UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA DE SÃO CARLOS

GUSTAVO VRECH RIGO

Modelagem de grãos confinados em invólucros utilizando redes
complexas e métodos de imagem

São Carlos
2015

GUSTAVO VRECH RIGO

Modelagem de grãos confinados em invólucros utilizando redes
complexas e métodos de imagem

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física de São Carlos da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Doutor em Ciências.

Área de concentração: Física Aplicada
Opção: Física Computacional
Orientador: Prof. Dr. Luciano da Fontoura Costa

Versão Original

São Carlos
2015

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pelo Serviço de Biblioteca e Informação do IFSC,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Vrech, Gustavo Rigo
Modelagem de grãos confinados em invólucros
utilizando redes complexas e métodos de imagem /
Gustavo Rigo Vrech; orientador Luciano da Fontoura
Costa -- São Carlos, 2015.
124 p.

Tese (Doutorado - Programa de Pós-Graduação em
Física Aplicada Computacional) -- Instituto de Física
de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2015.

1. Redes complexas. 2. Processamento de imagens
3D. 3. Tomografia computadorizada. I. Costa, Luciano
da Fontoura, orient. II. Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Gustavo Vrech Rigo

Tese apresentada ao Instituto de Física de
São Carlos da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Doutor em
Ciências.

Área de Concentração: Física Aplicada -
Opção: Física Computacional.

Aprovado(a) em: 11/06/2015

Comissão Julgadora

Dr(a). Luciano da Fontoura Costa

Instituição: IFSC/USP

Dr(a). Paulo Estevão Cruvinel

Instituição: EMBRAPA/São Carlos

Dr(a). Agma Juci Machado Traina

Instituição: ICMC/USP

Dr(a). Ricardo da Silva Torres

Instituição: UNICAMP/Campinas

Dr(a). Carlos Antonio Ruggiero

Instituição: IFSC/USP

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família.

Aos meus pais, pelo amor, conforto, presença e amizade. Principalmente pelo conhecimento, pedidos e conselhos, mesmo quando estou relutante em aceitar. Agradeço à minha irmã, pelas ideias maduras, conversas e companhia, e por ter me ensinado que eu não sou o único.

À Natália, que naturalmente permeou o limite entre amizade e amor, tornando-se minha pessoa mais querida, e à família dela, que me fizeram sentir acolhido e mudar a terminologia de “família dela” para “minha família”.

Ao professor Luciano, meu mentor científico em praticamente toda a minha vida dentro da universidade.

Aos meus primos e tios, que já eram meus amigos mesmo antes de eu entender o que isso significava.

Aos meus amigos, tão presentes e fundamentais.

Ao Eduardo, e todo o pessoal do ensino médio, que representam para mim um dos períodos mais intensos e festivos.

À Anna e às meninas, pelos incansáveis passeios, filmes e programas de índio que me ensinaram muito sobre o mundo.

Ao Waldomiro, o Michael, o Bio, o Buda e o pessoal do RPG, que além da amizade, ensinaram para mim que simulações podem ser muito divertidas.

Ao Tiago, meu amigo que conheço há mais tempo em São Carlos, pelas suas opiniões ácidas que apesar de tudo mudaram muito do jeito que eu enxergo a vida.

Ao Pé-de-Pano e o pessoal do kung-fu, não só pela amizade mas também pelo equilíbrio físico.

Aos professores do Instituto de Física de São Carlos, pela minha excelente formação, e especialmente aos professores que a muito contragosto meu foram demasiadamente exigentes, me mostraram que muita da minha competência advém da superação de limites.

Ao Dr. Cruvinel, pelo apoio técnico e muitas vezes aconselhamento pessoal.

Ao Prof. Lotufo cujas ideias que ajudaram a compor a grande barreira desta tese.

Aos funcionários do IFSC que mostraram que um funcionário público pode ser eficiente.

“Escolha um trabalho que você ame
e não terá de trabalhar um único dia de sua vida.”
Confúcio

"Mede o que é mensurável e torna mensurável o que não o é."
Galileu Galilei

"Computadores são como os deuses do antigo testamento:
muitas regras e nenhuma piedade."
Joseph Campbell

RESUMO

VRECH, G. R. **Modelagem de grãos confinados em invólucros utilizando redes complexas e métodos de imagem**. 2015. 124 p. Tese (Doutorado em Ciências) - Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

A formação de arcos – estruturas que promovem a anisotropia de forças dentro de um sistema – acontece corriqueiramente dentro de silos ou maquinaria agrícola. A presente tese propõe um modelo baseado em redes complexas para modelar tal fenômeno, definindo cada grão como vértice e a força que dois grãos trocam como o peso de uma ligação entre eles. A partir de ensaios tomográficos de 11 diferentes tipos de grãos foi desenvolvido um método para transformar cada uma das imagens tridimensionais resultantes numa rede complexa. Cada imagem foi pré-processada e submetida a uma transformada watershed utilizando como marcadores internos a erosão da própria imagem. Este processo tridimensional resultou na segmentação de cada um dos grãos da imagem original, tornando possível a extração de propriedades físicas de cada grão, como massa, centro de massa, momento de inércia, e as forças às quais este está submetido. A partir destes dados, a rede complexa de cada uma das 11 amostras foi construída. A amostra da soja foi comparada com um padrão-ouro pré-estabelecido possibilitando eventuais refinamentos no método. As reconstruções tridimensionais segmentadas de cada amostra apresentaram um resultado visual aceitável, embora algumas segmentações tenham sofrido com o efeito do elemento estruturante da erosão, uma vez que este tem de ser grande o suficiente para segmentar grãos adjacentes, porém não o suficiente para super-segmentar um único grão. A rede complexa formada a partir da imagem de soja foi submetida a uma análise mais profunda, estudando e normalizando sua propriedade strength, uma natural candidata para detectar anisotropia de forças. Os vértices com alto valor normalizado de strength foram definidos como o arco da estrutura, e sua análise visual permitiu concluir que estes de fato são os elementos responsáveis pela estrutura do arranjo, assim como substanciar o sucesso do método aqui proposto em detectar automaticamente o arco utilizando uma imagem tridimensional.

Palavras-chave: Redes complexas. Processamento de imagens 3D. Tomografia computadorizada.

ABSTRACT

VRECH, G. R. **Confined grain modeling using complex networks and image processing methods.** 2015. 124 p. Tese (Doutorado em Ciências) - Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

The formation of arches – structures that promotes force anisotropy within a system – appears routinely inside silos or agricultural machinery. This current thesis proposes a method for modeling this phenomenon as a complex network, defining each grain as vertex and a force that two grains exchanges as the weight of the link between them. By using computed tomography, 3D images were taken from 11 grain samples, and a method developed to transform each of this resulting images in a complex network. Each image had to be pre-processed and subjected to a watershed transform using as inner markers the erosion of the image itself. This process resulted in three-dimensional segmentation of each grain of the original image, allowing the estimation of the physical properties of each grain, such as mass, center of mass, moment of inertia and the forces to which the grain is subjected. From these measures, the complex network of each of the 11 samples was constructed. Sample soybeans were compared with a gold-standard, allowing improvements to the methodology. The segmented three-dimensional reconstructions of each sample provided acceptable visual output, although some samples suffered from erosion due to the structural element size, since it must be large enough to segment adjacent grains, but not enough to super-segment a single grain. The complex network obtained from the soybeans image was subjected to further analysis, studying and normalizing its strength property, a natural candidate to detect force anisotropy. Vertices with high normalized values of strength were understood as defining the arch of the structure, and its visual analysis showed that these indeed are the elements responsible for the arrangement structure. These results support the ability of the proposed method in automatically detecting the arches using as input a three-dimensional image.

Keywords: Complex networks. 3D image processing. Computed tomography.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 -	Exemplos de arcos dentro de distribuições de discos. Em (a) o fluxo foi obstruído pelos discos verdes. Em (b) foram realçados em vermelho os discos submetidos à maior tensão. Rede complexa formada a partir das relações de forças entre os discos do arranjo (c), e apenas a rede resultante dessa estrutura (d).	20
Figura 2.1 -	Exemplo de imagem 3D de uma tomografia médica (a), e uma de suas fatias típicas(b).	25
Figura 2.2 -	Exemplos de histogramas. Em (a) histogramas de um conjunto de 31 árvores de cerejeira-negra, em (b) a distribuição de níveis de cinza de uma foto, com o seu respectivo histograma sobreposto.	26
Figura 2.3 -	Exemplo de transformada distância, utilizando distância euclidiana uma imagem base de 10x10, contendo dois objetos com fundo realçado em vermelho (a), e sua respectiva transformada distância, utilizando no fundo um mapa de calor (b), quanto mais próximo dos objetos mais vermelho o fundo.	28
Figura 2.4 -	Exemplo sobre imagem 2D do método empregado para segmentar os grãos. (a) é a massa de grãos binária já segmentada do fundo, enquanto que (b) exibe a sua borda através do seu gradiente. Em (c) pode ser conferida a transformada distância da borda, enquanto que em (d) pode ser visto os picos que esta transformada resulta. Os picos são localizados em (e), e cada um destes transforma-se numa centroide, e com estas é feita a tesselação de Voronoi.	30
Figura 2.5 -	Exemplo de matriz tratada (a), sua representação como imagem (b), a aproximação do gradiente das posições centrais (c), a imagem deste gradiente (d). Em (e) é possível ver o gradiente obtido com o operador de Sobel da imagem (f).	33
Figura 2.6 -	Exemplo de dilatação (a) e erosão(b) de imagens. A imagem azul representa a imagem antes das respectivas operações morfológicas ocorrerem, enquanto que as imagens roxas exibem os resultados. Os discos sobrepostos são os elementos estruturantes utilizados.	34
Figura 2.7 -	Diagrama de variáveis ao fazer a reconstrução de uma imagem de tomografia computadorizada.	37
Figura 2.8-	Resultado direto da imagem feita por uma tomografia computadorizada (a), seu corte reconstruído (b) e uma representação gráfica computacional tridimensional de todos os cortes gerados.	39
Figura 2.9 -	Diagrama de vetores relacionados ao torque, sua posição na figura é análoga a sua cor (a) e o esquema de forças sobre um corpo rígido para o cálculo do valor da força desconhecida (b). Neste caso o eixo de rotação foi tomado para o cálculo da força 1, fazendo com que o torque resultante das duas outras forças seja nulo.	41
Figura 2.10 -	Diagrama de vetores utilizado para determinar o valor de três forças desconhecidas a partir dos seus planos normais de contato.	43
Figura 2.11 -	Rede complexa baseada numa rede de amigos. Os vértices são caracterizados por pessoas, enquanto as ligações por laços de amizade entre estas pessoas.	45
Figura 2.12 -	Rede complexa geográfica baseada na distribuição de distritos da cidade de São Paulo-SP. Cada vértice representa um distrito, enquanto que as ligações representa a presença de ruas que ligam estes distritos. A rede foi sobreposta com o da cidade.	49
Figura 2.13 -	Redes regulares. Os vértices são representados pelos círculos, sendo os azuis vértices genéricos, os verde-claros são os vizinhos do vértice verde-escuro. Em (a) é observada a condição teórica, onde todo o espaço é preenchido pela rede, enquanto que em (b) é adotada a condição periódica de contorno, necessária para representar tal rede num ambiente computacional.	50
Figura 3.1 -	Imagem de raios-X (a), fatia (b) e reconstrução tridimensional (c) do amendoim.	56
Figura 3.2 -	Imagem de raios-X (a), fatia (b) e reconstrução tridimensional (c) do baru.	56
Figura 3.3 -	Imagem de raios-X (a), fatia (b) e reconstrução tridimensional (c) da bucha.	57
Figura 3.4-	Imagem de raios-X (a), fatia (b) e reconstrução tridimensional (c) do café.	57

Figura 3.5 -	Imagem de raios-X (a), fatia (b) e reconstrução tridimensional (c) do gergelim.	58
Figura 3.6 -	Imagem de raios-X (a), fatia (b) e reconstrução tridimensional (c) do girassol.	58
Figura 3.7 -	Imagem de raios-X (a), fatia (b) e reconstrução tridimensional (c) da linhaça.	59
Figura 3.8 -	Imagem de raios-X (a), fatia (b) e reconstrução tridimensional (c) da mamona.	59
Figura 3.9 -	Imagem de raios-X (a), fatia (b) e reconstrução tridimensional (c) do rabanete.	60
Figura 3.10 -	Imagem de raios-X (a), fatia (b) e reconstrução tridimensional (c) da soja.	60
Figura 3.11 -	Imagem de raios-X (a), fatia (b) e reconstrução tridimensional (c) da uva.	61
Figura 4.1 -	Fluxograma da metodologia utilizada a partir da aquisição dos dados até a análise da rede formada para cada protótipo	66
Figura 4.2 -	Fatia da tomografia de um grão de amendoim (a), fatia com eixos excluídos e uma janela de atenção (b), histograma de níveis de cinza da imagem 3D do amendoim (c), amostras de limiarização da janela de atenção (d) , imagem pré-segmentada fundo/grãos/invólucro(e). No detalhe, pode-se observar pequenos grupos de voxels erroneamente segmentados como parte do grupo de grãos.	67
Figura 4.3 -	Imagem pré-segmentada fundo/grãos/invólucro. No detalhe, observa-se pequenos grupos de voxels erroneamente segmentados como parte do grupo de grãos.	70
Figura 4.4 -	Imagem simples de dois grãos(a), sua respectiva transformada distância (b) contendo dois pontos de máximos. Imagem dos grãos modificada (c) contendo uma janela de atenção, e sua transformada distância contendo uma faixa de máximos.	73
Figura 4.5 -	Sugestão dos círculos amarelos como marcadores (a) para a transformada <i>watershed</i> , e a respectiva aplicação da transformada utilizando marcadores(b), sendo que em azul a linha de separação das zonas de influência.	75
Figura 4.6 -	Exemplo de imagem para ser erodida (a), sucessivas erosões em distintas cores (b), marcadores provenientes da erosão dos grãos exemplo(c).	76
Figura 4.7 -	Sequencia de fatias do processo de segmentação dos grãos de soja. Em verde a região considerada como grão, as regiões amarelas representam os marcadores internos utilizados, e as linhas azuis as zonas neutras de separação da transformada <i>watershed</i> .	77
Figura 4.8 -	Estrutura de dados coletados e processados para cada grão, assim como sua origem.	78
Figura 4.9 -	Esquema do método utilizado para detecção das regiões de contato de um conjunto de grãos. Uma imagem típica (a) contendo 4 grãos, a região vermelha(b) evidencia a dilatação sobreposta à região neutra <i>watershed</i> , a dilatação(c) da região sobreposta em verde contendo uma janela de atenção, e em (d) a janela de atenção evidenciando quais grãos fazem parte da região de contato.	79
Figura 4.10 -	Esquema de forças de grãos dentro de um invólucro(a), e uma possível rota para a determinação das forças exercidas sobre cada um dos grãos.	83
Figura 5.1 -	Índices de grãos em fatias para a produção do padrão ouro da soja, (a) e (b). A figura (c) apresenta em vermelho os pontos que os grãos se tocam, e em vermelho eventuais conexões não escolhidas.	86
Figura 5.2 -	Esquema da divisão de dados utilizada na imagem 3D para evitar estouro de memória. Em (a) um exemplo simples de uma imagem, com a região em azul representando a erosão desejada, e a linha tracejada verde representa a divisão proposta. Em (b) a resultante da divisão proposta e em (c) a solução encontrada, utilizando apenas os núcleos das regiões de separação. A divisão utilizada de fato utilizada é ilustrada em (d), e os quinze blocos de dados resultantes em (e).	88
Figura 5.3 -	Reconstrução tridimensional da amostra de amendoim (a), onde cada cor da imagem representa um dos grãos segmentados. Uma fatia típica da segmentação (b), em verde o corpo dos grãos selecionados, o núcleo amarelo representa os marcadores <i>watershed</i> resultantes da erosão, em azul as linhas de separação de influência sendo a parte azul clara os planos de contato.	92
Figura 5.4 -	Rede complexa formada a partir da segmentação da imagem 3D da amostra de amendoim.	92
Figura 5.5 -	Reconstrução tridimensional da amostra de baru (a), onde cada cor da imagem representa um dos grãos segmentados. Uma fatia típica da	93

	segmentação (b), em verde o corpo dos grãos selecionados, o núcleo amarelo representa os marcadores <i>watershed</i> resultantes da erosão, em azul as linhas de separação de influência sendo a parte azul clara os planos de contato.	
Figura 5.6 -	Rede complexa formada a partir da segmentação da imagem 3D da amostra de baru.	93
Figura 5.7 -	Reconstrução tridimensional da amostra de bucha (a), onde cada cor da imagem representa um dos grãos segmentados. Uma fatia típica da segmentação (b), em verde o corpo dos grãos selecionados, o núcleo amarelo representa os marcadores <i>watershed</i> resultantes da erosão, em azul as linhas de separação de influência sendo a parte azul clara os planos de contato.	94
Figura 5.8 -	Rede complexa formada a partir da segmentação da imagem 3D da amostra de bucha.	94
Figura 5.9 -	Reconstrução tridimensional da amostra de Café (a), onde cada cor da imagem representa um dos grãos segmentados. Uma fatia típica da segmentação (b), em verde o corpo dos grãos selecionados, o núcleo amarelo representa os marcadores <i>watershed</i> resultantes da erosão, em azul as linhas de separação de influência sendo a parte azul clara os planos de contato.	95
Figura 5.10 -	Rede complexa formada a partir da segmentação da imagem 3D da amostra de Café.	95
Figura 5.11 -	Reconstrução tridimensional da amostra de Gergelim (a), onde cada cor da imagem representa um dos grãos segmentados. Uma fatia típica da segmentação (b), em verde o corpo dos grãos selecionados, o núcleo amarelo representa os marcadores <i>watershed</i> resultantes da erosão, em azul as linhas de separação de influência sendo a parte azul clara os planos de contato.	96
Figura 5.12 -	Reconstrução tridimensional da amostra de girassol (a), onde cada cor da imagem representa um dos grãos segmentados. Uma fatia típica da segmentação (b), em verde o corpo dos grãos selecionados, o núcleo amarelo representa os marcadores <i>watershed</i> resultantes da erosão, em azul as linhas de separação de influência sendo a parte azul clara os planos de contato.	97
Figura 5.13 -	Rede complexa formada a partir da segmentação da imagem 3D da amostra de girassol.	97
Figura 5.14 -	Reconstrução tridimensional da amostra de linhaça (a), onde cada cor da imagem representa um dos grãos segmentados. Uma fatia típica da segmentação (b), em verde o corpo dos grãos selecionados, o núcleo amarelo representa os marcadores <i>watershed</i> resultantes da erosão, em azul as linhas de separação de influência sendo a parte azul clara os planos de contato.	98
Figura 5.15 -	Reconstrução tridimensional da amostra de mamona (a), onde cada cor da imagem representa um dos grãos segmentados. Uma fatia típica da segmentação (b), em verde o corpo dos grãos selecionados, o núcleo amarelo representa os marcadores <i>watershed</i> resultantes da erosão, em azul as linhas de separação de influência sendo a parte azul clara os planos de contato.	99
Figura 5.16 -	Rede complexa formada a partir da segmentação da imagem 3D da amostra de mamona.	99
Figura 5.17 -	Reconstrução tridimensional da amostra de rabanete (a), onde cada cor da imagem representa um dos grãos segmentados. Uma fatia típica da segmentação (b), em verde o corpo dos grãos selecionados, o núcleo amarelo representa os marcadores <i>watershed</i> resultantes da erosão, em azul as linhas de separação de influência sendo a parte azul clara os planos de contato.	100
Figura 5.18 -	Rede complexa formada a partir da segmentação da imagem 3D da amostra de rabanete.	100
Figura 5.19 -	Reconstrução tridimensional da amostra de soja (a), onde cada cor da imagem representa um dos grãos segmentados. Uma fatia típica da segmentação (b), em verde o corpo dos grãos selecionados, o núcleo amarelo representa os marcadores <i>watershed</i> resultantes da erosão, em azul as linhas de separação de influência sendo a parte azul clara os planos de contato.	101
Figura 5.20 -	Rede complexa formada a partir da segmentação da imagem 3D da amostra de Soja.	101
Figura 5.21 -	Reconstrução tridimensional da amostra de uva (a), onde cada cor da imagem representa um dos grãos segmentados. Uma fatia típica da segmentação (b), em verde o corpo dos grãos selecionados, o núcleo amarelo representa os	102

marcadores *watershed* resultantes da erosão, em azul as linhas de separação de influência sendo a parte azul clara os planos de contato.

Figura 5.22 -	Rede complexa formada a partir da segmentação da imagem 3D da amostra de Uva.	102
Figura 5.23 -	Exemplo de separação por erosão de uma seção da amostra de uva, utilizando sucessivos valores para a erosão dos grãos.	104
Figura 5.24 -	Rede complexa correspondente à amostra de soja. A cor dos vértices é dada de acordo com o <i>strength</i> normalizado.	108
Figura 5.25 -	Histogramas dos valores do <i>strength</i> da rede de soja, sem normalização (a), e com normalização de acordo com a altura do grão.	109
Figura 5.26 -	Reconstrução da amostra de soja, evidenciando os grãos pertencentes ao arco. Em (a) os grãos vermelhos são os integrantes do arco, enquanto que os azuis com transparência os grãos comuns, e em (b) a mesma imagem contendo apenas o arco.	110
Figura 5.27 -	Sequências de fatias da detecção dos arcos. Em vermelho são evidenciados os grãos que fazem parte do arco da estrutura.	111

Sumário

1	INTRODUÇÃO	19
2	FUNDAMENTOS	23
2.1	DEFININDO UMA IMAGEM	23
2.1.1	IMAGEM 3D	24
2.1.2	HISTOGRAMA E LIMIAÇÃO	26
2.1.3	TRANSFORMADA DISTÂNCIA	27
2.1.4	SEGMENTAÇÃO DE IMAGENS	28
2.1.5	EXEMPLO DE SEGMENTAÇÃO UTILIZANDO A TRANSFORMADA DISTÂNCIA	29
2.1.6	GRADIENTE	31
2.1.7	EROSÃO E DILATAÇÃO DE IMAGENS	34
2.2	TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA	35
2.3	TORQUE E EQUILÍBRIO ESTÁTICO	39
2.4	REDES COMPLEXAS	43
2.4.1	REDES COMPLEXAS: definições	46
2.4.2	REDES COMPLEXAS: medidas estruturais	47
2.4.3	REDES COMPLEXAS: modelos de redes complexas	48
2.4.4	REDE REGULAR	49
2.4.5	REDE DE ERDŐS-RÉNYI	51
2.4.6	REDE DE BARABÁSI-ALBERT	52
3	AQUISIÇÃO DE IMAGENS	55
4	METODOLOGIA	63
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	85
5.1	SEGMENTAÇÃO E REDES COMPLEXAS	90
5.2	ANÁLISE ATRAVÉS DA REDE COMPLEXA	107
6	CONCLUSÃO	113
6.1	CONTRIBUIÇÕES PRINCIPAIS	118
6.2	TRABALHOS FUTUROS	118
	REFERÊNCIAS	121

1 INTRODUÇÃO

Materiais Granulares são conjuntos de partículas discretas, cujos tamanhos e formas variam enormemente, como areia, grãos ou mesmo asteroides num cinturão. Esse tipo de estrutura possui um comportamento coletivo distinto de um sólido único, (1) um líquido ou gás, e esse comportamento não é dedutível apenas do comportamento individual das partículas componentes. Grãos dentro de silos são, portanto, materiais granulares contidos em um invólucro, e um problema de interesse prático é a forma que estes podem se organizar, com interesse em minimizar perdas pós-colheita devido a problemas de armazenamento. Conforme, (2) parte desta perda ocorre devido a entupimentos dentro da saída de silos e maquinaria agrícola por conta da própria configuração do sistema granular, ocorre a formação de uma estrutura denominada arco, a qual será explorada em mais detalhe posteriormente.

