**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA DE SÃO CARLOS**

PEDRO ERNESTO SCHIAVINATTI TAVARES

**Consequências das Excitações Oscilatórias em
Condensados de Bose-Einstein**

São Carlos

2012

PEDRO ERNESTO SCHIAVINATTI TAVARES

Consequências das Excitações Oscilatórias em Condensados de Bose-Einstein

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Física do Instituto de Física de São Carlos da Universidade de São Paulo, para a obtenção do título de Mestre em Ciência.

Área de Concentração: Física Básica

Orientador: Dra. Kilvia Mayre Farias Magalhães

Versão Corrigida

(Versão original disponível na Unidade que aloja o Programa)

São Carlos

2012

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTA TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pelo Serviço de Biblioteca e Informação do IFSC,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Tavares, Pedro Ernesto Schiavinatti
Consequências das Excitações Oscilatórias em
Condensados de Bose-Einstein / Pedro Ernesto
Schiavinatti Tavares; orientadora Kilvia Mayre
Farias Magalhães - versão corrigida -- São Carlos,
2012.
103 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em
Física Básica) -- Instituto de Física de São Carlos,
Universidade de São Paulo, 2012.

1. Condensação de Bose-Einstein. 2. Modos
coletivos. 3. Excitação oscilatória. I. Magalhães,
Kilvia Mayre Farias, orient. II. Título.

Dedico este trabalho a:

meus pais, José e Vera;

meu irmão, Leonardo;

e à Patrícia.

Pelos grandes incentivos,

pelo gigante apoio e

pelo imenso amor.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por ter me dado forças durante a execução deste trabalho.

Aos meus pais (José e Vera) e ao meu irmão (Leonardo), pelo gigante amor que compartilhamos, por depositarem em mim uma grande confiança e, mesmo eu estando “longe”, sempre conseguiram me confortar e os sentir pertinho. Além, é claro, de serem os “pedreiros” de todo o alicerce da minha formação, onde muito me apoiiei. Amo enormemente vocês.

As minhas avós (*Dona Lourdes e Dona Ana*), por serem as responsáveis em manter acesa a chama que une nossas famílias.

A memória de meus avôs (Pedro e Ernesto) que, apesar de não tê-los conhecido, tenho consciência das grandes pessoas que foram.

A todos meus familiares (Família Schiavinatti e Família Tavares), que são muitos, agradeço pelas deliciosas confraternizações e por todo carinho dado a mim.

A Patrícia Fernanda Rossi, a mulher da minha vida, por todos momentos vividos juntos (que sejam eternos!), por me motivar nas momentos difíceis, por ter uma enorme paciência (principalmente quando “a culpa era da dissertação”) e, simplesmente, porque a amo. Aproveito para agradecer aos seus familiares por me amarem como um filho.

Aos meus amigos, CARNAPUNK, pela incrível união que nos fazem amigos de verdade e pelas conversas geniais embebidas no “néctar dos Deuses”, *believe my friends*. Em memória de João Augusto, que eternamente estará em nossos corações, afinal, *uma estrela nunca morre, apenas muda de lugar*.

A minha orientadora Kilvia, pelas incríveis conversas, pela valiosa e gigantesca ajuda na elaboração deste trabalho e por ser a primeira pessoa que me apresentou ao laboratório, o qual

tive a certeza de que seria minha futura “casa”.

Ao professor Vanderlei, por ter me dado a oportunidade de entrar no incrível mundo dos átomos, pela amizade e pela sua incrível capacidade de estar em todos os lugares ao mesmo tempo e, mesmo assim, ter tempo para discussões. Além de toda ajuda neste trabalho.

Ao Rodrigo, Emanuel, Gustavo, Guilherme e Áttis, por todo companheirismo nessa grande aventura, pelas compreensíveis explicações, por dividirmos a mesma “bancada experimental” de onde os dados deste trabalho foram produzidos e pela grande ajuda na elaboração desta dissertação.

Ao Giacomo, pelo seu contagiante entusiasmo e sua imensa alegria em ensinar e discutir física, me deixando muito apaixonado pela vida no LAB. De quem, sábias palavras levarei para sempre.

Ao professor Daniel Magalhães, o “Dani”, pela amizade e por sua incrível capacidade de resolver um problema em um estalar de dedos. Aproveito esse parágrafo para agradecer a Stella e todos do LAB do relógio atômico.

Aos professores de Joinville, André e Ricardo, e seus alunos, Anne e Amilson. Por trazerem a simpatia e o ar, alegre e contagiante, de Santa Catarina.

Aos professores Frederico D. Nunes e Philippe W. Courteille, pelos valiosos ensinamentos acerca do gigante mundo da física experimental e teórica.

Aos professores Marcelo Martinelli e Celso Jorge Villas-Bôas que argumentaram maravilhosas sugestões para enriquecer esse trabalho.

Aos amigos do LAB: Jorge, Patrícia, Freddy, Sérgio, Cora, Rafael, Edwin, Franklin, Karina, Dominik, Helmar, Andrés, Romain, e também à galera dos teóricos, Edmir, Mônica, Rafael e Ednilson. Por todas as produtivas e não produtivas conversas nesta nossa jornada diária.

