonville* Pascal propose que ces portions régulières soient en quantité « indéfinie », ici il se limite à écrire qu'elles sont « plusieurs ». Mais la méthode des indivisibles qu'on y découvre de manière implicite peut faire croire que sous ce « plusieurs » se cache déjà la notion d'une indéfinéité. Quoique Pascal reprenne ici une méthode « classique », notre interprétation est qu'il le fait en la donnant une nouvelle signification, car dire « tous » les éléments est parler d'une totalité qui n'était pas chez Archimède, et qui comporte une quantification de l'indéfini.

Un autre aspect doit être mis en avant ici. Dans le *Traité de l'équilibre des liqueurs*, Pascal expose le principe « que les liqueurs pèsent suivant leur hauteur », et non selon leurs poids, comme on pourrait croire d'abord. Une des preuves que Pascal en fait est la suivante (fig. E.2) : un vaisseau rempli d'eau est bouché, et on y attache un fil qui passe par le tuyau jusqu'au bras d'une balance. À l'autre bras de la balance, on attache un poids de cent livres, pour découvrir que l'eau du tuyau, qui ne pèse qu'une once, est en parfait équilibre.

FIGURE E.2 : Cinquième figure du *Traité de l'équilibre des liqueurs*

> et, *si peu qu'on diminue de ces cent livres, le poids de l'eau fera baisser le piston*, et par conséquent baisser le bras de la balance où il est attaché, et hausser celui où pend le poids d'un peu moins de cent livres.
> (OC II, p. 1043 ; c'est nous qui soulignons)

Or l'intéressant de ce passage est de voir que Pascal identifie *cette petite quantité qui altère l'équilibre de la balance*[1]. On y voit une ressemblance avec le sens du mot « moment » en tant que ce qui rompt l'équilibre (voir G). Il semble que Pascal ait été sensible ici au fait qu'une quantité si petite qu'on veut suffit pour altérer l'équilibre

[1]Également, dans le *Traité de la pesanteur de la masse de l'air*, Pascal écrit pour le cas d'un siphon : « si un des vaisseaux est tant soit peu plus haut que l'autre, par exemple d'une pouce, tout le vif-argent du vaisseau plus élevé montera dans le siphon jusques au haut (...) » (OC II, p. 1075). Ce changement de « si peu que l'on voudra » qui permet de créer le vide avait été remarqué par Pascal dès 1647. Dans la septième maxime de la conclusion des *Expériences nouvelles touchant le vide*, il écrivait : « Qu'une force plus grande, de si peu que l'on voudra, que celle avec laquelle l'eau de la hauteur de trente et un pieds tend à couler en bas, suffit pour faire admettre ce vide apparent, et même si grand que l'on voudra ; c'est-à-dire pour faire désunir les corps d'un si grand intervalle que l'on voudra, pourvu qu'il n'y ait point d'autre obstacle à leur séparation ni à leur éloignement que l'horreur que la nature a pour le vide » (OC II, p. 508).

de la balance. Cela serait à rapprocher aux petites portions de Dettonville qui, même étant indéfiniment petites, ne sont pas pour autant rien, mais « pèsent » sur la balance (voir 8). Il faut rappeler que Pascal est arrivé à l'étude de la pesanteur de la masse de l'air à partir des considérations sur l'équilibre entre les « liqueurs », c'est-à-dire, entre les forces des poids des liquides.

Parler d'équilibre pour le cas des liqueurs n'est pas une innovation pascalienne. Archimède notamment avait développé non seulement une statique mais une hydrostatique, domaine qui a été repris par exemple par Stevin. D'ailleurs, « la correspondance entre l'équilibre des liqueurs et les lois du levier avait été déjà remarquée en 1612 par Galilée » (Mesnard, OC II, p. 1039). L'importance de la notion de l'équilibre et de la balance est en effet fondamentale dans l'étude pascalienne des liqueurs, ce qui apparaît même dans son vocabulaire : il emploie dans le *Traité de l'équilibre des liqueurs* les mots « contrebalancer » (OC II, p. 1044), « contre-peser » (p. 1044) et « contrepoids » (p. 1051), vocabulaire qui sera repris dans les *Pensées* (voir 8.1).

Annexe F

La limite d'une colonne de liqueur

Un des endroits de l'œuvre pascalienne dans lequel une limite apparaît de la manière la plus claire est dans ses réflexions sur la masse de l'air. En effet, dans le *Traité de la pesanteur de la masse de l'air* il écrit : « comme la sphère de l'air n'est pas infinie en son étendue, et qu'elle a des bornes, aussi la pesanteur de la masse de tout l'air n'est pas infinie » (OC II, p. 1062)[1].

Si la colonne d'eau et la colonne de vif-argent[2] qui apparaissent dans un tuyau renversé dans un vaisseau[3] peuvent varier légèrement dans leurs hauteurs, cela est toujours dû aux conditions dans lesquelles ces expériences sont faites : la température, la hauteur de l'endroit où l'on est. Deux tuyaux renversés dans un vaisseau[4] plein de liquide, ayant le même liquide et étant au même endroit, auront des colonnes de même hauteur. Il y a bien une limite pour cette colonne de liquide, car on peut descendre jusqu'à un point limite dans la terre, cas où cette hauteur sera maximale. La hauteur est finie car la pesanteur de la masse de l'air est finie – et cela, comme le dit Pascal, est dû au fait que la « sphère de l'air » qui environne la terre n'est pas infinie[5].

Dans la conclusion des traités *de l'équilibre des liqueurs* et *de la pesanteur de la masse de l'air*, Pascal critique alors l'opinion de quelques-uns de ses prédécesseurs :

> Car ils s'étaient imaginé qu'une pompe élève l'eau non seulement à dix ou vingt pieds, ce qui est bien véritable, mais encore à cinquante, cent, mille, et autant qu'on voudrait, sans aucunes bornes.
>
> Ils ont cru de même qu'il n'est pas seulement difficile de séparer deux

[1] Pascal en tire la conséquence suivante : « comme cette pesanteur n'est pas infinie, et qu'elle a des bornes, aussi ses effets doivent être limités » (p. 1080).

[2] À savoir, le mercure.

[3] Il faut comprendre « récipient » pour « vaisseau ».

[4] Un récipient

[5] Pascal l'avait déjà aperçu en 1647 : dans la sixième maxime de la conclusion des *Expériences nouvelles touchant le vide*, il écrivait : « Que la force de cette inclinaison [des corps à remplir le vide] est limitée, et toujours égale à celle avec laquelle l'eau d'une certaine hauteur, qui est environ de trente et un pieds, tend à couler en bas » (OC II, p. 508).

> corps polis appliqués l'un contre l'autre, mais que cela est absolument impossible ; qu'un ange, ni aucune force créée, ne le saurait faire (...)
> (OC II, p. 1098)

Mais ces auteurs n'ont point fait d'expérience avec des siphons qui monteraient à plus de 32 pieds pour voir comment cela se passerait. S'ils l'avaient fait, ils auraient découvert que cela n'est pas possible dans les faits.

> De sorte qu'ils ne se sont pas imaginé qu'il y eût un certain degré après lequel il en arrivât autrement. Ils ont pensé que c'était une nécessité naturelle, dont l'ordre ne pouvait être changé ; et comme ils croyaient que l'eau montait par une horreur invincible du vide, ils se sont assurés qu'elle continuerait à s'élever, comme elle avait commencé sans cesser jamais ; et ainsi, tirant une conséquence de ce qu'ils voyaient à ce qu'ils ne voyaient pas, ils ont donné l'un et l'autre pour également véritables.
> (OC II, p. 1099)

C'est dans ce contexte que Pascal cite Galilée, lequel dans ses *Dialogues* déclare avoir appris des fontainiers italiens que l'eau ne peut être élevée par des pompes que jusqu'à une hauteur il s'agit d'une question de limite absolu[1]. Pour Pascal, en effet, on peut démontrer le phénomène qu'on ne peut faire monter l'eau que jusqu'à une certaine hauteur, identifiant ces effets à la pesanteur de l'air : « puisque la pesanteur étant limitée, elle ne pouvait pas produire un effet infini » (OC II, p. 1100).

Il est clair ainsi que la science pascalienne ne saurait pas traiter toutes les limites du monde comme étant relatives à leur considération : le cas de la colonne d'eau en donne un contre-exemple.

[1] Pour la question d'une « mesure absolue » de la nature chez Galilée, voir Rey (2013).

Annexe G

L'histoire du terme « moment » dans la Statique

G.1 Archimède à la Renaissance

Nous considérons ici le terme « moment » dans l'histoire de la Statique. Dans les travaux connus aujourd'hui comme *De l'équilibre des figures planes*, *Des corps flottants*, *La quadrature de la parabole*, Archimède avait donné des éléments d'une théorie de l'équilibre, par la quête des centres de gravité[1]. Aux XVI^{e} et XVII^{e} siècles, plusieurs essais pour reconstruire la théorie archimédienne de l'équilibre ont été faits par Maurolico, Tartaglia, Commandino, Guidobaldo dal Monte, Stevin, Galilée (Frank 2015, p. 431), dans une période très riche dans le domaine[2].

Traiter de l'équilibre des figures (voir annexe E), revient à considérer les conditions dans lesquelles on a non seulement des *poids* égaux dans les bras égaux d'une balance, mais encore celles selon lesquelles des poids inégaux s'équilibrent à des distances inégales du point d'appui. Il s'agit de la célèbre Loi du levier archimédienne, énoncée aux propositions 6 et 7 du premier livre du *De l'équilibre des figures planes* : des poids s'équilibrent à des distances inversement proportionnelles au point d'appui

[1]Nous soulignons encore que notre propos ici n'est pas celui de faire une histoire de la statique. En effet, Archimède n'est certainement pas le seul créateur de cette discipline. Il faudrait non seulement considérer plus en détail la réception d'Archimède pendant le Moyen Âge (tâche à laquelle M. Clagett a grandement contribué), mais en outre les *Problemata Mechanica* du Pséudo-Aristote, le *Commentaire* d'Eutocius au premier des livres du *De l'équilibre des figures planes*, la contribution de Pappus dans sa *Collection* et l'apport de Héron d'Alexandrie, la réception du livre X du *De Architecture* de Vitruve, le *De ponderibus* (parfois attribué à Jordanus Nemorarius), etc. Notre propos ici est autre : renvoyant aux références citées pour une historiographie de la Statique, nous ne ferons que soulever quelques questions philosophiques à partir de certaines traductions de termes, sans perdre de vue les liens avec Pascal.

[2]Pour Frank (2015, p. 422), Commandino a « réinventé » la théorie perdue d'Archimède sur le centre de gravités des corps solides. Napolitani et Saito (2004) parlent d'une « révolution » dans cette Renaissance mathématique. La mort de Maurolico et de Commandino à la même année de 1575 finirait la période de redécouverte, pour inaugurer celle de l'assimilation.

de la balance. Pour que cette loi puisse être considérée, il faut travailler non plus avec la notion de *poids*, mais avec une nouvelle quantité. Cette nouvelle notion a été introduite quelques fois par le terme *aequeponderare*, d'autres fois par *momentum* et finalement par *gravitas secundum situm* (Frank 2015, p. 430)[1]. En fait, comme le montre Galluzzi (1979, p. 57), il y a une grande oscillation dans l'acception du terme *momentum* dans les XV^{e} et XVI^{e} siècles, en mécanique le terme pouvant signifier soit le poids soit le produit du poids pas la distance – exactement la distinction dont il est question ici[2]. Nous y reviendrons.

Dans ce qui a été appelé par quelques-uns une « renaissance mathématique », plusieurs auteurs ont repris des travaux de mathématiciens grecs, notamment Archimède, en essayant d'élargir les résultats de certaines théories pour d'autres cas. En ce qui concerne les centres de gravité, par exemple, Commandino (1506-1575) et d'autres ont cherché des centres de gravité de figures solides, tandis que les travaux restants d'Archimède étaient limités à des cas de figures planes[3].

Un texte fondamental dans ce domaine est le traité d'Archimède généralement appelé en français *De l'équilibre des figures planes* : comme nous l'avons vu, ce traité est à la base de certaines des procédures des *Lettres de Dettonville*, et il avait été édité au XVI^{e} siècle, à côté d'autres traités d'Archimède : en 1543 Tartaglia a édité ce traité, ainsi que le premier livre du *Des corps flottants*[4] ; en 1544, Ioannem Hervagium l'a édité[5] ; Maurolico a fait une « version » de ce traité : *Archimedis de momentis aequalibus ex traditione Francisci Maurolyci*[6] ; Commandino (1506-1575) a publié plusieurs œuvres d'Archimède[7], mais il n'a pas édité le *De l'équilibre des figures planes* : c'est son disciple Guidobaldo dal Monte (1545-1607) qui en a fait une « paraphrase »[8] (cf. Frank 2015) ; finalement, en 1615 David de Flurence-Rivault a édité les œuvres d'Archimède[9].

[1] Pour Frank (2015), la théorie archimédienne de l'équilibre peut être résumée en trois concepts clés : le poids, le moment (ou équivalent) et le centre de gravité.

[2] Sur le fait de parler du moment comme un « produit », il faut rappeler que cela est un apport moderne, n'étant pas chez Archimède.

[3] Cela a été altéré, nous l'avons déjà mentionné, avec la découverte de *La méthode* en 1906. Des histoires générales du calcul ont donné de l'attention à la quête pour les centres de gravité à la fin du XVI^{e} – comme Baron (1987 [1969]), qui considère les œuvres de Maurolico, Commandino, Stevin et Luca Valerio.

[4] *Opera Archimedis Syracusani philosophi et mathematici ingeniosissimi...*, Venise, V. Rubinum, 1543.

[5] *Archimedis Syracusani Philosophie ac Geometrae excellentissimi Opera quae extant omnia...*, Basilée, Thomas Geschauff (Venatorius), 1544.

[6] In *Admirandi Archimedis Syracusani monumenta omnia quae extant* ..., Panormi [Palermo], 1685.

[7] *Archimedis opera nonnula...*, Venice, 1558, et *De iis quae vehuntur in aqua*, 1565 [généralement connu comme *Des corps flottants*].

[8] *Guidobaldi e marchionibus montis in duos Archimedis aequeponderantibus libros paraphrasis scholiis illustrata*, Pisauri, 1588.

[9] *Archimedis opera quae extant. Novis demonstrationibus commentariisque illustrata, per Davidem Rivaltum a Flurentia*, Parisiis, 1615. Nous n'avons pas pu consulter ce livre.

Quant à Commandino, encore qu'il n'ait pas édité ce livre, son rôle dans la réception de la Statique archimédienne et dans le contexte des centres de gravité au XVI^{e} est également important, puisque son *Liber de centro gravitatis solidorum* (1565) était motivé par quelques questions sur l'équilibre qu'il avait rencontré dans la traduction du *Des corps flottants* d'Archimède, son travail éditorial allant de pair avec son travail de mathématicien. Dans l'introduction de ce livre, Commandino déclare avoir pris plus de temps pour publier son travail, une fois qu'il avait été averti de la publication du *Archimedis de momentis aequalibus* par Maurolico. Ce dernier ouvrage apparemment ne voyant pas le jour (voir ci-dessous), Commandino estime qu'il faut publier son propre travail, car on ne pouvait plus attendre celui du *vir doctissimus* qui était Maurolico.

Il est à noter que si Maurolico appelle ce traité *De momentis aequalibus*, Guidobaldo dal Monte dans sa paraphrase parle *in duos Archimedis aequeponderantibus libros*. Autrement dit, la traduction du titre n'est pas la même. Si dans le premier il est question d'égalité de *momentum*, dans le deuxième il est question d'*aequeponderare*. Cette variation de traduction, comme nous le verrons, n'est nullement négligeable[1].

Mais l'histoire des textes d'Archimède concernant l'équilibre est plus complexe. En outre des traités mentionnés, il faudrait considérer l'existence d'un traité perdu d'Archimède dont le titre serait Περὶ Ζυγῶν, signalé par Pappus dans sa *Collection*[2]. D'ailleurs, Carra de Vaux a découvert un manuscrit en arabe qu'il attribue à Héron d'Alexandrie, lequel serait probablement la source des références de Pappus et dont le titre est Βαρο υλκος, *L'ascenceur*[3].

On peut imaginer l'existence de ce traité non seulement par des témoignages, mais aussi pour une raison de cohérence qu'on aimerait retrouver dans l'œuvre d'Archimède (bien que ce dernier argument ne soit évidement pas probant, mais

[1]Pour cette question terminologique, Commandino semble être plus près de Maurolico, puisque la définition donnée au début du *Liber de centro gravitatis solidorum* (« Centrum gravitatis uniuscuiusque solidae figurae est punctum illud intra positum, circa quod indique partes aequalium momentorum consistunt ») fait usage de la notion de l'égalité de *momentum*. Néanmoins, ce passage de Commandino constitue une exception (Galluzzi 1979, pp. 60-61)

[2]Pappus, *Collectio*, livre 8, éd. Hultsch, 1876, vol. 3, p. 1068, passage dans lequel Pappus évoque le traité d'Archimède et les la théorie mécanique de Philon et d'Héron pour justifier le fait que dans le cas des cercles concentriques la force des cercles extérieurs surpasse celle des cercles intérieurs. À propos de la possible existence du Περὶ Ζυγῶν cf. par exemple Vailati (1987 [1897], p. 112). Par rapport au nom de ce traité, Ver Eecke (1955, 132, note) et Benvenuto (1991, p. 45) écrivent Περὶ Ξυγῶν pour ce traité, ce que nous semble être une faute. Panos D. Bardis (« Archimedes's Lost Work "On Balances" : First English Translation of the Section on the Balance", *Social Science*, Vol. 56, No. 1 (winter 1981), pp. 40-42) déclare avoir traduit le traité, à partir d'une copie en arabe découverte par V. N. Rao et traduite par E. Stamatis pour l'anglais. Pourtant, ce texte ne vient sûrement pas d'Archimède : cette version ne contient pas le théorème mentionné par Pappus, et si elle aurait une origine grecque ce serait plus probablement de l'œuvre de Ménélaüs (Simms, D. L. « The legend of Archimedes and his bath », in *Atti della "Fondazione Giorgio Ronchi", ano LXII, 2007, n. 4, p. 573.*).

[3]Carra de Vaux, *Les mécaniques ou l'Élevateur (Βαρο υλκος) de Héron d'Alexandrie*, « Journal Asiatique », 1893, vol. 1, p. 420 ss. (cf. Vailati 1987 [1897], p. 102).

seulement une motivation). Après la mort de Pascal, le 1er février 1667 (1668 ?), Roberval a examiné l'*Aequiponderantibus* d'Archimède à l'Académie Royale des Sciences :

> Il semble qu'Archimède suppose un autre livre précèdent où il a démontré certaines choses, qu'il suppose quand il dit « sicut demonstratum est », comme la première position [*sic*] semble demander une définition de la distance qu'il n'a point mise. Il suppose qu'il y a un Centre de gravité, et qu'il n'y a qu'un. (...)[1].

