UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

FACULDADE DE FILOSOFIA, LETRAS E CIÊNCIAS HUMANAS

DEPARTAMENTO DE FILOSOFIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FILOSOFIA

Saul Gurfinkel Marques de Godoy

ESTUDOS SOBRE A LÓGICA PARACONSISTENTE DL E APLICAÇÕES EM DIREITO

São Paulo

2009

Saul Gurfinkel Marques de Godoy

ESTUDOS SOBRE A LÓGICA PARACONSISTENTE DL E APLICAÇÕES EM DIREITO

Dissertação apresentada ao Departamento de Filosofia da Faculdade de Filosofia e Ciências Humanas da Universidade Estadual de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Filosofia.
Área de concentração: Lógica
Orientador: Prof. Dr. Newton Carneiro Afonso da Costa

São Paulo

2009

Agradecimentos.

Em especial ao Prof. Newton C. A. da Costa pela iluminação através do conhecimento.

Minha família.

O apoio fundamental de Roque Caiero, Edélcio Souza e Juliano Maranhão.

O amigo Marcos.

Nara, pelo companheirismo e ajuda na finalização do texto.

RESUMO

O desenvolvimento de sistemas de lógica paraconsistente tem melhorado o nosso poder analítico e aprofundou nossa compreensão dos sistemas de lógicas não-clássicas. Esses sistemas têm possibilitado aplicações em diversas áreas, notadamente em Direito. Embora a lógica clássica seja aceita como um valioso mecanismo para analisar os problemas no domínio dos estudos jurídicos, existem outras abordagens, como o cálculo DL, que contém, em certo sentido, a lógica clássica e, portanto, a teoria dos silogismos, amplamente aceitos no raciocínio jurídico. O objetivo principal da dissertação é apresentar a lógica paraconsistente DL, um sistema desenvolvido por N. da Costa e R. Wolf, baseado no trabalho de McGuill e Parry. Apresentaremos como este sistema pode ser aplicado como uma ferramenta para resolver problemas relacionados com o Direito e de uma formalização de aspectos da hermenêutica.

Palavras-chave: Lógica, Direito, Lógica DL, paraconsistente.

ABSTRACT

The development of Paraconsistent logical systems has enhanced our analytical power and deepened our understanding of non-classic logic systems. It also has rendered applications in many fields, notably in Law. Although classical logic is accepted as a valuable mechanism to analyze problems in the realm of legal studies, there are stronger frameworks such as the DL calculus, which encompasses classical logic and therefore the silogism, widely accepted in legal reasoning. My chief aim is to present an overview of the DL paraconsistent calculus, a system developed by da Costa and Wolf, based on the work of McGuill and Parry. I will also show how this system may be applied as a tool in solving problems relating law-logic and how the formalization of these problems allows for hermeneutical analysis.

Key Words: Logic, law, DL paraconsistent.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....1

2. HISTÓRICO.....9

3. SISTEMA DL.....16

4. SEMÂNTICA PARA DL.....34

4. A LÓGICA DL^Q.....48

5. SEMÂNTICA PARA DL^Q.....56

6. A LÓGICA DL-DEÔNTICA.....61

7. TEORIA DO SILOGISMO.....77

8. CONCLUSÃO.....86

APÊNDICE 1:TEORIA DA INTERPRETAÇÃO DAS NORMAS.....92

APÊNDICE 2. MATRIZ PARA DL.....108

BIBLIOGRAFIA.....110

Lista de Abreviações.

DL – lógica dialética

DL^Q – lógica dialética com quantificadores

DL-D – lógica dialética com operadores deônticos.

DL^Q-D - lógica dialética com quantificadores e operadores deônticos.

C_0 – lógica clássica

Cn _ hierarquia de cálculos paraconsistentes

Si - silogismo

O – operador deôntico para obrigação

P - operador deôntico para permissão

Pr - operador deôntico para proibição.

INTRODUÇÃO

A finalidade desta dissertação é estudar um sistema de lógica paraconsistente introduzido por da Costa e R. Wolf [24], baseado em investigações de McGill e Parry[61]. De fato, o sistema que vamos estudar originou-se de uma tentativa de formalização ou simbolização de idéias de McGill e Parry referentes a certos aspectos da dialética.

Aqui não nos interessa a essência da dialética ou qualquer tipo de exegese de autores como Marx e Hegel. Tão somente partimos de um sistema paraconsistente e de determinados cálculos a ele relacionados, com a finalidade de tratar três tópicos por nós considerados relevantes:

1- Tornar patente a possibilidade de se operar logicamente e sem que ocorra a trivialização em sistemas lógicos ou conceitos contraditórios. Sabe-se que, na lógica clássica e em várias outras, como lógicas subjacentes ao estudo de um sistema, a presença de contradições em uma teoria as torna triviais, no sentido de que se pode demonstrar qualquer proposição.

2- Propor a utilização de uma lógica paraconsistente, que pode ser entendida, em um sentido amplo, como aplicável a certos tópicos temáticos em direito. Naturalmente, esta é uma proposta "nova", que deve ser julgada com cuidado e mediante análise detalhada. Procuramos aqui apenas esboçar de que modo isso pode ser elaborado (o que no futuro pretendemos esmiuçar detalhadamente). Em última instância, o sistema lógico a ser investigado será

relevante como sistema lógico subjacente a uma teoria jurídica, i.e., um sistema de conceitos e postulados próprios, para elaborar inferências e questões sobre temas jurídicos. Por exemplo, os operadores deônticos devem ser úteis a este fim; apesar de não ser um fim em si, o sistema lógico não é *per si* o objeto final deste trabalho.

3- Efetuar a correção de um erro que figura no primeiro artigo de da Costa e Wolf [24]. Erro esse que parecia comprometer o sistema e que foi apontado por W. Lenzen [56] em artigo que demonstra falha da matriz lógica no cálculo DL. No entanto, conseguimos superar essa dificuldade, como ficará claro na dissertação.

É preciso que fique absolutamente patente que a lógica paraconsistente, *lato sensu*, não nos compromete com a afirmação de que o mundo ou nossa experiência deva ser contraditório ou inconsistente, num domínio de aplicação qualquer e tendo a noção de contraditório fático na nossa experiência. Sem dúvida, todo aquele que conceber, digamos, que o mundo é contraditório, deveria utilizar uma teoria tendo por base uma lógica paraconsistente, pois caso contrário seria levado à trivialização no próprio mundo.

Porém, há outra interpretação da referida lógica: os sistemas paraconsistentes podem ser vistos como formalismos em que se usa uma negação distinta da clássica, de modo que algumas contradições não conduzam sempre à trivialização, ou, o que é praticamente a mesma coisa: na lógica paraconsistente buscamos negações e operadores lógicos que nos permitam manipular teorias inconsistentes e não triviais, sendo que em casos "bem determinados", onde o contexto é clássico, essas negações e operadores se reduziriam à concepção clássica.

Logo, supomos que contradição, inconsistências e trivialização são domínios temáticos da dissertação, que podem ser tratados por meio de conceitos elaborados na lógica paraconsistente. Na classe dessas lógicas, i.e., há sentido em abordar problemas por meio de sistemas paraconsistentes, ou porque retratam contradições (dilemas, antinomias) reais, ou por abordarem aspectos que interessam nos sistemas representados.

Em nosso trabalho, partindo do sistema denominado DL, propomos uma formalização de certos aspectos que devem ser sublinhados, pois se associam à justificação do caso das concepções paraconsistentes e da aceitação dos sistemas DL, além da lógica jurídica que pode ser empregada com proveito em diversas situações que ocorrem em direito. Nesta parte de nossa tese baseamo-nos nas investigações de Francisco Miró Quesada [18], que é um dos autores de lógica jurídica com o qual mais estamos de acordo.

Lógica jurídica, em nosso entendimento, significa tão somente aplicação da lógica em direito. Para se obter esta aplicação, devemos estabelecer os caminhos que podemos seguir a partir da definição de direito que seria mais conveniente na construção do sistema lógico. A questão a ser suscitada, buscando-se a objetividade, é a aplicação de um sistema lógico em área delimitada do direito, por exemplo, aplicando uma formalização às partes do Código Civil ou do Código Penal. Nesse sentido um sistema como DL-Q poderia ser aplicado ao Código Penal obtendo-se uma formalização (de um sistema axiomático) que o expresse. O objetivo de se formalizar axiomaticamente uma Lei é o de explicitar pressupostos e conceitos contidos nas normas, procurando tratar problemas sobre a sua elaboração e aplicação, sendo a axiomatização como ferramenta. Esta abordagem procura viabilizar a aplicação, em certas áreas do direito, de sistemas axiomáticos, pois entendemos ser extremamente difícil estruturar

um cálculo lógico que possa ser utilizado em todas as áreas compreendidas na ciência jurídica. Portanto, a delimitação de um campo específico do direito pode ser útil; e talvez ainda tornar possíveis outras aplicações subsidiárias (caso seja conveniente), como, por exemplo, a informatização.

O cálculo DL é apresentado como ferramenta apta para tratar possíveis problemas jurídicos. Outros sistemas paraconsistentes podem servir como ferramenta para se lidar com problemas jurídicos; nossa escolha pelo cálculo DL não impede a utilização desses outros cálculos; o objetivo é apresentar um dos cálculos paraconsistentes e estendê-lo com o uso de modalidades deônticas, ajustando um sistema axiomático para que fique mais adequado, no nosso entendimento, como ferramenta para abordar problemas jurídicos.

Estrutura-se o cálculo DL a partir de uma lógica positiva intuicionista, de maneira semelhante a outros sistemas paraconsistentes, como por exemplo a hierarquia C_n [36]. Importante frisar que o sistema DL torna-se diverso destes sistemas. A primeira diferença é que não são válidos os princípios clássicos da não-contradição (que afirma que num cálculo, uma fórmula verdadeira não pode ser falsa e uma fórmula falsa não pode ser verdadeira neste cálculo), do terceiro excluído (uma fórmula num cálculo é, ou verdadeira ou falsa, e não há uma terceira possibilidade) e da dupla negação fraca (uma fórmula implica na negação de sua negação). Para que o sistema não seja tão diferente do usual, ou seja, para que mantenha proximidade com os sistemas clássicos, parte-se da lógica positiva intuicionista acrescida do postulado $\alpha \vee (\alpha \rightarrow \beta)$, que é teorema nos outros sistemas. Incluem-se também como postulados, as denominadas leis de De Morgan, $\neg(\alpha \wedge \beta) \leftrightarrow (\neg \alpha \vee \neg \beta)$ e $\neg(\alpha \vee \beta) \leftrightarrow (\neg$

$\alpha \wedge \neg \beta$), que não são válidos na maioria dos outros sistemas paraconsistentes, obtendo-se, desta forma, uma versão mais aproximada da negação clássica.

Acrescenta-se, como nos outros cálculos paraconsistentes, a definição de fórmulas *bem comportadas,* que acarretam (no cumprimento) tanto do princípio do terceiro excluído como o da não-contradição. Com o intuito ainda de reforçar o caráter clássico das fórmulas citadas, incluem-se postulados que garantem que, se duas fórmulas são bem-comportadas, então quaisquer fórmulas compostas por tais componentes também serão bem-comportadas, cumprindo, mesmo assim, o princípio clássico da redução ao absurdo.

Inclui-se o postulado do bom comportamento que garante que, se uma proposição é *bem comportada,* então ela e sua negação não podem ser ambas verdadeiras ou ambas falsas. Em sentido contrário, para as proposições que não são *bem comportadas,* acrescenta-se outro postulado que estabelece para proposições não-clássicas e suas negações a obrigatoriedade de serem ambas falsas ou ambas verdadeiras. O sentido destes últimos dois axiomas está estritamente vinculado à semântica particular do sistema, ou seja, busca-se uma interpretação que possibilite uma nova abordagem à negação.

Segue-se a construção do cálculo com a introdução da definição de negação forte. Na lógica DL, a negação fraca, designada pelo símbolo "$\neg$" em $\neg\alpha$ (uma fórmula do cálculo a ser definido), é interpretada, em sentido não rigoroso, como "α não é certa", e a negação forte, denotada pelo símbolo $\sim$, na fórmula $\sim\alpha$, seria "α é falsa"; nesta estaria implícita a noção de *bom comportamento.* Esta abordagem propicia o entendimento de uma negação "ideal", com aplicação relevante, por exemplo, nos problemas tratados pelos agentes do

direito ao lidar com a negação de proposições, que podem representar artigos de leis, normas, testemunhos ou qualquer objeto sujeito a um tratamento interpretativo, a negação fraca se aplicaria a qualquer situação, sendo revestida de um aspecto mais concreto, relativo a uma aplicação específica.

Continua-se o desenvolvimento do cálculo com a estruturação de sua semântica, utilizando-se o método de valorações, que é uma forma de se verificar "a validade de uma fórmula em um cálculo" no qual a noção de conseqüência lógica foi definida de modo preciso, visando, através deste método, a verificação de um enunciado *bem comportado*, não podendo ele e sua negação possuírem o mesmo valor de verdade. Se isto ocorresse, a afirmação de que um enunciado é *bem comportado* seria inconveniente ou até mesmo incorreta. Do contrário, se um enunciado tiver valor de verdade diferente do de sua negação, então a negação do *bom comportamento* seria falsa. Necessário salientar que não se trata de atribuir a um enunciado dois valores de verdade, e sim que, tanto um enunciado como sua negação podem ser ambos falsos ou ambos verdadeiros.

Cumpre salientar que o método de valorações permite verificar a validade de uma fórmula, podendo ser utilizadas diversas outras semânticas para um mesmo cálculo, conforme o objetivo pretendido, como, por exemplo, a semântica de Kripke para lógicas com modalidades, intuicionistas e temporais (vide a descrição em Chellas [20]). Tal discussão torna-se relevante ao se analisar aspectos jurídicos nos quais os valores de verdade podem ser escolhidos de forma diferente, ou seja, a noção de verdade utilizada poderia ser modificada para um critério de coerência, por exemplo, ao invés do de correspondência com a realidade, o que em princípio é o objetivo do ordenamento jurídico. Obviamente que tal construção

deveria ser realizada com o rigor do formalismo e tal interpretação deveria representar os aspectos relevantes dos problemas jurídicos. É importante frisar que existe diferença entre apresentar as condições de verdade de uma fórmula e fornecer um critério que permita decidir se tal fórmula é verdadeira ou falsa. Além da noção de verdade como correspondência ou coerência pode-se utilizar uma noção de verdade pragmática (sobre esse tema remetemos ao texto de R. Caiero [17]). Todas essas definições de verdade podem ser aplicadas em um sistema formal que trate de aspectos jurídicos, dependendo do objetivo pretendido através do uso de uma semântica específica.

A partir dessa construção provam-se alguns resultados metateóricos como correção, completude e consistência do cálculo e sua decidibilidade. Desenvolvem-se extensões do cálculo para o cálculo de predicados DL^Q e introduzem-se os operadores modais deônticos O (obrigação), P (permissão) e Pr (proibição).

Utilizamo-nos no apêndice o questionamento suscitado por Miró Quesada para a problemática da hermenêutica em direito, o que é fundamental no estudo das normas. Esta abordagem é relevante, pois se podem estender os cálculos apresentados com a inserção de operadores para interpretações jurídicas, obtendo-se uma abordagem que alcance o uso da hermenêutica nos cálculos paraconsistentes. Busca-se, para tanto, a aplicação de predicados para interpretações num cálculo clássico de predicados como possível ferramenta de tratamento dos problemas envolvendo análise de situações jurídicas, como, por exemplo, na existência de artigos contraditórios em uma lei que acarretem em uma sanção e numa permissão para o mesmo fato jurídico. Portanto, os enunciados jurídicos bem comportados (seguindo nossa terminologia para bom comportamento de fórmulas) devem ser selecionados

dentre aqueles que apresentem, por exemplo, um conflito de normas, conflito que deve ser analisado como real e não aparente, no sentido de não ser solucionado com a aplicação de uma interpretação que não solucione o conflito. A escolha de fórmulas bem comportadas pode auxiliar na solução de decisões conflitantes. No caso de contratos, cláusulas conflitantes também podem ser selecionadas como bem comportadas para que não sejam passíveis de nulidade.

Forneceremos uma explanação sintética da teoria do silogismo e seu uso em direito, bem como o de suas limitações. A descrição detalhada da lógica DL será precedida de uma introdução histórica, com o intuito de situá-la no espectro do desenvolvimento das lógicas paraconsistentes e dos sistemas jurídicos, não sendo o presente estudo uma descrição isolada de um sistema lógico. Não se procura um estudo histórico completo das lógicas paraconsistentes, pois isso demandaria um trabalho de pesquisa extenso, o que não é o objetivo pretendido nesta pesquisa.

1.HISTÓRICO

Desde o surgimento das lógicas não-clássicas, problemas filosóficos profundos e interessantes foram formulados. Nesse sentido, questões como a necessidade de se criar outros sistemas de lógica e quais seus requisitos mínimos seriam de grande interesse. Outra indagação pertinente seria com respeito ao status ontológico de novo sistema. Diante da existência de vários sistemas seria necessário, por motivos metodológicos, decidir qual dentre os existentes seria o mais apropriado.

Segundo da Costa [36], a criação de uma lógica que rejeita o princípio da não contradição, denominada paraconsistente, não estaria substituindo a lógica clássica, mas sim a complementando. Um exemplo análogo depreende-se da criação de geometrias não-euclidianas, que complementam a geometria clássica, euclidiana. Sistemas lógicos alternativos (como por exemplo, o intuicionista), portanto, complementariam a lógica clássica e seriam usados para abordar problemas fora do escopo da metodologia clássica.

A lógica, nesse esteio de raciocínio, pode ser entendida não como mero formalismo, mas como pertencente a uma parte do conhecimento cientifico. Sua condição de imutabilidade não seria absoluta.

Não temos como objetivo discutir a aceitação de contradições nos sistemas conceituais que tentam explicar o mundo. Parece claro que a afirmação de que o mundo não é contraditório seja aceitável, pelo menos do ponto de vista racional. Isso decorre do fato de que não é possível raciocinar logicamente mantendo contradições, deve-se evitar que elas surjam e

resolve-las quando aparecerem. O surgimento de contradições também causa o chamado "caos lógico", isto é, a inabilidade de distinguir entre certas fórmulas válidas e outras que não são.

O lógico polonês S. Jaśkowski contribuiu de forma decisiva para o desenvolvimento da lógica paraconsistente e merece comentários especiais sobre seu trabalho, especialmente porque no futuro pensamos utilizá-lo em direito (por exemplo, no estudo de julgamentos nos quais contradições são encontradas em textos de advogados e em atas de testemunhos). Lukasiewicz [58] trata sobre o princípio da não contradição de Aristóteles, como princípio segundo o qual duas proposições contraditórias não podem ambas ser verdadeiras. Jaśkowski [49] cita a existência de outros autores que não pactuam da mesma posição do estagirita, como Heráclito, Antístenes e Hegel que objetou a lógica tradicional por meio da dialética, que seria uma nova lógica, onde a coexistência de proposições contraditórias seria possível. O autor polonês estava ciente dos avanços da lógica e da matemática, tendo claras as noções de linguagem e metalinguagem, estando a par ainda, dos trabalhos de Hilbert e Russell. Preconizou que o aparecimento dos paradoxos em matemática serviu para esclarecer que para certas formulações as contradições encontradas eram "meramente aparentes", apontando, em especial, a formulação de Aristóteles do princípio da não contradição, que deveria respeitar certas delimitações com respeito às contradições que ocorressem em uma mesma linguagem e cujas palavras tivessem os mesmos significados.

Jaśkowski teceu considerações sobre a inserção de hipóteses em teorias que procuravam comprovação empírica, como a física, onde as teorias, da maneira como estavam formuladas, não bastavam para espelhar o que os dados empíricos revelavam. O acréscimo de

hipóteses permitia aclarar algumas situações, mas causava, por diversas vezes, problemas quanto à sua consistência. Jaśkowski preconizava que no caso da física, utilizam-se em um determinado momento histórico, construções teóricas que formalmente são rigorosas, mas inconsistentes, porém, mesmo assim, podem ser trabalhadas sem que se localizem "falsidades autoevidentes". A intenção do lógico polonês, com essa argumentação, era mostrar o caráter concreto de seu trabalho não recorrendo unicamente a abstrações teóricas.

Uma importante definição de Jaśkowski sobre contradição revelou-se fundamental para o estudo da lógica. Uma contradição dentro do sistema foi distinguida por Jaśkowski da demonstração de todas as fórmulas possíveis nesse sistema. Essa "confusão" era comum até então, pois para todo sistema lógico teria de existir um esquema dedutivo onde, de uma contradição demonstrar-se-iam todas as fórmulas *bem formadas*, ou pelo menos, todas as negativas, como ocorria nos sistemas minimais. A mudança do tratamento do problema ocorre em relação ao posicionamento, aceito até então, de que se um sistema incorpora uma contradição, então esse sistema é trivial, ou, se o objetivo fosse evitar isso, não poderia ser admitida nenhuma contradição nesse sistema. Para Jaśkowski um sistema trivial seria inútil, mas isso não incorre em se afirmar a equivalência dos enfoques sobre a presença de contradições e a trivialização. A solução seria a existência de um sistema com pelo menos uma contradição, mas não todas as contradições do sistema que não aceitasse a fórmula do Pseudo-Scotus, $(\alpha \rightarrow(\neg\alpha \rightarrow \beta)$, impedindo assim a trivialização.

Com esse novo enfoque, o lógico polaco está apto a desenvolver um sistema que diferencia a presença de contradições com o problema da trivialização, sem que isso seja mera

curiosidade matemática, mas, sim, uma área de interesse no campo dos mecanismos de dedução.

Jaśkowski também percebeu que nos cálculos de Johansson-Kolmogorov uma contradição trivializa a parte negativa do cálculo, não sendo, portanto, sistemas hábeis à resolução da problemática dos sistemas inconsistentes. Esses sistemas, apesar de insatisfatórios, forneceram dados de grande relevância à solução da questão..

Ao estudar o sistema de Lewis, Jaśkowski apontou o fato de que sendo a implicação entendida na sua forma estrita, o princípio do Pseudo-Scotus não seria válido na sua forma implicativa. No entanto, sendo algumas das fórmulas na forma implicativa, apreciadas como implicação material, então, o princípio seria demonstrável. Outra forma de abordar o problema da trivialização encontrada por Jaśkowski é a utilização de uma lógica polivalente.