A todo pessoal do LAB da Biofotônica, pelas amizades e por animarem o grupo.

Ao pessoal do LIEPO, João, Denis, Leandro, André e Sheila. Pela dedicação, companhei-

rismo, discussões, esclarecimentos e, sem dúvidas, pelo delicioso café.

Ao pessoal do LAT, Igor e Hélio, não apenas pelo importante apoio técnico, mas também pelas incríveis conversas.

A todos meus companheiros de sala de aula e os vizinhos de LAB.

As secretárias e amigas, Isabel, Benê e Cristiane, pelo carinho, pela atenção, dedicação e pelo trabalho maravilhoso e indispensável que fazem todos os dias.

A todos os membros do Grupo de Óptica.

Aos funcionários do Serviço de Pós-Graduação do IFSC, Silvio, Ricardo e Patricia. Pelo excelente trabalho e verdadeiro compromisso com todos os estudantes do IFSC.

Aos funcionários da biblioteca, especialmente à Maria Neusa, pelo sua grande dedicação em nos atender com grande atenção.

Aos funcionários da gráfica do IFSC, especialmente ao Ítalo, por sua capacidade de fazer seus perfeitos serviços em um curto intervalo de tempo (e, as vezes, põe curto nisso!).

A Universidade de São Paulo e ao Instituto de Física de São Carlos, por fazerem parte de minha formação profissional, desde os tempos de graduação.

A FAPESP que financiou este projeto de mestrado. Gostaria também manifestar meu grande respeito a esta instituição pelo seu enorme esforço em fortalecer o desenvolvimento e a pesquisa no Brasil.

*"The future belongs to those who believe
in the beauty of their dreams."*

— ELEANOR ROOSEVELT (1884 - 1962)

*"Se viver é esperar a morte,
O suicídio é a solução.
Eu prefiro marcar no mundo
a minha história
a minha paixão."*

— NACL - PAIXÃO PELA VIDA (2005)

*"De que serve ao homem
conquistar o mundo inteiro
se perder a alma?"*

— MARCOS 8:36

RESUMO

TAVARES, P. E. S. **Consequências das Excitações Oscilatórias em Condensados de Bose–Einstein**. 2012. 103 p. Dissertação (Mestrado) - Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

Neste trabalho, estudamos as consequências causadas em um condensado de Bose–Einstein de átomos de ^{87}Rb quando sujeito a uma excitação oscilatória externa. Para a produção do condensado utilizamos técnicas de resfriamento atômico, como o resfriamento a laser e o resfriamento evaporativo, em átomos aprisionados em uma armadilha magnética harmônica. A excitação externa é produzida através de um campo magnético quadrupolar oscilatório que é sobreposto ao campo de aprisionamento. Para uma forma fixa dessa excitação, observamos que podemos excitar modos coletivos de oscilação na amostra de condensado, em especial analisamos os modos *breathing*, dipolar, quadrupolar e o *scissor mode*. Durante o movimento dipolar do condensado na armadilha magnética, identificamos que há um escoamento contrapropagante do condensado em relação à nuvem térmica que o permeia. Esse escoamento é analisado como um movimento de dois fluidos, onde o condensado desempenha o papel de um superfluido e a nuvem térmica o de um fluido normal. Irregularidades na superfície do condensado são observadas e seus comprimentos característicos crescem na região dos pontos de retorno do movimento dipolar do condensado. Nesses pontos, a forma das irregularidades sugerem estar relacionadas com o processo de geração de vórtices na amostra superfluida. Com base nestas análises, determinamos o valor da velocidade relativa dos fluidos e qual deve ser, tipicamente, o valor da velocidade relativa crítica para que as irregularidades se tornam maiores, possibilitando a geração de vórtices. As análises apresentadas neste trabalho são dedicadas a entender os mecanismos que possibilitaram, em nosso sistema, a observação de vórtices, turbulência quântica e a granulação do condensado, em 2009.

Palavras-chave: Condensação de Bose–Einstein. Modos coletivos. Excitação oscilatória.

Abstract

TAVARES, P. E. S. **Consequences of Oscillatory Excitations in Bose–Einstein condensate.** 2012. 103 p. Dissertation (Master) - Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

In this work we have studied the effects caused by an external oscillatory excitation in a Bose–Einstein condensate of ^{87}Rb . The condensate is produced through by atomic laser cooling techniques, as laser cooling and evaporative cooling, for trapped atoms in a harmonic magnetic trap. The external excitation is generated by an oscillating magnetic quadrupole field superimposed to the trapping field. For a fixed type of excitation, we observe that collective modes of oscillation are excited in the condensate sample, particularly we analyze the dipole mode, quadrupole and scissor mode. During the motion of the condensate in dipolar mode inside the magnetic trap, we have identified a counterflow, i. e. a relative motion between the condensate and the thermal cloud. This flow is analyzed as a two fluids motion, where the condensate plays the role of a superfluid and the thermal cloud a normal fluid. Irregularities on the condensate surface are observed and their characteristic lengths grow in the turning point regions of this dipolar motion. At these points, the shape of this irregularities seems to be related to the vortices generation process in a superfluid sample. Based on this analysis, we determine the velocity of the counterflow and the critical velocity for the irregularities to become larger, allowing the generation of vortices. The analyses presented in this work are dedicated to understand the mechanisms that allowed in our system the observation of vortices, quantum turbulence and the condensate granulation, in 2009.