Roberval constate donc qu'Archimède présuppose l'existence de certains concepts clés, comme le centre de gravité, ce qui devrait apparaître dans un traité antérieur.

Vailati (1987 [1897]) se propose de reconstruire la suite de considérations d'Archimède pour arriver à la démonstration de la Loi du levier (*De l'équilibre des figures planes*, I, prop. 6 et I, prop. 7 ; une deuxième version apparaît au début du livre II), à partir des textes de Pappus et de Héron, ainsi que par l'explicitation de présupposés implicites dans l'œuvre d'Archimède[2]. En effet, dans ce passage Archimède a recours à des propriétés des centres de gravité qui ne sont pas traitées dans ce texte, et qui en en principe pourraient être contenues dans le traité perdu sur la balance. Vailati reconstitue une suite dans laquelle Archimède aurait démontré l'existence du centre de gravité d'un solide à partir de certaines conditions d'équilibre qui seraient considérées par lui comme plus élémentaires, pour ensuite pouvoir démontrer la Loi du levier. Il n'est pas notre propos d'évaluer ici la reconstruction de Vailati, qui étant fort intéressante n'est pourtant probablement pas archimédienne à la lettre[3]. Nous ne voudrons ici que discuter un aspect de la conclusion de Vailati.

Vailati conclut en remarquant que quand Archimède part de considérations sur les centres de gravité pour arriver à la Loi du levier, et non pas le contraire, cela pourrait nous paraître un ordre opposé à celui que nous considérerions naturel. Pour Vailati, cela serait peut-être dû à l'aversion d'Archimède pour l'usage de « considérations infinitésimales », auxquelles il serait obligé d'avoir recours dans le passage du cas discontinu au cas continu dans la distribution des poids,

> c'est-à-dire, pour effectuer l'extension du principe du levier (énoncé d'abord sous sa forme la plus simple, qui fait référence au cas d'une barre non pesante soutenue par un de ses points et aux extrêmes de laquelle sont

[1] Archives de l'Académie des Sciences, Procès-verbaux de l'Académie Royale des Sciences, le 1er février 1667 (1668 ?), PV 1, p. 251 ; orthographe modernisée.

[2] Vailati trouve étrange que Maurolico et Commandino, en restaurant l'œuvre d'Archimède, n'aient pas remarqué le manque de la démonstration de l'existence des centres de gravité. En revanche, Guidobaldo del Monte et Luca Valerio postulent explicitement l'existence d'un tel point. Pour Benvenuto (1991, pp. 50-55), cela peut mettre en doute la reconstruction de Vailati, puisque selon Guidobaldo del Monte et Luca Valerio dans l'ancienne conception de la « science des poids » le centre de gravité n'était pas subordonné à des principes statiques.

[3] Voir Benvenuto (1991, pp. 50-55).

> suspendus deux graves) au cas plus général d'un grave soutenu par un ou deux de ses points. (Vailati 1987 [1897], p. 112 ; notre traduction)

Or il s'agit justement du problème de Pascal dans les *Lettres de A. Dettonville*. On part d'un paradigme : le cas du levier comme étant une balance droite avec des poids discrets, c'est-à-dire, une distribution discontinue. Ensuite Pascal généralise son modèle pour avoir une méthode générale pour tous les centres de gravité. Afin de le faire, il faut considérer une balance plus complexe, formée par rapport à n'importe quelle grandeur, quand on considère des plans parallèles qui coupent celle-ci. Une condition fondamentale est la multitude de ces plans : ils sont en nombre indéfini.

Il n'est pas notre propos ici de juger si Archimède aurait en effet une aversion pour des méthodes infinitésimales[1]. Néanmoins, il est intéressant de reprendre la question pour considérer le parcours de Pascal. S'il n'est pas immédiat de parler ici de « considérations infinitésimales », Pascal, lui, propose une méthode des indivisibles dans laquelle il est plutôt question de « densité » que de « continuité » dans le modèle de la balance (voir 8).

Soulignons, finalement, que Pascal ne définit pas non plus le centre de gravité (Descotes 2001a, p. 126), concept central pour les *Lettres de A. Dettonville*, étant l'objet même de la moitié des problèmes proposés.

Un autre contexte dans lequel Archimède se sert de la Loi du levier est le traité *De la quadrature de la parabole*. Ce traité est important car certains y ont identifié une première opération de « quadrature »[2]. Archimède y utilise la Loi du levier pour la détermination des centres de gravités. Dans la sixième proposition, en particulier, Archimède a recours à la Loi du levier pour déterminer l'aire de la parabole[3]. Il faut noter que quand Pascal fait référence à Archimède dans les *Lettres de A. Dettonville* pour dire qu'un résultat est « donné », il est souvent question de l'aire ou du centre de gravité de la parabole, ou d'un segment de cercle[4]. Il faut alors considérer que la loi du levier intervient encore une fois dans les calculs de Pascal, non seulement par son modèle de la balance, mais par les résultats qu'il reprend d'Archimède comme « données » (voir 10.3.2).

Le possible traité perdu d'Archimède aurait, on l'a vu, le titre de Περὶ Ζυγῶν. Or ζυγόν a été traduit par *statera* en latin, c'est-à-dire, « balance »[5]. D'autre part, le titre du traité archimédien qui nous est parvenu et que nous nommons *De l'équilibre des figures planes* était originalement nommé Περὶ τῶν ἰσορροπιῶν. Mais ἰσόρροπος

[1] Pour le faire au présent jour, d'ailleurs, il faudrait considérer *La méthode* d'Archimède, qui n'a été découverte qu'en 1906, c'est-à-dire, après le texte de Vailati.

[2] Par exemple Vailati (1987 [1898]).

[3] Sur la réception de cette proposition par Commandino et par Guidobaldo dal Monte, voir Frank (2015).

[4] Par exemple : « l'espace MZP sera une portion de parabole, et son centre de gravité Y sera donné par Archimède » (OC IV, p. 506). Voir aussi OC IV, p. 497, p. 498, p. 505, p. 514, p. 519.

[5] ζυγόν est aussi *jugum* en latin, c'est-à-dire, « joug ». Il s'agit alors non simplement de la balance, mais du fléau de la balance.

signifie plutôt « de moment égal » (Galluzzi 1979, p. 60), et non pas « en équilibre ». Distinguer les notions de ζύγον et de ἰσορροπία apparaît dès lors fondamental.

La tâche n'est pas facile. Selon le Bailly, ἰσορροπία signifie « équilibre », et selon Ernout et Meillet *aequelibris* traduit ἰσόρροπος[1]. Il y a donc des périodes dans lesquelles l'acception de ἰσορροπία est équivalente à celle de *aequelibris*. Pourtant, les remarques de Galluzzi nous font voir que dans l'histoire du mot en tant que terme technique dans les sciences cette différentiation est nécessaire.

Reprenons d'abord le sens étymologique du mot latin *aequelibris*. Le premier sens de *aequus* est « uni, plan dans le sens horizontal, qui ne présente pas d'inégalités ». De ce sens physique seraient dérivés des sens moraux :

> 1*o*. « égal, ne penchant d'aucun côté », et par suite « juste, impartial » (souvent avec nuance laudative et joint à *bonum*)[2]

Quant au Gaffiot, il donne comme premier sens de *aequus* « plat, uni, plan ».

C'est-à-dire que la notion même d'égalité de *aequus* est dérivée d'un sens physique d'un plan qui ne se penche pas, tel le fléau de la balance. Dans le sens dérivé, le mot désigne l'égalité ; mais de quelle égalité s'agit-il dans le mot *aequelibris* ? Le mot *libra* est ainsi expliqué par Ernout et Meillet :

> sens général « objet qui sert à peser » ; de là deux acceptions spéciales :
>
> 1*o*. livre, poids de 12 onces (...), unité monetaire romaine (...)
>
> 2*o*. balance (= σταθμός, τάλαντον) à deux plateaux ou à contrepoids (...)[3]

Le champs sémantique est déjà assez intéressant ici : *libra* pouvant être soit un poids soit la balance. S'il s'agit du poids, on peut avoir une égalité de poids (*aequelibris*), en rappelant que cette égalité même acquiert son sens de manière dérivée par rapport à la balance[4]. Comme on verra, une situation semblable apparaît pour ῥοπή, qui peut désigner soit un poids soit l'effet du poids[5].

Passons alors au grec, dans le but de comprendre quelle traduction on devrait avoir pour le traité d'Archimède. ἰσόρροπος dérive de ῥοπή, terme qui a été quelques fois traduit en latin par *momentum*. La question est complexe, chacun de ces deux termes ayant plusieurs acceptions dans différentes périodes. Si Galluzzi (1979) ne prétend pas faire une histoire exhaustive du terme, se centrant sur son importance pour Galilée, son chapitre initial peut servir de guide à des questions sur ces termes.

[1] *Dictionnaire étymologique de la langue latine*Paris : Klincksieck, 4éd., 1959.

[2] Ernout et Meillet, *op. cit.*

[3] *Idem.*

[4] Quant au Gaffiot, les trois sens donnés pour *libra* sont « livre romaine (poids) » ; « mesure pour les liquides » ; et « balance ».

[5] Chez quelques auteurs, ῥοπή est « l'effet de l'inclinaison », tandis que βάρος désigne le « poids ».

Comme souligne Galluzzi, ῥοπή vient du verbe ῥέπω, « pencher », « s'incliner » (Bailly). Le dictionnaire de Liddell-Scott donne plusieurs acceptions à ῥοπ́ῃ[1] ; selon Galluzzi, elles peuvent s'articuler autour de trois significations principales[2] : 1/ moment (inclinaison) de la balance ; 2/ poids sur la balance ; 3/ moment de temps critique, décisif.

Galluzzi remarque encore que dans le Grec ancien on ne trouvait pas l'acception temporal de ῥοπή. Celle-ci apparaîtrait d'abord dans la Bible des LXX (Galluzzi 1979, p. 5 ; cf. chap. 2), ainsi que la signification de « poids minimale », de « ajout insensible ».

Il est intéressant de noter que Galluzzi retrouve dans les lexiques grecs un rapport fondamental entre ῥοπή et la balance[3]. Celui-ci n'est pas le même que *momentum* chez les auteurs latins classiques, le rapport à la balance n'apparaissant que plus tard. D'autre part, pour Galluzzi l'acception de *momentum* devient plus restrictive entre le Ve et le XIVe siècles, le terme étant surtout associé à son acception temporelle. Avec l'humanisme, finalement, il y aurait une récupération du sens original de *momentum*.

L'histoire de ces termes est extrêmement dense et constituerait une thèse en soi, le livre de Galluzzi étant un point de départ. Fixons-nous sur quelques aspects de cette histoire de changements de sens et de traductions. Aussi bien ῥοπή que *momentum* ont reçu à différentes périodes l'acception de *poids* et l'acception de *effet d'inclinaison dû au poids*, c'est-à-dire ce qui rompt l'équilibre, en outre des acceptions temporelles de ces termes (instant de temps, variation instantanée). Cette inclinaison, selon la loi du levier, est due au poids et à la distance au point d'appui de la balance, et c'est cette différence – entre le poids et la force due au poids et à sa distance – qui nous intéresse principalement ici. C'est elle qui permet une « condensation » conceptuelle pour la formulation de la loi du levier, y compris dans le cas extrême qu'est celui des sommes triangulaires de Dettonville. Pour celles-ci, l'important est la considération de l'*ensemble* de la balance. On ne considère pas seulement un poids et sa distance au point d'appui de la balance, mais plusieurs poids régulièrement distribués par le bras de la balance. Cela permet de rendre compte d'un attribut de l'ensemble de la balance : son centre de gravité.

Nous devons maintenant considérer brièvement l'apparition du terme chez Maurolico, une des sources pour les *Lettres de A. Dettonville*. Il sera ensuite question de considérer, toujours suivant Galluzzi (1979), le sens de ces termes dans la tradition chrétienne, de laquelle Pascal est également redevable.

[1] H. G. Liddell - R. Scott, *A Greek-English Lexicon*. Revised and augmented by Sir H. Stuart Jones with the assistence of R. Mackenzie. With a supplement edited by E. A. Barber, Clarendon Press, Oxford, 1973.

[2] Nous nous limitons à reprendre cette analyse lexicographique de Galluzzi sur le Liddell-Scott, car notre propos n'est pas ici de délimiter le sens du terme en général pour la langue grecque, mais uniquement de souligner avec Galluzzi l'ambiguïté du terme, fait crucial pour les traductions postérieures.

[3] Par rapport au critère d'ordination du dictionnaire de Liddell et Scott, Galluzzi (1979, p. 5) propose que ῥοπή est d'abord un terme utilisé de manière propre par rapport à la balance, et n'est qu'ensuite qu'il gagne d'autres sens propres et métaphoriques.

G.2 Maurolico et le *momentum*

Sur Francesco Maurolico (1494-1575), un fait important à rappeler est qu'il était né à Messina, en Sicile – à moins de deux cent kilomètres de Syracuse, ville d'Archimède. Prêtre de l'ordre des Bénédictins, il a vécu la plus grande partie de sa vie en Sicile. Cela fait penser que l'accès à l'œuvre archimédienne pourrait en principe lui être plus accessible ; la question n'est pas facile, puisque l'édition partielle sur laquelle il s'est basé, celle de Borelli (Messina, 1670-1672) a été presque entièrement perdue[1]. Maurolico avait une formation « humaniste », et avait une grande culture grecque (Rose 1975).

Maurolico, nous l'avons vu, traduit le traité d'Archimède comme *De momentis aequalibus*. Il donne quelques définitions intéressantes à reprendre ici (cf. Galluzzi 1979, p. 52) :

> VIII. *Momentum est vis ponderis a spatio quopiam contra pendentis.*
>
> IX. *Unde ponderum aequalium momenta possunt esse inaequalia ; et è contrario continget momentorum aequalium pondera esse inaequalia.*
>
> X. *Aequalia enim momenta sunt gravium aequè ponderantium sive aequè pendentium*[2].

On voit clairement que Maurolico distingue ici *momentum* et *pondus* : on peut avoir des *ponderum* égaux avec des *momenta* inégaux (c'est le cas quand leur distance au point d'appui n'est pas la même), ainsi que des *ponderum* inégaux avec des *momenta* égaux (si les distances au point d'appui sont inversement proportionnelles aux poids : c'est la loi du levier). Quand les *momenta* sont égaux, finalement, les graves sont dits être *aequeponderantium* ou *aequependentium*[3].

Il convient de rappeler évidemment qu'on lit la version *ex traditione Francisci Maurolici* : il ne s'agit pas ici du traité d'Archimède, mais d'un texte créé à partir de celui-ci, et donc la distinction posée de cette manière est plutôt d'un « Archimède » de Maurolico au XVI^{e}, que de l'Archimède de l'Antiquité. Maurolico change l'organisation du traité, corrige des passages et ajoute des propositions au texte[4].

[1] *Complete Dictionary of Scientific Biographies*, « Maurolico », article consulté dans Encyclopedia.com, accès le 11 octobre 2016.

[2] *Admiranda Archimedis Syracusani monumenta*, p. 86.

[3] Frank (2015, p. 426) propose le néologisme « *aequipondérer* » (« *aequiponderates* », en anglais), pour rendre *aequeponderare* (latin) et ἰσορροπεῖν (grec), en notant que traduire ces verbes latin et grec par « être en équilibre » est imprécis. Le texte latin de Heiberg cité par Frank (*Archimedes, Opera omnia cum commentariis Eutocii*, vol. II, Leipzig : Teubner, 1913, p. 273) semble aller déjà dans ce sens, puisqu'on lit *aequilibritatem servet* pour traduire ἰσορροπείτω. Commandino, par exemple, avait écrit *aequiponderare* [sic] pour ce passage (*Archimedis opera nonnula...*, *Quadratura paraboles*, p. 20). Maurolico lui-même, probablement pour faire justice à la tradition du nom du traité, écrit dans la table de matières de son *Admirandi Archimedis Syracusani Monumenta omnia mathematica, quae extant ...* le titre *De Aequiponderantibus, sive de Momentis aequalibus. Libri IV.*

[4] Pour Rose (1975), Maurolico possède une conception de la « renaissance mathématique » selon

Il est vrai que ce livre probablement n'a pas été connu au XVI^{e} siècle. Nous ne connaissons qu'une version de 1685, et il n'est pas certain que des éditions antérieures ont existé ou si en effet le livre n'a été publié que de manière posthume[1]. Dans ce sens, toute possible influence de cet ouvrage sur Pascal serait à déconsidérer. Néanmoins, on sait que l'existence de ce traité était connue, de même que la traduction du titre du traité d'Archimède. En témoigne l'introduction du *Liber de centro gravitatis solidorum...*, où Commandino déclare avoir entendu parler d'un traité écrit par Maurolico, *multo doctius et exquisitius*. L'importance de Maurolico est énorme :

> à l'exception de Maurolico, aucun des traducteurs ou des commentateurs ici examinés a recours à *momentum* pour exprimer une valeur précise de ῥοπή : inclinaison produite par l'effet combiné du poids et de la distance au point d'appui du système mécanique (c'est-à-dire, le sens « téchnique » que *momentum* prendra, avec Galilée, dans la terminologie statique).
>
> (Galluzzi 1979, pp. 56-57 ; nous traduisons)

Pour ce qui est du *De momentis aequalibus*, les propositions 36 à 39 du premier livre sont fondamentales, culminant avec la conclusion que le rapport des moments est le rapport composé des poids et des distances[2].

Considérons encore un autre texte de l'auteur de Messina, le *Compendium Mathematicae brevissimum*[3], repris par Mersenne dans *La vérité des sciences contre les Sceptiques ou Pyrrhoniens* (IV, 17) Mersenne présentait un « excellent sommaire des mathématiques, particulièrement de la Géométrie ». Dans la section dédiée au traité *Archimedis aequalia momenta*, on retrouvait, selon Mersenne, les résultats suivants :

> *Aequè pendentium ponderum momenta sunt aequalia. Pondera aeque pendentia sunt spatiis à quibus pendent, reciproca. Momentorum ratio componitur ex ponderum, et spatiorum rationibus*[4] (Mersenne 2003, p. 975).

---

laquelle il faut restaurer les classiques grecs, mais en les corrigeant du point de vue mathématique quand nécessaire. La restauration des mathématiques (*restituere, instaurare, restaurare, sarcine*) passe par la correction des mathématiques, en affirmant la certitude qui leur est propre.

