Universidade de São Paulo
Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas
Departamento de Filosofia
Programa de Pós-Graduação em Filosofia

**A Filosofia de Henri Poincaré:
A Natureza do Conhecimento Científico
e os Paradoxos da Teoria dos Conjuntos**

Jacintho Del Vecchio Junior

São Paulo
2005

Universidade de São Paulo
Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas
Departamento de Filosofia
Programa de Pós-Graduação em Filosofia

**A Filosofia de Henri Poincaré:
A Natureza do Conhecimento Científico
e os Paradoxos da Teoria dos Conjuntos**

Jacinto Del Vecchio Junior
jdelvecchioj@ig.com.br
jdelvecchio@polmil.sp.gov.br

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Filosofia do Departamento de Filosofia da Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas da Universidade de São Paulo, para a obtenção do título de Mestre em Filosofia.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Henrique Lopes dos Santos

São Paulo
2005

Dedico esta obra às mulheres da minha vida:

Minha mãe, Edna, que me ensinou pelo seu exemplo que enfrentar os desafios mais difíceis traz as vitórias mais gratificantes.

Minha esposa, Rita, em quem encontrei a felicidade, o amor e o companheirismo de todos os momentos.

Minha filha amada, Beatriz, cujo sorriso luminoso aumenta minha alegria de viver.

Minha filha Luíza, a quem esperamos ansiosamente e amamos antes mesmo de conhecer.

Agradecimentos

A todos os amigos e parentes que me incentivaram de modo decisivo desde o início deste projeto.

Aos meus mestres, e principalmente a meu orientador, Professor Dr. Luiz Henrique Lopes dos Santos, cujos conhecimentos e dedicação foram decisivos para o resultado final da presente dissertação.

À minha esposa e minha filha, pela paciência e tolerância em relação à minha ausência, por conta das várias horas de estudo e pesquisa que foram necessárias para a consecução deste trabalho.

Resumo

Del Vecchio Junior, Jacintho, *A Filosofia de Henri Poincaré: A Natureza do Conhecimento Científico e os Paradoxos da Teoria dos Conjuntos*, 2005. Dissertação (Mestrado em Filosofia) Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas - Universidade de São Paulo, 2005.

O trabalho apresentado é composto por duas grandes partes, que tratam, respectivamente, 1) do modo como Henri Poincaré concebe o conhecimento científico e 2) do contexto histórico, da polêmica e das soluções relativas aos paradoxos da Teoria dos Conjuntos propostas por Poincaré e por Bertrand Russell.

A primeira parte do texto possui sete capítulos, sendo que, dentre eles, os três primeiros têm a finalidade de esclarecer os princípios dos quais parte Poincaré, que constituem, de maneira geral, as suas bases epistemológicas. Os capítulos 04 a 07 abordam como esses princípios repercutem em cada um dos ramos do conhecimento citados pelo autor em *Ciência e Hipótese*.

A segunda parte do texto, composta por três capítulos, se inicia com o capítulo que trata do contexto histórico no qual se dá a polêmica em tela. O capítulo nono trata do advento da Nova Lógica e, finalmente, o décimo capítulo aborda as tentativas de solução do problema.

Palavras-chave

- Filosofia.
- Ciência.
- Epistemologia.
- Poincaré.
- Lógica.

Summary

Del Vecchio Junior, Jacintho, *Henri Poincaré's Philosophy: The Nature of the Scientific Knowledge and the Paradoxes on Set Theory*, 2005. (Master Degree in Philosophy) University of São Paulo, 2005.

This work has two sections. The first of them shows how Henri Poincaré thinks the principles of the scientific knowledge. The second section presents the historic context, the polemic and the solutions concerning the Set Theory's Paradoxes, according to the ideas purposed by Henri Poincaré and Bertrand Russell.

The text's first part brings three chapters about the principles on Poincaré's Epistemology, and other four chapters that show how these principles take consistence in each branch of science as presented by the author in *Science and Hypothesis*.

The second section begins explicating the historic context between 1880 and 1905, when the paradoxes on Set Theory are introduced. The two last chapters treat on the advent of the New Mathematical Logic and the researching in order to find the solution of the problems correlated with the Set Theory's Paradoxes.

Key Words

- Philosophy.
- Science.
- Epistemology.
- Poincaré.
- Logic.

Índice

Dedicatória	iii
Agradecimentos	iv
Resumo	v
Summary	vi
Índice	vii
Introdução	01
Primeira Parte	
Filosofia e Ciência por Henri Poincaré	04
• Capítulo 01 Razão e Experiência	05
• Filosofia e a Divisão das Ciências.....	05
• Fato Bruto e Fato Científico	08
• Ver, Pensar, Dizer	12
• Capítulo 02 Sujeito e Realidade	15
• Realidade e Pensamento	15
• O que é a Ciência ?	19
• A Dimensão Estética da Ciência	23
• Capítulo 03 O Caráter Convencional da Ciência	26
• O Contexto: Entre Duas Concepções de Ciência	26
• O Convencionalismo	31
• Capítulo 04 A Física	34
• Física Matemática e Generalização	34
• Unidade, Simplicidade e Previsibilidade	36
• Hipóteses Características da Física	39
• Capítulo 05 A Mecânica	42
• Capítulo 06 A Geometria	48
• O Espaço da Mecânica e o da Geometria	48
• O Abandono da Experiência	51

•	Capítulo 07	A Matemática	56
		• O Raciocínio Matemático	56
		• O Contínuo Matemático	61
	Segunda Parte	A Polêmica de 1905 a 1912: Poincaré <i>versus</i> Logicistas	64
•	Capítulo 08	O Contexto Histórico	65
•	Capítulo 09	Poincaré e a Nova Lógica	72
		• Conceções de Lógica e a Linguagem Simbólica.....	74
		• O Papel da Intuição e da Indução	78
		• Entre o Finito e o Infinito	81
•	Capítulo 10	Indução Matemática, Predicatividade e o Axioma da Escolha	86
		• O Princípio de Indução Completa	86
		• O Problema da Predicatividade	91
		1) O Problema e as Primeiras Tentativas de Solução	91
		2) A Teoria dos Tipos Lógicos e a Classificação Predicativa	96
		• O Axioma da Escolha	99
	Conclusão		102
	Referências Bibliográficas		106

*“... Pois a Natureza mantém seu véu cerrado,
Misteriosa, ainda que em plena luz do dia,
E onde o espírito não pode penetrar,
Nossos instrumentos nunca hão de abrir caminho.”*

Goethe, Fausto

Introdução

A Ciência do fim do século XIX se encontrava num momento de reavaliação de seus rumos. O seu rápido desenvolvimento vinha mostrando que o conhecimento científico, tão penosamente erigido com base em certezas até então consideradas sólidas e bem fundamentadas, não mais se sustentava, pois seus alicerces perderam, devido aos avanços obtidos pela prática científica, parte de sua credibilidade. Podemos não vislumbrar com clareza esse momento de dificuldade para a Epistemologia, mas uma breve leitura das *Regras Para a Direção do Espírito* de Descartes é capaz de dar uma idéia do que era fazer Ciência no século XVII e, em contrapartida, do modo absolutamente diferente como encaramos o conhecimento científico hoje em dia. Não nos cabe aqui analisar o percurso de três séculos de História da Ciência, mas um trecho de uma obra que será nossa referência constante neste trabalho pode ser bastante oportuno: “*hoje em dia vemos o que a Ciência está fazendo por nós. (...) O objetivo da Ciência não são as próprias coisas, como os dogmáticos imaginaram em sua simplicidade, mas as relações entre elas*”¹, algo muito distante da inspiração iluminista da solução de todos os problemas pelo poder da razão.

Parte considerável do presente trabalho se dedica às chamadas “Ciências Formais”. Estas, que há muito serviram como modelo perfeito aos outros ramos do conhecimento, encontraram um desenvolvimento profundo desde meados do século XVIII até o fim do século XIX, sendo que, considerado esse período, o ponto que talvez não seja o mais importante, mas que certamente é o que nos interessa mais diretamente, é o desenvolvimento da Matemática, notadamente a partir da obra de Georg Cantor, que com a inovação propiciada pela sua Teoria dos Conjuntos trouxe contribuições significativas à referida disciplina. Além disso, temos a oportunidade de ver nesse período Gottlob Frege desenvolver sua fantástica obra, iniciada com a *Conceituografia*, que inaugura a tentativa hercúlea de possibilitar a “reinvenção” da Matemática, reescrita exclusivamente em linguagem lógica. Esse projeto, denominado Projeto Logicista, não se restringe apenas à obra de Frege, e marcou época na História da Matemática sob a pena de vários outros autores. Surge, portanto, a questão relativa à verdadeira natureza da Matemática: seria ela uma disciplina tão próxima da Lógica a ponto de podermos reduzir aquela a esta sem incorrermos em erro? A resposta a essa pergunta ressaltaria qual o verdadeiro valor e o alcance dessa nova Lógica Matemática introduzida pelos logicistas.

¹ Poincaré, Henri, *Science and Hypothesis*, in Great Books of Western World, 1993, pág. xvi.

Até o advento da obra de Frege, a idéia de que a Lógica havia nascido como um sistema praticamente acabado era algo amplamente aceito. O *Organon* fora enriquecido principalmente pela tradição medieval, mas esse enriquecimento não constituía, *ipso facto*, algo que se pudesse afirmar como novo, mas apenas uma paulatina contribuição aos princípios gerais propostos por Aristóteles. O *status* de relativa imutabilidade e perfeição da Lógica se esvaiu devido ao advento da obra de Frege que, através de bases muito distintas daquelas que fundamentam a Lógica Clássica, propiciou uma verdadeira mudança de rumo para esse ramo do conhecimento, possibilitando a abertura de vários horizontes que ainda hoje se expandem continuamente. Vemos, por exemplo, o advento das lógicas não-clássicas, que têm introduzido questões bastante intrigantes e cuja formulação simplesmente não seria concebível dentro do paradigma da Lógica Aristotélica.

Em meio a essa verdadeira turbulência conceitual, floresce a obra de Henri Poincaré. Cientista de currículo e reputação invejáveis, esse autor inicia, a partir do início do século XX, uma obra de divulgação da Ciência, voltando sua atenção para a Epistemologia. A obra de Poincaré marca exatamente essa época de transição, e constitui um retrato bastante interessante nessa mudança de rumo das tentativas de conceber filosoficamente a atividade científica. O cunho convencionalista da Ciência conforme concebida por Poincaré é talvez sua característica mais marcante.

Além de interessante devido ao contexto histórico no qual está inserida, a obra de Poincaré tem outros atrativos e dilemas. Dentre eles, citaremos aqui o fato de que, em *Ciência e Hipótese*, obra fundamental para a compreensão das idéias desse pensador, verificamos que apesar de tratar de maneira específica os fundamentos da Física, da Mecânica, da Geometria e da própria Matemática, curiosamente deixa de abordar uma disciplina fundamental para o conjunto da Ciência: a Lógica.

O silêncio de Poincaré em relação a essa disciplina causa espécie, principalmente pelo papel central que a Lógica ocupa, seja como uma das Ciências Formais, seja como base de toda a inferência válida e, nesse caso, também como fundamento para a Ciência em geral. Não se pode também acreditar que Poincaré relega a Lógica a um papel menor apenas por desinteresse em relação à disciplina. Frege havia dado um passo por demais importante na História da Lógica para ser simplesmente ignorado por Poincaré.

A finalidade da presente dissertação de mestrado é proceder a uma análise detida da obra de Henri Poincaré, no sentido de esclarecer a maneira como ele concebia a Lógica Clássica em sua relação com a Lógica Matemática, assim como o lugar destas frente a outras

disciplinas, compreensão essa que se articulará a partir da abordagem de sua concepção de Ciência e de sua posição frente ao problema da crise dos fundamentos da Matemática.

Acredito que esta leitura pode realmente ser útil para compreendermos a obra de Poincaré, uma vez que nosso trabalho será o de explicitar de que maneira esse autor, para o qual “*para além das relações entre as coisas, não há realidade cognoscível*”² enxerga a Lógica, cuja importância está exatamente no estudo das relações formais possíveis entre as categorias de objetos.

Desse modo, primeiramente veremos os princípios filosóficos, metodológicos e epistemológicos dos quais parte Poincaré, a fim de conseguir uma base sólida para a compreensão da obra do autor. A partir daí, trataremos em particular da Física, Mecânica, Geometria e Matemática, que são disciplinas exemplares para o autor, para ressaltar as peculiaridades de cada um desses ramos do conhecimento. Em seguida, tentaremos compreender como esses princípios defendidos por Poincaré o levam a não aceitar a Lógica Matemática nascente, bem como determinam sua postura radical no que diz respeito aos resultados do trabalho de Cantor; para tanto, far-se-á necessário remeter sucintamente à Teoria Cantoriana dos Conjuntos e, mais especificamente, aos paradoxos a ela inerentes. Finalmente, como o diálogo acerca do problema da predicatividade durou cerca de sete anos, tentaremos reconstruir o caminho intelectual de Henri Poincaré e as alterações de nuance das teses por ele defendidas, bem como os pontos principais das idéias de seus interlocutores.

² Idem, *ibidem*, pág. xvi.

Primeira Parte

Filosofia e Ciência

por Henri Poincaré

Capítulo 01

Razão e Experiência

A leitura dos textos de Poincaré apresenta algumas dificuldades, pois apesar do grande número de obras que teve oportunidade de publicar no decorrer de sua carreira, poucas vezes o autor tratou sistematicamente o modo como concebia os fundamentos da Ciência. Podemos citar *Ciência e Hipótese*, *Ciência e Método* e *O Valor da Ciência* como as obras através das quais suas idéias acerca da Ciência e da Epistemologia se mostram de maneira mais clara e discernível. O presente capítulo terá o escopo de esclarecer algumas idéias que constituem o núcleo da obra de Henri Poincaré e, obviamente, são de grande importância para a compreensão dos motivos de sua resistência em relação à Lógica Matemática.

Filosofia e a Divisão das Ciências

A introdução de *Ciência e Hipótese*¹ mostra que podemos identificar claramente que Poincaré opera com uma divisão entre as Ciências; ao tratar do número e da magnitude, apresenta os princípios que regem a Matemática. A investigação acerca do espaço dá as bases adequadas para a Geometria, assim como o estudo da força e da natureza possibilita a compreensão da Mecânica e da Física, respectivamente. Essa divisão é muito importante, pois o autor oferece um tratamento distinto a cada um dos ramos do conhecimento de acordo com suas especificidades, o que já nos sugere uma profunda diferença entre eles, pois se faz necessário utilizar bases diferentes para tratar de objetos tão distintos entre si. Assim, a primeira idéia que temos de divisão se dá a partir da classificação que estabelecemos para as Ciências de acordo com o objeto estudado por cada uma delas, sendo que também o próprio método de abordagem das Ciências acaba sendo diferenciado de acordo com a peculiaridade do objeto. Isso fica bem claro quando verificamos a distância enorme que há entre os métodos dos matemáticos e dos geômetras e aqueles aplicados pelos físicos, sendo que o próprio corpo de *Ciência e Hipótese* é um rol bastante variado e ilustrativo de exemplos. Isso pode sugerir que uma mudança de método seja a decorrência natural da necessidade de adequação de nosso intelecto àquilo que está sendo por ele investigado, e essa imperiosa adequação só ocorre porque os objetos de investigação científica têm diferenças muito grandes entre si.

¹ Poincaré, Henri, *Science and Hypothesis*, pág. xiii.

Existe, portanto, uma divisão das Ciências de acordo com os objetos estudados. Essa divisão só é, no entanto, a conseqüência natural do grau de proximidade que o objeto estudado apresenta em sua relação com a razão pura e a experiência. É o grau de comprometimento que a razão estabelece com a experiência sensorial que determina a distinção entre os objetos dos vários ramos do conhecimento. Observar essa peculiaridade é condição necessária para compreendermos a importância dessa divisão estabelecida por Poincaré. Os objetos do conhecimento são, portanto, definidos a partir de um movimento de aproximação e distanciamento entre as duas instâncias através das quais nosso entendimento opera: razão pura e experiência sensível. Sob esse prisma, podemos facilmente proceder a uma tentativa de identificar o lugar exato de cada ramo do conhecimento em relação à razão e à experiência, esses dois pólos extremos.

O texto de *Ciência e Hipótese* é exemplar quanto ao tema. A Física Matemática é um ramo de conhecimento que a experiência de fatos singulares torna possível, devido a um processo de generalização operado pelo intelecto (a saber, a formulação de uma lei geral). É, assim, o ramo do conhecimento cujo recurso à experimentação é o mais claro e forte possível. A Mecânica tem por objetivo definir as leis gerais do movimento dos corpos, mas com uma certa independência em relação ao fato experimental. A Geometria, por sua vez, tem como objetos as formas ideais construídas no espírito, bem como o espaço geométrico cuja presença é necessária para a concepção de tais formas, de modo que temos a possibilidade de conceber vários sistemas geométricos consistentes. Por fim, a Matemática encontra na razão pura, e só nela, seu *métier*, sem necessitar de qualquer recurso à experiência, que apenas cria oportunidades para possibilitar seu desenvolvimento.

Há, dessa maneira, um distanciamento gradual da razão para seus próprios domínios:

- 1) a Física, fundada na experiência sensível;
- 2) a Mecânica, cujas leis remetem à experiência para a sua formulação, mas não se encontram submetidas a ela de maneira absoluta;
- 3) a Geometria, que é uma Ciência apriorística, mas utilizada pelo nosso intelecto para propiciar uma adequação serena às nossas experiências sensíveis; e
- 4) a Aritmética, Ciência que se caracteriza por um total distanciamento a tudo que diz respeito à experiência.

Assim, compreender os motivos da divisão dos ramos do conhecimento é compreender seus lugares próprios entre experiência e razão.

Dessa maneira, apesar da divisão dos objetos e peculiaridades de cada ramo da Ciência encontrar fundamentação e justificação suficientes nos seus próprios domínios, é preciso

reconhecer que há a possibilidade de propor uma argumentação não propriamente científica, através da qual essas distinções são introduzidas; a Ciência se justifica e se fundamenta; é auto-suficiente; mas a sua compreensão filosófica é muito adequada, o que se concretiza com a definição de sítios próprios a cada objeto do conhecimento, o que nos dá a certeza da forte relação que se estabelece entre Filosofia e Ciência.

Na obra de Poincaré, podemos automaticamente identificar qual sua estratégia de argumentação usual: normalmente o autor parte de uma afirmação, lançando mão, em seguida, de uma farta argumentação calcada basicamente em exemplos para fundamentar sua tese. De modo geral, todo o conteúdo de *Ciência e Hipótese*, *O Valor da Ciência* e *Ciência e Método* possui essa característica, para não remetermos a seus outros escritos. Por exemplo, ao tentar fundamentar sua tese de que a Geometria é um ramo do conhecimento marcado por seu caráter convencional, produzido por nosso intelecto e que, por sua vez, a Geometria Euclidiana é, dentro do universo das geometrias possíveis, aquela que possui a primazia por ser a mais adequada para explicar o espaço representativo tridimensional (verificado por nossos sentidos²), o autor recorre à imaginação dos leitores, sugerindo que concebam um lugar, um planeta, que apresente as características semelhantes às de um espaço não-euclidiano. O autor nos pergunta, então, se a geometria mais adequada para esse observador será a euclidiana ou a não-euclidiana. Naturalmente a alternativa desta geometria em detrimento daquela é a solução que coroa o raciocínio do epistemólogo francês. Uma enorme variedade de exemplos poderia ser arrolada para ressaltar essa característica do autor.

Quais são, portanto, os papéis desempenhados pela argumentação filosófica e pelos exemplos propostos? Quando o autor tem como finalidade situar os ramos da Ciência em seus respectivos espaços, o discurso filosófico se faz presente no âmbito do discurso científico, pois é aqui que surge a necessidade de compreender a Ciência não apenas sob ponto de vista da teoria proposta, mas visando horizontes mais largos. Por outro lado, como uma tese filosófica deve obrigatoriamente apresentar um vínculo forte com uma realidade objetiva, a sua adequação ao exemplo oriundo do discurso científico é *conditio sine qua non* para sua validade. Resumidamente, discurso científico e discurso filosófico são mutuamente importantes: a Ciência importa à Filosofia na medida em que é o próprio objeto de estudo da mesma. A Filosofia, por sua vez, importa à Ciência quando nos ajuda a esclarecer o seu papel e suas finalidades, graças à visão totalizante que proporciona. Isso se dá quando o filósofo volta sua atenção não para a teoria científica *em si*, mas para o modo como o método é

² Idem, *ibidem*, págs. 19 e 20.

definido, os pressupostos estabelecidos e o trabalho desenvolvido, e, obviamente, para a classificação das disciplinas científicas. Desse modo, apesar de não ser *necessária* para fundamentar a Ciência, a Filosofia guarda certo grau de pertinência.

Devemos, portanto, reconhecer que há uma ligação possível e desejável entre Filosofia e Ciência; o que não foi ainda esclarecido é como essa ligação se torna possível, pois ela aparece invariavelmente como algo implícito no texto de Poincaré. Assumimos, desse modo, que a proximidade que as Ciências apresentam em relação aos fatos deve obrigatoriamente ser levada em conta no âmbito dessa classificação filosófica, pois todas as disciplinas científicas abordadas por Henri Poincaré encontram alguma relação com os fatos, por mais tênue que seja. São, destarte, pontos fundamentais para a compreensão do pensamento de nosso autor.

Fato Bruto e Fato Científico

Preliminarmente: o fato bruto (que, principalmente nas Ciências Empíricas, possui um papel central), é o limite de nossa capacidade de experiência e, por isso mesmo, de extrema relevância. O fato científico, por sua vez, é o próprio objeto de trabalho da atividade científica. Entretanto, essa classificação atribuída aos fatos não pode ser vista de maneira absoluta. Há nuances a serem considerados cuja principal consequência é a impossibilidade de estabelecermos uma distinção rígida entre fatos brutos e fatos científicos.

O autor aborda em *O Valor da Ciência* a distinção entre essas duas maneiras de classificar os fatos.³ Ele faz tal distinção através de um exemplo: “o fato bruto é: eu vejo os pontos se deslocarem na escala, e o fato científico é: passa uma corrente pelo circuito.”⁴ Acreditar, porém, que o problema se resume a uma solução tão simplista é ignorar a profundidade da questão.

A distinção que Poincaré estabelece entre fato bruto e fato científico nasce da crítica que o ele dirige ao nominalismo de Le Roy. Poincaré afirma que essa divisão entre fato bruto e fato científico é adequada, não podendo compactuar, no entanto, com as consequências que dela Le Roy extrai, a saber, a idéia que a Ciência é uma criação independente do cientista e que, se o fato científico é o objeto da Ciência, implicitamente o fato bruto estaria definitivamente excluído da seara já ocupada pelo fato científico.

Logo, podemos estabelecer as seguintes premissas ao nos aventurarmos na distinção entre esses dois conceitos. Aos olhos de Poincaré, 1) eles não são uma construção feita ao

³ Poincaré, Henri, *La Valeur de la Science*, Ernest Flammarion, Paris, 1923, págs. 221 a 235.

⁴ Idem, *ibidem*, pág. 223.

capricho do cientista, bem como 2) o fato bruto está, de alguma maneira, inserido no contexto da Ciência.

Um exemplo extraído do próprio texto de Poincaré pode lançar alguma luz nessa distinção tão importante. O autor cita o fenômeno de um eclipse solar, a fim de apresentar uma distinção entre fato bruto e fato científico:

“Dados então quatro estágios:

1º Escureceu, diz o ignorante.

2º O eclipse ocorreu às nove horas, diz o astrônomo.

3º O eclipse ocorreu no horário que se poderia deduzir a partir das tabelas construídas segundo as leis de Newton, diz ele ainda.

4º Por isso a Terra gira ao redor do Sol, diz por fim Galileu.”⁵

Poincaré nega a tese defendida pelo nominalismo, tese essa que sustenta que a distinção entre fato bruto e fato científico está entre as duas primeiras proposições. Ao contrário disso, o autor sugere uma subdivisão da primeira afirmação, que se transforma em:

1-a - a impressão de obscuridade que experimenta uma testemunha do eclipse; e

1-b - a afirmação “escureceu”, fruto dessa experiência.

Temos assim uma nova escala de cinco degraus, sendo que para a distinção entre fato bruto e fato científico nos interessam os dois primeiros: *“em um certo sentido, o primeiro estágio é o próprio fato bruto, e o segundo uma espécie de fato científico; (...) no primeiro de nossos estágios, o fato, ainda completamente bruto, é, por assim dizer, individual, distinto completamente de todos os outros fatos possíveis. No segundo degrau, ele não é mais o mesmo. O enunciado do fato poderá se aplicar a uma infinidade de outros fatos. Assim que intervém a linguagem, eu não disponho mais de um número infinito de termos para exprimir os nuances porventura também infinitos que minhas impressões podem ter.”⁶*

Podemos considerar, portanto:

a) que o fato bruto é a mera constatação empírica de algum fenômeno. Utilizando o exemplo acima, o fato bruto seria a impressão de obscuridade constatada pelo espectador do eclipse;

b) que o fato científico é dado pelo refinamento ocorrido quando atribuímos àquela experiência determinadas características: denominá-la eclipse, estabelecer suas circunstâncias, causas e conseqüências; e

⁵ Idem, *ibidem*, págs. 222 e 223.

⁶ Idem, *ibidem*, págs. 224 e 225. Na sequência do texto, Poincaré insere mais uma subdivisão no segundo estágio, o que não é relevante para a presente abordagem.

c) que há uma instância intermediária, que é exatamente o momento em que a linguagem entra em cena e traduz a experiência de maneira adequada à sua melhor elaboração. A afirmação da experiência (1-b) é, ao mesmo tempo, o fato bruto e a elaboração mais rudimentar do fato científico. Justamente por esse motivo torna-se impossível estabelecer uma distinção rígida entre essas duas classificações. A afirmação 1-b é, por assim dizer, a “região de fronteira” entre fatos brutos e fatos científicos, sem limites rigidamente delineados.

A linguagem tem, portanto, entre outros, o papel de transformar o fato bruto em fato científico. O fato “propriamente” bruto ocorre às margens da linguagem e para além dos limites desta e do pensamento que a produz. A experiência pura e simples, proveniente dos sentidos, não é em absoluto aquele mesmo fato que, após o uso de nossas faculdades de razão, é *transformado* em algo compreensível para nosso entendimento e, portanto, passível de integrar nosso acervo de experiências que, uma vez generalizadas através da razão (quando classifica essas experiências pelas leis que lhe são peculiares), passam a integrar o conjunto que fundamenta a Física.⁷ Mas há um caminho a percorrer entre uma instância e outra. Em princípio, o contato sensorial que temos com o fato bruto é exclusivamente o de espectador. O objeto dos sentidos “se mostra”, sem o concurso do entendimento. Quando este procura transformar o estímulo em algo compreensível, ocorre uma tradução do fato bruto, que já passa a ser experienciado e compreendido através da linguagem.⁸ Os fatos brutos podem ser então transformados em enunciados, e assumir a forma de fatos científicos.

Existe um sentido, como vimos, para o fato bruto, em que ele não é enunciado. No entanto, Poincaré afirma⁹ que o enunciado científico é uma tradução do *enunciado do fato bruto* em uma outra linguagem. É necessário, pois, que haja uma passagem de mera constatação empírica à enunciação (passagem essa retratada pela diferença entre os números de ordem 1-a e 1-b citados acima), para que o próprio trânsito de fato bruto para enunciado de fato científico se realize.

Uma das características que distingue, portanto, o fato bruto enunciado do fato científico é a generalização que este último permite. Enquanto o fato bruto remete a uma

⁷ Anne-Françoise Schmid, em *Une Philosophie de Savant – Henri Poincaré et la Logique Mathématique*, F. Maspero, Paris, 1978, afirma que os próprios objetos das Ciências Formais devem também ser compreendidos como fatos. A partir dessa idéia, ela toma Poincaré por um empirista radical, idéia essa que tem um peso considerável em sua obra. Creio, entretanto, que podemos conceder à autora uma certa razão se e somente se entendermos por fato científico o que ela denomina genericamente pelo termo “fato”, e, ainda assim, num sentido bastante restrito, a saber, o de representar os próprios objetos da Ciência.

⁸ Quando a linguagem entra em cena, não podemos nos esquecer que os preceitos lógicos por ela obedecidos (por exemplo, os princípios de não-contradição e do terceiro excluído) também o fazem.

⁹ Poincaré, Henri, *La Valeur de la Science*, pág. 227.

única experiência, o fato científico se apresenta de modo a ser capaz de englobar vários fatos brutos, além, é claro, de estar intimamente relacionado a uma teoria científica.

Em suma, é absolutamente necessário deixar claro que o primeiro estágio do fato bruto (em nosso exemplo, a sensação de obscuridade), por si só, não tem efetivamente valor, se adotarmos o ponto de vista da constituição do conhecimento. É apenas a partir do segundo estágio (a enunciação do fato bruto) que passamos a atribuir tal valor a ele. Há, portanto, duas considerações a fazer nesse sentido: em primeiro lugar, não há possibilidade de constituirmos qualquer tipo de conhecimento *propriamente dito* em nível pré-linguístico. A linguagem é instrumento fundamental e indispensável para a constituição do conhecimento. Em segundo lugar, verifica-se que por mais simplória que seja a formulação dessa verbalização da experiência, já a proposição “escureceu” traz a possibilidade de ser cada vez mais lapidada, caracterizando portanto o primeiro passo do refinamento gradual que, através de um trabalho intelectual e criativo, possibilitará a formulação de um enunciado científico.

Podemos concluir que os enunciados científicos têm o poder de generalizar os fatos brutos, e sua verdade ou falsidade é corroborada ou não devido à existência de uma consonância entre o fato observado, proveniente da experiência, com a convenção estabelecida. Com esse arcabouço, podemos dar conta do 1º ao 3º passo do exemplo do eclipse usado por Poincaré em *O Valor da Ciência* e reproduzido acima. Quanto ao 4º passo, a saber, a conclusão de que a Terra gira, pode-se verificar uma mudança importante, que traz em si uma dificuldade a tiracolo: Galileu e seu Inquisidor têm a mesma observação acerca dos fatos brutos, mas suas experiências, ao contrário de os levarem para o mesmo ponto, os encaminham para interpretações diametralmente opostas. O que os leva a essa oposição são suas leituras diferentes do mesmo conjunto de experiências: este vê o mundo sob o prisma da Astronomia Ptolomaica, enquanto aquele tenta estabelecer sua nova tentativa de compreensão da qual Nicolau Copérnico é o pai e que foi posteriormente por ele sistematizada. Em poucas palavras, são as diferentes convenções pré-concebidas, através das quais os fatos brutos passam ao *status* de fato científico, que os levam a tal distanciamento. Essas convenções diferentes estabelecem universos próprios de significação das experiências individuais, motivo pelo qual o intercâmbio entre elas é impossível.

Se, no entanto, os mesmos fatos podem levar a conclusões e a teorias díspares, ao menos nas Ciências Empíricas são sempre os fatos brutos que começam a nos levar a algum lugar. Podemos assim redefinir a dupla tese apresentada acima: 1) os fatos brutos são

absolutamente imprescindíveis para a Ciência¹⁰ e, 2) apesar de criado pelo cientista, o fato científico é sempre fruto de uma tradução do fato bruto e nunca algo criado ao bel prazer do intelecto humano, tese que Poincaré atribui ao nominalista. Isso deixa claro que segundo o pensamento de Poincaré, a Ciência remete a experiências anteriores a qualquer tipo de refinamento racional (a elaboração de teorias, convenções e hipóteses) e tem nelas seu grande ponto de apoio. Devido a essa característica, a Epistemologia proposta pelo autor assegura seu valor objetivo, ou seja, sua proximidade em relação aos fatos observados pela experiência.

Ver, Pensar, Dizer

A passagem de 1-a a 1-b é, como já vimos, a passagem da experiência para a possibilidade de sua enunciação. A linguagem possui um papel fundamental, uma vez que existe uma identidade entre aquilo que pode ser pensado e aquilo que pode ser enunciado: *“minha opinião é que um objeto só é pensável se for definido por um número finito de palavras. Um objeto é passível de ser definido nesse sentido, denominarei ‘definível’ para ser mais direto. Assim, um objeto que não for definível também não pode ser pensado.”*¹¹ Ao defender essa posição, Poincaré está alinhado com uma tradição filosófica que identifica os atos de pensar e dizer que remonta à obra de Platão, mais precisamente ao magistral diálogo *O Sofista*; já no referido diálogo, o Estrangeiro de Eléia desenvolve uma argumentação que nos leva a reconhecer essa identidade entre pensar e dizer. Essas duas instâncias, apesar de distintas, se encontram intrinsecamente ligadas, e a possibilidade de uma exige a existência da outra.