Keywords: Bose–Einstein condensation. Collective modes. Oscillatory excitations.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Função de onda do condensado, $\phi(x)$, aprisionado no potencial unidimensional tipo central $U_{ext}(x)$	40
Figura 3.1 - Esquema experimental mostrando as câmaras, bombas de vácuo e dispenser.	42
Figura 3.2 - Comparação entre o tempo de vida na armadilha magnética quando estamos utilizando <i>dispensers</i> e utilizando o LIAD.	44
Figura 3.3 - Esquema da mesa óptica mostrando os lasers e os principais elementos ópticos utilizados para geração dos feixes e frequências necessárias. . .	45
Figura 3.4 - Estrutura hiperfina da transição D ₂ do ⁸⁷ Rb. Destacamos as frequências de interesse mostrando onde cada feixe é sintonizado.	46
Figura 3.5 - Carregamento do MOT2 do começo até a saturação e o decaimento quando o <i>Push</i> é desligado.	49
Figura 3.6 - Estrutura de níveis com quebra da degenerescência de spin e esquema de funcionamento do bombeamento ótico.	51
Figura 3.7 - Configuração quadrupolo-Ioffe (QUIC) para gerar o campo da armadilha magnética. (a) Visão 3D. (b) Plano <i>xz</i> mostrando as dimensões envolvidas.	53
Figura 3.8 - Gráfico do perfil espacial de campo magnético para vários valores de corrente na Ioffe em comparação à corrente no quadrupolo. O centro do quadrupolo está em $x = 0$ mm. Para $I_{Ioffe}/I_{quadrupolo} = 0.8$ o mínimo de campo magnético está em $x \approx 7$ mm.	54

Figura 3.9 - Energias dos níveis vistos por projeções de spin diferentes mostrando onde ocorre a indução por fótons de RF que leva ao resfriamento evaporativo.	55
Figura 3.10 - Esquema demonstrando como é feita a normalização da imagem por absorção.	57
Figura 3.11 - Interface do programa de controle. Mostrando do lado direito a rampa de evaporação e do lado esquerdo a sequência de dados enviados durante todo o experimento.	61
Figura 3.12 - Interface do programa de aquisição de dados. Mostrando uma típica imagem de absorção normalizada.	61
Figura 3.13 - Interface do programa de análise. Mostrando, nas duas direções, o perfil de densidade óptica da imagem (curva azul), o perfil gaussiano (curva rosa) e o perfil Thomas-Fermi (curva vermelha).	62
Figura 3.14 - Foto das bobinas de excitação mostrando posicionamento em relação à Ioffe.	63
Figura 3.15 - (a) Esquema ilustrativo mostrando a posição das bobinas de excitação em relação à Ioffe. (b) Simulação das linhas de equipotenciais da superposição do campo de excitação ao campo de aprisionamento onde (i-iii) mostram essas linhas no plano xy e (iv-vi) mostram no plano xz ; A linha tracejada vermelha mostra a posição do mínimo de potencial quando $t = 0$	64
Figura 4.1 - Ilustração dos modos coletivos em um condensado de Bose-Einstein. Essa figura se refere aos modos fundamentais de cada modo coletivo. . .	71
Figura 4.2 - Movimento do condensado na armadilha magnética, após ter sido excitado. (a-f) Algumas imagens desse movimento, onde o <i>wait time</i> é mostrado. (h) Todas imagens do movimento do condensado na armadilha, onde a imagem central é um condensado sem excitação.	73

Figura 4.3 - Modo Dipolar visto nos dois eixos da imagem. As curvas verdes pontilhadas são ajustes senoidais aos pontos do gráfico.	74
Figura 4.4 - Raio do condensado em função do <i>wait time</i> . As curvas em verde mostram os ajustes de uma função senoidal aos dados do gráfico.	75
Figura 4.5 - Ângulo do eixo longo de simetria da nuvem atômica em função do <i>wait time</i> , mostrando a presença do modo <i>scissors</i>	76
Figura 5.1 - Sequência do perfil de densidade durante a oscilação na armadilha magnética.	82
Figura 5.2 - Resultado do ajuste bimodal ao perfil de densidade no eixo longo da nuvem atômica, em $t_w = 6,6$ ms. O gráfico do perfil de densidade foi feito em densidade óptica. Os pontos CM1 e CM2 mostram as posições do centro de massa da nuvem térmica e do condensado, respectivamente.	83
Figura 5.3 - Distância relativa entre o centro de massa da nuvem superfluida e da nuvem térmica para o (a) eixo longo e (b) eixo curto. (a,b) As linhas pontilhadas são ajustes senoidais.	84
Figura 5.4 - Processo para análise da superfície do condensado. (a) Nuvem atômica, (b) Região do condensado, (c) Superfície do condensado (d) Irregularidades na interface entre o superfluido e o fluido normal.	86
Figura 5.5 - Comprimento característico das irregularidades do superfluido em função do <i>wait time</i> . A linha preta pontilhada é apenas para unir os pontos. A linha verde pontilhada indica o valor do <i>healing length</i> para nossa nuvem condensada.	87
Figura 5.6 - Imagem de absorção da nuvem em $t_w = 6,4$ ms. As setas indicam onde a forma das irregularidades sugerem o início de vórtices.	87