Segundo Jáskowski, nas discussões uma lógica discussiva pode ser utilizada, tema que será abordado futuramente

No sistema discussivo, cada proposição é devida a uma afirmação das pessoas que discutem entre si, no sistema essas afirmações seriam chamadas de discussivas. Dessa forma, a declaração proferida adquiriria um status novo, como declaração discursiva. Esse sistema foi feito utilizando-se o operador modal de possibilidade, como se cada declaração traduzisse a opinião de um participante de uma discussão. A partir desse ciclo definiram-se os operadores de implicação discursiva, equivalência discursiva, etc.

No sistema discussivo, qualquer teorema do cálculo clássico, que tem seus conectivos modificados para um conectivo discursivo correspondente, é válido. Pode-se assim demonstrar a maioria dos princípios da lógica clássica.

Jaśkowski, cumprindo ao proposto quanto à aplicabilidade de seu sistema, busca utilizá-lo para solucionar paradoxos, impedindo que formulações dessa natureza trivializem o sistema discursivo. Como exemplo, oferece à discussão o paradoxo do mentiroso, que apesar de *no* sistema continuar sendo contraditório, não leva à trivialização. No entanto, essa constatação não impede que ocorram outras formas de trivialização, como, por exemplo, através de algum dos teoremas de redução aos absurdos encontrados no sistema discursivo. Esse problema o autor não chegou a solucionar e nem tampouco a desenvolver o cálculo além do nível proposicional.

Newton C. A. da Costa interessou-se pelo problema da contradição e da trivialização de forma independente de Jaśkowski. Uma de suas preocupações era sobre o que ocorreria se na lógica clássica ou intuicionista ocorresse trivialização, por que então não modificar essa lógica? Segue-se nesse raciocínio a proposta de Jaśkowski e Vasiliev.

Com a publicação da obra Sistemas Formais Inconsistentes [33] da Costa, cria, por assim dizer, a lógica paraconsistente. Nesse estudo é apresentado primeiramente um cálculo proposicional denominado C_1 baseado na lógica positiva de Hilbert-Bernays com algumas mudanças nos axiomas. São os seguintes esquemas de axiomas e as regras de inferência de C_1.

Cálculo C_1:

A1. $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$

A2. $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \{[\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)] \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma)\}$

A3. $\alpha, \alpha \rightarrow \beta / \beta$

A4. $(\alpha \wedge \beta) \rightarrow \alpha$

A5. $(\alpha \wedge \beta) \rightarrow \beta$

A6. $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow (\alpha \wedge \beta)$

A7. $\alpha \rightarrow (\alpha \vee \beta)$

A8. $\beta \rightarrow (\alpha \vee \beta)$

A9. $(\alpha \rightarrow \gamma) \rightarrow (((\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow ((\alpha \vee \beta) \rightarrow \gamma))$

A10. $\beta^\circ \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow [(\alpha \rightarrow \neg \beta) \rightarrow \neg\alpha))$

A11. $\alpha^\circ \wedge \beta^\circ \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta)^\circ \wedge (\alpha \wedge \beta)^\circ \wedge (\alpha \vee \beta)^\circ)$

A12. $\alpha \vee \neg\alpha$

A13. $\neg\neg\alpha \rightarrow \alpha$

A14. $\alpha^\circ \rightarrow (\neg\alpha)^\circ$

A15. $\alpha^\circ \wedge \beta^\circ \rightarrow (\alpha \wedge \beta)^\circ$

A16. $\alpha^\circ \wedge \beta^\circ \rightarrow (\alpha \vee \beta)^\circ$

A15. $\alpha^\circ \wedge \beta^\circ \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)^\circ$

A partir do cálculo C_1 é "criada" uma hierarquia de cálculos C_1, C_2, C_3, ...,C_n,...,C_ω. Em nenhum desses cálculos o esquema $\neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$ é válido. Esse esquema representa o princípio de não contradição. Nesses cálculos de duas proposições contraditórias não se pode deduzir, em geral, qualquer proposição. Denota–se C_0, como clássico, e obtém-se a hierarquia

que determina que cada um dos cálculos, em um sentido específico, é estritamente mais fraco do que os precedentes. Introduz-se o operador º para representar que uma fórmula é bem comportada. C_0 está em certo sentido contido em todos os cálculos da hierarquia, exceto C_ω.

A hierarquia de cálculos é estendida para cálculos de predicados e de predicados com igualdade. Com a aplicação dessa nova lógica, da Costa, trata de paradoxos da teoria de conjuntos.

A partir da apresentação dos cálculos de hierarquia C_n a lógica paraconsistente obteve um desenvolvimento como uma nova lógica, sendo objeto de estudo por diversos pesquisadores resultando em uma divulgação mundial e com diversas aplicações tanto no campo teórico como prático.

O cálculo DL, e suas extensões que iremos desenvolver, originaram-se das investigações apresentadas na hierarquia Cn, sendo construído de forma axiomática com forte influência da axiomática Cn, mas com variações interessantes que serão apontadas.

2. Sistema DL

Originalmente, da Costa e Wolf sugeriram, para se obter um sistema como o proposto por McGill e Parry [61], que um primeiro requisito era o de se formular uma lógica interpretada como lógica da vaguidade. Apesar de ser uma interpretação possível, os autores sustentam que não se deve construir uma lógica com uma interpretação restrita à lógica da vaguidade. O critério de lógica da vaguidade a que se referem propõe que esta não deve ser caracterizada por uma matriz característica finita, o que será visto como sendo o caso de DL em certo sentido.

A lógica da vaguidade irá, na terminologia de Haack [45], configurar-se como um complemento, num sentido amplo, da lógica clássica. A lógica DL, assim como muitas lógicas paraconsistentes, não objetiva contrapor-se à lógica clássica, mas sim ampliá-la. A lógica clássica, em nosso entendimento, seria um subsistema da lógica DL. Em DL, suas fórmulas do tipo α° são interpretadas como significando que alfa é bem comportada, o que quer dizer: é uma proposição clássica podendo ser entendida como subconjunto próprio de uma fórmula da lógica clássica.

Outro requisito para o cumprimento do projeto original de McGill e Parry foi o de que a lógica clássica teria uma aplicação eficiente nos casos em que os princípios do terceiro excluído, da não contradição e da identidade fossem obedecidos.

O resultado para o projeto é obtido de duas formas. Primeiro, como a lógica clássica C_0 envolve o uso da negação, simbolizada por $\neg$, a lógica DL será uma extensão de um fragmento positivo da lógica implicativa positiva clássica, $C_{\rightarrow}$, ou seja, todos os teoremas de $C_{\rightarrow}$ são teoremas de DL. Em segundo, adicionaremos a negação e axiomas que garantam o bom comportamento, a ser explicitado a seguir; isto garantirá que C_0 possa ser construída como um subsistema próprio de DL. A seguir vamos estabelecer algumas convenções sobre o cálculo, tomando os axiomas e regras de $C_{\rightarrow}$ como uma base axiomática parcial para DL.

Noções Preliminares

Símbolos primitivos:

Conectivos:

$\rightarrow$ para implicação;

$\wedge$ para conjunção;

$\vee$ para disjunção;

$\neg$ para negação;

$^\circ$ para o bom comportamento.

2- Variáveis proposicionais: um conjunto infinito enumerável de variáveis proposicionais, que não serão especificados.

3- Parênteses, colchetes e chaves.

(,)

[,]

{,}

Fórmulas, demonstração, dedução e o símbolo $\vdash$ são definidos da forma usual [54]. Letras gregas maiúsculas denotam conjuntos de fórmulas e letras gregas minúsculas, fórmulas.

Não utilizaremos no momento a negação, tomando $\rightarrow$, $\vee$, $\wedge$ como primitivos; o símbolo $\leftrightarrow$ será definido da maneira padrão. Usaremos esquemas de axiomas com o objetivo de eliminarmos a necessidade da regra primitiva da substituição utilizada na lógica clássica. A regra A3 é a regra Modus Ponens, (ou do destacamento), designada doravante como MP.

Esquemas de Axiomas para DL (parte implicativa e positiva):

A1. $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$

A2. $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma))$

A3. $\alpha, \alpha \rightarrow \beta / \beta$

A4. $(\alpha \wedge \beta) \rightarrow \alpha$

A5. $(\alpha \wedge \beta) \rightarrow \beta$

A6. $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow (\alpha \wedge \beta)$

A7. $\alpha \rightarrow (\alpha \vee \beta)$

A8. $\beta \rightarrow (\alpha \vee \beta)$

A9. $(\alpha \rightarrow \gamma) \rightarrow \{[(\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow [(\alpha \vee \beta) \rightarrow \gamma]\}$

A10. $\alpha \vee (\alpha \rightarrow \beta)$

Note-se que, apesar dos três primeiros esquemas de axiomas serem os mesmos da lógica positiva implicativa intuicionista, não se podem derivar nesta, como é óbvio, todos os teoremas da lógica positiva clássica. Sendo assim, sua extensão não é conservativa. A lei de Peirce, $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha) \rightarrow \alpha$, que é teorema em DL, não é demonstrável na lógica positiva intuicionista.

Apesar de termos tomado o cálculo C_0 como nossa versão de lógica clássica, não há impedimento para se obter através de outras lógicas positivas uma base para nosso cálculo DL, obtendo-se um sistema DL diverso.

Introduziremos agora os axiomas que governam a negação em DL. No tratamento original de MCgill e Parry [61], a lei do terceiro excluído é equivalente à lei da não-contradição; esta equivalência não será empregada por nós. Portanto, não adicionaremos $(\alpha \vee \neg\alpha) \leftrightarrow \neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$ como um esquema. Mas podemos manter as leis de De Morgan que ligam negação com conjunção e disjunção. Parte da motivação para se adicionar as leis de De Morgan é que elas adaptam-se à intuição subjacente ao texto e a seus propósitos; logo, existe "uma interpretação específica" que orienta a seleção dos axiomas e a edificação da lógica DL do que é entendido como negação. Rejeitando-as, poderiam surgir dúvidas quanto ao fato de um conectivo unário $\neg$ ser realmente entendido como uma negação. Portanto são adicionados como esquemas de axiomas para a introdução do símbolo de negação:

A11. $\neg(\alpha \wedge \beta) \leftrightarrow (\neg\alpha \vee \neg\beta)$

A12. $\neg(\alpha \vee \beta) \leftrightarrow (\neg\alpha \wedge \neg\beta)$

Na formulação de McGill e Parry, segundo da Costa [24], fica claro que os autores aceitam a lei da dupla negação ($\neg\neg\alpha \leftrightarrow \alpha$), alegando que se a rejeitassem, isto alteraria o sentido clássico de negação, o que modificaria suas próprias convicções referentes ao cálculo clássico.

Neste sentido, segundo da Costa e Wolf [24], a lógica DL diferencia-se do cálculo de McGill e Parry, e apontam três razões, que devido à sua importância na formalização dos sistemas serão reproduzidas:

Para da Costa e Wolf, o sentido da negação deve variar e são inevitáveis se nós simplesmente não adotarmos a lógica clássica como um todo. O conectivo unário $\neg$ significa uma espécie de negação dialética (ou concreta); $\neg\alpha$ deve ser entendido como "α não é verdadeira"; portanto, a decisão simplista de se adotar a dupla negação como um esquema de axioma ignoraria o fato de que queremos alterar as propriedades formais da negação e o significado, associado de alguma forma ao significado clássico. Esta linha de resposta pode levar alguém a rejeitar as leis de Morgan, obtendo uma forma intuicionista da lógica DL.

O objetivo de que o sentido da negação deve ser diverso da noção clássica é alcançado precisamente pela mudança da lei da dupla negação. Isto se obtém rejeitando-se sua utilização, o que significa que ela não é teorema do cálculo. Essa supressão é remediada pela manutenção das leis de De Morgan, pois algumas propriedades formais são mantidas.

Pode-se alegar que a lei da dupla negação, $\neg\neg\alpha \leftrightarrow \alpha$, envolve noções temporais, não capturadas em DL. No entanto, essas questões temporais devem ser prevenidas com uma noção de negação específica, introduzida com esse objetivo, excluindo noções de tempo. Esse ponto será relevante na aplicação que será proposta em direito.

Não obstante, a opção por não se aceitar o princípio da dupla negação como um esquema de axiomas, é possível adicionar modalidades e operadores de tempo para DL e DL com quantificadores, fornecendo um tipo generalizado de semântica de Kripke. Uma abordagem aproximada será apresentada com a apresentação do cálculo DL^Q, com acréscimo de quantificadores, e DL-D com operadores deônticos.

Para as proposições bem comportadas, no sentido da lógica paraconsistente, i.e., qualquer α tal que é exatamente o caso $\neg^p(\alpha \wedge \neg^p\alpha)$, em que $\neg^p$ é a negação paraconsistente; ou seja, α é $\alpha°$ e, convenientemente, não há subfórmulas de α que sejam bem comportadas, que obedeçam ao princípio do terceiro excluído e ao da contradição, o cálculo clássico deve ser válido. Estas proposições são em certa acepção, estáveis. Trabalhos anteriores em lógica paraconsistente, como os da hierarquia C_n apresentados, sugerem introduzir um novo símbolo, o conectivo unário primitivo "°", que serve como indicador de estabilidade, isto é, se $\alpha°$ é verdadeiro, α é bem comportado. Tal conectivo parece correto com o espírito de que não se propugna por negar a validade da lógica clássica.

Serão adicionados novos esquemas de axiomas, seguindo o texto de da Costa e Wolf para garantir que se, as proposições $\alpha°$e $\beta°$ forem verdadeiras, então α e β obedecem todas as leis da lógica clássica. São os seguintes postulados que asseguram isso:

A13. $(\alpha^\circ \wedge \beta^\circ) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta)^\circ \wedge (\alpha \wedge \beta)^\circ \wedge (\alpha \vee \beta)^\circ \wedge (\neg\alpha)^\circ)$

A14. $(\alpha^\circ \wedge \beta^\circ) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \neg \beta) \rightarrow \neg\alpha))$

A15. $\alpha^\circ \rightarrow (\neg\neg\alpha \rightarrow \alpha)$

A16. $\alpha^{\circ\circ} \leftrightarrow \alpha^\circ$

A17. $\alpha^\circ \rightarrow ((\alpha \vee \neg\alpha) \wedge ((\alpha \rightarrow \beta) \vee (\neg\alpha \rightarrow \beta)))$

A18. $\neg\alpha^\circ \rightarrow ((\alpha \vee \neg\alpha) \rightarrow \beta) \vee (\alpha \wedge \neg\alpha))$

A motivação para os esquemas de axiomas é clara; o esquema 13 garante que se α e β forem *bem comportadas*, então as suas compostas veritativo-funcionais também o serão.

O axioma A16 nos diz que α é bem comportada se e somente se α° também for bem comportada. O axioma 17 garante que se tivermos α°, então α e $\neg\alpha$ não podem ser ambas falsas ou verdadeiras. O postulado 18 estabelece que se α não for bem comportada, $\neg\alpha^\circ$ então tanto, α como $\neg\alpha$, são ambas verdadeiras, ou α e $\neg\alpha$ são ambas falsas. Uma melhor compreensão dessa motivação para os postulados 16 e 18 será visualizada na construção semântica do cálculo.

Um caminho alternativo para se obter propriedades análogas para o operador $^\circ$ seria assumir alguns dos postulados anteriores como um axioma de contraposição $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\neg\beta \rightarrow \neg\alpha)$. Entretanto, não se encontrou uma justificação intuitiva para a contraposição, sendo adotada unicamente por sua propriedade técnicas, em especial pelo fato de que no tratamento dos esquemas de axiomas de DL pode-se provar o teorema de substituição.

Esta via foi rejeitada pelos autores [24], por duas razões. Primeiro devido ao fato de que uma das propriedades técnicas dos axiomas de DL é a de que a contraposição, juntamente com a dupla negação, leva ao colapso de DL em C_0, ou seja, as fórmulas válidas de DL são válidas em C_0 e vice-versa. Dispensar a contraposição é, portanto, o caminho razoável a se seguir, uma vez que não possui para os autores significação intuitiva. A segunda razão é a de que a semântica a ser tratada não justifica diretamente a dispensa da contraposição. Este é um dos aspectos da lógica paraconsistente que afeta positivamente a lógica dialética. O tipo de semântica apresentada tem tido sucesso no desenvolvimento de lógicas paraconsistentes "viáveis".

Como já mencionado, a partir de DL poderão ser criadas teorias inconsistentes não-triviais, sendo que DL não é trivial. $(\alpha \wedge \neg\alpha) \rightarrow \beta$ não é teorema de DL.

Passaremos à discussão de alguns metateoremas de DL.

Teorema 1 – Todos os esquemas e regras da lógica proposicional positiva clássica são válidos em DL.

Demonstração: Imediata dos axiomas 1 a 10 que tratam das propriedades da implicação, conjunção e dijunção.

Lema 1 $\vdash \alpha \rightarrow \alpha$

Demonstração:

1. $(\alpha \to (\alpha \to \alpha)) \to (\alpha \to ((\alpha \to \alpha) \to \alpha)) \to (\alpha \to \alpha)$	A2
2. $(\alpha \to (\alpha \to \alpha)$	A1
3. $\alpha \to ((\alpha \to \alpha) \to \alpha)$	A1
4. $(\alpha \to ((\alpha \to \alpha) \to \alpha)) \to (\alpha \to \alpha)$	1,2, A3
5. $\alpha \to \alpha$	3,4, A3.

Teorema 2 - (da Dedução) $\Gamma \cup \{\alpha\} \vdash_{DL} \beta \Leftrightarrow \Gamma \vdash_{DL} \alpha \to \beta$

Demonstração: A prova de que $\Gamma \vdash_{DL} \alpha \to \beta \Rightarrow \Gamma \cup \{\alpha\} \vdash_{DL} \beta$ é imediata. Provaremos apenas que $\Gamma \cup \{\alpha\} \vdash_{DL} \beta \Rightarrow \Gamma \vdash_{DL} \alpha \to \beta$. Seja $\beta_1, \beta_2, ..., \beta_n$ uma demonstração de β a partir de $\Gamma \cup \{\alpha\}$. A prova será por indução no número de elementos dessa demonstração. Vamos mostrar que, para cada β_i, $(1 \leq i \leq n)$, temos que $\Gamma \vdash_{DL} \alpha \to \beta_i$. Em particular, como β_n é β, obtemos, $\Gamma \vdash_{DL} \alpha \to \beta$. Para i = 1 temos três possibilidades: 1) β_i é axioma; 2) $\beta_i \in \Gamma$; 3) β_i é α. Nos casos 1 e 2, temos, por A1, que $\Gamma \vdash_{DL} \beta_i \to (\alpha \to \beta_i)$, e, por A3 , $\Gamma \vdash_{DL} \alpha \to \beta_i$. No caso 3, temos $\Gamma \vdash_{DL} \alpha \to \beta_i$, e pelo lema 1, $\Gamma \vdash_{DL} \alpha \to \alpha$. Suponhamos então, por hipótese de indução que para $i < k$ o resultado vale. Consideramos agora β_k, para a qual temos quatro possibilidades: as três já examinadas acima e; 4) β_k é inferido de fórmulas anteriores por A3. Neste caso, existem duas fórmulas da forma γ e $\gamma \to \beta_k$ que ocorrem anteriormente na seqüência. Pela hipótese de indução, temos que $\Gamma \vdash_{DL} (\alpha \to \gamma)$ e $\Gamma \vdash_{DL} (\alpha \to (\gamma \to \beta_k)$. Pelo axioma A2, temos $\Gamma \vdash_{DL} (\alpha \to \gamma)$ e $\Gamma \vdash_{DL} ((\alpha \to (\gamma \to \beta_k)) \to (\alpha \to \beta_k))$. Aplicando duas vezes A3, obtemos $\Gamma \vdash_{DL} \alpha \to \beta_k$.

Teorema 3 – Em DL, os seguintes esquemas não são válidos.

1- $\alpha \vee \neg\alpha$

2- $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\neg\alpha \vee \beta)$

3- $(\alpha \wedge \neg\alpha) \rightarrow \beta)$

4- $\neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$

5- $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \neg(\alpha \wedge \neg\beta)$

6- $(\alpha \rightarrow (\neg\alpha \rightarrow \beta)$

7- $(\alpha \rightarrow \neg\alpha) \rightarrow \neg\alpha$

8- $(\alpha \wedge \neg\alpha) \rightarrow \beta$

9- $\beta \rightarrow (\alpha \vee \neg\alpha)$

10- $(\neg\alpha \rightarrow \alpha) \rightarrow \alpha$

11- $\neg\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$

12- $\alpha \vee (\neg\alpha \wedge \alpha^{o})$

13- $((\alpha \vee \neg\alpha) \wedge ((\alpha \rightarrow \beta) \vee (\neg\alpha \rightarrow \beta))) \rightarrow \alpha^{o}$

14- $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\neg\beta \rightarrow \alpha)$

15- $(\neg\beta \rightarrow \neg\alpha) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$

16- $(\alpha \vee \neg\alpha) \rightarrow \beta) \vee (\alpha \wedge \neg\alpha) \rightarrow \neg\alpha^{o}$

Para provarmos a não validade de teoremas, utilizaremos o método de matrizes, aplicando a cada componente da fórmula o valor descrito na matriz, obtendo-se um valor

resultante dessa operação, que se for um dos não distinguidos atesta a não validade da fórmula.

Demonstração: Pela matriz abaixo sendo 2 e 3 os valores distinguidos podemos verificar que as fórmulas não são teoremas.

α	$\neg\alpha$	α^o
0	0	0
1	2	2
2	1	2
3	3	0

$\alpha\beta$	$\rightarrow$	$\wedge$	$\vee$	$\leftrightarrow$
00	2	0	0	2
01	2	1	0	2
02	2	0	2	0
03	2	1	2	0
10	2	1	0	2
11	2	1	1	2
12	2	1	2	1
13	2	1	3	1
20	0	0	2	0
21	1	1	2	1
22	2	2	2	2

23	3	3	2	3
30	0	1	2	0
31	1	1	3	1
32	2	3	2	3
33	3	3	3	3

Essa matriz foi corrigida do trabalho original de da Costa e Wolf, tornando sem efeito a crítica de Lenzen [56]. Essa matriz é "modelo" para DL proposicional.

