UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA E CIÊNCIA DOS MATERIAIS

Técnicas de Desenho Óptico e Avaliação da Qualidade de Imagem em Sistemas Ópticos por medição de Função de Transferência Óptica

Fátima Maria Mitsue Yasuoka

USP / IFQSC / SBI
8-2-001168

Tese apresentada ao Instituto de Física de São Carlos para obtenção do título de Doutor em Ciências - Física Aplicada.

Orientador:
Prof. Dr. Jarbas Caiado de Castro Neto

São Carlos - SP
1997

IFSC — SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO

Yasuoka, Fátima Maria Mitsue
Técnicas de Desenho Óptico e Avaliação da Qualidade de Imagem em Sistemas Ópticos por medição de Função de Transferência Óptica/ Fátima Maria Mitsue Yasuoka – São Carlos, 1997.
239 p.

Tese (Doutorado) – Instituto de Física de São Carlos, 1997.

Orientador: Prof. Dr. Jarbas Caiado de Castro Neto

1. Desenho Óptico. 2. Óptica Oftálmica.
I. Título.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Instituto de Física de São Carlos

Av. Dr. Carlos botelho, 1465
CEP 13560-250 - São Carlos - SP
Brasil

Fone (016) 274-3444
Fax (016) 272-2218

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE DOUTORADO DE **FÁTIMA MARIA MITSUE YASUOKA** APRESENTADA AO INSTITUTO DE FÍSICA DE SÃO CARLOS, UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, EM 08/05/1997.

COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. Jarbas Caiado de Castro Neto (IFSC-USP)

Prof. Dr. Sérgio Carlos Zilio (IFSC-USP)

Prof. Dr. Tomaz Catunda (IFSC-USP)

Prof. Dr. Francisco Jablonski (INPE)

Dr. Luiz Gonçalves Neto (EP-USP)

Dedicatória:

...Àquele, que um dia, resolveu tornar-se meu grande amigo, agradeço por sua paciência, dedicação e amor e, essencialmente, por fazer-me sentir que viver realmente vale a pena!...

Agradecimentos

Agradeço imensamente ao Prof. Dr. Jarbas C. de Castro Neto pela sua orientação, pela sua competência em formar-nos profissionais atuantes e especialmente pelo seu enorme apoio, compreensão e amizade.

Agradeço especialmente ao grande profissional e amigo Antônio Carlos Romão pela realização do projeto mecânico e da montagem da Lâmpada de Fenda, que foi de grande valia neste trabalho.

Agradeço a Opto Eletrônica e a Eyetec pela colabaração na realização deste trabalho.

Agradeço ao pessoal da Oficina de Óptica: Marcos, Fernando e Romeu pelos serviços prestados e, especialmente, ao Luiz Antônio pela confecção dos componentes ópticos do projeto: Lâmpada de Fenda e pela amizade.

Agradeço ao pessoal da Oficina Mecânica: Carlinhos, Maritaca, Robertinho, Evaldo, Ferri, Gerson, Carlos Eduardo, Luciano e Mauro pelos serviços prestados e pela amizade, especialmente ao Milton pela sua eficiência e competência na confecção das peças do projeto: Lâmpada de Fenda.

Agradeço ao Prof. Dr. Sérgio Carlos Zílio pela colaboração nas correções e sugestões da parte escrita da tese.

Agradeço a todos os meus amigos do Grupo de Óptica: Silvio, César, Ernany, Marcelo Urso, Luiz Eduardo, Luiz Alberto, Gilberto Moretto, Rogério, Cacau e Tatui pelo apoio científico, companheirismo e amizade.

Agradeço especialmente a Isabel pela sua eficiência, muita paciência e amizade.

Agradeço ao Gilberto e ao Rui pelo apoio técnico e amizade.

Agradeço aos órgãos financiadores CNPq, CAPES e FAPESP pelo apoio financeiro na realização deste trabalho.

Agradeço a FEIS/UNESP pelo apoio financeiro e aos colegas do DFQ-FEIS, que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

Agradeço aos meus amigos Cavernautas, especialmente ao nosso grande guia Manoel, e aos meus amigos tenistas, pelos momentos de aventura e lazer, que são imprescindíveis a qualquer ser vivo normal.

Agradeço a minha família que muito contribuiu para alçar vôo pelos mais longínquos caminhos...

Conteúdo

Conteúdo i

Lista de Figuras vi

Lista de Tabelas xv

Resumo xvi

Abstract xvii

1 Introdução **1**

2 Formação da Imagem sob o Aspecto da Óptica Geométrica **5**

2.1 Índice de Refração, Dispersão e Caracterização dos Vidros Ópticos 5

2.2 Fundamentos Básicos da Óptica Geométrica 8

2.2.1 Axiomas, Princípio de Fermat, Regras de Sinais 8

2.2.1.1 Axiomas 8

2.2.1.2 Princípio de Fermat 9

2.2.1.3 Regras de Sinais 9

2.2.2 Lei de Refração e Lei de Reflexão 10

2.2.2.1 Lei de Refração (Lei de Snell) 10

2.2.2.2 Lei de Reflexão 11

2.2.3 Reflexão Total e Dispersão 11

2.2.3.1 Reflexão Interna Total 11

2.2.3.2 Dispersão 12

2.2.4 Leis de Refração e Reflexão Vetoriais 14

2.2.4.1 Lei de Refração Vetorial 14

2.2.4.2 Lei de Reflexão Vetorial 15

2.2.4.3 Reflexão Total Vetorial 16

2.3 Traçado de Raios de Sistemas Ópticos 19

2.3.1 Equações de Traçado de Raios Meridionais 19

2.3.2 Equação de Traçado de Raios na Região Paraxial 21
2.3.3 Elementos Cardinais 24
2.4 Construção de Imagem 27
2.5 Sistemas de Coordenadas 28
2.5.1 Sistemas com Origem nos Pontos Focais 28
2.5.2 Sistema com Origem nos Planos Principais 29
2.6 Seqüências de Dióptros Centrados 31
2.6.1 Equações de Transferência para Raios Meridionais e Paraxiais 31
2.6.2 Aumento Óptico 32
2.6.2.1 Aumento Lateral 32
2.6.2.2 Aumento Longitudinal 33
2.6.2.3 Aumento Angular 34
2.6.3 Sistema Equivalente 34
2.6.3.1 Poder Focal para Sistemas Diótricos 35
2.6.3.2 Equação da Imagem para um Sistema Dióptrico 39
2.6.3.3 Sistema Equivalente de uma Lente Delgada 40
2.6.3.4 Sistema Equivalente de uma Lente Espessa 41
2.7 Lentes 43
2.7.1 Lentes Delgadas 44
2.7.1.1 Ponto Focal, Distância Focal e Plano Focal 46
2.7.2 Lentes Espessas 48
2.7.2.1 Pontos Focais e Pontos Principais 48
2.7.2.2 Pontos Nodais e Centro Óptico 50
2.7.3 Combinação de lentes 50
2.7.4 Equação de Combinação de Duas Lentes 51

3 Conceitos e Características Ópticas para o Desenho de Sistemas Ópticos 53
3.1 Teoria dos Diafragmas Ópticos e Teoria Fotométrica 53
3.1.1 Diafragma de Campo e Diafragma de Abertura 53
3.1.2 Pupila de Entrada e Saída 54
3.1.3 Raio Principal 55
3.1.4 Diafragma Anterior 56
3.1.5 Diafragma entre Duas Lentes 56

3.1.6 Sistema de Duas Lentes sem Diafragma 58
3.1.7 Determinação do Diafragma de Abertura 59
3.1.8 Campo de Visão 60
3.1.9 Brilhância e Iluminância Fotométrica 62
3.1.9.1 Brilhância de uma Imagem 64
3.1.9.2 Iluminância de uma Imagem 66
3.1.10 Abertura Numérica 67
3.1.11 Abertura Relativa ou Número $f/\#$ 68
3.1.12 Magnificação Normal 69
3.1.13 Iluminância Fora de Eixo 70
3.1.14 Vinheta 71
3.1.15 Sistemas Telecêntricos 71
3.2 Efeitos de Difração sobre a Abertura de Sistemas Ópticos 72
3.2.1 Resolução de Sistemas Ópticos 75

4 Aberrações em Sistemas Ópticos **78**
4.1 Aberrações Monocromáticas 78
4.1.1 Aberração de Raio 80
4.1.2 Aberração de Frente de Onda 82
4.1.3 Planos Tangencial e Sagital 85
4.1.4 Função Aberração de Onda 87
4.1.5 Aberrações de Seidel 94
4.1.5.1 Aberração Esférica 94
4.1.5.2 Coma 98
4.1.5.3 Astigmatismo 102
4.1.5.4 Curvatura de Campo 108
4.1.5.5 Distorção 111
4.1.6 Correção de Aberrações de Terceira Ordem e Aberrações Residuais . . . 113
4.1.6.1 Aberração Esférica e Fatores de Forma e Posição de Coddington 113
4.1.6.2 Aberração Esférica Residual de Quinta Ordem 117
4.1.6.3 Coma e Condição de Seno 118
4.1.6.4 Astigmatismo, Curvatura de Campo e Condição de Petzval . . . 121
4.1.6.5 Distorção e Condição Tangente 123

4.1.6.6 Distorção e Efeito dos Diafragmas Ópticos 124
4.1.6.7 Limite de $\lambda/4$ de Rayleigh em Aberrações 127
4.2 Aberração Cromática 127

5 Desenho Óptico **134**
5.1 Técnica de Desenho Óptico 134
5.2 Processo do Desenho de Sistemas Ópticos 136
5.3 Code V 139
5.3.1 Estrutura do Code V 139

6 Avaliação da Qualidade de Imagem em Sistemas Ópticos **143**
6.1 Sinopse Histórico do Desenvolvimento do Desenho Óptico e da Avaliação de Imagem Óptica[13] 144
6.2 Critérios de Avaliação da Imagem 160
6.2.1 Análise de Erro de Frente de Onda 160
6.2.1.1 Erro de Frente de Onda *RMS* (*OPD RMS*) 162
6.2.2 Razão Strehl 163
6.2.3 Distribuição Geométrica de Energia sobre a Imagem 165
6.2.4 Função de Espalhamento Pontual 167
6.2.5 Função de Espalhamento Linear 169
6.2.6 Traçado de Borda 170
6.3 Teoria da Transferência na Análise de Imagem 171
6.3.1 Função de Transferência Óptica (*FTO*) 173
6.3.1.1 Discussão Matemática de *FTO* 176
6.3.2 Método de Medida da Função de Transferência 180
6.3.3 Funções de Transferência de Modulação em Sistemas limitados por Difração 183

7 Instrumentos Ópticos Desenvolvidos **188**
7.1 Sistema de Focalização do Topógrafo de Córnea 191
7.2 Sistema de Iluminação do Oftalmoscópio 195
7.3 Carona do Oftalmoscópio 198
7.4 Sistema óptico para medidores a distância 200
7.5 Sistema óptico para ampliação fotográfica 203

7.6 Sistema óptico para varredura angular a longa distância 206
7.7 Expansor de feixes de luz para grande campo de visão 208
7.8 Microscópio Cirúrgico 210
7.9 Sistema óptico para adaptação de câmera *CCD* 216
7.10 Lâmpada de Fenda 219
7.10.1 Mecanismo da Lâmpada de Fenda 219
7.10.2 Dispositivo de Iluminação da Lâmpada de Fenda 221
7.10.3 Estereo-microscópio da Lâmpada de Fenda 223

8 Discussão e Conclusão **234**

Bibliografia 237

USP — SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO

Lista de Figuras

2.1 Diagrama de vidros Crown e Flint. 8

2.2 Representação geométrica do traçado de raios. 10

2.3 Reflexão total. 12

2.4 Curva de Dispersão. 13

2.5 Dispersão de luz branca por um prisma. 13

2.6 Esquema de representação vetorial de (a) reflexão de luz e (b) refração de luz. . 15

2.7 Orientação da imagem num prisma totalmente refletor. 18

2.8 Plano meridional e sagital. 20

2.9 Esquema de traçado de raios num dióptro. 20

2.10 Esquema de traçado de raios de um objeto no infinito. 21

2.11 Esquema do traçado de raios paraxiais. 23

2.12 Elementos cardinais em um dióptro. 25

2.13 Esquema de traçado de raios para construção de imagem. 27

2.14 Construção de imagem para um raio qualquer. 28

2.15 Sistema de coordenadas com origem nos pontos focais. 29

2.16 Sistema de coordenadas com origem nos pontos principais. 30

2.17 Esquema de transmissão de raios meridionais num sistema de dióptros centrados. 31

2.18 Esquema de transmissão de raios paraxiais num sistema de dióptros centrados. . 32

2.19 Esquema de raios paraxiais num sistema de dióptros centrados. 33

2.20 Esquema para determinação de um sistema equivalente. 35

2.21 Esquema para determinar a relação de altura dos raios nos planos principais. . . 36

2.22 Esquema para determinar a relação de altura dos raios nos planos principais de um objeto no infinito. 36

2.23 Elementos cardinais de um sistema de dois dióptros. 37

2.24 Esquema óptico de uma lente espessa. 42

2.25 (a) Lentes convergentes: côncavo-convexa (menisco convergente), plano-convexa, biconvexa, plano-convexa e côncavo-convexa (menisco convergente) (b) Lentes divergentes: convexa-côncava (menisco divergente), plano-côncava, bicôncava, plano-côncava e convexo-côncava (menisco divergente). 43
2.26 Elementos geométricos de uma lente. 44
2.27 Imagem formada por lente. 45
2.28 Imagem tridimensional de um objeto tridimensional. 46
2.29 Pontos focais primários e distâncias focais correspondentes para (a) lente biconvexa e (b) lente bicôncava. 47
2.30 Pontos focais secundarios e distâncias focais correspondentes para (a) lente biconvexa e (b) lente bicôncava. 47
2.31 (a) Plano focal primário e (b) plano focal secundário de uma lente biconvexa. . . 47
2.32 Planos principais e pontos principais H e H' de uma lente espessa. 49
2.33 Posição dos planos principais para as lentes: meniscos, plano-convexa e biconvexa. 50
2.34 Pontos nodais, planos nodais e centro óptico de uma lente espessa. 51
2.35 Imagem formada por um conjunto de quatro lentes. 51
2.36 Sistema de combinação de duas lentes. 52

3.1 Diagrama mostrando os diafragmas de abertura e de campo. 54
3.2 Diagrama ilustrando a pupila de entrada e saída de uma lente simples convergente. 54
3.3 O raio principal de um feixe cruzando o eixo no plano do diafragma de abertura. 55
3.4 O diafragma anterior e sua imagem tornam-se a pupila de entrada e saída de um sistema óptico. 55
3.5 A pupila de entrada e saída são diferentes para cada ponto-objeto e ponto-imagem. 57
3.6 Diafragma entre duas lentes. 58
3.7 A direção do raio principal num sistema óptico de duas lentes. 58
3.8 A borda de uma lente pode representar um diafragma de abertura de um sistema óptico. 59
3.9 Diagrama de um sistema óptico ilustrando os possíveis diafragmas e pupilas. . . 59
3.10 Campo de visão através de uma janela. 61
3.11 Campo de visão de uma lente convergente. 61
3.12 Formação de imagem no campo de visão de uma lente convergente. 62
3.13 Diagrama ilustrando (a) um pincel e (b) um feixe de raios elementares. 63

3.14 Diagrama ilustrando a brilhância de uma imagem. 64
3.15 Diagrama ilustrando a iluminância da imagem formada por uma lente. 65
3.16 Iluminação devido a um disco circular. 66
3.17 Esquema para determinar a velocidade de uma lente. 68
3.18 Diagrama ilustrando a iluminância de um ponto fora de eixo na imagem. 70
3.19 Diagrama ilustrando o efeito de uma vinheta. 71
3.20 Sistema Telecêntrico do lado-imagem. 72
3.21 Diagrama de propagação da frente de onda através de uma abertrura pequena. 73
3.22 A distribuição da iluminação no padrão de difração formada no plano da imagem de uma lente perfeita. 74
3.23 Diagrama de formação do padrão de difração. 74
3.24 As linhas pontilhadas representam os padrões de difração de dois pontos-imagens. As linhas cheias representam os padrões de difração combinados. O caso (b) indica o Critério de Sparrow e (c) indica o Critério de Rayleigh. 77

4.1 Aberração de raio e frente de onda. 79
4.2 Coordenadas definindo aberração de raio transversal. 80
4.3 Frente de onda divergindo de um ponto-objeto fora do eixo óptico. 82
4.4 Frente de onda emergindo da pupila de saída do sistema óptico. 83
4.5 Espaço-objeto e imagem sobre o plano tangencial e a esfera de referência no espaço imagem. 84
4.6 Plano tangencial de um sistema óptico. 85
4.7 Plano sagital no espaço do objeto. 86
4.8 Frente de onda no espaço da imagem. 86
4.9 Coordenadas polares (ρ,φ) sobre a esfera de referência. 88
4.10 Aberração esférica no plano tangencial. 94
4.11 Contornos da frente de onda produzida uma lente tendo aberração esférica com ${}_0C_{40} = \lambda/4$. 95
4.12 Representação tridimensional da frente de onda para aberração esférica primária. 96
4.13 Formas de lentes. 96
4.14 Gráfico da aberração de um dubleto com correção de aberração esférica para região marginal e zonal. 97
4.15 Aberração de frente de onda indicando coma. 98

4.16 Formação da imagem comática. 99
4.17 Formação da imagem em círculos comáticos de um ponto objeto no plano sagital. 99
4.18 (a) Coma devido aos raios pararelos tangenciais e (b) Formação de uma imagem comática por uma série de círculos comáticos. 99
4.19 Contornos da frente de onda com coma primária. 101
4.20 Representação tridimensional da função aberração da frente de onda para coma primária. 101
4.21 Imagem de uma fonte pontual com aproximamente 5λ de coma. 101
4.22 Frente de onda com astigmatismo primário no plano tangencial. 103
4.23 Efeito da curvatura de campo e astigmatismo. 104
4.24 Contornos da frente de onda com astigamtismo primário. 104
4.25 Representação tridimensional da função aberração de onda com astigmatismo primário. 105
4.26 Linhas de imagens astigmáticas T' e S' de um ponto-objeto fora do eixo óptico formadas por raios tangenciais e sagitais. 105
4.27 Fotografia da imagem astigmática formada por uma lente. 105
4.28 Superfícies astigmáticas no campo de uma lente. 106
4.29 Imagens astigmáticas tangencial e sagital de uma roda. 106
4.30 Linha focal com aproximadamente $5/2\lambda$ de astigmatismo. 106
4.31 Círculo de confusão mínima com aproximadamente $5/2\lambda$ de astigmatismo. . . . 107
4.32 Efeito da curvatura de campo e astigmatismo. 108
4.33 Representação tridimensional da função de aberração de onda contendo somente curvatura de campo primária. 110
4.34 Diagrama ilustrando as posições das superfícies astigmáticas T' e S' em relação à superfície de Petzval P'. 110
4.35 Curvatura de campo Petzval positiva e astigmatismo negativo. 110
4.36 Representação tridimensional da função de frente de onda para a distorção. . . . 112
4.37 Diagrama ilustrando um objeto quadriculado (a), distorção em almofada (b) e distorção em barril (c). 112
4.38 Fotografia correspondente ao diagrama da figura anterior. 112
4.39 (a) Lentes com diferentes fatores de forma q e (b) Raio de abertura da lente em função da distância focal. 115

4.40 (a) Aberração esférica de uma lente com $\rho = 10\ mm$, $f = 100\ mm$, $d = 20\ mm$ e $n = 1{,}517$. 116
4.41 Contribuição de terceira ordem (a) e de quinta ordem (b) para a aberração esférica longitudinal 116
4.42 Aberração esférica de um dubleto corrigido usado em telescópios. 116
4.43 Raios não paraxiais sujeitos à condição de seno. 120
4.44 Sistema óptico ilustrando a localização dos pontos principal H' e focal F'. 120
4.45 Aberração esférica e coma para lentes de diferentes formas. 120
4.46 Curva de um dubleto mostrando a posição variável do ponto focal F' (aberração esférica) e a distância focal variável f' (coma $= H'F' - f'$). 121
4.47 Eliminação da curvatura de Campo de Petzval de lentes usando de diafragmas ópticos. 122
4.48 Curva típica de superfícies astigmáticas para lentes de câmera anastigmática. . . 122
4.49 Condição de Tangente. 123
4.50 Diagrama de posições do diafragma de abertura sobre uma lente simples. 125
4.51 Imagem de um objeto quadriculado com o diafragma posicionado entre o objeto e a lente, ocorrendo distorção em barril. 125
4.52 Imagem de um objeto quadriculado com o diafragma sobre a lente, a imagem é livre de distorção. 126
4.53 Imagem de um objeto quadriculado com o diafragma posicionado entre a lente e a imagem, ocorrendo distorção em almofada. 126
4.54 Dubleto simétrico com o diafragma posicionado no centro, é um sistema livre de distorção, denominado de lente ortoscópica. 126
4.55 (a) Aberração cromática de uma lente simples para luz branca paralela, (b) Os tipos de aberração cromática de uma imagem. 128

5.1 Estrutura do code V. 140

6.1 Diferença de caminho óptico OPD introduzida por um pequeno deslocamento longitudinal δ. 162
6.2 Diagrama ilustrando a definição de Razão Strehl. 163
6.3 Região de distribuição de raios na pupila de entrada e a representação do diagrama *spot* de um sistema óptico com coma. 166

6.4 Distribuição de energia na imagem de (a) um ponto (Função de Espalhamento Pontual e (b) uma linha (Função de Espalhamento Linear). 169

6.5 Esquema ilustrando a formação de *edge trace*. 170

6.6 Formação de imagem de um objeto consistindo de barras claras e escuras alternadas ultilizada para teste de sistemas ópticos. 171

6.7 Contraste da imagem representada graficamente em função da freqüência espacial do padrão de teste. 172

6.8 Distribuição de intensidade de luz do objeto cossenoidalmente. 176

6.9 Convolução integral da distribuição da brilhância no objeto $Q(x)$ com a função de espalhamento linear $L(x'-x)$. (a) Representação gráfica da função do objeto $Q(x) = a + b\cos(2\pi f_c x + \delta)$. (b) Função de espalhamento linear $L(x'-x)$. (c) Ilustra a forma que $Q(x)$ é modificado por $L(x'-x)$. O sistema óptico forma a imagem de um ponto ou um elemento de linha em x_o como $Q(x_o)$ vezes $L(x'-x)$. Similarmente em $x_o + x_1$, a imagem do elemento de linha é descrito por $L(x'-x)Q(x_o+x_1)$. Então, a função da imagem a um dado ponto x' tem um valor igual a soma das contribuições de todos os pontos, cujas as imagens espalhadas atingem x'. (d) A função da imagem $Q'(x') = \int L(x'-x)Q(x)dx$ é defasada de ε e tem um módulo igual a $Mi = M_o|M(f_c)|$. 179

6.10 A função de transferência de modulação de um sistema livre de aberrações é representada pela linha cheia, em função da freqüência expressa como uma fração da freqüência de corte. A linha pontilhada representa FTM para o fator de modulação de uma onda quadrada como padrão de objeto. Ambas as curvas são baseadas em efeitos de difração, assumindo um sistema óptico com uma abertura circular uniformemente transmitida. 184

6.11 Efeitos de desfocamento sobre a função de transferência de modulação FTM de um sistema livre de aberrações, considerando os efeitos de difração. 185

6.12 Efeitos de desfocamento determinados por cálculo geométrico sobre a função de transferência de modulação FTM de um sistema livre de aberrações. 186

6.13 Efeitos de aberração esférica de terceira ordem sobre a função de transferência de modulação FTM. 186

6.14 Os efeitos da aberração esférica zonal sobre a função de transferência de modulação FTM. 186

6.15 Efeitos de aberração coma de terceira ordem. 187

7.1 Foto ilustrando a estação de teste automática Optomatic da Trioptics. 190
7.2 Videokeratoscópio ou topógrafo de córnea. 192
7.3 Sistema óptico para focalização da imagem do olho sobre a câmera CCD. 192
7.4 Curvas de aberração esférica, astigmatismo e distorção. 193
7.5 Diagrama *spot* do sistema óptico. 194
7.6 Imagem dos anéis concêntricos projetados na córnea de um paciente focalizado pelo sistema óptico e registrado pela câmera CCD. 194
7.7 Oftalmoscópio sendo utilizado em diagnóstico. 195
7.8 Sistema Óptico de Iluminação do Oftalmoscópio. 196
7.9 Diagrama *spot* do sistema de iluminação do oftalmoscópio. 197
7.10 Curvas de aberração esférica, astigmatismo e distorção. 197
7.11 Sistema óptico do carona do oftalmoscópio. 199
7.12 Curvas de aberração esférica, astigmatismo e distorção. 199
7.13 Diagrama *spot* do sistema óptico. 200
7.14 Medidor de distância por triangulacão a laser. 201
7.15 Sistema óptico para medidores a laser por triangulação. 202
7.16 Curvas de aberração esférica, astigmatismo e distorção. 202
7.17 Diagrama *spot* do sistema óptico do medidor a longa distância. 203
7.18 Sistema óptico para ampliação fotográfica. 204
7.19 Curvas de aberração esférica, astigmatismo e distorção. 205
7.20 Diagrama *spot* do sistema óptico de ampliação fotográfica. 205
7.21 Sistema óptico para varredura a longa distância (Perspectiva yz). 206
7.22 Sistema óptico para varredura a longa distância (Perspectiva xz). 207
7.23 Curvas de aberrção esférica, astigmatiso e distorção. 207
7.24 Diagrama *spot* do sistema óptico. 208
7.25 Sistema óptico do expansor de feixes (Perspectiva yz). 209
7.26 Sistema óptico do expansor de feixes (Perspectiva xz). 209
7.27 Diagrama *spot* do sistema óptico. 210
7.28 Microscópio cirúrgico estereoscópico. 211
7.29 Sistema mecânico do microscópio cirúrgico. 212
7.30 Sistema óptico do microscópio cirúrgico (vista lateral). 212

7.31 Função de transferência de modulação FTM para o sistema telescópico galileano de aumento 2/5 do microscópio cirúrgico. 214
7.32 Função de transferência de modulação FTM para o sistema telescópico galileano de aumento 2/3 do microscópio cirúrgico. 214
7.33 Função de transferência de modulação FTM para o sistema telescópico galileano de aumento 3/2 do microscópio cirúrgico. 215
7.34 Função de transferência de modulação FTM para o sistema telescópico galileano de aumento 5/2 do microscópio cirúrgico. 215
7.35 Desenho do sistema óptico descrevendo as características ópticas. 216
7.36 Curvas de aberração esférica, astigmatismo e distorção. 217
7.37 Diagrama *spot* do sistema óptico. 217
7.38 Função de transferência de modulação FTM do sistema óptico para adaptação de uma câmera CCD. 218
7.39 Protótipo da Lâmpada de Fenda. 220
7.40 Desenho mecânico da Lâmpada de Fenda. 221
7.41 Sistema de iluminação da Lâmpada de Fenda. 222
7.42 Sistema óptico do estereo-microscópio (vista superior - lado esquerdo). 224
7.43 Sistema óptico do estereo-microscópio (vista superior - lado direito). 224
7.44 Protótipo da Lâmpada de Fenda construída. 225
7.45 Peças mecânicas confeccionadas da Lâmpada de Fenda. 226
7.46 Peças mecânicas e componentes ópticos da Lâmpada de Fenda. 227
7.47 Ocular e sistema de prismas da Lâmpada de Fenda. 227
7.48 Peças mecânicas da Lâmpada de Fenda tratados por processo de anodização. . . 228
7.49 Peças mecânicas da Lâmpada de Fenda tratados por processo de anodização. . . 228
7.50 Desenho do sistema óptico tridimensional do estereo-microscópio. 229
7.51 Função de transferência de modulação FTM para a objetiva O da Lâmpada de Fenda. 231
7.52 Função de transferência de modulação FTM para a ocular K da Lâmpada de Fenda. 231
7.53 Função de transferência de modulação FTM para o sistema telescópico de aumento 2/5 da Lâmpada de Fenda. 232

7.54 Função de transferência de modulação FTM para o sistema telescópico de aumento 2/3 da Lâmpada de Fenda. 232
7.55 Função de transferência de modulação FTM para o sistema telescópico de aumento 3/2 da Lâmpada de Fenda. 233
7.56 Função de transferência de modulação FTM para o sistema telescópico de aumento 5/2 da Lâmpada de Fenda. 233

Lista de Tabelas

2.1 Tabela de comprimentos de onda 7

3.1 Tabela de distribuição de energia no padrão de difração no foco de um sistema óptico perfeito. 76

4.1 Tabela dos termos das séries de potências da Função Aberração de Onda. 93

6.1 Tabela relacionando as medidas de qualidade de imagem a OPD, sendo que RL indica o limite de $\lambda/4$ de Rayleigh. 164

7.1 Características ópticas do sistema óptico. 193

7.2 Características ópticas do sistema óptico. 196

7.3 Características ópticas do sistema óptico. 198

7.4 Características ópticas do sistema óptico. 201

7.5 Características ópticas do sistema óptico. 204

Resumo

O propósito deste trabalho tem sido a utilização das técnicas de Desenho Óptico para o desenvolvimento de sistemas ópticos altamente otimizados. Após a confeccção destes sistemas ópticos torna-se necessário avaliar o desempenho do sistema construído, para isto tem sido utilizado uma das técnicas mais modernas para avaliação de qualidade da imagem óptica, a função de transferência óptica FTO, mais especificamente a função de transferência de modulação FTM. FTM representa o módulo da função complexa FTO e está associada à medida direta e quantitativa da qualidade de imagem, descrevendo a estrutura da imagem como uma função da freqüência espacial. Estas duas técnicas são as ferramentas fundamentais para os desenhistas ópticos. Instrumentos oftálmicos como o microscópio cirúrgico, sistema óptico para adaptação de uma câmera CCD e a lâmpada de fenda são desenvolvidos e analisados por estas técnicas neste trabalho.

Abstract

The purpose of this work has been the use of Design Optical techniques to development of highly optimized optical systems. After the fabrication of these systems, it is necessary to evaluate the performance of building systems. A modern technique used to evaluate the quality of optical image is the optical transfer function OTF, more exactly the modulation transfer function MTF. MTF is the modulus of the complex function OTF. MTF is associated the direct and quantitative measure of the image quality and it describes the image structure as a function of spatial frequency. This bides techniques are the tools of optical designers. Ophthalmic instruments like surgery microscope, optical system of CCD camera adaptation and slit lamps are developed and analyzed for this techniques in this work.

Capítulo 1

Introdução

O crescente desenvolvimento de *softwares* e *hardwares* na área de desenho de sistemas ópticos e sua avaliação quanto à qualidade de imagem produzida, torna a especialidade da Óptica Técnica um campo extenso e bastante promissor a ser investido no desenvolvimento de tecnologia do país. A formação de um profissional, denominado de desenhista óptico, é muito pouco conhecido, embora, sua característica técnica seja de suma importância no avanço tecnológico do país. A Óptica é um dos ramos da Física, que mais se identifica como a fronteira para as outras áreas da Ciência Tecnológica. Isto é devido ao fato do órgão mais sensível do ser humano, o olho e seus mecanismos de percepção, desenvolver uma das mais importantes sensibilidades à região de ondas eletromagnéticas, denominada de luz. A luz, que é o objeto de estudo da Óptica, torna-a uma área interdisciplinar entre todas as outras áreas da Ciência. Esta característica essencial da Óptica vem permitindo o desenvolvimento crescente de vários instrumentos com tecnologia óptica, seja no campo da informática, medicina, eletrônica, mecânica de precisão, militar, aéreo, naval, educação, construção civil, indústria, comércio, *marketing*, entre outros. O desenvolvimento da Óptica vem crescendo juntamente com o desenvolvimento de *lasers* e de computadores, que fazem destas últimas quatro décadas, o marco da história da Ciência na era moderna. O Desenho Óptico é uma arte da Ciência que ocupa-se fundamentalmente com o projeto de sistemas ópticos, com a finalidade de torná-los mais eficientes possíveis quanto a sua natureza próxima a sistemas perfeitos. Contudo, sistemas perfeitos não são possíveis, e para isto são desenvolvidas técnicas que vem sendo melhoradas com os avanços tecnológicos crescentes. Hoje o desenhista óptico tem a sua disponibilidade vários *softwares* no mercado internacional e sua escolha restringe-se ao grau de sofisticação e precisão de seus projetos ópticos. Antes do advento dos computadores, os desenhistas ópticos realizavam seus projetos através de cálculos matemáticos manualmente, o que exigia um tempo extremamente longo, dependendo do número de componentes e do grau das características ópticas a serem

obtidas por um sistema óptico. Normalmente, os *softwares* de Desenho Óptico são fáceis de serem manuseados e não requerem um conhecimento profundo de computação. Entretanto, o desenhista óptico requer um conhecimento das técnicas de desenho de sistemas ópticos, cuja a base é formação de imagem e sua compreensão através da Óptica Geométrica. Sabe-se que a luz possui um comportamento dualístico, ou seja, comporta-se como um raio atravessando linearmente por diferentes meios, que é o objeto de estudo da Óptica Geométrica ou comporta-se como uma onda sendo transmitida com uma freqüência característica, que é o objeto de estudo da Óptica Física. Do ponto de vista do Desenho Óptico, os primeiros passos para o projeto de sistemas ópticos são realizados na região paraxial, ou seja, próxima ao eixo óptico, e sob o domínio da Óptica Geométrica. Para obter a otimização destes sistemas ópticos, é estritamente necessário levar em consideração todas as imperfeições naturalmente presentes em quaisquer sistemas ópticos, que são as denominadas aberrações monocromáticas e cromáticas. Durante o processo de otimização, cujo intuito é eliminar ou minimizar tais aberrações, o Desenho Óptico é analisado sob o domínio da Óptica Física. Esta necessidade de analisar um sistema óptico sob o aspecto da Óptica Física advém do fato da imagem de uma fonte pontual não formar exatamente um ponto, mas um padrão de difração com uma condensação de luz central circundada de anéis claros e escuros. O domínio da Óptica Geométrica e da Óptica Física na arte de Desenho Óptico são desenvolvidos teoricamente pelos capítulos que se seguem:

Capítulo 2: Formação da Imagem sob o Aspecto da Óptica Geométrica,

Capítulo 3: Conceitos e Características Ópticas para o Desenho de Sistemas Ópticos,

Capítulo 4: Aberrações de Sistemas Ópticos,

Capítulo 5: Desenho Óptico.

As técnicas de Desenho Óptico fornecem ao desenhista óptico um projeto de um sistema óptico totalmente otimizado para as condições requeridas para a sua finalidade. O *software* de Desenho Óptico utilizado neste trabalho é o *Code V*, produzida pela empresa *Optical Research Associates - California.* O próximo passo, portanto, consiste-se em confeccionar todos os componentes ópticos que constituem o sistema óptico projetado. A função dos técnicos ópticos de uma Oficina de Óptica, é obedecer rigorosamente todos os parâmetros ópticos, tais como raio de curvatura, espessura, diâmetro, tipo de material, exigidos pelo projeto do sistema óptico. Paralemente à confecção dos componentes ópticos do sistema óptico projetado, é necessário projetar um sistema mecânico de maneira que mantenha rigorosamente as condições do projeto óptico. Para isto, atualmente, existem vários *softwares* eficientes para projetos de

desenhos mecânicos, tais como *AutoCAD* e *LightTools*.

Após a confecção dos componentes ópticos e a montagem do sistema óptico projetado, podem surgir possíveis erros introduzidos durante a confecção dos componentes ópticos, somados aos possíveis erros introduzidos pelo dispositivo mecânico projetado para a montagem do sistema óptico. O método utilizado para aferir o sistema construído como um todo, é geralmente feito de maneira qualitativa através da sensibilidade do olho humano. No país não há ainda uma tradição em Óptica, que permita desenvolver métodos objetivos de aferição de sistemas ópticos construídos, de modo que possa analisar e avaliar as técnicas utilizadas na confecção de componentes ópticos. Ou seja, é imprescindível realizar análises objetivas para avaliar estas técnicas em relação à qualidade da imagem formada pelos componentes do sistema óptico confeccionado. Um dos objetivos deste trabalho é justamente desenvolver uma metodologia, que relacione a avaliação do desempenho do sistema óptico construído com as técnicas utilizadas na confecção de componentes do sistema óptico. Um eficiente método moderno para a avaliação da qualidade de imagem em sistemas ópticos é a função de transferência óptica (FTO), mais especificamente a função de transferência de modulação ou contraste (FTM). FTM é a quantidade mensurável do desempenho de um sistema óptico, que representa o nível de integridade de detalhes transferidos do objeto à imagem. A resposta do desempenho de um sistema óptico é representado em forma de uma curva de intensidade de constraste da imagem em função da freqüência espacial de um objeto de padrão, geralmente senoidal. Esta técnica de medida torna possível analisar o sistema óptico construído em relação ao sistema óptico projetado. Ou seja, a representação gráfica obtida por um específico instrumento de medida de FTM possibilita a comparação com a curva de FTM teórica resultante das técnicas de Desenho Óptico. O instrumento de medida adquirido no Laboratório de Óptica Oftálmica, que torna a avaliação da qualidade de imagem em sistemas ópticos mensurável, é a estação de medida automática *Optomatic*, produzida pela empresa alemã Trioptics. *Optomatic* é um instrumento de teste óptico totalmente automatizado, que fornece a medida de FTM de quaisquer sistemas ópticos, além de características ópticas como distância focal efetiva, distância focal anterior e raio de curvatura, descentralização, ângulos de prismas e cunhas ópticas. Desta maneira, completa-se o propósito estabelecido para este trabalho, cujo objeto de pesquisa é a utilização das técnicas de Desenho Óptico para o projeto de quaisquer sistemas ópticos e a utilização das técnicas de avaliação da qualidade imagem formada por estes sistemas óticos construídos. Sendo a análise e a avaliação dos erros introduzidos pelas técnicas de construção destes sistemas ópticos, o

"ponto-chave" para o melhoramento do desempenho dos sistemas ópticos contruídos.

O **capítulo 6**: Avaliação da Qualidade de Imagem em Sistemas Ópticos, inicia com uma sinopse histórica do desenvolvimento do Desenho Óptico e da avaliação da qualidade de imagem óptica. Segue-se com uma descrição sucinta de alguns critérios de avaliação de imagem óptica e finalmente aborda a função de transferência óptica (FTO). Uma discussão matemática de FTO é feita, definindo FTO como uma função complexa, cujo módulo é denominada de função de transferência de modulação FTM. FTM é a medida quantitativa que representa o desempenho de um sistema óptico.

O **capítulo 7**: Instrumentos Ópticos Desenvolvidos, descreve os sistemas ópticos projetados utilizando as técnicas de Desenho Óptico: 1. Sistema de focalização do topógrafo de córnea, 2. Sistema de iluminação do oftalmoscópio, 3. Carona do oftalmoscóspio, 4. Sistema óptico para medidores a distância, 5. Sistema óptico para ampliação fotográfica, 6. Sistema óptico para varredura angular a longa distância, 6. Expansor de feixe de luz para grande campo de visão, 7. Microscópio cirúrgico. Estes sistemas foram desenvolvidos para dar suporte à pesquisa realizada pelo pessoal envolvido no Laboratório de Óptica Oftálmica, de modo que serviram de treinamento para o domínio das técnicas de Desenho Óptico.

Um instrumento bastante utilizado nos consultórios oftálmicos, denominado de Lâmpada de Fenda é utilizado neste trabalho como objeto de pesquisa, de modo que, utilizando-se as técnicas de Desenho Óptico, todo o sistema óptico otimizado deste instrumento foi projetado. A parte mecânica da Lâmpada de Fenda foi projetada utilizando-se o conhecido *software* de desenho mecânico: *AutoCAD*. Todos os componentes ópticos dos sistema foram confeccionados na Oficina de Óptica do próprio departamento (IFSC), assim como todas as peças mecânicas foram confeccionadas na Oficina Mecânica do departamento. A avaliação de imagem dos componentes ópticos foram analisados por medição de FTM, defrontando-se com alguma degradação da imagem introduzidas pelas próprias técnicas de confecção, que estão discutidas no capítulo 7. Com a finalidade de analisar e avaliar a qualidade da imagem em função das tradicionais técnicas de confecção de sistemas ópticos, um dubleto para adaptação de uma câmera CCD foi utilizada. O principal objetivo foi desenvolver uma metodologia, que permitisse determinar o fator preponderante da degradação da imagem em componentes ópticos gerados por problemas de fabricação.

O **capítulo 8** conclui este trabalho, abrindo um vasto campo para a formação de desenhistas ópticos e efetivando sua atuação no desenvolvimento tecnólogico do país.

Capítulo 2

Formação da Imagem sob o Aspecto da Óptica Geométrica

A tarefa da Óptica, atualmente, é ocupar-se predominantemente do conhecimento e da disposição dos novos princípios para as aplicações tecnológicas. O modelo da Óptica Geométrica ($\lambda \longrightarrow 0$) é muito útil para muitas aplicações, e é aplicado ao ramo da Física que trata da propagação da luz como raios. Estes raios são considerados como linhas retas propagando-se num meio homogêneo. Contudo, a Óptica Geométrica não inclui o aspecto ondulatório da propagação da luz e também não leva em conta os efeitos de interferência e difração. A Óptica Geométrica é o princípio básico do desenho de sistemas ópticos, a área da Óptica Tecnológica que denomina-se Desenho Óptico. O Desenho Óptico fornece um recurso progressivo de representações gráficas à métodos de análise numérica, com o intuito de obter a otimização de quaisquer sistemas ópticos, cujo resultado é suficientemente preciso, na maioria dos casos. Um dos propósitos deste capítulo é descrever as leis e princípios da Óptica Geométrica e mostrar suas aplicações para o desenho de sistemas ópticos.

2.1 Índice de Refração, Dispersão e Caracterização dos Vidros Ópticos

Um raio luminoso pode atravessar diferentes meios ópticos ao longo de seu caminho óptico. A característica mais importante de um meio óptico é dada pelo índice de refração. O índices de refração pode ser definido de duas maneiras:

– Índice de Refração Absoluto do meio k:

$$n_k = \frac{c_o}{c_k} \tag{2.1}$$

onde c_o é a velocidade da luz no vácuo e c_k é a velocidade da luz no meio k.

– Índice de Refração Relativo entre dois meios i e k:

$$n_{ik} = \frac{c_i}{c_k} = \frac{n_k}{n_i} \tag{2.2}$$

onde c_i é a velocidade da luz no meio i e c_k é a velocidade da luz no meio k. Em geral utiliza-se o índice de refração absoluto.

A dependência do índice de refração em relação ao comprimento onda é descrita pela dispersão do meio óptico. As fórmulas de aproximação de dispersão do meio óptico foram obtidas teoricamente e as constantes obtidas empiricamente, para os diferentes tipos de vidros[1,2]:

– Fórmula de Hartmann(região visível):

$$n = n_0 + \frac{A}{(\lambda - \lambda_0)^B} \tag{2.3}$$

onde A, B, n_0, λ_0 são as constantes empíricas e B varia de $0,5$ a $2,0$.

– Fórmula de Herzberg:

$$n = A_0 + A_1\lambda^2 + \frac{A_2}{\lambda^2 - \lambda_0^2} + \frac{A_3}{(\lambda^2 - \lambda_0^2)^2} \tag{2.4}$$

onde A_0, A_1, A_2, A_3 são as constantes empíricas e $\lambda_0 = 168\ nm$.

– Fórmula de Cauchy (região visível):

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} \tag{2.5}$$

onde A e B são constantes empíricas características dos materiais.

–Fórmula de Bausch & Lomb:

$$n^2 = a + b\lambda^2 + c\lambda^4 + \frac{d}{\lambda^4} + \frac{e\lambda^2}{(\lambda^2 - f) + g\lambda^2/(\lambda^2 - f)} \tag{2.6}$$

onde a, b, c, d, e e f são as constantes empíricas características do material.

– Fórmula de Schott:

$$n = \overline{A_0} + \overline{A_1}\lambda^2 + \overline{A_2}\lambda^{-2} + \overline{A_3}\lambda^{-4} + \overline{A_4}\lambda^{-6} + \overline{A_5}\lambda^{-8} \tag{2.7}$$

onde as constantes $\overline{A_0}$, $\overline{A_1}$, $\overline{A_2}$, $\overline{A_3}$, $\overline{A_4}$, $\overline{A_5}$ são determinadas pelo método dos mínimos quadrados sobre os valores medidos do índice de refração para os diferentes vidros. As duas últimas fórmulas de dispersão de vidros ópticos são utilizadas por fabricantes de vidros.

O Desenho Óptico utiliza em geral somente alguns comprimentos de onda para descrever a dispersão, listada na Tabela 2.1.

símbolo	λ (nm)	elemento químico	côr
h	404,7	Hg	violeta
F'	480,0	Cd	azul
F	486,1	H_2	azul
e	546,1	Hg	verde
d	587,1	He	amarelo
C'	643,8	Cd	vermelho
C	656,3	H_2	vermelho

Tabela 2.1: Tabela de comprimentos de onda

Os diversos tipos de vidros ópticos são caracterizados pelas seguintes grandezas:

– Índice de Refração Principal (n_e) $\Rightarrow$ é o índice de refração para a linha e do Hg com o comprimento de onda $\lambda_e = 546,1$ nm:

$$1,3 \leq n_e \leq 2,1.$$

A linha d de He pode ser também utilizada para a definição do índice de refração principal (n_d).

– Dispersão Principal ($D_{F'C'}$) $\Rightarrow$ é a diferença do índice de refração para as linhas F' e C' de Cd:

$$n_{F'} - n_{C'} = D_{F'C'}. \tag{2.8}$$

As linhas F e C do H_2 podem ser também utilizadas para a definição de dispersão (D_{FC}).

– Número de Abbe (ν_λ) $\Rightarrow$ é definido para o comprimento de onda λ como:

$$\nu_\lambda = \frac{n_\lambda - 1}{n_{F'} - n_{C'}} = \frac{n_\lambda - 1}{D_{F'C'}}. \tag{2.9}$$

Uma outra definição muitas vezes utilizada é:

$$\nu_e = \frac{n_e - 1}{D_{F'C'}} \qquad 20 < \nu_e < 90. \tag{2.10}$$

Pode ser utilizada também, para a definição de número de Abbe, a linha d de He (ν_d).

– Dispersão Relativa Parcial ($\vartheta_{\lambda_1\lambda_2}$) $\Rightarrow$ é definido como:

$$\vartheta_{\lambda_1\lambda_2} = \frac{n_{\lambda_1} - n_{\lambda_2}}{D_{F'C'}}. \tag{2.11}$$

Os vidros ópticos são tradicionalmente subdivididas em duas classes:

– CROWN:

$n_e < 1,6028$; $\nu_e > 54,7$

$n_e > 1,6028$; $\nu_e > 49,7$

– FLINT:

$n_e < 1,6028$; $\nu_e < 54,7$

$n_e > 1,6028$; $\nu_e < 49,7$

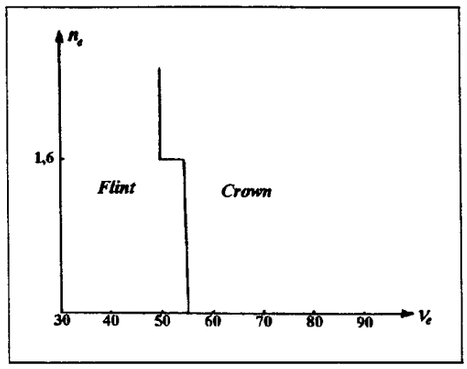


Figura 2.1: Diagrama de vidros Crown e Flint.

2.2 Fundamentos Básicos da Óptica Geométrica

2.2.1 Axiomas, Princípio de Fermat, Regras de Sinais

2.2.1.1 Axiomas

Os axiomas principais da Óptica Geométrica são:

1. Os raios luminosos propagam-se retilinearmente num meio óptico homogêneo.

2. As leis de reflexão e refração são obedecidas em qualquer superfície de separação entre dois meios.

3. A marcha de um raio é reversível.

4. Os feixes de raios luminosos cruzam-se sem interferir um ao outro.

2.2.1.2 Princípio de Fermat

Toda a Óptica Geométrica pode ser descrita e deduzida a partir do princípio de Fermat:

"O trajeto de propagação da luz entre dois pontos ao longo do sistema óptico, corresponde sempre a um percurso mínimo de tempo"[1,3], ou seja:

$$\delta L = \delta \int_A^{A'} ndl = \delta \sum n_k l_k = 0 \tag{2.12}$$

onde $L = \int_A^{A'} ndl = \sum n_k l_k$ corresponde ao caminho óptico, l é o caminho geométrico e n é o índice de refração do meio.

Consequência do Princípio de Fermat:

O raio incidente, a normal à superfície de incidência e o raio emergente estão contidas num mesmo plano.

2.2.1.3 Regras de Sinais

As regras de sinais[1] podem ser definidas de acordo com a figura 2.2 como:

1. À distância é atribuído um sinal negativo, se o ponto de referência encontrar-se à direita, caso contrário é positivo.

2. Ao ângulo é atribuído um sinal negativo, se for necessário girar o raio no sentido horário para que coincida com um eixo de referência e se o giro for no sentido anti-horário, o sinal é positivo.

Na atribuição das regras de sinais, o ponto de referência para as distâncias é o vértice V e para os raios é o ponto de intersecção P com a superfície de refração (ou de reflexão). O eixo de referência para os ângulos de intersecção σ, σ' é o eixo óptico. O eixo de referência para os ângulos de refração (ou de reflexão) é a normal à superfície.

[1] As regras de sinais utilizadas neste texto referem-se a escola alemã de Óptica, as quais não concordam totalmente com a escola americana de Óptica.

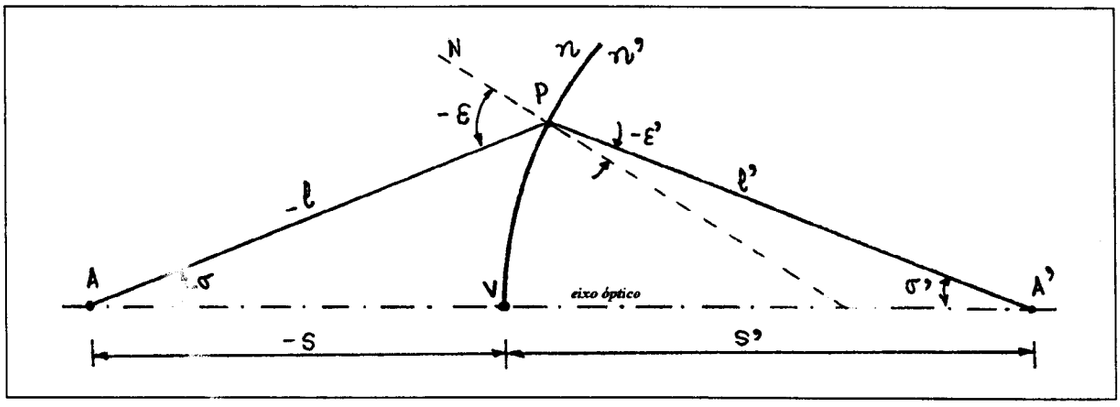


Figura 2.2: Representação geométrica do traçado de raios.

2.2.2 Lei de Refração e Lei de Reflexão

2.2.2.1 Lei de Refração (Lei de Snell)

1. O raio incidente, a normal e o raio refratado pertencem ao mesmo plano.

2. A razão entre o seno do ângulo de refração e o seno do ângulo de incidência é igual a razão entre os índices de refração dos meios n e n':

$$\frac{sen(-\varepsilon')}{sen(-\varepsilon)} = \frac{c'}{c} = \frac{n}{n'} \tag{2.13}$$

onde ε é o ângulo de incidência, ε' é o ângulo de refração da luz, n e n' são os índices de refração dos meios pelos quais a luz atravessa.

Se $n' > n$, então, segundo a Lei de Refração: $sen\varepsilon > sen\varepsilon'$, ou seja, o ângulo de refração ε' é menor que o ângulo de incidência ε. Sabendo-se que o índice de refração absoluto é por definição: $n = c/v$, então para dois meios de índices de refração diferentes temos:

$$\frac{n'}{n} = \frac{v}{v'}$$

onde v é a velocidade da luz no meio n e v' é velocidade da luz no meio n'. Sendo $n' > n$, então: $v' < v$.

O fenômeno fundamental da refração da luz é a mudança de velocidade de propagação que ela sofre ao penetrar de um meio a outro diferente. E esta mudança de velocidade deve-se à mudança de direção da luz ao ser refratado. Portanto:

$$n' > n \Rightarrow \varepsilon' < \varepsilon \Rightarrow v' < v. \tag{2.14}$$

2.2.2.2 Lei de Reflexão

1. O raio incidente, a normal à superfície de incidência e o raio refletido pertencem ao mesmo plano.

2. O ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência:

$$\varepsilon' = -\varepsilon \tag{2.15}$$

onde ε é o ângulo de incidência e ε' é o ângulo de reflexão da luz. Em particular, quando um raio de luz incide segundo à normal N, tem-se $\varepsilon = 0$, resultando $\varepsilon' = 0$, logo o raio refletido coincide com a normal.

2.2.3 Reflexão Total e Dispersão

2.2.3.1 Reflexão Interna Total

A lei de refração fornece $sen\varepsilon' = \left(\frac{n}{n'}\right) sen\varepsilon$. Para $n' < n$, o raio é refratado do meio de índice de refração n atingindo a superfície de um segundo meio de índice de refração n' (figura 2.3). Quando $\frac{n}{n'} \geq 1$, então, $sen\varepsilon' \leq 1$ se $sen\varepsilon \leq \frac{n'}{n}$. Portanto, existe um ângulo $\varepsilon < 90°$ para o qual o raio emerge rasante à superfície, com um ângulo de refração ε' de 90°. O ângulo de incidência para o qual o raio refratado emerge tangente à superfície é denominado de <u>ângulo crítico ε_{cr}</u> e é determinado por:

$$sen\varepsilon_{cr} = \frac{n'}{n}. \tag{2.16}$$

Se o ângulo de incidência for maior que o ângulo crítico, o seno do ângulo de refração, é maior que 1, portanto, o raio não passa para o segundo meio, sofrendo reflexão total na superfície de separação entre os dois meios. A reflexão total ocorre somente quando um raio incide sobre a superfície de um segundo meio, cujo índice de refração é menor que o do meio em que estava se propagando.

O ângulo crítico de uma superfície vidro-ar, tomando como valor típico 1,5 para o índice de refração do vidro e 1,0 para o ar, é dado por:

$$sen\varepsilon_{cr} = \frac{1}{1,5} = 0,67 \Rightarrow \varepsilon_{cr} = 42,07°.$$

Muito convenientemente, esse ângulo é um pouco menor que 45°, o que torna possível o uso de prismas de ângulos 45°-45°-90° como superfícies totalmente refletoras em inúmeros instrumentos ópticos. As vantagens dos prismas totalmente refletoras sobre as superfícies metálicas refletoras

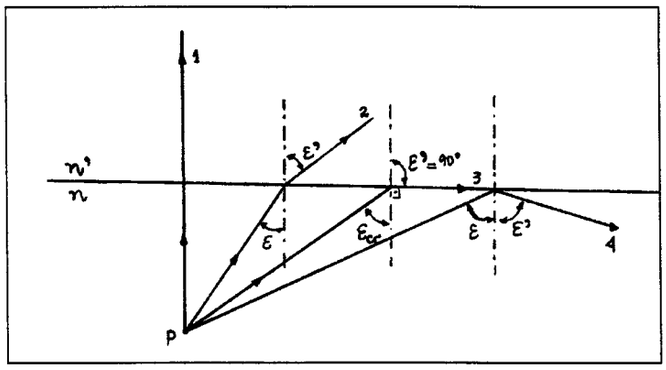


Figura 2.3: Reflexão total.

são: (a) a luz é totalmente refletida, enquanto que nenhuma superfície metálica reflete 100% da luz que lhe é incidente e (b) as propriedades refletoras são permanentes, não sendo afetadas pela decomposição das superfícies metálicas. Entretanto, há alguma perda por reflexão nas superfícies onde a luz entre e sai do prisma, embora haja métodos para minimizar essa perda, tais como revestir as superfícies com películas não refletoras[4].

2.2.3.2 Dispersão

Quando um raio de luz é refratado por um meio dispersivo, cujo índice de refração depende da freqüência ou do comprimento de onda, o ângulo de refração depende também da freqüência ou do comprimento de onda. Se o raio incidente, em vez de ser monocromática, for composta de diversas freqüências ou comprimentos de onda superpostos, cada comprimento de onda componente é refratado segundo um ângulo diferente. Esse fenômeno é denominado de **Dispersão**. Relacionando as definições do índice de refração absoluto $n = c/v$ e do comprimento de onda $\lambda = c/\nu$ obtém-se:

$$n = \frac{\lambda\nu}{v} \Rightarrow v = \frac{\lambda\nu}{n}$$

ou seja a velocidade da luz num meio também depedende da freqüência ν ou do comprimento de onda λ. Assim como o índice de refração do meio n é inversamente proporcional a velocidade da luz propagando neste meio. Sabe-se ainda, da relação 2.14 que o índice de refração do meio n é inversamente proporcional ao ângulo refratado ε_r, de maneira que se $\lambda \uparrow \Rightarrow n \downarrow v \uparrow \varepsilon_r \uparrow$ e se $\lambda \downarrow \Rightarrow n \uparrow v \downarrow \varepsilon_r \downarrow$ A figura 2.4 mostra a variação do índice de refração com o comprimento de onda na região visível de dois tipos de vidro, que é definida como Curva de Dispersão.

Lembrando-se que as cores estão associadas aos intervalos de comprimentos de

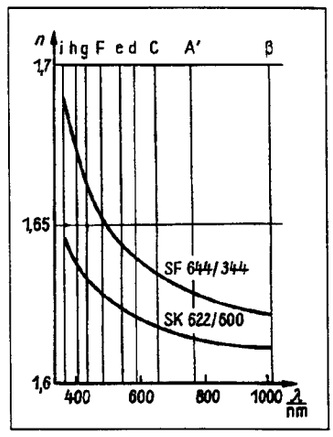


Figura 2.4: Curva de Dispersão.

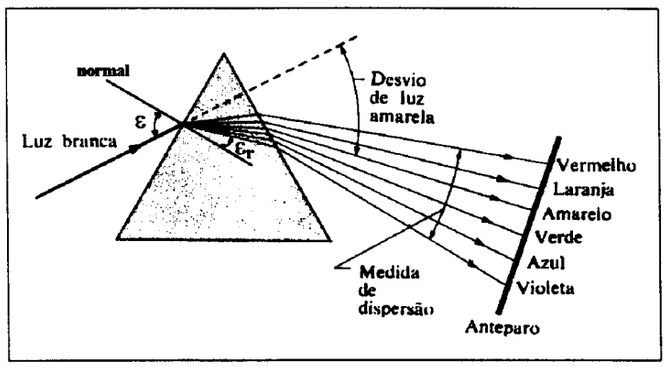


Figura 2.5: Dispersão de luz branca por um prisma.

onda que compõem a luz, a luz branca decompõem-se em cores, quando refrata-se do ar para outro meio como água ou vidro. Assim, quando um feixe de luz branca incide sobre um prisma, o ângulo de refração ε_r é menor para o comprimento de onda menor (no sentido da extremidade azul do espectro visível) e é maior para o comprimento de onda maior (extremidade vermelha do espectro). Ou seja, o desvio do raio dispersado é maior para comprimentos de onda maiores em relação a normal à superfície de incidência, conforme ilustra a figura 2.5. A formação do arco-íris é um exemplo natural de dispersão da luz do Sol pela refração provocada pelas gotículas de água da chuva. A dispersão de um prisma é definida como[5]:

$$D = \frac{d\delta}{d\lambda} = \frac{d\delta}{dn}\frac{dn}{d\lambda} \tag{2.17}$$

onde o fator $d\delta/dn$ depende principalmente da geometria do sistema, enquanto o fator $dn/d\lambda$ depende do material, do qual é feito o prisma.

2.2.4 Leis de Refração e Reflexão Vetoriais

As equações 2.13 e 2.15 podem ser escritas da forma vetorial[1]:

2.2.4.1 Lei de Refração Vetorial

Partindo da definição do módulo do produto vetorial e da figura 2.6(b) obtém-se:

$$sen\varepsilon = \mid \vec{s} \times \vec{n} \mid \quad e \quad sen\varepsilon' = \mid \vec{s'} \times \vec{n} \mid, \tag{2.18}$$

onde $\vec{s}$ é o vetor unitário indicando a direção da luz incidente, $\vec{s'}$ é o vetor unitário indicando a direção da luz refratada e $\vec{n}$ é o vetor unitário normal à superfície de incidência. Usando a equação 2.18 em 2.13, podemos escrever:

$$n \mid \vec{s} \times \vec{n} \mid = n' \mid \vec{s'} \times \vec{n} \mid . \tag{2.19}$$

Sendo os produtos vetoriais $\vec{s} \times \vec{n}$ e $\vec{s'} \times \vec{n}$ ambos perpendiculares ao vetor $\vec{n}$ (Consequência do Princípio de Fermat), então, a equação 2.19 pode ser reescrita como:

$$n(\vec{s} \times \vec{n}) = n'(\vec{s'} \times \vec{n}).$$

Multiplicando vetorialmente ambos os lados por $\vec{n}$ tem-se:

$$n[\vec{n} \times (\vec{s} \times \vec{n})] = n'[\vec{n} \times (\vec{s'} \times \vec{n})]. \tag{2.20}$$

Usando o resultado do duplo produto vetorial: $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A}.\vec{C})\vec{B} - (\vec{A}.\vec{B})\vec{C}$, a equação 2.20 pode ser escrita, tal como:

$$n[\vec{n}^2\vec{s} - (\vec{n}.\vec{s})\vec{n}] = n'[\vec{n}^2\vec{s'} - (\vec{n}.\vec{s'})\vec{n}]. \tag{2.21}$$

Sabendo que $\vec{n}$ é um vetor unitário, portanto, $\vec{n}^2 = 1$, assim a equação 2.21 torna-se:

$$n[\vec{s} - (\vec{n}.\vec{s})\vec{n}] = n'[\vec{s'} - (\vec{n}.\vec{s'})\vec{n}],$$

ou seja:

$$\vec{s'} = \frac{n}{n'}[\vec{s} - (\vec{n}.\vec{s})\vec{n}] + (\vec{n}.\vec{s'})\vec{n}. \tag{2.22}$$

Usando a definição de produto escalar pode-se escrever:

$$\vec{n}.\vec{s'} = cos\varepsilon'.$$

Mas $cos\varepsilon' = \sqrt{1 - sen^2\varepsilon'}$, então:

$$\vec{n}.\vec{s'} = \sqrt{1 - sen^2\varepsilon'}. \tag{2.23}$$

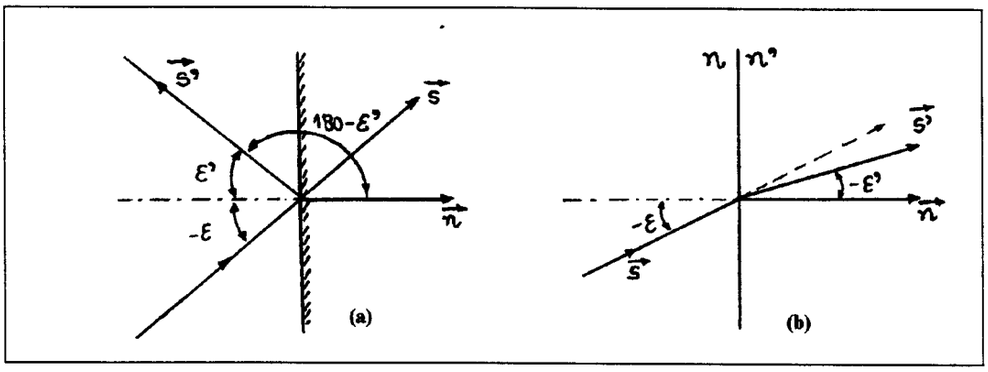


Figura 2.6: Esquema de representação vetorial de (a) reflexão de luz e (b) refração de luz.

Usando a lei da refração (equação 2.13) a equação pode ser reescrita como:

$$\vec{n}.\vec{s'} = \sqrt{1 - \left(\frac{n}{n'}\right)^2 sen^2\varepsilon}. \tag{2.24}$$

Logo, usando a equação 2.24, a equação 2.22 pode ser escrita, de tal forma:

$$\vec{s'} = \frac{n}{n'}\left[\vec{s} - (\vec{n}.\vec{s})\vec{n}\right] + \left[\sqrt{1 - \left(\frac{n}{n'}\right)^2 sen^2\varepsilon}\right]\vec{n}. \tag{2.25}$$

Do resultado do produto escalar, sabe-se que:

$$\vec{n}.\vec{s} = cos\varepsilon \Rightarrow \vec{n}.\vec{s} = \sqrt{1 - sen^2\varepsilon}. \tag{2.26}$$

Portanto, usando a equação 2.26 em 2.25 obtém-se:

$$\vec{s'} = \frac{n}{n'}\vec{s} - \vec{n}\left\{\frac{n}{n'}(\vec{n}.\vec{s}) - \sqrt{1 - \left(\frac{n}{n'}\right)^2 [1 - (\vec{n}.\vec{s})^2]}\right\}. \tag{2.27}$$

Esta equação é a <u>lei de refração vetorial</u>.

2.2.4.2 Lei de Reflexão Vetorial

Partindo da definição do módulo do produto vetorial e da figura 2.6(a) obtém-se:

$$\mid \vec{s} \times \vec{n} \mid = sen(-\varepsilon) \quad e \quad \mid \vec{s'} \times \vec{n} \mid = sen(180° - \varepsilon'). \tag{2.28}$$

Usando a lei de reflexão 2.15, a relação trigonométrica $sen(180° - \varepsilon') = sen\varepsilon'$ e a relação 2.28, obtém-se o seguinte:

$$\mid \vec{s} \times \vec{n} \mid = \mid \vec{s'} \times \vec{n} \mid,$$

ou seja:

$$\vec{s} = -\vec{s'}. \tag{2.29}$$

Ainda, substituindo a equação da lei de reflexão 2.15 em 2.13 tem-se:

$$n = -n'. \tag{2.30}$$

Assim, a lei de reflexão vetorial pode ser obtida da lei de refração vetorial 2.27, utilizando os resultados 2.29 e 2.30, isto é, substituindo: $\vec{s'} \rightarrow -\vec{s'}$ e $n \rightarrow -n'$, sendo $\vec{s'}$ o vetor unitário indicando a direção da luz refletida. Desta forma obtém:

$$\vec{s'} = \vec{s} - 2(\vec{n}.\vec{s})\vec{n}. \tag{2.31}$$

Esta equação é a lei de reflexão vetorial.

2.2.4.3 Reflexão Total Vetorial

A reflexão total ocorre se $sen\varepsilon > \frac{n'}{n}$ e $n' < n$, portanto, usando a equação 2.26, obtém-se:

$$1 - (\vec{n}.\vec{s})^2 > \left(\frac{n'}{n}\right)^2.$$

Assim, para que ocorra a reflexão total, a equação da lei de refração vetorial 2.27 deve obedecer a seguinte condição:

$$1 - (\frac{n}{n'})^2[1 - (\vec{n}.\vec{s})^2] < 0,$$

ou seja:

$$1 - (\vec{n}.\vec{s})^2 > \left(\frac{n'}{n}\right)^2. \tag{2.32}$$

Assim a equação 2.32 estabelece a condição para que ocorra a reflexão total em termos vetoriais.

Uma aplicação da lei de reflexão vetorial é a determinação da direção de propagação da luz refletida por prismas de reflexão. Onde é possível aplicar o esquema a seguir:

n_x s_x	n_x	n_y	n_z
n_y s_y	-2($\vec{n}.\vec{s}$)n_x	-2($\vec{n}.\vec{s}$)n_y	-2($\vec{n}.\vec{s}$)n_z
n_z s_z	s_x	s_y	s_z
$\vec{n}.\vec{s}$	s'_x	s'_y	s'_z

O procedimento utilizado segue os seguintes passos:

1. Determinar os componentes da normal à superfície de reflexão e inscrever na primeira linha do quadro.

2. Determinar os componentes do vetor unitário $\vec{s}$, descrevendo a direção de propagação do raio incidente e inscrever na terceira linha.

3. Calcular $n_i s_i (i = x, y, z)$ e inscrever na primeira coluna.

4. Calcular $\vec{n}.\vec{s} = n_x s_x + n_y s_y + n_z s_z$

5. Calcular os valores da segunda linha.

6. A soma dos componentes da segunda e terceira linha resultam os componentes s'_x, s'_y e s'_z.

Exemplo: Prisma totalmente refletor

Conhecendo-se as componentes dos vetores:

$\vec{s} = \vec{s_z} = (0, 0, 1)$, $\quad n_z = -\cos 45° = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$, $\quad n_y = -\cos 45° = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$.

pode-se determinar o vetor $\vec{s'}$ utilizando o referido quadro:

0	0	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$
0	0	-1	-1
$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	0	0	1
$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	0	-1	0

Portanto, o vetor determinado é $\vec{s'} = \vec{s'_z} = (0, -1, 0)$.

O ângulo de desvio é determinado pela relação:

$$cos\delta = \vec{s}.\vec{s'} \tag{2.33}$$

como $cos\delta = \vec{s}.\vec{s'} = 0$, no caso do exemplo, então $\delta = 90°$. Para verificar se há uma reflexão total a condição dada pela equação 2.32 deve ser satisfeita. No caso do exemplo, sendo o índice de refração do prisma $n = 1,5$ e o índice de refração do ar $n' = 1,0$; obtemos:

$$1 - (\vec{n}.\vec{s})^2 > (\frac{n'}{n})^2 \Rightarrow 0.5 > (\frac{1}{1,5})^2.$$

Portanto, o prisma reflete totalmente a luz.

Para determinar a orientação da imagem, supõem-se que o objeto esteja num sistema de referência (x, y, z) com uma orientação caracterizada pelos vetores $\vec{s_x}$, $\vec{s_y}$ e $\vec{s_z}$, conforme pode ser observada pela figura 2.7. De forma que, pode-se determinar os vetores da imagem $\vec{s'_x}, \vec{s'_y}, \vec{s'_z}$ e estabelecer sua orientação. O vetor $\vec{s'_z} = (0, -1, 0)$ já foi calculado anteriormente, a partir do vetor $\vec{s_z} = (0, 0, 1)$. Utilizando-se o mesmo esquema, os vetores $\vec{s'_x}$ e $\vec{s'_y}$ podem ser calculados, a partir dos vetores $\vec{s_x} = (1, 0, 0)$ e $\vec{s_y} = (0, 1, 0)$:

IESE — SERVIÇO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO

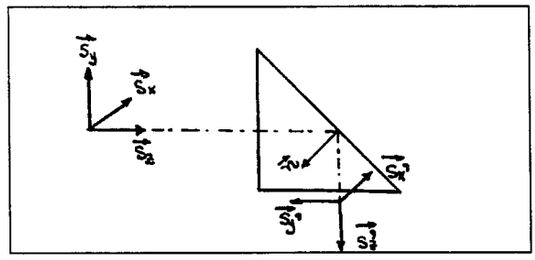


Figura 2.7: Orientação da imagem num prisma totalmente refletor.

Cálculo do $\vec{s_x'}$:

0	0	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$
0	0	0	0
0	1	0	0
0	1	0	0

Cálculo do $\vec{s_y'}$:

0	0	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	0	-1	-1
0	0	1	0
$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	0	0	-1

Assim, $\vec{s_x'} = (1,0,0)$, $\vec{s_y'} = (0,0,-1)$ *e* $\vec{s_z'} = (0,-1,0)$, ou seja, o prisma produz uma inversão da imagem (figura 2.7).

Para determinar a orientação da imagem de uma forma mais geral, o produto pode ser calculado por:

$$\triangle = (\vec{s_x'} \times \vec{s_y'}).\vec{s_z'}, \tag{2.34}$$

se $\triangle = -1$, o sistema $(\vec{s_x}, \vec{s_y}, \vec{s_z})$ matematicamente positivo torna-se um sistema matematicamente negativo, ou seja, uma reflexão produz uma inversão da imagem. Desta forma podemos concluir, que a imagem produzida pelo sistema óptico sofre inversão, se houver um número ímpar de reflexões, isto é:

$$\triangle = (-1)^m \tag{2.35}$$

onde m é o número de reflexões. Para os vetores $\vec{s_x'} = (1,0,0)$, $\vec{s_y'} = (0,0,-1)$ *e* $\vec{s_z'} = (0,-1,0)$, obtemos $\triangle = -1$, portanto, o prisma produz uma reflexão, ou seja, uma inversão da imagem.

2.3 Traçado de Raios de Sistemas Ópticos

O propósito de um sistema óptico é a formação de uma imagem de um objeto qualquer por meio de um conjunto de superfícies sobre um detector ou sensor, tal como um filme fotográfico, um detector CCD (*Charge Coupled Device*) ou mesmo o olho humano. Qualquer sistema óptico permite considerar o espaço físico como espaço-objeto ou espaço-imagem, constituído de um conjunto de ponto-objeto e ponto-imagem.

Ponto-objeto é definido como o ponto de cruzamento de raios incidentes no sistema e ponto-imagem como o ponto cruzamento de raios emergentes do sistema óptico. Um ponto-objeto é real (ou virtual), conforme o cruzamento dos raios se faça (ou não se faça) fisicamente no meio óptico em que se propagam os raios incidentes. Um ponto-imagem é real (ou virtual), conforme o cruzamento dos raios se faça (ou não se faça) fisicamente no meio óptico em que se propagam os raios emergentes. Os pontos-objetos e os respectivos pontos-imagens dizem-se conjugados com relação ao sistema óptico que forma as imagens.

2.3.1 Equações de Traçado de Raios Meridionais

Tratar-se-ão, inicialmente, dos sistemas dióptricos[2] centrados de superfícies esféricas, ou seja, todos os centros de curvatura das diferentes superfícies encontram-se no eixo óptico. Para isto, serão introduzidos as seguintes definições ilustrada pela figura 2.8:

- Todo plano contendo um raio não axial e o eixo óptico é um plano meridional.
- Todos os raios contidos neste plano são raios meridionais.
- Um plano contendo um raio meridional, sendo este perpendicular ao plano meridional, é um plano sagital.
- Todos os raios contidos neste plano, além de serem raios meridionais são também raios sagitais.

No caso de um dióptro esférico, que separa dois meios de índices de refração diferentes n e n', as seguintes equacões são obtidas a partir da lei de refração e das relações

[2]Um dióptro é uma superfície regular que separa dois meios transparentes com diferentes índices de refração. Um dióptro simples é representado por uma única superfície, enquanto um sistema dióptrico é representado por mais de uma superfície, por exemplo: lente.

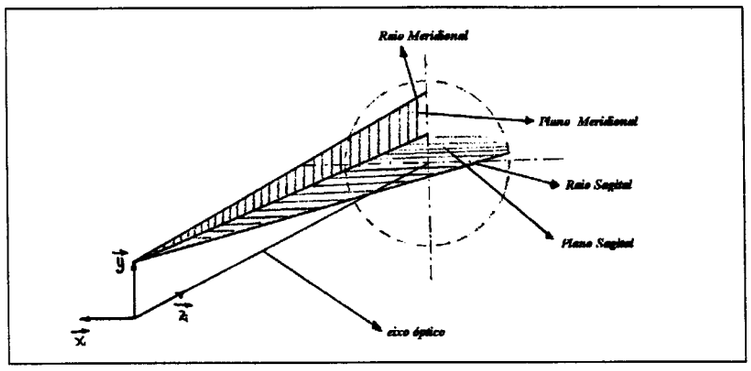


Figura 2.8: Plano meridional e sagital.

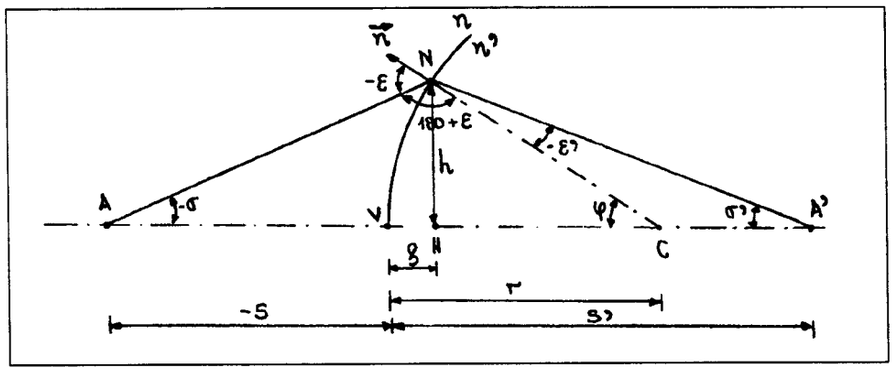


Figura 2.9: Esquema de traçado de raios num dióptro.

geométricas e trigonométricas ilustradas pela figura 2.9:

$$sen\varepsilon = \frac{r-s}{r} sen\sigma \tag{2.36}$$

$$sen\varepsilon' = \frac{n}{n'} sen\varepsilon \tag{2.37}$$

$$s' = r - r\frac{sen\varepsilon'}{sen\sigma'} \tag{2.38}$$

$$\varphi = \sigma - \varepsilon \tag{2.39}$$

$$\sigma' = \varphi + \varepsilon' \tag{2.40}$$

Na figura 2.9 os índices s e s' representam as distância-objeto e distância-imagem, A e A' os ponto-objeto e ponto-imagem, σ e σ' os ângulo-objeto e ângulo-imagem respectivamente; V representa o vértice da superfície de refração, r é o raio de curvatura da superfície dióptrica e $\vec{n}$ o vetor normal à superfície no ponto de intersecção do raio com a superfície.

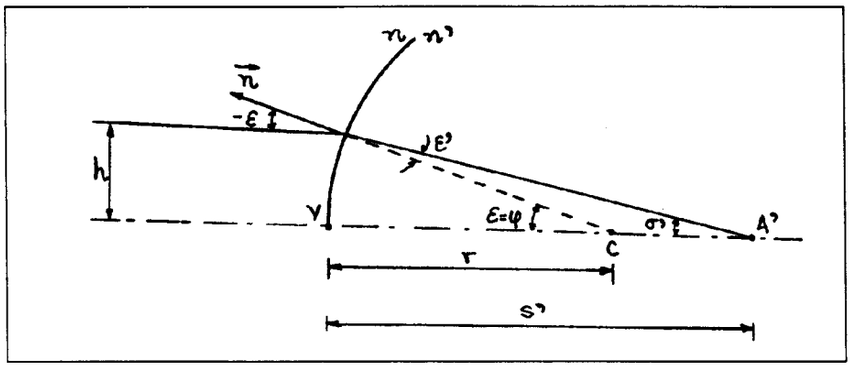


Figura 2.10: Esquema de traçado de raios de um objeto no infinito.

Utilizando as relações: 2.36, 2.37, 2.38, 2.39 e 2.40 pode-se calcular a marcha de um raio meridional através de quaisquer sistemas. Estas relações são válidas no caso de $\mid s \mid < \infty$.