A presente tese tem como objetivo modelar o empacotamento e a interafinidade de um material granular, aqui grãos agrícolas, em silos a partir de um modelo matemático, descrevendo as partículas dentro do confinamento como uma rede complexa. Para tal, foi construído um sistema computacional capaz de transcrever um sistema de grãos numa rede complexa, utilizando imagens de tomografias computadorizadas de diversos tipos de grãos confinados e proposto um modelo para cada um destes grãos como um elemento dentro de uma rede complexa, assim como a tensão exercida sobre cada um destes.

Num conjunto de objetos discretos (por exemplo, grãos dentro de um silo, ou discos contidos num invólucro) existem diversas formas de confinamento dentro deste local pré-determinado. Essa configuração, na maioria dos casos não é homogênea, sendo dependente de como o sistema foi originalmente ordenado, e posteriormente das variações do próprio sistema (3). Essa heterogeneidade também se reflete nas relações entre forças de cada uma das partículas, pois algumas recebem grande tensão, enquanto outras recebem pouca, ou mesmo nenhuma tensão, evidenciando uma anisotropia de forças dentro do sistema. Esse fenômeno é denominado arco e foi estudado em problemas de obstrução da passagem de sólidos como, por exemplo, a saída de silos ou o entupimento de máquinas agrícolas. Exemplos desse tipo de estrutura simplificada por discos são encontrados na figura 1.1 a seguir:

Figura 1.1 - Exemplos de arcos dentro de distribuições de discos. Em (a) o fluxo foi obstruído pelos discos verdes. Em (b) foram realçados em vermelho os discos submetidos à maior tensão. Rede complexa formada a partir das relações de forças entre os discos do arranjo (c), e apenas a rede resultante dessa estrutura (d).

Fonte: Elaborada pelo autor.

A situação da figura 1.1 (a) possui grande interesse prático (4) e caracteriza um arco. Esta é situação que ocorre corriqueiramente na saída de silos e maquinaria agrícola, terminando por prejudicar o seu rendimento. Nesta figura grãos são escoados através de um estreitamento, porém, devido a alguma aleatoriedade do sistema, os discos verdes acabam por apoiar-se uns sobre os outros numa estrutura curva semelhante a um arco. Observe que qualquer força externa aplicada sobre o disco de rótulo “1” será contrabalançada pelas forças dos discos “2” e “3”. O mesmo ocorre com o disco “3”, mas uma das forças que o contrabalançam é estabelecida entre ele a parede.

Num sistema ideal, que ocorre quando as partículas não podem sofrer contração ou deformação, não importa quão grande seja a força externa, as forças das partículas 2 e 3

sempre atuam para que a força resultante seja zero, impossibilitando qualquer aceleração e, assim, o escoamento das partículas. Esta estrutura de fato pode suportar grande peso, diversas construções medievais utilizam-se de arranjos semelhantes para manter-se estáveis. (5)

A figura 1.1 (c) exemplifica a estrutura dentro de um invólucro e permite a visualização da estrutura interna do sistema, podendo inclusive exemplificar a distribuição de forças sobre as paredes da estrutura, assim como a pré-formação dos arcos mostrados na figura 1.1 (a), e será o escopo deste trabalho. Os discos vermelhos são interpretados como uma rede de forças (esta será interpretada na presente tese como uma rede complexa), cada um destes recebendo muito mais tração que seus vizinhos azuis, realçando cada elemento presente do arco.

A possível rede complexa resultante, figura 1.1 (d), tem como vértices (6) os discos do sistema, sendo que estes devem conter ao menos as coordenadas de cada um deles. As ligações são distribuídas de acordo com uma força, isso é, cada vértice será conectado com o seu vizinho se estes dois trocarem força entre si. De uma forma geral, os vértices podem conter propriedades relevantes do sistema para o cálculo das forças, como massa, rugosidade, forma, compressibilidade, etc. Para o escopo desta tese foi considerado o seu peso, característica fundamental para o cálculo das forças trocadas entre grãos.

Uma importante observação é que a rede complexa resultante depende da configuração do sistema. Mesmo um sistema com os mesmos elementos pode ser reordenado de inúmeras formas, fazendo com que existam inúmeras redes complexas.

Diversos trabalhos se dedicaram a estudar o entupimento causado por materiais granulares devido aos arcos. Um interessante trabalho que debate as características de um entupimento de diferentes pontos de vista é o (7) Do ponto de vista mais diretamente relacionado com o interesse prático deste trabalho, o entupimento estudado bidimensionalmente é bastante comum na literatura, conforme, (4,8) este ainda descreve um experimento em uma coifa em forma de “Y” e confronta com um modelo estatístico de entupimento.

Um modo distinto de abordar o problema é utilizando simulações estatísticas já tridimensionais fornecendo sistemas virtuais. (9) fornece um sistema baseado na entropia de esferas num sistema e aborda as propriedades termodinâmicas deste sistema. A descrição de um algoritmo que verifica se um sistema composto por esferas está entupido é abordada em (10), enquanto que (11) aborda um sistema que detecta anisotropia de forças dentro de um silo, porém o escopo daquele trabalho é baseado na formação do arranjo ao ser colocado no

silo, e em como a modificação da configuração inicial modifica a pressão exercida sobre o silo.

A diferença fundamental desta tese àquelas presentes na literatura é a união dos métodos de análises do sistema através das redes complexas com a imagem tridimensional feita por tomografia computadorizada, tornando possível o estudo dos arcos utilizando experimentos tridimensionais contendo grãos reais (não esféricos) através da análise da rede complexa formada.

Para melhor entendimento dos conceitos aqui trabalhados estes serão abordados no capítulo “Fundamentos”, compreendendo os quatro princípios básicos necessários para o entendimento do problema: o processamento de imagens 2D e 3D; a formação de imagens por tomografia computadorizada, com sucintas explicações sobre seus princípios físicos e construção da imagem; uma revisão sobre equilíbrio estático e troca de forças, necessárias para a determinação das forças trocadas entre os grãos; uma descrição dos conceitos fundamentais e algumas propriedades das redes complexas, este o objetivo final da tese.

O capítulo “Aquisição de imagens” descreve quais foram os protótipos utilizados, e como se deu a aquisição dos dados utilizando uma tomografia computadorizada. O capítulo “Metodologia” descreve com detalhes o processo desenvolvido, partindo de uma imagem de tomografia computadorizada constrói-se uma rede complexa que exhibe a rede de forças trocadas entre as partículas do sistema. O capítulo “Resultados e discussão” exhibe e discute quais as amostras que o procedimento foi bem sucedido e quais não foi, discutindo eventuais falhas do processo, assim como exhibe as redes formadas para cada protótipo e as suas respectivas características. A seção “Análise através de redes complexa” estuda para uma rede confiável, a da amostra de amendoim, as implicações da propriedade *strength*, assim como a utiliza para detectar os arcos daquele sistema.

2 FUNDAMENTOS

Este capítulo procura contextualizar o leitor com os fundamentos necessários para compreender a tese desenvolvida, abordando e referenciando cada um dos principais temas utilizados.

Uma grande parte deste capítulo aborda o tema de processamento de imagens, explicando e referenciando os métodos utilizados: Definições de imagens 2D e 3D, histograma e limiarização, a transformada distância, segmentação, gradiente e por fim o as operações morfológicas abertura e fechamento. Também são abordados outros temas necessários para o desenvolvimento da tese: princípios da obtenção de imagens através de tomografia computadorizada de raios-X, e o equilíbrio estático de forças. As redes complexas são abordadas a partir das suas definições básicas, com breves descrições sobre propriedades e modelos.

2.1 DEFININDO UMA IMAGEM

Como usado nesta tese, uma imagem (12) refere-se a uma função bidimensional escalar de intensidade de luz $f(x, y)$, onde x e y denotam a coordenada espacial, e o valor de f num ponto (x, y) é proporcional à intensidade luminosa naquele ponto. A função $f(x, y)$ em geral é definida como o nível de cinza no ponto (x, y) .

Uma imagem digital é uma imagem onde os valores dos níveis de cinza e os valores válidos das coordenadas (x, y) foram digitalizados, isto é, partiram de valores contínuos para valores digitais, efetivamente truncando os valores pertinentes. É necessário este processo para carregar uma imagem dentro da memória de um computador de modo que essas imagens são representadas como matrizes, onde a coordenada correspondente é indexada pelas linhas e colunas desta matriz, e o valor do nível de cinza é dado pelo valor correspondente na matriz. O elemento básico desta matriz é chamado pixel. Por simplicidade, essa matriz será chamada na presente tese de imagem.

Uma imagem simples, dita imagem em níveis de cinza, é a imagem descrita acima. Uma imagem colorida é uma imagem representada por três matrizes de níveis de cinza, onde cada uma tem o valor da componente RGB (*red*, *green* e *blue*) daquele ponto. Uma imagem binária, ou imagem em preto e branco, é uma imagem que consiste apenas em dois tipos de

pixels, brancos e pretos. Na presente tese, uma imagem sempre será em níveis cinza, a não ser quando especificado o contrário.

O valor do nível de cinza usualmente varia entre 0 e 255, sendo 0 a inexistência de luz, a cor preto, e 255 o pixel mais claro, o branco, totalizando um total de 256 níveis de cinza. Uma imagem com maior resolução de cor pode ser definida, porém neste caso costuma-se redefinir a escala de cor com variações não inteiras entre 0 e 1. A quantidade de divisões disponíveis varia de acordo com a *palette* utilizada, em geral variando entre 256 e alguns milhões de tonalidades. A matriz imagem poderá ter qualquer tamanho escolhido, este tamanho definirá a resolução da imagem, quanto maior o número de elementos dessa matriz, maior será a qualidade gráfica espacial da imagem (12-14).

O tamanho de uma imagem é determinado pelo número de linhas e colunas da matriz a qual a imagem é descrita. Desta forma, uma imagem de 1024×768 terá 786.432 pixels. Caso seja escolhido um nível de cinza de 16 bits de resolução de cor esta imagem terá um tamanho de arquivo 1,5 MB (ou 4,5 MB caso a imagem seja colorida) caso não seja utilizado nenhum formato especial para se economizar espaço.

Observe que quando se desenha graficamente uma matriz de memória de um computador a primeira linha é desenhada na parte superior, crescendo de cima para baixo. Já a definição geométrica é representada graficamente de maneira crescente a partir do zero, fazendo com que os eixos seja incrementado de baixo para cima, potencialmente invertendo os eixos em relação à matriz de computador.

2.1.1 IMAGEM 3D

Uma imagem tridimensional (ou 3D) é a extensão de uma imagem bidimensional, representando um objeto que deixa de ser plano e torna-se volumétrico. De modo análogo, partindo de uma função escalar tridimensional de intensidade de luz $f(x, y, z)$, sua imagem 3D é a sua digitalização (15), isto é, uma matriz computacional com três índices distintos: linhas, colunas e um novo índice que pode ser associado à altura desta nova matriz. Pode-se inclusive interpretar estas imagens como um empilhamento de imagens bidimensionais que, em seu conjunto confere a informação tridimensional. A cada uma das imagens empilhadas dá-se o nome de fatia. Cada elemento digitaliza desta imagem recebe o nome de voxel, sendo

este o correspondente tridimensional aos pixels de imagens bidimensionais, sendo que cada um destes é um índice dentro da matriz computacional.

Um exemplo de imagem 3D de uma tomografia médica de uma face pode ser conferido em figura 2.1 (a), e uma fatia típica em figura 2.1 (b).

Figura 2.1 - Exemplo de imagem 3D de uma tomografia médica (a), e uma de suas fatias típicas(b).

Fonte: Adaptado de MANIX ... (16)

Imagens tridimensionais são comuns em *softwares CADs (Computer-aided design)*, uma vez que estes programas reproduzem tridimensionalmente peças ou modelos que posteriormente serão construídos na prática. De outro lado, técnicas de tomografia computadorizadas fazem a transformação oposta: leem um objeto volumétrico físico para dentro de um computador. (17)

É importante ressaltar imagens de filmes 3D comerciais não fazem parte deste tipo de imagem pois se utilizam de métodos estereoscópicos para fazer um observador humano perceber uma imagem em 3D. Já os modelos computacionais impressos em impressoras 3D fazem parte deste tipo de imagem 3D.

Observe que uma imagem 3D é armazenada num computador como uma sequencia de imagens 2D, fazendo com que elas ocupem significativamente mais memória.

2.1.2 HISTOGRAMA E LIMIAZIZAÇÃO

Um histograma é uma representação gráfica de um conjunto de dados com base na frequência de participação de um grupo delimitado dentro do conjunto totalitário dos dados, apresentando graficamente a distribuição que estes dados delimitados tomam perante o grupo completo. Esta representação se tornou bastante comum (18) em diversos campos da ciência, sendo pertinentes em qualquer área onde se deseja estudar o comportamento de diversos dados experimentais.

Para construir um histograma deve-se separar o grupo completo de dados em diversos subgrupos, e então transpor para um gráfico a frequência de aparição de cada dado pertencente a cada subgrupo. Tome o exemplo da figura 2.2 (a), um histograma da altura de árvores de cerejeira-negra. Aqui foram medidas as alturas de 31 árvores e elas foram divididas em subgrupos de variação de alturas de 5 em 5 pés. Observe que existe o aparecimento mais frequente de árvores com altura média, entre 75 e 80 pés, e que existe um número consideravelmente mais baixo de árvores altas (maiores que 85 pés) ou baixas (menores que 65 pés)

Figura 2.2 - Exemplos de histogramas. Em (a) histogramas de um conjunto de 31 árvores de cerejeira-negra, em (b) a distribuição de níveis de cinza de uma foto, com o seu respectivo histograma sobreposto.

(a)

(b)

Fonte: Adaptado de WIKIPEDIA ... (19); WILDSHOTS ... (20).

A área de processamento de imagens também se utiliza de histogramas, em geral de histogramas do nível de cinza das imagens. Tais histogramas são exemplificados na figura 2.2 (b), onde o histograma é sobreposto à imagem. Esse tipo de histograma aparece comumente em câmeras digitais, e ajudam o fotógrafo na escolha se a cena está muito clara ou escura. Para o processamento de imagens o histograma pode identificar objetos dentro de uma

imagem. No caso da figura 2.2 (b) pode-se classificar de grosso modo que todo pixel verde pertence a uma árvore, todo azul ao céu e que os brancos são a neve. Observe que tal classificação contém erros, um pixel branco poderia fazer parte de uma nuvem. Classificar objetos utilizando um histograma é uma técnica de segmentação de objetos, tópico este que será melhor explorado na sessão Segmentação.

Uma característica distinta do histograma é o uso de um limiar, em inglês *threshold*. Esta técnica consiste em subdividir um histograma em regiões distintas com base em um conjunto (ou mesmo único) de limiares. O caso mais comum de limiarização é a segmentação fundo-objeto, quando temos um objeto sobre um fundo de tonalidade diferente. Neste caso, estuda-se o corte do histograma por um limiar, todos os pixels com valor de nível de cinza inferior a este limiar são considerados fazendo parte do fundo (ou do objeto), enquanto que todos os pixels com valor superior são considerados do objeto (fundo).

Ao operar sobre uma imagem 3D não existem modificações pertinentes ao histograma. A limiarização deve ser feita analogamente à imagem bidimensional tendo em mente que as imagens de entrada e saída são tridimensionais.

2.1.3 TRANSFORMADA DISTÂNCIA

A transformada distância é uma operação sobre imagens binárias e retorna o campo de distâncias de cada ponto do espaço até algum objeto da imagem, formando efetivamente um mapa de distâncias da imagem.

De uma maneira operativa, para cada ponto da imagem procura-se o objeto mais próximo, e anota-se naquele ponto qual a distância até o objeto. Fazendo isso para todos os pontos da imagem obtém-se a transformada distância. A figura 2.3 exemplifica a transformada distância sobre um objeto.

Figura 2.3 - Exemplo de transformada distância, utilizando distância euclidiana uma imagem base de 10x10, contendo dois objetos com fundo realçado em vermelho (a), e sua respectiva transformada distância, utilizando no fundo um mapa de calor (b), quanto mais próximo dos objetos mais vermelho o fundo.

Fonte: Elaborada pelo autor.

O método utilizado para o cálculo (13) da distância influencia diretamente o resultado da transformada. Usualmente é utilizada a distância euclidiana ou, quando a complexibilidade algorítmica torna-se pertinente, a distância *city-block*. Porém qualquer métrica conveniente para lidar com o problema particular pode ser utilizada.

A transformada distância nesta tese é utilizada como um detector de cavidades para determinar as regiões de fronteira entre grãos, e será melhor explorada. Uma outra aplicação comum é seu uso para esqueletização de objetos, observe que a figura 2.3 (b) possui um máximo local bastante destacado, este pode ser utilizado para extrair esqueletos de imagens.

(13)

A transformada distância aplica-se diretamente a imagens 3D, porém a adição de uma dimensão aumenta a complexibilidade algorítmica e seu tempo de processamento.

2.1.4 SEGMENTAÇÃO DE IMAGENS

O processo de segmentação (13-14) sobre uma imagem permite segmentá-la em diversos subgrupos, onde um pixel de interesse pode fazer parte ou não destes grupos. A figura 2.2 (b) pode ser segmentada em pixels da neve, das árvores ou do céu, ou qualquer outra classificação necessária. Um outro exemplo seria uma foto de uma partida de futebol, separando os pixels que pertencem ao campo, a bola ou jogadores, podendo inclusive separar cada um dos jogadores em grupos distintos.

Existem diversos algoritmos de segmentação de imagens, cada qual eficiente para determinados tipos de dados. No contexto de processamento de imagens pode-se utilizar estudos do histograma da imagem para segmentá-la, como no exemplo simples apresentado na seção “Histograma e Limiar”, ou utilizar a transformada distância conforme o exemplo apresentado na próxima seção. Outros algoritmos comuns para segmentação de objetos em imagens são aqueles que utilizam algoritmos de agrupamento ou mesmo algoritmos do tipo dividir para conquistar.

O resultado da segmentação de uma imagem será os conjuntos de pixels segmentados, onde cada conjunto contém o índice dos pixels que pertencem àquela classificação.

Um problema comum em segmentação de imagens é a super-segmentação ou *over-segmentation* (13-14), quando o processo de segmentação divide inadequadamente um conjunto em dois ou mais subconjuntos. O processo inverso também pode ocorrer, quando dois conjuntos distintos são classificados como apenas um, a sub-segmentação. Tais problemas serão discutidos adiante na seção “Exemplo de segmentação utilizando a transformada distância”.

2.1.5 EXEMPLO DE SEGMENTAÇÃO UTILIZANDO A TRANSFORMADA DISTÂNCIA

Tome como exemplo uma imagem binária de um conjunto de grãos da figura 2.4 (a). O objetivo deste exemplo será segmentar cada um dos grãos utilizando a transformada distância.

Utilizando o operador de Sobel, pode-se detectar a borda de cada um dos grãos, conforme figura 2.4 (b), e utiliza-se esta figura da borda para o cálculo da transformada distância. A figura 8(c) é o resultado da transformada distância da borda, aqui já calculada apenas na parte interna dos objetos. Nesta figura, quanto mais claro o ponto mais distante aquele ponto está de qualquer parte da borda.

Quando aplicada a componentes côncavos, a transformada distância acaba por formar picos, uma vez que quando mais no centro do objeto mais longe de toda a borda. Tais picos são evidenciados transcrevendo em gráfico a transformada distância obtida como uma função bidimensional, conforme a figura 2.4 (d). Para melhor observação o eixo $\hat{x}$ foi invertido de

modo a facilitar o confronto com a imagem da transformada distância. No método utilizado cada um destes picos é definido como um centroide de um grão, ou seja, cada pico será o centro de um dos conjuntos de pixels, conforme evidenciados na figura 2.4 (e). Utiliza-se a tesselação de Voronoi para fornecer a região de influência de cada centroide, conforme a figura 2.4 (f). A segmentação entre cada um dos grãos da figura original será a intersecção de cada célula de Voronoi, que pode ser visualizada na figura 2.4 (f).

Figura 2.4 - Exemplo sobre imagem 2D do método empregado para segmentar os grãos. (a) é a massa de grãos binária já segmentada do fundo, enquanto que (b) exibe a sua borda através do seu gradiente. Em (c) pode ser conferida a transformada distância da borda, enquanto que em (d) pode ser visto os picos que esta transformada resulta. Os picos são localizados em (e), e cada um destes transforma-se numa centroide, e com estas é feita a tesselação de Voronoi.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Alternativamente, pode-se utilizar a transformada *watershed* no lugar da tesselação de Voronoi para determinar as zonas de influência. Esta transformada tem inspiração na distribuição geográfica da água da chuva em bacias numa região. Ao utilizar esta transformada sobre a transformada distância, deve-se primeiro inverter a imagem, de modo que os máximos locais transformem-se em mínimos locais. Fazendo um paralelo com as bacias de água, cada mínimo deve ser preenchido até que a água de duas bacias se encontrem em algum ponto. Este ponto de encontro é a linha de separação entre as zonas de influência de cada bacia. Mais informações podem ser obtidas em (14).

2.1.6 GRADIENTE

No cálculo vetorial o gradiente é um operador sobre um campo escalar que retorna um campo vetorial que indica o sentido, a direção e o tamanho da maior variação sobre o campo escalar original. (21) No caso de uma imagem o campo escalar é a intensidade de luz, e o gradiente a variação dos níveis de cinza de uma região determinada, de modo que ele terá maiores valores em módulo quando mais os níveis de cinza variam naquela região, e sempre apontará para a região de maior variação. O contraste em processamento de imagens é o módulo do gradiente, este possui especial aplicação para detecção de bordas. Existem diversos algoritmos para realizar o cálculo do gradiente sobre imagens digitais e aqui utilizaremos o operador de Sobel. (13)

Este operador representa uma aproximação para a gradiente matemático daquele ponto, com alguma suavização. Utilizaremos o operador de Sobel neste trabalho devido à sua menor complexibilidade algorítmica. A aproximação do gradiente em uma determinada direção nada mais é do que a convolução da imagem por uma máscara especial, denominada *kernel*. Estes *kernels*, nas direções coordenadas de uma imagem serão:

$$\Delta x = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \Delta y = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

De maneira operacional, para determinar as derivadas parciais de uma função, neste caso a imagem, é necessário convoluir a função com o *kernel* apropriado a cada direção de variação:

$$g_x = \Delta x \otimes A_{im} \qquad g_y = \Delta y \otimes A_{im} \qquad (2.2)$$

Onde g_x e g_y denotam a variação em cada coordenada, $\otimes$ denota convolução e A_{im} é a função a qual se deseja o gradiente, neste caso, uma imagem. O gradiente será:

$$\vec{\nabla} A_{im} \cong g_x \hat{x} + g_y \hat{y} = (\Delta x \otimes A_{im}) \hat{x} + (\Delta y \otimes A_{im}) \hat{y} \qquad (2.3)$$

O módulo do gradiente será:

$$|\vec{\nabla} A_{im}| \cong \sqrt{g_x^2 + g_y^2} \qquad (2.4)$$

Muitas vezes é necessário tomar a direção do gradiente como o ângulo do seu campo gradiente, sendo este, em radianos:

$$\alpha \cong \text{tg}^{-1} \left(\frac{g_x}{g_y} \right) \qquad (2.5)$$

Observe que do ponto de vista de processamento de imagens, g_x e g_y são imagens (matrizes) de níveis de cinza do mesmo tamanho que imagem original (excluindo-se efeitos de borda), de modo que para saber o gradiente num determinado ponto de uma imagem basta tomar os cálculos prévios sobre os pontos pertinentes da imagem.