Apesar da distância que há entre o ato de constatar algo através do testemunho de nossos sentidos (que é o fato bruto propriamente dito) e o de pensar/dizer essa mesma coisa (que representa ao mesmo tempo o fato bruto relativamente lapidado e o fato científico mais elementar), quando consideramos esse momento de transição, verificamos que podemos atribuir sentidos “mais fortes” e “mais fracos” à noção de fato bruto. A interpretação que, creio, podemos sugerir, é que ambas as instâncias se referem a um contato direto entre o intelecto e as experiências provenientes dos sentidos, e, exatamente por conta da proximidade em relação a este, podem ser concebidos sob o mesmo título de “fato bruto”, com uma diferença importante entre eles, a saber, o ato de enunciar tal experiência exige um

¹⁰ Idem, *ibidem*, pág. 232.

¹¹ Poincaré, Henri, *Über Transfinite Zahlen*, in Poincaré, Russell, Zermelo et Peano, Librairie A. Blanchard, Paris, 1986, pág. 231.

refinamento intelectual que o testemunho puro e simples não conhece. Percebemos, portanto, uma escala ascendente percorrida pelo intelecto, que parte da experiência pura e simples para posteriormente possibilitar a enunciação daquilo que foi constatado.

Essa escala ascendente também é facilmente reconhecida se voltarmos nossa atenção para a distinção existente entre fatos brutos e fatos científicos. Como vimos, não deve haver uma distinção rígida entre esses dois tipos de fatos; deve sim haver uma zona intermediária, na qual fatos brutos e fatos científicos se confundem: *“não há fronteira precisa entre fato bruto e fato científico; pode-se dizer apenas que tal enunciado de algum fato é mais bruto ou, ao contrário, mais científico que outro.”*¹²

Quanto ao fato bruto, a constatação do fato e seu enunciado são vistas como tendo apenas uma diferença de intensidade de trabalho do intelecto sobre os estímulos que recebemos. Os fatos científicos são, por sua vez, generalizações de fatos brutos, cuja função é exemplificar (e, portanto, corroborar ou falsificar) uma teoria (ou lei, como Poincaré normalmente se expressa). Entretanto, o papel generalizador do fato científico é uma característica inerente à própria linguagem. O ato de enunciarmos “escureceu” tem um papel generalizante porque serve para um grande número de experiências individuais. Tornamos esse enunciado “mais científico”, por exemplo, quando estabelecemos (também através da linguagem, obviamente) um vínculo mais forte entre esse fato e uma teoria que o explique, como ocorreu com o exemplo do eclipse.

Como a distinção entre fato bruto e fato científico não permite o estabelecimento de um limite preciso entre esses dois conceitos, há uma zona nebulosa, uma “região de fronteira”, em que gradualmente vamos tornando determinado enunciado “menos bruto”, lapidando-o, até que possamos reconhecê-lo sem sombra de dúvidas como o enunciado de um fato científico.

A fronteira entre fato bruto e fato científico, sendo imprecisa como é, permite a suposição de que é absolutamente possível dar continuidade àquela escada ascendente de refinamento intelectual cujos primeiros degraus estão no testemunho do fato bruto. Há, portanto, um escalonamento gradual iniciado com o mais bruto dos fatos (o fato apreendido pelo intelecto mas não trabalhado por ele) e o primor das formulações científicas mais rebuscadas.

Poincaré, ao final das contas e num certo sentido, coloca todos esses nuances com um só objetivo: o de mostrar que as Ciências (mais especificamente, as Ciências Naturais) são

¹² Poincaré, Henri, *La Valeur de la Science*, pág. 235.

baseadas em fatos apreendidos pela experiência e lapidados pela razão. Essa seqüência, esse refinamento nos dá uma amostra do trabalho do cientista, que deve ser entendido sem sombra de dúvida como atividade racional e criativa, mas sempre lastreada por um *background* garantido pela experiência sensível. Longe de ser um produto artificial construído pelo intelecto, como defendiam Le Roy e seus discípulos, a Ciência deve ter os pés no chão, isto é, deve sempre remeter ao seu objeto, não sendo *determinada* pelos fatos, mas *controlada* pelo intelecto com base neles.¹³

* * *

Abordamos aqui os conceitos de fato bruto e fato científico para compreender como razão pura e experiência sensível se relacionam. Os resultados que obtivemos foram bastante interessantes: essas duas instâncias do sujeito cognoscente estão intimamente ligadas, e a razão só opera adequadamente se estiver lastreada com a segurança garantida pela experiência sensível requerida. As experiências sensíveis, por sua vez, se abandonadas pela atividade racional, passam a ser meras espectadoras, sem qualquer capacidade de tirar qualquer lição ou inferência daquilo que testemunha em qualquer das disciplinas abordadas.

Os fatos são, para a Ciência, o material através do qual o intelecto opera. Para a Filosofia, recursos utilizados para uma compreensão adequada da gênese e do método das várias Ciências.

Entretanto, até mesmo o fato bruto ao qual recorreremos depende da experiência, que não pode ser identificada automaticamente a uma realidade exterior. Isso nos leva a considerar o problema relativo à existência de um mundo para além dos limites do sujeito cognoscente. É o que faremos a seguir.

¹³ Quanto às Ciências Formais, não podemos efetivamente falar de fatos brutos. O fato proveniente da experiência tem no âmbito da Matemática apenas o papel de servir como estímulo para o desenvolvimento das capacidades da razão; na Geometria, a busca de um sistema que seja tanto quanto possível consoante com aquilo que temos como experiência do espaço representativo não tem qualquer relação com a criação e o desenvolvimento dessa disciplina, mas simplesmente com a comodidade ao depararmos com os objetos desse espaço representativo. Em ambos os casos, portanto, fatos experimentais não podem ser compreendidos especificamente como base dos fatos científicos dos quais se ocupam essas disciplinas.

Capítulo 02

Sujeito e Realidade

Realidade e Pensamento

A partir da abordagem do problema tratado no capítulo anterior, podemos extrair algumas conclusões:

- 1) o processo através do qual transformamos fatos brutos em fatos científicos é gradual e sem fronteiras muito bem definidas;
- 2) existe um fundamento empírico para os fatos científicos, ou seja, as construções científicas não são feitas ao bel prazer do intelecto;
- 3) existe uma relação de identidade entre aquilo que pode ser dito e o que pode ser pensado, sendo que as leis do pensamento remetem às leis, peculiaridades e limitações da linguagem; e
- 4) tanto as teorias científicas quanto a filosofia desenvolvida no intuito de esclarecer seu funcionamento remetem necessariamente aos exemplos que são, em última análise, fatos que ilustram adequadamente os argumentos do autor.

A dicotomia entre razão e experiência estabelece o lugar próprio de cada um dos ramos de conhecimento entre essas duas polaridades; no entanto, a análise do binômio razão pura *versus* experiência não é suficiente, pois nada garante a perfeita identidade entre o fato bruto, mesmo em sua forma mais primitiva, e a realidade “em si”. Desse modo, surge o problema acerca de como se dá a relação entre mundo exterior e o sujeito pensante.

Se havia um escalonamento possível desde o mero testemunho do fato bruto até o mais elaborado fato científico, quando investigamos a relação que se impõe entre mundo exterior e sujeito pensante, essa ascensão gradual simplesmente não existe. Há, ao contrário, uma ruptura radical entre o fato bruto verificado pelos nossos sentidos (limite máximo que o sujeito cognoscente pode atingir) e aquilo que pode ser chamado pela terminologia kantiana de “*coisa-em-si*”.

Poincaré, em *O Valor da Ciência*, aborda exaustivamente o caráter não-artificial da Ciência, cujos fundamentos não são simples caprichos da razão (de acordo com o pensamento que atribui a Le Roy). Por outro lado, há um limite para a Ciência: como produto de nosso intelecto, ela está necessariamente inscrita nos limites de nossa capacidade de conhecimento. Deve-se, portanto, esclarecer até que ponto e de qual maneira resta a possibilidade de

aproximar nosso conhecimento da “*coisa-em-si*”. Sabedores que somos da grande influência da obra de Kant¹ nos trabalhos de Poincaré, poderíamos propor uma solução baseada nos preceitos kantianos com relativa segurança. Mas invariavelmente, em Filosofia, as soluções mais simplistas são também as mais enganadoras e reducionistas. Portanto, buscaremos os fundamentos que levam o autor a reconhecer a impossibilidade de conhecer o mundo exterior “em si”, e, ao mesmo tempo, garantir a objetividade da Ciência e escapar do solipsismo. Abordaremos essas dificuldades a partir do conceito de lei.

Para garantir a objetividade do mundo, ou seja, assegurar que há uma realidade comum a todos nós, é necessário estabelecer um lugar-comum que garanta a possibilidade de comunhão entre as inteligências que se aventurem a conhecer a realidade. Para Poincaré, essa “ponte” que se estabelece entre razão e realidade, que permite a compreensão por parte do intelecto acerca do funcionamento do mundo, tem o nome de *lei*. O conceito de lei não só é interessante, mas ocupa um lugar central na argumentação do nosso autor. Vamos, assim, abordar alguns trechos em que o conceito de lei é explicitado, para podermos deixar mais clara essa questão.

“A lei é uma ligação constante entre o antecedente e o conseqüente, entre o estado atual do mundo e seu estado imediatamente posterior,”² sendo que essa lógica pode ser revertida, ou seja, a lei nos garante também a obtenção do estado anterior a partir do estado atual. Ela deve ainda ter forma matemática, ou melhor, deve ser representada através da forma de uma equação. Além disso, devemos ressaltar que a lei tem um caráter marcadamente aproximativo. Elas são apenas aproximativamente válidas, o que denota a distinção radical entre as leis da natureza em si (se é que elas existem), e as leis que estabelecemos com o intuito de explicar e organizar os fenômenos observados.

A lei que, como vimos, permite a obtenção do conseqüente pelo antecedente e vice-versa, é o instrumento através do qual nós tentamos compreender a realidade. A evolução ou, para ser mais preciso, a mudança das leis é um problema complexo exatamente devido a serem elas nossas pontes de compreensão dos fenômenos que experimentamos. Se elas são nossas grandes bases para a compreensão do mundo (uma vez que os fatos brutos e científicos têm como objetivo corroborá-las ou falseá-las), a mudança das leis pode inclusive implicar (como no caso da Mecânica, por exemplo) na mudança da forma através da qual concebemos

¹ Quando citamos Kant, nos referimos principalmente ao teor da *Crítica da Razão Pura* e o problema clássico da Epistemologia por ela tratado.

² Poincaré, Henri, *Dernières Pensées*, Ernest Flammarion, Paris, 1913, pág. 07.

o mundo.³ Se quisermos exemplos que corroborem tal posição, basta recorrer à obra de Thomas S. Kuhn⁴, pois o ponto principal de abordagem desse autor em sua obra mais importante é a incomensurabilidade entre paradigmas distintos de Ciência e seu caráter determinante para nossa compreensão do mundo.

Poincaré trata, em *Ciência e Hipótese*, do princípio de conservação de energia.⁵ O referido trecho é exemplar no que diz respeito a várias características da obra do autor: 1) sua argumentação é um exemplo de como a heurística envolvida no processo de descoberta científica está, algumas vezes, além dos dados propriamente científicos. 2) Ao postular a validade da asserção “*há algo que permanece constante*” (a saber, a soma da energia potencial e da energia cinética), Poincaré afirma a importância da lei científica como meio através do qual buscaremos a compreensão dos fatos. É através da lei científica que os fatos devem ser compreendidos. 3) A lei possui um caráter de grande generalidade, que a torna aplicável de maneira geral. Neste exemplo, a lei da conservação da energia é aplicável a todos os corpos, e “*se a permissão de generalizar fatos nos fosse negada, a Ciência não poderia existir; ou ao menos seria reduzida a um mero inventário, apto apenas a asseverar fatos isolados.*”⁶

É relevante notar como Poincaré aborda o cálculo de probabilidades e uma questão análoga a essa, a saber, o problema relativo às leis do acaso. Vamos a seu texto para entender qual é a relação existente entre o acaso e o conceito de lei: “‘*como ousar falar em leis do acaso? O acaso não é a antítese de toda lei?*’ Assim se expressa Bertrand no início de seu Cálculo de Probabilidades. *A probabilidade é oposta à certeza. É algo que se ignora e que, assim, não se saberá calcular. Há uma contradição, ao menos aparente, e sobre ela muito já foi escrito.*”⁷ Na tentativa de esclarecer e resolver tais questões, o que ocorre no capítulo 04 do livro I de *Ciência e Método*, o autor apresenta sua posição acerca do problema: não obstante acreditarmos no acaso, *tudo* que acontece obedece a leis⁸. Sendo assim, aquilo que supomos ter ocorrido ao acaso é a medida negativa daquilo que sabemos ou, em outros termos, é a medida de nossa ignorância. Quanto mais fatos não conseguirmos explicar ou prever, mais atribuímos sua ocorrência ao acaso⁹.

Interessante também a premissa subjacente à possibilidade do cálculo de probabilidades: “*para que ele venha a ter algum sentido, nós devemos admitir, como ponto de*

³ Idem, *ibidem*, pág. 11.

⁴ Vide Kuhn, Thomas S., *A Estrutura das Revoluções Científicas*, Ed. Perspectiva, São Paulo, 1996.

⁵ Poincaré, Henri, *Science and Hypothesis*, págs. 35 a 39.

⁶ Idem, *ibidem*, pág. 37.

⁷ Poincaré, Henri, *Science et Méthode*, Ernest Flammarion, Paris, 1920, pág. 64.

⁸ Idem, *ibidem*, pág. 65.

⁹ Idem, *ibidem*, pág. 65.

*partida, uma hipótese ou convenção que tem sempre algo de arbitrário.”*¹⁰ Essa arbitrariedade não é mais que o reconhecimento de que num terreno desconhecido, o intelecto tem o poder de usar seus instrumentos para superar as contradições que se lhe apresentam.

Nosso conceito de lei pode agora ser considerado suficientemente delineado. A lei é um produto do intelecto que remete a fatos, simplesmente porque nós nunca seremos aptos a conhecer efetivamente as verdadeiras leis da natureza. É bem oportuna uma metáfora apresentada por Einstein e Infeld que, creio, poder-se-ia atribuir a Poincaré, quanto ao papel da Ciência como conhecimento aproximativo em relação a uma realidade incognoscível: *“os conceitos da Física são criações do espírito humano e não, como possam parecer, coisas determinadas pelo mundo externo. Em nosso esforço para compreender a realidade, a nossa posição lembra a de um homem que procura adivinhar o mecanismo de um relógio fechado. Este homem vê o mostrador e os ponteiros, ouve o tic-tac, mas não tem meios de abrir a caixa que esconde o maquinismo. Se é um homem engenhoso, pode fazer idéia de um mecanismo responsável por tudo que ele observa exteriormente, mas não poderá nunca ter certeza de que o maquinismo que ele imagina seja o único que possa explicar os movimentos exteriores. (...) Não poderá nunca comparar a idéia que forma do mecanismo interno com a realidade desse mecanismo.”*¹¹ O mecanismo da natureza não é cognoscível e, devido a isso, não pode ser objeto da Ciência.

A lei, que tem um vínculo tão forte com o fato científico, reflete e simboliza a própria atividade do cientista, uma vez que é ela que cristaliza as vitórias da Ciência, pois é no seu progresso que a Ciência caminha para uma melhor explicação dos fatos, bem como para uma suposta consonância com as incognoscíveis leis da natureza. Entretanto, essa suposta harmonia em relação às leis da natureza em nada contribui com a atividade científica. Como a Ciência não pode remeter à natureza “em-si”, devemos tomar como objetivo e como propósito último da atividade científica a explicação racional dos fatos. É preciso deixar claro, portanto, que a natureza exterior e suas leis podem até ser objeto de curiosidade, mas a atividade científica encontra seu fundamento, sua verdade e seus objetivos na experiência fenomênica. Nesse sentido, como ela não se resume a uma mera tautologia, deve possibilitar uma abrangência maior que a simples soma dos dois momentos (antecedente e conseqüente) que a integram. Ela deve ser também fecunda e universal.

¹⁰ Idem, *Science and Hypothesis*, pág. 60.

¹¹ Einstein, A, e Infeld, L. *A Evolução da Física*, Cia. Editora Nacional, 1943, in Da Costa, Newton Carneiro, *O Conhecimento Científico*, Discurso Editorial, São Paulo, 1997, págs. 37 e 38.

O que é a Ciência?

O que significa, porém, afirmar que a lei deve ser universal e fecunda? Podemos remeter novamente à primeira parte de *Ciência e Hipótese* para responder a tal questão, abordando a distinção estabelecida por Poincaré entre prova e verificação: “*verificação difere da prova precisamente porque é analítica, e porque não leva a nada. Ela não leva a nada porque a conclusão não é nada além das premissas traduzidas em outra linguagem. Uma prova real, por outro lado, é fecunda, pois a conclusão é, em certo sentido, mais geral que as premissas. A igualdade $2+2=4$ pode ser verificada porque é particular. Cada enunciado individual em Matemática pode ser sempre verificado da mesma forma. Mas se a Matemática pudesse ser reduzida a uma série de verificações como essa ela não seria uma Ciência. Um jogador de xadrez não cria uma Ciência ao ganhar uma peça. Não há Ciência que não seja relativa ao geral.*”¹²

A fecundidade que caracteriza a lei científica e é traço marcante da Ciência, se refere tão somente à capacidade criativa inerente ao nosso intelecto, enquanto que a característica que denominamos universalidade (ou generalidade) diz respeito à abrangência da Ciência, que não deve se limitar à mera constatação daquilo que já está dado; deve aspirar ao geral, a transcender os limites da simples verificação. Podemos denominar esses preceitos como sendo os *critérios de cientificidade* que uma disciplina deve obedecer para ser considerada “científica”.

Esclarecida essa faceta da atividade científica, permanece, no entanto, o problema relativo à sua objetividade. Como assegurar que existe uma realidade para além dos nossos sentidos se estamos confinados a nossas experiências individuais? Através das questões levantadas enquanto analisávamos o conceito de lei, poderemos propor algumas respostas.

A verdade aproximativa, característica fundamental para o conceito de lei, é certamente um campo fecundo para o poder criativo da Ciência: “*toda lei não é senão um enunciado imperfeito e provisório, mas que deve ser substituído um dia por uma outra lei superior, da qual ela não é mais que uma imagem grosseira. Ela não permanece então senão como o lugar para a intervenção de uma vontade livre.*”¹³ Como, nos termos de Poincaré, a questão da contingência das leis da natureza é “*evidentemente insolúvel*”¹⁴, resta-nos a tentativa de estabelecer leis que possibilitem uma compreensão dos fatos experimentais que

¹² Poincaré, Henri, *Science and Hypothesis*, pág. 02.

¹³ Idem, *La Valeur de la Science*, págs. 251 e 252.

¹⁴ Idem, *ibidem*, pág. 248.

possa ser compartilhada por todos nós. Se preferirmos, podemos definir essa objetividade como Poincaré o faz: *“o que nos garante a objetividade do mundo no qual vivemos é que esse mundo é comum tanto a nós quanto aos outros seres pensantes, (...) e essa é a primeira condição de objetividade: o que é objetivo deve ser comum a vários espíritos, e por consequência deve poder ser transmitido de um ao outro, e como essa transmissão não pode ser feita senão através de um ‘discurso’, o que inspira tanta desconfiança no Sr. Le Roy, somos forçados a concluir: sem discurso, sem objetividade.”*¹⁵ Assim, uma lei científica só pode aspirar à objetividade se puder ser compartilhada por vários seres pensantes. Mas isso resolve apenas parte do problema, pois ela é incapaz de transmitir sensações entre os indivíduos. Os fatos brutos, “transformados” em fatos científicos, mesmo com o auxílio da linguagem (que possibilita a objetividade do conhecimento), são particulares e intransferíveis quanto ao seu conteúdo. A linguagem não é passível de transmitir sensações¹⁶, sendo que, entre espíritos, só é possível a efetiva transmissão de *relações*. Eis um ponto chave do pensamento de Poincaré, pois desvendar as relações que se estabelecem entre os objetos do conhecimento é a finalidade do conhecimento científico: *“as sensações são, destarte, intransmissíveis, ou melhor, tudo nelas que é qualidade pura é intransmissível e para sempre impenetrável. Mas o mesmo não ocorre para as relações entre sensações. (...) Desse ponto de vista, tudo que é objetivo é desprovido de toda qualidade que não seja uma relação pura.”*¹⁷ Tentemos esclarecer melhor esse ponto.

O autor afirma que não somos aptos para apreender objetos exteriores e transformá-los, tal e qual são em si, em objetos de nosso conhecimento. No entanto, curiosamente ele acaba por postular uma certa identidade entre eles e as sensações que experimentamos e a eles se referem, identidade essa baseada não em uma prova rigorosa, mas na nossa crença pura e simples, porque qualquer prova nesse sentido é completamente impossível de ser levada a cabo: os objetos exteriores *“são reais naquelas sensações que experimentamos, que nos parecem unidos entre si por não sei qual cimento indestrutível e não por um acaso de momento.”*¹⁸ Mas mesmo que essa regra valha incondicionalmente, que essa liga seja realmente indestrutível, isso não resolveria o problema, pois nossa falta de competência de pôr à prova a identidade entre objeto exterior e fenômeno observado nos impede de conseguirmos estabelecer uma identidade entre mundo exterior e experiência, por mais forte e

¹⁵ Idem, *ibidem*, pág. 262.

¹⁶ Idem, *ibidem*, pág. 262.

¹⁷ Idem, *ibidem*, pág. 263.

¹⁸ Idem, *ibidem*, pág. 270.

intuitivamente clara que seja a identidade dessas duas instâncias, que só podemos basear em uma mera crença.

A linguagem, por sua vez, não é instrumento adequado para a transmissão de sensações, mas apenas das relações possíveis entre os objetos do conhecimento. Mas o que vem a ser essa pura relação, isenta de quaisquer qualidades, e qual o conhecimento possível do mundo a partir dela? Poincaré pode nos responder: *“suponhamos que uma cereja e uma papoula-flor-vermelha produzam em mim uma sensação A e sobre ele a sensação B, e que, ao contrário, uma folha produza em mim a sensação B e sobre ele a sensação A. É claro que nós nunca saberemos disso; porque eu denominarei ‘vermelho’ a sensação A e ‘verde’ a sensação B, enquanto ele chamará a primeira de ‘verde’ e a segunda de ‘vermelho’. Ao final, o que podemos constatar é que tanto para mim quanto para ele, a cereja e a papoula-flor-vermelha produzem a mesma sensação, uma vez que ele atribui o mesmo nome à mesma sensação que experimenta, e eu faço o mesmo.”*¹⁹

Não é o conteúdo, mas as relações entre as coisas que são veiculadas pela linguagem, e isso ocorre devido ao fato de que nossos sentidos e nossa linguagem tomam nosso interlocutor, seja ele quem for, como uma instância que lhes é estranha. Tanto a linguagem quanto os sentidos são incapazes de apreender a *“coisa-em-si”*, o que não nos permite, por sua vez, a transmissão mútua de conteúdos, mas apenas das formas, das relações ou das estruturas através das quais compreendemos, classificamos e organizamos os dados de nossas experiências. O conhecimento que nosso intelecto produz acerca do mundo exterior é o mundo de tais relações.

Logo, todo esse percurso de fato bruto a fato científico, com o intuito de que atingíssemos a consonância dos fatos com as leis da Ciência, nos levou ao final a reconhecer um claro problema de fundamento. Nossas limitações em apreender aquilo que nos é exterior (seja algo oriundo da natureza, seja algo oriundo de uma outra inteligência) fazem com que a única possibilidade de estabelecermos conhecimento objetivo esteja limitada a uma mera classificação das relações que tornam nossas experiências compartilháveis: *“afinal, o que é a Ciência? (...) É antes de tudo uma classificação, é uma maneira de aproximar fatos que as aparências separam, se bem que eles estejam ligados por algum parentesco natural e escondido. A Ciência, em outros termos, é um sistema de relações.”*²⁰ Resumidamente, Poincaré nos apresenta um conhecimento científico cujos conteúdos não são compartilháveis, o que colocaria em xeque obviamente o caráter objetivo que lhe é tão caro. No entanto, essa

¹⁹ Idem, *ibidem*, págs. 262 e 263.

²⁰ Idem, *ibidem*, págs. 265 e 266.

dificuldade preliminar é resolvida a partir do momento em que concebemos a Ciência não como um conhecimento de conteúdos, mas sim como um conhecimento de relações compartilháveis e, desse modo, garantimos a sua objetividade.

Em outros termos, há duas teses do autor que devem ser consideradas: primeiramente, não existem meios para sequer postularmos com absoluta certeza a existência de uma realidade exterior e, portanto, de produzir conhecimento acerca dela. Em segundo lugar, dada essa primeira assertiva, apesar do conteúdo da Ciência que produzirmos ser subjetivo (por ser fundado em nossas experiências), a estrutura dessa Ciência deve ser objetiva e, portanto, compartilhável. Essa é a maneira como Henri Poincaré concebe a Ciência, e esses princípios devem estar implícitos na leitura de todos os pontos que abordaremos acerca de sua obra.

Ao tomarmos a Ciência como classificação, o ideal de verdade que alimenta nossas esperanças está cada vez mais distante das concepções que animaram os cientistas e o público em geral da virada do século XIX para o século XX. Poincaré golpeia sem piedade esse lugar comum do conceito de verdade conquistado pela Ciência: *“dir-se-á que a Ciência não é mais que uma classificação, e uma classificação não pode ser verdadeira, mas cômoda; mas se é verdade que ela é cômoda, será verdade que ela não o é somente para mim, mas para todos os homens; é verdade que ela permanecerá cômoda para nossos descendentes; e é verdade, enfim, que ela não pode ser cômoda por acaso. Resumidamente, a própria realidade objetiva (e, com ela, a verdade dos enunciados que a postulam) são as relações das coisas de onde resultam a harmonia universal.”*²¹ Há que se notar, porém, que é apenas aparente esse abandono de uma possibilidade de verdade. O ideal do conhecimento aproximativo, traço básico da Ciência concebida por Henri Poincaré, implica num progresso intrínseco à atividade científica, que tem como limite a classificação que explique e preveja de maneira mais eficiente possível os fatos.

Não há como negar, destarte, que caminhamos em direção a uma verdade que, infelizmente, não é a Verdade Platônica, mas que é a única à qual podemos ter acesso. A verdade de um sistema de relações estabelecidas através de leis é a correspondência necessária entre essas leis e os fatos observados, de modo que possamos tomá-las como explicações plausíveis para a compreensão dos fenômenos oriundos da experiência, e que permitam, num segundo momento, prever novos fenômenos a partir delas. Devemos ter em mente que a correspondência reflete a relação existente entre os fatos (ou fenômenos), e não os verdadeiros objetos da natureza; a observância desse pormenor é necessária a fim de não se

²¹ Idem, *ibidem*, pág. 271.

incorrer na ilusão dogmática de uma possibilidade de conhecer *coisas*. Conhecemos *relações*, e quanto mais e melhor as conhecemos, mais próximos estamos da consonância entre nossas leis e das leis da natureza que buscamos tão avidamente imitar, mas essa proximidade é dada *apenas* do ponto de vista das relações que a linguagem nos permite compartilhar.

Poincaré não é mais explícito acerca de como conceber essas relações. Entretanto, podemos propor que o autor defende uma espécie de isomorfismo no que diz respeito ao comportamento dos objetos constituintes de determinadas experiências classificadas dentro da mesma lei científica. A partir dessa constância estabelecida, a linguagem comum que permite a comunicação e transmissão de idéias entre eu e meu interlocutor possibilita que entendamos determinado fato a partir de uma forma única, a saber, a forma como as relações entre os objetos constituintes de nossas experiências se organizam. Quando esse objetivo é atingido, o conhecimento relacional ganha objetividade, por poder ser passível de comunhão entre todos os seres pensantes.

A Dimensão Estética da Ciência

A verdade é, portanto, o fim último da Ciência? Sem dúvida. É nesses termos, inclusive, que o autor inicia a introdução do livro do qual mais nos ocupamos neste capítulo, *O Valor da Ciência*. No entanto, existe algum motivo implícito para termos na verdade o grande objetivo da atividade científica? De que nos servirá essa verdade obtida a tanto custo?

Poder-se-ia pensar em uma *utilidade* conquistada ao se atingir a verdade. A capacidade de prever o comportamento dos diversos objetos estudados pela Ciência encontra guarida e respaldo naquilo que vemos em nosso cotidiano. Mas há um outro motivo para nos lançarmos à busca da verdade que, invariavelmente, exige que enfrentemos caminhos árduos e tortuosos.

Segundo a concepção do autor, existe uma dimensão estética para a Ciência que suplanta o mundano pragmatismo no qual estamos inseridos: “o sábio não estuda a natureza pelo fato dela ser útil; ele a estuda porque isso lhe dá prazer, e isso lhe dá prazer porque a natureza é bela. Se a natureza não fosse bela, não valeria a pena que ela fosse conhecida; (...) a beleza intelectual basta a si mesma e é por ela, mais talvez que pelo bem futuro da humanidade, que o sábio se condena a longos e penosos trabalhos.”²² Uma visão romântica do papel da Ciência, que está em absoluto desacordo com o pragmatismo científico contemporâneo.

²² Idem, *Science et Méthode*, pág. 15.

O ato de “fazer Ciência” implica na escolha de alguns dentre os inumeráveis fatos passíveis de observação para integrar o conhecimento científico. Poincaré assevera que os fatos simples e os fatos grandiosos normalmente são escolhidos para esse fim.²³ Nós os escolhemos porque é na grandeza e na simplicidade do mundo que nosso intelecto encontra aquilo que lhe dá mais prazer. Partindo desse ponto, fica claro que deve haver uma simetria, ou melhor, uma consonância entre esses fatos e algo que se encontra em nós. E “*de onde vem essa concordância? Simplesmente as coisas que nos parecem belas são aquelas que se adaptam melhor à nossa inteligência.*”²⁴ Ao reconhecer suas próprias aspirações em algo que lhe é exterior, o intelecto pode ver-se a si mesmo, sendo necessário reconhecer que a simplicidade e a elegância das teorias científicas não são apenas desejáveis, mas possuem também uma função pragmática importante: uma teoria “*mais bela*”, por assim dizer, não deixa de ser uma teoria melhor, precisamente porque nos traz as soluções que buscamos e desejamos através de uma melhor adequação aos princípios de nosso intelecto. “Mais belo”, nesse sentido, pode *efetivamente* significar “melhor”.

Essa leitura só reforça algo que até agora só estava nas entrelinhas do trabalho, apesar de ser bastante claro e dedutível, a saber, o reconhecimento da Ciência como uma construção do espírito, que deve somente a ele sua existência. Não há Ciência possível se não houver espírito que a crie. A essa característica denominaremos *construtibilidade*. Essa idéia terá uma importância fundamental nos textos através dos quais o autor trabalhou a polêmica da crise dos fundamentos da Matemática. Isso pode ser notado mui claramente, por exemplo, quando Poincaré, por mais de uma vez, exige das diversas tentativas de solução dos paradoxos, a conformidade com “*uma sã psicologia*”. Ele o faz para tentar invalidar tanto parte da obra erigida por Cantor quanto o axioma de redutibilidade de Russell.

Essa conformidade nada mais é do que a adequação da concepção da Matemática com a nossa capacidade de pensá-la. Como, por exemplo, falar em um número infinito, ou em uma totalidade infinita no âmbito da Matemática, se nosso intelecto, enquanto *criador* dos conceitos matemáticos, não é capaz, de fato, de conceber tais idéias? No momento em que a “sã psicologia”, como Poincaré a denomina, é abandonada, a Matemática está certamente extrapolando seus limites e incorrendo em uma seara bastante perigosa, simplesmente porque não está em harmonia com os preceitos da razão que lhe garantem o rigor e a certeza; como produto óbvio dessa inobservância de limites, a Matemática se vê defronte a paradoxos.

²³ Idem, *ibidem*, págs. 15 e 16.

²⁴ Idem, *ibidem*, pág. 17.

Com isso, fechamos este círculo. A Ciência é o conhecimento de um conjunto de relações entre os objetos oriundos da experiência, relações essas que obedecem a leis constantes. A dimensão estética e a importância de estar de acordo com uma psicologia adequada, características atribuídas à Ciência pelo autor, reforçam aquilo que já havíamos visto no capítulo anterior, ou seja, a importância de uma instância externa (reflexiva, filosófica) para definir campos de atuação e fundar satisfatoriamente a Ciência. Em suma, tudo o que trouxemos à tona no presente capítulo ressalta a idéia de uma Ciência atrelada incondicionalmente às nossas faculdades de pensá-la e realizá-la, o que se dá através de seu veículo próprio, a linguagem.