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

<i>BEC</i>	<i>Bose–Einstein Condensate</i> (Condensado de Bose–Einstein).
<i>CBE</i>	Condensação de Bose–Einstein.
<i>GPE</i>	<i>Gross-Pitaevskii Equation</i> (Equação de Gross-Pitaevskii).
<i>MOT</i>	<i>Magnetic–Optical trap</i> (Armadilha Magneto-Óptica).
<i>MOT1</i>	MOT produzido na primeira câmara de vácuo.
<i>MOT2</i>	MOT produzido na segunda câmara de vácuo.
<i>LIAD</i>	<i>Light-Induced Atom desorption</i> (Adsorção Atômica Induzida por Luz).
<i>AOM</i>	<i>Acousto-Optic Modulator</i> (Modulador Acustico-Óptico).
<i>VCO</i>	<i>Voltage-Controlled Oscillator</i> (Oscilador Controlado por Tensão).
<i>QUIC</i>	<i>Quadrupole-Ioffe Configuration</i> (Configuração Quadrupolo-Ioffe).
<i>RF</i>	<i>Radio-Frequency</i> (Frequência de Radio).
<i>TOF</i>	<i>Time Of Flight</i> (Tempo de voo livre).
<i>OD</i>	<i>Optical Density</i> (Densidade Óptica).
<i>BdG</i>	Bogoliubov–de Gennes.

SUMÁRIO

1	Introdução	25
1.1	Aspectos Gerais	25
1.2	Apresentação do trabalho	27
2	A Condensação de Bose–Einstein: Introdução Teórica	31
2.1	Gás bosônico não-interagente	31
2.1.1	Confinado em um potencial tipo caixa	31
2.1.2	Confinado em um potencial harmônico	33
2.2	Gás bosônico interagente	34
2.2.1	A equação de Gross-Pitaevskii.	35
2.2.2	A aproximação de Thomas-Fermi.	37
2.2.3	<i>Healing length</i>	39
3	A Condensação de Bose–Einstein: Produção Experimental	41
3.1	Câmaras de vácuo e fontes de átomos	42
3.2	O Sistema de lasers	44
3.3	Armadilha Magneto-Óptica (MOT) de ^{87}Rb	46
3.4	A transferência atômica entre os MOTs	48
3.5	Compressão do MOT2 e resfriamento sub-Doppler	50

3.6	Bombeamento óptico	50
3.7	A armadilha magnética	52
3.8	Resfriamento evaporativo	54
3.9	Imagem por absorção	56
3.10	Programas de controle, aquisição e análise	60
3.11	Bobinas adicionais para geração das excitações no BEC	62
4	Modos coletivos em Condensados de Bose–Einstein	65
4.1	Introdução	65
4.1.1	Excitações elementares em um condensado de Bose-Einstein	65
4.1.2	Equações hidrodinâmicas do condensado	67
4.2	Modos coletivos: Descrição	68
4.3	Modos coletivos: Observação experimental	72
4.3.1	Modo dipolar	72
4.3.2	Modo quadrupolar e Modo <i>Breathing</i>	75
4.3.3	Modo <i>Scissors</i>	76
5	Escoamento contrapropagante e irregularidades na superfície do condensado	79
5.1	Introdução e Motivação	79
5.2	Escoamento contrapropagante	81
5.3	Irregularidades na superfície do condensado	85
6	Conclusões	91
	REFERÊNCIAS	95

1 *Introdução*

1.1 Aspectos Gerais

Mesmo antes da consolidação da Mecânica Quântica, que foi marcada com a publicação do artigo de Heisenberg (1), a idéia da Condensação de Bose–Einstein (CBE) já havia sido predita em 1924 por Satyendra Nath Bose com seus trabalhos sobre fótons (2)*, e em 1925 na generalização dos trabalhos de Bose, feitos por Albert Einstein, para partículas massivas (4)†.

Em linhas gerais, dizemos que a CBE é a manifestação macroscópica da natureza quântica da matéria, como por exemplo, a superfluidez no Hélio líquido (6). Em um condensado de Bose-Einstein (BEC) todas as partículas estão em um estado de partícula única e, portanto, a marca da ocorrência da CBE é baseada no aumento da densidade no espaço de fases da amostra atômica.

Tipicamente, condensados de Bose–Einstein de gases diluídos possuem temperatura e densidade da ordem de 10^2 nK e 10^{14} átomos/cm³, números que tornaram a busca pela CBE uma longa jornada de grandes avanços científicos, onde podemos destacar o desenvolvimento de técnicas de resfriamento atômico utilizando luz e o aprisionamento de átomos em armadilhas ópticas e/ou magnéticas (7, 8, 9)‡ e a técnica de resfriamento evaporativo (10). Em 1995, três grupos independentemente e em espécies atômicas diferentes conseguiram produzir experimentalmente condensados de Bose–Einstein: em amostras de ⁸⁷Rb pelo grupo de E. A. Cornell (11),

* A tradução deste artigo pode ser encontrada em (3).