A figura 2.5 mostra a ilustração de uma imagem simples (b) convertida numa matriz (a), o respectivo módulo gradiente aproximado do centro da imagem (c), e a correspondente imagem do gradiente (d). Um exemplo aplicado numa figura extensa pode ser visto em (e), e seu respectivo módulo do gradiente (f).

Figura 2.5 - Exemplo de matriz tratada (a), sua representação como imagem (b), a aproximação do gradiente das posições centrais (c), a imagem deste gradiente (d). Em (e) é possível ver o gradiente obtido com o operador de Sobel da imagem (f).

Fonte: Elaborada pelo autor.

Quando estudando imagens tridimensionais o operador de Sobel funciona de maneira análoga, adicionando-se uma dimensão através do conjunto de equações:

$$\Delta z(:, :, -1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \Delta z(:, :, 0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \Delta z(:, :, 1) = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ -2 & -4 & -2 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

$$g_z = \Delta z \otimes A_{im} \quad (2.7)$$

$$|\vec{\nabla} A_{im}| \cong \sqrt{g_x^2 + g_y^2 + g_z^2} \quad (2.8)$$

Onde Δz é o *kernel* da convolução na direção $\hat{z}$, $\otimes$ denota convolução em três dimensões, e a A_{im} é a matriz da imagem 3D. Observe que o *kernel* Δz deve ser modificado rotacionando-se a matriz para fornecer os *kernels* Δx e Δy .

Cada um dos resultados parciais g_x , g_y e g_z , assim como o resultado final $|\vec{\nabla} A_{im}|$ são imagens 3D, com um tamanho compatível a imagem inicial A_{im} , levando em consideração distorções devidas à efeitos de borda.

2.1.7 EROÇÃO E DILATAÇÃO DE IMAGENS

A erosão e dilatação são duas operações básicas do processamento morfológico de imagens (13-14), inicialmente concebidas para atuar em imagens de binárias, e posteriormente para imagens em níveis de cinza. (14)

Ambas operações necessitam de um elemento estruturante, elemento este que irá nortear o modo como um determinado objeto irá dilatar ou erodir, efetivamente modificando o resultado.

Uma dilatação faz com que um objeto dilate de acordo com o elemento estruturante. Operativamente, sobreponha o elemento estruturante sobre um pixel da borda do objeto em questão. Cada pixel que o elemento estruturante toca se tornará parte do objeto. A dilatação será a repetição deste procedimento para todos os pixels da borda de um objeto. A figura 2.6 (a) é um exemplo de um paralelogramo azul dilatado por um elemento estruturante circular, enquanto que a figura roxa é o resultado desta operação.

Figura 2.6 - Exemplo de dilatação (a) e erosão(b) de imagens. A imagem azul representa a imagem antes das respectivas operações morfológicas ocorrerem, enquanto que as imagens roxas exibem os resultados. Os discos sobrepostos são os elementos estruturantes utilizados.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Já a erosão é similar ao processo de dilatação, porém cada pixel tocado pelo elemento estruturante deixará de fazer parte do objeto. A figura 2.6 (b) é um exemplo semelhante de uma erosão, observe que desta vez o objeto resultado é menor do que o original, efetivamente erodindo o contorno do objeto.

Duas operações derivas são o fechamento e a abertura. O fechamento consiste em submeter o mesmo objeto a uma dilatação e em seguida uma erosão. Um buraco no interior de uma imagem que tenha tamanho menor do que o elemento estruturante terá todos os seus pixels considerados como integrantes do objeto. Quando a operação de dilatação é feita, a região do buraco não possui nenhum pixel da borda para ser efetivamente erodido, fazendo com que aquele buraco seja fechado.

A abertura é a operação inversa, uma erosão seguida de uma dilatação. Caso o elemento estruturante seja grande o suficiente, a erosão poderá corroer um istmo, de modo a não restar nenhum pixel a ser restaurado, desta vez promovendo a conexão de um buraco com a parte externa da imagem, abrindo o buraco.

Estes conceitos são diretamente aplicáveis para imagens 3D caso o elemento estruturante também seja 3D.

2.2 TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA

A tomografia computadorizada é um método de imagens que permite o estudo do interior de objetos de maneira não destrutiva. Inicialmente aplicada às ciências médicas, permite fazer diagnósticos de pacientes sem que haja a necessidade de uma intervenção cirúrgica. Historicamente o primeiro aparato de TC (tomografia computadorizada) foi desenvolvido por Godfrey Hounsfield, na década de 70 do século XX (17), porém a maior contribuição para esta área foi de Cormack, que desenvolveu a base matemática que possibilitou fazer a reconstrução das imagens. Apesar da aplicação hoje comum na medicina, a TC está presente em diversas outras áreas, como por exemplo, no estudo de solos (22) e no caso deste trabalho, no modelamento de grãos confinados.

A TC é um método não invasivo, não destrutivo que é utilizado para estudar atributos que estão no interior de objetos, e utiliza o princípio da atenuação de uma radiação eletromagnética através do material no qual ela se propaga. Como uma técnica não destrutiva ela permite que vários experimentos sejam feitos com a mesma amostra sem que ela seja prejudicada

Imagine um feixe eletromagnético de intensidade inicial I_0 que é incidido num material de tamanho x e emerge com intensidade I . Para cada seção do material existe uma taxa de perda de energia μ , efetivamente a probabilidade de um fóton do feixe incidente ser absorvido por esta seção do material. A intensidade do feixe decresce à medida que ele avança pelo material, de modo que temos a relação $dI(x)/dx = (-\mu I)$. Esta é uma equação diferencial ordinária separável, em que, para a sua solução pode-se separar os diferenciais e fazer a integração, onde os limites são a intensidade inicial I_0 até a final I e do tamanho do objeto x . Tal relação é chamada Lei de Lambert-Beer (23):

$$I = I_0 \exp\{-\mu x\} \quad (2.9)$$

O termo μ é o coeficiente de atenuação linear, termo dependente das propriedades do material o qual o feixe é incidido, sendo este proporcional dentre outras propriedades à densidade daquele material. Quando o feixe é emitido sobre um corpo heterogêneo a intensidade final é dada pela interação do feixe com cada um dos materiais que compõe o corpo heterogêneo, onde Δx_i é o tamanho e μ_i é o coeficiente de atenuação linear do i -ésimo componente:

$$I = I_0 \exp\left\{-\sum_i \mu_i \Delta x_i\right\} \quad (2.10)$$

Tomando Δx_i infinitesimal, a soma transforma-se numa integral de linha sobre o percurso do feixe que computa todas as contribuições da agora função contínua μ :

$$I = I_0 \exp\left\{-\int_L \mu dl\right\} \quad (2.11)$$

Sabendo que a TC fornece valores de I para diversos caminhos L tomados, Cormack estava interessado em, sabendo o valor de I sobre seus vários caminhos, conseguir mapear μ em todo o corpo. Ele encontrou uma solução particular para um corpo com simetria radial (24) utilizando como solução uma equação de Abel. A principal contribuição de Cormack foi justamente desenvolver um método geral para mapear μ . Apresentaremos brevemente um dos métodos que utiliza a transformada de Fourier para resolver este problema.

Relembrando o problema inicial, procuramos por $\mu(x, y)$ sabendo apenas as intensidades das suas projeções. Convém aqui definir a função $g(\rho, \phi)$, cujas variáveis ρ e

ϕ denotam a posição que a projeção foi feita - a linha da projeção tomada é perpendicular à reta formada inclinada de ϕ sobre o eixo $\hat{x}$, no ponto ρ do raio, conforme a 2.7 .

Figura 2.7 - Diagrama de variáveis ao fazer a reconstrução de uma imagem de tomografia computadorizada.

Fonte: Elaborada pelo autor.

$$g(\rho, \phi) = \ln\left(\frac{I_0}{I}\right) = \int_{L(\rho, \phi)} \mu(x, y) dl \quad (2.12)$$

Pode-se reescrever a parte direita da equação como uma linha impulso utilizando a função delta de Dirac, calculada sobre a reta particular $L(\rho, \phi)$. Esta reta pode ser parametrizada em termos de ρ e ϕ como $\rho - x \cos(\phi) - y \sin(\phi) = 0$, portanto podemos escrever:

$$g(\rho, \phi) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y) \delta(\rho - x \cos \phi - y \sin \phi) dx dy = \mathfrak{R}\mu(\rho, \phi) \quad (2.13)$$

Denotaremos a função $g(\rho, \phi)$ por $\mathfrak{R}\mu(\rho, \phi)$, a transformada Radon (25) da função $\mu(\rho, \phi)$ utilizando as variáveis ρ e ϕ ficando de acordo com a literatura. Note que $\mathfrak{R}\mu(\rho, \phi)$ representa totalmente a informação contida numa projeção do objeto, conforme a (2.10).

Lembre-se também que $\Re\mu(\rho, \phi)$ é conhecida para todos os valores de ρ e ϕ , esta função é a saída de uma TC.

Nosso objetivo aqui é utilizar o resultado conhecido como o Teorema da Projeção de Fatia, que relaciona a transformada de Fourier da função $\mu(x, y)$ com as suas projeções $\Re\mu(\rho, \phi)$. A transformada de Fourier bidimensional de $\mu(x, y)$, tomando como variáveis recíprocas no espaço de fase α e β :

$$\mathfrak{F}\{\mu(x, y); \alpha, \beta\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y) \exp\{-i2\pi(x\alpha + y\beta)\} dx dy \quad (2.14)$$

Voltando a $\Re\mu(\rho, \phi)$, tomando agora ϕ como uma constante, iremos variar ρ calculando todas as projeções sobre a reta formada, método a qual a TC é feita. A transformada de Fourier unidimensional sendo r a variável recíproca de ρ :

$$\mathfrak{F}\{\Re\mu(\rho, \phi); r\} = \int_{-\infty}^{\infty} \Re\mu(\rho, \phi) \exp\{-i2\pi r\rho\} d\rho \quad (2.15)$$

Substituindo (2.13) em (2.15), utilizando a permissibilidade das integrais:

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}\{\Re\mu(\rho, \phi); r\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y) \delta(\rho - x \cos \phi - y \sin \phi) dx dy \right] \exp\{-i2\pi r\rho\} d\rho \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y) \left[\int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-i2\pi r\rho\} \delta(\rho - x \cos \phi - y \sin \phi) d\rho \right] dx dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y) [\exp\{-i2\pi(xr \cos \phi + yr \sin \phi)\}] dx dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y) \exp\{-i2\pi(x\alpha + y\beta)\} dx dy \end{aligned} \quad (2.16)$$

A última passagem torna-se verdadeira tomando $\alpha = r \cos(\phi)$ e $\beta = r \sin(\phi)$. Observe que (2.16) é idêntico a (2.14), o Teorema da Projeção de Fatia:

$$\mathfrak{F}\{\mu(x, y); \alpha, \beta\} = \mathfrak{F}\{\Re\mu(\rho, \phi); r\} \quad (2.17)$$

Uma vez que $\Re\mu(\rho, \phi)$ é conhecido para todos os valores de ρ e ϕ (estes são os resultados do tomógrafo) pode-se reconstruir a função $\mu(x, y)$.

Um exemplo de tomografia computadorizada é a figura 2.8, realizada sobre um conjunto de grãos de mamona dentro de um cilindro. Pode-se ver em (a) é a projeção lateral dada por ângulo ϕ e várias medidas de ρ , a saída inicial do tomógrafo. Utilizando vários ângulos ϕ é possível utilizando algum método de reconstrução, como o apresentado pela equação (2.17), reconstruir volumetricamente o objeto, resultando num conjunto de imagens (b). A última imagem representa um método gráfico pra visualizar o objeto reconstruído numa representação gráfica tridimensional feita em computador.

Figura 2.8- Resultado direto da imagem feita por uma tomografia computadorizada (a), seu corte reconstruído (b) e uma representação gráfica computacional tridimensional de todos os cortes gerados.

(a)

(b)

(c)

Fonte: Elaborada pelo autor.

Observe que é possível analisar a grosso modo a forma do grão utilizando apenas a figura 2.8(a), porém seu entendimento é limitado. A figura 2.8(a) fornece uma informação mais direta, porém ela só estará completa ao analisar todo o conjunto de cortes reconstruídos. A figura 2.8(a) utiliza um computador para apresentar de forma didática todo o conjunto de cortes reconstruídos numa única imagem, sendo fundamental para o entendimento pleno da forma do objeto estudado.

2.3 TORQUE E EQUILÍBRIO ESTÁTICO

O torque é a tendência de uma força externa rotacionar um objeto por um eixo definido (26). De forma análoga à força, definida pela segunda lei de Newton como a variação temporal do momento linear, o torque $\vec{\tau}$ de uma partícula é definido como a variação no tempo do momento angular $\vec{L}$:

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} \right) + \left(\vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} \right) \quad (2.18)$$

Sendo $\vec{p}$ o momento linear e $\vec{r}$ a posição sobre o qual o torque é calculado, sabemos que $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{v}$, a velocidade daquele ponto, uma vez que a velocidade é paralela ao momento, o termo $\vec{v} \times \vec{p} = 0$. A variação do momento angular $\frac{d\vec{p}}{dt}$ corresponde à força $\vec{F}$ aplicada naquele ponto, portanto o torque:

$$\vec{\tau}_n = \vec{r}_n^{O_j} \times \vec{F}_n \quad (2.19)$$

Observe que o torque exercido pela força $\vec{F}_n$ deve ser calculado para um determinado eixo de rotação O_j , onde o vetor $\vec{r}_n^{O_j}$ corresponde à distância entre o ponto de aplicação da força e tal eixo de rotação. Todos os novos índices foram adicionados à equação (2.19) de modo a particularizar o torque $\vec{\tau}_n$. É comum descrever o torque em termos dos módulos dos vetores envolvidos, sendo descrito como $|\vec{\tau}_n| = |\vec{r}_n^{O_j}| |\vec{F}_n| \sin \theta$, onde θ é o ângulo entre $\vec{F}_n$ e $\vec{r}_n^{O_j}$. A figura 2.9 (a) mostra um esquema contendo a relação entre os componentes do torque.

Figura 2.9 - Diagrama de vetores relacionados ao torque, sua posição na figura é análoga a sua cor (a) e o esquema de forças sobre um corpo rígido para o cálculo do valor da força desconhecida (b). Neste caso o eixo de rotação foi tomado para o cálculo da força 1, fazendo com que o torque resultante das duas outras forças seja nulo.

Fonte: Elaborada pelo autor.

As definições aqui apresentadas de torque podem ser estendidas a um corpo rígido conforme (26), dado o momento de inércia de um corpo I , o corpo submetido a um conjunto de N forças externas $\vec{F}_n$ apresentará aceleração angular $\vec{\alpha}$:

$$\sum_{n=1}^N \vec{\tau}_n = I \vec{\alpha} \quad (2.20)$$

Um caso de interesse é o equilíbrio estático, situação que ocorre quando um corpo está submetido a torques, porém não apresenta aceleração angular ($\vec{\alpha} = 0$) o corpo não apresenta rotação. Nesta situação o lado direito da equação (2.20) será nulo de modo que:

$$\sum_{n=1}^N \vec{\tau}_n = \sum_{n=1}^N (\vec{r}_n^{O_i} \times \vec{F}_n) = 0 \quad (2.21)$$

No problema específico aqui tratado, o corpo rígido (grão) em questão estará em equilíbrio estático e submetido a um conjunto de N forças externas $\vec{F}_n^{con}$ conhecidas (como a gravidade e trações já calculadas de outros grãos) e até o máximo de três forças externas desconhecidas. Para o cálculo da força desconhecida $\vec{F}_i$ será utilizado o eixo de rotação O_i , que consiste no eixo que liga os dois pontos de aplicação das duas outras forças

desconhecidas, de modo que o torque resultante destas outras forças desconhecidas sobre esse eixo seja zero, assim $\vec{r}_i^{O_j} \times \vec{F}_i = 0$ caso $i \neq j$.

Portanto a condição de equilíbrio estático da equação (2.21):

$$\vec{r}_i^{O_i} \times \vec{F}_i + \sum_{n=1}^N \left(\vec{r}_n^{O_i} \times \vec{F}_n^{con} \right) = 0 \quad (2.22)$$

Observe que esta equação vetorial pode se desdobrar em três equações escalares em cada uma das dimensões, suficientes para resolver as três incógnitas que formam o vetor força. A equação (2.22) será um dos métodos utilizados nesta tese para o cálculo das forças as quais um grão estará submetido, o método utilizado quando a região de contato de contato entre dois grãos puder ser admitida como um ponto de contato.

Caso um corpo esteja submetido a mais do que três forças desconhecidas, a equação (2.22) fornecerá mais variáveis do que equações, tornando o sistema indeterminado. Tal caso de equilíbrio estático é denominado estáticamente indeterminado ou hiperestático (26), e sua solução será um conjunto ao invés de uma única solução.

É importante ressaltar que aqui foram tratadas as forças que atuam num único corpo, e não num conjunto. O método aqui utilizado procura aqueles corpos que estão submetidos a um máximo de três forças desconhecidas e as determina – geralmente os corpos em posição mais alta no empilhamento que apenas estão sujeitos à ação da gravidade. Em seguida utilizando a Lei da Ação e Reação (26), acaba-se determinando novas forças conhecidas que serão utilizadas para determinar as forças envolvendo novos grãos.

Um método alternativo para determinar o valor das forças a qual um corpo em equilíbrio estático está submetido é a partir do conhecimento dos seus planos de contato. A figura 2.10 mostra o novo digrama de variáveis utilizado:

Figura 2.10 - Diagrama de vetores utilizado para determinar o valor de três forças desconhecidas a partir dos seus planos normais de contato.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Neste caso um objeto está submetido a um conjunto de forças $\{\vec{F}_n^{con}\}$ conhecidas. Este objeto também está submetido a três forças desconhecidas $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, cada uma destas forças é normal (26) aos respectivos planos de contato π_1 , π_2 , e π_3 entre o objeto e seus vizinhos. Assim, a equação de equilíbrio estático:

$$\sum_{i=1}^3 \vec{F}_i + \sum_{n=1}^N \vec{F}_n^{con} = \sum_{i=1}^3 F_i \hat{n}_i + \sum_{n=1}^N \vec{F}_n^{con} = 0 \quad (2.23)$$

Onde $\hat{n}_1$, $\hat{n}_2$ e $\hat{n}_3$ são os versores normais aos planos π_1 , π_2 e π_3 respectivamente, e F_1 , F_2 e F_3 o modulo das respectivas forças desconhecidas.

Uma vez que a equação vetorial (2.23) pode ser reescrita como três equações distintas para cada uma das direções, cada um dos três elementos desconhecidos F_1 , F_2 e F_3 pode ser determinado.

2.4 REDES COMPLEXAS

A inspiração para as redes complexas muito provavelmente ocorreu com o experimento de Milgram (27) que é provavelmente o exemplo mais conhecido de uma rede de relações pessoais. Esse experimento deu início à expressão “Seis graus de separação” (*Six*

degrees of separation), que afirma que cada indivíduo pertencente a um grande grupo (como por exemplo, a população de um país) conhecerá qualquer outro membro arbitrário do mesmo grupo a partir de uma cadeia de amizades de tamanho médio seis. Esta seção foi baseada na referencia (28).

Milgram, em 1967, enviou cartas para uma um conjunto aleatório de pessoas nos Estados Unidos da América perguntando se o destinatário conheceria uma determinada pessoa que residia em outra região daquele país. Caso a pessoa o conhecesse, aquela cadeia acabaria ali. Se não fosse esse o caso, a pessoa escolhida deveria enviar a mesma carta para um amigo, esperando que este amigo conheça o destinatário em questão, e se não, repetir o procedimento. Generalizando, uma pessoa “a” poderia não conhecer uma pessoa “z” diretamente, porém a pessoa “a” poderia conhecer “b”, que por sua vez conhece “c”, formando a cadeia “a”, “b”, “c”,..., “y”, “z”, conectando assim a pessoa “a” a pessoa “z”. O tamanho aproximado médio dessas cadeias foi de seis, concluiu-se que naquele ano, nos Estados Unidos da América, quaisquer pessoas eram conectadas entre si por seis intermediários em média. Algo curioso é que o termo popular “Seis graus de separação” não foi criado por Milgram, mas pelo escritor John Guare. (29)

O conceito utilizado por Milgram para descrever sua rede social é semelhante com o conceito de rede complexa. Cada elemento desta rede (cada pessoa) se conecta com outro elemento de acordo com uma regra pré-estabelecida (nesse caso a amizade), formando uma rede social, e na presente tese, uma rede complexa. É comum denominar um elemento da rede complexa (no experimento de Milgram, uma pessoa) como um nó ou vértice, e cada interação (neste caso a amizade) como aresta ou ligação. A figura 2.11 é um exemplo simples de uma rede complexa formada a partir de uma suposta rede de amizades. Nesta rede, Edi não conhece Gates, porém, Edi conhece Gustavo, que por sua vez conhece Totó, que conhece Gates. Observe que é perfeitamente possível a existência de um vértice da rede sem conexão, como evidenciado na figura pelo vértice Stanley.

Figura 2.11 - Rede complexa baseada numa rede de amizades. Os vértices são caracterizados por pessoas, enquanto as ligações por laços de amizade entre estas pessoas.

Fonte: Adaptado de VRECH (28)

Uma rede complexa baseia-se num conjunto discreto de elementos com características comuns (vértices) e uma regra de interação entre esses elementos (ligações). Praticamente qualquer sistema discreto poderia ser descrito através de uma rede complexa, e espera-se que tal estrutura revele determinadas características invisíveis de outra forma, justificando a grande variedade de aplicações em inúmeros campos da ciência.

Conforme discutido nos tópicos iniciais de (6), pode-se utilizar as redes complexas para modelar redes sociais, mais abrangentes que as de Milgram, como redes de relações comerciais, casamentos entre famílias, e até mesmo redes de contato sexual. Redes de informações também podem ser estudadas, como por exemplo, a rede formada pelas citações entre artigos científicos, ou a *World Wide Web*, a rede de páginas de internet conectadas entre si a partir de hiperligações. A estrutura física de *hardware* da rede de computadores, seu cabeamento e roteadores, também pode ser interpretada como uma rede complexa, assim como a estrutura da rede de distribuição elétrica de uma região, ou mesmo a conexão dos vôos entre aeroportos.

Sistemas biológicos podem ser estudados a partir de redes complexas, como redes de predador-presa, onde cada espécie é definido como um vértice da rede, e a ligação seria a

interação predatória entre estas duas espécies, ou como redes de saliência visual, onde a atenção humana é descrita através de uma rede complexa (28). Outros exemplos são as redes formadas por interações físicas mecânicas entre proteínas, redes formadas por neurônios, ou mesmo redes formadas a partir do sistema vascular de plantas. Mais detalhes, e bibliografia adequada para cada um desses exemplos podem ser encontrados em (6).