Capítulo 03

O Caráter Convencional da Ciência

O Contexto: Entre Duas Concepções de Ciência

O caráter convencional que Poincaré atribui ao conhecimento científico pode ser identificado indubitavelmente como sua marca mais peculiar, e algo que não podemos deixar de observar é o fato de que o florescimento da obra de Poincaré se dá num momento muito interessante da História da Ciência: *“há épocas em que o modo de apreender e de estruturar o universo é transformado inteiramente num breve lapso de tempo, como nas décadas que antecederam a Primeira Guerra Mundial. Todavia, na época, essa transformação foi entendida, ou mesmo notada, por um número reduzido de homens e mulheres em alguns países e, às vezes, apenas por minorias, dentro do campo de atividade intelectual e criativa que estavam sendo transformados. (...) A paisagem intelectual, na qual visivelmente emergiam sumidades como Planck, Einstein e Freud, para não falar em Schoenberg e Picasso, era clara e fundamentalmente diferente daquilo que mesmo observadores inteligentes acreditavam perceber em, digamos, 1870.”*¹ O prefácio de *Ciência e Hipótese* ilustra muito bem essa mudança de rumos da atividade científica.

Imerso nesse contexto, Poincaré tinha como objetivo refutar duas leituras: 1) a noção ingênua de Ciência, noção essa que ainda hoje é um lugar comum para o público pouco afeto à prática científica ou às sutilezas da Epistemologia; e 2) a concepção de Ciência defendida por Édouard Le Roy, denominada nominalismo.

Poincaré parece defender uma concepção que, num certo sentido, é um meio-termo entre essas duas posições citadas acima, mas que definitivamente não pode ser simploriamente reduzida a esses termos, por ser uma leitura muito mais refinada que uma simples posição intermediária e conciliadora dessas outras concepções supracitadas.

Em várias oportunidades Poincaré ataca o nominalismo de Le Roy, sendo que parte das críticas a ele dirigidas já foram citadas nos capítulos precedentes. Podemos resumir a posição adotada pelos nominalistas grosseiramente através das seguintes linhas mestras: o nominalista propõe a criação e o desenvolvimento de uma Ciência baseada única e exclusivamente nos preceitos de nossa razão. Aos olhos de Poincaré, *“algumas pessoas têm permanecido perplexas por essa característica de livre convenção que pode ser reconhecida*

¹ Hobsbawm, Eric, *A Era dos Impérios*, Editora Paz e Terra, 7ª Edição, São Paulo, 2002, págs. 339 e 340.

*em certos princípios fundamentais da Ciência. Algumas não conhecem limites para suas generalizações, e ao mesmo tempo têm esquecido que há uma diferença entre liberdade e pura arbitrariedade; por isso eles são compelidos a dar naquilo que nós chamamos de nominalismo; eles têm perguntado se o sábio não se deixa enganar por suas próprias definições e se o mundo que ele pensa ter descoberto não é uma simples criação de seus caprichos.”*² A Ciência estaria limitada exclusivamente ao império da razão, só a ela responderia e só a ela deveria se adequar. Operando dessa maneira, a Ciência caracterizar-se-ia por estar fundamentada em uma base exclusivamente dedutiva que, por sua vez, abarcaria seu próprio objeto. A título de ilustração, caso Poincaré aceitasse os preceitos que ele atribui ao nominalismo, praticamente toda a investigação que desenvolvemos no capítulo anterior seria dispensável, uma vez que o problema de compatibilizar as leis científicas às nossas experiências seria irrelevante, supérflua e desnecessária.

Recordemo-nos que quando Poincaré aborda a problemática acerca dos conceitos de fato bruto e de fato científico, ele o faz no intuito de refutar a tese nominalista segundo a qual os fatos brutos não devem fazer parte dos domínios da Ciência. A Ciência tal qual concebida pelo nominalista é algo cuja artificialidade (e, por artificialidade podemos aqui entender a absoluta falta de compromisso com algo que é exterior à razão pura) salta aos olhos.

Obviamente é muito mais simples garantir o rigor da Ciência se ela estiver calcada em bases nominalistas, mas o resultado ao qual essa decisão nos leva simplesmente não pode ser aceito pelo nosso autor. Ao contrário disso, Poincaré opta por conceder à Ciência (notadamente à Física) uma forte ligação com a realidade apresentada por nossas experiências, o que implica em problemas a serem resolvidos. O preço a ser pago por renegar veementemente uma Ciência artificial é abrir-se às incertezas oriundas dos problemas relativos à transitividade (cuja própria existência é problemática) entre razão pura e experiência, uma vez que a tentativa de estabelecer conhecimento científico acerca do mundo exterior é algo que está completamente fora de questão. Vimos a solução que nosso autor apresenta para esse problema, solução essa que não o resolve *ipso facto*: a identidade entre experiência sensível e um suposto mundo exterior é postulada com base apenas em uma crença cômoda que isso se dá dessa maneira. Melhor dizendo, somos compelidos para essa crença por falta de uma melhor opção (já que essa é a solução “mais cômoda”). A própria objetividade do conhecimento se encontra inscrita nos limites de uma simples relação de

² Poincaré, Henri, *Science and Hypothesis*, pág. xv.

objetos destituídos de conteúdo, pois como já vimos, “*fora dessas relações não há realidade cognoscível.*”³

Não obstante, curiosamente o próprio Le Roy não se diz nominalista, mas convencionalista. Recorrendo aos textos do autor bem como de seus comentadores, verificamos que, de certo modo, Poincaré deturpa levemente a concepção de Ciência apresentada por Le Roy. É seguro afirmar que Le Roy defendia um convencionalismo extremado, em que as leis científicas se encontravam acima da verificação empírica, chegando a propor que “*a construção científica faz submergir quase que completamente o dado empírico, (...) e a Ciência é uma ordem esquemática construída*”⁴, donde poderemos conceber as leis científicas como regras gerais, voltadas à sua melhor aplicabilidade: “*na verdade, os experimentos não verificam as teorias, mas as teorias são construídas de maneira que expliquem o resultado das aplicações experimentais.*”⁵ Curioso, portanto, Poincaré atribuir a Le Roy a alcunha de nominalista, quando na verdade a diferença entre as concepções epistemológicas de ambos só são claramente opostas se considerado o âmbito da Física.

Mas até que ponto, poder-se-ia perguntar, valeu a pena optar por esse caminho que, apesar de mais árduo, não pôde garantir muito mais que o nominalismo garantira? A argúcia de Poincaré, verificada principalmente pela maneira como o autor procura uma solução que satisfaça suas exigências, é razão suficiente para compreendermos a escolha que o faz seguir seu caminho, pois seu compromisso com a verdade, fruto natural da concepção abordada no capítulo anterior, segundo a qual a Ciência vale *per se* (mesmo que isso implique na limitação de trabalhar dentro de uma verdade apenas aproximativa) basta para fundamentar sua escolha. Reconhecer nossas limitações é o primeiro passo para o progresso da Ciência comprometida com a verdade. As contribuições que se possa dar a partir daí serão bastante interessantes, mesmo que limitadas. E nesse ponto em particular, não pensar em um paralelismo entre Poincaré e o kantismo é muito difícil.

* * *

³ Idem, *ibidem*, pág. xv.

⁴ Le Roy, Édouard, *Les Sciences Positives et les Philosophies de la Liberté*, Bibliothèque du Congrès Internationale de Philosophie, 1900, págs. 330 e 331, in Otero, Mario H., *De Édouard Le Roy a Thomas S. Kuhn; El Mitico Cambio Radical entre Positivismo y Pospositivismo*, <http://galileo.fcien.edu.uy/leroy-kuhn.htm>.

⁵ Idem, *ibidem*, pág. 33.

A outra concepção refutada por Poincaré foi aquela que acima denominamos “noção ingênua de Ciência”. Em seus termos: *“para o observador superficial, a verdade científica é inatacável, e a lógica da Ciência infalível; e se os homens da Ciência vez por outra cometem erros, é porque eles não entenderam as regras do jogo. As verdades matemáticas são derivadas de poucas proposições evidentes por si só, por uma cadeia impecável de raciocínios; elas são impostas não por nós, mas pela própria natureza. (...) Essa é, para a mente da maioria das pessoas e para os estudantes que estão desenvolvendo suas primeiras idéias acerca da Física, a origem da certeza da Ciência.”*⁶ O leigo acredita no poder da razão e na capacidade de compreendermos perfeitamente as leis da natureza *em si mesmas*, e o que baliza essa crença é uma concepção muito importante para a História da Epistemologia: a noção de verdade como correspondência entre um enunciado e uma realidade exterior. Podemos resumir tal concepção com a seguinte passagem: *“a concepção clássica, tradicional, da correspondência mantém que uma sentença (podendo exprimir uma crença) é verdadeira caso reflita o real, retrate aquilo que é; se isso não se der, ela é falsa. As crenças ou as sentenças apontam para os estados de coisas: se eles existem, são verdadeiras, caso contrário são falsas. Uma teoria da correspondência, para ser filosoficamente satisfatória, carece deixar clara a índole da correspondência que deve existir entre sentenças ou crenças, de um lado, e a realidade, de outro, que assegure a verdade.”*⁷ Foi principalmente com a notória problemática kantiana contida na *Crítica da Razão Pura* que a verdade enquanto correspondência a uma realidade “em-si” perdia suas bases. A partir desse momento crucial para a História da Filosofia, surgem melhores condições para pensar noções de verdade distintas de uma simples correspondência entre enunciado e realidade exterior, estabelecida como medida de correção do discurso desde a Lógica Aristotélica, pois o cerne da chamada “Revolução Copernicana” operada pela filosofia kantiana tem uma relação direta com a distinção proposta pelo autor entre sujeito e objeto do conhecimento. Antes de se estabelecer essa distinção radical, outra concepção de verdade era desnecessária, pois é só a partir do reconhecimento da distinção entre “fenômeno” e “coisa-em-si” que faz sentido pensar uma noção de verdade que não a verdade como correspondente às próprias coisas.

Resumidamente, a chamada noção ingênua de Ciência pode ser atribuída ao leigo e ao cientista ainda não despertado de seu cômodo “sono dogmático”, que em seu engano, acredita que ao conhecer a Verdade está realmente desvendando as leis obedecidas pelo mundo,

⁶ Poincaré, Henri, *Science and Hypothesis*, pág. xv.

⁷ Da Costa, Newton Carneiro, *opus cit.*, pág. 114.

quando na verdade só pode pretender estabelecer o conhecimento dos fenômenos (fatos brutos) oriundos da experiência.

Logo, tanto os ingênuos dogmáticos quanto os artificiais nominalistas são criticados por Poincaré devido à filiação de cada um deles a uma solução no que diz respeito ao problema acerca do verdadeiro objeto da Ciência. As diferentes concepções das quais partem o dogmático, o nominalista e o convencionalista os levam a maneiras bastante divergentes de conceber a Ciência: entre a recusa de recorrer à exterioridade proposta pelo nominalista e a irresponsável aceitação de uma identidade entre fato observado e mundo exterior, o convencionalista opta por uma solução intermediária, a saber, o reconhecimento da distinção entre sujeito e objeto do conhecimento, mas ainda assim postulando a verdade científica como presente na correspondência entre as leis e enunciados que postulamos e o modo como se comportam os fenômenos oriundos de nossas experiências. Nesse sentido, não há como negar um forte empirismo na obra de Henri Poincaré, pois há nela a tendência de reconhecer o fato como o ponto capital a ser considerado para a aquisição da verdade, mesmo que baseada em fenômenos, e não na realidade exterior.

Em *O Valor da Ciência*, mais especificamente no capítulo denominado *A Ciência e a Realidade*, Poincaré pergunta⁸ se a Ciência é capaz de nos fazer conhecer a verdadeira natureza das coisas, sendo categórico em negar tal possibilidade. Ao explicar sua posição, deixa claro que “*quando uma teoria científica pretende nos mostrar o que é o calor, ou a eletricidade, ou a vida, está preliminarmente condenada; tudo que ela pode nos dar não é mais que uma imagem grosseira.*”⁹ Apesar disso, é uma imagem grosseira do verdadeiro calor, da verdadeira eletricidade, da verdadeira vida, tão próximos quanto podemos chegar deles. *É uma imagem*, apesar de grosseira.

Ainda no mesmo texto, quando toma como exemplo o movimento de rotação da Terra, Poincaré corrobora essa leitura com uma passagem deveras interessante: “*essas duas proposições, ‘o mundo exterior existe’, ou ‘é mais cômodo supor que ele existe’ têm um só e mesmo sentido; assim, a hipótese da rotação da Terra conservará o mesmo grau de certeza que a própria existência de objetos exteriores.*”¹⁰ Mesmo que jamais possamos provar uma suposta consonância entre a convenção estabelecida e uma realidade exterior, Poincaré assevera que a melhor alternativa que nos resta é *supor* a harmonia entre esses dois mundos distintos. Ressalte-se, entretanto: essa harmonia não pode, nem nunca poderá, ser provada.

⁸ Poincaré, Henri, *La Valeur de la Science*, pág. 266.

⁹ Idem, *ibidem*, pág. 267.

¹⁰ Idem, *ibidem*, pág. 272.

Tendo nossas experiências sensíveis num grau tão grande de importância para a descoberta da verdade, é a elas que nosso intelecto deve remeter para assim possibilitar conhecimento objetivo. Como os nominalistas, Poincaré atribui ao intelecto a capacidade de criar uma Ciência que se constitui numa teoria explicativa das leis que regem os fenômenos observados. Porém, ao contrário deles, exige que essa criação do espírito seja controlada pela experiência sensível, que é sua pedra de toque. Eis a base que nos permite afirmar que Poincaré propõe uma solução intermediária entre a noção ingênua de Ciência e o nominalismo.

O Convencionalismo

Ao postularmos a Ciência como um conjunto de leis explicativas dos fenômenos sensíveis observados, bem como ao reconhecê-la um saber puramente relacional, abre-se um leque de possibilidades através das quais o intelecto pode operar, obviamente lastreado pela experiência, que é a porta para a compreensão, mesmo que limitada e imprecisa, de um mundo objetivo. Os limites da Ciência criada pelo nosso intelecto são definidos a partir das regras do pensar, sendo que daí podemos automaticamente identificar o corpo teórico que Aristóteles reuniu e sistematizou a fim de avaliar a validade de um enunciado. As leis da Lógica, que mais que incidentalmente, são também as regras do nosso pensar, são os limites da nossa linguagem, limites esses que devem ser observados a fim de que esse discurso continue mantendo sua significação e sua relação com os objetos do nosso conhecimento.

Há que se reconhecer necessariamente como válidas as soluções (leia-se teorias ou leis científicas) que satisfaçam a algumas exigências: 1) se enquadrem nos limites das leis gerais do discurso; 2) sejam pertinentes à explicação dos fatos, ou seja, tenham corroboração empírica; 3) estejam em harmonia com os princípios da razão (que propicia uma dimensão estética à Ciência) e com uma sã psicologia. Tendo em vista essas premissas, nada mais natural que adotar a teoria científica mais adequada como sendo a mais cômoda, pois essa comodidade nada mais é que o reconhecimento simples da adequação de uma determinada teoria às leis do pensamento, a fim de possibilitar uma inteligência mais simples e direta das experiências sensíveis adquiridas.

O conhecimento científico é uma convenção estabelecida de acordo com os fundamentos aqui apresentados. Tal convenção encontra a comodidade e a adequação aos fatos experienciados (nas Ciências Experimentais) e aos objetos criados pelo nosso intelecto

(nas Ciências Formais) como seus objetivos, e as regras de validade do discurso como seus limites.

O conceito de convenção tem uma função muito importante, pois em cada ramo específico da Ciência as hipóteses utilizadas e as convenções estabelecidas apresentam suas particularidades. A Ciência como conhecimento relacional entre objetos é o coroamento de *Ciência e Hipótese*; mas “para chegar a essa conclusão nós devemos passar em revista pela série das Ciências, da Aritmética e Geometria até a Mecânica e Física Experimental. Qual é a natureza do raciocínio matemático? Ele é realmente dedutivo, como normalmente se supõe? Uma análise cuidadosa nos mostra que é algo muito diferente disso, mas que ele participa de alguma forma, de um raciocínio indutivo, e por essa razão ele é fecundo. (...) O espaço é outra estrutura que se impõe no mundo. Do que derivam os primeiros princípios da Geometria? Eles se impõem a nós pela Lógica? (...) A Geometria deriva da experiência? Uma discussão cuidadosa nos responderá que não. Nós então concluímos que os princípios da Geometria são apenas convenções. (...) Na Mecânica, nós chegaremos a conclusões análogas, e nós devemos ver que os princípios dessa Ciência, embora mais diretamente baseados na experiência, possuem o caráter convencional dos postulados geométricos.”¹¹ A importância da convenção e da hipótese fica ainda mais evidente no caso da Física. As hipóteses formuladas tornam-se, portanto, convenções e definições, de acordo com a disciplina à qual se aplicam. Não há, entretanto, um convencionalismo radical em Poincaré: a Ciência não pode ser compreendida como um conjunto de convenções, pois tem na experiência sensível sua base mais importante (no campo da Física, obviamente). Destarte, apesar de se tratar de uma característica fundamental a ser reconhecida na obra de Poincaré, a Ciência não se resume apenas a convenções. A convenção tem seu papel limitado e seu momento próprio no âmbito da Epistemologia de Henri Poincaré.

Não há dúvidas que uma leitura mais radical poderia atribuir ao convencionalismo esse mesmo caráter artificial que Poincaré atribui ao nominalismo, e as razões para tanto são relativamente bem fundadas. Uma vez reconhecida a dependência da razão em relação aos fatos, temos o sujeito dependendo de suas experiências para obter algum tipo de conhecimento acerca do mundo exterior, mesmo que esse conhecimento seja extremamente grosseiro e superficial, apenas um simulacro da realidade.

Entretanto, se a observância do fato é o principal traço que distingue o convencionalista do nominalista, ao nos afastarmos do fato (o que ocorre quando nos

¹¹ Poincaré, Henri, *Science and Hypothesis*, págs. xv e xvi.

aproximamos das disciplinas da razão pura) surge uma conseqüência óbvia, a saber, a Epistemologia de Poincaré se aproxima do nominalismo. Isso deixa claro que a crítica respeitosa que nosso autor dirige ao nominalismo na pessoa de Le Roy não pode ser tomada como algo radical, pois ao nos afastarmos da observação da *empíria* e mergulharmos cada vez mais fundo nos domínios do puro intelecto, estaremos respirando ares de uma Ciência feita pelo espírito e para o espírito e, portanto, muito próxima do nominalismo. Poincaré só lamenta o fato do nominalista respirar ares tão rarefeitos nas oportunidades (no âmbito da Física) em que poderia fazer uso de bases bem mais consistentes.

Capítulo 04

A Física

Física Matemática e Generalização

Devido à tensão existente entre as instâncias da razão pura e da experiência, grande parte dos assuntos tratados nos capítulos anteriores se aplica à Física, pois essa é a disciplina cuja relação com a experiência é mais forte e mais problemática.

Em *Ciência e Hipótese*, Poincaré distingue Física Experimental de Física Matemática. A Física Experimental, fonte donde provêm os fatos (tomados como exemplos), é reconhecida como algo de suma importância, uma vez que “*o experimento é a única fonte de verdade. Apenas ele pode nos ensinar algo novo; apenas ele pode nos dar certezas. Esses são dois pontos que não podem ser questionados.*”¹ Os fatos têm primazia, pois é só através deles que o sujeito pode almejar a verdade no âmbito da Física. Nada há neles de convencional; eles são a matéria bruta que passará a ser lapidada pelo intelecto.

Não obstante, apesar de fundamental e importantíssima, a Física Experimental não resume toda a atividade científica: “*não podemos nos contentar apenas com o experimento? Não, isso é impossível; isso seria uma completa incompreensão do verdadeiro caráter da Ciência. O homem de Ciência deve trabalhar com método. A Ciência é construída a partir de fatos, assim como a casa é construída com pedras; mas a acumulação de fatos não é uma Ciência da mesma forma que uma pilha de pedras não é uma casa. E o mais importante de tudo, o cientista deve demonstrar ‘visada’*”², e esse *foresight* não pode ser adquirido somente através da experiência. A Física exige para seu desenvolvimento um esforço que se sobrepõe à simples constatação empírica. Não basta de modo algum colecionar experiências; deve-se buscar muito mais que isso, e a própria prática e os resultados obtidos pela Ciência são provas incontestes da possibilidade de ir além desse patamar.

O fato, se tomado isoladamente, nos dá um certo tipo de ensinamento, mas é necessário que a razão trabalhe sobre esse fato para que ele se torne mais proveitoso e possa ser explorado de modo pleno. Busca-se, então, estabelecer um rol de fatos, dos quais tentaremos extrair os melhores resultados, pois os fatos adquirem uma importância cada vez maior à medida que, a partir deles, podemos efetuar generalizações, que nada mais são que a extração daquilo que neles vemos de relevante, ou seja, a relação que eles explicitam entre

¹ Idem, *ibidem*, pág. 40.

² Idem, *ibidem*, pág. 40.

seus objetos. Não sendo a linguagem capaz de veicular conteúdos (assim como a Ciência que remete necessariamente à linguagem), resta-nos apenas buscar relações válidas no sentido de fundamentar nossas experiências. Pouco importa se eu e meu interlocutor pensamos *exatamente* nas mesmas coisas ao ouvirmos “*água*”, “*ebulição*” e “*100 graus Celsius*”. Importa para que tenhamos um mesmo entendimento da proposição “*a água entra em estado de ebulição a 100 graus Celsius ao nível do mar*”, que esse enunciado estabeleça uma relação verdadeira tanto para mim quanto para meu interlocutor, e que tal relação tenha uma forte base experimental, possibilitando sua objetividade. Dessa maneira, é a *relação* entre os objetos que constituem o fato científico que dá funcionalidade à Ciência. Isso reforça a idéia de que Poincaré concebe uma Ciência convencional, mas não *puramente* convencional, devido ao papel fundamental que reserva ao fato bruto no âmbito da Física.

Logo, podemos inferir com segurança que o experimento (ou fato científico) adequado é aquele que serve como matéria-prima para que dele possamos extrair o que mais nos interessa, a fim de direcionar adequadamente nossas conclusões para obtermos a verdade, finalidade última da Ciência. Por outro lado, como a Ciência busca estabelecer leis que têm o papel de possibilitar a compreensão das relações existentes entre os diversos objetos de investigação, pode-se dizer com segurança que ao tomarmos da Física Experimental um fato e submetê-lo às exigências e finalidades da Física Matemática, estamos via de regra procedendo a uma generalização que seja explicativa de determinada relação de objetos.

A Física Experimental e a Física Matemática diferem no que diz respeito a essa generalização. A Física Experimental generaliza os fatos, de modo que nos seja possível estabelecer uma linguagem comum a vários deles, enquanto é tarefa atribuída à Física Matemática a organização e o aproveitamento das experiências para que a Ciência seja algo além de uma pilha de pedras (mera “superposição” de experimentos), mas que se assemelhe mais a uma obra de Gaudí.

Tais generalizações, por tratarem das relações transmissíveis entre os interlocutores e, portanto, poderem ser compartilhadas, têm como finalidade adequar os fatos à lei que mais comodamente (ou verdadeiramente) os explica, e que esteja em melhor conformidade com os princípios da razão. Por serem convencionais, as generalizações que fazemos são hipóteses que têm como finalidade chegar à verdade, e contam com um guia para conduzi-las: “*esse é o papel da Física Matemática. Ela deve dirigir a generalização, no sentido de implementar aquilo que denominei como a potência criativa da Ciência.*”³

³ Idem, *ibidem*, pág. 41.

A Física Experimental se distingue da Física Matemática, portanto, de modo análogo à distinção já apresentada entre fato bruto e fato científico: o âmbito da Física Experimental é o conjunto de experiências anteriores a qualquer convenção. O caráter convencionalista surge na Física quando tratamos essas experiências dentro da Física Matemática, submetendo-as a hipóteses e convenções, e principalmente quando as generalizamos e as “inserimos” em uma teoria científica.

A maneira como essa disciplina guia as hipóteses pode se apresentar, portanto, sob vários aspectos, mas obedecendo a alguns parâmetros. Por exemplo, o autor assevera que as hipóteses não devem ser multiplicadas ao nosso bel prazer: *“pode-se comparar a Ciência com uma biblioteca que vai crescendo indefinidamente. O bibliotecário tem recursos limitados para suas aquisições, e ele deve, portanto, esforçar-se ao máximo para não perdê-las. A Física Experimental deve fazer as aquisições, e só ela pode enriquecer seu acervo. Quanto à Física Matemática, seu dever é o de redigir o catálogo. Se o catálogo é bem feito, a biblioteca não é mais rica por causa disso, mas o leitor estará habilitado a fazer uso de suas riquezas.”*⁴ Esse é o principal motivo pelo qual *“é importante não multiplicar hipóteses indefinidamente. Se construirmos uma teoria baseada numa multiplicidade de hipóteses, e se, por sua vez, a experimentação a condenar, qual das premissas deve ser alterada? É impossível dizer. Por outro lado, se o experimento obtém sucesso, podemos sugerir que ele verificou todas as hipóteses de uma vez?”*⁵ Destarte, quando o cientista formula hipóteses, ele deve demonstrar sabedoria e parcimônia, para poder assim alcançar seus objetivos, o que nada mais é senão a ‘visada’ citada por Poincaré. A título de comparação, verificamos que nosso autor não corrobora um holismo exacerbado como vemos na obra de Pierre Duhem, em que um experimento não é apto a condenar apenas uma hipótese isolada, mas deve obrigatoriamente colocar em xeque todo um conjunto teórico, assim como, por motivos análogos, considera que não há possibilidade de efetuar um experimento que seja crucial para a validação de uma teoria.⁶

Unidade, Simplicidade e Previsibilidade

Há que se postular, segundo Poincaré, uma certa unidade da natureza, que é um ponto de partida para possibilitar a relação entre objetos. Sem que haja essa unidade, a concepção na

⁴ Idem, *ibidem*, pág. 41.

⁵ Idem, *ibidem*, pág. 43.

⁶ Duhem, Pierre, *Physical Theory and Experiment*, in Harding, Sandra G., *Can Theories be Refuted?*, D. Reidel Publishing Company, Boston, págs. 04 a 11.

qual baseamos a Ciência como relação entre objetos torna-se bastante complexa, pois “*se as diferentes partes do universo não fossem como órgãos do mesmo corpo, elas não iriam reagir uma à outra; elas iriam se ignorar mutuamente, e só conheceriam cada parte no particular. Nós não precisamos, portanto, perguntar se a natureza é uma, mas como ela é uma.*”⁷

Devido a sua unidade, a natureza se torna um objeto possível de ser abarcado por nosso intelecto. Mesmo quando Poincaré assevera a unidade da natureza utilizando argumentos que remetem à impossibilidade de objetos se relacionarem mutuamente se não estiverem inseridos numa única totalidade, o autor está apresentando uma leitura que não tem necessariamente fulcro numa realidade exterior, mas exclusivamente no nosso limite de compreensão do mundo. Devemos postular a unidade do mundo por uma razão simples e imperativa: essa é a única maneira de tentar compreendê-lo. Nada garante a existência de leis gerais que dirigem o mundo exterior, mesmo porque sequer sua própria existência é garantida. E como a unidade da natureza se apresenta através da submissão a uma ordem, somos levados a acreditar numa unidade entre leis da natureza, ou seja, uma lei estabelecida entre antecedente e conseqüente válida para as próprias coisas, no sentido de determinar certos comportamentos para os objetos; num segundo momento, postularemos ainda, como já foi dito, uma certa correspondência entre essas leis que nos são estranhas e as leis que criamos. Nossas leis científicas e a forma como elas organizam as relações entre os objetos do conhecimento deverão ser um simulacro, o mais autêntico possível, das leis da natureza e dos objetos do mundo exterior supostamente disciplinados por elas.

A questão da simplicidade das leis da natureza pode se apresentar como um problema paralelo ao problema da sua unidade. Poincaré introduz essa questão deixando claro que o que até então ocorrera (ou seja, o reconhecimento não problemático de uma simplicidade da Física, que soa, na verdade, como uma idealização) não pode mais ser defendido impunemente. A própria História da Ciência nos mostra que onde vemos, num primeiro momento, simplicidade, temos implicitamente a existência de um sistema bastante complexo que a fundamenta e vice-versa.

Qual é, então, a verdadeira caracterização da Física? Ela é simples ou complexa? Vejamos um trecho no qual Poincaré trata da simplicidade das leis de Newton: “*e quanto à própria lei de Newton? Sua simplicidade, oculta por tanto tempo, é talvez uma característica apenas aparente. Quem sabe se isso não se deve a algum mecanismo complicado, ao impacto de alguma matéria sutil animada por um movimento irregular, ou talvez se ela não veio a se*

⁷ Poincaré, Henri, *Science and Hypothesis*, pág. 42.

*tornar simples por conta das médias de números de grande magnitude? Em qualquer desses casos, é difícil não supor que a verdadeira lei contém, de maneira complementar, termos que podem se tornar sensíveis a pequenas distâncias. (...) Não há dúvida que se nossos meios de investigação se tornarem mais e mais penetrantes, nós descobriremos o simples em meio ao complexo, e então o complexo a partir do simples, e em seguida novamente o simples em meio ao complexo, sem, no entanto, que sejamos capazes de dizer qual será o último termo. Nós devemos parar em algum lugar, e para que a Ciência seja possível, nós devemos parar onde achamos a simplicidade. Essa é a única base sobre a qual podemos erigir o edifício de nossas generalizações.”*⁸ O autor acaba por resolver esse problema de solidez das bases da Ciência de modo precário ao distinguir a simplicidade real da simplicidade aparente. No primeiro caso, temos base para erigir um corpo teórico mais forte (ou seja, que possua uma melhor fundamentação) se o compararmos àquele baseado apenas numa simplicidade aparente. Mas o que é digno de nota é a fragilidade dessa argumentação acerca do problema da simplicidade da Física. Para o autor, não há outro recurso a não ser atribuir à base da Física o caráter de simplicidade. É o intelecto que necessita dessa simplicidade e, por esse motivo, “suspende” sua procura num momento em que os meios de observação disponíveis corroboram (mesmo que apenas aparentemente) essa procura. Se essa suspensão coincide com as verdadeiras bases de algum ramo da Física que nossos meios permitem encontrar, temos a simplicidade real; em caso contrário, temos a simplicidade aparente. Novamente o intelecto encontra uma maneira de fazer o objeto da Física coincidir com seus próprios pressupostos, por mais artificial que possa parecer essa solução.

Por fim, além da simplicidade e da unidade, a predição também é um ponto de suma importância. Não haveria motivo forte para simplesmente fazer um inventário daquilo que já ocorreu. É a possibilidade de tomar a frente do problema e antever a passagem do antecedente para o conseqüente que põe verdadeiramente à prova os méritos da Ciência: “*então, por generalização, todo fato observado nos habilita a predizer um grande número de outros fatos.*”⁹

Poincaré é bastante veemente ao explicar que a predição, apesar de necessária e, mais, sendo um grande estímulo para a prática científica, não prescinde da verificação experimental. Sempre haverá na predição, portanto, um relativo grau de incerteza, pois o experimento é nossa pedra de toque. Não obstante, “*nós só não devemos nos esquecer que apenas o primeiro fato (isto é, aquele que é observado) é o único certo, e que todos os outros são apenas*

⁸ Idem, *ibidem*, págs. 42 e 43.

⁹ Idem, *ibidem*, pág. 41.

*prováveis. Por mais sólida que uma predição possa parecer, nós nunca estaremos absolutamente certos de que o experimento não provará que ela não tem uma base sólida se nós não nos dispusermos a verificá-la,(...) e é muito melhor predizer sem certeza do que nunca predizer.”*¹⁰

Hipóteses Características da Física

Há vários tipos de hipóteses, que podem ser, no campo da Física, as seguintes: *“primeiramente, há aquelas que são muito naturais e necessárias. (...) Há uma segunda categoria de hipóteses que eu devo classificar como indiferentes. (...) E as hipóteses da terceira categoria são verdadeiras generalizações.”*¹¹ Esses três tipos de hipóteses possuem empregos e finalidades distintos na prática científica. As hipóteses indiferentes, apesar de apresentarem uma importância secundária, ainda podem ser relevantes, sob o ponto de vista da solução de problemas.¹² Quanto àquelas que de fato são generalizações, a referência direta que fazem aos fatos experimentais ressalta seu caráter sintético, e muito do que foi dito até agora concorda perfeitamente com esse terceiro tipo de hipótese. Essas hipóteses são lastreadas diretamente nos fatos experimentais e, como produtos da linguagem (cujo poder generalizante lhe é implícito), agrupam os fatos de modo a representá-los excluindo suas peculiaridades individuais e, assim, levando em conta apenas o que diz respeito diretamente à Ciência, ou seja, as relações entre os objetos do conhecimento, sendo que a simplicidade, a unidade e a previsibilidade aplicada a situações semelhantes buscadas nesse contexto estão implícitas.

Entretanto, para nossos fins, as hipóteses mais interessantes são aquelas que aparentemente são as mais simples, ou seja, as que nos soam mais naturais: *“é difícil não supor que a influência de corpos muito distantes pode ser desconsiderada, que pequenos movimentos obedecem a uma lei linear, e que o efeito é uma função contínua de sua causa. Eu diria o mesmo das condições impostas pela simetria. Todas essas hipóteses afirmam, por assim dizer, a base comum de todas as teorias da Física Matemática. Elas são as últimas a serem abandonadas.”*¹³

¹⁰ Idem, *ibidem*, pág. 41.