[1]Selon Galluzzi (1979, p. 51, note), Maurolico a compilé les quatre livres du *De momentis aequalibus* entre 1547 et 1548, entre Castelbuono et Palermo. Pourtant, il n'est pas clair si une édition de ce travail a existé avant celle de 1685. Pour E. Giusti, il faut considérer cet ouvrage comme étant de 1528, date dans laquelle Maurolico s'occupait aussi d'autres traités d'Archimède (Maurolico, Edizione Nazionale numérique, introduction au volume *Archimedea*, http ://maurolico-test.elabor.biz/MaurolicoTest/sezione.html ?path=7).

[2]Propositio XXXIX. *Momentorum ratio componitur ex ratione ponderum, & ex ratione spatiorum, à quibus gravia pendent.* Voir les notes aux *Problemata mechanica* par H. Barthélemy et V. Gavagna dans l'Edizione Nazionale numérique de Maurolico (*http : //maurolico – test.elabor.biz/MaurolicoTest/sezione.html?path* = 12.*C*.1#*FOOTP*7).

[3]Ce traité est mentionné à la fin de l'*Arithmeticarum libri duo*

[4]Trad. Descotes : « Les moments des poids pesant également sont égaux. Des poids qui pèsent également sont réciproques des distances auxquelles ils pendent. La raison des moments est composée des raisons des poids et des espaces ».

Il faut rappeler encore que *pendo* veut d'abord dire « laisser pendre les plateaux d'une balance », mais aussi et de manière dérivée « peser » (Gaffiot). *aequè pendentium* pourrait alors être aussi bien « pendant également » que « pesant également ». Si dans le texte cité du *Admiranda Archimedis Syracusani monumenta* il faudrait lire plutôt qu'un *grave* « pèse », puisqu'on lisait *aequè ponderantium sive aequè pendentium*, ici on risque d'avoir de la redondance. Dire qu'« un grave pèse » est significatif ; mais que voudrait dire qu'« un poids pèse » ne serait-ce pas une tautologie ? Dans ce cas nous croyons qu'il faudrait plutôt lire « pendre ». L'original latin n'étant pas retrouvé, on ne peut consulter que la version de Mersenne, et la question ne peut pas être tranchée. Quoi qu'il en soit, il faut rappeler que dans les *Lettres de A. Dettonville* Pascal parle de poids qui « pendent » de la balance. D'ailleurs, si on traduit *pendo* par « peser », il faut comprendre « peser » comme l'effet du poids *et* de l'espace, sous peine de perdre la distinction entre poids et moment.

Maurolico est alors un auteur fondamental pour la réception du terme ῥοπή, et pour sa traduction de *momentum*[1]. Souvenons-nous d'ailleurs que, outre cette réception de la *Statique* archimédienne, Maurolico présente des nombres figurés, et Pascal le cite dans les *Lettres de A. Dettonville* (voir 11.2.2).

Il y a donc raison de soupçonner que la complexe liaison entre arithmétique, géométrie et statique qu'on retrouve dans les écrits de Dettonville aurait pu être en partie inspirée par Maurolico.

Dans un manuscrit de Maurolico intitulé *De quantitate sermo noster*, non publié pendant sa vie[2], on retrouve un passage important (cf. Galluzzi 1979, p. 58 et Benvenuto 1991, p. 17)[3].

Dans ce texte, le poids est considéré comme un qualité relative (*respectiva*) à la légèreté. En effet, un corps peut être considéré comme lourd par rapport à un autre, mais léger par rapport à un troisième. Maurolico présente ce fait par une comparaison : de même qu'une voix peut être plus grave ou plus aiguë qu'une autre, ayant une *proportio* (ici « raison », et non pas « proportion »), ainsi des poids peuvent être comparés entre eux. Il faut noter que le *De quantitate sermo noster* était adressé contre les versions de Campanus et Zamberti des *Éléments*, lesquelles

[1] Galluzzi (1979, p. 84) souligne le peu d'occurrences au XVI^{e} et au XVII^{e} du terme *momentum* dans son sens « technique » en Statique.

[2] Nous le consultons dans la *Edizione Nazionale dell'Opera matematica di Francesco Maurolico*, édition numérique en cours d'être réalisée (http://maurolico-test.elabor.biz/MaurolicoTest/index.html, accès le 12 octobre 2016).

[3] *Pondus quoque ac levitas, cum respectivae qualitates sint, quemadmodum gravitas et acumen, haud aliter ad quantitatem redigi possunt. Qualitas enim talis respectiva est ; cum idem corpus alio respectu leve sit, alio autem grave ; veluti pumex respectu aquae levis, gravisque respectu aeris. Similiter vox eadem, respectu vocis acutioris gravis est, respectu autem gravioris acuta. Sicut igitur voces inter se proportione, ita et pondera comparantur. (...) aequalia pondera a diversis spaciis non aequaliter, et inaequalia aequaliter ponderant ; nam pondus a longiori spacio appensum ponderosius est, ut patet in statera. Erit ergo tertia quaedam potentia, sive tertia magnitudinis differentia, diversa a corpore, diversa a pondere, quam momentum vocant. Corpus igitur acquirit pondus a quantitate et qualitate, pondus autem momentum suscipit a spacio ad quod appenditur.*. (*De quantitate sermo noster*, A 20r-20v)

auraient corrompu quelques définitions[1].

Maurolico introduit alors une troisième quantité, distincte du corps et du poids, qu'il appelle *momentum*. Si le corps acquiert le poids par sa quantité et sa qualité, il possède le *momentum* en fonction de l'*espace* duquel il pend, ce qui est visible dans la balance (*statera*). Maurolico est ainsi en condition de formuler la Loi du levier :

> Quand les espaces sont réciproques aux poids, les moments sont égaux, comme Archimède démontre dans le livre *Aequalium momentorum*[2].

Encore dans le même texte, Maurolico présente le *momentum* parmi les quantités continues – les autres sont les lignes, les surfaces, les solides, le temps, le lieu et le poids, tandis que les quantités discrètes sont les nombres. Maurolico considère aussi les parties des nombres et des quantités continues, et il fait une comparaison par rapport à la composition des quantités par ses parties. Le temps, écrit Maurolico, est un certain flux continu, le passé et le futur se rencontrant dans un instant indivisible ; de même que la ligne est « parcourue » par le mouvement jusqu'au point, ainsi le temps est uni jusqu'à un moment indivisible[3].

Ce qui est intéressant dans l'histoire du terme *momentum* vers un usage technique, comme elle est racontée par Galluzzi (1979), est qu'on voit une distinction progressive de ce terme par rapport au *poids*, devenant un effet dû au produit du poids et de la distance, ce qui est bien saisi par Maurolico. Évidemment la Loi du levier pouvait déjà être formulée par Archimède ; mais on voit ici un concept qui permet de la saisir d'une manière plus synthétique. De même que chez Archimède, on ne considère plus seulement le poids, mais le poids et les circonstances – en particulier, sa distance au point d'appui de la balance –, mais maintenant un mot – *momentum* – peut l'exprimer.

Un mot sur l'importance d'Aristote pour la présente question est nécessaire.

Duhem (2006 [1905]) présente la thèse qu'aussi bien la contribution d'Aristote que celle d'Archimède sont essentielles pour l'histoire de la mécanique, mais l'œuvre du Stagirite serait plus déterminante quant au développement de la statique, puisque Archimède, ne donnant pas des hypothèses fondamentales pour la science du mouvement, ne fournit pas les *causes* mécaniques de l'équilibre. Dans la tradition euclidienne,

[1] « Campanus had on hiw own account changed and subverted the definitions (according to Maurolico) using all kinds of barbarous terms and introducing the most shameful errors into many passages, particularly that on the definition of proportional quantities » (Rose 1975, p. 165).

[2] *Unde quando spacia sunt ponderibus reciproca, momenta sunt aequalia, ut Archimedes in libro Aequalium momentorum demonstravit* (*idem*).

[3] *Omnino tempus est fluxus quidam, et continuatae mutabilitatis processus indeficiens, cuius praeteritum et futurum semper ad indivisibile instans copulatur, et cuius mensuratio ad primi coeli motum refertur, et ad solem astrorum principem. Sic spacia per eundem motum peracta semper temporibus ipsis, in quibus peraguntur proportionalia. Et sicut lineae peragratae per motum, ad punctum, ita et tempora ad unum copulantur indivisibile momentum* (*De quantitate sermo noster*, A 19v-20r).

Archimède poserait des *demandes* à celui qui veut suivre ses démarches, mais non pas des principes généraux.

Pour Duhem, en étudiant l'équilibre des graves Archimède est arrivé au même point qu'Aristote, mais par une voie distincte. Ainsi, Archimède

> « n'a pas tiré ses principes des lois générales du mouvement ; il a fait reposer l'édifice de sa théorie sur quelques lois simples et certaines relatives à l'équilibre. Il a ainsi fait de la science de l'équilibre une science autonome, qui ne doit rien aux autres branches de la Physique ; il a constitué la *Statique* ». (Duhem 2006 [1905], p. 11)

L'importance d'Archimède serait ainsi d'avoir considéré l'équilibre en tant que tel, sans avoir recours à la mécanique, si bien qu'il a constitué la science de la *Statique*. Comme le chapitre de Duhem (2006 [1905]) dédié à Stevin le montre, Duhem voit le développement de l'histoire de la Statique comme oscillant entre la voie de Aristote et la voie d'Archimède – la première étant plutôt philosophique, et dégageant des lois générales du mouvement, et la deuxième plutôt géométrique, et analysant le cas particulier de l'équilibre. Cette position ne va pas de soi : comme nous avons vu, des auteurs comme Vailati croient que la Statique d'Archimède serait fondée sur des principes plus généraux, qui pourraient exister dans des traités perdus. Il n'est pas notre propos d'en juger ici, même si la dernière position ne semble pas être sans fondement.

Pour ce qui est de l'héritage d'une mécanique aristotélicienne, notons que cela s'est fait principalement par les *Problèmes Mécaniques*, où la Loi du levier est déjà considérée[1]. Dans ce texte, le « principe des vitesses virtuelles » sert à la démonstration des lois d'équilibre de la balance (cf. Galluzzi 1979, p. 74]). Les *Problèmes Mécaniques* justifiaient alors les forces des poids dans une balance non pas en fonction de leurs distances au point d'appui de la balance, mais par les divers vitesses avec lesquelles ils se mouveraient s'il n'y avait pas d'équilibre. On passait ainsi à une sorte d'explication dynamique des principes de la Statique[2].

[1] Ce texte est considéré aujourd'hui comme pseudo-aristotélicien. Sa circulation dans XVI^{e} et dans le XVII^{e} a été large. Le texte grec a été édité en 1497 : *Aristotelis Opera Graece cum Theophrasti Historia plantarum et Alexandri Aphrodisiensis Problematis*, Apud Aldum Manuntium, Venetiis 1495-1498. Une des éditions latines a été faite au XVI^{e} siècle à Paris par Henry de Monantheuil : *Aristotelis Mechanica graeca, emendata, latina facta et commentariis illustrata ab Henrico Monantholio*, Apud Hieremiam Perier, Parisiis, 1599. D'ailleurs, remarquons que Maurolic en avait donné une édition en 1613 : *Problemata Mechanica cum appendice, & ad Magnetem, & ad Pixidem Nauticam pertinentia*, publié à Messina. « Il n'y a pas d'auteur de mécanique d'une certaine importance au XVI^{e} chez lequel on ne trouve pas une référence directe ou indirecte à quelqu'un des « problèmes » analysées dans l'écrit pséudo-aristotélicien, chacun desquels devient un véritable *topos* » (Galluzzi 1979, p. 75).

[2] Par rapport au vocabulaire, au XVI^{e} et au XVII^{e} « intention is added to the word "momentum" to indicate potentiality of motion, a "virtuality" which (for that reason) is called *virtus* » (Benvenuto 1991, p. 18).

Maurolico possède une vision de la relation entre les *Problèmes mécaniques* et la Statique archimédienne qui n'est pas sans rappeler la position de Duhem[1]. Maurolico écrit des *Problata mecanica* en reformulant le texte pseudo-archimédien (écrit en 1569, publié en 1613). Il croit que pour bien comprendre le texte des problèmes mécaniques, il faut avoir recours à la statique archimédienne, avec des notions de centre de gravité et de *momentum*. Cela était à retrouver dans le *De momentis aequalibus* (dans la version *ex traditione Maurolyci*, bien sûr), qui permettait de traiter le *momentum* d'une manière plutôt quantitative, et d'ordonner toutes les démonstrations d'une manière géométrique (*Geometrarum more*[2]).

G.3 Stevin : l'*equipondérance* et l'*equilibration*

Dans son *De l'art ponderaire ou de la statique*, originellement écrit en néerlandais mais dont nous citons la traduction de A. Girard, en effet, Stevin déclare :

> Si les figures planes avoyent quelque pesanteur, ou si on vouloit faire demande particuliere de conceder qu'elles en eussent à raison de leur grandeur, on pourroit proprement parler de leur centre de gravité, de leur diamètre de gravité, &c. Mais d'autant qu'elles n'en ont pas, il le faudra entendre Metaphoriquement, & prendre comme par hypothese que pesanteur des plans, est à raison de leurs grandeurs. *Car le faux est concedé, afin d'apprendre le vray puis apres*[3].

Proposant toujours des arguments en forme syllogistique, et souvent en raisonnant par l'absurde, Stevin propose qu'on passe d'une « fausseté » – parler de centres gravités de grandeurs géométriques – à conclure quelque chose sur ces figures. On peut faire cette « métaphore » si on considère les grandeurs comme proportionnelles à la pesanteur des plans. En effet, par rapport à la notion de centre de gravité au XVII^{e} siècle, Descotes (2001a, p. 126) écrit : « pour passer de la physique à la géométrie, il faut le déterminer [le centre de gravité] par des proportions, comme un point où des produits de segments s'égalisent ». On pourrait alors s'interroger ce qu'il en est des questions de proportions dans la Statique. En fait, pour Stevin la « *Statique, est une science qui déclare les raisons, proportions & qualitez des corps, & pesanteurs des corps* »[4].

L'importance de Stevin pour le modèle de la balance est claire[5] :

[1] Cf. Rose (1975, p. 175) ; et les notes aux *Problemata mechanica* par H. Barthélemy et V. Gavagna dans l'Edizione Nazionale numérique de Maurolico (http://maurolico-test.elabor.biz/MaurolicoTest/sezione.html?path=12.C.1#FOOTP7).

[2] Maurolico, *Problemata mechanica* ..., p. 10.

[3] *Les Œuvres mathématiques de Simon Stevin, augmentées par Albert Girard*, Quatrième volume traitant de l'Art ponderaire ou de la Statique, Leyde, 1634, p. 457.

[4] *Idem*, Définition I, p. 434.

[5] Cf. Descotes (2005) et Descotes (2001a).

DECLARATION

Comme A & B, en la 8 definition [voir fig. G.1], soit que les pesanteurs soyent egales ou inegales, nous les nommons equilibres ; d'autant qu'elles se contrepesent l'une l'autre selon leur disposition : car A demonstre autant de force à la verge CD, que B ; & de mesme B autant que A, par l'hypothese.

Ceste equilibration doit estre necessairement entendue, & distinguée d'avec la propre equiponderance des pesanteurs, car il y a de la difference : comme, le poids qui est attaché au moindre & plus court costé de la Statere Romaine, est aucunefois 10 fois plus pesant que l'autre, & toutefois ils semblent estre de pesanteur egale, mais ce n'est pas leur propre pesanteur seulement, mais aussi leur disposition.

(*De l'art pondéraire...*, dans Stevin 1634, t. 2, p. 435)

C'est-à-dire qu'on ne parle pas de simple égalité de poids, mais d'une relation plus complexe, dans laquelle la *disposition* est fondamentale. En fait, c'est le moment statique total de chaque bras qui doit être égal à celui de l'autre.

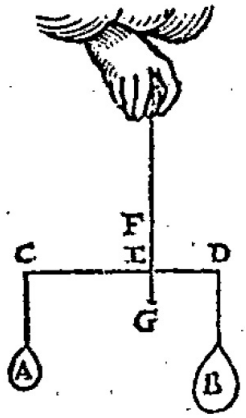

FIGURE G.1 : Figure présentée dans la *De l'art pondéraire*, p. 435

On comprend mieux la distinction de Stevin : ce n'est pas la même chose de parler d'égalité de poids et d'égalité de l'effet de ces poids dans la balance. Dans le dernier cas, la distance des poids au point d'appui joue aussi un rôle – la *disposition* des poids, comme le dit Stevin, est fondamentale pour qu'il existe ce qu'il appelle *equilibration*. L'*équiponderance*, au contraire, désigne pour Stevin la simple égalité des poids, de manière indépendante de leur disposition. Il faut souligner encore que Stevin appelle « Equilibres » ou « Contrepoids » les « pesanteurs » (définition XI), ce qui pourrait amener à confusion : une égalité d'« équilibres », dans le vocabulaire de Stevin, constitue une « equipondérance », mais non une « equilibration ». Ce vocabulaire est certes propre à Stevin – nous avons vu que, au contraire de cela, *aequeponderare* avait été employé pour traduire ἰσορρόπειν, c'est-à-dire, la notion

d'une égalité de moments plutôt qu'une égalité de poids. Néanmoins, la singularité de la nomenclature du scientifique de Bruges, qui figure parmi beaucoup d'autres que nous avons rencontrées, n'affecte en rien le fait qu'il ait bien commenté la distinction essentielle dont il est question ici.

G.4 L'infini et la loi du levier : Desargues

Un texte de Desargues qui mentionne le levier aborde le sujet de l'importance de la notion du centre de gravité[1]. Puisque Desargues y parle de « puissances » et de « forces », il faudrait rapprocher ce texte d'une conception du principe des vitesses virtuelles. Il y est question du centre de gravité d'une sphère[2]. Desargues y montre sa connaissance de la loi du levier[3]. Ce petit texte se concluait ainsi :

> Le surplus de consequences qu'on peut déduire de cette pensée pour toutes especes de balances, leviers, contrepoids, machines, mouvements, plans inclinez, & autres, est evident, & que de là suit que si les graves de ce monde tendent au centre de la terre, le centre de gravité d'une boule permanente en une position est en la diametrale commune à la terre, & à la boule ou poinct coulé ou centre de la terre en involution avec les deux poincts qu'y donne la surface de la boule, & s'ils tendent à un but à distance infinie, le centre de gravité de la boule & son centre son unis entre eux. Mais la nature du poinct qu'on nomme centre de gravité, n'est pas si nettement évidente ou expliquée pour en faire une partie de science, qu'il ne la faille bien mieux & cognoistre & expliquer.
>
> (*in* Taton 1951, p. 184)

Desargues montre qu'il a conscience d'une plus grande nécessité de fondements pour la notion de centre de gravité. Il appuie l'hypothèse selon laquelle des auteurs se servaient de la notion à plusieurs moments, sans se préoccuper de l'expliquer. Ce qui est intéressant à considérer chez Desargues est non seulement cette mention de levier et du centre de gravité, mais aussi le rapport que son traitement de l'infini pourrait avoir avec la loi du levier, au moins du point de vue géométrique.