2.4.1 REDES COMPLEXAS: definições

Matematicamente uma rede complexa Γ é um objeto abstrato (29-30) formado por um conjunto V de vértices ou nós, e por um conjunto E de arestas ou ligações, sendo que estas relacionam dois vértices. O conjunto de vértices de uma rede Γ é denotado como $V(\Gamma)$, enquanto que o conjunto de ligações $E(\Gamma)$. Caso dois vértices v_i e $v_j \in V(\Gamma)$ sejam conectados por uma ligação E , estes vértices v_i e v_j são denominados vizinhos ou adjacentes, e a ligação entre eles é denotada como o par ordenado $E = (v_i, v_j)$. Existem redes que possuem ligações denominadas hiper-ligações, as quais podem ligar um vértice com todo um conjunto de outros vértices. Numa situação onde existam apenas ligações simples, a igualdade $(v_i, v_j) = (v_i, v_k)$ será válida se, e somente se, $v_j = v_k$. Note que desta forma as ligações terão uma direção preferencial, sendo que a rede será denominada rede direcionada, ou seja, $(v_i, v_j) \neq (v_j, v_i)$. Seu contraponto será uma rede não-direcionada, onde a igualdade $(v_i, v_j) = (v_j, v_i)$ é válida.

Para caracterizar uma rede complexa Γ é necessário conhecer os seus conjuntos componentes $V(\Gamma)$ e $E(\Gamma)$. Alternativamente, pode-se utilizar uma matriz de adjacências A para representar sucintamente uma rede complexa. Esta matriz terá dimensão $N \times N$, onde N é o número de vértices da rede. Cada elemento a_{ij} da matriz A terá valor baseado nas conexões entre os vértices v_i e v_j . Caso $(v_i, v_j) \in E(\Gamma)$ o valor de a_{ij} será 1, caso não exista ligação conectando os dois vértices o valor de a_{ij} será zero.

A estrutura da rede complexa também permite associar um valor numérico a cada uma das ligações (pesos), sendo que estes devem apresentar algum significado para o sistema em questão. Exemplos seriam tempo e/ou distância, no caso de redes geográficas, força de reação

no caso de redes protéicas, ou proximidade social no caso de redes sociais. Dessa forma, mapeia-se cada elemento (v_i, v_j) com peso correspondente $w_{i,j}$ tal que $(v_i, v_j) \rightarrow w_{i,j}$. Num conjunto $V(\Gamma)$ com N elementos, define-se uma matriz de pesos $W_{N \times N}$ onde cada elemento $W_{i,j}$ representa um peso $w_{i,j}$ e por consequência (v_i, v_j) .

Na presente tese, cada peso $w_{i,j}$ representa a força trocada entre os vértices (grãos) v_i e v_j , formando uma matriz de pesos W simétrica, devido à lei de ação e reação (26) temos que $(v_i, v_j) = (v_j, v_i)$.

2.4.2 REDES COMPLEXAS: medidas estruturais

Uma das propriedades mais utilizadas no escopo de redes complexas é a conectividade local de um vértice v_i a partir do seu grau (31). O grau k_i de um vértice v_i será o número vértices os quais que este vértice possui conexão dentro da rede Γ . A vizinhança de v_i é definida como a sub-rede Γ' onde todos os seus elementos $v_j \in \Gamma'$ são vizinhos de v_i , assim como $V(\Gamma') \subseteq V(\Gamma)$ e $E(\Gamma') \subseteq E(\Gamma)$. Escrevendo a matriz de adjacência A da rede denotando como v_j um elemento genérico do subconjunto Γ' de N' elementos, o grau k_i será:

$$k_i = \sum_{j=1}^{N'} a_{j,i} \quad (2.24)$$

Numa rede onde as ligações têm pesos o conceito de grau naturalmente evolui para a propriedade denominada *strenght*, s_i . Essa é dada pela soma de todos os pesos $w_{j,i}$ que representam ligações (v_j, v_i) , que conectam o subconjunto de vizinhos Γ' com v_i . Assim:

$$s_i = \sum_{j=1}^{N'} w_{j,i} \quad (2.25)$$

O *strength* terá papel fundamental da presente tese, uma vez que através da sua análise será possível detectar anisotropias de forças entre grãos da mesma região.

Outra propriedade é o coeficiente de aglomeração (*clustering coefficient*) que quantifica a conectividade da vizinhança do vértice em questão v_i . Sendo n_i o número de vizinhos de v_i , e e_i o número de conexões entre esses vizinhos, o coeficiente de aglomeração ca_i é definido como a probabilidade de dois vizinhos de v_i estarem conectados:

$$ca_i = \frac{2e_i}{n_i(n_i - 1)} \quad (2.26)$$

Num sistema onde as ligações têm pesos, é necessário ponderar o valor da conexão de cada uma delas, sendo o coeficiente dado por:

$$ca_i = \frac{1}{s_i(k_i - 1)} \sum_{j,k=1}^{N,N} \frac{w_{i,j} + w_{i,k}}{2} a_{i,j} a_{i,k} w_{j,k} \quad (2.27)$$

Estas propriedades são locais, calculadas sobre um único vértice. Algumas redes podem ser caracterizadas pela média de das propriedades locais de seus vértices, tornando úteis os conceitos de conectividade média, *strenght* médio e coeficientes de aglomeração médios. Aqui novamente o índice i refere-se às propriedades do vértice v_i , e N o número total de vértices:

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i \quad (2.28)$$

$$\langle s \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i \quad (2.29)$$

$$\langle ca \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N ca_i \quad (2.30)$$

2.4.3 REDES COMPLEXAS: modelos de redes complexas

Parte do processo de compreensão das redes complexas dá-se estudando a topologia das redes através do seu crescimento e simulação de redes artificiais, onde basicamente foram propostos modelos teóricos para tentar explicar uma construção de uma rede experimental. Aqui serão expostos três modelos usuais de redes complexas e mais detalhes poderão ser encontrados em (6, 29 e 30-31).

2.4.4 REDE REGULAR

A rede geográfica é um tipo de rede conceitualmente simples, utilizada em diversos ramos da ciência, dentre eles na presente tese. Esta advém da discretização de um espaço contínuo em subdivisões. Dada uma região R definida sobre um espaço qualquer, define-se $r_i \subset R$ tal que $\sum_{i=1}^N r_i = R$, onde N é o número de subdivisões r_i . Definindo-se um v_i correspondente a cada r_i , a rede Γ onde $v_i \in V(\Gamma)$ para todo e qualquer que seja $i \in [1, N]$, será uma rede geográfica baseada na região R . Na presente tese, cada subdivisão r_i representa a zona de influência de um único grão.

As ligações são definidas de maneira arbitrária, podendo conter ou não correspondência geográfica. A figura 2.12 mostra uma rede geográfica baseada na divisão dos distritos da cidade de São Paulo-SP. Neste caso cada distrito é representado como um vértice, e as ligações conectam distritos fronteiriços.

Figura 2.12 - Rede complexa geográfica baseada na distribuição de distritos da cidade de São Paulo-SP. Cada vértice representa um distrito, enquanto que as ligações representa a presença de ruas que ligam estes distritos. A rede foi sobreposta com o da cidade.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Observe que mesmo no caso de uma rede regular cujas ligações têm pesos, não necessariamente estes pesos têm de ser relacionados com a distância entre dois vértices. Uma rota entre vértices laranja e verde terá como menor caminho o roxo, porém caso os pesos das

ligações representem o tempo de conexão entre os dois distritos, o caminho de menor tempo será o vermelho.

Um caso particular de rede geográfica é a rede regular, onde cada r_i é dividido de maneira semelhante. Tal arranjo faz com que a rede apresente uma forte simetria topológica. Um exemplo desse tipo de arranjo é a figura 2.13, uma rede onde r_i são quadrados de um espaço R bidimensional. Observe que redes regulares podem dividir espaços n -dimensionais, e num caso particular, tridimensional.

Figura 2.13 - Redes regulares. Os vértices são representados pelos círculos, sendo os azuis vértices genéricos, os verde-claros são os vizinhos do vértice verde-escuro. Em (a) é observada a condição teórica, onde todo o espaço é preenchido pela rede, enquanto que em (b) é adotada a condição periódica de contorno, necessária para representar tal rede num ambiente computacional.

Fonte: VRECH (28)

A partir da rede formada a utilizando divisões quadradas do espaço, a figura 2.13, é possível calcular de maneira trivial a conectividade média, uma vez que todo e qualquer vértice dessa rede tem quatro vizinhos conforme evidenciado na figura 2.13 (a) pelas cores verde e verde-escuro, a conectividade média será $\langle k \rangle = 4$. Utilizando raciocínio análogo, o coeficiente de aglomeração será zero, $\langle ca \rangle = 0$, uma vez que devido à topologia da rede, dois vértices conectados ao mesmo vértice nunca serão conectados entre si.. Caso a rede fosse hexagonal, resultante da divisão do espaço em hexágonos, os valores dessas duas propriedades iriam se alterar, porém o raciocínio utilizado para o cálculo do valor não.

A figura 2.13 evidencia outra característica das redes regulares. Em algumas aplicações o espaço definido é infinito, gerando uma rede de infinitos vértices. Quando se

opera com uma rede deste tipo num ambiente computacional é necessário criar uma condição periódica de contorno, uma vez que não é possível alocar memória infinita num computador. Um exemplo de tal condição é a figura 2.13 (b).

2.4.5 REDE DE ERDÖS-RÉNYI

A rede de Erdős-Rényi foi inicialmente proposta por Solomonoff e Rapoport (33), porém é melhor fundamentada pelos estudos no final da década de 50 de Erdős e Rényi (34). Tal rede pode ser interpretada como a antagonista às redes regulares, formada aleatoriamente a partir de um conjunto de premissas. Por este motivo, também é chamada de rede aleatória.

A primeira abordagem supunha a distribuição aleatória de m ligações entre n vértices distintos. Porém esta definição mostrou-se desafiadora para o cálculo de propriedades básicas de redes complexas, sendo substituída por um modelo baseado na probabilidade de conexão entre dois vértices. Matematicamente (29) este modelo é denominado $G(n, p)$, este baseado que dois vértices de um conjunto de n vértices terão probabilidade p de serem conectados entre si. Tecnicamente $G(n, p)$ é definido como um *ensemble*, a probabilidade de uma conformação específica G é dada por:

$$P(G) = p^m (1 - p)^{\binom{n}{2} - m} \quad (2.31)$$

Onde p é a probabilidade de dois vértices serem conectados, m é o número de ligações formadas e n é o número total de vértices.

As propriedades desta rede são:

$$\langle k \rangle = p(N - 1) \quad (2.32)$$

$$\langle ca \rangle = \frac{\langle k \rangle}{N} \quad (2.33)$$

2.4.6 REDE DE BARABÁSI-ALBERT

Provavelmente o tipo de rede que possui maior número de aplicações são aquelas que possuem um elemento chamado *hub*, um vértice centralizador, que apresenta muitas conexões. Estes aparecem em uma série de redes como, por exemplo, uma pessoa com um número de amizades muito elevados numa rede social, ou numa rede de aeroportos os *hubs* são aqueles pontos concentradores de voos, utilizados como escala para otimizar o custo de voos entre dois pontos distantes ou com uma demanda reduzida..

Estas redes também são conhecidas porque possuem uma chamada lei de potências, a probabilidade de um vértice ter uma conectividade k é dada por uma potência na forma:

$$P(k) = \beta k^{-\alpha} \quad (2.34)$$

Onde β e α são constantes reais.

Essa lei dita que existe uma probabilidade não nula de existirem vértices com altos valores de conectividade, ou seja, os *hubs*. Redes que obedecem a leis de potência também são conhecidas como redes livre de escala.

Barabási e Albert em 1999 (32) tiveram sucesso na proposta de um modelo para construir tais redes livre de escala, baseados no estudo de ponteiros dentro da *World Wide Web*. Este modelo prevê o crescimento de uma rede a partir da adição de novos vértices a uma rede já pronta. Quando um novo vértice que é introduzido na rede, este terá como parâmetro o número de conexões c que este vértice faz com os outros vértices que até então fazem parte da rede. Estas novas conexões deverão prioritariamente se dar com os vértices que possuem mais vizinhos, de forma que a probabilidade $P_{novo \rightarrow i}$ de um novo vértice v_{novo} se conectar ao vértice v_i cujo grau é k_i será, admitindo γ uma constante de normalização positiva:

$$P_{novo \rightarrow i} = \gamma k_i \quad (2.35)$$

O fato dos novos vértices se conectarem aos vértices mais conectados, fenômeno parafraseado como o rico fica mais rico, também conhecido como vantagem acumulada (35), faz com que a maior parte das conexões aconteçam com os vértices mais antigos e conectados

da rede, fazendo com que os novos vértices fiquem marginalizados. Tais redes possuem $\langle k \rangle = 2c$ e $\langle ca \rangle = N^{-0,75}$ (36).

3 AQUISIÇÃO DE IMAGENS

Para a aquisição de imagens tridimensionais utilizadas nesta tese, foram utilizados como protótipos cilindros de laboratório contendo 11 tipos distintos de grãos de diferentes formas e tamanhos que variavam de um milímetro até poucos centímetros. As sementes utilizadas foram: Amendoim, baru, bucha, café, gergelim, girassol, linhaça, mamona, rabanete, soja e uvar. Estas foram escolhidas devido a sua diversidade de formas e não devido a alguma outra propriedade.

Os ensaios tomográficos foram feitos em parceria com a EMBRAPA instrumentação/São Carlos, com a ajuda do pesquisador Dr. Paulo Estevão Cruvinel.

As imagens tomográficas foram obtidas utilizando um microtomógrafo de raios-X, modelo 1172 da Skyscan, composto de um microfoco de raios-X de alta voltagem (100kV), e um detector baseado numa câmera CCD de 10 megapixels, conectados a um computador para controle e aquisição das imagens.

Em específico o modelo de câmera utilizado foi uma Hamamatsu, com amperagem da fonte de 100 μ A, resolução de pixel de 32,71 μ m. Foi utilizado um filtro de alumínio/cobre, tempo de exposição de 474 ms, com passo de rotação de aproximadamente 0,4°; com um pixel de resultado em nível de cinza de 16 bits.

O processo de captura demorava aproximadamente 2 horas, e resultava em fatias em formato .tiff de resolução 1000x1000 pixels, ocupando aproximadamente 1MB de disco cada uma.

Descrições sucintas, assim como o resultado das tomografias computadorizadas de cada um dos tipos de grãos pode ser visto a seguir. A primeira figura (a) da sequencia é a imagem sem reconstrução tridimensional da tomografia computadorizada de cada grão, enquanto que a segunda (b) consiste em uma seção de sua reconstrução tridimensional, enquanto a terceira (c) é a sua visualização utilizando um *software* de visualização 3D próprio em computador:

Amendoim(*Arachis hypogaea L.*): Nativo da América do Sul, o amendoim é uma semente aproximadamente esférica com uma região pontuda, consumida amplamente como castanha. Seu vegetal é baixo de porte ereto, possuindo haste principal de 35 cm, arroxeadada, com seis ramos laterais. (37)

Figura 3.1 - Imagem de raios-X (a), fatia (b) e reconstrução tridimensional (c) do amendoim.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Baru (*Dipteryx alata*): Nativo da vegetação do cerrado é uma leguminosa amarelo á marrom arbórea da família *Fabaceae*. O seu fruto é protegido por uma dura casca e, no interior, encontra-se a semente comestível, nutritiva e contém óleo com propriedades medicinais. (38)

Figura 3.2 - Imagem de raios-X (a), fatia (b) e reconstrução tridimensional (c) do baru.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Bucha (*Luffa sp.*): Origem mais provável é o continente asiático, onde é conhecida e cultivada há séculos. É uma cucurbitácea, trepadeira, com flores masculinas e femininas de cor amarela e frutos alongados. As duas espécies mais conhecidas e cultivadas em nosso meio são a *Luffa aegyptica (cylindrica)* e a *Luffa acutangula*. (39)

Figura 3.3 - Imagem de raios-X (a), fatia (b) e reconstrução tridimensional (c) da bucha.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Café (*Coffea arabica L.*): Nativo das terras altas da Etiópia com possíveis populações disjuntas em áreas montanhosas próximas do Sudão e Quênia. Seus frutos de cor vermelha quando maduro, tornando-se pretos quando secos, geralmente contem duas sementes esverdeadas entre 8 e 12 mm de comprimento, que são arredondadas e achatadas apresentando um sítio com um sulco medial. As sementes torradas e moídas produzem uma bebida estimulante. (40)

Figura 3.4- Imagem de raios-X (a), fatia (b) e reconstrução tridimensional (c) do café.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Gergelim (*Sesamum indicum L.*): O grão, principal produto do gergelim, é utilizado na indústria alimentar. É a nona oleaginosa mais plantada no mundo, e apresenta grande valor nutritivo, constituindo-se opção para o semi-árido nordestino como alternativa de renda e fonte de proteína para consumo e enriquecimento de outros produtos. (41)

Figura 3.5 - Imagem de raios-X (a), fatia (b) e reconstrução tridimensional (c) do gergelim.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Girassol (*Helianthus annuus*): Os grãos são utilizados para a extração de óleo de excelente qualidade, destinado principalmente às indústrias de alimento e de biodiesel. O coproduto (torta ou farelo) obtido do processo de extração é altamente protéico e é usado na produção de ração animal. (42)

Figura 3.6 - Imagem de raios-X (a), fatia (b) e reconstrução tridimensional (c) do girassol.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Linhaça (*Linum usitatissimum L.*): Grão do “linho”, com coloração marrom ou dourada em formato oval. Apresenta largo consumo na indústria alimentícia por seus grãos possuírem grande valor nutritivo, sendo fonte de fibras e de compostos bioativos com ação benéfica ao homem. (43)

Figura 3.7 - Imagem de raios-X (a), fatia (b) e reconstrução tridimensional (c) da linhaça.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Mamona (*Ricinus communis L.*): É uma oleaginosa pertencente à família das Euforbiáceas de destacada importância no Brasil e no mundo. Seu óleo é uma matéria prima de aplicações únicas na indústria química devido a características peculiares de sua molécula que lhe fazem o único óleo vegetal naturalmente hidroxilado, além de uma composição com predominância de um único ácido graxo, ricinoléico, o qual lhe confere as propriedades químicas atípicas. (37)

Figura 3.8 - Imagem de raios-X (a), fatia (b) e reconstrução tridimensional (c) da mamona.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Rabanete (*Raphanus sativus L.*): É uma planta herbácea pertencente à família Brassicaceae, produzida como hortaliça cujas raízes apresentam alto valor alimentício. (44)

Figura 3.9 - Imagem de raios-X (a), fatia (b) e reconstrução tridimensional (c) do rabanete.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Soja (*Glycine max*): Pertence ao grupo das leguminosas e é um importante nutriente ocidental desde meados do primeiro milênio d.C.. O Brasil é atualmente o segundo maior produtor mundial de soja, atrás apenas dos EUA. (37)

Figura 3.10 - Imagem de raios-X (a), fatia (b) e reconstrução tridimensional (c) da soja.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Uva - Videira (*Vitis sp.*): a viticultura tropical brasileira teve início com os imigrantes portugueses já no século com a introdução e o cultivo de cultivares de *Vitis vinifera* nos estados do nordeste. As uvas americanas e híbridas apresentam boa aceitação no mercado brasileiro, tanto para consumo in natura como na forma de vinhos de mesa e de suco, sendo que a tecnologia para sua produção em climas quentes foi desenvolvida no Brasil, em grande parte, a partir de meados da década de 1990, com as pesquisas conduzidas pela Embrapa Uva e Vinho na Estação Experimental de Viticultura Tropical-EEVT, em Jales, SP. (37)

Figura 3.11 - Imagem de raios-X (a), fatia (b) e reconstrução tridimensional (c) da uva.

(a)

(b)

(c)

Fonte: Elaborada pelo autor.

4 METODOLOGIA

O principal objetivo deste capítulo é descrever o processo de transformação de uma imagem 3D de um conjunto de grãos confinados numa rede complexa, com o objetivo de possibilitar um estudo utilizando esta rede dos arcos do sistema.

Tal rede complexa é formada através de elementos conhecidos dos grãos provenientes da análise de sua imagem de tomografia computadorizada. Cada vértice da rede será um grão da imagem, assim como a ligação entre vértices distintos será dada pela força que estes vértices trocam entre si. Presume-se que esta rede será geográfica, estática, sem autoconexão e dirigida.

A rede formada tem forte característica geográfica pela sua construção, as ligações entre os vértices são obrigatoriamente com aqueles vértices que estão geograficamente mais próximos. Entretanto, a forma de cada grão modificará o alcance das conexões, uma vez que existe a possibilidade de dois grãos alinhados se tocarem mesmo estando distantes geograficamente.

A rede é estática porque os grãos estão em equilíbrio estático, não se movimentam. Não existe, portanto, a possibilidade de um vértice ser adicionado ou eliminado da rede. Apesar do estudo de um fluxo de grãos sobre uma tubulação ter grande aplicação prática, o método aqui apresentado seria inviabilizado por dois motivos diretos: O método de tomografia computadorizada utilizado retira diversas fotografias de raios-X do protótipo, fazendo com que o tempo de captura de uma única imagem 3D seja demasiadamente alto para haver a captura de um fluxo de grãos. O outro motivo é que o cálculo de forças é feito através do pressuposto equilíbrio estático entre os grãos, não sendo válido no caso dinâmico. Caso estes dois complicadores sejam resolvidos o método torna-se pertinente, transformando a rede resultado numa rede dinâmica. É importante ressaltar que, neste caso, não apenas vértices e seu conjunto de ligações devem ser adicionados/removidos, mas todas as ligações podem ser efetivamente modificadas quando dois grãos deixam de se tocar, ou mesmo a força trocada entre eles pode deixar de ser considerada parte de um arco.

A autoconexão entre vértices poderia ser definida como a força da gravidade atuando sobre o grão, uma força dos vértices sobre o próprio vértice. Porém como definimos as ligações como a tensão que um grão exerce sobre seus vizinhos, a força da gravidade não é

contabilizada como uma autoconexão. Observe que ainda assim a força da gravidade é contabilizada ao determinar a força que um grão faz sobre quaisquer outros.

As forças trocadas, que também podem ser referenciadas como a tensão trocada, são melhores definidas na seção “Torque e Equilíbrio estático”. Devido à lei da ação e reação de Newton (26), a força que um grão faz sobre um segundo tem o mesmo módulo que a força que o segundo faz sobre o primeiro, porém em sentido oposto. Essa característica faz com que a rede resultante seja direcionada, a ligação que um vértice faz com um segundo é diferente que a ligação que o segundo vértice faz com o primeiro. Observe que a rede iria tornar-se não direcionada caso fosse tomado o módulo da força como ligação. Este procedimento pode permitir, inclusive, uma interpretação mais direta do fenômeno que motiva esta tese, pois é necessário apenas o módulo da força, que é escalar, e não o seu componente completo vetorial para detectar as anisotropias de forças causadas pelos arcos.

O plano de contato entre os grãos, ou seja, a região da fronteira de um grão que é vizinha da fronteira de outro grão também é fundamental para o cálculo das forças trocadas entre grãos. Isso é decorrente de que para o cálculo das forças é necessário saber a posição física que dois grãos se tocam, conforme evidenciam equações da seção “Torque e Equilíbrio estático”.