† A tradução deste artigo pode ser encontrada em (5).

‡ Trabalhos que foram premiados com o Nobel de Física no ano de 1997.

em ^{23}Na pelo grupo de W. Ketterle (12) e em ^7Li pelo grupo de R. G. Hulet (13).

A partir deste marco histórico, a CBE se transformou rapidamente em um dos maiores tópicos de pesquisa, tanto teórica quanto experimental, da física moderna. Todo este interesse se deve às séries de questões fundamentais, às características físicas excepcionais que amostras condensadas possuem e à possibilidade de controle de muitos parâmetros deste sistema. Isto inclui o controle do número de partículas, da densidade, do potencial externo, da temperatura e, ainda, das interações atômicas, que é feito por meio das ressonâncias de Feshbach (14), permitindo a criação desde amostras fortemente atrativas a fortemente repulsivas passando pela produção de condensados de livro-texto, onde há ausência de interação (15, 16).

Por estas razões os condensados se tornaram um ótimo sistema de estudo para diversas áreas da física: em termodinâmica, a CBE é uma transição de fase de um gás de bósons para um novo estado da matéria, onde o potencial químico se anula e é mantido nulo, com o decréscimo da temperatura (17); em mecânica estatística, é um fenômeno onde há uma macro-ocupação das células elementares do espaço de fases (18); em mecânica quântica, é a superposição de ondas de de Broglie dando origem a uma onda de matéria coerente, possibilitando a produção de laser de átomos (19) e a observação de espalhamento por ondas-s, p e d (20); em teoria quântica de campos, os condensados são estudados como um fenômeno de quebra espontânea de simetria (21, 22).

Por fim, o grande interesse dos recentes estudos experimentais está na conexão entre condensados de Bose–Einstein com a física de matéria condensada e com a física de muitos corpos. Em relação à primeira podemos destacar a produção de uma rede cristalina com BEC em rede óptica (23) e o estudo sobre a localização de Anderson (24), à segunda destacamos o fenômeno da superfluidez presente em condensados (25) e os estudos de vórtices quantizados nessas amostras (26, 27, 28, 29).

1.2 Apresentação do trabalho

Em nosso grupo, as pesquisas experimentais em condensados de Bose–Einstein tiveram seu marco inaugural em 2004 (30), onde átomos de sódio foram resfriados até a obtenção da degenerescência quântica. Atualmente, em um sistema experimental destinado a BEC de átomos de ^{87}Rb , uma das linhas de pesquisa está enfatizada em estudar a formação de vórtices e turbulência em BEC (31, 28). É neste contexto que o trabalho desenvolvido nesta dissertação está inserido. Mais especificamente veremos de quais formas o condensado reage quando excitado por campos magnéticos oscilatórios.

Começaremos, no capítulo 2, a revisar os fundamentos básicos, teóricos e experimentais, sobre condensado de Bose–Einstein. Na seção 2.1 veremos a descrição de um gás de bósons não-interagentes confinados tanto em potencial tipo caixa quanto em potencial harmônico. Na seção 2.2 veremos as correções do tratamento anterior para um gás de bósons interagentes, o que nos levará à equação de Gross-Pitaevskii.

No capítulo seguinte 3 faremos uma descrição da produção do condensado de Bose-Einstein em nosso experimento. Iniciaremos apresentando o sistema de vácuo e as nossas fontes de átomos de ^{87}Rb , seção 3.1, em seguida será mostrado o sistema de lasers e os processos de preparação dos feixes de luz que são utilizados no experimento, seção 3.2. Na seção 3.3 a primeira forma de aprisionamento atômico utilizado: a armadilha magneto-óptica. Os átomos liberados no sistema são capturados por esta armadilha e em seguida transferidos a uma outra armadilha do mesmo gênero, porém em uma região de ultra-vácuo, processo que é descrito na seção 3.4. Com o intuito de transferir os átomos a uma armadilha puramente magnética, devemos rapidamente comprimi-los, resfriá-los e bombeá-los em um estado de spin aprisionável, etapas que são descritas nas seções 3.5 e 3.6. Esta armadilha magnética é do tipo QUIC e seus detalhes serão apresentados na seção 3.7.

Uma vez aprisionados nesta armadilha, os átomos são submetidos ao processo de resfriamento evaporativo, seção 3.8, o qual permitirá à amostra atingir a densidade no espaço de fases

necessária para a ocorrência da CBE. O diagnóstico de nossas amostras ultra-frias é feito através de uma imagem de absorção da nuvem atômica. A seção 3.9 é destinada a expor as grandezas que podemos extrair por esse método. A seção seguinte, 3.10, apresenta como é feito o controle do experimento, a aquisição e análise dos dados. Por fim, após ter descrito o funcionamento do experimento como um todo, mostraremos o sistema utilizado para gerar a excitação oscilatória que será aplicada ao condensado, seção 3.11.

No capítulo 4, iremos analisar os modos coletivos acoplados no condensado após termos aplicado a excitação descrita acima. Iniciaremos esse capítulo descrevendo quais são as equações hidrodinâmicas que regem o movimento do condensado, seção 4.1, e os tipos de modos coletivos que um condensado aprisionado em uma armadilha harmônica pode exibir, seção 4.2. Na sequência vamos analisar quais modos coletivos fundamentais estão sendo excitados em nosso condensado, seção 4.3, onde veremos que os modos monopolar, dipolar e quadrupolar estão presentes na nossa amostra condensada.