[1] *Atteinte aux evenements des contrarietez d'entre les actions des puissances ou forces. Par le S. G. D. L.* ; publié comme un annexe au *Brouillon project* en 1639.

[2] Taton (1951, p. 26) indique que cette question, alors à la mode, est traitée en opposition à Beaugrand, et dit qu'elle ne sera résolue qu'avec la découverte de l'attraction universelle.

[3] « il est évident que cette action de cette puissance fait mouvoir ce cercle plus ou moins aisement, selon que le centre du cercle est plus ou moins éloigné d'estre en la route de l'action de cette puissance » (*in* Taton 1951, p. 181).

Annexe H

Maurolico, les nombres figurés et le raisonnement par récurrence

Considérons la proposition 11 de l'*Arithmeticorum libri duo* de Maurolico, présentée dans le deuxième volume des *Opuscula mathematica* (1575) de Maurolico. On y trouve le résultat auquel Pascal fait référence dans la *Lettre de Monsieur Dettonville à Monsieur de Carcavy* (cf. Bussey 1917, p. 202)[1] :

> Tout [nombre] triangulaire, uni au [nombre triangulaire] précédent, fait le [nombre] carré collatéral[2].

Si on désigne par T_n le *n-ième* nombre triangulaire, et par C_n le *n-ième* nombre carré, ce résultat peut être traduit de manière moderne ainsi :

$$T_{n-1} + T_n = C_n \tag{H.1}$$

M. Cantor[3] dit que Maurolico démontre cette proposition par induction complète, ce qui n'est pas le cas (Bussey 1917, p. 202). D'ailleurs, Cantor la présente dans une forme alternative, en disant que Pascal a pris cette proposition de Maurolico. Comme, par des propositions antérieures,

$$T_{n-1} = T_n - n$$

alors

$$T_{n-1} + T_n = 2.T_n - n$$

Mais comme le *n-ième* nombre triangulaire est égal à $n.(n+1)/2$, et $C_n = n^2$, alors par l'équation H.1,

[1] Vacca (1909-1910) se demande si Pascal connaîtrait déjà l'*Arithmeticorum libri duo* de Maurolico à l'époque de la rédaction de son *Traité du Triangle Arithmétique*. Ce qui est sûr est que Pascal le connaît à l'époque des écrits de Dettonville, dans lesquels il fait référence à Maurolico.

[2] *Omnis triangulus cum praecedenti triangulo coniuctus perfecit quadratum sibi collateralem.*

[3] *Vorlesungen über Geschihte der Mathematik*, v. II, p. 749.

$$2(\frac{n(n+1)}{2}) - n = n^2 \tag{H.2}$$

Qui est le résultat que, selon Cantor, Pascal aurait pris de Maurolico. Même si la formulation de Cantor n'est pas fidèle à la présentation de Maurolico, cette manipulation permet en effet d'arriver à la formule citée par Pascal :

> Or tout nombre triangulaire pris deux fois et diminué de son exposant est le même que le carré de son exposant (...)
>
> Cela est aisé par Maurolic, et de là paraît la vérité de ma proposition.
> (OC IV, p. 430)

L'héritage du résultat de Maurolico est alors clair. Mais quel est l'usage qu'en fait Pascal ? Souvenons-nous que ce passage apparaît lors que Pascal veut démontrer que, s'il y a tant de quantités qu'on voudra A, B, C, alors

$$2. \sum_{pyr.} A, B, C, \quad etc. - \sum_{tr.} A, B, C, \quad etc. = 1.A + 4.B + 9.C \quad etc. \tag{H.3}$$

Si on écrit d'une manière simplifiée, sans noter les quantités A, B, C qui seront sommées, mais seulement les coefficients, on obtient

$$2. \sum_{pyramidale} - \sum_{triangulaire} = \sum n^2 \tag{H.4}$$

Or quel est le rapport entre H.2 et H.4 ?

Si on se rappelle que la somme pyramidale est une somme de sommes triangulaires, et que la somme triangulaire est la somme des nombres naturels, H.4 peut être comprise comme une somme d'équations du type H.2 avec n variant entre 1 et k, où k est le nombre de quantités prises (A, B, C). Si H.2 « est aisé par Maurolic », Pascal écrit ensuite simplement que « de là paraît la vérité de ma proposition ». Qu'est-ce que cela veut dire ?

Soulignons d'abord que même si dans la démonstration de H.2 Maurolico n'utilise pas l'induction complète, certains historiens considèrent que c'est néanmoins le cas pour d'autres propositions de l'*Arithmeticorum libri duo*, Maurolico étant alors considéré comme le premier mathématicien à employer l'induction complète (Vacca 1909-1910, Bussey 1917)[1]. D'ailleurs, Maurolico fait un grand avancement dans la théorie des nombres figurés.

[1]La question sur l'origine de l'induction mathématique (généralement appelée « induction complète ») est certes complexe. Si plusieurs auteurs ont identifié son origine chez Pascal ou chez Maurolico, le point n'est pas partagé par tous : « By reading a little bit between the lines one can find traces of mathematical induction still earlier, in the writings of the Hindus and the Greeks, as, for instance, in the "cyclic method" of Bhaskara, and in Euclid's proof that the number of primes is infinite » (Cajori 1918, p. 197). Il s'agit évidemment d'une question d'histoire des sciences où ce qui compte n'est pas seulement l'existence des textes, mais l'interprétation qu'on leur donne à propos d'un concept mathématique (cf. Rashed 1972). Freudenthal (1953) s'est opposé

Quant à Pascal, dans les *Lettres de A. Dettonville*, il fait également usage de tous ces développements présents aussi chez Maurolico. La somme triangulaire est un concept plus général que celui des nombres figurés, mais qui néanmoins tient son origine dans ceux-ci. Le résultat H.2 pour des nombres figurés est « transposé » par Pascal pour les sommes triangulaires et sommes pyramidales dans l'équation H.4. Parler d'« opérateurs » de somme serait trop ici – il n'a pas chez Pascal une mathématique conceptuelle telle que chez Leibniz ; mais on peut néanmoins parler de *sommes figurés* pour désigner le procès par lequel Pascal passe des nombres figurés aux sommes triangulaires et pyramidales, lesquelles peuvent s'appliquer à n'importe quelles grandeurs[1].

Par ailleurs, il faut considérer l'induction complète. Si Pascal en avait déjà fait usage dans le *Traité du Triangle Arithmétique* (dans lequel la généralisation de la notion de figuration des nombres est déjà complètement explorée – voir chapitre 9), aussi dans les *Lettres de A. Dettonville* on voit des marques d'un raisonnement par récurrence, aspect caractéristique de l'induction complète. Par ailleurs, il faut considérer l'induction complète. Si Pascal en avait déjà fait usage dans le *Traité du Triangle Arithmétique* (dans lequel la généralisation de la notion de figuration des nombres est déjà complètement explorée – voir chapitre 9), aussi dans les *Lettres de A. Dettonville* on voit des marques d'un raisonnement par récurrence, aspect caractéristique de l'induction complète.

« De là paraît la vérité de ma proposition » : Pascal semble considérer comme aisé que, d'une équation, on conclut un résultat qui comprend la somme de cette équation pour une suite de valeurs n jusqu'à un entier k. Le raisonnement par récurrence, si on peut utiliser ce terme ici, apparaît alors non seulement lors de la formation des concepts de somme triangulaire et de somme pyramidale, mais également dans le passage d'une équation particulière à une autre générale, dont la première ne constitue qu'un cas. Il y a pour ainsi dire un jeu de généralisation, il ne s'agit plus de sommes de naturels, mais de sommes de n'importe quelles quantités A, B, C. Quand Pascal donne le résultat

$$2.\sum_{pyr.} A, B, C, \quad etc. - \sum_{tr.} A, B, C, \quad etc. = 1.A + 4.B + 9.C \quad etc. \tag{H.5}$$

Ce qu'il fait est une « opération » (le terme est anachronique) sur des quantités,

à cette interprétation, en remarquant que Maurolico se sert de l'« induction » dans très peu de démonstrations. Savoir si Pascal a été le premier à utiliser l'induction complète de manière abstraite et thématisée pourrait être débattu, mais cela est hors notre propos.

[1] « le caractère figuratif, présent encore dans les *Arithmeticorum Libri* de Maurolico, ne leur est pas essentiel [aux nombres figurés chez Pascal] ; un processus d'abstraction leur a enlevé tout caractère visuel chez Fermat et Pascal : dans le *Triangle arithmétique*, les *numeri figurati*, naturels, triangulaires, pyramidaux, triangulo-triangulaires et autres, sont des *ordres numériques*, des suites de nombres disposés en tableau et engendrés les uns à partir des autres selon une règle additive constante et identique pour tous. Cependant, le support intuitif demeure sous-jacent, et Pascal ne craint pas, comme on va le voir, d'y faire appel lorsqu'il peut favoriser la persuasion » (Descotes 2001a, p. 120).

lesquelles étant des nombres indéfinis (« s'il y a tant de quantités qu'on voudra ») sont objet d'un « opérateur » qui peut les prendre dans une quantité indéfinie. Si dans la formule de Maurolico, il s'agissait d'une somme de nombres, ici les nombres n'ont que la fonction d'être des indices. On passe encore ici du paradigme au général, de même que dans la genèse du modèle de la balance par Dettonville[1].

Si le raisonnement par récurrence apparaît chez Pascal (dans le *Traité du triangle arithmétique*) « opérant » sur le concept de nombre, on voit ici quelque chose de plus complexe : il y a un raisonnement qui permet à Pascal de passer du singulier au général. Cela n'est pas sans rappeler les analogies faites entre la troisième et la quatrième dimension, en prenant comme point de départ la comparaison entre la deuxième et la troisième dimension. Il s'agit, par le moyen de la récurrence, de *franchir* un seuil : monter d'un ordre. Pascal, nous l'avons vu dans 12.4.1, ne voit pas de problèmes en poser une quatrième dimension : il suffit de poser un rapport entre des lignes qui soit le même que entre des entités de quatrième dimension, pour après substituer celles-ci par celles-là. L'analogie, à la fois dans son sens mathématique de proportion et dans son sens rhétorique de comparaison entre deux relations, permet alors d'étendre une conception qui semblait être restreinte à un certain contexte.

[1] Brunschvicg (1929, pp. 481-484) est un des auteurs qui traite du principe d'induction complète chez Maurolico et chez Pascal. Il critique dans ce sens qu'on parle de passage du particulier au général, croyant que cela peut amener à une confusion avec le concept de l'induction dans les sciences empiriques – dans les mathématiques, il vaudrait mieux parler de « abstraction » que de « généralité ». En fait, Brunschvicg préfère appeler cette opération *déduction progressive*, et non pas « induction » : pour lui, ce type de déduction permet la génération des nombres, ainsi que l'inférence des propriétés à démontrer par ce qu'on appelle généralement « induction complète ». La validité de ces déductions de propriétés est assurée alors *a priori*, étant donnée sa parenté avec la formation des nombres eux-mêmes. La position de Brunschvicg par rapport à l'induction est évidemment basée sur l'ontologie qu'il postule pour les nombres, à partir du processus d'engendrement de ceux-ci. Rien de semblable existant pour Pascal, nous ne croyons pas que cette explication de la récurrence ait une pertinence par rapport à l'œuvre de celui-ci.

Annexe I

L'*Essai pour les coniques* et les proportions

Dans cette section, nous évaluons l'importance des proportions dans l'*Essai pour les coniques*.

Pascal parle en « raisons composées », et une raison composée peut être « la même » qu'une autre :

> je dis que la raison composée des raisons de la droit PM à la droite MA, et de la droite AS à la droite SQ, est la même que la composée des raisons de la droite PL à la droite LA, et de la droite AT à la droite TQ. (OC II, pp. 232-233)

La raison composée est généralement traduite comme le *produit* de deux raisons. Si on utilise le symbole × pour la multiplication, on peut rendre ce résultat comme[1] :

$$\frac{PM}{MA} \times \frac{AS}{SQ} = \frac{PL}{LA} \times \frac{AT}{TQ}$$

Nous voudrions indiquer un point pour lequel cette notation nous semble être imprécise si on doit rendre compte des concepts mathématiques qui y jouent un rôle, ce qui est important car Pascal est toujours ici dans le cadre d'une théorie euclidienne des proportions. Si dans le cas de quatre grandeurs proportionnelles, dont le rapport entre le deux premières était *le même* que le rapport entre la troisième et la quatrième nous nous pouvons écrire $a : b :: c : d$, et non pas $a : b = c : d$, ici il n'est pas non plus question d'égalité, mais une raison composée est « la même » que l'autre raison composée. Si on acceptait la « traduction » de Hara, on pourrait dire en termes modernes que cette équation serait équivalente à celle-ci :

$$\frac{PM \times AS}{MA \times SQ} = \frac{PL \times AT}{LA \times TQ}$$

[1] Cf. Taton 1955, p. 14 ; Hara 1981, p. 10 ; Mesnard *in* OC II, p. 233, note.

Dans cette équation, il n'est pas question d'une raison composée qui est la même qu'une autre, mais d'une égalité de raisons, qui serait une proportion. Cela nous indique qu'il faut se méfier de la transcription en une égalité simple. Dans le même sens, il ne faut pas écrire une fraction pour représenter un rapport, ni un produit ($\times$) pour la composition de raisons, même si dans un calcul moderne on procéderait comme ça. La notion de raison composée nous semble être plus riche que cela : si on opère avec des fractions, effectivement elle revient à une multiplication de fractions, mais, comme au XVII^{e} on travaillait plutôt avec des rapports, la composition peut être pensée plutôt comme une addition que comme un produit[1]. Ainsi, si on utilise $\diamond$ pour la composition de raisons, on aurait plutôt :

$$PM : MA \diamond AS : SQ :: PL : LA \diamond AT : TQ$$

Il nous semble que la distinction entre une *égalité* de raisons composées et le fait de dire que une raison composée est *la même* qu'une autre est significative. Pascal utilise trois fois le mot « égal » dans l'*Essai pour les coniques*, mais il s'agit toujours d'une égalité entre des carrés et des rectangles[2]. Dans les écrits de Dettonville on voit un usage beaucoup plus important de la notion d'égalité, mais le mot n'est toujours pas utilisé pour les rapports : Pascal écrit toujours que quatre grandeurs sont proportionnelles par le moyen d'une expression de la forme *comme A est à B, C est à D*.

Alors dans l'*Essai pour les coniques* on retrouve l'énoncé qu'une raison composée est la même qu'une autre raison composée. Mais Pascal n'exprimerait-il alors aucune proportion (dans le sens d'une raison être la même qu'une autre raison) dans l'*Essai pour les coniques* ? Dans la suite du texte, il présente l'involution de Desargues de la manière suivante[3] :

> je dis que, comme le rectangle des droites zr, $z\psi$ est au rectangle des droites γr, $y\psi$, ainsi le rectangle des droites δr, $\delta\psi$ est au rectangle des

[1] Dans un *Avertissement* de la version de 1667 de ses *Nouveaux Éléments de Géométrie*, Arnauld écrit : « *Ce que nous avons appelé* addition de raisons *est appelé par d'autres* multiplication, *parce que cela se fait par la multiplication des antécédents et celle des conséquents. Mais quoique l'on multiplie les termes ce n'est pas à dire que l'on multiplie les raisons. Et le mot d'addition semble mieux convenir à celui de raison composée. Car on dit plutôt qu'une chose est composée de ses parties ajoutées ensemble que de ses dimensions multipliées l'une par l'autre* » (Pascal et collab. 2009, p. 232). Il faut pourtant prendre en compte qu'on retrouve plus d'une définition de la raison composée chez Arnauld. Dans l'édition de 1687, il écrira : « La composition des raisons n'est autre chose que leur multiplication ; et une raison qui est née de la multiplication de deux ou plusieurs raisons, est dite composée de ces deux ou plusieurs raisons » (Pascal et collab. 2009, p. 255).

[2] « on prenne la droite AB dont le carré soit égal au quart du rectangle de la figure » ; « la somme des carrés des droites DE, DF, sera égale au carré de al droite AB » ; « et dans l'hyperbole, la différence des mêmes carrés des droites DE, DF, sera égale au carré de la droite AB » (OC II, pp. 235-236).

[3] Nous croyons que l'apparition de γ et de y dans la formulation de ce passage est du à une erreur typographique – les deux devraient représenter la même variable. En effet, Taton (1955, p. 16, note) identifie les deux.

droites xr, $x\psi$. (OC II, p. 234)

Cette formulation est bien une proportion : une « équivalence », si on peut dire ainsi, de rapports dans lesquels chacun des termes est un « rectangle ». De même que la raison composée est un « produit » de raisons du point de vue moderne, le rectangle de deux droites est le « produit » des deux. Pourtant, comme dit Dhombres (1994, p. 75), le langage géométrique des « rectangles » ne doit pas être interprété simplement comme un « produit » – il serait important, au contraire, pour donner consistance à quelque chose qui serait trop abstrait. En effet, la géométrie projective est toujours une géométrie, bien que non métrique, et il est possible de figurer (au moins en principe) ce que nous appellerions un produit par un rectangle. Si nous utilisons □ pour designer un « rectangle » on aurait[1] :

$$zr \square z\psi : \gamma r \square y\psi :: \delta r \square \delta\psi : xr \square x\psi$$

En fait, comme le propose Taton (1955, p. 17, note), la relation énoncée par Pascal n'est pas correcte – il faudrait plutôt écrire

$$rz \square ry : \psi z \square \psi y :: r\delta \square rx : \psi\delta \square \psi x$$

Mais la faute de Pascal est de peu d'importance ici : le fondamental est plutôt de considérer son mode de formulation mathématique. Pourquoi est-ce dans le même texte Pascal privilégie parfois le fait qu'une raison composée est la même qu'une autre, tandis qu'ailleurs il met en avant proportionnalité entre rectangles ? Disons encore d'une autre manière (et appelant aussi bien la composition de raisons que les rectangles de « produits », cette fois pour mettre en lumière leur ressemblance) : pourquoi est-ce que Pascal parle d'abord d'une « équivalence » de « produits » de raisons, et après d'une « équivalence » de raisons de « produits », respectivement ? Si les deux modes peuvent bien être traduits entre eux selon notre point de vue, est-ce que pour Pascal les deux seraient absolument équivalents ? Le fait que nous ne possédons pas le *Traité des coniques* perdu empêche d'approfondir la question. Pour ce qui est de l'*Essai pour les coniques*, il semble avoir équivalence. Pour différentes manières d'exprimer une proportion, voir 9.4.