A matriz acima pode ser descrita como a matriz M em que o conjunto {0,1,2,3} cujos elementos são os valores de M e {2,3} o conjunto dos valores distinguidos e as funções f tais que $f_{\wedge}, f_{\vee}, f_{\rightarrow}, f_{\leftrightarrow}, f_{\neg}, f_{\circ}$ estabelecem os valores para os conectivos da linguagem $L[\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \neg, \circ]$.

Uma matriz M é correta para DL se e somente se para toda fórmula α pertencente ao conjunto das fórmulas da linguagem de DL, tem-se que $\vdash_{DL} \alpha$ implica $\models_{M} \alpha$. A matriz é fortemente correta para DL se e somente se para toda fórmula pertencente ao conjunto das fórmulas da linguagem de DL tem-se que $\Gamma \vdash_{DL} \alpha$ implica $\Gamma \models_{M} \alpha$ onde Γ é um conjunto de fórmulas e α uma fórmula. A matriz é dita característica se $\Gamma \vdash_{DL} \alpha$ é equivalente a $\Gamma \models_{M} \alpha$

Teorema 4 - A matriz M é fortemente correta para o cálculo DL.

Demonstração. Imediata a partir das tabelas que mostram que os axiomas são válidos e a validade é preservada pela regra, no caso a regra A3. A aplicação da tabelas encontra-se no apêndice 2.

.

Deve-se atentar para o significado dos não-teoremas acima descritos: os não-teoremas 3, 4, 6, 8 e 11 são essenciais às propriedades paraconsistentes de DL, que são relevantes se o objetivo for lidar com contradições que não levem ao colapso da teoria em sua trivialização. Interessante ainda o contraste entre o axioma A1. $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$ e os não-teoremas 6. $(\alpha \rightarrow (\neg\alpha \rightarrow \beta))$ e teorema 10. $(\neg\alpha \rightarrow \alpha) \rightarrow \alpha$.

O fato de 7, 10, 12 e 13 não serem teoremas foi questão central para as propriedades dialéticas originárias do sistema DL, que não serão tratadas neste trabalho. Sua característica é a de estabelecer que nem todas as fórmulas devem obedecer todos os princípios da lógica clássica o que se coaduna com nossa proposta.

Da constatação de que 2 e 5 não são teoremas percebe-se que o conectivo $\rightarrow$ é realmente um conectivo primitivo em DL e não um componente veritativo-funcional de $\neg$ e $\vee$. O conectivo da implicação não é a implicação clássica material. Como veremos isto se deve ao fato de que o conectivo unário $\neg$ não se comporta como a negação clássica.

O fato de 1 e 10 não serem teoremas relaciona-se com o caráter não-clássico do conectivo $\neg$, conforme antes mencionado. Os não-teoremas 14 e 15 relacionam-se com sua propriedade da implicação da negação que resulta na não-validade da contraposição clássica.

Portanto, o teorema 2 fornece evidências técnicas para que DL cumpra os requisitos no tocante a sua motivação.

Teorema 5 – Em DL, o esquema $\neg\neg\alpha \leftrightarrow \alpha$ não é válido.

Demonstração: Para a demonstração basta o uso da seguinte tabela, onde 1 é um valor designado e 0 não.

α	β	$\alpha\rightarrow\beta$	$\alpha\wedge\beta$	$\alpha\vee\beta$	α	$\neg\alpha$	α^{o}
0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1			
1	1	1	1	1			

Teorema 6 – Em DL, temos os seguintes teoremas:

6.1 $\vdash_{DL} (\alpha\rightarrow\beta) \rightarrow \alpha) \rightarrow \alpha$ (Lei de Peirce.)

6.2 $\vdash_{DL} (\alpha \rightarrow (\beta \vee \gamma)) \leftrightarrow (\alpha \rightarrow \beta) \vee (\alpha \rightarrow \gamma)$

6.3 $\vdash_{DL} (\alpha \rightarrow \beta) \vee (\beta \rightarrow \alpha)$

6.4 $\vdash_{DL} (\alpha^{\circ} \wedge (\alpha \wedge \neg\alpha)) \rightarrow \beta$

6.5 $\vdash_{DL} (\alpha^{\circ} \wedge (\alpha \wedge \neg\alpha)) \rightarrow \neg\beta$

Demonstração. Obtida através da aplicação dos axiomas e da regra Modus Ponens.

Se uma proposição α, bem comportada, for tanto verdadeira como falsa, então todo o sistema colapsa, ou seja, a inconsistência do sistema implica na sua trivialização. O teorema 6 fornece uma evidência técnica oportuna.

Teorema 7 - Seja $\Gamma \cup \{\alpha\}$ um conjunto de fórmulas quaisquer de DL, sendo que Γ contém somente fórmulas atômicas $p_1, p_{2,\ldots,}p_n$, e C_0 o cálculo proposicional clássico no qual o conectivo unário "°" e os axiomas 13 e 18 são adicionados. Então $\Gamma, p_1°, p_2°,\ldots,p_n° \vdash \alpha$ em C_0 se e somente se $\Gamma, p_1°, p_2°,\ldots,p_n° \vdash_{DL} \alpha$.

Demonstração: Como $\Gamma, p_1°, p_2°,\ldots,p_n° \vdash \alpha$ em DL, então o mesmo é verdade em C_0, pois DL é "estritamente mais fraca" que C_0, de acordo com o teorema 3. Inversamente, se $\Gamma, p_1°, p_2°,\ldots,p_n° \vdash \alpha$ em C_0, então existe uma dedução de α a partir de $\Gamma \cup \{ p_1°, p_2°,\ldots,p_n°\}$ na qual somente as fórmulas que contêm como componentes atômicos fórmulas da lista $p_1, p_{2,\ldots,}p_n$ aparecem na dedução. Mas pelos axiomas 13 a 15, todos os axiomas de C_0 são válidos em DL segundo essas fórmulas, e temos então $\Gamma, p_1°, p_2°,\ldots,p_n° \vdash_{DL} \alpha$.

Teorema 8 – Em DL, temos:

8.1 $\alpha° \vdash_{DL} \alpha° \vee \neg\alpha°$

8.2 $\beta° \vdash_{DL} (\alpha° \rightarrow \beta°) \rightarrow ((\alpha° \rightarrow \neg\beta° \rightarrow \neg\alpha°)$

8.3 $\alpha° \vdash_{DL} \alpha° \rightarrow (\neg\alpha° \rightarrow \beta°)$

DL, apesar de ter a intenção de ser um fundamento para teorias inconsistentes não-triviais, é ele mesmo consistente em relação à DL-negação.

Teorema 9- DL é consistente em relação à $\neg$, e não trivial

Demonstração: Aplicação das tabelas do teorema 2.

Começamos nossa introdução da negação forte definindo um símbolo proposicional $\digamma$.

Definição 1.

$\digamma =_{def} p^{\circ} \wedge p \wedge \neg p$, em que p é uma fórmula atômica fixada.

Definição 2 – (negação forte)

$\sim\alpha =_{def} \alpha \rightarrow \digamma$

Definição 3-

$\digamma\digamma =_{def} \sim \digamma$

O símbolo $\digamma$ deve ser lido como denotando uma contradição forte, e, portanto, é mais forte do que do que o símbolo de negação que denota somente uma falsidade. Devido ao teorema 7 acima, podemos esperar que o símbolo ~ obedeça todas a leis da lógica clássica, nos fornecendo uma interpretação de C_0 como um subsistema de DL, apesar de DL ser um subcálculo próprio do clássico. Conforme se obtém dos seguintes teoremas:

Teorema 10 – Em DL temos:

10.1 $\vdash_{DL} (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \sim\beta) \rightarrow \sim\alpha$

10.2 $\vdash_{DL} \sim\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$

10.3 $\vdash_{DL} \alpha \vee \sim\alpha$

Demonstração: Imediata tomando em consideração a definição do símbolo $\sim$ e os axiomas de DL.

Os conectivos $\rightarrow$, $\wedge$, $\vee$ e $\sim$, satisfazem todos os postulados do cálculo proposicional clássico (o cálculo clássico, em certo sentido, está contido em DL). Tal fato é interessante para o tema desenvolvido, pois como a lógica DL foi elaborada tendo como base noções intuitivas dos problemas referentes à dialética, McGill e Parry entendiam que a lógica que lidaria com tais situações deveria conter a lógica clássica na aplicação sugerida com o princípio do terceiro excluído, e ainda houvesse a presença de situações de vaguidade, como sugeriam no problema do espectro das cores.

A lógica proposicional clássica é um subsistema de DL. Podemos provar alguns teoremas que nos mostram que em um contexto bem-comportado, $\sim$ e $\neg$ (negação clássica) tem o mesmo sentido, e que suas propriedades divergem somente nos casos dos princípios não adotados, como no caso do terceiro excluído. Mais à frente veremos casos onde $\sim$ e $\neg$ interagem com fórmulas possuindo os dois operadores.

Teorema 11 – Em DL temos:

11.1 $\vdash_{DL} \alpha^{\circ} \rightarrow ((\alpha \vee \neg\alpha) \wedge (\sim\alpha \vee \sim(\neg\alpha))$

11.2 $\vdash_{DL} \neg\alpha^{\circ} \rightarrow [\sim(\alpha \vee \neg\alpha) \vee (\alpha \wedge \neg\alpha)$

11.3 $\vdash_{DL} \alpha^{\circ} \vee \neg\alpha^{\circ}\ ((\alpha \vee \neg\alpha) \vee (\sim\alpha \vee \sim(\neg\alpha)) \vee \sim (\alpha \vee \neg\alpha) \vee (\alpha \wedge \neg\alpha)$

11.4 $\vdash_{DL} \alpha^{\circ} \rightarrow (\neg\alpha \leftrightarrow \sim\alpha)$

11.5 $\vdash_{DL} \mathbb{F} \rightarrow \alpha$

11.6 $\vdash_{DL} \alpha \rightarrow \mathbb{T}$

11.7 $\vdash_{DL} (\mathbb{T} \rightarrow \alpha) \leftrightarrow \alpha$

11.8 $\vdash_{DL} (\alpha \rightarrow \mathbb{F}) \leftrightarrow \sim\alpha$

Demonstração: Imediata.

O teorema acima sugere leituras para ambas as negações. $\sim\alpha$ pode ser lido como “α é falsa”, o que é “mais forte” do que $\neg\alpha$, que é lida simplesmente como “α não é verdadeira”.

3. SEMÂNTICA PARA DL

Nesta seção será desenvolvida uma semântica para o cálculo DL. A semântica utilizada é no estilo de Henkin, que se mostrou eficaz no tratamento de outras lógicas paraconsistentes.

Definição 4 – Conjunto das conseqüências lógicas em DL.

$Cn(\Gamma) = \{\alpha \in L_{DL}: \Gamma \vdash_{DL} \alpha\}$ onde L_{DL} é o conjunto de todas as fórmulas de DL e Γ um conjunto de fórmulas de DL.

Definição 5 - Γ é dito trivial se $Cn(\Gamma) = L_{DL}$; do contrário Γ é chamado não-trivial. Γ é dito inconsistente em Dl, se existir pelo menos uma fórmula α tal que $\alpha, \neg \alpha \in Cn(\Gamma)$; em caso contrário, Γ é dito consistente. Γ é maximal não-trivial se for não-trivial e não estiver contido propriamente em nenhum conjunto não-trivial. Γ é dito $\neg$-incompleto se houver pelo menos uma fórmula α, tal que não ocorre $\Gamma \vdash_{DL} \alpha$ e nem ocorre $\Gamma \vdash_{DL} \neg\alpha$; em caso contrário Γ é $\neg$-completo.

Iremos agora apresentar algumas propriedades dos conjuntos maximais não-triviais a partir do seguinte teorema:

Teorema12 - Se Γ for maximal não-trivial em DL e α e β forem fórmulas quaisquer, então: (utilizando-se $\Rightarrow$ e $\Leftrightarrow$ como abreviações metalinguisticas para implicação e equivalência).

12.1 $\Gamma \vdash_{DL} \alpha \Leftrightarrow \alpha \in \Gamma$

12.2 $\alpha \in \Gamma \Rightarrow \sim\alpha \notin \Gamma$; $\sim\alpha \in \Gamma \Rightarrow \alpha \notin \Gamma$

12.3 $\alpha \in \Gamma$ ou $\sim\alpha \in \Gamma$

12.4 $\vdash_{DL} \alpha \Rightarrow \alpha \in \Gamma$

12.5 $\alpha, \alpha^\circ \in \Gamma \Rightarrow \neg\alpha \notin \Gamma$; $\neg\alpha, \alpha^\circ \in \Gamma \Rightarrow \alpha \notin \Gamma$; e $\alpha, \neg\alpha \in \Gamma \Rightarrow \alpha^\circ \notin \Gamma$

12.6 $\alpha, \alpha \rightarrow \beta \in \Gamma \Rightarrow \beta \in \Gamma$

12.7 $\alpha \rightarrow \beta \in \Gamma \Leftrightarrow \alpha \notin \Gamma$ ou $\beta \in \Gamma$

12.8 $\alpha \wedge \beta \in \Gamma \Leftrightarrow \alpha \in \Gamma$ e $\beta \in \Gamma$

12.9 $\alpha \vee \beta \in \Gamma \Leftrightarrow \alpha \in \Gamma$ ou $\beta \in \Gamma$

12.10 $\alpha^\circ, \beta^\circ \in \Gamma \Rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)^\circ, (\alpha \wedge \beta)^\circ, (\alpha \vee \beta)^\circ, (\neg\alpha)^\circ \in \Gamma$; $\alpha^\circ \in \Gamma \Leftrightarrow \alpha^{\circ\circ} \in \Gamma$

12.11 $\alpha^\circ \in \Gamma \Rightarrow \alpha \vee \neg\alpha, \sim\alpha \vee \sim\neg\alpha \in \Gamma$

12.12 $\neg\alpha^\circ \in \Gamma \Rightarrow \sim(\alpha \vee \neg\alpha) \in \Gamma$ ou $\alpha \wedge \neg\alpha \in \Gamma$

Demonstração: Faremos a demonstração para os itens 12.1, 12.2 e 12.3. Semelhante à demonstração para o caso clássico, pois os conectivos acima descritos possuem as mesmas propriedades dos conectivos clássicos.

Demonstração 12.1. A parte $\Rightarrow$ obtém-se facilmente, pois para as fórmulas em DL valem os seguintes resultados:

12.1.1 $\{\alpha\} \vdash_{DL} \alpha$ (reflexividade)

12.1.2 $\Gamma \subseteq \Delta$ e $\Gamma \vdash_{DL} \alpha \Rightarrow \Delta \vdash_{DL} \alpha$ (monotonicidade)

12.1.3 Se $\Gamma \vdash_{DL} \alpha$, e se e para toda $\beta \in \Gamma$, $\Delta \vdash_{DL} \beta$, então $\Delta \vdash_{DL} \alpha$ (corte)

12.1.4 Se $\alpha \in \Gamma$, então $\Gamma \vdash_{DL} \alpha$ (autodedutibilidade)

A volta $\Leftarrow$ é imediata.

Demonstração12.2- $\alpha \in \Gamma \Rightarrow \sim\alpha \notin \Gamma$; $\sim\alpha \in \Gamma \Rightarrow \alpha \notin \Gamma$

Suponha-se que $\alpha \in \Gamma$ e que $\sim\alpha \in \Gamma$. Então por 1, $\Gamma \vdash_{DL} \alpha$ e $\Gamma \vdash_{DL} \sim\alpha$ e, portanto $\Gamma \vdash_{DL} \alpha \wedge \sim\alpha$, o que é um absurdo.

Demonstração12.3: Suponha que $\alpha \notin \Gamma$ e $\sim\alpha \notin \Gamma$. Como Γ é maximal não-trivial, temos que $\Gamma \cup \{\alpha\} \vdash_{DL} \beta \wedge \sim\beta$ e $\Gamma \cup \{\sim\alpha\} \vdash_{DL} \beta \wedge \sim\beta$. Logo, $\Gamma \vdash_{DL} \alpha \rightarrow (\beta \wedge \sim\beta)$ e $\Gamma \vdash_{DL} \sim\alpha \rightarrow (\beta \wedge \sim\beta)$. Utilizando-se da prova por casos, temos que $\Gamma \vdash_{DL} ((\alpha \vee \sim\alpha) \rightarrow (\beta \wedge \sim\beta))$. Mas, como $\alpha \vee \sim\alpha$ é válida, obtemos $\Gamma \vdash_{DL} \beta \wedge \sim\beta$, que é uma contradição forte.

Observe que nossa metalinguagem é clássica. Introduz-se a noção crucial de valoração da seguinte maneira:

Definição 6- Uma valoração v para os axiomas de DL é uma função v: $\alpha \rightarrow \{0,1\}$ tal que:

6.1 $v(\alpha \rightarrow \beta) = 1 \Leftrightarrow v(\alpha) = 0$ ou $v(\beta) = 1$

6.2 $v(\alpha \wedge \beta) = 1 \Leftrightarrow v(\alpha) = v(\beta) = 1$

6.3 $v(\alpha \vee \beta) = 1 \Leftrightarrow v(\alpha) = 1$ ou $v(\beta) = 1$

6.4 $v(\neg(\alpha \wedge \beta)) = 1 \Leftrightarrow v(\neg\alpha) = 1$ ou $v(\neg\beta) = 1$

6.5 $v(\neg(\alpha \vee \beta)) = 1 \Leftrightarrow v(\neg\alpha) = 1 = v(\neg\beta) = 1$

6.6 $v(\alpha^o) = v(\beta^o) = 1 \Rightarrow v((\alpha \rightarrow \beta)^o) = v((\alpha \wedge \beta)^o) = v((\alpha \vee \beta)^o) = v((\neg\alpha)^o) = 1$

6.7 $v(\alpha^o) = 1 \Leftrightarrow v(\alpha^{oo}) = 1$

6.8 $v(\alpha^o) = 1 \Rightarrow v((\neg\neg\, \alpha \rightarrow \alpha) = 1$

6.9 $v(\alpha) = v(\neg\alpha) \Rightarrow v(\alpha^o) = 0$

6.10 $v(\alpha) \neq v(\neg\alpha) \Rightarrow v(\neg\alpha^o) = 0$

Teorema 13 - (Propriedades fundamentais das valorações) Se v é uma DL-valoração, então temos:

13.1 $v(\alpha) = 1 \Leftrightarrow v(\sim\alpha) = 0$

13.2 $v(\sqcap) = 0$

13.3 $v(\sqcap\!\sqcap) = 1$

13.4 $v(\alpha^o) = 1 \Rightarrow v(\alpha) = 1$ ou $v(\neg\alpha) = 1$

13.5 $v(\alpha^o) = 1 \Rightarrow v(\alpha) = 0$ ou $v(\neg\alpha) = 0$

13.6 $v(\alpha^o) = v(\beta^o) \Rightarrow v(\alpha \rightarrow \beta) = v(\alpha \rightarrow \neg\beta) = 1$

13.7 $v(\alpha^o) = 1 \Rightarrow v(\neg\neg\alpha \leftrightarrow \alpha) = 1$

13.8 $v(\alpha^o) = 1 \Rightarrow v(\alpha \vee \neg\alpha) = v(\sim\alpha \vee \sim(\neg\alpha)) = 1$

13.9 $v(\neg\alpha^o) = 1 \Rightarrow v(\alpha \vee \neg\alpha) = 0$ ou $v(\alpha \wedge \neg\alpha) = 1$

A demonstração dessas propriedades é imediata. Definiremos algumas noções semânticas tradicionais para DL.

Definição 7 – Uma valoração v é dita singular se existir pelo menos uma fórmula α tal que $v(\alpha) = v(\neg\alpha)$, do contrário v é chamada normal.

Definição 8 – Uma fórmula dada α é *válida* se $v(\alpha) = 1$ para toda valoração v. Uma valoração v é um modelo de um conjunto de fórmulas Γ, se $v(\alpha) = 1$ para toda fórmula α tal que $\alpha \in \Gamma$. Se $v(\alpha) = 1$ para todo modelo v de Γ, podemos dizer que α é uma conseqüência semântica de Γ, e escrevemos: $\Gamma \models \alpha$. Como de costume $\emptyset \models \alpha$ é abreviado como $\models \alpha$, e significa que α é válida.

Mostraremos que DL é consistente e completa com respeito semântica de valorações.

Teorema 14 - Se $\Gamma \vdash_{DL} \alpha$ então $\Gamma \models_{DL} \alpha$ (Teorema da Correção)

Demonstração. Análoga ao caso clássico.

Teorema 15 (Lindenbaum) – Todo conjunto de fórmulas não-trivial está contido em um conjunto maximal não trivial.

Demonstração – Como no caso clássico.

Corolário 15.1- Existem conjuntos de fórmulas não-triviais maximais inconsistentes.

Demonstração: É fácil de se verificar que $\{p, \neg p\}$ onde p é uma variável proposicional é inconsistente, mas é não-trivial.

Corolário 15.2- Existem conjuntos de fórmulas não-triviais maximais $\neg$-incompletos.

Demonstração: $\{\sim p, \sim(\neg p)\}$, onde p é uma variável proposicional: é fácil de ver que esse conjunto é $\neg$-incompleto e não trivial.

Teorema 16 – Todo conjunto de fórmulas maximal não-trivial tem modelo. Portanto, a função característica de um conjunto maximal não trivial é uma valoração.

Demonstração:- Seja Γ um conjunto de fórmulas maximal não-trivial. Definimos uma função v': $L_{DL} \rightarrow \{0,1\}$ da seguinte maneira: $v'(\alpha) = 1 \Leftrightarrow \alpha \in \Gamma$ e $(v'(\alpha) = 0 \Leftrightarrow \alpha \notin \Gamma)$. Ë fácil de se mostrar que v' é uma DL-valoração.

Corolário 16.1 – Existem valorações singulares e valorações normais. Existem valorações normais (e singulares) que são $\neg$-incompletas, isto é, aquelas que para pelo menos uma fórmula α se obtém $v(\alpha) = v(\neg\alpha) = 0$.

Demonstração - Imediata em razão dos corolários acima e do teorema 15.

Teorema 17 - $\Gamma \models \alpha \Rightarrow \Gamma \vdash_{DL} \alpha$

Demonstração: Análoga a do cálculo proposicional clássico.