O capítulo 5 apresenta outras duas características exibidas pela nuvem condensada (superfluido) durante seu movimento na armadilha de aprisionamento. Esse capítulo é iniciado com uma introdução e motivação ao estudo desses movimentos, seção 5.1, baseadas no fato de encontrar ferramentas que nos auxiliam a avaliar se o movimento da nuvem atômica será capaz de gerar vórtices no superfluido.

A seção 5.2 apresenta a primeira destas características a qual trata-se de um movimento interno na nuvem atômica, caracterizado por um escoamento contrapropagante do superfluido (condensado) em relação ao fluido normal (nuvem térmica). Esse movimento será analisado como um sistema de dois fluidos, de onde extrairemos uma informação importante em relação à velocidade relativa entre os fluidos.

A segunda característica é o aparecimento de irregularidades na superfície do superfluido, seção 5.3, as quais mostraremos estarem relacionadas com a geração de vórtices em superfluidos atômicos e, utilizando o resultado da seção anterior, encontraremos uma forma de caracterizar se a excitação aplicada ao condensado é capaz de gerar vórtices ou até mesmo, evoluir a um

estado de turbulência quântica.

Finalizamos esse trabalho no capítulo 6 onde apresentamos as conclusões gerais desse trabalho, sua importância para o entendimento do mecanismo de geração de vórtices e a evolução ao estado de superfluido quântico, e as perspectivas de futuros experimentos na pesquisa em superfluides utilizando condensados de Bose–Einstein.

2 *A Condensação de Bose–Einstein: Introdução Teórica*

Neste capítulo apresentamos uma introdução teórica sobre a condensação de Bose-Einstein, onde nos basearemos no tratamento de livro-texto (18, 17), o tratamento de gás de bósons não-interagentes será usado como referência (32). Para tornar este desenvolvimento mais real, discutiremos, em seguida, o efeito das interações neste sistema, onde será abordado o trabalho apresentado em (33, 34).

2.1 Gás bosônico não-interagente

2.1.1 Confinado em um potencial tipo caixa

Consideremos um gás de bósons não-interagentes, contido em uma caixa de volume V e cada partícula com massa m . A distribuição de partículas n_ϵ , nos níveis de energia ϵ , obedece à distribuição de Bose-Einstein:

$$n_\epsilon = \frac{1}{\exp\left(\frac{\epsilon - \mu}{k_B T}\right) - 1} \quad (2.1)$$

onde μ é o potencial químico, k_B é a constante de Boltzmann e T é a temperatura do sistema.

Se somarmos a equação (2.1) em todos estados, iremos obter o número total de partículas contidas na caixa,

$$N = \sum_{n_\epsilon=0}^{\infty} n_\epsilon \quad (2.2)$$

Podemos tratar esse sistema como um contínuo de estados energéticos se tomarmos uso da aproximação de que o espaçamento entre os níveis de energia é muito menor que $k_B T$, escala típica de energia do sistema, veja equação (2.1). Assim, definindo uma densidade de estados $\rho(\varepsilon)$ podemos transformar o somatório da equação (2.2) em uma integral,

$$N = N_0 + \int_0^\infty n_\varepsilon \rho(\varepsilon) d\varepsilon , \quad (2.3)$$

onde separamos o termo, N_0 , referente a população do estado fundamental ($\varepsilon = 0$) pois quando $\varepsilon \rightarrow 0$ temos que $\rho(\varepsilon) \rightarrow 0$.

Para bósons μ é sempre negativo, cresce monotonicamente com o decréscimo de T , e se estaciona no valor $\mu = 0$ para qualquer valor de $T \leq T_c$ (17). Nesse ponto onde $T = T_c$ ocorre uma transição de fase no sistema, pois quando $\mu = 0$ a integral da equação (2.3) assume seu valor máximo nos mostrando que o número de ocupação dos estados excitados estará maximizado, assim qualquer partícula colocada no sistema para $T \leq T_c$ ocupará imediatamente o estado fundamental, incrementando o valor de N_0 . Portanto, podemos escrever a fração de átomos no estado fundamental N_0/N :

$$\frac{N_0}{N} = \begin{cases} 0, & (T > T_c) \\ 1 - \frac{1}{N} \int_0^\infty \rho(\varepsilon) n_\varepsilon d\varepsilon, & (T \leq T_c) \end{cases} \quad (2.4)$$

A densidade de estados para o caso de partículas livres contidas em uma caixa de volume V pode ser expressada como

$$\begin{aligned} \rho(\varepsilon) &= \frac{2\pi(2m)^{3/2}}{h^3} \int \sqrt{\varepsilon} dV \\ &= \frac{2\pi(2m)^{3/2}}{h^3} V \sqrt{\varepsilon} . \end{aligned} \quad (2.5)$$

Se igualarmos $N_0 = 0$, $T = T_c$ e utilizarmos as equações (2.4) e (2.5), obtemos a condição em que o sistema exibe a transição de fase, como descrita acima,

$$\left(\frac{N}{V}\right) \left(\frac{h}{\sqrt{2\pi m k_B T_c}}\right)^3 = 2.612 . \quad (2.6)$$

Identificando o comprimento de onda térmico de de Broglie, $\lambda_{dB} = \frac{h}{\sqrt{2\pi m k_B T}}$, podemos

ter uma visão mais palpável dessa transição de fase: os pacotes de onda têm o tamanho do espaçamento entre os átomos e geram uma onda de matéria gigante.