No caso de um objeto no infinito: $\mid s \mid \rightarrow \infty$ ilustrada pela figura 2.10, obtém-se as seguintes relações:

$$sen\varepsilon = -\frac{h}{r} \tag{2.41}$$

$$sen\varepsilon' = \frac{n}{n'} sen\varepsilon \tag{2.42}$$

$$s' = r - r\frac{sen\varepsilon'}{sen\sigma'} \tag{2.43}$$

$$\varphi = -\varepsilon \tag{2.44}$$

$$\sigma' = \varphi + \varepsilon' \tag{2.45}$$

2.3.2 Equação de Traçado de Raios na Região Paraxial

A região paraxial é definida para as seguintes condições:

$$\varepsilon, \sigma << 1 \quad e \quad \frac{h}{r} << 1 \tag{2.46}$$

ou seja, na região paraxial, os raios limitam-se a raios vizinhos do eixo óptico. Para os raios paraxiais a inclinação dos ângulos são muito pequenos, de maneira que o seno dos ângulos podem ser aproximados pelo teorema de Maclaurin[5]:

$$sen\sigma = \sigma - \frac{\sigma^3}{3} + \frac{\sigma^5}{5} - \frac{\sigma^7}{7} + \cdots$$

Em primeira aproximação, todos os termos podem ser desprezados, a menos do primeiro, isto é, $sen\sigma = \sigma$. A teoria dos raios paraxiais é uma aproximação de primeira ordem, portanto, definida como Teoria de Primeira Ordem ou Teoria Gaussiana[3]

Neste caso as relações 2.36, 2.37, 2.38, 2.39 e 2.40 podem ser reescritas como:

$$\varepsilon = \frac{r-s}{r}\sigma \tag{2.47}$$

$$\varepsilon' = \frac{n}{n'}\varepsilon \tag{2.48}$$

$$s' = r - r\frac{\varepsilon'}{\sigma'} \tag{2.49}$$

$$\sigma' = \sigma + \varepsilon' - \varepsilon \tag{2.50}$$

Usando as relações 2.47 e 2.48 em 2.49 obtém-se:

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{n}{n'}\frac{s-r}{s'-r} \tag{2.51}$$

e utilizando a figura 2.9 tem-se $\overline{AH} = -s + g$ e $\overline{HA'} = s' - g$, de modo que, do triângulo ANH obtém-se: $tg\sigma = \frac{h}{s-g}$ e do triângulo A'NH obtém-se: $tg\sigma' = \frac{h}{s'-g}$. Assim, pode-se relacionar estes resultados, considerando os raios paraxiais ($tg\sigma' \sim \sigma'$ e $tg\sigma \sim \sigma$) e $g << s, s'$; isto é:

$$\frac{\sigma}{\sigma'} = \frac{s'}{s}\,. \tag{2.52}$$

Logo, das relações 2.51 e 2.52 obtém-se a equação de conjugação:

$$\frac{s}{s'} = \frac{n}{n'}\frac{s-r}{s'-r}\,. \tag{2.53}$$

Reescrevendo a equação 2.53 obtém-se:

$$ss'n' - sn'r = s'sn - s'nr$$

dividindo ambos os lados da equação por $ss'nn'r$ tem-se:

$$\frac{1}{nr} - \frac{1}{s'n} = \frac{1}{n'r} - \frac{1}{sn'}\,. \tag{2.54}$$

[3]A Óptica da região paraxial em sistemas ópticos simétricos formam a base da primeira aproximação ao desenho de sistemas ópticos, denominada de Óptica Gaussiana ou Óptica de primeira ordem. Os conceitos de distância focal e localização de seus pontos principais pertencem essencialmente a Óptica Gaussiana. As noções de abertura relativa, pupilas de entrada e saída, vinheta (*vignetting*) e campo visual envolvem regiões distantes do eixo óptico para a maioria dos sistemas ópticos, contudo, eles podem ser utilmente discutidos em termos de Óptica Gaussiana em alguns estágios no Desenho Óptico. A Óptica Gaussiana descreve um sistema ideal, livre de aberrações, de forma que as especificações iniciais de um sistema a ser desenhado serão em termos das propriedades paraxiais.

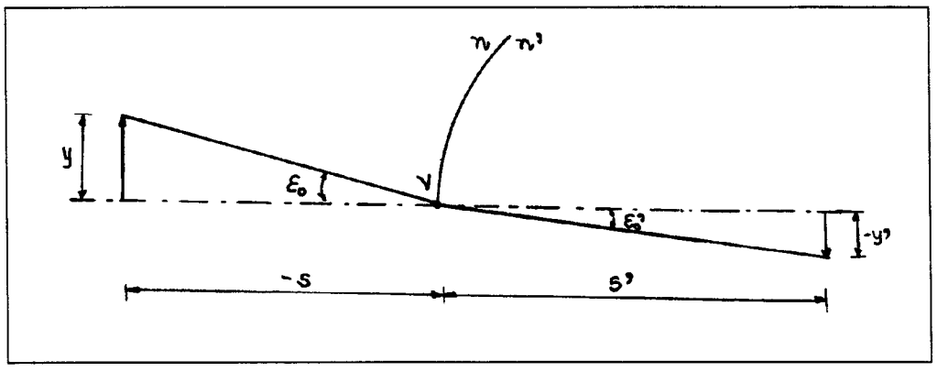


Figura 2.11: Esquema do traçado de raios paraxiais.

Rearranjando a equação 2.54 é obtido, finalmente, a seguinte relação:

$$Q = n\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r}\right) = n'\left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{r}\right) \cdot \tag{2.55}$$

que é definida como Invariante de Abbe.

Na região paraxial a distância-imagem independe da inclinação do raio e com isto, da altura do raio de incidência. Todos os raios paraxiais que partem de um ponto-objeto, cortam-se em um ponto-imagem. Embora, a imagem deva ser puntiforme na condição paraxial, na prática isto é apenas uma aproximação. Uma consequência desta aproximação, é que todos os pontos contidos num plano-objeto perpendicular ao eixo óptico, têm suas respectivas imagens conjugadas sobre um único plano-imagem, perpendicular ao mesmo, definido como plano de Gauss. Deste modo, o ponto-imagem contido neste plano é definido como ponto-imagem Gaussiano.

A relação 2.54 pode ser ainda rearranjada, de forma a obter a equação Gaussiana para um dióptro:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}, \tag{2.56}$$

que é definida como a equação conjugada entre o objeto e a imagem para os raios paraxiais, representando a teoria de primeira ordem.

Da figura 2.11 pode ser obtida as seguintes relações:

$$-\varepsilon_0 = \frac{y}{s} \quad e \quad -\varepsilon_0' = \frac{y'}{s'}, \tag{2.57}$$

onde y e y' são os tamanhos do objeto e da imagem respectivamente.

Relacionando os resultados da equação 2.57 obtém-se:

$$\frac{\varepsilon_0'}{\varepsilon_0} = \frac{y'}{y}\frac{s}{s'}, \tag{2.58}$$

Logo, utilizando as relações 2.58, 2.52 e 2.48 tem-se:

$$\frac{y'}{y} = \frac{n}{n'}\frac{\sigma}{\sigma'}, \tag{2.59}$$

Rearranjando a equação 2.59 obtém-se:

$$ny\sigma = n'y'\sigma', \tag{2.60}$$

que é definida como Invariante de Helmholtz-Lagrange.

O objetivo da análise de um sistema óptico é estabelecer uma relação entre o objeto e a imagem, conforme a aplicação pretendida pelo mesmo. Uma das grandezas importantes para sua análise são os aumentos. O aumento angular γ é definido como:

$$\gamma = \frac{\sigma'}{\sigma}. \tag{2.61}$$

Da relação 2.58, o aumento transversal ou lateral β é definido como:

$$\beta = \frac{y'}{y}. \tag{2.62}$$

O Invariante de Helmholtz-Lagrange relaciona os aumentos angular γ e transversal β, tal como:

$$\beta\gamma = \frac{n}{n'}. \tag{2.63}$$

2.3.3 Elementos Cardinais

O eixo óptico contêm pontos distintos, que possuem significados importantes para os raios paraxiais. Tais pontos são: pontos principais, pontos nodais e pontos focais.

- Um objeto que está situado no ponto principal-objeto H num plano perpendicular ao eixo óptico, projeta sua imagem no ponto principal-imagem H' com um aumento transversal $\beta = 1$, que está contido num plano perpendicular ao eixo óptico.

- Um feixe de luz, que corta o eixo óptico no ponto nodal-objeto N com um ângulo σ, corta o eixo óptico em um ponto nodal-imagem N' com um ângulo igual ($\sigma' = \sigma$), ou seja, o aumento angular é $\gamma = 1$ para os pontos nodais.

- Um objeto situado no ponto focal-objeto F projeta uma imagem no eixo óptico no infinito. A distância-imagem do ponto focal-objeto é $s'_F = \infty$.

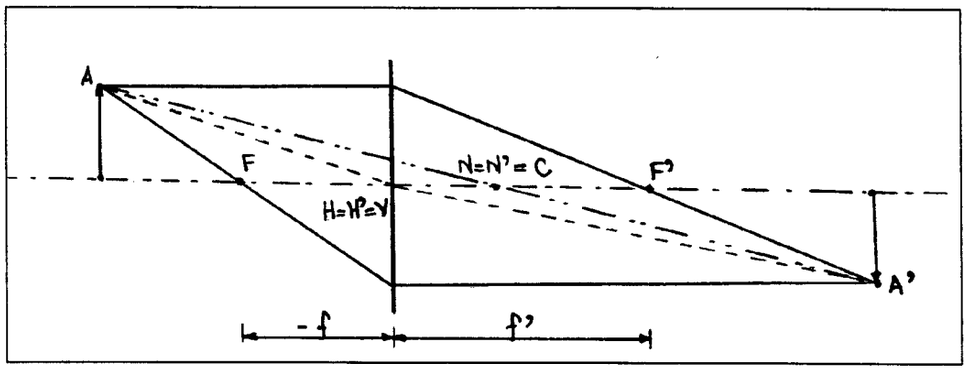


Figura 2.12: Elementos cardinais em um dióptro.

- O ponto focal-imagem F' é a imagem do ponto-objeto situado no eixo óptico no infinito. A distância-objeto do ponto focal-imagem é $s_{F'} = -\infty$.

Os planos perpendiculares ao eixo óptico, que passam pelos pontos principal, nodal e focal, denominam-se plano principal, nodal e focal respectivamente.

As distâncias focais são grandezas que podem ser definidas como:

– Distância focal-objeto f: é a distância entre o ponto focal-objeto F e o ponto principal-objeto H:

$$f = s_F - s_H. \tag{2.64}$$

– Distância focal-imagem f': é a distância entre o ponto focal-imagem F' e o ponto principal-imagem H':

$$f' = s'_{F'} - s'_{H'}. \tag{2.65}$$

Os elementos cardinais de um dióptro são mostrados na figura 2.12, onde os pontos principais H e H' coincidem com o vértice e os pontos nodais N e N' coincidem com o centro de curvatura C. No caso de um sistema dióptrico duplo delgado, cujos os índices de refração dos meios que o envolvem são iguais, as distâncias focais-objeto e imagem são iguais, $f' = -f$, de forma que, os pontos principais H e H' coincidem-se e os pontos nodais N e N' também coincidem-se.

Usando a definição de pontos principais, $\beta = 1 \Rightarrow y'_{H'} = y_H$, na equação do Invariante de Helmholtz-Lagrange (2.60) obtém-se:

$$n\sigma_H = n'\sigma'_{H'},$$

que é a própria definição da Lei de Refração para raios paraxiais, portanto, os pontos principais H e H' só podem estar localizados no vértice do dióptro. Isto significa que a distância-objeto e imagem dos pontos principais para um dióptro estão relacionados tal como:

$$s_H = s'_{H'} = 0.$$

Reescrevendo a equação do Invariante de Abbe (2.55) ou a equação 2.56 da forma como seguem:

$$s = \frac{n}{\frac{n'}{s'} - \frac{n'-n}{r}} \quad e \quad s' = \frac{n'}{\frac{n}{s} - \frac{n'-n}{r}} \tag{2.66}$$

e usando as definições de distâncias focais-objeto e imagem, ou seja, $s' = -\infty \Rightarrow s = s_F$ e $s = -\infty \Rightarrow s' = s'_{F'}$ respectivamente, as relações tornam-se:

$$s_F = -\frac{nr}{n'-n} \quad e \quad s'_{F'} = -\frac{n'r}{n'-n}.$$

Para um dióptro, sabe-se que $s_H = s'_{H'} = 0$, então, $s_F = f$ e $s'_{F'} = f'$. Portanto, as relações de distâncias focais para um dióptro podem ser definidas como:

- Distância focal-objeto f:

$$f = -\frac{nr}{n'-n}. \tag{2.67}$$

- Distância focal-imagem f':

$$f' = \frac{n'r}{n'-n}. \tag{2.68}$$

Das equações 2.67 e 2.68 resulta a relação:

$$\frac{f}{f'} = -\frac{n}{n'}. \tag{2.69}$$

Usando a definição dos pontos nodais, $\gamma = 1 \Rightarrow \sigma' = \sigma$, na relação 2.52 obtém-se $\sigma'/\sigma = s_N/s'_{N'} \Rightarrow s_N = s'_{N'}$. Substituindo o resultado na equação do Invariante de Abbe tem-se:

$$n\left(\frac{1}{s_N} - \frac{1}{r}\right) = n'\left(\frac{1}{s'_{N'}} - \frac{1}{r}\right).$$

Se $n \neq n'$ para um dióptro e $s_N = s'_{N'}$, então:

$$\left(\frac{1}{s_N} - \frac{1}{r}\right) = \left(\frac{1}{s'_{N'}} - \frac{1}{r}\right) = 0.$$

Portanto, as distância-objeto e imagem dos pontos nodais para um dióptro estão relacionados tal como:

$$s_N = s'_{N'} = r.$$

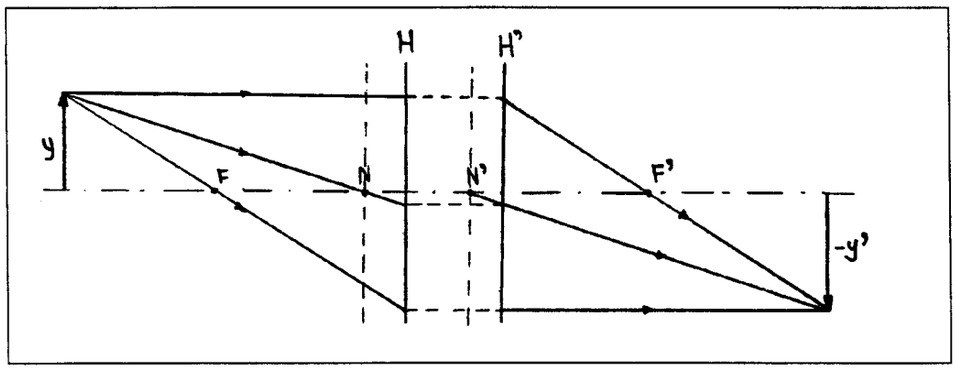


Figura 2.13: Esquema de traçado de raios para construção de imagem.

2.4 Construção de Imagem

A partir da definição dos elementos principais, pode-se utilizar três raios especiais úteis para a construção de imagem, a saber:

- Um raio, que é paralelo ao eixo óptico do lado do objeto, passa pelo ponto focal-imagem F'.
- Um raio, que passa pelo ponto focal-objeto F, sai paralelo ao eixo óptico do lado da imagem.
- Um raio, que incide sobre o ponto nodal-objeto N, é paralelo ao raio que emerge do ponto nodal-imagem N'.

Entre os planos principais H e H' os raios devem ser paralelos ao eixo óptico, como é mostrado na figura 2.13.

Para construir a marcha de um raio qualquer, que não seja paralelo a um raio focal e nem a um raio nodal, é necessário (figura 2.14):

1. Traçar um raio auxiliar do lado do objeto, que passe pelo ponto focal-objeto F e que seja paralelo ao raio qualquer.
2. A continuidade do raio auxiliar no espaço-imagem deve ser paralelo ao eixo óptico.
3. O raio qualquer e o raio auxiliar são paralelos do lado do objeto, de forma que, descrevem um ponto-objeto não axial no infinito.

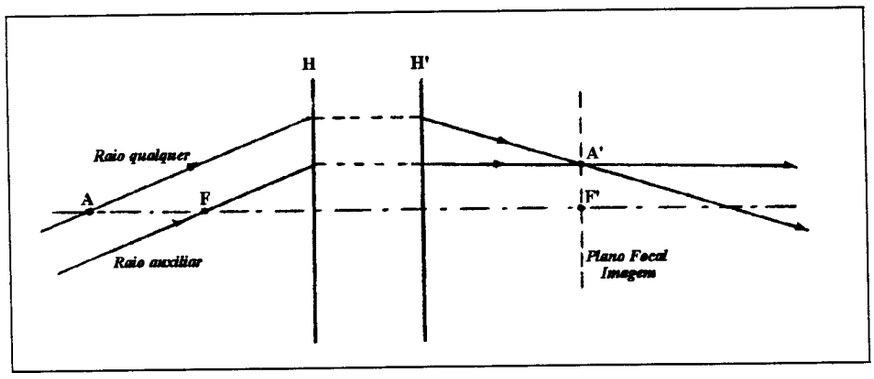


Figura 2.14: Construção de imagem para um raio qualquer.

4. A imagem deste ponto deve situar no ponto de intersecção dos dois raios no plano focal da imagem.

5. A partir do ponto de intersecção do raio auxiliar com o plano focal da imagem, pode-se traçar a continuação do raio qualquer pelo lado da imagem.

2.5 Sistemas de Coordenadas

Para relacionar as propriedades paraxiais de sistemas ópticos são utilizados diferentes sistemas de coordenadas. Até agora, foi utilizado o sistema de referência em relação ao vértice do dióptro. Sistemas de coordenadas com referência nos pontos cardinais podem ser também utilizados.

2.5.1 Sistemas com Origem nos Pontos Focais

Utilizando a figura 2.15, dos triângulos ABF e FCD obtém-se:

$$\frac{-y'}{y} = \frac{-f}{-z} \tag{2.70}$$

e dos triângulos DEF' e F'GH obtém-se:

$$\frac{-y'}{y} = \frac{z'}{f'} \cdot \tag{2.71}$$

Pela definição de aumento transversal β (2.62), as equações 2.70 e 2.71 podem ser escritas como:

$$\beta = -\frac{f}{z} \;\; e \;\; \beta = -\frac{z'}{f'} \cdot \tag{2.72}$$

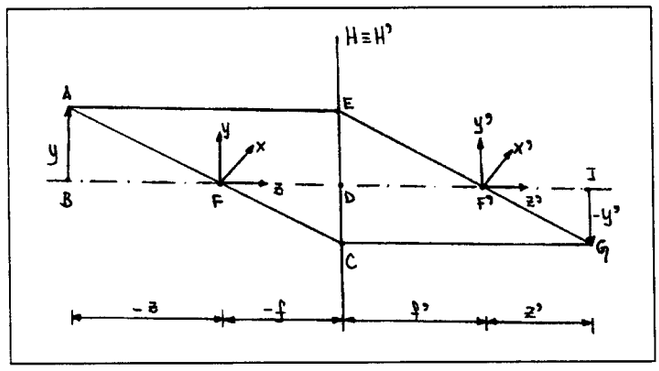


Figura 2.15: Sistema de coordenadas com origem nos pontos focais.

Igualando as duas expressões acima obtém-se:

$$zz' = ff'. \tag{2.73}$$

A equação 2.73 é denominada de Equação de Newton.

Derivando a equação 2.73 em relação a z, obtém-se:

$$\frac{dz'}{dz} = -\frac{ff'}{z^2}. \tag{2.74}$$

A derivada $\frac{dz'}{dz}$ é definida como aumento longitudinal α. De forma que, utilizando as relações 2.72 na equação 2.74, obtém-se:

$$\alpha = -\frac{f'}{f}\beta^2 \tag{2.75}$$

A expressão 2.75 relaciona os aumentos transversal β e longitudinal α para o sistema de coordenada do ponto focal.

2.5.2 Sistema com Origem nos Planos Principais

Este sistema é favorável para o tratamento de imagem óptica de foto-objetivas ou objetivas de projeção.

Utilizando a figura 2.16 pode-se escrever:

$$a = z + f \quad e \quad a' = z' + f' \tag{2.76}$$

onde a é a distância do ponto-objeto ao ponto principal H e a' é a distância do ponto-imagem ao ponto principal H'.

A equação Gaussiana 2.56, que é uma conseqüência do Invariante de Abbe, é descrita por:

$$\frac{n' - n}{r} = \frac{n'}{a'} - \frac{n}{a}. \tag{2.77}$$

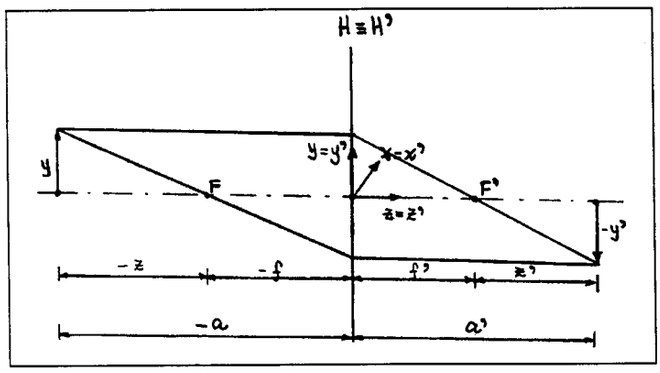


Figura 2.16: Sistema de coordenadas com origem nos pontos principais.

Usando o resultado 2.68 na equação 2.77 obtém-se:

$$\frac{n'}{f'} = \frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} \cdot \tag{2.78}$$

A relação 2.78 é definida como Equação da imagem de um dióptro para o sistema de coordenadas com origem nos pontos principais.

Da definição de aumento angular γ (2.61) e da relação (2.52) obtém-se:

$$\gamma = \frac{a}{a'} \cdot \tag{2.79}$$

Usando a relação 2.63 na equação 2.79, o aumento tranversal β resulta em:

$$\beta = \frac{n}{n'}\frac{a'}{a} \cdot \tag{2.80}$$

O aumento angular γ pode ser reescrito neste sistema, usando as relações 2.76 e 2.79, tal como:

$$\gamma = \frac{z+f}{z'+f'} \cdot \tag{2.81}$$

Usando a equação de Newton (2.73), obtém-se ainda:

$$\gamma = \frac{z+f}{\frac{ff'}{z}+f'} = \frac{z}{f'}\frac{z+f}{f+z}$$

ou

$$\gamma = \frac{\frac{ff'}{z'}+f}{z'+f'} = \frac{f}{z'}\frac{f'+z'}{z'+f'}.$$

Resultando:

$$\gamma = \frac{z}{f'} \quad ou \quad \gamma = \frac{f}{z'} \cdot \tag{2.82}$$

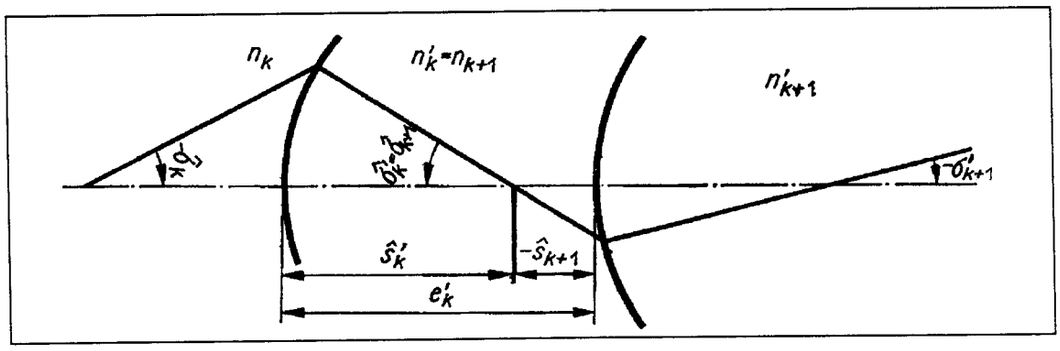


Figura 2.17: Esquema de transmissão de raios meridionais num sistema de dióptros centrados.

2.6 Seqüências de Dióptros Centrados

2.6.1 Equações de Transferência para Raios Meridionais e Paraxiais

Um sistema óptico consiste-se, em geral, de mais de uma superfície refratante, isto é, de uma seqüência de pelo menos dois dióptros, tal como uma lente simples. Considerando um sistema de dióptros centrados quaisquer, a marcha de um raio meridional através de qualquer duas superfícies é ilustrada pela figura 2.17. As relações de transferência através de um sistema dióptrico são descritos, conforme a figura 2.17 pelo sistema de equações:

$$n_{k+1} = n'_k \tag{2.83}$$

$$\sigma_{k+1} = \sigma'_k \tag{2.84}$$

$$s_{k+1} = s'_k - e'_k, \tag{2.85}$$

nas quais o índice k indica uma superfície qualquer do sistema dióptrico, o índice $k+1$ indica a superfície posterior e e'_k indica a distância entre as superfícies k e $k+1$.

Na região paraxial, a figura 2.18 ilustra as superfícies refratantes sendo caracterizadas pelos elementos cardinais. Deste modo, o sistema de equações completa-se pela adição de mais duas relações:

$$n_{k+1} = n'_k \tag{2.86}$$

$$\sigma_{k+1} = \sigma'_k \tag{2.87}$$

$$s_{k+1} = s'_k - e'_k \tag{2.88}$$

$$y_{k+1} = y'_k \tag{2.89}$$

$$h_{k+1} = h_k - e'_k \sigma'_k. \tag{2.90}$$

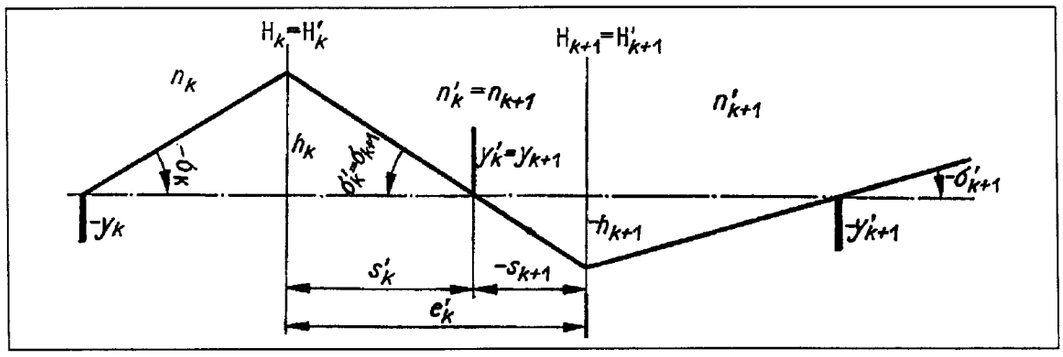


Figura 2.18: Esquema de transmissão de raios paraxiais num sistema de dióptros centrados.

A relação 2.90 resulta do rearranjo das seguintes equações obtidas da figura 2.18:

$$\sigma'_k = \frac{h_k}{s'_k}$$

$$\sigma_{k+1} = \frac{-h_{k+1}}{-s_{k+1}} = \frac{h_{k+1}}{s'_k - e'_k}$$

e juntamente com a relação $\sigma_{k+1} = \sigma'_k$.

O sistema de equações permite calcular todos os parâmetros do raio incidente à superfície $k+1$, a partir dos parâmetros do raio emergente da superfície k.

2.6.2 Aumento Óptico

2.6.2.1 Aumento Lateral

Por definição pode-se escrever:

$$\beta = \frac{y'_n}{y_1} \tag{2.91}$$

onde n é o número de dióptros no sistema. Rearranjando a equação 2.91 obtém-se:

$$\beta = \frac{y'_n}{y_1} = \frac{y'_n}{y_n}\frac{y_n}{y_{n-1}} \cdots \frac{y_2}{y_1}. \tag{2.92}$$

Utilizando a relação 2.89 pode-se reescrever como:

$$\beta = \frac{y'_n}{y_n}\frac{y'_{n-1}}{y_{n-1}} \cdots \frac{y'_1}{y_1} = \beta_n \beta_{n-1} ... \beta_1 = \Pi_{i=1}^{n} \beta_i. \tag{2.93}$$

Usando as relações 2.52, 2.61 e 2.63 tem-se:

$$\beta_i = \frac{s'_i}{s_i}\frac{n_i}{n'_i}. \tag{2.94}$$

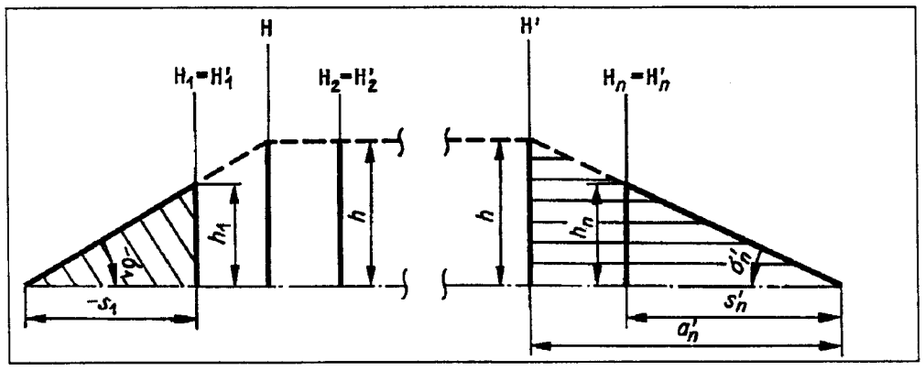


Figura 2.19: Esquema de raios paraxiais num sistema de dióptros centrados.

Logo, usando a relação 2.94 em 2.93 obtém-se:

$$\beta = \Pi_{i=1}^{n} \frac{s'_i n_i}{n'_i s_i}. \tag{2.95}$$

Lembrando que $n_{k+1} = n'_k$, então, obtém-se finalmente:

$$\beta = \frac{n_1}{n'_n} \Pi_{i=1}^{n} \frac{s'_i}{s_i}. \tag{2.96}$$

Considerando agora o Invariante de Helmholtz-Lagrange: $n_1 \sigma_1 y_1 = n'_n \sigma'_n y'_n$ e a definição 2.91 pode se obter:

$$\beta = \frac{n_1 \sigma_1}{n'_n \sigma'_n}. \tag{2.97}$$

Da figura 2.19, as seguintes relações são obtidas:

$$\sigma_1 = \frac{h_1}{s_1} \quad e \quad \sigma'_n = \frac{h_n}{s'_n}. \tag{2.98}$$

Assim, a equação 2.97 torna-se:

$$\beta = \frac{n_1}{n'_n} \frac{s'_n}{s_1} \frac{h_1}{h_n}. \tag{2.99}$$

Ao definir $\omega_n = h_n / h_1$, obtém-se:

$$\beta = \frac{n_1}{n'_n} \frac{s'_n}{s_1} \frac{1}{\omega_n}. \tag{2.100}$$

2.6.2.2 Aumento Longitudinal

Usando as relações 2.69, 2.75 e 2.100 obtém-se:

$$\alpha = \frac{n_1}{n'_n} \left(\frac{s'_n}{s_1} \frac{1}{\omega_n} \right)^2. \tag{2.101}$$

2.6.2.3 Aumento Angular

Usando as relações 2.63 e 2.100 pode-se obter:

$$\gamma = \frac{s_1}{s'_n}\omega_n. \tag{2.102}$$

2.6.3 Sistema Equivalente

Uma seqüência de dióptros constitui-se de uma seqüência de elementos cardinais, ou seja, um conjunto de pontos principais, pontos focais e pontos nodais para cada dióptro, que podem ser representados por elementos cardinais equivalentes. Desta maneira, cada seqüência de dióptros é representado por um sistema equivalente. O procedimento de determinação do sistema equivalente é obtido do seguinte modo, ilustrado pela figura 2.20:

- A trajetória de um raio incidente sobre o espaço-objeto de um sistema dióptrico deve ser paralelo ao eixo óptico.
- O ponto de intersecção do raio emergente de um sistema dióptrico com o eixo óptico no espaço-imagem é o ponto focal F' equivalente do sistema.
- O ponto de intersecção do raio emergente ou de seu prolongamento com o prolongamento do raio incidente paralelo ao eixo óptico determina a posição do plano principal da imagem (H') equivalente do sistema (Conseqüência da definição do plano principal: $\beta = 1$).
- O plano principal do objeto equivalente H e o ponto focal do objeto equivalente F são determinados da mesma maneira, mas com o auxílio de um raio no espaço-imagem paralelo ao eixo óptico.

A partir do esquema da figura 2.20 pode-se obter por semelhança dos triângulos DCF' e ABF' a relação:

$$\frac{h_n}{h'} = \frac{s'_n}{f'}.$$

Pode-se reescrever a relação utilizando h_1 e rearranjando tal como:

$$f' = s'_n \frac{h_1}{h_n}\frac{h'}{h_1} = \frac{s'_n}{\omega_n}\frac{h'}{h_1},$$

sabendo-se que $\omega_n = h_n/h_1$. Usando a relação 2.100 obtém-se ainda:

$$f' = \frac{n'_n}{n_1} s_1 \beta \frac{h'}{h_1}.$$

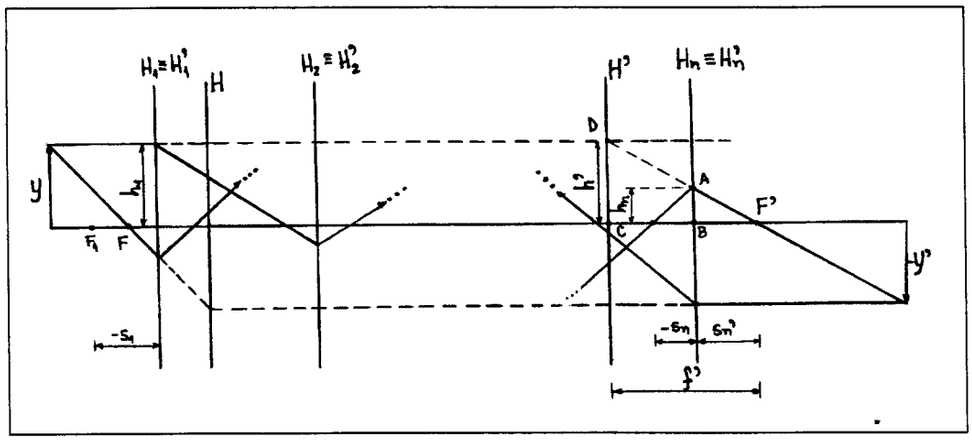


Figura 2.20: Esquema para determinação de um sistema equivalente.

Se na figura 2.20 tem-se $s_1 \longrightarrow -\infty$, logo $h' \longrightarrow h_1$, portanto:

$$f' = \left| \frac{n'_n}{n_1} s_1 \beta \right|_{s_1 \to -\infty} .$$

Usando a relação 2.96 obtém-se finalmente:

$$f' = \left| s'_1 \Pi_{i=2}^{n} \frac{s'_i}{s_i} \right|_{s_1 = -\infty} , \tag{2.103}$$

onde f' é a distância focal da imagem equivalente do sistema. Analogamente, pode-se obter a distância focal do objeto equivalente do sistema f:

$$f = \left| s_n \Pi_{i=1}^{n-1} \frac{s_i}{s'_i} \right|_{s'_n = +\infty} . \tag{2.104}$$

2.6.3.1 Poder Focal para Sistemas Diótricos

O poder focal ou convergência de sistemas dióptricos será tratado para a condição: $f'_k = -f_k$, na qual f_k e f'_k correspondem às distâncias focais do objeto e da imagem de um dióptro k, respectivamente. O inverso da distância focal é definido como poder focal ou convergência de um sistema óptico P', isto é:

$$P = \frac{1}{f}.$$

Sabendo-se que $\omega_k = h_k / h_1$, é possível rearranjar esta expressão tal como:

$$\omega_k = \frac{h_2}{h_1} \frac{h_3}{h_2} \frac{h_4}{h_3} \cdots \frac{h_{k-1}}{h_{k-2}} \frac{h_k}{h_{k-1}}.$$

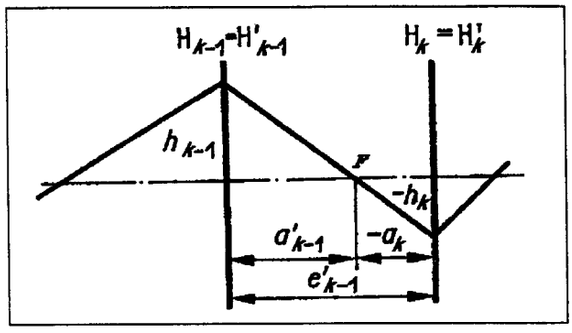


Figura 2.21: Esquema para determinar a relação de altura dos raios nos planos principais.

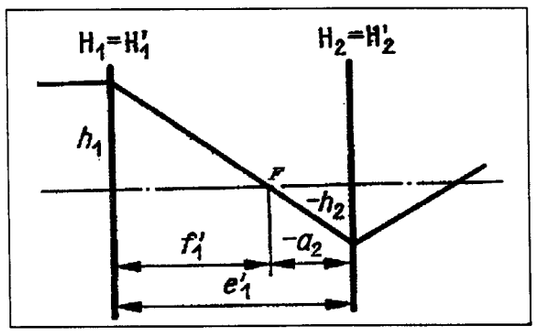


Figura 2.22: Esquema para determinar a relação de altura dos raios nos planos principais de um objeto no infinito.

Relacionando a altura dos raios nos planos principais consecutivos do sistema pela figura 2.21 tal como:

$$\frac{h_k}{h_{k-1}} = \frac{a_k}{a'_{k-1}},$$

pode-se obter o seguinte resultado:

$$\omega_k = \frac{a_2}{a'_1}\frac{a_3}{a'_2}\frac{a_4}{a'_3}\cdots\frac{a_k}{a'_{k-1}} = \Pi_{i=1}^{k-1}\frac{a_{i+1}}{a_i}.$$

Para o caso particular $a_1 = -\infty$ tem-se $a'_1 = f'_1$, então para um sistema de dois dióptros, obtém-se:

$$\omega_2 = \frac{a_2}{a'_1} = \frac{a_2}{f'_1}. \tag{2.105}$$

Utilizando a definição de poder focal a relação 2.105 é escrita como:

$$\omega_2 = a_2 P'_1 \qquad (s_1 = -\infty), \tag{2.106}$$

e da figura 2.22 tem-se:

$$a_2 = f'_1 - e'_1. \tag{2.107}$$

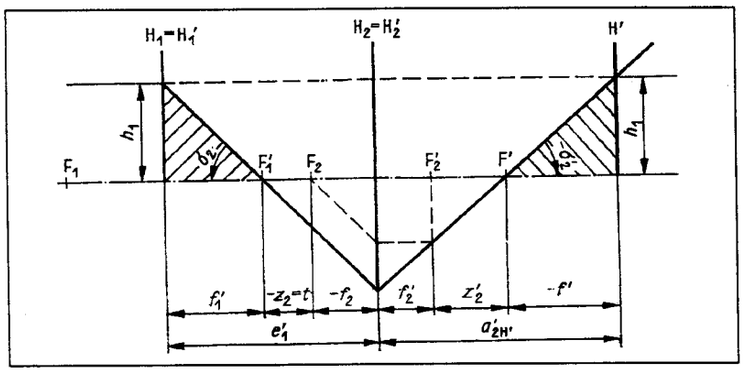


Figura 2.23: Elementos cardinais de um sistema de dois dióptros.

Substituindo 2.107 em 2.106 obtém-se:

$$\omega_2 = 1 - e_1' P_1' \qquad (a_1 = -\infty). \tag{2.108}$$

Definindo o intervalo óptico t como sendo a distância entre o ponto focal do objeto de um dióptro e o ponto focal da imagem de um dióptro consecutivo, pode-se obter de acordo com a figura 2.23:

$$t = e_1' - f_1' + f_2. \tag{2.109}$$

Para o caso particular $f_1' = -f_1$ e $f_2' = -f_2$, obtém-se:

$$t = e_1' - f_1' - f_2'. \tag{2.110}$$

Utilizando a figura 2.23 pode-se escrever uma relação para as distâncias focais equivalentes de dois dióptros em função de elementos cardinais de cada dióptro. Portanto, obtém-se:

$$\frac{tg\sigma_2'}{tg\sigma_2} = -\frac{h_1}{-f'}\frac{f_1'}{h_1} = \frac{f_1'}{f'}.$$

Na aproximação de raios paraxiais torna-se:

$$\frac{\sigma_2'}{\sigma_2} = \frac{f_1'}{f'}. \tag{2.111}$$

Da definição de aumento angular dadas pelas relações 2.61, 2.79 e 2.82, pode-se reescrever como:

$$\gamma = \frac{\sigma_2'}{\sigma_2} = \frac{a_2}{a_2'} = \frac{z_2}{f_2'}. \tag{2.112}$$

Associando as relações 2.111 e 2.112 obtém-se:

$$f' = -\frac{f_1' f_2'}{t} \tag{2.113}$$

onde $t = -z_2$. Por analogia obtém-se também:

$$f = -\frac{f_1 f_2}{t}. \tag{2.114}$$

Utilizando o resultado 2.113 na relação 2.110 obtém-se:

$$\frac{f_1' f_2'}{f'} = -e_1' + f_1' + f_2'. \tag{2.115}$$

Rearranjando a equação acima e lembrando que $1/f = P$, obtém-se:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} - \frac{e_1'}{f_1' f_2'} \tag{2.116}$$

$$P' = P_1' + P_2' - e_1' P_1' P_2' \tag{2.117}$$

$$P' = P_1' + P_2'(1 - e_1' P_1'). \tag{2.118}$$

Usando a relação 2.108 em 2.118 torna-se:

$$P' = P_1' + P_2' \omega_2. \tag{2.119}$$

Considerando por definição que $\omega_1 = 1$, obtém-se:

$$P' = \sum_{k=1}^{2} \omega_k P_k' \qquad (a_1 = -\infty). \tag{2.120}$$

Então, generalizando pode-se concluir que:

$$P' = \sum_{k=1}^{n} \omega_k P_k'. \tag{2.121}$$

onde P' é poder focal equivalente do sistema dióptrico e P_k' são os poderes focais de cada dióptro constituinte do sistema dióptrico com $f_k' = -f_k$. A condição $f_k' = -f_k$ realiza-se para lentes no ar, isto é, $n_{k+1}' = n_k = 1$. Para um sistema dióptrico, no qual o plano principal de todas as imagens coincidem-se, $w_k = 1 \Rightarrow e_k' = 0$, então:

$$P' = \sum_{k=1}^{n} P_k'. \tag{2.122}$$

Portanto, em um sistema óptico com a condição $f_k' = -f_k$, nos quais todos os planos principais coincidem-se, o poder focal do sistema óptico é a soma do poder focal de cada dióptro constituinte do sistema.

2.6.3.2 Equação da Imagem para um Sistema Dióptrico

A distância do plano principal da imagem equivalente H' aos planos principais H'_1 e H'_2 de um dióptro duplo podem ser obtidos da figura 2.23. Assim,

$$a'_{2H'} = f'_2 + z'_2 - f'.$$

Da relação 2.113 sabe-se ainda que:

$$f' = -\frac{f'_1 f'_2}{t},$$

e da equação de Newton tem-se:

$$z'_2 = \frac{f_2 f'_2}{z_2},$$

mas $-z_2 = t$, de forma que rearranjando as três equações acima, obtém-se:

$$a'_{2H'} = f'_2 - \frac{f_2 f'_2}{t} + \frac{f'_1 f'_2}{t} = \frac{f'_2}{t}(t - f_2 + f'_1), \tag{2.123}$$

como $t = e'_1 - f'_1 + f_2$, então a equação 2.123 torna-se:

$$a'_{2H'} = \frac{f'_2 e'_1}{t}\,. \tag{2.124}$$

Por analogia, pode-se concluir que:

$$a_{1H} = \frac{f_1 e'_1}{t}\,. \tag{2.125}$$

Usando as equações 2.113 em 2.124 e 2.114 em 2.125 obtém-se as relações:

$$a'_{2H'} = -\frac{f'}{f_1} e'_1 \quad e \quad a_{1H} = \frac{f}{f_2} e'_1\,. \tag{2.126}$$

Além disso, utilizando a relação 2.108 obtém-se:

$$a'_{2H'} = (\omega_2 - 1) f' \qquad (a_1 = -\infty) \tag{2.127}$$

$$a_{1H} = (1 - \omega_2)\frac{f f'_1}{f_2} \qquad (a_1 = -\infty). \tag{2.128}$$

A diferença entre os planos principais de um dióptro simples e os planos principais de um dióptro duplo, cujas superfícies refratantes estão separadas por uma dada distância mínima, é que não coincidem. Porém, se esta distância for menor que a distância de separação mínima em dióptros duplos, na condição de $f' = -f$, as distâncias do objeto e da imagem aos planos principais e nodais são tais que:

$$z_N = z_H \quad e \quad z'_{N'} = z'_{H'}.$$

Estas igualdades podem ser verificadas utilizando as relações 2.82 e 2.72 na condição de $\gamma = 1$ e $\beta = 1$ respectivamente, ou seja, $z_N = f'$ e $z'_{N'} = f$, $z_H = -f$ e $z'_{H'} = -f'$. Em outras palavras, em um sistema dióptrico com $f' = -f$, o ponto principal do objeto e o ponto nodal do objeto coincidem-se, assim como o ponto principal da imagem e o ponto nodal da imagem.

Considerando o aumento lateral dada pela relação 2.72, as relações $z = a - f$ e $z' = a' - f'$ dadas pela figura 2.16 e da condição $f' = -f$ obtém-se:

$$\beta = -\frac{z'}{f'} = -\frac{f}{z} = -\frac{a' - f'}{f'} = -\frac{f}{a - f} = \frac{f'}{a + f'} \cdot \tag{2.129}$$

Utilizando a definição de aumento lateral na relação 2.129 tem-se:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{a'}{a} = \frac{f'}{a + f'} \cdot \tag{2.130}$$

Reescrevendo a relação 2.130 obtém-se:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{a'} - \frac{1}{a} \cdot \tag{2.131}$$

A relação 2.131 é definida como a Equação da imagem de um dióptro duplo para o sistema de coordenadas com origem nos pontos principais na condição de $f = -f'$.

2.6.3.3 Sistema Equivalente de uma Lente Delgada

A relação 2.131, que define a equação da imagem de um dióptro duplo na condição de $f' = -f$, representa uma lente delgada no ar, ou seja, $n_1 = n'_2 = 1$. Numa lente delgada, os pontos principais e os pontos nodais coincidem com o centro geométrico da lente, que por sua vez é considerado o vértice das superfícies dióptricas, devido à espessura da lente ser considerada desprezível em relação aos raios de curvaturas da lente. Portanto, ao reescrever a relação 2.131 de uma forma mais geral, com a referência das coordenadas no vértice, obtém-se:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} \tag{2.132}$$

sendo f a distância focal equivalente da lente delgada, s a distância-objeto e s' a distância-imagem a partir do vértice da lente delgada. Esta equação é definida como Equação Gaussiana para uma lente delgada.

Considerando uma lente delgada no ar, o índice de refração do material da lente n e o índice de refração do ar $n = 1$ e reescrevendo a equação 2.56 para as duas superfície dióptricas, obtém-se:

$$\frac{n}{s'_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{n - 1}{r_1} \tag{2.133}$$

onde s_1 é a distância-objeto, s'_1 é a distância-imagem e r_1 é o raio de curvatura do primeiro dióptro, e:

$$\frac{1}{s'_2} - \frac{n}{s_2} = \frac{1-n}{r_2} \tag{2.134}$$

onde s_2 é a distância-objeto, s'_2 é a distância-imagem e r_2 é o raio de curvatura do primeiro dióptro. Relacionando as duas equações e lembrando que para lentes delgadas $s_2 = -s'_1$, obtém-se:

$$\frac{1}{s'_2} - \frac{1}{s_1} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right). \tag{2.135}$$

Como a distância-objeto da lente delgada é s_1 e a distância-imagem da lente delgada é s'_2, os índices podem ser omitidos, de modo a obter:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right). \tag{2.136}$$

Esta equação relaciona a distância-objeto, a distância-imagem e os raios de curvaturas das superfícies dióptricas de uma lente delgada.

Associando a equação 2.132 e 2.136 pode-se obter a conhecida equação para lentes delgadas:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right). \tag{2.137}$$

2.6.3.4 Sistema Equivalente de uma Lente Espessa

A lente espessa é um sistema dióptrico duplo, cuja separação entre as superfícies refratantes é considerado relevante em relação aos raios de curvaturas das superfície dióptricas. A determinação da imagem na região paraxial de uma lente espessa requer o conhecimento de seus elementos cardinais. Um sistema dióptrico duplo com $n_1 = n'_2$ significa que a distâncias focais equivalentes relacionam-se de modo que $f' = -f$ e os pontos principal e nodal equivalentes do objeto e da imagem coincidem-se, ou seja, $H = N$ e $H' = N'$. A figura 2.24 ilustra uma lente espessa e seus elementos ópticos.

Partindo da relação 2.113:

$$f' = -\frac{f'_1 f'_2}{t} \tag{2.138}$$

e reescrevendo a equação 2.109, considerando $e'_1 = d$, (figura 2.24) tem-se:

$$t = d - f'_1 + f_2 \tag{2.139}$$

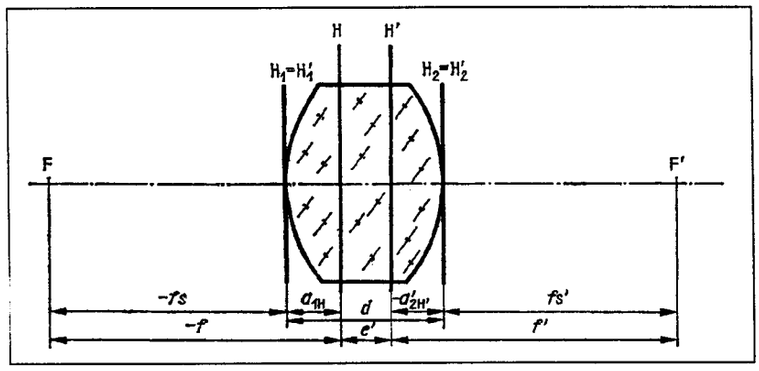


Figura 2.24: Esquema óptico de uma lente espessa.

onde d é a espessura da lente. Portanto, associando as relações 2.138 e 2.139 obtém-se:

$$\frac{1}{f'} = -\frac{f_2}{f_2'}\frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} - \frac{d}{f_1' f_2'} \cdot \tag{2.140}$$

Reescrevendo as relações 2.67 e 2.68 utilizando o índice de refração da lente sendo n e o do ar sendo 1, obtém-se:

$$f_1 = -\frac{r_1}{n-1} \quad e \quad f_1' = \frac{nr_1}{n-1} \tag{2.141}$$

onde r_1 é o raio de curvatura, f_1 e f_1' são as distâncias focais do objeto e da imagem da primeira superfície dióptrica, respectivamente, e:

$$f_2 = \frac{nr_2}{n-1} \quad e \quad f_2' = -\frac{r_2}{n-1} \tag{2.142}$$

onde r_2 é o raio de curvatura, f_2 e f_2' são as distâncias focais-objeto e imagem da segunda superfície dióptrica, respectivamente. Substituindo as relações 2.141 e 2.142 em 2.140 resulta em:

$$\frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{(n-1)^2 d}{nr_1 r_2} \cdot \tag{2.143}$$

Esta é a Equação geral para lentes espessas. Se a espessura d for desprezível, a lente é considerada delgada, então, a equação 2.143 torna-se a equação 2.137, a equação fundamental para lentes delgadas.

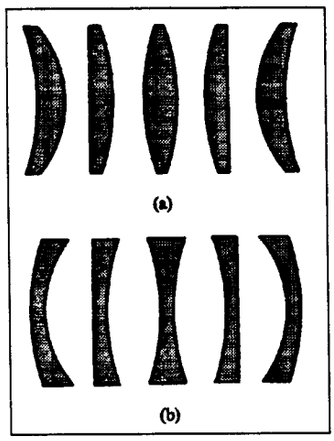


Figura 2.25: (a) Lentes convergentes: côncavo-convexa (menisco convergente), plano-convexa, biconvexa, plano-convexa e côncavo-convexa (menisco convergente) (b) Lentes divergentes: convexa-côncava (menisco divergente), plano-côncava, bicôncava, plano-côncava e convexo-côncava (menisco divergente).

2.7 Lentes

Todo sistema óptico constituído de dois dioptros não ambos planos, representa uma lente. As lentes distinguem-se segundo as formas dos dioptros em lentes esféricas, cilíndricas e asféricas. As lentes esféricas, quanto à espessura, ou seja, a distância que separa os vértices das duas superfícies dióptricas, podem ser classificadas em lentes delgadas, se a espessura for desprezível em relação ao raio de curvatura e caso contrário, em lentes espessas.

As lentes delgadas podem ser classificam em seis classes (figura 2.25), a saber:

(a) Lentes convergentes: côncavo-convexa (menisco convergente), plano-convexa e biconvexa.

(b) Lentes divergentes: convexo-côncava (menisco divergente), plano-côncava e bicôncava.

As faces de uma lente são ditas côncavas ou convexas, conforme se apresentam a um observador externo à lente; ao denominar uma lente indica-se em segundo lugar a natureza da face mais curva, ou seja, a de menor raio de curvatura. Uma lente que possue uma face côncava e outra convexa é dita côncavo-convexa, quando a face convexa apresentar curvatura maior e convexo-côncava quando a curvatura maior for a face côncava. As lentes convergentes são denominadas também de lentes positivas e apresentam a forma mais espessa no centro das lentes do que nas bordas. As lentes divergentes são denomindas de lentes negativas e apresentam a forma mais espessa na borda das lentes do que no centro.

Em adição às lentes esféricas, são também muito utilizadas as lentes cilíndricas,

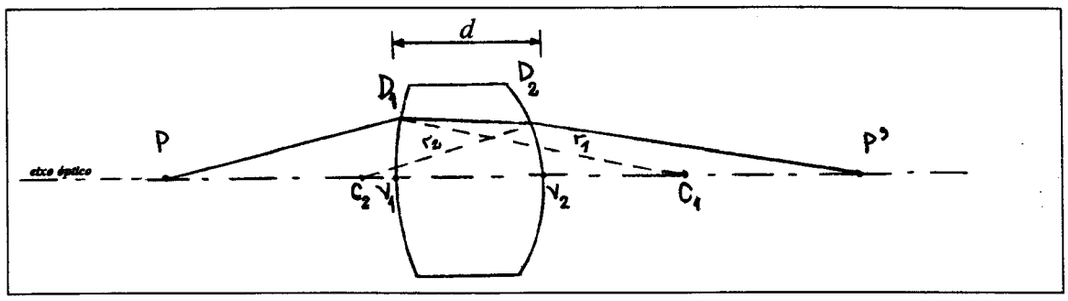


Figura 2.26: Elementos geométricos de uma lente.

particularmente na confecção de óculos, para correção de um defeito de visão, conhecido como astigmatismo. Uma ou ambas superfícies de uma lente cilíndrica são porções de cilíndros. Como outros defeitos de visão estão também freqüentemente presentes, uma lente de óculos pode ser cilíndrica em uma superfície e esférica em outra, ou uma de suas superfícies ser uma combinação de esfera e cilindro, que são as denominadass de lentes esfero-cilíndricas.

2.7.1 Lentes Delgadas

Os elementos geométricos de uma lente são ilustrados na figura 2.26: a face D_1 (dioptro de incidência), a face D_2 (dioptro de emergência), os respectivos centros de curvatura C_1 e C_2, os respectivos raios de curvatura r_1 e r_2, o eixo óptico da lente (reta definida pelos pontos P e P'), os vértices V_1 e V_2 das faces D_1 e D_2 respectivamente e a espessura $d = V_1V_2$. Uma lente se diz delgada quando sua espessura d é desprezível em relação aos raios de curvatura.

Como a lente é constituída de duas superfícies dióptricas, a refração por uma lente é analisada para cada superfície dióptrica. Ou seja, o objeto para a segunda superfície é a imagem formada pela primeira. A figura 2.27 mostra um pincel de raios divergindo do ponto Q de um objeto PQ. A primeira superfície da lente L forma em Q' uma imagem virtual de Q. Essa imagem virtual serve de objeto real para a segunda superfície da lente, que forma uma imagem real de Q' em Q''. A distância-objeto é s_1 para a primeira superfície, e a distância-imagem correspondente é s'_1. A distância-objeto para a segunda superfície é s_2, igual à soma de s'_1 e a espessura da lente d e a distância-imagem para a segunda lente é s'_2. Se a lente possuir uma espessura d muito fina, a espessura pode ser desprezada em comparação com as distâncias s_1, s'_1, s_2 e s'_2. De modo que, pode-se tomar $s_2 = -s'_1$ e as distância-objeto e distância-imagem são medida de quaisquer dos dois vértices da lente.

O aumento produzido por uma lente é o produto dos aumentos em cada uma de

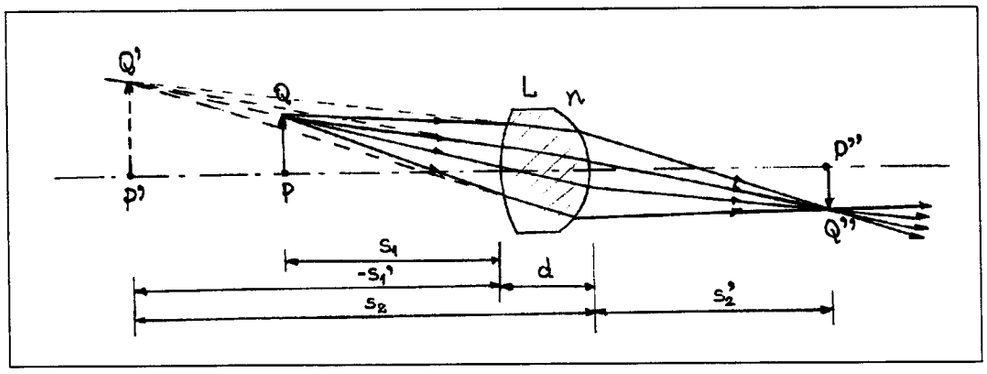


Figura 2.27: Imagem formada por lente.

suas superfícies dióptricas. O aumento devido à primeira refração é obtida pela equação 2.80, considerando o índice de refração do ar $n = 1$ e o índice de refração do material da lente n, isto é:

$$\beta_1 = -\frac{1s_1'}{ns_1}$$

e devido à segunda refração,

$$\beta_2 = -\frac{ns_2'}{1s_2}.$$

O aumento tranversal total β é:

$$\beta = \left(-\frac{1s_1'}{ns_1}\right)\left(-\frac{ns_2'}{1s_2}\right)$$

Como a lente é delgada, $s_2 = -s_1'$, então:

$$\beta = -\frac{s'}{s} \tag{2.144}$$

Diferenciando a equação 2.136 em relação a s e usando a definição de aumento longitudinal, $\alpha = \frac{ds'}{ds}$, obtém-se,

$$\alpha = \frac{ds'}{ds} = -\left(\frac{s'}{s}\right)^2 = -\beta^2 \tag{2.145}$$

A imagem tridimensional de um objeto tridimensional formada por uma lente é mostrada na figura 2.28. Como o ponto R está mais próximo da lente do que o ponto P, sua imagem Q', pela equação 2.136, está mais afastada da lente que o ponto P', e a imagem $P'R'$ aponta no mesmo sentido que o objeto PR. As setas $P'S'$ e $P'Q'$ são invertidas no espaço em relação a PS e PQ, ou seja, somente as dimensões transversais são invertidas. Embora a imagem formada por uma lente seja invertida, não é simétrica. Assim, se o objeto for representado pela mão esquerda, sua imagem só pode ser representado pela mão esquerda. Ou seja, apontando

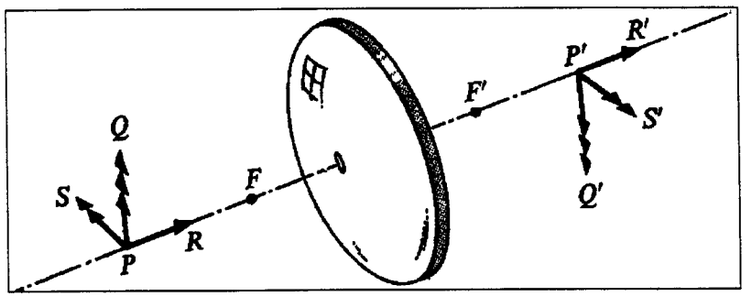


Figura 2.28: Imagem tridimensional de um objeto tridimensional.

o polegar ao longo de PR, o indicador ao longo de PQ e o dedo médio ao longo de PS da mão esquerda, as imagens $P'R'$, $P'Q'$ e $P'S'$ são obtidas por uma rotação de 180° em torno do polegar como eixo. Em outras palavras, a inversão da imagem é equivalente a uma rotação de 180° em torno do eixo da lente.

2.7.1.1 Ponto Focal, Distância Focal e Plano Focal

A figura 2.29 mostra a refração de luz por uma lente biconvexa e bicôncava. Para lentes convergentes o ponto-objeto F, do qual os raios divergem e refratam-se paralelos ao eixo óptico da lente é definido como ponto focal primário F (figura 2.29(a)). Para lentes divergentes, o encontro do prolongamentos dos raios incidentes que refratam-se paralelos ao eixo óptico, define um ponto-objeto virtual F, denominado de ponto focal primário F (figura 2.29(b)). Toda lente delgada tem dois pontos focais, um de cada lado das lentes e equidistantes do centro. Isto pode ser visto por simetria para as lentes côncavas e convexas. O ponto focal secundário F' pode ser localizado para cada lente aplicando o Princípio da Reversibilidade[4]. Para as lentes convergentes os raios paralelos incidentes refratam-se convergindo no ponto-imagem F' (figura 2.30(a)). Para as lentes divergentes os raios paralelos incidentes refratam-se divergindo. O encontro do prolongamento desses raios divergentes define um ponto-imagem virtual F', denominado de ponto focal secundário F' (figura 2.30(b)). As distâncias entre o centro da lente e seus pontos focais primário e secundário são definidas como distâncias focais f e f' respectivamente.

Um plano perpendicular ao eixo óptico da lente e passando pelo ponto focal é definido de plano focal. Os planos que passam pelo ponto focal primário e ponto focal secundário são os planos focais primário e secundário respectivamente. A importância da definição de um

[4]Princípio da Reversibilidade: "A forma dos raios de luz independe do sentido de propagação da luz".

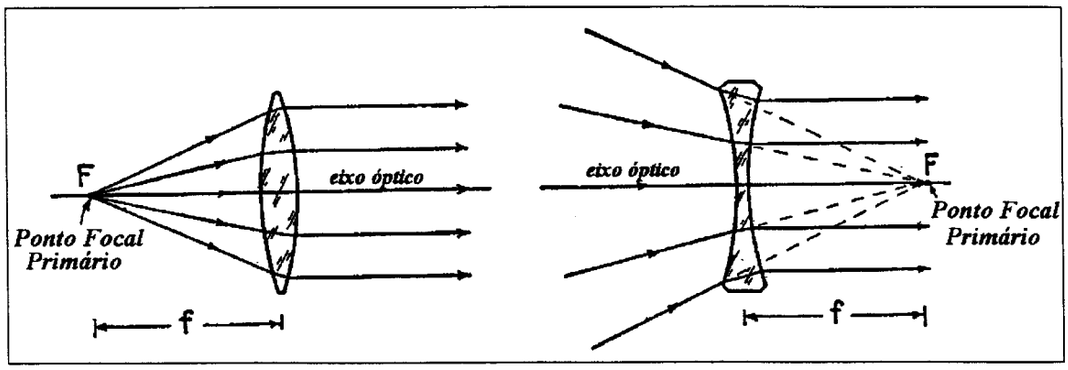


Figura 2.29: Pontos focais primários e distâncias focais correspondentes para (a) lente biconvexa e (b) lente bicôncava.

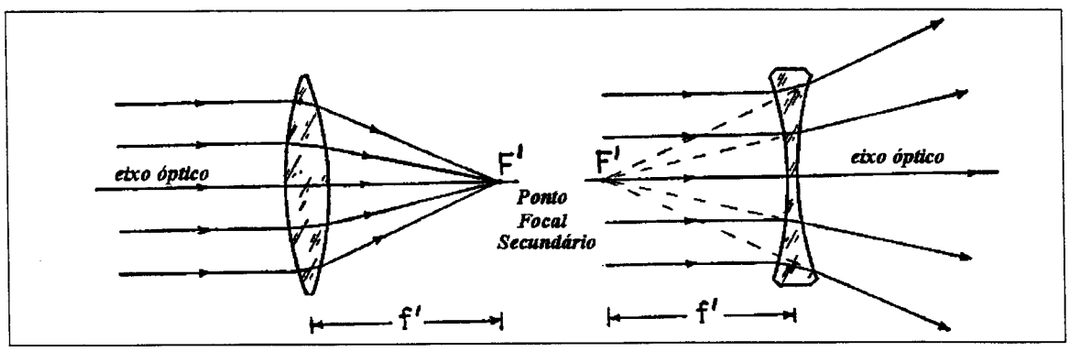


Figura 2.30: Pontos focais secundarios e distâncias focais correspondentes para (a) lente biconvexa e (b) lente bicôncava.

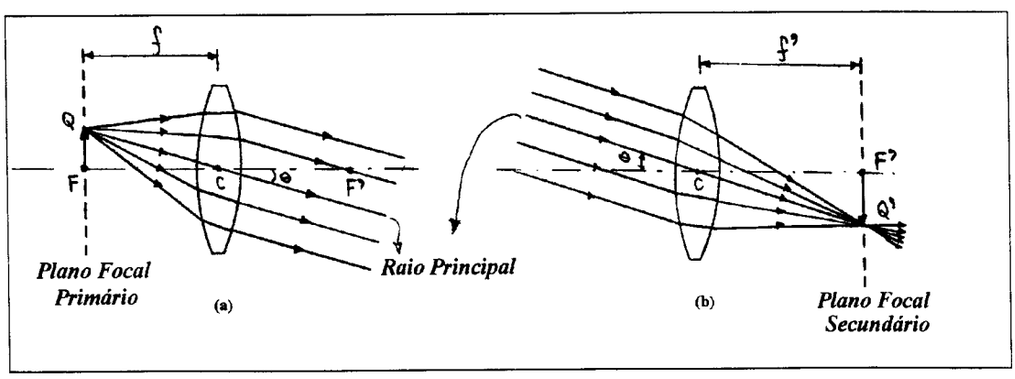


Figura 2.31: (a) Plano focal primário e (b) plano focal secundário de uma lente biconvexa.

plano focal para uma lente convergente é ilustrado na figura 2.31. Os raios paralelos incidentes à lente com um ângulo θ em relação ao eixo, convergem num ponto Q', fora de eixo, no plano focal secundário da lente e cruzam com o raio principal neste ponto (figura 2.31(b)). Assim, como raios que se originam do ponto Q situado no plano focal primário, tornam-se paralelos depois de refratados (figura 2.31(a)).

Um feixe de raios paralelos incidentes sobre uma lente biconvexa, conforme ilustra a figura 2.30(a), convergem para uma imagem real, depois de refratados. Sendo por isso, denominada de lente convergente. Sua distância focal, calculada pela equação 2.137, resulta numa quantidade positiva. Sendo também denominada de lente positiva.

Um feixe de raios paralelos incidentes sobre uma lente bicôncava, conforme ilustra a figura 2.30(b), divergem depois de refratados. O encontro do prolongamento dos raios refratados atrás da lente, define uma imagem virtual. Sendo por isso, denominada de lente divergente. Sua distância focal, calculada pela equação 2.137, resulta numa quantidade negativa. Sendo também denominada de lente negativa. Seus pontos focais são invertidos, comparados com uma lente positiva.

2.7.2 Lentes Espessas

Quando a espessura das lentes não pode ser considerado tão pequeno comparado à sua distância focal, a equação de lentes delgadas não pode ser mais aplicada, de modo que tais lentes são denominadas de lentes espessas. Este termo é usado não somente para uma lente simples homogênea com duas superfícies dióptricas esféricas separadas por uma distância considerável, mas também para qualquer combinação de lentes. É possível determinar a posição da imagem aplicando as equações de uma única superfície refratante, sucessivamente à cada superfície das lentes. Entretanto, tecnicamente é preferível possuir métodos de construção e cálculo da imagem diretamente das propriedades de lentes espessas. Este método pode ser desenvolvido à partir de seis pontos cardinais da lente, a saber: dois pontos focais, dois pontos principais e dois pontos nodais.

2.7.2.1 Pontos Focais e Pontos Principais

A figura 2.32 representa uma lente espessa simples e mostra os raios procedentes do ponto Q de um objeto PQ, convergindo-se após serem refratados no ponto Q', formando a imagem $P'Q'$. Um raio paralelo ao eixo óptico é desviado pelas duas superfícies e sua inter-

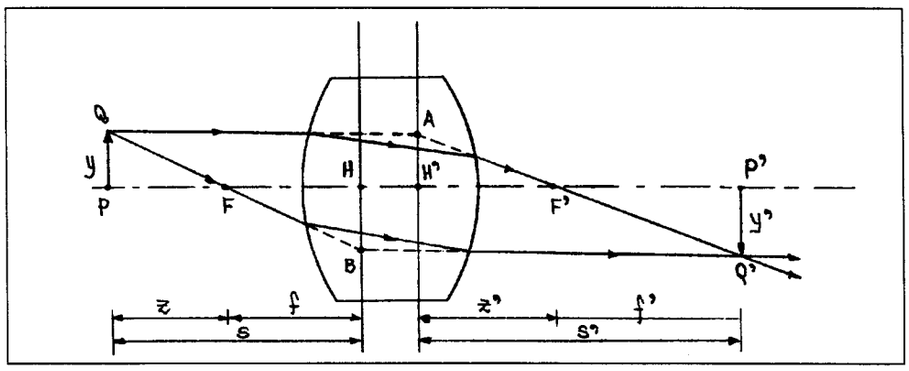


Figura 2.32: Planos principais e pontos principais H e H' de uma lente espessa.

secção como o eixo determina o ponto focal secundário F'. Prolongando-se os raios incidente e emergente até se interceptarem no ponto A, conforme mostram as linhas tracejadas da figura, determina-se o plano que passa por A perpendicular ao eixo óptico. Este plano é definido como plano principal secundário da lente e o ponto H', no qual o plano intercepta o eixo é definido como ponto principal secundário H'. Assim, qualquer raio incidente paralelo ao eixo óptico emerge da lente como se tivesse sido desviado unicamente no plano principal secundário. Da mesma maneira, o raio incidente que passa pelo ponto focal primário F, emerge da lente como se tivesse sido desviado unicamente no ponto B. O plano que passa pelo ponto B perpendicular ao eixo óptico, é definido como plano principal primário. O ponto H que o plano principal primário intercepta o eixo óptico é definido como ponto principal primário H.

Se o meio que envolve ambas as superfícies da lente for o mesmo, então , a distância focal primária é exatamente igual à distância focal secundária ($f = -f'$). Para isto ser verdade, as distâncias focais devem ser medidas à partir dos pontos principais H e H' e não dos vértices V_1 e V_2. Em geral os pontos principais e os pontos focais não estão localizados simetricamente com relação aos vértices das lentes.

Em alguns casos, os pontos principais situam-se fora da lente, como mostra a figura 2.33. Na lenta biconvexa, H e H' dividem a espessura da lente em três partes aproximadamente iguais, portanto, situam-se simetricamente no centro da lente. Na lente plano-convexa um dos pontos principais situa-se exatamente no vértice da superfície convexa e o outro ponto situa-se aproximadamente a um terço da espessura com relação ao vértice, interno à lente. Na lente-menisco com considerável espessura e curvatura, H e H' situam-se completamente fora das lentes. Os pontos principais de uma lente delgada coincidem e situam-se no centro da lente

SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO

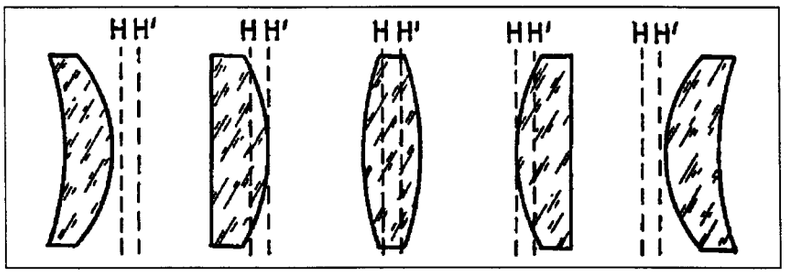


Figura 2.33: Posição dos planos principais para as lentes: meniscos, plano-convexa e biconvexa.

$(H = H')$.

2.7.2.2 Pontos Nodais e Centro Óptico

De todos os raios que partem de um ponto-objeto fora do eixo e refratam-se através de uma lente ao seu correspondente ponto-imagem, haverá um, para o qual a direção do raio no espaço-imagem é a mesma no espaço-objeto. Ou seja, os segmentos do raio antes de atingir a lente e depois de ser refratado por ela, são pararelos. Quando os segmentos paralelos forem prolongados até o eixo óptico, eles interceptarão o eixo em dois pontos. Estes pontos são definidos como ponto nodal primário N e ponto nodal secundário N'. Os planos que passam pelos pontos N e N' perpendiculares ao eixo óptico, são definidos como plano nodal primário e plano nodal secundário. Estes são o terceiro par de pontos cardinais e seus planos correspondentes são mostrados na figura 2.34, que mostra também o centro óptico da lente. Se o meio de ambos os lados da lente for o mesmo, os pontos nodais N e N' coincidem como os pontos principais H e H'. Entretanto, se os dois meios tiverem índices de refração diferentes, os pontos principais e os pontos nodais não coincidem. Quando os raios emergem da lente paralelos à direção original, a linha que liga o raio incidente ao emergente dentro da lente, cruza o eixo óptico no centro óptico C da lente.

2.7.3 Combinação de lentes

A maioria dos sistemas ópticos utilizam mais de uma lente, de forma que a imagem formada pela primeira lente serve de objeto para segunda lente e assim sucessivamente. A figura 2.35 ilustra um conjunto de quatro lentes. A primeira lente forma uma imagem real em P de um objeto real em O. Esta imagem real serve de objeto real para a segunda lente, que forma uma imagem virtual em Q. Esta imagem virtual serve de objeto real para a terceira lente. Se

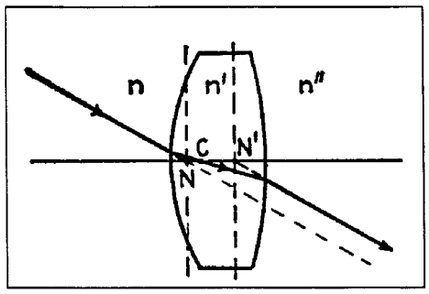


Figura 2.34: Pontos nodais, planos nodais e centro óptico de uma lente espessa.

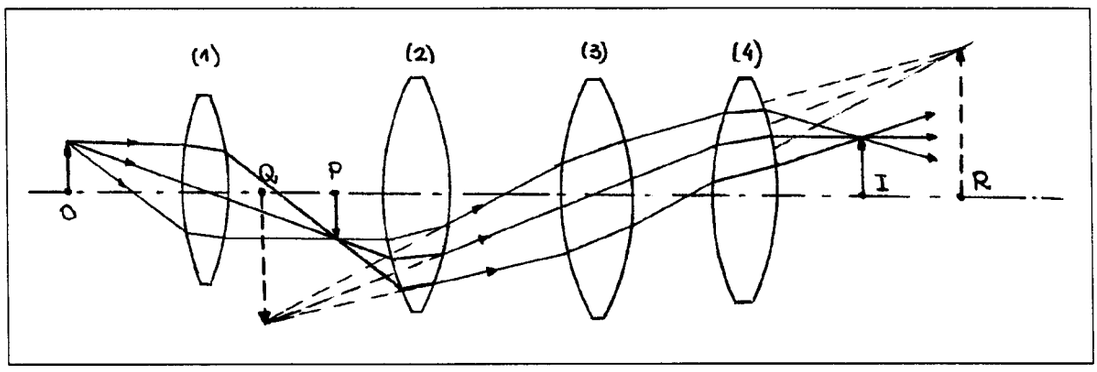


Figura 2.35: Imagem formada por um conjunto de quatro lentes.

não existisse a quarta lente, a terceira lente formaria uma imagem real em R. Embora esta imagem nunca se forme, ela serve de objeto virtual para quarta lente, que forma uma imagem final em I.

2.7.4 Equação de Combinação de Duas Lentes

A figura 2.36 mostra um raio passando através de duas lentes separadas por uma distância d e posicionadas coaxialmente. O índice 1 refere-se à primeira lente e o índice 2 à segunda. O raio incidente à combinação é paralelo e consequentemente passa por F_1' e F', pontos focais secundários da primeira lente e da combinação de lentes respectivamente. Seja $h_1 = h_1'$ a distância do eixo óptico à intersecção do raio com os planos principais primário e secundário respectivamente. Considerando t a distância entre os pontos F_1' e F_2, pontos focais secundário da primeira lente e primário da segunda lente repectivamente; t será positiva quando não houver superposição das distâncias focais $F_1'H_1'$ e F_2H_2, como mostra a figura 2.36, e negativa quando houver superposição.

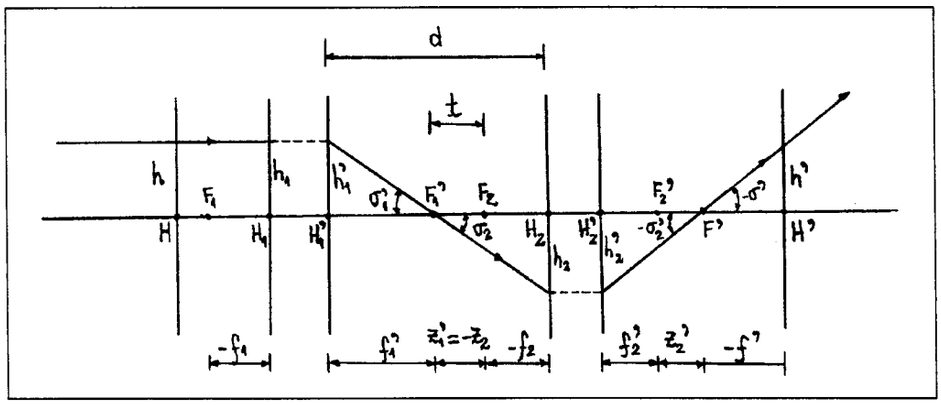


Figura 2.36: Sistema de combinação de duas lentes.

Pela definição 2.82, o aumento angular γ_2 da segunda lente é dado por:

$$\gamma_2 = \frac{-z_2}{f_2'} = -\frac{t}{f_2'}, \tag{2.146}$$

onde $-z_2 = t$. Mas, desde que, $\sigma' = \sigma_2'$ e $\sigma_2 = \sigma_1'$, pela equação 2.61 e pelas relações trigonométricas obtidas da figura 2.36 pode-se escrever:

$$\gamma_2 = \frac{-\sigma_2'}{\sigma_2} = \frac{-tg\ \sigma_2'}{tg\ \sigma_2} = \frac{-tg\ \sigma}{tg\ \sigma_1'} = -\frac{h'}{-f'}\frac{f_1'}{h_1'} = \frac{f_1'}{f'}, \tag{2.147}$$

a altura h' para o sistema de lentes é igual a altura h_1', ou seja, o raio deve cruzar o plano principal H' no sistema de lentes a mesma altura do eixo óptico, a qual está incidindo em H. Então, usando as relações 2.146 e 2.147 obtém-se:

$$f' = -\frac{f_1'f_2'}{t} \quad similarmente \quad f = -\frac{f_1 f_2}{t} \tag{2.148}$$

A distância $H_1'H_2$ é igual a $d = f_1' + t - f_2$. Então, para a combinação de duas lentes de distâncias focais f_1 e f_2 no ar, ou seja, $f_1' = -f_1$ e $f_2' = -f_2$, obtém a distância focal equivalente f:

$$f' = -\frac{f_1'f_2'}{t} = -\frac{f_1'f_2'}{d - f_1' + f_2} = -\frac{f_1'f_2'}{d - f_1' - f_2'},$$

ou seja,

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} - \frac{d}{f_1'f_2'}. \tag{2.149}$$

Similarmente, obtém-se:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}. \tag{2.150}$$

A equação 2.150 é a equação do recíproco da distância focal equivalente de um sistema de duas lentes separadas por uma distância d.

Capítulo 3

Conceitos e Características Ópticas para o Desenho de Sistemas Ópticos

3.1 Teoria dos Diafragmas Ópticos e Teoria Fotométrica

Existem dois conceitos importantes para o Desenho Óptico, que relacionam o tamanho, a posição e forma da imagem. Um deles é o conceito do campo de visão, que determina a dimensão observável da superfície de um objeto por meio de um sistema óptico. O outro é a forma da imagem, considerando o efeito visual e a iluminação da imagem, importantes por exemplo, em efeitos fotográficos. No tratamento do campo de visão e da forma das imagens, é importante entender como e onde o feixe de raios limita um sistema óptico. Os efeitos diafragmáticos são analisados para raios marginais que atravessam o sistema óptico. Os próprios raios marginais que atravessam uma lente simples constituem o efeito diafragmático de um sistema óptico. A maioria dos sistemas ópticos, tais como objetivas fotográficas, telescópios, microscópios, etc., são providos de aberturas circulares que agem como diafragmas, além das próprias aberturas limitadas pela borda da lente. Em geral, um sistema óptico contém um diafragma que limita os raios, forma a imagem e determina a abertura do instrumento óptico[5–7].

3.1.1 Diafragma de Campo e Diafragma de Abertura

A figura 3.1 mostra uma lente simples com dois diafragmas formando a imagem de um objeto distante. Três feixes de raios paralelos partem de pontos diferentes de um objeto e atingem o plano focal da lente. Pode-se observar que o diafragma mais próximo à lente limita o tamanho de cada feixe de raios, enquanto o diafragma em frente ao plano focal limita o ângulo em que os feixes de raios atingem este plano. O primeiro diafragma é denominado de diafragma de abertura(*aperture stop*), cujo objetivo é determinar a quantidade de luz atingindo um dado ponto da imagem e portanto, controla a forma da imagem. O segundo, denominado

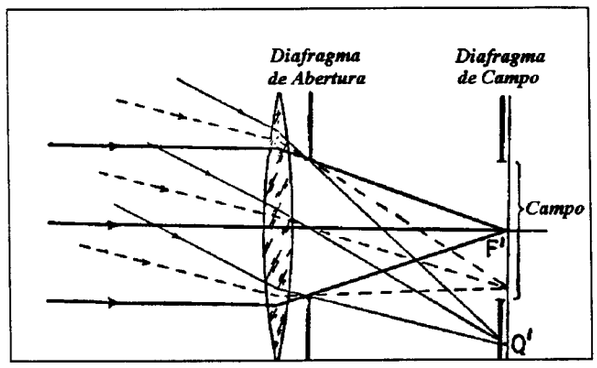


Figura 3.1: Diagrama mostrando os diafragmas de abertura e de campo.