Corolário 17.1 $\Gamma \vdash_{DL} \alpha \Leftrightarrow \Gamma \models \alpha$

Demonstração: Imediata pelos teoremas 14 e 17

Corolário 17.2- $\vdash_{DL} \alpha \Leftrightarrow \models \alpha$

Demonstração: Imediata a partir do corolário 17.1 acima.

Teorema 18 - Existem conjuntos de fórmulas inconsistentes ($\neg$-incompletos) que possuem modelos. Um conjunto de fórmulas possui um modelo se e somente se não for trivial.

Demonstração: Imediata face os teoremas 15 e 16 e seus corolários.

Nossa semântica é uma generalização da utilizada em C_0 e torna claro os significados de ~ e $\neg$. Em tal semântica de valorações para DL, todas as proposições são ou verdadeiras ou falsas, mas não são proposições simultaneamente verdadeiras e falsas.

Definição 9 – Se k é um número natural maior do que 0, então $\neg^k$ será uma abreviação de α precedida por k ocorrências de símbolos $\neg$.

Os lemas seguintes são facilmente demonstráveis

Lema 9.1 – Em DL, temos:

$\nvdash_{DL} \neg^k p \leftrightarrow p$ para todo $k \geq 1$

Lema 9.2 – Em DL temos:

$\nvdash \neg^k p \leftrightarrow \neg^i p$, onde p é uma variável proposicional e k e i são dois números naturais diferentes e maiores do que 0.

A definição de valoração nos permite definir o valor de $\neg\alpha$ independente do valor atribuído a α. Em qualquer caso podemos fazer o valor de $\neg^k p$ diferente do de $\neg^i p$.

A Matriz característica de DL define-se como nas lógicas polivalentes.

Teorema 19 - DL não possui matriz característica finita.

Dem. Pelos lemas 9.1 e 9.2 é impossível em DL a redução de negações. Se houvesse uma matriz com i valores e a seqüência $\neg^1 p$, $\neg^2 p$, $\neg^3 p$,.... $\neg^i p$, $\neg^{i+1} p$, com arranjos com repetição sempre ocorrerá pelo menos um valor repetido, o que acarretará em algum dos esquemas de redução de negação, o que contradiz os lemas precedentes.

Teorema 20 - Em DL, a fórmula $\nvdash (\alpha \vee \neg\alpha) \leftrightarrow \neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$.

Demonstração: Basta aplicar a semântica de valorações.

No artigo de McGill e Parry os princípios da contradição e do terceiro excluído eram equivalentes; portanto, a lógica DL afasta-se nesse tocante do projeto dos autores citados.

Algumas fórmulas semelhantes às fórmulas do teorema 20 são válidas, como evidencia o teorema a seguir:

Teorema 21 - Em DL, temos:

21.1 $\vdash \neg(\alpha \wedge \neg\alpha) \leftrightarrow (\neg\alpha \vee \neg\neg\alpha)$

21.2 $\vdash \neg(\alpha \vee \neg\alpha) \leftrightarrow (\neg\alpha \wedge \neg\neg\alpha)$

21.3 $\vdash \alpha \wedge \neg\alpha \leftrightarrow \sim(\sim\alpha \vee \sim(\neg\alpha))$

21.4 $\vdash \sim(\alpha \wedge \neg\alpha) \leftrightarrow (\sim\alpha \vee \sim(\neg\alpha))$

Demonstração: Em cada caso o teorema é válido por aplicações diretas das leis de De Morgan, que foram postulados para a negação fraca $\neg$, e valem para a negação forte $\sim$ devido a seu caráter clássico, conforme os axiomas 11 e 12.

Do ponto de vista semântico os seguintes casos ocorrem:

I- α verdadeira e $\neg\alpha$ falsa

II- α falsa e $\neg\alpha$ verdadeira

III- α e $\neg\alpha$ ambas verdadeiras

IV- α e $\neg\alpha$ ambas falsas

Teorema 22 – (E. H. Alves) DL é decidível.

Elias Alves obteve sucesso construindo um processo de decisão para DL. Os detalhes serão descritos mais tarde. O método de decisão utiliza a semântica de valorações proposta acima. Para cada fórmula de DL, construímos tabelas, chamadas quase-matrizes, de acordo com um procedimento recursivo.

Uma fórmula α é um teorema de DL se, e somente se, em toda quasi-matriz para α, a última coluna contenha apenas o valor 1.

Para se construir uma quase-matriz para a fórmula α, o método geral é o seguinte:

I- Em uma linha, faça uma lista de todas as subfórmulas que ocorrem em α e algumas outras fórmulas, conforme abaixo descrito:

i- Primeiro escreva todas as fórmulas atômicas que ocorrem em α

ii- Depois, escreva todas as negações dessas fórmulas atômicas.

iii- Escreva as outras subfórmulas de α, incluindo, se ainda não foram, as outras fórmulas, de tal forma que:

1. $\neg\beta$ é escrita antes de β^{o} na tabela.

2. $\neg\gamma$ e $\neg\delta$ são escritas antes de $\neg(\gamma \vee \delta)$ ou $\neg(\gamma \wedge \delta)$.

3. $\neg\gamma$, $\neg\delta$, $\gamma°$e $\delta°$são escritas antes de $\neg(\gamma \rightarrow \delta)$.

4. $\beta°$e $\gamma°$são escritas antes de $(\alpha\vee\beta)°$, $(\alpha\wedge\beta)°$, e $(\alpha\rightarrow\beta)°$

5. $\beta°$é escrito antes de $(\neg\beta)^{o}$

6. Uma fórmula pode ser escrita somente se suas subfórmulas próprias já foram escritas.

II- Sobre a lista de fórmulas atômicas, insira em linhas sucessivas todas as combinações possíveis de 0 e 1 que podem ser atribuídas a estas fórmulas.

III- Abaixo de cada negação de uma fórmula atômica, bifurque cada linha, escrevendo na primeira parte 0 para a negação e na segunda parte, 1. Toda vez que houver uma bifurcação deve se proceder como acima descrito; isto significa que os valores são os mesmos para as duas linhas novas na parte esquerda delas.

IV- Calcule para a construção da lista, para cada linha, o valor de cada fórmula conforme a seguir:

i- Quando não aparecerem nem fórmulas do tipo $\beta°$ nem negações, faça como numa tabela de verdade do cálculo proposicional clássico.

ii- Se qualquer das fórmulas em análise for uma negação, e, portanto, da forma $\neg\beta$, proceda da seguinte forma:

1. Se β é da forma γ^{o}, verifique se o valor de γ é igual ao valor de $\neg\gamma$. Se isto ocorrer, bifurque a linha. Se o valor de γ é diferente do valor de $\neg\gamma$, escreva simplesmente 0.

2. Se β é da forma $\neg\gamma$, verifique se o valor de γ é igual ao valor de $\neg\gamma$. Se isto ocorrer, bifurque a linha. Se o valor de γ é diferente do valor de $\neg\gamma$, verifique se o valor de γ° é 0 ou 1. Se for 0, bifurque a linha. Se for 1, escreva simplesmente o mesmo valor de γ.

3. Se β é da forma $\gamma \rightarrow \delta$, verifique se o valor de γ é igual ao valor de $\neg\gamma$, ou se o valor de δ é igual ao valor de $\neg\delta$. Se isto ocorrer, bifurque a linha. Se o valor de γ é diferente do valor de $\neg\gamma$, e o valor de δ é diferente do valor de $\neg\delta$, verifique se o valor de γ° ou de δ° é 0. Se isso ocorrer, bifurque a linha. Se γ° e $^{\circ}\delta$ possuírem o valor 1, então escreva 0 se β possuir o valor 1 e vice-versa.

4. Se β é da forma $\gamma \vee \delta$, escreva 0 se $\neg\gamma$ possuir o valor 0, ou se $\neg\delta$ possuir o valor 0. Do contrário, escreva 1.

5. Se β é da forma $\gamma \wedge \delta$, escreva 0 se $\neg\gamma$ possuir o valor 0, ou se $\neg\delta$ possuir o valor 0. Do contrário, escreva 1.

iii- Se qualquer uma das fórmulas em análise for da forma β^{o}, verifique se o valor de β é igual ao valor de $\neg\beta$. Se isto acontecer, escreva 0 debaixo de β^{o}. Do contrário faça conforme a seguir:

1. Se β for uma fórmula atômica, bifurque a linha.

2. Se β é da forma $\neg\gamma$, verifique se o valor de γ° é igual a 1. Se isto ocorrer, escreva 1 debaixo de β°. Se γ° tiver o valor 0, bifurque a linha.

3. Se β for da forma $\gamma \vee \delta$, $\gamma \wedge \delta$ ou $\gamma \rightarrow \delta$, verifique se os valores de γ° e δ° é 1. Se for o caso, escreva 1 debaixo de β°. Se, ao contrário, o valor de γ° e o valor de δ° for 0, então bifurque a linha.

4. Se β for da forma γ°, escreva debaixo de β° o mesmo valor de γ^{o}.

Este método de decisão, apesar de ser monótono e mecânico como todos os métodos de decisão, possui a virtude de ser uma generalização do método de tabelas de verdade da lógica clássica.

Vejamos a aplicação em duas fórmulas em DL:

p	**¬p**	**p °**	**¬p ∧ p°**	**p ∨(¬p ∧ p°)**
0	0	0	1	1
	1	0	0	0
		1	1	1
1	0	0	1	1
		1	0	1
	1	0	0	1

p	**q**	**¬p**	**¬q**	**p°**	**¬p°**	**p∨¬p**	**(p∨¬p)→q**	**(p∨¬p)→q)∨(p∧¬p)**	**(((p∨¬p)→q)∨(p∧¬p))→¬p°**
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
					1				1
		1	1	0	0	1	0	1	0
				1					
0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
					1				1
		1	1	0	0	1	1	1	0
				1					
1	0	0	0	0	0	1	0	1	0
				1					
		1	1	0	0	1	0	1	0
					1				1
1	1	0	0	0	0	1	1	1	0
				1					
		1	1	0	0	1	1	1	0
					1				1

4. A LÓGICA DL^Q

Nesta seção estende-se DL a uma lógica de predicados de primeira ordem.

Apresentaremos a formalização de DL^Q e alguns metateoremas.

DL^Q possui os seguintes símbolos primitivos:

1. Os conectivos $\rightarrow$, $\wedge$, $\vee$, $\neg$ e ^{o}

2. Os quantificadores $\forall$ (para todo) e $\exists$ (existe)

3. Variáveis individuais: um conjunto infinitamente enumerável de variáveis individuais que não especificaremos.

4. Três conjuntos disjuntos e não vazios, α', β' e γ', contendo símbolos de predicados constantes de qualquer rank n, $0 < n < \omega$

5. Para cada n, $0 < n < \omega$, um conjunto infinito enumerável de variáveis de predicado de rank n.

6. Parênteses

As variáveis individuais e constantes são chamadas de termos.

As noções sintáticas, por exemplo: de fórmula, de demonstração, de dedução e o símbolo $\vdash_{DL}^{Q}$, são introduzidos como de costume. As letras α, β e γ, com ou sem subscrito, serão empregadas como variáveis metalingüísticas para fórmulas; x ,y e z, com ou sem subscrito denotarão variáveis individuais; a, b e c são variáveis para constantes individuais; t denota um termo qualquer.

O símbolo de equivalência $\leftrightarrow$ é introduzido como habitual

DL^{Q} é uma extensão de DL, portanto assumimos os postulados de DL. Para obtermos DL^{Q} adicionamos os seguintes esquemas e regras, que estão sujeitos às restrições apresentadas em Kleene [54]. Seja x uma variável qualquer em DL, $\alpha(x)$ uma fórmula qualquer de DL e t e x variáveis, e $\alpha(t)$ o resultado da substituição de ocorrências livres de x em $\alpha(x)$ por t.

A18- $\underline{\alpha \rightarrow \beta(x)}$

$\alpha \rightarrow \forall x\beta\,(x)$

A19- $\forall x(\alpha(x) \rightarrow \alpha(y)$

A20- $\alpha(x) \rightarrow \exists\, x\alpha(x)$

A21- $\underline{\alpha(x) \rightarrow \beta}$

$\exists x(\alpha(x) \rightarrow \beta$

A22- $\forall x\,(\alpha(x))^{\circ} \rightarrow (\forall x\alpha(x))^{o}$

A23- $\forall x\,(\alpha(x))^{\circ} \rightarrow (\exists x\alpha(x))^{o}$

A 24 $\alpha \leftrightarrow \beta$, sendo α e β fórmulas congruentes.

Definição 1. (Congruência). Duas fórmulas α e β são congruentes se possuírem o mesmo número k de símbolos e para cada n = 1,.....,k se o i-ésimo símbolo de α não for uma variável, então o i-ésimo símbolo de β será o mesmo símbolo. Se o i-ésimo símbolo α é uma ocorrência livre de uma variável, então o i-ésimo símbolo de β é uma ocorrência livre da mesma variável. Se o i-ésimo símbolo de α for uma ocorrência de uma variável ligada pelo j-ésimo quantificador de α, então, o i-ésimo símbolo de β será uma ocorrência de uma variável, não necessariamente a mesma variável, ligada pelo j-ésimo quantificador. Exemplos dessa definição de congruência podem ser obtidos para o cálculo clássico em Kleene [54]

Teorema 1 - Todos os esquemas e regras da lógica de predicados positiva clássica são válidos em DL^Q.

Demonstração: Consequência dos axiomas de DL^Q.

Teorema 2 – Sejam α, β, C_α e C_β, onde C_α é uma fórmula com a ocorrência da fórmula α somente com os operadores $\rightarrow$, $\wedge$, $\vee$, $\neg$ e º, e C_β o é resultado da substituição dessa ocorrência por β; então temos:

2.1 Se uma ocorrência de α em C_α não está no escopo de uma ocorrência de $\neg$ ou de º, então: $\alpha \leftrightarrow \beta \vdash^{x1.....xn} C_\alpha \leftrightarrow C_\beta$.

2.2. Se os componentes primos de α, β e γ forem $\alpha_1,\alpha_2.....\alpha_k$, então: α_1^o, α_2^o, $.....\alpha_k^o$, $\alpha \leftrightarrow \beta \vdash^{x1.....xn} C_\alpha \leftrightarrow C_\beta$.

Demonstração: Como em Kleene [54], os postulados de DL^Q foram selecionados em parte para que este teorema seja válido.

Teorema 3 - Seja $\Gamma \cup \{\alpha\}$ um conjunto de fórmulas de DL^Q, no qual $^\circ$ não ocorre, e cujos componentes primos são α_1, α_2,.....α_n. Então $\Gamma \vdash \alpha$ vale no cálculo de predicados clássico se e somente se $\Gamma, \alpha_1^o, \alpha_2^o, ...\alpha_n^\circ \vdash_{DL^Q} \alpha$.

Teorema 4- DL^Q é indecidível.

Demonstração: Conseqüência imediata do teorema 3 e do resultado de Church da indecidibilidade do cálculo clássico de predicados.

Podemos, de forma óbvia, introduzir a negação forte ~ em DL^Q da mesma forma como fizemos em DL.

Definição 2 – (de uma negação "clássica" ou forte)

$\sim\alpha =_{def} \alpha \rightarrow \mathbb{F}$

Definição 3-

$\mathbb{T} =_{def} \sim \mathbb{F}$

Então o corolário do teorema 7 também é generalizado o cálculo DL com quantificadores, DL^Q.

Teorema 5- Em DL^Q, os símbolos $\rightarrow$, $\wedge$, $\vee$, $\sim$, $\forall$ e $\exists$ satisfazem todos os postulados do cálculo de predicados clássico. Em particular, os seguintes são teoremas:

5.1 $\vdash_{DL^Q} (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \sim\beta) \rightarrow \sim\alpha$

5.2 $\vdash_{DL^Q} \alpha \vee \sim\alpha$

5. 3. $\vdash_{DL^Q} \sim\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$

5.4. $\vdash_{DL^Q} \sim\sim\alpha \leftrightarrow \alpha$

5.5 $\vdash_{DL^Q} \forall x\alpha(x) \leftrightarrow \sim\exists x\sim\alpha(x)$

5.6 $\vdash_{DL^Q} \exists x\alpha(x) \leftrightarrow \sim\forall x\sim\alpha(x)$

5.7. $\vdash_{DL^Q} \forall x\forall y\alpha \leftrightarrow \forall y\forall x\alpha$

5.8. $\vdash_{DL^Q} \forall x\forall y\alpha(x,y) \rightarrow \forall z\alpha(z,z)$ sendo x,y e z livres em α.

5.9. $\vdash_{DL^Q} \forall z\alpha(z,z) \rightarrow \exists x\exists y\alpha(x,y)$ sendo x,y e z livres em α.

5.10. $\vdash_{DL^Q} \sim\forall x\forall y\forall\alpha \leftrightarrow \exists x\exists y\exists z\sim\alpha$

Definição 4 – (k-transformadas) Introduziremos a definição de k-transformadas de uma fórmula α, onde k é um número entre 1,2,.....,n Isto é, símbolos constantes em correspondência com números naturais 1,2,.....,n. Por hipótese, estes símbolos não pertencem à linguagem de DL e DL^Q

Caso 1. Se α não contém variáveis livres, sua k-transformada é obtida da seguinte maneira: cada parte de α da forma $\forall x\beta(x)$ ou da forma $\exists x\beta(x)$ é substituída respectivamente por $\beta(\underline{1}) \wedge \beta(\underline{2}) \wedge ... \wedge \beta(\underline{n})$ ou por $\beta(\underline{1}) \vee \beta(\underline{2}) \vee ... \vee \beta(\underline{n})$. Sendo assim, cada k-transformada não possui variáveis individuais

Caso 2. Se α contém variáveis livres, ou seja, se α é $\alpha(x_1,.....,x_m)$, então sua k-transformada é obtida da seguinte forma:

i- Substituem-se as variáveis $x_1,.....,x_m$ por permutações de 1,2,.....,k por repetições de ordem k.

ii- Então, obtemos as k-transformadas do fórmula resultante da substituição acima (i)

Essa definição é útil para se provar um resultado referente ao conceito de extensão conservativa.

Teorema 6- Se $\Gamma \vdash \alpha$ em DL^Q, então qualquer k-transformada de α pode ser deduzida, em DL, a partir das k-transformadas de fórmulas de Γ.

Demonstração: Similar ao caso clássico, mas considerando-se o fato de que os componentes proposicionais primos de fórmulas de DL^Q sejam símbolos de predicados de rank n, seguidos por n ocorrências de símbolos (numerais) ou termos 1,2,3.....,k $0< n <\omega$.

Teorema 7 – DL^Q é extensão conservativa de DL, ou seja, esquemas proposicionais não-válidos em DL não são válidos em DL^Q.

Demonstração: Face o caso clássico.

Pelo Teorema 7, note-se que os seguintes esquemas não são válidos em DL^Q :

$(\alpha \wedge \neg\alpha) \rightarrow \beta$

$(\alpha \wedge \neg\alpha) \rightarrow \neg\beta$

$\neg\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$

$\alpha \rightarrow (\neg\alpha \rightarrow \beta)$

$\neg\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \neg\beta)$

$\alpha \rightarrow (\neg\alpha \rightarrow \neg\beta)$

$(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\neg\beta \rightarrow \neg\alpha)$

$\neg\neg\alpha \leftrightarrow \alpha$

$\neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$

$\alpha \wedge \neg\alpha$

No entanto, DL^Q também se desvia do cálculo de predicados clássico em alguns teoremas envolvendo quantificadores.

Teorema 8 – Em DL^Q, os seguintes esquemas não são válidos:

$\neg\exists x\neg\alpha(X) \leftrightarrow \forall x\alpha(x)$

$\neg\forall x\neg\alpha(X) \leftrightarrow \exists x\alpha(x)$

Demonstração: Através das k-transformadas dos esquemas acima e da aplicação do teorema 7.

Para DL^Q pode-se também formular uma semântica de valorações análoga a de DL. Isto pode ser feito de diversas maneiras, como por exemplo:

a- Recorrendo-se ao conjunto de constantes de DL^Q, supondo-se que esse conjunto seja infinito e enumerável

b- Considerando-se apenas as sentenças de DL^Q e sua estrutura dedutiva;

c- Utilizando-se um conjunto extra que fará o papel de domínio de interpretação (ver, por exemplo, Arruda, da Costa [10])

5. SEMÂNTICA DE DL^Q

A semântica apresentada inicia-se com a definição de uma interpretação para a linguagem de DL^Q.

Uma sentença é uma fórmula sem variáveis livres (individuais). Convenciona-se que Γ e α sempre denotarão um conjunto de sentenças e uma sentença, respectivamente.

Definição 13- Seja Δ um conjunto não vazio. Uma interpretação de DL^Q é um par $I = <\Delta, p>$, onde Δ é um conjunto não vazio e p é uma função, tal que, associa um elemento p(c) de Δ a cada constante individual da linguagem de DL^Q e a cada predicado n-ário P, associa uma relação n-ária em Δ.

Se *I* é uma interpretação para DL^Q, então para cada elemento de Δ, escolhemos uma constante individual c o nome do elemento. Essa nova linguagem $DL^Q\Delta$ é denominada linguagem diagrama de DL^Q relativa a *I* seguindo o apresentado por Shoenfield [70].

Uma valoração de DL^Q em Δ, tendo a função p como sua base, é uma função v do conjunto das sentenças de $DL^Q\Delta$ em {0,1}, tal que:

1. v satisfaz as condições das valorações de DL;

2. $v(\forall x\alpha(x)) = 1$, Para toda constante individual c de $DL^Q\Delta$, $v(\alpha(c)) = 1$

3. $v(\exists x\alpha(x)) = 1$. Para alguma constante individual c de $DL^{Q}\Delta$, $v(\alpha(c)) = 1$

4. $v(\forall x(\alpha(x))^{o}) = 1 \Rightarrow v(\forall x(\alpha(x))^{o}) = v(\exists x(\alpha(x))^{o}) = 1$

5. Se α e β forem fórmulas congruentes, então $v(\alpha) = v(\beta)$;

6. Para cada constante individual de $DL^{Q}\Delta$, a e b, se $p(a) = p(b)$, então $v(\alpha(a)) = v(\alpha(b))$.

Definição - A valoração v *satisfaz uma sentença* α de $DL^{Q}\Delta$ se $v(\alpha) = 1$

Definição - Suponha que $\Gamma \cup \{\alpha\}$ seja um conjunto de sentenças de DL^{Q} e que v é uma valoração qualquer; v é dita um modelo de Γ se para todo elemento de β de Γ, $v(\beta) = 1$. α é chamada uma consequência semântica de Γ, se todo modelo v de Γ for tal que $v(\alpha) =1$. Neste caso escrevemos $\Gamma \models \alpha$. Se $\Gamma = \varnothing$ escrevemos $\models \alpha$, e α é dita válida.