¹¹ Idem, *ibidem*, pág. 44.

¹² “As hipóteses indiferentes nunca são perigosas desde que suas características não sejam confundidas. Elas podem ser proveitosas, seja como artifício de cálculo, seja no intuito de auxiliar nosso entendimento com imagens concretas ou para fixar idéias, como dissemos.” Idem, *ibidem*, pág. 44.

¹³ Idem, *ibidem*, pág. 44.

Qual a importância dessas hipóteses que se traduzem nas regras mais simples e básicas que adotamos na base da Ciência? No momento em que o epistemólogo reconhece o caráter hipotético e, portanto, convencional desses fundamentos, obrigatoriamente deve também reconhecer que as bases da Física se encontram escoradas nessas hipóteses. Curiosamente, são essas hipóteses que nos soam como as mais naturais que nos apresentam os maiores problemas para sua fundamentação.

Não seria esta, portanto, a primeira vez que Poincaré insere em sua argumentação uma tese que tem como motivo principal a idéia de fazer a “costura” entre as exigências do intelecto e as características da Física. Isso ocorre via de regra quando se apresenta a contradição, o paradoxo, ou enfim, quando alguma faceta da Ciência está prestes a escapar entre seus dedos.

Esses problemas de fundamentação, resolvidos de modo tão *sui generis*, nos mostram que a indeterminação dos fundamentos da Ciência ronda até mesmo as bases que consideramos como as mais sólidas, pois sequer a formulação desses princípios mais gerais poderia ser estabelecida com um rigor satisfatório exigido por um racionalista dogmático.

Tomemos o exemplo dos dados¹⁴, conforme apresentado por Poincaré. Quando são lançados, podemos nos perguntar qual a probabilidade da ocorrência de determinado resultado (no caso, 6) sendo que o cálculo é bastante simples, a saber, é a razão entre o número de eventos favoráveis e o número de eventos possíveis. Essa equação leva em conta um postulado sem o qual o referido cálculo se torna impossível, a saber, toma-se como verdade o fato de que a probabilidade de resultado das seis faces do dado é a mesma. Esse postulado é sempre implícito, mesmo quando não enunciado. Isso é, no entanto, uma convenção que adotamos para possibilitar a operação supracitada, e o fundamento para isso pode ser resumido como um recurso ao senso comum, que o autor chama de “*instinto obscuro*.”¹⁵ A utilização desse procedimento matemático para a previsão dos eventos mais ou menos prováveis necessita, portanto, de um lastro em convenções preestabelecidas, tão enraizadas no conhecimento científico que sequer as questionamos.

*

*

Essa abordagem superficial dos princípios da Física nos mostra uma força magistral do experimento. As características mais importantes da Física (seu caráter convencional e

¹⁴ Idem, *ibidem*, pág. 53.

¹⁵ Idem, *ibidem*, pág. 53.

generalizante, bem como sua adequação às regras da linguagem, e a constante busca pela simplicidade, unidade e previsibilidade) remetem diretamente aos limites e exigências da razão, e Poincaré se preocupa em garantir a solução dos problemas da Ciência *sempre* dentro de tais limites, ou seja, sempre com a possibilidade de evitar paradoxos. Tal concepção traz consigo novamente à tona uma idéia que permeia a concepção científica de Poincaré, que é a noção de construtibilidade, já citada anteriormente e que será abordada adiante mais detalhadamente.

Capítulo 05

A Mecânica

Vamos pautar nossa abordagem à disciplina da Mecânica a partir da tensão existente entre esta e as duas disciplinas mais próximas a ela, que são a Física e a Geometria, a fim de definir seus verdadeiros limites, bem como o papel que desempenha, pois a Mecânica não é uma Ciência Experimental como é a Física, e sequer é dedutiva, como a Geometria.

Poincaré introduz sua argumentação acerca desse problema através de algumas perguntas: *“um corpo que não está sob a ação de nenhuma força só pode se mover em linha reta. Essa é uma verdade imposta à nossa mente a priori? Se assim for, como podem os gregos tê-la ignorado? Como eles podem ter acreditado que o movimento cessa com suas causas? Ou ainda que todo corpo que não encontre nada que o impeça, mover-se-á descrevendo um círculo, que é a mais nobre das formas de movimento?”*

*Se dissermos que a velocidade de um corpo não pode mudar sem que haja uma razão para que o faça, não podemos também legitimamente afirmar que a posição de um corpo não pode mudar, ou que a curvatura de sua trajetória também não pode mudar, sem a ação de uma causa externa? Então o princípio da inércia, que não é uma verdade a priori, pode ser tomado como um fato experimental? Já houve experimentos com corpos não submetidos a qualquer tipo de força? E, em caso positivo, como sabemos que não havia forças atuando?”*¹

O princípio da inércia não pode ser uma verdade *a priori*, pois a razão é incapaz de verificá-lo a partir de seu próprio âmbito e sem o concurso da experiência. Caberia, pois, acreditar que estamos tratando com um fato experimental, uma vez que *alguma experiência* é necessária para a formulação da lei em tela. Porém, aceitar que o princípio da inércia é calcado simplesmente no fato experimental nos levaria a reconhecer a Mecânica como em pé de igualdade com a Física, pois não mais haveria uma distinção forte como a que Poincaré defende.

Graças a suas próprias características, o princípio da inércia (que é um feliz exemplo do que ocorre com todas as leis da Mecânica) não consegue encontrar na experiência uma palavra definitiva que o verifique ou que o condene. O conceito de força também não é algo que possamos assegurar a existência, por ser uma idéia cuja verificação empírica é muito mais problemática que os exemplos encontrados entre as leis da Física (pois se coloca para além de uma experiência direta dos sentidos), e isso ocorre devido à dificuldade de submeter à

¹ Idem, *ibidem*, págs. 26 e 27.

experimentação em quais momentos a presença ou ausência dessa misteriosa entidade determina o comportamento dos corpos no espaço.

Da mesma maneira, se há dificuldade até mesmo em identificar tais forças, como mensurá-las? Quando vemos uma bola de bilhar parada sobre uma mesa de bilhar, poderemos tranqüilamente assegurar que não há qualquer tipo de força atuando sobre ela? No campo da Mecânica, portanto, a experimentação possui uma função muito limitada se comparada ao poder do qual goza no âmbito da Física, pois os fatos observados não podem ser decisivos em relação à aceitação dos princípios e leis estabelecidos. Segundo Poincaré, seria um erro grosseiro incluir as leis da Mecânica no rol das disciplinas experimentais.

Poincaré considera o princípio da inércia apenas como um caso particular de um princípio mais geral, a saber, o princípio da aceleração.² Logo, a problemática que até então fora dirigida apenas ao princípio da inércia é generalizada, ganhando maiores contornos e, obviamente, generalizando também as conseqüências às quais chegamos que são, resumidamente, a incapacidade da razão estabelecer as leis da Mecânica *a priori*, bem como a impossibilidade de entendermos a experiência no âmbito da Mecânica com o mesmo poder de corroboração que ela possui na Física.

A partir dessa situação, dar-se-á um fenômeno curioso: “*não podemos nós temer que algum dia um novo experimento venha a falsificar alguma lei dos domínios da Física? Uma lei experimental está sempre sujeita a revisões; nós sempre devemos esperar vê-la substituída por uma outra lei mais exata. Mas ninguém pensa seriamente que a lei da qual nós falamos (isto é, a lei da inércia) será algum dia abandonada ou aperfeiçoada. Por quê? Precisamente porque ela nunca será submetida a um teste decisivo.*”³ O papel desempenhado na Mecânica pelos fatos experimentais é *sui generis*: eles devem ser considerados, mas de modo a não terem o poder de corroborar ou falsificar esses princípios, o que, em verdade, é bem diferente do que constatamos na Física.

Como vimos, o lugar próprio de cada um dos ramos do conhecimento se estabelece de acordo com a proximidade da disciplina em relação à experiência, sendo que a mais próxima e mais dependente em relação a esses fatos é a Física (apesar de não ser ela *inteiramente* dependente). Veremos um distanciamento gradual do intelecto em relação à necessidade de corroboração empírica para o estabelecimento de proposições verdadeiras, que se inicia com a compreensão do papel que a experiência desempenha no âmbito da Mecânica. Há que se notar, entretanto, que esse posicionamento de Poincaré quanto ao *status* diferenciado da

² Idem, *ibidem*, pág. 27.

³ Idem, *ibidem*, pág. 28.

Mecânica em relação à Física não é amplamente aceito. Pierre Duhem, por exemplo, considera a Mecânica praticamente sob a mesma ótica que a Física, uma vez que “*uma contradição experimental sempre envolve a totalidade do grupo de asserções que constitui uma teoria, sem qualquer possibilidade de designar qual a proposição desse grupo que deve ser rejeitada.*”⁴ Sob hipótese alguma, portanto, Duhem aceita o reconhecimento da Mecânica como um corpo teórico *inatacável* por parte das experiências, por serem a teoria e os fatos experimentais dados de um problema que não podem ser tomados individualmente, mas sempre como um todo.

* *

Por enquanto, conseguimos somente uma delimitação negativa da Mecânica. Falta verificar como ela pode ser pensada dentro desses limites estreitos que para ela estabelecemos logo acima.

Ao abordarmos a lei da aceleração, somos automaticamente levados a pensar nos conceitos tratados por ela, a saber, os de força e massa; mas de onde provêm essas idéias? Quais são, *de fato*, as relações que estabelecemos entre esses conceitos? Esses conceitos fundamentam e definem uns aos outros, sendo que não possuem algum objeto da experiência que lhes seja perfeitamente análogo. A peculiaridade desses conceitos não passa despercebida a Poincaré: “*quando dizemos que a força é a causa do movimento, nós estamos falando em termos metafísicos; e essa definição, se nós nos contentássemos com ela, seria absolutamente infrutífera e não nos levaria a nada.*”⁵

Poincaré afirma que aquilo que está em jogo não é saber o que é *realmente* a força, ou, em seus termos, “*se ela é a causa ou o efeito do movimento;*”⁶ essas questões, cuja própria possibilidade de solução é questionada, estão fora de sua visada. Para responder ao que lhe apraz, ou seja, como mensurar uma força, Poincaré lança mão da abordagem relativa à igualdade de duas forças, e através dessa estratégia, ele consegue escapar de uma definição “metafísica” como a citada logo acima, e nesse sentido, o que o autor procura é a reformulação desse campo da Mecânica abandonando momentaneamente o conceito problemático de força. As operações possibilitadas por esse argumento o levam ao estabelecimento da lei de ação e reação. E é a partir daí que nosso autor nos dá a primeira

⁴ Duhem, Pierre, *opus cit.*, pág. 37.

⁵ Poincaré, Henri, *Science and Hypothesis*, pág. 28.

⁶ Idem, *ibidem*, pág. 28.

pista acerca de como ele resolve esse problema relativo ao “lugar” das leis da Mecânica entre razão e experiência: *“assim nós somos compelidos a trazer à nossa definição de igualdade de duas forças o princípio da igualdade da ação e da reação; esse princípio, portanto, não mais pode ser visto como uma lei experimental, mas apenas como uma definição.”*⁷

Enquanto definições (ou, se preferirmos, convenções), os conceitos peculiares à Mecânica atendem satisfatoriamente às exigências de Poincaré. Mas a definição é algo produzido, obviamente, pelo intelecto, contando com o auxílio da experiência, que surge como um ponto de apoio a partir do qual passamos a construir um aparato teórico que tenha a possibilidade de, posteriormente, fundamentar essa mesma experiência sensível. Ao contrário da Física que tem na generalização dos fatos a fonte de todas as verdades que ela pode nos propiciar, a Mecânica também utiliza a experimentação para se estabelecer, mas o movimento peculiar dessa disciplina difere num ponto fundamental: ao invés de generalizar fatos, o intelecto, quando atuando no âmbito da Mecânica, deve estabelecer princípios que, por sua vez, devem manter alguma correspondência com a experiência sensível. *Correspondência*, e não *dependência*.

Desse modo, as definições que pertencem ao âmbito da Mecânica tomam os fatos como base para a elaboração de seus preceitos, a fim de que se garanta a compatibilidade requerida. Mas essas leis da Mecânica não dependem, em absoluto, da experiência, e tanto não dependem dela que ela não é competente para garantir sua corroboração ou sua falsificação. A primeira e a segunda lei da Mecânica Newtoniana vêm a ser bons exemplos disso. Apesar de nunca podermos saber se realmente determinado corpo está ou não submetido a algum tipo de força, se ele está em repouso, consideramo-lo isento da ação de forças. A segunda lei de Newton (*“a mudança do movimento é proporcional à força motriz impressa, e se faz segundo a linha reta pela qual se imprime a força”*⁸), nunca poderá também ser submetida a um teste decisivo, exatamente por estar intimamente relacionada ao conceito de força que, como vimos, é bastante problemático.

O papel da experiência no campo da Mecânica é garantir que as teorias propostas pela disciplina não sejam produtos artificiais: *“as leis da aceleração e da composição de forças são apenas convenções arbitrárias? Convenções sim, arbitrárias, não – assim seria se nós perdêssemos de vista os experimentos que levaram os fundadores dessa Ciência a adotar*

⁷ Idem, *ibidem*, pág. 29.

⁸ Newton, Isaac, *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*, in Newton, col. Os Pensadores, Ed. Nova Cultural, São Paulo, 1996, pág. 31.

*essas leis e que, mesmo imperfeitos como eram, foram suficientes para justificar sua adoção.”*⁹

Nos domínios da Física, o experimento, ao verificar ou falsear uma lei estabelecida convencionalmente, *determina* a validade dessa lei. Na Mecânica, ao contrário, a experiência é fundamental para *estabelecer* a teoria, mas não tem nenhuma possibilidade de “dar a última palavra” acerca dela. A diferença entre elas é o grau de proximidade (ou dependência) que elas apresentam em relação aos fatos experimentais.

Aparentemente fundados na Física Experimental, os princípios da Mecânica escapam da submissão à experiência; antes, é a Mecânica que após estabelecer suas definições, impõe à experiência os seus preceitos, convencionando uma leitura dos fatos de acordo com suas premissas e sem que, por outro lado, possa ser ameaçada por quaisquer experiências, pois estas nunca poderão colocar as leis da Mecânica em xeque. O princípio de conservação de energia, que postula a constância da soma da energia potencial e da energia cinética de determinado corpo é bastante sugestivo nesse contexto, pois se trata de uma definição cuja importância heurística é latente. Logo, é patente a submissão dos fatos à razão nos limites da Mecânica.

Há duas exigências que Poincaré faz à Mecânica, que são requisitos cuja existência não pode ser garantida pela simples observação e generalização dos fatos: são elas o rigor matemático e a validade irrestrita da disciplina: “*os princípios da Mecânica se apresentam a nós sob dois diferentes aspectos. De um lado, há verdades fundadas nos experimentos e verificadas de forma aproximativa, à medida que sistemas quase fechados são abordados. Por outro lado, há postulados aplicáveis à totalidade do universo e vistos como rigorosamente válidos. Se esses postulados possuem uma generalidade e uma exatidão que falsificam as verdades experimentais das quais eles foram deduzidos, é porque eles se reduzem, em última análise, a uma simples convenção que nós temos o direito de fazer, pois nós sabemos de antemão que não há experimento que possa contradizê-la.*”¹⁰ A Mecânica, se comparada com a Física, está certamente muito mais próxima das exigências de um intelecto puro e, por conseguinte, mais distante do determinismo das experiências.

Não obstante, a diferença entre essas duas disciplinas é mais profunda que o fato de se atribuir, no âmbito da Física, uma maior importância à experimentação, se comparada com o papel desempenhado pela experimentação na Mecânica: “*na Mecânica (...) nós devemos reconhecer que seus princípios, embora mais diretamente baseados na experiência, ainda*

⁹ Poincaré, Henri, *Science and Hypothesis*, pág. 32.

¹⁰ Idem, *ibidem*, pág. 39.

*compartilham o caráter convencional dos postulados geométricos. Até aqui, o nominalismo triunfa; mas abordando a Física propriamente dita, o cenário muda. Nós nos deparamos com hipóteses de outra natureza, e nós entendemos claramente quão fecundas elas são.”*¹¹ A crítica endereçada ao nominalismo se refere apenas à Física, pois o nominalista trata os experimentos da Física dentro do mesmo *status* atribuídos a eles no campo da Mecânica. Mecânica e Geometria são convenções nas quais a experiência é secundária. A Física carece muito mais da experiência, devido ao próprio método de indução utilizado pelo cientista. É incorreto, destarte, simplesmente tomar o “convencionalismo” como um rótulo sem notarmos que para cada disciplina existe uma peculiaridade. O mesmo ocorre no que diz respeito à distinção entre Mecânica e Geometria.

Um traço marcante que distingue essas duas Ciências surge em relação a sua origem; enquanto a Mecânica depende da experiência para estabelecer suas definições e convenções, isso não ocorre no âmbito da Geometria. A Geometria já passa a estabelecer suas operações sem necessariamente fazer uso ou manter qualquer tipo de relação com a experiência. Uma Mecânica absolutamente em descompasso com a experiência seria algo cuja finalidade certamente se perderia, uma vez que, como vimos, ela é antes de tudo uma interpretação (filosófica, se quisermos) do mundo no qual vivemos. Apesar de manter maior distância em relação às experiências sensíveis, as leis da Mecânica, além de deverem sua elaboração adequada à experiência, têm na explicação dos fenômenos também seus objetivos. O pecado no qual incorreria a Mecânica ao se tornar uma disciplina artificial não é compartilhado pela Geometria, pois tal “artificialidade” lhe é uma característica inerente.

Há ainda que se distinguir entre os objetos tratados por ambas as disciplinas. A Mecânica visa a explicação dos objetos que são observados, ou seja, que constituem os fatos. A Geometria, por sua vez, remete aos objetos ideais, que são produzidos pelo intelecto. São, portanto, duas instâncias de saber com âmbitos bastante diferentes, mas que se desenvolvem de modo paralelo.

¹¹ Idem, *ibidem*, pág. xvi.

Capítulo 06

A Geometria

O Espaço da Mecânica e o da Geometria

Com a Geometria, entramos no rol das disciplinas cujos objetos são criações do nosso espírito, e que nada devem, portanto, a uma realidade extrínseca à sua própria. Faremos aqui uma leitura dos pontos interessantes do texto *Espaço e Tempo*, texto integrante da obra *Últimos Pensamentos*, a fim de compreender esse distanciamento concebido por Poincaré no que tange à Mecânica, quando ela abandona um espaço externo, existente na realidade, para passar a trabalhar o espaço geométrico representativo.

“Uma das razões que me fizeram retomar as questões já tratadas é a revolução que se dá recentemente no campo de nossas idéias acerca da Mecânica. O princípio da relatividade, tal como o concebe Lorentz, não vai nos impor uma concepção inteiramente nova de espaço e tempo e, assim, nos forçar a abandonar as conclusões que já considerávamos pacíficas?”¹ O texto citado visa dar uma solução para a problemática advinda na esteira da Teoria da Relatividade, de modo que não seja imperioso, devido ao advento do princípio da relatividade, o abandono da Mecânica Newtoniana. Mas para entendermos qual o problema que espreita a concepção convencionalista (e, obviamente, a distinção clara e precisa entre Geometria e Mecânica conforme delineada por Poincaré em 1903 em *Ciência e Hipótese*), vamos abordar esses conceitos de espaço e tempo no momento em que eles aparecem no corpo da teoria em tela. Nossa intenção é, portanto, mostrar os motivos pelos quais Poincaré não aceita a Teoria da Relatividade conforme é proposta, sendo que essa investigação nos levará à compreensão das bases da Geometria conforme sua concepção.

*

*

Tanto a Geometria quanto a Mecânica fazem amplo uso do conceito de espaço. A noção de espaço, em Mecânica, advém de nossa experiência e, conseqüentemente, da inserção de nosso corpo entre os outros objetos dos sentidos: “o que há de mais quando constatamos a

¹ Poincaré, Henri, *Dernières Pensées*, pág. 35. É necessário fazer uma distinção muito importante entre o princípio da relatividade de Lorentz e a lei da relatividade conforme apresentada por Poincaré. Enquanto o princípio da relatividade de Lorentz é, segundo Poincaré, uma nova forma de conceber as leis da Mecânica como passíveis de experimentação, a lei da relatividade proposta por Poincaré está diretamente relacionada à criação do espaço representativo, que funciona como condição de possibilidade do movimento dos corpos.

*sensação de espaço em nossa própria consciência? Aqui, na presença de sensações variadas, nós sabemos que poderemos fazer movimentos que nos permitirão alcançar os objetos que vemos como as causas dessas sensações. (...) O sentido do espaço se reduz então a uma associação constante entre certas sensações e certos movimentos, ou à representação desses movimentos.”*²

Note-se, portanto, o caráter relativo do espaço como fruto de nossa consciência em meio aos objetos dos sentidos. Essa é a lei da relatividade proposta por Henri Poincaré que caracteriza o espaço representativo, uma vez que a noção de espaço que nos é peculiar surge a partir das nossas sensações motoras, visuais e táteis, donde sua relatividade provém. A relatividade é algo muito diferente da objetividade pretendida pelo conceito geométrico de espaço, comum e compartilhada por todos nós, que reconhecemos sem dificuldades a “clareza” dos postulados euclidianos. O termo “relativo” denota aqui as peculiaridades que o espaço pode assumir de acordo com as diferentes experiências e sensações produzidas pelos indivíduos, assim como é possível atribuir a esse termo um outro significado. Enquanto experiência individual e, destarte, limitada, não haveria qualquer motivo para concebermos uma experiência absoluta acerca do espaço, face às limitações dos nossos sentidos. O espaço é, assim, relativo em dois sentidos: tanto no que diz respeito à individualidade de nossas experiências quanto no que tange à nossa incapacidade de apreensão do absoluto. Devido a essas características da nossa capacidade de apreensão do espaço (e o que foi dito até aqui acerca do espaço serve da mesma forma para o tempo), a maneira que nos resta para sua abordagem é o modo de mensurá-lo: *“as propriedades do tempo não são senão aquelas dos relógios, assim como as propriedades do espaço não são mais que aquelas dos instrumentos de medição.”*³ Se quisermos estabelecer algum tipo de conhecimento acerca do espaço ou do tempo, devemos necessariamente limitarmo-nos àquilo que nos mostra nossa experiência e àquilo que podemos mensurar.

Como vimos nos capítulos anteriores, a idéia de espaço conforme tratada até aqui poderia estar tranqüilamente inserida no campo da Mecânica ou da Física. Se a considerarmos como um princípio que baliza a nossa interpretação do mundo e que, uma vez postulado, é tido como inatacável para a experiência, ei-la no campo da Mecânica. Porém, Poincaré mostra que ainda é possível uma leitura mais radical do problema: *“vimos então qual o princípio da relatividade física; ela não é uma simples convenção; ela é verificável e, conseqüentemente, pode não ser verificada; ela é uma verdade experimental, e qual é o sentido de tal*

² Idem, *ibidem*, págs. 36 e 37.

³ Idem, *ibidem*, págs. 41 e 42.

*verdade?(...) Ela não é mais uma necessidade devida à natureza de nosso próprio espírito; é uma verdade experimental à qual a experiência impõe seus próprios limites.”*⁴ Enquanto verdade experimental, há uma clara inconformidade entre a Ciência conforme concebida por Poincaré e a concepção que ele nos apresenta no que diz respeito ao espaço; isso o leva conseqüentemente a procurar outra alternativa para a definição do espaço: “*o princípio de relatividade física, como nós dissemos, é um fato experimental, do mesmo modo que as propriedades dos sólidos naturais; como tal, esse princípio é suscetível de uma incessante revisão; e a Geometria deve escapar a essa revisão. Por isso o princípio de relatividade deve ser visto como uma convenção; nós já apresentamos em que sentido esse princípio é experimental, (...) mas somente quando o princípio se apresenta a nós como uma convenção é que ele resistirá aos ataques da experiência. Ele é uma convenção que nos é sugerida pela experiência, mas que nós adotamos livremente.*”⁵

Desse modo, a nova concepção não apresenta qualquer problema aos olhos de nosso autor, desde que espaço e tempo sejam compreendidos como convenções: “*hoje em dia certos físicos tendem a adotar uma nova concepção. Não que eles estejam obrigados a isso; eles julgam essa nova convenção mais cômoda*⁶, *e isso é tudo; e aqueles que não compactuam com essa visão podem conservar sua concepção antiga, de forma a não atrapalhar seus velhos hábitos.*”⁷ O abandono de uma convenção por outra, que é o fundamento de toda a revolução na Mecânica da qual trata Poincaré, é apenas a adoção de outro modo de conceber espaço e tempo em lugar da concepção corrente e amplamente difundida da Mecânica Newtoniana. “*É essencial ressaltar que nessa nova concepção, espaço e tempo não são mais duas entidades inteiramente distintas e que se possa abordar separadamente, mas como duas partes de um mesmo todo, que se apresentam como intimamente entrelaçadas, de modo que não se pode separá-las facilmente.*”⁸

Em suma, se optarmos pela adoção do princípio da relatividade, devemos ter em mente seu caráter convencional. Não podemos, portanto, submetê-lo à prova da experimentação, por se tratar de um princípio que, assim como a Mecânica Newtoniana, deve nortear nossa “leitura” da realidade empírica. Deve, pois, gozar do mesmo *locus* da Mecânica Newtoniana, no que diz respeito ao seu lugar entre experiência e convenção pura.

⁴ Idem, *ibidem*, pág. 49.

⁵ Idem, *ibidem*, págs. 51 e 52.

⁶ Quando o autor se refere à característica de comodidade que esses conceitos passam a apresentar, podemos ter em mente exatamente aquilo que já foi tratado quanto à Física, ou seja, a simplicidade e adequação à explicação dos fenômenos acabam por retratar naturalmente uma adequação com os preceitos estabelecidos por nossa razão.

⁷ Poincaré, Henri, *Dernières Pensées*, pág. 54.

⁸ Idem, *ibidem*, pág. 53.

No texto em tela, Poincaré faz uma clara referência ao sistema de coordenadas proposto por Minowski, adotado por Lorentz e, posteriormente pelo autor cujo nome é sinônimo da formulação moderna da Teoria da Relatividade, Albert Einstein. Resumidamente, trata-se de estabelecer um sistema de coordenadas que dê conta da explicação do movimento. Esse sistema apresenta uma característica de quatro dimensões que situam o corpo no espaço e no tempo. Três das coordenadas apresentadas são relativas às dimensões espaciais (comprimento, altura e profundidade, assim como na Geometria Euclidiana). Aliada a essas, por sua vez, insere-se uma variável relativa ao tempo. Logo, espaço e tempo devem ser pensados simultaneamente, por serem coordenadas da mesma natureza, que definem a situação (e, obviamente, o movimento) de um corpo simultaneamente e, portanto, mutuamente dependentes.

Se essa nova concepção de espaço e tempo for compreendida simplesmente como uma convenção que substitui o modelo newtoniano, Poincaré não tem qualquer reparo a fazer. Se, no entanto, ela for adotada como algo passível de experimentação, há um claro descompasso com o caráter predominantemente convencional da Mecânica. Conforme exige Poincaré, a Mecânica usa como base para sua formulação a experiência, mas deve ser imune a ela, pois não se pode aceitar uma disciplina com o *status* pretendido pela Mecânica que seja passível de revisão experimental.

A adequação entre os conceitos de espaço geométrico e de espaço representativo encontrará uma solução adequada na abordagem dos problemas suscitados pelo advento das geometrias não-euclidianas, quando tentaremos deixar claro que essa coincidência entre espaço geométrico e representativo é muito mais um ato de nossa vontade que um mero acaso ou uma verdade dada intuitivamente.

O Abandono da Experiência

“É por seus respectivos objetos que Mecânica e Geometria se distinguem: a Geometria é o estudo de um grupo, seu objeto está situado no espírito; a Mecânica é o estudo dos movimentos dos corpos, e não na medida em que eles formam um grupo, mas como eles remetem a dados dos sentidos, à experiência.”⁹ O espírito, e não a experiência é, portanto, o *locus* da Geometria, e seu estudo (especificamente voltado ao papel das geometrias não-

⁹ Schmid, Anne-Françoise, *Une Philosophie de Savant - Henri Poincaré et la Logique Mathématique*, pág. 64.

euclidianas) tem uma função importante, pois é com ele que a leitura da Ciência estabelecida como convenção surge mais claramente.

A Geometria, devido ao método postulacional, parte de axiomas para efetuar suas operações. No entanto, o conceito de axioma deve ser abordado com cautela. A concepção clássica de axioma o toma como uma proposição que devido ao seu caráter evidente, claro, distinto, é reconhecido intuitivamente como verdadeiro e que possui ainda a característica de ser a base através da qual todos os silogismos típicos das Ciências Formais se desenvolvem. Sendo assim, os axiomas são simplesmente irreduzíveis a formas mais simples. Sob a ótica de Poincaré, no entanto, não há como corroborar a concepção clássica de axioma, uma vez que podemos conceber sistemas consistentes cujos axiomas básicos não sejam intuitivamente evidentes. Os axiomas são convenções estabelecidas pelo nosso intelecto que servirão de pontos de apoio para diversas geometrias possíveis.

Ao tratar especificamente dos axiomas da Geometria Euclidiana, Poincaré apresenta os três citados com maior frequência: “1) apenas uma reta pode atravessar dois pontos; 2) uma linha reta é a menor distância entre dois pontos; e 3) através de um ponto apenas uma paralela pode ser traçada em relação a uma outra paralela dada.”¹⁰ Este último axioma, também conhecido como postulado de Euclides, é um ponto capital para a compreensão daquilo que tratamos aqui. Enquanto axioma, esse postulado sempre foi entendido como evidente, claro e, destarte, *necessariamente verdadeiro*. O postulado de Euclides, assim como os axiomas em geral, estaria inserido no rol das proposições necessariamente verdadeiras, ou melhor, faria parte daquela espécie de juízos que Kant denominou juízos *a priori*. Sua verdade é necessária, devido à própria maneira como se apresenta essa intuição indubitável. A partir dela, através do método axiomático euclidiano, pode-se extrair postulados que, uma vez garantida a correção e exatidão do método, o resultado é a Geometria *in totum*, ou seja, um corpo teórico isento de contradição e, por isso mesmo, verdadeiro.

As geometrias não-euclidianas acabaram por alterar esse panorama.

São notórios os trabalhos de Nicolai Lobatchewski e János Bolyai. Ambos desenvolveram *pare passo* modelos de Geometria diversos do cânone euclidiano. Tomemos como exemplo algumas características da Geometria Hiperbólica e da Geometria Elíptica: “na Geometria hiperbólica, dados no plano Π o ponto P e a reta r , a qual P não pertence, por P passam, jacentes a Π , infinitas retas que não têm pontos em comum com r . Na Geometria elíptica, ao contrário, duas retas de um plano sempre se cortam.”¹¹

¹⁰ Poincaré, Henri, *Science and Hypothesis*, pág. 11.

¹¹ Da Costa, Newton Carneiro, *opus cit.*, pág. 67.

Em suma, apesar da aparente evidência, clareza e distinção da verdade do postulado de Euclides, há duas geometrias (que são apenas dois exemplos dentre tantos outros possíveis) que provam que tal postulado não é necessário, ou seja, podemos conceber geometrias nas quais o postulado de Euclides seja contradito e que mesmo assim elas sejam isentas de contradição. Somos levados a considerar, destarte, a possibilidade de criar infinitas geometrias que abalem as constatações mais óbvias de nossos sentidos e, do mesmo modo, aquelas que colocam em xeque até as proposições oriundas das intuições mais claras. As novas geometrias nos mostram o abismo que pode existir entre nossa razão e nossas experiências.

A experiência tem seu papel reduzido no que diz respeito ao estudo do espaço geométrico devido a dois fatores principais: em primeiro lugar, a Geometria não deve se prestar a revisões que tenham como fundamento experiências sensíveis, nem mesmo no sentido de corroborar seus postulados: *“os princípios da Geometria não são fatos experimentais, e em particular, o postulado de Euclides não pode ser provado através de experimentação.”*¹² Em segundo lugar, por não ter uma primazia absoluta, a Geometria Euclidiana não pode ser entendida como a única possível e, portanto, podemos considerar possíveis até mesmo sistemas geométricos cuja verificação experimental não ocorre. Sendo assim, se temos a pretensão de fundamentar nossas experiências em alguma dessas geometrias, faz-se necessário escolher dentre elas aquela que seja a mais adequada, se é que isso é possível.