[1] Pour ce cas, Taton (1955), Hara (1981) et Mesnard (OC II pp. 231-235, notes) représentent un « rectangle » par une multiplication. Mesnard (OC II, p. 151) cite : « Lorsque l'on conçoit un rectangle dont la longueur et la largeur sont égales à deux lignes données, ce rectangle est appelé *rectangle de ces deux lignes* » (Ozanam, *Dictionnaire de mathématiques*, 1691, p. 111). Pourtant, Mesnard dit simplement que « on parlerait aujourd'hui du produit de deux lignes ». Quant à la notation que nous choisissons, un symbole semblable à □ était utilisé par des plusieurs mathématiciens du XVII^{e} pour représenter un « rectangle » (y compris Pascal, comme nous voyons dans son manuscrit mathématique découvert récemment – cf. Descotes 2010).

Annexe J

L'infini et l'indéfini pour Swedenborg

Une autre position mérite d'être examinée ici, même si elle est postérieure à Pascal. Dans le *De infinito et causa finali creationis*[1], Emanuel Swedenborg (1688-1772) déclare que Dieu est l'infini, et en conclut la difficulté de le connaître au moyen d'une philosophie rationnelle, propre à l'homme, être fini. En effet, Swedenborg semble être opposé à la possibilité de comparer l'infini au fini : *quod generaliter nullus respectus sit Infiniti & finiti*[2].

Néanmoins, Swedenborg introduit entre le fini et l'infini un autre terme : l'indéfini. Quand il s'interroge sur la question sur la cause première de toutes choses, il avance que par rapport à la quantité, à l'extension et à l'espace, si on les divise successivement à l'infini, jamais il n'arrivera à un minimum (une plus petite quantité), bien qu'il puisse estimer qu'il en arrive à un indéfini[3]. En cherchant ce minimum, l'esprit doit passer du fini à « quelque chose qu'on peut appeler indéfini » (*quod vocari possit indefinitum*). Mais, dit Swedenborg, on ne peut pas rester à l'indéfini, et pour chercher la cause première il faudra poursuivre, et

> Nous déterminerons des idées dans une chose telle qu'elle n'ait en elle aucune quantité, aucune extension, ni aucun rapport de quantité ni d'extension, dans laquelle il n'y ait aucun rapport, ni rien de semblable [*simile*], c'est-à-dire, dans lequel rien ne soit fini, parce qu'elle est identique l'INFINI [4]. (*Ibid.*, P. 33)

[1] *Prodromus philosophiae ratiocinantis de infinito et causa finali creationis : deque mechanismo operationis animae et corporis*, Dresden, Leipzig, 1734. Pour les citations de cet ouvrage, nous traduisons en suivant la traduction pour l'anglais : Swedenborg, E. *The infinite and the final cause of creation (...)*, trad. par J. J. G. Wilkinson, Londres, 1902. Nous remercions Philippe Debroise de nous avoir aidé avec le latin dans les traductions de ce texte.

[2] Swedenborg, *Op. cit.*, p. 15.

[3] *tamen ad primum & infinite minimum nusquam perveniet, quamvis ad indefinitum se venire posse autumet.*

[4] *terminabimus ideas in tali, quod nullum quantum, nullum extensum, vel rationem quanti aut*

L'indéfini apparaît alors comme quelque chose de distinct à la fois du fini et de l'infini, mais ne permettant pas de répondre à la question sur la cause première. Comme l'infini, il n'apparaît pas après un nombre défini de divisions. D'autre part, il comporte une ressemblance avec le fini, ce qui n'est pas le cas pour l'infini. Mais quelle est alors la place propre de l'indéfini ?

Dans un autre passage du *De infinito*, Swedenborg propose que l'infini ne soit pas compris comme un néant, quoique par comparaison (au fini) il soit *quasi* un néant[1]. Il semble être ainsi, dit Swedenborg, car l'infini est en effet un néant par rapport au fini, et il n'y a aucune ressemblance [*simile*] entre les deux. En effet, il écrit,

> Un nombre peut être si menu [*exiguus*], ou si indéfiniment petit [*parvus*], qu'il égale presque [*quasi*] le rien, et quoiqu'il ne l'égale pas, cependant il est quelque chose de tout-à-fait semblable, et par conséquent il n'est pas l'infini, comme il est permis de voir dans le calcul des indéfinis, où les différences sont si menues, qu'elles ne peuvent être multipliées par des constantes finies sans que ces constantes ne soient détruites, et être conçues plus petites encore que leur différence, et que la différence des différences. Mais elles ne sont cependant pas du tout [*usque*] infinies, parce qu'elles possèdent en elles-mêmes une ressemblance avec [les quantités] finies. En effet, grâce à cette similitude qu'elles possèdent avec elles, nous pouvons rationnellement venir à un examen de leur qualité au travers de figures et d'espaces. Mais on ne suppose pas une telle ressemblance dans l'Infini. Par conséquent, l'esprit ne peut conclure autrement, que selon ce mode l'infini et le rien sont comme [*quasi*] un et identique. Mais, mon ami ! Alors, tu expérimentes encore de manière finie. Que penses-tu alors du plus grand infini ? Si tu veux dire que Dieu est infini au maximum, est-ce qu'ainsi ne périt pas tout rapport au fini ? En effet, tout l'univers, quel qu'il puisse être, n'est qu'un petit point au regard du plus grand infini. Mais alors, serait-ce que tu peux conclure que le fini n'est rien, alors que tes sens mêmes et ta raison te disent que le fini est quelque chose, et même, au regard de tes sens, quelque chose de si grand que tu en fasses un indéfini, en particulier lorsque tu conçois l'univers fini[2].

---

extensi in se habeat, & in quo nulla ratio, nihil simile, hoc est, in quo nullum finitum sit, quod idem est cum INFINITO.

[1] *Quod non putandum sit Infinitum tanquam nihil, quamvis comparative sit quasi nihil.*

[2] *numerus enim tam exiguus aut tam indefinite parvus esse potest, ut quasi aequet nihil, & quamvis non aequet, tamen usque quid simile habet, & consequenter non est infinitus, quod videre licet in calculo indefinitorum, ubi differentiae tam exiguae sunt, ut cum finitis constantibus non multiplicari possint, quin constantes annihilandae sint, & adhuc minus illarum differentiae & differentiarum differentiae concipi ; sed quae tamen usque non sunt infinitae, quia in se simile habent cum finitis, nam per illarum simile rationale possumus venire ad aliquam indagationem qualitatis in figuris & spatiis ; sed tale simile non supponitur in Infinito : ergo mens non aliter concludere potest, quam quod hoc modo infinitum & nihil sit quasi unum & idem. Sed, mi amice ! hic etiam finite sentis ; quid putas ergo de Infinito maximo ? Si velis dicere, Deum esse in maximis*

L'indéfini est alors à retrouver dans le calcul. Ces quantités sont tellement petites que dans certaines opérations avec des constantes, c'est-à-dire, en relation avec des quantités finies, elles sont comme rien. C'est aussi le cas pour l'infini, mais pourtant il y a une différence importante entre les deux : il y a une ressemblance (*simile*) entre l'indéfini et le fini, tandis que ce n'est pas le cas entre l'infini et le fini.

D'ailleurs, le fini (comme tout l'univers) est comme rien par rapport à l'infini maximal (l'image du point, commun chez plusieurs auteurs, rappelle le fragment *Disproportion de l'homme*). Mais par rapport à nous, il est suffisamment grand pour qu'il soit compris comme indéfini.

Prenons ces développements de Swedenborg comme motivation pour d'autres considérations. Le caractère relationnel de l'indéfini et de l'infini apparaît clairement dans le passage cité de Swedenborg. Mais cela ne veut pas nécessairement dire que tous les deux sont absolument relationnels. Comme nous venons de le voir, *par rapport* au fini, l'indéfiniment petit est rien, de même que l'infiniment petit est rien par rapport au fini : dans cet aspect relationnel, ils s'identifient au néant. Cependant, l'indéfini possède une ressemblance (*simile*) avec le fini, ce qui n'est pas le cas pour l'infini : dans cet aspect, il y a, *dans l'absolu*, une différence constitutive entre l'indéfini et l'infini.

infinitum, annon sic perit omnis ratio finiti ? nam totum universum, qualecunque esse potest, tamen nec est punctulum ad infinite maximum, an ideo potes concludere, finitum tuum esse nihil, quum tamen ipsi sensus & ratio dictitent, finitum esse aliquid, & in respectu ad tuos sensus tam magnum, ut inde facias indefinitum, prae cipue quum concipis universum finitum : (...) (*Ibid.*, pp. 100-101).

Annexe K

Le moi haïssable et le précepte d'aimer son prochain comme soi-même

La charité chrétienne, quoique elle ne possède pas une métrique simple, possède son idéal de vie commune présenté de manière succincte dans le précepte : l'homme doit aimer son prochain comme soi-même. Il faut alors poser la question : est-ce que cet idéal serait compatible avec la conception pascalienne du *moi* ? La question importe ici en tant qu'il s'agit d'aimer l'autre *comme* on aime soi-même, à savoir par un acte de comparaison.

Comme on le sait, Pascal insiste en que « le moi est haïssable » (Sel. 494, Laf. 597). D'ailleurs, quand Pascal pose la question « qu'est-ce que le moi ? » (Sel. 567, Laf. 688), Pascal arrive à l'aporie que c'est impossible d'aimer une personne, car nous somme limités à observer quelques-uns de ses attributs, n'arrivant jamais à connaître le *moi* de cette personne : « on n'aime donc jamais personne, mais seulement des qualités » (Sel. 567, Laf. 688).

Non seulement le moi est haïssable pour Pascal, mais il semble identifier la haine au *moi* avec une valeur du christianisme, ensemble à l'amour de Dieu : « il faut n'aimer que Dieu et ne haïr que soi » (Sel. 405, Laf. 373) ; « La vraie et unique vertu est donc de se haïr, car on est haïssable par sa concupiscence, et de chercher un être véritablement aimable pour l'aimer » (Sel. 471, Laf. 564). L'homme qui aime soi-même et oublie Dieu est comme un des membres d'un corps qui aime à soi-même sans rappeler qu'il appartient à un organisme plus grand (Sel. 405, Laf. 373). Par rapport à l'humilité, l'homme doit suivre le Christ dans la négation de soi-même pour que l'amour propre, conséquence du péché originel de l'orgueil, ne lui couvre pas les yeux et lui empêche d'aimer à Dieu, qui était sa finalité naturelle.

Finalement, Pascal dit que non seulement telle haine au *moi* serait dans le christianisme, mais elle serait même une de ses caractéristiques propres :

> Nulle autre religion n'a proposé de se haïr, nulle autre religion ne peut

> donc plaire à ceux qui se haïssent et qui cherchent un être véritablement aimable. Et ceux-là s'ils n'avaient jamais ouï parler de la religion d'un Dieu humilié l'embrasseraient incontinent. (Sel. 253, Laf. 220)

Si le *moi* pascalien semble alors être une marque caractéristique du christianisme, il faut considérer une autre question : serait-il incompatible avec le précepte chrétien de la fraternité ?

E. Auerbach (1984 [1944]) a identifié dans la haine envers la nature humaine et envers soi-même un des principaux points de la théorie politique de Pascal. Pour Auerbach, cela découle d'un augustinisme radical, qui voyait l'amour de Dieu comme allant ensemble à une haine aux créatures, le fait d'aimer quelque chose de temporel n'ayant pas de sens. On peut croire à cela en effet du fait que Augustin avait proposé une bipartition des amours que l'homme peut cultiver : « deux amours ont donc bâti deux cités : celle de la terre par l'amour de soi jusqu'au mépris de Dieu, celle du ciel par l'amour de Dieu jusqu'au mépris de soi » (*Cité de Dieu*, XIV, 28, 1 ; Augustin 2000, p. 594)

Néanmoins, la question est fort complexe, et pour la traiter il faudrait envisager le(s) augustinisme(s) du XVII^{e} siècle, à côté de la position de Pascal envers Augustin. Cela n'est pas notre propos[1].

La question qui nous intéresse ici est plus précise : il s'agit du fait que Auerbach arrive à la conclusion que la haine du *moi*, venue de la tradition chrétienne mais soulignée par Pascal, entrerait dans une tension irréconciliable à la proposition chrétienne de l'amour du prochain comme soi-même.

> La haine à soi-même et la haine de l'humanité, même sous la forme radicale qu'elles ont assumée avec Pascal, peuvent être justifiées par le dogme et la tradition chrétienne. Mais où, comme dans Pascal, ce motif est souligné, isolé d'autres idées chrétiennes, il menace de se mettre en conflit direct avec l'éthique chrétienne. L'injonction de « aimer ton prochain comme toi-même » suppose l'amour de soi-même ; sans cela, quelqu'un *haïrait le prochain comme soi-même*. (...) Peu d'écrivains religieux, mystiques ou idéalistes ont été plus loin de la pensée que la vérité et la beauté divine se reflètent dans les phénomènes de ce monde.
>
> (Auerbach (1984 [1944], p. 111) ; notre traduction)

Si nous suivons Auerbach, nous arrivons à un problème qui découle d'une sorte de structure *transitive* : je dois aimer le prochain comme à moi-même ; mais si l'homme doit haïr soi-même, et non pas s'aimer, comment aimer le prochain ? Serai-t-il justifié que telle « aporie » pour le christianisme apparaît avec la position pascalienne sur le moi ? Pourrait Pascal être d'accord avec une position plus modérée, selon laquelle il faut se haïr soi-même en tant que source d'égoïsme et d'injustice, mais il faut s'aimer soi-même en tant que créature d'origine divine ?

[1] Voir par exemple Lubac (2009 [1965]). Pour la relation entre Pascal et Augustin, la principale référence reste le livre de P. Sellier (1995 [1970]).

Soulignons encore qu'il ne s'agit pas d'entrer ici dans la discussion, complexe, sur la conceptualisation du *moi* pascalien. Notre propos est en fait très simple pour cette question : montrer, par la lecture de certains fragments des *Pensées*, que la lecture de Auerbach ne se soutient pas, car la haine de soi n'est pas un précepte absolu. Cette question, nous le verrons, est liée à une structure qu'on peut dire analogique, présente dans le commandement d'aimer le prochain *comme* soi-même.

Comme l'indique Gouhier (1986, p. 51), il faut souligner qu'il s'agit d'une *unique* vertu chrétienne qui est exposée dans le fragment Sel. 471, Laf. 654 : « La vraie et unique vertu est donc de se haïr, car on est haïssable par sa concupiscence, et de chercher un être véritablement aimable pour l'aimer ». Le haïr soi-même n'est valable que parce qu'il vient ensemble d'un appel à l'amour – il n'amène donc pas à un vide dans l'existence, mais plutôt à Dieu.

Il faut préciser ici que la haine au *moi* est corrélée à la condition humaine après la Chute. Ayant été crée pour aimer infiniment à Dieu, l'homme passe à aimer excessivement à soi-même après le péché originel, dans lequel, par orgueil, l'homme a considéré à soi-même comme centre. Cela devient clair dans la *Lettre sur la mort de son père* :

> La vérité qui ouvre ce mystère est que Dieu a crée l'homme avec deux amours, l'un pour Dieu, l'autre pour soi-même ; mais avec cette loi, que l'amour pour Dieu serait infini, c'est-à-dire, sans aucune autre fin que Dieu même, et que l'amour pour soi-même serait fini et rapportant à Dieu. (OC II, p. 857)

Après le péché originel, l'amour pour soi-même a rempli le vide laissé par l'amour pour Dieu : « voilà l'origine de l'amour-propre. Il était naturel à Adam, et juste en son innocence ; mais il est devenu criminel et immodéré, ensuite de son péché » (OC II, p. 858). L'amour-propre de l'homme, après le péché, prend une place qui lui est impropre, remplaçant l'amour infini l'amour infini pour Dieu, pour lequel l'homme a été crée.

Rappeler la condition anthropologique que Pascal accepte quand il recommande la haine au *moi* aide à poser tel précepte dans son contexte : « le *moi* est haïssable parce que, depuis le péché originel, il est livré à la concupiscence qui détourne à son profit un amour dont Dieu était l'unique fin » (Gouhier 1986, p. 52). D'ailleurs, quand Pascal conseille que la haine de soi-même, le problème est le fait que l'homme a remplacé l'amour pour Dieu par l'amour pour soi – Pascal n'y parle pas de l'amour aux autres. On voit donc que quand Pascal recommande la haine de soi-même, cela vient ensemble à un amour pour Dieu, et nous retrouvons une des grandes thématiques des *Pensées* : grandeur (de Dieu) et misère (de l'homme). La haine de soi et l'amour pour Dieu sont pour cela retrouvés dans un seul précepte, et non pas dans des commandements distincts.

D'ailleurs, dans le fragment Sel. 151, Laf. 119, nous voyons que ce n'est pas le *moi* dans son ensemble qui doit être haï, mais seulement « la concupiscence, qui le détermine d'elle-même » :

Après avoir montré la bassesse et la grandeur de l'homme.

> Que l'homme maintenant s'estime son prix. Qu'il s'aime, car il y a en lui une nature capable de bien, mais qu'il n'aime pas pour cela les bassesses qui y sont. Qu'il se méprise, parce que cette capacité est vide, mais qu'il ne méprise pas pour cela cette capacité naturelle. Qu'il se haïsse, qu'il s'aime. Il a en lui la capacité de connaître la vérité et d'être heureux, mais il n'a point de vérité ou constante ou satisfaisante. (...)

Qu'il se haïsse, qu'il s'aime : les deux recommandations sont valables pourvu qu'elles soient dans sa place propre. L'homme ne retrouvera pas un équilibre parfait, car dans sa condition de corruption il ne possède pas la vérité directement. Mais cela n'empêche pas que ces deux attitudes soient proposées en tant que des idéaux simultanées par Pascal. D'ailleurs, il est significatif que telle recommandation vienne « après avoir montré la bassesse et la grandeur de l'homme » : l'homme doit être touché aussi bien dans ce qu'il possède de valeureux que dans ce qu'il possède de misérable, et seulement alors il pourra mépriser un aspect de soi-même en même temps qu'il aime un autre[1].