A prova da correção de DL^{Q} é imediata.

Teorema 9 – Em DL^{Q} : $\Gamma \vdash_{DL^{Q}} \alpha \Rightarrow \Gamma \models \alpha$

Demonstração: Por indução no comprimento da dedução de α a partir de Γ.

Para a prova da completude, que é semelhante ao caso clássico, introduzimos as seguintes definições:

Definição 3 - Γ é trivial se para cada sentença α de DL^Q, $\Gamma \vdash_{DL^Q} \alpha$, do contrário Γ é não-trivial. Γ é dita inconsistente se existir uma sentença α tal que $\Gamma \vdash_{DL^Q} \alpha$ e $\Gamma \vdash_{DL^Q} \neg$; do contrário é consistente.

Definição 4- Γ é $\neg$-incompleta se existir uma sentença α tal que

$\Gamma \nvdash_{DL^Q} \alpha$ e $\Gamma \nvdash_{DL^Q} \neg\alpha$, do contrário Γ é chamada $\neg$-completa.

Definição 5- Γ é maximal não-trivial se for não trivial e não está contida propriamente em qualquer conjunto não-trivial.

Definição 6 - Γ é chamado um conjunto de Henkin, se para cada fórmula $\alpha(x)$ tendo x como única variável livre, existir uma constante individual c (de DL^Q), tal que:

$\Gamma \vdash_{DL^Q} \exists x\alpha(x) \rightarrow \alpha(c)$.

Teorema 10- Se Γ for um conjunto de Henkin não-trivial, ele está contido em um conjunto de Henkin maximal não-trivial.

Demonstração: Similar ao cálculo clássico.

Teorema 11- Se Γ denotar um conjunto de Henkin não trivial então temos:

11.1 Γ possui todas as propriedades de um conjunto maximal não-trivial de DL;

11.2 $\forall x\alpha(x) \in \Gamma$, para toda constante individual c de DL^Q, $\alpha(c) \in \Gamma$.

11.3 $\exists x\alpha(x) \in \Gamma$, existe uma constante individual c de DL^Q, tal que $\alpha(c) \in \Gamma$.

11.4 Se α e β forem fórmulas congruentes como no axioma 24, então $\alpha \leftrightarrow \beta \in \Gamma$.

Demonstração: Similar ao caso clássico.

Teorema 12- Todo conjunto de Henkin não-trivial (consistente ou inconsistente; $\neg$-incompleto ou $\neg$-completo) tem modelo.

Demonstração - Análogo ao provado para DL.

Corolário12.1- Todo conjunto não-trivial de sentenças de DL^Q tem um modelo.

Temos o suficiente para a prova da completude

Teorema 13- Em DL^Q temos: $\Gamma \vdash_{DL^Q} \alpha \Rightarrow \Gamma \models \alpha$

Demonstração: Análogo ao caso clássico.

Corolário 13.1 - $\Gamma \vdash_{DL^Q} \alpha \Leftrightarrow \Gamma \models \alpha$

Demonstração: Pela aplicação dos Teoremas 9 e 13

Como na teoria dos modelos para o caso clássico, alguns resultados usuais da teoria dos modelos podem ser estendidos para DL^Q

.

Por exemplo, o teorema de Löwenheim-Skolem para toda Γ enumerável, em DL^Q:

Se Γ tem um modelo, então Γ tem um modelo infinito enumerável.

Tais resultados são obviamente de interesse técnico. Eles indicam aplicações futuras de DL^Q. Importante observar que nossa semântica é uma generalização da semântica clássica, em particular, o esquema T de Tarski[1] permanece válido.

Teorema 14- DL^Q é consistente e não-trivial.

Conseqüência do teorema 6 e do fato de DL ser consistente e não-trivial

Concluímos com isso o capítulo mostrando que o cálculo DL pode ser estendido para primeira ordem tornando-o mais interessante no âmbito técnico, bem como se posicionando como ferramenta para aplicações. O cálculo DL^Q pode ainda ser estendido para um cálculo de predicados com igualdade e para um cálculo de predicados de segunda ordem.

[1] O esquema de Tarski foi desenvolvido como uma definição de verdade para linguagens formalizadas com o objetivo de fornecer uma definição satisfatória para o conceito de verdade. O denominado esquema T

6. A LÓGICA DL-DEÔNTICA.

A lógica clássica ao sofrer alterações ou supressões em seus princípios básicos de caráter sintáticos ou semânticos propiciou o surgimento de lógicas denominadas não clássicas que são rivais ou complementares à clássica [45].

Os cálculos paraconsistentes estudados nessa dissertação podem ser configurados como rivais do cálculo clássico tanto pela derrogação dos princípios de não-contradição e do terceiro excluído, como pela definição de novos operadores para a negação.

Um exemplo de lógica complementar à clássica são as lógicas modais, que sem necessariamente alterar a lógica clássica, adicionam novos operadores como os de necessidade e possibilidade. Outro tipo de modalidade que pode ser acrescentada a uma lógica é a deôntica, através de operadores para obrigatoriedade, permissividade, proibição e indiferença. Essa lógica surgiu dos estudos de G. H. Von Wright [76 a 78].

Nada impede, portanto, a utilização de operadores deônticos para lógicas não-clássicas. Dessa tarefa nos ocuparemos nesse capítulo como prosseguimento do projeto de oferecer uma extensão do cálculo DL com operadores que possam oferecer uma linguagem apta, em tese, para lidar com questões em direito.

---

onde p é uma sentença e S um nome para essa sentença segue a condição de adequação material de todas as instanciações de: (T) S é verdadeira se, e somente se, p (consultar [71] e [73].

Mostra-se claro o vínculo entre os operadores deônticos, a ética e o direito. Podemos construir uma linguagem deôntica somente com o operador de obrigação, definindo os outros a partir dele. A manutenção desse símbolo, que seria interpretado como um comando obrigacional, mas não exclusivamente, remete aos domínios jurídicos e éticos. Esse fato de redução de operadores deônticos é importante para configurar a posição jurídica e ética, mesmo sem os símbolos para proibição e indiferença.

A construção de uma lógica deôntica pode ser fundada em uma interpretação normativa das sentenças, descritiva ou prescritiva. A primeira maneira de se interpretar abordaria o que as sentenças prescreveriam ser permitido, proibido, etc., em um sistema de normas, revelando uma característica próxima aos imperativos e ações; a segunda interpretação visa descrever o que seria proibido, permitido, etc.

A base para o conceito de normas é a do dever; não adentraremos nas questões sobre a "definição" de norma (a qual remetemos à bibliografia, em especial [2],[3],[4],[13]); consideraremos a norma jurídica como impositiva independente do consentimento ou colaboração do destinatário; para tanto entendemos o caráter prescritivo e descritivo, o que justifica a utilização dos operadores deônticos para obrigação e permissão.

A interpretação descritiva, por adaptar-se melhor a nossos propósitos, será utilizada sem prejuízo de estudos na sua vertente prescritiva. As normas expressas por sentenças não possuem um valor veritativo-funcional, ao contrário de sentenças descritivas que tem um comportamento proposicional.

A lógica deôntica é tomada nesse trabalho como um cálculo que lida com inter-relações entre proposições descritivas de sistemas normativos. Também serão apresentadas propriedades formais como consistência, trivialidade, etc.

Não por acaso optamos pelo uso de um cálculo deôntico paraconsistente para o tratamento de problemas jurídicos. A existência de contradições nos sistemas legais é o mote para o desenvolvimento de sistemas que permitam o tratamento dessas contradições sem que haja trivialização de todo o edifício normativo em apreço, como, por exemplo, um conjunto de leis.

As contradições aparecem na utilização de normas jurídicas tanto no aspecto formal como na sua aplicação; pode-se sustentar que não há contradições reais entre normas, sendo que ocorre apenas um erro de interpretação ou uma contradição apenas aparente. Entretanto, se a aplicação de uma norma apresentar uma situação na qual se utilizando de uma mesma interpretação,(ou seja, todos os que operam com aquela norma a interpretam de forma equivalente, por exemplo, interpretando gramaticalmente), duas normas que prescrevem comandos contraditórios, um obrigando a uma ação e o outro proibindo essa mesma ação, estaríamos perante uma contradição entre normas formal e interpretativa, ou seja, diante de uma interpretação estabelecida o resultado do cumprimento da norma seria contraditório.

A existência de uma antinomia em um “texto legal”, um conjunto “de leis”, não pode arruiná-lo como um todo, pois a norma é elaborada com uma finalidade específica e pretende a uma ação; portanto, diante de uma contradição, duas situações se apresentariam: a primeira, que seria alterar as normas para impedir a contradição (mas isso nem sempre é

possível, pois dependendo do sistema normativo, não poderiam determinadas normas ser suprimidas); a segunda, seria modificar todo o conjunto de normas, o que também é, em princípio, indesejado.

Portanto, sustentamos que se um sistema normativo apresenta uma contradição; o aspecto primordial é o concernente ao problema da trivialização; por exemplo, duas normas contraditórias encontradas em um código de leis não podem permitir derivar qualquer enunciado, se o sistema for deôntico, pode-se entender que se obtém que tudo é obrigatório ou tudo é permitido.

A existência de normas contraditórias é manifesta. Sistemas legais tentam possibilitar o tratamento de contradições através de mecanismos de substituição total ou parcial de normas contraditórias, por exemplo; a derrogação e a ab-rogação. Nessa solução está presente o caráter clássico da lógica no sentido de que uma contradição não poderia ocorrer no sistema legal, devendo este ser modificado a partir dessa ocorrência. Salientamos que pressupomos que podem ocorrer contradições no sistema legal e que, se existirem o sistema não se trivializará; ou seja, diante dessas condições, podemos tratar do sistema legal através de uma formalização que resulte em um cálculo paraconsistente sem que o resultada da aplicação dos comandos legais não implica na obrigatoriedade geral.

A posição que assumimos é a de que uma lógica paraconsistente aplicada ao direito poderia resolver formalmente a questão. Ainda que não pretendamos adentrar na discussão de casos específicos, vislumbramos a apresentação de uma teoria que, com a possibilidade de ser inconsistente e não-trivializável, atue diretamente sobre o problema.

A opção por um cálculo, além de paraconsistente, também deôntico, no tratamento de questões jurídicas, nos parece óbvio. A abordagem inova pelo fato de que o sistema DL também é paracompleto, possibilitando lidar, em nossa opinião, com situações de conflitos jurídicos de forma mais ampla, uma vez que além do princípio de não contradição, o do terceiro excluído também é restringido nesse cálculo.

Apresentaremos um cálculo DL-D como sendo uma extensão de DL com operadores deônticos. Os símbolos são os mesmos de DL com acréscimo de O para obrigatoriedade. Na definição de fórmula acrescentamos que se α é uma fórmula, então $O\alpha$ também é fórmula; a interpretação intuitiva seria de que é obrigatório que α, sendo α uma fórmula da linguagem. O operador de permissão é introduzido por intermédio da seguinte definição:

$P\alpha =_{def} \sim O \sim \alpha$, sendo "~" o símbolo já definido para negação forte.

O operador de Proibição pode ser introduzido a partir do de Obrigação:

$Pr =_{de} O \sim \alpha$

Os axiomas e regras para o cálculo proposicional DL-D são os de DL acrescentados dos seguintes:

A 25 – $\alpha^{\circ} \rightarrow (O\alpha)^{\circ}$

A 26 – $O\alpha \rightarrow P\alpha$

A 27 – $O(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (O\alpha \rightarrow O\beta)$

A 28 – $P\alpha \rightarrow OP\alpha$

A 29 – $\alpha / O\alpha$ (regra de Gödel)

A 30 – $O \rightarrow OO\alpha$

As noções de demonstração, teorema, dedução a partir de Γ e de consequência serão as usuais [54]. O *bom comportamento* segue o disposto na descrição de DL.

Teorema 1- A negação forte ~ possui em DL-D todas as propriedades da negação clássica.

Teorema 2- Ao acrescentarmos o princípio de contradição $\neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$ e do terceiro excluído $(\alpha \vee \neg\alpha)$ obteríamos um cálculo proposicional clássico deôntico.

Teorema 3- (Teorema da Dedução) - Sejam $\alpha, \beta \in L_{DL\text{-}D}$, sendo $L_{DL\text{-}D}$ a linguagem de DL-D; Então, $\Gamma \cup \{\alpha\} \vdash_{DL\text{-}D} \beta \Leftrightarrow \Gamma \vdash_{DL\text{-}D} \alpha \rightarrow \beta$

Teorema 4 – São teoremas em DL-D:

4.1 $(O\alpha \vee O\beta) \rightarrow O(\alpha \vee \beta)$

4.2 $(O\alpha \leftrightarrow \sim P\sim\alpha)$

4.3 $P(\alpha \vee \beta) \leftrightarrow (P\alpha \vee P\beta)$

4.4 $(O\alpha \vee O\beta) \rightarrow O(\alpha \vee \beta)$

4.5 $O(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (P\alpha \rightarrow P\beta)$

4.6 $P\alpha \wedge O\beta \rightarrow P(\alpha \wedge \beta)$

4.7 $O(\alpha\vee\beta) \vee (O\alpha \vee P\beta)$

4.8 $P\alpha \rightarrow PP\alpha$

4.9 $O{\sim}\alpha \leftrightarrow {\sim}P\alpha$

4.10 $OO\alpha \vee O\alpha$

4.11 $PO\alpha \leftrightarrow OO\alpha$

4.12 $OO\alpha \leftrightarrow OOO\alpha$

4.13 $PP\alpha \leftrightarrow PPP\alpha$

4.14 $O{\sim}\alpha \rightarrow {\sim}O\alpha$

4.15 $PP\alpha \leftrightarrow OP\alpha$

4.16 $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\neg\alpha \vee \beta)$

4.17 $O\alpha \wedge O{\sim}\alpha \rightarrow O\beta$

4.18 $O\neg\alpha \wedge \alpha^{o} \rightarrow \neg O\alpha$

Teorema 5 – Os seguintes esquemas não são válidos em DL-D:

$O\neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$

$(O\neg\alpha \wedge O\neg\neg\alpha) \rightarrow O\beta$

$O{\sim}\alpha \rightarrow \neg O\alpha$

$\neg(O\neg\alpha \wedge \neg O\neg\alpha)$

$(O\neg\alpha \leftrightarrow \neg P\alpha)$

$O(\alpha \wedge \neg\alpha) \rightarrow \beta$

$(\alpha \wedge {\sim}\alpha) \rightarrow \beta$

Teorema 6 – Seja $O\Gamma = O\beta : \beta \in \Gamma$; em DL-D, tem-se: $\Gamma \vdash_{DL\text{-}D} \alpha \Rightarrow O\Gamma \vdash_{DL\text{-}D} O\alpha$.

Teorema 7 – Sejam $\alpha, \beta \in \Psi$ onde Ψ é conjunto de todas as fórmulas de DL-D. As seguintes regras derivadas são válidas:

7.1 $\Gamma, \alpha \vdash \beta$ e $\Gamma, \alpha \vdash \sim\beta \Rightarrow \Gamma \vdash \sim\alpha$ (redução ao absurdo)

7.2 $\Gamma, \alpha \vdash \gamma$ e $\Gamma, \beta \vdash \gamma \Rightarrow \Gamma, \alpha \vee \beta \vdash \gamma$

7.3 $\Gamma, \alpha, \beta \vdash \alpha \wedge \beta$

7.4 $\Gamma, \alpha \wedge \beta \vdash \alpha$

7.5 $\Gamma, \alpha \wedge \beta \vdash \beta$

7.6 $\Gamma, \alpha \vdash \alpha \vee \beta$

7.7 $\Gamma, \beta \vdash \alpha \vee \beta$

7.8 $\Gamma, \alpha, \sim\alpha \vdash \beta$

7.9 $\Gamma, \neg\neg\alpha \vdash \alpha$

Teorema 8– Sejam $\alpha, \beta \in \Psi$. Em DL-D tem-se:

$\Gamma \vdash_{DL\text{-}D} \alpha$ e $\Gamma \vdash_{DL\text{-}D} \alpha \rightarrow \beta \Rightarrow \Gamma \vdash_{DL\text{-}D} \beta$.

Consistência de DL-D. Os conceitos já definidos de conjunto inconsistente, consistente, trivial, não trivial são mantidos.

Teorema 9- Em DL-D, Γ é Trivial $\Rightarrow \Gamma$ é inconsistente

Teorema 10- Se $\Gamma \vdash \alpha$ em DL-D, e nas fórmulas $\Gamma \cup \{\alpha\}$ suprimimos o operador de obrigatoriedade, a dedução resultante é uma dedução de DL.

Demonstração: Semelhante ao teorema 26.

Teorema 11. – O cálculo DL-D é consistente.

Teorema 12 – DL-D é extensão conservativa de DL, ou seja, fórmulas não-válidas em DL não são válidas em DL-D.

Definição de O-deonticamente trivializável: Uma fórmula $\alpha \in L_{DL\text{-}D}$ trivializa deonticamente o cálculo DL-D se para toda fórmula $\beta \in L_{DL\text{-}D}$, $\vdash \alpha \rightarrow O\beta$ em DL-D.

Teorema 13 – O cálculo DL-D não é O-deonticamente trivializável pela fórmula $O\alpha \wedge O\alpha$, onde $\alpha \in L_{DL\text{-}D}$.

Demonstração: Consequência do teorema 10.

Existem diversos paradoxos envolvendo os operadores de obrigação permissão e proibição. Esses paradoxos tornarem-se base para criticas ao uso de lógicas deônticas. Os mais mencionados são paradoxo de Ross [69], o paradoxo do compromisso, o do Bom Samaritano, o da obrigação contrário ao dever, o do homicida menor de idade de Alchourrón.

O paradoxo de Ross é baseado no exemplo $Op \rightarrow O\ (p \vee q)$, que poderia ser interpretado como "Se você deve enviar uma carta, então você deveria ou enviá-la ou queimá-la.").

O paradoxo de compromisso é baseado no exemplo $O\neg p \rightarrow O(p \rightarrow q)$, que é interpretada como: “se você fizer o que é proibido, então você é obrigado a fazer qualquer coisa”. ("Se é proibido para você roubar esse carro, então se você roubá-lo, então deveria atropelar um pedestre.")

No cálculo DL-D, a fórmula $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$ não é teorema, portanto, o paradoxo do compromisso obteria uma possível solução em DL-D já no nível sintático.

Os paradoxos citados são apenas alguns exemplos famosos. Entendemos que existiriam soluções para alguns desses paradoxos através de sistemas paraconsistentes, como o do compromisso, através da aplicação de DL-D. Outro paradoxo conhecido foi fornecido por Chisholm [21] e citado por diversos autores [46]. Extraímos o seguinte exemplo de Testa [73]

(1a) É obrigatório que João não engravide Maria.

(2a) Não engravidar Maria obriga a João a não se casar com ela.

(3a) Engravidar Maria obriga João a se casar com ela.

(4a) João engravidou Maria

.

Podemos formalizar como fórmulas de nosso cálculo DL-D da seguinte maneira:

(1a’) $O{\sim}\alpha$

(2a') $O(\sim\alpha \rightarrow \sim\beta)$

(3a') $\alpha \rightarrow O\beta$

(4a') α

A contradição é obtida se continuarmos a demonstração:

(5a') $O\sim\beta$ pelo axioma 26 e Modus Ponens

(6a') $O\beta$ por 3,4 e Modus Ponens.

A solução para esse paradoxo é possível com a utilização de cálculos paraconsistentes, pois a existência de uma contradição não trivializa o cálculo. Mas o que significa em termos deônticos a não trivialização?

Utilizando o exemplo acima, podemos tentar abordar a questão, o fato de João ser obrigado a se casar e obrigado a não se casar possibilita que se analise a questão sem contaminar todo o sistema, ou seja, ao lidar com a contradição podemos obter um resultado que não viole o sistema subjacente.

Importante salientar que a tradução da linguagem natural para um cálculo lógico possui problemas conhecidos, pois nem sempre capta as sutilezas e significados, o que propicia erros na tradução, em especial devido ao fato de que os conectivos lógicos não correspondem precisamente a 'não, a 'e', a 'ou', a 'implica' e a 'se e somente se' da linguagem natural. A sua interpretação é dada pela axiomática do cálculo ou por uma semântica conveniente.

No exemplo acima, o resultado da demonstração, traduzindo-se as fórmulas para a linguagem natural segundo a interpretação sugerida, seria o de que João se casaria e não se casaria com Maria. No cálculo DL-D, poderíamos lidar com tal questão, mas para tanto é importante notar que foi utilizada a negação forte na tradução.

Pode-se, no caso do paradoxo, obter-se uma segunda opção, pois em DL-D, não vale o princípio do terceiro excluído, sendo que no paradoxo a terceira opção poderia ser a de João ter de viver em união estável, ao invés do casamento; tal solução encontra amparo no teorema de DL-D, $O\beta \wedge O{\sim}\beta \rightarrow O\gamma$, sendo γ a proposição "obrigatório que João viva em união estável", considerando-se um sistema legal subjacente que preveja a figura da união estável.

Poderíamos ainda abordar o paradoxo ao modificarmos a negação forte, obtendo uma interpretação diferenciada do conectivo para negação, pois a semântica de DL-D é diferente da proposta no caso clássico.

A negação em DL-D é revestida de um caráter especial, sendo que a sua interpretação, como conectivo, é determinada pelos axiomas e pela semântica. Em DL-D a fórmula poderia ser traduzida como não obrigatório que João se case não é verdadeiro; utilizando-se a negação $\neg$ fraca de DL, o que é diferente de $\sim\beta$, que afirma que João se case é falso, portanto, num aporte intuicionista, ou seja, a negação que alega ser a falsidade de α é mais forte do que a alegação de que α é não é verdadeira.