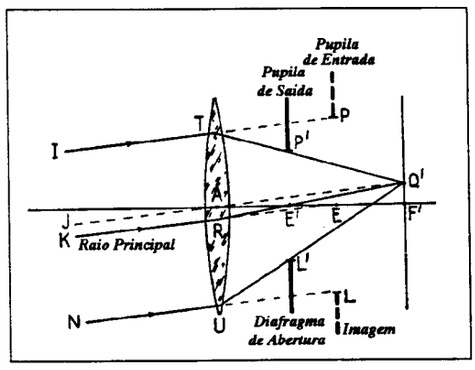


Figura 3.2: Diagrama ilustrando a pupila de entrada e saída de uma lente simples convergente.

de diafragma de campo (*field stop*), determina a extensão do objeto ou o campo que representa a imagem.

3.1.2 Pupila de Entrada e Saída

Um diafragma $P'E'L'$ colocado no espaço-imagem de uma lente simples convergente tem a função de limitar os raios-imagens como mostra a figura 3.2. Por traçado de raios ou pela equação de lentes, a imagem deste diafragma real formado pela lente está na posicão PEL no espaço-objeto, mostrada pelas linhas pontilhadas, e é uma imagem virtual. Esta imagem é denominada de pupila de entrada, enquanto a diafragma real $P'E'L'$ é o diafragma de abertura. Quando o diafragma de abertura permanece no espaço-imagem torna-se a pupila de saída.

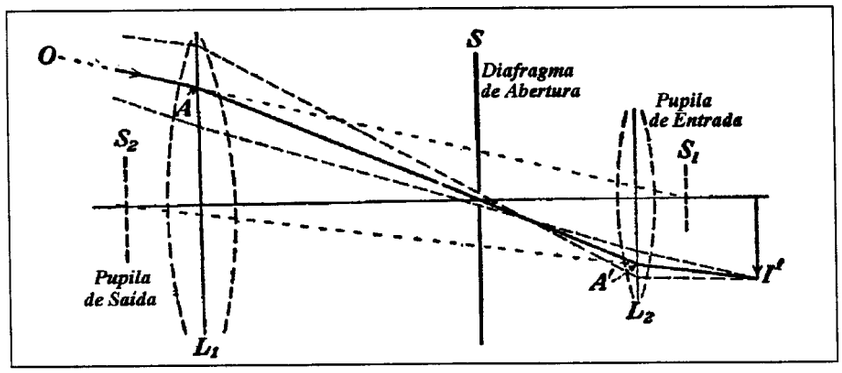


Figura 3.3: O raio principal de um feixe cruzando o eixo no plano do diafragma de abertura.

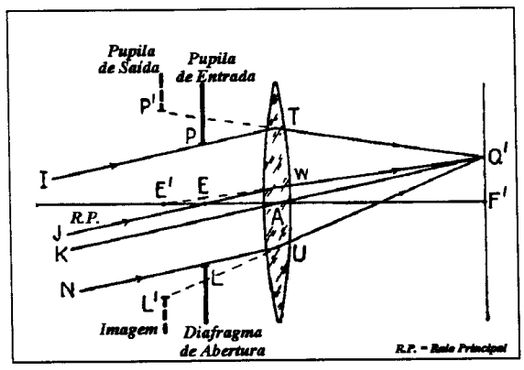


Figura 3.4: O diafragma anterior e sua imagem tornam-se a pupila de entrada e saída de um sistema óptico.

3.1.3 Raio Principal

O raio que passa através do sistema óptico e intercepta o eixo óptico no plano do diafragma de abertura é denominado de raio principal. Na figura 3.3 o raio principal é representado pela linha sólida OI'. Os prolongamentos dos raios conjugados OA e $A'I'$ interceptarão o eixo óptico no plano das pupila de entrada S_1 e de saída S_2 respectivamente, mas não interceptarão necessariamemte o eixo óptico no centro de alguma das lentes. Em geral, nos instrumentos ópticos o raio principal raramente passa através do centro de alguma lente. Na figura 3.2 o raio principal é o raio que passa através do centro da pupila de entrada no espaço-objeto. Este raio, depois de refratado, passa também pelo centro da pupila de saída no espaço-imagem. Os pontos E e E', pelos quais o raio principal cruza o eixo óptico são denominados de ponto de pupila de entrada e ponto de pupila de saída, respectivamente. O primeiro é particularmente importante na determinação do campo de visão.

3.1.4 Diafragma Anterior

Em alguns tipos de lentes fotográficas, um diafragma é colocado próximo à lente, ou na posição anterior ou posterior à lente. Uma das funções de tais diafragmas é estabelecer a qualidade da imagem formada sobre o filme fotográfico. O diafragma anterior, conforme ilustra a figura 3.4, representa a pupila de entrada PEL, devido ao seu tamanho e sua localização no espaço-objeto. Sua imagem $P'E'L'$ formada pela lente localiza-se no espaço-imagem e constitui a pupila de saída. Os raios paralelos IT, JW e NU convergem num ponto-imagem Q', onde um raio não desviado KA, que passa pelo centro da lente, cruza o plano focal secundário. O raio principal JW é direcionado ao centro da pupila de entrada no espaço-objeto e emerge da lente, como se tivesse vindo do centro da pupila de saída no espaço-imagem.

Um dado diafragma num sistema óptico, que limita os raios que partem de um ponto-objeto, pode não ser o diafragma de abertura para outros pontos-objetos a diferentes distâncias ao longo do eixo. A figura 3.5 ilustra uma lente com um diafragma anterior e um ponto-objeto em M. Para este ponto a borda da lente torna-se o diafragma de abertura e desde que limite os raios oriundos do objeto representa uma pupila de entrada. A imagem do diafragma, que é novamente a borda da lente, é também a pupila de saída. A borda da lente representa o diafragma de abertura, a pupila de entrada e a pupila de saída para um ponto-objeto em M. Se o ponto-objeto localiza-se à esquerda de Z, PEL tornar-se-á o diafragma de abertura e a pupila de entrada, e sua imagem $P'E'L'$ é a pupila de saída.

Num desenho preliminar de um instrumento óptico, o elemento do sistema óptico que constitui o diafragma de abertura, pode não ser conhecido. Assim, os raios marginais para cada elemento devem ser investigados, para determinar qual elemento é realmente o limitante. Cada sistema óptico possui um único diafragma de abertura, independente do número de elementos que constituem o sistema óptico. Se a localização do diafragma de abertura for determinado: "a pupila de entrada do sistema inteiro é a imagem do diafragma de abertura formada por todas as lentes precedentes ao diafragma de abertura e a pupila de saída é a imagem formada por todas as lentes procedentes ao diafragma de abertura".

3.1.5 Diafragma entre Duas Lentes

Um arranjo comum em lentes fotográficas é constituído de dois sistemas de lentes com um diafragma variável ou íris entre eles. A figura 3.6 ilustra um diagrama representando esta combinação, onde os elementos (1) e (2) são as lentes delgadas e $P_0E_0L_0$ é o diafragma.

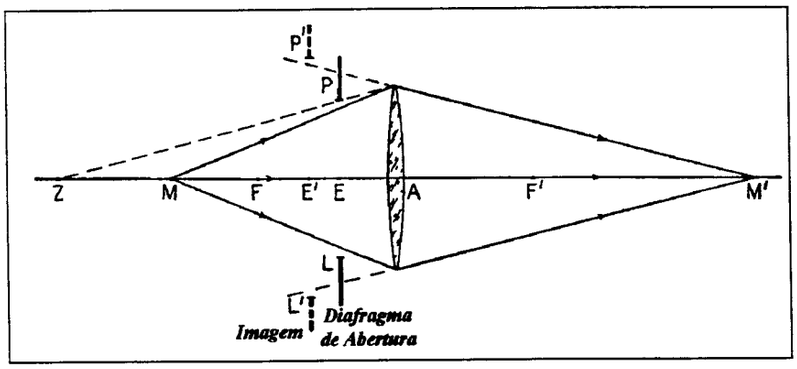


Figura 3.5: A pupila de entrada e saída são diferentes para cada ponto-objeto e ponto-imagem.

Por definição a pupila de entrada deste sistema é a imagem do diafragma formada pela lente (1). Esta imagem é virtual e localiza-se em PEL. Similarmente a pupila de saída do sistema inteiro é a imagem do diafragma formada pela lente (2). Esta imagem localiza-se em $P'E'L'$ e é também virtual. A pupila de entrada PEL localiza-se no espaço-objeto da lente (1), o diafragma $P_0E_0L_0$ localiza-se no espaço-imagem da lente (1) e também, no espaço-objeto da lente (2), e a pupila de saída $P'E'L'$ localiza-se no espaço-imagem da lente (2). Os pontos P_0 e P, E_0 e E e L_0 e L são pares conjugados para a segunda lente. Isto faz com que os pontos P e P' sejam conjugados para o sistema inteiro. Se um ponto-objeto está localizado sobre o eixo óptico em M, os raios MP e ML limitam o feixe que atravessa o sistema. Estes raios são refratados pela primeira lente e atingem P_0 e L_0. Ao serem refratados pela segunda lente eles descrevem uma direção, que parece ter vindo de P' e L', como ilustra a figura 3.6. O mesmo sistema óptico é mostrado na figura 3.7, cujo propósito é ilustrar o caminho do raio principal. Dos muitos raios que pode-se iniciar de um ponto-objeto específico Q e atravessar o sistema inteiro, o raio principal é um que aproxima-se da primeira lente na direção de E, ponto de pupila de entrada, e é refratado em E_0 pela lente, e finalmente emerge da segunda lente em direção de Q', como se tivesse vindo de E', ponto de pupila de saída.

Se um observador olhar através do sistema óptico com seu olho nas vizinhanças de M (figura 3.6), ele verá uma imagem do diafragma de abertura $P_0E_0L_0$ na posição E no eixo óptico e se ele olhar de M', verá uma imagem do diafragma de abertura $P_0E_0L_0$ na posição E' no eixo óptico. Para um objeto extenso, a pupila de entrada pode ser definido como a base comum de todos os cones de raios atingindo a lente de todos os pontos do objeto extenso. Uma definição similar pode ser feita da pupila de saída. Em muitos casos, a posição do diafragma de abertura

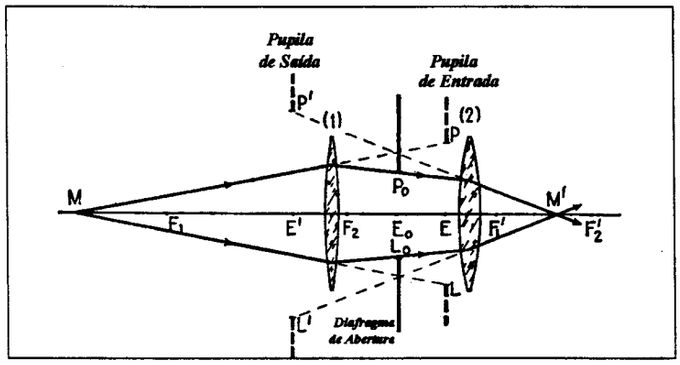


Figura 3.6: Diafragma entre duas lentes.

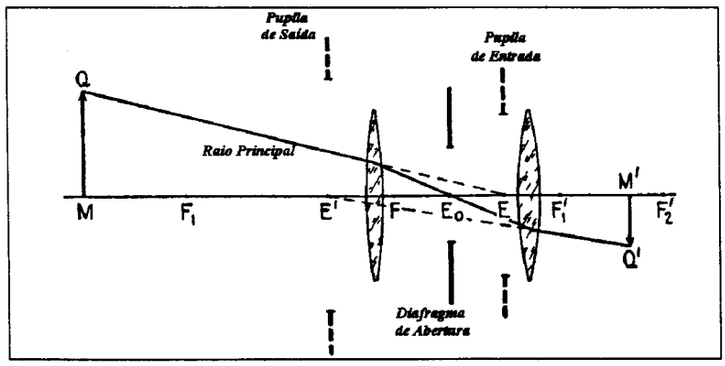


Figura 3.7: A direção do raio principal num sistema óptico de duas lentes.

não é restrita a um único local no sistema. Pode ser colocada em qualquer lugar dentro de um considerável limite. Para cada posição do diafragma de abertura existirá uma pupila entrada e uma pupila de saída correspondente às posições-imagem e objeto. O diafragma que representa o diafragma de abertura para uma posição do objeto, pode não representar para outra posição, de maneira que, as localizações das pupilas de entrada e saída dependem da posição do objeto. Em geral um bom sistema óptico é construído, de maneira que, um diafragma fixo representa o diafragma de abertura para uma dada posição-objeto dentro de um limite. Desde que, a pupila de entrada e saída estejam conjugados separadamente ao diafragma de abertura, eles estão conjugados entre si e mantêm as relações usuais de objeto e imagem.

3.1.6 Sistema de Duas Lentes sem Diafragma

A teoria dos diafragmas é aplicável não somente aos casos, onde diafragmas circulares são introduzidos no sistema óptico, mas a qualquer sistema, desde que, a borda de alguma

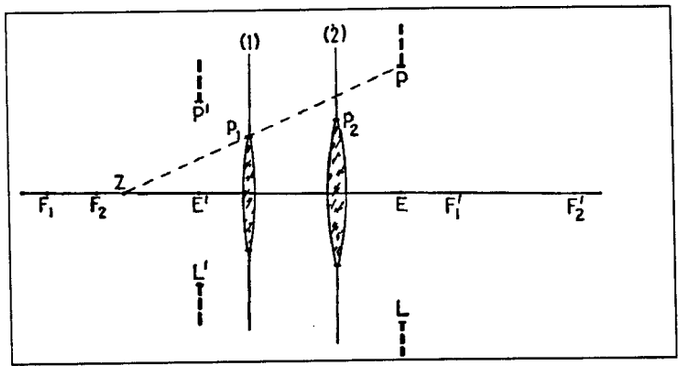


Figura 3.8: A borda de uma lente pode representar um diafragma de abertura de um sistema óptico.

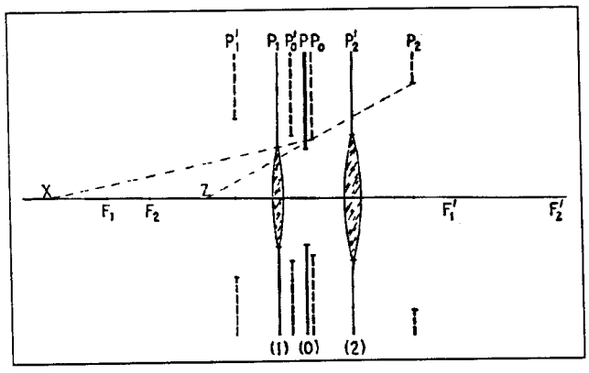


Figura 3.9: Diagrama de um sistema óptico ilustrando os possíveis diafragmas e pupilas.

lente num sistema represente um diafragma. A figura 3.8 ilustra um sistema de duas lentes (1) e (2). Assumindo que, P_1 seja um diafragma no espaço-objeto, sua imagem P' formada pela lente (2) localiza-se no final do espaço-imagem. Observando P_2 como um diafragma no espaço-imagem, sua imagem P formada pela lente (1) localiza-se no primeiro espaço-objeto. Existem duas pupilas de entradas possíveis, P_1 e P, no espaço-objeto da combinação de duas lentes, e duas pupilas de saídas possíveis, P_2 e P', no espaço-imagem da combinação de lentes. Para algum ponto axial M localizado a esquerda de Z, P_1 torna-se o diafragma limitante e então, a pupila de entrada do sistema. Sua imagem P' torna-se a pupila de saída. Se, de outra forma, M localiza-se a direita de Z, P torna-se a pupila de entrada e P_2 a pupila de saída.

3.1.7 Determinação do Diafragma de Abertura

No sistema de duas lentes com um diafragma entre eles, representados nas figuras 3.6 e 3.7, as lentes são suficientemente grandes, de maneira que, a borda da lente não pode

tornar-se um diafragma de abertura. Contudo, se eles não forem tão grandes comparados ao diafragma, assim como no caso de uma lente de uma câmera fotográfica, quando a íris está totalmente aberta, o sistema de diafragmas e pupilas podem tornar-se similar àquelas ilustradas na figura 3.9. Este sistema consiste de duas lentes e um diafragma. P_1' é a imagem virtual da primeira lente formada pela lente (2), P_0' é a imagem virtual do diafragma P formada pela lente (2), P_0 é a imagem virtual de P formada pela lente (1) e P_2 é a imagem virtual da segunda lente formada pela lente (1). Em outras palavras, quando observar o sistema pelo lado esquerdo, poderia-se ver a primeira lente, o diafragma e a segunda lente nas posições aparentes P_1, P_0 e P_2 respectivamente. Observando o lado direito, poderia vê-los nas posições P_1', P_0' e P_2' respectivamente. De todos estes diafragmas, P_0, P_1 e P_2 podem representar a pupila de entrada localizado no espaço-objeto do sistema óptico.

Para todos os pontos-objetos axiais localizados a esquerda de X, P_1 limita o feixe de entrada dos raios para o menor ângulo e então representa a pupila de entrada do sistema. Em geral, o objeto do qual é sua imagem, será o diafragma de abertura, que neste caso é a abertura P_1 da própria lente (1). A imagem da pupila de entrada formada pelo sistema de lentes é P_1', que constitui a pupila de saída. Para pontos-objetos localizados entre X e Z, P_0 torna-se a pupila de entrada, P o diafragma de abertura e P_0' a pupila de saída. Finalmente, para pontos localizados a direita de Z, P_2 é a pupila de entrada, enquanto P_2' é o diafragma de abertura e a pupila de saída. A regra geral é que o diafragma de abertura do sistema é determinado por um diafragma ou a imagem de um diafragma que subentende o menor ângulo visto do ponto-objeto. Se é determinado por uma imagem, o diafragma de abertura é o objeto correspondente.

3.1.8 Campo de Visão

Quando observa-se uma paisagem através de uma janela, o campo de visão é limitado pelo tamanho da janela e pela posição do observador. Na figura 3.10 o olho do observador está localizado em E, a abertura da janela é representada por JK, e o campo observado por GH. Esta janela representa o diafragma de campo. Quando o olho move-se mais próximo à janela o campo angular α torna-se mais larga e estreita-se quanto mais afastar-se dela. Nos instrumentos ópticos é comum especificar o campo de visão em termos do ângulo α e expressá-lo em graus. Os raios extremos incidentes ao sistema cortam o eixo óptico com um ângulo θ. Este ângulo é denominado de <u>ângulo de meio-campo</u> e tem a função de limitar

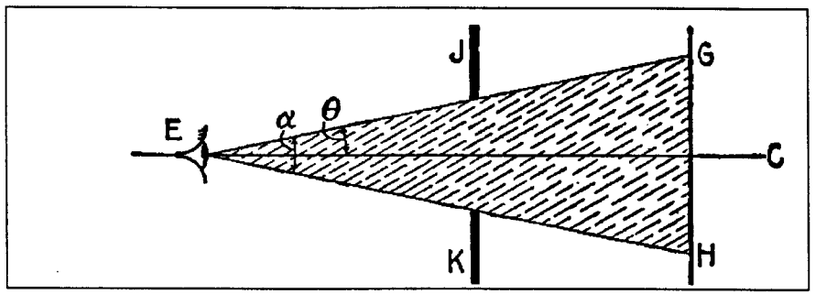


Figura 3.10: Campo de visão através de uma janela.

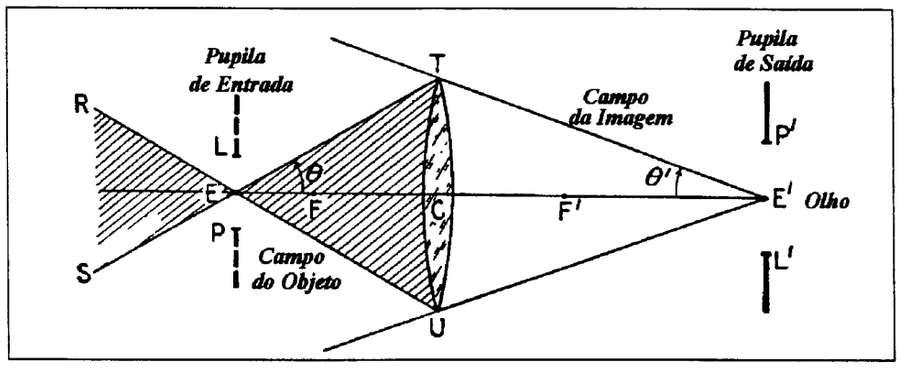


Figura 3.11: Campo de visão de uma lente convergente.

a largura do objeto que pode ser visto através do instrumento. O campo do objeto inclui o ângulo 2θ, assim como o campo da imagem, com largura angular α.

O método para determinar os ângulos de meio-campo θ e θ' para uma lente convergente é ilustrado na figura 3.11. A pupila do olho, representando a pupila de saída, está situado a direita e sua imagem real e invertida aparece a esquerda. Os raios principais que cruzam o ponto de pupila de entrada E, incidem sobre a borda da lente e são refratados pela lente atingindo o ponto conjugado E'. As áreas hachuradas ETU e RES delimitam o campo do objeto, de maneira que qualquer objeto possa ser visto no campo da imagem. O diafragma de campo neste caso é a própria borda da lente TU, desde que determine o ângulo de meio-campo subentendido, a partir do ponto de pupila de entrada. Se o olho, portanto a pupila de saída, for movido próximo à lente, aumenta o ângulo θ' do campo da imagem e a pupila de entrada move-se para a esquerda, causando um alongamento no cone do campo do objeto ETU.

A mesma lente pode ser visto na figura 3.12, onde um objeto QM está localizado numa posição entre o ponto focal primário e o vértice da lente. Do ponto Q partem

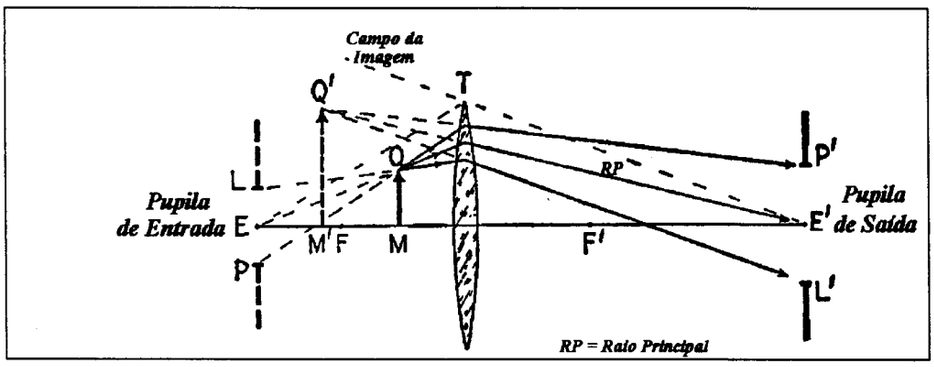


Figura 3.12: Formação de imagem no campo de visão de uma lente convergente.

três raios, como se tivessem originados dos pontos P, E e L e incidem na lente, de onde são refratados em direção aos correspondentes pontos P', E' e L', ou seja, sobre a pupila de saída. O prolongamento destes raios interseccionam-se num mesmo ponto, localizando a imagem virtual em Q'. Se o objeto estiver próximo do ponto de pupila de entrada E, somente uma parte dele será visível ao olho, localizado em E'. Quando uma lente convergente for usado como um instrumento de aumento, o olho deve estar localizado próximo à lente, isto aumenta o ângulo de meio-campo e estende o campo do objeto, de maneira que a posição do objeto torna-se menos crítica.

3.1.9 Brilhância e Iluminância Fotométrica

A unidade de intensidade luminosa de uma fonte de luz é definida como candela. No padrão de medida atual, a candela é a intensidade luminosa, na direção perpendicular, de uma superfície de 1/600000 metro quadrado de um corpo negro à temperatura de solidificação da platina sob pressão de 101.325 Newtons por metro quadrado. A unidade de medida de fluxo luminoso ou da energia radiante emitida por uma fonte de luz é o lumen. A quantidade de luz irradiada em alguma direção de uma fonte pontual com intensidade luminosa de uma candela em um dado ângulo sólido é definida como lumen. Então, o fluxo total de uma fonte pontual de intensidade luminosa de uma candela em todas as direções é dado por 4π *lumens*. [1]

O fluxo de luz fluindo de uma fonte puntual Q sob um ângulo sólido subentendido pelo elemento de área dA à distância r é ilustrada pela figura 3.13(a). O fluxo luminoso em um pincel de raios elementares é definido como sendo a razão entre a área dA projetada normal

[1] A relação entre intensidade luminosa e fluxo luminoso é dado por lumen = candela esteradiano ($cd.sr$).

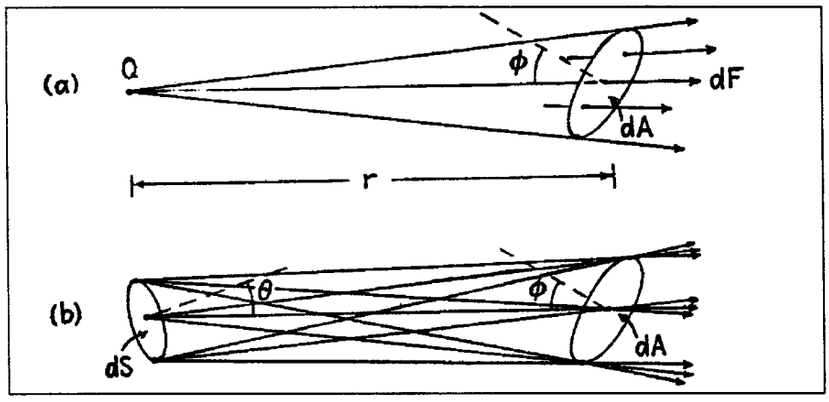


Figura 3.13: Diagrama ilustrando (a) um pincel e (b) um feixe de raios elementares.

aos raios e o raio ao quadrado (r^2), isto é:

$$dF = constante \; \frac{dA \; cos\phi}{r^2} \cdot \tag{3.1}$$

Na prática a fonte nunca é puntual, então, deve-se considerar todos os pincéis de raios emitidos de um elemento de área dS, como mostra a figura 3.13(b). Assim, o fluxo é proporcional à área dS projetada normal aos raios, ou seja:

$$dF = constante \; \frac{dS \; dA \; cos\theta \; cos\phi}{r^2} \cdot \tag{3.2}$$

O valor da *constante* depende somente da fonte de luz e é definido como brilhância B. Para distinguí-lo da sensação visual de brilho, é denominado também de luminância. A unidade de B é experimentalmente definido como 1/60 da intensidede luminosa da radiação de um corpo negro à temperatura de fusão da platina e é definido por candela por centímetro quadrado. Desta forma, expressando B nesta unidade, o fluxo torna-se:

$$dF = n^2 B \; \frac{dS \; dA \; cos\theta \; cos\phi}{r^2} \; lumens. \tag{3.3}$$

onde n é o índice de refração do meio. Esta é a quantidade que deve permanecer constante para um feixe de raios que atravessa o sistema óptico, desprezando-se pequenas perdas devido à reflexão e absorção.

A iluminação ou iluminância E de uma superfície é definida como o fluxo luminoso incidente por unidade de área, ou seja:

$$dE = \frac{dF}{dA} = \frac{n^2 B \; cos\theta \; dS \; cos\phi}{r^2} \cdot \tag{3.4}$$

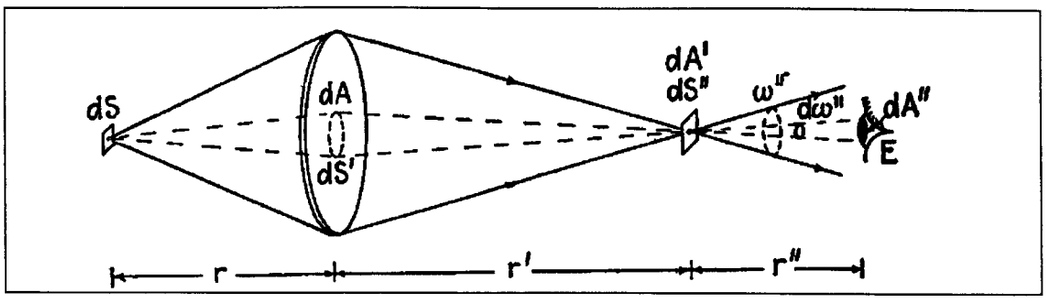


Figura 3.14: Diagrama ilustrando a brilhância de uma imagem.

Iluminância é frequentemente expressa em lumens por metro quadrado ou lux. Para determinar a iluminância em algum ponto devido à uma fonte com área finita, a equação 3.4 deve ser integrada sobre esta área:

$$E = \int\int \frac{n^2 B \; dS \; cos\theta \; cos\phi}{r^2} \, . \tag{3.5}$$

A avaliação exata desta integral normalmente é complexa, mas na maioria dos casos a fonte está suficientemente longe da superfície iluminada, de forma que pode-se considerar $cos\phi$ e r^2 como constantes. Neste caso,

$$E = \frac{cos\phi}{r^2} \, n^2 \int\int B \; cos\theta \; dS = \frac{In^2 cos\phi}{r^2} \tag{3.6}$$

onde a integral é designado por I, a <u>intensidade luminosa</u> da fonte. Portanto, a definição de intensidade luminosa é dada por:

$$I = \int\int n^2 B \; cos\theta \; dS \tag{3.7}$$

As grandezas fluxo luminoso F dado em *lumens*, brilhância B dado em $candela/cm^2$, iluminância E dado em $lumen/m^2$ e intensidade luminosa I dado em *candelas* são quatro conceitos subjetivos básicos utilizados na Fotometria.

3.1.9.1 Brilhância de uma Imagem

A figura 3.14 ilustra uma lente formando a imagem dA' de um elemento de superfície dS do objeto. Se a imagem é observada pelo olho E, o fluxo luminoso dF entrando nele é limitado pela área dA'' da pupila do olho, de maneira que somente o feixe estreito indicado pelas linhas pontilhadas contribuem para a imagem sobre a retina. A quantidade que caracteriza um feixe é a brilhância B e desde que, este permanece constante através do sistema

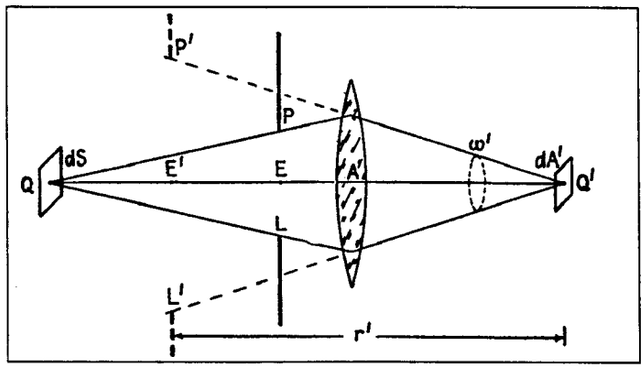


Figura 3.15: Diagrama ilustrando a iluminância da imagem formada por uma lente.

óptico, desprezando-se as perdas por reflexão ou absorção, obtém-se:

$$\frac{dF}{B} = \frac{n^2 dS\ dA\ cos\theta\ cos\phi}{r^2} = \frac{n'^2 dS'\ dA'\ cos\theta'\ cos\phi'}{r'^2} = \frac{n''^2 dS''\ dA''\ cos\theta''\ cos\phi''}{r''^2}. \quad (3.8)$$

O último membro desta equação refere-se ao feixe na região a direita da imagem, e desde que o fluxo em um feixe é considerado constante e igual dF, tem-se:

$$n^2 \frac{dF}{B} = n''^2 \frac{dF}{B''} \quad (3.9)$$

onde B'' designa a brilhância da imagem. Então segue um importante resultado:

$$n''^2 B'' = n^2 B. \quad (3.10)$$

Para a imagem formada no mesmo meio que o do objeto por um sistema óptico, no qual as perdas são desprezíveis, a brilhância da imagem é igual ao do objeto, ou seja:

$$B'' = B. \quad (3.11)$$

Por causa da brilhância representar o fluxo por unidade de área por unidade de ângulo sólido, como pode ser visto das equações 3.8 e 3.9, então, resulta:

$$B'' = \frac{dF}{n''^2 dS''\ \frac{dA''}{r''^2}} = \frac{dF}{n^2 dS''\ d\omega''}, \quad (3.12)$$

considerando-se $cos\theta'' = cos\phi'' = 1$. Quando a magnificação é decrescida, o fluxo incindente por unidade de área da imagem é acrescida, mas o ângulo sólido total ω'' é também acrescida, de tal maneira que a brilhância permanece constante.

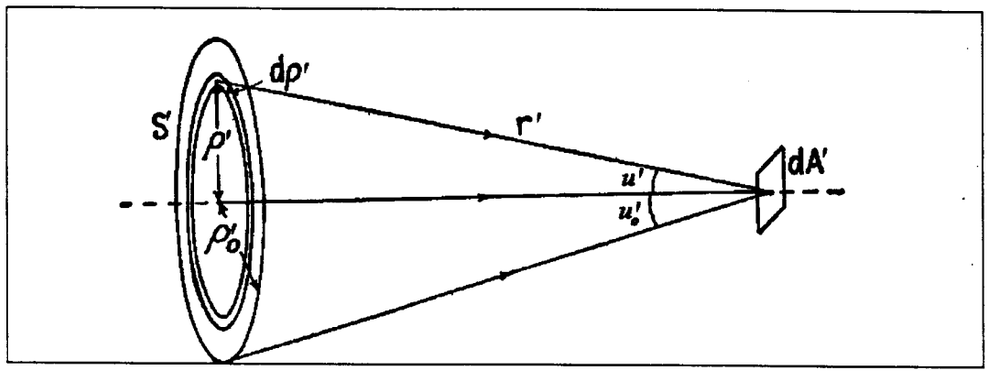


Figura 3.16: Iluminação devido a um disco circular.

3.1.9.2 Iluminância de uma Imagem

A iluminância, definido na equação 3.5, representa o fluxo total por unidade de área sobre a superfície incidente de todas as direções. Ela determina os efeitos fotográficos ou outros efeitos energéticos, assim como, a quantidade de luz espalhada por unidade de área de uma superfície difusa. A figura 3.15 mostra a imagem formada por uma lente ou um sistema de lentes A, a pupila de entrada PEL e a pupila de saída $P'E'L'$. A brilhância B' da pupila de saída observado no ponto-imagem Q' é igual à da fonte, desde que,

$$\frac{dF}{B} = \frac{n'^2 dS'\ dA'\ cos\theta'\ cos\phi'}{r'^2} = \frac{dF}{B'} \tag{3.13}$$

Mas a brilhância é o fluxo por unidade de área por unidade de ângulo sólido, de maneira que o fluxo total incidente por unidade de área é obtido multiplicando B' pelo ângulo sólido ω' subentendido pela pupila de saída, ou seja:

$$E = n'^2 B'\omega' = n^2 B\omega' \tag{3.14}$$

Então, a iluminância de uma imagem é o produto da brilhância de uma fonte e o ângulo sólido subentendido pela pupila de saída na imagem.

Determinar a iluminação de um sistema óptico seria o mesmo, que remover o sistema óptico e colocar a fonte na posição da pupila de saída e aumentar a área ao tamanho da pupila de saída do sistema óptico. Deste modo, para determinar a iluminância de uma superfície dA', supõe-se que a luz total partindo da superfície dS' de brilhância B', cujo raio da pupila de saída ρ'_0 subentende o ângulo u'_0, como indica a figura 3.16. Para isto, considera-se sobre a pupila de saída, um anel delineando um cone, cujo ápice intersecciona a superfície dA', o ângulo u' subentende o anel em relação à normal a superfície dA'. Se a distância r' é unitário,

a área do anel é $2\pi\rho' d\rho'$. Substituindo esta relação na equação 3.4, segue que a radiação sobre o anel é:

$$dE = 2n'^2 \pi B' \rho' d\rho' cos\theta' cos\phi'. \tag{3.15}$$

Como a distância da superfície dS em relação à superfície iluminada dA' é suficientemente grande, os ângulos θ' e ϕ' podem ser considerados suficientemente pequenos, de modo que $cos\theta' = cos\phi' = 1$, e a relação 3.15 torna-se:

$$dE = 2n'^2 \pi B' \rho' d\rho'. \tag{3.16}$$

Portanto:

$$E = \int_0^{\rho'} 2n'^2 \pi B' \rho' d\rho'. \tag{3.17}$$

Como $\rho' = r' senu'$, diferenciando em relação a u' torna-se $d\rho' = r' cosu' du'$, então obtém-se:

$$E = \int_0^{u'_0} 2n'^2 \pi B' senu' cosu' du' = 2n'^2 \pi B' \left[\frac{sen^2 u'}{2} \right]_0^{u'_0}. \tag{3.18}$$

$$E = n'^2 \pi B' sen^2 u'_0 \tag{3.19}$$

Similarmente pode-se escrever para a pupila de entrada:

$$E = n^2 \pi B sen^2 u_0 \tag{3.20}$$

3.1.10 Abertura Numérica

A equação 3.19 mostra que a quantidade de luz por unidade de área entrando na pupila de saída de um sistema óptico depende do termo $n'^2 sen^2 u'_0$. O termo $n' senu'$ foi definida por E. Abbe como Abertura Numérica NA[8], ou seja:

$$NA = n' senu',$$

sendo n' o índice de refração do meio onde a imagem se localiza e u' é o semi-ângulo de campo de visão. De modo que a equação 3.19 torna-se:

$$E = \pi B' (NA)^2. \tag{3.21}$$

A abertura numérica é mais convenientemente utilizada para sistema óptico com as distâncias-objeto e imagem finitas, tais como as objetivas microscópicas.

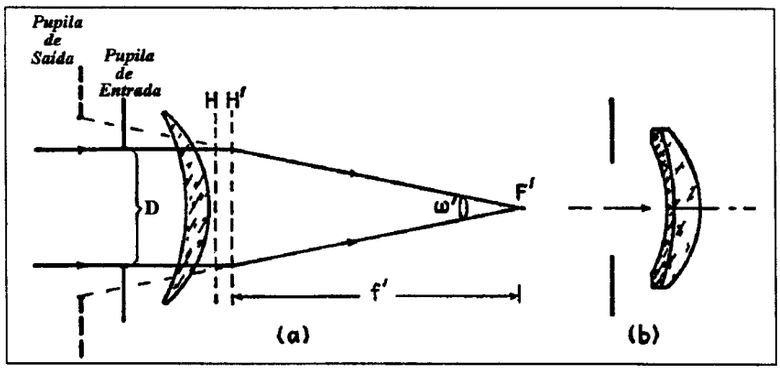


Figura 3.17: Esquema para determinar a velocidade de uma lente.

3.1.11 Abertura Relativa ou Número $f/\#$

A quantidade total de luz atingindo a imagem por unidade de área é dada pelo produto da brilhância B da fonte e o ângulo sólido ω' do feixe de raios convergindo na direção de algum ponto-imagem. A figura 3.17 ilustra uma lente e um diafragma iluminados por um feixe paralelo. O ângulo sólido ω' é subentendido no ponto-imagem F' pela pupila de saída, mas também é igual àquele subentendido pela pupila de entrada, se esta estiver posicionada no plano principal secundário H'. Deste modo, a razão da distância focal f' pelo diâmetro linear da pupila de entrada D é definida como abertura relativa ou número $f/\#$, ou seja:

$$f/\# = \frac{f'}{D}. \tag{3.22}$$

onde o símbolo $\#$ indica a razão f'/D, isto é, o número $f/2$ indica por exemplo uma distância focal de 4 e abertura da lente de 2. A rapidez com que uma imagem fotográfica é formada num sistema óptico depende da iluminância E da imagem. A magnitude desta rapidez determina a velocidade de um sistema óptico. A velocidade da lente é inversamente proporcional ao quadrado de $f/\#$, ou seja, pela equação 3.14, obtém-se:

$$E = n'^2 B\omega' = n'^2 B\frac{\pi(D/2)^2}{f'^2} = n'^2\pi B\frac{1}{4}\frac{D^2}{f'^2} = n'^2\pi B\frac{1}{4}\frac{1}{(f/\#)^2}, \tag{3.23}$$

considerando um dado objeto de brilhância B e o ângulo sólido dado por $\omega' = \frac{\pi(D/2)^2}{f'^2}$, onde f' corresponde ao raio da esfera e $\pi(D/2)^2$ a área da secção subentendida pelo ângulo sólido.[2] O termo rápida e lenta são freqüentemente aplicadas ao número $f/\#$ de um sistema óptico para

[2] O ângulo sólido ω é definida como a razão entre a área da secção envolvida em uma esfera e o quadrado do raio desta esfera. Um ângulo sólido completo equivale a 4π e sua unidade de medida é dada em esteroradianos (sr).

descrever sua velocidade. Uma lente com abertura grande, obtém um número $f/\#$ pequeno, é dito rápida. Uma lente de abertura pequena, obtém um número $f/\#$ grande, é dito lenta. Estes termos derivam da terminologia fotográfica, onde uma abertura grande permite um tempo de exposição mais curto ou mais rápido para obter a mesma quantidade de energia sobre o filme[9]. Para fotografar objetos fracamente iluminados ou que estão em movimento rápido e requerem um tempo de exposição muito curto, uma lente de número $f/\#$ pequeno é exigido. Para fotografar cenários escuros com níveis de luzes muito baixos exige um tempo de exposição mais longo e portanto uma lente de número $f/\#$ pequeno. Quanto menor o número $f/\#$ mais rápida é a lente e quanto maior o número $f/\#$ mais lenta é a lente. A abertura relativa $f/\#$ é mais apropriadamente aplicada a sistemas com distância-objeto distantes, tais como lentes de câmera fotográfica e objetivas telescópicas.

Uma outra maneira de expressar a abertura relativa $f/\#$ é relacioná-la com a definição de abertura numérica NA, ou seja, associando as equações 3.21 e 3.23 obtém-se:

$$f/\# = \frac{n'}{2NA} \cdot \tag{3.24}$$

Na maioria dos casos, o meio que envolve o sistema óptico é o ar, de modo que o índice de refração do meio que envolve o espaço-imagem é normalmente $n' = 1$. Portanto, a equação torna-se:

$$f/\# = \frac{1}{2NA} \cdot \tag{3.25}$$

Esta relação é mais convenientemente usada por sistemas aplanáticos [3] com distância-objeto infinita.

3.1.12 Magnificação Normal

A pupila do olho age como a pupila de saída do sistema óptico, então, se o cone ω'' emergindo da imagem não for largo suficiente para preencher a pupila do olho, a brilhância da imagem será menor que do objeto (figura 3.14). Em telescópios e microscópios o olho está normalmente localizado na pupila de saída do sistema, e se a brilhância do objeto estiver representada na imagem, a pupila de saída deve ser no mínimo do tamanho da pupila do olho. O diâmetro da pupila de saída é inversamente proporcional à magnificação e esta magnificação deve fazer coincidir o tamanho da pupila de saída e a pupila do olho. Este particular valor é

[3] Os sistemas aplanáticos são os sistemas ópticos corrigidos para as aberrações: coma e aberração esférica.

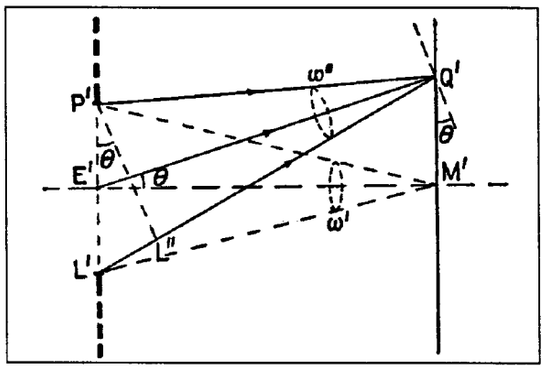


Figura 3.18: Diagrama ilustrando a iluminância de um ponto fora de eixo na imagem.

denominado de magnificação normal δ de um instrumento e é descrito como:

$$\delta = \frac{D}{d}$$

onde D é o diâmetro da pupila de entrada e d é o diâmetro da pupila de saída. A magnificação normal representa não somente o valor máximo permitido com a finalidade de evitar sacrifícios da brilhância, mas também o valor mínimo requerido para obter o poder de resolução máximo do instrumento.

3.1.13 Iluminância Fora de Eixo

Na figura 3.18 $P'E'L'$ representa a pupila de saída, que possui uma brilhância uniforme igual ao de uma fonte. Para um ponto axial M' a iluminância é de acordo com a equação 3.14 igual a $B'\omega'$. Num ponto Q' quaiquer, os seguintes fatores agem para diminuir a iluminação: (a) fator $\omega''/\omega' = cos^2\theta$; (b) fator $P'L''/P'L' = cos\theta$, que representa o decréscimo na área da pupila de saída visto de Q' comparado ao de M' e (c) fator $cos\theta$ vindo do fato da luz não incidir normalmente sobre a superfície Q'. Considerando estes fatores, a iluminância em Q' é dada por:

$$E'' = B'\omega' cos^4\theta \tag{3.26}$$

Esta relação é conhecida como Lei de cosseno a quarta, sua importância para o desenho de sistemas ópticos é que a iluminância fora de eixo é rigorosamente dependente do ângulo[10]. Próximo ao eixo o fator $cos^4\theta$ varia muito pouco da unidade, mas se θ for da ordem de 30°, a iluminância será reduzida de 44%.

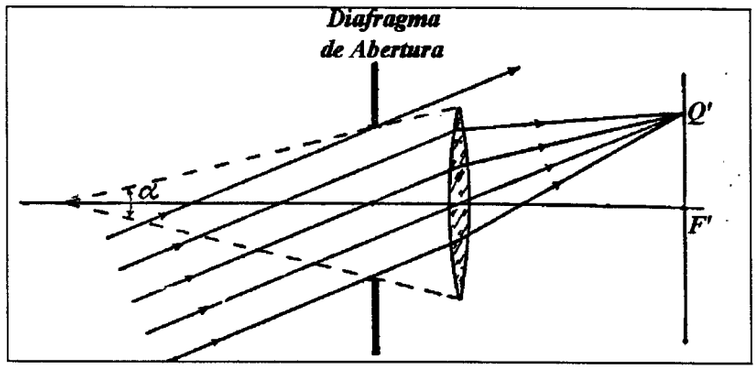


Figura 3.19: Diagrama ilustrando o efeito de uma vinheta.

3.1.14 Vinheta

Outro efeito, que pode afetar a iluminância fora de eixo, é denominado vinheta (*vignetting*). Isto ocorre em sistemas de lentes que contêm um diafragma de abertura, mas que não pode limitar a abertura desses sistemas, ou seja, porções do feixe incidente fora do eixo óptico são truncados, como ilustra a figura 3.19. O efeito da vinheta é reduzir a iluminação no ponto-imagem Q'. Embora a abertura de um diafragma seja menor que o da lente, os raios que incidem em direção ao topo não conseguem atingir a lente, enquanto a parte inferior não recebe luz. Para grandes ângulos o campo começa a escurecer mais rapidamente do que deveria ser indicado pela relação 3.26, pois a maioria dos raios não passam pelo sistema óptico e portanto, não há diafragma de campo no sistema óptico. Quando o efeito da vinheta é útil num sistema óptico, a posição, a forma e o tamanho do diafragma de abertura são completamente diferentes de um sistema óptico com raios axiais. As vinhetas são utilizadas em telescópios ou em outros instrumentos que possuem um campo de visão relativamente pequeno.

3.1.15 Sistemas Telecêntricos

No caso do diafragma de abertura estar localizado no ponto focal F da lente, o raio principal após ser refratado sai paralelo ao ao eixo óptico e a pupila de saída está no infinito. Este sistema, ilustrado na figura 3.20, é denominado telecêntrico sobre o lado-imagem. Similarmente, se o diafragma de abertura está localizado no foco secundário F' do sistema, é denominado de telecêntrico sobre o lado-objeto. O primeiro sistema terá certas vantagens se o tamanho da imagem necessitar de certa precisão, pois o tamanho da imagem I' não depende de sua distância à lente. Um pequeno desfocamento resultará no ponto-imagem, mas o centro da

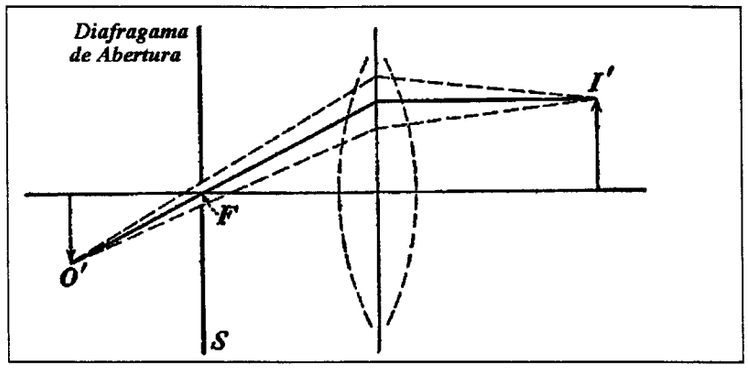


Figura 3.20: Sistema Telecêntrico do lado-imagem.

imagem estará a mesma distância do eixo como se estivesse precisamente focado. Este arranjo é utilizado em microscópios micrométricos.

3.2 Efeitos de Difração sobre a Abertura de Sistemas Ópticos

Mesmo que uma fonte pontual de luz infinitamente pequena possa ser possível, nenhum sistema óptico pode formar exatamente uma imagem pontual de um ponto, sejam este sistemas ópticos quase perfeitos ou livre de aberrações. Isto resulta do fato da luz não descrever trajetórias de raios retilíneos, mas por comportar-se como uma onda em movimento, encurvando ao redor das bordas e obstruções pequenas. De acordo com o princípio de propagação de luz de Huygen, cada ponto de uma frente de onda [4] pode ser considerado uma fonte esférica de pequenas ondas secundárias, estas pequenas ondas interferem-se um em relação a outro para formar a nova frente de onda. Quando a frente de onda original é infinita em extensão, a nova frente de onda torna-se uma envoltória das ondas secundárias na direção de propagação. Quando a frente de onda é limitada por uma abertura muito pequena, cujo tamanho é da ordem de $\lambda/2$, a nova frente de onda torna-se esférica sobre a abertura. A figura 3.21 mostra uma frente de onda plana incidindo sobre uma fenda AC, que está em frente a uma lente. Supondo que a lente seja perfeita, o caminho óptico AE, BE e CE são iguais e as ondas chegam em fase em E, interferindo-se um ao outro para produzir uma área brilhante. Para as pequenas ondas secundárias partindo da frente de onda plana na direção angular α, os caminhos são diferentes, o caminho AF difere do caminho CF por uma distância CH. Se CH é um número inteiro de

[4] A frente de onda é definido como o lugar geométrico de todos os pontos em que a fase de vibração é a mesma.

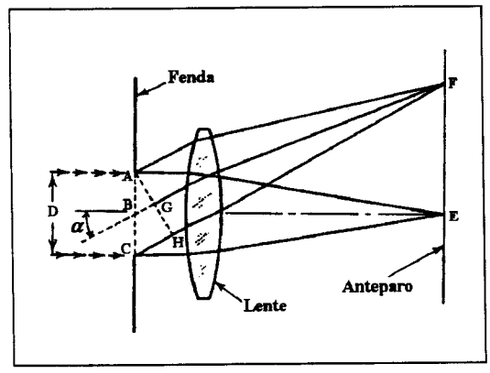


Figura 3.21: Diagrama de propagação da frente de onda através de uma abertrura pequena.

comprimentos de onda, as pequenas ondas secundárias partindo de A e C interferem-se no ponto F. Se CH é um número ímpar de $\lambda/2$, as ondas intereferem-se destrutivamente. A iluminação em F será a soma das contribuições de cada segmento da fenda, considerando-se as relações de fase de cada uma das ondas secundárias. Se CH corresponde a λ, então, BG corresponde a $\lambda/2$ e as ondas secundárias partindo de A e B cancelam-se. Similarmente as ondas secundárias partindo de pontos abaixo de A e B cancelam-se um ao outro. Se CH corresponde a $N\lambda$, a fenda pode ser dividida em $2N$ partes. Então, existe uma zona escura em F quando:

$$sen\alpha = \frac{N\lambda}{D} \tag{3.27}$$

onde N é um número inteiro, λ é o comprimento de onda de luz e D é a largura da fenda. A iluminação no plano EF resulta em uma série de bandas luminosas e escuras. A banda central brilhante é a mais intensa, e as bandas laterais são sucessivamente menos intensas. Pode-se descrever o resultado matematicamente, de forma que a aproximação matemática utilizada é uma integração sobre a abertura, combinado com uma técnica conveniente de soma das ondas secundárias em fase ou fora de fase. Esta aproximação pode ser aplicada às aberturas retangulares ou circulares[9].

Para uma abertura retangular, a iluminação sobre a tela EF pode ser descrito por:

$$I = I_0 \frac{sen^2 m_1}{m_1^2} \cdot \frac{sen^2 m_2}{m_2^2} \tag{3.28}$$

$$m_i = \frac{\pi D_i sen\alpha_i}{\lambda} \qquad i = 1, 2 \tag{3.29}$$

sendo λ o comprimento de onda, D_i a dimensão da abertura de saída, α_i o ângulo subentendido por um ponto sobre o anteparo, m_1 e m_2 corresponde às duas dimensões principais, D_1 e D_2,

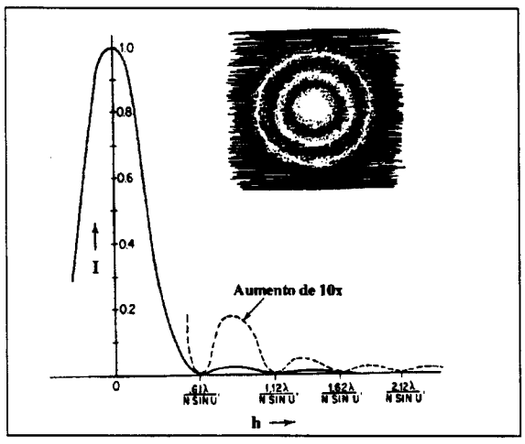


Figura 3.22: A distribuição da iluminação no padrão de difração formada no plano da imagem de uma lente perfeita.

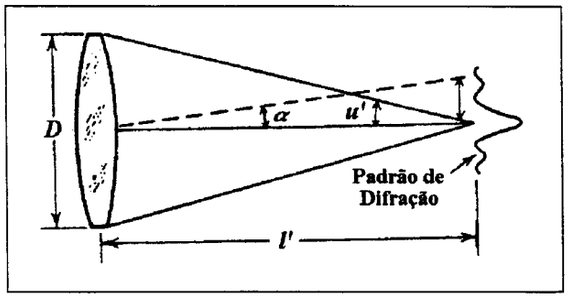


Figura 3.23: Diagrama de formação do padrão de difração.

da abertura retangular e I_0 é a iluminação no centro do padrão.

Para a abertura circular, a iluminação em F é descrito por:

$$\begin{aligned} I &= I_0 \left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{m}{2}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{m^2}{2^2 2!}\right)^2 - \frac{1}{4}\left(\frac{m^3}{2^3 3!}\right)^2 + \frac{1}{5}\left(\frac{m^4}{2^4 4!}\right)^2 - \cdots \right]^2 \\ &= I_0 \left[\frac{2J_1(m)}{m} \right]^2 \end{aligned} \tag{3.30}$$

onde m é dado pela relação 3.29, substituindo a largura da fenda D_i pelo diâmetro da abertura de saída circular D e J_1 representa a função de Bessel de primeira ordem. O padrão de iluminação consiste-se em uma condensação central brilhante de luz envolvida por uma série de anéis de diâmetros crescentes, mas de intensidade decrescente. A condensação central brilhante do padrão é definido como Disco de Airy, ilustrada pela figura 3.22.

Pela figura 3.23, considerando um sistema óptico perfeito e livre de aberrações,

pode-se escrever a distância radial l' como:

$$l' = \frac{D}{2senu'} \cdot \tag{3.31}$$

Na aproximação paraxial, quando α é pequeno, e da equação 3.31 obtém-se:

$$h = \frac{l'\alpha}{n'} = \frac{\alpha D}{2n'senu'} \tag{3.32}$$

onde n' é o índice de refração do meio no qual a imagem se forma e o termo $n'senu'$ é a abertura numérica NA do sistema óptico. A tabela 3.1 mostra as características do padrão de difração para aberturas circulares e fendas. A tabela foi desenvolvida das equações 3.28 e 3.30, com os dados descritos em termos de h e $senu'$. Pode-se notar que 84% da energia no disco de Airy está contida na condensação central brilhante, e a iluminação desta condensação é quase 60 vezes mais intensa que o primeiro anel brilhante. Normalmente, a condensação central e os dois primeiros anéis dominam a aparência do padrão de difração, como ilustra a figura 3.22. Estas distribuições de energias são aplicadas a sistema óptico perfeitos com aberturas circulares ou fendas, que são transmitidos uniformemente e iluminados por frentes de ondas de amplitude uniforme. O diâmetro do disco de Airy é independente da natureza do instrumento, seja microscópio, telescópio ou lentes fotográficas, ele depedende somente do comprimento de onda empregado e do produto $n'senu'$ (abertura numérica NA), desde que o sistema óptico seja livre de aberrações e a imagem esteja no foco exato determinado pelo traçado de raios. Na prática o olho não é capaz de visualizar a fraca luz dos anéis externos ao disco de Airy. Numerosos e cuidadosos testes com microscópios e telescópios conduziram à fórmula para determinar o diâmetro do disco de Airy, tal como[8]:

$$Diâmetro\ do\ Disco\ de\ Airy = \frac{0,5\lambda}{n'senu'} \cdot \tag{3.33}$$

3.2.1 Resolução de Sistemas Ópticos

O padrão de difração resultante da abertura finita de um sistema óptico estabelece um limite ao desempenho do instrumento óptico. Considerando-se um sistema óptico, que forma a imagem de duas fontes pontuais de luz igualmente brilhantes, cada ponto forma como imagem o disco de Airy envolto com os anéis escuros e brilhantes. Se estes pontos estão próximos, os padrões de difração superpõem-se. Quando a separação é tal que, é possível determinar dois pontos distintos, estes pontos são ditos resolvidos. A figura 3.24 indica que a soma dos

Anel ou Banda	Abertura Circular			Fenda	
	h	Pico de Iluminação	Energia	h	Pico de Iluminação
máximo central	0	1,0	83,9%	0	1,0
1o. anel escuro	$0,61\lambda/n'senu'$	0.0		$0,50\lambda/n'senu'$	0.0
1o. anel brilhante	$0,82\lambda/n'senu'$	0.017	7,1%	$0,72\lambda/n'senu'$	0.047
2o. anel escuro	$1,12\lambda/n'senu'$	0.0		$1,00\lambda/n'senu'$	0.0
2o. anel brilhante	$1,33\lambda/n'senu'$	0.0041	2,8%	$1,23\lambda/n'senu'$	0.017
3o. anel escuro	$1,62\lambda/n'senu'$	0.0		$1,50\lambda/n'senu'$	0.0
3o. anel brilhante	$1,85\lambda/n'senu'$	0.0016	1,5%	$1,74\lambda/n'senu'$	0.0083
4o. anel escuro	$2,12\lambda/n'senu'$	0.0		$2,00\lambda/n'senu'$	0.0
4o. anel brilhante	$2,36\lambda/n'senu'$	0.00078	1,0%	$2,24\lambda/n'senu'$	0.005
5o. anel escuro	$2,62\lambda/n'senu'$	0.0		$2,50\lambda/n'senu'$	0.0

Tabela 3.1: Tabela de distribuição de energia no padrão de difração no foco de um sistema óptico perfeito.

dois padrões para algumas quantidades de separação. Quando os pontos-imagens estão mais próximos que $0,5\lambda/NA$, o máximo central de ambos padrões combinam-se e o padrão resultante pode parecer devido a uma única fonte. Quando a separação é $0,5\lambda/NA$, a duplicidade dos pontos-imagens é detectável, embora não exista nenhum mínimo entre os máximos dos dois padrões de difração. Esta condição é definida como Critério de Sparrow para a resolução de um sistema óptico. Quando a separação da imagem atinge $0,61\lambda/NA$, o máximo de um padrão coincide com o primeiro anel escuro do outro padrão, existindo uma distinta indicação de dois máximos separados no padrão de difração combinado. Esta condição para a resolução de sistemas ópticos, é definida como Critério de Rayleigh. Este critério é o mais utilizado para a determinação do limite de resolução de sistema óptico .

Da tabela 3.1, a distância do centro do disco de Airy ao primeiro anel escuro é dado por:

$$h = \frac{0,61\lambda}{n'senu'} = \frac{0,61\lambda}{NA} = 1,22\lambda\,(f/\#)\cdot \tag{3.34}$$

Esta é a separação de dois pontos-imagens correspondendo ao critério de Rayleigh para a resolução de sistemas ópticos. A expressão 3.34 é muito útil para determinar o limite de resolução de microscópios. Para avaliar o limite do desempenho de telescópios e outros sistemas ópticos trabalhando com distâncias-objetos distantes, uma expressão para a separação angular de dois pontos-objetos é mais útil. Rearranjando a equação 3.32 e substituindo o valor limitante h da equação 3.34, obtém-se:

$$\alpha = \frac{1,22\lambda}{D} \tag{3.35}$$

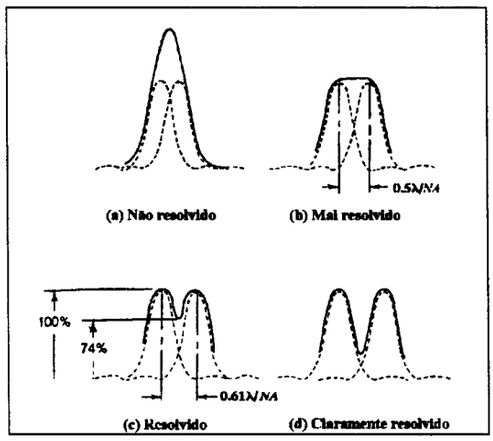


Figura 3.24: As linhas pontilhadas representam os padrões de difração de dois pontos-imagens. As linhas cheias representam os padrões de difração combinados. O caso (b) indica o Critério de Sparrow e (c) indica o Critério de Rayleigh.

onde D é o diâmetro de abertura e α é expressado em radianos. No caso de instrumentos visuais, λ pode ser considerado $0,55\ \mu m$, de modo que convertendo 1 radiano para $2,06.10^5$ segundos de arco, a relação 3.35 torna-se $\alpha = \frac{5,5}{D}$ *segundos de arco*, sendo o diâmetro da abertura D medido em polegadas. Por meio de cuidadosas observações, o astrônomo Dawes concluiu que duas estrelas de mesma brilhância podem ser resolvidas, se a separação entre elas for de $4,6/D$ segundos. Usando o critério de Sparrow na relação 3.35, o limite de resolução angular é $4,5/D$ segundos, que está de açordo com o valor encontrado por Dawes.

Em síntese, o limite de resolução angular é uma função direta do comprimento de onda e uma função inversa do abertura do sistema óptico, de modo que pode ser melhorada ao reduzir o comprimento de onda ou ao aumentar a abertura. A distância focal e a distância-objeto não afetam diretamente a resolução angular. Enquanto que o limite de resolução linear é determinado diretamente pelo comprimento de onda e a abertura numérica (NA) ou a abertura relativa ($f/\#$).

Capítulo 4

Aberrações em Sistemas Ópticos

4.1 Aberrações Monocromáticas

A imagem Gaussiana é definida como a imagem perfeitamente formada por um sistema óptico em termos da Óptica Geométrica na região paraxial. Se o sistema forma uma imagem perfeita, os raios partindo de cada ponto-objeto interseccionam o plano da imagem Gaussiana e a frente de onda esférica converge ao ponto-imagem exatamente em fase. Contudo, fora da região paraxial, um sistema óptico perfeito é impossível. Em geral, a imagem formada por um sistema óptico apresenta alguns defeitos causados pela presença de aberrações. O defeito da imagem é causada pela imposibilidade dos raios de uma fonte pontual atingirem o ponto-imagem Gaussiano ou pela impossibilidade da frente de onda emergente tornar-se uma esfera convergindo ao ponto-imagem e a consequente impossibilidade das ondas chegarem exatamente em fase. As aberrações são discutidos em termos de seus efeitos sobre o caminho geométrico dos raios, porém tem-se considerado que na região próximo ao foco, os raios não fornecem uma boa indicação da distribuição de luz na imagem. Para obter informações nesta região, é necessário considerar o efeito da difração sobre o diafragma de abertura do sistema. Para calcular a intensidade em algum ponto no plano da imagem, é necessário determinar a fase relativa de cada elemento da onda. Na presença de aberração, a onda emergente não é mais esférica e a fase relativa é variada. A diferença de fase pode ser calculada, se a forma da frente de onda é conhecida, e é conveniente especificá-la por meio de uma quantidade pela qual as ondas diferem de uma forma esférica ideal. O desvio da onda de uma forma esférica ideal, medida como a distância do caminho óptico ao longo de uma onda normal, é definida como aberração de onda.

Para regiões que não estão muito próximas ao foco, é possível assumir que os raios fornecem uma boa indicação da concentração de energia, e desde que não exista um foco exato para uma aberração grande, é possível obter suficiente informação da distribuição de luz do

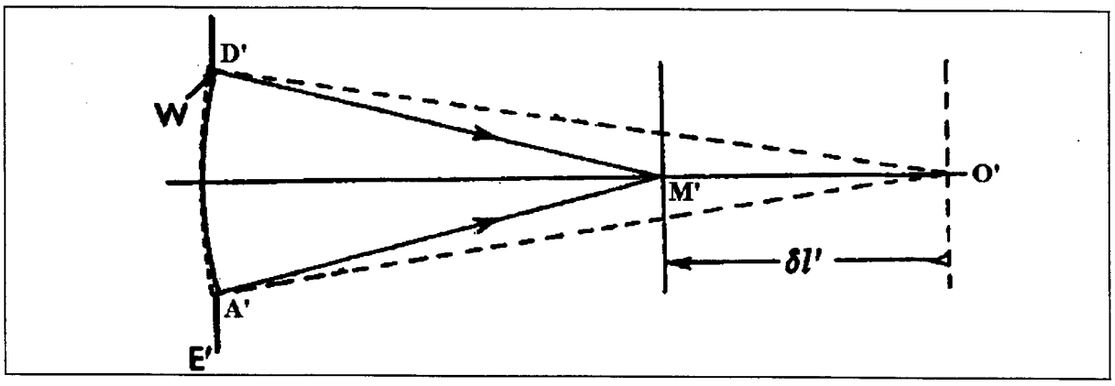


Figura 4.1: Aberração de raio e frente de onda.

caminho geométrico dos raios. Em tais casos, pode ser mais conveniente descrever as aberrações por seus efeitos sobre os raios, mas desde que a maioria dos sistemas ópticos exijem aberrações mínimas, é mais conveniente discutir as aberrações por seus efeitos sobre a forma da superfície das frente de ondas. A aberração de frente de onda medida em termos de comprimentos de onda fornece a diferença de fase introduzida em múltiplos de 2π, de maneira que a importância de uma aberração pode ser avaliada. A aberração de raio fornece freqüentemente uma idéia errônea de como a aberração é significante ao sistema óptico. Na figura 4.1 O' é o ponto-imagem Gaussiano a uma grande distância do plano da pupila de saída E'e $D'A'$ é a frente de onda com aberração de frente de onda W. Mesmo quando o valor da aberração de frente de onda W é pequena, a aberração de raio marginal $\delta l' = O'M'$ pode ser muito grande. Isto daria a impressão de uma imagem péssima formada, contudo o pequeno valor de W indica que a imagem em O' sobre o plano da imagem Gaussiana é quase perfeita. Se a imagem Gaussiana está no infinito, a aberração de raio deve estar no infinito, o que gera certas dificuldades em cálculos computacionais. De um modo geral, a aberração de onda fornece uma medida mais confiável e útil das imperfeições de um sistema óptico. Desde que a aberração de frente de onda é medida do atraso ou avanço da frente de onda em relação a uma frente de onda ideal, as aberrações determinadas em diferentes partes de um sistema, para pequenos erros, podem ser simplesmente adicionadas. A aberração de raio após passar por uma parte de um sistema óptico não pode ser simplesmente adicionada ao resto do sistema, é necesssário fazer o cálculo da passagem dos raios por todo o sistema óptico[11].

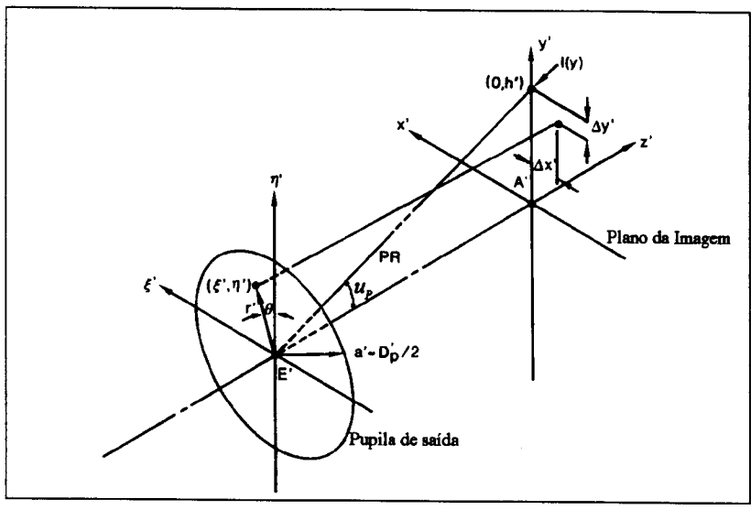


Figura 4.2: Coordenadas definindo aberração de raio transversal.

4.1.1 Aberração de Raio

A figura 4.2 mostra a porção do espaço-imagem. A imagem $I(y')$ é localizada pela coordenada $(0, h')$, determinada pela intersecção do raio principal PR no plano da imagem Gaussiana. Se há presença de aberração, qualquer raio partindo da pupila de saída de uma posição fora do eixo óptico, tal como (ξ', η'), não consegue atingir o mesmo ponto $(0, h')$ no plano da imagem, interseccionando a superfície da imagem num outro ponto, tal como, $(\Delta x', h' + \Delta y')$. As quantidades $\Delta x'$ e $\Delta y'$ são definidas como aberrações de raios transversais. Estas aberrações de raio transversais são descritos por funções polinomiais, que consistem da soma de duas séries de termos contendo constantes fixas e potências de ξ', η' e h'.

Os polinômios de aberrações de raio são convenientemente escritas em termos das coordenadas normalizadas. A altura da imagem paraxial h' normalizada é dada por:

$$H = \frac{h'}{h'_{max}} = \frac{tg\ u_P}{tg\ u_{Pmax}} \tag{4.1}$$

onde u_P é o meio-ângulo do campo de visão. Coordenadas polares são usadas para a pupila de saída. Se r' e θ são como definidas na figura 4.2, com D'_P sendo o diâmetro da pupila de saída e sendo:

$$\xi' = r'\ sen\theta \qquad e \qquad \eta' = r'\ cos\theta, \tag{4.2}$$

as coordenadas da pupila normalizadas são (ρ, θ), onde

$$\rho = 2r'/D_P. \tag{4.3}$$

As coordenadas da pupila cartesiana normalizada (x, y) são também usadas, para representar os dados da aberração de raios graficamente:

$$x = 2\xi'/D'_P = \rho sen\theta \qquad e \qquad y = 2\eta'/D'_P = \rho cos\theta. \tag{4.4}$$

O polinômio de aberrações de raio podem ser definidos como duas séries de termos da forma[12]:

$$_aC_{bc}\ H^a\ \rho^b\ cos^c\theta \tag{4.5}$$

onde o termo $_aC_{bc}$ é denominado de coeficiente de aberração e a soma $a+b$, que é sempre ímpar, é o número da ordem. Na forma mais geral, as equações para $\Delta x'$ e $\Delta y'$ são escritos como:

$$\begin{aligned} \Delta x' &= \mu_0 \sum_a C_{bc} H^a \rho^b cos^c\theta sen\theta \\ \Delta y' &= \mu_0 \sum_a C_{bc} H^a \rho^b cos^c\theta sen\theta \end{aligned} \tag{4.6}$$

onde $\mu_0 = 1/(2n'\ sen\ u')$.

As aberrações de raio são divididos em classes de acordo com a ordem numérica. Na nomenclatura americana mais comum, estas classes são definidas como: $a + b = 1 \Rightarrow$ aberração de primeira ordem; $a + b = 3 \Rightarrow$ aberração de terceira ordem; $a + b = 5 \Rightarrow$ aberração de quinta ordem; e assim por diante. As aberrações de terceira ordem são definidas como aberrações de Seidel. Programas modernos de computares para Desenho Óptico usam aberrações de primeira, terceira, quinta ordens, mais a aberração esférica de sétima ordem. A aberração de raio de lentes, contendo quantidades de aberrações de sétima ou ordens mais altas, são normalmente calculadas por traçado de raios exatos. A classificação das aberrações por tipo é mais por conveniência matemática.

Em aberrações de raio de primeira ordem, ou a ou b é 1 e outro zero. O termo $_0C_{10}\rho$ é denominado de desfocamento e é simétrica rotacionalmente. O termo $_1C_{00}H$ representa a variação na magnificação ou na distância focal. Monocromaticamente, isto pode ocorrer somente quando um efeito variando no tempo, devido a variações do meio ou variações na distância focal em lentes com *zoom*, ocorrem. O outro possível termo é $_0C_{11}\rho cos\theta$, que representa um deslocamento da superfície da imagem inteira. Isto não pode ocorrer se a simetria rotacional é mantida no sistema de lentes, mas pode ocorrer se um componente está inclinado ou um elemento refratante tem uma cunha angular, no caso de erros de fabricação. Portanto, para sistemas monocromáticos e invariantes no tempo, os polinômios de aberração de raio de primeira ordem são:

$$\Delta x'(1) = \mu_0\ _0C_{10}\rho\ sen\theta$$

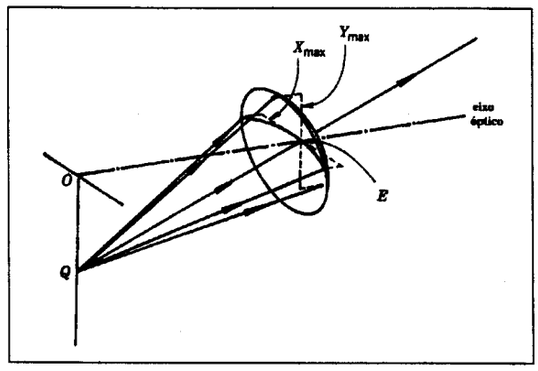


Figura 4.3: Frente de onda divergindo de um ponto-objeto fora do eixo óptico.

$$\Delta y'(1) \;=\; \mu_0 \; {}_0C_{10}\rho \; cos\theta. \tag{4.7}$$

Em sistemas policromáticos, todos os três coeficientes da aberração de primeira ordem podem variar com o comprimento de onda, mas variações em ${}_0C_{11}$ ainda requer considerações de simetria rotacional. Variações no desfocamento em relação ao comprimento de onda são definidos como cor axial e variações na magnificação são definidos como cor lateral.

Os polinômios de aberração de raio de terceira ordem são:

$$\begin{aligned} \Delta x' &= \mu_0[B'\rho^3 sen\theta + F'\rho^2 H sen2\theta + (C' + \Pi')\rho H^2 sen\theta] \\ \Delta y' &= \mu_0[B'\rho^3 cos\theta + F'\rho^2 H(2 + cos2\theta) + (3C' + \Pi')\rho H^2 cos\theta + E'H^3] \end{aligned} \tag{4.8}$$

As aberrações de terceira ordem são classificadas segundo seus coeficientes como: aberração esférica B', coma F', astigmatismo C', curvatura de campo Π' e distorção E'[1].

4.1.2 Aberração de Frente de Onda

A figura 4.3 ilustra uma frente de onda divergindo do ponto-objeto Q fora do eixo óptico em direção à pupila de entrada de um sistema óptico. Por causa da natureza física da propagação de onda, a frente de onda é esférica e centrada em relação ao ponto Q. A figura 4.4 ilustra a frente de onda depois de emergir da pupila de saída do sistema óptico. Supondo-se que o sistema seja livre de aberrações, a frente de onda é perfeitamente esférica e centrada em relação ao ponto-imagem Q'. Devido às aberrações, a frente de onda emergente geralmente não é esférica, e os raios não convergem necessariamente sobre o mesmo ponto-imagem. Para especificar a natureza de uma frente de onda real, esta é comparada a uma

[1]Tais aberrações, denominadas de aberrações monocromáticas de Seidel serão discutidos mais detalhadamente na secção 4.1.5.

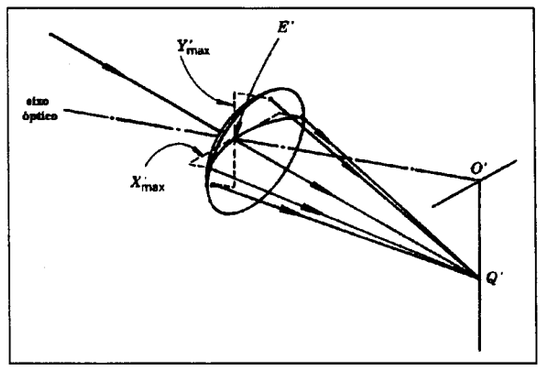


Figura 4.4: Frente de onda emergindo da pupila de saída do sistema óptico.

frente de onda perfeitamente esférica de um sistema óptico livre de aberrações. A frente de onda perfeitamente esférica é uma superfície hipotética denominada de esfera de referência. A distância da esfera de referência à frente de onda real ao longo de um raio é definida como aberração de frente de onda ou distorção da frente de onda, e seu valor numérico corresponde à distância do caminho óptico, que é obtido ao multiplicar a distância geométrica ao longo do raio pelo índice de refração do meio. Na figura 4.5, n' vezes a distância entre B' e D' define a quantidade de aberração da frente de onda, sendo n' o índice de refração do meio no espaço-imagem. A aberração é positiva quando for medido da esfera de referência à frente de onda na direção do raio. A aberração de frente de onda, simbolizada por W, varia com a posição na frente de onda e é uma função da coordenada da esfera de referência, ou seja,

$$W = W(B'). \tag{4.9}$$

Pela Óptica Geométrica pode-se estimar a forma da frente de onda real nas vizinhanças da esfera de referência usando o métodos de traçado de raios. A estimativa pode ser feita, determinando-se a distância do caminho óptico ao longo dos raios, do ponto Q fora de eixo à esfera de referência, centrada em Q' e passando por E' (figura 4.5). A distância do caminho óptico OPD é definido por:

$$OPD = \int_{Q}^{B'} n(l)\, dl \tag{4.10}$$

sendo $n(l)$ o índice de refração do elemento dl da distância geométrica. A distância do caminho óptico para os vários pontos B, resultando em vários pontos correspondentes B', deveriam ser iguais se não houvesse aberrações. Contudo, as várias distâncias de caminhos ópticos em relação à distância para o raio QEE' não são iguais, indicando a presença de aberrações no sistema. Desde que a qualidade de um ponto-imagem é determinado pela frente de onda como

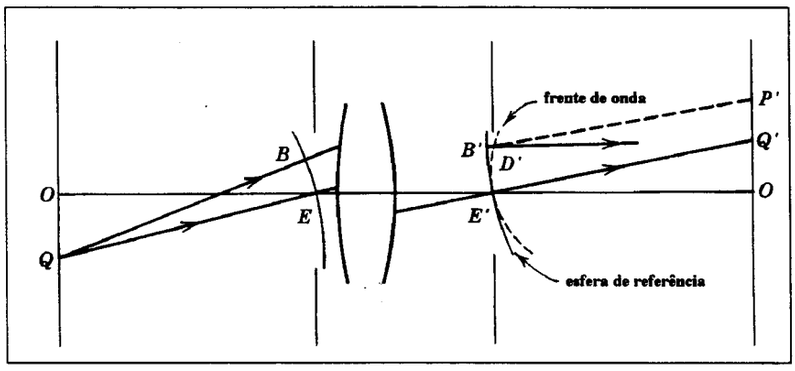


Figura 4.5: Espaço-objeto e imagem sobre o plano tangencial e a esfera de referência no espaço imagem.

um todo, é necessário fazer cálculos da distância dos raios em número suficiente, para obter as discrepâncias confiáveis entre a frente de onda real e a esfera de referência. O defeito na imagem de uma fonte pontual é causada pela combinação das características deficientes da frente de onda e dos raios, tais como, não esfericidade de uma frente de onda emergente, raios normais à frente de onda não atingem um ponto-imagem comum e pontos sobre a frente de onda não chegam ao plano da imagem em fase.