Como falar, no entanto, em uma Geometria “mais adequada”, se todas elas obedecem a princípios lógicos muito bem definidos e dentro de seus contextos particulares, bem como são, como já vimos, isentas de contradição? Essa questão é justamente o ponto de apoio da argumentação de Poincaré. Por serem todas essas geometrias, a rigor, idênticas no que diz respeito a satisfazer as exigências de nosso intelecto, a escolha de qualquer uma delas pode ser feita ao nosso bel prazer, ou seja, podemos escolher aquela que mais nos aprouver, necessitando para isso apenas reconhecer o caráter convencional dessa escolha. Se, por sua vez, nos é dada a prerrogativa de escolher dentre as várias geometrias possíveis aquela que mais nos agrada, parece óbvio que faremos nossa escolha de modo a privilegiar a teoria que nos seja mais simples e clara; nos termos de Poincaré, escolheremos dentre elas a que nos seja mais cômoda, e essa comodidade se reflete na consonância dos preceitos da Geometria com a experiência. Logo, não se trata de, como na Física, depender da experiência para formular

¹² Poincaré, Henri, *Science and Hypothesis*, pág. 21.

postulados ou, como na Mecânica, buscar corroboração dos seus preceitos na experiência sensível; a relação entre a Geometria e a experiência ocorre apenas no sentido de privilegiar dentre várias geometrias possíveis aquela que menos estranheza nos cause, para que possamos estabelecer uma aparente unidade entre os preceitos geométricos estabelecidos por nosso intelecto e o modo como os objetos se comportam no mundo, mesmo que essa unidade seja apenas superficial como é: “*o experimento nos guia nessa escolha, escolha essa que ele não impõe a nós. Ele não nos diz qual é a Geometria mais verdadeira, mas qual é a mais cômoda.*”¹³

O espaço enquanto objeto da experiência pode ter uma forma tripla: visual, tátil e motora, sendo que oriundo de tais sensações, ele se denomina *espaço representativo*¹⁴. O espaço representativo é algo absolutamente diferente do espaço geométrico, mas uma vez reconhecida a tendência que temos à comodidade no sentido de tentar aproximar as bases do espaço representativo e o espaço geométrico¹⁵, podemos vislumbrar qual deles é o ponto de referência cuja primazia deve ser respeitada: “*o espaço representativo é apenas uma imagem do espaço geométrico, uma imagem deformada por certo tipo de perspectiva, e nós só podemos representar a nós mesmos os objetos fazendo-os obedecer às leis dessa perspectiva. Assim, nós não representamos a nós mesmos corpos externos no espaço geométrico, mas nós raciocinamos acerca desses corpos como se eles estivessem inseridos no espaço geométrico.*”¹⁶ Pensamos os objetos que são frutos de nossa experiência com base no conceito dos corpos perfeitos oriundos dos conceitos geométricos. A experiência tem, nesse contexto, o papel de apresentar o problema e o modelo. A partir daí, a razão cria a geometria euclidiana, e busca uma identidade entre esses dois domínios. E assim como o espaço representativo é algo bastante diferente do espaço geométrico, os objetos da Geometria são idéias cuja origem não é a mesma dos corpos sólidos. Mecânica e Geometria se distinguem não apenas devido às origens distintas dos objetos de cada uma delas (o espaço experimental representativo e o espaço geométrico), mas também no que diz respeito ao grau de comprometimento que têm em relação às experiências sensíveis.

*

*

¹³ Idem, *ibidem*, pág. 21.

¹⁴ Idem, *ibidem*, pág. 15.

¹⁵ Poincaré aponta as características mais comuns do espaço geométrico: “1º ele é contínuo; 2º ele é infinito; 3º ele tem três dimensões; 4º ele é homogêneo – isso quer dizer, ele possui pontos que são iguais entre si; 5º ele é isotrópico” Idem, *ibidem*, pág. 15.

¹⁶ Idem, *ibidem*, pág. 17.

A corroboração empírica está completamente fora de questão no âmbito da Geometria. Se analisadas a Física, a Mecânica e a Geometria, observamos um gradual caminho de abandono do valor da experiência como base para fundamentação, pois a Geometria não necessita, em absoluto, remeter à experiência sensível. Ela caminha por si só, é convencional, e a “aproximação” com as nossas experiências de espaço representativo são *interessantes*, mas não *necessárias*.

Note-se o paralelismo que existe entre a escolha da Geometria que melhor se compatibilize com o espaço representativo e o valor estético da Ciência citado no segundo capítulo. Enquanto a busca pela beleza da teoria que melhor apraz nosso intelecto dá uma dimensão estética à criação científica, a Geometria que mais nos agrada é aquela que podemos mais diretamente aplicar em nosso cotidiano, e a comodidade que daí advém nada mais é que a melhor adequação possível entre espaço representativo e uma concepção de espaço geométrico. Em ambos os casos, é um ato de nosso intelecto que faz pender a escolha para aquilo que melhor o satisfaça, que mais comodamente explique ou resolva um problema dado, e a liberdade de ação do intelecto assume uma forma ainda mais incisiva quando nos aventuramos na seara da Matemática.

Capítulo 07

A Matemática

Dentre as disciplinas abordadas em *Ciência e Hipótese*, a Matemática é a que possui maior independência em relação à experiência, pois nem mesmo o recurso secundário aos dados dos sentidos é necessário. Estamos no âmbito do intelecto puro, não havendo, destarte, motivo para tentarmos estabelecer qualquer tipo de adequação dos conceitos matemáticos à realidade.

O Raciocínio Matemático

Vimos no capítulo 02 do presente trabalho que um critério que deve nortear todas as Ciências é o da fecundidade. Se não há Ciência que não seja fecunda, essa deve ser também uma característica inerente à Matemática, cujo caráter científico não pode ser questionado. Por outro lado, por se tratar de uma Ciência Formal, o rigor da Matemática também é um requisito fundamental. Há, no entanto, que se reconhecer que essa dupla exigência (fecundidade e rigor) é problemática, apesar da necessidade de compatibilizar esses dois atributos.

*“A própria possibilidade da Ciência Matemática nos dá a impressão de uma contradição insolúvel. Se essa Ciência é dedutiva apenas em aparência, de onde deriva o perfeito rigor que por ninguém é questionado? Se, ao contrário, todas as proposições que ela enuncia podem ser derivadas ordenadamente através das regras da Lógica Formal, como a Matemática não é reduzida a uma imensa tautologia?”*¹ O rigor matemático deriva do caráter analítico-dedutivo próprio de seus raciocínios, garantindo, por sua vez, a certeza das proposições da Matemática. Mas essa característica é restritiva: o mesmo mecanismo que garante o rigor das proposições matemáticas é, *in tese*, o responsável pela esterilidade de suas proposições. O problema apresentado por Poincaré se resume à necessidade de compatibilizar a certeza e o rigor próprios às proposições matemáticas com a fecundidade exigida para a Ciência em geral. Há possibilidade de atingir tal objetivo e garantir tanto rigor quanto fecundidade à Matemática, desde que compreendamos a verdadeira natureza da disciplina.

Nas passagens em que Poincaré quer marcar a necessidade de fecundidade por parte da Matemática, o autor usa como contraponto a esterilidade da Lógica. As proposições

¹ Poincaré, Henri, *Science and Hypothesis*, pág. 01.

silogísticas não podem ser, portanto, consideradas como ciência *avant la lettre*. A Lógica tem um papel bastante restrito se comparada à Matemática. O procedimento dedutivo é certo exatamente por ser infrutífero, ou seja, por não abrir qualquer possibilidade de erro que não seja um erro de procedimento. Logo, não é através de um procedimento lógico que a Matemática pode alçar os vãos que Poincaré lhe reserva: “*o raciocínio matemático tem por si mesmo um tipo de virtude criativa, virtude essa que deve ser distinta do silogismo. A diferença deve ser profunda. Nós não devemos, portanto, achar a chave do mistério no uso freqüente da regra através da qual a mesma operação uniforme aplicada a dois números iguais reverterá em resultados idênticos.*”² É preciso buscar em outro princípio diferente da mera repetição da Lógica as bases para a compreensão dos verdadeiros fundamentos da Matemática.

A tipicidade do raciocínio matemático pode ser observada a partir das operações mais simples dessa Ciência. Em *Ciência e Hipótese*, o autor apresenta a demonstração leibniziana da equação que determina o resultado da operação de adição, a partir da adição da unidade a determinado número ‘ x ’³. Não nos daremos ao trabalho de repetir *ipsis litteris* a argumentação de Poincaré. No caso tratado, a saber, a demonstração da operação “ $2+2=4$ ”, Poincaré reconhece o caráter marcadamente analítico do procedimento; no entanto, logo em seguida, ele insere a distinção já apresentada que existe entre uma prova e uma verificação, e busca aprofundar sua argumentação ao abordar as próprias definições de adição e de multiplicação. Poincaré praticamente repete a prova leibniziana com um grau maior de generalidade. Mas é justamente a partir dessa generalidade que a Matemática começa a se desprender das amarras rígidas do puro silogismo.

A estratégia utilizada pelo autor é a seguinte: definir as operações matemáticas básicas e, em seguida, apresentar suas propriedades. Tomemos como exemplo a adição: “*nós agora temos que definir a operação ‘ $x+a$ ’, que consiste em adicionar ao número ‘ a ’ algum número ‘ x ’ dado. Supondo que nós tenhamos definido a operação ‘ $x+(a-1)$ ’, a operação ‘ $x+a$ ’ será definida pela igualdade: (I) ‘ $x+a=[x+(a-1)]+1$ ’. Devemos saber o que ‘ $x+a$ ’ é quando sabemos o que é ‘ $x+(a-1)$ ’, e como assumimos que devemos começar por entender o que é ‘ $x+1$ ’, nós podemos definir sucessivamente e ‘por repetição’ as operações ‘ $x+2$ ’, ‘ $x+3$ ’, etc.”⁴ Essa definição não é uma simples repetição silogística, pois Poincaré lhe atribui grande importância: “*a igualdade (I), de fato, contém um número infinito de definições distintas,**

² Idem, *ibidem*, pág. 01.

³ Idem, *ibidem*, págs. 01 e 02.

⁴ Idem, *ibidem*, pág. 02.

*cada uma tendo apenas um significado quando conhecemos o significado de seu predecessor.*⁵ É, portanto, a partir do significado do predecessor que podemos conhecer o significado do sucessor. Ao abordar as propriedades da adição, a saber, a propriedade associativa e a comutativa, o raciocínio por repetição também se faz presente, sendo que a argumentação do autor se resume a reconhecer que se certa propriedade pertence a determinado número, pertencerá também a seus sucessores e aos sucessores de seus sucessores. Logo, se atribuirmos essa propriedade a 0, ela deverá ser atribuída a todos os números naturais.

Podemos ver claramente como esse tipo de raciocínio, conforme exposto por Poincaré, excede em muito os limites que caracterizam os raciocínios puramente silogísticos. Trata-se de uma fórmula que traz consigo um número incontável de silogismos, e, enquanto tal, a enunciação da regra é suficiente para abarcar um sem-número de definições que, se produzidas por um raciocínio lógico simples, exigiriam um procedimento próprio para cada um deles. O raciocínio por repetição é, portanto, o raciocínio típico e característico da Matemática, pois é um instrumento adequado a essa Ciência que aspira ao rigor e à fecundidade.

Enquanto instrumento que nos os permite transcender do finito para o infinito, o raciocínio por repetição tem algumas características próprias. Primeiramente, por não se tratar de uma regra de silogismo, ele não pode ser reduzido ao princípio de não-contradição, porque o raciocínio por repetição se fundamenta num axioma indemonstrável, considerando que um princípio que remete ao infinito não pode ser provado analiticamente. Uma demonstração que satisfizesse o princípio em tela deveria incluir todo o conjunto dos naturais, tarefa essa cuja execução não pode ser levada a cabo. O infinito, aliás, não só é problemático no sentido de não permitir uma prova, mas também não se pode recorrer à experiência para fundamentar esse tipo de raciocínio, pois nunca poderemos ter experiências em relação ao infinito.

Poderíamos também supor que o raciocínio por repetição se assemelha ao mecanismo de indução experimental. A constatação de resultados previsíveis para operações semelhantes, corroborados várias e várias vezes pela experiência, nos permitiria generalizar tais resultados de acordo com nossas experiências. Porém, segundo Poincaré, os raciocínios matemáticos são de outra espécie e, como tais, não podem recorrer à experiência para sua fundamentação.

Logo, um princípio diferente tanto das bases lógicas quanto das bases empíricas é necessário para fundamentar o raciocínio típico da Matemática, pois ela não se restringe à

⁵ Idem, *ibidem*, pág. 02.

Lógica e nada deve à experiência. O raciocínio por repetição, portanto, remete a uma outra base: “*essa regra, inacessível à prova analítica bem como à experimentação, é o tipo perfeito de intuição sintética a priori*”⁶. Por outro lado, nós não podemos ver nela uma convenção, como ocorre com os postulados da Geometria.”⁷ Concluimos portanto que se trata de uma intuição sintética e *a priori*, e, como tal, para usar a terminologia kantiana, não se restringe a juízos analíticos ou mesmo a experiências sensíveis. A resposta ao problema repousa na idéia de que o raciocínio por repetição “*é apenas a afirmação do poder da mente que sabe possuir a capacidade de conceber através de repetições em número indefinido o mesmo ato, quando esse ato é possível. A mente possui uma intuição direta desse poder, e o experimento pode apenas propiciar uma oportunidade de usá-lo e, portanto, tomar consciência dele.*”⁸

Poincaré propõe que o raciocínio por repetição pode assim ser denominado como *raciocínio de indução matemática*, mas apenas se tivermos a clara noção de que por indução concebemos algo bastante diferente da idéia de indução no campo da Física. Enquanto a indução experimental é uma aposta probabilística na repetição do resultado de um evento semelhante já verificado pela experiência, e, portanto, passível de erro, a indução matemática é o reconhecimento por parte de nosso intelecto de uma capacidade intrínseca a ele mesmo. Não há perigo de erro quando tratamos da indução matemática, pois não há campo para ocorrerem as dicotomias entre razão *versus* experiência e sujeito *versus* realidade. A indução matemática é a mente humana reconhecendo e fazendo uso de sua própria capacidade criativa.⁹ Essa maneira de conceber a Matemática torna Henri Poincaré o precursor do intuicionismo matemático, que foi liderado posteriormente pelo holandês L. E. J. Brouwer, cuja principal característica é a crítica ao formalismo, pelo fato de considerá-lo como sendo “*não-construtivo matematicamente.*”¹⁰

Temos assim uma nova aparência para a Matemática. O raciocínio propriamente matemático (que, segundo o autor, não é o único, mas é talvez o mais exemplar), isto é, o raciocínio por repetição, passa a ser a marca característica dessa disciplina. A partir daí, um outro problema formulado pelo autor no início do primeiro capítulo de *Ciência e Hipótese*

⁶ Em *Une Philosophie de Savant* (págs. 147 e 148), Anne-Françoise Schmid dirige a Poincaré uma severa crítica por ter o autor confundido o juízo sintético *a priori*, que é uma intuição intelectual, com a intuição propriamente dita, que é sensível.

⁷ Poincaré, Henri, *Science and Hypothesis*, pág. 04.

⁸ Idem, *ibidem*, pág. 04.

⁹ “*A indução aplicada às Ciências Físicas é sempre incerta, porque ela é baseada na crença de uma ordem geral do universo, uma ordem que é externa a nós. A indução matemática, isto é, a prova por repetição, é, ao contrário, necessariamente imposta a nós, porque ela é apenas a afirmação de uma propriedade da própria mente.*” Idem, *ibidem*, pág. 04.

¹⁰ Vide Hobsbawm, Eric, *opus cit.*, pág. 343 e Encyclopaedia Britannica, 1993, Chicago, 15ª Edição, vol. 06, pág. 360.

encontra automaticamente sua solução. Poincaré assevera que “a contradição irá nos atingir se nós abrirmos qualquer livro sobre Matemática; em cada página o autor anuncia sua intenção de generalizar alguma proposição já conhecida. O método matemático procede assim do particular para o geral e, dessa forma, como ele pode ser chamado de dedutivo?”¹¹ Após percorrermos as idéias básicas que norteiam o conceito de indução matemática, a resposta é simples: em primeiro lugar, é fácil reconhecer que o raciocínio matemático parte do particular para o geral, pois o raciocínio por repetição tem como regra primordial a definição de um número a partir de seu antecessor. No entanto, como os raciocínios dessa natureza não podem ser reduzidos ao princípio de não-contradição e, conseqüentemente, a Lógica Formal não é instrumento capaz de abarcá-los em sua totalidade, não podem ser tomados apenas como raciocínios dedutivos. Seu caráter de intuição sintética *a priori* respalda a indução matemática em uma faculdade da própria mente humana. Destarte, não se pode deixar em segundo plano a capacidade construtiva de nosso intelecto: “os matemáticos procedem ‘por construção’, eles ‘constroem’ combinações mais e mais complicadas.”¹² A Matemática surge a partir da mente humana e é um produto de sua construção. A compreensão desse pormenor do pensamento de Poincaré será fundamental a fim de entendermos um ponto de controvérsia entre ele e Russell, seu principal interlocutor nos textos que tratam da crise da Teoria dos Conjuntos, ponto esse acerca do qual os referidos autores não conseguiram chegar a um consenso.

Todos os ramos do conhecimento tratados por Poincaré em *Ciência e Hipótese*, da pura Matemática à Física Experimental, devem ser compreendidos como um trabalho de construção. A Ciência e seus objetos são obras construídas pelo espírito humano, com maior ou menor auxílio da experiência. Apesar de não possuir o caráter convencional das definições que temos, por exemplo, na Geometria, a Matemática é exemplar nesse sentido face à sua auto-suficiência no que tange à delimitação e construção de seus objetos. É a forma mais pura que se pode tomar como exemplo dentre as Ciências aqui abordadas.

Com o aparato teórico que desenvolvemos até aqui, a resposta às questões inseridas pelo autor em sua obra parecem ter uma solução condizente. A contradição aparente que existia entre rigor, procedimento analítico e esterilidade, de um lado, e intuição, síntese e fecundidade, de outro, é superada através da compreensão da verdadeira natureza do raciocínio matemático. A contradição se dá quando tentamos atribuir à Matemática bases que se referem à pura Lógica Formal ou, em contrapartida, à Física. A Matemática, no entanto, se

¹¹ Poincaré, Henri, *Science and Hypothesis*, pág. 01.

¹² Idem, *ibidem*, pág. 05.

sustenta a partir de bases que não se restringem àquelas delineadas para uma ou para outra disciplina citada. Ela encontra fundamentação nas próprias faculdades da mente humana, que é capaz de estabelecer seus postulados *a priori*, sendo ainda competente para ir além da mera constatação silogística. O princípio de indução matemática, que materializa essa faculdade da mente e representa sua capacidade criativa, é a chave da compreensão da Matemática.

Em todos os momentos, Poincaré relega a Lógica a segundo plano, tratando-a como um mero procedimento de classificação, que como todo procedimento analítico, “*não leva a nada, pois a conclusão não é nada mais que as premissas traduzidas em uma outra linguagem.*”¹³ Se a Matemática tivesse suas bases fundadas apenas nos preceitos da Lógica, “*deveríamos admitir que todos os enunciados de todos os teoremas com os quais tantos volumes têm sido escritos são apenas maneiras indiretas de dizer que A é igual a A .*”¹⁴ O impacto que tal concepção de Matemática terá frente ao Logicismo é previsível.

O Contínuo Matemático

Poincaré estabelece uma importante distinção entre os conceitos de contínuo físico e contínuo matemático.¹⁵ Em sentido vulgar, uma grandeza é contínua quando incessante, ininterrupta e sem lacunas. Poincaré aborda as características do contínuo físico visando obviamente ressaltar os problemas e dificuldades frente à concepção do contínuo matemático; para isso, nosso autor cita a Lei de Fechner¹⁶. O exemplo tem como objetivo deixar claro que existe uma dificuldade no sentido de identificar a lei citada com os experimentos efetuados no sentido de verificá-la, dificuldade essa que remete diretamente à necessidade de compatibilizar nosso entendimento e as percepções advindas de nossos sentidos: “*tem sido observado que o peso A , de 10 gramas, e o peso B , de 11 gramas, produzem sensações idênticas e que da mesma forma, o peso B não poderia ser distinguido de um peso C de 12 gramas, mas que o peso A é prontamente diferenciado do peso C . Desse modo, os resultados grosseiros dos experimentos podem ser expressos através das seguintes relações: $A=B$, $B=C$, $A<C$, que pode ser visto como a fórmula do contínuo físico. Mas aqui há uma inadequação intolerável quanto ao princípio de não-contradição, e a necessidade de banir tal desacordo*

¹³ Idem, *ibidem*, pág. 02.

¹⁴ Idem, *ibidem*, pág. 01.

¹⁵ É necessário ressaltar a distinção apresentada por Poincaré entre contínuo e espaço. Tanto o contínuo físico quanto o contínuo matemático são fontes primárias da noção de espaço, uma vez que o autor afirma que o espaço nasce a partir da mensuração do contínuo: “*Quando a mensuração é aplicada ao contínuo que acabamos de definir, o contínuo se torna espaço, e nasce a Geometria.*” Idem, *ibidem*, pág. 10.

¹⁶ “*A sensação é proporcional ao logaritmo do estímulo.*” Idem, *ibidem*, pág. 07.

*nos concitou a inventar o contínuo matemático.”*¹⁷ Logo, é no sentido de evitar uma contradição criada pela experiência (a saber, tomar as fórmulas $A=B$, $B=C$ e $A>C$ como verdadeiras simultaneamente), que o intelecto tem a oportunidade de desenvolver o contínuo matemático. Note-se bem: a experiência não tem qualquer papel positivo no sentido de colaborar com uma solução que evite a contradição exposta acima. Ela simplesmente origina o problema, e a sua solução dar-se-á *exclusivamente* graças à razão.

A dicotomia entre experiência e o princípio de não-contradição desaparece quando abordamos o conceito de contínuo matemático. Podemos sempre conceber uma grandeza como um todo, que não seja composta de elementos distintos. Segundo Cantor, “*do ponto de vista da análise matemática, um conjunto ordenado a uma dimensão E é contínuo quando: 1º, é perfeito (quer dizer, idêntico ao seu derivado); 2º, contém uma sucessão enumerável S tal que haja sempre um elemento de S entre dois elementos de E .*”¹⁸ A possibilidade de repetirmos essa operação *ad infinitum* nos autoriza a criar o conjunto dos números racionais como um contínuo no qual a individualidade de seus componentes praticamente se esvai, por ser absolutamente tênue a distinção entre eles, se comparada à unidade sucessiva formada por esses elementos em conjunto. Não estamos, entretanto, presos às limitações de nossos sentidos, e a distinção entre um objeto e outro, por menor que seja a grandeza que os distingue, é perfeitamente clara, pois é conceitual.

A criação do contínuo matemático é apresentada em *Ciência e Hipótese* em dois estágios. O primeiro estágio tem como objeto dois tipos de operação: 1) a concepção do contínuo a partir da adição de unidades a uma determinada coleção de unidades (motivo pelo qual podemos conceber o conjunto dos naturais como um contínuo); e 2) a capacidade que temos de sempre inserir no intervalo existente entre duas grandezas uma terceira (como no caso do conjunto dos racionais); resumidamente, “*eu posso denominar de contínuo matemático de primeira ordem todo agregado formado através da mesma lei pela escala dos números comensuráveis.*”¹⁹ Ao tratarmos dos números incommensuráveis, estaremos adentrando na seara daquilo que Poincaré denomina *contínuo matemático de segunda ordem*.

Se a mente é capaz de repetir a mesma operação indefinidamente, pode parecer que não há sentido na introdução dos números incommensuráveis (e do contínuo matemático de segunda ordem) em determinada grandeza contínua; mas é devido à própria noção de

¹⁷ Idem, *ibidem*, pág. 07.

¹⁸ Cantor, Georg, *Mathematische Annalen*, in Lalande, André, *Vocabulário Técnico e Crítico de Filosofia*, Editora Martins Fontes, São Paulo, 1996, pág. 205.

¹⁹ Poincaré, Henri, *Science and Hypothesis*, pág. 08.

contínuo conforme apresentada acima que somos obrigados a introduzir a idéia de números incomensuráveis ou irracionais.

A argumentação de Poincaré é a seguinte: se considerarmos a intersecção de duas linhas, é óbvio que elas deverão possuir um ponto em comum, e isso é uma verdade que poderíamos considerar como baseada na indução a partir de um grande número de experiências. *“Mas uma contradição estará implícita se nós concebermos as linhas traçadas pelos geômetras como contínuos de primeira ordem; elas deverão apenas nos dar pontos, sendo que suas coordenadas são números racionais. A contradição seria manifesta se nós postulássemos a existência de retas e círculos. É claro, de fato, que se os pontos cujas coordenadas são comensuráveis fossem apenas tomados como reais, a inscrição de um quadrado num círculo não teria ponto de intersecção, pois as coordenadas desse ponto são incomensuráveis.”*²⁰

Portanto, é a própria construção da Matemática que nos leva à necessidade de recorrer aos números incomensuráveis do contínuo matemático de segunda ordem a fim de evitar um paradoxo, pois a capacidade criativa da mente sempre tentará evitar contradições no seio da Ciência. O que aqui está em jogo é a adequação da Matemática às regras de funcionamento de nosso intelecto, o que deve ser preservado a todo custo. Esse esforço, no caso dos números incomensuráveis, se traduz na nossa capacidade de criar símbolos a fim de resolver um problema matemático, mesmo que esses símbolos simplesmente signifiquem uma grandeza que não somos capazes de conceber. O intelecto opera com o intuito de garantir a unidade, a coerência e a consistência da Matemática e da Ciência como um todo.

O estudo do contínuo mostra, desse modo, a Matemática como uma disciplina rigorosa e criativa, pois ela supera os estreitos limites da Lógica e não necessita de bases empíricas.

²⁰ Idem, *ibidem*, pág. 08. Esse é o clássico problema da incomensurabilidade da diagonal do quadrado apresentado através de uma de suas formas possíveis.

Segunda Parte

A Polêmica de 1905 a 1912:

Poincaré *versus* Logicistas

Capítulo 08

O Contexto Histórico

Desde os *Elementos* de Euclides, as chamadas Ciências Formais foram submetidas a um lento processo de lapidação que se acelerou de maneira notável a partir do século XIX. Uma série de descobertas e invenções fizeram desmoronar a hegemonia de determinadas concepções acerca das Ciências, que culminaram no “*fim da compreensão do universo na imagem do arquiteto ou do engenheiro: um edifício ainda inacabado, mas cujo término não tardaria muito. (...) Foram esse modelo do universo e a maneira da mente humana compreendê-lo que agora faliam.*”¹ Para nos atermos ao que nos interessa mais diretamente, podemos citar a título de exemplo a criação das geometrias não-euclidianas, por János Bolyai e Nicolai Lobatchewsky. Esses geômetras propuseram sistemas de axiomatização diferentes do cânone euclidiano e que não implicavam em contradições,² o que significou a quebra da hegemonia de dois mil anos da geometria euclidiana e, obviamente, a pretensão de reconhecê-la como a única opção possível de uma representação rigorosa do espaço.

A Matemática, por sua vez, encontrou no século XIX o período no qual se buscou cada vez mais ansiosamente o rigor e a abstração, sendo as obras de Cauchy, Weierstrass e Dedekind ótimos exemplos desse movimento. Esse período se caracteriza pela tentativa de conceder às definições de números reais (por parte de Weierstrass) e números inteiros (mais tardiamente por Dedekind) um rigor absoluto, assim como às operações decorrentes dessas noções. As obras de Boole e Pierce são exemplos das tentativas no sentido de propiciar à Matemática um simbolismo que fosse absolutamente claro e estivesse em consonância com seus objetivos.

Resumidamente, é no século XIX que a Matemática passa a buscar um rigor para aquilo que anteriormente era tido como desnecessário face à sua evidência, assim como passa a tentar exprimir-se de maneira *perfeitamente* clara, a fim de bem cumprir o seu papel e ser apresentada de maneira absolutamente formal. E é nessa atmosfera que temos o advento do trabalho de Cantor.

¹ Hobsbawm, Eric, *opus cit.*, págs. 340 e 341.

² Todo o mérito da criação desse novo universo de Bolyai está baseado em algo aparentemente bastante simplório: a negação do quinto axioma euclidiano: “*se uma linha reta cortar duas linhas retas formando ângulos internos menores que dois ângulos retos, as duas linhas retas, se continuadas indefinidamente, se encontram com o lado nos quais os ângulos são menores que dois ângulos retos.*” Forder, Henry George e Valentine, Frederick Albert, *Geometry*, in *Encyclopaedia Britannica*, Chicago, 15ª Edição, 1993, vol. 19, pág. 888. Riemann, por sua vez, também “criou” seu próprio universo ao negar o segundo axioma de Euclides: “*Um intervalo pode ser prolongado indefinidamente.*” Idem, *ibidem*, pág. 888.

Georg Cantor, matemático russo, teve uma importância capital para a história dessa disciplina. Em linhas gerais, Cantor inicia suas descobertas ao tratar das operações possíveis envolvendo conjuntos, tendo como intuito abordar os trabalhos de Riemann. A própria noção de conjunto abstrato, como a conhecemos hodiernamente, é obra de Cantor.

Cantor primeiramente define espécies de conjuntos: conjunto vazio, unitário, finito, infinito, etc.; suas operações (união, intersecção, produto cartesiano) e as relações possíveis entre eles (subconjunto, complementar, igual, paralelo a, maior que, menor que, etc.), e tais operações mostram-se como um verdadeiro achado através do qual muitas contribuições para a Matemática passam a ser viáveis. O aprofundamento do tema o faz compreender que grande parte da Matemática conhecida poderia, de alguma forma, resumir-se a operações que utilizam conjuntos matemáticos. A Matemática dava, assim, um grande passo, pois o matemático descobrira um novo veio de estudo promissor e até então inexplorado.

Vejamos alguns princípios que regem a Teoria Cantoriana dos Conjuntos, expostos na obra denominada *Apresentação dos Fundamentos da Teoria dos Conjuntos Transfinitos*.

O autor define conjunto como coleção de objetos definidos e distintos da percepção ou do pensamento concebidos como um todo.³ Em seguida, postula que, dado um elemento x e um conjunto A , as proposições “ x pertence a A ” e “ x não pertence a A ” são reciprocamente excludentes, ou seja, obedecem ao princípio de não-contradição. Para tal relação, x é denominado *membro* de A . Em contrapartida, o conjunto A é definido a partir de seus membros. Essa premissa, que se pode dizer trivial, é o fundamento do *princípio da extensionalidade*, cujas conseqüências foram bastante interessantes devido ao desenrolar da Teoria Cantoriana, principalmente porque esse princípio é o fundamento teórico com o qual Cantor irá enveredar-se a tratar não apenas dos conjuntos finitos de objetos, mas também de conjuntos infinitos.

Todos os conjuntos finitos devem apresentar como número cardinal, necessariamente, um número natural: “*um conjunto A é finito se, para algum número natural n , há uma correspondência dos elementos de A com aqueles do segmento inicial $0, 1, 2 \dots n-1$ dos números naturais $0, 1, 2 \dots$ em sua ordem usual. Essa definição resulta num conjunto finito se tem um número natural n como cardinal.*”⁴ As operações que podemos levar a termo através de conjuntos finitos não encontram qualquer dificuldade ao serem efetuadas.

Entretanto, essa idéia de cardinalidade não pode ser atribuída também a conjuntos transfinitos, pois por definição, eles não possuem um “último elemento” ao qual podemos

³ Stoll, Robert R., *Set Theory*, in *Encyclopaedia Britannica*, Chicago, 15ª Edição, 1993, vol. 27, pág. 226.

⁴ Idem, *ibidem*, pág. 227.

atribuir determinado número natural como o número cardinal do conjunto. Destarte, quando Cantor passa a tratar dos conjuntos transfinitos, utiliza outra estratégia com o intuito de mensurar sua grandeza.

Cantor passa a mensurar um conjunto infinito ao estabelecer uma correspondência biunívoca entre os elementos do conjunto dado com os elementos de outro conjunto infinito qualquer. A partir desse recurso, podemos dizer, por exemplo, que o conjunto dos pares é tão grande quanto o conjunto dos naturais. O mesmo poderíamos dizer do conjunto dos primos, pois em ambos os casos estabelecemos com sucesso uma correspondência biunívoca entre esses conjuntos (obviamente isso não aconteceria entre o conjunto dos naturais e o dos reais). Desse modo, uma asserção errônea no âmbito dos conjuntos finitos é perfeitamente aceitável para os conjuntos infinitos: eles possuem subconjuntos próprios tão grandes quanto eles próprios.

Foi o próprio Georg Cantor, no entanto, que descobriu a primeira contradição na sua Teoria de Conjuntos Infinitos, no ano de 1899. Podemos resumir sua argumentação da seguinte maneira: Suponhamos o conjunto U , conjunto esse definido por $\{x \mid x \text{ é um conjunto}\}$. U é, portanto, o conjunto de todos os conjuntos. $P(U)$ é um conjunto de todos os subconjuntos de U e, portanto, subconjunto de U . Como por definição um subconjunto é menor ou igual ao conjunto do qual faz parte, $P(U)$ é menor ou igual a U . Mas o teorema de Cantor postula U menor que $P(U)$. Eis a contradição.