Outro exemplo de dilema deôntico é o paradoxo apresentado por Alchourrón em [4]. O interessante neste dilema é que os tipos de normas causadoras da inconsistência são, notadamente, jurídicas; isto é, pertencem a um sistema normativo jurídico fictício, qual seja:

(1c) Os juízes devem punir os homicidas.

(2c) Os juízes não devem punir os menores de idade.

(3c) Pedro é um homicida menor de idade.

Formalizado da seguinte maneira:

(1c') $h \rightarrow Op$

(2c') $m \rightarrow O{\sim}p$

(3c') $h \wedge m$

(4c) $h \wedge m \rightarrow Op$

(5c) $h \wedge m \rightarrow O{\sim}p$

A contradição se estabeleceria diante da condição de menor e homicida, estando diante da necessidade de punir e não punir. Obviamente que o fato de ser menor, em diversos sistemas legais torna o agente inimputável, o que afastaria a obrigatoriedade de punir tornando a fórmula $h \wedge m \rightarrow Op$ falsa, pois se trata de uma exceção à norma.

O juiz ao analisar tal situação primeiramente estabelece as condições para a pena, sendo que a inimputabilidade é um requisito maior. Mas supondo que tal interpretação não exista no sistema subjacente, então a contradição mencionada poderia se apresentar.

Numa análise puramente formal, poderíamos novamente inserir a questão no cálculo DL-D. Se as fórmulas forem bem comportadas, pelo teorema de DL, $\alpha^{\circ} \rightarrow (\sim\alpha \leftrightarrow \neg\alpha)$, substituiríamos a negação clássica pela $\neg$ de DL e obteríamos uma formulação em DL que não trivializasse o cálculo.

As reconstruções dos paradoxos em DL-D pode ser criticada por não equivaler ao paradoxo na lógica clássica, uma vez que há teoremas no cálculo clássico que não são em DL-D, como o terceiro excluído, além do fato de o símbolo de Permissão ter sido definido através da negação forte, mas na construção do argumento em DL-D, cada ocorrência da negação clássica pode ser substituída pela $\neg$ em DL-D.

Não há grandes dificuldades em se edificar um sistema DL^{Q}-D, isto é, introduzir operadores deônticos em DL-D (ver por exemplo HUGHES, G.E., CRESSWELL [47] e [48])

Pensamos que o próximo passo em nossa análise dos fundamentos lógicos do direito devem ser o de verificarmos se DL-D pode, de fato, ser empregado como lógica subjacente às teorias jurídicas e morais. Mas essa é uma tarefa para o futuro.

Ainda que não seja nosso objetivo discutir "o caráter dimensional do direito" é possível afirmar que o direito, como um sistema normativo, ao ser formalizado através de um cálculo lógico, deve possuir uma gama considerável de relações, sejam morais, sociais, políticas, etc., para que espelhe a natureza dos aspectos comuns aos "agentes do direito". Esse aspecto certamente dificulta a empreitada, mas não a impossibilita, pois se devem manter na

formalização através de um cálculo lógico as noções intuitivas do sistema de normas e das ações oriundas da aplicação das normas.

A apresentação ao final de um cálculo que introduz operadores para captar certas interpretações nos parece significativa. Sustentamos que qualquer elaboração de um sistema que procure formalizar um sistema normativo, deve valer-se das noções hermenêuticas adicionáveis a um cálculo através de predicados ou talvez como operadores modais.

Isto poderia ser obtido através de um enfoque modal ao contrário do sustentado por Quesada que recorre à distinção dos componentes das fórmulas, assumindo essa distinção nos operadores modais, ou seja, as sentenças ou proposições modalizadas referir-se-iam a elas mesmas através das interpretações selecionadas, essa posição seria análoga à clássica que originada na crença filosófica antiga da existência de fatos legais ou morais correspondendo a suas respectivas sentenças normativas tanto na interpretação prescritiva como na descritiva. Pode-se afirmar que conforme a tradição clássica as modalidades aléticas, ou deônticas, refletiriam crenças em relação às sentenças que elas modificam. Podem-se pensar as modalidades deônticas como traços gramaticais expressando modalidades de decisão, ou seja, atitudes volitivas atribuídas aos componentes de uma sentença. Essa é obviamente a interpretação proposta por Kelsen [53]. Em um trabalho de Puga e Da Costa [28] foi sugerido uma interpretação não puramente formal dos operadores deônticos, válida para uma lógica normativa clássica, mas de caráter relativamente formal, frisam os autores, onde os operadores em questão, e não somente as sentenças descritivas modalizadas, possuem um traço ético ou componente moral ou legal. Isso seria obtido através da inserção de operadores que refletissem uma obrigação moral e uma permissão moral.

Esse novo cálculo possibilitaria o tratamento de dilemas morais. O dilema moral na ocorrência de uma situação na qual alguém seria ao mesmo obrigado e desobrigado de realizar uma determinada ação. Claramente um caso de contradição entre ações. Um exemplo concreto de dilema moral está relacionado com um caso de aborto. Uma mulher grávida está com problemas no parto e seu esposo é obrigado a escolher entre salvar a mãe ou abortar o filho. Como inevitavelmente um dos dois morrerá o homem é obrigado a decidir a quem caberá esse final. Está configurado o dilema moral [32]

O tratamento desse tipo de dilema moral pode estar relacionado à lógica que talvez não seja a clássica, pois novamente defrontaríamo-nos com o problema da trivialização causando o desmoronamento de nosso sistema ético. Como se trata um caso em tese real, a utilização de sistemas clássicos de lógica deôntica necessitaria de um enfraquecimento das leis que governam os operadores. Há a possibilidade, portanto do tratamento de situações contraditórias reais com o uso de um sistema paraconsistente deônticos no tratamento de dilemas morais. O cálculo DL-D, por ser paracompleto, poderia ainda ser aplicado na solução de conflitos de natureza ética.

O cálculo DL-D pode ainda ser estendido com acréscimo de quantificadores tornando-se DL-D^Q e com a introdução de axiomas de igualdade o que será objeto de trabalhos futuros.

7. TEORIA DO SILOGISMO

Como Miró Quesada nota, há dois tipos de "deduções normativas": as silogisticas e as transilogisticas. Aqui nos referiremos às primeiras.

A teoria do silogismo foi criada por Aristóteles nos Primeiros Analíticos. Nessa teoria podem-se estabelecer quatro tipos de proposições categóricas:

Há quatro tipos de proposições na teoria do silogismo

A – Universal Afirmativa: (todo *a* é *b)*

I – Particular Afirmativa: algum *a* é *b*.

E- Universal Negativa: nenhum *a* é *b*

O- Particular Negativa: algum *a* não é *b*.

Um silogismo contém três proposições, cada proposição tem dois termos; o sujeito e o predicado. Os termos são o termo maior, menor e médio. As duas primeiras proposições que formam o antecedente chamam-se premissa maior (contém o termo maior), premissa menor (contém o termo menor) e a terceira proposição é a conclusão[2].

Supomos conhecida a teoria clássica do silogismo.

Nas proposições acima *a* e *b* são termos conectados por um verbo sendo *a* o sujeito e *b* o predicado. Lukasiewicz propôs o seguinte simbolismo: *Aab, Iab, Eab* e *Oab* [58]. Devemos considerar que esses termos não são vazios de tal forma que a classe por eles determinadas possuem elementos. Essas classes também devem possuir mais de um elemento respeitando assim o fato de que nenhum termo é um nome próprio. No cálculo de predicados de primeira ordem essas proposições seriam escritas habitualmente da seguinte forma:

$\forall x\ (a(x) \rightarrow b(x))$ para *Aab*;

$\exists x\ (a(x) \wedge b(x))$ para *Iab*;

$\forall x\ (a(x) \rightarrow \sim b(x))$ para *Eab*[3];

$\exists x\ (a(x) \wedge \sim b(x))$ para *Oab*.

[2] O silogismo possui oito regras, como por exemplo, *Terminus esto triplex major medius que minorque,* ou seja, o silogismo terá três termos: o maior, o médio e o menor. Outra de suas características é que pode ser categórico ou hipotético. No primeiro a premissa maior é uma proposição simples ou categórica; no segundo, a premissa maior é uma proposição composta ou hipotética, e a premissa menor afirma ou nega uma das partes da premissa maior. Os silogismos hipotéticos podem ser condicionais, disjuntivos e conjuntivos.

Através dessa formulação é possível uma análise da lógica tradicional, estabelecendo-se a validade de suas inferências. As proposições categóricas envolvem problemas como o da Oposição através do conhecido quadrado onde A e O, e E e I são denominadas contraditórias; A e E contrárias, A e I, E e O, I e O subcontrárias. Essa formulação permite, *v.g.*, mostrar que de duas proposições contraditórias não são ambas verdadeiras, nem falsas, sendo uma a negação da outra, no sentido clássico.

Na sentença, ao mudar-se numa proposição categórica a posição dos termos ou sua quantidade (Universal ou Particular) ou a qualidade (afirmativa ou negativa), ou ainda, a natureza dos termos (positivos para negativos) obtém-se a chamada conversão. Esta pode ser simples, acidental e obversão[4]. Através de novas combinações podem surgir outras conversões.

As inferências imediatas estão correlacionadas com a teoria do silogismo; é imediata porque a passagem de uma proposição para uma outra se faz sem termo intermediário e, por isso, as proposições iniciais e a final são compostas pelos mesmos termos Nessas inferências existe apenas uma premissa que é verificada pela oposição e conversão (de *Aab,* por exemplo conclui-se *Iba*).

---

[3]A negação apresentada no silogismo é a clássica, podendo ser formulado com uma negação paraconsistente com as devidas adaptações.

[4] No cálculo de predicados a obversão pode assumir a forma $\forall x\ (\neg p(x) \leftrightarrow p'(x))$ para todo predicado p(x) associado a um predicado P(x). A obversão altera a qualidade de uma proposição (se é afirmativa passa a negativa; se é negativa passa a afirmativa) e simultaneamente substitui o predicado da mesma proposição pelo seu termo contraditório

O que nos interessa no silogismo são dois aspectos. O primeiro é o de que muitos dos raciocínios jurídicos podem ser expressos através de silogismos. O outro é de que o silogismo pode ser desenvolvido dentro do cálculo clássico de predicados. Como este cálculo está contido em DL^Q, em DL^Q pode-se elaborar o silogismo categórico. Cuidado devido deve ser tomado em relação à negação, se tomarmos a negação forte na interpretação do raciocínio silogístico a teoria clássica será obtida. A questão interessante é a da manutenção da negação $\neg$ de DL; nesse caso como o silogismo se comportaria? Mas em nossa opinião poderiam ser feitas alterações nas teorias da oposição e do silogismo de modo que se obtenha uma teoria coerente e que contém a teoria clássica.

Para o cálculo DL^Q os modos da primeira e terceira figuras do silogismo não são válidos; nenhum da segunda é válido; e da quarta, apenas Bramantip e Dimaris são.

Nada impede que a teoria do silogismo seja axiomatizada de forma a possibilitar um tratamento rigoroso. Uma axiomatização foi realizada por Lukasiewicz. A seguir faremos uma exposição sucinta dessa teoria, baseando-nos na formulação axiomática de Mates [60], mas que pode ser adaptada para em DL^Q.

Considerando a teoria do silogismo como Si. O vocabulário não lógico de Si seria formado pelos quatro predicados binários já expostos - A, E, I e O - e as afirmações de Si são, dentre as suas sentenças, aquelas que forem conseqüências dos seguintes sete axiomas:

I- $\forall x \forall y \forall z((Ayz \wedge Axy) \rightarrow Axz)$ Barbara

2. $\forall x \forall y \forall z((Eyz \wedge Axy) \rightarrow Exz)$ Celarent

3-$\forall x \forall y(Ixy \rightarrow lyx)$	Conversão de 'I'
4. $\forall x \forall y(Exy \rightarrow Eyx)$	Conversão de 'E'
5. $\forall x \forall y(Axy \rightarrow lyx)$	Conversão de 'A'
6. $\forall x \forall y(Exy \leftrightarrow \neg lxy)$	Definição de 'E'
7. $\forall x \forall y(Oxy \leftrightarrow \neg Axy)$	Definição de 'O'

Essa teoria é versão formalizada da teoria do silogismo de Aristóteles. Sua consistência decorre do fato de que para os axiomas 1-7 existe uma valoração que, relativamente a esta atribuição, torna todas as fórmulas verdadeiras.

Uma possível interpretação para os axiomas seria a seguinte, sendo que α, β, γ fórmulas da linguagem:

1'. Para todo α, β, γ se todo β é γ, e todo α é β, então todo α é γ

2'. Para todo α, β, γ, se nenhumβ é γ e todo α é β, então nenhum α é γ.

3'. Para todo α, β: se algum α é β, então algum β é α.

4'. Para todo α, β: se nenhum α é β, então nenhum β é α.

5- Para todo α, β: se todo α é β, então algum β é α.

6'. Para todo α, β: nenhum α é β se e somente se não sucede que algum α seja β.

7'. Para todo α, β: algum α não é β se e somente se nem todo α é β.

Cada uma das expressões acima traduz um “princípio lógico” possível de ser, com certas restrições, atribuído a Aristóteles [60]. Os enunciados 1' e 2' são os modos silogísticos chamados Barbara e Celarent; 3', 4' e 5' são as leis da conversão; 6' e 7' são parte

do que constitui o quadrado de oposição de Aristóteles. Todos são utilizados por Aristóteles para dedução dos demais modos silogísticos válidos a partir de Barbara e Celarent.

Apesar da axiomática ser possível e de resultados anteriores demonstrarem que sentenças complexas podem ser reduzidas à forma de silogismos categóricos, entendemos que essa axiomática para deduções no escopo da lógica jurídica é limitada.

Na esfera jurídica, um argumento na forma de um silogismo aparece em leis, sentenças judiciais, petições, recursos, podem ser realizados na forma de silogismos, por exemplo, o artigo 282 do Código de Processo Civil prescreve que na petição inicial devem ser descritos os fatos os fundamentos jurídicos e do pedido. A maioria dos recursos segue a mesma forma devendo ser narrados os fatos depois os fundamentos jurídicos e ao final o pedido (conclusão). O mesmo se aplica às decisões judiciais.

O uso do silogismo em direito como método dedutivo possui origem nos teóricos iluministas do século XVIII, que pensavam a norma como um texto perfeito devendo-se obter decisões únicas. Dessa forma, o magistrado teria a lei geral como a premissa maior, a ação conforme, ou não, à lei como a premissa menor, e a conclusão (como a liberdade ou a pena).

É claro que em teorias com alguma complexidade o silogismo não é suficiente para se obter os resultados pretendidos. Com esse enfoque queremos deixar incontroverso que formalizações que procuram dar tratamento a questões na área jurídica seriam enriquecidas se abordadas com o uso de cálculos com operadores deônticos. Esse posicionamento é esboçado

por Norberto Bobbio [12]. [13], [14], que apresentou um quadro de deôntico de operadores obrigatório, permitido e vedado.

A notação segue os operadores O(α) para obrigação, utiliza-se P(α) para permitido; e V(α) para vedado conforme as seguintes definições:

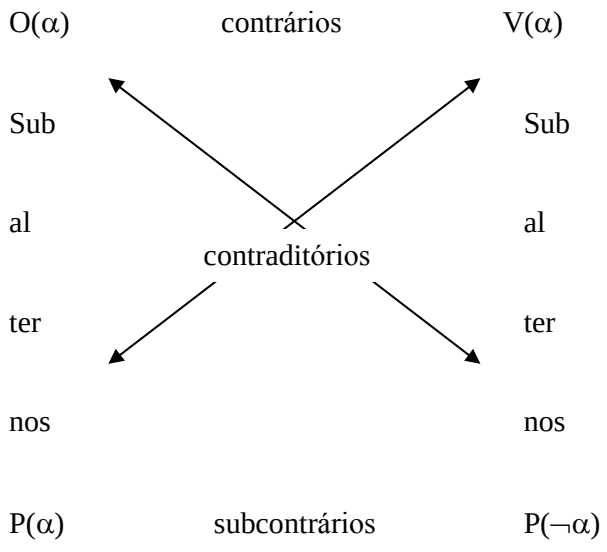
$$O(\alpha) = V(\sim\alpha) = \sim P(\sim\alpha)$$

$$V(\alpha) = O(\sim\alpha) = \sim P(\alpha)$$

$$P(\alpha) = \sim O(\sim\alpha) = \sim V(\alpha)$$

$$P(\neg\alpha) = \sim O(\alpha) = \sim V(\sim\alpha)$$

A partir dessas definições Bobbio constrói um quadro semelhante com o utilizado no caso das proposições categóricas com os quantificadores da lógica clássica:



Uma contradição ocorreria nas duas diagonais e na horizontal superior, apresentando como solução o uso de três critérios, denominados: hierárquico, de especialidade e cronológico, com prevalência dos dois primeiros sobre o terceiro.

No sentido jurídico, uma contradição seria, para Tércio Sampaio Ferraz Jr., "a oposição que decorre entre duas normas contraditórias – total ou parcialmente, emanadas de autoridades competentes num mesmo âmbito normativo, que colocam o sujeito numa posição insustentável pela ausência ou inconsistência de critérios aptos a permitir-lhe uma saída nos quadros de um ordenamento dado"

Para Maria Helena Diniz [52] uma contradição seria " o conflito entre duas normas, dois princípios, ou de uma norma e um princípio geral de direito em sua aplicação prática a um caso particular. É a presença de duas normas conflitantes, sem que possa saber qual delas deverá ser aplicada ao caso singular.[...]".

Os critérios para a solução de antinomias, citados por Bobbio, referem-se à qual norma deve prevalecer; no caso da hierarquia, uma norma superior prevalece sobre a inferior, por exemplo, a Constituição Federal quando em confronto com uma Lei Estadual.

No critério cronológico, a vigência da lei define qual lei prevalecerá, em geral a mais recente sobre a antiga. A especialidade estabelece que a norma especial prevalece sobre a geral.

O caso interessante é o conflito entre os critérios, por exemplo, hierárquico e a especialidade. Uma solução apresentada por Maria Helena Diniz, esclarecendo a posição de Bobbio, trata do tema:

> **" No conflito entre o critério hierárquico e o de especialidade, havendo uma norma superior-geral e outra inferior especial, não será possível estabelecer uma meta-regra geral, preferindo o critério hierárquico ao da especialidade ou vice versa, sem contrariar a adaptabilidade do direito. Poder-se-á, então, preferir qualquer um dos critérios, não existindo, portanto, qualquer prevalência. Todavia,**

> **segundo Bobbio, dever-se-á optar, teoricamente, pelo hierárquico; uma lei constitucional geral deverá prevalecer sobre uma lei ordinária especial, pois se admitisse o princípio de que uma lei ordinária especial pudesse derrogar normas constitucionais, os princípios fundamentais do ordenamento jurídico estariam destinados a esvaziar-se, rapidamente, de seu conteúdo. Mas, na prática, a exigência de se adotarem as normas gerais de uma Constituição a situações novas levaria, às vezes, à aplicação de uma lei especial, ainda que ordinária, sobre a Constituição. A supremacia do critério da especialidade sé se justificaria, nessa hipótese, a partir do mais alto principio da justiça: suum cuique tribuere, baseado na interpretação de que 'o que é igual deve ser tratado como igual e o que é diferente, de maneira diferente'. Esse principio servirá numa certa medida para solucionar antinomia, tratando igualmente o que é igual e desigualmente o desigual, fazendo as diferenciações exigidas fática e valorativamente".**

Se houver conflito entre o critério hierárquico e cronológico, o primeiro deve prevalecer em detrimento do segundo. Havendo o conflito entre o critério da especialidade e cronológico, sendo a norma anterior especial conflitante e a norma geral, prevaleceria a especialidade.

Essas soluções podem ser de difícil aplicação numa situação concreta, sendo que Bobbio sugere que na falta de um critério que possa superar a contradição seria utilizado o princípio supremo da justiça que atesta que entre duas normas incompatíveis dever-se-á escolher a mais justa.

Nossa tese é a de que essas questões podem ser enquadradas em DL^Q ; em certos casos supor-se-ia que as proposições são bem comportadas e, em outros, deixar-se-ia de lado tal suposição; os paradoxos deônticos se originariam da suposição do bom comportamento de certas proposições, etc.

8. CONCLUSÃO

O desenvolvimento da lógica matemática proporciona uma variedade substancial de sistemas formais aptos a tratar eventualmente de diversas concepções nas mais diversas áreas do conhecimento. As "formalizações" apresentadas, diante da evolução da lógica matemática, são uma pequena amostra desse amplo domínio do saber.

A axiomatização de uma teoria procura estabelecer diretrizes para uma melhor compreensão dos aspectos intuitivos que se deseja explorar. Trata-se de uma ferramenta que se coloca à disposição das diversas ciências com atuação tanto no constructo teórico como no tecnológico.

A exposição que fizemos procura descrever a possibilidade de utilização das ferramentas formais propiciadas através da lógica formal. A opção pela exposição de um

cálculo lógico criado com a finalidade de conceber um rigor a traços da noção dialética foi intencional. A dialética na concepção de McGill e Parry que procurava destacar aspectos importantes das idéias de Hegel e Marx é notadamente um processo revestido de "caráter dinâmico". Nesse sentido, a partir da motivação original sobre a definição da unidade dos contrários, optamos por apresentá-la como ferramenta passível de aplicação em direito que se reveste também de um caráter dinâmico, *v.g.*, as normas não são entidades estáticas, sofrem mudanças constantes dependendo do contexto em que se encontram.

Essa característica pode ser atribuída também a um processo judicial que é certamente impulsionado mediante transformações constantes. É nesse sentido que buscamos uma motivação para a possível aplicação de uma formalização da dialética para seu uso em direito. Tomamos como opção não intentar qualquer debate filosófico sobre a dialética, que foi a "base teórica" para a construção de DL, que como objeto formal, em certo sentido, não depende de qualquer conceito dialético.

Essa posição foi assumida com o claro objetivo de se apoderar de um sistema lógico que pode ser a base para uma axiomática sobre uma teoria e que pretendia entender como a dinâmica na dialética se apresentava e determinar, por escolha metodológica, o direcionamento para o tratamento de problemas em direito devido ainda a seu caráter concreto.