No caso ideal, por definição, todos os pontos de uma frente de onda originando de uma fonte pontual estão às mesmas distâncias ópticas da fonte e todos os pontos estão em fase. A aberração de frente de onda tem sido definida como a diferença da distância do raio óptico entre a esfera de referência e a frente de onda, contudo, o efeito ao ponto-imagem, desta discrepância está mais relacionada à diferença de fase do que à diferença de distância. A diferença de fase pode ser especificada em radianos ou em comprimentos de onda no espaço livre. Um comprimento de onda corresponde a 2π radianos ou um ciclo de fase. O cálculo do avanço de fase Φ da aberração da frente de onda $W(B')$ é obtido por:

$$\Phi = W(B') \cdot k, \tag{4.11}$$

sendo $k = 2\pi/\lambda$ e λ é o comprimento de onda no espaço livre. No ponto B' da figura 4.5, o avanço de fase é $2\pi n'(B'D')/\lambda$ radianos ou $n'(B'D')/\lambda$ comprimentos de onda. Se D' estiver a esquerda de B', $B'D'$ será negativa e a aberração será descrita por um atraso de fase.

Num sistema livre de aberrações, onde a frente de onda emergente coincide com a esfera de referência, todos os raios chegam precisamente em fase ao ponto-imagem, havendo uma máxima transferência de energia da frente de onda ao ponto-imagem. A presença de

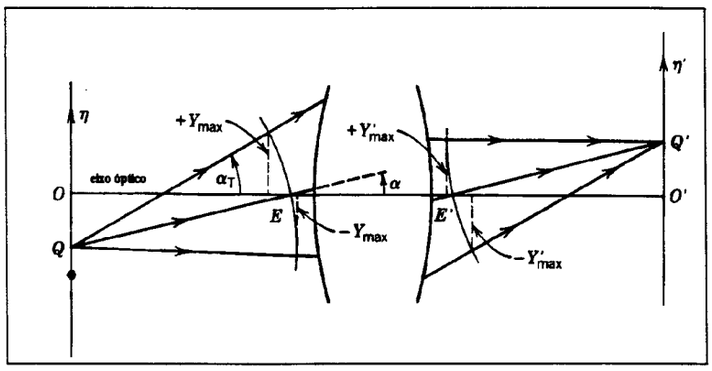


Figura 4.6: Plano tangencial de um sistema óptico.

qualquer aberração perturbará esta condição, a energia de todas as partes da frente de onda não chegará em fase ao ponto-imagem, e a transferência de energia da frente de onda ao ponto-imagem é diminuída. Esta transferência de energia pode ser ainda diminuída devido aos efeitos de espalhamento de energia.

4.1.3 Planos Tangencial e Sagital

Na figura 4.3, Q é um ponto-objeto fora do eixo óptico e fora da região paraxial, O é um ponto-objeto axial no mesmo plano do ponto Q, de maneira que OQ é a distância de Q ao eixo óptico. O plano que inclui o eixo óptico e a linha OQ é definido como plano tangencial. O diagrama bidimensional ilustrado pela figura 4.6 mostra o plano tangencial de um sistema óptico. Uma frente de onda particular é escolhida, de maneira que os dois raios exteriores interceptam a frente de onda a distâncias iguais do eixo óptico ($+Y_{max} = -Y_{max}$). A frente de onda escolhida intercepta o eixo óptico no ponto E e o raio central QE é definido como raio da pupila. Este raio é muitas vezes confundido com o raio principal, que passa através da intersecção do plano da pupila de entrada e o eixo óptico.

Definindo-se um novo sistema de coordenadas, E localiza uma nova pupila de entrada fora de eixo, cujo o plano é uma porção de uma esfera centrada em Q, com raio igual a distância QE. O conjugado de E no espaço-imagem é E', que localiza a pupila de saída neste novo sistema de coordenadas. As novas coordenadas no espaço real no plano do objeto são ξ e η, com O como origem (figura 4.7). Para os pontos no plano da pupila, as coordenadas são x e y, onde x é paralelo a ξ, y é paralelo a η e o eixo óptico passa pela origem O. Um plano que passa pelo raio da pupila R e é perpendicular ao plano tangencial é definido como

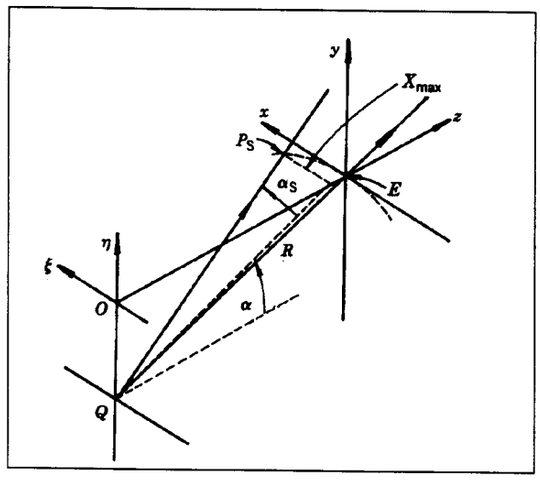


Figura 4.7: Plano sagital no espaço do objeto.

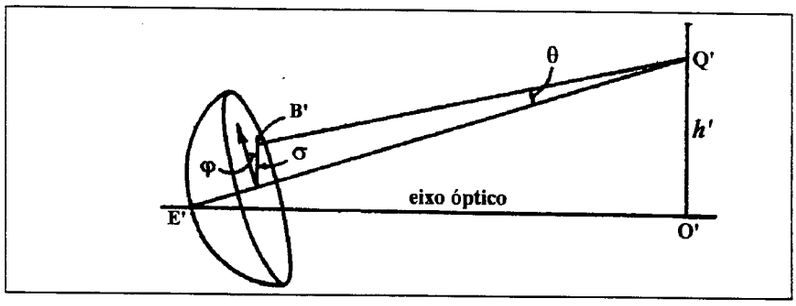


Figura 4.8: Frente de onda no espaço da imagem.

plano sagital. A figura 4.7 ilustra o plano sagital passando através do raio da pupila R, o eixo x e o ponto E. Um único plano tangencial estende-se do ponto-objeto, através dos componentes do sistema óptico, ao ponto-imagem. Contudo, cada vez que o raio da pupila é refratado por uma superfície óptica, um novo plano sagital é definido.

Na figura 4.7, a curva tracejada passando através de E e P_S é a intersecção da esfera de referência e o plano da coordenada xz. É a região de pontos sobre a esfera de referência com coordenadas $(x, 0)$. Os raios sagitais são definidos como aqueles que originam em Q e passam através dessa intersecção.

4.1.4 Função Aberração de Onda

A função aberração de onda é definida como sendo a distância do caminho óptico ao longo de uma raio, entre esfera de referência e a frente de onda real. A função de onda é dependente da posição B' na esfera de referência ou das coordenadas retangulares normalizadas (x'_S, y'_T) de B'. A função aberração de onda tem sido expressado em diversas formas matemáticas. Trabalhos antigos em aberrações geométricas, foram desenvolvidos em termos de raios ao contrário de frentes de onda, especialmente por L. Seidel. Contudo, como a descrição matemática da função aberração de onda tornou-se o veículo para informação de aberração, a continuidade com a antiga prática geométrica foi mantida ao aplicar a nomenclatura da classificação de L. Seidel ao grupo de aberrações que emergem da teoria de aberrações de frente de onda. L. Seidel classificou os tipos de aberrações de raios em aberração esférica, coma, astigmatismo, curvatura de campo e distorção. A expansão em série de potências tornou-se uma ferramenta matemática muito útil para expressar a função de aberração de onda, provavelmente W. R. Hamilton foi o primeiro a aplicar a série de potências para a teoria de aberrações em 1931[13].

A figura 4.8 mostra a esfera de referência no espaço-imagem de um sistema óptico simétrico. $E'O'$ indica o eixo óptico, cujas as superfícies são representadas por superfícies de revolução sobre o eixo óptico. $O'Q'$ indica o plano da imagem Gaussiana, perpendicular ao eixo óptico e $E'O'Q'$ indica o plano tangencial do sistema óptico. E' é o ponto axial que indica o centro da pupila de saída, Q' é a imagem Gaussiana de um ponto-objeto fora do eixo óptico e h' é a altura da imagem. σ é a distância do ponto B' sobre a esfera de referência em relação ao raio $E'Q'$. A aberração de frente de onda de um elemento da frente de onda, associado ao raio que passa por B', depende da abertura σ e do ângulo φ, medido em relação ao plano tangencial $E'O'Q'$. Para o desenvolvimento da função aberração de onda é mais conveniente substituir as variáveis σ e h' por variáveis de abertura e magnitude do campo relativas, ou seja, os valores fracionários $\rho = \sigma/\sigma_{max}$ e $r = h'/h'_{max}$, sendo que σ_{max} é o raio da pupila de saída do sistema óptico, portanto, é o valor máximo de ρ e h'_{max} é a altura da imagem fora do eixo óptico em relação ao campo de visão máximo de um sistema óptico. Essas variáveis têm a vantagem de manterem-se inalteradas para uma dada posição da imagem e da pupila de saída, sejam elas finitas ou infinitas. Para um raio particular de um pincel de raios atravessando o sistema óptico, ρ permanece constante, enquanto σ varia, quando o diâmetro do pincel de raios expande ou contrai. De forma similar, r é constante através de um sistema óptico para um ponto-objeto

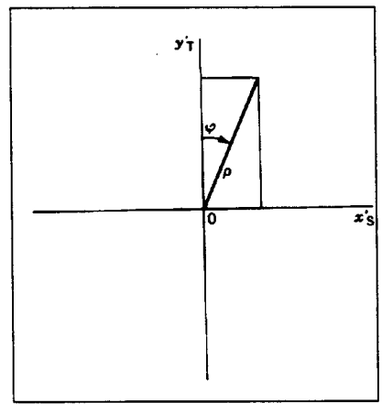


Figura 4.9: Coordenadas polares (ρ,φ) sobre a esfera de referência.

particular fora do eixo óptico, enquanto h' tem valores diferentes no espaço-imagem. Então, no estudo das aberrações, a função aberração de onda não é somente uma função das coordenadas (x'_S, y'_T), onde os raios passam através da esfera de referência, mas é também dependente da posição do ponto-objeto. Supondo que a abertura é circular e que o sistema é simétrico em relação ao eixo óptico, um conveniente sistema de coordenadas a ser adotado é (r, ρ, φ). ρ e φ são as coordenadas polares num plano próximo à pupila de saída e é simétrica em relação à esfera de referência, isto é, o plano do sistema de coordenadas deve ser perpendicular a ambos os planos, tangencial e sagital. Por definição, o ponto-objeto está no plano tangencial. A figura 4.9 ilustra a relação geométrica entre as coordenadas polares e retangulares na esfera de referência, de maneira que expressões relacionando as variáveis independentes são descritas como:

$$x'_S = \rho sen\varphi \qquad y'_T = \rho cos\varphi$$

$$\rho = \left({x'_S}^2 + {y'_T}^2\right)^{1/2} \qquad \varphi = arctg(x'_S/y'_T). \tag{4.12}$$

A função aberração de onda é descrita em função das coordenadas polares, ou seja:

$$W = W(r, \rho, \varphi). \tag{4.13}$$

Para desenvolver a função aberração de onda em séries de potências envolvendo as variáveis r, ρ e φ, deverão ser consideradas todas as possíveis potências para cada variável separadamente, produtos de duas variáveis a mesma ou a diferentes potências e produtos de três variáveis a todas as combinações de potências. Contudo, quando as características ópticas do sistema óptico são levados em conta, certos termos poderão ser omitidos, ou seja, considerando-se as condições de simetria pode-se obter uma forma geral para a função aberração de onda em

função de r, ρ e φ. Quando o ponto-objeto está próximo ao eixo óptico ($r = 0$), o fator r deve ser excluído para permitir que a função de onda tenha valores não nulos sobre a pupila de saída. Por causa da simetria da função aberração, que resulta do ponto-objeto sobre o eixo óptico, termos contendo φ devem ser excluídos. Ou seja, por causa da simetria do ponto-objeto sobre o eixo óptico, nenhuma variação da função é possível se φ variar, de maneira que o fator $cos\varphi$ deve também ser omitido, quando r é omitido. A simetria requer que a função seja par, isto é, $W(\rho) = W(-\rho)$. Isto significa que, quando ρ é a única variável em um termo, deve ocorrer somente nas potências pares. O termo envolvendo somente ρ^2 representa um deslocamento do plano da imagem, ou seja, desfocamento. Alguns autores omitem o termo ρ^2 completamente na série representando a função aberração de onda, porque seu coeficiente deveria ser sempre zero para um sistema corretamente focado. Contudo, durante o estágio do Desenho Óptico, o termo ρ^2 é útil para levar em conta um defeito de foco. De fato, é prática comum sob certas condições, minimizar o coeficiente deste termo, designado por ${}_0C_{20}$, para encontrar o melhor plano focal. O termo ${}_1C_{11}r\rho cos\phi$, que representa um deslocamento lateral do ponto-imagem no plano da imagem, deve ser incluído na função, de maneira que ${}_1C_{11}$ pode ser minimizado para obter o melhor foco.

Termos na série de potências que não contêm ρ deveriam representar somente um incremento na constante de fase sobre a frente de onda na pupila de saída e, portanto, podem ser omitidos sem alguma perda de generalidade. Nos casos em que a função W não contém o termo φ, a simetria sobre o raio principal e sobre o eixo óptico requer que W seja uma função par de r e ρ. Existe simetria em relação ao plano tangencial, que mantém a função W invariável, se φ for substituído por $-\varphi$. Esta condição é satisfeita quando os termos envolvendo φ são funções de $cos\varphi$. A função W é mantida invariável, se ρ é constante e φ varia de $\pi \pm \varphi$, enquanto o sinal de r é invertida. Alternadamente, W é invariável se os sinais de ρ e r forem trocados, mantendo $cos\varphi$ constante. Isto significa que termos que contêm φ devem conter também os termos ρ e r. Esta condição é satisfeita se estes termos forem um produto de r, ρ e $cos\varphi$ com seus respectivos expoentes.

Cada coeficiente na série de potências da função aberração de onda W é acrescido de três fatores que indicam os expoentes. Se a, b e c representam os três expoentes, os termos na série de potências serão descritos na forma de ${}_aC_{bc}r^a\rho^b cos^c\varphi$. Considerando todos os possíveis termos na série de potências de um sistema óptico, a função de aberração de onda requer

somente potências de r^2, ρ^2 e do produto $r\rho cos\varphi$, ou seja[11,13–15]:

$$\begin{aligned} W(r,\rho,\varphi) &= {}_0C_{00} + {}_1C_{11} r\rho cos\varphi + {}_0C_{20}\rho^2 + {}_2C_{00}r^2 + \\ &+ {}_4C_{00}r^4 + {}_0C_{40}\rho^4 + {}_0C_{60}\rho^6 + \cdots \\ &+ {}_1C_{31} r\rho^3 cos\varphi + \cdots \\ &+ {}_2C_{22} r^2\rho^2 cos^2\varphi + \cdots \\ &+ {}_2C_{20} r^2\rho^2 + \cdots \\ &+ {}_3C_{11} r^3\rho cos\varphi + \cdots \end{aligned} \tag{4.14}$$

A dependência da coordenada Z, coordenada na direção do eixo óptico, não é explicitamente mostrada na equação 4.14. A coordenada Z de $W(x'_S, y'_T)$ ou $W(\rho,\varphi)$ é estabelecida por outras duas coordenadas, visto que o sistema de coordenadas para a função aberração de onda está sobre a superfície da esfera da pupila de saída. Para um elemento da frente de onda associado ao raio principal, por definição, a frente de aberração de onda coincide com a esfera de referência na intersecção com o eixo óptico no ponto E' (figura 4.8), onde $\rho = 0$ e a função W deve ser zero, ou seja:

$$W(r, 0, cos\varphi) = {}_0C_{00} + {}_2C_{00}r^2 + {}_4C_{00}r^4 + \cdots = 0 \tag{4.15}$$

Desde que a série deve ser identicamente zero para todos os valores de r, todos os coeficientes indicados na equação 4.14 devem ser iguais a zero. Considerando este resultado na equação 4.14, a função aberração da imagem axial ($r = 0$) é descrita como:

$$W(0,\rho,\varphi) = {}_0C_{20}\rho^2 + {}_0C_{40}\rho^4 + \cdots \tag{4.16}$$

O primeiro termo representa um deslocamento longitudinal do foco. Este deslocamento introduz uma aberração de frente de onda proporcional ao quadrado da abertura (ρ^2). Tal deslocamento é o mesmo para todos os pontos do campo de visão, de forma que este termo move somente o plano da imagem, sem alterar a qualidade de imagem. Isto corresponde a um erro na posição ao longo do eixo no plano de imagem Gaussiana. Portanto, o primeiro termo pode ser excluído da função W. Na condição de abertura e campo de visão pequenos a função W é descrita como:

$$W(r,\rho,\varphi) = {}_1C_{11} r\rho cos\varphi. \tag{4.17}$$

Este termo representa um deslocamento tranversal do foco. Este deslocamento move o centro da esfera de referência transversalmente por uma quantidade proporcional a $r\rho cos\varphi$. Tal movimento do centro da esfera de referência para todos os pontos-objetos varia o tamanho da

imagem, mas não afeta a qualidade de imagem. Isto corresponde a uma variação no valor da magnificação transversal da imagem Gaussiana. Portanto, este termo pode ser também omitido da função W. Como os termos ${}_0C_{20}\rho^2$ e ${}_1C_{11}r\rho cos\varphi$ não representam aberrações ou defeitos na imagem, estes termos podem ser removidos da função W, resultando numa variação das constantes Gaussianas de um sistema óptico. Os outros termos, que correspondem a deslocamentos longitudinais e transversais do foco, afetam a qualidade de imagem, portanto introduzem aberrações num sistema óptico. Consequentemente, considerando a esfera de referência centrada em relação ao ponto-imagem Gaussiana e a função W sendo zero para os raios principais, a função aberração é descrita como:

$$W(r,\rho,\varphi) = ({}_0C_{40}\rho^4 + {}_1C_{31}r\rho^3 cos\varphi + {}_2C_{22}r^2\rho^2 cos^2\varphi + {}_2C_{20}r^2\rho^2 + {}_3C_{11}r^3\rho cos\varphi) + {}_0C_{60}\rho^6 \cdots \tag{4.18}$$

Se os termos opcionais ${}_0C_{20}\rho^2$ e ${}_1C_{11}r\rho cos\varphi$ não forem considerados na série dada pela equação 4.14, o termo geral para a expansão em série de potências é dado pela relação:

$${}_{l+m}C_{n+m,m}\ r^{l+m}\ \rho^{n+m}\ cos^m\varphi. \tag{4.19}$$

na qual l, n são números inteiros positivos e pares ou zero e m é um número inteiro positivo ou zero. Os termos contendo uma das três combinações seguintes devem ser excluídos:

$$n = m = 0 \tag{4.20}$$

$$l = m = 0 \quad e \quad n = 2 \tag{4.21}$$

$$l = n = 0 \quad e \quad m = 1. \tag{4.22}$$

O número subscrito à esquerda de C denota a potência do termo r, o dois números subscritos à direita denotam as potências de ρ e $cos\varphi$ respectivamente. Do ponto de vista da distribuição de luz na imagem, o tipo de uma aberração é determinada pela forma da superfície da frente de onda e consequentemente da dependência da função em relação às variáveis ρ e $cos\varphi$. Portanto, os subscritos à direita determinam o tipo de aberração e o subscrito à esquerda indica a forma, na qual o dado termo depende da distância do ponto-imagem a partir do eixo óptico. Desde que a variável r localiza o ponto-imagem no plano da imagem e as outras duas variáveis ρ e $cos\varphi$, elevadas a suas respectivas potências, determinam a forma geral da superfície de aberração de onda, as potências $n+m$ e m sobre ρ e $cos\varphi$ são os indicadores do tipo de aberração. O produto entre o coeficiente e o termo r elevado a sua potência estabelece a escala da forma geral. Em

geral, os termos da série da função de aberração de onda são agrupados em diferente ordens. A ordem de um termo da aberração é definida como:

$$ordem\ N = [(l+m)+(n+m)]-1. \tag{4.23}$$

De acordo com esta definição, os dois termos de foco opcionais, cujos coeficientes são ${}_0C_{20}$ e ${}_1C_{11}$, podem ser considerados termos de primeira ordem[13]. Os primeiros cinco termos entre parenteses na equação 4.18 representam as aberrações monocromáticas primárias, classificadas por L. Seidel [15]. Quando estes termos são expressados como aberrações de raio transversais no plano da imagem, devido à dependência da abertura e do campo de visão, eles são referidos como aberrações de terceira ordem, de acordo com a relação 4.23. Estes termos correspondem às aberrações de Seidel e seguem a seguinte classificação[11,13,14]:

Aberração esférica	$\Rightarrow$	${}_0C_{40}\rho^4$
Coma	$\Rightarrow$	${}_1C_{31}r\rho^3 cos\varphi$
Astigmatismo	$\Rightarrow$	${}_2C_{22}r^2\rho^2 cos^2\varphi$
Curvatura de Campo	$\Rightarrow$	${}_2C_{20}r^2\rho^2$
Distorção	$\Rightarrow$	${}_3C_{11}r^3\rho cos\varphi$

O primeiro termo ${}_0C_{40}$ corresponde à aberração esférica, é constante para todo o campo de visão. É a única aberração axial ($r = 0$), simétrica em relação ao raio principal e proporcional à quarta potência da abertura.

O segundo termo ${}_1C_{31}$ corresponde à coma. É a primeira aberração fora de eixo e seu efeito é variar a forma da frente de onda nos planos tangencial e sagital linearmente com $cos\varphi$ e é proporcional à terceira potência da abertura e primeira potência da altura-imagem.

O terceiro termo ${}_2C_{22}$ corresponde ao astigmatismo, o seu efeito é variar a curvatura da frente de onda com o quadrado de $cos\varphi$. Esta variação na curvatura gera planos focais em pontos diferentes para os raios tangenciais e sagitais. É proporcional à segunda potência da abertura e à segunda potência da magnitude do campo.

O quarto termo ${}_2C_{20}$ corresponde à curvatura de campo. Este termo representa um deslocamento longitudinal do foco e é proporcional ao quadrado da abertura. A frente de onda é esférica, mas seu foco sobre o raio principal está deslocada do plano da imagem Gaussiana por uma quantidade proporcional ao quadrado da altura-imagem.

O quinto termo ${}_3C_{11}$ corresponde à distorção. Este termo representa simplesmente um deslocamento transversal do ponto-imagem, que resulta da diferença entre a altura da imagem Gaussiana e a altura do ponto de intersecção do raio principal com o plano Gaussiano. Este resultado implica numa distorção proporcional ao cubo da altura-imagem.

Tabela dos Termos da Função Aberração de Onda						
n	$m=0$	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$
Aberrações de Terceira Ordem $[N=(l+n+2m)-1=3]$						
0		${}_3C_{11}r^3\rho cos\varphi$	${}_2C_{22}r^2\rho^2cos^2\varphi$			
2	${}_2C_{20}r^2\rho^2$	${}_1C_{31}r\rho^3cos\varphi$				
4	${}_0C_{40}\rho^4$					
Aberrações de Quinta Ordem $[N=(l+n+2m)-1=5]$						
0		${}_5C_{11}r^5\rho cos\varphi$	${}_4C_{22}r^4\rho^2cos^2\varphi$	${}_3C_{33}r^3\rho^3cos\varphi$		
2	${}_4C_{20}r^4\rho^2$	${}_3C_{31}r^3\rho^3cos\varphi$	${}_2C_{42}r^2\rho^4cos^2\varphi$			
4	${}_2C_{40}r^2\rho^4$	${}_1C_{51}r\rho^5cos\varphi$				
6	${}_0C_{60}\rho^6$					
Aberrações de Sétima Ordem $[N=(l+n+2m)-1=7]$						
0		${}_7C_{11}r^7\rho cos\varphi$	${}_6C_{22}r^6\rho^2cos^2\varphi$	${}_5C_{33}r^5\rho^3cos^3\varphi$	${}_4C_{44}r^4\rho^4cos^4\varphi$	
2	${}_6C_{20}r^6\rho^2$	${}_5C_{31}r^5\rho^3cos\varphi$	${}_4C_{42}r^4\rho^4cos^2\varphi$	${}_3C_{53}r^3\rho^5cos^3\varphi$		
4	${}_4C_{40}r^4\rho^4$	${}_3C_{51}r^3\rho^5cos\varphi$	${}_2C_{62}r^2\rho^6cos^2\varphi$			
6	${}_2C_{60}r^2\rho^6$	${}_1C_{71}r\rho^7cos\varphi$				
8	${}_0C_{80}\rho^8$					
Aberrações de Nona Ordem $[N=(l+n+2m)-1=9]$						
0		${}_9C_{11}r^9\rho cos\varphi$	${}_8C_{22}r^8\rho^2cos^2\varphi$	${}_7C_{33}r^7\rho^3cos^3\varphi$	${}_6C_{44}r^6\rho^4cos^4\varphi$	${}_5C_{55}r^5\rho^5cos^5\varphi$
2	${}_8C_{20}r^8\rho^2$	${}_7C_{31}r^7\rho^3cos\varphi$	${}_6C_{42}r^6\rho^4cos^2\varphi$	${}_5C_{53}r^5\rho^5cos^3\varphi$	${}_4C_{64}r^4\rho^6cos^4\varphi$	
4	${}_6C_{40}r^6\rho^4$	${}_5C_{51}r^5\rho^5cos\varphi$	${}_4C_{62}r^4\rho^6cos^2\varphi$	${}_3C_{73}r^3\rho^7cos^3\varphi$		
6	${}_4C_{60}r^4\rho^6$	${}_3C_{71}r^3\rho^7cos\varphi$	${}_2C_{82}r^2\rho^8cos^2\varphi$			
8	${}_2C_{80}r^2\rho^8$	${}_1C_{91}r\rho^9cos\varphi$				
10	${}_0C_{100}\rho^{10}$					

Tabela 4.1: Tabela dos termos das séries de potências da Função Aberração de Onda.

Existem nove termos de quinta ordem, de acordo com as relações 4.19 e 4.23, que são agrupados como seguem:

Aberração esférica	$\Rightarrow$	${}_0C_{60}\rho^6$
Coma Linear	$\Rightarrow$	${}_1C_{51}r\rho^5cos\varphi$
Coma Elíptica	$\Rightarrow$	${}_3C_{31}r^3\rho^3cos\varphi + {}_3C_{33}r^3\rho^3cos^3\varphi$
Aberração esférica oblíqua	$\Rightarrow$	${}_2C_{40}r^2\rho^4 + {}_2C_{42}r^2\rho^4cos^2\varphi$
Astigmatismo	$\Rightarrow$	${}_4C_{22}r^4\rho^2cos^2\varphi$
Curvatura de Campo	$\Rightarrow$	${}_4C_{20}r^4\rho^2$
Distorção	$\Rightarrow$	${}_5C_{11}r^5\rho cos\varphi$

Existem quatorze termos de sétima ordem, vinte termos de nona ordem, que podem ser calculados pela forma geral:

$$2+3+\cdots+\frac{1}{2}(N+3) \tag{4.24}$$

ou seja, para $N=3 \Rightarrow 2+3=5$ termos, para $N=5 \Rightarrow 2+3+4=9$ termos, para $N=7 \Rightarrow 2+3+4+5=14$ termos, para $N=9 \Rightarrow 2+3+4+5+6=20$ termos. A tabela 4.1 mostra os termos das séries de potências da função aberração de onda até a nona ordem. Os termos são arranjados de acordo com os valores de m e n definidos pela relação 4.19.

Para analisar os diferentes tipos de aberrações, é necessário analisar a forma da

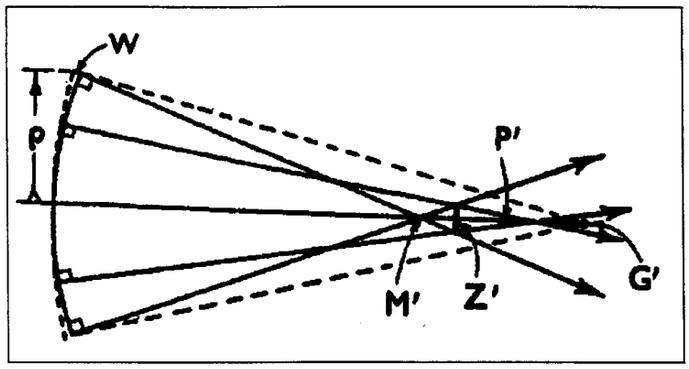


Figura 4.10: Aberração esférica no plano tangencial.

superfície da função aberração de onda e entender de que maneira a forma afeta a direção dos raios. A forma da superfície está relacionada à esfera de referência da pupila de saída. Se a função aberração de onda for plana, isto é, se o gradiente sobre a pupila for zero, os raios, que são perpendiculares à frente de onda por definição, convergem radialmente ao centro da esfera de referência e produzem um ponto-imagem geométrico ideal, não levando em conta os efeitos por difração. Quando a superfície plana da função for encurvada pela presença de aberrações, a inclinação ou gradiente da superfície não é nula, e a maioria dos raios seguem linhas radiais, mas são defletidos do ponto-imagem ideal conforme o valor do gradiente.

4.1.5 Aberrações de Seidel

4.1.5.1 Aberração Esférica

Para um ponto-objeto axial $r = 0$ ou quando os coeficientes de termos contendo r ou ou $cos\varphi$ são zeros, a função aberração de onda dada pela equação 4.18 se reduz a:

$$W_E = {}_0C_{40}\rho^4 + {}_0C_{60}\rho^6 + {}_0C_{80}\rho^8 + \cdots \tag{4.25}$$

Estes termos representam as aberrações esféricas primária, secundária e terciária, respectivamente. Se o sistema óptico for restringido a pequenas aberturas, somente o primeiro termo tem importância. A figura 4.10 ilustra a forma da frente de onda exibindo aberração esférica primária no plano tangencial. W é proporcional a quarta potência da abertura ρ e desde que os raios são ondas normais, o efeito sobre o caminho geométrico dos raios pode ser visto. Os raios da região paraxial, onde ρ é muito pequeno, chegam ao foco no ponto-imagem Gaussiano G', enquanto os raios da região marginal interceptam o eixo óptico no foco marginal M'. Os raios intermediários chegam ao foco entre M' e G'. Na presença de aberração esférica não existe um

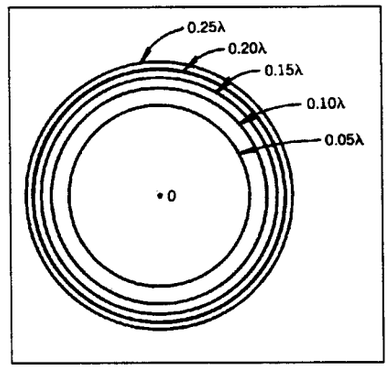


Figura 4.11: Contornos da frente de onda produzida uma lente tendo aberração esférica com ${}_0C_{40} = \lambda/4$.

foco distinto, isto é, não há um ponto onde todos os distúrbios da frente de onda chegam em fase e todos os raios interceptam-se. Em termos de raios, forma-se uma mancha de luz circular sobre o plano perpendicular ao eixo óptico. O tamanho desta mancha atinge um mínimo quando atinge o ponto Z' (figura 4.10), que divide a região $M'G'$ na razão de 1:3 ($M'G' = 3M'Z'$). Esta mancha mínima é definida em termos de Óptica Geométrica como círculo de confusão mínima, mas sua localização não é de melhor qualidade de imagem. A mancha de luz pode consitir de um anel brilhante com um centro opaco ou um pequeno núcleo brilhante com uma auréola delgada. A imagem de um objeto deve ser formada pela superposição das manchas de luzes produzidas individualmente pelos vários pontos-objetos, então, os contornos na imagem são pouco visíveis e detalhes da estrutura do objeto muito menores que a mancha de luz não são visíveis. A superposição das manchas de luzes dependem do grau de coerência de várias manchas de luzes, de maneira que amplitudes de ondas superpostas formam um padrão de interferência. Contudo, os distúrbios de onda das várias regiões da abertura estão mais próximos da condição de fase no ponto P', entre M' e G'. Se a aberração é pequena, a posição de melhor foco será certamente em P', desde que este seja o ponto onde existe a mínima interferência destrutiva possível. Quando a aberração for grande, de maneira que as diferenças de fase maiores que 2π estão envolvidos, os efeitos da superposição dos distúrbios não podem ser considerados, e quanto mais a aberração aumenta, a posição de melhor foco move na direção de Z'.

Na ausência de aberração, a imagem de uma fonte pontual são padrões em torno do foco, que consistem de uma série de anéis. Na presença de uma pequena quantidade de aberração esférica positiva, o padrão mais externo do foco varia rapidamente para uma distribuição difusa de luz. Isto fornece um teste útil para detectar a presença de aberração, de

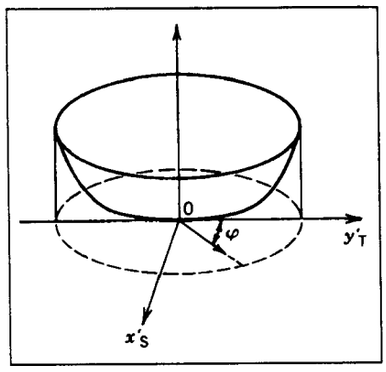


Figura 4.12: Representação tridimensional da frente de onda para aberração esférica primária.

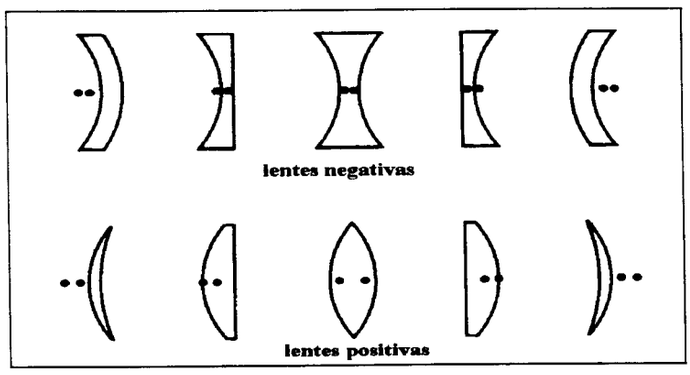


Figura 4.13: Formas de lentes.

maneira que uma aberração de frente de onda da ordem de um quarto do comprimento de onda pode ser facilmente detectada. Os contornos da frente de onda produzida por uma lente com aberração esférica de um quarto do comprimento de onda é ilustrada na figura 4.11. Os contornos estão num círculo de raio unitário, tendo como coordenadas (ρ, φ) com o raio da pupila passando no centro O. A figura 4.12 mostra a curva tridimensional da função aberração de onda contendo somente aberração esférica primária.

Existem várias técnicas para eliminar a aberração esférica de sistema óptico. Desde que esta aberração é atribuída a forma esférica das superfícies envolvidas, uma maneira de minimizar a aberração esférica é introduzir uma ou duas superícies asféricas apropriadas. Os refletores de telescópios astronômicos são freqüentemente feitos de forma parabólica, por esta razão. Outra maneira é contrabalancear a correção por uma lente positiva e uma lente negativa, quando se tratar de um sistema com múltiplas lentes. Em sistemas simples, a aberração esférica pode ser adequadamente minimizada por uma proporção conveniente de quantidades de

IFSC — SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO

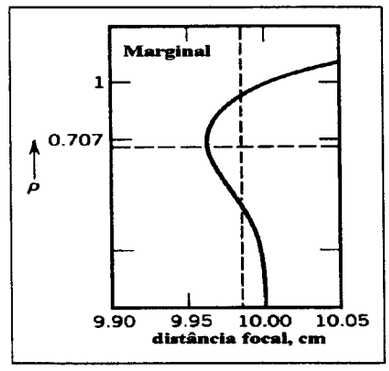


Figura 4.14: Gráfico da aberração de um dubleto com correção de aberração esférica para região marginal e zonal.

aberrações de várias superfícies. Quando se tem somente duas superfícies de um único elemento refratante, a aberração esférica pode ser minimizada, ao selecionar o melhor par de curvaturas para atingir a distância focal desejada por um sistema óptico. A figura 4.13 mostra várias formas de lentes de superfícies esféricas. A forma plano-convexa (segunda lente da esquerda para a direita na segunda fileira), com o lado convexo faceando os raios incidentes, é próxima à forma de um menisco positivo, que minimiza a aberração esférica. A condição freqüentemente utilizada na correção de lentes é mostrada na figura 4.14, que ilustra de um gráfico do raio da pupila de saída ρ em função da distância focal para um dubleto particular. Este dubleto é perfeitamente corrigido para a aberração esférica na região marginal e na região zonal, região intermediária entre região paraxial e marginal[5]. Para isto a forma e a combinação dos elementos do dubleto são cuidadosamente escolhidos, de maneira que aberração zonal tenha um valor razoável comparado à aberração marginal. As escolhas são feitas para dados ângulos de incidência e subsequente refração na primeira superfície da lente. Se o objeto é movido em relação à lente, estes ângulos podem ser modificados, e o balanço entre as aberrações marginal e zonal é alterado. Por esta razão lentes devem ser usados com a distância-objeto dentro da região que foi desenhada. Muitas lentes bem corrigidas possuem aberração esférica primária e de ordens mais altas balanceadas para um diâmetro de pupila de entrada máxima. Em câmeras e outros sistemas ópticos, usando uma abertura muito maior do que o limite de seu desenho, ocorre o decréscimo de detalhes finos na imagem, por causa da aberração esférica marginal alta.

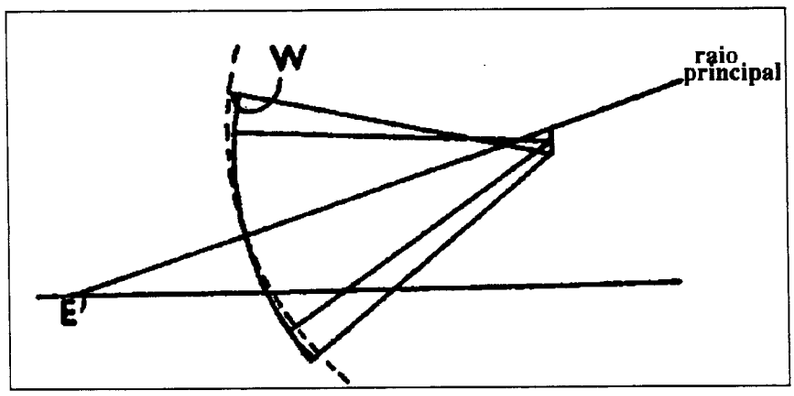


Figura 4.15: Aberração de frente de onda indicando coma.

4.1.5.2 Coma

Na expressão geral da aberração de frente de onda dada pela equação 4.18,

$$W_C = {}_1C_{31} r \rho^3 cos\varphi \tag{4.26}$$

representa a coma primária. O fator $r \neq 0$ indica que coma é uma aberração fora do eixo óptico, o fator $cos\varphi \neq constante$ indica que não é simétrica sobre o eixo óptico e o fator ρ^3 indica que aumenta com o cubo da abertura do sistema óptico. É conveniente considerar a forma da frente de onda nos planos tangencial e sagital. No plano sagital, $\varphi = \pi/2$ e $W = 0$, de maneira que a frente de onda coincide com a esfera de referência centrada no ponto-imagem Gaussiano. No plano tangencial, $\varphi = 0$, e para um dado ponto-objeto W é proporcional ao cubo da abertura. A figura 4.15 mostra para coma positiva, a forma da frente de onda no plano tangencial e o caminho geométrico dos raios. Para uma dada abertura, os raios chegam ao foco abaixo do raio principal, que produz um erro linear no plano tangencial. Embora, no plano sagital W seja zero, a frente de onda sofre uma inclinação, de maneira que os raios não interseccionam sobre o raio principal.

Os efeitos peculiares causados por coma sobre a imagem de uma fonte pontual são mostrados nas figuras 4.16, 4.17 e 4.18. Para uma dada abertura ρ, raios do plano tangencial interseccionam em T' e raios do plano sagital interseccionam em S', como mostra a figura 4.16(a). Os raios associados a cada região estreita da frente de onda atingem o plano da imagem em um círculo ao contrário de um ponto. Quando a abertura ρ aumenta, o círculo torna-se mais largo e é deslocado do eixo óptico. Na figura 4.17(a) está indicada uma região estreita da frente de onda, e oito pontos nessa região estão numerados. Os raios associados à região produz

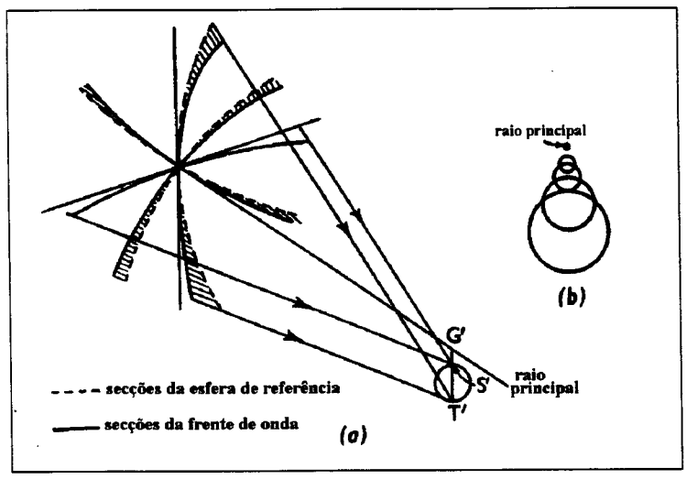


Figura 4.16: Formação da imagem comática.

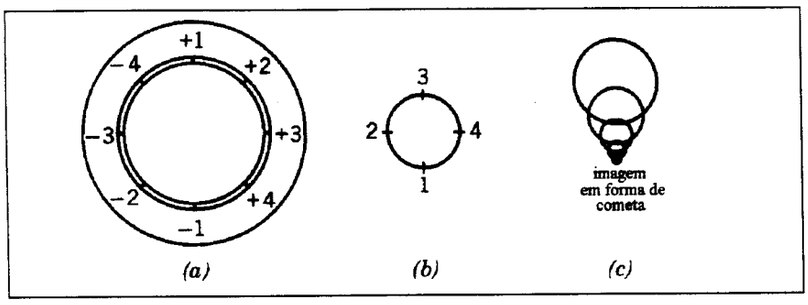


Figura 4.17: Formação da imagem em círculos comáticos de um ponto objeto no plano sagital.

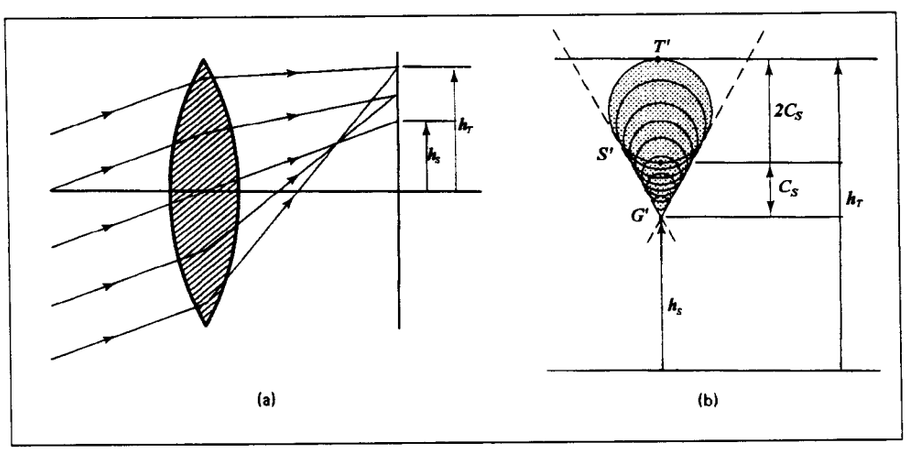


Figura 4.18: (a) Coma devido aos raios pararelos tangenciais e (b) Formação de uma imagem comática por uma série de círculos comáticos.

uma imagem mostrada na figura 4.17(b). Os pares de raios dos oito pontos da região demarcada interseccionam os pontos correspondentemente no plano da imagem, de forma que raios +1 e −1 atingem 1, +2 e −2 atingem 2, +3 e −3 atingem 3 e +4 e −4 atingem 4. Portanto, raios de elementos diametralmente opostos da frente de onda chegam ao mesmo foco sobre o círculo indicado. Esses círculos são denominados de círculos comáticos. Sendo o diâmetro de cada círculo comático $2C_S$ igual a distância de seu centro ao raio principal, que passa pelo ponto G', a distância $G'T'$ é igual a $3G'S'$, ou seja, coma tangencial linear é três vezes a coma sagital linear, conforme indicam as figuras 4.16(a) e 4.18(b). Para cada região da abertura, outros raios formam imagens que completam o círculo comático. A combinação de todos os círculos comáticos, que aumentam em diâmetro quando o raio da abertura aumenta, gera uma figura com a forma de um cometa, o que gerou o nome da aberração de coma, ilustrada pelas figuras 4.16(b), 4.17(c) e 4.18(b). A imagem comática representa o padrão de pontos-imagens formado pela intersecção de todos os raios das diferentes regiões no plano Gaussiano. A figura 4.18(a) mostra os raios incidentes sobre uma lente com coma formando uma imagem comática no plano tangencial e a figura 4.18(b) mostra a imagem comática formada no plano sagital. Cada região de raios produz uma magnificação diferente, de maneira que h_S devido aos raios paraxiais, não é igual a h_T de raios marginais. A coma, como na aberração esférica, pode ser classificada como positiva $h_T > h_S$ ou negativa $h_T < h_S$.

A figura 4.19 mostra os contornos da frente de onda de uma lente que apresenta somente coma primária, onde a quantidade da aberração de frente de onda é um quarto do comprimento de onda, na região marginal da pupila. Como indicado, a aberração é negativa na parte inferior da figura onde φ varia de $\pi/2$ a $3\pi/2$ *radianos* e é positiva na parte superior. No plano sagital ao longo eixo x'_S, onde φ é igual a $\pi/2$ ou $3\pi/2$ *radianos*, a frente de onda coincide com a esfera de referência. Contudo, existe um gradiente na direção tangencial (y'_T) ao longo deste eixo, de maneira que os raios associados a esta região da frente de onda não são direcionados para o ponto-imagem Gaussiano. A figura 4.20 mostra uma representação tridimensional da função aberração produzido por coma primária. Por causa do fator r no termo da coma de terceira ordem, a imagem cresce quando o objeto distancia-se do eixo óptico. No caso do telescópio Hale (f = 200 *polegadas*) no Monte Palomar, coma torna-se evidente para um objeto fora do eixo óptico de somente 1 *mm* e um ângulo de campo de visão de 13'. Por isto a aberração coma é tratada rigorosamente em refletores parabolóides.

O efeito coma é mais facilmente analisado em termos da aberração de frente

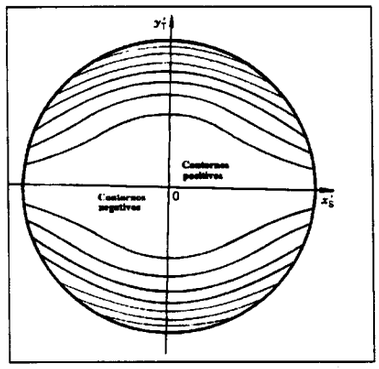


Figura 4.19: Contornos da frente de onda com coma primária.

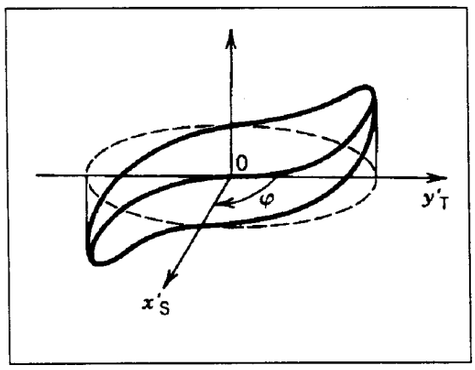


Figura 4.20: Representação tridimensional da função aberração da frente de onda para coma primária.

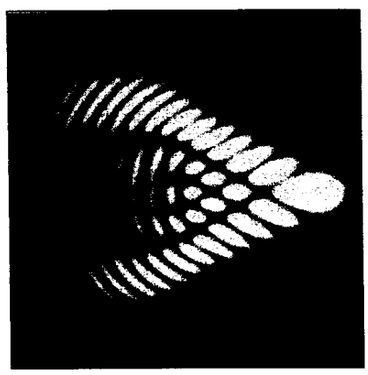


Figura 4.21: Imagem de uma fonte pontual com aproximamente 5λ de coma.

de onda. O padrão indicado pela Óptica Geométrica é observado somente para aberrações grandes, que ilustram claramente a aparência de um cometa na imagem formada. A aparência da imagem na presença de coma é ilustrada pela figura 4.21, que apresenta aproximadamente 5λ de aberração coma.

Como no caso da aberração esférica, coma pode ser minimizado em uma lente simples, ao escolher o melhor par de curvaturas, que forneça a distância focal necessária. Felizmente, a combinação otimizada para coma é muito aproximada à combinação requerida para a aberração esférica. Para aberturas relativamente grandes, ordens mais altas de coma podem tornar-se significantes mesmo que tenham sido minimizadas para coma de terceira ordem. Contudo, se a condição de seno (secção 4.1.6.3) pode ser obtida para todas as regiões da frente de onda, toda coma deve estar ausente. Coma é minimizada, se o sistema óptico pode ser simétrico em relação ao diafragma de abertura e se a magnificação lateral for unitária. Na ausência de aberração esférica, coma primária não depende da posição da abertura, mas na presença de aberração esférica, a posição de um diafragma pode anular a coma primária. Este procedimento é de utilidade limitada, por causa das restrições sobre a posição do diafragma. Quando um sistema óptico de alta qualidade é desenhado, normalmente por métodos computacionais, as técnicas de eliminação de coma ou outras aberrações são raramente bem sucedidas, aberrações coexistem nos sistema óptico, de maneira que o objetivo do Desenho Óptico é encontrar um sistema óptico altamente otimizado para sua determinada finalidade, minimizando uma determinada aberração em detrimento de outras.

4.1.5.3 Astigmatismo

Na série de potências representando a função de aberração de onda dada pela equação 4.18, o termo:

$$W_A = {}_2C_{22}r^2\rho^2cos^2\varphi \tag{4.27}$$

é identificado como o termo do astigmatismo de terceira ordem. É conveniente considerar os planos tangencial e sagital da frente de onda, de maneira que no plano sagital $W = 0$ quando $\varphi = \pi/2$. No plano tangencial $\varphi = 0$ e W é proporcional ao quadrado da abertura para um dado ponto-objeto. Neste plano, astigmatismo corresponde a um deslocamento do foco e os raios interseccionam um ponto T' em algum lugar no raio principal e fora do ponto focal Gaussiano em G', como mostra a figura 4.22. No plano sagital. os raios são focados exatamente no ponto G'. Normalmente a curvatura de campo acompanha o astigmatismo e os raios no plano

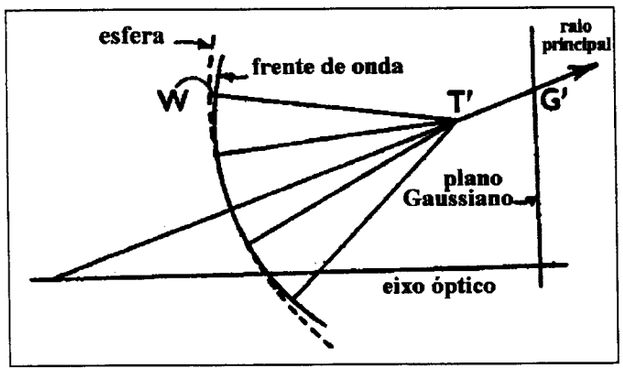


Figura 4.22: Frente de onda com astigmatismo primário no plano tangencial.

sagital são focados no ponto S'. A figura 4.23 mostra a forma da frente de onda na presença de astigmatismo e curvatura de campo. Na presença de ambas as aberrações, a frente de onda forma um círculo nos planos sagital e tangencial. Os círculos diferem de um do outro e diferem da secção circular da esfera de referência. O contorno da frente de onda com astigmatismo primário é ilustrado pela figura 4.24. A frente de onda e a esfera de referência coincidem ao longo do eixo x'_S e todos as linhas de contorno são perpendiculares ao eixo y'_T. As linhas de contorno para o astigmatismo são retas e todos os contornos são positivos em relação ao eixo x'_S[16]. A figura 4.25 ilustra a função de aberração de onda com astigmatismo primário tridimensional.

Em termos de Óptica Geométrica, obtém-se linhas focais em T' e S', que são perpendiculares aos planos tangencial e sagital respectivamente e centrados sobre o raio principal. Para visualizar o caminho geométrico dos raios, é conveniente dividir o cone de luz entrando no sistema óptico em feixe de raios paralelos aos planos tangencial e sagital como ilustra a figura 4.26. O ponto G indica o ponto-objeto e E' é a pupila de saída. O feixe de raios tangenciais são traçados verticalmente, incidem em E' ao longo de linhas paralelas ao plano tangencial e emergem atingindo o foco sobre a linha T' no plano sagital, que é denominada de linha focal tangencial. O feixe de raios sagitais são traçados horizontalmente, incidem em E' ao longo de linhas paralelas ao plano sagital e emergem atingindo o foco sobre a linha S' no plano tangencial, que é denominada de linha focal sagital. As linhas focais astigmáticas formadas por uma lente são ilustradas na figura 4.27. Na região intermediária entre as linhas T' e S', qualquer secção tranversal ao raio principal tem uma forma elíptica, que degenera-se em um segmento retilíneo nas linhas focais T' e S' e em um círculo na região aproximadamente

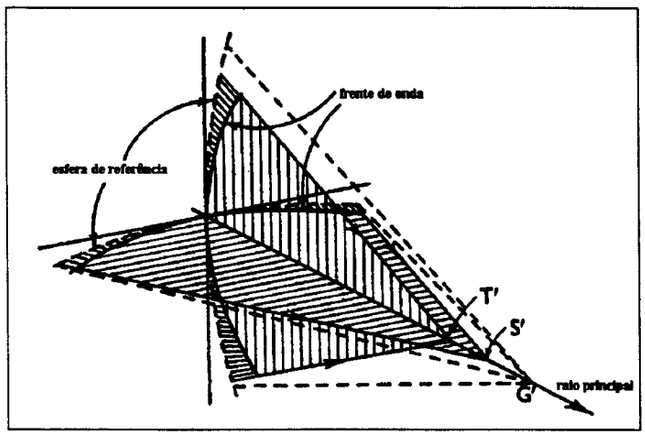


Figura 4.23: Efeito da curvatura de campo e astigmatismo.

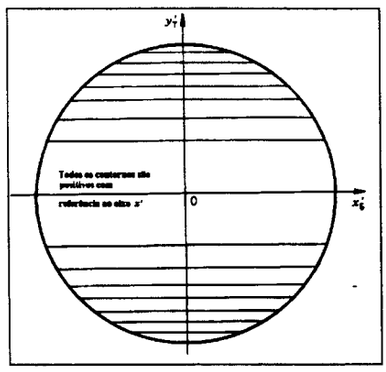


Figura 4.24: Contornos da frente de onda com astigamtismo primário.

central entre as linhas focais T' e S'. Este círculo é definido como círculo de confusão mínima, que indica a posição de melhor foco, pois, desde que esteja sobre o raio principal, os distúrbios de todos os elementos da frente de onda emergente chegam mais aproximadamente em fase.

O lugar geométrico das linhas focais tangencial e sagital de todos os pontos do plano do objeto é uma surperfície parabolóide de revolução em torno do eixo óptico, designada de superfície tangencial T' e surperfície sagital S' respectivamente, como ilustra a figura 4.28. A superfície de melhor foco é o lugar geométrico do círculo de confusão mínima. Essas três surperfícies são tangentes entre si no ponto que cortam o eixo óptico. O astigmatismo é a não coincidência das linhas focais tangencial e sagital. A magnitude do astigmatismo ou astimatismo-diferença, para um dado feixe de raios, é dado pela distância entre as surperfícies tangencial e sagital, medida ao longo do raio principal. Sobre o eixo óptico, onde as duas superfícies coincidem, o astigmatismo-diferença é zero. O astigmatismo, para objetos fora do eixo

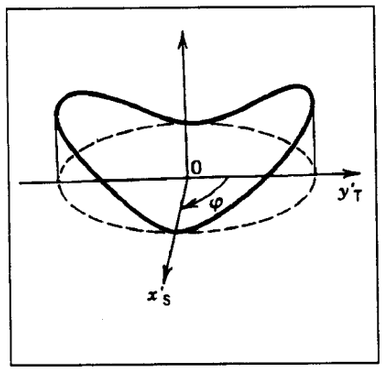


Figura 4.25: Representação tridimensional da função aberração de onda com astigmatismo primário.

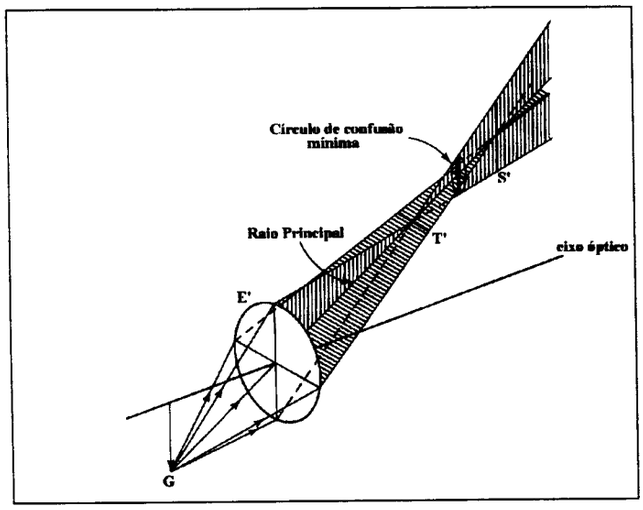


Figura 4.26: Linhas de imagens astigmáticas T' e S' de um ponto-objeto fora do eixo óptico formadas por raios tangenciais e sagitais.

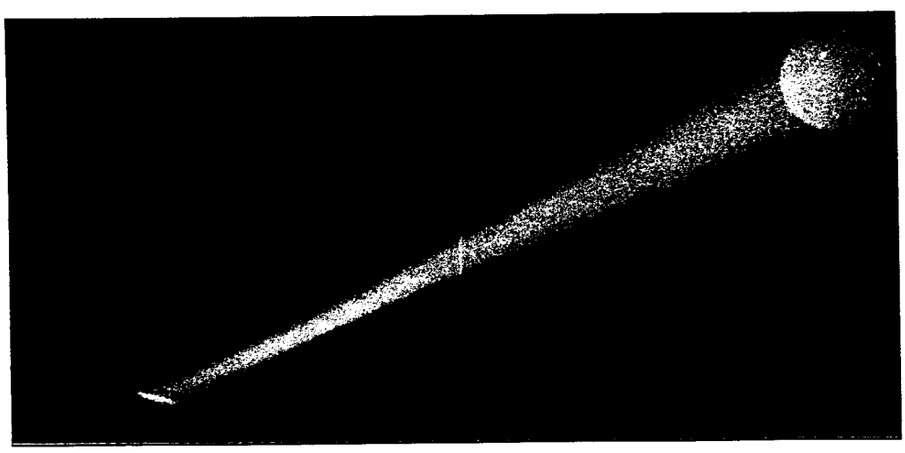


Figura 4.27: Fotografia da imagem astigmática formada por uma lente.

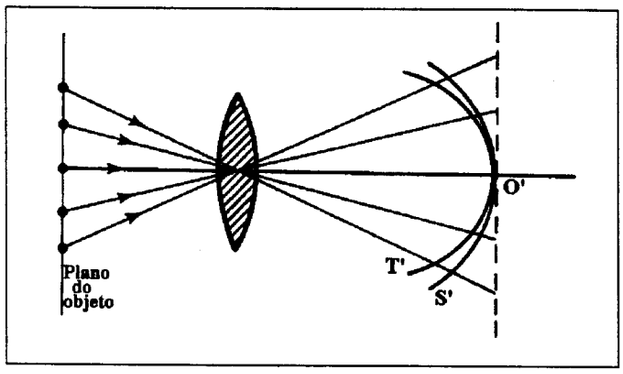


Figura 4.28: Superfícies astigmáticas no campo de uma lente.

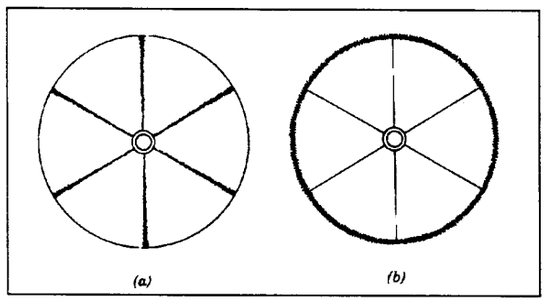


Figura 4.29: Imagens astigmáticas tangencial e sagital de uma roda.

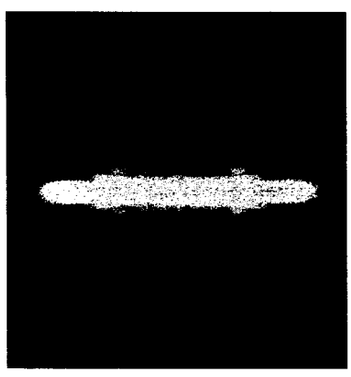


Figura 4.30: Linha focal com aproximadamente $5/2\lambda$ de astigmatismo.

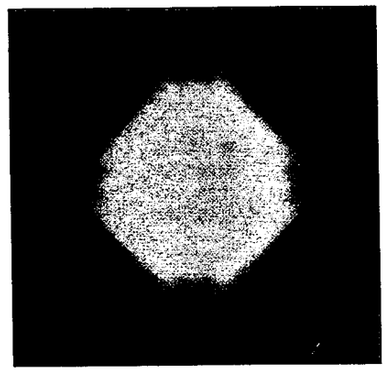


Figura 4.31: Círculo de confusão mínima com aproximadamente $5/2\lambda$ de astigmatismo.

óptico, aumenta aproximadamente com o quadrado da altura da imagem. Quando a superfície T' está a esquerda de S', o astigmatismo é positivo, caso contrário é negativo. Para um espelho côncavo, a superfície sagital é o plano coincidente ao plano focal paraxial.

Para os pontos G ao longo de um círculo no plano do objeto perpendicular ao eixo óptico, as correspondentes linhas focais na superfície T' formam uma imagem bem focada do círculo. Na superfície S', contudo, a imagem de círculo não está bem definida. Os pontos-objetos ao longo das linhas radiais de um círculo produzem imagens radiais bem definidas somente na superfície S'. Se um objeto for uma roda com raios situado num plano perpendicular ao eixo óptico que passa pelo centro da roda, a imagem da borda estará em foco sobre a surprefície T', enquanto os raios da roda estarão em foco sobre a surperfície S', mostrada na figura 4.29(a) e (b) respectivamente. O centro circular da roda permanece em foco nas duas superfícies por estar muito próximo ao eixo óptico, portanto o fator r^2 é muito pequeno, de maneira a não aumentar o efeito de astigmatismo na parte central. Esta é a razão pelo qual os termos tangencial e sagital são usados aos planos de imagens. Sobre a surperfície T' todas as imagens serão linhas paralelas às bordas, enquanto sobre a surperfície S' todas as imagens serão linhas paralelas aos raios da roda. A aparência da linhas focais e do círculo de confusão mínima na presença de aproximadamente $5/2\lambda$ de astigmatismo é ilustrado pelas 4.30 e 4.31 respectivamente.

A eliminação do astigmatismo de um sistema óptico requer que as superfícies tangencial e sagital sejam coincidentes. Quando as curvaturas destas superfícies são variadas ao alterar as formas das lentes ou espaçamentos, a superfície coincidente resultante é denominada de superfície de Petzval. Se esta superfície é curvada, o sistema óptico apresenta aberração de curvatura de campo, embora astigmatismo tenha sido eliminado.

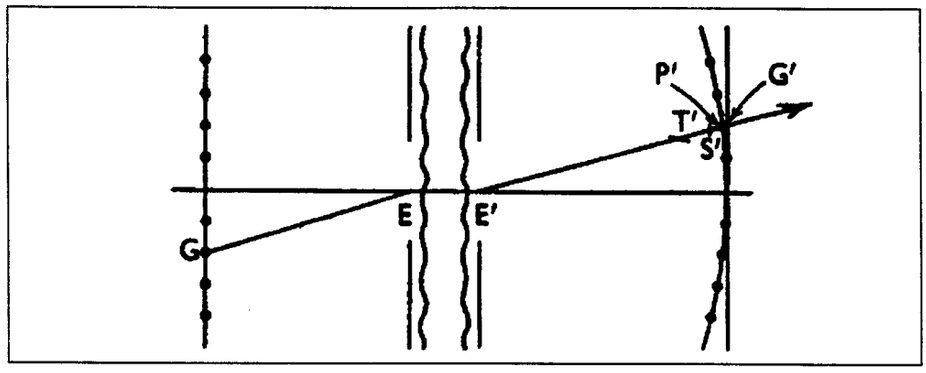


Figura 4.32: Efeito da curvatura de campo e astigmatismo.

4.1.5.4 Curvatura de Campo

Todo o sistema óptico, sem correção específica, apresenta curvatura no plano da imagem. Curvatura de campo, denominada de Curvatura de Campo de Petzval, é representada na série de potências da função aberração de onda (equação 4.18) pelo termo:

$$W_P = {}_2C_{20} r^2 \rho^2. \tag{4.28}$$

Desde que é proporcional ao quadrado da abertura, a curvatura de campo corresponde a um deslocamento de foco longitudinal. A frente de onda é esférica, mas focado sobre um ponto deslocado do plano de imagem Gaussiana ao longo do raio principal. Se a série de pontos-objetos tal como G estão no plano do objeto perpendicular ao eixo óptico, as frentes de onda emergentes são focados sobre os pontos P', localizados sobre a superfície esférica que intersecciona o plano da imagem Gaussiana no eixo óptico, de maneira que o campo da imagem é curvada, como ilustra a figura 4.32. Na prática, os vários coeficientes constantes na função aberração de onda não são completamente independentes, ou seja, os coeficiente ${}_2C_{22}$ e ${}_2C_{20}$ estão relacionados entre si. A curvatura da imagem na ausência de astigmatismo é denominada de Curvatura de Petzval. Na ausência de astigmatismo as superfícies tangencial e sagital coincidem-se, e definem a superfície parabolóide P' livre de astigmatismo, a superfície de Petzval. A função de aberração de frente de onda tridimensional contendo somente o termo de curvatura de campo é ilustrada pela figura 4.33.

Se, para um sistema óptico, os três primeiros termos de Seidel forem nulos, o sistema formará pontos-imagens de pontos-objetos sobre o eixo, assim como fora do eixo óptico. Sob estas circunstâncias as imagens coincidem com a superfície curvada de Petzval, onde as superfícies tangencial e sagital são também coincidentes, como mostra a figura 4.34(b). Assim, o

astigmatismo é corrigido para tais sistemas, mas a superfície focal é curvada. Se uma tela plana for colocada na posição B, o centro do campo estará em foco, mas a borda estará desfocado. Com a tela em A, o centro do campo e a borda estarão desfocados. Matematicamente a superfície de Petzval existe para todo o sistema óptico, e se a distâncias focais e os índices de refração das lentes permanecerem fixos, a forma da superfície de Petzval não pode ser modificada pela alteração dos fatores de forma das lentes ou seus espaçamentos. Tais alterações, contudo, variam as formas das superfícies T' e S', mas deve-se manter sempre a razão de 3:1 para as distâncias entre $P'T'$ e $P'S'$. Se um sistema é desenhado para tornar a superfície T' plana, como mostra a figura 4.34(c), a razão 3:1 das distâncias requer que a superfície S' sēja levemente curvada. Colocando-se uma tela na posição A, o campo inteiro estará razoavelmente focado. Esta condição de correção é normalmente usada para certos tipos de lentes fotográficas. Se um astigmatismo negativo é introduzido, a condição mostrada na figura 4.34(d) é atingida, na qual as superfícies T' e S' são invertidos. Neste caso, se a tela é colocada no ponto focal paraxial, a imagem no campo das bordas estará consideravelmente desfocado.

A maioria dos sistemas ópticos de poder focal positivo tem curvatura de campo de Petzval positivo. Na ausência de astigmatismo a imagem de um ponto-objeto está focalizada num ponto P' sobre a superfície de Petzval (figura 4.35(a)), e está fora de foco no plano Gaussiano. Se um astigmatismo negativo é introduzida no sistema, a linha focal S' antecede a linha focal T' sobre o raio principal. Quanto mais astigmatismo negativo for introduzida no sistema óptico, a posição de melhor foco, que localiza-se entre as linhas focais S' e T', move-se na direção do plano Gaussiano. Contudo, quando isto é feito, ocorre perda da qualidade de imagem por causa do aumento da magnitude de astigmatismo, ou seja, enquanto o efeito de fora de foco associada com a curvatura de campo de Petzval é reduzida, o efeito do astigmatismo é acrescida. Os distúrbios da frente de onda estão aproximadamente em fase sobre o plano Gaussiano, quando o foco tangencial localiza-se sobre o plano Gaussiano. Desde que ambos curvatura de campo e astigmatismo são proporcionais a r^2, a superfície tangencial deve ser plana, de maneira que para um objeto plano, a imagem sobre o plano Gaussiano seja aproximadamente plana. Na ausência de aberração esférica, uma imagem axial é perfeita e a qualidade de imagem sobre o plano Gaussiano decresce, quando move-se na direção marginal do campo. Em certos casos, pode-se ser útil sacrificar a qualidade de imagem no centro do campo, com a finalidade de melhorá-la na região marginal, para isto é introduzido menos astigmatismo negativo e o plano de foco removido do plano de imagem Gaussiana, como ilustra a figura 4.35(a).

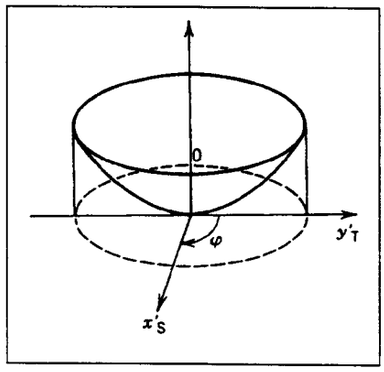


Figura 4.33: Representação tridimensional da função de aberração de onda contendo somente curvatura de campo primária.

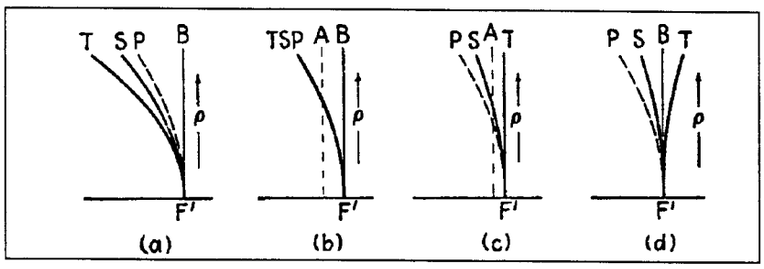


Figura 4.34: Diagrama ilustrando as posições das superfícies astigmáticas T' e S' em relação à superfície de Petzval P'.

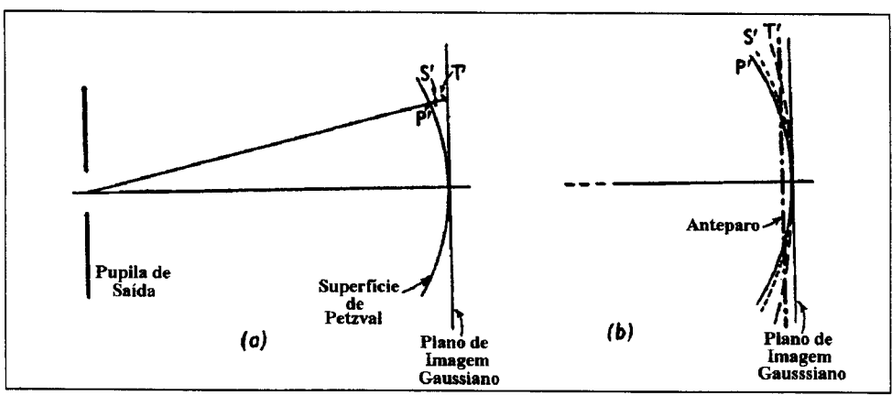


Figura 4.35: Curvatura de campo Petzval positiva e astigmatismo negativo.

4.1.5.5 Distorção

As três primeiras aberrações afetam a qualidade da imagem de uma fonte pontual, e a quarta afeta sua posição. Contudo, desde que a quarta introduz um efeito fora de foco, todos as quatro aberrações afetam a qualidade da imagem sobre o plano Gaussiano, ou seja, refem-se à impossibilidade de um sistema óptico formar imagens pontuais de fontes pontuais. A quinta aberração na série de potências da função aberração de frente de onda dada pela equação 4.18 é descrito pelo termo:

$$W_D = {}_3C_{11} r^3 \rho cos\varphi, \qquad (4.29)$$

que causa um deslocamento da imagem de uma fonte pontual no plano Gaussiano, sem perda de qualidade da imagem. Isto pode ser visto imediatamente, desde que qualquer termo proporcional a $\rho cos\varphi$ corresponde a uma variação transversal do foco. O deslocamento é proporcional ao termo r^3 e causa a distorção da forma da imagem sem perda de definição. Esta aberração é conhecida como distorção. Portanto, a distorção resulta, não da falta de nitidez da imagem, mas da variação de magnificação lateral com relação à distância ao eixo óptico. Para um sistema óptico ser livre de distorção deve apresentar uma magnificação lateral uniforme por todo o campo. Assim, um sistema óptico pode apresentar os quatro primeiros termos de Seidel nulos, mas ainda pode ser afetado por uma quinta aberração, definida como distorção. A função aberração de frente de onda tridimensional para o termo da distorção é ilustrada pela figura 4.36.

O efeito da distorção é melhor compreendida em termos de Óptica Geométrica. Sob sua influência, imagens de linhas retas que passam através do eixo óptico permanece reto, mas todos as outras linhas retas no objeto produzem imagens curvadas. Quando a magnificação lateral varia aumentando ou diminuindo em relação à distância do eixo óptico, as bordas do campo são amplificadas ou diminuídas desproporcionalmente. Sua natureza está bem ilustrada pelos efeitos produzidos sobre a imagem de um objeto quadriculado perpendicular ao eixo óptico, ilustrada por um diagrama na figura 4.37 e por uma fotografia na figura 4.38. Para uma distorção positiva, cada ponto na imagem é movido para a direção do eixo óptico por uma quantidade proporcional ao cubo de sua distância em relação ao eixo óptico (r^3), resultando num decréscimo de magnificação em relação à distância do eixo óptico. Desta maneira, um objeto ilustrado pela figura 4.37(a) corresponde a uma imagem distorcida ilustrada pela figura 4.37(b), este tipo de imagem é definida como distorção em almofada. Para uma distorção

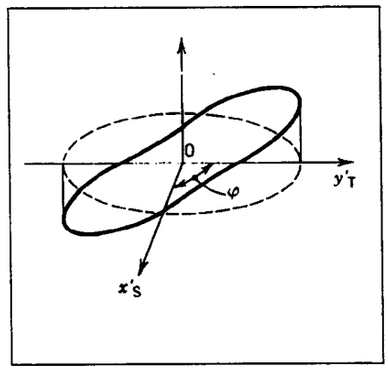


Figura 4.36: Representação tridimensional da função de frente de onda para a distorção.

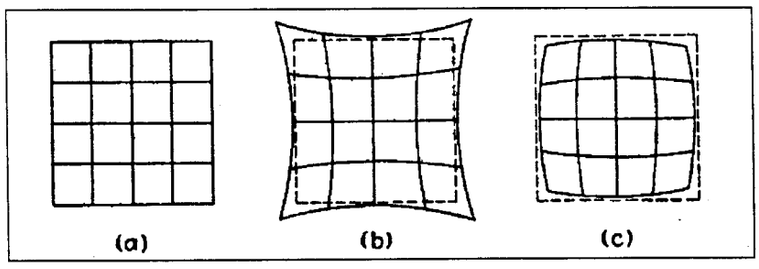


Figura 4.37: Diagrama ilustrando um objeto quadriculado (a), distorção em almofada (b) e distorção em barril (c).

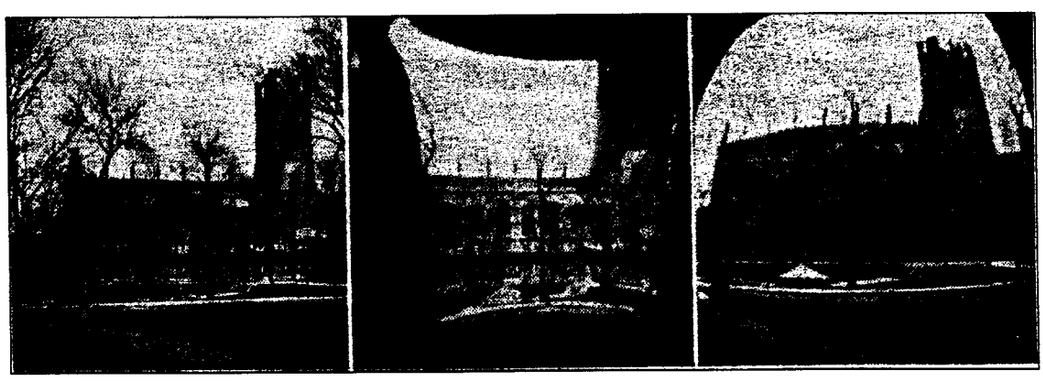


Figura 4.38: Fotografia correspondente ao diagrama da figura anterior.

negativa, o deslocamento de cada ponto na imagem é para fora do eixo óptico, resultando num aumento de magnificação em relação à distância do eixo óptico. A imagem formada é ilustrada pela figura 4.37(c) e é definida como distorção em barril. A imagem nestes casos está definida, porém distorcida, como pode-se ver pela figura 4.38.

Em resumo, as três primeiras aberrações de terceira ordem ou aberrações primárias de Seidel: aberração esférica, coma, astigmatismo, causam a falta de nitidez na imagem. As duas últimas: curvatura de campo e distorção causam a distorção geométrica da imagem.