Podemos citar também outras contradições expostas por Russell⁵ no campo dos conjuntos infinitos:

a) O paradoxo de Russell: *“Seja w o conjunto de todas as classes que não são membros de si mesmos. Então, para qualquer classe a que pertença x , ‘ x é w ’ é equivalente (ou seja, assume os mesmos valores de verdade) a ‘ x não é um x ’. Assim, atribuindo a x o valor w , ‘ w é um w ’ equivale a ‘ w não é um w ’.”*

b) Contradição de Burali-Forti: *“pode-se provar que toda a série bem ordenada possui um número ordinal, que as séries de ordinais maiores ou iguais a qualquer ordinal dado excedem esse ordinal dado em um, e que a série de todos os ordinais é bem ordenada. Segue-se daí que a série de ordinais possui um número ordinal; chamemo-lo de Ω . Mas nesse caso, a série de todos os ordinais incluindo Ω possui o número ordinal $\Omega+1$, que é maior que Ω . Assim, Ω não é o número ordinal de todos os ordinais.”*

⁵ Russell, Bertrand, *Mathematical Logic as based on the Theory of Types*, in Poincaré, Russell, Zermelo et Peano, Blanchard, Paris, 1986, págs. 200, 201 e 202.

As antinomias supracitadas possuem em comum, para usar os termos de Russell, “a *assunção de uma totalidade tal que, se fosse legítima, seria estendida por novos membros definidos por seus próprios termos.*”⁶ O problema, então, está na pretensão de operar com conjuntos não-finitos. Entretanto, o sucesso do cantorismo convidava os matemáticos muito mais à tentativa de solução dessas dificuldades que ao seu abandono.

*

*

Outra contribuição notável à História da Matemática também surgiu entre o final do século XIX e início do século XX. Trata-se do advento de uma escola cuja importância é fundamental para o trabalho que aqui desenvolvemos. A *Conceitografia*, de Gottlob Frege, inaugura uma leitura até então nova no que diz respeito aos fundamentos da Matemática. A tentativa de organizar e estabelecer novos parâmetros para a Matemática consistia em tentar livrá-la de seus componentes menos rigorosos; em outros termos, buscava o Logicismo estabelecer as bases da Matemática única e exclusivamente em preceitos lógicos. Num período em que a busca pelo rigor e pela abstração das Ciências Formais era um objetivo, nada caracteriza melhor esse projeto que o ideal logicista de resumir a disciplina no âmbito restrito das regras da Lógica, excluindo dela todo o psicologismo e todas as constituintes oriundas da indução e da intuição.

Obviamente é muito impreciso tratar o Logicismo como um corpo único. Frege, Russell, Couturat e Peano, para citar apenas os autores mais diretamente relacionados com o fulcro do nosso trabalho, têm posições bastante diferentes, motivo pelo qual não nos deteremos em abordar posições individuais, uma vez que Poincaré normalmente dirige suas farpas ao Logicismo como um todo.

Os escritos de Frege inauguram, como dissemos, a pretensão dos logicistas no sentido de fundamentar a Matemática em bases estritamente lógicas. “*Frege é impelido a dotar a Lógica de um novo instrumental analítico, radicalmente distinto do que funda os sistemas de inspiração aristotélica, por exigências implicadas em seu projeto matemático e filosófico primordial: o de fundamentação da Aritmética. (...) Desde seus primeiros escritos, desenvolve esse projeto à luz da chamada tese logicista. (...) Essa tese, adverte, nunca poderia se impor conclusivamente, dada a complexidade do discurso aritmético, na ausência de um instrumento capaz de atestar, além de toda a dúvida razoável, a correção lógica de definições e demonstrações propostas. Frege introduz-se na Lógica em busca de um tal instrumento, um*

⁶ Idem, *ibidem*, pág. 203.

calculus ratiocinator, *no sentido leibniziano: um conjunto de procedimentos algorítmicos apto a propiciar o teste mecânico da validade lógica das demonstrações.*”⁷ Frege desenvolve, na *Conceitografia*, a linguagem peculiar que caracteriza aquilo que hoje denominamos *cálculo dos predicados*, tomando como ponto de partida a linguagem da Aritmética; ao ampliar o conceito matemático de função, o transforma num conceito mais geral, a partir do qual poderá estabelecer um procedimento de cálculo para todas as proposições, com o intuito de testar a validade das inferências lógicas.

Em suma, para nossos fins importa salientar que a nova linguagem desenvolvida principalmente por Frege e adotada posteriormente por Russell e Peano tem uma relação de cumplicidade com o projeto logicista, pois ela passa a ser um instrumento valioso para o alcance da meta estabelecida: garantir o total rigor da Matemática.

*

*

O Logicismo nasce quase que de modo paralelo e sincronicamente à descoberta dos paradoxos da Teoria Cantoriana dos Conjuntos. O que se deu historicamente foi, aliás, algo previsível: os logicistas, empenhados na tarefa de estabelecer bases puramente lógicas para a Matemática, não podem de modo algum ignorar as dificuldades apontadas pelos paradoxos da Teoria Cantoriana dos Conjuntos; ao contrário, haverá um empenho muito grande por parte deles no sentido de resolver tais dificuldades, pois atingir esse objetivo já seria um grande passo para corroborar sua tese e validar sua empreita. Por outro lado, Poincaré também não vai se furtar da abordagem desses problemas. Em nada, porém, as posições adotadas por esse autor convergem com aquelas defendidas pelos logicistas.

Montado tal cenário, as tentativas de solução da crise da Teoria dos Conjuntos dar-se-ão no embate entre essas duas maneiras radicalmente divergentes de conceber os fundamentos da Matemática. Podemos citar a título de ilustração uma passagem que sugere bem a disputa que se dá entre Poincaré e os logicistas. Ao dirigir uma série de críticas tanto ao projeto quanto à argumentação dos logicistas, Poincaré demonstra sua desaprovação a essa escola de maneira bastante contundente: “*é hora de fazer justiça a esses exageros. Eu não espero convencê-los, pois eles estão a tempo demais imersos nessa atmosfera. Aliás, quando se refuta uma de suas demonstrações, é certo vê-la renascer com mudanças insignificantes, e algumas delas já são renascidas várias vezes de suas cinzas, como outrora a Hidra de Lerna,*

⁷ Lopes dos Santos, Luiz Henrique, *A Essência da Proposição e a Essência do Mundo*, in Wittgenstein, Ludwig, *Tractatus Logico-Philosophicus*, Edusp, São Paulo, 2ª Ed., 1994, pág. 28.

*com suas famosas cabeças que sempre se recompunham. Hércules se saiu bem, uma vez que sua Hidra não tinha mais de nove cabeças; (...) mas esta Hidra as tem em excesso, na Inglaterra, na Alemanha, na Itália, na França, e ele deveria desistir da luta. Eu não faço um apelo senão aos homens de bom senso sem opinião pré-concebida.”*⁸

O principal motivo de tamanha discordância é a redução de todo o corpo da Matemática a procedimentos puramente lógicos, tarefa que os logicistas têm por escopo, o que constitui uma tese absolutamente contrária àquilo que Poincaré entende ser a verdadeira natureza da Matemática. Por se tratar a Matemática de um conjunto de raciocínios primordialmente indutivos (e, por isso mesmo, criativos), fundamentá-la em bases puramente lógicas não apenas é um projeto impossível. Trai sua verdadeira natureza e a transforma, como Poincaré afirma, numa imensa tautologia.

Essa discordância, apesar de não ser a única, é fundamental e possui raízes mais profundas, pois repousa na disputa entre pontos de vista muito anteriores aos do início do século XX: *“para Couturat, a questão não deixa dúvidas; esses novos trabalhos e, em particular os de Russell e Peano, selaram definitivamente o debate que perdurou durante muito tempo entre Leibniz e Kant.”*⁹ Apesar de Poincaré reconhecer os esforços e as contribuições do Logicismo, acredita que este certamente não é um golpe fatal que pode efetivamente calar a doutrina de Immanuel Kant: *“dizer que eles findaram definitivamente o debate entre Kant e Leibniz e arruinaram a teoria kantiana das Matemáticas é evidentemente inexato. Eu não sei se eles realmente crêem haver feito isso, mas se crêem, estão enganados.”*¹⁰

O ponto central do debate entre Leibniz e Kant ao qual Poincaré se refere é o da natureza dos juízos matemáticos. Leibniz os vê como juízos analíticos, assim como os logicistas. Por outro lado, Kant e Poincaré defendem outro entendimento: os juízos matemáticos são sintéticos e *a priori*. *A priori* porque não remetem a qualquer experiência anterior. Sintéticos porque é preciso mais que a simples obediência aos princípios da Lógica para obtê-los: *“No conceito de uma soma de $7+5$ pensei que devia acrescentar cinco a sete, mas não que essa soma fosse igual ao número doze. A proposição aritmética é, pois, sempre sintética, do que nos compenetrarmos tanto mais nitidamente, quanto mais elevados forem os números que se escolherem, pois então se torna evidente que, fossem quais fossem as voltas*

⁸ Poincaré, Henri, *Les Mathématiques et la Logique*, in Poincaré, Russell, Zermelo et Peano, Blanchard, Paris, 1986, pág. 13.

⁹ Idem, *ibidem*, pág. 14.

¹⁰ Idem, *ibidem*, pág. 53.

*que déssemos aos nossos conceitos, nunca poderíamos, sem recorrer à intuição, encontrar a soma pela simples análise dos conceitos.”*¹¹

Claro que o princípio de não-contradição é importante para a Matemática, por garantir o rigor e o método que lhe são característicos, mas seus fundamentos não se resumem a ele. Ao compararmos a obra de Kant com a de Poincaré, vemos também aqui uma influência muito marcante, notadamente se considerarmos que Poincaré credita à capacidade criativa da Matemática, representada pelo raciocínio por repetição, o papel fundamental da fecundidade e da generalidade da referida disciplina.

¹¹ Kant, Immanuel, *Crítica da Razão Pura*, Fundação Calouste Gulbenkian, 3ª Edição, Lisboa, 1994, pág. 47.

Capítulo 09

Poincaré e a Nova Lógica

A filosofia de Henri Poincaré guarda uma forte relação com o desenvolvimento obtido pelas Ciências Formais no final do século XIX, e quando dirigimos nossa atenção para os problemas relativos à crise dos fundamentos da Matemática iniciados pelos paradoxos da Teoria dos Conjuntos, não há como ignorar o contexto histórico-científico, que é absolutamente imprescindível.

*“Se hoje os cientistas não têm mais necessidade nenhuma dos filósofos nem, sobretudo, de se fazer filósofos, é na medida em que seus métodos estão em ordem, seus conceitos são universalmente admitidos e as querelas científicas rareiam. Que apareçam contradições (crise da Teoria dos Conjuntos, em Matemática, no começo do século), que nasçam controvérsias (problema da hereditariedade do adquirido, em Biologia), e bem depressa o cientista volta a tornar-se filósofo.”*¹ No momento de crise dado no período estudado, o matemático recorre aos fundamentos filosóficos da disciplina: sua origem, a verdadeira natureza de seus entes, seu alcance, e todas as questões relacionadas a esses problemas. Nesse sentido, não há como ignorar um ponto capital ao estudarmos a crise, a saber, o fato de que suas soluções são obtidas a partir da controvérsia entre os autores envolvidos, principalmente no que tange à lapidação do problema, ou seja, da melhor compreensão dos motivos que levavam aos paradoxos. Veremos, portanto, que algumas facetas das idéias de determinado autor podem vir a sofrer mudanças no decorrer das tentativas de solução propostas, e tais mudanças ocorrem devido à aproximação na direção de uma solução satisfatória.

Em face dessa situação, não há como negar que a solução dos paradoxos passa necessariamente pela compreensão daquilo que Poincaré denomina “As Verdadeiras Matemáticas”; elas, aos olhos do autor, podem ser definidas a partir da correta determinação dos objetos dos quais trata a Matemática, bem como dos tipos de raciocínio válidos na sua investigação, sendo que, ao extrapolarmos os limites das Verdadeiras Matemáticas, deixamos também a certeza de estarmos pisando em solo firme, pois trataremos de objetos indevidos ou estaremos usando raciocínios inválidos.

¹ Lebrun, Gerard, *O Papel do Espaço na Elaboração do Pensamento Kantiano*, in *Sobre Kant*, Iluminuras, Edusp, São Paulo, 1993, pág. 25.

Visto isso, remeteremos às críticas de Poincaré apresentadas no texto *As Matemáticas e a Lógica*, de 1905, reeditado com pequenas alterações em 1908, em *Ciência e Método*. Com base naquilo que Poincaré entende serem as Verdadeiras Matemáticas, ele apresenta sua crítica ferrenha aos trabalhos desenvolvidos principalmente por Couturat e Russell. Em linhas gerais, o autor discute e ataca a tese logicista de redução dos princípios da Matemática à pura Lógica. Já vimos que Poincaré vê nessa tese um erro primário, o de excluir da disciplina em tela o que ela tem de mais fecundo e é, por isso mesmo, sua verdadeira base.

A argumentação de Poincaré gira primeiramente ao redor de uma constatação extremamente incômoda aos defensores da tese logicista: ela simplesmente não funciona. Quando Poincaré escreve o texto citado, a Logística já contava com mais de vinte anos de existência, e sua proposta, que era a de englobar toda a Matemática em princípios puramente lógicos, necessitaria, em tese, apenas de uma série de axiomas e definições, dos quais partiriam os primeiros teoremas que, aplicados a operações de cunho estritamente lógico, não trariam qualquer dificuldade consigo, mas apenas exigir-se-ia um bom grau de paciência para aplicar as regras formais da Lógica e garantir a certeza e o rigor do resultado. Mas não é isso que ocorre: *“os logicistas aplicam suas regras e caem em contradição; e isso é tão verdadeiro que eles se preparam para mudar suas regras e ‘sacrificar a noção de classe.’ Mas por que mudá-las se elas são infalíveis? ‘Nós não somos obrigados, dizem vocês, a resolver hic et nunc todos os problemas possíveis’. Oh, claro que nós não exigimos tanto; se em face de um problema, vocês nos dessem alguma solução, nós não teríamos nada a dizer.”*²

Para nosso autor, a idéia de subordinar a Matemática à Lógica é absolutamente incorreta, e não apenas devido à incapacidade dos logicistas (até 1906, pelo menos) de levar seu projeto a cabo. É um disparate para Poincaré subordinar a Matemática, que é verdadeiramente uma Ciência (pois relativa ao geral) à Lógica. Diga-se de passagem, pode causar estranheza o fato de que, em *Ciência e Hipótese*, Poincaré não cita a Lógica entre as Ciências. Verificamos que apesar de tratar de maneira específica os fundamentos da Física, da Geometria e da própria Matemática, curiosamente deixa de abordar a Lógica. O silêncio de Poincaré em relação a essa disciplina causa espécie, principalmente levando em conta a importância histórica do desenvolvimento do Logicismo. Destarte, verificar quais os motivos que levaram Henri Poincaré a assim proceder pode ser um bom meio para compreender o verdadeiro lugar da Lógica na sua concepção do conjunto das Ciências.

² Poincaré, Henri, *Les Mathématiques et la Logique*, pág. 81.

Concepções de Lógica e a Linguagem Simbólica

A Lógica não é, para Poincaré, Ciência propriamente dita, e por um motivo muito simples: não obedece, por exemplo, ao critério de cientificidade estabelecido em *Ciência e Hipótese*. Como já citamos anteriormente, Poincaré afirma que o jogo de xadrez nunca poderá ser considerado como Ciência, simplesmente porque ele nunca poderá deixar de ser apenas um conjunto de aplicações possíveis de regras pré-definidas. Sua limitação é, assim, latente, do mesmo modo que a Lógica Aristotélica: “*a Lógica Formal não é outra coisa além do estudo das propriedades comuns a toda classificação. Ela nos informa que dois soldados que fazem parte do mesmo regimento serão parte da mesma brigada e, conseqüentemente, da mesma divisão, e é a isso que se reduz toda a teoria do silogismo.*”³

Não bastassem as limitações inerentes à Lógica Aristotélica, Poincaré não lhe atribui senão o papel de servir como coadjuvante (apesar de ser um coadjuvante necessário e importante) entre as Ciências. Em consonância com essa leitura, podemos reservar à Lógica não o papel de Ciência propriamente dita, mas o *status* de pura regra de funcionamento do pensamento e critério de validade das proposições; estaríamos assim de pleno acordo com o projeto aristotélico de estabelecer regras para a validade do discurso. A obediência aos cânones propostos no *Organon* garante um discurso consistente que, se aplicado à Matemática, é fundamento suficiente para seu rigor, sendo a Lógica apenas um instrumento importante utilizado pelas verdadeiras Ciências e, mais especificamente, pelas “Verdadeiras Matemáticas”.

O que os logicistas propõem, entretanto, é um cenário completamente diferente. Segundo eles, a Lógica Matemática (isto é, o conjunto das concepções logicistas e o instrumental simbólico utilizado para seu desenvolvimento) se estabelece quando se amplia a concepção aristotélica (na qual a Lógica é apenas um segundo violino no concerto das Ciências) devido à necessidade de pensar a proposição como função de verdade (além da característica de complexidade entre sujeito e predicado da Lógica Clássica). Atribuindo a ela essa outra propriedade, os logicistas passam a ter em mãos um instrumento adequado aos seus propósitos.

A inovação da Lógica Matemática em relação à Lógica Aristotélica pode ser compreendida a partir da introdução da idéia de tomar a proposição como um conceito estendido de função Matemática, que Russell denomina *função proposicional*, o que se alia ao

³ Poincaré, Henri, *La Logique de l'Infini*, in Poincaré, Russell, Zermelo et Peano, Blanchard, Paris, 1986, pág. 235.

paradigma aristotélico de enunciado complexo predicativo, concepção essa que abre novos caminhos e uma imensa gama de possibilidades aos lógicos.⁴

Em suma, o cálculo dos predicados (ou seja, o conjunto de operações possíveis entre funções proposicionais, bem como a linguagem utilizada para expressá-las) se caracteriza por apresentar princípios bastante distantes daqueles contidos na arquitetura conceitual da Lógica Aristotélica. Não obstante, Poincaré não chega a aprofundar sua análise nesse sentido, talvez até por entender que a tese logicista não mereceria tal atenção, por sofrer de um vício ainda mais fundamental, do qual trataremos a seguir.

As críticas endereçadas ao projeto logicista em nada se referem à viabilidade da Lógica Matemática. Poincaré felicita Russell pela nova concepção da Lógica.⁵ Não está de acordo, porém, com a idéia que esse instrumento seja poderoso o suficiente para transformar a Matemática numa “imensa tautologia” ou que essa nova concepção venha a resolver todos os problemas enfrentados pelos logicistas, pois é apenas mais uma tentativa (louvável, é verdade) aplicada a um pseudoproblema que, como tal, só pode apresentar pseudo-soluções.

A linguagem simbólica, por sua vez, está intrinsecamente relacionada com o projeto logicista por se tratar, segundo seus defensores, de um instrumento adequado à peculiaridade da Lógica Matemática nascente. O simbolismo que passa a ser adotado pelos logicistas caracteriza a Lógica Matemática e marca, ao mesmo tempo, a distinção entre ela e a Lógica Aristotélica, pois essa nova linguagem explicita o caráter que as funções proposicionais passam a apresentar muito claramente, ou seja, o de servirem como recursos adequados para representar sistematicamente proposições. Adota-se, por conseguinte, uma linguagem cuja forma geral se assemelha muito à linguagem matemática corrente.

Não obstante, se a atribuição de uma maior importância na Lógica Matemática ao silogismo hipotético (se comparada com o lugar do silogismo hipotético na Lógica de Aristóteles) é um ponto muito interessante, seus méritos por si só não salvam o projeto logicista, e o mesmo pode-se dizer da linguagem simbólica: *“a linguagem simbólica criada pelo senhor Peano tem um papel muito importante para essas novas investigações. Ela é passível de prestar grandes serviços, mas me parece que o senhor Couturat lhe atribui uma importância exagerada, que surpreende o próprio senhor Peano. Os elementos essenciais*

⁴ Entretanto, a maneira mais adequada para considerar os enunciados como funções proposicionais com variáveis definidas por classes de objetos é bastante problemática, e as tentativas de solucionar os problemas acerca da natureza das proposições apresentadas tanto por Frege quanto por Russell é exemplo suficiente disso. Vide Lopes dos Santos, Luiz Henrique, *opus cit.*, págs. 18 a 53.

⁵ “Russell e Hilbert fizeram esforços notáveis. Ambos escreveram livros cheios de caminhos originais e corretos. Esses dois livros dar-nos-ão muito a refletir e muito a aprender. Muitos de seus resultados são sólidos e destinados a se consolidar.” Poincaré, Henri, *Les Mathématiques et la Logique*, pág. 53.

dessa linguagem são sinais algébricos que representam as diferentes conjunções: *se, e, ou, logo*. Que esses sinais são cómodos, é possível, mas que eles estão destinados a revolucionar toda a Filosofia é um outro problema. É difícil admitir que a palavra ‘se’ assume, quando a escrevemos com o sinal ‘ $\supset$ ’ uma virtude que ela não possuía quando escrevíamos ‘se’.”⁶ Em suma, apesar de se constituir num caminho muito interessante e cujo emprego é bem-vindo, a linguagem simbólica também não resolve todos os problemas tratados pelo Logicismo, pois suas causas são muito mais profundas e não podem ser resolvidas simplesmente pela aquisição de uma nomenclatura que expresse de maneira mais adequada as sentenças das quais a Lógica Matemática se ocupa.

Há ainda que se observar um ponto: apesar dos aspectos positivos apresentados pela linguagem simbólica, não se pode ignorar que Poincaré aponta dois pontos negativos no que diz respeito à sua ampla utilização, a saber, ela não tende para a “economia do pensamento” (quando nos leva a complicadas fórmulas para definir o número 1, por exemplo)⁷, bem como atrapalha o exercício da intuição do matemático, quando o prende à necessidade da análise repetitiva e estéril.

No mesmo texto citado, encontramos uma breve explanação de Poincaré acerca da extensão da Nova Lógica comparada à Lógica Aristotélica: “a Lógica das proposições do Sr. Russell é o estudo das leis através das quais se combinam as conjunções ‘se’, ‘e’, ‘ou’ e a negação ‘não’. Essa é uma extensão considerável da antiga Lógica. As propriedades do silogismo clássico se estendem facilmente para o silogismo hipotético e, nas formas deste último, reconhecemos facilmente as formas escolásticas; (...) mas a teoria do silogismo não é mais que a sintaxe da conjunção ‘se’ e talvez da negação. (...) Ao adicionar duas outras conjunções ‘e’ e ‘ou’, o Sr. Russell trabalha na Lógica um novo domínio”⁸, a saber, introduz as leis comutação, adição e associação.

Deixemos momentaneamente o texto de Poincaré para algumas considerações. Vamos supor uma linguagem L que possua tão-somente letras sentenciais e os conectivos $\neg$ e $\rightarrow$, significando respectivamente as relações de negação e implicação. Consideremos em seguida as sentenças abaixo:

- 1) $\neg (\alpha \rightarrow \neg \beta)$
- 2) $(\neg \alpha \rightarrow \beta)$

⁶ Idem, *ibidem*, págs. 20 e 21.

⁷ Idem, *ibidem*, pág. 22.

⁸ Idem, *ibidem*, pág. 25.

Vejamos a variação booleana dos valores de verdade dessas sentenças:

Argumentos		Valores		
α	β	$(\alpha \rightarrow \neg \beta)$	$\neg (\alpha \rightarrow \neg \beta)$	$(\neg \alpha \rightarrow \beta)$
V	V	F	V	V
V	F	V	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	F

Suponhamos agora a introdução dos conectivos $\wedge$ e $\vee$, significando respectivamente a conjunção ‘e’ e a disjunção ‘ou’. Consideremos em seguida as sentenças abaixo:

3) $(\alpha \wedge \beta)$

4) $(\alpha \vee \beta)$

Vejamos a variação booleana dos valores de verdade dessas sentenças:

Argumentos		Valores	
α	β	$(\alpha \wedge \beta)$	$(\alpha \vee \beta)$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	F

Verificamos, portanto, que os valores de verdade que atribuímos às sentenças de acordo com aos argumentos α e β são idênticos para as sentenças 1 e 3 assim como para 2 e 4. Daí se conclui que a introdução de conectivos de conjunção ou disjunção não altera o alcance de um determinado sistema lógico, pois é perfeitamente possível exprimir funções idênticas às expressas pelos conectivos de conjunção e disjunção através de uma linguagem que conte apenas com o conectivo de implicação e com a negação. Não há como conceber também que a introdução de determinados símbolos em uma certa linguagem da Lógica tenha o poder de estender o alcance de tal linguagem, a não ser que introduza funções até então impossíveis de serem formuladas sem o auxílio desses novos símbolos, e é óbvio que poderíamos extrair da linguagem simbólica as leis de comutação, adição e associação sem que tivéssemos que inserir os conectivos ‘e’ ou ‘ou’. Não há, portanto, como ratificar a tese de Poincaré de que a introdução desses conectivos estende o alcance de determinado sistema formal. Se as

operações de um determinado sistema, seja ele qual for, podem ser efetuadas como ficou claro nas tabelas acima, é um erro falar em extensão de domínio através da inserção desses novos sinais.

Assim, por também não ser uma disciplina relativa ao geral (mormente por lançar mão de raciocínios apenas analíticos), a nova Lógica não atende ao critério de cientificidade do autor e, portanto, ocupa um lugar menor frente à Matemática. Curioso é observar que mesmo ao atribuir a essa disciplina um domínio maior do que aquele que lhe seria próprio, nosso autor não lhe atribui o *status* de Ciência. Aparentemente, quando Poincaré se propõe a tratar do Logicismo, da Lógica Matemática e do simbolismo lógico, ele o faz sem maiores cuidados. Suas observações e ataques são normalmente pouco rigorosos e descuidados, pelo menos entre seus textos de 1905 a 1908, e uma simples leitura comparativa entre eles e os textos de Bertrand Russell da mesma época nos dão a impressão de ser Poincaré mais superficial do que suportaria o bom senso ao qual ele apela contra o Logicismo. Temos a impressão que ele vai compreendendo aos poucos o que realmente era proposto pelos seus interlocutores, pois seus textos, com o passar do tempo, perdem o sarcasmo e ele passa a tratar seus contendores com o devido respeito, o que não ocorre, por exemplo, em *As Matemáticas e a Lógica*. Isso fica bastante claro ao verificar qual o papel da indução e da intuição para o Logicismo segundo a ótica de Poincaré.

O Papel da Intuição e da Indução

Se o projeto logicista visa reduzir a Matemática a princípios meramente lógicos, isso quer dizer, em outros termos, que há a pretensão de fundamentar a Matemática apenas sobre raciocínios analíticos, excluindo-se, portanto, os raciocínios intuitivos e indutivos. Poincaré é um crítico ferrenho do Logicismo por crer que tal projeto é falho por deixar de lado esses dois recursos, abandonando assim o que a Matemática nos propicia de melhor, que é a oportunidade de fazer surgir nossa capacidade criativa sem que haja qualquer comprometimento do rigor necessário a essa disciplina, porque a indução matemática é tomada por ele como um procedimento rigoroso, ao contrário da indução da qual fazemos uso no campo da Física⁹.

⁹ Vide Capítulo 07 do presente texto.

Tendo em vista a importância desse tema, que não é senão a contraparte da tese logicista, faremos uma breve menção a alguns argumentos do autor em defesa da indução e da intuição contra uma lógica estéril.

*

*

“Se todo tratado de Matemática pode ser traduzido dentro da linguagem peaniana, os logicistas estão com a razão.”¹⁰ O desafio de Poincaré é bastante claro: se a Matemática pode ser reduzida à Lógica em sua totalidade, que seja! Crê, outrossim, piamente que tal tarefa não pode ser levada a termo, pois os princípios fundamentais da Matemática não são lógicos, e é categórico ao afirmar que o debate começa no momento em que o logicista alega não ter que fazer qualquer apelo à intuição; para Poincaré, a intuição é algo do qual não se pode prescindir em absoluto, pois “a Lógica é estéril, a menos que seja fecundada pela intuição.”¹¹

Quando Russell apresenta sua Nova Lógica de classes e de relações, estabelece princípios que ele próprio julga como indemonstráveis. Esses princípios são exatamente aqueles denominados, segundo Poincaré, “juízos sintéticos a priori,”¹² pois não se tratam de definições, mas de axiomas estabelecidos intuitivamente. Mais que isso, se os procedimentos analíticos da Lógica são capazes de provar alguma coisa, o são graças à intuição do lógico que os direciona para suas finalidades.

O procedimento lógico é estritamente “mecânico”: dada uma situação, ele se mostra um instrumento eficaz de análise para o teste da validade das proposições. Entretanto, a aplicação dessas regras que constituem o *corpus* da Lógica só é possível devido a um ato de vontade que nada tem em comum com um procedimento meramente lógico. E mesmo dentro do âmbito estritamente lógico, *em algum momento* há a necessidade de recorrer à intuição. O exemplo claro desse fato é o processo de dedução de teoremas. Suponhamos determinado problema: pede-se para deduzir determinada sentença a partir de um conjunto dado de sentenças. Dadas várias possibilidades para a solução do problema, por onde começar? Qual o “caminho mais fácil”? As regras da Lógica não respondem essas perguntas. Ao tentarmos estabelecer a ligação entre o conjunto de sentenças proposto e a sentença a ser deduzida, é um juízo sintético que se estabelece e busca direcionar nosso raciocínio de maneira mais eficiente.

¹⁰ Poincaré, Henri, *Les Mathématiques et la Logique*, pág. 24.

¹¹ Idem, *ibidem*, pág. 102.

¹² Idem, *ibidem*, pág. 27.

A intuição é também imprescindível para que a própria Lógica Matemática possa ser tomada como um sistema não-contraditório, e, para isso, devemos antes de tudo verificar a consistência entre seus postulados fundamentais. No entanto, essa meta é indemonstrável por via analítica, só possível sinteticamente: “*a compatibilidade dos postulados fundamentais da Lógica é em si um postulado que devemos admitir não ser passível de ser demonstrado dedutivamente. Nós só podemos afirmar essa compatibilidade através de um juízo sintético a priori.*”¹³ Essa problemática se resolve com a aceitação da indução como uma via sintética e segura para apresentar comparativamente tal conjunto de postulados, uma vez que “*é ela que permite que o analista sinta o ‘princípio de unidade interna’ das entidades nas quais se baseia o pensamento.*”¹⁴ Tal unidade permite que se estabeleçam, por exemplo, as analogias, que são atos do pensamento aos quais Poincaré atribui um papel tão fundamental, e cuja natureza sintética é tão evidente para o processo de criação da Ciência.¹⁵

Bertrand Russell, que é talvez o mais importante interlocutor de Poincaré quanto a esses problemas, dirige um ataque bastante preciso a Poincaré, que transforma a argumentação do matemático francês num tiro no escuro: “*o método da Logística é essencialmente o mesmo de todas as outras Ciências. Ela comporta a mesma falibilidade, a mesma incerteza, a mesma mistura de indução e dedução, e a mesma necessidade de fazer apelo, a fim de confirmar seus princípios, à concordância geral dos resultados calculados com a observação. Seu objetivo não é banir a intuição, mas controlar e sistematizar seu emprego, eliminar os erros que seu emprego não disciplinado propicia, e descobrir as leis gerais donde se possa, por dedução, obter resultados não contraditos pela intuição, e, nos casos mais cruciais, confirmados por ela.*”¹⁶ Isso denota que sob determinado ponto de vista, o “juízo sintético a priori” que tanto preocupa Poincaré não estava ameaçado por Russell, que reconhece um lugar (menor, é verdade, que o reservado por Poincaré) à intuição. Sob esse ponto de vista, aquilo que Poincaré defende tão arduamente é um lugar-comum para Russell também, o que sugere que o Logicismo conforme apresentado por Poincaré seja tão caricato quanto o nominalismo de Le Roy apresentado em *O Valor da Ciência*.

A partir da compreensão do Logicismo nesses termos, a crítica atroz de Poincaré perde muito de sua força, pois o que está em jogo não é banir ou manter a intuição, mas trocar seu

¹³ Idem, *ibidem*, pág. 83.

¹⁴ Paty, Michel, *A Criação Científica Segundo Poincaré e Einstein*, in Revista Estudos Avançados, Instituto de Estudos Avançados da Universidade de São Paulo, 2001, volume 15, n°41, pág. 176.

¹⁵ Cabe ressaltar que há uma distinção a ser feita entre intuição pura e intuição sensível. A intuição pura possui o papel de remeter a uma unidade interna dos objetos matemáticos, como já foi dito. A intuição sensível, por sua vez, é, aos olhos de Poincaré, “*o instrumento de invenção mais comum na Matemática.*” Paty, Michel, *opus cit.*, pág. 176.

emprego irrestrito por um uso disciplinado. Obviamente Poincaré não compactua com essa idéia, pois vislumbra até mesmo no simples uso da linguagem simbólica uma restrição indevida à capacidade criativa da mente, representada, é claro, pela faculdade da intuição.