O poder da ferramenta (a lógica paraconsistente DL^Q) é mostrado através da possibilidade do tratamento em certo sentido de "contradições aplicadas ao direito" sem que sua aparição trivialize a teoria, inutilizando-a a teoria. Entendemos que esse objetivo foi

alcançado e exposto de forma rigorosa. A aproximação da utilização no direito se dá de forma patente ao acrescentarmos os operadores deônticos à DL. Como nossa finalidade é expositiva oferecemos a indicação de outras extensões aumentando o rigor e capacitando nosso sistema formal ao tratamento de problemas interessantes, apresentamos assim, a possibilidade de formalização de DL-$D^{Q=}$, ou seja, um cálculo DL deôntico de primeira ordem com igualdade ou indubitavelmente enriqueceria nossa formalização, mas tornaria a exposição demasiadamente ampla.

A teoria do silogismo, mencionada no capítulo 3, é considerada por muitos "agentes do direito", a formalização mais aproximada do cotidiano da ciência jurídica. O nosso objetivo é mostrar que apesar de ser uma ferramenta que descreve aspectos do que se entende como raciocínio jurídico não é a formalização mais adequada para o tratamento de questões complexas na seara jurídica, tanto do ponto de vista formal como metodológico. Muitas das inferências realizadas em direito podem ser reduzidas ao silogismo, mas um alcance maior pode ser obtido através de cálculos lógicos que possam, como no caso de DL-D, lidar com contradições

A aceitação do silogismo como representante dos argumento jurídicos pode ser em primeira análise, decorrente do desconhecimento de cálculos lógicos como DL-D e não pelo fato de que o silogismo capta a forma racional presente nos argumentos jurídicos. Com a evolução e divulgação de cálculos lógicos e o conhecimento do poder do formalismo para o esclarecimento de raciocínios jurídicos, tanto o controle das atividades dos agentes do direito, como juízes, promotores, legisladores, se faz de forma mais rigorosa como o próprio entendimento da aplicação das normas se torna aclarada.

O silogismo é certamente uma forma de apresentação das razões do direito do que uma decisão. No caso de uma sentença judicial o Juiz é obrigado a fundamentar sua decisão, no entanto, diante de casos complexos em que as premissas devem ser justificadas, o uso apenas do silogismo não cumpre o dever da motivação das decisões judiciais. Nestes casos, o silogismo serve apenas como "estrutura da decisão", mas sem apresentar a motivação e o encadeamento que acarretou naquela decisão.

O silogismo pode solucionar de contradições se utilizado uma lógica paraconsistente, nada impede que essa tarefa seja aceita como operacional. Importante frisar que podemos tanto obter o silogismo em DL^Q como também criar um silogismo paraconsistente a partir de uma axiomatização tendo como ponto de partida DL^Q. A teoria do silogismo foi uma versão axiomatizada por Lukasiewicz partindo do cálculo proposicional clássico, nada impede que a construção do cálculo tenha como base outra lógica, poder-se-ia desenvolver um silogismo intuicionista usando a axiomatização de Brower-Heytin, ou a partir de uma lógica relevante, e a partir de lógicas heterodoxas. A axiomatização do silogismo fundada em DL seria interessante na abordagem de problemas jurídicos por motivos semelhantes aos que defendemos para a utilização de lógicas paraconsistentes em direito.

A despeito do desenvolvimento da lógica, alguns filósofos do direito optaram por um desenvolvimento informal ou semiformalizado dos problemas jurídicos através da teoria da argumentação. Autores como Perelman [65], Alexy[7], Toulmin[74] e Atienza[11] afastaram-se da abordagem formalizada do direito entendendo que os aspectos dessa doutrina não podem ser reduzidos à lógica. A argumentação possuiria um alcance maior do que a

lógica, Chaim Perelman [65], por exemplo, defendia que os raciocínios jurídicos não poderiam ser reduzidos à lógica formal denominando como lógica jurídica a teoria da "argumentação". Diferente do que ocorre num silogismo onde a passagem das premissas à conclusão, na argumentação a passagem de um argumento a uma decisão, no caso de uma sentença jurídica, não é necessária. Remete a questão para as diferenças entre dedução e argumentação, sendo que na segunda, ao contrário do que ocorre nas ciências não é fácil obter um acordo entre as partes sendo necessária a imposição através de uma autoridade [65], por exemplo, no embate num processo judicial, a decisão é imposta pelo juiz.

Não nos interessa uma exposição sobre as diversas teorias da argumentação e tampouco a crítica filosófica sobre essa teoria. É indiscutível a contribuição desses autores à filosofia do direito e não achamos que as teorias da argumentação são incompatíveis com a lógica formal. Na verdade, sustentamos que a teoria da argumentação pode ser formalizada de forma rigorosa. Nesse sentido encontramos semiformalização nos trabalhos de MacCormick a partir do cálculo proposicional clássico [11]. A teoria seria enriquecida se formalizada através de uma axiomática mais sofisticada podendo alcançar resultados interessantes.

Sustentamos, portanto, que a teoria da argumentação ao invés de se contrapor à formalização do direito como sistema de normas poderia ser rigorosa para que obtivesse um entendimento dos raciocínios jurídicos que procura esclarecer. O rigor lógico prescinde de conceitos intuitivos que são apresentados através de uma linguagem formal. O objetivo de uma axiomatização é entender como conceitos primitivos se relacionam através dos axiomas do cálculo e de uma teoria no tocante aos axiomas não lógicos. Essa formalização permite muitas vezes a obtenção de resultados até mesmo contra-intuitivos, dependendo da

interpretação que se dá, isso em nada invalida o rigor formal, apenas fornece um mecanismo para uma melhor compreensão dos conceitos que originara a formalização e de suas relações na teoria. Nas ciências como a física, a química e a matemática, o rigor formal é aceito como ferramenta de potencial indiscutível. Não podemos nos alijar desse mecanismo metodológico na abordagem de questões em ciências humanas, como o direito.

A teoria da argumentação pode ser formalizada como uma lógica discursiva e *a fortiori* como uma lógica paraconsistente, esse é um projeto interessante e que não pode ser rechaçado. A lógica matemática há tempos se desvinculou da assertiva de que procura formalizar o raciocínio. É notadamente uma ciência maior que contém, em certo sentido, a retórica e as formas de argumentação.

A apresentação dos estudos de Miró Quesada sobre a formalização de uma teoria da interpretação vem a corroborar com nossa posição quanto ao uso da lógica como instrumento para o tratamento de questões atinentes a um sistema normativo.

A problemática, no nosso entendimento, reduz-se a uma questão metodológica. O uso da lógica ou não é uma opção do pensador que se debruça sobre questões de direito. No caso de uma axiomática para a teoria da interpretação, procuramos descrever um sistema que pudesse manejar variações nos tipos de interpretação, que reduzidos a três facilitam a axiomatização.

Concluímos afirmando que objetivo proposto ao início dessa dissertação foi alcançado através da apresentação da lógica paraconsistente DL e sua extensão e como instrumento passível de aplicação na solução de paradoxos jurídicos.

Restam questões abertas, como por exemplo, a decidibilidade de DL-D, a apresentação axiomática do silogismo paraconsistente a partir de DL, a formação de DL^Q com axiomas para igualdade e DL^Q-D. Um sistema lógico, como o apresentado para a teoria da interpretação mostra-se por vezes de difícil apreensão em virtude da complexidade das fórmulas.

APÊNDICE I. TEORIA DA INTERPRETAÇÃO DAS NORMAS

A apresentação dos cálculos lógicos com operadores deônticos possibilita uma aplicação de DL-D em direito como método para se formalizar argumentos jurídicos. Conforme já mencionado, um dos objetivos desse trabalho é mostrar a possibilidade de aplicação de cálculos lógicos em direito, em especial para lidar com paradoxos jurídicos. Numa abordagem inicial apresentamos o cálculo DL que não foi concebido para uma aplicação específica em direito. A explanação sobre o silogismo, que é uma forma de inferência realizada pelos agentes do direito, mostrou que ferramentas mais sofisticadas estariam à disposição se usássemos uma lógica paraconsistente.

Apesar desse grau maior de sofisticação, entendemos que o tratamento de problemas jurídicos, como a validade de argumentos e resolução de paradoxos, através do uso

de um sistema axiomático deve incluir “questionamentos de ordem hermenêutica”. O operador de obrigação e seu conteúdo estão sujeitos a interpretações para a resolução de problemas cotidianos que os agentes do direito enfrentam, como por juízes, advogados, promotores, etc.

A aplicação da norma a casos concretos deve ser precedida de uma interpretação. São momentos distintos. A hermenêutica, no sentido de interpretação da norma, pode ser estabelecer o sentido e alcance da norma e precede o ato da aplicação desta em cada caso. É importante lembrar que a aplicação do Direito não é feita apenas pelos juízes ou tribunais. É certo que as decisões judiciais, e especialmente as sentenças, constituem momentos culminantes na vida do Direito, mas é preciso lembrar que, ao lado da esfera judicial, existe amplo campo de aplicações extrajudiciais no escopo do Direito, representadas pelas decisões administrativas, celebração de contratos e inúmeros outros atos que representam a concretização ou aplicação das normas jurídicas que afetam todos que se submetem ao comando normativo.

A Lógica Formal aplicada ao direito, também chamada lógica jurídica, é um instrumento importante ao estudo de alguns campos do Direito. Começando com sua elaboração e culminando com sua aplicação. A sua utilização propiciaria uma análise da aplicação das normas, como numa sentença judicial, onde as premissas e a conclusão poderiam ser analisadas de forma rigorosa atestando a validade do argumento, sendo assim um meio de controle da atividade jurisdicional.

Acreditamos que presente trabalho proporciona uma apresentação de ferramentas que podem ser utilizadas como auxílio para um melhor entendimento do direito, uma exposição com justificativas para tal posição encontra-se J. Maranhão [59]. Optamos por fornecer uma lógica que complemente a clássica, com uma linguagem de maior poder expressivo. Uma lógica deôntica paraconsistente e paracompleta (como é o caso de DL-D), possibilita lidarmos com contradições em direito sem que se trivialize o sistema jurídico subjacente. Ao derrogarmos no nosso cálculo os princípios de não contradição e do terceiro excluído, ampliamos o leque de opções; podemos afirmar que a restrição no uso de princípios lógicos enriquece o sistema, ao contrário do que possa primeiramente se pensar. Não procuramos abalar a base da ciência jurídica ao dizer que podemos tratar de contradições reais. O direito contém normas conflitantes e os juristas as reconhecem, ainda que para superá-las. Quanto às normas, pode-se oferecer como solução a possibilidade de revogação da norma. Nesse caso, estamos obviamente dependentes de um caráter temporal que nem sempre pode ser cumprido.

Não podemos garantir que, de duas normas contraditórias, uma será necessariamente revogada, pois demanda ações que extrapolam o campo do direito, dependendo de fatores políticos, econômicos, sociológicos, etc., envolvidos na criação e revogação da norma.

Um cálculo lógico de um sistema normativo, apresenta fórmulas na linguagem formal, que representam tanto a conduta do agente, os fatos, como a imperatividade da norma, esta última estabelecida através de operadores deônticos

Na área de estudo da hermenêutica em direito, pactuamos de muitas das posições de Francisco Miró Quesada, e principalmente de seu enfoque metodológico no estudo da interpretação jurídica. O cálculo DL-D não lida com as questões de hermenêutica jurídica, podendo ser estendido com os operadores apresentados por Miró Quesada, o que será realizado em trabalhos posteriores.

A abordagem de Quesada é voltada a uma aplicação da lógica utilizando-se de conceitos de hermenêutica jurídica. Nessa parte final dessa dissertação faremos uma breve exposição do trabalho desse autor, culminando com a formulação de um cálculo lógico acrescido de operadores para interpretação, o que entendemos ser uma base para a extensão de DL-D. Não pretendemos efetuar uma abordagem profunda sobre os diversos métodos de interpretação, mas apenas revelar a possibilidade de um enfoque rigoroso na utilização desses métodos, o que seria, em nossa opinião, uma importante contribuição para a tentativa de formalizar problemas relacionados ao direito.

O trabalho de Miró Quesada visa a sistematizar a teoria da interpretação jurídica, mostrando como são determinados os significados das normas e como os métodos interpretativos podem ser reduzidos. Essa redução é relevante para um tratamento formal, uma vez que, devido à existência de diversas formas de interpretação e de várias formulações de autores diferentes, uma metodologia eficiente deveria procurar restringir ao menor número possível de interpretações, favorecendo a compreensão do método.

A teoria da hermenêutica procura reconstruir as premissas normativas com a finalidade de criar condições para a subsunção do fato á norma.

A interpretação lógica, para Quesada, é realizada através de deduções normativas. Divide em três os tipos de deduções normativas:

Silogismo aristotélico

Silogismo concretivo

Dedução transilogística.

O primeiro assemelha-se ao que apresentamos no capítulo anterior, aplicado a proposições normativas sem o uso de operadores deônticos. O segundo seria um silogismo com proposições individuais; no silogismo aristotélico a dedução é realizada sobre proposições universais relacionadas com outras proposições universais ou particulares. A introdução desse silogismo concretivo deve-se à necessidade de se estabelecer o âmbito de uma norma para um determinado agente, ou seja, se essa pessoa pertence ao âmbito da norma, esse último seria definido como o número de pessoas a que se pode ou deve aplicar a norma. A motivação é buscar uma aplicação a casos concretos. Para se estabelecer o âmbito de uma norma deve-se compreender o seu sentido. A dedução transilogística seria a que não fosse realizada através de um silogismo como, por exemplo, a interpretação a *contrário sensu*.

A lógica como método dedutivo têm influência constante em problemas sintáticos presentes em direito. No tratamento dessa questão, o autor disserta sobre o comportamento de um sistema legal onde aparecem contradições fornecendo métodos de solução. Partindo-se de um sistema legal e realizando uma dedução, uma lei N excluiria a opção pela norma ¬N. Sendo esta a norma deduzida, então N seria eliminada. Ressalta-se que

a eliminação nem sempre é simples assim; na Constituição, a opção por uma das normas mostra-se complicada, pois não há na hierarquia, uma norma maior, à qual a constituição se submeta. A solução para tal problema seria alcançada por três maneiras: modificar a Constituição, recorrer aos princípios gerais do direito, ou buscar no sistema legal, concordâncias ou discrepâncias que possibilitem uma decisão. Esta última opção extrapola o nível sintático, pois requer o uso de uma semântica através de uma outra norma M cujo significado é claro e incompatível com o sentido da norma ¬N, sendo o contrário também possível. Esse tipo de problema poderia ser atacado através de uma lógica que permitisse o tratamento de contradição; portanto, uma lógica como DL seria candidata a tal tarefa. A existência da contradição, mesmo na Constituição, pode ser solucionada; a verdadeira questão é o problema da trivialização, se a existência da duas normas contraditórias colapsaria o sistema legal.

Seria recomendável que, numa constituição, não pudessem coexistir normas contraditórias, devendo uma delas ser eliminada; no nosso sistema legal isso é possível através da figura de emendas e da revisão constitucional. Esses mecanismos talvez não fossem suficientes para solucionar o caos de uma contradição entre as chamadas cláusulas pétreas, que não podem ser objeto de emenda ou revisão. Nesse caso, certamente que outra solução intermediária seria a aplicação das fontes do direito, como: a jurisprudência, os costumes, a doutrina e os já citados princípios gerais do direito.

Com o objetivo maior de propiciar uma interpretação a questões constitucionais, foi criado o Supremo Tribunal Federal, que julga em última instância as causas referentes à violação da constituição, podendo estabelecer qual norma deva prevalecer

até uma modificação do texto constitucional. A utilização da jurisprudência e das outras fontes de direito seria, na nomenclatura de Miró Quesada, homológica.

Com o sentido de explicitar o que Quesada define como homologia, faz-se necessário o entendimento da analogia e da interpretação extensiva. Diante das semelhanças entre as interpretações, Quesada sugere uma nova que abarca ambas, denominada homológica (homos = comum).

Muitas vezes é prudente o uso de mais de uma interpretação, mas isso vem a corroborar com a tese de que uma conduta analisada sob a ótica normativa deve ser interpretada, sendo o direito uma ciência hermenêutica; nas palavras de Kelsen "todo juiz está condenado a interpretar" [53]

Faz-se necessário o entendimento do conceito de âmbito de uma norma. O âmbito de uma norma N é definido como amb(N), podendo ser de três classes: espacial, temporal e pessoal. O âmbito espacial está constituído pela área geográfica onde se aplica N, sendo determinado pelas leis de um país ou por tratados internacionais.

O âmbito temporal consiste no lapso transcorrido entre a promulgação da norma e sua derrogação. Existem normas, que a partir de sua promulgação, possuem uma vigência imediata, e outras que duram pouco. Outras são revogadas rapidamente, sem que tenham vigência por um tempo suficiente. Há leis que estão vigentes, mas não são aplicadas, devido a mudanças de caráter social, como por exemplo, o crime de adultério, que não é

considerado por algumas sociedades como conduta sancionável criminalmente, mas apenas moralmente.

O âmbito pessoal pode ser genérico ou concreto. O genérico de uma norma N é o conjunto de sujeitos prescrito pela conduta, de forma positiva ou negativa. Essa prescrição permite qualificar a conduta. Ao julgar a conduta de um sujeito, o juiz deve saber que norma aplicar ao sujeito. O âmbito genérico de N pode ser bem variável, pois depende da condição do sujeito a que se aplica a norma N. O mais frequente é que o âmbito seja o conjunto dos sujeitos de direito, tanto nacionais como estrangeiros, que viverem no país onde a norma N é aplicável. Nada impede de que se trate de um problema de direito internacional privado; neste caso, o âmbito pode estar constituído, geralmente, pelos cidadãos dos dois países. Quando se trata de um tratado internacional ratificado por todos os países, os sujeitos de direito seriam todos os habitantes do planeta.

O âmbito concreto determina à quais sujeitos, após a determinação do âmbito genérico, deve o caso concreto ser aplicado; por exemplo, se um menor comete um crime, esse sujeito está submetido a uma norma geralmente diferenciada da do maior de idade.

No âmbito concreto de N determina-se somente os sujeitos que devem ser julgados; o contorno dos operadores do direito, como o juiz, o advogado, promotor, etc., não formam parte do âmbito concreto.

A epifásis é o método interpretativo aplicado à solução de problemas empíricos relativos aos conceitos jurídicos e à polissemia encontrada no discurso jurídico, que lida com

as ambigüidades dos textos legais. As regras semânticas variam conforme a mudança nos contextos em que se apresentam.

Os problemas sintáticos são conhecidos, especialmente, em interpretação gramatical de uma norma, onde uma palavra numa ordem distinta modifica todo o significado da norma. Torna-se claro que o problema sintático está vinculado ao semântico, em especial no uso da hermenêutica, uma vez que a sintaxe além de uso estilístico pode modificar o sentido da norma.

A polissemia ocorre quando uma palavra possui vários significados, como por exemplo, no caso de funcionário público nos crimes a eles atinentes; no nosso Código Penal, este conceito, apesar de presente no art. 227, não está devidamente esclarecido, sendo necessário o uso de outra lei que assim o defina; no caso, a constituição federal.

Ao aplicar-se uma interpretação contextual, deve-se distinguir com cuidado entre o contexto lingüístico geral e o contexto jurídico. No primeiro caso utilizamos o contexto, de maneira consciente ou inconsciente, para nos expressarmos, ao falar ou escrever. A interpretação jurídica pode, assim, ser contextual. O fato a ser aclarado é o de que a utilização de um contexto jurídico, como ferramenta para a solução de um problema relacionado com a dificuldade de entendimento do sentido de uma norma, é algo diferente. Há uma distinção entre a afirmação de que ninguém pode expressar-se sem estar situado em um determinado contexto, e outra, a de que um problema de significado normativo pode ser atacado através da análise de um contexto jurídico.

Ao lidar com um problema que se encontra sob a tutela do estado para pronunciamento judicial, as partes devem determinar o contexto no qual se situam e pretendem obter reconhecido o seu direito. Ocorre que, por muitas vezes, esse contexto deve ser ampliado; o direito é matéria complexa, enredada em um cipoal de normas, conceitos, análises doutrinárias e pensamentos diversos.

Há um verdadeiro embate de contextos, não podendo se falar apenas em contexto jurídico, pois os utilizados para argumentação das partes muitas vezes fogem do aspecto jurídico. No entanto, a solução do conflito alcançada pela tutela pretendida do estado, não pode escapar de um contexto jurídico; ou seja, toda a apreciação é elástica, podendo estender-se ou restringir-se a um ou vários contextos, mas sempre sendo vinculada a um contexto comum jurídico, aquele que advém ou lida com a norma.

É verdade que não se pode conceber uma teoria da interpretação que seja totalmente segura, mas isto é um aspecto comum nas ciências que obtiveram um grau de rigor considerado elevado, como a física e a matemática; ambas sofreram mudanças radicais em conceitos considerados pétreos, como o aparecimento das descobertas em física quântica e as geometrias não euclidianas. A própria lógica, como já sustentamos, sofreu modificações e acréscimos, com o aparecimento de novas teorias.

A formalização de uma teoria da interpretação é possível. Um dos objetivos desse trabalho é mostrar que a formalização em direito é uma ferramenta útil e que pode auxiliar nas tarefas dos operadores do direito. É interessante notar que uma das áreas da lingüística que obteve grande desenvolvimento foi a da teoria do contexto. Esse

desenvolvimento permite formalizar, em grande parte, como intervém o contexto na determinação do significado das expressões de uma linguagem natural e conseqüentemente em uma linguagem jurídica. Apresentaremos a formalização proposta por Quesada para um caso prático de utilização dessa interpretação.

Definições:

O universo U da linguagem abrange todos os fatos jurídicos. A linguagem utilizada é o cálculo de predicados de primeira ordem. São inseridos predicados específicos através de definições. Salienta-se que o cálculo apresentado é clássico com os símbolos lógicos seguindo a definição clássica. Introduz-se uma constante temporal t. Essa constante é introduzida devido à variação de contextos em função do tempo. Na situação específica, em um determinado contexto é colhido um testemunho no tempo t, no entanto, no tempo t + 1, um novo testemunho é apresentado modificando o contexto.

A utilização dessa noção temporal visa facilitar a compreensão das fórmulas, mas não é obrigatória. O autor esteve consciente das dificuldades e restrições do formalismo apresentado; no entanto, é inegável a contribuição para a formalização de problemas jurídicos.