Écrivons encore un mot final sur le devoir qu'a l'homme de reconnaître sa dignité selon Pascal. Dans la lettre du 1er avril 1648, écrite coécrite sa sœur Jacqueline à leur s œur Gilberte, Pascal écrit que

> au lieu que les créatures qui composent le monde s'acquittent de leur obligation en se tenant dans une perfection bornée, parce que la perfection du monde est aussi bornée, les enfants de Dieu ne doivent pas point mettre des limites à leur pureté et à leur perfection, parce qu'il font partie d'un corps tout divin et infiniment parfait : comme on voit que Jésus-Christ ne limite point le commandement de la perfection, et qu'il nous en propose un modèle où elle se trouve infinie, quand il dit : « Soyez donc parfaits comme votre Père céleste est parfait » [Mt 5, 48]. Aussi c'est une erreur bien préjudiciable et bien ordinaire parmi les chrétiens et parmi ceux-là mêmes qui font profession de piété de se persuader qu'il y ait un certain degré de perfection dans lequel on soit en assurance et qu'il ne soit pas nécessaire de passer, puisqu'il n'y en a point qui ne soit mauvais si on s'y arrête, et dont on puisse éviter de tomber qu'en montant plus haut...
>
> (OC II, p. 583)

Le passage fait exception chez Pascal ; néanmoins, le précepte du Christ de chercher la perfection à l'image du Père lui semble être acceptable, au moins au moment de la lettre – laquelle, il faut encore le souligner, est écrite en commun avec sa sœur, et si tôt qu'en 1648. Selon ce passage, en dépit de la finitude humaine l'homme doit chercher une perfection divine. Serait une telle position compatible

[1] « Haïr le moi injuste n'empêche n'empêche nullement d'aimer le moi tel que Dieu l'a voulu » (Gouhier 1986, p. 53)

avec la haine au moi ? Aurait Pascal changé d'avis de 1648 jusqu'à la rédaction des *Pensées* ? Nous y reviendrons dans notre discussion sur le rapport entre infinité et perfection. En tout cas, on pourrait risque de dire que, soit dans la possibilité humaine de suivre un modèle de perfection, soit dans son amour qui doit être dirigé vers Dieu, la haine de soi n'exclut pas la possibilité de la dignité du moi en tant que homme, et alors en tant que créature destinée à aimer Dieu, car cette haine doit être dirigée à l'aspect corrompu du moi.

Nous avons vu que, en suivant quelques passages de Pascal, l'argumentation d'Auerbach sur la question du moi et de l'amour chrétien ne s'applique pas intégralement. Nous présentons maintenant une lecture que, quoiqu'elle ne trouve pas correspondance directe dans les écrits de Pascal nous semble en puissance capable d'être cohérente avec sa pensée. Il s'agit alors moins d'une exégèse pascalienne que d'un exercice interprétatif du christianisme à être mis en rapport en contact avec celle-là.

Le point de départ de cette réflexion est une interprétation de la charité chrétienne proposée par un paragraphe de R. Guardini (1945, I, 2e partie, 1) dont le titre et « La plénitude de la justice »[1].

Considérons le mode de formulation du précepte laissé par le Christ selon l'Évangile de Marc, lequel est évoqué par Auerbach. Quand le scribe lui demande quel est le plus grand commandement, le Christ lui répond que le premier est « Vous aimerez le Seigneur votre Dieu de tout votre cœur, de toute votre ame, de tout votre esprit, & de toutes vos forces ». Quand au deuxième commandement, dit le Christ, il est « semblable » (*simile*) au premier :

> Vous aimerez votre prochain comme vous-mêmes[2]. (Mc 12, 31)

Il est cependant important de rappeler de la formulation donné dans l'Évangile de Jean :

> Le commandement que je vous donne, est de vous aimer les uns les autres, comme je vous ai aimés[3]. (Jo 15, 12)

Ici, l'amour que l'homme doit avoir envers son prochain n'est plus comparé à l'amour pour soi-même, mais à l'amour du Christ lui-même pour les hommes. Il n'y a ici plus de « problème » en aimer le prochain, car la mesure à être prise n'est

[1] Auerbach cite dans son essai le livre de Guardini (1951 [1935]) sur Pascal.

[2] *Diliges proximum tuum tanquam teipsum.*

[3] *Hoc est praeceptum meum, ut diligatis invicem, sicut dilexi vos.* Comme l'indique Gouhier (1986, p. 53), tel précepte avait été déjà présenté dans le livre du *Lévitique* : « Ne cherchez point à vous venger, & ne conservez point le souvenir de l'injure de vos citoyens. Vous aimerez votre ami comme vous-même. Je suis le Seigneur » (Lv 19, 18 ; *non quaeres ultionem nec memor eris iniuriae civium tuorum ; diliges amicum tuum sicut temet ipsum ego dominis*).

plus l'amour du moi, mais celui du Christ, la propre mesure divine de l'amour. Il s'agit d'une indication par analogie : il faut aimer le prochain « comme » (*sicut*) le Christ nous a aimés. Si nous considérons que l'amour est un mode de rapport, l'idéal ci-exposé est une ressemblance entre deux rapports : une analogie.

Mais juste avant dans l'Évangile de Jean, Christ avait présenté une autre « mesure » à être prise en compte :

> Comme mon Père m'a aimé, je vous ai aussi aimés. Demeurez dans mon amour[1]. (Jo 15, 9)

On retrouve encore ici une sorte formulation analogique, pourvu qu'on prenne en compte l'amour comme un mode de rapport. « Comme » (*sicut*) le Père a aimé le Fils, ainsi (Pascal écrit « et ») le Fils a aimé les hommes – il s'agit d'une ressemblance de rapports.

Il faudra alors considérer ces deux passages ensemble, dans une structure transitive (de même que Auerbach l'avait fait pour arriver à son aporie). Comme le Père a aimé le Christ, ainsi le Christ nous a aimé ; comme le Christ nous a aimé, ainsi il faut que nous nous aimons les uns aux autres. Ce sont deux analogies qu'on peut « relier » transitivement, et qui donnent pour ainsi dire la « mesure » qu'on doit avoir dans l'amour au prochain. Il n'y a plus de problème de référence au moi pour qu'il puisse avoir d'amour au prochain, car cet amour est rapporté à l'amour du Christ pour les hommes, et celui à sa fois est rapporté à l'amour du Père pour le Fils. Il devient ainsi possible de contredire la conclusion de Auerbach quant à la possibilité de Pascal d'accepter le commandement d'aimer le prochain comme à soi-même, quoique la haine envers soi-même continue à exister. Or l'amour pour le prochain comme à soi-même est une partie du commandement. Il prend comme point de départ notre amour-propre, notre tendance (dans notre condition postérieure à la Chute) de nous prendre en considération sans donner assez de valeur au reste du monde. Mais le commandement est complété par la gratuité de l'amour divin pour l'homme.

[1] *Sicut dilexit me Pater, & ego dilexi vos. Manere in dilectione mea.*

Références

Bibliographie

1979, *Méthodes chez Pascal : actes du Colloque tenu à Clermond-Ferrand, 10-13 juin 1976*, PUF.

2011, *Bible de Jérusalem*, Paris : Cerf.

Andersen, K. 1985, «Cavalieri's theory of indivisibles», *Archive for the History of Exact Sciences*, vol. vol. 31, issue 4, p. 291–367.

Andersen, K. 2007, *The Geometry of an Art : The History of the Mathematical Theory of Perspective from Alberti to Monge*, New York : Springer.

Archimède. 2002 [1971], *Œuvres. Tome II : Des spirales - De l'équilibre des figures planes - L'Arénaire - La Quadrature de la parabole*, Paris : Belles Lettres.

Archimède. 2003 [1970], *Œuvres. Tome I : De la sphère et du cylindre - La mesure du cercle - Sur les conoïdes et les sphéroïdes*, Paris : Belles Lettres.

Aristote. 2007, *Éthique à Nicomaque*, Paris, Vrin. Trad. J. Tricot.

Arnauld, A. et P. Nicole. 2014, *La logique, ou l'art de penser*, Paris : Honoré Champion. Éd. critique par D. Descotes.

Arthur, R. 2008, «Leery bedfellows : Newton and Leibniz on the status of infinitesimals», dans *Goldenbaum, U. & Jesseph, D. (Eds.). Infinitesimal Differences : Controversies between Leibniz and his Contemporaries*, de Gruyter, p. 7–30.

Arthur, R. 2013, «Leibniz's syncategorematic infinitesimals», *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 67, p. 553–593.

Ashworth, E. J. 2008, *Les théories de l'analogie du XIIe au XVIe siècle*, Paris : Vrin.

Ashworth, E. J. 2013, «Medieval theories of analogy», *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, vol. ., p. Version du 28 octobre 2013.

Ashworth, J. E. 2010, «Review of : Hochschild, J. P. *The Semantics of Analogy : Rereading Cajetan's De Nominum Analogia*, University of Notre Dame Press», *Notre Dame Philosophical Review*.

Auerbach, E. 1984 [1944], «Figura», dans *Scenes from the Drama of European Literature. Theory and History of Literature, vol. 9. Original en allemand publié en Neue Dantestudien (Istambul, 1944).*, Minneapolis : University of Minnesota Press.

Augustin. 1993, *Confessions*, Paris : Gallimard, Collection Folio Classique. Ed. P. Sellier.

Augustin. 2000, *De la cité de Dieu*, Paris : Gallimard. Oeuvres, II.

Augustin. 2008, *Discours sur les Psaumes*, Paris : Cerf.

Aupetit, H. 2015, *La nécessité biblique : de l'Esprit géométrique aux Pensées de Pascal*, thèse de doctorat, Université de Lyon 2.

von Balthasar, H. U. 2000-2005, *Theologic*, San Francisco : Ignatius. 3 vols. Trad. A. J. Walker & G. Harrison.

Balthasar, H. U. V. 1972, *La gloire et la croix, les aspects esthétiques de la révélation. Tome II, Styles, deuxième partie, de Jean de la Croix à Péguy*, Paris : Aubier. Collection théologie volume 81.

Baron, M. E. 1987 [1969], *The origins of the infinitesimal calculus*, Dover.

Barth, K. 1953, *Dogmatique : la doctrine de la parole de dieu. Prolégomènes à la dogmatique (vol 1)*, Genève : Labor et fides. 1ère édition de 1932.

Benvenuto, E. 1991, *An introduction to the history of structural mechanics. Part I : Statics and Resistance of Solids*, Springer.

Bertato, F. M. 2010, *A De Divina Proportione de Luca Pacioli*, Campinas : UNICAMP, CLE, v. 56.

Beuchot, M. 2004, *Hermenéutica, analogía y símbolo*, Mexico : Herder.

Bkouche, R. 1991, «La naissance du projectif - de la perspective à la géométrie projective», dans *Rashed, R. (éd.). Mathématiques et philosophie de l'antiquité à l'âge classique*, Paris : Éditions du CNRS.

Black, M. 1962, *Models and metaphors : Studies in language and philosophy*, Ithaca : Cornell University Press.

Blanchot, M. 1971, *L'entretien infini*, Paris : Gallimard.

Blumenberg, H. 2006 [1960], *Paradigmes pour une métaphorologie*, Paris : Vrin.

Bochner, S. 1963, «The Significance of Some Basic Mathematical Conceptions for Physics», *Isis*, vol. Vol. 54, No. 2, p. 179–205.

Borella, J. 2012, *Penser l'analogie*, Paris : L'Harmattan.

Bortolussi, B. 2010, «Quelques quelque(s) en latin», dans *Tovena Lucia M. éd. Déterminants en diachronie et synchronie.*, Paris : Projet ELICO Publications, p. 14–30.

Bos, H. J. M. 1974, «Differentials, Higher-Order Differentials and the Derivative in the Leibnizian Calculus», *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 14, p. 1–90.

Bos, H. J. M. 2001, *Redefining geometrical exactness : Descartes' Transformation of the Early Modern Concept of Construction*, New York : Springer-Verlag.

Bosmans, H. 1906, «Note historique sur le triangle arithmétique de Pascal», *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles*, vol. 31, p. 67–71.

Bosmans, H. 1911, «Notes sur l'arithmétique de Simon Stevin», *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles, 35e année*, vol. T. XXV, n. 3-4, 2e partie, p. 293–313.

Bosmans, H. 1913, «Sur quelques exemples de la méthode des limites chez Simon Stevin», *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles, 37e année*, vol. n. 2, 2e partie, p. 171–199.

Bosmans, H. 1923a, «La notion des « indivisibles » chez Blaise Pascal,», *Archivio di storia della scienza*, vol. Vol. 4, décembre 1923, n.4, p. 369–379.

Bosmans, H. 1923b, «Sur l'interprétation géométrique donnée par Pascal à l'espace à quatre dimensions», *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles, 42e année*, vol. Session des 11 et 12 avril 1923 de la 1ère section, 1e partie, p. 337–345.

Bouveresse, J. 1999, *Prodiges et vertiges de l'analogie*, Paris : Raisons d'Agir.

Boyer, C. B. 1959 [1949], *The history of the calculus and its conceptual development : (The concepts of the calculus)*, Courier Corporation.

Breger, H. 2008, «Leibniz's Calculation with Compendia», dans *Goldenbaum, U. & Jesseph, D. (Eds.). Infinitesimal Differences : Controversies between Leibniz and his Contemporaries*, de Gruyter, p. 185–198.

Brunschvicg, L. 1929, *Les étapes de la philosophie mathématique*, Paris : Félix Alcan. 3e éd. Original de 1912.

Brunschvicg, L. 1971, *Spinoza et ses contemporains*, Paris : P. U. F.

Bussey, W. H. 1917, «The origin of mathematical induction», *The american mathematical monthly*, vol. 24, n. 5, p. 199–207.

Cajori, F. 1918, «The origin of the name "mathematical induction"», *The american mathematical monthly*, vol. 25, n. 5, p. 197–201.

Cajori, F. 1993, *A history of mathematical notations, 2 vols.*, Dover, New York, 1993, dans un volume unique. Originalement publié en 1928–1929.

Cajétan. 1987, *L'analogie des noms*, Paris : Vrin. Texte latin et traduction. Dans le volume Pinchard, B. Métaphysique et sémantique.

Carraud, V. 1992, *Pascal et la philosophie*, Paris : PUF.

Carraud, V. 1999, «Quoiqu'il le fût», *XVIIe siècle*, vol. 203, n° avril-juin, p. 385–387.

Carraud, V. 2011, «Pascal», dans *Le Néant*, vol. 2, PUF, p. 353–381.

Chemla, K. 2003, «Generality above Abstraction : The General Expressed in Terms of the Paradigmatic in Mathematics in Ancient China», *Science in Context*, vol. 16/3, p. 413–458.

Chemla, K. 2016, «The value of generality in Michel Chasles's historiography of geometry», dans *Chemla, K. Chorlay, R. Rabouin, D. (éds). Oxford Handbook of Generality in Mathematics and the Sciences*, Oxford.

Chesterton. 1908, *Orthodoxy*, Trad. de V. Beaupré consultée dans http://viateurbeaupre.com/wp-content/uploads/pdfs/Orthodoxie.pdf.

Chestov, L. 2012 [1923], *La nuit de Gethsémani : essai sur la philosophie de Pascal*, Paris : éditions de l'éclat.

Chevalier, J. 1922, *Pascal*, Paris : Plon.

Chrétien, J.-L. 2013, «L'énormité de la miséricorde selon Pascal», *Dix-septième siècle*, vol. 261, p. 651–670.

Cléro, J.-P. 1998, «Pascal et la figure d'Archimède», *XVIIe siècle*, vol. 200, p. 491–504.

Cléro, J.-P. et G. Bras. 1994, *Pascal, figures de l'imagination*, Paris : P.U.F.

Cortese, J. F. N. 2012, *Formes de l'analogie chez Pascal*, mémoire de maîtrise, Université de Paris 7 - Denis Diderot.

Cortese, J. F. N. 2015, «Pierre Duhem leitor de Blaise Pascal : analogias no seio de descontinuidades», dans *Filosofia da Ciência e da Natureza. Coleção XVI Encontro ANPOF*, ANPOF, p. 178–195.

Cortese, J. F. N. 2015 [en ligne 2014], «Infinity between mathematics and apologetics : Pascal's notion of infinite distance», *Synthese*, vol. 192, n° 8, p. 2379–2393.

Cortese, J. F. N. 2016a, «Leibniz e o paradigma da perspectiva», *Cadernos Espinosanos*, vol. 34, jan-jun, p. 137–162.

Cortese, J. F. N. 2016b, «Pierre Duhem intérprete de Blaise Pascal : analogias en el seño de discontinuidades», dans *Márquez, V. M. H.. (éd.). Pierre Duhem : entre física y metafísica*, Barcelona, Ciudad Juárez : Anthropos Editorial, Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, p. 45–68.

Cortese, J. F. N. 2016c, «When two points coincide, or are at an infinitely small distance : Some aspects of the relation between the works of Leibniz, Pascal (and Desargues)», dans *Wenchao Li. (Org.). Für unser Glück oder das Glück anderer : Vorträge des X. Internationalen Leibniz-Kongresses*, vol. 4, 1ed. : Olms, p. 165–178.

Cortese, J. F. N. et D. Rabouin. 2018, «Sur les indivisibles chez Pascal», dans *Agnes Cousson (dir.). Passions geometriques. Melanges en l'honneur de Dominique Descotes*.

Costabel, P. 1962a, «Essai sur les secrets des Traités sur la roulette», *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, vol. tome 15, n. 3-4, p. 321–350.

Costabel, P. 1962b, «Notes relatives à l'influence de Pascal sur Leibniz», *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, vol. tome 15, n. 3-4, p. 369–374.

Costabel, P. 1962c, «Traduction française de notes de Leibniz sur les « Coniques » de Pascal», *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, vol. tome 15, n. 3-4, p. 253–268.

Costabel, P. 1964, «La roue d'Aristote et les critiques françaises à l'argument de Galilée», *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, vol. tome 17, n. 4, p. 385–396.

Costabel, P. 1972, «Galilée et Pascal», dans *IV Centenario della nascita di Galileo Galilei (1564-1964). Publicazioni del comitato nazionale per le manifestazioni celebrative, vol. 3, t. 2*, Firenze : G. Barbèra, p. 324–335.

Coumet, E. 1965, «Le problème des partis avant Pascal. .», *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, vol. 72–73, p. 245–272.

Coumet, E. 1970, «La théorie du hasard est-elle née par hasard ?», *Annales 1970*, p. 574–598.

Courtine, J.-F. 2005, *Inventio Analogiae*, Paris : Vrin.

Couturat, L. 1896, *De l'infini mathématique*, Paris.

Coxeter, H. S. M. 1987, *Projective geometry*, New York : Springer-Verlag.

Côté, A. 2002, *L'infinité divine dans la théologie médiévale (1220-1255)*, Paris : Vrin.

d'Aquin, T. 1956, *Quaestiones quodlibetales*, Marietti.

d'Aquin, T. 2004, *Somme théologique*, Paris : Cerf.