Os vértices são calculados de acordo com o processamento das imagens de tomografia computadorizada apresentadas no capítulo procedimento experimental. Para determinar um vértice é necessário segmentar singularmente cada grão das imagens 3D, assim como delimitar com precisão cada fronteira. A posição física do grão determinará a posição do vértice na rede. Uma determinação precisa dos limites de cada grão é também necessária para estabelecer precisamente as ligações entre os grãos. As forças são calculadas com base na massa de cada um dos grãos, e esta massa calculada de acordo com o mapa de densidades fornecido pela tomografia computadorizada. Os limites de cada grão também são utilizados para calcular os planos de contato pertinentes para o cálculo das forças entre os grãos.

Utilizando a notação de redes complexas previamente estabelecida, um conjunto de grãos γ terá associado uma rede complexa Γ_γ , sendo que todos os seus grãos devidamente segmentados são definidos como o conjunto de vértices $V(\Gamma_\gamma)$. O conjunto de forças trocadas entre todos os grãos será $E(\Gamma_\gamma)$ e a ligação (forças) entre dois grãos (vértices) genéricos v_i e v_j pode ser denotada por (v_i, v_j) sendo esta a representação da força que o vértice v_i exerce

sobre o vértice v_j . Note que a ligação é efetivamente uma força, esta podendo ser escrita na forma vetorial $\vec{F}_{i \rightarrow j}$, a força que o grão i faz sobre o grão j . Para tornar auto-consistente a notação de ligações com as forças trocadas, pode-se efetivamente escrever a igualdade:

$$(v_i, v_j) = \vec{F}_{i \rightarrow j} \quad (4.1)$$

A metodologia desenvolvida na presente tese parte de imagens 3D geradas a partir de tomografias computadorizadas, processa cada uma destas imagens promovendo segmentação grão-a-grão, e a partir desta segmentação é feito o cálculo das propriedades físicas pertinentes e com base nestas propriedades é calculada a rede complexa resultante, própria para análises. Um fluxograma do método desenvolvido pode ser visto na figura 4.1.

Figura 4.1 -Fluxograma da metodologia utilizada a partir da aquisição dos dados até a análise da rede formada para cada protótipo

Fonte: Elaborada pelo autor.

A etapa “Aquisição dos dados” advém das imagens experimentais já apresentadas no capítulo “Procedimento Experimental”, de cujo processo imagens 3D de cada um dos 11 protótipos contendo grãos. A etapa “Tomografia para uma Rede Complexa” engloba todo o processo de segmentação e processamento da rede, e sua metodologia será descrita em maior detalhe no decorrer deste capítulo. A etapa final, “Análise da rede complexa” consiste no estudo do *strength* da gerada, e será discutido no próximo capítulo “Resultados e Discussão”.

O primeiro passo para processar as imagens 3D é o estudo do histograma de níveis de cinza, a fim de realizar qualquer pré-segmentação possível, conforme a seção “Histograma e

Limiarização” . Antes deste estudo é necessário remover as informações de captura presentes em cada fatia resultado da tomografia. Estes dados caracterizam as condições sobre a qual aquela tomografia foi feita, além de eixos característicos. Para o processamento das imagens 3D, estas características impressas na fatia são irrelevantes e podem complicar o processamento, sendo estas simplesmente retiradas deletando os pixels das coordenadas fixas nas quais estas informações eram impressas, em cada uma das fatias da imagem 3D. Um exemplo da imagem sem remoção é dado na figura 4.2 (a), e a imagem resultante depois dos pixels deletados (b). Neste caso, a figura é relativa ao grão de amendoim.

Figura 4.2 - Fatia da tomografia de um grão de amendoim (a), fatia com eixos excluídos e uma janela de atenção (b), histograma de níveis de cinza da imagem 3D do amendoim (c), amostras de limiarização da janela de atenção (d) , imagem pré-segmentada fundo/grãos/invólucro(e). No detalhe, pode-se observar pequenos grupos de voxels erroneamente segmentados como parte do grupo de grãos.

continua

continuação

(d)

(e)

Fonte: Elaborada pelo autor.

Depois da remoção destas regiões é possível realizar o estudo do histograma de cada uma das imagens 3D. O histograma correspondente à imagem 3D do amendoim pode ser visto na figura 4.2 (c). O histograma é distribuído não uniformemente no seu espectro, porém pode-se notar uma alta presença de voxels em três distintas regiões: a primeira próxima do zero, ocorrendo inclusive a maior concentração de voxels com valor zero; estes voxels correspondem ao fundo da imagem, onde não existe objeto. O centro desta região é mostrado pela seta laranja correspondente ao centro do fundo na figura 4.2 (c). A segunda região tem seu centro próximo do voxel de nível de cinza 60, evidenciada pela seta centro grãos, e corresponde ao foco deste estudo, os grãos. Observe que este grupo tem uma forma bastante parecida com uma distribuição gaussiana de amostras. A terceira região tem seu centro no píxel de nível de cinza 180, aproximadamente, e por exclusão são os voxels correspondentes ao invólucro. Este histograma é condizente com o de um sistema onde estão presentes três populações distintas, neste caso, os voxels do fundo, os voxels dos grãos e os voxels do fundo.

Para a segmentação fundo/grão/invólucro basta tomar valores limiares para cada uma das três classes. Esta divisão é bastante sensível, estamos interessados em estudar o plano de contato de dois grãos adjacentes, e ao promover um limiar fundo/grão é possível que uma escolha ruim promova deterioração do plano de contato. A figura 4.2 (d) mostra uma sequencia de limiares sobre a janela de atenção azul da figura 4.2 (b). A sequencia de limiares de nível de cinza é: 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44 e 48. Observe que a região de separação entre os dois grãos adjacentes se deteriora quando aumentamos o limiar, e o mesmo ocorre com o próprio grão, uma vez que ele começa a apresentar buracos na sua estrutura. O mesmo problema ocorre de maneira mais sutil na interface de limiar grão/invólucro.

Escolheu-se, de maneira supervisionada, como limites para os voxels de grãos os valores de 26 até 94 de nível de cinza, observando os valores que deformavam menos a borda de cada grão. Estes valores significam que qualquer voxel com valor de nível de cinza menor do que 26 será considerado parte do fundo, enquanto que qualquer valor com valor maior do que 94 será parte do invólucro, conforme a divisão estabelecida na figura 4.2 (e).

Uma fatia da imagem 3D do amendoim pré-segmentada pode ser vista na figura 4.3. Como mapa de cores desta fatia, os pixels do fundo são pretos, os que fazem parte do objeto (grãos) são brancos, e os que fazem parte do invólucro são vermelhos. Pode-se notar que a separação não foi perfeita, o detalhe da figura evidencia um número pequenos objetos classificados erroneamente como grãos. Estes ruídos advêm de limitações da própria imagem 3D, e eles poderiam ser excluídos com limiares alternativos, porém estes limiares acabariam por deteriorar as bordas dos grãos. Para lidar com estes ruídos foi utilizado um filtro de tamanho, qualquer objeto que tivesse um raio menor do que 2 voxels seria excluído.

Figura 4.3 - Imagem pré-segmentada fundo/grãos/invólucro. No detalhe, observa-se pequenos grupos de voxels erroneamente segmentados como parte do grupo de grãos.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Alguns protótipos apresentam invólucro com nível de cinza semelhante ao das sementes na região interna. Esse efeito faz com que anéis indevidos apareçam nas fatias do grupo segmentado como grãos. Nos casos que isso ocorreu, utilizou-se uma pequena dilatação (~ 2 voxels) sobre o invólucro segmentado. Este procedimento eliminou completamente estes anéis erroneamente classificados.

Um problema da análise do histograma é que alguns grãos apresentam cascas mais densas e interior mais leve, fazendo com que regiões internas aos grãos sejam rotuladas como fundo ao invés de grão. Para solucionar este problema deve-se procurar o componente conexo correspondente ao fundo. Como o foco do estudo está centrado apenas nos voxels do interior do invólucro, exclui-se todos aqueles que estão fora da região vermelha da figura 4.2 (f). Em seguida, interpreta-se como objeto todos os voxels do fundo, e como fundo os voxels do invólucro e de grãos. Ao procurar os componentes conexos destes objetos interpretados, o seu maior componente conexo será o fundo da imagem. Esta afirmação é verdadeira porque nenhum buraco dentro dos grãos tem tamanho maior do que o fundo, e não existe encaixe mecânico perfeito sobre um conjunto de grãos, fazendo com que não existam sub-regiões de fundo não conectadas ao ramo principal do fundo.

O próximo passo consiste em analisar a parte de interesse, os grãos, e subdividi-los de modo que cada nova separação delimite um único grão dentro do conjunto. Apesar do ramo

de segmentação de imagens ser bastante difundido, esta segmentação foi a etapa mais desafiadora desta tese.

Tal dificuldade advém da sensibilidade que o modelo apresenta a partir da segmentação. Um método ruim pode facilmente adicionar vértices na rede complexa através de uma super-segmentação, caso um grão seja subdividido em dois ou mais subgrupos fazendo com que a rede naquela região tenha dois ou mais vértices ao invés de apenas um, prejudicando a subsequente análise da rede. O mesmo acontece caso o método de segmentação termine por aglutinar dois ou mais grãos num único subgrupo, a sub-segmentação, desta vez determinando que um único vértice fique no lugar de dois ou mais.

Outro fator agravante é o cuidado com o fato de que, ao suavizar ou usar qualquer operação morfológica sobre a imagem, esse tipo de operação pode modificar determinantemente a borda dos grãos, e por isso influenciar o cálculo dos planos de contatos entre grãos adjacentes e terminar por influenciar no cálculo das ligações da rede.

Por fim a segmentação grão-a-grão deve ser feita numa imagem tridimensional, acarretando uma série de complicações, conforme discutido em mais detalhes no quadro 1 “Dificuldades em processar imagens 3D”.

QUADRO 1: “DIFICULDADES EM PROCESSAR IMAGENS 3D”

Existe um salto de dificuldade entre trabalhar com imagens usuais, as bidimensionais, e as imagens tridimensionais, salto este bastante pertinente na presente tese. Parte deste salto é decorrência do de que boa parte do conhecimento em processamento de imagens é largamente baseado em processamento 2D, fazendo com que conhecimento em processamento 3D seja uma região relativamente menos difundida.

Boa parte dos ambientes computacionais já possui funções nativas para o processamento 3D de imagens, porém não necessariamente estas funções são otimizadas para tal, necessitando de novas implementações. Um exemplo abordado na presente tese é a erosão 3D, que embora existente não era bem otimizada. Para a sua nova implementação foi necessário utilizar um novo algoritmo convolutivo otimizado para tal fim. Outros recursos, como matrizes esparsas, nem sequer possuem implementação 3D no ambiente utilizado,

continua

continuação

tornando a manipulação e processamento de imagens 3D sensivelmente mais difícil do que sua contraparte bidimensional.

Uma complicação direta do uso de imagens 3D é seu elevado custo computacional, tanto em termos de processamento, tanto em termos de memória. Nas imagens 3D aqui utilizadas, cada fatia tem tipicamente 1000x1000 pixels. Ao adicionar todo o conjunto de 1000 fatias resultamos num conjunto mil vezes maior, o que faz com que o tempo de processamento seja mil vezes maior caso seja utilizado um algoritmo de complexibilidade algorítmica $O(n)$. O uso de memória também sofre do mesmo problema, principalmente porque os sistemas computacionais tendem a carregar o dado completo na memória, potencialmente causando um estouro de memória.

Como solução para o elevado tempo de processamento foram utilizados sistematicamente imagens redimensionadas para testes do método, tipicamente contendo 250x250x250 voxels. Uma vez que o processo estivesse bem estabelecido e robusto quanto a falhas, ele era repetido sobre a imagem original. No caso da memória utilizou-se um artifício de divisão dos dados, e subsequente integração, explicado com mais detalhe pela figura 5.2.

Um outro fator agravante ao utilizar imagens 3D é a dificuldade de visualização na confirmação de resultados. Tome como exemplo a sequencia simples de fatias em níveis de cinza de uma tomografia computadorizada. É de grande complexibilidade fazer a impressão de todo o conjunto de dados preservando a informação de modo que o resultado seja compreensível. Neste caso, em geral é utilizado uma limiarização (ocorre perda de informação) do conjunto e apenas depois é realizada a exibição gráfica. Esta limitação torna crítico o desenvolvimento de novos procedimentos em imagens 3D, e torna-se difícil determinar onde uma eventual falha do procedimento está. Isso se agrava quando utilizamos métodos demorados e que potencialmente implicam em problemas de memória.

Uma solução alternativa para estes problemas é processar cada uma das fatias como imagens bidimensionais e depois promover algum tipo de integração vertical deste resultado. Na presente tese este método apresentou problemas quanto à demasiada sensibilidade ao cometer erros durante a integração vertical, terminando por ser abandonado.

Convém lembrar aqui que estamos operando sobre o resultado da pré-segmentação feita pela análise do histograma de níveis de cinza, uma imagem 3D composta por 3 grupos distintos: grãos, fundo e invólucro, sendo que o objetivo é subdividir os voxels já

classificados como grãos em novos subgrupos, neste caso cada um dos grãos. Estes grãos têm, em sua maioria, formatos próximos a elipsoides, apresentando diferentes níveis de arqueio ou rugosidade, sendo portando formados por concavidades. Nossa análise preliminar utilizava a transformada distância como um detector de concavidades.

Quando a transformada distância é aplicada sobre uma concavidade, naturalmente é formado um máximo local. Quanto mais próximo da borda da concavidade, menor o valor da transformada distância, porém à medida em que se caminha em direção ao seu centro o valor aumenta, até que começamos a nos aproximar do outro lado da borda, o que faz o valor diminuir. A figura 4.4 (a) apresenta um simples exemplo bidimensional imagem da intersecção de dois grãos. Na figura 4.4 (b) está um mapa em níveis de cinza da transformada distância, sendo os pixels mais claros o maior valor da transformada. Neste caso, embora os dois grãos formem apenas um componente conexo, é possível notar que existem dois pontos onde a transformada distância tem valor maior, ou no caso da imagem, mais claro. Estes valores acontecem justamente nos pontos mais distantes das bordas, aqueles candidatos a centros das concavidades.

Figura 4.4 -Imagem simples de dois grãos(a), sua respectiva transformada distância (b) contendo dois pontos de máximos. Imagem dos grãos modificada (c) contendo uma janela de atenção, e sua transformada distância contendo uma faixa de máximos.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Para segmentar um grupo maior de grãos, deve-se tomar a transformada distância e procurar por máximos locais, cada máximo candidato a um centro de grão. Neste exemplo bidimensional, interpretar a transformada distância como uma função também bidimensional facilita a validação deste método, conforme a figura 2.4 (d) da seção “Exemplo de segmentação utilizando a transformada distância”, existem diversos picos (máximos) os quais cada um deve ser associado a um grão, e a partir deste calculada sua zona de influência.

Esta abordagem infelizmente tende a promover super-segmentação. Isso ocorre em casos que a borda de um grão apresenta reentrâncias ou buracos, comuns em alguns tipos de grãos, ou mesmo por ruídos nos processamentos anteriores. Como exemplo, a figura 4.4 (c) apresenta na janela de atenção um tipo de ruído que prejudicaria a segmentação usando

unicamente a transformada distância. Observe que a nova forma promove a presença de duas concavidades num único grão, a super-segmentação, evidenciada pela transformada distância da figura 4.4 (d). Neste caso observa-se toda uma linha de valores altos da transformada distância, formando ainda dois máximos locais distintos, um para cada concavidade.

Pode-se utilizar diversas heurísticas para solucionar este problema, cada qual específica para solucionar um problema distinto de segmentação. A solução clássica seria suavizar as imagens 3D de entrada, fazendo com que a transformada distância tivesse menos reentrâncias, porém estamos interessados em preservar ao máximo a borda entre as imagens.

Uma abordagem distinta seria uma aglutinação por um estudo estatístico de cada um dos vértices resultantes da segmentação. Para tal deve-se tomar medidas morfológicas (como volume, alongamento, curvatura média, etc) de cada grão segmentado, fazendo um estudo de média e desvio padrão de cada medida, para cada grão. Em seguida, deve-se percorrer a rede formada aglutinando ponto a ponto cada vértice com um de seus vértices adjacentes, tomando as medidas morfológicas pertinentes para o novo vértice formado. Caso as medidas do novo vértice sejam mais condizentes com as médias do que seus antecessores, estes vértices devem ser aglutinados em definitivo, caso contrário eles devem ser restaurados à sua condição inicial. Este método permite detectar grãos com super-segmentação de uma imagem 3D e novamente aglutiná-los num pós-processamento. Este método tem como desvantagem a necessidade dos grãos em questão terem obrigatoriamente medidas morfológicas características, possibilitando que os estudos de proximidade sejam precisos. Caso essa condição não seja atendida, sendo por medidas não convergentes, ou pela presença de dois ou mais tipos de grãos na imagem 3D, este método deixa de ser eficaz.

Embora nossos protótipos tomográficos tenham convergência de formas e não contenham conjuntos heterogêneos, procuramos por um método que possa ser aplicado de maneira eficaz sobre conjuntos heterogêneo de grãos, possibilitando futuros estudos sobre estes protótipos.

O método utilizado para a segmentação foi a utilização de marcadores internos na transformada *watershed*, e contou com a participação do prof. Roberto de Alencar Lotufo da UNICAMP.

Este método possibilita aplicação uniforme sobre grãos de diversos formatos, podendo ser inclusive aplicada sobre conjuntos compostos de grãos, ou mesmo objetos completamente

heterogêneos. Também permite um grau necessário de divisão de dados que pode tornar-se útil ao lidar com imagens 3D de grande tamanho. Esta característica será melhor explorada no capítulo “Resultados e Discussões”.

O uso de marcadores (*markers*) para a transformada *watershed* obriga os mínimos da transformada a obedecerem aos marcadores, isto é, cada marcador será o centro de uma zona de influência cujos limites serão dados pela união dos marcadores impostos como mínimos, e pela transformada distância usual. Tome como exemplo a figura 4.4 (c), onde a transformada distância super-segmentaria um dos grãos. Caso fosse possível marcar o centro de cada um dos grãos, conforme os círculos amarelos da figura 4.5 (a), a transformada *watershed* com marcadores seria dada pela figura 4.5 (b):

Figura 4.5 -Sugestão dos círculos amarelos como marcadores (a) para a transformada *watershed*, e a respectiva aplicação da transformada utilizando marcadores(b), sendo que em azul a linha de separação das zonas de influência.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Esta solução elimina a limitação da transformada *watershed*, fazendo com que ela efetivamente detecte a concavidade de cada um dos grãos. Portanto é necessário a escolher conveniente os marcadores para a transformada *watershed* para efetivamente segmentar os grãos.

Lembrando que estamos trabalhando com uma imagem 3D binária, contendo apenas os voxels classificados como parte do conjunto de grãos, a erosão desta imagem garantidamente será uma região interna ao grão, portanto uma ótima candidata a marcador. A figura 4.6 (a) mostra um grão exemplo, e sua imagem erodida (b).

Figura 4.6 -Exemplo de imagem para ser erodida (a), sucessivas erosões em distintas cores (b), marcadores provenientes da erosão dos grãos exemplo(c).

Fonte: Elaborada pelo autor.

Note que as erosões iniciais (as azuis) funcionam bem como marcadores internos, porém ao se utilizar erosões de tamanho maior um único grão pode ser super-segmentado, como o caso da erosão laranja. Deste modo a erosão utilizada como marcador deve ser grande o suficiente para erodir o plano de contato, efetivamente separando dois grãos adjacentes, porém não grande o suficiente para dividir um único grão. Mais detalhes sobre este efeito no capítulo "Resultados e discussão". Os marcadores internos provenientes da erosão da figura 4.4 (c) pode ser conferido na figura 4.6 (c).

Este método funciona diretamente sobre imagens 3D, sendo necessário a aplicação de uma erosão tridimensional, assim como a transformada *watershed* 3D. A figura 4.7 mostra o resultado deste processo de segmentação 3D sobre a imagem da soja. Para melhor compreensão do processo de segmentação optou-se por exibir uma sequencia de fatias contendo as linhas de separação *watershed* em azul, e os marcadores utilizados em amarelo.

Figura 4.7 - Sequencia de fatias do processo de segmentação dos grãos de soja. Em verde a região considerada como grão, as regiões amarelas representam os marcadores internos utilizados, e as linhas azuis as zonas neutras de separação da transformada *watershed*.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Esta operação fornece como resultado um conjunto segmentado de voxels, onde cada subconjunto representa um único grão e computacionalmente esta subdivisão é dada por um conjunto heterogêneo de dados. Para melhor entendimento dos dados resultantes, a figura 4.8 apresenta os dados processados para cada grão. A primeira caixa de dados é justamente o conjunto de voxels que foram segmentados e indexados como pertencentes ao grão em questão. Também temos como resultado uma imagem 3D de dimensão idêntica à imagem original, sendo que esta representa um mapa dos grãos segmentados, cada voxel correspondente a um determinado grão terá valor igual ao índice dado àquele grão. Esta imagem é denominada imagem mapa de segmentação.

Figura 4.8 - Estrutura de dados coletados e processados para cada grão, assim como sua origem.

Fonte: Elaborada pelo autor.

De posse dos grãos devidamente segmentados é possível começar a calcular as informações necessárias para construir a rede complexa. Cada vértice desta rede é dado pela posição geográfica do grão, informação que é calculada pela média aritmética das coordenadas adquiridas no procedimento anterior, ponderada pelo nível de cinza. Esta nova informação é o centro de massa do grão e é então armazenada na estrutura de dados heterogenia dos grãos, correspondendo à caixa “Centro” da figura 4.8. Maiores detalhes sobre a massa de um objeto e seu valor em nível de cinza serão fornecidos mais adiante. Esta informação compõe integralmente o conjunto de vértices $V(\Gamma_\gamma)$ da rede complexa.

As ligações da rede são dadas pelas forças trocadas entre vértices adjacentes, de modo a este cálculo ser fundamental para o sucesso desta tese. Para calcular a força é necessário obter os planos de contato, a massa, e o momento de inércia de cada grão. Para a determinação dos planos de contato foi preciso utilizar um método um pouco mais extenso,

enquanto que a massa e o momento de inércia são calculados diretamente sobre o conjunto de voxels de cada grão.

Para determinar os planos de contato entre dois grãos adjacentes, foi utilizada uma dilatação exata em conjunto com informações da imagem mapa de segmentação. A transformada *watershed* utilizando marcadores tem como resultado diversos subgrupos correspondentes aos grãos, e uma região neutra de separação que não pertence a nenhum subconjunto, a correspondente tridimensional das linhas de separação *watershed*. Iremos procurar nessa região candidatos aos planos de contato, eliminando eventuais falsos positivos.

Partindo da imagem mapa de segmentação, deve-se convertê-la numa imagem binária, e em seguida fazer a sua dilatação com elemento estruturante de raio unitário. Este procedimento fará com que os grãos invadam a região neutra da linha de separação *watershed*. Por fim, a intersecção da imagem dilatada com a região neutra fornece os candidatos aos planos de contato. A figura 4.9 (a) mostra um exemplo bidimensional de grãos segmentados e sua linha de separação *watershed* em azul, e (b) a componente dilatada sobreposta à linha de separação, e o resultado da intersecção em vermelho.