*

*

O raciocínio indutivo, por sua vez, também carece do rigor atribuído às operações dedutivas. De natureza distinta da dedução, a passagem das proposições indutoras às proposições induzidas não apresentam o mesmo rigor do qual gozam aquelas, pois a tarefa de induzir uma proposição (ou lei) geral a partir de proposições particulares é algo claramente sujeito ao erro. Não obstante, quando essa indução se dá no campo da Matemática, Poincaré a considera rigorosa, como vimos no capítulo 07, devido à identidade que existe entre a mente e seus objetos, ao contrário da indução quando na Física, em que se tenta estabelecer leis gerais para um mundo fenomênico ao nosso intelecto, o que implica na possível falibilidade do procedimento. Um dos usos possíveis da indução no campo da Matemática é o *raciocínio por recorrência*, ou *princípio da indução completa*, que tem lugar central na controvérsia conceitual aqui tratada. Basta, até o momento, deixar claro que Poincaré e os logicistas tomam partidos opostos no que diz respeito à indução matemática: aquele a toma como o raciocínio mais típico da Matemática; estes, simplesmente como uma forma de definição do número inteiro.

Entre o Finito e o Infinito

Em vários momentos Poincaré assevera que as antinomias cantorianas têm sua origem em dois problemas básicos, a saber, as definições de conjuntos a partir de proposições que caracterizam círculos viciosos e a crença, por parte dos logicistas, no infinito atual.

O infinito desempenha uma função importante no âmbito da Teoria dos Conjuntos. Os números transfinitos (ou seja, os números cardinais que têm como propriedade a representação da extensão dos conjuntos infinitos) trazem consigo as dificuldades inerentes à ambição daquilo a que se propõem. Eles denotam, segundo Poincaré, a própria concepção problemática defendida pelo logicista: os números transfinitos são, em última análise,

¹⁶ Russell, Bertrand, *Les Paradoxes de la Logique*, in Poincaré, Russell, Zermelo et Peano, opus cit., pág. 124.

instrumentos que permitem mensurar conjuntos infinitos dados em ato. Para verificar a aceitabilidade de tal pretensão, é necessário remeter ao conceito de infinito.

Nosso autor distingue duas maneiras de compreender o infinito: “*a crença no infinito atual é essencial para a Lógica Russelliana. É isso justamente que a distingue da Lógica de Hilbert. Este se coloca a partir do ponto de vista da extensão, precisamente com o intuito de evitar as antinomias cantorianas. Russell, por sua vez, se coloca a partir do ponto de vista da compreensão. Conseqüentemente, o gênero é para ele anterior à espécie, e o summum genus é anterior a tudo. Não haveria problema se esse summum genus fosse finito; mas se ele é infinito, é necessário colocar o infinito anteriormente ao finito, o que significa conceber o infinito como atual.*”¹⁷

Temos assim duas possibilidades de concepção do infinito: a partir do ponto de vista da extensão ou a partir do ponto de vista da compreensão.

O infinito concebido sob o ponto de vista da extensão é “construído” do particular para o geral. Tomemos como exemplo do infinito concebido sob esse prisma o conjunto dos números naturais. A enumeração dos elementos particulares, um a um, torna clara a possibilidade de continuar essa enumeração indefinidamente. No entanto, o ato de levar a cabo essa enumeração não prescinde da necessidade de recorrermos sempre ao último elemento da seqüência, para a partir dele inserir o novo elemento, processo que pode ser repetido *ad infinitum*. Sua existência é construída pela inteligência que exerce a tarefa de realizar a enumeração.

Dessa maneira, conceber o infinito sob o ponto de vista da extensão implica em *construir* seus termos, levando-o a grandezas infinitas. No entanto, esse objetivo não pode ser alcançado, simplesmente porque a tarefa de enumerar qualquer elemento desse conjunto (com exceção do primeiro elemento) é baseada no predecessor desse elemento, e no predecessor do predecessor, e assim por diante. Não há, destarte, condições de possibilidade para “saltar” de uma grandeza finita a uma grandeza infinita, e se nos permitirmos a utilização do termo “infinito” sob a ótica da extensão, o fazemos exclusivamente devido a sabermos que a série pode crescer sem que nada lhe impeça. Isso é muito diferente dela transformar-se *de fato* em uma grandeza infinita. Sob o ponto de vista da extensão, o infinito só pode existir enquanto possibilidade, isto é, em potência.

Ao infinito em potência opõe-se a concepção de infinito em ato, que Poincaré denomina infinito sob o ponto de vista da compreensão. O infinito em ato parte do geral para

¹⁷ Poincaré, Henri, *Les Mathématiques et la Logique*, pág. 104.

o particular, ou seja, o conjunto é concebido antes como totalidade pronta e dada. A construtibilidade (idéia fundamental para a concepção de infinito sob o ponto de vista da extensão) não é necessária para o infinito concebido do ponto de vista da compreensão. Se necessário, poder-se-á remeter a algum elemento ou subconjunto dessa totalidade, sem qualquer problema para sua concepção, uma vez que a totalidade o precede. Como exemplo, podemos citar algo que é usual no conjunto dos números racionais. Apesar de provavelmente nunca havermos nos detido nessa questão, podemos conceber uma grandeza que faça parte desse conjunto e que esteja na ordem de três trilhões de casas decimais. Por mais inverossímil que possa ser essa grandeza na realidade, automaticamente a reconhecemos como parte do conjunto dos reais, e isso porque o conceito do conjunto tem primazia em relação aos membros que comporta.

Poincaré é um crítico implacável da idéia de infinito atual, e tudo que já foi tratado no presente trabalho nos dá base suficiente para compreender seus motivos e porque ele é partidário da concepção de infinito a partir do ponto de vista da extensão.

Seus motivos têm como base duas razões. Primeiramente, esse procedimento de “construir” o “infinito” levando em conta o ponto de vista da extensão, torna explícita a relação direta entre o modo através do qual o infinito deve ser concebido e a capacidade criativa da mente. Toda a extensão do capítulo acerca do contínuo matemático de *Ciência e Hipótese* é uma defesa da Matemática enquanto disciplina baseada na capacidade da mente superar a mera análise e aspirar ao geral, buscando soluções para se evitar as contradições possíveis.

Em segundo lugar, nosso autor exige que a Ciência, enquanto construção da mente, deve necessariamente se adequar àquilo que ele denomina “uma sã psicologia”. Para ele, não há como negar que nossa mente, ao considerar o contínuo matemático e as operações básicas da Aritmética, combina elementos simples, através, claro, de adições sucessivas, mas que será sempre, de fato, apenas um conjunto finito, graças às nossas limitações, pois nada é além de uma criação da nossa mente. Quando o autor privilegia a concepção de infinito sob o ponto de vista da extensão, na verdade se compromete em aceitar o infinito como apenas possível em potência. Um infinito enquanto totalidade atual é, por assim dizer, psicologicamente inválido e, portanto, inaceitável aos olhos do nosso autor. Além disso, não há uma transição possível entre o finito e o infinito, e vice-versa.

Desse modo, só se concebe adequadamente o infinito como possibilidade e, portanto, como algo cuja mensuração (e conseqüentemente das relações estabelecidas entre conjuntos

transfinitos advindas dessa mensuração) não é possível, daí resultando a explicação para o surgimento dos problemas relativos à Teoria dos Conjuntos.

Em termos gerais, esse é o modo como Poincaré concebe o problema. Russell, por sua vez, trata da questão como algo que está em segundo plano. Sua preocupação e seus esforços estão direcionados à solução das antinomias, que não são, por sua vez, um problema cuja existência é exclusividade dos conjuntos. Para Russell, o problema lógico daquilo que até 1906 ele resume como a busca de uma fórmula adequada para a definição de agregados consistentes supera o problema metafísico da possibilidade da existência de conjuntos infinitos, porque a resposta para a questão de qual a concepção de infinito mais aceitável dar-se-á ao determinar como podemos definir tais conjuntos sem incorrerem em contradição.

Desse modo, Russell simplesmente não aceita a tese de que as antinomias a serem solucionadas têm uma relação intrínseca com a concepção do infinito atual: *“eu tentarei mostrar que o sentido que Cantor e os logicistas têm necessidade de admitir para o infinito atual consiste naquele sentido que nós podemos usar para juízos acerca de todos ou alguns termos que possuem uma certa propriedade, mesmo quando o número desses termos não é finito. E nesse sentido, o próprio senhor Poincaré admite o infinito atual.”*¹⁸ A partir daí, a distinção entre o infinito potencial e o infinito atual que Poincaré situa como uma das patologias da crise da Teoria Cantoriana dos Conjuntos perde seu caráter problemático. Há motivos suficientes para acreditar que Russell realmente concebia a possibilidade de um infinito atual¹⁹ e que, destarte, Poincaré poderia realmente atribuir a ele tal concepção. Entretanto, o filósofo inglês também deixa claro no trecho acima que a Teoria Cantoriana dos Conjuntos não tem qualquer necessidade de remeter a *esse* infinito atual. Quando considerado para aplicação na Teoria dos Conjuntos, o termo *infinito atual* significa tão somente o reconhecimento de determinada propriedade a um conjunto de elementos que não é necessariamente finito.

A análise dessa polêmica nos mostra assim duas concepções de infinito atual: a que Poincaré atribui a Russell e a que Russell de fato defende, pelo menos até 1906. No que diz respeito à primeira, Poincaré vê no infinito atual a necessidade de conceber um conjunto “fechado” que tem um número infinito de termos, o que, por isso mesmo, é uma idéia contraditória, porque não somos aptos a conceber tal conjunto como dado. A concepção do conjunto infinito carece, com base neste paradigma, do conhecimento da totalidade dos seus

¹⁸ Russell, Bertrand, *Les Paradoxes de la Logique*, pág. 128.

elementos que, por serem em número infinito, não podem ser apreendidos simultaneamente por uma inteligência humana. Seu desacordo com uma sã psicologia é evidente sob esse prisma.

Por outro lado, Russell não faz tal exigência para o conceito que propõe de infinito atual. Basta, para ele, que tenhamos a possibilidade de atribuir determinado conceito ou propriedade a um certo número de elementos, e que tais elementos não sejam enumeráveis por um número cardinal finito. Não há necessidade de conceber *de fato* todos os elementos do conjunto infinito, mas apenas a propriedade geral que pode a eles ser atribuída. A título de exemplo, poderíamos dizer que Poincaré atribui a Russell a concepção do conjunto dos pares a partir do conhecimento imediato de cada elemento do conjunto $P = \{02, 04, 06, 08, 10, 12, \dots\}$. Para Russell, entretanto, basta a sua definição: $P = \{x \mid x \text{ é par}\}$.

Russell conclui acertadamente que Poincaré também aceitaria a existência do infinito atual definido nesses termos, porque esse é o sentido de infinito utilizado pelo pensador francês quando ele define o princípio de indução completa. Em suma, Russell pretende mostrar que o âmago das questões apontadas por Poincaré não tem qualquer relação com os problemas relativos à Teoria dos Conjuntos. Poincaré ataca uma concepção filosófica acerca da natureza dos entes matemáticos com a qual não concorda, e que realmente é defendida por Russell. Erra, entretanto, quando atribui a essa concepção uma relação com os problemas da Teoria dos Conjuntos, e esse descompasso se mostra enfim como um problema semântico: o infinito atual que Poincaré critica não se aplica à teoria em tela. E o infinito atual conforme definido por Russell seria aceito por Poincaré.

Obviamente Poincaré não aceita essa formulação de Russell. Em *A Propósito da Logística*, Poincaré é bastante claro ao afirmar que “quanto ao papel do infinito atual, eu continuo a vê-lo como muito importante”²⁰ devido à impossibilidade de submeter conjuntos infinitos a uma análise, o que, segundo ele, seria uma exigência implícita às soluções russellianas. Uma resposta mais apurada só virá em 1909, no texto *A Lógica do Infinito*, com uma visada um tanto diferente daquela proposta até 1906. Uma das grandes mudanças de foco é a estreita relação que o autor passa a enxergar entre o problema do infinito e o da predicatividade. Mas mesmo assim, Poincaré não rebate de maneira consistente as observações de Russell transcritas acima.

¹⁹ Podemos atribuir essa crença a Russell, pois ele é claro ao afirmar que entende os entes matemáticos como “*independentes de todo elemento mental*” Russell, Bertrand, *Le Réalisme Analytique*, in Poincaré, Russell, Zermelo et Peano, Blanchard, Paris, 1986, pág. 297.

²⁰ Poincaré, Henri, *A Propos de la Logistique*, in Poincaré, Russell, Zermelo et Peano, Blanchard, Paris, 1986, pág. 147.

Capítulo 10

Indução Matemática, Predicatividade

e o Axioma da Escolha

O Princípio de Indução Completa

Já tratamos do princípio da indução completa no capítulo relativo à Matemática. Restamos verificar como Poincaré aborda essa questão no âmbito do debate que ele trava com Russell. O referido princípio, apresentado de maneira um tanto quanto sucinta em 1903 com *Ciência e Hipótese*, passa a ter papel central na polêmica entre esses dois autores. Vamos, portanto, resumir os argumentos já apresentados no capítulo 07:

1. A partir do número x e da operação $x+1$, podemos definir toda a série de números finitos.
2. Podemos definir essa operação nos seguintes termos: “Todo número natural pode ser definido a partir do princípio da indução completa”.
3. Essa definição engloba uma infinidade de silogismos, por isso é indutiva.
4. Ao contrário da indução no campo da Física, na indução matemática não há possibilidade de erro, pois se trata de uma faculdade da própria mente exercendo sua capacidade criativa.
5. O referido princípio é indemonstrável, pois sua demonstração exigiria a prova analítica de cada operação *ad infinitum*.
6. O princípio de indução completa é o raciocínio matemático por excelência.

Quando, porém, Bertrand Russell passa a buscar soluções para as antinomias cantorianas, esbarra nessa concepção de Poincaré. Russell sustenta um conjunto de idéias não aceito por Poincaré, e no momento em que ele inicia seus trabalhos no sentido de tentar compreender o motivo da dificuldade em estabelecer regras que impeçam a formulação de agregados inconsistentes¹, suas soluções vão claramente de encontro àquilo que Poincaré defende tão apaixonadamente, pois o princípio de indução completa é compreendido pelos logicistas em geral

¹ Esse esforço se dá com a publicação do artigo *On Some Difficulties in the Theory of Transfinite Numbers and Order Types*, em 1906 (in Poincaré, Russell, Zermelo et Peano, Blanchard, Paris, 1986., págs. 54 a 78).

como sendo apenas a definição disfarçada de número inteiro e, enquanto tal, como um raciocínio que pode ser reduzido apenas a juízos analíticos.

Levando em conta a concepção de Matemática de nosso autor, considerar o raciocínio matemático por excelência como uma definição disfarçada de número é, obviamente, um erro crasso, e essa incorreção é interpretada em *As Matemáticas e a Lógica* como uma má compreensão da verdadeira profundidade do princípio em tela:

“O princípio de indução não significa que todo número inteiro pode ser obtido a partir de adições sucessivas; ele significa que para todos os números que se pode obter por adições sucessivas, pode-se demonstrar uma propriedade qualquer através da repetição.

Um número pode ser definido por repetição; sobre esse número pode-se raciocinar por repetição; essas são duas proposições distintas. O princípio de indução não nos mostra que a primeira é verdadeira. Ele nos mostra que a primeira implica a segunda.

Eis a confusão que faz o Senhor Russell, e é isso que explica como ele pôde, sem se aperceber, propor uma definição que ele é incapaz de justificar e de demonstrar que ela é isenta de contradição.”²

Mais que a capacidade de definir números inteiros (e, portanto, mais que uma definição disfarçada), Poincaré deixa claro que a característica mais fundamental do princípio da indução é a possibilidade de “transformar” uma repetição silogística em uma totalização que supera o procedimento analítico. Esse “salto” faz do princípio de indução completa um postulado indemonstrável, que denota uma propriedade comum a todos esses números e torna explícito o caráter sintético do raciocínio matemático.

Bastante esclarecedor é o trecho de *As Matemáticas e a Lógica* em que Poincaré dá três exemplos a serem estudados, a saber, o princípio de indução matemática, o postulado de Euclides e a lei física segundo a qual o fósforo entra em fusão a 44° Celsius³, sendo que os logicistas as tomam respectivamente como definições disfarçadas do número inteiro, da linha reta e do elemento fósforo. Poincaré considera apenas o postulado de Euclides como uma definição propriamente dita. Esse modo de concepção nos dá a chave de sua discordância em relação aos logicistas.

² Poincaré, Henri, *Les Mathématiques et la Logique*, pág. 34.

³ Idem, *ibidem*, págs. 50 a 52.

Primeiramente há que se diferenciar o que propriamente pode ser denominado *definição* no campo das Ciências Formais e, por outro lado, nas Ciências Naturais. As definições, para as Ciências Formais, devem ser proposições que garantam a não-contradição daquilo que é enunciado. Nas Ciências Naturais, não basta satisfazer a não-contradição, mas se exige também a existência real daquilo que é definido, o que claramente não está garantido pela lei física supracitada.

Dentre os exemplos acima, o postulado de Euclides é o único que pode ser adequadamente entendido como uma definição, pois a não-contradição do referido postulado foi demonstrada por Hilbert.

O princípio de indução não pode, aos olhos de Poincaré, ser tomado como uma definição disfarçada, mas por motivos bem diferentes daqueles apresentados contra a terceira asserção apresentada acima. Como já foi dito, bastaria a demonstração da não-contradição da proposição acima para assegurar sua viabilidade, pois o problema relativo à existência real daquilo que está supostamente se definindo não entra em jogo. Mas é a impossibilidade de demonstrar analiticamente o princípio da indução completa que nos impede de tomá-lo como uma definição.

“‘Um número inteiro é aquele que pode ser obtido por adições sucessivas, é aquele que se pode definir por recorrência.’

Isto posto, que fazemos nós? Mostramos que se não há contradição no enésimo silogismo, isso também não ocorrerá para $n+1$, concluindo assim que não haverá jamais. Vocês dirão: temos o direito de concluir, portanto, que os números inteiros são por definição aqueles para os quais tal raciocínio é legítimo; mas isso implica uma outra definição de número inteiro que é a seguinte: ‘um número inteiro é aquele sobre o qual se pode raciocinar por recorrência’. (...) As duas definições não são idênticas; elas são sem dúvida equivalentes, mas o são devido a um julgamento sintético e a priori. Não se pode passar de uma a outra por procedimentos puramente lógicos.”⁴ Em suma, a passagem da definição de número inteiro ao princípio de indução completa não se dá por procedimentos estritamente lógicos, e por isso, aos olhos de Poincaré, este não pode ser tomado também como uma definição.

Em resposta a tais observações, Russell publica em setembro de 1906 *Os Paradoxos da Lógica*. Nesse texto, fica clara a tentativa de mudar a visada do problema, pois seu autor se nega a discutir a questão nos termos de Poincaré; segundo ele, busca-se evitar as contradições e

⁴ Idem, *ibidem*, págs. 50 e 51.

conservar, ao mesmo tempo, os resultados da Teoria Cantoriana dos Conjuntos, sendo que os resultados já obtidos permitem, aos seus olhos, que os matemáticos se afastem “*das províncias até então abandonadas às vagas conjecturas denominadas ‘Filosofia.’*”⁵ A resposta dirigida a seu interlocutor segue a trilha daquilo que mais tarde se consolidaria sob a denominação de Teoria dos Tipos Lógicos.

“*Deixemos de lado a questão que interroga se o princípio de indução é uma definição ou um axioma; consideremos como devemos formulá-lo.*”⁶ Uma formulação preliminar, que Russell considera que poderá ser aceita por Poincaré é “*toda propriedade que pertence a 0 e que pertence ao sucessor de todo número que a possui, pertence a todos os números finitos.*”⁷ Entretanto, aponta em seguida uma dificuldade intrínseca à aceitação desse princípio: “*as propriedades visadas no enunciado do princípio de indução não podem ser senão aquelas que se possa enunciar sem o emprego de palavras como um, o, todo, algum.*”⁸ Apenas formulando o princípio de indução nesses termos pode-se garantir seu caráter de certeza para seu emprego seguro, isento de contradições.

Em *A Propósito da Logística*, Poincaré aponta não mais um erro de Russell, mas ressalta a diferença entre ambos ao conceber o referido princípio: “*Para evitar toda espécie de confusão, introduzamos duas definições e uma proposição.*

Definição A. Um número finito é um número cardinal n tal que $n < n+1$.

*Definição B. Um número indutivo é um número que faz parte de todas as classes recorrentes*⁹.

Proposição C. Todo número finito é indutivo.

Para o Senhor Russell, a definição B é o princípio de indução e, partindo dessa definição, ele chega à demonstração da proposição C.

Para mim, a proposição C é o princípio de indução.”¹⁰

Poincaré atribui a Russell uma definição do princípio de indução diferente daquela proposta pelo lógico inglês. A definição de Russell se refere a uma propriedade dos números finitos. A definição B proposta por Poincaré é atribuída a Russell como seu conceito do princípio

⁵ Russell, Bertrand, *Les Paradoxes de la Logique*, pág. 143.

⁶ Idem, *ibidem*, pág. 140.

⁷ Idem, *ibidem*, pág. 141.

⁸ Idem, *ibidem*, pág. 141.

⁹ Classes obtidas por repetição.

¹⁰ Poincaré, Henri, *A propos de la Logistique*, pág. 146.

de indução matemática, e parece claramente circular, porque as chamadas classes recorrentes, nos termos de Poincaré, uma vez dado o seu primeiro elemento, são formadas exclusivamente por números indutivos. Russell, por motivos que ficarão claros a seguir, chega a dizer que o princípio de indução completa conforme defendido por Poincaré é uma frase destituída de sentido.¹¹

Vemos, portanto, os dois autores tentando trazer o combate para os campos de batalha que lhes são peculiares. Russell é reticente quanto a reconhecer o caráter do princípio de indução matemática como definição ou axioma indemonstrável, para não dar espaço aos argumentos de Poincaré. Este, por sua vez, não trata as idéias de Russell do modo como ele as apresenta, subvertendo sua argumentação original a fim de melhor rebatê-la. A clara impressão que esse problema nos deixa é que os princípios de ambos os lados são defendidos com uma paixão tão extremada que uma tentativa de concordância entre os dois autores se encontra em segundo plano.

* *

Em textos posteriores a 1906, os autores não tratam mais o problema da indução matemática de maneira tão central, talvez por crerem ter resolvido a suas respectivas maneiras a dificuldade. Não obstante, é uma tentação pensar a discussão aqui apresentada em termos do relativismo kuhniano. A tese da incomensurabilidade entre teorias científicas assenta basicamente na assunção da idéia que cientistas com concepções divergentes de mundo o enxergam de modo diferente, solucionam problemas diferentes e, finalmente, não conseguem estabelecer um diálogo profundo com alguém que possua um paradigma diferente, pois falam línguas diferentes. Parece que é exatamente isso que ocorre com estes dois interlocutores.

Enquanto Poincaré está preocupado em estabelecer a primazia dos juízos sintéticos como base do raciocínio matemático, o que faz ao defender o caráter indemonstrável do princípio de indução completa, Russell está empenhado na formulação de uma teoria que garanta a ausência de agregados inconsistentes e procura, assim, entender o princípio de indução de Poincaré como uma definição (analítica, portanto), e que, assim sendo, não pode se furtar à observação dos preceitos de toda a definição relativa a um conjunto de agregados. Problemas diferentes, resolvidos através de estratégias diferentes, estratégias essas fundadas em preceitos radicalmente

¹¹ Russell, Bertrand, *Mathematical Logic as Based on the Theory of Types*, pág. 206.

diferentes. Seria bastante surpreendente se esses dois autores chegassem a um consenso total acerca da natureza do princípio de indução completa.

O Problema da Predicatividade

1.) O Problema e as Primeiras Tentativas de Solução

“Há duas dificuldades completamente distintas a serem consideradas na teoria dos números cardinais transfinitos, a saber:

- 1. A dificuldade acerca dos agregados inconsistentes (como denominados por Jourdain);*
- 2. A dificuldade relativa ao chamado axioma de Zermelo.”*¹² Trataremos neste momento da primeira delas.

Vimos anteriormente em que consiste o problema relativo à elaboração de agregados inconsistentes. *“A dificuldade acerca de agregados inconsistentes provém da presença de uma função proposicional perfeitamente definida combinada com a ausência de um tal agregado a ela correspondente, ausência essa demonstrável.”*¹³ A função proposicional não encontra agregado a ela correspondente por trazer consigo uma contradição interna, apesar de perfeitamente definida. Tomemos como exemplo o paradoxo de Russell, apresentado no capítulo 08 do presente texto. A substituição da variável por um determinado elemento que pertence ao domínio da função nos leva a uma transgressão do princípio de não-contradição. Desse modo, urgia tentar livrar a Teoria dos Conjuntos, cujas contribuições foram tão profícuas, desse problema a ela intrínseco, excluindo de seu contexto as funções não-predicativas, para que se garantisse a possibilidade de trabalhar apenas com funções predicativas, ou seja, funções que definissem conjuntos perfeitamente livres de contradições.

Os paradoxos da Teoria dos Conjuntos foram causadores de uma incômoda e persistente dúvida no cerne da referida teoria, e por isso mesmo era um imperativo resolvê-los. A existência dessas funções definidas perfeitamente e, mesmo assim, não-predicativas, colocava em cheque a ampla validade da obra de Cantor. A superação dessa problemática exigia, antes de tudo, o correto diagnóstico do problema: era preciso compreender de onde provinham essas dificuldades.

¹² Russell, Bertrand, *On Some Difficulties in the Theory of Transfinite Numbers and Order Types*, pág. 54.

¹³ Idem, *ibidem*, pág. 55.

Em seguida, era necessário buscar estratégias que permitissem aos matemáticos evitar a formulação dessas funções.

A partir de 1905, os filósofos citados, ao se deterem nesse tema, sabiam que a solução dos paradoxos passava pela necessidade de compreender a natureza dessas funções, pois algo em comum as fazia desaguar em contradições insuperáveis. Não obstante, havia um grande abismo entre compreender o problema e conseguir solucioná-lo adequadamente. É, destarte, através de um processo de lapidação de uma resposta adequada ao problema que Poincaré, Zermelo e Russell propõem as suas diferentes soluções, com base, obviamente, nos pressupostos que cada um deles toma por verdadeiro.

Nesse contexto, Russell produz *Sobre Algumas Dificuldades na Teoria dos Números Transfinitos e Tipos de Ordem*. Na oportunidade, apresenta três possibilidades de solução, a saber, a Teoria do Zigzag, a Teoria de Limitação de Extensão e a Teoria de Não-Classes.¹⁴

A primeira tentativa proposta por Russell é a teoria que ele denomina *Zigzag*. O que se propõe a partir dessa teoria é a necessidade de estabelecer funções bastante simples, a fim de não se incorrer em contradições, sendo que a simplicidade da função não tem qualquer relação com a limitação da extensão da classe que a proposição define. Uma função predicativa $\phi!x$, com domínio exclusivamente no conjunto u , encontrará valores verdadeiros para elementos de u e falsos para elementos que não pertencerem a u . Por outro lado, a função não-predicativa $\psi!x$, com domínio no conjunto u , assume valores verdadeiros para alguns membros de u e de não- u , bem como é falsa tanto para membros de u quanto para de não- u , o que acontece com proposições complexas. Devido à necessidade de recorrer a esse movimento para identificar como não-predicativa a função a partir do que pertence e do que não pertence a seu domínio, ela recebe o nome de *Zigzag*.

O completo desenvolvimento da teoria exigiria axiomas que definissem funções predicativas, pois é necessário “separar” funções predicativas e não-predicativas. Intuitivamente, podemos considerar uma tarefa relativamente simples a distinção entre axiomas simples e complicados, a fim de tomarmos apenas os primeiros como predicativos. Entretanto, não podemos nos dar ao luxo de estabelecer tal distinção intuitivamente. É necessário recorrer a axiomas, e “os axiomas acerca de quais funções são predicativas devem ser excessivamente

¹⁴ Idem, *ibidem*, pág. 62.

complicados, e não podem ser sugeridos por uma plausibilidade intrínseca”¹⁵, e Russell não vê outro guia para essa tarefa que distinto do princípio de não-contradição. Apesar da dificuldade, o autor é claro ao afirmar que tal teoria não deve ser completamente descartada, pois tem suas virtudes. A teoria não é totalmente aceitável porque, na realidade, sua aceitação significaria aceitar a substituição de uma dificuldade por outra quiçá tão grande quanto a primeira.

A *Teoria da Limitação de Extensão* traz como principal ponto a ser observado não a simplicidade da função predicativa, mas a extensão do conjunto a que se refere, uma vez que tem como escopo principal evitar a contradição de Burali-Forti¹⁶. “*Deve haver, por assim dizer, um certo limite de extensão em que nenhuma classe pode chegar, e que alguma classe que o alcance ou o supere é uma classe imprópria, ou seja, não é uma entidade.*”¹⁷ A consequência implícita que temos que aceitar ao adotarmos essa teoria é o reconhecimento de que ordinais não formam classes, mas definem até onde as classes podem chegar. Eles são os parâmetros necessários para o estabelecimento dos limites das classes.

A Teoria da Limitação de Extensão impediria (ou ao menos restringiria) as operações efetuadas a partir de conjuntos transfinitos. Entretanto, o ponto fraco dessa teoria conforme apontado por Russell é a dificuldade no sentido de determinar qual o limite máximo a que podemos chegar, simplesmente porque não temos critérios objetivos para estabelecer esse limite, além, é claro, da dificuldade que teríamos na determinação formal desse limite. Essa delimitação seria estabelecida intuitivamente, o que traria uma dificuldade extra para Russell.

Finalmente, Russell apresenta sua *Teoria de Não-Classes*. Nessa teoria, o fundamental é não afirmar categoricamente que funções determinam classes. Abre-se a possibilidade, portanto, de supor a existência de funções que simplesmente não determinam tais agregados. “*A teoria se caracteriza meramente pelo abandono de uma assunção duvidosa, e assim, qualquer resultado a que chegemos em Matemática é indubitável, sendo que, se envolvesse classes e relações, não o seria.*”¹⁸ As funções não-predicativas seriam, assim, exatamente aquelas que não determinam classes.

As desvantagens dessa solução são três segundo Russell: vai contra o óbvio do senso comum, e contra grande parte do trabalho de Cantor. Além disso, seu desenvolvimento é

¹⁵ Idem, *ibidem*, pág. 64.

¹⁶ Vide capítulo 08.

¹⁷ Russell, Bertrand, *On Some Difficulties in the Theory of Transfinite Numbers and Order Types*, pág. 68.

¹⁸ Idem, *ibidem*, pág. 70.

complicado, o que pode levar-nos a erro. “*De uma certa forma, a Aritmética dos Transfinitos pode ser preservada, mas não é fácil descobrir quanto dela pode ser preservado. A teoria é segura, mas drástica. (...) Por enquanto, ela pode ser aceita como um meio de evitar contradições, mas não necessariamente o meio.*”¹⁹

De um certo ponto de vista, essa teoria se presta apenas a constatar o óbvio. Ela não resolve de fato as contradições existentes na Teoria dos Conjuntos devido às funções não-predicativas, mas apenas as reconhece como existentes e as acolhe no campo de sua teoria. Apesar disso, é a teoria que dentre as três propostas, Russell atribui melhores condições de vingar, mesmo com os horizontes limitados a que ela se presta.²⁰

Nem mesmo Russell se satisfaz completamente com as soluções advindas dessas três teorias, pois ele tem a plena consciência de que ainda está apenas tateando em busca de uma solução plausível para o problema, solução essa que será apresentada com a Teoria dos Tipos Lógicos, formulada detalhadamente em 1908. Elas são apenas indicações de caminhos possíveis a seguir para a completa solução dos problemas.

Henri Poincaré também não acredita que as soluções apresentadas por Russell sejam satisfatórias, e deixa bastante clara sua opinião acerca da insuficiência das teorias russellianas no sentido de resolver o problema relativo a funções não-predicativas. A Teoria do Zigzag não é uma solução válida segundo Poincaré por ser obscura e, principalmente, pela impossibilidade de decidir “*se uma definição pode ser vista como suficientemente simples para ser aceitável.*”²¹ A Teoria da Limitação de Extensão sofre com uma dificuldade análoga à da Teoria do Zigzag, ou seja, a dificuldade de se estabelecer com exatidão sua limitação. A Teoria de Não-Classes é entendida por Poincaré como um verdadeiro golpe na Logística: “*na Teoria de Não-Classes, é proibido pronunciar a palavra ‘classe’ e se deve substituir esse termo por perífrases variadas. Que mudança para os logicistas, que só falam de classes e classes de classes! Será preciso refazer toda a Logística.*”²²

Poincaré atribui a Richard a primeira indicação de uma possível e viável solução para o problema das antinomias: “*as definições que devem ser vistas como não-predicativas são aquelas*

¹⁹ Idem, *ibidem*, pág. 72.