Davenport, A. 1999, *Measure of a different greatness : The intensive infinite, 1250-1560*, Brill.

Davidson, H. 1988, «Le concept de l'infini dans les Pensées de Pascal», dans *Heller, L. M. AND Richmond, I. M. Pascal, thématique des Pensées*, Paris : Vrin.

De Gandt, F. 1995, *Force and Geometry in Newton's "Principia"*, Princeton : Princeton University Press.

Debuiche, V. 2012, «Leibniz's Manuscripts on Perspective», *5th international conference of the European Society for the History of Science*, vol. Athens, Greece. <hal-00984117>.

Debuiche, V. 2013, «Perspective in Leibniz's Invention of Characteristica Geometrica : The Problem of Desargues's Influence», *Historia Mathematica*, vol. 40, p. 359–385.

Debuiche, V. 2016, «L'invention d'une géométrie pure au 17e siècle : Pascal et son lecteur Leibniz», *Studia Leibnitiana*, vol. 48, p. 42–67.

Descartes, R. 1659-1661, *Geometria*, Éd. de F. van Schooten, révisé à partir de celle de 1649. Amsterdam.

Descartes, R. 1964-1974, *Œuvres de Descartes. 11 vols.*, Paris : Vrin. Éd. de C. Adam et P. Tannery, nouvelle présentation par B. Rochot et P. Costabel.

Descartes, R. 1991 [1637], *La Géométrie*, Réimprimé chez J. Gabay.

Descotes, D. 1993, *L'argumentation chez Pascal*, Paris : P.U.F.

Descotes, D. 2000, «Sur les arguments mathématiques dans l'apologie de Pascal», dans *Mothu, A. (éd.). Révolution Scientifique et Libertinage au XVIIème Siècle*, Turnhout, Brepols, p. 251–273.

Descotes, D. 2001a, *Blaise Pascal : littérature et géométrie*, Clermont-Ferrand : Presses Universitaires Blaise Pascal.

Descotes, D. 2001b, «La rhétorique des expériences sur le vide», dans *Cléro, J.-P. (éd.). Les Pascal à Rouen, 1640-1648*, Publications de l'Université de Rouen.

Descotes, D. 2005, «La rhétorique mathématique dans la Statique de Simon Stevin», dans *Secretan, C. et Boer den, P. (éd.). Simon Stevin. De la vie civile, 1590*, ENS Éditions.

Descotes, D. 2008, «Construction du triangle arithmétique de Pascal», dans *Descotes, D. et Serfati, M. (dir.). Mathématiciens français du XVIIe siècle. Descartes, Fermat, Pascal*, Clermont-Ferrand : Presses Universitaires Blaise Pascal.

Descotes, D. 2010, «An unknown mathematical manuscript by Blaise Pascal», *Historia Mathematica*, vol. 37, p. 503–534.

Descotes, D. 2011, *Édition électronique des Pensées de Blaise Pascal. Étude des manuscrits et des éditions des Pensées, transcriptions diplomatiques et savantes : Gilles Proust. Étude littéraire des Pensées, transcription moderne proposée dans l'édition : Dominique Descotes*, http ://www.penseesdepascal.fr/.

Descotes, D. 2013, «Les nombres dans les "Pensées"», *Chroniques de Port-Royal*, vol. 63, p. 199–219.

Descotes, D. 2015a, «Les images dans les œuvres scientifiques de Port-Royal», dans *Gheeraert, T. (Éd.). Port-Royal et les images : un accès aux textes ?, actes de la journée d'étude organisée à l'Université de Rouen en mai 2011*, Publications numériques du CÉRÉdI, «Actes de colloques et journées d'étude», n. 11.

Descotes, D. 2015b, «Pascal's Indivisibles», dans Jullien (2015b).

Descotes, D. 2015c, «Two Jesuits Against the Indivisibles», dans Jullien (2015b).

Dhombres, J. 1994, «La culture mathématique au temps de la formation de Desargues : le monde des coniques», dans *Dhombres, J. et Sakarovitch, J. (éd.) Desargues en son temps*, Paris : A. Blanchard.

Dhombres, J. 2003, «Shadows of a Circle, or What Is There to Be Seen ? Some Figurative Discourses in the Mathematical Sciences during the Seventeenth Century», dans *Massey, L. (éd.). The treatise on perspective : published and unpublished*, Washington : National Gallery of Art.

Dijksterhuis, E. J. 1987 [1956], *Archimedes*, New Jersey : Princeton University Press. Trad. de C. Dikshoorn.

Dubarle, A. M. 1941-1942, «Pascal et l'interprétation de l'Écriture», *Les sciences philosophiques et théologiques*, vol. t. 1, p. 346–379.

Duhem, P. 1902, *Le mixte et la combinaison chimique : essai sur l'évolution d'une idée*, Paris : C. Naud.

Duhem, P. 1905, «Le principe de Pascal : Essai historique», *Revue générale des sciences pures et appliquées*, vol. T. XVI, 15 juillet 1905, n. 13, p. 599–610.

Duhem, P. 1915, *La science allemande*, Paris : Hermann.

Duhem, P. 1984[1906-1913], *Études sur Léonard da Vinci : Ceux qu'il a lus et ceux qui l'ont lu*, Paris.

Duhem, P. 2006 [1905], *Les origines de la statique, Tome 1*, Paris : Jacques Gabay. Original de 1905.

Echeverría, J. 1986, «Infini et continu dans les fragments géométriques de Leibniz», dans *Lamarra, A. (ed.). L'infinito in Leibniz : problemi e terminologia*, Roma : Ateneo.

Echeverría, J. 1994, «Leibniz, interprète de Desargues», dans *Dhombres, J. and Sakarovitch, J. (ed.) Desargues en son temps*, Paris : A. Blanchard.

Ernest, P. 1994, «The Dialogical Nature of Mathematics», dans *Ernest, P. (éd). Mathematics, Education and Philosophy : An International Perspective. The Falmer Press.*

Euclide. 1994-2001, *Les Éléments. Traduction de Bernard Vitrac. Quatre volumes parus entre 1994 et 2001.*, Paris : P.U.F.

Evdokimov, P. 1981, *L'Ortodossia*, Bologna : Dehoniane.

Field, J. V. 1994, «The infinitely great and the infinitely small in the work of Girard Desargues», dans *Dhombres, J. e Sakarovitch, J. (ed.) Desargues en son temps*, Paris : A. Blanchard.

Field, J. V. et J. J. Gray. 1987, *The Geometrical Work of Girard Desargues*, New York : Springer Verlag.

Florenski, P. A. 2013 [1919], *La Perspective inversée*, Paris : Allia.

Fontanier, P. 1977, *Les figures du discours*, Flammarion.

Force, P. 1989, *Le problème herméneutique chez Pascal*, Paris : Vrin.

Foucault, M. 1966, *Les mots et les choses : une archéologie des sciences humaines : une archéologie des sciences humaines*, Gallimard.

Frank, M. 2011, *Guidobaldo dal Monte's Mechanics in Context*, thèse de doctorat, Università di Pisa.

Frank, M. 2015, «The Curious Case of QP.6 : The Reception of Archimedes' Mechanics by Federico Commandino and Guidobaldo dal Monte», *Revue d'histoire des sciences*, vol. 68/2, p. 419–446.

Freudenthal, H. 1953, «Zur Geschichte der vollständigen Induction», *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, vol. 6, p. 17–37.

Frigo, A. 2015, *L'évidence du Dieu caché*, PURH - CNED.

Frigo, A. 2017, *L'esprit du corps : la doctrine pascalienne de l'amour*, Paris : Vrin.

Frontisi, C. 1992, «Figures de l'infini : l'exemple de la peinture Toscane aux XIVe et XVe siècles», dans *Monnoyeur, F. (ed.) Infini des mathématiciens, infini des philosophes*, Paris : Belin.

Gabbey, A. 2001, ««Pondere, numero et mensura» : Roberval et la géométrie divine», *Revue de synthèse*, vol. 4e série, v. 122, n. 2-3-4, avr.-déc., p. 521–529.

Galilée, G. 1638, «Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno à due nuove scienze attenenti alla mecanica & i movimenti locali», Firenze : Barbera.

Galilée, G. 1995, *Discours et démonstrations mathématiques concernant deux sciences nouvelles*, Paris : P.U.F. Traduction de M. Clavelin. Éd. corrigée et augmentée.

Galluzzi, P. 1979, *Momento : Studi galileiani*, Rome.

Gardies, J.-L. 1984, *Pascal entre Eudoxe et Cantor*, Paris : Vrin.

Gardies, J.-L. 1988, *L'Héritage épistémologique d'Eudoxe de Cnide*, Paris : Vrin.

Gilson, E. 1954, «L'infinité divine chez Saint Augustin», *Études Augustiniennes. Augustinus Magister*, vol. I, p. 569–574.

Giusti, E. 1993, *Euclides reformatus - La teoria delle proporzioni nella scuola galileiana*, Torino : Bollati Boringhieri.

Goldmann, L. 1955, *Le Dieu caché*, Paris : Gallimard.

Goldmann, L. 1959, «Le Dieu caché», *Paris : Gallimard*.

Gouhier, H. 1966, *Blaise Pascal : Commentaires*, Paris : Vrin.

Gouhier, H. 1986, *Blaise Pascal : conversion et apologétique*, Paris : Vrin.

Grabiner, J. V. 1983, «Who Gave You the Epsilon ? Cauchy and the Origins of Rigorous Calculus», *The American Mathematical Monthly*, vol. 90, n° 3, p. 185–194.

Granger, G.-G. 1968, *Essai d'une Philosophie du Style*, Paris : Armand Colin.

Grant, E. 1979, «The Condemnation of 1277, God's Absolute Power, and Physical Thought in the Late Middle Ages», *Viator*, vol. 10, p. 211–44.

Grattan-Guinness, I. 1996, «Numbers, Magnitudes, Ratios, and Proportions in Euclid's *Elements* : How Did He Handle Them ?», *Historia Mathematica*, vol. 23, p. 355–375.

Guardini, R. 1945, *Le Seigneur : méditations sur la personne et la vie de Jésus-Christ*, Paris : Alsatia.

Guardini, R. 1951 [1935], *Pascal, ou le drame de la conscience chrétienne*, Paris : Editions du Seuil. Originalement publié en 1935 en allemand, sous le titre *Christiches Bewusstsein. Versuche uber Pascal*.

Hadot, P. 1990, «La notion d'infini chez Saint Augustin», *Philosophie*, vol. 26, p. 59–72.

Hallyn, F. 2004, *Les structures rhétoriques de la science, de Kepler à Maxwell*, Paris : Seuil.

Hara, K. 1981, *L'œuvre mathématique de Pascal*, Osaka : Osaka University Press (Memoirs of the Faculty of Letters, vol. XXI).

Hara, K. 1984, «Nouvelles observations sur les écrits mathématiques de Pascal», *Historia Scientiarum*, vol. 26, p. 1 – 17.

Harrington, T. 1972, *Vérité et méthode dans les Pensées de Pascal*, Paris : Vrin.

Harrington, T. M. 1997, «Le pari de Pascal», *Romanische Forschungen*, vol. 109, n° cahier 2, p. 221–251.

Heller, M. 2011, «Infinities in cosmology», dans Heller et Woodin (2011).

Heller, M. et W. H. e. Woodin. 2011, *Infinity : New Ressearch Frontiers*, Cambridge : Cambridge University Press.

Hesse, M. 1966, *Models and Analogies in Science*.

Hilbert, D. 1999, *Foundations of Geometry*, Open Court Classics. 2ed English Edition, translated by Leo Unger from the 10th German Edition. Revised and enlarged by Paul Bernays.

Hjelmslev, J. 1950, «Eudoxus' Axiom and Archimedes' Lemma», *Centaurus*, vol. 1, p. 2–11.

Houzel, C. 2013, «Blaise Pascal et les sections coniques», dans *Rashed, R. Crozet, P. (org.). Les courbes : études sur l'histoire d'un concept*, Paris : Blanchard.

Høyrup, J. 1994, *In measure, number, and weight : Studies in mathematics and culture*, SUNY Press.

Humbrecht. 2005, *Théologie négative et noms divins chez saint Thomas d'Aquin*, Paris : Vrin.

Ishiguro, H. 1990, *Leibniz's Philosophy of Logic and Language*, Cambridge University Press.

Itard, J. 1962, «« L'introduction à la géométrie » de Pascal», *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, vol. tome 15, n. 3-4, p. 269–286.

Johnson, J. 2013, *Christ and analogy : the Christocentric metaphysics of Hans Urs von Balthasar*, Fortress Press.

Jullien, V. 2014, «Pascal via Duhem et van Fraassen», *Courrier du Centre international Blaise Pascal*, vol. 36, p. 5–12.

Jullien, V. 2015a, «Roberval's indivisibles», dans Jullien (2015b).

Jullien, V., éd.. 2015b, *Seventeenth-Century Indivisibles Revisited*, vol. Science Networks, Historical Studies, vol. 49, Birkhäuser.

Kaplan, R. 1999, *The nothing that is : A natural history of zero*, Oxford University Press.

Kepler, J. 1980, *Paralipomènes à Vitellion*, Paris : Vrin. Trad. C. Chevalley.

Kline, M. 1967, *Mathematics for the nonmathematician*, New York : Dover.

Knobloch, E. 1999, «Galileo and Leibniz : Different Approaches to Infinity», *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 54, p. 87–99.

Knobloch, E. 2000, «Archimedes, Kepler, and Guldin : the role of proof and analogy», dans *Festschrift zum siebzigsten Geburstag von Matthias Schramm*, Mathesis, Berlin, Diepholz.

Knobloch, E. 2002, «Leibniz's rigorous foundation of infinitesimal geometry by means of riemannian sums», *Synthese*, vol. 133, p. 57–73.

Knobloch, E. 2012, «Leibniz and the infinite», *Documenta Mathematica*, vol. Extra volume ISMP, p. 19–23.

Knorr, W. R. 1989, *Textual studies in ancient and medieval geometry*, Boston : Birkhäuser.

Koetsier, T. et L. Bergmans. 2004, *Mathematics and the divine : a historical study*, Elsevier.

Koyré, A. 1973, *Du monde clos à l'univers infini*, Paris : Gallimard. Original en anglais de 1957.

Lacoarret, M. 1957, «Les traductions françaises des œuvres d'Euclide», *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, vol. Tome 10, n. 1, p. 38–58.

Lakatos, I. 1976, *Proofs and Refutations : The Logic of Mathematical Discovery*, Cambridge University Press.

Lakoff, G. et M. Johnson. 1980, *Metaphors we live by*, Chicago : University of Chicago Press.

Le Guern, M. 1969, *L'image dans l'œuvre de Pascal*, Paris : Armand Colin.

Le Guern, M. 1973, *Sémantique de la métaphore et de la métonymie*, Paris : Larousse.

Lebrun, G. 1983, *Blaise Pascal, voltas, desvios e reviravoltas*, São Paulo : Brasiliense.

Lebrun, G. 2006 [1962], «Pascal : a doutrina das figuras», dans *A filosofia e sua histà³ria*, São Paulo : Cosac Naify.

Lebrun, G. 2012 [1962], «Pascal : la doctrine des figures», *Collège international de Philosophie*, vol. 76, p. 113–125.

Lebrun, G. 2016, *Pascal : tours, détours et retournements*, Beauchesne. Éd. et trad. F. Wolff.

Leibniz, G. W. 1923-, *Sämtliche Schriften und Briefe.*, Darmstadt, Leipzig, Berlin. Édition dite de l'Académie. Cité comme *A*.

Leibniz, G. W. 1960–1961, *Mathematische Schriften. (C.I. Gerhardt, Ed.)*, Olms, Hildesheim. Originalement publié en 1849–1863 à Berlin et à Halle. Cité comme *GM*.

Leibniz, G. W. 1965, *Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz (C. I. Gerhardt, Ed.)*, Olms, Hidelsheim. Originalement publié à Berlin en 1875–1890. Cité comme *GP*.

Leibniz, G. W. 1995, *La Naissance du calcul différentiel*, Paris : Vrin. Trad. Marc Parmentier.

Leibniz, G. W. 2001, *The Labyrinth of the Continuum : Writings on the Continuum Problem, 1672-1686. Trad. et éd. par R. Arthur*, New Haven, London : Yale university press.

Leibniz, G. W. 2018, *Mathesis Universalis : Écrits sur la Mathématique Universelle*, Paris : Vrin. Traduction et édition par le groupe « Mathesis » du Centre d'Études Leibniziennes (CEL).

Levey, S. 2015, «Comparability of Infinities and Infinite Multitude in Galileo and Leibniz», dans *Goethe, N. Beeley, P. Rabouin, D. (eds). G.W. Leibniz, Interrelations Between Mathematics and Philosophy*, Springer.

Levinas, E. 1995, *Altérité et transcendance*, Fata Morgana, Le livre de poche.

Levinas, E. 2000 [1961], *Totalité et infini : essai sur l'extériorité*, Paris : Kluwer (Le livre de Poche, Essais).

Lonfat, J. 2004, «Archéologie de la notion d'analogie d'Aristote à Saint Thomas d'Aquin», *Archives d'histoire doctrinale et du Moyen Âge*, vol. 1 Tome 71, p. 35–107.

Lossky, V. 2006, *À l'image et à la ressemblance de Dieu*, Paris : Cerf.

Lubac, H. d. 1970 [1966], *A escritura na tradição*, São Paulo : Paulinas.

Lubac, H. d. 2009 [1965], *Augustinisme et théologie moderne*, Paris : Cerf.

Magnard, P. 1979, «Le principe de similitude», dans Met (1979).

Magnard, P. 1981, «L'infini pascalien», *Revue de l'éducation philosophique*, vol. 31, n° 1, p. 2–16.

Magnard, P. 1992, «La pensée moderne à l'épreuve de l'infini», dans *Monnoyeur (ed.). Infini des mathématiciens, infini des philosophes*, Paris : Belin.

Magnard, P. 2007, *Pascal. La clé du chiffre*, Paris : La table ronde.

Mahoney, M. S. 1994, *The Mathematical Career of Pierre de Fermat, 1605-1665*, Princeton : Princeton University Press. 2ème édition. 1ère édition de 1973.

Malet, A. 1990, «Changint notions of proportionality in pre-modern mathematics», *Asclepio*, vol. 1, p. 183–211.

Malet, A. 1996, *From Indivisibles to Infinitesimals : Studies on Seventeenth-Century Mathematizations of Infinitely Small Quantities*, Universitat Autonoma de Barcelona.

Malet, A. 2006, «Renaissance notions of number and magnitude», *Historia Mathematica*, vol. 33, p. 63–81.