Uma grandeza muito útil é a densidade de átomos no espaço de fases, a qual pode ser definida como $\vartheta = (N/V)\lambda_{dB}^3$. Essa grandeza nos fornece uma medida da ocupação do estado de partícula única no espaço de fase $(\mathbf{r}, \mathbf{p})$. A equação (2.6) mostra que, se a densidade de átomos no espaço de fases for maior que 2.612, haverá uma transição de fase e a esse fenômeno intitulamos como condensação de Bose-Einstein (CBE). Se utilizarmos os resultado da equação (2.5), podemos reescrever a equação (2.4) como função da temperatura do sistema, obtendo o resultado conhecido em livro-texto:

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^{3/2}, \quad (2.7)$$

para o parâmetro de ordem da transição.

2.1.2 Confinado em um potencial harmônico

Nesta seção analisaremos um caso mais realístico para a condensação de Bose-Einstein pois, apesar da análise anterior ser válida, não podemos reproduzi-la experimentalmente. Isso se deve ao fato de que não é possível produzir um condensado de Bose-Einstein em um potencial confinante com as condições de contorno de um potencial tipo caixa.

Tipicamente, o potencial de aprisionamento de gases ultrafrios é do tipo harmônico, da forma

$$U_{ext}(x, y, z) = \frac{m}{2}(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2), \quad (2.8)$$

onde ω_j é a frequência de oscilação na direção $j = x, y, z$.

Necessitamos encontrar uma forma mais geral para a densidade de estados $\rho(\varepsilon)$. Para isso vamos retomar a equação (2.5), porém agora devemos fazer a troca $\varepsilon \rightarrow \varepsilon - U_{ext}$.

Utilizando a equação (2.8) e seguindo os cálculos realizados em (35) obtemos

$$\rho(\varepsilon) = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon^2}{\hbar^3 \omega_x \omega_y \omega_z} . \quad (2.9)$$

Seguindo os passos realizados na seção anterior, para a temperatura crítica, obtemos neste caso a relação

$$T_c = \frac{0.941 \hbar (N \omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}}{k_B} , \quad (2.10)$$

essa equação descreve um critério equivalente ao da equação (2.6) para se determinar, no presente caso, em qual temperatura ocorre a transição de fase, T_c .

Nessa condição, a fração de átomos condensados é escrita como

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^3 . \quad (2.11)$$

Comparando a equação (2.11) com a equação (2.7), a qual foi obtida para um potencial tipo caixa, vemos que, em uma armadilha harmônica, as partículas ocupam o estado fundamental mais rapidamente, em função da temperatura, do que no caso anterior.

Na seção seguinte vamos analisar quais são os efeitos causados à nuvem atômica quando levamos em conta a interação entre as partículas.

2.2 Gás bosônico interagente

Condensados de Bose-Einstein em armadilhas possuem altas densidades ($\sim 10^{14}$ átomos/cm³) assim as interações entre as partículas desenvolvem um papel interessante quando estudamos a transição de fase, a função de onda, a dinâmica e as propriedades termodinâmicas do condensado. Nesta seção iremos introduzir a interação entre as partículas que serão descritas pelo Hamiltoniano de muitos corpos e usaremos a teoria de campo médio (aproximação de Hartree-Fock) para deduzir a equação de Gross-Pitaevskii (GPE) a qual descreve aproximadamente, e com muito sucesso, este sistema interagente. Para esta seção seguiremos o trabalho (33) e o livro (34).

2.2.1 A equação de Gross-Pitaevskii.

Em segunda quantização, o Hamiltoniano de muitos corpos que descreve um sistema de N bósons interagentes confinados em um potencial $U_{ext}(\mathbf{r})$ é dado por

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \int \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}) \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U_{ext}(\mathbf{r}) \right] \hat{\psi}(\mathbf{r}) d^3r \\ & + \frac{1}{2} \int \int \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}') [V(\mathbf{r} - \mathbf{r}')] \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}') \hat{\psi}(\mathbf{r}) d^3r d^3r' , \end{aligned} \quad (2.12)$$

onde $V(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ é o potencial de interação entre dois átomos e $\hat{\psi}(\mathbf{r})$ e $\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r})$ são os operadores de campo os quais são definidos da seguinte forma:

$$\hat{\psi}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k}} \Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \hat{b}_{\mathbf{k}} \quad \text{e} \quad (2.13)$$

$$\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k}} \Psi_{\mathbf{k}}^*(\mathbf{r}) \hat{b}_{\mathbf{k}}^\dagger , \quad (2.14)$$

onde o vetor $\mathbf{k}$ indica o estado da partícula e $\Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ é a função de onda da partícula no estado $\mathbf{k}$. Os operadores $\hat{b}_{\mathbf{k}}$ e $\hat{b}_{\mathbf{k}}^\dagger$ são, respectivamente, os operadores de aniquilação e criação de um bóson.