4.1.6 Correção de Aberrações de Terceira Ordem e Aberrações Residuais

4.1.6.1 Aberração Esférica e Fatores de Forma e Posição de Coddington

A introdução da correção de terceira ordem para lentes delgadas resulta na seguinte equação [2]:

$$\begin{aligned}\frac{1}{s}+\frac{1}{s'_\rho} &= (n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)\\ &+\frac{n-1}{n_2}\cdot\frac{\rho^2}{2}\left[\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{s}\right)^2\left(\frac{n+1}{s}+\frac{1}{r_1}\right)+\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{s'}\right)^2\left(\frac{n+1}{s'}-\frac{1}{r_2}\right)\right]\end{aligned} \tag{4.30}$$

na qual s é a distância-objeto, s' é a distância-imagem paraxial, e s'_ρ é a distância-imagem para um raio oblíquo atravessando a superfície refratante a distância ρ do eixo óptico. Comparando a equação 4.30 com a equação de primeira ordem para lentes delgadas, a saber:

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right), \tag{4.31}$$

onde r_1 e r_2 são os raios de curvatura de uma lente delgada, pode-se obter a seguinte relação:

$$\frac{1}{s'_\rho}-\frac{1}{s'}=\left\{\frac{n-1}{n_2}\cdot\frac{\rho^2}{2}\left[\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{s}\right)^2\left(\frac{n+1}{s}+\frac{1}{r_1}\right)+\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{s'}\right)^2\left(\frac{n+1}{s'}-\frac{1}{r_2}\right)\right]\right\}, \tag{4.32}$$

o termo entre chaves corresponde à aberração esférica longitudinal para os raios incidentes sobre a lente a uma distância ρ do eixo óptico, desde que a equação 4.32 varia com ρ^2, cresce rapidamente com um aumento na abertura da lente. A aberração esférica lateral $[W_{E.lat.}]$ em uma lente delgada, cujo raio de abertura é ρ, é definida por:

$$[W_{E.lat.}]=\frac{1}{s'_\rho}-\frac{1}{s_\rho}\cdot \tag{4.33}$$

[2]Esta equação está totalmente desenvolvida no apêndice II da referência [6]

Sendo a aberração esférica longitudinal $[W_{E.long.}]$ dada por $s'_\rho - s'$, as duas aberrações podem ser relacionadas como:

$$[W_{E.long.}] = s'_\rho s_\rho [W_{E.lat.}]. \tag{4.34}$$

H. Coddington conseguiu obter uma expressão para a aberração esférica de uma lente delgada em termos de duas quantidades que representam a forma da lente e a posição do objeto, que foram denominadas como fator de forma e fator de posição de Coddington, denotadas por q e p, respectivamente. O fator de forma é definido como:

$$q = \frac{r_2 + r_1}{r_2 - r_1} \tag{4.35}$$

e o fator de posição é definido como:

$$p = \frac{s' - s}{s' + s}. \tag{4.36}$$

Usando a equação de primeira ordem para lentes a seguir:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right), \tag{4.37}$$

onde f é a distância focal paraxial, juntamente com as relações de fator de forma e posição obtém-se:

$$s = \frac{2f}{1+p} \quad e \quad s' = \frac{2f}{1-p} \tag{4.38}$$

$$r_1 = \frac{2f(n-1)}{q+1} \quad e \quad r_2 = \frac{2f(n-1)}{q-1} \tag{4.39}$$

Relacionando as duas últimas relações obtém-se ainda:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{q-1}{q+1} \tag{4.40}$$

Substituindo as relações 4.38 e 4.39 na equação 4.32, a aberração lateral torna-se:

$$[W_{E.lat.}] = \frac{\rho^2}{8f^3}\frac{1}{n(n-1)}\left[\frac{n+2}{n-1}q^2 + 4(n+1)pq + (3n+2)(n-1)p^2 + \frac{n^3}{n-1}\right] \tag{4.41}$$

As equações úteis para o desenho de sistemas de lentes são obtidas ao encontrar o fator de forma, para o qual a equação 4.41 deve ser mínima, ou seja, diferenciando em relação ao fator de forma q, obtém-se:

$$\frac{d}{dq}\{[W_{E.lat.}]\} = \frac{\rho^2}{8f^3}\left[\frac{2(n+2)q + 4(n-1)(n+1)p}{n(n-1)^2}\right], \tag{4.42}$$

igualando a zero e evidenciando o fator de forma q obtém-se:

$$q = -\frac{2(n^2-1)p}{n+2}. \tag{4.43}$$

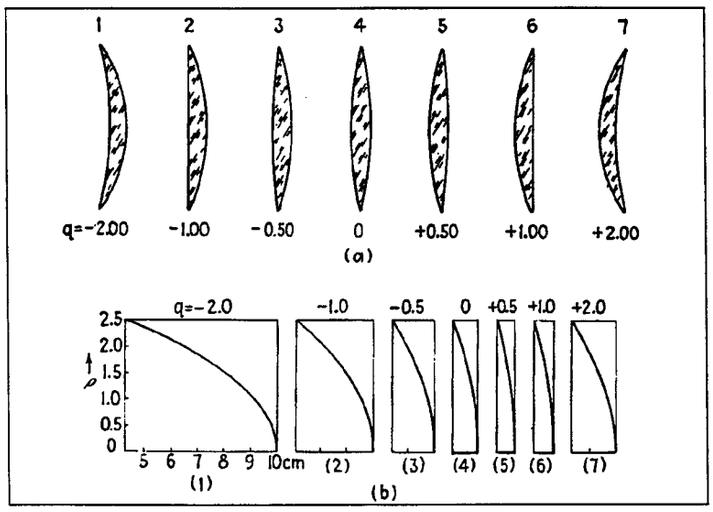


Figura 4.39: (a) Lentes com diferentes fatores de forma q e (b) Raio de abertura da lente em função da distância focal.

Esta é a relação requerida entre os fatores de forma e posição para obter a condição de aberração esférica mínima. Como uma lente é desenhada para um dado par de distância-objeto e distância-imagem, o fator de posição p pode ser inicialmente calculada pela equação 4.36. Escolhida o material da lente, pode-se obter o fator de forma da lente pela equação 4.43, que produzirá a aberração esférica lateral mínima. Os raios de curvatura da lente podem ser obtidos das relações 4.38, 4.39 e 4.40. A figura 4.39(a) ilustra as diferentes lentes com diferentes fatores de forma para um mesmo valor de distância focal e a figura 4.39(b) ilustra gráficos de raio de abertura da lente em função da distância focal para estas lentes. Embora a aberração esférica de uma lente esférica simples não possa ser completamente eliminada, pode-se fazer uma combinação de duas ou mais lentes de sinais opostos. A quantidade de aberração esférica introduzida por uma lente pode ser compensada por outra lente com a mesma quantidade, porém oposta. No caso de um dubleto de poder focal positivo, a lente positiva deve ter um poder focal muito maior e sua forma deve ser mínima ou próxima, enquanto que a lente negativa deve ter um poder focal muito menor e sua forma não ser mínima. A neutralização desta combinação é possível por causa da aberração esférica depender do cubo da distância focal e portanto, varia de sinal se o sinal de f variar, como mostra a equação 4.37. No caso de dubletos, pode-se manipular quatro raios de curvatura, de forma que outras aberrações podem ser reduzidas ao mesmo tempo.

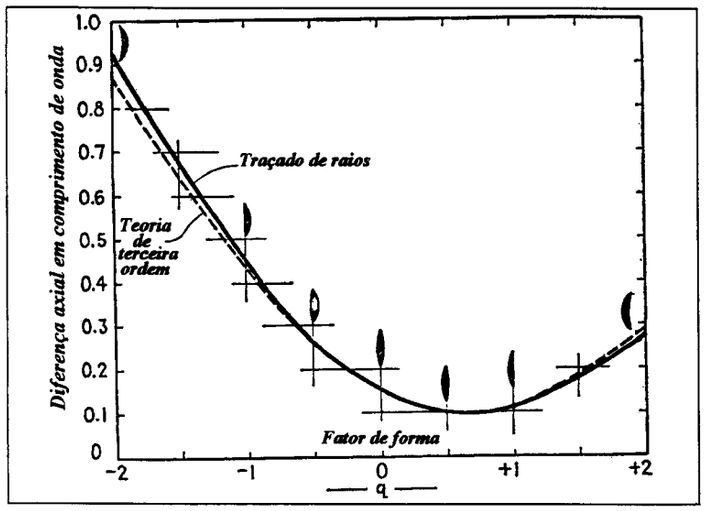


Figura 4.40: (a) Aberração esférica de uma lente com $\rho = 10\ mm$, $f = 100\ mm$, $d = 20\ mm$ e $n = 1{,}517$.

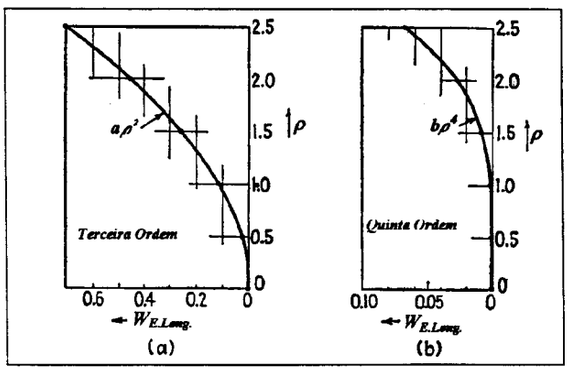


Figura 4.41: Contribuição de terceira ordem (a) e de quinta ordem (b) para a aberração esférica longitudinal

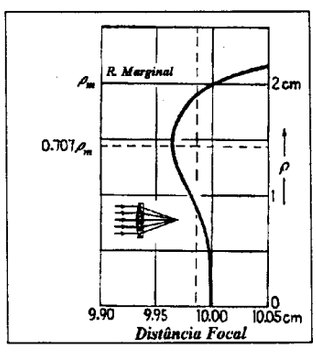


Figura 4.42: Aberração esférica de um dubleto corrigido usado em telescópios.

4.1.6.2 Aberração Esférica Residual de Quinta Ordem

As duas curvas que estão traçadas na figura 4.40 mostram que, uma lente tendo um fator de forma próxima ao valor de mínima aberração esférica, o resultado exato do traçado de raios e o resultado aproximado da teoria de terceira ordem estão em concordância. Para valores grandes de ρ e para fatores de formas distantes da região de otimização diferenças apreciáveis ocorrem. Isto indica a necessidade em considerar termos de quinta ordem na teoria. A teoria de terceira ordem mostra na equação 4.41 que a aberração esférica é proporcional a ρ^2, de maneira que as curvas da figura 4.40 são parabólicas. Devido à falta de precisão das medidas para valores grandes de ρ, a aberração esférica é mais convenientemente representada por:

$$[W_{E.Long.}] = a\rho^2 + b\rho^4, \tag{4.44}$$

onde a e b são constantes e o termo $a\rho^2$ representa o efeito de terceira ordem e $b\rho^4$ o efeito de quinta ordem. A figura 4.41 mostra a contribuição desprezível da correção de terceira ordem para valores pequenos de ρ. Se somente a aberração de terceira ordem estiver presente em uma lente é possível combinar uma lente simples positiva e negativa, de forma a obter uma combinação corrigida para todas as regiões. Mas por causa da presença de diferentes quantidades de aberração de quinta ordem, tal combinação pode ser corrigida somente para uma única regão. O gráfico na figura 4.42 ilustra a aberração esférica de uma dubleto corrigida para a região marginal. Observa-se que a distância focal não varia somente na origem e na região marginal. A combinação torna-se pessimamente corrigida quando a abertura aumenta. O plano de melhor foco, que é representada na figura 4.42 pela linha tracejada, localiza-se a esquerda da região paraxial e marginal, e sua posição corresponde à posição de círculo de confusão mínima. Sendo a e b os parâmetros do dubleto de lentes delgadas na equação 4.44, a correção do dubleto na região marginal, ou seja, para o raio que passa a altura ρ_{max} da lente é feita de forma que deve ocorrer a condição :

$$[W_{E.Long.}] = a{\rho_{max}}^2 + b{\rho_{max}}^4 = 0 \;\Rightarrow\; a = -b{\rho_{max}}^2.$$

Substituindo o resultado na equação 4.44 obtém-se:

$$[W_{E.Long.}] = -b{\rho_{max}}^2\rho^2 + b\rho^4, \tag{4.45}$$

onde ρ_{max} é um valor fixo, e ρ pode variar de 0 a ρ_{max}. Ao diferenciar a equação 4.45 em relação a ρ e igualando a zero, pode-se determinar o valor máximo da função $[W_{E.Long.}]$, isto é:

$$\frac{d}{d\rho}[W_{E.Long.}] = -2b\rho_{max}{}^2\rho + 4b\rho^3, = 0 \;\Rightarrow\; \rho = \frac{\sqrt{2}}{2}\rho_{max} = 0,707\rho_{max}.$$

Isto significa que, quando o raio da abertura da lente atingir o valor $\rho = 0,707\rho_{max}$, a aberração esférica atinge seu valor máximo. No desenho de lentes simples, a aberração esférica é sempre analisada pelo traçado de raios na região de raio $h = 0,707h_{max}$.

4.1.6.3 Coma e Condição de Seno

A forma da imagem de um objeto fora do eixo óptico contendo aberração coma é ilustrada pelas figuras 4.16(b), 4.17(c) e 4.18(b). Cada círculo representa uma imagem de diferentes regiões da lente. Detalhes da formação de um círculo comático está mostrada na figura 4.17(a) e 4.17(b). Os raios (1) e (-1), que correspondem aos raios tangenciais cruzam sobre o círculo comático no ponto (1), enquanto que os raios (3) e (-3), que correspondem aos raios sagitais cruzam a base do círculo comático no ponto (3). Em geral todos os pontos sobre o círculo comático são formados por pares de raios passando através de pontos diametralmente opostos da mesma região da lente. A teoria de terceira ordem demonstra que o raio de um círculo comático é dado por[5]:

$$C_S = \frac{h'\rho^2}{f^3}\left(\frac{3(2n+1)}{4n}p + \frac{3(n+1)}{4n(n-1)}q\right) \tag{4.46}$$

onde h' é a distância do ponto-imagem ao eixo óptico, ρ é o raio de abertura da lente, f é a distância focal, p é o fator de posição do objeto e q é o fator de forma da lente.

Sem utilizar a aproximação paraxial usual, qualquer raio partindo de um ponto-objeto próximo ao eixo óptico, que é refratada por uma superfície esférica deve satisfazer a lei de Helmholtz-Lagrange[6,1]:

$$nhsen\theta = n'h'sen\theta' \tag{4.47}$$

onde h e h' são a altura-objeto e altura-imagem respectivamente, n e n' são os índices de refração no espaço-objeto e da imagem respectivamente, θ e θ' são os ângulos de inclinação do raio nos espaços do objeto e imagem respectivamente. Estas quantidades estão ilustradas na figura 4.43. Quando a relação 4.47 é rearranjada para expressar a definição de magnificação lateral, é rescrita como:

$$m = \frac{h'}{h} = \frac{sen\theta}{sen\theta'}\frac{n}{n'} \tag{4.48}$$

Sabendo que para prevenir o efeito coma, a magnificação lateral resultante da refração para todas as regiões da lente deve ser constante, a condição seno é dada pela relação :

$$\frac{sen\theta}{sen\theta'} = constante. \tag{4.49}$$

Qualquer sistema óptico é, então, livre de coma, se na ausência de outras aberrações, a relação 4.49 é satisfeita para todos os valores de θ. No desenho de sistema óptico, coma é testado por traçar a razão $sen\theta/sen\theta'$ em função da altura do raio incidente. Se o raio incidente for paralelo, a condição seno pode ser escrita como:

$$\frac{\rho}{sen\theta'} = constante \tag{4.50}$$

O raio no diagrama da figura 4.44 mostra que a distância focal f' medida ao longo do raio no espaço-imagem, é o termo constante da equação 4.50. Para prevenir coma, f' deve ser a mesma para todos os valores de ρ. Desde que a lente seja livre de aberração esférica todos os raios devem cruzar o eixo óptico no ponto F', sendo livre de coma requer que o plano principal seja uma superfície esférica de raio f', representado pela linha tracejada na figura 4.44. Portanto, a aberração esférica está associada com o cruzamento dos raios no ponto focal F' e coma está relacionada com a posição do ponto principal H', isto é, com a forma da superfície principal. Para analisar de que maneira coma pode ser afetado pelas formas da lente, a curva da diferença entre a distância focal paraxial $H'F'$ e a distância f' à superfície principal medida ao longo do raio incidente a altura $\rho = 1,0\ cm$ para diferentes lentes é mostrada pela figura 4.45. A aberração esférica está presente em todas as lentes, ou seja, os raios não atingem o mesmo foco num mesmo ponto sobre o eixo e a condição seno não é uma medida real de coma. A reta indicando coma é obtida ao subtrair a aberração esférica da diferença entre a distância f' e a distância focal paraxial $H'F'$ (indicada na figura 4.45 pela linha tracejada). O ponto, onde a reta representando coma cruza o eixo, fornece a forma da lente, para a qual não há coma. Pode-se notar que este ponto é muito aproximado ao ponto que fornece a forma da lente com aberração esférica mínima. Isto significa que uma lente simples pode ser desenhado de forma que seja livre de coma e possua uma quantidade residual mínima de aberração esférica. Este tipo de lente é denominado de lente aplanática. A figura 4.46 mostra a aberração esférica e coma residuais para uma objetiva telescópica.

As formas das lentes, que são úteis para reduzir a aberração esférica, podem ser também úteis para reduzir coma. O fator de forma e de posição de Coddington, dadas pelas equações 4.35 e 4.36 respectivamente, que resultam da condição mínima de aberração esférica,

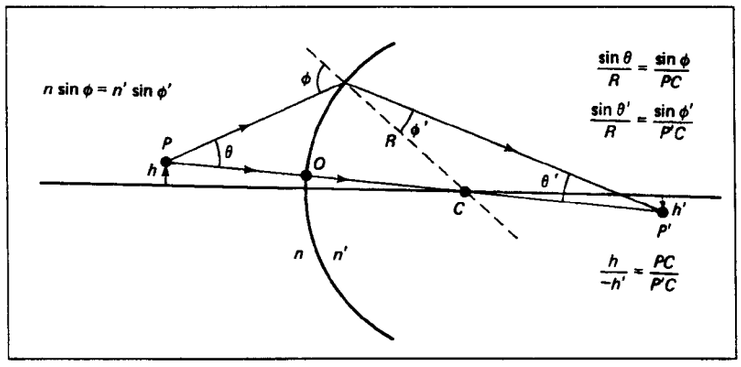


Figura 4.43: Raios não paraxiais sujeitos à condição de seno.

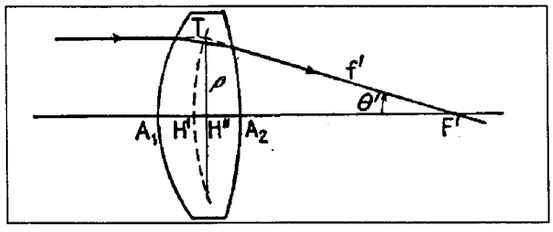


Figura 4.44: Sistema óptico ilustrando a localização dos pontos principal H' e focal F'.

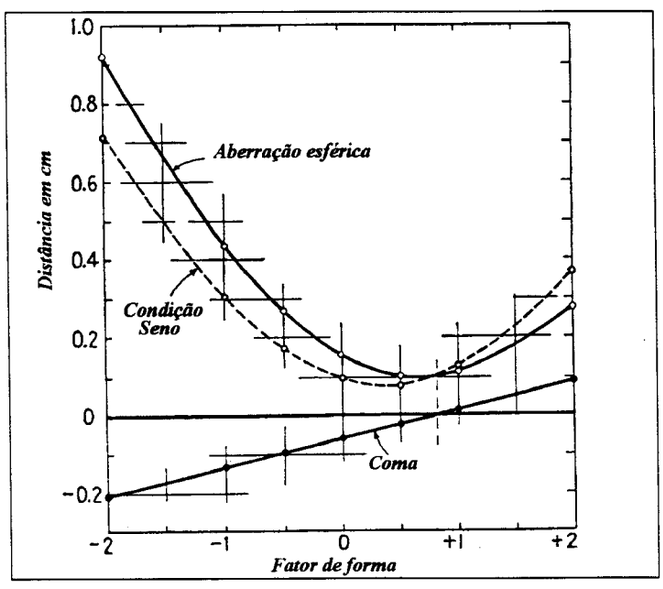


Figura 4.45: Aberração esférica e coma para lentes de diferentes formas.

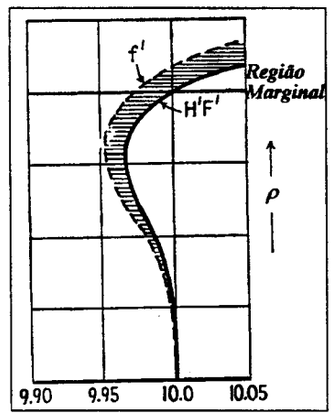


Figura 4.46: Curva de um dubleto mostrando a posição variável do ponto focal F' (aberração esférica) e a distância focal variável f' (coma $= H'F' - f'$).

estão muito próximas à condição de coma mínima também, como já foi visto anteriormente, de maneira que ambas as aberrações podem ser minimizadas para uma mesma forma de lente. Com a finalidade de obter uma relação entre os fatores de Coddington q e p para eliminar o efeito coma, a equação 4.46 deve ser nula, resultando em:

$$q = -\left(\frac{2n^2 - n - 1}{n + 1}\right) p. \tag{4.51}$$

Se o fator de forma e de posição de uma lente simples obedecer esta relação, a lente é livre de coma.

4.1.6.4 Astigmatismo, Curvatura de Campo e Condição de Petzval

A superfície de Petzval pode ser determinada para qualquer sistema óptico, mesmo quando as superfícies T' e S' não coincidem. Pela teoria de terceira ordem, a superfície de Petzval está sempre situada três vezes mais distante da superfície T' do que da superfície S' e sempre localizada ao lado da superfície S' e oposta a superfície T'. A condição para planificar a superfície de Petzval, eliminando a curvatura de campo foi utilizado pela primeira vez por J. Petzval[17,18]. A condição de Petzval aplicada para um sistema óptico de várias elementos é descrita por:

$$\sum \frac{1}{n_i f_i} = \frac{1}{R_{P'}} = 0 \tag{4.52}$$

sendo $R_{P'}$ o raio de curvatura da superfície de Petzval.

Para a eliminação completa do astigmatismo e da curvatura de campo, as superfícies T' e S' deverão ser planas. Nesse caso a superfície de melhor foco seria também plana

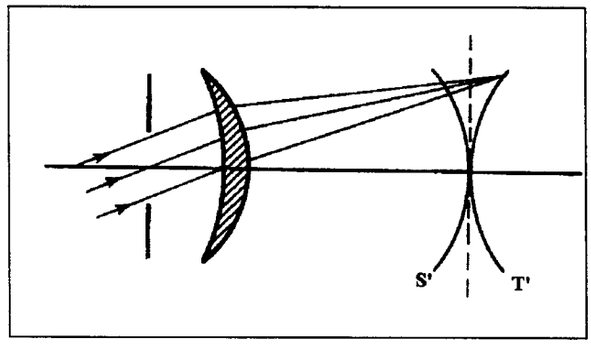


Figura 4.47: Eliminação da curvatura de Campo de Petzval de lentes usando de diafragmas ópticos.

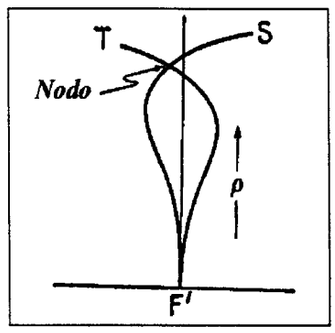


Figura 4.48: Curva típica de superfícies astigmáticas para lentes de câmera anastigmática.

e coincidiria com as superfícies T' e S'. Para uma lente simples, não é possível obter essa eliminação completa. Entretanto, introduzindo diafragmas adequados no eixo da lente, pode-se eliminar artificialmente o astigmatismo e a curvatura de campo, como mostra a figura 4.47. Neste arranjo, os raios principais oblíquos, são determinados pela abertura e não passam pelo centro da lente. A curvatura de campo pode ser eliminada pelas superfícies astigmáticas T' e S', cujas curvaturas devem ser iguais e opostas, de maneira que a superfície de melhor foco, que é o círculo de confusão mínima, seja plana, eqüidistante das superfícies T' e S' e perpendicular ao eixo da lente. Normalmente, ao eliminar a curvatura de campo de um sistema óptico qualquer, ocorre inevitavelmente astigmatismo e a qualidade de imagem piora à medida que o ponto-objeto afasta-se do eixo do sistema óptico. Para eliminar o astigmatismo, as superfícies T' e S' devem ter a mesma curvatura (figura 4.34(b)).

Em sistemas ópticos mais complexos, onde a condição de Petzval não pode ser satisfeita, sem afetar outros requisitos, uma lente de baixo poder é muitas vezes utilizada próximo ao plano da imagem. A lente auxilia a neutralizar a curvatura de campo sem comprometer

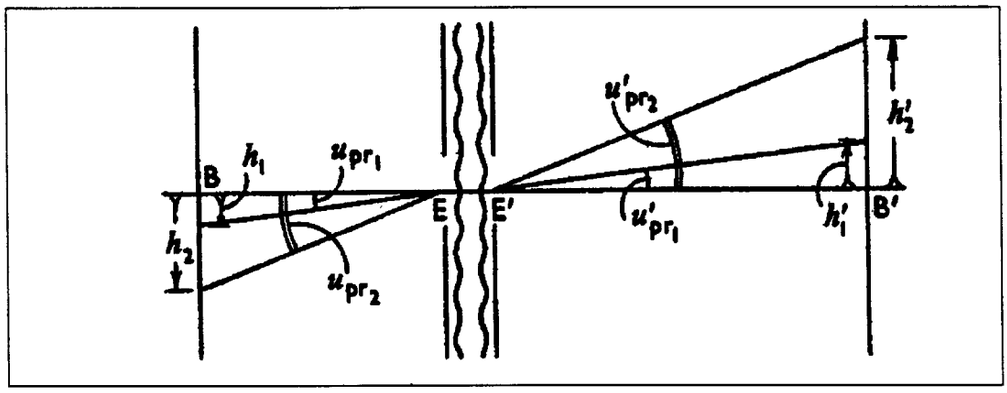


Figura 4.49: Condição de Tangente.

seriamente a qualidade de imagem. De acordo com a teoria de aberração de quinta ordem, as superfícies T' e S' podem ser realmente determinadas para coincidirem-se tanto em regiões marginais como também no centro do campo. O resultado obtido é um astigmatismo médio menor sobre o plano focal. A objetiva de uma câmera anastigmática é desenhado levando em conta este tipo de correção. A curva típica para tais objetivas é mostrada na figura 4.48, onde o melhor estado de correção é obtido ao fazer o ponto de cruzamento das superfícies T' e S', denominado de nodo, que deve ocorrer a uma distância relativamente pequena em frente ao plano focal. Para pontos-objetos muito distantes da lente, mas pouco afastados do eixo, a coma é mais prejudicial que o astigmatismo. No caso contrário, ocorre o inverso. Por este motivo, uma objetiva de luneta, cujo campo é pequeno, exigirá a correção de coma, mais do que o astigmatismo. Por outro lado, uma objetiva fotográfica de campo grande, o astigmatismo é mais significativo.

4.1.6.5 Distorção e Condição Tangente

O plano perpendicular ao eixo óptico passando por B' é o plano da imagem Gaussiana ilustrada pela figura 4.49. A entrada da pupila de entrada e saída são indicadas por E e E' respectivamente. Considerando que não há presença de aberração esférica, os raios principais partindo dos pontos-objetos no plano B atingem o plano Gaussiano em B', então, da figura 4.49 obtém-se as seguintes relações trigonométricas:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{tgu_{pr1}}{tgu_{pr2}} \quad e \quad \frac{h'_1}{h'_2} = \frac{tgu'_{pr1}}{tgu'_{pr2}}$$

Se

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{h'_1}{h'_2},$$

resulta:

$$\frac{tgu_{pr1}}{tgu'_{pr1}} = \frac{tgu_{pr2}}{tgu'_{pr2}},$$

ou seja, não há distorção se obedecer a condição:

$$\frac{tgu_{pr}}{tgu'_{pr}} = constante. \tag{4.53}$$

Este resultado é freqüentemente citada, porém sua aplicação é limitada, desde que seja válida somente quando há ausência de aberração esférica dos pontos da pupila E e E'. Na prática, a aberração esférica é corrigida para os planos do objeto e imagem e não para os planos das pupilas de entrada e saída.

4.1.6.6 Distorção e Efeito dos Diafragmas Ópticos

A presença da distorção é freqüentemente associado à limitação de feixe de raios por diafragmas ou por elementos agindo efetivamente como diafragmas. Para observar este efeito, a figura 4.50 mostra a imagem formada por uma lente simples de um ponto-objeto fora do eixo óptico. Dois feixes de raios são traçados, cada um é limitado por um diafragma de abertura colocado em duas posições: (1) distante da lente e (2) próxima à lente. Quando um diafragma aproxima-se da lente, o caminho geométrico em direção da lente é mais curta. A razão entre a distância-imagem e distância-objeto medida ao longo do raio principal é menor, reduzindo a magnificação lateral, o que ocorre com o diafragma na posição (1). Este decréscimo na magnificação lateral devido à posição da abertura é mais notável quando o ponto-objeto distancia-se do eixo óptico, de maneira que a imagem sofre uma distorção em barril, ilustrada pela figura 4.51. O efeito de posicionar o diafragma de abertura entre a imagem e a lente, pode ser analisado pela mesma figura 4.50, por trocar o sentido dos raios e invertendo as posições de objeto e imagem. Desta forma, a razão entre a distância-imagem e a distância-objeto ao longo do raio principal é maior, quando um ponto-objeto distancia-se do eixo óptico. O resultado é um aumento na magnificação lateral, produzindo uma distorção em almofada, ilustrada pela figura 4.53. Quando o diafragma de abertura está localizada na posição da lente, tais distorções não ocorrem, como ilustra a figura 4.52. Um dubleto simétrico em relação a um diafragma central, combinando ambos os efeitos de distorção, gera um sistema livre de distorção para uma magnificação unitária, como ilustra a figura 4.54. Com outras magnificações, as lentes devem ser

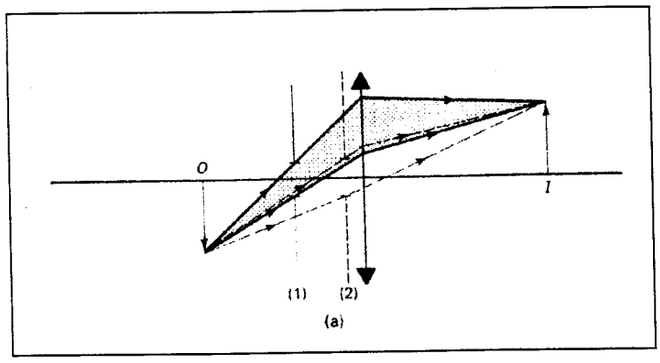


Figura 4.50: Diagrama de posições do diafragma de abertura sobre uma lente simples.

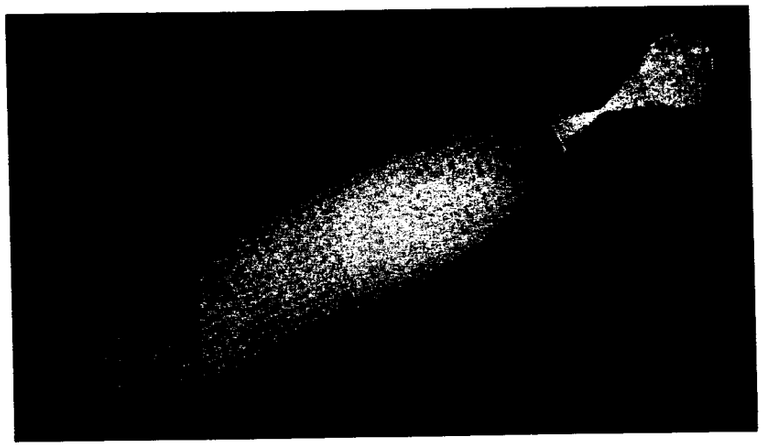


Figura 4.51: Imagem de um objeto quadriculado com o diafragma posicionado entre o objeto e a lente, ocorrendo distorção em barril.

corrigidas para a aberração esférica com relação às pupilas de entrada e saída. As duas pupilas S' e S'' coincidem com os planos principais da combinação. Tal sistema de lentes corrigido é denominado de dubleto ortoscópico. Por causa desta combinação não poder ser corrigida para a aberração esférica em relação aos planos do objeto e imagem, e ao mesmo tempo, em relação às pupilas de entrada e saída, o sistema apresenta, além da aberração esférica, astigmatismo. Em instrumentos destinados apenas a emprego visual, não há inconveniente em admitir-se uma distorção moderada, mas é evidente que uma câmara, destinada à aerofotogrametria ou à cópia de desenhos, deve ser dotada de lentes isentas de distorção, definidas como lentes ortoscópicas. Muitas objetivas fotográficas e lentes de projeção são construídas desta forma.

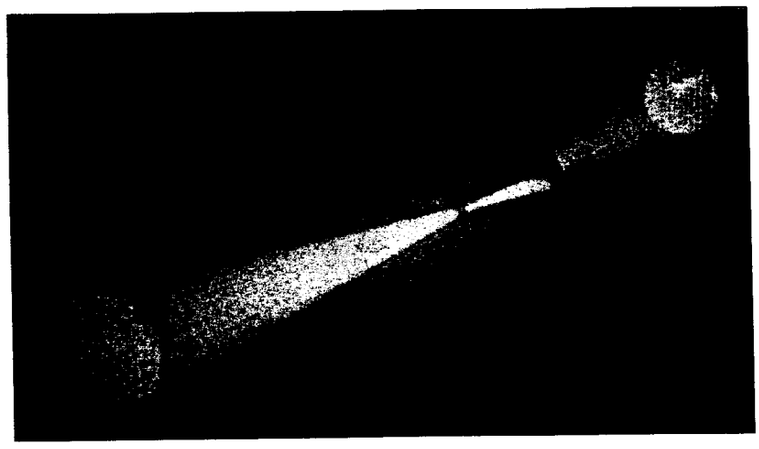


Figura 4.52: Imagem de um objeto quadriculado com o diafragma sobre a lente, a imagem é livre de distorção.

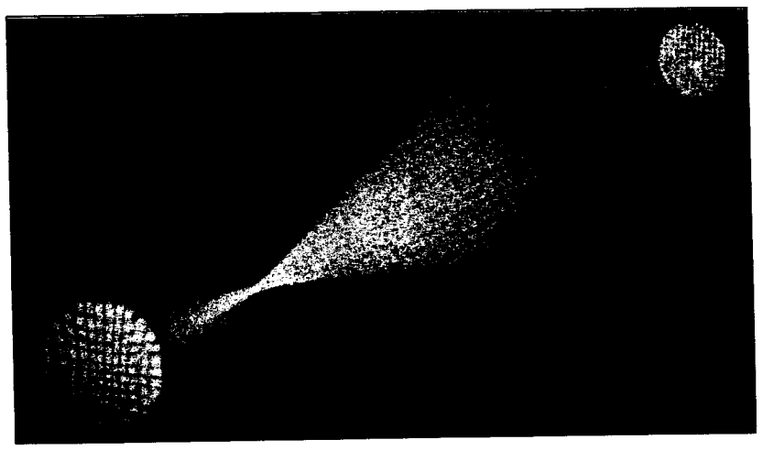


Figura 4.53: Imagem de um objeto quadriculado com o diafragma posicionado entre a lente e a imagem, ocorrendo distorção em almofada.

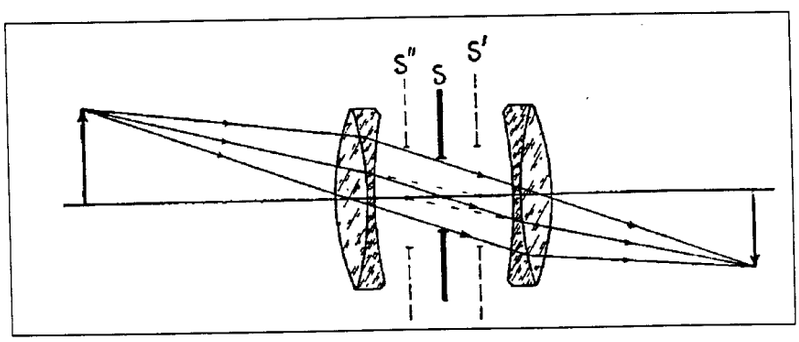


Figura 4.54: Dubleto simétrico com o diafragma posicionado no centro, é um sistema livre de distorção, denominado de lente ortoscópica.

Em resumo, a aberração esférica e coma podem ser corrigidos usando um dubleto de formas convenientes, astigmatismo e curvatura de campo requerem para suas correções o uso de vários componentes ópticos separados e distorção pode ser minimizado pelas posições adequadas de um diafragma óptico.

4.1.6.7 Limite de $\lambda/4$ de Rayleigh em Aberrações

O efeito da aberração sobre cada ponto no objeto é distorcer a frente de onda emergente de sua forma esférica ideal. Isto causa uma deterioração na qualidade de imagem. É importante conhecer a quantidade de aberração mínima necessária por um sistema óptico para que a qualidade de imagem comece a ser seriamente prejudicada. De acordo com L. Rayleigh, não existe apreciável deterioração da qualidade de imagem, se a diferença de fase introduzida não exceder o valor de $\pi/2$. Desde que a aberração também introduz diferença de fase entre os distúrbios de diferentes elementos da frente de onda, o mesmo critério pode ser aplicado. Então, pode-se dizer que a qualidade de imagem não será seriamente prejudicada, se a aberração de frente de onda introduzida por um sistema óptico não exceder de $\lambda/4$[11]. Assumindo-se que a aberração de onda é reduzida tanto quanto for possível, por uma escolha adequada da esfera de referência, é no centro desta esfera que a melhor imagem será formada.

Para assegurar o alto grau de correção, normalmente é necessário empregar sistemas ópticos complexos e caros, desenhados por sofisticados programas de Desenho Óptico, o que obriga para muitos propósitos a escolha de sistemas menos perfeitos, mas que possam ser empregados. Desta forma, pode ser satisfatório analisar a imagem em termos de Óptica Geométrica e definir o limite de aberração por estabelecer um limite sobre o tamanho da mancha de luz formada pela intersecção do feixe de raios com o plano da imagem.

4.2 Aberração Cromática

Nas discussões da teoria de terceira ordem, a variação do índice de refração do meio em relação ao comprimento de onda não foi levado em conta. Considerando-se o índice de refração n como uma quantidade constante, desde que o interesse foi investigar o comportamento dos sistemas ópticos em relação a luzes monocromáticas. Por causa do índice de refração de todos os meios transparentes variar com o comprimento de onda, uma lente simples não forma somente uma imagem de um objeto, mas uma série de imagens, um para cada comprimento de onda da luz presente no feixe. Portanto, uma fonte pontual infinitamente distante sobre o eixo

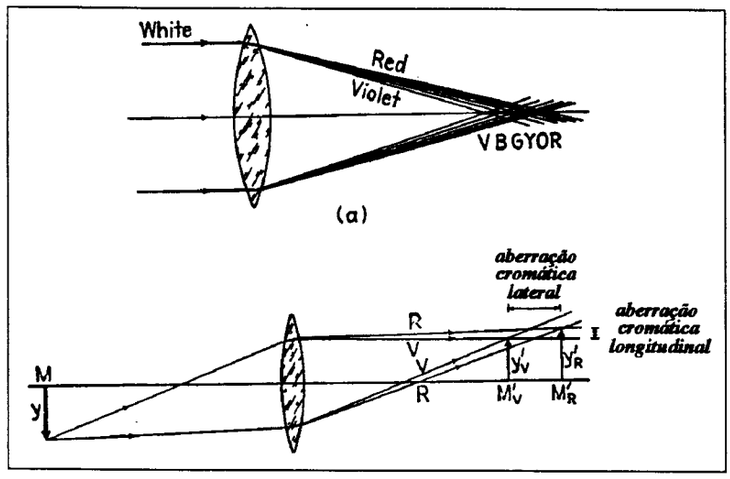


Figura 4.55: (a) Aberração cromática de uma lente simples para luz branca paralela, (b) Os tipos de aberração cromática de uma imagem.

óptico da lente, forma uma série de imagens coloridas, que são representadas na figura 4.55(a). O efeito prismático da lente, que aumenta na direção das bordas, é tal que causa a dispersão da luz e faz a luz violeta estar mais próxima do foco da lente.

Como a distância focal de uma lente varia em função do índice de refração do material que o constitui, então, a distância focal não é a mesma para cada comprimento de onda. Como conseqüência da variação da distância focal em função do comprimento de onda, a magnificação da imagem deve também variar. Então, devido à dependência da magnificação com a distância focal, as imagens terão distâncias diferentes para cada comprimento de onda. Isto pode ser visto pela figura 4.55(b), que mostra somente as imagens violeta e vermelha (as cores do extremos do espectro visível) de um ponto-objeto fora do eixo óptico. A distância longitudinal entre as imagens é definida como aberração cromática longitudinal ou axial e a diferença lateral da altura da imagem é definida como aberração cromática lateral ou transversal. Estas aberrações estão esquematizadas na figura 4.55(b). Por estas aberrações serem frequentemente comparáveis em magnitude com as aberrações de Seidel, correções para ambas as aberrações cromáticas são de grande importância. A comparação relativa das magnitudes das aberrações cromática lateral e esférica pode ser feita por uma lente biconvexa de vidro do tipo *crown* para confecção de óculos, que tendo distância focal de 100 mm e diâmetro de 30 mm, apresenta aberração cromática lateral de 2,5 mm e a mesma quantidade de aberração esférica para raios marginais.

O método usual empregado para corrigir a aberração cromática é utilizar uma

lente dupla formada por duas lentes delgadas em contacto e constituídas de vidros com qualidade óptica diferente. Tal lente é projetada de forma que apresente a mesma distância focal para dois comprimentos de onda quaisquer, ou seja, a aberração cromática de uma das lentes é compensado pela aberração cromática da outra. Este tipo de lente é denominada de dubleto acromático. Os vidros usuais empregados para este tipo de dubletos são do tipo *crown* e *flint*.

Sejam os vidros empregados do tipo *crown* e *flint* e os comprimentos de onda λ_F e λ_C, para os quais o dubleto deve ser acromatizado com relação à distância focal f_0. Então, da equação que fornece a convergência do dubleto dada pela equação 2.150, considerando $d = 0$, obtém-se:

$$\frac{1}{f_0} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'} \tag{4.54}$$

onde f é a distância focal da lente de *crown* e f' a distância focal da lente de *flint*. Usando a equação de lentes delgadas 2.137 obtém-se:

$$\frac{1}{f_0} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + (n'-1)\left(\frac{1}{r'_1} - \frac{1}{r'_2}\right)$$

onde n, r_1 e r_2 representam a lente de *crown* e n', r'_1 e r'_2 representam a lente de *flint*. Fazendo-se:

$$\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = K \qquad e \qquad \left(\frac{1}{r'_1} - \frac{1}{r'_2}\right) = K' \tag{4.55}$$

obtém-se:

$$\frac{1}{f_0} = K(n-1) + K'(n'-1). \tag{4.56}$$

Mas a distância focal f_0 deve ter o mesmo valor para os comprimentos de onda λ_F e λ_C, ou seja,

$$K(n_F - 1) + K'(n'_F - 1) = K(n_C - 1) + K'(n'_C - 1).$$

Simplificando esta equação, pode ser reduzida a:

$$\frac{K}{K'} = -\frac{n'_F - n'_C}{n_F - n_C}\,. \tag{4.57}$$

As convergências das lentes para um comprimento de onda intermediário λ_D, são:

$$\frac{1}{f_D} = K(n_D - 1) \qquad e \qquad \frac{1}{f'_D} = K'(n'_D - 1). \tag{4.58}$$

Logo,

$$\frac{K}{K'} = \frac{(n'_D - 1)\,f'_D}{(n_D - 1)\,f_D}\,. \tag{4.59}$$

Igualando as relações 4.57 e 4.59 obtém-se:

$$\frac{f'_D}{f_D} = -\frac{n'_F - n'_C}{n'_D - 1} \div \frac{n_F - n_C}{n_D - 1} \tag{4.60}$$

de onde pode-se definir os poderes dispersivos como:

$$\frac{n_F - n_C}{n_D - 1} = \frac{1}{\nu} \quad e \quad \frac{n'_F - n'_C}{n'_D - 1} = \frac{1}{\nu'} \tag{4.61}$$

sendo $\frac{1}{\nu}$ e $\frac{1}{\nu'}$ os poderes dispersivos dos vidros ópticos *crown* e *flint*, respectivamente. O recíproco do poder dispersivo ν e ν', são as constantes fornecidas pelos fabricantes de vidros ópticos e definida como Número de Abbe (secção 2.1). Utilizando a relação 4.61, a equação 4.60 torna-se:

$$\frac{f'_D}{f_D} = -\frac{\frac{1}{\nu'}}{\frac{1}{\nu}} = -\frac{\nu}{\nu'}. \tag{4.62}$$

Assim, a razão das distâncias focais das lentes para o comprimento de onda λ_D deve ser igual a razão dos poderes dispersivos dos mesmos, precedida de um sinal negativo. Nota-se que ν' e ν são positivos, então, a razão das distâncias focais será necessariamente negativa, isto é, a lente dupla acromática (dubleto acromático) deve consistir em uma lente convergente e outra divergente. Supondo ser a lente convergente de *crown* e a lente divergente de *flint* e a luz incidindo na lente de *crown*, então, o raio de curvatura r_2 da superfície emergente da lente de *crown* deve ser igual ao raio de curvatura r'_1 da superfície de incidência da lente de *flint*, pois as superfícies das lentes em contacto são coladas uma a outra. Rearranjando a equação 4.62 torna-se:

$$\nu f_D + \nu' f'_D = 0 \tag{4.63}$$

Reescrevendo a equação 4.56 para o comprimento de onda intermediário λ_D, obtém-se:

$$\frac{1}{f_0} = K(n_D - 1) + K'(n'_D - 1). \tag{4.64}$$

Rearranjando a relação 4.59 adequadamente e utililizando juntamente com as relações 4.62 e 4.58 na equação 4.64, obtém-se as relações:

$$\frac{1}{f_D} = \frac{1}{f_0}\left(\frac{\nu - \nu'}{\nu}\right) \quad e \quad \frac{1}{f'_D} = -\frac{1}{f_0}\left(\frac{\nu - \nu'}{\nu'}\right) \tag{4.65}$$

Então, a partir das relações 4.65 é possível determinar os quatro raios de curvatura de um dubleto acromático para uma certa distância focal requerida. Sabendo-se que a condição $r_2 = r'_1$ pode ser imposta no caso de dubletos, os tipos de vidros *crown* e *flint* devem ser selecionados, de maneira que as constantes de dispersão ν e ν' podem ser calculadas pela relação 4.61 e

SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO

consequentemente as distância focais f_D e f'_D são obtidos pela relação 4.65. Os valores de K e K' são determinados pela relação 4.58 e finalmente os raios de curvatura obtidas pela relação 4.55. Normalmente a determinação dos raios de curvatura é realizada considerando os outros tipos de aberrações possivelmente presentes. Portanto, pode-se impor arbitrariamente mais uma condição, destinada à correção de outras aberrações, como a aberração esférica, ao supor ser a lente de *crown* plano-convexa, com a superfície convexa voltada para os raios de luz incidentes, de forma que $r_1 = \infty$. Isto enfatiza a importância da escolha dos tipos de vidros, de maneira a obter o poder dispersivo apropriado.

Se o dubleto for acromatizado para os quatro comprimentos de onda C, D, F e G', as diferenças de distância focal entre f_C, f_D e f_F são desprezivelmente pequenas, mas $f_{G'}$ é aproximadamente $1/5$ mm maior que os outros. Esta diferença para região de luz fora das linhas C e F resulta numa pequena zona circular de cor em volta de cada ponto-imagem, que é definida como espectro secundário. O espectro secundário pode ser reduzido com duas lentes de índices de refração diferentes, com a condição de que a lente tendo um alto índice, tem um poder dispersivo muito pequeno. Este tipo de vidros são desenvolvidos por *Jena Glass Works*[6]. Com estes vidros é possível corrigir a aberração cromática e curvatura de campo ao mesmo tempo. A condição de Petzval para planificar a curvatura de campo pode ser escrito por:

$$fn + f'n' = 0,$$

enquanto que pela relação 4.63 pode-se escrever:

$$f\nu + f'\nu' = 0;$$

eliminando f e f', resulta:

$$\nu n = \nu' n'.$$

Este resultado é obtido somente para lentes delgadas, de maneira que não exista nenhuma variação da posição dos pontos principais em relação a cor. Um sistema, que é aplanático (livre de aberração esférica e coma), acromático para duas ou mais cores, e livre do espectro secundário, é denominado de sistema apocromático.

As lentes corrigidas para a aberração cromática longitudinal, têm sido corrigidas também para a aberração cromática lateral. Distâncias focais iguais para cores diferentes produzem a mesma magnificação, mas as imagens coloridas diferentes ao longo do eixo coincidem somente se os pontos principais também coincidirem. Na prática, os pontos principais de uma

lente delgada estão tão próximos que ambos os tipos de aberração cromática podem ser corrigidos. Em lentes espessas a aberração cromática longitudinal estará ausente, se as cores forem corrigidas para um mesmo ponto-imagem axial. A aberração cromática lateral estará presente, por causa dos pontos principais para o comprimento de onda azul (λ_F) e para comprimento de onda vermelho (λ_C) não coincidirem-se, de forma que as distâncias focais não serão iguais e a magnificação será diferente para cores diferentes. Consequentemente as imagens formadas em diferentes cores terão tamanhos diferentes.

É possível acromatizar para uma distância focal sem empregar duas espécies de vidros diferentes, mas construindo-se um sistema constituído de duas lentes delgadas separadas por uma dada distância. A distância focal f_0 do sistema de lentes é dada por (2.150):

$$\frac{1}{f_0} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'} - \frac{d}{ff'} \tag{4.66}$$

onde: f e f' são as distâncias focais das lentes simples e d é a distância que separa as duas lentes. Utilizando a equação de lentes delgadas, a equação 4.66 pode ser reescrita como:

$$\frac{1}{f_0} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + (n-1)\left(\frac{1}{r_1'} - \frac{1}{r_2'}\right) - d\left((n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)\right)\left((n-1)\left(\frac{1}{r_1'} - \frac{1}{r_2'}\right)\right).$$

Fazendo-se:

$$\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = K \qquad e \qquad \left(\frac{1}{r_1'} - \frac{1}{r_2'}\right) = K' \tag{4.67}$$

obtém-se:

$$\frac{1}{f_0} = K(n-1) + K'(n-1) - dKK'(n-1)^2. \tag{4.68}$$

Deseja-se que f_0 seja independente do comprimento de onda. Assim,

$$\frac{d}{d\lambda}\left(\frac{1}{f_0}\right) = K\frac{dn}{d\lambda} + K'\frac{dn}{d\lambda} - 2dKK'(n-1)\frac{dn}{d\lambda} = 0,$$

ou seja,

$$\frac{dn}{d\lambda}[K + K' - 2dKK'(n-1)] = 0.$$

Mas $\frac{dn}{d\lambda}$ é a declividade da curva de índice de refração em função do comprimento de onda e não é nula. Em conseqüência, o termo entre colchetes deve ser nulo, isto é,

$$d = \frac{K + K'}{2KK'(n-1)}.$$

Multiplicando numerador e denominador por $(n-1)$ e substituindo $K(n-1)$ por $1/f$ e $K'(n-1)$ por $1/f'$, obtém-se:

$$d = \frac{\frac{1}{f} + \frac{1}{f'}}{\frac{2}{ff'}} = \frac{f + f'}{2}. \tag{4.69}$$

Portanto, se duas lentes feitas de mesmo material separadas por uma distância igual a metade da soma das duas distâncias focais, possui uma distância focal efetiva corrigida para todas as cores próximas para as quais f e f' forem calculadas. Para instrumentos visuais, esta cor é escolhida para ser o ponto máximo da curva de brilhância visual. Tais dubletos espaçados são usados em diversas oculares, por causa da aberração cromática lateral ser corrigida através da constância da distância focal. Contudo, a aberração cromática longitudinal é relativamente grande, devido à diferença grande nos pontos principais para as diferentes cores. Um sistema de lentes corrigida desta forma, não está sujeita a acromatização total, para que a distância focal seja a mesma para todos os comprimentos de onda. O método de acromatizáção reduz f_0 ao mínimo para um comprimento de onda particular, a qual f e f' referem-se. Como acontece com todas as funções que passam por um mínimo, ligeiras variações para um ou outro lado desse mínimo produzem variações muito pequenas da função.

Em resumo, um sistema óptico pode ser afetada por sete aberrações primárias, dos quais cinco são aberrações monocromáticas de terceira ou ordens mais altas e duas aberrações cromáticas. Não é possível desenhar um sistema óptico totalmente livre de aberrações, um bom sistema óptico é feito por um balanceamento apropriado das várias aberrações, conforme o propósito de sua utilidade. Em uma objetiva telescópica, a correção das aberrações cromática, esférica e coma são de primeira importância. Por outro lado, astigmatismo, curvatura de campo e distorção não são tão críticos, por causa do campo visual, utilizada pela objetiva, ser relativamente pequeno. No caso de uma objetiva fotográfica de abertura e campo visual grandes, a situação é exatamente contrária.

Capítulo 5

Desenho Óptico

A Óptica Geométrica é o princípio fundamental para o desenho de sistemas ópticos, uma das áreas mais tradicionais da Óptica, que estuda da formação de imagens em sistemas ópticos simples ou complexos. A Óptica Geométrica abriu caminho para a criação de uma especialidade, que estuda a otimização dos sistemas ópticos e é referida como Óptica Técnica. Com o desenvolvimento tecnológico nas diversas áreas da Ciência, a Óptica Técnica vem desenvolvendo um papel importante no projeto de sistemas ópticos cada vez mais sofisticados, conforme as mais variadas finalidades requeridas por específicos instrumentos em determinadas áreas tecnológicas. Uma das principais funções da Óptica Técnica é a produção de uma imagem otimizada através dos sistemas ópticos, para tal estudam-se as técnicas de desenho, análise e avaliação dos sistemas ópticos, a área que denomina-se Desenho Óptico. O Desenho Óptico de um sistema fundamenta-se na aplicação de princípios físicos, matemáticos, mecânicos e eletrônicos para a caracterização da imagem formada pelos sistemas ópticos, cuja finalidade é produzir uma característica óptica otimizada para uma específica aplicação. O processo de otimização é conseguido através da versatilidade da técnica computacional no cálculo do traçado de raios nos sistemas ópticos, que é o instrumento essencial do Desenho Óptico.

5.1 Técnica de Desenho Óptico

O Desenho Óptico de um sistema consiste basicamente de três estágios: o primeiro é esquematizar o sistema óptico a partir do traçado de raios paraxiais, o segundo é encontrar uma solução aproximada por algum método numérico a partir de teoria de aberrações de terceira ordem e o terceiro é alterar as variantes iniciais do sistema óptico gradualmente a partir do traçado de um grande número de raios até atingir a solução final, minimizando as aberrações residuais de ordens mais altas e satisfazendo todas as condições impostas. Estes três estágios são obtidos com o auxílio de *sotfwares* de Desenho Óptico. Existem diversos tipos

de *sotfwares* de Desenho Óptico disponíveis no mercado, cuja escolha é determinada pelo grau de precisão e sofisticação dos instrumentos ópticos projetados pelo usuário. O Desenho Óptico fornece diversos recursos progressivos, a partir de representações gráficas à métodos de análise numérica, com o intuito de obter a otimização de quaisquer sistemas ópticos, cujo resultado é altamente preciso, levando em consideração os problemas de aberrações existentes naturalmente em quaisquer sistemas ópticos.

Um sistema óptico pode ser uma simples lupa ou um complexo sistema como um microscópio ou um interferômetro, que pode consistir de várias lentes, prismas, filtros, espelhos, separador de feixes, polarizadores e outros componentes ópticos, cujo propósito específico é formar uma imagem perfeita de um objeto sobre um detector, um sensor ou mesmo o olho humano. Estes sistemas simples, tais como uma lupa ou compostos de várias lentes podem ser calculados analiticamente de forma bastante simples, porém tais sistemas apresentam um desempenho limitado devido às imperfeições ópticas inoportunas sempre presentes na imagem de quaisquer sistemas ópticos. Estas imperfeições ópticas são denominadas de aberrações ópticas e são devido às formas dos componentes ópticos não ideais e à dispersão do material dos componentes. Com o objetivo de eliminar tais aberrações, principalmente quando se trata de instrumentos de alto grau de magnificação e precisão, os sistemas ópticos são projetados de forma a constituírem-se de diversos componentes ópticos com forma e materiais diferentes. Contudo, não existem formas analíticas pré-estabelecidas para o cálculo de um sistema óptico complexo. Desta forma o método de cálculo do traçado de raios paraxiais de um sistema óptico é o objeto fundamental do Desenho Óptico, cuja finalidade é proporcionar o desenho e a otimização do sistema óptico a partir de um *software* específico, que possibilite a reprodução de um sistema óptico real e permita a minimização das imperfeições ópticas através de metodologias matemáticas de otimização.

A avaliação através da Óptica Geométrica constitui o ponto de partida para o estudo dos sistemas ópticos, de forma que utiliza em primeira instância o método de traçado de raios, cuja função é estabelecer a evolução dos raios através do sistema óptico. A etapa seguinte é estabelecer as condições necessárias para interpretar a relação existente entre o objeto e sua imagem a partir de métodos de traçado de raios adequados. A terceira etapa consiste em estabelecer algum algorítimo que concilie todos os parâmetros necessários para obter o sistema óptico requerido e apresentar uma representação gráfica dos resultados obtidos para sua interpretação. Finalmente, a otimização do sistema óptico tem como objetivo introduzir

mudanças nas variáveis do sistema, cuja finalidade é obter um conjunto de variáveis ótimas em função dos parâmetros requeridos. Programas de computadores especializados são usados para obter a otimização e a análise dos sistemas ópticos. A metodologia de otimização consiste em variar cada variável, tais como: raio de curvatura, espessura, índice de refração, poder de dispersão e outros, por um pequeno incremento até obter a configuração otimizada. O resultado é a derivada parcial, ou seja:

$$\frac{\partial P}{\partial V_1}; \frac{\partial P}{\partial V_2}; \frac{\partial P}{\partial V_3} \cdots$$

onde V_1, V_2, V_3 ... são variáveis individuais e P é a função-mérito, que representa a magnitude da qualidade do desempenho do sistema óptico. Esta série de equações simultâneas é resolvida minimizando as imperfeições residuais do sistema óptico, ou seja, até obter uma função-mérito minimizada. Embora cada *software* de Desenho Óptico tenha suas características próprias e sejam ligeiramente diferentes de uma empresa para outra, a técnica básica de otimização empregada é a mesma[2].

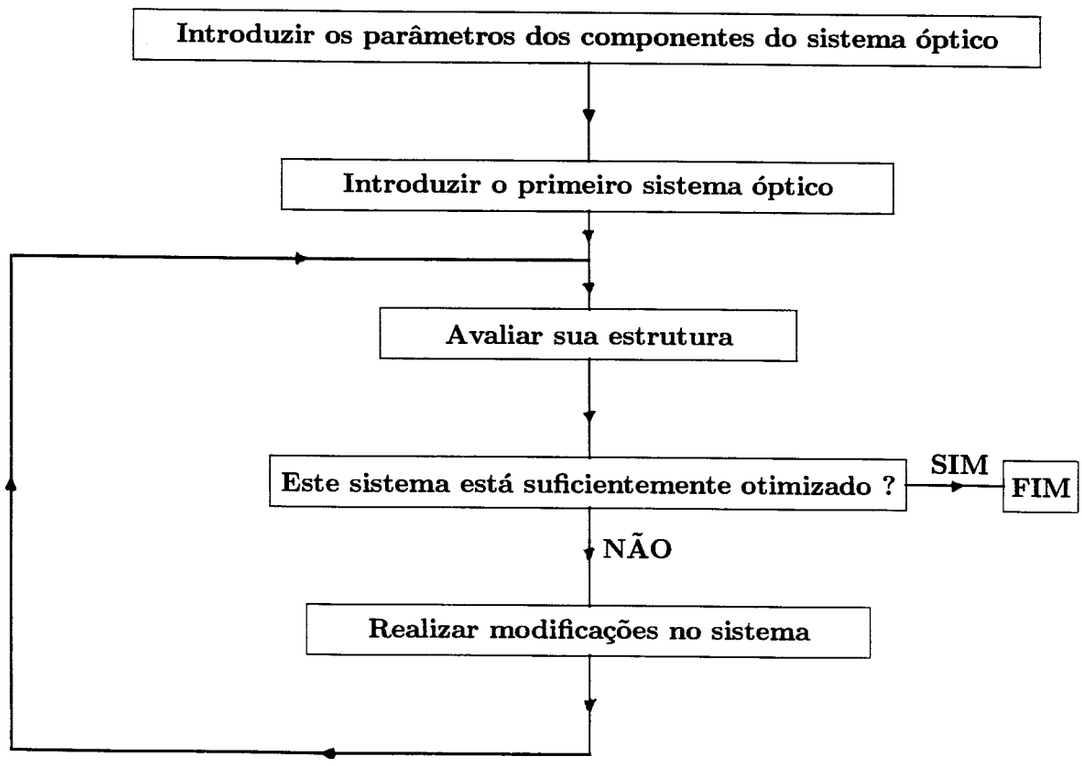
5.2 Processo do Desenho de Sistemas Ópticos

A produção de um sistema óptico, seja um protótipo ou produção em série, segue necessariamente três estágios bem definidos. O primeiro é obter o esquema inicial determinando os componentes básicos a serem utilizados no sistema óptico em função dos requisitos e objetivos do sistema requerido; o segundo é propriamente o Desenho Óptico do sistema otimizado, é o estágio responsável por todo o projeto óptico, que deve manter equilibrados a precisão óptica e o custo dos componentes ópticos que compõem o sistema óptico; o terceiro é o estágio denominado de engenharia óptica, que é o responsável pela parte mecânica que acopla todos os componentes constituintes do sistema óptico, conforme projetados pelo segundo estágio.

Um sistema óptico consiste-se de um conjunto de componentes ópticos projetados para produzir um determinado resultado. Antes deste sistema óptico ser construído, ele deve ser desenhado, ou seja, os raios de curvaturas das superfícies, as espessuras, as distâncias entre componentes, os diâmetros dos componentes e os tipos dos vidros utilizados devem ser determinados e especificados. A razão para a complexidade na realização do desenho de sistemas ópticos é que diferentemente dos casos ideais, os raios em todos os comprimentos de onda originados de um dado ponto-objeto não formam precisamente um ponto-imagem, e a imagem de um objeto plano não é plana, ela apresenta imperfeições de forma. Estas imperfeições nas imagens são conhecidas como aberrações formadas pelos próprios componentes constituintes

do sistema óptico. As aberrações típicas são as monocromáticas, classificadas em aberração esférica, coma, astigmatismo, curvatura de campo e distorção, e as cromáticas classificadas em longitudinal e transversal. Estas aberrações são defeitos matematicamente predizíveis e podem ser minimizadas por selecionar uma configuração apropriada do sistema óptico. Esta configuração pode ser obtida ajustando-se a forma ou a curvatura, a posição, a espessura, os índices de refração e poder de dispersão do material e outros parâmetros dos componentes constituintes do sistema óptico durante o processo de otimização a partir do desenho inicial. Algumas aberrações podem ser melhoradas ao se variar a forma de um ou mais componentes do sistema óptico, outras exigem uma modificação drástica da estrutura inteira do sistema óptico. O desenho do sistema óptico totalmente corrigido e otimizado para uma abertura relativa alta e capaz de gerar uma imagem cobrindo um campo angular grande era um problema de grande dificuldade e chegou a levar alguns meses para atingir uma otimização mínima por volta de 1960. Este tempo era gasto inteiramente em cálculos repetitivos de traçados de raios com uma precisão de até sete casas decimais. Hoje com acesso a computadores de alta velocidade, esses cálculos têm-se tornado cada vez mais rápidos e eficazes para a realização do processo de otimização[19,20].

O processo de desenho de sistemas ópticos é ilustrado pelo diagrama a seguir:



Para realizar a otimização de um sistema óptico, segue-se basicamente o processo ilustrado pelo diagrama, quaisquer que seja o tipo de *software* de Desenho Óptico em manuseio. Assim, para o processamento dos dados do sistema óptico, com finalidade de atingir os parâmetros necessários para sua otimização, a escolha de uma solução puramente matemática seria muito complexa para tornar o sistema real e viável para a confecção. Desta forma tem-se utilizado o conhecimento dos princípios ópticos e físicos para selecionar como solução: uma primeira aproximação para o sistema óptico requerido, através do traçado de raios paraxiais. Consequentemente é realizada uma primeira avaliação do sistema, se necessário é possível fazer algumas variações nos parâmetros dos componentes do sistema para poder reotimiazá-lo, reavaliá-lo e assim consecutivamente, até obter-se a configuração final otimizada do sistema óptico.

Em síntese, o desenho de um sistema óptico envolve a aplicação de princípios científicos e técnicos para a obtenção de uma imagem ótima formada por meio de um sistema óptico. Com a finalidade de produzir um desenho de um sistema óptico ajustável para uma determinada aplicação, precisa-se analisar a imagem geométrica formada pelo sistema óptico, considerando-se o traçado de raios, correção de aberrações e otimização deste sistema. Esta imagem deve-se estar minimizada em relação às aberrações que um sistema normalmente apresenta, ou devido à forma dos componentes ópticos ou devido ao comprimento de onda da fonte de luz. O desenho de um sistema óptico totalmente otimizado é obtido corrigindo-se o raio, a forma, o material, a posição e o número dos elementos ópticos que compõem o sistema óptico. Essas correções devem ser realizadas conforme a aplicação do sistema óptico. Pelo fato de um sistema óptico apresentar vários elementos ópticos, é muito difícil, minimizar todas as aberrações simultaneamente, normalmente ajusta-se, de forma a obter a melhor imagem para uma determidada finalidade, que pode não ser a melhor imagem para um outro instrumento óptico. Existe ainda dois outros fatores preponderantes para produzir um desenho de um sistema óptico, a dimensão e o custo dos materiais utilizados, nem sempre o sistema mais otimizado é viável em termos de produção. Desta forma, é necessário realizar uma análise, não somente científica e técnica, mas também uma análise quanto ao custo para confecção. Todos esses itens são imprescindíveis a um desenhista de sistemas ópticos.

5.3 Code V

Code V é um programa sofisticado para Desenho Óptico e análise de sistemas ópticos, produzida pela Optical Research Associates (ORA), e que proporciona ao usuário a facilidade de manuseio, sem necessitar conhecimentos profundos de programação em computadores. Code V pode ser usado para desenho e análise de vários sistemas. Além da característica de otimização e análise, o programa avalia ainda a tolerância para produção: custo, manufatura e alinhamento[21,22].

5.3.1 Estrutura do Code V

A figura 5.1 representa a interação entre usuário e o Code V, via interface interativa do *software* por meio *windows* (*Screen Mode*) ou via linha de comando (*Command Mode*). A estrutura consiste em:

- Opção *Lens Data Manager* (LDM) – para introdução dos dados do sistema óptico.
- Opções para alterações dos dados de acordo com os objetivos definidos pelo usuário.
- Opções para análise e avaliação de imagem do sistema óptico.
- Opções para avaliações dos dados que permitem a manufatura do sistema óptico.
- Opções para interface com outros programas ou equipamento de teste (*hardware*).
- Funções utilitários para manuseio de arquivos e impressão dos dados definidos.

Em *Lens Database* introduzido pela opção LMD, está toda a informação óptica relevante do sistema óptico definido pelo usuário. Todas as outras opções podem ser utilizadas para modificar-lhe ou adicionar-lhe informações. Para um sistema de lentes complexo, *Lens Database* pode conter dados que descrevem características diversas: curvaturas de superfície, deposição de filmes finos de multicamadas, campo de visão, inclusão de aberturas e diafragmas, dados do interferograma e tolerância para fabricação. Além disso, interfaces especiais entre Code V e outros programas (CAD/CAM, CAE, MSC/NASTRAN, *Integrated Solids Modeling, Thermal/Structural Program*) ou interface à interferômetros para correção de deformações em superfícies, podem requerer todas as informações de *Lens Database* para a intercomunicação.

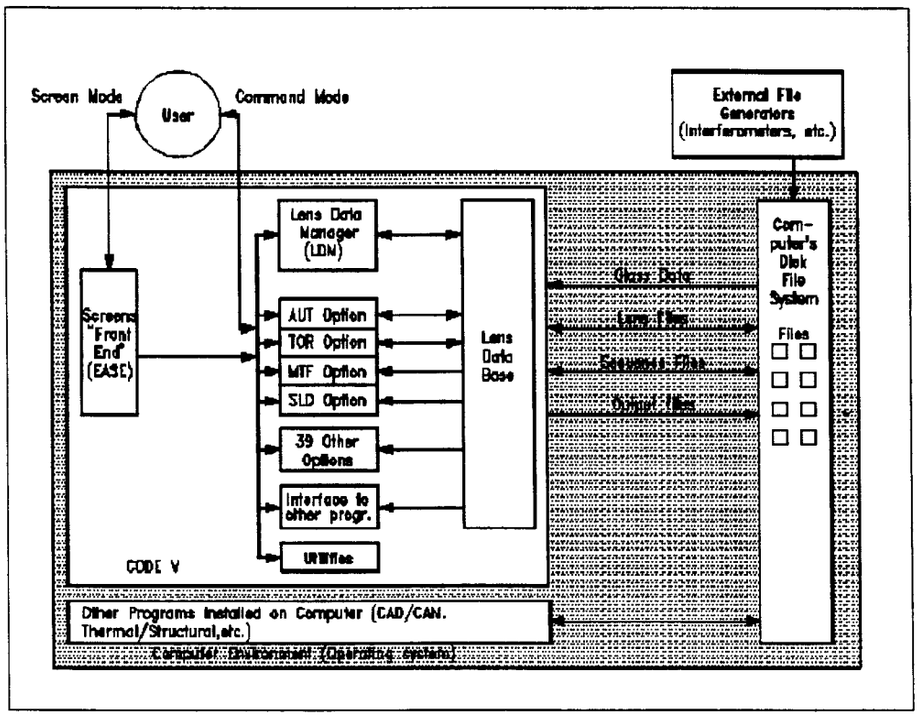


Figura 5.1: Estrutura do code V.

As opções oferecidas pelo Code V são:

- *Automatic Design* – modifica todas as variáveis permitidas para otimização do sistema óptico.
- *Image Evaluation* – fornece várias técnicas de avaliação, dos quais pode-se selecionar a forma mais conveniente à especificação requerida pelo usuário, para predizer a execução dos sistemas de lentes:

PSF – *Point Spread Function* – calcula as características da imagem do objeto puntual, icluindo o efeito de difração.

SPO – *Spot Diagram* – gera o traçado de raios que interceptam a superfície da imagem para representar a imagem característica. O efeito da difração é ignorada.

RAD – *Encircled Energy* – Calcula a distribuição de energia radial. O efeito da difração é ignorada.

LSF – *Line Spread Function* – calcula as características da imagem do objeto linear, incluindo o efeito de difração.

WAV – *Wavefront Analysis* – calcula características da frente de onda do sistema.

MTF – *Modulation Transfer Function* – calcula a função de transferência da modulação do sistema óptico.

PAR – *Partial Coherence* – calcula o perfil de intensidade policromática X e Y da imagem de um objeto específico, sob iluminação parcialmente coerente.

BIO – *Biocular Display Analysis* – calcula o comportamento do raio principal, em cada posição de *zoom*, relativo ao sistema de referência, que pode ser uma correção polinomial, outra posição *zoom*, ou uma lente perfeita paraxialmente de mesmo comprimento focal ou diferente.

- *Ray–Based Tolerancing* (TOR) – gera automaticamente os parâmetros de tolerância para manufatura.
- *Test Plate Fitting* – usando uma série de padrões de curvaturas disponíveis para confecção, ajusta automaticamente o sistema óptico, de maneira a manter a otimização obtida.
- *Environmental Analysis* – analisa o sistema óptico conforme a temperatura, gradiente térmico radial e pressão .
- *Spectral Analysis* – gera uma curva resposta espectral para o sistema óptico conforme a banda de comprimentos de onda usados no cálculo.
- *Multi-layer Coating Design* – opção que permite variações na deposição de filmes finos multi-camadas, independente dos dados do sistema de lentes.

Code V fornece utilidades, tais como:

- Biblioteca (*Library Maintenance*) – fornece uma série de sistemas ópticos padrões, que permitem ao usuário construir outros sistemas a partir deles ou modificá-los conforme necessidade.
- Catálogo de dados (*Glass Catalog Data* - GCD) – permite listar e analisar os tipos de vidros, conforme características fornecidos pelo fabricante.
- Formato Gráfico (*User-defined Grafics* - UGR) – permite ao usuário observar em forma gráfica todas as opções fornecidas pelo Code V.

Em síntese as etapas do processo de Desenho Óptico, operando o Code V é ilustrado a seguir:

1. Definir um sistema óptico a ser resolvido
2. Selecionar os dados iniciais
3. Escolher váriaveis apropriados
4. Executar a otimização do sistema óptico sujeito à etapa (3)
5. Executar a análise e avaliação do sistema óptico
6. Repetir as etapas (3) e (4) para modificar o sistema manualmente se necessário
7. Análise adicional incluindo: tolerância, efeitos do meio , etc.
8. Suporte de fabricação

O Code V é um dos *softwares* científicos mais sofisticados na área de Desenho Óptico, sendo portanto, uma poderosa ferramenta para o desenvolvimento de quaisquer instrumentos que exigem sistemas ópticos altamente otimizados.

Capítulo 6

Avaliação da Qualidade de Imagem em Sistemas Ópticos

A maioria dos sistemas ópticos têm como função principal a formação de imagem para serem detectadas e registradas por algum sensor de imagem tal como um filme fotográfico, câmera CCD ou diretamente por exame visual. A perspectiva de uso de tais sistemas ópticos requer que sua qualidade de imagem seja definida em termos relacionados a sua aplicação. A qualidade de imagem do sistema óptico deve estar relacionado com os parâmetros que possam ser controlados pela Engenharia Óptica. O campo da análise da qualidade de imagem está associado ao desenvolvimento das funções de mérito quantitativas, que podem ser usadas para o cálculo da qualidade da imagem em termos dos parâmetros básicos definidos no desenho de sistemas ópticos. O interesse no processo de Desenho Óptico de um sistema está inteiramente associada a sua qualidade de imagem, cujo limite é imposto pela difração.

O conceito moderno da qualidade de imagem tem diversas raízes. Tradicionalmente, as funções de mérito da qualidade de imagem têm sido definidas por usuários de várias comunidades científicas. Desde que instrumentos ópticos têm sido usadas em diferentes aplicações, tais como científicas, industriais, médicas e militares, o resultado tem sido um arranjo caótico de funções de mérito e nomenclaturas com terminologias diferentes para medidas de qualidade de imagem similares. Durante meio século desenvolvimentos baseados na análise Fourier bidimensional têm unificado muitas destas raízes em uma estrutura comum, mostrando como as funções de mérito novas e tradicionais podem ser relacionados quantitativamente aos parâmetros usuais do desenho de sistemas ópticos.

A base da análise da qualidade de imagem é a compreensão do processo de formação da imagem como uma transformada de Fourier em dois estágios. O objeto e a imagem são definidos como distribuições de luz bidimensionais de brilhância variável. Quando uma lente forma uma imagem de um objeto, a distribuição de luz do objeto é transformado do

domínio espacial linear a um espectro do objeto no domínio da freqüência espacial, passando através de um filtro passa-banda de freqüência espacial, e novamente transformado ao domínio espacial linear para tornar-se distribuição de luz da imagem. O sistema de lentes é considerado um filtro passa-banda de freqüência espacial. Seu efeito sobre a qualidade de imagem pode ser especificada em termos de uma curva passa-banda de freqüência espacial. Esta função de mérito é definida como função de transferência óptica (FTO). A FTO é o núcleo da teoria da qualidade de imagem.

A FTO é a resposta em termos de freqüência espacial de um sistema óptico à distribuição senoidal da intensidade de luz no plano objeto. A FTO estabelece a amplitude e a fase da imagem em relação a amplitude e a fase do objeto como uma função da freqüência, supondo-se que o sistema responda linearmente e seja invariante espacialmente. A FTO descreve o efeito da difração sobre o diafragma de abertura[5,6] do sistema óptico e os efeitos das aberrações.

A análise de algum sistema óptico usando a FTO deve necessariamente considerar a forma da frente de onda na pupila de saída, isto é, deve usar o conceito da Óptica Ondulatória. A ênfase sobre a Óptica Ondulatória trouxe indubitavelmente vantagens no avanço na teoria de FTO, mas há evidências de que a tradicional dependência sobre a Óptica Geométrica e o traçado de raios no desenho e análise de sistemas ópticos, tem retardado a aceitação da FTO. Entre os ópticos mais antigos, tem havido uma tendência em considerar a FTO interessante, mas muito teórico para ter um uso prático na decisão de como desenhar um instrumento óptico ou como avaliá-lo. Entretanto, os avanços em direção ao conhecimento da FTO e sua potencial utilidade parecem ter começado durante os anos de 1950, e a arte da FTO tem continuado firmemente seu avanço, de maneira que hoje a FTO pode ser aplicado ao processo de Desenho Óptico, à especificação e à avaliação de sistemas ópticos. Hoje, a FTO é reconhecido como um meio de refinar o sistema óptico durante o estágio final da otimização do Desenho Óptico, sua aplicação tem o potencial de ir além do desenho do sistema óptico otimizado, que pode ser obtido somente com a Óptica de traçado de raios.

6.1 Sinopse Histórico do Desenvolvimento do Desenho Óptico e da Avaliação de Imagem Óptica[13]

A teoria de instrumentos ópticos e a avaliação de seu desempenho tem sido estudado, desde que os primeiros sistemas ópticos utilizáveis foram construídos no início do século

dezessete. Muito antes desta época, Pliny e outros antigos historiadores indicavam que já se conhecia o processo de manuseamento de vidros por aquecimento. Contudo, não há algum registro sobre lentes feitos deliberadamente para um específico propósito, por exemplo: óculos, até o século treze. Aproximadamente em 1608, um confeccionador de óculos holândes, Hans Lippershey, mantendo uma lente de óculos em cada mão, alinhou-os diante de seus olhos em direção a uma torre de uma igreja próxima e se supreendeu ao observar que o catavento parecia estar muito mais próximo. Então, quando ele fixou as duas lentes em um tubo para manter um espaçamento entre elas, ele tinha construído o primeiro telescópio. Galileu Galilei, em Venice, tinha ouvido falar sobre tais telescópios, e em 1609 começou a fazer seu próprio telescópio. Sua primeira tentativa tinha uma magnificação de 3, mas seu instrumento foi rapidamente aperfeiçoado até atingir a magnificação de aproximadamente 32. A principal aplicação do instrumento de Galileu foi a observação do céu. Ele surpreendeu o mundo com observações dos satélites de Júpter, as máculas do Sol, as fases de Vênus, as colinas e os vales da Lua, e a natureza da Via Láctea.

Aberração esférica foi constatada durante o desenvolvimento dos antigos telescópios devido à imperfeição da imagem, de maneira que considerável esforço foi despendido em experimentos com vários elementos refrativos asféricos para caracterizar tal imperfeição óptica. Em 1666, Isaac Newton descobriu que a refração por uma dada lente depende da cor e concluiu corretamente, que o mais significante defeito óptico nos telescópios, é o que hoje denomina-se aberração cromática. Ele precipitadamente concluiu que todos os vidros tinham a mesma relação entre refração e cor, desse modo retornou aos refletores para resolver o problema de cor. Esta determinação prevaleceu na elaboração de telescópios por quase setenta anos. Então, Chester Moore Hall percebeu que o humor refrativo de olho humano está opticamente balanceada para evitar a separação de cor em imagens visuais. Desta forma, ele entendeu que deveria haver uma combinação adequada de vidros ópticos para resolver este problema em telescópios. E em 1733, demonstrou um telescópio refrativo livre de aberração cromática. Neste mesmo período, o matemático L. Euler também compreendia que o indesejável efeito das cores observado em lentes, não ocorria aos olhos, devido ao meio diferente apresentar dispersão negativa e sugeriu que lentes acromáticas poderiam ser construídos de maneira similar. Contudo, foi J. Dollond em 1715, que combinou dois elementos de materiais diferentes, um do tipo *crown* e outro *flint* e formou a primeira lente acromática[23].

Os meios empregados antigamente para minimizar as aberrações na elaboração

de telescópios eram as distâncias focais longas e espelhos parabólicos. Como o primeiro sistema óptico construído foi atribuído para trabalho astronômico, não é surpreendente que uma estrela, uma fonte pontual quase perfeita, tornasse o objeto-teste padrão. Embora muitos outros objetos tenham sido usados para testar os sistemas ópticos, o estudo de imagens de estrelas e fontes pontuais têm persistido até o presente momento na avaliação da resposta de sistemas ópticos. Mesmo sistemas quase livres de aberrações produzem imagens estelares complexas, que torna a interpretação quantitativa destas imagens difícil. Como as aplicações estenderam-se do estudo dos objetos do céu a objetos terrestres extensos, as dificuldades de avaliação do sistema óptico por interpretação de imagens estelares conduziram ao uso de vários objetos de teste extensos. Em décadas mais recentes, uma variedade de mapas de teste, consistindo-se de barras pretas e brancas de dimensões variáveis foram utilizados. Um mapeamento de barras tem uma notável vantagem, o desempenho pode ser especificado por um número, que pode ser o espaço aceitável entre as barras (ou o intervalo entre as barras ou o número de barras, ou linhas, por unidade de distância perpendicular às barras) no mapeamento da imagem. Contudo, o método tem suas limitações, os resultados são altamente dependentes da natureza do detector de imagens (olho humano, emulsão fotográfica, sensor CCD, etc.) Próximo ao limite de resolução, o limite entre as barras no mapeamento de barras da imagem torna-se uma transição gradual de intensidade máxima e mímina, ao invés de um limite perfeitamente definido entre barras pretas e brancas, de modo que a repetibilidade das observações do limite de resolução para um dado sistema é difícil. Um fenômeno denominado de resolução espúrea, no qual a cor da barra é invertida (uma barra preta torna-se branca e vice-versa), é frequentemente observado no mapeamento de barras. É também difícil predizer os resultados esperados dos dados do Desenho Óptico ou descrever a qualidade de reprodução de outra espécie de objeto-teste, uma vez que a resolução do mapeamento de barras é conhecida. Em contraste às imagens estelares, que parece dar muito mais informação, a imagem do mapeamento de barras tende a dar pouca informação. Em 1938, refletindo sobre a limitação do mapeamento de barras, H. Frieser sugeriu que o teste de resolução poderia ser melhorado ao substituir a variação abrupta da característica preto para branco do padrão de mapeamento de barras por uma variação senoidal unidimensional de cinzas no objeto-teste. Ele observou uma vantagem resultante da própria natureza dos sistemas ópticos, ao produzir uma imagem distribuída senoidalmente de um objeto distribuído senoidalmente sobre uma região larga de freqüências espaciais. Este conceito trouxe pela primeira vez a idéia, de que a função de transferência óptica relacionando a imagem senoidal com o objeto senoidal

seria o melhor caminho para a avaliação do desempenho de sistemas ópticos.