Figura 4.9 - Esquema do método utilizado para detecção das regiões de contato de um conjunto de grãos. Uma imagem típica (a) contendo 4 grãos, a região vermelha (b) evidencia a dilatação sobreposta à região neutra *watershed*, a dilatação (c) da região sobreposta em verde contendo uma janela de atenção, e em (d) a janela de atenção evidenciando quais grãos fazem parte da região de contato.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Poderíamos ter optado por procurar a intersecção da região neutra da transformada *watershed* com a imagem apenas pré-segmentada dos grãos das componentes grão/fundo/invólucro. Optamos, porém, por utilizar a imagem dilatada pela possibilidade de conduzir futuramente um estudo multi-escala dos planos formados, neste caso promovendo dilatações com elementos estruturantes distintos e analisando cada plano de contato resultante.

A partir de cada candidato à plano de contato é necessário verificar se eles realmente estão entre dois grãos distintos. Procuramos um método para realizar esta operação matricialmente, o que a torna mais eficiente no sistema computacional. Para tal foi utilizado o seguinte artifício: A imagem 3D contendo os planos de contato (a resultante da intersecção) foi dilatada com elemento estruturante de raio maior que o tamanho da zona neutra *watershed*, distribuiu-se índices para cada um dos planos de contato e então esta foi transformada em imaginária pura (um número complexo) multiplicando-a pela unidade imaginária “i”. Esta imagem 3D imaginária é então somada à imagem mapa de segmentação.

Este artifício faz com que cada plano de contato dilatado válido sobreponha dois conjuntos distintos de grãos, conforme a figura 4.9 (c), em verde-escuro o plano de contato dilatado sobreposto. A imagem 3D resultante terá três classes distintas de valores para os voxels: Um voxel real puro, proveniente das regiões da imagem que não tiveram contato com os planos de contatos dilatados, um voxel imaginário puro, proveniente dos voxels dos planos de contato que não foram intersectados com a zona de influência de nenhum grão, e o número imaginário com parte real e imaginária diferentes de zero, voxels que determinam estar na vizinhança de um grão e de um plano de contato.

Todos os pontos da matriz resultante que não são puramente reais ou imaginários serão os pontos de interesse. Ordenando-se estes índices novos compostos, a parte imaginária de fornecerá o índice do plano de contato em questão, e a parte real fornecerá o índice de um grão que faz parte daquele plano de contato. A figura 4.9 (d) fornece um exemplo baseado na janela de atenção presente em (c), observe a existência de apenas um índice imaginário correspondente ao plano de contato “3”, e existem dois índices reais, relativos aos grãos “2” e “4”.

Este artifício apenas é válido porque o tamanho do raio do elemento estruturante é maior do que a região neutra da transformada *watershed*.

Caso exista apenas um número real associado a um número imaginário o plano de contato indexado será um falso positivo, existe apenas um grão adjacente àquele plano de contato e, portanto, ele será desconsiderado. Caso existam dois números reais associados caracterizará a situação em interesse, aquele plano de contato será o plano de contato entre os grãos associados aos números reais encontrados e o conjunto de voxels deste plano de contato deve ser guardado na caixa “Pontos e planos de contato” da figura 4.8 do grão em questão, juntamente com o índice do grão e adjacente pertinente.

Caso existam três ou mais números reais associados a um imaginário, aquele plano de contato une três ou mais grãos em algo semelhante a uma fronteira tríplice. Como nos nossos protótipos não existe encaixe mecânico entre os grãos, essa situação em específico não ocorre.

São considerados como pontos de contato a média aritmética dos planos de contato, isso é, a média da posição de todos os voxels de um plano de contato será considerado o ponto de contato entre dois grãos. Observe que quanto mais voxels um plano de contato possui, pior será a aproximação daquele plano de contato para um ponto de contato. Essa característica será melhor discutida conforme for utilizada. Os pontos de contato, assim como os índices pertinentes, também são armazenados na caixa “Pontos e planos de contato” da figura 4.8.

Lembre-se que embora os exemplos sejam bidimensionais para melhor compreensão dos algoritmos apresentados, todos estes métodos operam sobre imagens 3D.

Para determinar a massa de cada grão é necessário lembrar que a imagem 3D correspondente foi adquirida a partir de uma reconstrução tridimensional de tomografia computadorizada, e de acordo com a seção “Tomografia Computadorizada”, cada voxel da imagem 3D terá um nível de cinza proporcional à densidade naquele ponto. A massa de um grão será, portanto, proporcional à somatória de todos os níveis de cinza dos voxels que constituem este grão, informação guardada na estrutura computacional da figura 4.8 na caixa “Massa”. Observe que o valor guardado tem uma unidade arbitrária de massa e não está no sistema internacional de unidades. É possível, utilizando uma calibragem inicial sobre o tomógrafo, calcular a massa exata em quilogramas de uma estrutura, porém decidimos utilizar uma unidade arbitrária para evitar conversões demasiadas. Nosso interesse é estudar a relação entre forças de vértices da rede, e não medir a força em newtons que um grão exerce sobre outro.

De maneira análoga, o momento de inércia do grão é calculado utilizando o mapa de densidades fornecido pelo conjunto de voxels de cada grão. O momento de inércia, entretanto, não é único de acordo com o grão, ele é dependente do eixo de rotação a qual ele será calculado. De acordo com a solução para um sistema em equilíbrio estático visto na seção “Torque e equilíbrio estático”, é necessário calcular três momentos de inércia distintos sobre três eixos de rotação distintos para cada grão. O momento de inércia de um corpo contínuo é dado pela integral de volume do mapa de densidades multiplicada pela distância quadrática ao eixo de rotação. No caso deste sistema discreto será feita a somatória de todos os níveis de

cinza dos voxels que pertencem ao grão pertinente, ponderadas pela distância quadrática. Esta distância que é medida em voxels, resultando também num momento de inércia calculado numa unidade arbitrária. Os eixos de rotação são dados pelas combinações duas a duas de cada um dos pontos de contato já armazenados. É necessário o cálculo apenas dos momentos de inércia relativos às forças desconhecidas o sistema. O vetor distância entre um voxel e seu eixo de rotação é dado pela seguinte expressão vetorial:

$$\vec{d} = \vec{P_1V} - \left[\left(\vec{P_1V} \cdot \vec{P_1P_2} \right) \frac{\vec{P_1P_2}}{P_1P_2} \right] \quad (4.2)$$

Na expressão, $\vec{d}$ é o vetor distância já orientado entre o ponto V , o voxel em questão, e o eixo de rotação resultante da reta que liga os pontos P_1 e P_2 , e $\vec{P_1V}$ é o vetor que liga os pontos P_1 até V . P_1 e P_2 neste caso são os pontos de contato pertinentes.

A partir do centro de massa, massa, momento de inércia, planos e pontos de contato de todos os grãos é possível calcular a força trocada entre eles, que fornecerá o conjunto de ligações $E(\Gamma_\gamma)$ da rede complexa. É necessário, porém, salientar uma limitação técnica para a determinação da força trocada entre os grãos. Utilizando unicamente a imagem da tomografia computadorizada é possível calcular a força apenas de maneira indireta, através da informação proveniente da densidade das amostras e não através de uma medida direta de força. Para tal cálculo assumimos que todos os grãos utilizados estão em equilíbrio estático, e portanto, procuramos pela única solução de forças que comportam este equilíbrio. Esta solução é descrita em detalhes na seção “Torque e equilíbrio estático”.

O sistema de equações fornece três equações para cada grão, obrigando a determinação de no máximo três forças desconhecidas por grão. Ao conhecer o valor destas forças desconhecidas torna-se possível calcular o valor de novas forças desconhecidas. Isso é feito calculando-se primeiro as forças dos grãos que estão nas posições mais altas do empilhamento, não existem grãos apoiados sobre eles, e eles se apoiam em justamente três pontos, cada um relacionado a uma força desconhecida. Ao calcular estas forças será possível calcular a força dos grãos que estão imediatamente abaixo destes. Um exemplo bidimensional do procedimento é mostrado na figura 4.10 (a). Como o exemplo é bidimensional, são necessárias duas forças para construir o sistema de equações, e três forças desconhecidas

(apenas neste exemplo bidimensional) tornam o sistema indeterminado. As forças conhecidas inicialmente possuem cor laranja, enquanto que as desconhecidas são marrons.

Figura 4.10 - Esquema de forças de grãos dentro de um invólucro(a), e uma possível rota para a determinação das forças exercidas sobre cada um dos grãos.

Fonte: Elaborada pelo autor.

O grão “1” é o mais alto neste empilhamento, e a única força atuando sobre ele é o seu próprio peso, $\vec{P}_1$. Neste arranjo não é possível calcular diretamente as forças sobre os grãos “2” e “3”, pois elas possuem respectivamente 3 e 4 forças desconhecidas atuando sobre cada uma. Porém ao calcular-se a força sobre o grão “1” faz com que uma força de cada um dos grãos “2” e “3” fiquem-se conhecidas, tornando possível calcular agora as forças desconhecidas do grão “2” e em seguida com as novas forças conhecidas calculas as forças pertinentes ao grão “3”, efetivamente encadeando os cálculos das forças trocadas entre todos os grãos, conforme a figura 4.10 (b).

Para organizar estes dados é necessário construir uma matriz de adjacências, a partir das informações fornecidas pontos de contato entre dois grãos. Foram utilizados dois métodos distintos para resolver as equações de equilíbrio estático, cada um adequado a um determinado domínio. Independente do método utilizado, é possível resolver o sistema utilizando apenas três forças desconhecidas para cada grão, de modo que o cálculo deve ser feito inicialmente para os grãos com apenas três forças atuantes, e a medida que mais forças desconhecidas se tornam conhecidas, outras forças são determinadas.

Caso algum grão não consiga ser reduzido a três forças desconhecidas, este grão está submetido a um regime hiperestático. Nosso foco neste trabalho não será caracterizar este tipo

de regime, portanto nos casos que ele ocorreu excluimos heurísticamente uma das ligações com força desconhecida. A escolhida foi aquela com menor tamanho em voxels.

A determinação de forças é feita de acordo com as equações da seção “Torque e equilíbrio estático”, do capítulo “Fundamentos”. Caso algum dos planos de contato tenha poucos voxel é utilizado o método que se baseia em pontos de contato e torque, tomando a média da posição de cada voxel do plano de contato em questão como o seu ponto de contato. Caso todos os planos de contato tenham um bom tamanho é utilizado o método de que a força é perpendicular ao plano de contato definido.

As forças trocadas por cada grão são armazenadas na estrutura da figura 4.8 e compilando-se as informações de cada grão é possível construir a rede complexa relativa àquela imagem 3D.

Observe que a partir do momento que a rede complexa é calculada, a imagem 3D original torna-se obsoleta, qualquer análise subsequente poderá se basear unicamente na rede complexa, ou na estrutura de dados heterogênea da figura 4.8. A imagem foi inclusive retirada da memória do sistema computacional, economizando espaço computacional.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados apresentados neste capítulo são decorrentes da aplicação do modelo proposto e aqui serão apresentados, assim como são descritos procedimentos utilizados que não são partes inerentes do modelo, porém tornaram-se necessárias para a sua execução. O procedimento apresentado no capítulo “Metodologia” foi executado sobre cada uma das 11 amostras de grãos apresentadas na seção “Aquisição de imagens”. Em termos de análise de resultados, apresentaremos duas estruturas distintas: a imagem tridimensional de grãos com cada limite de grão devidamente definido, e a rede complexa formada por cada protótipo de grão, e ao final a análise das redes formadas.

Como forma de confirmação e refino dos resultados foi utilizado um padrão-ouro para comprovação. Este padrão consiste na análise supervisionada das fatias de reconstrução tomográfica de dois protótipos de grão, o amendoim e a soja, indicando índices e eventuais conexões (contato) entre dois grãos adjacentes. Este procedimento será explicado em detalhes no quadro 2.

A rede resultante do padrão-ouro foi comparada com a rede gerada automaticamente, procurando por falhas na aquisição de vértices e ligações. Um vértice errôneo poderia ser gerado através de uma sub-segmentação ou uma super-segmentação. Uma ligação errônea fundamentalmente está ligada a um erro ao determinar a borda e os planos de contato entre dois grãos adjacentes. A existência destes erros foi verificada através do padrão-ouro, e caso houvesse necessidade o método utilizado era refinado para que tal característica não mais acontecesse.

Todos os casos de estudo e refinamentos dos procedimentos foram repetidos em amostras de dois tamanhos, uma imagem 3D original com tamanho típico de 1000x1000x1000 voxels e uma imagem 3D reduzida de 250x250x250 voxels. Esta imagem reduzida tornou-se necessária para agilizar o processo de refino do procedimento. O processo era testado inicialmente na imagem reduzida, sofrendo eventuais modificações quando necessário, e apenas quando aquele processo estava bem estabelecido era executado sobre a imagem sem redimensionamento.

Conforme discutido no quadro 1: “Dificuldades em processar imagens 3D”, além das dificuldades inerentes de visualização de uma imagem 3D, existem duas limitantes

computacionais ao utilizar uma imagem de grande resolução: o seu tempo de processamento e a memória computacional necessária. No caso das imagens 3D utilizadas, optamos por utilizar voxels inteiros de 8 *bits*, fazendo com que estas imagens ocupem aproximadamente 0,9 GB da memória do sistema computacional. Um agravante é que diversas funções do ambiente computacional operam apenas sobre dados do tipo *double*, fazendo com que tanto a imagem entrada (que é convertida) quanto a imagem saída tenham no mínimo 7,5 GB cada uma, obrigando o sistema computacional a ter no mínimo 15,0 GB de memória para evitar o *swapping* de dados. Esta estimativa leva em conta apenas os tamanhos de entrada e saída, sem que haja qualquer tipo de alocação de memória intermediária, o que para a maioria das rotinas não é verdadeiro.

QUADRO 2: PADRÃO-OURO

Como forma de comprovação experimental do método automático aqui proposto para construção de uma rede complexa através da análise de imagens de tomografia computadorizada, foi feito um padrão-ouro de dois tipos de grãos: O amendoim e a soja.

Este padrão consiste na análise das fatias da reconstrução tridimensional dos grãos em questão por um humano, e desta maneira supervisionada determinar se existe ou não conexão entre dois grãos.

Para tal, cada grão recebe um índice na primeira fatia que ele aparece, e conforme novos grãos vão aparecendo à medida que as fatias são percorridas novos índices são adicionados, conforme a figura 5.1 abaixo:

Figura 5.1 - Índices de grãos em fatias para a produção do padrão ouro da soja, (a) e (b). A figura (c) apresenta em vermelho os pontos que os grãos se tocam, e em vermelho eventuais conexões não escolhidas.

Fonte: Elaborada pelo autor.

continua

continuação

Note que os grãos com índices “17”, “18”, ”19” e “20” não estão presentes na figura (a) e estão presentes apenas na figura (b).

De posse de todos os índices dos grãos é possível revisar as fatias procurando por conexões entre grãos adjacentes, mantendo uma lista de qual grão será conectado com qual grão. No caso da figura 5.1 (c) estas conexões são evidenciadas na cor vermelha, portanto o grão “1” é conectado ao grão “15”, assim como o “2” ao “14” e o “7” ao “16”. Outras conexões entre quaisquer outros grãos podem ocorrer, e também devem ser contabilizadas na lista.

Observe que este processo tem caráter subjetivo dependente da pessoa que produz este padrão, quaisquer regiões de contato verdes da figura 5.1 (c) poderia eventualmente serem consideradas conexões efetivas. Esta variação pode ocorrer com uma única pessoa, dependendo do seu estado atual.

O padrão-ouro foi confeccionado na metade da duração do projeto de pesquisa, e foi feito antes do processo final, afim de eliminar influências subjetivas ao processo de escolha se dois grãos são ou não conectados.

Os resultados mais confiáveis são justamente aqueles que foram comparadas com o padrão ouro, devido a especificidades do problema. Tanto os parâmetros de entrada são escolhidos de forma direta, quanto pormenores do método são adicionados ou excluídos de modo ao resultado se aproximar do padrão-ouro. O padrão-ouro fornece confiabilidade nos resultados do método ao trabalhar com os grãos de soja e amendoim, mas oferece, porém robustez ao método proposto para os outros grãos ao se extrapolar os resultados.

Com base no método de segmentação utilizado descrito no capítulo “Metodologia”, optou-se por tratar o problema causado pelo grande tamanho das imagens processando e segmentando seções menores de cada imagem e compilando o resultado final. O método de segmentação utilizado permite este tipo de artifício, observando efeitos de borda causados pela erosão de regiões que não deveriam estar próximas as bordas da imagem e portanto deveriam ser impunes ao efeito da erosão. Um exemplo pode ser visto na figura 5.2 (a) a seguir, onde a erosão desejada é mostrada em azul, a linha tracejada verde denota onde ocorrerá a quebra de regiões, e a linha tracejada vermelha evidencia as duas regiões de erosão.

Figura 5.2 - Esquema da divisão de dados utilizada na imagem 3D para evitar estouro de memória. Em (a) um exemplo simples de uma imagem, com a região em azul representando a erosão desejada, e a linha tracejada verde representa a divisão proposta. Em (b) a resultante da divisão proposta e em (c) a solução encontrada, utilizando apenas os núcleos das regiões de separação. A divisão utilizada de fato utilizada é ilustrada em (d), e os quinze blocos de dados resultantes em (e).

Fonte: Elaborada pelo autor.

A figura 5.2 (b) evidencia que as bordas adicionam um efeito indesejado de erodir porções indevidas da imagem, conforme a janela de atenção. Este efeito é corrigido utilizando regiões sobrepostas, onde a parte útil da erosão é a parte interna a cada região. A figura 5.2 (c) adiciona uma terceira região, a de traço contínuo verde, que atuará justamente na área de borda adicionada, corrigindo a erosão indevida. Neste caso deve-se utilizar como resultado apenas o núcleo útil de cada região, as linhas laranjas. Observe a separação entre a região do cálculo (linhas vermelhas e verde na figura) e a região útil para a erosão imagem (linha laranja da imagem) deve ter no mínimo o tamanho do elemento estruturante da erosão, a fim de permitir a sobreposição das regiões afetadas pela erosão indevida.

As imagens 3D dos grãos utilizadas eram cilíndricas, de modo que optamos pela divisão dada pela figura 5.2 (d), dividindo a imagem original em 8 sub-imagens de

aproximadamente $500 \times 500 \times 500$ voxels, que em tamanho *double* ocupam aproximadamente 0,9 GB de memória. Para corrigir os efeitos de borda já citados acima utilizou-se regiões de fronteira demarcados pelos planos azuis, que podem esquematicamente ser visualizados na figura 5.2 (e). Esta figura representa esquematicamente os quinze blocos de informação em que a imagem é descrita. Cada bloco verde representa a divisão direta do conjunto de dados, enquanto os blocos azuis as regiões adicionais utilizadas para corrigir o efeito de borda.

O menor bloco azul terá tamanho aproximado de $500 \times 500 \times 160$ voxels ($\sim 0,3$ GB) num caso extremo de uma erosão com elemento estruturante de tamanho 40 voxels, enquanto que a maior terá $1000 \times 1000 \times 160$ voxels ($\sim 1,2$ GB). Caso o processamento deste bloco acuse o uso de *swapping*, ele seria subdividido em dois blocos menores de $1000 \times 540 \times 160$, com uso de memória aproximado de 0,6 GB, todos estes valores de memória considerando variáveis do tipo *double*.

Observe que para a formação da imagem final deve-se utilizar apenas o interior útil de cada região processada, neste caso a de regiões a uma distância mínima da borda igual ao tamanho do elemento estruturante. Todo processamento das regiões próximas às bordas é efetivamente perdido durante a superposição das imagens.

Uma vantagem distinta desta separação é a possibilidade direta de processamento paralelo, cada bloco da imagem pode ser processado independentemente, possibilitando a sua simples divisão em núcleos distintos de processamento. Uma desvantagem é que todos os blocos azuis são adicionais, necessários apenas para corrigir o problema de borda causado pela subdivisão da imagem, tornando este artifício desaconselhável caso não existam problemas com a memória do sistema computacional, ou não seja utilizado processamento paralelo.

Para realizar a transformada *watershed* foi utilizado um esquema semelhante, porém as regiões auxiliares do efeito das bordas necessitaram ser sensivelmente maiores. Para evitar qualquer falha na transformada cada uma destas regiões tinha tamanho compatível com a divisão dos dados ($500 \times 500 \times 500$ voxels), fazendo com que cada núcleo útil da região fosse menor. As exceções deste procedimento foram as amostras de amendoim e baru que, devido ao grande tamanho dos grãos não necessariamente existia um núcleo útil de cálculo contendo dois marcadores internos para que fosse determinada a zona de influência de cada um. Quando isso ocorria era adicionado manualmente uma seção de separação para que houvesse segmentação adequada naquela região.

Depois que cada grão devidamente segmentado e suas informações armazenadas, não existe mais necessidade de trabalhar com a imagem 3D de modo a não existir nenhuma limitação quanto à memória computacional.

O ambiente computacional consistia no uso do *software Matlab® R2012a (7.14.0.739)* sendo os processos realizados num computador *Intel® Core™ i7-2620M* de 2,7GHz e 4GB de memória, ou quando necessário no cluster do grupo de computação interdisciplinar do IFSC/USP. O processo de construção da rede complexa a partir da imagem de tomografia computadorizada demorava tipicamente de 30 a 60 segundos quando utilizado o dado redimensionado, e cerca de 120 minutos com os dados completos. O processo de impressão gráfica tomava um tempo distinto, podendo chegar a 6 horas no caso em que a imagem contém o maior número de objetos.

5.1 SEGMENTAÇÃO E REDES COMPLEXAS

A seguir apresentam-se os resultados obtidos para cada uma das onze amostras de sementes utilizadas. Antes de cada amostra são descritas as variáveis utilizadas para realizar aquele processamento. A variável central é o tamanho do elemento estruturante da erosão utilizada como marcador interno ao se determinar as zonas de influência *watershed*. Seus efeitos serão melhores descritos no decorrer deste capítulo. Outras variáveis utilizadas são os dois limites de limiar utilizados na pré-segmentação fundo/grão/invólucro, que determinam até qual valor de nível de cinza é considerado pertencente ao fundo, e a partir de qual valor é considerado parte do invólucro.

Também é informado se a amostra em questão necessitou de uma dilatação sobre a pré-segmentação do invólucro, ou se ocorreu algum regime hiperestático, conforme descritos no capítulo “Metodologia”.

A lista de resultados contém a referenciada amostra, seguida das variáveis pertinentes. Para cada amostra são exibidas duas imagens relativas à segmentação, a reconstrução tridimensional (a) de cada amostra, onde são utilizadas falsas cores para evidenciar cada um dos grãos segmentados, e uma fatia característica (b) de cada grão, ilustrando como o processo de segmentação ocorreu. Nessas imagens, a cor verde representa a poção do grão

que foi utilizada para o cálculo da massa de cada grão, as linhas azuis representam a separação entre as zonas de influência de cada grão. Foi sobreposta à imagem o marcador interno utilizado para a transformada *watershed*, proveniente da erosão da imagem de grãos.

Para cada grão também foi impressa a rede complexa resultante da segmentação em questão, assim como propriedades das redes geradas. Como propriedades utilizou-se o número total de vértices, o número total de ligações, o grau médio de cada rede (que é o número médio de ligações de um único vértice) e por fim o desvio padrão deste grau médio.

As imagens das redes de gergelim e linhaça foram preteridas, estas redes apresentam uma estrutura extremamente poluída visualmente e super-conectada, não apresentando informações gráficas.