O símbolo mais importante é ctx, que é um símbolo primitivo, estando presente em todas as definições, teoremas e axiomas. A sua larga utilização é pertinente com a proposta de se formalizar uma interpretação contextual. A intuição que baliza o símbolo primitivo é de que um contexto jurídico seria um conjunto composto por pessoas, coisas, expressões proferidas pelas pessoas e normas. A descrição de como o processo se desenvolve

é desnecessária, devido ao caráter de mudança de certas situações ou coisas; no caso, a mudança de testemunhos. O uso de expressões engloba as proposições, normas, frases interrogativas, etc., que são utilizadas num processo judicial.

A axiomática apresentada segue a descrição de Quesada, o símbolo ctx representa a interpretação contextual. A axiomática é fornecida de forma rudimentar, pressupondo uma linguagem de predicados (que são fornecidos através de definições), os conectivos são $\rightarrow$, $\wedge$, $\vee$,$\neg$, os quantificadores $\forall$ (para todo) e $\exists$ (existe), variáveis individuais, n, t, i, constantes individuais, test, ctx, doc, símbolos de predicados Ap, Dec, Var, Pres, Jun, ModSig, Ver, Cont, Inv e parênteses.

As seguintes definições são fornecidas:

$Ap(test_{n,t}, ctx_{i,t}) =_{def}$ a testemunha n aparece no tempo t, no contexto i, e no mesmo tempo t

$Dec(test_{n,t}, ctx_{i,t}) =_{def}$ a testemunha n, no tempo t, faz uma declaração no contexto i, no mesmo tempo t.

$Var(ctx_{i,t}, ctx_{i+1, t+1}) =_{def}$ o contexto ctx_i no tempo t, passou a ser o contexto ctx_{i+1}, no tempo t + 1.

$Ap(test_{n,t}, ctx_{i,t}) \rightarrow Var(ctx_{i,t}, ctx_{i+1, t+1}) =_{def}$ o surgimento da testemunha n no contexto i, e no tempo t, faz variar $ctx_{i,t}$ a $ctx_{i+1, t+1}$. Por convenção, quando $ctx_{i,t}$ varia devido ao surgimento de um fato novo, passando de i a i+1, e de t a t+1, a sua variação se deve ao surgimento desse fato no contexto i e de sua declaração que faz com que o contexto no qual ele foi apresentado já não seja o mesmo.

$Jun(Doc_{n,t}, ctx_{i,t}) =_{def}$ o enésimo documento é juntado no tempo t, no contexto i,t.

$ModSig(Dec(test_{n,t}, ctx_{i,t})) =_{def}$ o significado da declaração do testemunho n, no tempo t, no contexto i,t; foi modificado.

$Ver(Dec(test_{n,t}, ctx_{i,t})) =_{def}$ a declaração da testemunha n, no tempo t, e, no contexto i, no tempo t, é verdadeira

$Cont(Dec(test_{n,t}, ctx_{i,t}(Dec(test_{n+1,t+1}, ctx_{i+1,t+1})) =_{def}$ a declaração do testemunho n no tempo t, e a declaração do testemunho n + 1 no tempo n + 1 são contraditórias.

$Inv(Dec(test_{n,t}, ctx_{i,t})) =_{def}$ a declaração do testemunho n, no tempo t, no contexto i, que está também no tempo t, é inválida.

Axiomas

A1. $\forall n \forall t \forall i\ Ap(test_{n,t}, ctx_{i,t} \rightarrow Var(ctx_{i,t}, ctx_{i+1,t+1}))$

A2. $\forall n \forall t \forall i(((Ap(test_{n,t}, ctx_{i,t}) \rightarrow Var(ctx_{i,t}, ctx_{i+1,t+1}) \wedge (Ap(test_{n+1,t+1}, ctx_{i+1,t+1}) \rightarrow (ctx_{i+1,t+1}, ctx_{i+2}))) \rightarrow ((\neg(Ap(test_{n,t}, ctx_{i,t}) \rightarrow (ctx_{i+1,t+1}, ctx_{i+2})) \wedge ((Ap(test_{n+1,t+1}) \rightarrow (ctx_{i,t}, ctx_{i+1,t+1})))$

A3. $\forall n \forall t \forall i((Cont(Dec_{n,t}, ctx_{i,t}) \wedge Dec(test\ test_{n+1,t+1}, ctx_{i+1,t+1})) \rightarrow (Ver(Dec(test_{n,t}, ctx_{i,t}) \vee \neg Ver(Dec(test_{n+1,t+1}, ctx_{i+1,t+1}))).$

A4. $\forall n \forall t \forall i(((((Ver(Dec(test_{n+3,t+3}, ctx_{i+3,t+3})) \rightarrow ModSig(Dec(test_{n+2,t+2}, ctx_{i+2,t+2}))) \rightarrow (ModSig(Dec(test_{n+2,t+2}, ctx_{i+2,t+2})))) \rightarrow (ModSig(Dec(test_{n+1,t+1}, ctx_{i+1,t+1}) \rightarrow ModSig(Dec(test_{n,t}, ctx_{i,t}) \rightarrow (Inv((Dec(test_{n,t}, ctx_{i,t})))) \rightarrow Ver(Dec(test_{n+3,t+3}, ctx_{i+3,t+3})$

Os axiomas formam dois grupos: o primeiro procura estabelecer a relação entre os testemunhos e os documentos com os contextos; o outro procura determinar a influência do contexto na significação dos testemunhos e dos documentos. De maneira equivalente, pode-se dizer que determinam a relação entre os contextos e a verdade das proposições que "vão aparecendo durante o processo".

O primeiro axioma estabelece que, aparecendo um testemunho durante o processo, em um determinado contexto, então, o contexto em que aparece passa a ser um contexto diferente.

O segundo axioma indica que, quando se dá um testemunho n, o contexto varia, e se ocorre um testemunho n + 1, que se segue imediatamente, o contexto respectivo deve variar em uma unidade a mais da que variou no primeiro testemunho, de tal sorte que, se essa variação não ocorrer, não houve nenhum testemunho.

O terceiro axioma é importante devido ao fato de que a sua ausência provocaria a perda por completo do sentido da interpretação contextual. Numa análise inicial, esse axioma parece apenas expor, de maneira complicada, o princípio da não contradição; porém, uma observação mais cuidadosa mostra que esse axioma revela algo diferente do princípio da não contradição. Isto porque uma proposição contraditória pode ser entendida como afirmar α, em negá-la; ou seja, $\neg\alpha$, e uni-las mediante uma conjunção $\wedge$, ou seja, $\alpha \wedge \neg \alpha$. Mas no axioma 3 as proposições são diferentes. A primeira não é a negação da segunda. $Dec(test_{n,t}, ctx_{i,t})$ é diferente de $Dec(test, ctx_{i+1, t+1})$. A verdade da primeira pressupõe a falsidade da

segunda e vice-versa. Segundo Miró Quesada, poderia denominá-la princípio da contraposição contextual.

O quarto axioma é o mais importante de todos, porque estabelece a relação que existe entre a significação de uma proposição e a variação de contextos. Ainda que diferente do princípio da transitividade da implicação, enuncia uma espécie de transitividade entre as declarações verdadeiras dos testemunhos e a maneira como podem influir nas variações contextuais.

As demonstrações são simples, pois utilizam apenas quantificadores universais. Isto restringe as possibilidades demonstrativas, mas a intenção é a de mostrar como uma demonstração rigorosa pode ser feita utilizando os conceitos hermenêuticos e jurídicos.

Apresentaremos um teorema e seu significado:

Teorema

T1- $\forall n \forall i \forall t(\neg Var(ctx_{i,t}, ctx_{i,t+1}) \rightarrow \neg(Ap(test_{n,t}, ctx_{i,t})))$

1- $Ap(test_{n,t}, ctx_{i,t} \rightarrow Var(ctx_{i,t}, ctx_{i,t+1}))$

2- $\neg Var(ctx_{i,t}, ctx_{i,t+1}) \rightarrow \neg(Ap(test_{n,t}, ctx_{i,t}))$

3- $\forall n \forall i \forall t((\neg Var(ctx_{i,t}, ctx_{i,t+1}) \rightarrow \neg(Ap(test_{n,t}, ctx_{i,t}))$

Este teorema nos diz que se o contexto não variou, então, não apareceu nenhum testemunho novo. Isto também pode ser demonstrado para o caso de apresentação de documentos.

Remetemos o leitor para o texto de Quesada que contém outros teoremas,: o segundo teorema trata da ordem de aparição dos testemunhos e seus respectivos contextos. Se aparece um testemunho n, no tempo t, e em um contexto i, em mesmo tempo t, a variação contextual deve ser do contexto i ao contexto i + 1, no tempo t, mas não no contexto i + 2 no tempo t; o terceiro teorema é a demonstração de que, quando se produz uma aparente contradição contextual entre uma declaração de testemunho n e um t + 1, se estabelece uma relação semelhante a uma contradição, mas diferente. A diferença reside no fato de que cada proposição foi pronunciada num contexto e tempo diferentes. Interessante notar que cada proposição positiva é equivalente a uma proposição negativa e vice-versa.

O quarto teorema mostra que há uma relação de concatenação entre as mudanças de significação das declarações dos testemunhos e a verdade das declarações do testemunho, que muda o significado das outras declarações. Como já mencionado no axioma 4, a declaração de um testemunho pode variar no sentido do processo em que foi apresentada.

Essa apresentação de um formalismo para situações em processos judiciais é um indicativo da possibilidade da utilização do uso de um formalismo em direito. Nesse sistema, apesar de rudimentar, podemos visualizar questões, como por exemplo, a variação de testemunhos relaciona-se com a mudança de um contexto. O rigor formal possui uma

característica bastante peculiar de revelar situações contrárias a nossa situação. Esse aspecto possibilita uma interação com situações anteriormente desconhecidas que podem receber uma nova abordagem, oferecendo soluções para os problemas concretos.

Salientamos que o cálculo apresentado pode ser enriquecido para lidar com contradições; sugerimos, nesse particular, a construção de um cálculo lógico como DL-D^Q, que possibilitaria uma atuação mais ampla.

[redacted]

[redacted]

BIBLIOGRAFIA

[1] ALCHOURRÓN, Carlos E. & BULYGIN, Eugenio - *Lagunas del Derecho y Análisis de los Casos*, Buenos Aires, Tall. Graf. Buschi, l971.

[2] ALCHOURRÓN, C. "Lógica de normas y lógica de proposiciones normativas", in C.Alchourrón & E.Bulygin, *Análisis lógico y Derecho*, Centro de Estudios Constitucionales, Madrid, 1991.

[3] ALCHOURRÓN, C. & BULYGIN, E., *Sobre la existência de las Normas Jurídicas*, Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela, 1979.

[4] ALCHOURRÓN, Carlos E., "The Expressive Conceptions of Norms", In: HILPINEN, R. (ed.), *New Studies in Deontic Logic*, D. Reidel Publishing Company, 1981, pp.95-124.

[5] ALCHOURRÓN, C. & BULYGIN, E. *Introducción a la Metodologia de las Ciências Jurídicas y Sociales*, Astrea: Buenos Aires,1987.

[6] ALCHOURRÓN, Carlos E."Condicionalidad y la representación de las normas jurídicas", In: Alchourrón, C. y Bulygin, E., *Análisis lógico y Derecho*, C.E.I., 1991.

[7] ALEXY, R.. *Teoria da Argumentação Jurídica*. Trad. de Zilda Hutchinson Schild Silva. São Paulo, Landy, 2001.

[8] ALVES, E. H.. *Lógica e Inconsistência: Um estudo dos Cálculos* $C_{n.}$. Universidade de São Paulo, tese de mestrado, 1976.

[9] ALVES, E. H., "Paraconsistent logic and model theory", *Studia Logica* 43(1/2), 1984,pp. 17-32.

[10] ARRUDA, A. I., . da COSTA, Newton C. A. *Une sémantique pour le calcul* $C^{=}_{1,}$.C.R. Acad. Sc. Paris 284A.

[11] ATIENZA, M.. *As Razões do Direito.* Landy, 2003.

[12] BOBBIO, Norberto. *Derecho y Lógica,* México, Centro de Estudos de Filosofia da Univ. Nac. Autónoma de México, l965.

[13] BOBBIO, Norberto. *Teoria della norma giuridica*, Torino, Ed. Giappichelli, l958

[14] BOBBIO, Norberto .*Teoria dell'ordinamento giuridico*, Torino, Ed. Giappichelli, 1960

[15] BOBBIO, Norberto. *Studi per una teoria generale del diritto*, Torino, Ed. Giappichelli, l970.

[16] BOCHENSKI, I. M. (1961). *A History of Formal Logic*. Traduzido do alemão e editado por Ivo Thomas.University of Notre Dame Press.

[17] CAIERO. R. da C.. *Tópicos em Metodologia Formal. A noção de teoria em ciência econômica.* Tese de doutorado. Universidade de São Paulo, 2001.

[18] CANTUARIAS, F. M. Quesada. *Ratio Inerpretandi: Ensayo de Hermenéutica Jurídica.* Fondo Editorial Universidad Inca Garcilaso de la Veja, 2003.

[19] CARNIELLI, W.A.; CONIGLIO, M.E.; MARCOS, J. "Logics of Formal Inconsistency". In: *Handbook of Philosophical Logic*, vol.14, pp.15-107. Eds.: D. Gabbay; F. Guenthner. Springer, 2007.

[20] CHELLAS, Brian F. *Modal Logic: An Introduction*, Cambridge University Press, 1993, Ed.: Santafe de Bogota: Tercer Mundo, 1996

[21] CHISHOLM, Roderick M. "Contrary-to-Duty Imperatives and Deontic Logic", *Analysis* 24, pp. 33-36

[22] CONIGLIO, M.E. "Logic of deontic inconsistency", Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência, e-Prints, vol.7(4), 2007.

[23] da COSTA, Newton C. A**.** *Ensaios sobre os fundamentos da Lógica***.** Ed. Hucitec, l980;

[24] da COSTA, Newton C. A & Wolf, Robert G. "Studies in Paraconsistent Logic I: the dialectical principle of unity of opposites"*, Philosophia 9*, 1980, p. 189-217.

[25] da COSTA, Newton C. A & Wolf, Robert G. “Studies in Paraconsistent Logic II: Quantifiers and the Unity of Opposities”. Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência Pre-print.UNICAMP-SP, 1985.

[26] da COSTA, Newton C. A. & W.A. Carnielli. “Paraconsistent deontic logic”. *Philosophia*, 16(3/4):293–305, 1986.

[27] da COSTA, Newton C. A & Puga, L. Z. “On Deontic Predicate Logic”. *The Journal Of Symbolic Logic*, Campinas, v. 51, n. 4, p. 1101-1102, 1986

[28] da COSTA, Newton C. A. & Puga, L Z. “Logica deôntica e direito”. *Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática*. Segunda Serie Curitiba, v.8 , n.2 , 1987, p.141-54.

[29] da COSTA, Newton C. A. & Puga, L Z, “Sobre a lógica deôntica não-classica”. *Revista Hispanoamericana de Filosofia Mexico*, v.19, n.55, p.19-36, abr. 1987.

[30] da COSTA, Newton C. A & Puga, L. Z . Logic with deontic and legal modalities.. Bulletin of the Section of Logic, Polônia, v. 16, n. 2, p. 71-75, 1987.

[31] da COSTA, Newton C. A & Puga, L. Z. Sobre a Lógica Deôntica Não-clássica. Revista Hispano Americana de Filosofia, México, v. XIX, n. 55, p. 19-37, 1987.

[32] da COSTA, Newton C. A & Puga, L. Z. Lógica Deôntica e Direito. Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática, Paraná, v. 8, n. 8, p. 141-154, 1987.

[33] da COSTA, Newton C. A & Puga, L. Z. Logic of Vasilev.. Meth Analysis Of Foundations Os Mathematics, USA, p. 135-147, 1988.

[34] da COSTA, Newton C. A. & Puga. L. Z & Vernengo R.J. “Lógica , moral e direito”. *Conferências João Pessoa*: Espaço Cultural, 1990.

[35] da COSTA, Newton C. A. *Lógica Indutiva e Probabilidade*, Ed. Hucitec - Edusp - USP - l993.

[36] da COSTA, Newton C. A.: *Sistemas formais inconsistentes*. Ed. da UFPR. Curitiba, 1993.

[37] da COSTA, Newton C. A. *O Conhecimento Científico.* Ed. Discurso Editorial, 2ª Edição 1.999.

[38] da COSTA, Newton C. A & MARANHÃO, J. S. de A. & SOUZA, E. G.. *Introdução à Lógica Paraconsistente: a hierarquia C_n.* Coleção Documentos, no. 37, Instituto de Estudos [Avançados da Universidade de São Paulo, 2001.

[39] FERRAZ JR., Tércio Sampaio. *Direito, Retórica e Comunicação: subsídios para uma pragmática do discurso jurídico*, São Paulo, Saraiva, l973.

[40] FERRAZ JR., T.S.. *Conceito de Sistema no Direito*, São Paulo, Ed. Revista dos Tribunais/EDUSP, l976.

[41] FERRAZ JR., T.S.. *A Ciência do Direito*, São Paulo, Atlas, l977.

[42] FERRAZ JR., T. S, "Antinomia" in *Enciclopédia Saraiva do Direito*, cit., p.14-8..

[43] GOMES, Nelson Gonçalves. *Um panorama da lógica deôntica*. Kriterion, Belo Horizonte, v. 49, n. 117, 2008.

[44] GRAYLING, A.C.. *An introduction to Philosophical Logic.* Oxford. Blackwell Publishers Ltd, 1992.

[45] HAACK, S.. *Filosofia das lógicas.* São Paulo. Ed. Unesp, 2002

[46] HILPINEN, R. *Deontic Logic: Introductory and Systematic Readings,* D. Reidel Publishing Company, Dordrecht-Holland,1971.

[47] HUGHES, G.E., CRESSWELL, M.J.A.. *An Introduction to Modal Logic,* London, Nethuen, 1968.

[48] HUGHES, G.E., CRESSWELL, M.J.A.. *A New Introduction to Modal Logic,* London, New York, Routledge, 1996.

[49] JAŚKOWICS, S. “Sur la Conjonction Discursive dans le Calcul des Propositions pour les Systémes Contradictories”, in Studia Societatis Scienciarum Torunensis, Sectio A, vol. 1, n. 8, p. 171-172, 1949.

[50] KALINOWSKI, Georges: *Introduzione alla Logica Giuridica*, Milão, Giuffrè, l971.

[51] KALINOWSKI, Georges. *Introdución a la lógica jurídica*, Buenos Aires, Editorial Universitaria de Buenos Aires, l973.

[52] DINIZ, M H. *Conflitos de normas.* São Paulo, Editora Saraiva, 2003.

[53] KELSEN, Hans. *Normas jurídicas e análise lógica*. Rio de Janeiro, Forense, 1984.

[54] KLEENE, S. COLE. *Introduction to Metamathematics,* Van Nostrand, Princeto, 1952.

[55] KLUG, Ulrich. *Logica juridica*, trad., por Juan Garcia Bacca, Caracas, Univ. Central, l961.

[56] LENZEN, W.. “Necessary Conditions for Negation-Operators (with particular applications to paraconsistent negation)” in *Handbook of Defeasible Reasoning and Uncertainty Management System*, Vol. 2, p. 211-239, Netherlands, Kluwer Academic Publishers.1998.

[57] ŁUKASIEWICZ, J. *O zasadzie sprezecznosci u Aristotelesa: Studium Krytyczne*. [*Del Principio di contraddizione in Aristotele*. Tradução do polonês por Grazyna Maskowsia. Macerata, Quodlibet, 2003.

[58] ŁUKASIEWICZ, J. *Aristotle’s syllogistic from the standpoint of modern formal logic*. 2nd. New York: Oxford University Press, 1951.

[59] MARANHÃO, J. S. de A., Padrões de racionalidade na sistematização de normas, 2004, tese de doutorado FADUSP.

[60] MATES, B. *Lógica elementar.* São Paulo, Ed. Nacional e Edusp, 1967.

[61] McGILL, V.J. & PARRY, W. T. “The unity of Opposites: a Dialetical Principle”, *Science and Society,* vol. 12, p. 53-86.

[62] MAXIMILIANO, Carlos. *Hermenêutica e aplicação do direito*. Ed.Freitas Bastos, l965.

[63] MENDELSON.E. *Introduction to Mathematical Logic,* 3rd ed.. Wadsworth, Belmont, CA, 1987.

[64] MISERDA, Andres Bobenrieth. *Inconsistencias por que no?: un estudio filosofico sobre la logica paraconsistente.* Santafé de Bogota, Tercer Mundo, 1996.

[65] PERELMAN e Olbrechts-Tyteca. *Tratado da Argumentação: A nova retórica. Martins Fontes*, l996.

[66] PUGA, L. Z.. *Uma Lógica do Querer. Preliminares Sobre um Tema de Mally.* Tese de doutorado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 1985.

[67] PUGA, L. Z.. “A Lógica Deôntica e a Teoria Tridimensional do Direito”. Revista dos Tribunais, São Paulo, v. 643, p. 36-42, 1988.

[68] REALE, Miguel . *Filosofia do direito*. São Paulo, Saraiva, l972. Direito como experiência, l970.

[69] ROSS, A. *Lógica de las normas*. Madrid: Tecnos, 1971.

[70] SHOENFIELD, J. *Mathematical Logic.* Menlo Park (California), Addison-Wesley, 1967.

[71] TARSKI, A.. *Logic, Semantic, Metamathematics,* Indianapolis, Hackett Publishing Co., 1983.

[72] TARSKI, A.. *Sobre alguns conceitos fundamentais da matemática*. Traduzido e comentado por Patrícia Del Nero Velasco e Edélcio Gonçalves de Souza. Principia, 8, 2001.

[73] TESTA, R.R.. *Dilemas Deônticos: Uma Abordagem Baseada em Relações de Preferência*. Tese de Mestrado. UNICAMP, 2008.

[74] TOULMIM, S.. *Usos do Argumento.* Ed. Martins Fontes, 2006.

[75] VERNENGO, Roberto J. *Curso de teoria general del derecho*. Ed. Depalma, l985.

[76] VON WRIGHT, G. H. *Deontic Logic*, Mind, 60, 1951, p. 1-5.

[77] VON WRIGHT, G. H.. *Norma y accion: una investigación lógica*. Madri, Editorial Tecnos, 1970. [78] VON WRIGHT, G. H., *Norm and action, a logical inquiry*, 1970.