Desde o início da confecção de sistemas ópticos, desenhistas têm utilizado o conceito da propagação retilínea da luz e da refração, cuja direção da luz varia no limite entre meios diferentes. Sendo o caminho da luz do objeto à imagem representada por linhas direcionais, denominados de raios. Algumas vezes pincéis de raios são traçados para avaliar as discrepâncias entre as configurações do objeto e imagem. Menos frequentemente, a densidade de raios é utilizada para representar a densidade de fluxo de luz, que permite a comparação da distribuição de fluxo de luz na imagem em relação ao objeto. A arte do Desenho Óptico depende da álgebra simples e da trigonometria plana, que é referido como Óptica Geométrica. Mesmo programas de traçado de raios tridimensionais em computadores modernos, com toda sua velocidade e precisão na realização de cálculos para determinação do melhor sistema óptico otimizado, representam fundamentalmente o mesmo processo, de quando utilizavam papel e lápis e requeriam muito tempo em procedimentos de tentativas e erros. Aproximadamente cem anos atrás, um estudo dos padrões de intersecção sobre o plano da imagem por um feixe de raios do objeto conduziu a uma teoria analítica de aberrações. O plano da imagem foi definido como o plano de melhor foco, isto é, o plano no qual uma fonte pontual deveria produzir o círculo de confusão mínima [5]. A Óptica Geométrica, embora reconhecida como somente uma aproximação, tem-se mantido como suporte do Desenho Óptico, por causa de seus excelentes resultados. Na verdade, somente a aplicação da Óptica Geométrica para eliminação de aberrações produzidas por sistemas ópticos de objetos estelares, partindo da configuração pontual simples, não poderia ser suficiente. Em 1835, G. B. Airy que era familiar com a teoria ondulatória da luz, desenvolveu a fórmula para o padrão de difração, que ficou conhecido como disco de Airy, que constitui o padrão de difração da imagem formada pelas ondas de uma fonte pontual passando através de uma abertura circular de um sistema óptico livre de aberrações. Pareceria razoável, que os desenhistas ópticos, levando em consideração o conceito desenvolvido por Airy, tivessem avançado na direção da avaliação do desempenho de um sistema óptico. Contudo, a relutância à teoria ondulatória da luz, incluída no que hoje é denominada de Óptica Física, retardou o avanço na arte de Desenho Óptico. Este fato não ocorreu por falta de conhecimento da teoria ondulatória, o trabalho desenvolvido neste campo está muito bem documentado. Entres os conhecidos nomes estão F. M. Grimaldi (1665), C. Huygens (1678), T. Young (1802) e A. J. Fresnel (1815). Em 1818, Fresnel utilizando o conceito de ondas secundárias de Huygens e de interferência de Young, desenvolveu a teoria de difração, essencialmente na forma em

que é tratado hoje. Nem poderia a resistência à teoria ondulatória pelos desenhistas resultar da adequação da Óptica Geométrica ao manuseio de todos os problemas de Desenho Óptico. Além disso, a particular necessidade satisfeita pelo conceito de disco de Airy, é necessária no tratamento da Óptica Geométrica em processos ópticos nas vizinhaças do foco ou próximo à borda de um feixe no limite da abertura do sistema óptico. A solução dos problemas de difração associados com a não esfericidade das ondas, que são as características de sistemas ópticos não ideais, é um problema matemático difícil. A dicotomia da Óptica Geométrica e da Óptica Física, em combinação com a falta de um equipamento de teste seguro e flexível de avaliação do desempenho de sistemas ópticos retardou o desenvolvimento da técnicas de FTO. Embora, o volume de trabalhos ópticos aplicáveis até recentemente tenham sido pouco associados a Óptica Física, certos conceitos são fundamentais para a função de transferência óptica. Por volta de 1850, L. Foucault entendeu que o padrão de feixes como um objeto extenso deveria ser um melhor alvo que uma fonte pontual para testar um sistema óptico. L. Rayleigh estabeleceu um objeto-teste de padrão periódico em 1896. Em 1870, E. Abbe estabeleceu o conceito de freqüência espacial quando estudava imagens em microscópios.

Na última metade do século dezenove, paralelo ao desenvolvimento da teoria da aberração geométrica, ocorreu a unificação dos raios geométricos com o conceito das ondas, que está expresso no conceito da função característica do meio, introduzida por W. R. Hamilton, e na equação *eikonal* estabelecida por H. Bruns (1895), que descreve a característica de onda [16,24]. Simultaneamente E. Lommel resolveu a teoria de difração de distribuições de luz produzidas num plano fora de foco por frentes de onda asféricas. No mesmo período, L. Rayleigh formulou seu conhecido critério de resolução óptica, o limite de um quarto de comprimento de onda. Isto ocorreu enquanto ele estava investigando as possíveis não homogeneidades em prismas espectrográficas. Partindo da premissa de que a frente de onda emergente de um sistema óptico perfeito, tendo como objeto uma fonte pontual, é esférica, L. Rayleigh postulou que a imagem de um sistema real não deveria ser significantemente diferente daquela de um sistema perfeito, se a frente de onda não esférica real puder estar contida entre duas frentes de onda esféricas ideais separadas por um quarto do comprimento de onda. Um outro indício de que L. Rayleigh estava na direção da função de transferência óptica, é a análise da imagem realizada em um arranjo igualmente espaçado de fontes pontuais incoerentes mutuamente. Ele supôs um sistema livre de aberrações e expressou a distribuição de intensidade da imagem por uma série de Fourier. A curva resultante seria hoje descrita como a função de transferência de modulação (FTM), que

é uma componente da função de transferência óptica.

K. Strehl mostrou como pequenas aberrações modificavam o disco de Airy. Em seu livro *Die Beugungstheorie des Femrohrs*, mostrou que as pequenas aberrações reduziam a intensidade do máximo principal no padrão de difração, isto é no "foco da difração" e que a quantidade de luz reduzida é distribuída às partes exteriores do padrão. K. Strehl estabeleceu a razão entre a intensidade no foco da difração com e sem aberrações como uma medida da degradação da qualidade da imagem e denominou de *Definitionshelligkeit*, que traduzido literalmente significa: definição de brilhância. Na linguagem técnica é utilizado o termo razão de intensidade Strehl ou simplesmente razão Strehl.

O primeiro desenhista óptico que realmente considerou a Óptica Física e a teoria da aberração foi A. E. Conrady por volta de 1910. Começando com o limite de Rayleigh como um critério para limite de erros da frente de onda, primeiro formulou teoricamente e depois aplicou na prática, a tolerância sobre os erros de foco e aberrações. Ele desenvolveu fórmulas, com as quais calculava a diferença de caminho óptico ao longo de vários raios para chegar diretamente à aberração da frente de onda do sistema óptico sob investigação. O critério de Rayleigh e o limite útil da razão Strehl aplicam-se a sistemas altamente corrigidos. O limite de um quarto de comprimento de onda definido por Rayleigh corresponde a uma razão Strehl de aproximadamente 0,8. Acima deste limite A. Maréchal (1947) mostrou que a perda de intensidade no "foco da difração" está relacionada com a variância (raiz quadrática do valor quadrático médio) da forma da frente de onda em relação a um forma esférica. Esta relação foi estendida para determinar o melhor plano de foco na presença de aberrações. A. Maréchal mostrou como compensar as aberrações de ordens mais altas ao introduzir quantidades apropriadas de aberração primária. A variância da frente de onda em conjunto com um sistema de coordenadas canônicas especiais é usada em programas de Desenho Óptico automáticos para estimar a qualidade da imagem. Quando a razão Strehl atinge um valor muito abaixo de 0,8, a qualidade de imagem óptica deteriora rapidamente, ou seja, a imagem difrativa da fonte pontual, principalmente fora do eixo óptico, torna-se tão complexa que fica inviável ser analizada pela razão Strehl ou por alguma função de mérito.

As relações em sistemas ópticos são geralmente não lineares, por esta razão trabalhos inovadores têm sido realizados para justificar as suposições de linearidade inerentes na aproximação da função da transferência óptica. Esta condição assemelha-se as suposições de linearidade necessárias à análise da maioria dos sistemas elétricos. Trabalhos desenvolvidos

nesta direção foram realizados por H. Freiser e W. D. Wright, que compreenderam a utilização da função de transferência óptica por volta de 1930. H. Freiser aplicou o conceito de função de transferência óptica a um filme fotográfico e examinou a redução da amplitude dos alvos de ondas senoidais pela emulsão do filme. W. D. Wright considerou uma lente óptica como uma componente em um sistema de televisão e entendeu que o desempenho da lente pode ser convenientemente expressa em termos da amplitude de atenuação. Naturalmente, ele estava pensando em termos da freqüência temporal em vez de freqüência espacial, entretanto, a sua contribuição está no seu tratamento em relação às imagem formadas por lentes, no qual está estruturado o conceito de freqüência espacial.

Durante 1930 a 1940 matemáticos desenvolveram um ramo que hoje é conhecido como Teoria das Transformadas. A transformada de Fourier tornou-se muito útil para engenheiros elétricos que trabalhavam na teoria de gravação e amplificação de sons. A transformada de Fourier definida matematicamente por uma integral, conhecida como integral de Fourier, estabelece uma correspondência entre um par de funções matemáticas, como por exemplo, uma função variável no tempo e outra função variável na freqüência. A operação integral pode ser feita sobre cada função, isto é, a transformada pode ser realizada da variável tempo para a variável freqüência ou vice-versa, o que define dois conceitos: o domínio tempo e o domínio freqüência. Um processo particularmente útil na teoria de transformada de Fourier é uma integral denominada de integral de convolução. O teorema da convolução estabelece que: "Se uma função é dada pela convolução de outras duas funções, a transformada da primeira função é dada pelo produto da transformada de Fourier das outras duas funções, quando suas tranformadas de Fourier são consideradas individualmente". A teorema da convolução é uma poderosa ferramenta na análise de freqüências.

A transformada de Fourier pode ser facilmente estendida a duas dimensões, sobre uma área no plano do objeto ou no plano da imagem de um sistema óptico, de maneira que o par de funções correspondentes podem estar em termos de coordenadas espaciais ou em termos de freqüências espaciais. Funções representando quantidades físicas, como a intensidade de luz sobre o plano do objeto, apresentam requisitos suficientes para a aplicação da transformada de Fourier. De forma que deve existir uma teoria adequada para tratar funções em termos de freqüência espacial no plano do objeto e da imagem de sistemas ópticos, desde que se encontre um meio para relacionar a função em termos de freqüência na imagem à função em termos de freqüência no objeto, e isto significa que deve haver somente uma única função para um

determinado sistema óptico. Tal função é a função de espalhamento (*spread function*), que é a distribuição do fluxo de luz na imagem quando a fonte de luz no objeto é uma fonte pontual única. Isto indica que a função da imagem em termos da coordenadas espaciais é a convolução da função objeto e a função espalhamento, quando o sistema óptico é considerado linear e invariante no espaço. A tranformada de Fourier da função de espalhamento é uma definição da função de transferência óptica.

Por volta de 1950, O. H. Schade, E. W. H. Selwyn, R. K. Luneberg analisaram a qualidade de imagem dos antigos sistemas de televisão por métodos de Fourier. Durante a segunda guerra mundial, E. W. H. Selwyn aplicou estes métodos separadamente a lentes e filmes. Mais tarde, utilizando sua vasta experiência em avaliar imagens em termos de poder de resolução fotográfica, mostrou que as variações de intensidade de luz na imagem de um objeto de teste senoidal poderia ser calculada da variação de intensidade de luz da imagem de uma fonte linear. Em 1944, R. K. Luneberg publicou um detalhada discussão teórica sobre a resolução de objetos com estrutura periódica. O. H. Schade, um engenheiro elétrico trabalhando sobre avaliação de imagens em televisão, desenvolveu os conceitos de redução de contraste através de uma seqüência de elementos de sistema em cascata por aplicar a teoria de comunicação. Em uma série de revistas científicas começando em 1948, ele discutiu o cálculo e a avaliação de características eletro-ópticas de sistemas de imagens, introduziu a função de transferência de uma lente e mostrou como poderia modificá-lo para aumentar a nitidez da imagem.

Em uma série de revistas científicas começando em 1935, P. M. Duffieux foi o primeiro a formular a teoria de função de transferência óptica, introduzindo inteiramente o conceito de difração ao descrever a imagem de um objeto bidimensional incoerente. Ele teve indubitavelmente ajuda do progresso das técnicas de análise matemática estimulada pela pesquisa em acústica e teoria de comunicação durante a segunda guerra mundial. Em seu livro *L'Integral de Fourier et ses Applications a L'Optique* aplicou métodos de Fourier a Óptica, o que tornou o livro uma fonte de uso prático muito utilizado. P. M. Duffieux mostrou que a teoria de Abbe da formação de imagens de objeto iluminados coerentemente pode ser especificado em termos de análise de Fourier. Ele estabeleceu também o teorema fundamental complementar para a formação da imagem de objetos de iluminação própria e incoerente. Seu fator de transmissão é equivalente à função de transferência, e ele mostrou como calculá-lo a partir da frente de onda na pupila de saída. Ele estendeu sua teoria de formação de imagem para qualquer forma de abertura e aberração. Usando o teorema da convolução, P. M. Duffieux demonstrou que a

transformada de Fourier da função expressando a distribuição de intensidade em uma imagem é muito aproximado ao produto da transformada de Fourier da distribuição no objeto pela transformada de uma imagem de uma fonte pontual. Esta relação se mantêm na condição de que a imagem de uma fonte pontual (conhecida como função de espalhamento) não varie significativamente sobre o ângulo do campo através do qual as componentes de Fourier são transmitidas à imagem. A redução de contraste destas componentes podem ser denominadas de função de transferência do sistema óptico, P. M. Duffieux constatou que esta função depende da abertura do sistema de lentes e das aberrações. O novo conceito de P. M. Duffieux de formação de imagem passou desapercebido por pesquisadores no campo da Óptica, muitos deles estavam concentrados em realizar medidas consistentes de poder de resolução, que deveriam relacionar de alguma forma às predições dos desenhistas ópticos.

Por volta de 1940, os avanços realizados na análise dos efeitos de difração causados por vários tipos de distorção de frentes de onda não eram reconhecidos. B. R. A. Nijboer, em colaboração com F. Zernike e K. Nienhuis, mostrou a influência de pequenas aberrações sobre a imagem como um tratamento extensivo de difração. B. R. A. Nijboer foi o primeiro a usar o conceito de uma esfera de referência, e também definiu a função de aberração de onda como a diferença entre a superfície de onda e a esfera de referência. Os efeitos de grandes aberrações foram estudados por N. G. Van Kampen. Finalmente, H. H. Hopkins em seu livro *Wave Theory of Aberrations* definiu os tipos básicos de aberrações em termos da distorção da frente de onda, o que permitiu a condução de cálculos da função de transferência óptica para tipos específicos de aberração.

As idéias desenvolvidas no começo de 1950 estão publicadas em *Proceedings of Symposium on the Evaluation of Optical Imagery* realizadas pela *National Bureau of Standards* em 1951. Uma importante publicação sobre tratamento Fourier de processos ópticos feita por P. Elias e outros [13,25] foi publicado em 1952, mas, assim como no trabalho de O. H. Schade, as idéias de função de transferência óptica estão em termos de funções de entrada e saída sem alguma referência a Óptica Física. Outro simpósio, realizado em 1955 na universidade de Rochester, resultou em um grande número de publicações relacionadas à função de transferência óptica na edição de setembro de 1956 de *Journal of the Optical Society of America.* Estas publicações documentam o crescimento do conceito da função de transferência óptica como um novo procedimento de análise em sistemas ópticos. Durante os anos de 1950, especificamente a última metade da década houve um crescente desenvolvimento de conceitos e instrumentos

relacionados a função de transferência óptica e, juntamente com o crescimento das idéias da função de transferência óptica começou o desenvolvimento das técnicas de medida da função de transferência óptica. Aparentemente, o trabalho de O. H. Schade com análise de Fourier e a aceitação do conceito de função de transferência, inspirou muitos engenheiros e pesquisadores a inventar uma variedade de instrumentos fotoelétricos para medir o que hoje é definido como função de transferência óptica. Em contraste com as funções de entrada e saída aproximadas de O. H. Schade, H. H. Hopkins estabeleceu o desenvolvimento de suas idéias de função de transferência óptica sobre a Óptica Física para produzir uma base fundamental para o Desenho Óptico e avaliação de sistemas ópticos. E. L. O'Neil elaborou seu trabalho usando formas matemáticas, baseados na teoria de comunicações, quando aplicou o conceito de função de transferência em sistemas eletrônicos. Seu trabalho teve uma importante contribuição.

K. Rosenbauer e K. J. Rosenbruch publicaram sobre o desenvolvimento de um instrumento de medida da função de transferência óptica durante a década de 1950. Este trabalho refletiu o entusiástico empenho nas atividades de pesquisa relacionadas à função de transferência óptica. Embora, as publicações resultantes indicassem que o equipamento examinava poucas curvas calculadas da teoria de difração, o interesse real dos pesquisadores estava em inventar e construir equipamentos fascinantes do que em resultados que poderiam ser comparados com a teoria ou com os resultados obtidos por outros instrumentos.

As características mais favoráveis que conduziram a aplicação da medida da função de transferência óptica foram: a possibilidade da variação senoidal de intensidade de luz do objeto ser transferida à imagem; o tratamento de imagens de objetos extensos; a praticidade de teste de tempo real dos sistemas ópticos; a avaliação de uma grande variedade de sistemas ópticos (sistemas com aberrações severas à sistemas limitados por difração); a possibilidade de comparação dos dados obtidos da medida de função de transferência óptica e dos dados obtidos do cálculo do Desenho Óptico; a possibilidade de predizer a forma da curva da função de transferência óptica necessária para produzir uma imagem aceitável de um dado objeto pela análise de Fourier; a natureza de medida de tempo real e quantitativa da avaliação por função de transferência óptica de sistemas ópticos proporcionar o controle da especificação e qualidade na manufatura óptica. Por outro lado, algumas limitações estão presentes no teste da função de transferência óptica, como por exemplo, o efeito do espalhamento de luz sobre a imagem, denominada de *veiling glare*, pode ser melhor avaliada por métodos independentes da FTO.

No final de 1950, os equipamentos de medida por FTO para teste em tempo real

nas indústrias reduziam-se basicamente em dois tipos. Ambos empregam: uma fenda estreita, um padrão de intensidade distribuído senoidalmente, um detector fotoelétrico, mas diferiam na seqüência de disposição destes componentes ópticos. No primeiro, o padrão senoidal iluminado incoerentemente era o objeto do sistema óptico em teste. Sua imagem, que também era um padrão senoidal, era varrido pela fenda estreita e o sinal de luz transmitido, variando no tempo, era captado pelo detector. No segundo, a fenda era iluminada e tornava-se o objeto. A imagem da fenda era varrida por um padrão senoidal, transmitido por uma tela, e o detector captava o sinal. A aplicação da transformada de Fourier mostrava que os dois tipos de equipamentos eram equivalentes. Nas duas técnicas de medidas de FTO existiam as mesmas dificuldades: manter o contraste do padrão periódico constante e a distribuição realmente senoidal; limitações na região de varredura restringiam a região de freqüência espacial; nível de sinal de luz a ser captada pelo detector muito baixa, mascarada pelo luz ambiente; iluminação do objeto, seja o padrão senoidal ou fenda, deveria ser incoerente (um pequeno grau de coerência poderia introduzir um resultado errado). Estas e outras dificuldades exigiam uma considerável elaboração, além dos princípios básicos requeridos no desenvolvimento deste tipo de equipamento de medida.

No final da década de 50, houve também um avanço no cálculo teórico da FTO para certos tipos específicos de aberrações. Embora, não pudesse esperar algum resultado significativo no campo prático dos desenhistas ópticos, considerando-se somente aproximações geométricas para a função de transferência. De fato, H.H.Hopkins, M. De, N. S. Bromilow and A. S. Marathay mostraram que bons resultados eram possíveis às baixas freqüências para aberrações muito maiores que dois comprimentos de onda. K. Miyamoto e H. H. Hopkins desenvolveram cada um uma expressão geral para a função de transferência geométrica. Este método geral resultou satisfatoriamente para aberrações muito grandes, mas não para pequenas aberrações. Na região intermediária entre um e dois comprimentos de onda, a multiplicação da função de transferência geométrica por uma função de um sistema livre de aberrações gerou bons resultados. Contudo, mesmo esta aproximação tinha suas falhas para certos níveis de aberrações. Definitivamente conclui-se, que o método mais exato para o desenvolvimento de FTO, era calcular a convolução da função de pupila ou calcular a integral de difração da função de pupila sobre a pupila de saída, seguida pelo cálculo da função de espalhamento pontual e finalmente a transformada de Fourier. Alguns destes resultados aparecem no final de 1950 e começo de 1960 em publicações científicas realizadas por M. De, G. Black e E. H. Linfoot, W. H. Steel, R. Barakat e A. M. Goodbody.

A amplitude da FTO, denominada de função de transferência de modulação, está baseado na medida do contraste na imagem de um objeto periódico. Este conceito foi prontamente aceito pelos físicos ópticos, que ao unir o conhecimento da teoria da difração de formação da imagem aos laboratórios equipados com experimentos de Óptica Física, prosseguiram na confecção de seus próprios equipamentos para medida de FTO. Infelizmente, os físicos ópticos contavam com banco de teste óptico que tinham sido desenhados somente para avaliação visual de qualidade de imagem, impossibilitando correlacionar estas medidas posteriormente. O desempenho dos primeiros equipamentos de medida da FTO foi testada pela habilidade de produzir a transformada de Fourier de uma abertura conhecida ou de indicar a FTO de um sistema microscópico bem corrigido ou um colimador. Experiências posteriores mostraram que nestes testes faltavam um adequado teste de alinhamento do banco óptico, de maneira que o equipamento não possuia uma forma de prever o que ocorria, quando um sistema óptico em teste estivesse submetido a muitos comprimentos de onda de aberração. Estas deficiências apareceram em um programa de teste conduzido pelo Laboratório de pesquisa aérea *Wright Air Development Center.* Um sistema de lentes denominado *Convogon*, com distância focal de 12 *polegadas* e abertura relativa $f/4$, foi difundido por outros oito laboratórios, que foram equipados para realizar medidas de FTO. A propagação dos resultados das curvas de FTM foram significativamente grandes em relação aos erros igualmente preditos por vários instrumentos. A conclusão era de que medidas por FTM ainda não estavam precisas suficientemente para justificar seu uso nas especificações padrões.

Durante a década de 1960, a necessidade de desenvolvimento de sistema de lentes para televisão, aquisição em microfilmes e aplicações em microcircuitos, exigia um método de espeficação e medida da qualidade de imagem reproduzível, objetivo e confiável. Para atingir este objetivo, foi realizado um encontro da Sociedade Internacional de Fotometria em 1966, em Londres, que estabeleceu uma série de lentes padrões para serem construídas e medidas em vários laboratórios, com a finalidade de produzir curvas de FTO típicas das lentes padrões. Embora, houvessem dificuldades em levantar uma referência para a série de lentes padrões, a colaboração mais próxima foi atingida pelo instituto científico *Scientific Instrument Research Association (SIRA)* na Inglaterra, que começou a administrar um projeto intitulado *Assessment and Specification of Image Quality* em abril de 1967. Os membros participantes do projeto incluíam institutos comerciais e não comerciais de muitas partes do mundo, cujo objetivo era avaliar a precisão dos instrumentos para medida da FTO e do espalhamento de luz, estabelecer

o procedimento e as condições necessárias para uma medida precisa, proporcionar meios simples para aferir e manter esta precisão, determinar a relação entre a FTO e o efeito de espalhamento de luz e estabelecer um procedimento padrão para especificação do desempenho de sistemas ópticos. Para atingir estes objetivos, o grupo estabeleceu uma série de referências de lentes padrões, cujo desempenho medido coincide com o desempenho teoricamente predito. Estes foram testados em diferentes laboratórios e em diferentes instrumentos para determinar as fontes de erros. Os resultados também indicavam o nível de precisão, que poderiam ser esperados sob condições controladas. Ajustar a arte da FTO para prática comum, poderia ter sido dificilmente atingida sem o auxílio de calculadoras programáveis. O surgimento do algorítimo *Cooley-Tukey* e o subsequente procedimento do cálculo da transformada de Fourier rápida foram decisivos para a aplicação extensiva da FTO. Uma das primeiras medidas de FTO foi determinada por da distorção da frente de onda por experimentos interferômetricos. A FTO pode ser também calculada dos dados obtidos por varredura da própria imagem em teste pela medida da função de espalhamento pontual, da função de espalhamento linear ou *edge trace*[1]. O desenvolvimento do *hardware* e *sotware* para o processamento dos dados do sistema, bem como das técnicas ópticas e dos instrumentos contribuiu diretamente para a prática da medida de FTO, entre 1950 e 1960. Durante a década de 1960, H. H. Hopkins continuou sua contribuição relacionando a FTO com a contribuição das coordenadas da pupila canônicas[13,26].

Na década de 1970, houve uma aceitação mais geral da FTO para avaliação do desempenho de sistemas ópticos, em virtude do conceito de limite de resolução não fornecer uma avaliação conclusiva das propriedades da imagem. A *National Bureau Standards (NBS)* estabeleceu um serviço de medidas ópticas disponíveis para firmas comerciais e agências governamentais, que queriam autenticação *NBS* de seus produtos e serviços. O interesse real pela FTO aparece quando o Seminário sobre *Image Assessment and Specification* é realizado em maio de 1974 em Rochester. Apesar dos muitos refinamentos realizados nas técnicas de FTO, nenhuma tinha sido capaz de derivar a FTO de um sistema inteiro, como resultado do produto da FTO de cada parte deste sistema. Nenhuma tinha um diagnóstico específico sobre os defeitos, exceto para grandes aberrações, nas quais podia-se descrever a falha em um sistema óptico, porém não podia-se saber a causa. Quando a especificação por FTO estivesse perfeitamente desenvolvida, esperava-se que suas limitações, bem como suas capacidades, fossem utilmente definidas. O avanço nas técnicas de cálculo, que foram muito importantes no

[1] *Edge trace* é um critério de avaliação da imagem obtido pela medida da iluminância nas vizinhaças da imagem de uma borda laminar estreita ou do limite entre as áreas claras e escuras (Ver secção 6.2.6).

avanço das medidas de FTO na década de 1960, continuou através de 1970. Durante a década de 1970, o grupo *SIRA* começou a produzir resultados. Fontes de erros nas medidas de FTO eram geradas pela falta de controle de precisão e estabilidade nos bancos de teste de lentes, pouca informação sobre os dados espectrais dos filtros de luz, baixa qualidade das fendas e controle insuficiente sobre a incoerência da iluminação. O uso das lentes de referências padrões, com características de desempenho conhecidas, tornou-se uma grande ajuda para determinar as fontes de erros e no treinamento do pessoal do laboratório.

O momento decisivo do desenvolvimento da FTO começou em 1980. Sendo obtido com sucesso, a prática da medida da FTO em sistemas convencionais a sistemas de grande angular, isto é, sistemas com abertura numérica e campo angular grandes, e também em sistemas não usuais e sofisticados. A evidência de que a FTO estivesse sendo bastante utilizado está no fato de que o avanço da ciência tem caminhado juntamente com o desenvolvimento da arte da FTO, da arte do Desenho Óptico e das medidas e avaliações de sistemas ópticos. Numa conferência internacional sobre Desenho Óptico realizado em 1980, foram apresentados 78 artigos, cujo tema corrente foi o desenvolvimento atingido por *hardwares* e *softwares* de Desenho Óptico. Cada artigo discutia um programa de Desenho Óptico, e todo programa tinha no mínimo uma opção para calcular a FTO, a partir dos dados do Desenho Óptico. A conferência salientou o papel dos computadores sobre o Desenho Óptico. Na década de 1980 os microcomputadores foram bastante utilizados nos cálculos de Desenho Óptico. Começou uma explosão de atividades na área de Desenho Óptico, sendo que outras cinco conferências foram realizadas durante os primeiros cinco anos de 1980. O interesse internacional em Óptica continuou a ser evidente nas conferências realizadas em Oxford e Geneva, dos quais vários artigos foram apresentados mostrando o progressivo interesse em continuar investigando o assunto. Entre os vários tópicos estavam as comparações internacionais de medidas de FTM em sistemas de lentes de câmera de $50mm$ e $f/2$, avaliando a qualidade óptica e realizando comparações práticas de aberrações polinomiais para o Desenho Óptico. Nos artigos apresentados, os polinômios de Zernike mostravam-se mais evidentes que o tradicional polinômio de Seidel.

Algorítmos para cálculo da transformada de Fourier eram constantemente melhoradas, e algorítmos mais rápidos que o bastante usado *Cooley Tukey* eram utilizados. A transformada de Fourier rápida *Winograd* parecia ser o mais promissor. Este algorítmo podia ser fácil e eficientemente adaptado ao cálculo de FTO, e os resultados eram obtidos com muito mais rapidez e sem perda de precisão, comparado a outros métodos.

Tem-se observado em relação à literatura óptica, que os programas de Desenho Óptico estão sendo melhorados progressivamente, em virtude do crescimento da experiência dos usuários ópticos. Um procedimento de otimização moderno e amplo tem sido constantemente aperfeiçoado ao longo dos anos de revisão e uso, cada avanço tem sido cuidadosamente examinado. Um programa moderno consta basicamente da rotina de traçado de raios, mas inclui algumas facilidades de manuseio para os problemas ópticos mais complexos, tais como elementos com inclinação e descentralização, sistemas não seqüenciais, sistemas ópticos de multiestágios para a região de infravermelho, entre outros. Isto significa que os computadores auxiliam em tarefas de seleção de propriedades, tais como: fatores de umidade, pressão e temperatura; intervalo de comprimento de onda; incremento de parâmetros; controle e monitoração das características finais a serem obtidas pelo sistema óptico otimizado e outros, permitindo ao desenhista óptico obter uma solução aperfeiçoada dos problemas ópticos mais complexos.

O interesse pela comunidade óptica em continuar desenvolvendo as técnicas de Desenho Óptico e de Avaliação da Qualidade de Imagem continua até os dias de hoje, e isto está muito bem documentado nas conferências e encontros realizados e publicados pela *Society of Photo-Optical Instrumentation of Engineers (SPIE).* As conferências e encontros relevantes realizados durante as décadas de 1980 e 1990 foram: *1th Lens Design International Conference* realizado em 1980; *2nd Lens Design International Conference* realizado em 1985 em New Jersey; *Conference in Optical System Design, Computer Lens Design Workshop* realizado em 1987 em Los Angeles; *Conference in Optical System Design, Computer Lens Design Workshop* realizado em 1990 em Monterey; *Meeting in Israel on Optical Engineering* realizado em 1991, 1993, 1995; *International Conference on Optical Fabrication, Testing and Surface Evaluation* realizado em 1991, 1992, 1995; *Conference in Current Development in Optical Design and Optical Engineering* realizado em 1991, 1992, 1993, 1994, 1995, 1996. *Internacional Symposium on Optical Science, Engineering and Instrumentation* realizado em 1996 em Denver.

O desenvolvimento da FTO como um método de medida da avaliação da qualidade de imagem não depende somente dos profissionais ópticos, das escolas de Óptica e dos desenhistas ópticos, mas também daqueles denominados "paraprofissionais", usários do instrumento de medida por FTO, preparadores de especificação, avaliadores da qualidade de imagem, que entendem a FTO como uma forma de verificar somente o que e como as variações de FTM modificam a aparência de um determinado objeto. Um conceito fundamental necessário para o uso hábil e eficaz da FTO, é entender a forma que o filtro passa-baixa de freqüência espa-

cial altera a distribuição da densidade de fluxo radiante no objeto. Durante a análise da lente sob teste, não pode-se ver diretamente o espectro de freqüência espacial ou a distribuição de freqüência espacial na imagem, contudo a idéia de distribuição da densidade de fluxo está evidente. Desta forma, quando um critério baseado na FTO é utilizado, o analisador não precisa utilizar a observação direta. Em virtude disso, a FTO está sendo utilizada em um número grande de aplicações práticas de medida.

As vantagens da FTO sobre outros meios de avaliação da qualidade de imagem são caracterizadas pelos itens a seguir:

- A validade de uma FTO depende especificamente das relações lineares entre as características do objeto e imagem. De forma que pode-se considerar as condições intrínsecas de superposição e a invariância de deslocamento.

- A aplicação da FTO não requer nenhuma teoria específica de luz, nenhuma composição espectral particular, nenhuma consideração sobre a forma do diafragma de abertura (*aperture stop*) ou alguma limitação sobre o tipo ou a magnitude das aberrações.

- A FTO para qualquer região da imagem proporciona uma descrição analítica completa da relação do objeto-imagem, sem necessitar alguma restrição quanto à forma do objeto em teste.

- A FTO é uma aplicação direta da teoria da transformada de Fourier, na qual uma variação bidimensional da intensidade sobre o plano do objeto é analizada em função do espectro bidimensional de freqüências espaciais. A FTO descreve como cada componente Fourier é atenuado em amplitude e deslocamento de fase, quando estes componentes aparecem na imagem. Alternadamente, algum objeto pode ser tratado como uma superposição de objetos unidimensionais em diferentes direções, sendo que cada direção requer uma função de transferência unidimensional.

- A FTO de um sistema óptico pode ser calculada diretamente dos dados do Desenho Óptico ou medido por algum intrumento de medida após o sistema ser fabricado. Portanto, pela primeira vez, o mesmo índice de qualidade pode ser calculado e medido para avaliação do processo de fabricação e medida de precisão.

Estas são as características que mantêm o interesse da comunidade óptica em relação ao método de FTO como uma medida da qualidade de imagem óptica. De forma que o desenvovimento de *hardwares* e *softwares* para Desenho Óptico e Avaliação da Qualidade de Imagem continua crescente. Hoje existem vários tipos de *hardwares* e *softwares* desenvolvidos e em desenvolvimento, a escolha de um tipo determinado depende da área de pesquisa a ser aplicada e do grau de precisão necessário.

6.2 Critérios de Avaliação da Imagem

A imagem formada por um sistema óptico ideal deveria ser uma reprodução ponto a ponto exata de um objeto. Contudo, imperfeições estão sempre presentes num sistema óptico real e podem ser causados por efeitos de difração nas bordas das lentes, aberrações e erros na construção. A teoria geométrica de traçado de raios gera uma análise incompleta das características de formação de imagem em sistemas ópticos, desde que a imagem formada por um sistema óptico perfeito não é um ponto geométrico conduzido pelo traçado de raios, mas um padrão de difração de tamanho finito, o disco de Airy e os seus anéis circundantes. Para pequenos desvios da perfeição, tais como aberrações que causam uma quantidade de deformação de frente de onda menor que um ou dois comprimentos de onda, é conveniente considerar a maneira em que uma aberração afeta a distribuição de energia no padrão de difração. Contudo, para uma quantidade grande de aberração, a distribuição de iluminação descrita pelo traçado de raios pode conduzir a uma representação quase adequada do desempenho de um sistema óptico. Portanto, é conveniente tratar os efeitos de pequenas quantidades de aberração em termos da natureza ondulatória da luz e os efeitos de grandes quantidades de aberração podem ser tratados geometricamente. Nesta secção alguns critérios relevantes para a descrição da qualidade de imagem são descritas.

6.2.1 Análise de Erro de Frente de Onda

O objeto pode consistir de um grande número de pontos luminosos, o tipo mais comum de objeto para uso em teste é uma fonte de luz pontual. Tal fonte emite uma única frente de onda que avança na direção do sistema óptico como uma esfera centrada no ponto-objeto. A ação de um sistema óptico perfeito seria convertê-la em outra frente de onda, convergente na direção de um ponto-imagem ideal. Contudo, se o sistema óptico não for perfeito, a frente de onda partindo do sistema óptico não será realmente esférica e a extensão de seu desvio de

uma esfera de referência representa o erro de frente de onda ou a aberração de frente de onda. Em geral, a aberração de frente de onda é medida na pupila de saída de um sistema óptico e expressado como a diferença de caminho óptico em relação ao ponto de referência em termos de unidades de comprimentos de onda. A existência de pequenas quantidades de aberrações num sistema óptico introduz uma diferença de caminho óptico (OPD) através de um deslocamento longitudinal do ponto de referência. A figura 6.1 mostra uma frente de onda esférica emergindo da pupila de saída de um sistema óptico perfeito com o foco no ponto F. Para determinar OPD em relação ao ponto de referência em R, que é a distância arbitrária δ partindo de F, constrói-se uma esfera de referência centrada em R, que coincide com a frente de onda no eixo óptico. Deste modo, a diferença de caminho óptico OPD, para uma dada região de altura Y, é a distância da esfera de referência à frente de onda ao longo do raio da esfera de referência, multiplicada pelo índice de refração do meio n', onde se forma a imagem. Da figura 6.1, a diferença de caminho óptico OPD pode ser escrito como:

$$\frac{OPD}{n'} = (l' + \delta - \delta cosu' - l') = \delta(1 - cosu') \tag{6.1}$$

onde $(l' + \delta)$ é o raio da esfera de referência e l' é o raio da frente de onda. $\delta cosu'$ é a projeção de δ ao longo do raio l' da frente de onda, que se torna a projeção de δ ao longo do raio $l' + \delta$ da esfera de referência na condição de $\delta \ << \ l'$. Considerando esta aproximação pode-se escrever: $cosu' = 1 - (1/2)sen^2u'$, de modo que a diferença de caminho óptico resultando de um deslocamento do ponto de referência por uma quantidade δ é dado por:

$$OPD = \frac{1}{2}n'\delta sen^2u'. \tag{6.2}$$

Um deslocamento longitudinal do ponto de referência é equivalente a um desfocamento do sistema óptico. Ao usar o critério um quarto de onda de Rayleigh, pode-se estabelecer um limite de tolerância aproximado para a profundidade de foco. Considerando OPD igual a um quarto do comprimento de onda da luz, pode-se definir profundidade de foco δ, tal como:

$$Profundidade\ de\ Foco\ \delta = \pm\frac{\lambda}{2n'sin^2u'_m} \tag{6.3}$$

onde λ é o comprimento de onda da luz, n' é o índice de refração do meio no qual a imagem se forma e u'_m é a inclinação do raio marginal que emerge do sistema óptico. A componente transversal da profundidade de foco δ_T pode ser escrita como:

$$\delta_T = \delta senu'_m = \frac{0,5\lambda}{n'senu'_m} = \frac{0,5\lambda}{NA} \tag{6.4}$$

onde $NA = senu'_m$ é a abertura numérica.

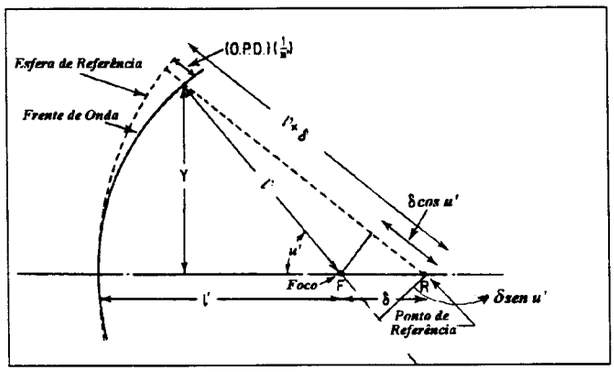


Figura 6.1: Diferença de caminho óptico OPD introduzida por um pequeno deslocamento longitudinal δ.

6.2.1.1 Erro de Frente de Onda RMS ($OPD\ RMS$)

A diferença de caminho óptico OPD ou o erro de frente de onda é medido em termos da desvio máximo da frente de onda em relação à esfera de referência. Este termo é freqüentemente relacionado como a diferença de caminho óptico OPD pico a pico ou pico a vale ($OPD\ P-V$), que correlaciona-se à qualidade de imagem, quando a forma de frente de onda é relativamente regular. Contudo, é inadequado se a frente de onda é abruptamente irregular. Em tais circunstâncias a $OPD\ RMS$ é a melhor medida do efeito da deformação da frente de onda. $OPD\ RMS$ indica a raiz quadrática da média do quadrado de todos os valores OPD sobre a abertura total de um sistema óptico. A relação entre $OPD\ RMS$ e $OPD\ P-V$ para os casos de deformações de frente de onda regulares, causados por desfocamento é[9]:

$$OPD\ RMS = \frac{OPD\ P-V}{3,5}\ . \tag{6.5}$$

Para deformações de frente de onda menos regulares, o denominador desta expressão deverá ser maior, tais deformações são causados por aberrações de ordens mais altas ou por erros de fabricação. Alguns desenhistas ópticos assumem o valor do denominador de 4 ou 5 na expressão 6.5, de modo que o critério de $\lambda/4$ de Rayleigh corresponde a um $OPD\ RMS$ de $1/14\lambda$, ou $1/16\lambda$ ou $1/20\lambda$. O limite de $1/4\lambda$ de Rayleigh para qualidade de imagem estabelece que, se OPD não variar mais do que um quarto do comprimento de onda da luz incidindo sobre a abertura de um sistema óptico, a imagem será sensivelmente perfeita. Em outras palavras, a frente de onda na pupila de saída deve estar contida entre duas esferas, centradas sobre o ponto imagem, cujos os raios diferem por menos que $\lambda/4$. Quando a frente de onda é relativamente regular e livre de ondulações de ordens mais altas, este é o limite de tolerância de

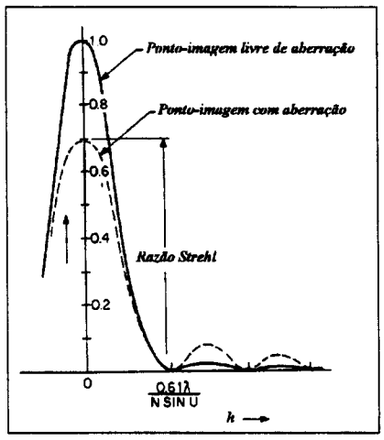


Figura 6.2: Diagrama ilustrando a definição de Razão Strehl.

um sistema óptico. Os sistemas ópticos que atingem este critério são algumas vezes descritas como limitadas por difração. Desta maneira, da relação 6.5, o critério de $OPD\ RMS$ limitado por difração, deve obedecer a condição:

$$OPD\ RMS < \frac{\lambda}{4}\frac{1}{3,5} \Rightarrow OPD\ RMS < 0,07\lambda.$$

A aberração de primeira ordem, definida como desfocamento ou profundidade de foco, que corresponde a OPD é descrito da relação 6.2 como:

$$\delta = \frac{2OPD}{n' sen^2 u'} = \frac{2n'OPD}{(n' sen u')^2} = \frac{2n'OPD}{(NA)^2} = 8n'OPD(f/\#)^2$$

onde NA é a abertura numérica e $f/\#$ é a abertura relativa. Considerando o critério de tolerância limitado por difração para um sistema óptico, $OPD = \lambda/4$, e o meio do espaço-imagem sendo o ar, $n' = 1$, então:

$$\delta = 2\lambda(f/\#)^2$$

é a profundidade de foco limitado por difração.

6.2.2 Razão Strehl

A razão entre a iluminância no centro do padrão de difração de um ponto-imagem contendo aberração e a iluminância no centro do padrão de difração de um ponto-imagem livre de aberrações é definida como Razão Strehl, conforme ilustra a figura 6.2. É um bom critério de medida da qualidade de imagem, quando o sistema óptico está bem corrigido ou próximo ao limite de difração. É denominado também de Definição de Strehl ou Intensidade Strehl. A

Medidas de Qualidade de Imagem em relação a OPD				
			Energia em %	
$OPD\ P-V$	$OPD\ RMS$	Razão Strehl	Disco de Airy	Anéis
0,0	0,0	1,00	84	16
$0,25RL = \lambda/16$	$0,018\lambda$	0,99	83	17
$0,50RL = \lambda/8$	$0,036\lambda$	0,95	80	20
$1,00RL = \lambda/4$	$0,070\lambda$	0,80	68	32
$2,00RL = \lambda/2$	$0,140\lambda$	0,40	40	60
$3,00RL = 0,75\lambda$	$0,210\lambda$	0,10	20	80
$4,00RL = \lambda$	$0,290\lambda$	0,00	10	90

Tabela 6.1: Tabela relacionando as medidas de qualidade de imagem a OPD, sendo que RL indica o limite de $\lambda/4$ de Rayleigh.

razão de Strehl de 0,8 corresponde ao limite de um quarto do comprimento de onda de Rayleigh, ou seja, o critério de tolerância limitado por difração é determinado por:

$$Razão\ Strehl > 0,8.$$

A relação entre a razão Strehl e $OPD\ RMS$ é aproximada para[27]:

$$Razão\ Strehl = [1 - 2\pi^2(OPD\ RMS)^2].$$

Assumindo que OPD é devido ao desfocamento, medidas de qualidade de imagem estão relacionadas na tabela 6.1 para algumas quantidades de OPD. A quantidade de aberração correspondente a um limite de Rayleigh introduz uma pequena, mas apreciável variação na característica da imagem. Contudo, se a aberração num sistema óptico é reduzido ao limite de Rayleigh, o desempenho da maioria dos sistemas ópticos é considerado ótimo. Alguns sistemas ópticos requerem correções para alguma fração do limite de Rayleigh. Microscópios e telescópios são normalmente corrigidos para encontrar ou melhorar o critério de Rayleigh sobre o eixo óptico, lentes fotográficas são raramente corrigidas por este critério.

A quantidade de aberração correspondente a um limite de Rayleigh ($OPD = \lambda/4$), quando o ponto de referência é escolhido para minimizar $OPD\ P-V$, para o desfocamento longitudinal é expressado por:

$$\delta = \frac{\lambda}{2n' sen^2 u'_m} \tag{6.6}$$

e para o desfocamento lateral é expresso por:

$$\delta_T = \frac{0,5\lambda}{n' senu'_m} = \frac{0,5\lambda}{NA} \tag{6.7}$$

onde λ indica o comprimento de onda da luz, n' o índice de refração do meio no qual a imagem se forma e u'_m é o ângulo de inclinação do raio axial marginal.

A tolerância para a aberração de cor longitudinal é derivada da tolerância de desfocamento, se o ponto de referência está entre os pontos focais de comprimentos de onda curto e longo, eles podem ser separados por duas vezes a tolerância de desfocamento até o valor do limite de Rayleigh, ou seja:

- aberração cromática longitudinal:

$$\delta_{acl} = \delta_F - \delta_C = \frac{\lambda}{n' sen^2 u'_m},$$

- aberração cromática tangencial:

$$\delta_{act} = \frac{\lambda}{n' sen u'_m} = \frac{\lambda}{NA}.$$

Para as aberrações cromáticas, os efeitos destas quantidades sobre a qualidade de imagem são menos significantes em relação aos efeitos das quantidades de um quarto de onda das aberrações monocromáticas, analisadas por algum critério de avaliação da qualidade de imagem como FTM. Isto ocorre, somente, por causa dos comprimentos de onda extremos(C e F) estarem um quarto de onda fora da frente de onda nominal, enquanto que todos os outros comprimentos de onda estão a menos que um quarto de comprimento de onda.

6.2.3 Distribuição Geométrica de Energia sobre a Imagem

Quando as aberrações excedem o limite de Rayleigh, os efeitos de difração são relativamente insignificantes e os resultados geométricos de traçado de raios podem ser usados para predizer a aparência de um ponto-imagem com um razoável grau de precisão. Isto é realizado ao dividir a pupila de entrada de um sistema óptico em um grande número de pequenas áreas iguais e traçando um raio do ponto-objeto através do centro de cada uma das pequenas áreas. A intersecção de cada raio com o plano da imagem representa a distribuição de energia sobre o plano da imagem e desde que cada raio represente a mesma fração da energia total na imagem, a densidade dos pontos no plano da imagem é a medida da irradiância ou iluminância na imagem. A representação gráfica da intersecção de um grande número de raios com o plano da imagem é denominada de diagrama *spot*. Quanto mais raios forem traçados pelo sistema óptico, mais precisa torna-se a representação geométrica da imagem. A figura 6.3 indica métodos de distribuição de raios na entrada de pupila e mostra um diagrama *spot* formado sobre o plano da imagem. A região de distribuição de raios retangular é mais usual. O diagrama *spot* que

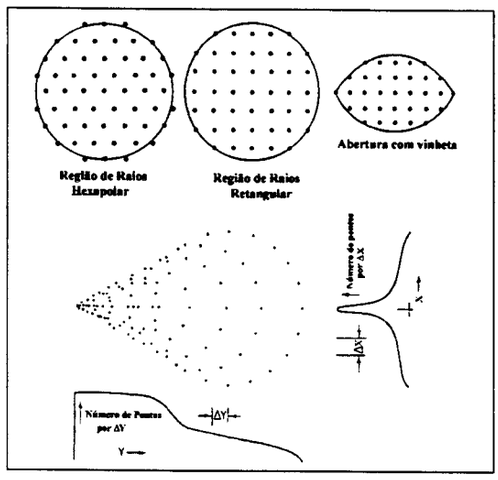


Figura 6.3: Região de distribuição de raios na pupila de entrada e a representação do diagrama *spot* de um sistema óptico com coma.

reproduz exatamente a imagem produzida por um sistema óptico, é obtida utilizando a técnica de traçado de raios de várias centenas de raios através do sistema óptico.

Para uma análise mais precisa, os efeitos de comprimentos de onda sobre a distribuição de energia devem ser também incluídos. Isto é acompanhado por um adicional traçado de raios a diferentes comprimentos de onda. Para dispositivos com sensíveis campos de visão, o diagrama *spot* deve ser elaborado para várias inclinações. Desde que seja difícil predizer a posição exata do plano de melhor foco, o diaframa *spot* deve ser elaborado para várias posições do plano da imagem e a melhor posição do plano focal é escolhida. Para a determinação da qualidade de imagem, a distribuição de energia no *spot* é tão importante quanto o tamanho do *spot*. O tamanho do *spot* na imagem formada por um sistema óptico é um critério de avaliação completamente satisfatório para um número limitado de aplicações. Embora, o cálculo do traçado de raios geométricos despreze os efeitos de difração, se a aberração for grande comparado aos efeitos da difração, os resultados obtidos pelo diagrama *spot* são satisfatórios.

Se um grande número de raios é traçado, o centro do *spot* é determinado pela média das coordenadas x e y de todos os raios traçados e o tamanho do *spot* pode ser calculado pela raiz quadrática da média do quadrado de todos os raios interseccionando um particular plano, que é definido como tamanho do *spot rms*. O tamanho do *spot rms* representa uma medida do desempenho de um sistema óptico. Quando um sistema óptico é otimizado reduzindo-se as aberrações de terceira ordem, o tamanho do *spot* é também reduzido. Contudo, quando os valores mínimos são atingidos, pode-se encontrar um tamanho do *spot rms* num plano de mel-

hor foco para um sistema óptico com pequenas quantidades de aberrações de terceira ordem, cujo resultado não é tão satisfatório quanto aos sistemas ópticos com grandes quantidades de aberrações de terceira ordem. Isto é devido aos termos de aberrações de ordens mais altas tornarem-se importantes, quando a correção de um sistema óptico é aperfeiçoado. Então, desde que o diagrama *spot* seja gerado do traçado exato dos raios e o tamanho do *spot rms* seja gerado destes raios, o tamanho do *spot rms* é uma medida útil para determinar o desempenho de um sistema óptico.

6.2.4 Função de Espalhamento Pontual

A imagem de uma fonte pontual jamais poderá ser a reprodução exata da fonte pontual. Muitos fatores causam o espalhamento da energia radiante atingindo o plano da imagem de um sistema óptico. Partículas de poeira sobre as superfície ópticas e arranhões nestas superfícies, partículas estranhas como bolhas de ar dentro do material do sistema óptico, irregularidades na borda do diafragma de abertura de um sistema óptico, difração do feixe de luz pelo diafragma de abertura e aberrações, incluindo desfocamento, todos estes itens causam espalhamento sobre o ponto, onde a imagem deveria ser formada. A informação de como a luz é distribuída num sistema óptico, pode ser obtida a partir de um diagrama *spot* gerado por um grande número de raios, que fornece uma idéia de como a luz está distribuída sobre o *spot* ou através de cálculo exato por difração.

O diagrama *spot* gerado por um grande número de raios determina como a luz é distribuída através do *spot*. Ao supor que cada raio transmite a mesma fração da energia total de um ponto-objeto, a distribuição de energia no *spot* pode ser determinado e representado graficamente como uma função tridimensional de energia transferida por um sistema óptico, variando em relação às coordenadas do plano da imagem. Esta função, que representa o espalhamento de luz de um ponto-objeto causado pela imperfeição de um sistema óptico, é definido como função de espalhamento pontual (FEP) e está ilustrada pela figura 6.4(a). FEP caracteriza o desempenho de um sistema óptico em formar uma imagem de um ponto-objeto no plano da imagem. Na presença de aberrações, o diagrama *spot* geralmente é usado para representar FEP. Tais diagramas *spots* são produzidos geometricamente por traçado de raios de um grande número de raios através de um sistema óptico do ponto-objeto ao plano da imagem. Enquanto, estes diagramas *spots* são úteis para as aberrações residuais grandes, cálculos de FEP baseados na difração devem ser usados para pequenas aberrações. Quando as aberrações residuais são

pequenas, da ordem de um comprimento de onda, a FEP torna-se uma distribuição complexa. Se as aberrações geométricas anulam-se completamente, então, somente os efeitos de difração determinam a natureza de FEP. Para alguns casos de sistemas ópticos limitados por difração, FEP pode ser avaliada por equações aproximadas. Tais casos envolvem sistemas ópticos limitados por difração com aberturas circulares ou retangulares, para os quais FEP é avaliada no plano da imagem paraxial para luz monocromática.

A função exata da função de espalhamento pontual $P(x, y)$ de uma imagem é dado por[16,27]:

$$P(x, y) = |A(x, y)|^2 \tag{6.8}$$

onde $A(x, y)$ é a amplitude de fase complexa da frente de onda emergindo do sistema óptico, descrito por:

$$A(x, y) = \int\int_{-\infty}^{\infty} B(u, v) exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda}W(u, v)\right) exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ux + vy}{R}\right) dudv \tag{6.9}$$

onde x e y são as coordenadas no plano da imagem normal ao raio principal, u e v são as coordenadas na pupila de saída normal ao raio principal, λ é o comprimento de onda, $B(u, v)$ é o fator amplitude proporcional à raiz quadrada da densidade de fluxo, ou seja, a transmissão no ponto (u, v) da pupila, $W(u, v)$ é a função aberração de onda e R é o raio da esfera de referência. Os termos $B(u, v)$ e $exp(-i2\pi/\lambda)W(u, v)$ definem uma função matemática, que descreve uma frente de onda real passando pela pupila de saída de um sistema óptico, e é referida como <u>função de pupila</u> de um sistema óptico, isto é:

$$E(u, v) = B(u, v) exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda}W(u, v)\right). \tag{6.10}$$

Esta função é expressado em relação às coordenadas normalizadas, de modo que fora do círculo de raio unitário da pupila seu valor é zero. Se a função da pupila é uma constante, ou seja, se a transmissão por um sistema óptico é uniforme sobre uma abertura circular e livre de aberrações, a distribuição da iluminância na imagem torna-se:

$$P(x, y) = I_0 \left[\frac{2J_1(m)}{m}\right]^2 \tag{6.11}$$

onde $J_1(m)$ é a função de Bessel de primeira ordem, dado por:

$$J_1(m) = \frac{m}{2} - \frac{(m/2)^3}{1^2 2} + \frac{(m/2)^5}{1^2 2^2 3} - \cdots$$

e m é a coordenada radial normalizada dado por:

$$m = \frac{2\pi}{\lambda}NA(x^2 + y^2)^{1/2} = \frac{2\pi}{\lambda}NA.$$

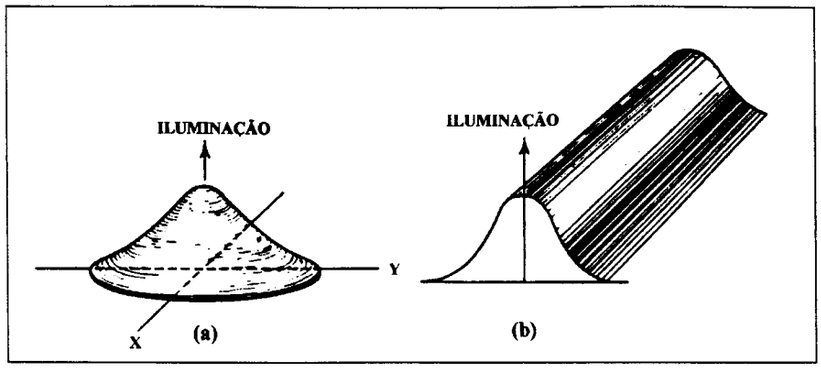


Figura 6.4: Distribuição de energia na imagem de (a) um ponto (Função de Espalhamento Pontual e (b) uma linha (Função de Espalhamento Linear).

sendo NA a abertura numérica de um sistema óptico. A equação 6.11 é representada graficamente pela figura 3.22, que ilustra a distribuição de iluminação no padrão de difração. O padrão consiste de um *spot* central de luz, o disco de Airy, circundado por anéis de intensidade rapidamente decrescente. Quando a abertura é retangular, a distribuição da iluminância na imagem torna-se:

$$P(x,y) = I_0 \left(\frac{senM_x}{M_x}\right)^2 \left(\frac{senM_y}{M_y}\right)^2$$

onde $M_x = 2\pi NAx/\lambda$ e $M_y = 2\pi NAy/\lambda$.

6.2.5 Função de Espalhamento Linear

A função de espalhamento pontual é uma expressão matemática que representa a distribuição de energia na imagem de uma fonte pontual. Ao invés de usar a função de espalhamento pontual, pode-se usar um objeto linear e integrar a função de espalhamento pontual ao longo de uma linha. Isto gera uma imagem linear larga, cuja secção transversal perpendicular ao comprimento da linha é uma função bidimensional, que é apropriadamente denominada de função de espalhamento linear, ilustrada pela figura 6.4(b). Se astimagtismo está presente no sistema óptico, é necessário determinar duas funções de espalhamento lineares para raios fora de eixo óptico, um para uma linha no plano tangencial e outra linha no plano sagital. Ao contrário de um ponto ou uma linha, se o objeto for uma série de três barras escuras, separadas por barras claras de mesma largura, cada linha clara será espalhada de acordo com a função de espalhamento linear. Próximo às bordas das barras claras, alguma parte da imagem será espalhada para dentro da região, onde forma a imagem das barras escuras. Este efeito introduzirá um arredondamento das bordas da imagem e produzirá três barras de

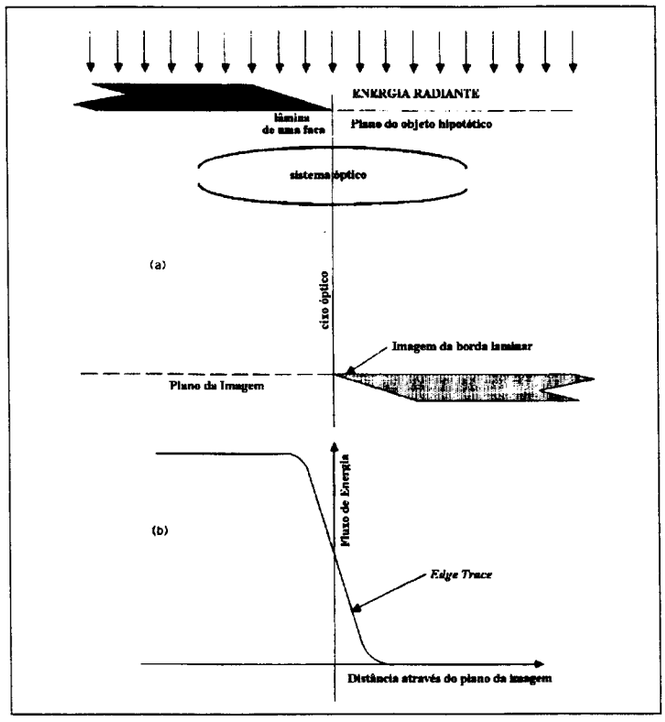


Figura 6.5: Esquema ilustrando a formação de *edge trace*.

cinzas escuras e duas barras de cinzas claras. Um barra escura e uma barra clara constitui um par de linhas, o grupo de par linhas define uma unidade de medida utilizada em alguns critérios de avaliação da qualidade de imagem, ou seja, linhas por unidade de comprimento ou ciclos por unidade de comprimento.

6.2.6 Traçado de Borda

A função de mérito denominado de traçado de borda (*Edge trace*) é uma representação gráfica da energia que passa por uma borda estreita em forma de uma lâmina cortante[2] em função da posição da borda, quando esta borda é varrida lateralmente através da imagem de um ponto. A inclinação, ou derivada da varredura da borda laminar é igual a função de espalhamento linear. Esta função é muitas vezes utilizada para obter a função de espalhamento linear, cuja finalidade é medir a função de transferência de modulação (FTM). A figura 6.5 mostra o esquema de uma configuração óptica, onde a borda laminar é colocado no plano do objeto de maneira que intersecciona o eixo óptico. A imagem resultante é um plano meio branco, meio preto, separado por uma linha reta. Próximo à linha, a transição do claro ao

[2]Devido à similaridade da borda com a lâmina de uma faca, esta função é denominada também de traçado de borda em faca (*knife-edge trace*).

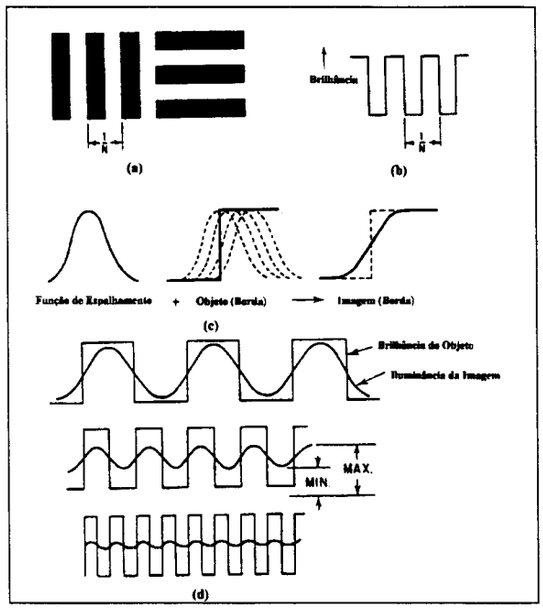


Figura 6.6: Formação de imagem de um objeto consistindo de barras claras e escuras alternadas ultilizada para teste de sistemas ópticos.

escuro não ocorre abruptamente, por causa da existência dos efeitos de difração, aberrações e desfocamento. Visto que, a função traçado de borda e a função de espalhamento linear são dependentes das mesmas características de um sistema óptico, uma função pode ser transformado matematicamente em outra. De fato, a função traçado de borda é a integral da função de espalhamento linear. A função traçado de borda é também a convolução integral da função de espalhamento linear e uma função degrau[3].

6.3 Teoria da Transferência na Análise de Imagem

A teoria da transferência é uma técnica normalmente aplicada em comunicações elétricas para descrever a relação entre a entrada e a saída de um sistema. O sistema é tratado como uma "caixa preta" em que o mecanismo real pelo qual atinge sua finalidade não é relevante, mas assume-se que existe uma relação geral entre a entrada e a saída do sistema. O objeto da teoria da transferência é determinar as características da transferência, que possibilita o cálculo do sinal de saída gerado por um sinal de entrada ao sistema. A analogia elétrica com o sistema óptico formando uma imagem é um filtro que modifica o sinal de entrada para gerar a saída. A característica do filtro descreve a relação entre o sinal de entrada e saída e indica a

[3]A função degrau $D(x)$ é definida como: $D(x) = 1$ para $0 \leq x < \infty$ e $D(x) = 0$ para $-\infty < x < 0$.

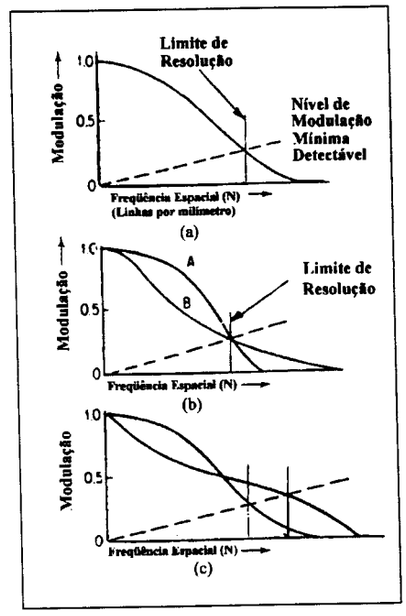


Figura 6.7: Contraste da imagem representada graficamente em função da freqüência espacial do padrão de teste.

"fidelidade" de transferência. Similarmente, para um sistema óptico, a teoria da transferência é uma aproximação prática que prediz a degradação da imagem para algum objeto.

Um tipo de objeto geralmente utilizado para testar um sistema óptico consiste-se de uma série de barras claras e escuras de mesma largura e dispostas alternadamente, como ilustra a figura 6.6. Muitas séries de padrões de espaçamentos diferentes são normalmente produzidas por um sistema óptico em teste, entretanto, a série mais definida, na qual a estrutura linear pode ser discernida, é considerada como sendo o limite de resolução do sistema óptico, que é expressado em termos de números de linhas por milímetro[4]. Quando um padrão deste tipo é formado por um sistema óptico, cada linha geométrica de largura infinitesimal no objeto forma uma imagem de uma linha borrada, cuja secção transversal é uma função de espalhamento linear. Se o padrão tem uma freqüência de N linhas por milímetro, o período é dado por $1/N$ milímetros, conforme indica a figura 6.6(a). A figura 6.6(b) ilustra a secção transversal da brilhância de um objeto em forma de barras claras e escuras alternadas, cuja representação gráfica é indicada por uma onda quadrada. Quando uma imagem é formada, cada ponto forma um borrão, com a distribuição da iluminação descrita pela função de espalhamento. A

[4]Por convenção uma linha óptica consiste-se de uma linha clara e uma linha escura, ou seja, um ciclo. O número de ciclos por unidade de distância define a freqüência espacial, linhas por milímetro. Alguns autores utilizam par de linhas como unidade de medida, ou seja, par de linhas por milímetro.

imagem consiste-se, portanto, numa soma de todas as funções de espalhamento. A figura 6.6(c) mostra como a função de espalhamento arredonda as bordas da imagem. O efeito do borrão da imagem sobre os padrões progressivamente bem definidos é indicado na figura 6.6(d). Quando o padrão de teste é bem definido, o contraste entre as áreas claras e escuras da imagem é reduzido. Quando o contraste da iluminação na imagem for menor que a menor quantidade que o sistema, tal como o olho humano, filme, fotodetector ou câmera CCD, pode detectar, o padrão não pode ser resolvido. O contraste na imagem pode ser definido como modulação e expressado pela relação[9]:

$$Contraste = \frac{MAX - MIN}{MAX + MIN}$$

onde MAX e MIN são os níveis de iluminação máximo e mínimo da imagem respectivamente, indicados na figura 6.6(d). A representação gráfica da modulação em função do número de linhas por milímetro na imagem é indicada pela figura 6.7(a). A intersecção da linha da função de modulação com uma linha representando a quantidade mínima de modulação que o sistema pode detectar, fornece o limite de resolução do sistema. O limite de resolução não descreve completamente o desempenho de um sistema óptico. A figura 6.7(b) mostra duas representações gráficas de modulação com o mesmo limite de resolução, mas com desempenhos diferentes. O sistema representado por A produz uma imagem superior ao sistema representado por B, embora ambos tenham o mesmo limite de resolução.

6.3.1 Função de Transferência Óptica (FTO)

O conceito da Função de Transferência Óptica (FTO) está baseado no fato de que um sistema óptico pode ser considerado como um filtro linear passivo em relação às freqüências espaciais bidimensionais presentes no espaço-objeto, desde que duas condições sejam satisfeitas. A primeira condição requer que a imagem seja correspondentemente transladada sem qualquer outra variação, se o objeto for transladado no plano do objeto. Isto significa que a aberração da frente de onda produzida pelo sistema óptico deve ser independente da posição do objeto, que não é o caso de sistemas com campos grandes. Contudo, a condição de que o objeto está restrito à região do plano do objeto sobre o qual a aberração da frente de onda produzida pelo sistema óptico é suficientemente constante, pode ser toleravelmente satisfeita. Esta condição é conhecida como condição de isoplanatismo. A segunda condição requer que a quantidade usada para descrever o efeito de um objeto em um ponto no plano da imagem é tal, que o efeito total produzido no ponto por dois ou mais objetos é dado pela soma linear dos valores individuais da

quantidade no ponto-imagem para cada objeto. A condição pode ser satisfeita pela maioria dos sistemas ópticos, mas a quantidade na qual o sistema é considerado linear depende do estado de coerência da iluminação do objeto. Esta condição é denominadada de superposição linear. Se o objeto é iluminado incoerentemente (ou possui iluminação própria), o sistema óptico é linear em intensidade; se o objeto é iluminado coerentemente, o sistema óptico é linear em amplitude complexa e se o objeto é iluminado por luz parcialmente coerente, a consideração de intensidade permite a derivação de uma função de transferência.

A função de transferência óptica pode ser obtido para todos os estados de iluminação, mas para a maioria dos casos de interesse prático analisa-se a iluminação incoerente do objeto, que deve ser incoerente espacialmente e temporalmente. Incoerência espacial implica que as fases dos componentes monocromáticos da luz de todos os pontos do objeto variam aleatoriamente. Isto é automaticamente assumido, se o objeto é uma fonte térmica extensa, desde que os pacotes de ondas emitidos pelos átomos da fonte são distribuídos estatisticamente ao acaso e portanto, incoerentes. Incoerência temporal da iluminação de um objeto está implícita na medição de FTO. De fato, para as fontes térmicas e o tempo de resposta dos detectores disponíveis, a iluminação de um objeto é efetivamente incoerente[28].

A intensidade total Q produzido em um ponto por uma fonte iluminando incoerentemente o objeto é dada pela soma de componentes monocromáticos, isto é:

$$Q = \int_0^\infty Q_\nu(\nu) d\nu$$

onde ν é a freqüência temporal da luz. Esta relação pode ser escrita em termos do comprimento de onda, a saber,

$$Q = \int_0^\infty Q_\lambda(\lambda) d\lambda.$$

Cada ponto do objeto resultará em uma distribuição de intensidade na imagem da seguinte forma:

$$P_\lambda(x' - x, y' - y) \tag{6.12}$$

onde x e y indicam as coordenadas cartesianas no plano do objeto e x' e y' indicam as coordenadas cartesianas no plano da imagem. A relação 6.12 representa a função de espalhamento pontual (FEP). A função de espalhamento pontual é a distribuição de intensidade na imagem de uma fonte pontual e depende da abertura do sistema óptico, suas aberrações e dos efeitos de difração. FEP será a mesma para todos os pontos do objeto, assumindo a condição de isoplanatismo. Devido à condição de superposição linear, a distribuição de intensidade Q'_λ na

imagem será dada pela convolução integral[5] da distribuição da brilhância no objeto Q com a função de espalhamento pontual P da seguinte forma:

$$Q'_\lambda(x', y') = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} P_\lambda(x' - x, y' - y) Q_\lambda(x, y) dx dy. \tag{6.13}$$

A tranformada de Fourier de Q'_λ pode ser definida como

$$q'_\lambda(f, g) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Q'_\lambda(x', y') e^{2\pi i(fx' + gy')} dx' dy' \tag{6.14}$$

onde f e g são freqüências espaciais adimensionais dados por:

$$f = \frac{1}{x_c} \qquad e \qquad g = \frac{1}{y_c},$$

onde x_c e y_c são os comprimentos projetados de um ciclo da freqüência espacial. Transformações similares de Q_λ e P_λ geram as funções q_λ e p_λ, ou seja:

$$q_\lambda(f, g) = \int_{\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Q_\lambda(x, y) e^{2\pi i(fx + gy)} dx dy \tag{6.15}$$

$$p_\lambda(f, g) = \int_{\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} P_\lambda(x, y) e^{2\pi i(fx + gy)} dx dy \tag{6.16}$$

De modo que, utilizando o teorema da convolução[6] a equação 6.13 torna-se:

$$q'_\lambda(f, g) = p_\lambda(f, g) q_\lambda(f, g) \Rightarrow p_\lambda(f, g) = \frac{q'_\lambda(f, g)}{q_\lambda(f, g)} \tag{6.17}$$

---

[5]A transformada de Fourier de uma função $f(x)$ de uma única variável x é definida como:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) exp(-i2\pi\omega x) dx$$

e a transformada de Fourier inversa de $F(\omega)$ é definida como:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) exp(-i2\pi\omega x) d\omega.$$

A função integral $f_3(x)$ é dito ser a convolução de duas funções, $f_1(x)$ com $f_2(x)$, se

$$f_3(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(\alpha) f_2(x - \alpha) dx'.$$

A relação entre as três funções ocorre quando suas transformadas são relacionadas como

$$F_3(\omega) = [F_1(\omega)] * [F_2(\omega)].$$

[6]O teorema da convolução define que a transformada de Fourier inversa do produto de duas funções é a convolução das transformadas inversas das duas funções, ou seja:

$$f_3(x) = [f_1(x)] * [f_2(x)].$$

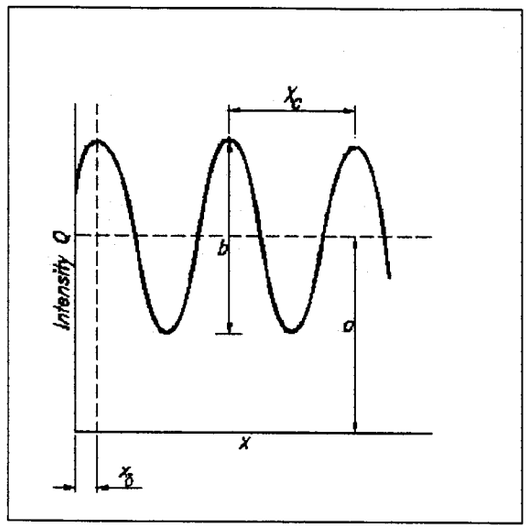


Figura 6.8: Distribuição de intensidade de luz do objeto cossenoidalmente.

onde $p_\lambda(f,g)$ é a função de transferência óptica (FTO), que é definida como a razão entre o espectro de freqüência espacial da imagem e o espectro de freqüência espacial do objeto, e é a transformada de Fourier da função de espalhamento pontual (FEP). A equação 6.17 mostra a utilidade de FTO para estabelecer o desempenho de um sistema óptico, ou seja, desde que sejam conhecidos FTO e a distribuição de intensidade do objeto é possível calcular a distribuição de intensidade da imagem exatamente.

6.3.1.1 Discussão Matemática de FTO

Para entender as implicações da equação 6.17 e o significado físico de FTO, deve-se considerar a distribuição de intensidade do objeto variando cossenoidalmente com relação a x, ilustrado pela figura 6.8, ou seja:

$$Q(x,y) = a + b\ cos(2\pi f_c x + \delta) \tag{6.18}$$

onde a é o nível de intensidade média, b é a modulação de pico a pico, δ é o ângulo de fase espacial correspondente a x_δ, a posição do primeiro máximo de transmissão da origem e f_c é a freqüência espacial $1/x_c$, sendo x_c o comprimento de um ciclo. O contraste do objeto é definido como b/a. Substituindo a relação 6.18 na equação 6.13, a intensidade da imagem é descrita da seguinte forma:

$$Q'(x',y') = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} P(x'-x, y'-y)\{a + b\ cos(2\pi f_c x + \delta)\}dxdy. \tag{6.19}$$

A integral da função de espalhamento pontual P sobre y é a imagem de um objeto linear, de modo que, pela condição de superposição linear e isoplanatismo, pode ser definida como função de espalhamento linear, ou seja,

$$L(x' - x) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(x' - x, y' - y)dy. \tag{6.20}$$

Então, utilizando a relação 6.20 em 6.19 obtém-se:

$$Q'(x') = \int_{-\infty}^{+\infty} \{a + b\ cos(2\pi f_c x + \delta)\} L(x' - x)dx. \tag{6.21}$$

Fazendo a tranformação de coordenadas $\mathbf{x} = x' - x$ a equação pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} Q'(x') &= \int_{-\infty}^{+\infty} \{a + b\ cos(2\pi f_c(x' - \mathbf{x}) + \delta)\} L(\mathbf{x})d\mathbf{x} && (6.22)\\ &= a \int_{-\infty}^{+\infty} L(\mathbf{x})d\mathbf{x} && (6.23)\\ &\quad + b\ cos(2\pi f_c x' + \delta).\int_{-\infty}^{+\infty} L(\mathbf{x}) cos(2\pi f_c \mathbf{x})d\mathbf{x} && (6.24)\\ &\quad + b\ sen(2\pi f_c x' + \delta).\int_{-\infty}^{+\infty} L(\mathbf{x}) sen(2\pi f_c \mathbf{x})d\mathbf{x}. && (6.25) \end{aligned}$$

As duas últimas integrais nesta equação são as transformadas cosseno e seno da função de espalhamento linear e são escritos como $C(f_c)$ e $S(f_c)$ respectivamente:

$$C(f_c) = \int_{-\infty}^{+\infty} L(\mathbf{x}) cos(2\pi f_c \mathbf{x})d\mathbf{x}, \tag{6.26}$$

$$S(f_c) = \int_{-\infty}^{+\infty} L(\mathbf{x}) sen(2\pi f_c \mathbf{x})d\mathbf{x}. \tag{6.27}$$

Considerando que a integral da função de espalhamento linear sobre x seja unitária, ou seja, $\int_{-\infty}^{+\infty} L(\mathbf{x})d\mathbf{x} = 1$ obtém-se:

$$\begin{aligned} Q'(x') &= a + b\ cos(2\pi f_c x' + \delta).[C(f_c)] + b\ sen(2\pi f_c x' + \delta).[S(f_c)] && (6.28)\\ &= a + [M(f_c)].b\ cos\{2\pi f_c x' + \delta + \varepsilon(f_c)\} && (6.29) \end{aligned}$$

onde $M(f_c)$ e $\varepsilon(f_c)$ são respectivamente:

$$M(f_c) = \sqrt{C(f_c)^2 + S(f_c)^2} \tag{6.30}$$

$$\varepsilon(f_c) = tg^{-1}\left(-\frac{S(f_c)}{C(f_c)}\right). \tag{6.31}$$

O contraste da imagem é variada pelo fator $M(f_c)$, que é definida como função de transferência de modulação ou função de transferência de contraste e sua fase espacial é deslocada de $\varepsilon(f_c)$,

definida como função de transferência de fase, que corresponde ao deslocamento da imagem relativa à imagem gaussiana do objeto. O deslocamento da fase é introduzida na imagem se o função de espalhamento linear $L(x')$ é assimétrica. A distribuição de energia da imagem resultante $Q'(x')$ é modulado por uma função cosseno de freqüência f_c, demostrando que objeto de distribuição em cosseno formará sempre uma imagem com distribuição em cosseno. A modulação na imagem é dada por:

$$M_i = \frac{b}{a}|M(f_c)| = M_o|M(f_c)| \tag{6.32}$$

onde M_o é a modulação no objeto e M_i é modulação na imagem. Portanto, a função de transferência de modulação FTM é dado por:

$$FTM(f_c) = |M(f_c)| = \frac{M_i}{M_o}\cdot \tag{6.33}$$

A distribuição de energia da imagem resultante $Q'(x')$ é o resultado da convolução integral da distribuição da brilhância no objeto $Q(x)$ com a função de espalhamento linear $L(x')$. O processo da convolução integral está ilustrado pela figura 6.9.