Amostra: **Amendoim**

Limites de limiarização: [30,130]

Hiperestático: Não.

Tamanho do elemento estruturante: 40 v.

Dilatação do invólucro: 9 voxels.

Figura 5.3 - Reconstrução tridimensional da amostra de amendoim (a), onde cada cor da imagem representa um dos grãos segmentados. Uma fatia típica da segmentação (b), em verde o corpo dos grãos selecionados, o núcleo amarelo representa os marcadores *watershed* resultantes da erosão, em azul as linhas de separação de influência sendo a parte azul clara os planos de contato.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 5.4 - Rede complexa formada a partir da segmentação da imagem 3D da amostra de amendoim.

Rede complexa: Amendoim

Vértices:	14
Ligações:	60
Grau médio:	4,28
Desvio Padrão:	1,77

Fonte: Elaborada pelo autor.

Amostra: **Baru**

Tamanho do elemento estruturante: 40 v.

Limites de limiarização: [30,122]

Dilatação do invólucro: Não.

Hiperestático: Não.

Figura 5.5 - Reconstrução tridimensional da amostra de baru (a), onde cada cor da imagem representa um dos grãos segmentados. Uma fatia típica da segmentação (b), em verde o corpo dos grãos selecionados, o núcleo amarelo representa os marcadores *watershed* resultantes da erosão, em azul as linhas de separação de influência sendo a parte azul clara os planos de contato.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 5.6 - Rede complexa formada a partir da segmentação da imagem 3D da amostra de baru.

Rede complexa: Baru

Vértices: 9

Ligações: 38

Grau médio: 4,22

Desvio Padrão: 1,48

Fonte: Elaborada pelo autor.

Amostra: **Bucha**

Limites de limiarização: [29,129]

Hiperestático: Não.

Tamanho do elemento estruturante: 24 v.

Dilatação do invólucro: Não.

Figura 5.7 - Reconstrução tridimensional da amostra de bucha (a), onde cada cor da imagem representa um dos grãos segmentados. Uma fatia típica da segmentação (b), em verde o corpo dos grãos selecionados, o núcleo amarelo representa os marcadores *watershed* resultantes da erosão, em azul as linhas de separação de influência sendo a parte azul clara os planos de contato.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 5.8 - Rede complexa formada a partir da segmentação da imagem 3D da amostra de bucha.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Rede complexa: Bucha	
Vértices:	95
Ligações:	734
Grau médio:	7,72
Desvio Padrão:	3,97

Amostra: **Café**

Tamanho do elemento estruturante: 16 v.

Limites de limiarização: [31,104]

Dilatação do invólucro: Não.

Hiperestático: Não.

Figura 5.9 - Reconstrução tridimensional da amostra de Café (a), onde cada cor da imagem representa um dos grãos segmentados. Uma fatia típica da segmentação (b), em verde o corpo dos grãos selecionados, o núcleo amarelo representa os marcadores *watershed* resultantes da erosão, em azul as linhas de separação de influência sendo a parte azul clara os planos de contato.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 5.10 Rede complexa formada a partir da segmentação da
- imagem 3D da amostra de Café.

Rede complexa: Café

Vértices: 475

Ligações: 3923

Grau médio: 8,25

Desvio Padrão: 5,26

Fonte: Elaborada pelo autor.

Amostra: **Gergelim**

Limites de limiarização: [30,130]

Hiperestático: Sim.

Tamanho do elemento estruturante: 12 v.

Dilatação do invólucro: Não.

Figura 5.11 - Reconstrução tridimensional da amostra de Gergelim (a), onde cada cor da imagem representa um dos grãos segmentados. Uma fatia típica da segmentação (b), em verde o corpo dos grãos selecionados, o núcleo amarelo representa os marcadores *watershed* resultantes da erosão, em azul as linhas de separação de influência sendo a parte azul clara os planos de contato.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Rede complexa: Gergelim	
Vértices:	3107
Ligações:	38371
Grau médio:	12,35
Desvio Padrão:	13,40

Amostra: **Girassol**

Tamanho do elemento estruturante: 12 v.

Limites de limiarização: [17,51]

Dilatação do invólucro: 3 voxels.

Hiperestático: Não.

Figura 5.12 - Reconstrução tridimensional da amostra de girassol (a), onde cada cor da imagem representa um dos grãos segmentados. Uma fatia típica da segmentação (b), em verde o corpo dos grãos selecionados, o núcleo amarelo representa os marcadores *watershed* resultantes da erosão, em azul as linhas de separação de influência sendo a parte azul clara os planos de contato.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 5.13 - Rede complexa formada a partir da segmentação da imagem 3D da amostra de girassol.

Rede complexa: Girassol

Vértices: 112

Ligações: 1066

Grau médio: 9,51

Desvio Padrão: 6,04

Fonte: Elaborada pelo autor.

Amostra: **Linhaça**

Limites de limiarização: [30,105]

Hiperestático: Sim.

Tamanho do elemento estruturante: 12 v.

Dilatação do invólucro: 7 voxels.

Figura 5.14 - Reconstrução tridimensional da amostra de linhaça (a), onde cada cor da imagem representa um dos grãos segmentados. Uma fatia típica da segmentação (b), em verde o corpo dos grãos selecionados, o núcleo amarelo representa os marcadores *watershed* resultantes da erosão, em azul as linhas de separação de influência sendo a parte azul clara os planos de contato.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Rede complexa: Linhaça	
Vértices:	583
Ligações:	7841
Grau médio:	13,44
Desvio Padrão:	12,56

Amostra: **Mamona**

Tamanho do elemento estruturante: 20 v.

Limites de limiarização: [25,100]

Dilatação do invólucro: 9 voxels.

Hiperestático: Não.

Figura 5.15 - Reconstrução tridimensional da amostra de mamona (a), onde cada cor da imagem representa um dos grãos segmentados. Uma fatia típica da segmentação (b), em verde o corpo dos grãos selecionados, o núcleo amarelo representa os marcadores *watershed* resultantes da erosão, em azul as linhas de separação de influência sendo a parte azul clara os planos de contato.

(a)

(b)

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 5.16 - Rede complexa formada a partir da segmentação da imagem 3D da amostra de mamona.

Rede complexa: Mamona

Vértices: 40

Ligações: 336

Grau médio: 8,40

Desvio Padrão: 6,17

Fonte: Elaborada pelo autor.

Amostra: **Rabanete**

Limites de limiarização: [30,130]

Hiperestático: Sim.

Tamanho do elemento estruturante: 12 v.

Dilatação do invólucro: 6 voxels.

Figura 5.17 - Reconstrução tridimensional da amostra de rabanete (a), onde cada cor da imagem representa um dos grãos segmentados. Uma fatia típica da segmentação (b), em verde o corpo dos grãos selecionados, o núcleo amarelo representa os marcadores *watershed* resultantes da erosão, em azul as linhas de separação de influência sendo a parte azul clara os planos de contato.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 5.18 - Rede complexa formada a partir da segmentação da imagem 3D da amostra de rabanete.

Rede complexa: Rabanete

Vértices: 1570

Ligações: 20582

Grau médio: 13,10

Desvio Padrão: 12,51

Fonte: Elaborada pelo autor.

Amostra: **Soja**

Limites de limiarização: [31,100]

Hiperestático: Não.

Tamanho do elemento estruturante: 12 v.

Dilatação do invólucro: Não.

Figura 5.19 - Reconstrução tridimensional da amostra de soja (a), onde cada cor da imagem representa um dos grãos segmentados. Uma fatia típica da segmentação (b), em verde o corpo dos grãos selecionados, o núcleo amarelo representa os marcadores *watershed* resultantes da erosão, em azul as linhas de separação de influência sendo a parte azul clara os planos de contato.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 5.20 - Rede complexa formada a partir da segmentação da imagem 3D da amostra de Soja.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Rede complexa: Soja

Vértices: 83

Ligações: 474

Grau médio: 5,71

Desvio Padrão: 1,70

Amostra: **Uva**

Limites de limiarização: [31,100]

Hiperestático: Sim.

Tamanho do elemento estruturante: 24 v.

Dilatação do invólucro: 4 voxels.

Figura 5.21 - Reconstrução tridimensional da amostra de uva (a), onde cada cor da imagem representa um dos grãos segmentados. Uma fatia típica da segmentação (b), em verde o corpo dos grãos selecionados, o núcleo amarelo representa os marcadores *watershed* resultantes da erosão, em azul as linhas de separação de influência sendo a parte azul clara os planos de contato.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 5.22 - Rede complexa formada a partir da segmentação da imagem 3D da amostra de Uva.

Rede complexa: Uva

Vértices:	248
Ligações:	26,70
Grau médio:	10,77
Desvio Padrão:	8,62

Fonte: Elaborada pelo autor.

De acordo com as reconstruções tridimensionais apresentadas – figuras (a) da lista - o método de segmentação teve relativo sucesso na maioria das amostras de semente, pode-se visualizar a separação entre cada grão, assim como a forma que cada um tem em relação aos adjacentes. Porém, para uma análise mais profunda dos resultados obtidos é necessário voltar à atenção para as fatias representativas.

Observando estas fatias representativas – figuras (b) - cada um dos grãos apresenta uma segmentação visualmente perfeita nos grãos de amendoim (figura 5.3), baru (figura 5.5), e soja (figura 5.19), sendo que no caso da soja e do amendoim pode-se comprovar essa segmentação de alta qualidade através do padrão-ouro. Nas outras amostras pode-se observar algum grau de imperfeição, sendo menores nas amostras de linhaça e rabanete, e uma grande imperfeição na amostra de girassol.

Estas imperfeições são devidas a competição intrínseca entre o tamanho do grão e o tamanho de um eventual plano de contato que o método propõe. As regiões de separação entre dois grãos adjacentes são determinadas geometricamente através do seu tamanho. Caso o tamanho de um plano de contato seja semelhante ao tamanho do próprio grão existe a possibilidade de classificação errônea, isso é, um grão pode ser dividido em dois grãos ou dois grãos podem ser aglutinados num único.

Metodologicamente, esta divisão é feita com a erosão da imagem de grãos, um objeto que é partido em dois ou mais objetos por esta erosão é classificado como dois ou mais objetos. Quando determinamos a erosão para cada objeto foi observado o seu resultado e procurou-se balancear a escolha de um valor intermediário. Os grãos gergelim (figura 5.11), linhaça (figura 5.14) e rabanete (figura 5.17), sofreram com este efeito, o tamanho diminuto dos grãos com relação aos planos de contato promoveram erros de segmentação.

Um problema decorrente desta competição é a existência de concavidades internas ou mesmo buracos dentro dos grãos. Pode-se observar a presença destas estruturas nos grãos de bucha (figura 5.7), café (figura 5.9), girassol (figura 5.12), mamona (figura 5.15), e uva (figura 5.21). Embora o método proposto remova buracos efetivos (aqueles voxels internos aos grãos que não tenham nenhuma conexão com o fundo da imagem), estas amostras apresentam concavidades que em algum ponto da imagem 3D se conectam com o fundo da imagem. As fatias típicas do café na figura 5.9 (b), e da mamona na figura 5.15 (b), exibem pontos onde a concavidade interna tem contato com o fundo da imagem.

Esta concavidade pode induzir a classificações errôneas de grãos cujo tamanho seja maior do que o plano de contato, conforme evidenciado pela mamona, na figura 5.15 (b), em que um grão é super-segmentado devido a presença de um grande buraco interno. O mesmo ocorre nas amostras de bucha (figura 5.7), café (figura 5.9), uva (figura 5.21) e criticamente na amostra de girassol (figura 5.12). A concavidade poderia ser evitada utilizando uma transformação morfológica de fechamento, porém esta transformação alteraria os planos de contato, dando origem a um novo problema.

Embora o escopo desta tese tenha sido atingido nas amostras de amendoim, baru e soja, efetivamente transcrevendo suas respectivas imagens de tomografias computadorizadas em redes complexas confiáveis, é possível através da análise do efeito da variação do tamanho do elemento estruturante propor um método possa eliminar más classificações.

Quando se utiliza um elemento estruturante pequeno para fazer a erosão dos marcadores internos esta erosão praticamente não separa nenhum grão, porém ao aumentar-se o tamanho deste elemento estruturante as regiões são pouco apouco separadas. Portanto uma análise multi-escala deste tamanho, assim como a relação de quais estruturas foram separadas pode resolver as classificações errôneas, conforme a figura 5.23 abaixo, que ilustra um exemplo utilizando grãos de uva:

Figura 5.23 - Exemplo de separação por erosão de uma seção da amostra de uva, utilizando sucessivos valores para a erosão dos grãos.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Observe a ausência de linhas de separação na primeira figura (a) da sequência, neste caso a erosão (elemento estruturante de tamanho 8 voxels) não foi capaz de separar nenhum dos grãos. Nas duas imagens seguintes a erosão (de valor 16 e 24 voxels) é mais adequada, efetivamente separando os grãos presentes. Na última imagem (d), a erosão (28 voxels)

praticamente elimina os grãos, produzindo marcadores internos ruins. Esta erosão chega inclusive a promover super-segmentação do grão superior.

Nesta solução é necessário manter nota de todos os objetos formados utilizando um pequeno elemento estruturante, e conforme este aumenta detectar quais objetos foram divididos formando novos objetos distintos, até que o elemento estruturante é tão grande que erode a imagem completamente.

Com base na informação de quais objetos são divididos, necessita-se fazer um estudo estatístico com base na morfologia, conforme citado no capítulo “Metodologia”, para determinar se, ao dividir ou aglutinar determinados objetos o seu resultante aproxima-se ou distancia-se da média conjunta.

Esta solução deve-se aplicar aos grãos de café, gergelim, linhaça, rabanete e uva. Os grãos de bucha, girassol e mamona possuem uma casca separada do núcleo, fazendo com que haja naturalmente uma grande concavidade no seu interior. Esta casca quando submetida a uma erosão, por menor que seja o elemento estruturante, acaba desaparecendo, fazendo com que o marcador interno seja somente o núcleo. Porém os seus pontos de contato com relação aos outros grãos são baseados na posição da sua casca, fazendo com que as redes complexas formadas não sejam confiáveis.

O girassol tem o caso mais extremo, contendo as três características agravantes: possui núcleo de tamanho compatível com o tamanho dos planos de contato, possui buracos internos de grande tamanho e possui uma casca distante do núcleo, fazendo com que sua segmentação apresente diversas falhas.

As propriedades das redes complexas tem sua confiabilidade diretamente relacionadas à confiabilidade da segmentação. Para a análise do grau de cada amostra é necessário discutir o conceito de empacotamento.

Em cristalografia, um empacotamento (45) é um modelo de como os átomos se organizam dentro de um cristal. Este tipo de modelo considera cada átomo como esferas e estudam o modo como estas esferas ocupam o espaço. Um empacotamento cúbico considera que um átomo do cristal toca apenas seis átomos adjacentes. No escopo da presente discussão, caso um grão perfeitamente esférico esteja num regime de empacotamento cúbico, ele terá grau 6, porque toca 6 dos seus vizinhos.

Num empacotamento ortorrômbico (45) o átomo terá 8 vizinhos, o que faz com que um grão neste regime toque estes mesmo 8 vizinhos promovendo grau 8. O empacotamento de esferas que permite o maior número de conexões é a hexagonal compacta, que permite conexões com 12 vizinhos, de modo que um grão esférico poderia ter no máximo grau 12.

Uma vez que os grãos não são esféricos, e não foram submetidos (46) a nenhum efeito que promove melhor encaixe, é esperado que os grãos tenham conectividade média menor do que os métodos de empacotamento cristalográficos apresentados acima.

De outro lado, um objeto tridimensional qualquer necessita de três pontos de contato para estar em um regime estável, de modo que não se espera que nenhum grão tenha grau menor do que três.

A propriedade grau de um vértice apresenta um efeito de borda, grãos do topo do arranjo obrigatoriamente tem grau 3, uma vez que não há nenhum grão sobre ele. Isso faz com que amostras com um número reduzido de grãos sejam mais afetados por este efeito de borda, enviesando uma análise baseada somente na distribuição dos grãos de cada rede.

As redes do amendoim, baru e soja apresentam resultados congruentes, em congruência com os resultados das suas segmentações. Suas conectividades médias foram de 4,28; 4,22 e 5,7 respectivamente, sendo que todas elas abaixo da conectividade 6 da estrutura de empacotamento cúbica. O desvio padrão teve valor de aproximadamente 1,7 em todos os casos, evidenciando uma distribuição não uniforme dos grãos, porém sem promover graus de valor anômalo.

As amostras de apresentaram um grau médio semelhante ou maior do que 12, correspondente a um empacotamento hexagonal compacto. Este dado é proveniente de uma falha no processo de distribuição dos planos de contato e não devido à morfologia dos grãos em questão.

Este fenômeno é a presença de planos de contato erroneamente posicionados, geralmente na região interna de dois grãos. Estes planos podem ser maiores do que o esperado pelo método proposto, fazendo com que sejam adjacentes a mais do que apenas dois grãos (possivelmente muito mais), promovendo que um objeto se ligue erroneamente a diversos outros.

Observe que nestes casos o desvio padrão do grau é sempre bastante elevado em comparação com o grau, evidenciando a presença de grãos com elevado grau (provavelmente aqueles que possuem este falso plano de contato) em comparação com outros da mesma amostra (grãos estes que não possuem estes planos).

As amostras de bucha, café e mamona tiveram graus médios na faixa de 8. Este valor é também devido à presença de falsos planos de contato em detrimento à morfologia dos grãos, porém estes planos são menos frequentes do que nas amostras acima, conforme observado pelo menos desvio padrão apresentado pelos graus destas amostras.

A informação visual das redes também pode ser utilizadas para analisar o sucesso da segmentação, assim como ressaltar a região e comportamento da falha de segmentação. Espera-se que as redes sejam regulares, conformes as redes das figuras 5.4, 5.6 e 5.20, do amendoim, do baru e da soja, respectivamente. Isso significa que regiões que apresentam grande agrupamento provavelmente são resultantes de uma segmentação errônea, conforme pode ser conferido nas redes das figuras 5.10 e 5.18, do café e do rabanete, respectivamente. As regiões vermelhas apresentam grande agrupamento, evidenciando que falhas de segmentação devem estar ocorrendo naquelas regiões.

A rede formada da amostra de café, a figura 5.10 ainda evidencia a presença de grupos de vértices conectados com um outro vértice unicamente. Uma vez que para caracterizar um equilíbrio estável o grão se apoie em pelo menos três pontos, vértices com grau 1, ou mesmo grupos de vértices conectados apenas entre si e com um único outro vértice devem ser provenientes de uma super-segmentação, de forma que o coeficiente de aglomeração destes pontos evidenciem este efeito. Isso também pode ser observado nas redes das figuras 5.8 e 5.16, da bucha e da mamona respectivamente.

5.2 ANÁLISE ATRAVÉS DA REDE COMPLEXA

A análise através da rede complexa foi feita sobre a rede gerada a partir da amostra de soja. Esta amostra foi escolhida dentre as com maior confiabilidade porque é a que apresenta o maior número de vértices e ligações. A figura 5.24 apresenta sua respectiva rede, utilizando como atributo para os vértices o *strength* já normalizado:

Figura 5.24 - Rede complexa correspondente à amostra de soja. A cor dos vértices é dada de acordo com o *strength* normalizado.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Nosso enfoque em analisar as redes é baseado na detecção dos arcos – as estruturas que promovem anisotropia de forças – portanto a propriedade *strength* da rede complexa terá papel central nesta análise, uma vez que esta é a somatória de todos os pesos das ligações que um vértice participa. Nesta rede complexa os pesos são dados pelas forças trocadas entre grãos, portanto o *strength* representa o total de tensão a qual cada grão é submetido dentro do arranjo. Nesse contexto, vértices com alto valor de *strength* são candidatos naturais aos arcos procurados. A figura 5.25 (a) mostra a distribuição dos *strengths* num histograma.

Figura 5.25 - Histogramas dos valores do *strength* da rede de soja, sem normalização (a), e com normalização de acordo com a altura do grão.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Com base no histograma pode-se verificar que a distribuição dos *strengths* é bastante dispersa, com uma variação de mais de dez vezes entre o elemento com maior e menor *strength*, de modo que a análise preliminar dos grãos com alto valor não aponta nenhum comportamento característico. Isso se deve a presença de uma aumento constante nas tensões trocadas à medida que são calculadas as forças na parte de baixo da amostra, quanto mais para baixo um grão está dentro de uma amostra maior será a quantidade de grãos (decorrentemente massa e peso) sobre ele, e maior a tensão a qual ele está submetido.

Observe que este regime não caracteriza um arco, este significa uma variação na tensão de um grão em relação aos seus grãos próximos. Este regime caracteriza apenas um aumento progressivo na tensão para todos os grãos de uma dada seção.

Para normalizar os valores do *strength* utiliza-se um modelo físico que leva em consideração a altura da coluna de material sobre cada grão. Pode-se deduzir que num empilhamento regular de objetos, a tensão a qual um objeto está submetida é proporcional a altura da coluna de material que se encontra acima deste objeto. Desta forma, o *strength* de cada vértice deve ser ponderado de acordo com a altura média que o grão em questão está, de modo que grão da parte inferior do arranjo possam ser comparados com grãos da parte superior. O histograma do *strength* normalizado é dado pela figura 5.25 (b).

Desta forma a distribuição dos valores do *strength* tornou-se mais restrita, a diferença entre os maiores e menores valores do *strength* é de aproximadamente duas vezes. Este

histograma também salienta o aparecimento de dois grupos distintos de grãos, um deles com maior valor de *strength* e um segundo grupo com valores menores. Esta divisão é justamente a procurada para determinar quais grãos fazem parte do arco e quais não fazem. Com base no histograma definiu-se que os grãos com *strength* normalizado maior do que 800 (unidade arbitrária) são os integrantes do arco. Os vértices vermelhos e amarelos da figura 5.24 são aqueles que são definidos como arco.

Uma reconstrução tridimensional dos grãos com os integrantes do arco segmentados pode ser vista na figura 5.26:

Figura 5.26 - Reconstrução da amostra de soja, evidenciando os grãos pertencentes ao arco. Em (a) os grãos vermelhos são os integrantes do arco, enquanto que os azuis com transparência os grãos comuns, e em (b) a mesma imagem contendo apenas o arco.

Fonte: Elaborada pelo autor.

A figura 5.26 (a) apresenta os grãos integrantes do arco em vermelho, e os que não fazem parte em azul com transparência. Observe que o arco forma um esqueleto de tensões que de fato suporta a estrutura do arranjo. A figura 5.26 (b) exhibe apenas os grãos do arco, evidenciando uma estrutura contínua e não uniforme dentro do arranjo, bastante condizente com o que é esperado de um arco.

Note que a distribuição destes grãos vermelhos não é uniforme por sessões, apenas uma parte dos grãos numa seção é classificada como integrante do arco, conforme a figura 5.27. É notável a presença de grãos vermelhos na parte interna da estrutura, porém não são todos os grãos internos que fazem parte do arco, conforme as fatias das figuras 5.26 (c) e (e),

porém o arco também é formado por grãos da lateral da amostra, conforme as figuras 5.26 (c) e (d).

Figura 5.27 - Sequencias de fatias da detecção dos arcos. Em vermelho são evidenciados os grãos que fazem parte do arco da estrutura.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Este arranjo evidencia a definição vista anteriormente de um arco, aquele conjunto de elementos que suporta maior tensão que os seus vizinhos, de modo a estruturar o empilhamento da estrutura.