Mancosu, P. 1992, «Descartes's *Géométrie* and revolutions in mathematics», dans *Gillies, D. (éd). Revolutions in Mathematics*, Oxford : Clarendon Press.

Mancosu, P. 1996, *Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Seventeenth Century*, New York : Oxford University Press.

Mancosu, P. 2008, *The philosophy of mathematical practice*, Oxford University Press.

Mariani, E. 2012, *Nient'altro che l'essere. Ricerche sull'analogia e la tradizione aristotelica della fenomenologia*, Pisa : ETS.

Marie, M. 1884, *Histoire des sciences mathématiques et physiques, IV*, Paris.

Marion, J.-L. 2004 [1986], *Sur le prisme métaphysique de Descartes*, Paris : P.U.F.

Marion, J.-L. 2009 [1981], *Sur la théologie blanche de Descartes – analogie, création des vérités éternelles et fondement*, Paris : P.U.F.

Maritain, J. 1935, *Distinguer pour unir ou les dégrés du savoir*, Paris : Desclée de Brouwer.

Maronne, S. «Pascal, Torricelli et les Données : sur le premier écrit du concours de la roulette», dans *Agnes Cousson (dir.). Passions geometriques. Melanges en l'honneur de Dominique Descotes. À paraître.*

Maronne, S. 2007, *La théorie des courbes et des équations dans la Géométrie cartésienne : 1637–1661*, thèse de doctorat, Université de Paris 7 – Denis Diderot.

Maronne, S. 2009, *Compte rendu du séminaire Esprit géométrique*, 10 septembre 2009.

Maronne, S. 2010, «Pascal *versus* Descartes on Solution of Geometrical Problems and the Sluse-Pascal Correspondence», *Early Science and Medicine*, vol. 15, p. 537–565.

Martineau, E. 1994, «Deux clés de la chronologie des discours pascaliens», *XVIIe siècle*, vol. 185, n° 4, p. 695–729.

Maurolico. 1554, *De proportione sermo noster*, consulté dans http://maurolico-test.elabor.biz/MaurolicoTest/index.html, accès le 12 octobre 2016.

Maxwell, J. C. 1990[1856], «Are there real analogies in nature ?», dans *The scientific letters and papers of James Clerk Maxwell vol. 1.*, Cambridge : Cambridge University Press.

Melandri, E. 2012, *Le linea e il circolo : Studio logico-filosofico sull'analogia. Publicado em 1968*, Macerata : Quodlibet.

Merker, C. 1993, «La « géométrie calculante » de Pascal, dans le traité des sinus du quart du cercle et dans le traité des trilignes rectangles», dans *La figure et l'espace*, IREM de Lyon, pp. 327-364.

Merker, C. 2001, *Le chant du cygne des indivisibles – le calcul intégral dans la dernière œuvre scientifique de Pascal*, Besançon : Presses universitaires de Franche-Comté.

Merker, C. 2008, «La pensée des ordres dans les traités sur la roulette de Pascal», dans *Mathématiciens français du XVIIe siècle. Descartes, Fermat, Pascal*, Clermont-Ferrand : Presses Universitaires Blaise Pascal.

Merker, C. 2009, «Pascal et la «Dimension d'un solide formé par le moyen d'une spirale autour d'un cône»», *Courrier du Centre internacional Blaise Pascal*, vol. 31, p. 6–16.

Mersenne, M. 2003, *La vérité des sciences contre les Sceptiques ou Pyrrhoniens*, Paris : Honoré Champion. Édition et annotation par Dominique Descotes.

Mesnard, J. 1988, «Le thème des trois ordres dans l'organisation des Pensées», dans *Heller et Richmond (ed). Pascal - Thématiques des Pensées*, Paris : Vrin.

Mesnard, J. 1992 [1943], «La théorie des figuratifs dans les Pensées de Pascal», dans *La culture du XVIIe siècle : enquêtes et synthèses.*, Paris : P. U. F.

Mesnard, J. 1993, *Les Pensées de Pascal*, Paris : SEDES-CDU. 2e éd.

Mesnard, J. 1994a, «Desargues et Pascal», dans *Dhombres, J. and Sakarovitch, J. (ed.). Desargues en son temps*, Paris : A. Blanchard.

Mesnard, J. 1994b, «Structures binaires et structures ternaires dans les Pensées de Pascal», *Littératures classiques*, vol. n° 20, supplément 1994 : Pascal, Pensées, p. 45–57.

Mesnard, J. 1999, «Logique et sémiotique dans le modèle de la « Raison des effets »», *Courrier du Centre international Blaise Pascal*, , n° 20, p. 16–30.

Mesnard, J. 2011, «Figure géométrique et construction philosophique chez Pascal», *Courrier du Centre internacional Blaise Pascal*, vol. 33, p. 4 – 13.

Michon, H. 2002, «Aristote et Pascal», *Courrier du Centre International Blaise Pascal*, vol. 24, p. 8 – 25.

Michon, H. 2005, «La vanité : de Pascal à la Rochefoucauld», *Littératures classiques*, vol. 1, p. 267–278.

Michon, H. 2007, *L'ordre du cœur. Philosophie, théologie et mystique dans les Pensées de Pascal*, Paris : Honoré Champion. Première publication en 1996.

Montagnes. 1963, *La doctrine de l'analogie de l'être d'après saint Thomas d'Aquin*, Louvain / Paris : Publications universitaires – Béatrice - Nauwelaerts, Philosophes Médievaux VI.

Montaigne, M. d. 2001, *Les Essais*, Paris : La Pochothèque.

Napolitani, P. D. et K. Saito. 2004, «Royal road or labyrinth ? Luca Valerio's De centro gravitatis solidorum and the beginnings of modern mathematics», *Bolletino di Storia delle Scienze Matematiche*, vol. 24(2), p. 67–124.

Nicolle, J.-M. «Pascal et Nicolas de Cues», dans *Actes du colloque de Nice de 2014, « L'oeuvre de Nicolas de Cues. Sources et postérité. A l'occasion du 550e anniversaire de la mort »*, Noésis. Sous presse.

Nicolle, J.-M. 2004, «The Mathematical Analogy in the Proof of God's Existence by Descartes», dans Koetsier et Bergmans (2004).

Oliva, L. C. 2004, *As marcas do sacrifício : um estudo sobre a possibilidade da história em Pascal*, São Paulo : Humanitas.

Ozanam. 1691, *Dictionnaire mathématique ou idée générale des mathématiques*, Amsterdam : Huguetan (« Sur l'imprimé á Paris »).

Panofsky, E. 1976 [1925], *La Perspective comme forme symbolique et autres essais*, Paris : Les éditions de minuit.

Parme, B. d. 2006, *Quaestiones circa tractatum proportionum magistri Thome Braduardini*, Paris : Vrin. Éd. S. Rommevaux et J. Biard.

Pascal, B. 1936, *L'Œuvre de Pascal*, Éd. J. Chevalier. Paris : Pléiade.

Pascal, B. 1963, *Œuvres complètes. Édition de Louis Lafuma*, Paris : Seuil.

Pascal, B. 1964, *L'œuvre scientifique de Pascal*, Paris : Presses Universitaires de France.

Pascal, B. 1964-1992, *Œuvres complètes. Édition de Jean Mesnard*, Paris : Desclée de Brouwer. Volumes I (1964), II (1970), III (1991) et IV (1992). (Citée comme OC).

Pascal, B. 1994, *Entretien avec M. de Sacy sur Epictète et Montaigne. Original inédit*, Paris : Desclée de Brouwer (Les carnets). Éd. de J. Mesnard et P. Mengotti-Thouvenin.

Pascal, B. 2000, *Pensées. Edition de Phillipe Sellier. Notes de Gérard Ferreyrolles*, Paris : Le livre de poche.

Pascal, B. 2001, *L'art de persuader, précédé de L'art de conférer de Montaigne*, Paris : Rivages poche. Préface de Marc Fumaroli.

Pascal, B. 2010, *Les Provinciales. Édition de Louis Cognet et Gérard Ferreyrolles*, Paris : Classiques Garnier.

Pascal, B., A. Arnauld et F. Nonancourt. 2009, *Géométries de Port-Royal. Éd. critique de D. Descotes*, Paris : Honoré Champion.

Pavlovits, T. 2007, *Le rationalisme de Pascal*, Paris : Publications de la Sorbonne.

Pavlovits, T. 2013, «Perspective et perspectivisme dans les Pensées de Pascal», *Chroniques de Port-Royal. Relire l'apologie pascalienne*, vol. 63, p. 221–234.

Pécharman, M. 1997, «L'ordre dans les trois ordres et l'ordre des trois ordres chez Pascal», *Revue de Métaphysique et de Morale*, , nº No. 1, Les « trois ordres » de Pascal, p. 19–40.

Perelman, C. 1989 [1969], «Analogie et métaphore en science, poésie et philosophie», dans *Rhétoriques*, Bruxelles : Éditions de l'Université de Bruxelles. (Paru dans *Revue internationale de philosophie*, 1969, 23e année, pp. 3-15).

Perelman, L., C. & Olbrechts-Tyteca. 1958, *La nouvelle Rhétorique. Traité de l'argumentation*, Paris : PUF.

Popper, K. 1959, *The logic of scientific discovery*, Hutchinson & Co.

Przywara, E. 1990, *Analogia entis*, Paris : PUF. Trad. de P. Secretan.

Pucelle, J. 1979, «La Dialectique du renversement du pour au contre et l'antithétique pascalienne», dans Met (1979), p. 445–461.

Rabouin, D. 2009, *Mathesis Universalis, L'idée de «mathématique universelle» d'Aristote à Descartes*, Paris : P.U.F., Collection Épiméthée.

Rabouin, D. 2011, «Infini mathématique et infini métaphysique : d'un bon usage de Leibniz pour lire Cues (... et d'autres)», *Revue de Métaphisique et de Morale*, vol. 2, p. 203–220.

Rabouin, D. 2015, «Leibniz's Rigorous Foundations of the Method of Indivisibles», dans Jullien (2015b).

Rabouin, D. 2016, «The problem of a "general" theory in ancient greek mathematics : between Aristotle and Euclid», dans *Chemla, K. Chorlay, R. Rabouin, D. (éds). Oxford Handbook of Generality in Mathematics and the Sciences*, Oxford, p. 113–134.

Rashed, R. 1972, «L'induction mathématique : al-Karaji, as-Samaw'al», *Arch. Hist. Exact Sci.*, vol. 9, p. 1–21.

Rey, O. 2013, «Mesure relative et mesure absolue», *Cahiers Philosophique*, vol. 135, 4e trimestre 2013 (« Mesurer »), p. 36–50.

Ricoeur, P. 2007 [1975], *La métaphore vive*, Paris : Seuil.

Robinson, A. 1996 [1974], *Non-Standard Analysis*, Princeton : Princeton University Press. Revised edition.

Rodis-Lewis, G. 1963, «Les trois concupiscences», *Chroniques de Port-Royal*, p. 81–92.

Rommevaux, S. 2005, *Clavius : une clé pour Euclide*, Paris : Vrin.

Rommevaux, S. 2012, «De la proportion au rapport», dans *Rommevaux, S. Vendrix, P. Zara, V. (eds). Proportions*, Turnhout : Brepols.

Rommevaux, S., A. Djebbar et B. Vitrac. 2001, «Remarques sur l'Histoire du Texte des *Éléments* d'Euclide», *Arch. Hist. Exact Sci.*, vol. 55, p. 221–295.

Rose, P. L. 1975, *The Italian Renaissance of Mathematics*, Genève : Droz.

Russo, F. 1962, «Pascal et l'analyse infinitésimale», *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, vol. Tome 15, n. 3-4, p. 303–320.

Sacy. 1665-1708, *La Bible*, Trad. de Lemaistre de Sacy. Paris, chez Guillaume Desprez et Jean Desessartz. 32 volumes fort in-8°.

Sacy. 1990, *La Bible*, Traduction de Lemaître de Sacy, éd. P. Sellier. Paris : Robert Laffont.

Secretan, P. 1984, *L'analogie*, Paris : P.U.F. Collection « Que sais-je ? ».

Secretan, P. 1998, «Analogia y Trascendencia : Pascal, Edith Stein, Blondel», *Analogia Filosofica : Revista de Filosofia*, vol. Special Edition 3, p. 11–158.

Secretan, P. 2013, *Blaise Pascal : Pensées et opuscules lus par Philibert Secretan*, Paris : Cerf.

Seidenberg, A. 1975, «Did Euclid's Elements, Book I, Develop Geometry Axiomatically ?», *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 14 (4), p. 263–295.

Seidengart, J. 2006, *Dieu, l'univers et la sphère infinie : Penser l'infinité cosmique à l'aube de la science classique*, Paris : Albin Michel.

Sellier, P. 1966, *Pascal et la liturgie*, Paris : P.U.F.

Sellier, P. 1995 [1970], *Pascal et Saint Augustin*, Paris : Albin Michel.

Semerano, G. 2005, *L'infinito : un equivoco millenario. Le antiche civiltà del Vicino Oriente e le origini del pensiero greco*, Bruno Mondadori.

Serres, M. 1968, *Le système de Leibniz et ses modèles mathématiques*, Paris : P.U.F.

Silva, F. L. 2001, «Fé e Razão na *Apologia da Religião Cristã* de Pascal», *Cadernos de História e Filosofia da Ciência. Campinas, Série 3*, vol. jan. - jun. Vol. 11, n. 1, p. 29–44.

Silva, F. L. 2002, «O mediador e a solidão», *Cult (São Paulo)*, vol. 64, p. 44–56.

Stevin, S. 1634, *Les œuvres mathématiques*, Leyde : Elzevier.

Stevin, S. 1955-1966, *The Principal Works of Simon Stevin*, Amsterdam, N. V. Swets & Zeitlinger. 6 vols., éd. Ernst Crone, E.J. Dijksterhuis, R.J. Forbes... [et al.].

Stoffel, J. F. 2007, «Pierre Duhem : Un savant-philosophe dans le sillage de Blaise Pascal», *Revista portuguesa de filosofia*, vol. 63, p. 275–307.

Strowski, F. 1921, «Port-Royal et le sentiment religieux d'après un livre récent», *Le Correspondant*, vol. 93e année, t. 285 (nouv. série, t. 249), 10 novembre 1921, n. 3, p. 696–712.

Sève, B. 1995, «Antithèse et isosthénie chez Pascal», *Hermès, La Revue*, vol. 1, n° 15, p. 105–118.

Sweeney, L. 1992, *Divine Infinity in Greek and Medieval Thought*, New York : Peter Lang.

Szabó, A. 1977 [1969], *Les débuts des mathématiques grecques*, Paris : Vrin. Première éd. (allemand) de 1969.

Taisbak, C. M. 2003, *Euclid's Data, or, The Importance of Being Given*, Denmark : Museum Tusculanum Press. Acta Historica Scientiarum Naturalium et Medicinalium, vol. 45.

Taton, R. 1951, *L'œuvre mathématique de G. Desargues*, Paris.

Taton, R. 1955, «L'«Essay pour les coniques» de Pascal», *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, vol. Tome 8, n. 1, p. 1–18.

Taton, R. 1962, «L'œuvre de Pascal en géométrie projective», *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, vol. Tome 15, n. 3-4, p. 197–252.

Taton, R. 1981, *L'œuvre mathématique de G. Desargues*, Paris, Vrin. 2ème édition.

Texier, R. 1989, «Le Dieu caché de Pascal et du Second Isaïe», *Nouvelle revue théologique*, vol. 111(1), p. 3–23.

Thirouin, L. 1999, «Raison des effets : un bilan sémantique», *Courrier du Centre International Blaise Pascal*, vol. 20, p. 8–15.

Thirouin, L. 2011, *Le hasard et les règles : le modèle du jeu dans la pensée de Pascal*, Paris : Vrin. Deuxième édition augmentée.

Thirouin, L. 2015, *Pascal ou le défaut de la méthode*, Paris, Champion.

Tillich, P. 1935, «What Is Wrong with the "Dialectic" Theology ?», *The Journal of Religion*, vol. 15, n° 2, p. 127–145.

Torricelli. 1919-1944, *Opere*, Faenza. Éd. G. Loria et G. Vassura.

Torricelli, E. 1644, *Opera geometrica Evangelistae Torricellii*, Florence.

Uckelman, S. L. 2015, «The logic of categorematic and syncategorematic infinity», *Synthese*, vol. 192, p. 2361–2377.

Unamuno, M. d. 1923, «La foi pascalienne», *Revue de Métaphysique et de Morale*, , n° 30e année, n. 2, p. 345–349.

Vacca, G. 1909-1910, «Maurolycus, the First Discover of the Principle of Mathematical Induction», *Bulletin of the American Mathematial Society*, vol. 16, p. 70–73.

Vaihinger, H. 1952, *The philosophy of 'as if' : A system of the Theoretical, Practical and Religious Fictions of Mankind*, London : Routledge & Kegan Paul.

Vailati, G. 1987 [1897], «Del concetto di Centro di Gravità nella Statica di Archimede», dans *Scritti. A cura di Mario Quintana. T. 2 : Scritti di scienza. Originalement publié dans Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. 32, séssion du 9 mai 1897*, Arnaldo Forni.

Vailati, G. 1987 [1898], «Programma di un curso libero sulla Storia della Mecanica. Università di Torino, anno 1897-1898», dans *Scritti. A cura di Mario Quintana. T. 2 : Scritti di scienza. Originalement paru au Bolletino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche, luglio-agosto-settembre 1898*, Arnaldo Forni.

Valerio, L. 1604, *De centro gravitatis solidorum libri tres*, Rome. B. Bonfadini.

Ver Eecke, P. 1955, «Note sur une interprétation erronée d'une sentence d'Archimède», *L'antiquité classique*, vol. Tome 24, fasc. 1, p. 132–133.

Wanegfelen, T. 2006, «Pascal, la frontière et le milieu : à propos du Catholicisme moderne. Les Écrits sur la Grâce et le Concile de Trente», dans *Pascal, auteur spirituel. Descotes, D. (éd.)*, Paris : Honoré Champion.

Weil, S. 1998, *La gravité et la grâce*, Paris : Plon.

Weil, S. 2002, *Cahiers, Tome VI, Volume 3 (février-juin 1942) : La porte du transcendant*, Paris : Gallimard.

Whiteside, D. T. 1961, «Patterns of Mathematical Thought in the later Seventeenth Century», *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 1, p. 179–388.

Winton Thomas, D. 1968, «"'A drop of a bucklet ?"' Some observations on the Hebrew text of Isaiah 40, 15», dans *Black et Foher (éd). In memoriam Paul Kahle*, Berlim : Topelmann, p. 214–222.

Zellini, P. 1980, *Breve storia dell'infinito*, Milano : Adelphi.