Utilizando a definição de número complexo: $e^{i2\pi x} = cos2\pi x + i\ sen2\pi x$, as relações 6.30 e 6.31 e as transformadas cosseno e seno da função espalhamento linear dadas pelas relações 6.26 e 6.27, o produto $M(f_c)e^{i\varepsilon(f_c)}$ pode ser escrita como:

$$M(f_c)e^{i\varepsilon(f_c)} = C(f_c) - iS(f_c) = \int_{-\infty}^{+\infty} L(\mathbf{x})e^{-2\pi i f_c \mathbf{x}}d\mathbf{x}. \tag{6.34}$$

Esta é a transformada de Fourier unidimensional da função de espalhamento linear, e levando-se em consideração, que a função de espalhamento linear é a integral da função de espalhamento pontual sobre uma dimensão, isto é,

$$L(x') = \int_{-\infty}^{+\infty} P(x'-x, y'-y)dy'.$$

Então, fazendo a transformada de Fourier unidimensional desta equação obtém-se:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} L(x')e^{-2\pi i f_c x'}dx' = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} P(x'-x, y'-y)e^{2\pi i f_c x'}dx'dy' = p(f_c, 0), \tag{6.35}$$

que é a FTO à freqüência espacial f_c. Comparando esta equação e a equação 6.34 pode-se observar que $M(f_c)e^{i\varepsilon(f_c)}$ é a FTO à freqüência espacial f_c. Então, a função de transferência de modulação (FTM) e a Função de Transferência de Fase (FTF) são combinados para formar a função complexa FTO[12,27], ou seja:

$$FTO(f_c) = M(f_c)e^{i\varepsilon(f_c)} = Re + iIm, \tag{6.36}$$

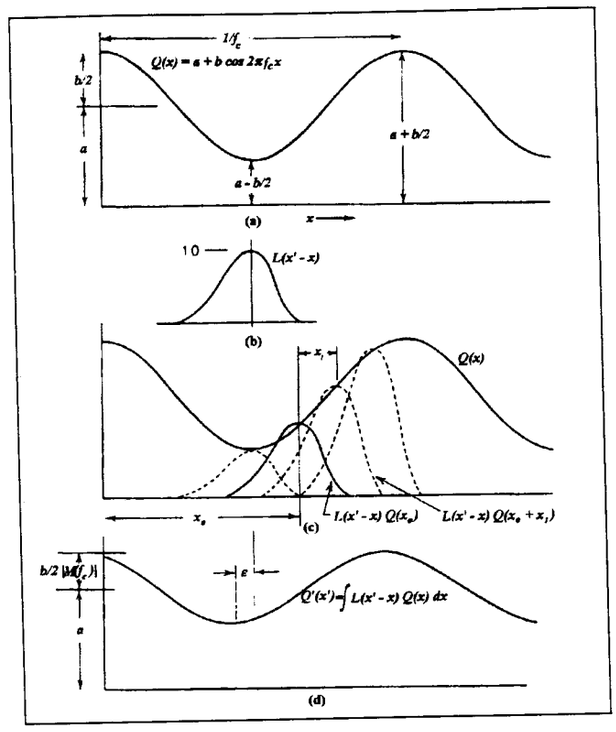


Figura 6.9: Convolução integral da distribuição da brilhância no objeto $Q(x)$ com a função de espalhamento linear $L(x'-x)$. (a) Representação gráfica da função do objeto $Q(x) = a + b\cos(2\pi f_c x + \delta)$. (b) Função de espalhamento linear $L(x'-x)$. (c) Ilustra a forma que $Q(x)$ é modificado por $L(x'-x)$. O sistema óptico forma a imagem de um ponto ou um elemento de linha em x_o como $Q(x_o)$ vezes $L(x'-x)$. Similarmente em $x_o + x_1$, a imagem do elemento de linha é descrito por $L(x'-x)Q(x_o+x_1)$. Então, a função da imagem a um dado ponto x' tem um valor igual a soma das contribuições de todos os pontos, cujas as imagens espalhadas atingem x'. (d) A função da imagem $Q'(x') = \int L(x'-x)Q(x)dx$ é defasada de ε e tem um módulo igual a $Mi = M_o|M(f_c)|$.

onde $FTM = M(f_c) = |FTO| = (Re^2 + Im^2)^{1/2}$ e $FTF = \varepsilon(f_c) = arctg(Im/Re)$.

Desde que a função de transferência de modulação é dada pelo módulo da FTO obtém-se:

$$M(f_c) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} L(\mathbf{x}) e^{-2\pi i f_c \mathbf{x}} d\mathbf{x} \right|. \tag{6.37}$$

Usando a desigualdade Schawarz[28] obtém-se

$$M(f_c) \leq \int_{-\infty}^{+\infty} \left| L(\mathbf{x}) e^{-2\pi i f_c \mathbf{x}} \right| d\mathbf{x} \leq \int_{-\infty}^{+\infty} L(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, \tag{6.38}$$

desde que $L(\mathbf{x})$ seja real. Porém, $\int_{-\infty}^{+\infty} L(\mathbf{x})d\mathbf{x}$ é o valor de FTO à freqüência zero, de maneira que o contraste da imagem nunca pode ser maior que a do objeto. Mesmo para sistema ópticos sem aberrações o contraste da imagem decresce com o aumento da freqüência espacial. Então, se os componentes da freqüência espacial de um objeto são encontrados pela análise de Fourier,

FTO descreve o contraste e a fase destes componentes na imagem. Se a função de espalhamento pontual de um sistema óptico é simétrica, isto é, uma função par, sua transformada, FTO, é real e não há deslocamento de fase na imagem. Portanto, FTO descreve a resposta de sistemas ópticos a uma fonte conhecida e é composta das duas componentes: FTM a magnitude de FTO e FTF a fase de FTO.

6.3.2 Método de Medida da Função de Transferência

A discussão precedente na secção 6.3 tem sido baseado nos padrões do objeto, cuja a distribuição da brilhância é uma onda quadrada, conforme ilustra a figura 6.6(b), e cuja distribuição da iluminação na imagem é distorcida ou arredondada pela característica do sistema óptico, como indica a figura 6.6(d). Contudo, se a distribuição da brilhância no padrão do objeto é descrita pela forma de uma onda senoidal, a distribuição da iluminação na imagem é também descrito por uma onda senoidal, indiferente da forma da função de espalhamento. Este fato tem conduzido a um extenso uso da função de transferência de modulação para descrever o desempenho de um sistema óptico. A função de transferência de modulação é a razão entre a modulação ou o contraste na imagem M_i e a modulação ou contraste no objeto M_o, como uma função da freqüência espacial f_c (ciclos por unidade de comprimento) do padrão da onda senoidal, dada pela equação 6.33. A representação gráfica de FTM em função da freqüência f_c é um eficiente método de medida do desempenho de quaisquer sistemas ópticos e é um método aplicável universalmente. A vantagem deste método é a possibilidade de comparação com a curva de FTM teórica obtida pelas técnicas de Desenho Óptico. Outra vantagem de FTM é a possibilidade de ser determinada como resultante do produto de cada FTM individual correspondente aos componentes constituintes do sistema. A medida quantitativa da função de transferência de modulação FTM é referida também como resposta em freqüência, resposta em onda senoidal ou transferência de contraste e tornou-se uma ferramenta muito útil na caracterização de quaiquer sistemas ópticos.

FTM está associada à medida direta e quantitativa da qualidade de imagem produzida pelos sistemas ópticos e descreve a estrutura da imagem como uma função de suas freqüências espaciais, produzida pela tranformada de Fourier da distribuição espacial da imagem ou da função de espalhamento linear (FEL). Desta forma, FTM fornece uma representação simples de informação da estrutura da imagem, similar em forma e interpretação à resposta de audio-freqüência. Sistemas ópticos que requerem integridade de imagem ou máxima resolução

podem utilizar FTM como uma medida de desempenho das dimensões críticas requeridas, tais como a largura de linha ou resolução de *pixel* ou espaçamento do sensor retinal. FTM mede a capacidade de um sistema óptico em transferir os níveis de detalhes de um objeto à imagem. Esta capacidade é medida em termos de constraste ou modulação produzida por uma fonte perfeita de níveis de detalhes. Os níveis de detalhes em um objeto ou imagem especificam a resolução de um sistema óptico e estão expressados em par de linhas por milímetro (lp/mm) ou somente por linhas por milímetro (l/mm). Portanto, FTM é um mapeamento do contraste medido em porcentagem em função da freqüência espacial medida em lp/mm ou l/mm.

A função de transferência de fase FTF determina a fase relativa da imagem em função da freqüência. A variação da fase relativa de 180° indica que o escuro e o claro na imagem estão invertidos. Este fenômeno ocorre quando a FTO torna-se negativa.

Os instrumentos de medida usam alguns métodos comuns para a obtenção da FTM: varredura de imagem, análise de frente de onda ou método interferométrico e geração de freqüência. Contudo, recentes avanços na mecânica de precisão e tecnologias eletro-ópticos têm produzido muitas variações ópticas nestes métodos, permitindo uma medida eficiente de FTM com alta precisão.

O método de varredura é subdividida em varredura indireta e direta, no primeiro, uma varredura na imagem é realizada para gerar sua distribuição de intensidade cossenoidal e então, a transformada de Fourier da imagem é dividido pela transformada de Fourier do objeto para obter a FTM. No segundo método, a varredura da imagem de uma fenda com uma grade de característica periódica de transmissão é realizada, ou seja, grades com transmissão cossenoidal em função da distância característica. Então, o fluxo de luz transmitido fornece uma informação direta da FTM em função da freqüência espacial da grade.

Os instrumentos de medida utilizam em geral um padrão de teste constituída de barras claras e escuras alternadas, cuja brilhância do objeto varia com a função senoidal unidimensional. Alguns instrumentos utilizam ondas quadradas como padrões de objeto. A imagem do padrão de barras é formada sobre uma uma fenda estreita por um sistema óptico em teste, cuja direção é exatamente paralela ao padrão. A luz passando através da fenda é detectada por um fotodetector. Quando o padrão de barras ou a fenda é deslocada lateralmente, a quantidade de luz atingindo o detector varia e a modulação da imagem é dada por:

$$M_i = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

onde I_{max} e I_{min} representam a iluminação máxima (barra clara) e a iluminação mínima (barra

escura) respectivamente, sobre o detector. A modulação do objeto M_o é derivada similarmente dos níveis de brilhância máxima e mínima do padrão de barras. A resposta em freqüência, resposta em onda senoidal ou transferência de modulação é, então, dada pela razão M_i/M_o. Como FTM é a representação gráfica da razão de modulação em função da freqüência espacial, os padrões de barras devem ser variadas por algum mecanismo manual ou automático para gerar diferentes freqüências.

Outra técnica, que é extensamente utilizada, baseia-se na varredura de traçado de borda em forma de faca (*knife-edge scan*). A borda em forma de faca é passada através da imagem de um ponto ou fenda e a luz passando por esta borda é medida. Se a intensidade de luz medida I é representada em forma de gráfico em função da posição lateral da borda em faca na direção de y, a inclinação da curva dI/dy é exatamente igual à função de espalhamento linear do sistema óptico em teste. A transformada de Fourier da função de espalhamento linear gera FTM. A maioria dos equipamentos de medida de FTM comerciais são estabelecidos, de maneira que os dados de varredura da borda em faca sejam registrados diretamente pelo computador, que processa os dados para calcular a FTM em quaiquer freqüência espacial desejada. Esta técnica não requer um padrão senoidal do objeto e nem outros padrões senoidais para gerar outras freqüências. Como em qualquer outro método de medida, a distribuição espectral de da fonte deve coincidir com a resposta espectral do sensor de detecção da luz.

A forma de frente de onda quando medida por um interferômetro pode ser também usada para determinar FTM. O método interferométrico sobrepõe a frente de onda na pupila de entrada do sistema óptico em teste e mede o fluxo total de luz que passa pelo sistema, enquanto o caminho óptico em um dos braços do interferômetro é continuamente variado. Ou seja, o padrão de franjas é varrido para digitalizar os dados obtidos. Estes dados são processados por um computador para calcular FTM em qualquer freqüência espacial desejada. Este método é mais adequado para sistemas com espelhos ou sistemas que operam em comprimentos de ondas de lasers.

A função de transferência de modulação não precisa ser determinado necessariamente no plano da imagem. Quando o plano está desfocado, o contraste cai rapidamente para freqüências altas e mais lentamente para baixas freqüências. Um dos métodos para determinar a qualidade de imagem de lentes é medir o contraste a uma freqüência específica em função da distância do plano da imagem, que é a medida da profundidade de foco da lente. Muitas empresas que usam FTM para testar um grande número de lentes empregam esta técnica mais

simples, que mede a função de transferência numa freqüência espacial específica. Se o contraste está acima de um específico nível, ele é aceito e se está abaixo é rejeitado.

Especificações de FTM são frequentemente usados por desenhistas ópticos que desejam testes com padrões de repetibilidade. O instrumento de medida de FTM é também usado como ferramenta de controle de qualidade de produção, desde que os operadores não necessitam de alto nível de treinamento para testar a parte óptica propriamente. As vantagens de utilização da FTM como um sistema de caracterização são três. Primeiro, sistemas ópticos empregando vários estágios (sistemas de lentes, filtros, filmes, sensores, etc.) possuem uma resposta de FTM que é o produto de FTM de cada estágio. Segundo, FTM pode ser especificada para um comprimento de onda ou sobre uma região de comprimentos de onda, conforme sua aplicação. Terceiro, o teste por FTM é objetiva e universal. O teste não requer medida qualitativa para o discernimento de contraste, resolução ou qualidade de imagem. Portanto, sob as mesmas condições a FTM do sistema óptico medido pode ser comparado a FTM de um Desenho Óptico projetado ou a outro instrumento de medida.

6.3.3 Funções de Transferência de Modulação em Sistemas limitados por Difração

A função de transferência de modulação FTM tratada em termos puramente geométricos é aplicada perfeitamente para grandes aberrações. Contudo, quando as aberrações são pequenas, as interações entre os efeitos de difração sobre a abertura de um sistema óptico e as aberrações nele existentes tornam-se muito complexas. Para um sistema óptico perfeito, sem a presença de aberrações e com uma abertura circular uniformemente transmitida, FTM está relacionada com o tamanho do padrão de difração e é dada por[9,27]:

$$FTM(f) = \frac{2}{\pi}(\phi - cos\phi \ sen\phi) \tag{6.39}$$

onde:

$$\phi = cos^{-1}\left(\frac{\lambda f}{2NA}\right) \tag{6.40}$$

e f é a freqüência espacial em ciclos por milímetros, λ é o comprimento de onda em milímetros e NA é a abertura numérica. FTM é igual a zero se ϕ for zero, então, o limite de resolução para um sistema óptico livre de aberrações, freqüentemente denominado de freqüência de corte, é dado por[9,27]:

$$f_o = \frac{2NA}{\lambda} = \frac{1}{\lambda(f/\#)} \tag{6.41}$$

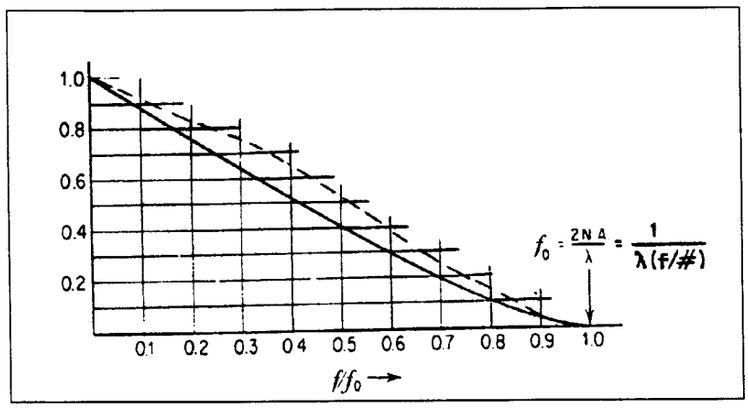


Figura 6.10: A função de transferência de modulação de um sistema livre de aberrações é representada pela linha cheia, em função da freqüência expressa como uma fração da freqüência de corte. A linha pontilhada representa FTM para o fator de modulação de uma onda quadrada como padrão de objeto. Ambas as curvas são baseadas em efeitos de difração, assumindo um sistema óptico com uma abertura circular uniformemente transmitida.

onde $f/\#$ é a abertura relativa de um sistema óptico. O gráfico da equação 6.39 é ilustrada pela linha cheia da figura 6.10. A escala de freqüência espacial é dado em termos da freqüência de corte f_o, expressado pela equação 6.41. Para sistemas ópticos usuais bem corrigidos, este nível de desempenho não pode ser excedido, ou seja, os sistemas ópticos não transmitem a freqüências mais altas que f_o. A curva de FTM geométrica derivada a partir dos dados do traçado de raios, desprezando-se os efeitos de difração, de sistemas ópticos bem corrigidos muitas vezes excedem os valores da figura 6.10. Tais resultados são incorretos e derivam do fato de que o conceito de raio de luz descreve parcialmente o comportamento de radiação eletromagnética.

Os efeitos de pequenas quantidades de desfocamento da imagem sobre FTM limitado por difração para um sistema óptico livre de aberração são ilustradas pela figura 6.11.

A curva A corresponde à imagem em foco $\delta = 0$, com $OPD = 0$.

A curva B corresponde à imagem com desfocamento $\delta = \lambda/2n'\ sen^2u'$, com $OPD = \lambda/4$. Esta curva corresponde à profundidade de foco permitido pelo limite de Rayleigh.

A curva C corresponde à imagem com desfocamento $\delta = \lambda/n'\ sen^2u'$, com $OPD = \lambda/2$.

A curva D corresponde à imagem com desfocamento $\delta = 3\lambda/2n'\ sen^2u'$, com $OPD = 3\lambda/4$.

A curva E corresponde à imagem com desfocamento $\delta = 2\lambda/n'\ sen^2u'$, com $OPD = \lambda$.

A curva F corresponde à imagem com desfocamento $\delta = 4\lambda/n'\ sen^2u'$, com $OPD = 2\lambda$.

Estas curvas são determinadas por efeitos de difração e não por cálculos geométricos.

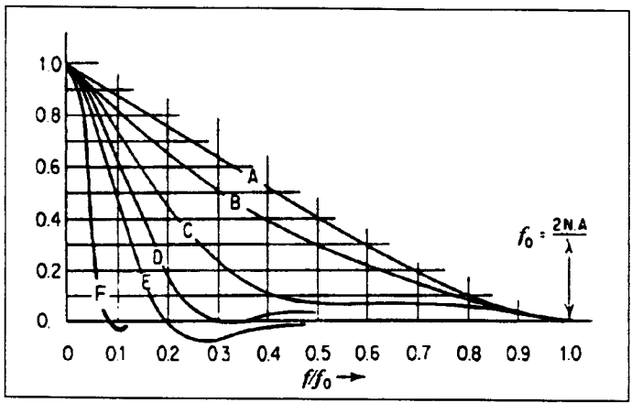


Figura 6.11: Efeitos de desfocamento sobre a função de transferência de modulação FTM de um sistema livre de aberrações, considerando os efeitos de difração.

Para efeitos de comparação, a figura 6.12 mostra as curvas de FTM determinados por cálculos geométricos de um sistema livre de aberrações e desfocadas pelas mesmas quantidades. Pode-se observar que, para pequenas quantidades de OPD, as curvas obtidas pela análise da frente de onda e as curvas obtidas por traçado de raios não coincidem. Contudo, quando o desfocamento é suficiente para introduzir uma quantidade de OPD de um comprimento de onda ou mais, as curvas tornam-se mais semelhantes. Se o desfocamento é da ordem de $4\lambda/n\ sen^2u$, os efeitos de difração podem ser desprezados e a função de transferência de modulação para sistemas desfocados é descrita por[9,27]:

$$FTM(f) = \frac{2J_1(\pi Bf)}{\pi Bf} \simeq \frac{J_1(2\pi\delta NAf)}{\pi\delta NAf} \tag{6.42}$$

onde J_1 é a função de Bessel de primeira ordem, B é o diâmetro do *spot* produzido por desfocamento, δ é o desfocamento longitudinal, $NA = n'senu'$ é a abertura numérica e f é a freqüência espacial. Nas figuras 6.11 e 6.12, algumas curvas mostram valores negativos para FTM. Isto indica que o deslocamento de fase na imagem é de 180° e que na imagem do padrão de barras, onde é clara, deveria ser escura e vice-versa. Isto é conhecido como resolução espúrea, desde que um padrão linear pode ser visto, mas não é uma verdadeira imagem do objeto. Este é um fenômeno freqüentemente observado em sistemas ópticos bem corrigidos em desfocamento ou em sistemas ópticos, cuja imagem de um ponto é uma mancha circular uniformemente iluminada.

Na figura 6.13, os efeitos da aberração esférica de terceira ordem sobre FTM são mostradas. Os efeitos são razoavelmente similares ao de um sistema óptico desfocado para aberrações da ordem um ou dois comprimentos de onda. As curvas são baseadas em cálculos de difração sobre a frente de onda para um plano de imagem entre o foco paraxial e o foco

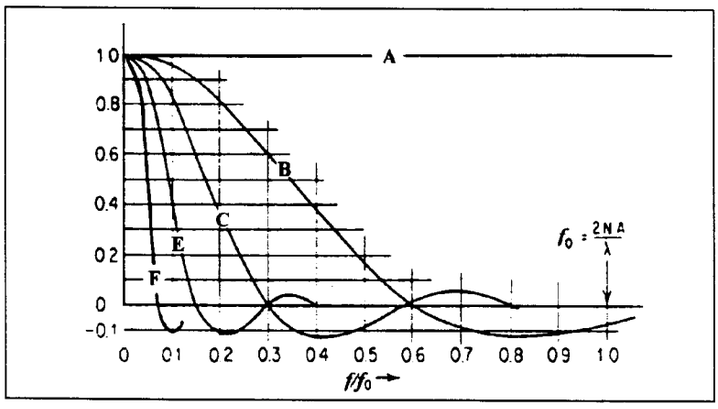


Figura 6.12: Efeitos de desfocamento determinados por cálculo geométrico sobre a função de transferência de modulação FTM de um sistema livre de aberrações.

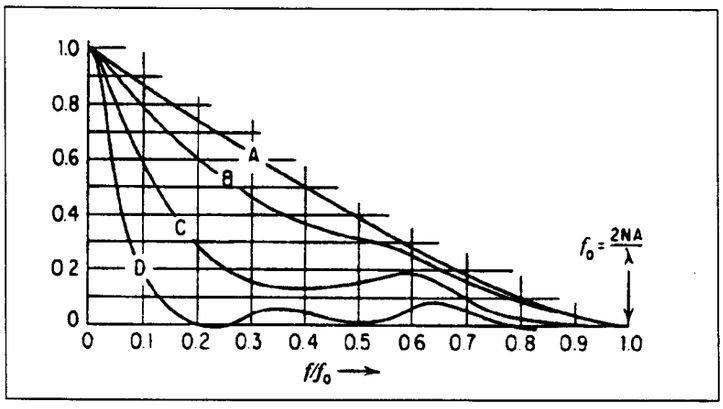


Figura 6.13: Efeitos de aberração esférica de terceira ordem sobre a função de transferência de modulação FTM.

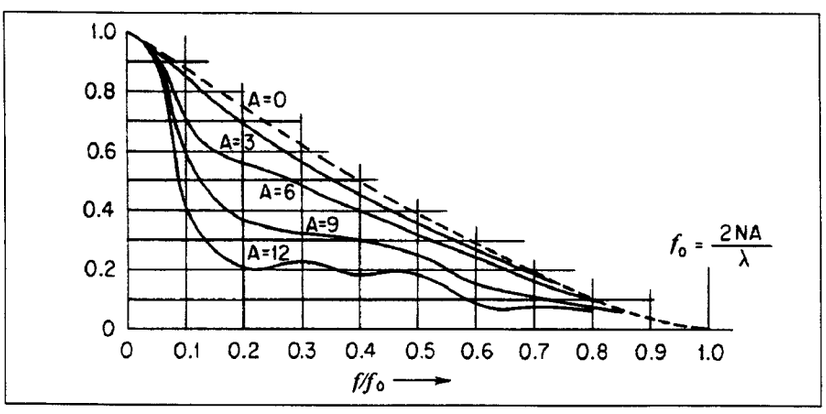


Figura 6.14: Os efeitos da aberração esférica zonal sobre a função de transferência de modulação FTM.

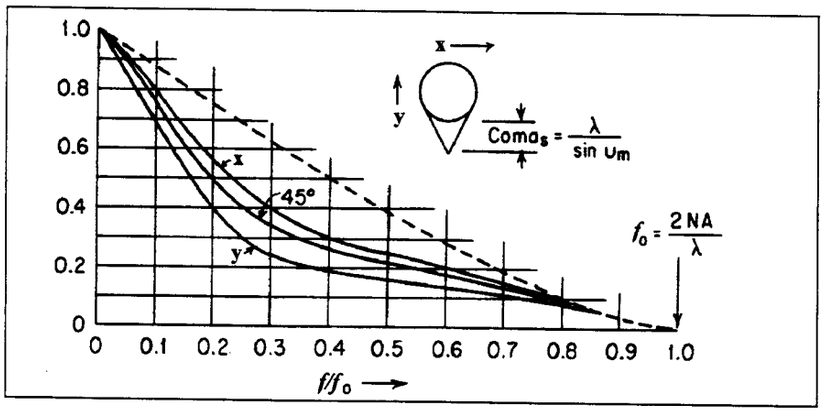


Figura 6.15: Efeitos de aberração coma de terceira ordem.

marginal, de maneira que:

– a curva A corresponde à imagem com aberração esférica longitudinal $W_E = 0$, com $OPD = 0$;

– a curva B corresponde à imagem com aberração esférica longitudinal $W_E = 4\lambda/n'sen^2u$, com $OPD = \lambda/4$;

– a curva C corresponde à imagem com aberração esférica longitudinal $W_E = 8\lambda/n'sen^2u$, com $OPD = \lambda/2$;

– a curva D corresponde à imagem com aberração esférica longitudinal $W_E = 16\lambda/n'sen^2u$, com $OPD = \lambda$.

A função de transferência de modulação FTM para a aberração esférica zonal é mostrada na figura 6.14. A aberração esférica marginal do sistema óptico é corrigida de maneira que o plano focal da imagem está localizada a $0,8[W_{E.Long.}]$ do foco paraxial. A aberração esférica longitudinal é dada por $[W_{E.Long.}] = A\lambda/sen^2u_m$ a aberração esférica lateral é $[W_{E.Lat.max.}] = 0.7436A\lambda/sen^2u_m$ e, portanto, o desfocamento é $\delta l = 0.8[W_{E.Long.}] = 0.8A\lambda/sen^2u_m$[27].

A figura 6.15 ilustra os efeitos da aberração coma sobre FTM. Por causa da assimetria da aberração coma, a resposta é diferente para cada meridiano. O ponto de referência está localizado acima da intersecção do raio principal com o plano da imagem.

Capítulo 7

Instrumentos Ópticos Desenvolvidos

O propósito inicial deste trabalho foi adquirir o domínio total das técnicas de Desenho Óptico, que permitissem desenvolver projetos de quaisquer sistemas ópticos, do mais simples ao mais sofisticados. Cuja finalidade específica é sua utilização em dispositivos ou instrumentos destinados a quaisquer áreas de desenvolvimento científico de pesquisa ou de desenvolvimento de produção industrial. Cada tipo de instrumento requer um específico sistema óptico, que é determinado pelos parâmetros ópticos característicos, pelo grau de precisão e pela forma da imagem a ser detectada por algum tipo de sensor. Isto exige que o desenhista óptico tenha um conhecimento amplo das mais variadas características exigidas por diferentes sistemas ópticos, quando defronta-se com um algum problema específico e possa saber como resolvê-lo. Para obter a experiência mínima necessária foram desenvolvidos, inicialmente, alguns sistemas ópticos para determinados fins, tais como: sistema óptico para focalização do topógrafo de córnea, sistema óptico para iluminação do oftalmoscópio, sistema óptico do carona do oftalmoscópio, sistema óptico para ampliação fotográfica, sistema óptico para varredura angular a longa distância, sistema óptico do expansor de feixes de luz para grande campo de visão, que são descritos nas secções subseqüentes. Tais sistemas foram desenvolvidos para dar suporte à pesquisa realizada pelo pessoal envolvido no Laboratório de Óptica Oftálmica, de modo que serviram de treinamento para o domínio das técnicas de Desenho Óptico.

O objeto de tese baseou-se na utilização das técnicas de Desenho Óptico para a elaboração do projeto óptico de um instrumento oftálmico denominado de Lâmpada de Fenda. A escolha deste instrumento foi determinado por ser um instrumental muito utilizado por oftalmologistas, bastante difundido na consulta tradicional e nas novas técnicas de análise clínica e cirurgias. E principalmente, por ser composto de duas partes ópticas distintas e básicas para quaisquer tipo de instrumental na área de Oftalmologia, que consistem em: sistema de iluminação em forma de uma fenda estreita e sistema estereomicroscópico com diferentes

aumentos. Tendo sido elaborado o projeto óptico, o próxima etapa consistiu-se em projetar o sistema mecânico para acoplar as duas partes constituintes do instrumento oftálmico, cujo propósito foi produzir um protótipo da Lâmpada de Fenda com tecnologia totalmente nacional.

Um outro projeto óptico desenvolvido durante este trabalho, que serviu de suporte ao projeto óptico da Lâmpada de Fenda foi o microscópio cirúrgico, cuja parte óptica assemelha-se ao referido instrumento, conforme pode-se verificar nas secções 7.8 e 7.10. O microscópio cirúrgico é um dos bem sucedidos projetos desenvolvidos no Laboratório de Óptica Oftálmica, que já tornou-se um produto em escala industrial. É o primeiro produto sendo produzido por uma indústria nacional, a empresa OPTO Eletrônica S/A.

Subseqüente à fase de elaboração e construção de um projeto óptico, surge um problema crucial na área de tecnologia óptica, que é como determinar o desempenho de um sistema óptico construído quantitativamente. Ou mais especificamente, como determinar a qualidade de imagem ou o controle de qualidade de um sistema óptico construído. Desta forma, a outra etapa do trabalho foi justamente tornar mensurável o controle sobre o desempenho do sistema óptico construído, o que até então, era realizado por método qualitativo através da sensibilidade do olho humano. Um dos métodos mais eficazes para mensurar o desempenho de um sistema óptico é a medição da função de transferência óptica (FTO), especificamente a função de transferência de modulação (FTM), que representa o módulo da função complexa FTO. A medida de FTM é realizada por uma estação de teste automática: *Optomatic* produzida pela empresa alemã Trioptics, que foi adquirida pelo Laboratório de Óptica Oftálmica para esta específica finalidade (ilustrada pela figura 7.1). *Optomatic* é um instrumento de teste óptico totalmente automatizado, que fornece a medida de FTM de quaisquer sistemas ópticos, além de características ópticas como distância focal efetiva, distância focal anterior, raio de curvatura, descentralização, ângulos de prismas e cunhas ópticas. A possibidade de medição do desempenho de um sistema óptico através da técnica de medida FTM, tornou viável a análise comparativa da curva de resposta desta medida com os dados teóricos de FTM obtidos pelas técnicas de Desenho Óptico e de medidas de FTM de instrumentos tradicionais com ótimo desempenho óptico.

Ao analisar as primeiras medidas de FTM foi possível observar discrepâncias entre o FTM medido e o FTM teórico. Estas discrepâncias deveriam estar sendo introduzidas por algum parâmetro durante a confecção do sistema óptico. Um dubleto, que serve como adaptador de câmera CCD, foi utilizado para desenvolver uma metodologia com finalidade de

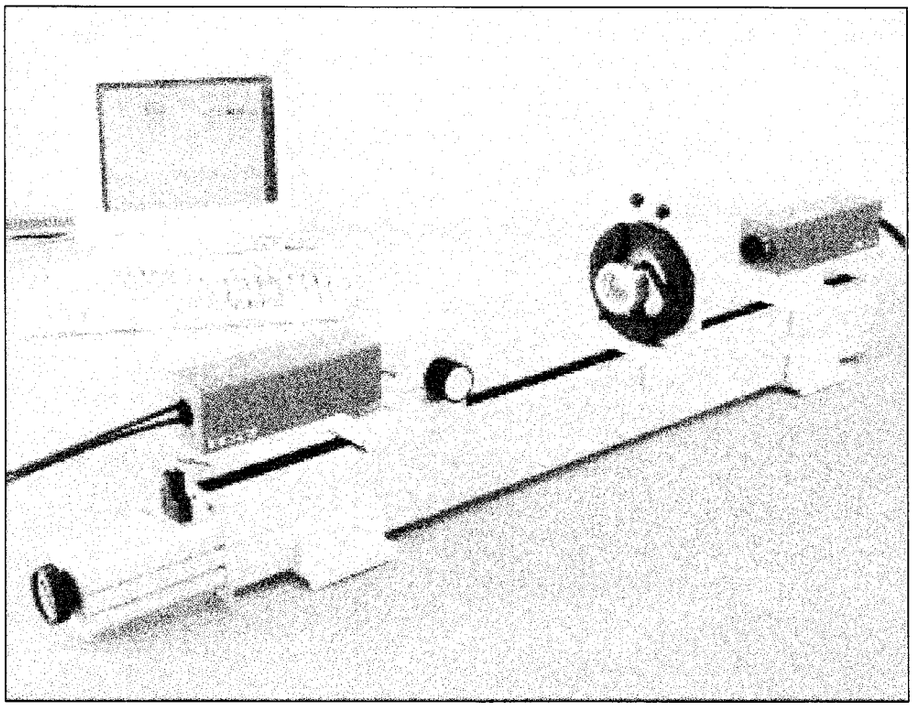


Figura 7.1: Foto ilustrando a estação de teste automática Optomatic da Trioptics.

determinar o parâmetro óptico, que introduz o efeito de degradação na imagem. Este sistema óptico é discutido na secção 7.9.

Nas próximas secções serão descritos todos os projetos de sistemas ópticos desenvolvidos neste trabalho.

7.1 Sistema de Focalização do Topógrafo de Córnea

O Topógrafo de Córnea ou Videokeratoscópio é utilizado para realizar a avaliação topográfica da córnea humana *in vivo*. Este instrumento oftálmico foi projetado utilizando técnicas na área de Óptica, Computação e Eletrônica, com finalidade de realizar o processo de digitalização da imagem. A imagem formada sobre a córnea é registrada por uma câmera CCD com auxílio de um sistema óptico, cuja a função é focalizar uma imagem otimizada da córnea sobre a câmera CCD. O padrão do objeto utilizado para a aquisição da imagem corresponde a vários anéis claros e escuros concêntricos projetados sobre a córnea. Estes anéis são projetados na córnea através de um cone delimitado por vários anéis claros e escuros. Quando o cone é iluminado, estes anéis claros e escuros são projetados na córnea, de modo que o sistema óptico pode focalizá-los sobre a câmera CCD. A imagem registrada é digitalizada e processada, cujo resultado final é a obtenção de um mapeamento da convexidade da córnea em função de um código de cores. Seu objetivo é avaliar o raio de curvatura em qualquer ponto da córnea com altíssimo grau de precisão. Este aparelho é totalmente automatizado para facilitar sua utilização tanto ao usuário quanto ao paciente. Sua vantagem está na possibilidade de ser utilizada tanto nas análises convencionais pré e pós-cirúrgicas, como também nas correções de miopia pelo modernos métodos, tal como o desbastamento da córnea a laser de excimer. Além disso, poder ser útil para a modelagem pontual de lentes de contactos na prevenção de várias doenças que afetam a córnea. A figura 7.2 ilustra o aparelho que está sendo desenvolvido pela empresa Eyetec Equipamentos Oftálmicos, a figura 7.3 ilustra o sistema óptico desenvolvido para a focalização da imagem numa câmera CCD e a tabela 7.1 descreve as características do sistema óptico. O sistema óptico foi projetado com as características ópticas descritas na tabela 7.1, de maneira que a imagem possa ser totalmente focalizada na janela da câmera CCD. A figura 7.4 ilustra as curvas de aberração esférica e astigmatismo em função do desfocamento e a curva de distorção em porcentagem. A figura 7.5 ilustra o diagrama *spot* do sistema óptico e a figura 7.6 ilustra a imagem dos anéis claros e escuros concêntricos formados pelo sistema óptico e registrados pela câmera CCD.

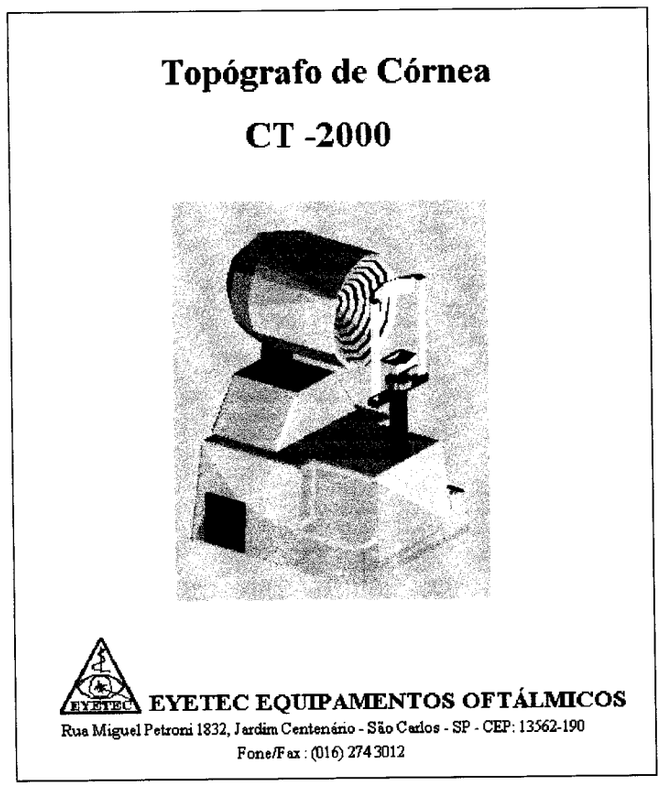


Figura 7.2: Videokeratoscópio ou topógrafo de córnea.

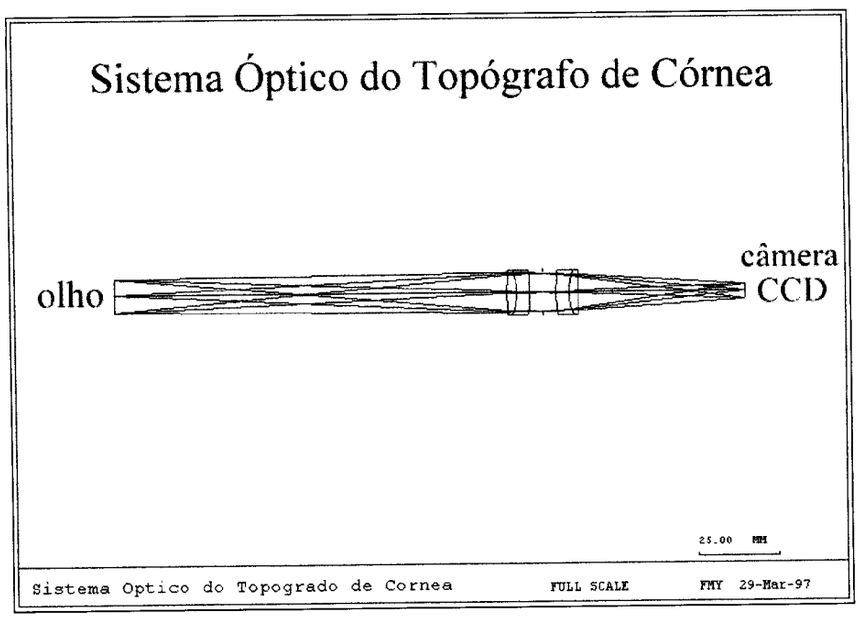


Figura 7.3: Sistema óptico para focalização da imagem do olho sobre a câmera CCD.

SISTEMA ÓPTICO DO VIDEOKERATOSCÓPIO				
SUPERFÍCIE	RAIO DE CURVATURA	ESPESSURA	VIDRO	DIÂMETRO
OBJETO:	INFINITO	120,00		10,00
1:	80,28	3,00	BK7-SCHOTT	12,00
2:	-18,87	4,00	F2-SCHOTT	12,00
3:	-48,98	4,00		12,00
ÍRIS:	INFINITO	4,00		
5:	48,98	4,00	F2-SCHOTT	12,00
6:	17.87	3,00	BK7-SCHOTT	12,00
7:	-80,28	50,00		12,00
IMAGEM:	INFINITO	0,00		4,60
distância focal efetiva $\Rightarrow$ 40 mm				
distância-objeto $\Rightarrow$ 120 mm				
distância-imagem $\Rightarrow$ 50 mm				
abertura relativa $\Rightarrow$ f/3,4				
diâmetro da pupila de entrada $\Rightarrow$ 12 mm				
altura do objeto $\Rightarrow$ 10,0 mm				
altura da imagem $\Rightarrow$ 4,6 mm				
redução do tamanho da imagem $\Rightarrow$ 0,46				
tamanho total do sistema óptico $\Rightarrow$ 22 mm				

Tabela 7.1: Características ópticas do sistema óptico.

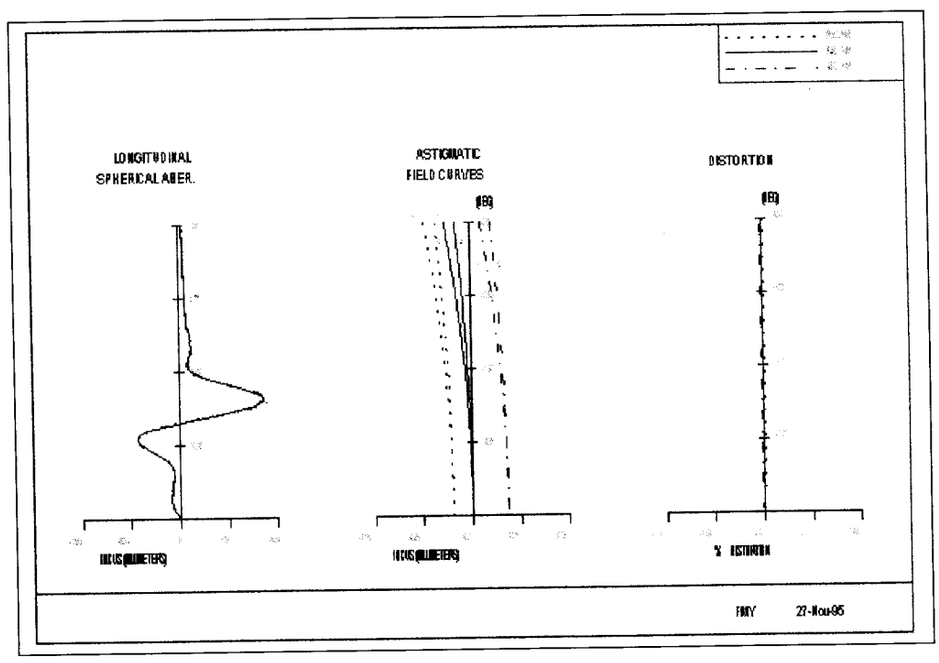


Figura 7.4: Curvas de aberração esférica, astigmatismo e distorção.

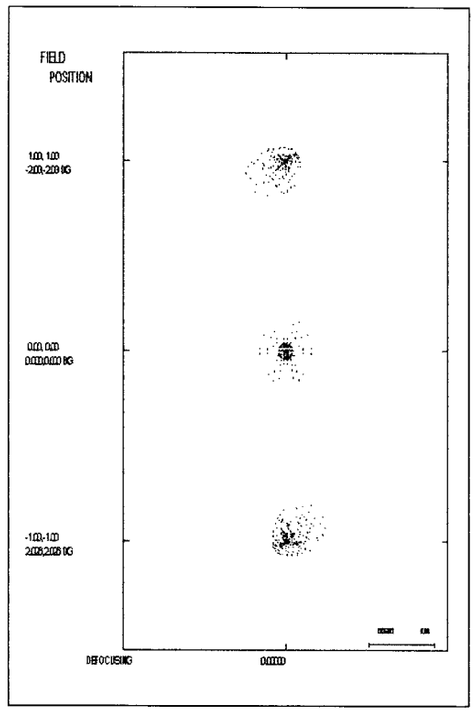


Figura 7.5: Diagrama *spot* do sistema óptico.

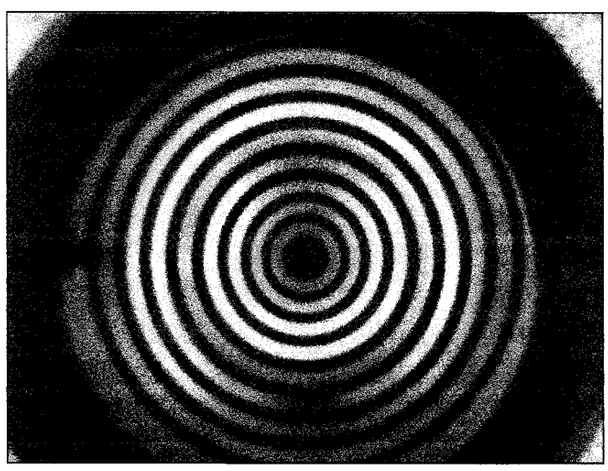


Figura 7.6: Imagem dos anéis concêntricos projetados na córnea de um paciente focalizado pelo sistema óptico e registrado pela câmera CCD.

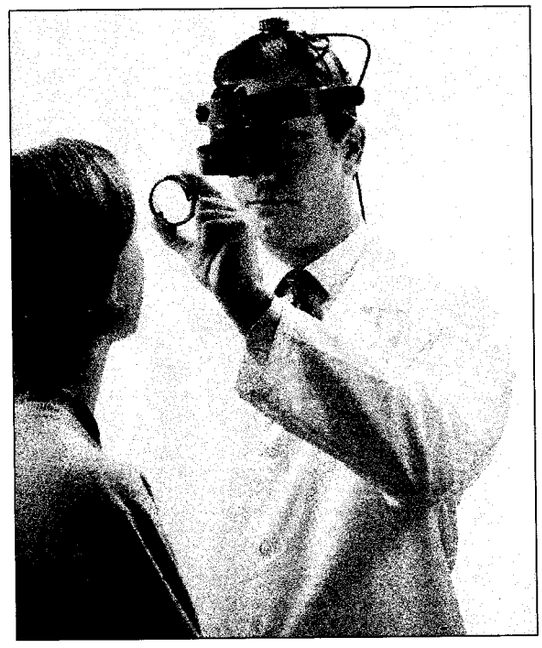


Figura 7.7: Oftalmoscópio sendo utilizado em diagnóstico.

7.2 Sistema de Iluminação do Oftalmoscópio

O Oftalmoscópio é um instrumento que permite observar a superfície retinal do olho. Para isto requer simplesmente um sistema de iluminação que possa projetar luz através da pupila do paciente e permita ao observador alinhar sua pupila ao do paciente. Este instrumento permite diagnosticar as condições dos vasos sanguíneos e outros tecidos da retina, indicando as condições de saúde do olho, assim como do corpo como um todo, fornecendo informações concernentes a diabetes, disfunções do fígado e outros distúrbios sistemáticos, tal como ilustra a figura 7.7. A figura 7.8 ilustra o sistema óptico projetado e a tabela 7.2 descreve as características ópticas do sistema. O objeto é a fonte de luz do sistema de iluminação, que consiste-se de uma lâmpada de Halogênio, cujo filamento mede 2 mm de comprimento. A imagem é focalizada a 500 mm da última superfície do sistema óptico, de maneira a formar uma condensação de luz, ou seja um *spot* homogêneo de luz de 60 mm de diâmetro. A figura 7.9 ilustra o diagrama *spot* do sistema óptico para três campos de visão e a figura 7.10 ilustra as curvas de aberração esférica e astigmatismo em função do desfocamento e a curva de distorção em porcentagem.

SISTEMA ÓPTICO DO OFTALMOSCÓPIO				
SUPERFÍCIE	RAIO DE CURVATURA	ESPESSURA	VIDRO	DIÂMETRO
OBJETO:	INFINITO	5,00		2,00
1:	-17,93	2,32	BK7-SCHOTT	11,00
2:	22,82	1,08		11,00
3:	-54,22	5,87	BK7-SCHOTT	11,00
4:	-09,89	3,00		11,00
ÍRIS:	INFINITO	12,00		09,00
6:	428,17	10,00	BK7-SCHOTT	16,10
7:	-10,06	4,37	F2-SCHOTT	17,80
8:	-19,03	500,00		21,20
IMAGEM:	INFINITO	0,00		60,00
distância focal efetiva ⇒ 28,21 *mm*				
distância-objeto ⇒ 5,0 *mm*				
distância-imagem ⇒ 500 *mm*				
abertura relativa ⇒ f/4,1				
diâmetro da pupila de entrada ⇒ 6,94 *mm*				
altura do objeto ⇒ 2,0 *mm*				
altura da imagem ⇒ 60 *mm*				
aumento do tamanho da imagem ⇒ 16,5				
tamanho total do sistema óptico ⇒ 38,64 *mm*				

Tabela 7.2: Características ópticas do sistema óptico.

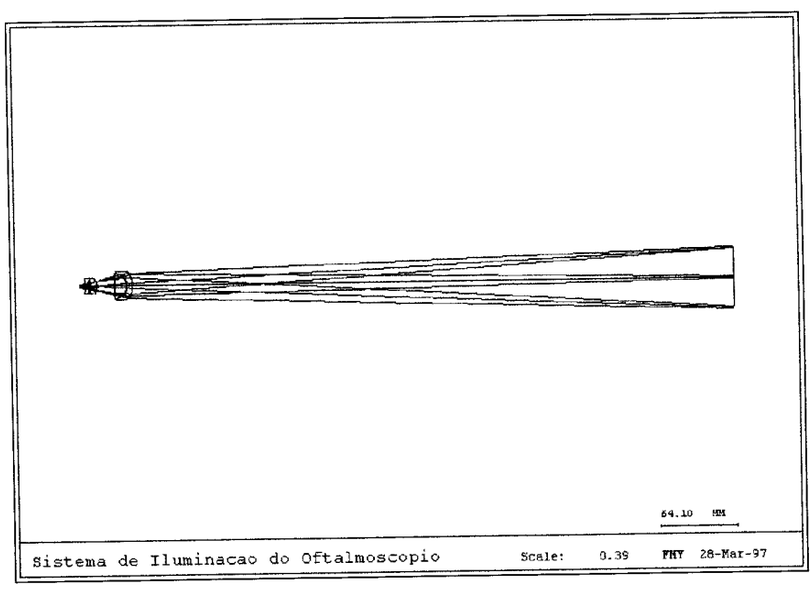


Figura 7.8: Sistema Óptico de Iluminação do Oftalmoscópio.

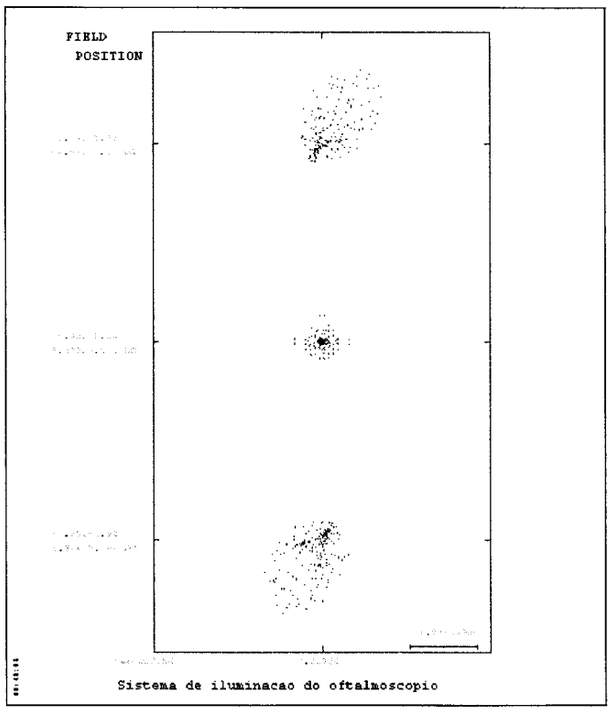


Figura 7.9: Diagrama *spot* do sistema de iluminação do oftalmoscópio.

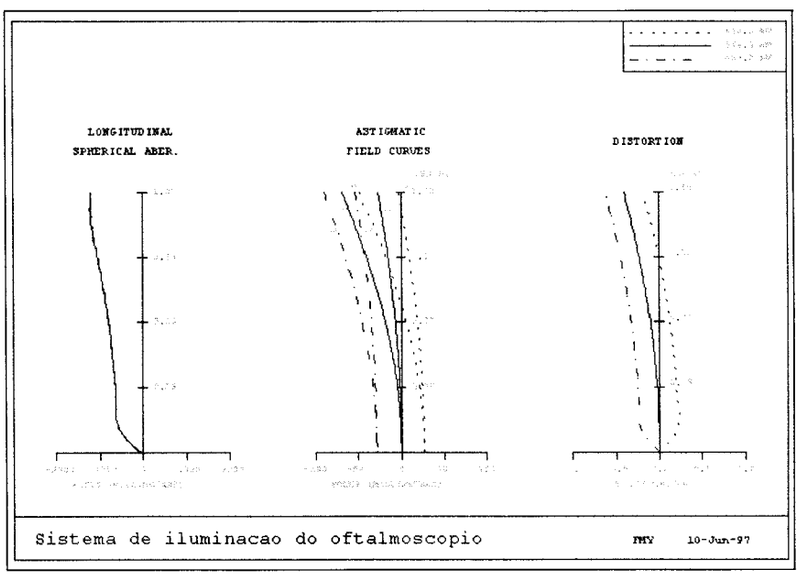


Figura 7.10: Curvas de aberração esférica, astigmatismo e distorção.

7.3 Carona do Oftalmoscópio

O sistema óptico do carona permite ao usuário registrar as imagens observadas pelo Oftalmoscópio através de um sistema de câmera CCD acoplada a um microcomputador. Este sistema tem a função de focalizar a imagem desviada de sua trajetória através de um divisor de feixe sem interferir na imagem formada no olho do usuário, ou seja, a mesma imagem observada pelo usuário é a imagem registrada pela câmera CCD, possibilitando desta maneira registrar e arquivar o estado de cada paciente. A figura 7.11 ilustra o sistema óptico projetado e a tabela 7.3 descreve as características ópticas do sistema. A distância-objeto está no infinito, ou seja, os raios incidem ao sistema óptico pararelos ao eixo óptico formando uma imagem no foco a uma de distância de 76,4 mm da última superfície do sistema óptico. A figura 7.12 ilustra as curvas de aberração esférica e astigmatismo em função do desfocamento e a curva de distorção em porcentagem. A figura 7.13 ilustra o diagrama *spot* do sistema óptico para três campos de visão.

SISTEMA ÓPTICO DO CARONA OFTALMOSCÓPIO				
SUPERFÍCIE	RAIO DE CURVATURA	ESPESSURA	VIDRO	DIÂMETRO
OBJETO:	INFINITO	INFINITO		16,00
1:	72,60	8,00	BK7-SCHOTT	16,00
2:	-50,70	2,56	F2-SCHOTT	16,00
3:	-185,32	78,03		16,00
4:	72,60	8,00	BK7-SCHOTT	16,00
5:	-50,70	2,00	F2-SCHOTT	16,00
6:	-185,32	73,03		16,00
7:	-36,74	2,69	BK7-SCHOTT	10,00
8:	-8,86	8,00	F2-SCHOTT	10,00
9:	-19,94	76,41		10,00
IMAGEM:	INFINITO	0,00		60,00
distância focal efetiva ⇒ -135 mm				
distância-objeto ⇒ infinito mm				
distância-imagem ⇒ 76,41 mm				
abertura relativa ⇒ f/-8,4				
diâmetro da pupila de entrada ⇒ 16,00 mm				
altura do objeto ⇒ 16,0 mm				
altura da imagem ⇒ 0,02 mm				
tamanho total do sistema óptico ⇒ 182,92 mm				

Tabela 7.3: Características ópticas do sistema óptico.

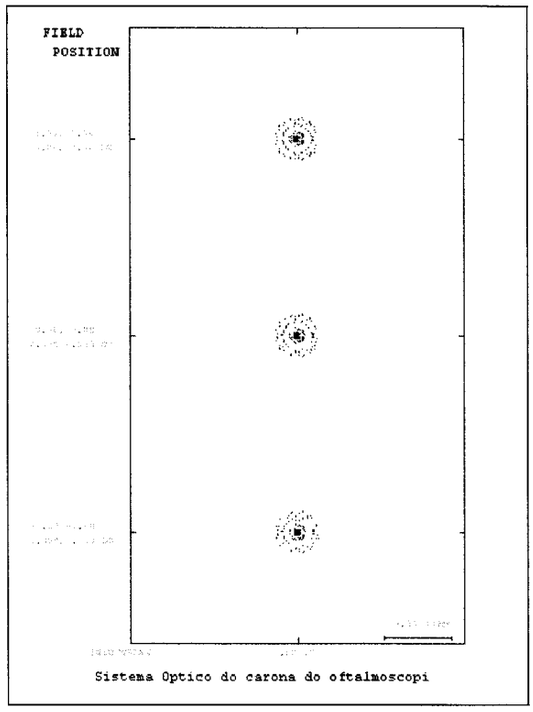


Figura 7.13: Diagrama *spot* do sistema óptico.

7.4 Sistema óptico para medidores a distância

A figura 7.15 ilustra um sistema óptico utilizado para aferição de medidas a longa distância utilizando tecnologia por triangulação a laser. Quando o feixe de laser é incidido na direção normal ao objeto aferido, o sistema óptico capta o feixe de luz espalhado pelo objeto e focaliza no sensor que está posicionado a 20° em relação à normal ao feixe de laser, gerando uma configuração triangular, como mostra a figura 7.14. O objeto do sistema óptico é a luz espalhada pelo objeto a ser aferido, que é captada a 70° em relação ao eixo óptico do sistema. A tabela 7.4 descreve as características ópticas do sistema projetado. A figura 7.16 ilustra as curvas de aberração esférica e astigmatismo em função do desfocamento e a curva de distorção em porcentagem. A figura 7.17 ilustra o diagrama *spot* do sistema óptico para três campos de visão.

SISTEMA ÓPTICO DO MEDIDOR A LONGA DISTÂNCIA				
SUPERFÍCIE	RAIO DE CURVATURA	ESPESSURA	VIDRO	DIÂMETRO
OBJETO:	INFINITO (70°)	169,52		
1:	-14,45	6,00	SF11-SCHOTT	21,00
2:	-17,15	13,22		21,00
3:	27,31	10,51	BK7-SCHOTT	21,00
4:	-14,84	4,87	F2-SCHOTT	21,00
5:	-33,16	35,00		21,00
IMAGEM:	INFINITO (-20°)	0,00		12,00
distância focal efetiva ⇒ 30,89 *mm*				
distância-objeto ⇒ 169,52 *mm*				
distância-imagem ⇒ 35,00 *mm*				
abertura relativa ⇒ f/4,7				
diâmetro da pupila de entrada ⇒ 6,50 *mm*				
meio-campo de visão ⇒ -10°, 0° e 10°				
tamanho total do sistema óptico ⇒ 34,60 *mm*				

Tabela 7.4: Características ópticas do sistema óptico.

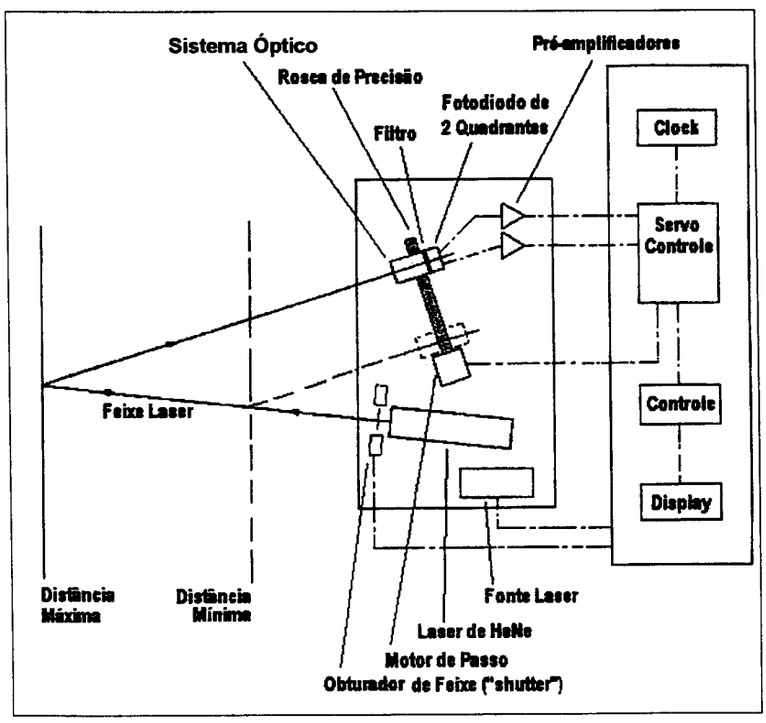


Figura 7.14: Medidor de distância por triangulacão a laser.

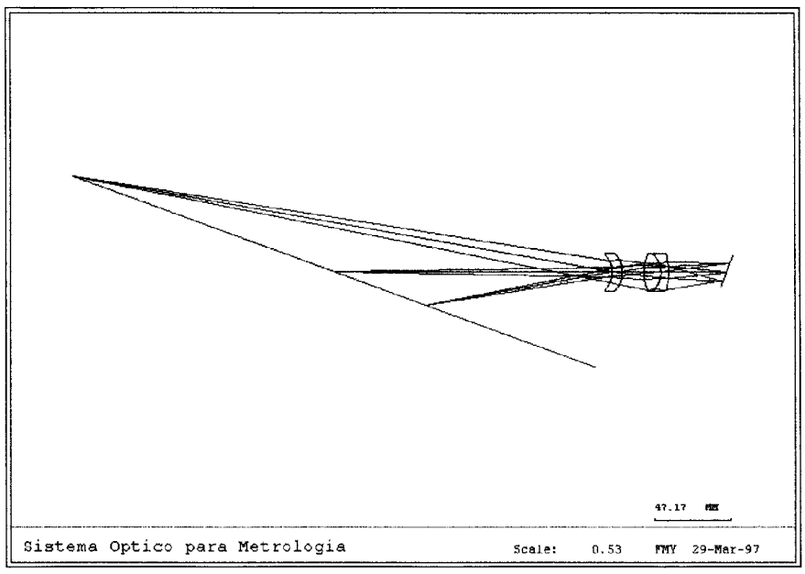


Figura 7.15: Sistema óptico para medidores a laser por triangulação.

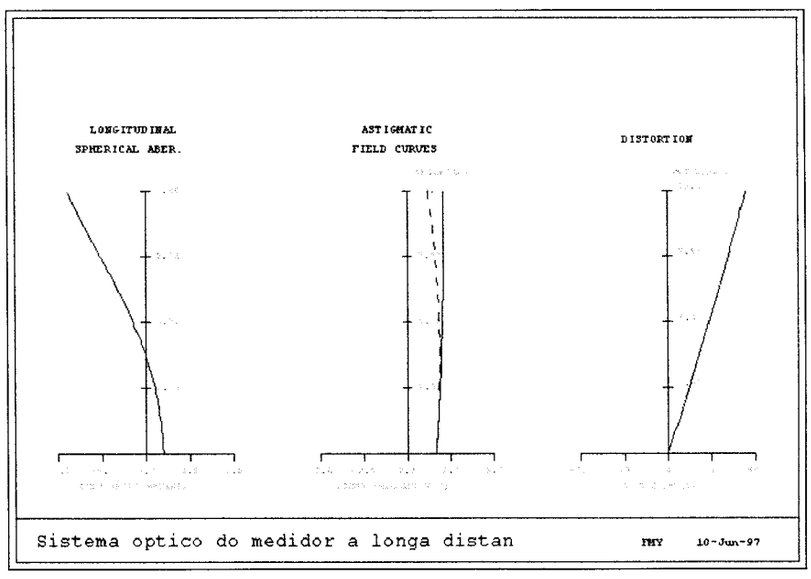


Figura 7.16: Curvas de aberração esférica, astigmatismo e distorção.

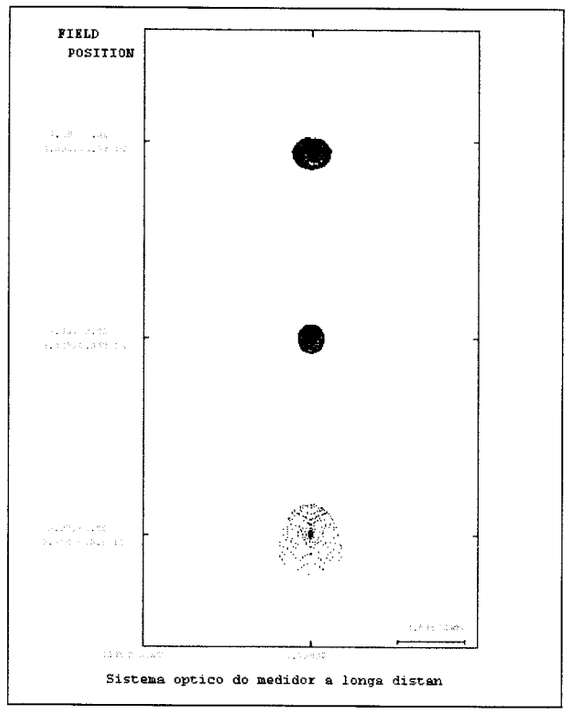


Figura 7.17: Diagrama *spot* do sistema óptico do medidor a longa distância.

7.5 Sistema óptico para ampliação fotográfica

A figura 7.18 ilustra o sistema óptico projetado para ampliação de filme fotográfico de 35 mm (32,0 mm x 23,5 mm) para 1,78 vezes. A tabela 7.5 descreve as características ópticas do sistema projetado. A figura 7.19 ilustra as curvas de aberração esférica e astigmatismo em função do desfocamento e a curva de distorção em porcentagem. A figura 7.20 ilustra o diagrama *spot* do sistema óptico para três campos de visão.

SISTEMA ÓPTICO PARA AMPLIFICAÇÃO FOTOGRÁFICA				
SUPERFÍCIE	RAIO DE CURVATURA	ESPESSURA	VIDRO	DIÂMETRO
OBJETO:	INFINITO	174,00		35,00
1:	46,10	1,70	BK7-SCHOTT	9,00
2:	102,40	6,40		9,00
DIAFRAGMA:	INFINITO	6,40		7,00
4:	-41,20	1,50	BK7-SCHOTT	9,00
5:	-34,12	300,00		9,00
IMAGEM:	INFINITO (-20°)	0,00		
distância focal efetiva ⇒ 115 *mm*				
distância-objeto ⇒ 174 *mm*				
distância-imagem ⇒ 300 *mm*				
abertura relativa ⇒ f/16				
diâmetro da pupila de entrada ⇒ 7,2 *mm*				
aumento do tamanho da imagem ⇒ 1,78				
meia-altura do objeto ⇒ 11,75 *mm*				
meia-altura da imagem ⇒ 20,92 *mm*				
tamanho total do sistema óptico ⇒ 16,00 *mm*				

Tabela 7.5: Características ópticas do sistema óptico.

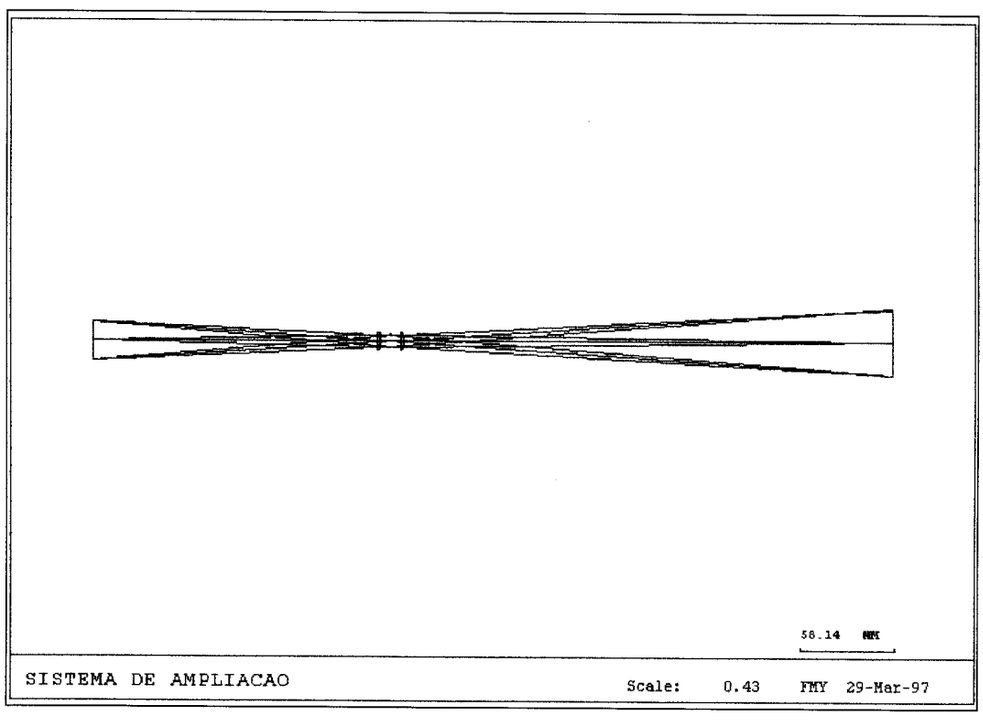


Figura 7.18: Sistema óptico para ampliação fotográfica.

TESE — SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO

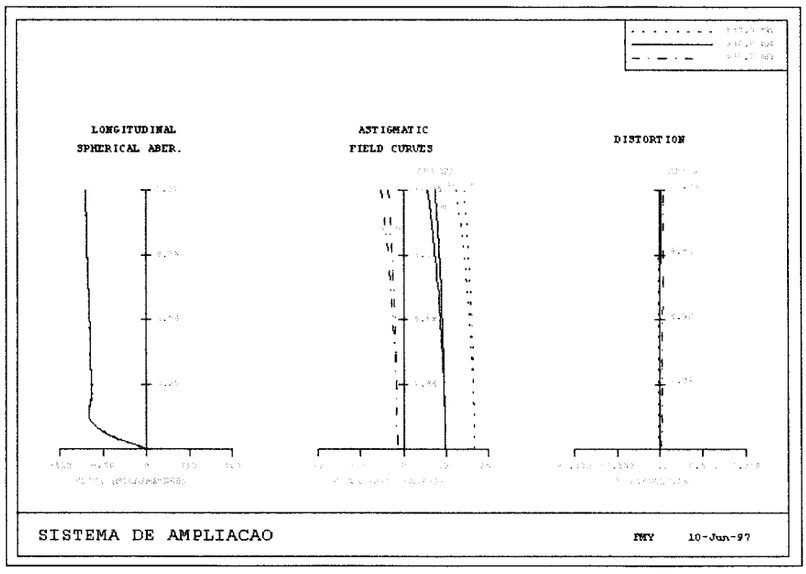


Figura 7.19: Curvas de aberração esférica, astigmatismo e distorção.

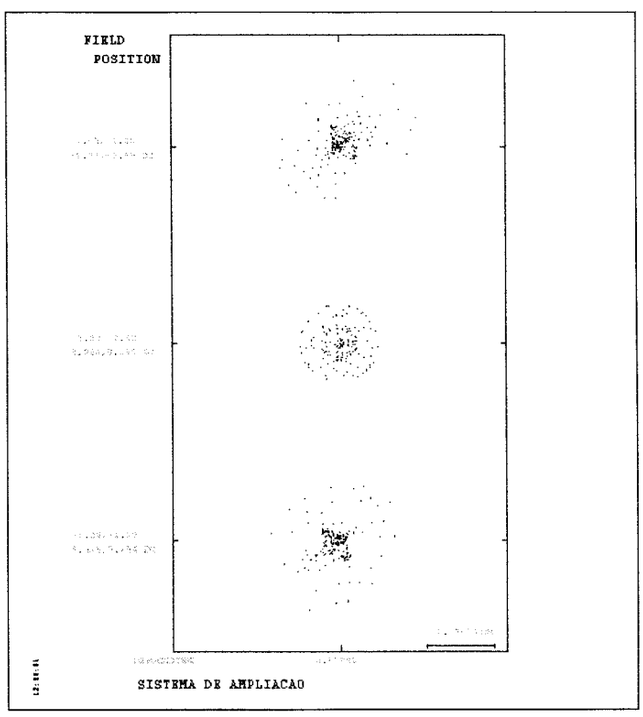


Figura 7.20: Diagrama *spot* do sistema óptico de ampliação fotográfica.

7.6 Sistema óptico para varredura angular a longa distância

A função deste sistema óptico é registrar imagens a longas distâncias, cujas características ópticas são descritas para distância focal de 22 mm, abertura relativa de 1,4, diâmetro da pupila de entrada de 16 mm, distância-objeto de 1000 mm, distância-imagem 3,35 mm e redução do tamanho da imagem de 0,003. O sistema óptico capta um dado objeto, cujo campo angular pode varia de 60° no eixo yz e 5° no eixo xz, formando uma imagem sobre um detector, cujo tamanho é 28 mm por $2mm$. As figuras 7.21 e 7.22 ilustram o sistema óptico nas perspectivas xz e yz. A figura 7.23 ilustra as curvas de aberração esférica e astigmatismo em função do desfocamento e distorção em porcentagem. A figura 7.24 ilustra o diagrama *spot* do sistema óptico.

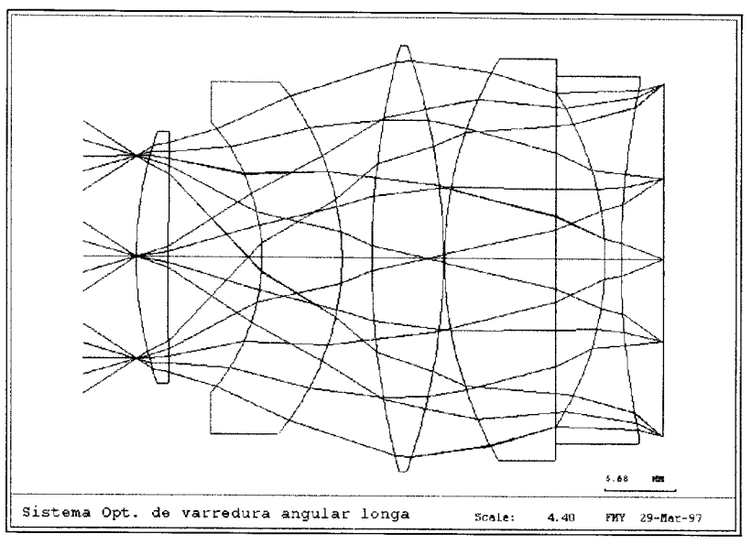


Figura 7.21: Sistema óptico para varredura a longa distância (Perspectiva yz).

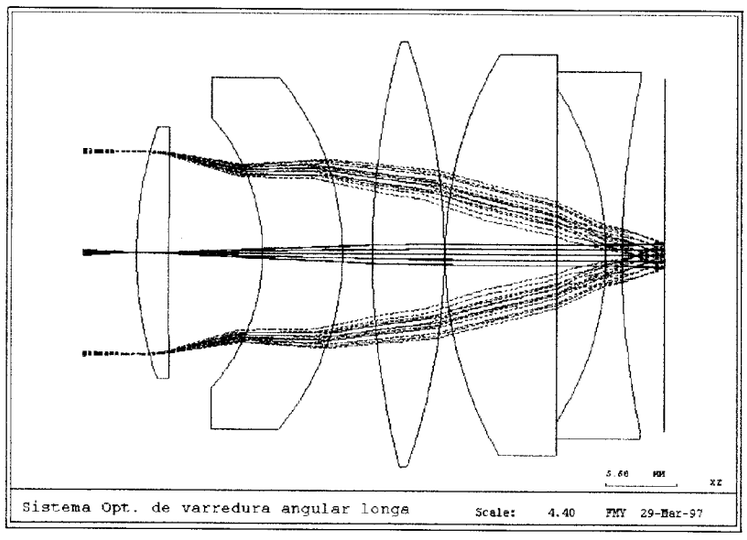


Figura 7.22: Sistema óptico para varredura a longa distância (Perspectiva xz).

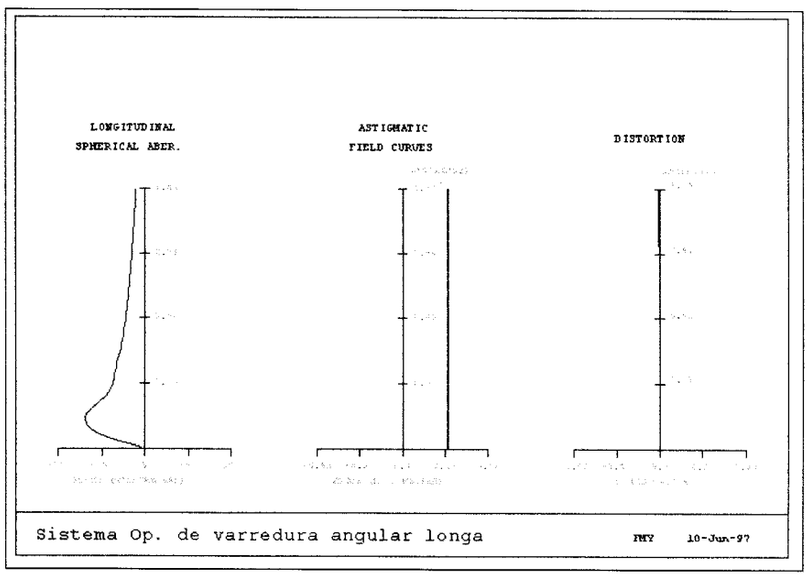


Figura 7.23: Curvas de aberrção esférica, astigmatiso e distorção.

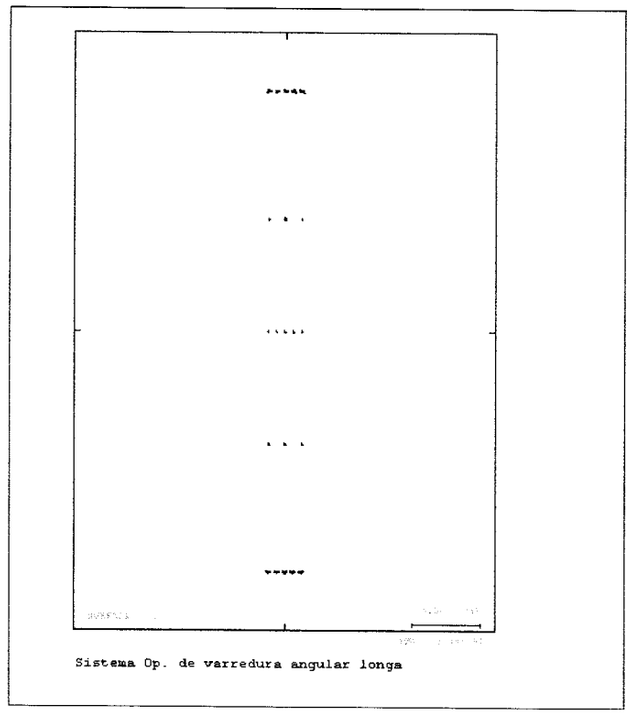


Figura 7.24: Diagrama *spot* do sistema óptico.

7.7 Expansor de feixes de luz para grande campo de visão

O sistema óptico ilustrado pelas figuras 7.25 e 7.26 foi projetado para servir de expansor de feixe de uma fonte quase pontual. O objetivo deste sistema é expandir o feixe de luz diferentemente nas direções yz e xz, ou seja, abrindo o feixe de luz para 60° no eixo yz e mantendo colimado no eixo xz. Este efeito é produzido por uma lente cilíndrica na última superfície do sistema óptico. As características ópticas do sistema óptico projetado são: distância focal de 104 mm, distância-objeto de 2,6mm e distância-imagem virtual de 18 mm e diâmetro de pupila de entrada 2,3 mm. A figura 7.27 ilustra o diagrama *spot* do sistema óptico.

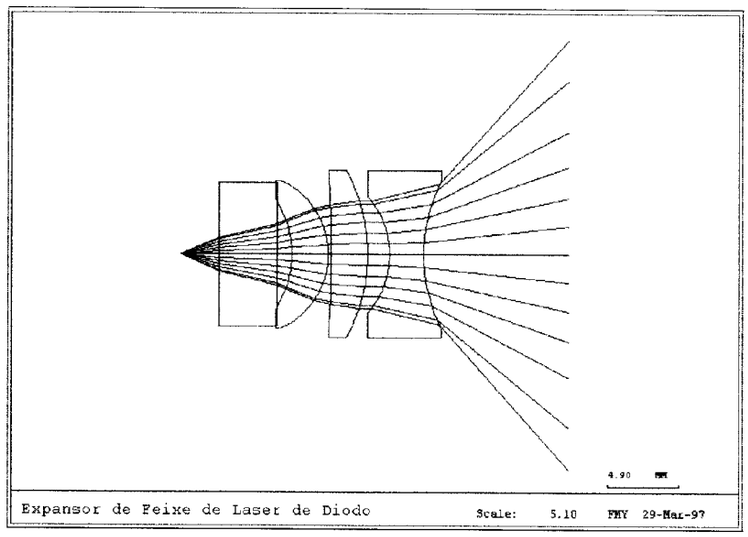


Figura 7.25: Sistema óptico do expansor de feixes (Perspectiva yz).