²⁰ Idem, *ibidem*, pág. 78.

²¹ Poincaré, Henri, *Les Mathématiques et la Logique*, pág. 91.

²² Idem, *ibidem*, pág. 92.

que contêm um círculo vicioso.”²³ Definir um conjunto a partir dele próprio: essa é, em linhas gerais, a famigerada circularidade da argumentação que cria dificuldades como a de Burali-Forti, os Paradoxos de Cantor e Russell, bem como a antinomia de Richard.

Tomemos como exemplo o paradoxo de Burali-Forti. O círculo vicioso existe quando passamos a tentar definir “o número ordinal da série de todos os ordinais” a partir de um número cuja inserção altera necessariamente nosso conceito de “a série de todos os ordinais”, pois o modo como o problema é colocado faz com que a definição de Ω como “o número ordinal de todos os ordinais” exija a existência de $\Omega+1$, pois Ω agora integra a série de todos os ordinais. A circularidade da definição se caracteriza pela necessidade de definir a série de ordinais a partir de um ordinal, ou seja, a partir de si mesma, pois se a pretensão é definir um número ordinal, tomá-lo como elemento da construção de sua própria definição obviamente nos levará a dificuldades. E esse é apenas um dos exemplos possíveis: “a definição de Aleph é não-predicativa; o raciocínio a partir do qual Cantor procura estabelecer a existência desse número me parece semelhante ao do paradoxo de Burali-Forti”²⁴, ou seja, não-predicativo, por se tratar de um círculo vicioso.

A antinomia de Richard é também exemplar. Ela pode ser apresentada da seguinte maneira: “Qual é o menor número inteiro que não se pode definir por uma frase com menos de cem palavras em francês?”²⁵ A circularidade que implica em contradição é clara, pois a própria formulação do problema define (com menos de cem palavras), o menor número que não pode ser definido com menos de cem palavras. Essa forma simplificada do problema, que direciona a visada para apenas um número, é uma formulação mais popular e análoga do que Poincaré nos mostra detalhadamente: “Consideremos todos os decimais que podem ser definidos por um número finito de palavras; esses números decimais formam um conjunto E , que é enumerável, ou seja, pode-se numerar os diversos números decimais desse conjunto de 1 ao infinito. Suponhamos que a numeração seja efetuada e definamos o número N da seguinte forma: se o n ésimo decimal do n ésimo número do conjunto E é

0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

o n ésimo decimal de N será:

1,2,3,4,5,6,7,8,1,1

²³ Idem, *ibidem*, pág. 94.

²⁴ Idem, *ibidem*, pág. 94.

²⁵ Idem, *ibidem*, pág. 90.

*Como se vê, N não é igual ao enésimo número de E, e como n é qualquer, N não pertence a E. No entanto, N deve pertencer a esse conjunto, pois nós o definimos com um número finito de palavras.”*²⁶

Podemos facilmente constatar que a antinomia de Richard está baseada na tentativa de definir o conjunto E a partir dele mesmo, e a circularidade da argumentação nos leva à conclusão inaceitável de que N pertence e não pertence simultaneamente ao conjunto E.

Conseguimos definições predicativas a partir do momento em que não mais propomos definições circulares, ou seja, definições que buscam elementos delas próprias para se estabelecerem, como ficou claro no exemplo do paradoxo de Burali-Forti. Russell, entretanto, não se dispõe *apenas* a reconhecer a causa das definições não-predicativas. Suas ambições visam horizontes bem mais amplos.

2.) A Teoria dos Tipos Lógicos e a Classificação Predicativa

As dificuldades quanto à predicatividade no âmbito da Teoria dos Conjuntos até então haviam sido identificadas, mas não satisfatoriamente superadas; esse *status quo* se transforma quando Russell apresenta sua Teoria dos Tipos Lógicos.

Primeiramente é necessário distinguir entre funções proposicionais com variáveis reais e funções proposicionais com variáveis aparentes: “*quando algum valor da função proposicional é asseverado, chamamos o argumento de variável real; por outro lado, quando se diz que uma função é sempre verdadeira, ou nem sempre verdadeira, o argumento é chamado de variável aparente.*”²⁷ As deduções lógicas devem sempre operar com proposições que contenham variáveis reais. Entretanto, as proposições que trazem variáveis aparentes também possuem um papel importante. Russell mostra sua importância a partir da análise da proposição “todo homem é mortal”. Através de passos sucessivos de sua argumentação, o autor deixa claro que a frase sugerida como exemplo pode ser reformulada mais adequadamente do ponto de vista lógico como “para todos os valores de x, se x é homem, x é mortal.” O exemplo tem como finalidade esclarecer o que Russell denomina *campo de significação* (ou Tipo). Há um certo conjunto

²⁶ Idem, *ibidem*, pág. 90.

²⁷ Russell, Bertrand, *Mathematical Logic as Based on the Theory of Types*, pág. 206.

definido de seres que a variável aparente dessa proposição é apta a substituir e garantir a sua significatividade, o que é uma questão anterior à verificação de sua verdade ou falsidade.

Entretanto, funções diferentes podem ter campos de significação diferentes. É o que mostra Russell: “*suponhamos: ‘todos os termos que têm a propriedade ϕ têm a propriedade ψ ’.* Isso quer dizer segundo a interpretação acima que ‘ ϕx sempre implica ψx ’. Desde que o campo de significação de ϕx seja o mesmo de ψx , a asserção é significativa. (...) Mas às vezes acontece que aquilo que parece verbalmente uma função, na verdade são funções análogas com diferentes campos de significação.”²⁸ Russell denomina homogeneidade lógica a propriedade de funções que contenham o mesmo campo de significação. Quando nos deixamos levar pela aparência semântica de determinada função proposicional e não respeitamos a peculiaridade de seu campo próprio de significação, incorremos nos paradoxos.

É possível, desse modo, estabelecer uma hierarquia dos Tipos Lógicos (ou campos de significação) a fim de evitar tais contradições. Essa hierarquia se traduz em ordens predeterminadas:

As proposições elementares são as que trazem variáveis reais, bem como termos individuais; são o primeiro tipo lógico.

Proposições de primeira ordem possuem indivíduos como variáveis aparentes; são o segundo tipo lógico.

Proposições de segunda ordem possuem proposições de primeira ordem como variáveis aparentes; são o terceiro tipo lógico. E assim sucessivamente.

Esse método, se corretamente aplicado, nos mostra o campo de significação adequado a determinada função proposicional. É um instrumento valioso para identificar funções proposicionais mal formuladas, que podem nos levar a trabalhar fora de seu campo de significação adequado e, conseqüentemente, gerar contradições.

A Teoria dos Tipos Lógicos carece ainda da assunção daquilo que Russell denomina *axioma da redutibilidade*: “*é absolutamente necessário, se a Matemática for possível, que nós tenhamos algum método de propor asserções que devem ser equivalentes àquilo que temos em mente quando falamos descuidadamente de ‘todas as propriedades de x ’.*”²⁹ Busca-se apenas uma possibilidade de *traduzir* uma determinada função proposicional elaborada de modo

²⁸ Idem, *ibidem*, pág. 213.

²⁹ Idem, *ibidem*, pág. 219.

inadequado, e que essa tradução garanta que passemos a operar dentro do devido campo de significação: “*toda função é equivalente, para todos os seus valores, a uma função predicativa do mesmo argumento.*”³⁰ Não há, entretanto, um procedimento analítico que garanta essa tradução.

O axioma da redutibilidade seria a garantia da possibilidade de tradução de funções proposicionais mal formuladas em termos adequados. Uma delas, inclusive, é o princípio de indução completa, seja ele apresentado através de qualquer formulação proposta anteriormente, pois todas elas pressupõem a assunção de uma totalidade, sendo, desse modo, passíveis de revisão pelo referido axioma.

Poincaré dirige algumas objeções à Teoria dos Tipos Lógicos. Seus argumentos retomam outros já apresentados, no que diz respeito à maneira de se conceber a Matemática. É, pergunta ele, o axioma da redutibilidade (através do qual se pode demonstrar, segundo Russell, o princípio de indução completa), mais geral que o princípio de indução completa? Seria ele mais claro que o referido princípio e ainda psicologicamente justificável? A impressão que se tem é que, a partir desse ponto, Poincaré não consegue mais dirigir uma crítica consistente e contundente a seu interlocutor, motivo pelo qual passa a atacá-lo de modo superficial, evitando o aprofundamento das críticas como ocorria outrora.

*

*

O discurso de Poincaré parece mudar significativamente a partir de 1909, curiosamente após a elaboração da Teoria dos Tipos Lógicos de Russell e da solução proposta por Zermelo no sentido de evitar os paradoxos a partir da completa axiomatização da definição dos conjuntos. Salta aos olhos a importância dada pelo autor à relação existente entre a ordenação e a classificação dos conjuntos tratados, distinção que até então não existia nos argumentos apresentados por Poincaré: “*cada regra de ordenação traz consigo uma determinada classificação. Eu apenas considero uma ordenação como predicativa se a classificação relativa a ela também for predicativa. Considero ainda uma classificação como predicativa se ela não se altera com a introdução de novos elementos.*”³¹

³⁰ Idem, *ibidem*, pág. 221.

³¹ Poincaré, Henri, *Über Transfinite Zahlen*, pág. 233.

A chave para a compreensão desse novo método que Poincaré apresenta para que se evite o círculo vicioso é a predicatividade das classificações de conjuntos infinitos. Classificar e ordenar são, portanto, procedimentos distintos. O termo *ordenação* não nos traz grandes dificuldades, pois ele se aplica no sentido usual de atribuição de números ordinais a elementos de um conjunto. O termo *classificação*, por sua vez, merece uma atenção maior.

Classificação, no sentido empregado por Poincaré, é a própria determinação dos elementos pertencentes ao conjunto e em seu “lugar” determinado. Tal determinação pode ser mutável ou imutável. A classificação será imutável se a inserção de novos elementos no conjunto não puder alterá-la e, por outro lado, será mutável se a inserção de um novo elemento em determinado conjunto nos obrigar a uma “reclassificação”. Poincaré considera as classificações imutáveis predicativas. As mutáveis, não-predicativas.

Desse modo, parece bastante claro que a idéia de classificação como fator determinante da predicatividade de determinado conjunto tem uma relação forte com problema do axioma da escolha.

O Axioma da Escolha

O axioma da escolha, proposto por Zermelo em 1904, gerou bastante polêmica no período aqui tratado. O axioma postula que “*dado um conjunto w , existe uma função f 'u tal que, se u é um conjunto não-vazio contido em w , então f 'u é membro de u .*”³² Tal axioma não pode ser objeto de prova analítica se atribuído a conjuntos infinitos; se aplicado a conjuntos finitos, não há qualquer problema em reconhecer a veracidade do axioma, pois sua aplicabilidade é evidente.

Poincaré comenta o papel do axioma da escolha ao efetuar uma análise da leitura que é proposta por Russell, em especial quanto à sua pretensão de prová-lo dedutivamente. Devido à assunção dos preceitos defendidos por Russell, nosso autor o vê em grandes dificuldades: “*o axioma é 'self-evident' para as classes finitas; mas se ele é indemonstrável para as classes infinitas, sem dúvida também o é para as classes finitas, ainda não distintas uma da outra até esse momento de sua teoria; é, portanto, um juízo sintético a priori sem o qual a 'teoria cardinal' será impossível, seja para números finitos ou para números infinitos.*”³³ A solução de Poincaré

³² Russell, Bertrand, *On Some Difficulties in the Theory of Transfinite Numbers and Order Types*, pág. 72.

³³ Poincaré, Henri, *Les Mathématiques et la Logique*, págs. 99 e 100.

para a questão seria simplesmente o resultado óbvio de sua concepção: uma vez aplicado às Verdadeiras Matemáticas, esse juízo sintético *a priori* é evidente e válido. Sua indeterminação surge quando concebemos conjuntos infinitos a partir de uma noção de infinito atual, mesmo que isso se dê de forma tácita e, por outro lado, sua prova analítica é impossível e dispensável, pois é uma exigência daqueles que procuram erroneamente bases estritamente lógicas para a Matemática. De modo geral, a maneira como os autores tratam o axioma da escolha resume bem as premissas que defendem.

Qual é, porém, a importância do axioma da escolha? A aceitação total da verdade do axioma da escolha implica no reconhecimento da possibilidade da ordenação (e, conseqüentemente, da mensuração) de qualquer conjunto, finito ou infinito. O problema é que não há meios de constatar a veracidade desse axioma. Segundo Poincaré, a ordenação dos elementos é *conditio sine qua non* para que se possa estabelecer operações e relações entre conjuntos transfinitos. É, portanto, imprescindível para a Teoria Cantoriana dos Conjuntos.

*

*

Como já vimos, a argumentação de Poincaré muda sensivelmente de foco a partir de 1909. A partir da noção de ordenação, o autor estabelece alguns requisitos para que uma definição seja predicativa. Além da observância de se evitar o círculo vicioso, o autor passa a exigir a imutabilidade da classificação proposta: *“as antinomias apresentadas provêm em sua totalidade do esquecimento dessa condição simples: elas se sustentam sobre uma classificação que não é imutável e que simplesmente não pode sê-lo. Tem-se tomado a precaução de proclamá-la imutável; mas essa precaução é insuficiente; é preciso que tal classificação seja efetivamente imutável, e há casos em que isso não é possível.”*³⁴

O rigor propiciado pela Lógica Aristotélica é fruto de uma classificação imutável. Desse modo, apenas a certeza de uma classificação adequada e imutável, que permita uma ordenação rígida, garante a predicatividade de determinado conjunto. Essa exigência permite, entretanto, considerar alguns tipos de classificação de conjuntos infinitos como predicativas, o que é bastante interessante, principalmente se levarmos em conta que tal solução atende às expectativas de Poincaré no que diz respeito à possibilidade de conceber conjuntos infinitos, pois apesar de

³⁴ Idem, *La Logique de l'Infini*, págs. 235 e 236.

conseguirmos construir conjuntos *potencialmente* infinitos, só poderemos operar esses conjuntos se eles nos permitirem uma classificação imutável e, conseqüentemente, se houver a possibilidade de serem bem ordenados.³⁵

Em suma, pode-se apontar que a solução do problema da predicatividade se resume a indicar condições de expressar adequadamente (ou seja, através de uma linguagem pertinente) os conjuntos que podem ser devidamente concebidos por nós. Se, por outro lado, há noções que nosso intelecto não pode *de fato* formular, corremos o sério risco de incorrer em contradições. Nesse sentido, novamente o paralelismo com a filosofia kantiana é evidente. Não podemos tratar de conjuntos infinitos a não ser que por esse termo tomemos a simples possibilidade de conceber indefinidamente uma operação, seja ela de sucessão, adição, multiplicação ou outra qualquer. A impossibilidade de conceber conjuntos como infinitos dados (ou atuais, nos termos do autor) muitas vezes nos leva a formular definições que não possuem correspondência com tais conjuntos, sendo que acabamos por tentar estabelecer uma definição a partir de uma classificação mutável (e que, portanto, não garante uma ordenação fixa de seus elementos) ou mesmo nos iludirmos com definições circulares.

Dessa maneira, fica latente o modo pelo qual defendemos neste trabalho a idéia de que Poincaré acreditava que as antinomias cantorianas não constituíam propriamente uma crise nos fundamentos da Matemática. Os paradoxos em tela eram na realidade pseudoproblemas, nascidos a partir de um projeto com fundamentos errôneos. A solução para isso? Uma compreensão adequada da natureza do raciocínio matemático e sua restrição às Verdadeiras Matemáticas. Observados esses preceitos, os paradoxos simplesmente se esvaem.

³⁵ “Suponhamos por exemplo que se classifique os números inteiros em duas famílias segundo sua grandeza. Pode-se reconhecer se um determinado número é maior ou menor que 10 sem que se precise remeter às relações desse número com o conjunto dos outros números inteiros. Com isso definido, posso determinar quais dentre os 100 primeiros números são maiores ou menores que 10. Em seguida, ao se introduzir à seqüência o número 101, ou qualquer outro número seguinte, dentre aqueles 100 primeiros números inteiros, os menores que 10 continuarão menores que 10, e os maiores continuarão maiores; essa classificação é predicativa.” Idem, *ibidem*, págs. 237 e 238.

Conclusão

Os paradoxos acerca da Teoria dos Conjuntos foram solucionados a partir do reconhecimento dos verdadeiros motivos que levavam às antinomias, a saber, a enunciação de determinados conjuntos em termos inadequados, o que transformava tais definições em asserções não-predicativas.

Pode-se dizer que o problema em tela obteve uma resposta satisfatória com a Teoria dos Tipos Lógicos, levada a cabo com os *Principia Mathematica* de Russell e Whitehead, entre 1910 e 1913, assim como através da possibilidade de uma axiomatização completa proposta por Zermelo em *Novas Provas para a Possibilidade de uma Ordenação Completa*, e em *Investigação Acerca dos Fundamentos da Teoria dos Conjuntos*, idéias essas posteriormente retomadas e desenvolvidas por Fraenkel, que vieram a constituir posteriormente o sistema conhecido por ZF, que é talvez o mais amplamente utilizado na moderna Teoria dos Conjuntos.

No que diz respeito ao problema da predicatividade, tivemos a oportunidade de verificar que as idéias defendidas por Poincaré não eram muito diferentes daquelas defendidas por Russell, pois ambos atribuíam os paradoxos a definições caracterizadas por círculos viciosos. Salta aos olhos, entretanto, a impossibilidade de um consenso entre esses autores acerca do papel desempenhado pela idéia de infinito nessa problemática, bem como permanece em aberto a questão da verdadeira natureza dos raciocínios matemáticos. As últimas palavras de ambos em relação a essas pendências dar-se-ão entre 1911 e 1912.

Antes de remetermos a seus escritos, porém, é interessante citarmos algumas cartas datadas de 1904 trocadas entre um grupo de matemáticos de renome (Émile Borel, Jacques Hadamard, Henri Lebesgue e René Baire) acerca do problema suscitado naquele mesmo ano pela apresentação do axioma da escolha de Zermelo.¹ Essas cartas são interessantes para nosso tema, pois retratam de maneira exemplar duas concepções muito próximas àquelas de Poincaré e Russell acerca do problema subliminar que se apresenta. Nesses textos, apesar dos respectivos autores estarem tratando de problemas relativos ao axioma da escolha, a discussão traz à tona o grande ponto de discordância que podemos enxergar como o cerne dessa polêmica entre Poincaré e os Logicistas: a compreensão da verdadeira natureza dos raciocínios matemáticos.

¹ *Cinq Lettres sur la Théorie des Ensembles*, in Borel, Émile, *Leçons sur la Théorie des Fonctions*, Ed. Gauthier, 3ª Ed., Paris, 1928, nota IV, págs. 150 a 158.

Jacques Hadamard, em carta endereçada a Émile Borel, questiona a idéia de que o axioma da escolha pode ser aplicado a determinado conjunto, ordenando elemento após elemento, sendo que essa operação pode ser repetida transfinitamente. Hadamard aponta a falácia desse argumento de Émile Borel ao mostrar que a ordenação de um conjunto transfinito não pode se dar dessa maneira, pois não se pode, de modo algum, depender desse tipo de sucessão que parte do elemento antecedente para o elemento que o sucede para garantir a ordenação de um conjunto transfinito.

A impossibilidade de ordenar conjuntos transfinitos a partir de escolhas sucessivas (o que é adequado para conjuntos finitos) marca a intransponibilidade que existe entre conjuntos finitos e conjuntos transfinitos. O problema é que, como já vimos no capítulo anterior, o axioma da escolha postula a possibilidade de ordenação para ambos os tipos de conjuntos, mas sem que apresente uma maneira de efetivamente realizá-la no caso dos conjuntos transfinitos.

Para Hadamard, no entanto, essa dificuldade nos mostra uma diferença muito grande entre *definir* e *descrever* objetos matemáticos.

Definir o axioma da escolha é uma tarefa já levada a cabo quando esse axioma foi proposto. Mas sua descrição, aos olhos de Hadamard, não é propriamente uma questão do âmbito da Matemática: “*ela provém do domínio da psicologia e é relativa a uma propriedade de nosso espírito; é uma questão dessa natureza saber se a correspondência empregada por Zermelo poderá algum dia ser efetuada de fato.*”² Não há, por conseguinte, uma correspondência entre os limites da Matemática e os limites do nosso intelecto, e estabelecer restrições de ordem psicológica à Matemática é, para Hadamard, certamente uma ação inoportuna. A descrição de objetos matemáticos seria, para plagiar às avessas os termos de Poincaré, uma restrição indevida às Verdadeiras Matemáticas, que não necessariamente se limitam àquilo que podemos conceber.

Essa concepção de Hadamard é corroborada por sua segunda carta a Borel, notadamente quando acusa seu interlocutor de exigir das funções matemáticas uma condição que não tem qualquer sentido estritamente matemático, a saber, o fato de Borel requerer que essas funções possam ser descritas por nós.³

Borel, Lebesgue e Baire se opõem a essa idéia, notadamente quando Borel resume a questão na última carta da coletânea, procurando demonstrar que discorda veementemente das idéias de seu interlocutor, por acreditar ser absolutamente necessário obter uma compreensão

² Hadamard, Jacques, I. *Lettre de Jacques Hadamard à Émile Borel*, opus cit., págs. 150 e 151.

³ Idem, IV. *Lettre de Jacques Hadamard à Émile Borel*, opus cit., pág. 157.

exata daquilo que se define. Exige, portanto, algo que para Hadamard está fora de questão, pois este considera os limites da Matemática como desvinculados dos limites de nossa possibilidade de descrição.

Borel, ao contrário de Hadamard, identifica os limites da Matemática como inclusos na nossa capacidade de compreensão. É a natureza dos raciocínios matemáticos e, conseqüentemente, os limites dessa disciplina que estão em questão.

Essas duas vertentes representadas aqui por Émile Borel e Jacques Hadamard são muito próximas daquelas defendidas respectivamente por Henri Poincaré e Bertrand Russell.

* *

Podemos considerar que o debate entre Poincaré e Russell chega a termo com *O Realismo Analítico*, de 1911, e *A Lógica do Infinito*, de 1912.

Em seu texto, Russell apresenta sua concepção acerca da Matemática de modo bastante claro. Em primeiro lugar, o autor defende a concepção realista analítica. Realista por acreditar em entidades não-mentais. Analítica, por postular que tudo que é complexo é derivado do simples, sendo que o simples tem aqui dois sentidos, a saber, enquanto conceitos universais e enquanto dados sensoriais. Note-se, porém, que nem mesmo os conceitos dependem totalmente do sujeito cognoscente. Há conceitos que possuem existência própria. Esses conceitos são as verdades matemáticas.

Obviamente, Poincaré não compactua com tal posição, pois vimos que em sua concepção, a Ciência é construída apenas pela relação que se estabelece entre objetos, não podendo em hipótese alguma remeter a entidades não-mentais; as influências kantianas de seu pensamento trazem sérias restrições ao realismo, pois a própria existência de uma realidade exterior pode ser questionada. Não há, portanto, como defender o realismo (e a existência dessas entidades não-mentais) sob a ótica de Poincaré. Não obstante, Russell afirma que os elementos matemáticos existem *per se*, são universais e externos à nossa consciência.

Nosso conhecimento dessas puras essências é, assim, apenas aproximativo, o que explica o fato de que os estreitos limites de nosso pensamento limitam as verdades da Matemática. Em Poincaré, por outro lado, uma característica essencial da Ciência é a possibilidade de ser construída por nosso espírito, sendo que os limites de nossa capacidade intelectual são também os limites do conhecimento científico.

Em segundo lugar, Russell coloca o realismo em oposição tanto à tese empirista quanto à idealista. Segundo sua argumentação, o idealismo, ao fundamentar a existência na

consciência, exige uma regressão infinita (pois a própria existência da consciência também é dada na consciência). O problema do empirismo é que seu princípio (tudo é conhecido pelos sentidos) não pode ser conhecido pelos sentidos. Logo, nem idealismo nem empirismo são capazes de fundamentar devidamente a Matemática, donde se conclui, portanto, que o realismo é a melhor maneira de fundamentar essa disciplina.

Por fim, se Russell entende o conhecimento da Matemática como aproximativo (ou seja, o intelecto tentando apreender as existências Matemáticas, que lhe são estranhas e perenes), os paradoxos constituem um momento ainda imperfeito, superado a contento pela Teoria dos Tipos Lógicos.

A Lógica do Infinito é a última palavra de Poincaré acerca do problema. Nesse texto, o autor se coloca como idealista pragmático. Não faz mais, porém, que retomar algumas de suas teses defendidas durante o período da polêmica. Mas um ponto é bastante interessante: Poincaré acaba por reconhecer que ele (enquanto pragmático) não se entende com os cantorianos (como denomina Russell) simplesmente porque não falam a mesma língua, e não se pode esperar que pensadores que partem de princípios tão radicalmente opostos venham a concordar perfeitamente acerca da natureza dos raciocínios matemáticos.

Há, portanto, um limite para a concordância entre essas duas escolas, que nada mais é que o diagnóstico proposto pelos autores para o mal que rondava a Teoria Cantoriana dos Conjuntos. As posologias das soluções que essas duas escolas receitam para o problema são, no entanto, muito diferentes, como não poderia deixar de ser para pensadores coerentes e fiéis a suas concepções, o que marca de modo claro a indissociabilidade entre Ciência e Filosofia no contexto da obra de Jules Henri Poincaré.

Referências Bibliográficas

Borel, Émile, *Leçons sur la Théorie des Fonctions*, Ed. Gauthier, 3ª Edição, Paris, 1928.

Da Costa, Newton Carneiro, *O Conhecimento Científico*, Discurso Editorial, São Paulo, 1997.

Duhem, Pierre, “Physical Theory and Experiment”, in Harding, Sandra G., *Can Theories be Refuted?*, D. Reidel Publishing Company, Boston, Synthese Library, volume 81.

Einstein, Albert, “Relativity: The Special and the General Theory”, in *20th Century Natural Sciences*, Great Books of Western World, Encyclopaedia Britannica, 2ª Edição, Chicago, 1994, volume 56.

Forder, Henry George e Valentine, Frederick Albert, “Geometry”, in *Encyclopaedia Britannica*, Chicago, 15ª Edição, 1993, volume 19.

Hobsbawm, Eric, *A Era das Revoluções*, Editora Paz e Terra, 16ª Edição, São Paulo, 2002.

_____, *A Era dos Impérios*, Editora Paz e Terra, 7ª Edição, São Paulo, 2002.

Kant, Immanuel, *Crítica da Razão Pura*, Fundação Calouste Gulbenkian, 3ª Edição, Lisboa, 1994.

Kuhn, Thomas S., *A Estrutura das Revoluções Científicas*, Editora Perspectiva, São Paulo, 1996.

Lakatos, Imre, *O Falseamento e a Metodologia dos Programas de Pesquisa Científica*, in *A Crítica e o Desenvolvimento do Conhecimento*, Editora Cultrix, São Paulo, 1979.

Lalande, André, *Vocabulário Técnico e Crítico de Filosofia*, Editora Martins Fontes, São Paulo, 1996.

Lebrun, Gérard, *O Papel do Espaço na Elaboração do Pensamento Kantiano*, in *Sobre Kant*, Edusp, São Paulo, 1993.

Lopes dos Santos, Luiz Henrique, “A Essência da Proposição e a Essência do Mundo”, in Wittgenstein, Ludwig, *Tractatus Logico-Philosophicus*, Edusp, São Paulo, 1994.

MacDonald Coxeter, H.S., “Geometry”, in *Encyclopaedia Britannica*, Chicago, 15ª Edição, 1993, vol. 19.

Newton, Isaac, “Princípios Matemáticos da Filosofia Natural”, in *Newton*, col. Os Pensadores, Ed. Nova Cultural, São Paulo, 1996.

Otero, Mario H., *De Édouard Le Roy a Thomas S. Kuhn; El Mitico Cambio Radical entre Positivismo y Pospositivismo*, <http://galileo.fcien.edu.uy/leroy-kuhn.htm>

Paty, Michel, “A Criação Científica Segundo Poincaré e Einstein”, in *Revista Estudos Avançados, Instituto de Estudos Avançados da Universidade de São Paulo*, 2001, volume 15, nº41.

Platão, “Sophist”, in *Plato, Great Books of Western World, Encyclopaedia Britannica*, 2ª Edição, Chicago, 1994, volume 06.

Poincaré, Henri, “A Propos de la Logistique”, *Revue de Metaphysique et de Moral*, 14 (1906), págs. 866 a 868, in Heinzmann, Gerhard (ed.), *Poincaré, Russell, Zermelo et Peano*, Blanchard, Paris, 1986.

_____ *Dernières Pensées*, Ernest Flammarion, Paris, 1913.

_____ “La Logique de l’Infini”, *Révue de Metaphysique et de Moral*, 17 (1909), págs. 461 a 482, in Heinzmann, Gerhard (ed.), *Poincaré, Russell, Zermelo et Peano*, Blanchard, Paris, 1986.

_____ “La Logique de l’Infini”, *Scientia* 12, (1912) págs. 1 a 11, in Heinzmann, Gerhard (ed.), *Poincaré, Russell, Zermelo et Peano*, Blanchard, Paris, 1986.

_____ *La Valeur de la Science*, Ernest Flammarion, Paris, 1923.

_____ “Les Mathématiques et la Logique”, *Révue de Metaphysique et de Moral*, 13 (1905), págs. 815 a 835, 14 (1906), págs. 17 a 34 e 294 a 317, in Heinzmann, Gerhard (ed.), *Poincaré, Russell, Zermelo et Peano*, Blanchard, Paris, 1986.

_____ “Réflexions sur les Deux Notes Précédentes”, *Acta Mathematica* 32 (1909), págs. 195 a 200, in Heinzmann, Gerhard (ed.), *Poincaré, Russell, Zermelo et Peano*, Blanchard, Paris, 1986.

_____ “Science and Hypothesis”, in *20th Century Natural Sciences*, Great Books of Western World, Encyclopaedia Britannica, 2ª Edição, Chicago, 1994, volume 56.

_____ *Science et Méthode*, Ernest Flammarion, Paris, 1920.

Poincaré, Henri, „Über Transfinite Zahlen“, Sechs Vorträge über ausgewählte Gegenstände aus der reinen Mathematik und mathematische Physik, Leipzig-Berlin, 1910, in Heinzmann, Gerhard (ed.), *Poincaré, Russell, Zermelo et Peano*, Blanchard, Paris, 1986.

Quine, Willard van Orman, *Set Theory and its Logic*, Harvard University Press, 1ª Edição, Massachusetts, 1963.

Russell, Bertrand, *A Filosofia de Leibniz*, Biblioteca Universitária, São Paulo, 1968.

_____ “La Théorie des Types Logiques”, *Révue de Metaphysique et de Moral*, 18 (1910), págs. 263 a 301, in Heinzmann, Gerhard (ed.), *Poincaré, Russell, Zermelo et Peano*, Blanchard, Paris, 1986.

_____ “Les Paradoxes de la Logique”, *Révue de Metaphysique et de Moral*, 14 (1906), págs. 627 a 650, in Heinzmann, Gerhard (ed.), *Poincaré, Russell, Zermelo et Peano*, Blanchard, Paris, 1986.

_____ “Mathematical Logic as Based on the Theory of Types”, *American Journal of Mathematics*, 30, (1908), págs. 222 a 262, in Heinzmann, Gerhard (ed.), *Poincaré, Russell, Zermelo et Peano*, Blanchard, Paris, 1986.

_____ “On Some Difficulties in the Theory of Transfinite Numbers and Order Types”, *Proceedings of the London Mathematical Society*, in Heinzmann, Gerhard (ed.), *Poincaré, Russell, Zermelo et Peano*, Blanchard, Paris, 1986.

Russell, Bertrand e Whitehead, Alfred Northon, *Principia Mathematica*, 2ª Edição, Cambridge University Press, 1968.

Schmid, Anne-Françoise, *Une Philosophie de Savant – Henri Poincaré et la Logique Mathématique*, François Maspero, Paris, 1978.

Stoll, Robert R., “Set Theory”, in *Encyclopaedia Britannica*, Chicago, 15ª Edição, 1993, volume 27.

Zermelo, Ernst, “Neuer Beweis für die Möglichkeit einer Wohlordnung”, *Mathematische Annalen* 65 (1908), págs. 107 a 128, in Heinzmann, Gerhard (ed.), *Poincaré, Russell, Zermelo et Peano*, Blanchard, Paris, 1986.

_____ “Sur les Ensembles Finis et le Principe de l’Induction Complète”, *Acta Mathematica* 32 (1909), págs. 185 a 193, in Heinzmann, Gerhard (ed.), *Poincaré, Russell, Zermelo et Peano*, Blanchard, Paris, 1986.

Referências Bibliográficas

Zermelo, Ernst, “Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre”, *Mathematische Annalen* 65 (1908), págs. 261 a 281, in Heinzmann, Gerhard (ed.), *Poincaré, Russell, Zermelo et Peano*, Blanchard, Paris, 1986.