6 CONCLUSÃO

A presente tese desenvolveu e explorou um método para transformar uma imagem 3D proveniente de uma tomografia computadorizada de grãos em uma rede complexa, e a partir da análise desta rede localizar pontos de anisotropia de forças, estruturas denominadas arcos.

Os arcos (1) são estruturas formadas a partir dos próprios elementos de um empilhamento, e seus elementos são caracterizados por apresentarem maior tensão do que seus vizinhos, sendo os responsáveis por manter a estrutura estável. De um ponto de vista prático esta estabilidade pode gerar problemas no escoamento de grãos agrícolas, uma vez que os arcos formados podem fazer com que um fluxo de grãos seja interrompido, conforme a figura 1.1. Este arranjo pode efetivamente entupir maquinarias agrícolas, o que causa problemas pós-colheita quanto ao armazenamento e transporte de grãos (2).

A metodologia desenvolvida utiliza imagens 3D de protótipos de grãos feitas através de uma tomografia computadorizada de raio-X (17,18). Tais protótipos consistem em onze tipos distintos de grãos contidos em pequenos frascos de laboratório, e foram escolhidos por diversidade de formas e tamanhos. Cada amostra deu origem a uma imagem 3D, as quais foram transcritas em redes complexas.

A partir das imagens 3D, foi desenvolvida uma metodologia baseada no processamento de imagens para que imagem fosse automaticamente transcrita numa rede complexa. Uma rede complexa é uma estrutura abstrata (30) composta de diversos elementos discretos (vértices) e uma regra de interação com estes elementos (ligações), sendo que estas redes possuem propriedades e características bem estabelecidas na literatura (6, 29 e 31-32). A análise desta rede tem como função evidenciar características do sistema que não seriam visíveis de outra forma, sendo portanto, uma candidata natural para a análise dos arcos que desejamos encontrar na estrutura de empilhamento de grãos. Na presente tese, os grãos foram representados como vértices da rede complexa, enquanto que as ligações são dadas pelas forças trocadas pelos grãos. Caberá à propriedade *strength* da rede detectar eventuais arcos.

O elemento mais desafiador desta tese foi o processamento da imagem 3D necessário para a construção da rede complexa. Para tal, foram utilizadas técnicas de processamento de imagens (12) para automaticamente delimitar os limites de cada grão afim de definir os

vértices. Este desafio advém do processamento usual utilizar imagens bidimensionais, enquanto que esta tese utiliza imagens tridimensionais.

Adicionar uma dimensão às imagens faz com que o problema tenha uma gama enorme de novos dilemas, conforme discutido em mais detalhes no quadro 1: “Dificuldades em processar imagens 3D”. São agravantes computacionais ao utilizar imagens 3D o uso intensivo de memória, sendo este um dos problemas aqui enfrentados, assim como seu elevado tempo de processamento. Existem também desafios algoritmos, uma vez que diversas soluções não são otimizadas para seu uso tridimensional, enquanto que algumas delas funcionam unicamente para processamento bidimensional. A visualização de resultados obtidos é um desafio já que os resultados são tridimensionais e exibidos numa tela bidimensional de computador, o que torna a prototipagem, refino e confirmação de soluções delicada e difícil. Existe também um dilema específico deste projeto pois optamos por evitar operações morfológicas que podem deformar a forma dos grãos evitando, assim, perda de precisão ao calcular as propriedades da rede.

O processo de segmentação 3D desenvolvido, assim como um *outline* de todo o método desenvolvido, pode ser sumarizado no fluxograma da figura 4.1, partindo da aquisição de imagens, os blocos azuis de segmentação dos grãos e a construção da rede, e por fim a análise da rede.

A segmentação dos grãos tem início promovendo-se uma segmentação baseada na análise do histograma de níveis de cinza das imagens 3D, promovendo segmentação fundo/grãos/invólucro, conforme a figura 4.2. Esta segmentação requer atenção ao impor os limites de limiarização, uma vez que os planos de contato e até mesmo as conexões entre os grãos podem ser alterados por diferentes valores. Outro procedimento utilizado é a remoção de buracos internos aos grãos, reclassificação como grão de qualquer voxel classificado como pertencente ao fundo que esteja na parte interna de um grão e não tenha qualquer conexão com o fundo da imagem.

Utilizando apenas os voxels classificados como grãos foi utilizada uma transformada *watershed* com marcadores para segmentar cada um dos grãos, ou seja, distribuir índices de regiões de influência na imagem 3D onde cada índice representa um único grão dentro da amostra mapeando cada um dos vértices da rede complexa. Como marcadores utilizou-se a erosão da imagem binária de grãos, estes marcadores seguramente estão contidos dentro de um grão, de modo que ao se escolher um tamanho de erosão conveniente pode-se garantir que

apenas um marcador estará contido dentro de cada grão. A transformada *watershed* foi escolhida por proporcionar resultados favoráveis e um uso de memória que permite paralelismo ou divisão quando aplicada sobre imagens 3D de grande tamanho. Um exemplo da amostra de soja segmentada pode ser vista na figura 4.7.

De posse dos voxels de cada um dos grãos é possível calcular a massa e o momento de inércia de cada um deles, uma vez que o nível de cinza de cada voxel da tomografia computadorizada é proporcional àquele ponto. Assumiu-se que estes grãos estão em equilíbrio estático para o cálculo das forças trocadas entre grãos adjacentes, portanto, as forças entre eles são calculadas com base neste elemento de contorno. O cálculo da força foi feito de duas maneiras distintas: quando a região de contato entre dois grãos é extensa essa região é definida como um plano de contato, as forças trocadas entre este grão e os adjacentes são perpendiculares a este plano, quando a região é pequena esta é definida como um ponto de contato, utilizado uma coleção de equações distinta ao fazer o cálculo das forças.

A região de contato entre dois grãos é calculada através da dilatação da intersecção da zona neutra *watershed* com a dilatação dos grãos da imagem, conforme a figura 4.9.

Sabendo-se a posição de cada grão, e a força exercida sobre cada grão adjacente é construída a rede complexa. Na figura 4.8 são sumarizadas as informações calculadas de cada grão, assim como os dados necessários para cada passo do cálculo.

Para executar efetivamente a metodologia proposta sobre cada uma das imagens 3D das amostras foi necessário dividir cada imagem em imagens menores, uma vez que a imagem completa em formato *double* tem tamanho computacional de 7,5GB. A metodologia utilizada foi escolhida de forma a tornar possível esta divisão, conforme a figura 5.2. Pode-se observar o esquema de divisão utilizado em (d), assim como em (e) observa-se os blocos de informação em verde e em azul os blocos extras utilizados para corrigir os efeitos de borda causados pela divisão da imagem.

O método foi executado sobre cada uma das onze amostras, e o resultado pode ser conferido no conjunto a partir da figura 5.3, compreendendo a reconstrução tridimensional sementada, uma fatia típica de segmentação e a rede complexa de cada uma das amostras. Utilizou-se um padrão-ouro para os grãos de amendoim e soja como método de conferência de resultados de modo que, nestes casos, foi possível comparar a rede gerada pelo método

com uma feita manualmente. A metodologia sofreu diversos refinamentos para adequar-se ao padrão ouro.

As reconstruções tridimensionais em geral exibem uma boa segmentação, é possível compreender a forma e separação de cada um dos grãos. Entretanto, ao estudar as fatias típicas de cada grão é possível observar classificações errôneas do processo de segmentação dos grãos, este crítico na construção da rede.

As amostras de amendoim, baru e soja apresentaram os melhores resultados, e em especial a da soja, sendo que destas amostras é a que possui maior quantidade de grãos. Parte deste sucesso é devido ao refinamento do método ter se dado utilizando um padrão-ouro da amostra de soja, quaisquer falhas de segmentação ou distribuição automática de forças seria averiguado e corrigido.

As demais amostras apresentaram algum grau de desvio de classificação, sendo que a amostra de girassol apresentou o pior resultado. O método proposto para segmentação automática utiliza um elemento geométrico – a erosão – para determinar regiões de separação entre os grãos, e um problema crítico é quando esta região tem tamanho semelhante ao tamanho do grão, promovendo ora segmentações indevidas, ora deixando de segmentar dois grãos. Isto também é verdadeiro nas amostras de gergelim, linhaça e rabanete.

Outra característica que promove classificação indevida é a presença de concavidades internas dentro dos grãos, decorrentes do grãos possuírem uma casca externa e separada em relação ao seu núcleo. Estas concavidades interagem com a erosão efetivamente alocando os marcadores internos da transformada *watershed* em posições indevidas, prejudicando a segmentação.

Um método sugerido para tratar estes problemas é exemplificado na figura 5.23, utilizando-se de uma abordagem multi-escala sobre o elemento estruturante, de modo que conforme se utilize uma maior erosão seja possível detectar quais objetos são segmentados de um objeto original, e a partir de um estudo estatístico morfológico destes objetos determinar se uma segmentação deve ou não ocorrer.

As amostras de uva e o café possuem concavidades, porém, espera-se que este estudo estatístico produza resultados promissores, uma vez que seus grãos não estão demasiadamente segmentados e em diversos pontos a segmentação é adequada, enquanto que o girassol

apresentou problemas de difícil solução devido ao grande tamanho do buraco entre sua casca e seu núcleo.

Cada rede formada reflete o resultado da sua segmentação, as redes do amendoim, do baru e da soja apresentaram propriedades confiáveis. A amostra de soja em específico apresentou grau médio de 5,71; abaixo de um grau 6 de uma geometria de empacotamento cúbica, evidenciando um arranjo típico não ordenado. Amostras com alto valor de grau médio provavelmente apresentam problemas de segmentação, em específico a presença de planos de contato que ligam mais do que dois grãos adjacentes. Espera-se que o grau médio de grãos seja menor do que 12, o grau máximo permitido a esferas organizadas em um empacotamento hexagonal compacto.

Optou-se por analisar mais a fundo a rede complexa formada pela soja, afim de efetivamente localizar os arcos. Para tal utilizou-se a propriedade *strength* da rede, que contabiliza soma de todos os pesos das ligações de um vértice. Uma vez que as ligações são representações das forças trocadas entre dois grãos, o *strength* mapeará a tensão que um grão sofre. Para determinar um arco é preciso localizar aqueles vértices tem maior valor de *strength* em relação aos seus vértices próximos. Deste modo, normalizou-se estes valores de modo que grãos no fundo do arranjo não sejam caracterizados como integrantes do arco simplesmente por estar submetido a maior tensão.

A figura 5.25 (b) mostra o histograma dos *strengths* normalizados. Observe a presença de dois grupos em separado, um com maior valor e outro com menor valor de *strength*. Os vértices pertencentes ao grupo de maior valor foram definidos como integrantes do arco, conforme a figura 5.26 (a). Observe que os grãos vermelhos, aqueles com maior valor de *strength*, representam a estrutura do sistema, portanto o arco.

Embora estes grãos vermelhos se localizem preferencialmente na região central, nem todo grão central faz parte do arco, conforme evidenciado pela figura 5.27 (a), assim como existem grãos pertencentes à borda da imagem que também fazem parte do arco.

Este resultado reforça a definição de um arco, grãos que são submetidos a forças maiores do que seus vizinhos e efetivamente suporta a estrutura do arranjo. Também evidencia o sucesso do método aqui proposto para localizar automaticamente arcos em imagens de tomografia computadorizada utilizando uma rede complexa.

6.1 CONTRIBUIÇÕES PRINCIPAIS

- Metodologia para transcrever uma imagem de tomografia computadorizada de grãos em uma rede complexa;
- Análise da rede complexa a fim de localizar os arcos;
- Validação dos processos desenvolvidos através de um padrão-ouro;
- Segmentação de imagens 3D utilizando morfologia matemática;
- Particionamento de imagens 3D para permitir o cálculo anterior
- Identificação de planos de contato entre objetos (grãos) a partir de imagens 3D;
- Cálculo de forças trocadas entre objetos utilizando apenas suas imagens 3D;

A principal contribuição da presente tese é o desenvolvimento, refino e comprovação de uma metodologia capaz de transcrever para uma rede complexa uma imagem 3D proveniente de uma tomografia computadorizada, assim como analisar esta rede em busca dos elementos de estrutura denominados arcos, através da propriedade da rede complexa *strength*.

Para atingir este objetivo foram necessários desenvolvimentos computacionais, como a utilização da transformada *watershed* para segmentação de imagens 3D, utilizando como marcadores internos a erosão da imagem original. Neste contexto também foi necessário desenvolver uma metodologia para evitar estouro de memória ao utilizar grandes imagens, metodologia esta que também pode ser utilizada para processamento concorrente.

Também foi necessário elaborar um arcabouço teórico e técnico que permite calcular as propriedades pertinentes de cada grão necessárias para construir a rede complexa.

Todas as contribuições foram validadas utilizando um padrão-ouro, garantindo a melhor eficiência possível deste método em relação a este padrão ouro.

6.2 TRABALHOS FUTUROS

As possibilidades de trabalhos futuros são compreendidas fundamentalmente em dois grupos: Refino do método já desenvolvido e a continuação direta do trabalho aqui proposto.

Do ponto de vista do refino posterior do método proposto, qualquer caixa da figura 4.1 pode ser um ponto de partida para um trabalho futuro. Pode-se utilizar um tomógrafo mais preciso para aumentar a resolução das imagens 3D, ou utilizar filtros para melhorar o contraste entre o fundo e o grão, tornando mais preciso o processo de escolha dos planos de contato entre grãos adjacentes.

Uma evolução direta do método proposto é estudo multi-escala da erosão sobre a separação de objetos utilizando a transformada *watershed*, realizando um estudo estatístico sobre a separação ou não de dois objetos, eliminando grande parte das classificações indevidas ocorridas no método proposto.

Pode-se utilizar métodos alternativos para determinar as forças a partir da imagem de tomógrafo, em especial pode-se fazer um estudo multi-escala do efeito da dilatação dos grãos ao efetuar o cálculo dos planos de contato entre dois grãos, verificando o efeito que este parâmetro teria sobre a rede final.

Do ponto de vista da continuação natural do trabalho, a análise através de redes complexas até então desenvolvida foi baseada unicamente na propriedade *strength* da rede, porém existem diversas outras propriedades e características que podem ser exploradas. Até mesmo a análise do *strength* pode ter novas ramificações, como o estudo morfológico e fractal das regiões que são classificadas como parte do arco.

Pode-se realizar ensaios tomográficos distintos, utilizando novas amostras de soja para que as redes formadas apresentem maior variabilidade estatística, ou mesmo verificar o comportamento do método ao utilizar-se novos tipos grãos, ou verificar o seu comportamento ao analisar grupos compostos de grãos, contendo tipos diferentes de grão.

A partir de diversas propriedades de redes provenientes de várias amostras do mesmo tipo de grão seria possível definir uma rede característica daquele grão. Desta forma, pode-se propor a simulação de redes artificiais de qualquer tamanho, simulando-se assim o comportamento dos grãos em invólucros de diferentes formas, procurando minimizar o aparecimento de arcos. Também é possível criar redes de invólucros de qualquer tamanho, simulando o comportamento específico daquele grão dentro de um silo de armazenamento.

REFERÊNCIAS

- 1 JAEGER, H.; SHINBROT, T.; UMBANHOWAR, P. Does the granular matter? **Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America**, v. 97, n. 24, p. 12959-12960, 2000.
- 2 ZURIGUEL, I.; PUGNALONI, L. A.; GARCIMARTÍN, A.; MAZA, D. Jamming during the discharge of grains from a silo described as a percolating transition. **Physical Review E**, v. 68, n. 3, p. 030301(R), 2003.
- 3 ZURIGUEL, I.; GARCIMARTÍN, A.; MAZA, D.; PUGNALONI, L. A.; Pastor, J. M. Jamming during the discharge of granular matter from a silo. **Physical Review E**, v. 71, n. 5, p. 051303, 2005.
- 4 LONGJAS, A.; MONTEROLA, C.; SALOMA, C. Force analysis of jamming with disks of different sizes in a two-dimensional hopper. **Journal of Statistical Mechanics**, v. 2009, p. P05006, 2009. doi:10.1088/1742-5468/2009/05/P05006.
- 5 DYM, C. L.; WILLIAMS, H. E. Stress and displacement estimates for arch. **Journal of Structural Engineering**, v. 137, n. 1, p. 49-58, 2011. doi:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000267.
- 6 NEWMAN, M. E. J. The structure and function of complex networks. **SIAM Review**, v. 45, n. 2, p. 167-256, 2003.
- 7 SIEMENS, A. O. N.; HECKE, M. Jamming: a simple introduction. **Physica A**, v. 389, n. 20, p. 4255-4264, 2010.
- 8 TO, K.; LAI, P-Y.; Pak, H. K. Flow and jam of granular particles in a two-dimensional hopper. **Physica A**, v. 315, n. 1-2, p. 174-180, 2002.
- 9 BRISCOE, C.; SONG, C.; WANG, P.; MAKSE, H. A. Jamming III: characterizing randomness via the entropy of jammed matter. **Physica A**, v. 389, n. 19, p. 3978-3999, 2010.
- 10 DONEV, A.; TORQUATO, S.; STILLINGER, F. H.; CONNELLY, R. A linear programming algorithm to test for jamming in hard-sphere packings. **Journal of Computational Physics**, v. 197, p. 139-166, 2004. doi:10.1016/j.jcp.2003.11.022.
- 11 KOBYLKA, R.; MOLEND, M. DEM modelling of silo load asymmetry due to eccentric filling and discharge. **Powder Technology**, v. 233, p. 65-71, 2013. doi:10.1016/j.powtec.2012.08.039.
- 12 GONZALEZ, R. C.; WOODS, R. E. **Digital image processing**. 3rd ed. Upper Saddle River: Pearson/Prentice Hall, 2008.
- 13 COSTA, L. da F.; CESAR, R. M. **Shape classification and analysis theory and practice**. 2nd ed. Boca Raton: CRC Press, 2009.

14 DOUGHERTY, E. R.; LOTUFO, R. A. **Hands-on morphological image processing**. Bellingham, Wash: SPIE Optical Engineering Press, 2003. 272 p.

15 MA, Y. **An invitation to 3-D vision from images to geometric models**. New York: Springer, c2004. 526 p.

16 HIGHDIM. Disponível em: <http://www.highdim.com/solutions/images/manix_original.png>. Acesso em 14 abr. 2015

17 HOUNSFIELD, G. N. Computerized transverse axial scanning (tomography). 1. description of system. **British Journal of Radiology**, v. 46, n. 552, p. 1016-1022, 1973.

18 ROSS, S. M. **A first course in probability**. 8th ed. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2010.

19 WIKIPEDIA. Disponível em: <http://en.wikipedia.org/wiki/Histogram#mediaviewer/File:Black_cherry_tree_histogram.svg>. Acesso em 01 fev. 2015

20 WILDSHOTS. Disponível em: <<http://www.wildshots.ca/wp-content/uploads/2008/11/wj7v14021.jpg>>. Acesso em 01/02/2015

21 GUIDORIZZI, H. L. **Um curso de cálculo**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011. v. 2.

22 CRUVINEL, P. E.; PEREIRA, M. F. L.; SAITO, J. H.; COSTA, L. F. Performance improvement of tomographic image reconstruction based on DSP processors. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 58, n. 9, p. 3295-3304, 2009.

23 NUSSENZVEING, H. M. **Curso de física básica: ótica, relatividade e física quântica**. 4. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2002. v. 4

24 CORMACK, A. M. Nobel award address: early two-dimension reconstruction. **Medical Physics**, v. 7, n. 4, p. 277-282, 1980.

25 OSGOOD, B. **Lecture Notes for EE 261: the fourier transform and its applications**. Disponível em: <<http://see.stanford.edu/materials/lsoftaee261/book-fall-07.pdf>>. Acesso em: 19 abr. 2013.

26 KIBBLE, T. W. B.; BERKSHIRE, F. H. **Classical mechanics**. 5th ed. London: London Imperial College Press, 2004.

27 MILGRAM, S. The small world problem. **Psychology Today**, v. 2, n. 1, p. 60–67, 1967.

28 VRECH, G. R. **Modelando a atenção seletiva e a saliência visual através de redes complexas**. 2010. 130 p. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

29 NEWMAN, M. **Networks: an introduction**. Oxford: Oxford University Press, 2010

- 30 ROCHA, L. E. C. **Redes acopladas: estrutura e dinâmica**. 2007. 123 p. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.
- 31 COSTA, L. F.; RODRIGUES, F. A.; TRAVIESO, G.; BOAS, P. R V. Characterization of complex networks: a survey of measurements. **Advances in Physics**, v. 56, n. 1, p. 167-242, 2007.
- 32 BARABÁSI, A.-L.; ALBERT, R. Emergence of scaling in random networks. **Science**, v. 286, n.5439, p. 509–512, 1999.
- 33 SOLOMONOFF, R.; RAPOPORT, A. Connectivity of random nets. **Bulletin of Mathematical Biology**, v. 13, n. 2 p. 107–117, 1951.
- 34 ERDÖS, P.; RÉNYI, A. On random graphs. **Publicationes Mathematicae**, v. 6, p. 290–297, 1959.
- 35 PRICE, D. J. D. S. A general theory of bibliometric and other cumulative advantage processes. **Journal of the American Society for Information Science**, v. 27, n. 5, p. 292–306, 1976.
- 36 ALBERT, R.; BARABÁSI, A.-L. Statistical mechanics of complex networks. **Reviews of Modern Physics**, v. 74, n.1, p. 47–97, 2002.
- 37 EMBRAPA. Disponível em: <<https://www.embrapa.br/produtos-e-mercado/cultivares>> Acesso em 16 abr. 2015.
- 38 TAKEMOTO, E. et al. Composição química da semente e do óleo de baru (*Dipteryx alata* Vog.) nativo do município de Pirenópolis, Estado de Goiás. **Revista do Instituto Adolfo Lutz**, v. 60, n. 2, p. 113-117, 2001.
- 39 ÁVILA, G. A. C. A. Cultura da bucha. Disponível em: <<http://www.emater.mg.gov.br/doc%5Csite%5Cserevicoseprodutos%5Clivraria%5COleicultura%5CA%20cultura%20da%20Bucha.pdf>>. Acesso em 16 abr. 2015
- 40 FRANCIS, J. K. *Coffea arábica* L. United States Forest Service. Disponível em: <<http://www.fs.fed.us/global/iitf/pdf/shrubs/Coffea%20arabica.pdf>>. Acesso em 16 abr. 2015.
- 41 FREIRE, R. M. M. et al. Composição química de diferentes genótipos de gergelim. **Boletim de Pesquisa e Desenvolvimento**, v. 80, 2007.
- 42 CARVALHO, C. G. P. et al. **Cultivar de girassol BRS 324**, variedade com alto teor de óleo e precocidade. EMBRAPA, 2013.
- 43 ALVARENGA, I. C. **Armazenamento e fornecimento de linhaça**. 2012. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2012.
- 44 MARQUES, P. A. A.; SANTOS, A. C. P. Efeito de diferentes níveis de irrigação baseadas em frações do tanque classe sobre a produção de rabanete (*Raphanus sativus* L.). **Colloquium Agrariae**, v. 1, n. 2, p. 23-27, 2005.

45 KITTEL, C. **Introduction to solid state physics**. 8th ed. Hoboken, NJ: Wiley, c2005. 680 p.

46 SONG, C.; WANG, P.; MAKSE, H. A. A phase diagram for jammed matter. **Nature**, v. 453, p. 629-632, 2008. doi:10.1038/nature06981.