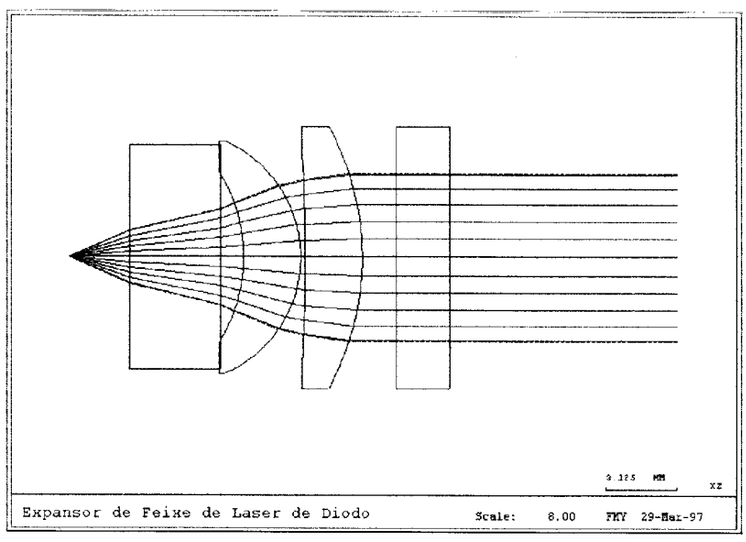


Figura 7.26: Sistema óptico do expansor de feixes (Perspectiva xz).

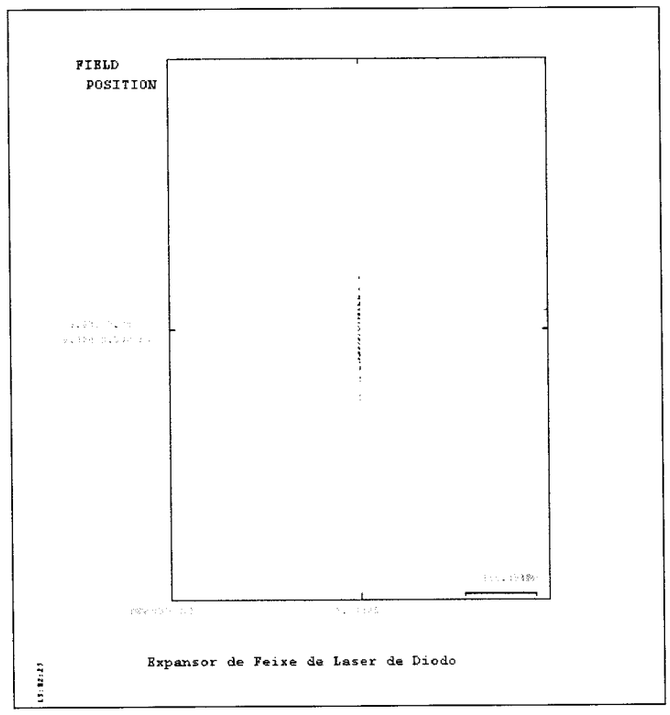


Figura 7.27: Diagrama *spot* do sistema óptico.

7.8 Microscópio Cirúrgico

O microscópio cirúrgico é projetado para permitir a possibilidade de observação estereoscópica com cinco ampliações disponíveis, amplo campo visual e ótima profundidade focal. As figuras 7.28 e 7.29 ilustram a parte óptica e a parte mecânica do microscópio projetado e que está sendo produzido pela OPTO Eletrônica S/A.

O percurso dos raios no sistema óptico do microscópio é ilustrada pela figura 7.30. Entre a primeira objetiva 01 e a segunda objetiva 02 passa um feixe separado e pararelo para cada olho do observador, que proporciona o efeito estereoscópico. O objeto (olho do paciente) encontra-se no plano focal da objetiva 01. Entre as objetivas 01 e 02 podem ser introduzidos sistemas telescópicos com diferentes fatores de ampliação, por meio do qual pode-se variar a ampliação total. A visão estereoscópica requer um ângulo entre ambos os feixes de observação. Esta convergência é produzida por meio do efeito prismático da objetiva 01, pela qual passam, fora do eixo óptico, dois feixes de raios. As imagens intermediárias formadas pelas objetivas 02 são observadas por meio de oculares K. A ampliação total do sistema microscópico pode ser

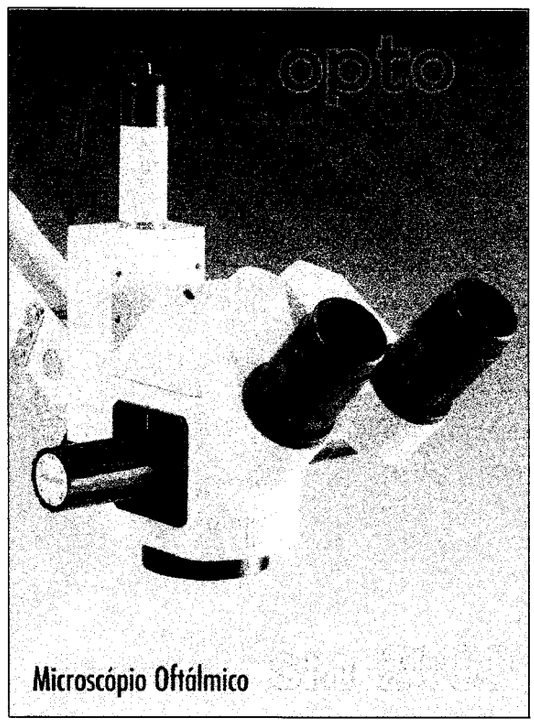


Figura 7.28: Microscópio cirúrgico estereoscópico.

determinada pela seguinte relação[29]:

$$\Gamma = \frac{f_2}{f_1}\gamma\left(\frac{254}{f_3} + 1\right) \tag{7.1}$$

onde f_1 é a distância focal da objetiva 01, f_2 é a distância focal da objetiva 02, f_3 é a distância focal da ocular K e o valor numérico $254mm$ é a distância visual média que o olho humano consegue distinguir um objeto sem o auxílio de instrumento. γ representa a ampliação introduzida pelo sistema telescópico galileano, que é constituído de dois dubletos, cuja razão de suas distâncias focais determina o aumento, ou seja:

$$\gamma = \frac{f_a}{f_b} \tag{7.2}$$

sendo f_a a distância focal do primeiro dubleto e f_b a distância focal do segundo dubleto. O sistema telescópico é desenhado de forma que ao ser girado de 180° determina o valor inverso da ampliação obtida, permitindo através de um mesmo sistema óptico duas ampliações. O sistema óptico do microscópio é projetado de maneira que as modificações na ampliação do microscópio devem manter invariáveis o foco e a posição do objeto.

No microscópio cirúrgico desenvolvido, as opções de ampliações disponíveis são: 3, 5, 8, 13 e 22 vezes. Estas magnificações são obtidas utilizando o sistema telescópico com

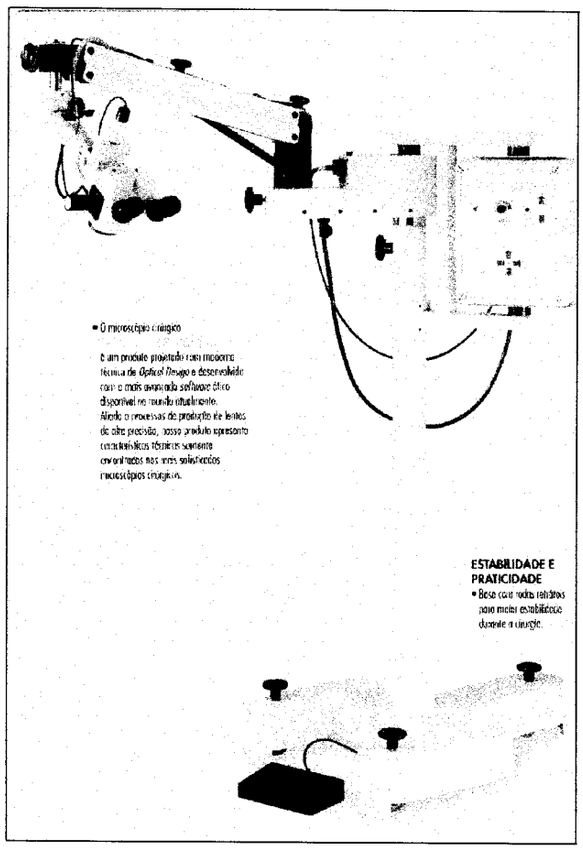


Figura 7.29: Sistema mecânico do microscópio cirúrgico.

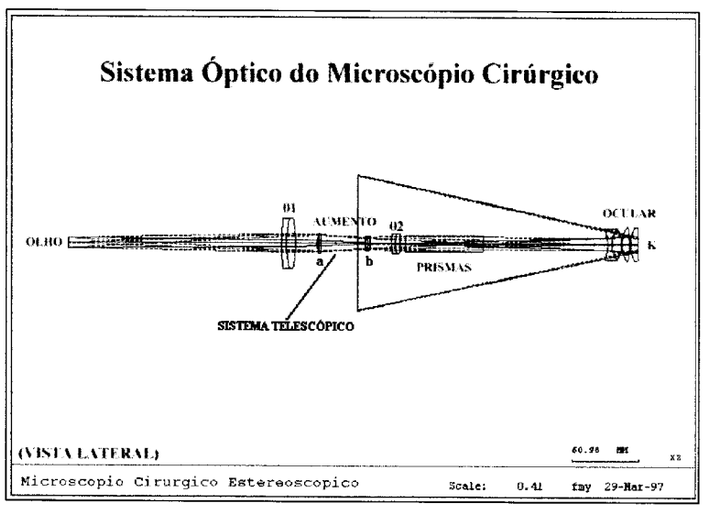


Figura 7.30: Sistema óptico do microscópio cirúrgico (vista lateral).

ampliações de 3/2 e 5/2, e mais 2/3 e 2/5, obtidas girando-se o sistema telescópico de 180°. Além da ocular, que introduz um aumento de 11 vezes. O quinto aumento é obtido sem a introdução do sistema telescópio entre as objetivas 01 e 02. A distância focal da primeira objetiva projetada é para $200mm$, a distância focal da segunda objetiva para 160 mm e a distância focal da ocular para 25,5 mm. A abertura numérica varia de $0,01$ a $0,08$. O ângulo de estereoscopia está projetada para 12°, variando a distância pupilar de 55 a 85 mm. A distância *eye relief*, que é a distância da superfície da última lente da ocular até a córnea do usuário é projetada para 28,5 mm. O campo de visão varia de 10 a 65 mm e a distância de trabalho para $200mm$.

O sistema telescópico é montado num tambor giratório para permitir a escolha do aumento desejado. Este sistema é o mais crítico em relação à formação da imagem, devido à sua própria natureza de aumentar o tamanho da imagem formada pelo sistema microscópico como um todo. As medidas de FTM realizadas para os quatro aumentos introduzidos pelo sistema telescópico são mostradas pelas figuras 7.31, 7.32, 7.33 e 7.34, que correspondem aos aumentos 2/5, 2/3, 3/2 e 5/2 respectivamente. A linha em azul marinho indica a curva de FTM para os sistemas ópticos perfeitos. A linha violeta tracejada indica a curva teórica de FTM limitada por difração, determinada pelo *software* de Desenho Óptico: *Code V*. A linha verde indica a curva de FTM do sistema telescópico projetado neste trabalho. Esta curva é determinada pela estação de medida *Optomatic*. A linha vermelha indica a curva de FTM de um sistema telescópico galileano com as mesmas magnificações características produzida pela empresa alemã *Carl Zeiss - Jena*, de reconhecida tradição em Óptica. Esta curva é determinada por medição de FTM através do instrumento *Optomatic*.

As curvas de FTM para o aumento de 2/5 (figura 7.31) indicam que o sistema óptico projetado tem uma resposta semelhante ao do sistema produzido pela *Zeiss*. Embora o sistema projetado neste trabalho tenha uma resposta melhor em relação aos efeitos de borda do sistema óptico. As curvas de FTM para o aumento de 2/3 (figura 7.32) indicam que o sistema projetado obtém uma resposta melhor em relação ao sistema produzido pela *Zeiss*. As curvas de FTM para o aumento de 3/2 (figura 7.33) indicam, que tanto o sistema projetado neste trabalho como o sistema produzido pela *Zeiss*, respondem de maneira semelhante. As curvas de FTM para o aumento de 5/2 (figura 7.34) mostram que a resposta do sistema produzido pela *Zeiss* apresenta melhor resposta em relação ao sistema projetado neste trabalho. Quanto maior é o aumento introduzido pelo sistema telescópico, pior é a resposta da curva de FTM em

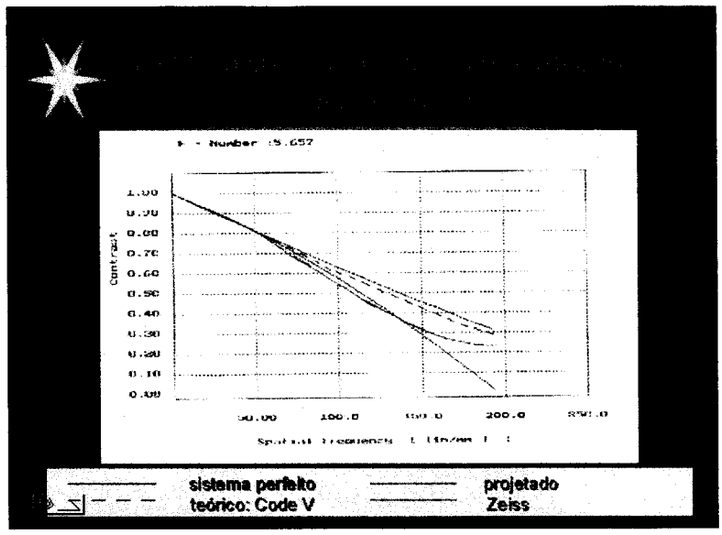


Figura 7.31: Função de transferência de modulação FTM para o sistema telescópico galileano de aumento 2/5 do microscópio cirúrgico.

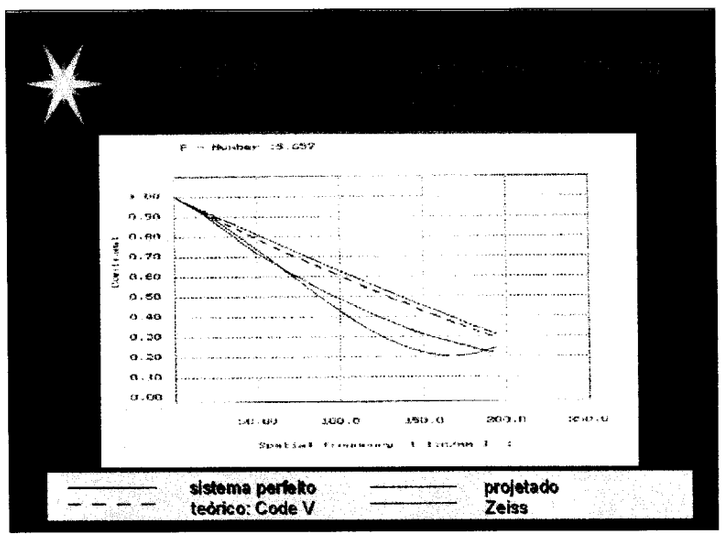


Figura 7.32: Função de transferência de modulação FTM para o sistema telescópico galileano de aumento 2/3 do microscópio cirúrgico.

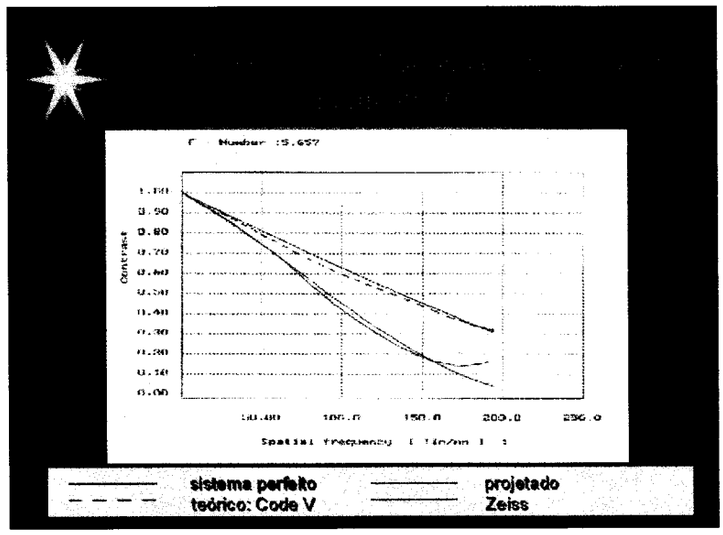


Figura 7.33: Função de transferência de modulação FTM para o sistema telescópico galileano de aumento 3/2 do microscópio cirúrgico.

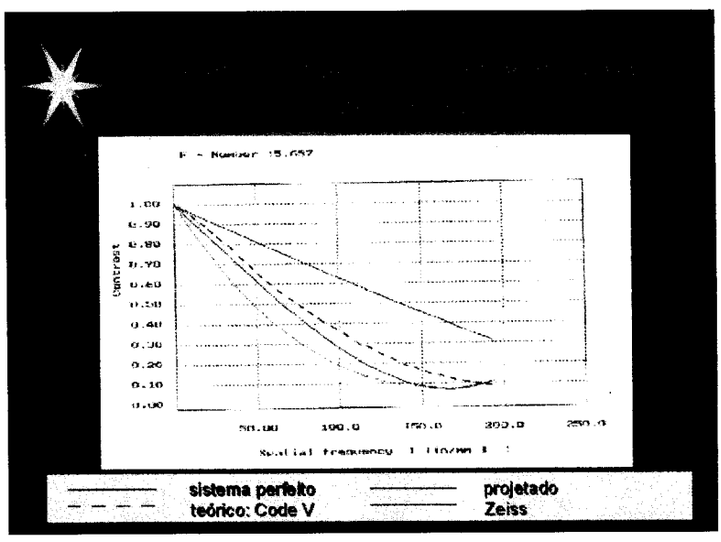


Figura 7.34: Função de transferência de modulação FTM para o sistema telescópico galileano de aumento 5/2 do microscópio cirúrgico.

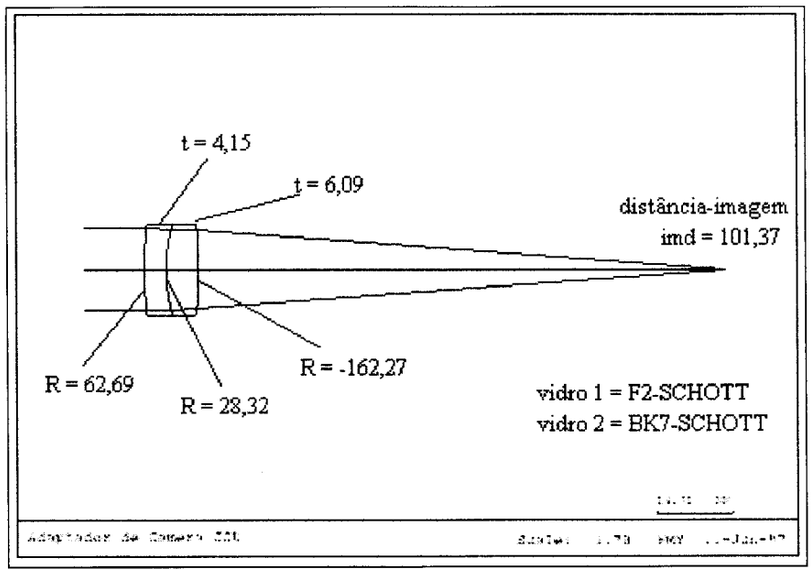


Figura 7.35: Desenho do sistema óptico descrevendo as características ópticas.

relação à curva para os sistemas perfeitos. Ou seja, quanto maior é a magnificação acrescida por um sistema óptico, as imperfeições introduzidas nos sistema óptico será maior, afetando a qualidade da imagem. Observa-se que a curva teórica obtida pela técnica de otimização de sistemas ópticos, a qual representa a curva de FTM limitada por difração, não se aproxima à curva de FTM para os sistemas perfeitos para o aumento de $5/2$, como observa-se nas curvas de aumentos menores. Nas curvas de FTM dos quatro aumentos, observa-se que a curva teórica obtida pela técnica de Desenho Óptico não coincide com a curva medida do próprio sistema confeccionado. O que deduz-se que a técnica de fabricação dos sistemas ópticos é de suma importâcia para minimizar a diferença entre as respostas das curvas de FTM.

7.9 Sistema óptico para adaptação de câmera CCD

Este sistema óptico é projetado para adaptação de uma câmera CCD a um sistema microscópico. A figura 7.35 ilustra o sistema óptico e suas características ópticas. A figura 7.36 ilustra as curvas de aberração esférica e astigmatismo em função do desfocamento e a curva de distorção em porcentagem. A figura 7.17 ilustra o diagrama *spot* do sistema óptico para três campos de visão. Trata-se de um dubleto simples de distância focal efetiva de 106 mm e abertura relativa de $f/6,7$, cuja função é formar uma imagem otimizada de um objeto no infinito sobre a câmera CCD. Por ser um sistema óptico simples, os possíveis erros

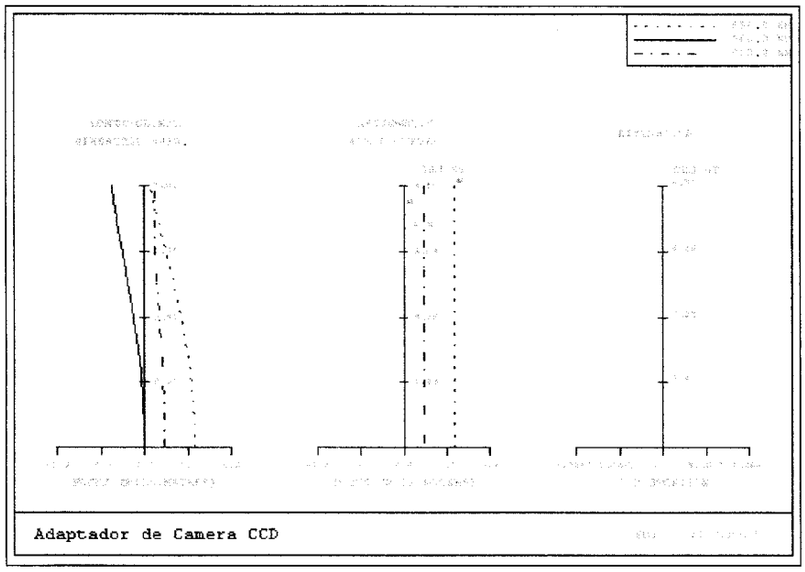


Figura 7.36: Curvas de aberração esférica, astigmatismo e distorção.

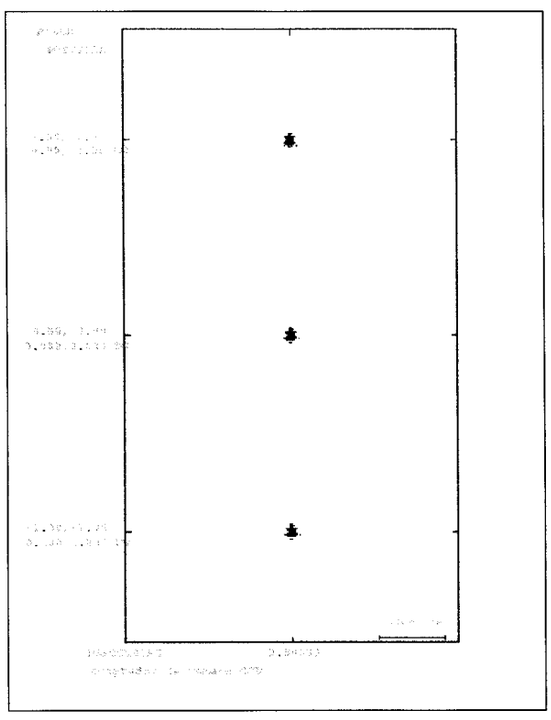


Figura 7.37: Diagrama *spot* do sistema óptico.

USP SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO

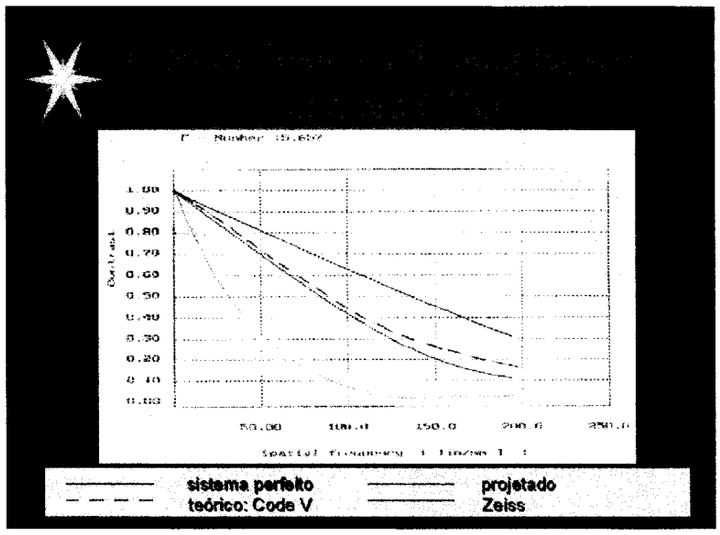


Figura 7.38: Função de transferência de modulação FTM do sistema óptico para adaptação de uma câmera CCD.

introduzidos durante o processo de fabricação podem ser monitorados e analisados. Desde que as lentes individuais estejam padronizadas e testadas em relação a suas características ópticas por técnicas convencionais, os possíveis erros introduzidos só poderiam ser causados por efeito de colagem. Estes erros poderiam ser introduzidos pelo tipo de cola utilizado ou pela falta de precisão na centragem das lentes durante o processo de colagem do dubleto.

A figura 7.38 ilustra curvas de FTM medidas para algumas situações. A linha verde ilustra a curva de FTM para um dubleto descentralizado de 6'9". Para dubletos centrados com precisão da ordem de 10", as curvas de FTM são indicadas pela linha vermelha. Para dubletos centrados e com aplicação de anti-refletor, as curvas de FTM coincidem com a linha vermelha. A curva de FTM medida para um sistema semelhante produzido pela *Zeiss* também coincide com a linha vermelha. A linha violeta tracejada indica a curva de FTM teórica limitada por difração, determinada pelo *software* de Desenho Óptico *Code V*. A linha em azul marinho indica a curva de FTM para sistemas perfeitos. Através das medidas de FTM realizadas pela estação de teste óptico *Optomatic* foi possível avaliar o nível crítico da centragem em sistema de lentes para o desempenho eficiente de um sistema óptico. A partir das respostas obtidas pelas curvas de FTM para as situações referidas, foi descartada a hipótese do tipo de cola estar introduzindo tal erro. Salientado-se, que a cola utilizada (*J91 - Summers Optical* é de ótima qualidade óptica.

7.10 Lâmpada de Fenda

A Lâmpada de Fenda é um instrumento óptico bastante utilizado pelos oftalmologistas para a realização de exames da visão. A figura 7.39 mostra o protótipo da Lâmpada de Fenda construída. A aplicação mais importante deste aparelho é a observação da parte anterior do olho humano, inclusive a lente e o corpo cristalino próximo. Com a ajuda de componentes ópticos adicionais, em forma de lentes de contato ou de outros tipos de lentes, é possível focalizar trechos mais profundos do olho, inclusive o ângulo da câmara, que não poderia ser alcançado por percurso óptico direto.

A Lâmpada de Fenda padrão consiste-se de três elementos:

– dispositivo de iluminação em forma de fenda (o que originou seu nome),

– estereo-microscópio,

– base de fixação do paciente, conjugando o microscópio com o dispositivo de iluminação.

Juntamente com a Lâmpada de Fenda foram desenvolvidos diversos aparelhos adicionais e acessórios complementares que a transformam de um instrumento de observação para instrumento de medição. Existem, por exemplo, acessórios adicionais para a medição da pressão intraocular, da distância entre a córnea e a lente, da curvatura de córnea, da espessura da córnea, do volume da câmara anterior, da turvação, etc. Uma variante especial é, a Lâmpada de Fenda para fotografia, que serve tanto para observação como também para a documentação. A utilização mais recente da Lâmpada de Fenda é na adaptação de lentes de contato. Este é um instrumento que está sendo difundido, em escala crescente, além do consultório do oftalmologista[30].

7.10.1 Mecanismo da Lâmpada de Fenda

A Lâmpada de Fenda é uma combinação perfeitamente funcional do dispositivo de iluminação e do estereo-microscópio, interligando ambos por meio de um eficiente sistema mecânico. Este sistema mecânico é projetado para servir de base de fixação do paciente, além de permitir o controle total de orientação, alinhamento e ajuste do sistema como um todo ao usuário. Na figura 7.40 está ilustrada o desenho mecânico da Lâmpada de Fenda projetada especificamente para acoplar a parte óptica do estero-microscópio e do dispositivo de iluminação, que por sua vez foram projetados cuidadosamente com o intuito de melhorar: a qualidade de imagem, a confortabilidade do paciente e do usuário, a facilidade de manuseio ao usuário, a

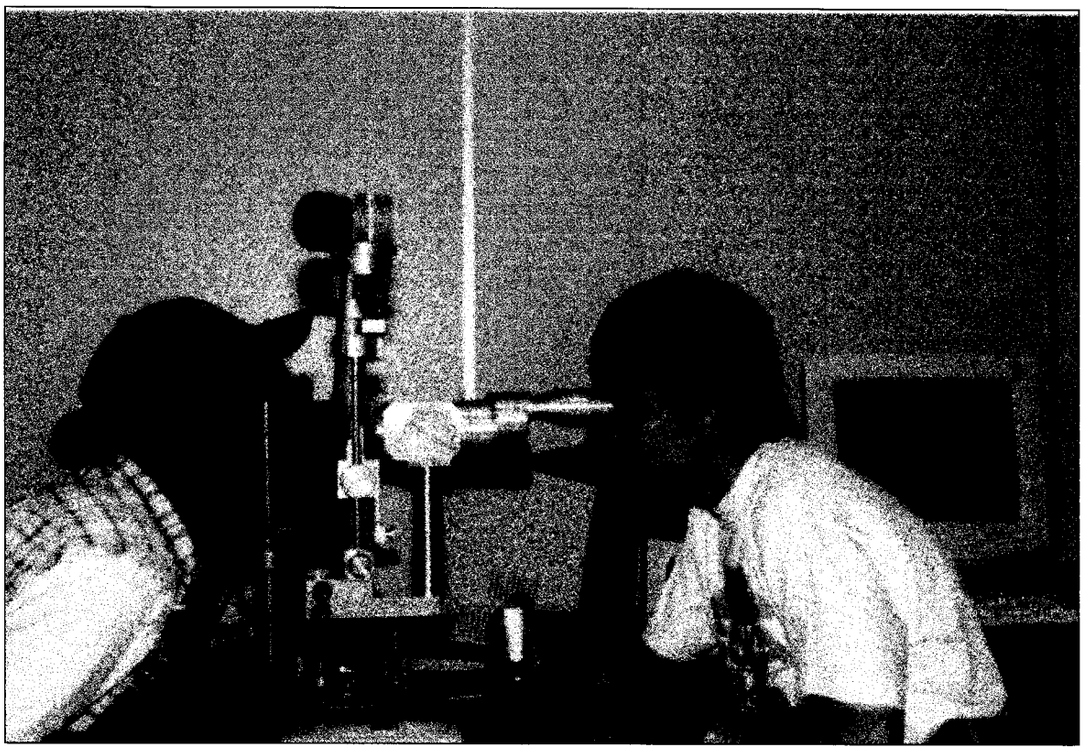


Figura 7.39: Protótipo da Lâmpada de Fenda.

facilidade de produção, a disponibilidade dos componentes ópticos e mecânicos no mercado nacional e o baixo custo de produção. Este trabalho foi desenvolvido avaliando os critérios imprescindíveis para melhorar as características necessárias para manter uma relação otimizada entre paciente-instrumento-oftalmologista. O projeto mecânico da Lâmpada de Fenda foi desenvolvido utilizando o *software AutoCAD* pelo desenhista mecânico Antônio Carlos Romão.

O sistema de iluminação, bem como o microscópio, podem ser girados indenpendentemente em torno de um eixo vertical. A fenda é, normalmente, projetada no plano deste eixo, permitindo ser observado de maneira nítida. No ato do exame da visão desloca-se o eixo para o lugar do objeto em observação. Isto é realizado com auxílio de uma base mecânica, equipada com guia para movimentação ortogonal e sobre a qual é montado o eixo mecânico da iluminação e do microscópio. A movimentação da base no plano horizontal, nas direções x e y, é feita por meio de um único elemento de manuseio, a alvanca de comando. A base instrumental contém ainda um dispositivo de deslocamento vertical, por meio do qual a fenda e o centro do campo visual do microscópio podem ser movimentados na direção vertical z. Assim, o manuseador pode adaptar o objeto em observação com relação à Lâmpada de Fenda utilizando

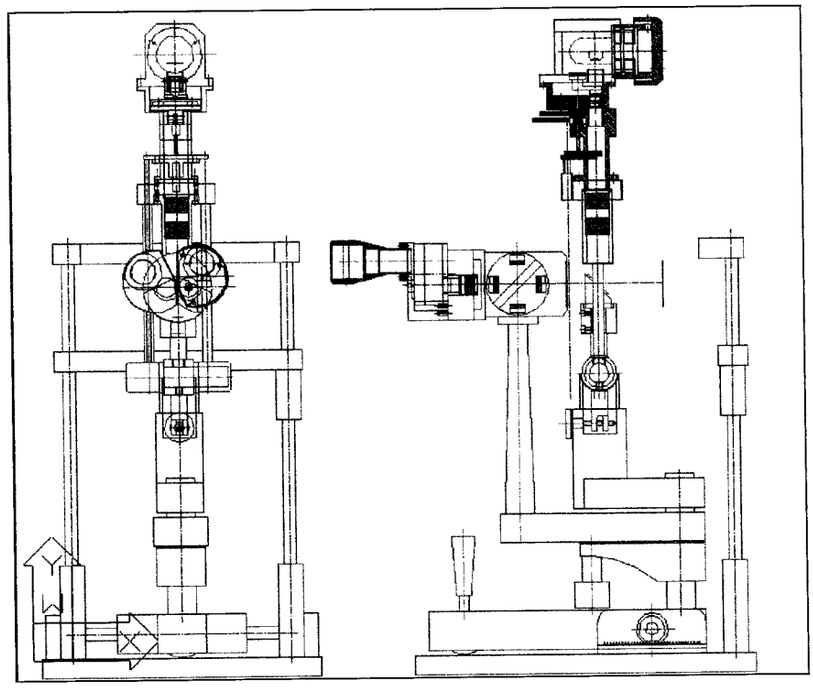


Figura 7.40: Desenho mecânico da Lâmpada de Fenda.

as três coordenadas do espaço. No projeto da Lâmpada de Fenda não existe apenas a possibilidade de girar o módulo de iluminação diante do microscópio, mas permite igualmente a fixação da posição do dispositivo de iluminação, de maneira, que o espelho de saída da iluminação encontra-se exatamente entre ambos os feixes de raios do microscópio.

7.10.2 Dispositivo de Iluminação da Lâmpada de Fenda

O dispositivo de iluminação tem a função de produzir uma imagem mais luminosa possível, variável no comprimento, na largura e na posição. A projeção óptica utilizada é a iluminação do tipo Köhler. A fonte de luz é projetada por meio de um sistema de condensador de luz, sobre o plano da objetiva O, ilustrada pela figura 7.41. Esta objetiva O forma uma imagem da fenda F no plano do olho. A imagem da fonte luminosa no plano da objetiva O é também a pupila de saída da projeção. O sistema de iluminação do tipo Köhler possibilita uma imagem homogênea da fenda, seja qual for a estrutura de iluminação.

A intensidade luminosa da projeção da fenda é caracterizada pelo poder iluminador E no plano da imagem da fenda, definida pela equação:

$$E = \frac{F}{d^2} D_s B \tag{7.3}$$

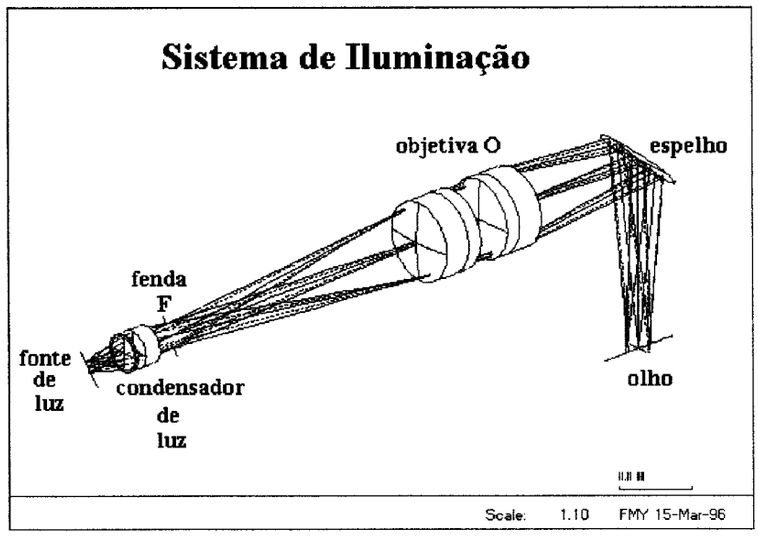


Figura 7.41: Sistema de iluminação da Lâmpada de Fenda.

onde: B é a densidade de iluminação da fonte luminosa, D_s é a transmitância óptica, F é a área da pupila de saída e d é a distância entre a pupila de saída e a fenda. A grandeza $\frac{F}{d^2}$ é o ângulo do espaço iluminado ou em caso de pupila de saída, o quadrado da abertura numérica. Para obter um elevado poder iluminador a razão $\frac{F}{d^2}$ deve ser maior possível. Por outro lado, o ângulo de convergência da imagem da fenda em sentido transversal deve ser menor possível, o que determina a nitidez do "corte óptico" e, em conseqüência, o poder de resolução na iluminação focal. Segundo Vogt a abertura não deve ultrapassar apreciavelmente o valor de 0.05 ($sen\varphi \leq 0.05$), o padrão da Lâmpada de Fenda atualmente. Porém, junto com o ângulo de convergência está diminuindo também o fator $\frac{F}{d^2}$. Portanto, as exigências de maior intensidade luminosa da fenda e de maior nitidez focal são conflitantes. A transmitância óptica D_s na equação 7.3 pode ser aumentada por meio de tratamento anti-refletor a todas as superfícies ópticas. As perdas por reflexão em cada superfície se reduzem neste caso de 4% para 1,5%. O ganho total em luminosidade na iluminação da fenda é aproximadamente de 20%[30].

As fontes de luz empregadas nas Lâmpadas de Fenda são bulbos de baixa voltagem ou lâmpadas de gás rarefeito. As lâmpadas incandescentes normalmente utilizadas são as de Halogênio. Para determinadas situações de diagnóstico interessa mais a iluminação difusa da fenda do que a iluminação intensiva de uma área maior. Alguns instrumentos atendem a este requisito, permitindo intercalar um disco fosco no lugar da pupila de saída. Com isto fica interrompido o feixe luminoso, funcionando o vidro fosco como fonte secundária de iluminação.

Para determinados métodos de exame é indispensável uma modificação na composição espectral da luz, por exemplo, para a observação de fluorescência na adaptação de lentes de contato. Para tal, são previstos no sistema de iluminação diversos filtros, os quais podem ser inseridos facilmente.

7.10.3 Estereo-microscópio da Lâmpada de Fenda

O sistema óptico do microscópio da Lâmpada de Fenda é análogo ao do microscópio cirúrgico (seção 7.8), que permite uma ótima possibilidade de observação estereoscópica com cinco ampliações disponíveis, campo visual e profundidade focal amplos, bem como uma distância de trabalho suficiente para manipulações do olho. As figuras 7.42 e 7.43 ilustram o percurso dos raios dentro de microscópio de Lâmpada de Fenda. Um feixe separado e paralelo passa entre a primeira objetiva O e a segunda objetiva T para cada olho do observador, que proporciona o efeito estereoscópico. O olho do paciente, que serve como objeto, encontra-se no plano focal de O. Entre as objetivas O e T é introduzido um sistema telescópico galileano com fator de ampliação, por meio do qual pode-se variar a ampliação total. A visão estereoscópica requer um ângulo entre ambos os feixes de observação. Esta convergência é produzida por meio do efeito prismático na objetiva O, pela qual passam, fora do eixo óptico, dois feixes de raios. As imagens intermediárias formadas pela lente T da segunda objetiva são observadas por meio de oculares K. A ampliação total do sistema estereo-microscópico pode ser determinada pelas relações 7.1 e 7.2.

A prática de observação com Lâmpada de Fenda requer ampliações entre 5 a 50 vezes. Uma adicional variação da ampliação do microscópio pode ainda ser conseguida por meio de troca de oculares, caso seja necessário. As modificações na ampliação do microscópio deve manter invariáveis o foco e a posição do objeto. Ao lado da ampliação interessa também o poder de resolução, luminosidade, profundidade de foco e ângulo estereoscópico. O poder de resolução está relacionada à acuidade visual e ao diâmetro da pupila do observador, com a exigência de que a pupila de saída não deve diferir muito do valor 0,5 a 2,5 mm de diâmetro, conforme a ampliação. Diâmetros de pupila superiores a 3 mm não permitem imagens de boa qualidade, por causa das falhas da lente do olho. A dimensão exagerada das pupilas de saída em microscópios oftálmicos deve ser atribuída à exigência de luminosidade. As exigências de luminosidade maior e de profundidade de nitidez máxima são conflitantes. A Lâmpada de Fenda de maior claridade pode ter, consequentemente, a grande desvantagem de possuir menor profundidade de nitidez,

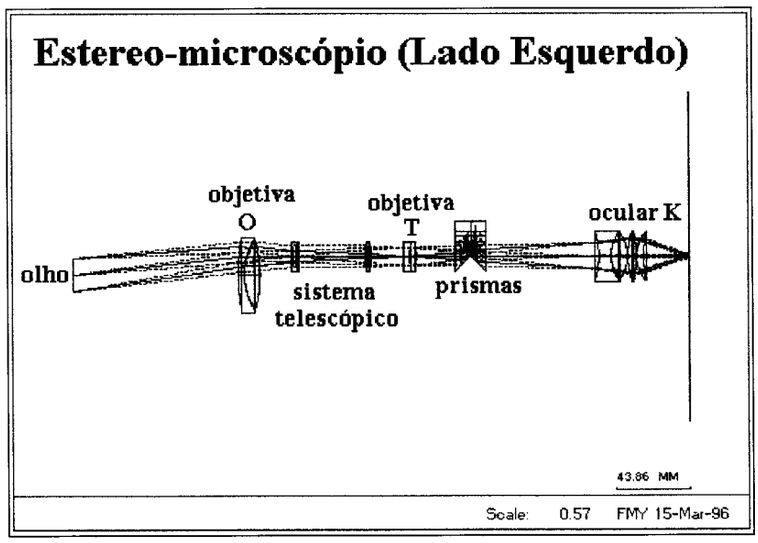


Figura 7.42: Sistema óptico do estereo-microscópio (vista superior - lado esquerdo).

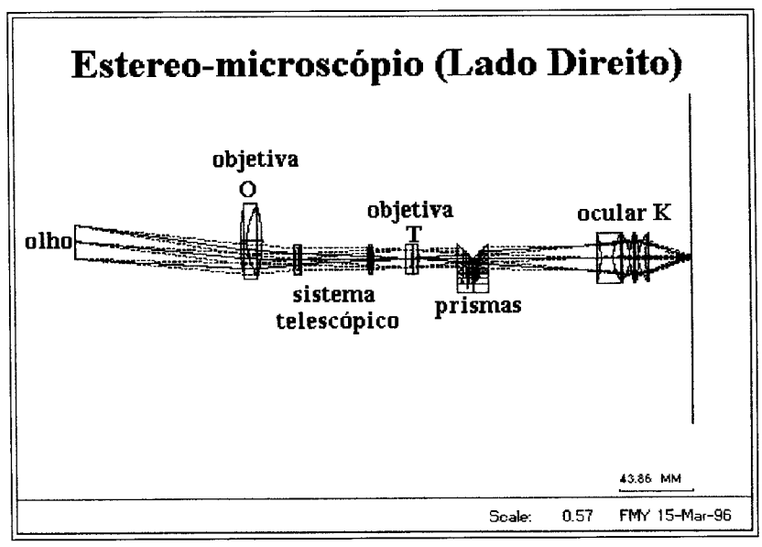


Figura 7.43: Sistema óptico do estereo-microscópio (vista superior - lado direito).

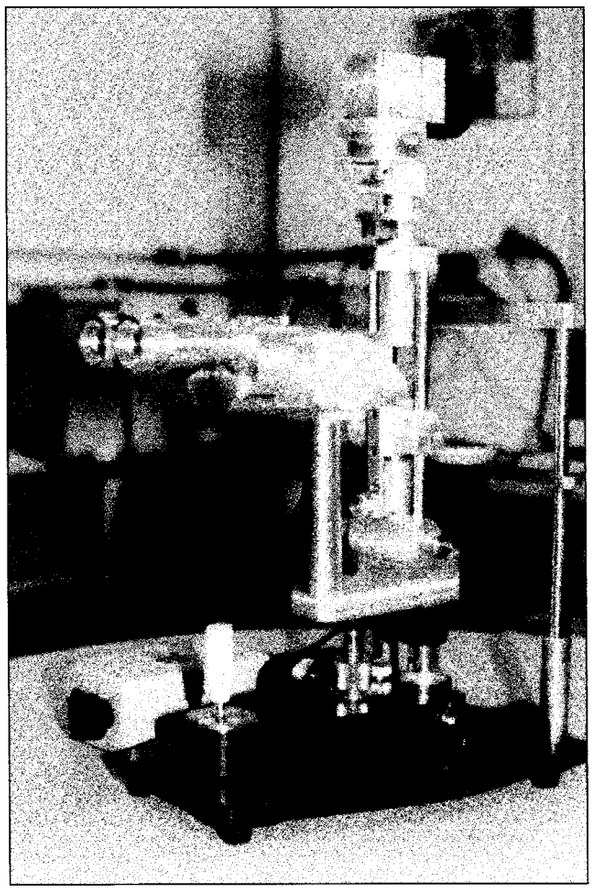


Figura 7.44: Protótipo da Lâmpada de Fenda construída.

caso sua luminosidade não seja baseada na intensidade do dispositivo iluminante. As aberturas numéricas de bons microscópios oftálmicos situam-se próximo a 0,04 para ampliações médias. A visão estereoscópica é base da microscopia com Lâmpada de Fenda. Microscópios oftálmicos de boa qualidade possuem um ângulo de estereoscopia entre 10 e 15°[29,30]. Entre os dados de construção de microscópios oftálmicos interessa a distância de trabalho, ou seja, o intervalo entre o plano do objeto e a superfície dianteira do microscópio. A distância de trabalho deve ter um valor mínimo para dar ao médico espaço suficiente para o trabalho, mas não pode grande demais, dificultando as manipulações no olho. Portanto, a distância de trabalho deve ter entre 90 a 120 mm.

O protótipo da Lâmpada de Fenda construído é ilustrada na figura 7.44. Todas as peças mecânicas da Lâmpada de Fenda estão ilustradas pela figuras 7.45 e 7.46. O sistema mecânico da ocular e os prismas estão ilustrados pela figura 7.47. As peças mecânicas depois de serem tratadas por processo de anodização estão ilustradas pelas 7.48 e 7.49.

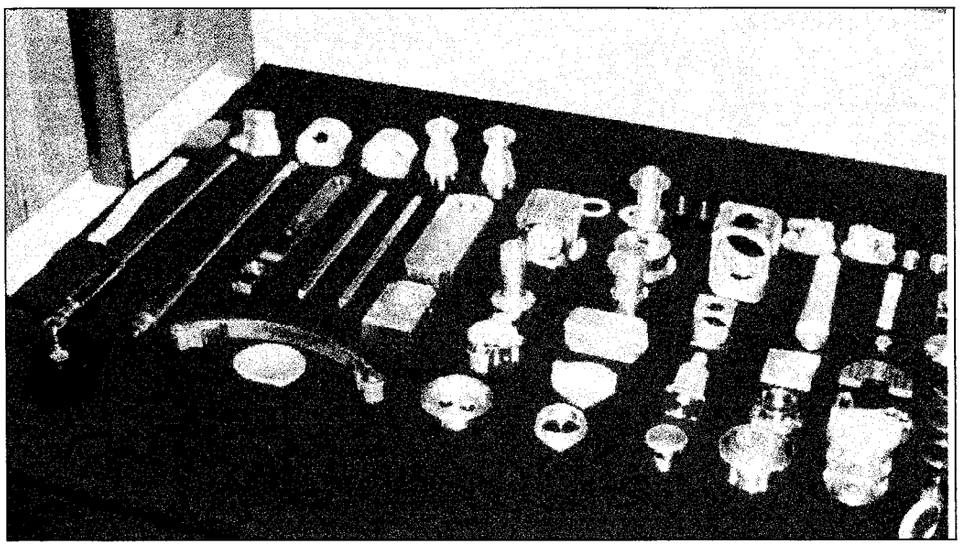


Figura 7.45: Peças mecânicas confeccionadas da Lâmpada de Fenda.

As ampliações totais da Lâmpada de Fenda são projetadas para aumentos de 06, 10, 16, 25 e 40 vezes. Utilizando o sistema telescópico com aumentos de 2/3 e 2/5 obtém-se as duas primeiras ampliações, ao girar o sistema telescópico de 180° são obtidos as duas últimas ampliações. A ampliação de 16 vezes é obtida sem o sistema telescópico. O desenho tridimensional do sistema óptico do estereo-microscópio com o sistema telescópico galileano é ilustrado pela figura 7.50. Os diâmetros de pupila de saída variam de 0,3 a 1,8 *mm* conforme a ampliação, mantendo a abertura numérica próximo de 0,03. O ângulo de estereoscopia é projetada para 12° e a distância de trabalho para 100 *mm*. A distância *eye relief*, que é a distância da superfície da última lente da ocular até a córnea do usuário é projetada para 27 *mm*.

As medidas de MTF realizadas na objetiva O, na ocular K e no sistema telescópico com os aumentos 2/5, 2/3, 3/2 e 5/2 estão ilustradas pelas figuras 7.51, 7.52, 7.53, 7.54, 7.55 e 7.56, respectivamente. A linha em azul marinho indica a curva de FTM para sistemas perfeitos. As linhas em verde e azul indicam os sistemas ópticos projetados neste trabalho. A linha em violeta tracejada ilustra a curva de FTM teórica limitada por difração, determinada pelo *software Code V*. A linha em vermelho indica o sistema óptico similar produzida pela *Zeiss*.

A objetiva projetada neste trabalho indica uma péssima resposta em relação a todas as curvas de FTM tomadas como referência. Por tratar-se de um dubleto, a causa principal que introduz esta discrepância é a descentralização das lentes, cujo desvio é da ordem

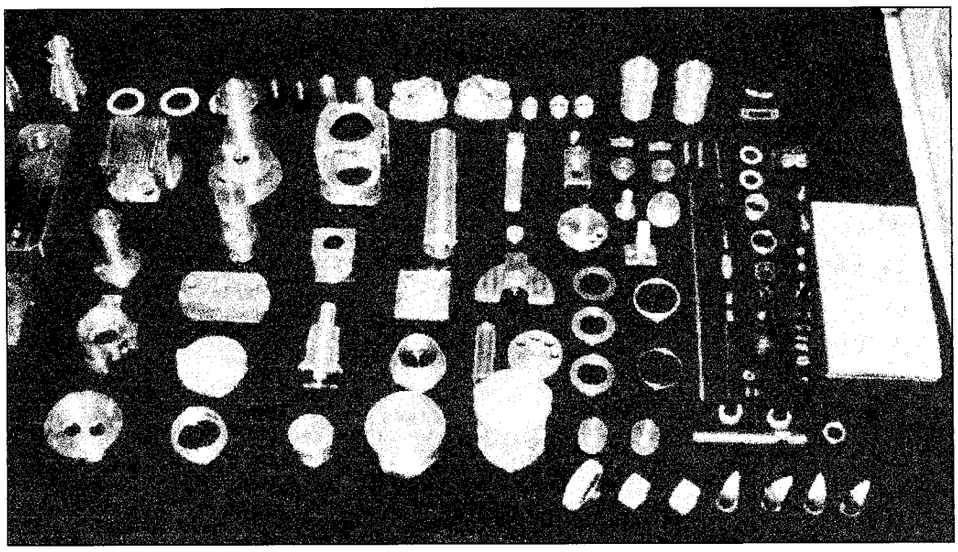


Figura 7.46: Peças mecânicas e componentes ópticos da Lâmpada de Fenda.

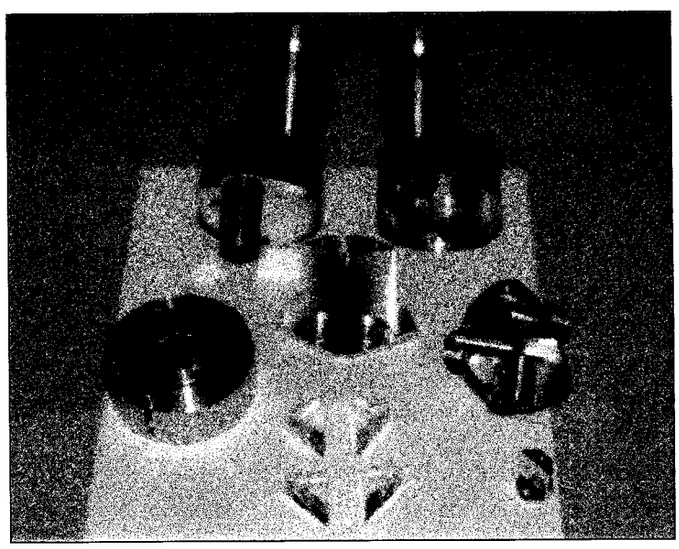


Figura 7.47: Ocular e sistema de prismas da Lâmpada de Fenda.

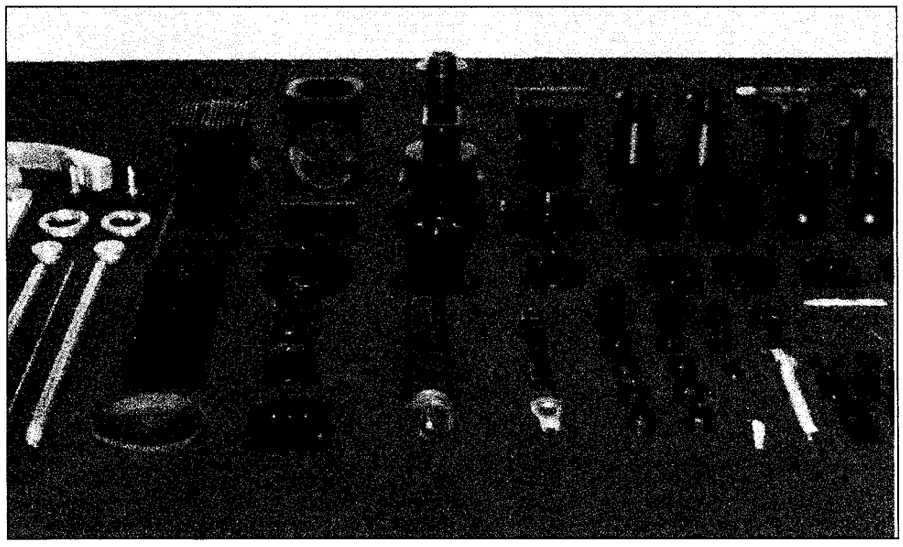


Figura 7.48: Peças mecânicas da Lâmpada de Fenda tratados por processo de anodização.

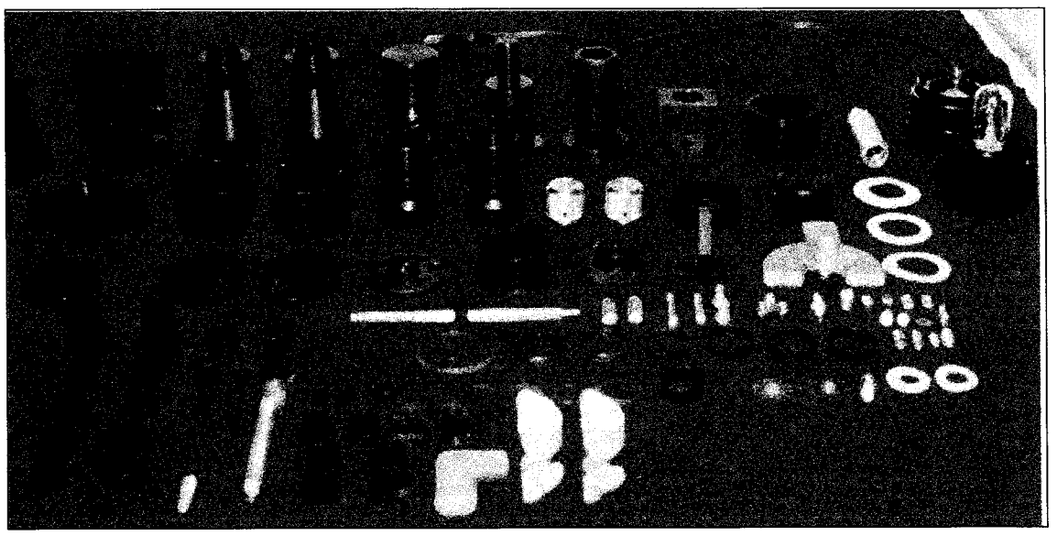


Figura 7.49: Peças mecânicas da Lâmpada de Fenda tratados por processo de anodização.

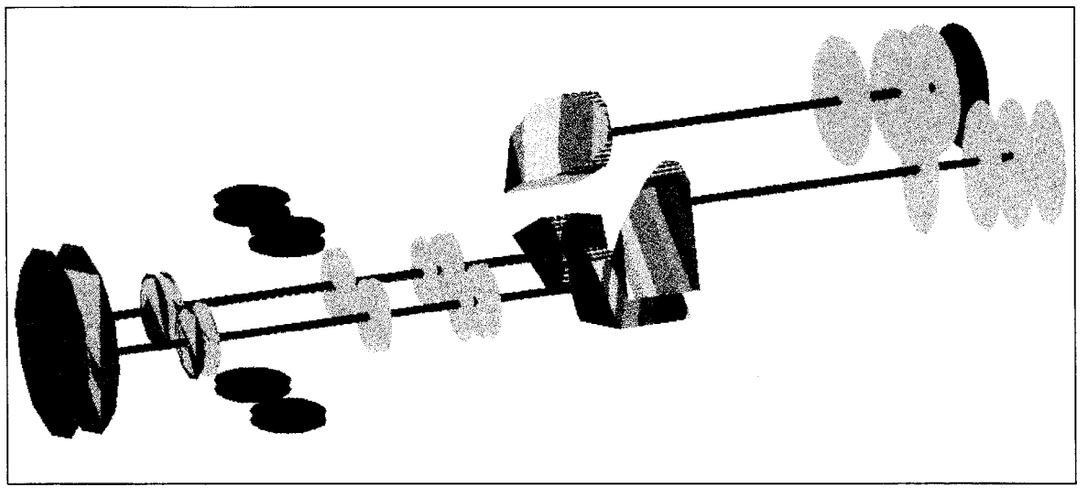


Figura 7.50: Desenho do sistema óptico tridimensional do estereo-microscópio.

de 7'. Embora, possa-se observar pela curva de FTM teórica determinada no projeto do sistema óptico da Lâmpada de Fenda, que também não apresenta uma resposta excelente. A resposta teórica foi obtida durante o processo de otimização para todo o sistema microscópico da Lâmpada de Fenda, e não especificamente para a objetiva. De maneira que a resposta da objetiva O está sendo compensada pela segunda objetiva T, na soma das respostas ao desempenho do sistema óptico microscópico.

A resposta da curva de FTM para a ocular projetada neste trabalho é similar à resposta obtida pela ocular produzida pela *Zeiss* e está mais próxima à curva limitada por difração para sistemas perfeitos.

O sistema telescópico foi montado em um sistema giratório, cujo dispositivo mecânico introduz um pequeno desvio no eixo óptico do sistema. De modo que o resultado é semelhante a descentralização das lentes. Nas figuras ilustrando as curvas de FTM para os quatro aumentos, as linhas verde e azul indicam as medidas realizadas para os dois lados do sistema estereoscópico. Isto foi feito, devido às lentes confeccionadas na Oficina de Óptica terem sido feitas uma a uma manualmente. A figura 7.53 ilustra as curvas de FTM para o aumento 2/5, onde as duas curvas correspondentes ao sistema telescópico projetado neste trabalho deveriam gerar uma única resposta, que não coincide também com a resposta obtida pelo sistema produzido pela *Zeiss*. A discrepância entre as curvas cresce para curvas de FTM para os aumentos de 3/2 e 5/2, ilustradas pelas figuras 7.55 e 7.56. As curvas de FTM correspondente ao aumento de 2/3, indicadas pela linha verde e azul, praticamente coincidem-se, o que se

esperava para os quatro aumentos. Todas as curvas de FTM do sistema telescópico projetado neste trabalho não coincidem com a resposta obtida pelo sistema produzida pela *Zeiss*. As curvas de FTM teóricas determinadas no projeto do sistema telescópico, utilizando o *software Code V*, estão bem próximas às curvas de FTM obtidas pelo sistema produzido pela *Zeiss*. Observando-se, que as curvas de FTM teóricas correspondentes aos aumentos 2/5, 2/3 e 5/2 do sistema projetado neste trabalho obtêm uma resposta melhor. O mesmo não ocorre para o aumento de 3/2.

Todas estas discrepâncias encontradas em relação à resposta ao desempenho do sistema óptico no projeto da Lâmpada de Fenda após sua confecção, são geradas pelas técnicas de fabricação dos componentes ópticos, somados aos problemas mecânicos que servem de suporte ao sistema óptico. Além disso, durante o processo de otimização, o sistema óptico não foi determinado especificamente pelo critério de avaliação por FTM. O critério de otimização usado foi a análise global da contribuição de cada uma das cinco aberrações de Seidel e da aberração cromática no processo de formação da imagem. Do qual se deduz, não ser um critério suficiente para o desenho de sistemas ópticos. É necessário levar em consideração, também o critério de avaliação por FTM ou outros critérios conforme o sistema óptico analisado. Portanto, se o sistema óptico está totalmente otimizado pelas técnicas de Desenho Óptico ao levar em consideração o critério de avaliação por FTM, o próxima passo é o rigoroso controle sobre as técnicas de fabricação dos componentes ópticos, desde que se necessite produzir um sistema óptico com altíssima fidelidade de imagem.

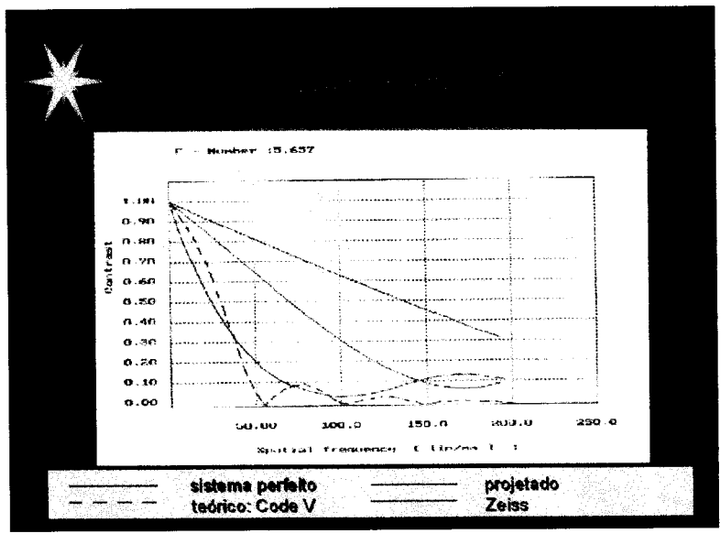


Figura 7.51: Função de transferência de modulação FTM para a objetiva O da Lâmpada de Fenda.

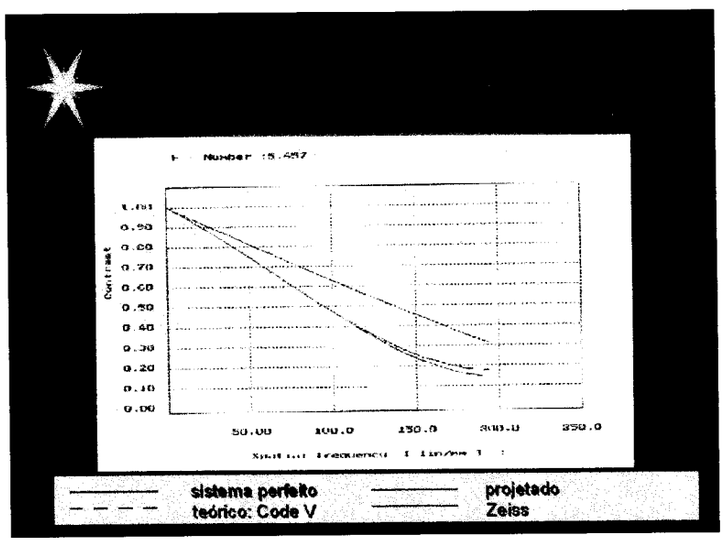


Figura 7.52: Função de transferência de modulação FTM para a ocular K da Lâmpada de Fenda.

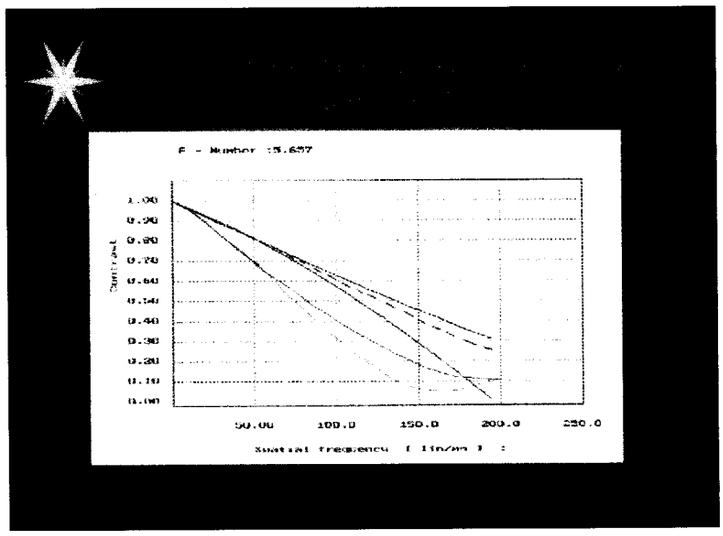


Figura 7.53: Função de transferência de modulação *FTM* para o sistema telescópico de aumento 2/5 da Lâmpada de Fenda.

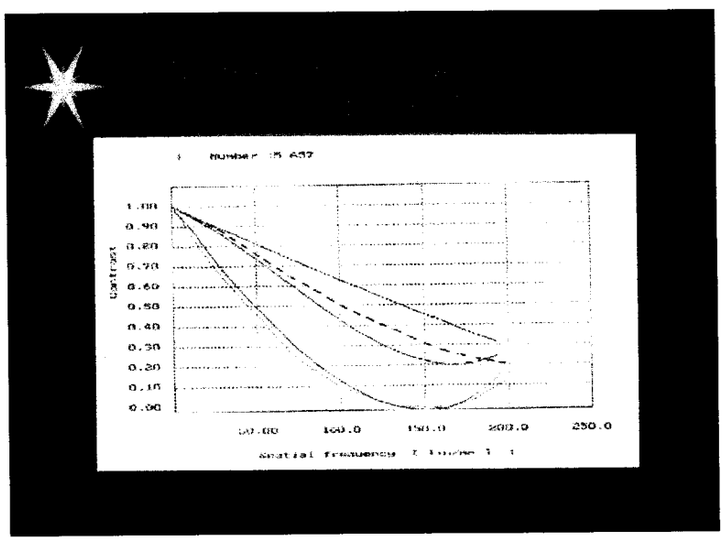


Figura 7.54: Função de transferência de modulação *FTM* para o sistema telescópico de aumento 2/3 da Lâmpada de Fenda.

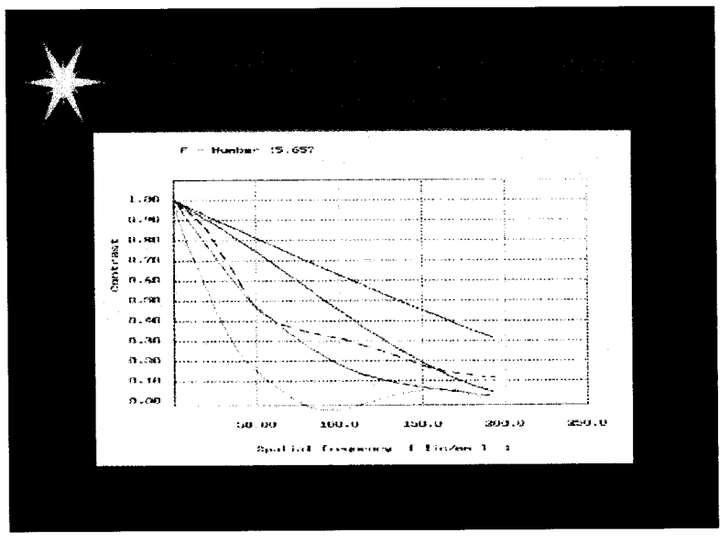


Figura 7.55: Função de transferência de modulação FTM para o sistema telescópico de aumento 3/2 da Lâmpada de Fenda.

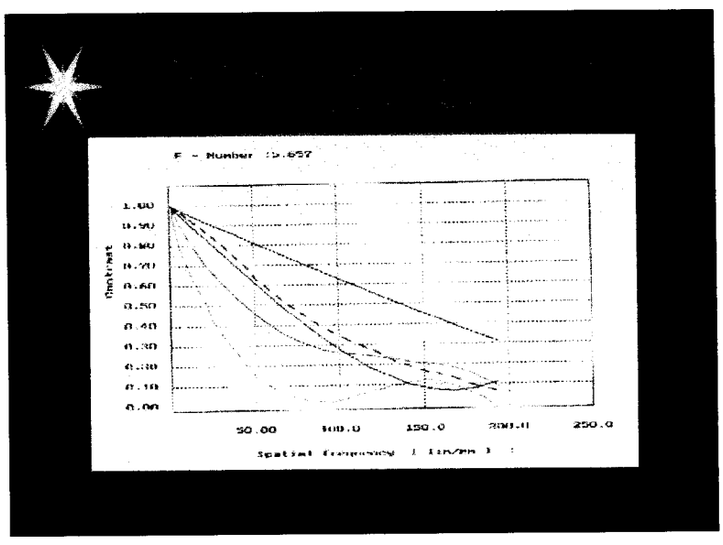


Figura 7.56: Função de transferência de modulação FTM para o sistema telescópico de aumento 5/2 da Lâmpada de Fenda.

Capítulo 8

Discussão e Conclusão

O objetivo deste trabalho foi de tornar possível uma atividade profissional de suma importância para o desenvolvimento tecnológico do país, pouco conhecida, denonimada de desenhista óptico. A partir das técnicas de Desenho Óptico, este profissional torna possível a realização de projetos de instrumentos que requerem sistemas ópticos altamente sofisticados, ou mesmo, os mais simples, que são destinados às diversas áreas científicas ou industriais. O interesse neste trabalho restringe-se ao desenvolvimento de sistemas ópticos para a área de Oftalmologia, uma das áreas mais ricas para o projeto de sistemas ópticos.

O desenho de sistemas ópticos tornou-se viável tecnologicamente, a partir do desenvolvimento dos computadores cada vez mais rápidos, que faz o processo de otimização ser rápida e confiável. Contudo, somente com a experiência do desenhista óptico, pode-se obter um sistema óptico totalmente otimizado para uma determinada finalidade. O critério de avaliação utilizado durante o processo de otimização, depende da finalidade a ser atingida pelo sistema óptico projetado e de suas características ópticas. Quando o projeto do sistema óptico é produzido, a primeira questão a ser levantada é a fidelidade entre o projeto e o produto. Ou seja, de que maneira pode-se obter o controle da qualidade do produto, como o desempenho de um sistema óptico produzido pode ser mensurável. Para determinadas áreas, é possível determinar o desempenho do sistema, a partir de medidas qualitativas realizadas pelo olho humano. Entretanto, quando deseja-se produzir um número grande de sistemas ópticos repetitivos, torna-se necessário manusear algum método quantitativo, que determine exatamente a qualidade de imagem produzida pelo sistema óptico. Para esta finalidade, a técnica de avaliação de imagem por medição da da função de transferência de modulação FTM é utilizada neste trabalho. Esta é uma das técnicas mais modernas e úteis para a determinação do desempenho mensurável de sistemas ópticos.

Todos os sistemas ópticos desenvolvidos neste trabalho, foram projetados con-

forme as características necessárias do instrumento requerido, considerando criteriosamente os requisitos básicos e funcionais exigidos pelos seus devidos usuários. Dos instrumentos projetados e discutidos no capítulo 7, o microscópio cirúrgico, o dubleto para adaptação de câmera CCD e a Lâmpada de Fenda foram construídos e analisados quanto à avaliação da qualidade de imagem. Estes sistemas ópticos foram projetados utilizando o *software Code V*, considerando o critério de avaliação pela análise global das contribuições de cada uma das cinco aberrações monocromáticas de Seidel e das aberrações cromáticas. Entretanto, os resultados mostraram a necessidade de levar em consideração o critério de avaliação por FTM durante o processo de otimização. De forma que a curva de FTM teórica possa representar fielmente o sistema óptico projetado. A fidelidade obtida pela curva de FTM téorica e a curva de FTM determinada por um instrumento de medida de FTM depende da técnica de fabricação dos componentes ópticos e depende também da precisão do sistema mecânico. Pela análise das curvas de FTM nas diferentes situações discutidas na secção 7.9 para o dubleto, pode-se avaliar que o fator preponderante no processo de fabricação de lentes é a centralização do sistema de lentes. Para obter o melhor desempenho de um sistema de lentes em relação à resposta da curva de FTM, o desvio permitido na centralização das lentes deve ser menor que 10".

No projeto da Lâmpada de Fenda, o problema está exatamente na centralização dos sistemas de lentes confeccionadas, somando-se ainda a falta de um critério mais rigoroso na confecção individual de cada uma das lentes. Além disso, na Oficina de Óptica ainda utiliza-se do processo de confecção manual de lentes, quando se trata de lentes com características fora dos padrões disponíveis. De modo que num sistema como o estereo-microscópio, tais lentes produzidas manualmente, jamais terão uma resposta igualmente exata. Para agravar a situação, o sistema mecânico projetado para realizar o movimento giratório de 180° ao sistema telescópico, introduz um desvio no eixo óptico do sistema, provocado por erro de confecção mecânico do suporte. Em síntese, todos os erros introduzidos por cada uma das partes constituintes do projeto, resultam em termos de produto final, na dificuldade de alinhar os sistemas ópticos igualmente para ambos os lados do estereo-microscópio, de modo a tornar possível a formação de uma única imagem ao observar um dado objeto através da ocular. Para tornar o protótipo da Lâmpada de Fenda funcional será necessário reavaliar o projeto mecânico e exigir um critério mais rigoroso na centralização de sistemas de lentes no processo de fabricação. A falta de um critério mais rigoroso no processo de fabricação de componentes ópticos na Oficina de Óptica, resulta da falta de tradição em termos de uma Óptica mais refinada, ou seja, a falta da

necessidade de qualidade de imagem formada pelos sistemas ópticos produzidos até o momento. A expectativa da realização deste trabalho, é exatamente de tornar possível o desenvolvimento de sistemas ópticos de altíssima qualidade óptica, com o auxílio das técnicas de Desenho de Óptico e do método de medida de avaliação da qualidade de imagem por FTM.

Com a aquisição do sofisticado *software* de Desenho Óptico: *Code V* e da estação de medida automática *Optomatic*, que é um instrumento de teste óptico totalmente automatizado, caracterizado por sua rapidez de medição, precisão e determinação do desempenho objetivo de uma variedade de sistemas ópticos, completa-se toda a operação do Desenho Óptico, construção e avaliação da qualidade de imagem de sistemas ópticos. Fazendo do Laboratório de Óptica Oftálmica um dos únicos a obter as ferramentas básicas para atuar massivamente na área da Óptica Tecnológica. E neste contexto o papel do desenhista óptico é de fundamental importância na efetivação desta área em crescente desenvolvimento.

Com esta tecnologia adquirida, o trabalho que vem sendo desenvolvido no Laboratório de Óptica Oftálmica é de fundamental importância para a interação indústria-universidade. O papel da universidade realizando pesquisa aplicada deve ser exatamente esta, o de andar paralelamente com a indústria, fazendo com que um projeto de pesquisa torne-se um produto viável no mercado e além disso, torne-se um produto pronto para produção, chegando diretamente à comunidade que mantém a universidade.

Bibliografia

[1] H. Haferkorn. *Optik.* VEB Deutscher Verlag Wissenschaften, Berlin, 1980.

[2] R. Kingslake. *Lens Design Fundamental.* Academis Press, New York, 1978.

[3] L. Cintra do Prado. *Óptica Geométrica.* Departamento de Publicações da Escola Politécnica da USP, São Paulo, 1953.

[4] F.W. Sears e M.W. Zemansky. *Calor – Ondas – Óptica*, volume 2. Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, 1977.

[5] F. A. Jenkins and H. E. White. *Optics.* Internacional Student Edition, New York, fourth edition, 1977.

[6] G. S. Monk. *Light - Principle and Experiments.* McGraw-Hill Book Company, New York, 1937.

[7] D. H. Jacobs. *Fundamental of Optical Engineering.* McGraw-Hill Book Company, New York, 1943.

[8] A. E. Conrady. *Applied Optics and Optical Design - Part one.* Dover Publications, New York, 1957.

[9] W. J. Smith. *Modern Optical Engineering.* McGraw-Hill, New York, 2nd edition, 1990.

[10] Donald O'Shea. *Elements of Modern Optical Design.* Wiley-Interscience, New York, 1985.

[11] R. S. Longhurst. *Geometrical and Physical Optics.* Longmans - Green and CO, London, 1957.

[12] W. B. Wetherell. *The Calculation of Image Quality*, volume 8 of *Applied Optics and Optical Engineering*, chapter 6. Academic Press, New York, 1980.

[13] C. S. Williams and O. A. Becklund. *Introduction to the Optical Transfer Function.* Wiley-Interscience Publication, New York, 1989.

[14] C. S. Williams and O. A. Becklund. *Optics: A Short Course for Engineers & Scientists.* Wiley-Interscience Publication, New York, 1972.

[15] H. H. Hopkins. *Wave Theory of Aberrations.* Monographs on the Physics and Chemistry of Materials. Clarendon Press, Oxford, 1950.

[16] M. Born and E. Wolf. *Principles of Optics.* Pergamon Press, Oxford, fifth edition, 1975.

[17] F. L. Pedrotti and L. S. Pedrotti. *Introduction to Optics.* Prentice-Hall International, New Jersey, 1987.

[18] H. Haferkorn. *Bi-Lexikon Optik.* Veb Bibliographishes Institut, Leipzig, 1988.

[19] R. Kingslike. *Lens Design*, volume 3 of *Applied Optics and Optical Engineering*, chapter 1. Academic Press, New York, 1965.

[20] R. E. Hopkins. *Optical Design*, section 10. Design-Military Standardization Handbook MIL-HBDK-141. Defense Supply Agency, Washington, 1962.

[21] Optical Research Associates, Pasadena - California. *Introductory User's Guide*, 1992.

[22] Optical Research Associates, Pasadena - California. *Reference Manual*, 1992.

[23] E. Hecht and A. Zajac. *Optics.* Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts, 1974.

[24] W. T. Welford. *Optical Calculations and Optical Instruments, and Introduction*, volume 29 of *Handbuch der Physik.* Springer Verlag, Berlin, 1967.

[25] P. Elias, D. S. Grey and D. Z. Robinson. Fourier Treatment of Optical Processes. *J. Opt. Soc. Am.*, 42:127, 1952.

[26] H. H. Hopkins. Canonical Pupil Coordinates in Geometrical and Diffraction Image Theory. *Japan J. Appl. Phys.*, 4:31, 1965.

[27] W. J. Smith. *Image Formation: Geometrical and Physical Optics*, section 2. Handbook of Optics. McGraw-Hill Book Company, New York, 1978.

[28] K. R. Barnes. *The Optical Transfer Function*, volume 3. Adam Hilger, London, 1971.

[29] G. W. Tate J. and A. Safir. The slit lamp: Hystory, principles and pratice. In S. Duke-Elder and D. Abrams, editors, *System of Ophthalmology - Ophthalmic Optics and Refraction*, volume 5, chapter 59. Henry Kimpton Editors, London, 1970.

[30] Carl Zeiss, Oberkochen - Germany. *Exame de Vista com a Lâmpada de Fenda*, 1980.