Para determinar a equação que descreve a função de onda do condensado $\Psi(\mathbf{r}, t)$, devemos substituir o Hamiltoniano da equação (2.12) na equação de Heisenberg para o operador $\hat{\psi}(\mathbf{r}, t)$ e usar as relações de comutação: $[\hat{\psi}(\mathbf{r}), \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}')] = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$; $[\hat{\psi}(\mathbf{r}), \hat{\psi}(\mathbf{r}')] = 0$; $[\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}), \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}')] = 0$; $[\hat{b}_{\mathbf{k}}, \hat{b}_{\mathbf{k}'}^\dagger] = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$ e $[\hat{b}_{\mathbf{k}}, \hat{b}_{\mathbf{k}'}] = [\hat{b}_{\mathbf{k}}^\dagger, \hat{b}_{\mathbf{k}'}^\dagger] = 0$. Após algumas manipulações algébricas obtemos:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \hat{\Psi}(\mathbf{r}, t) &= [\hat{\Psi}(\mathbf{r}, t), \hat{H}] \\ &= \left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + U_{ext}(\mathbf{r}) + \int \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}', t) V(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) \hat{\Psi}(\mathbf{r}', t) d^3r' \right] \hat{\Psi}(\mathbf{r}, t) . \end{aligned} \quad (2.15)$$

Neste estágio precisamos analisar a forma do potencial de atração entre os átomos $V(\mathbf{r}' - \mathbf{r})$. Apesar das altas densidades atômicas observadas em nuvens condensadas, essas nuvens podem ser ditas diluídas pois a distância média entre as partículas ($\sim 0.1 - 1 \mu\text{m}$) é muito maior do que o alcance típico das interações entre os átomos ($\sim 100 a_0$, ou seja, $\sim 5 \text{ nm}$) o que torna os efeitos de colisões entre dois átomos predominantes na amostra.

Logo a forma de $V(\mathbf{r}' - \mathbf{r})$ deve ser obtida da teoria de espalhamento (36) e, devido às baixas energias dos átomos em estudo, envolve apenas o espalhamento de onda-s. Assim,

$$V(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) = g \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) , \quad (2.16)$$

onde g é a interação efetiva entre os átomos, que está relacionada com a massa do átomo m e o comprimento de espalhamento a pela equação

$$g = \frac{4\pi\hbar^2}{m} a . \quad (2.17)$$

Note que se a interação é atrativa teremos $a < 0$ e se for repulsiva, $a > 0$.

Agora, iremos considerar que o gás está a temperatura igual a zero. Neste caso, esperamos que a maioria dos bósons estarão no estado fundamental do potencial, ou seja, a maioria das partículas estarão no estado com $\mathbf{k} = 0$. Assim, os operadores de campo das equações (2.14) e (2.14) podem ser aproximados a

$$\hat{\psi}(\mathbf{r}) = \Psi(\mathbf{r})\hat{b}_0 \text{ e} \quad (2.18)$$

$$\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}) = \Psi^*(\mathbf{r})\hat{b}_0^\dagger , \quad (2.19)$$

onde $\Psi_0(\mathbf{r}) \equiv \Psi(\mathbf{r})$ é a função de onda do condensado.

Aplicando as equações (2.16), (2.17), (2.19) e (2.19) no Hamiltoniano da equação (2.15) obtemos

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + U_{ext}(\mathbf{r}) + \frac{4\pi\hbar^2}{m} a |\Psi(\mathbf{r}, t)|^2 \right] \Psi(\mathbf{r}, t) , \quad (2.20)$$

que é a equação de Gross-Pitaevskii dependente do tempo.

Para retirar a dependência temporal dessa equação, basta notar que podemos separar as variáveis da função de onda $\Psi(\mathbf{r}, t)$,

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \phi(\mathbf{r}) e^{-i\frac{E_n}{\hbar} t} , \quad (2.21)$$

onde E_n são os níveis de energia que a função de onda pode adquirir na armadilha (também chamados de modos topológicos). Portanto a equação de Gross-Pitaevskii independente do tempo é

$$\left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + U_{ext}(\mathbf{r}) + g |\phi(\mathbf{r})|^2 \right] \phi(\mathbf{r}) = \mu \phi(\mathbf{r}) , \quad (2.22)$$

essa equação descreve um único estado (estado-base) e por conta disso a sua energia coincide com o potencial químico μ . Ela é uma equação de Schrödinger não-linear, onde a não-linearidade vem do termo de campo médio, proporcional à densidade de partícula $n(\mathbf{r}) = |\phi(\mathbf{r})|^2$.

Na ausência de interação ($g = 0$), a equação (2.22) se reduz a equação de Schrödinger para uma partícula, e se o potencial de aprisionamento for harmônico, teremos a equação de Schrödinger de um oscilador harmônico quântico assim, nesse caso, a função de onda do estado fundamental possui um perfil gaussiano, onde o comprimento do oscilador é

$$a_{ho} = \frac{\hbar}{m\omega_0} , \quad (2.23)$$

esse comprimento do oscilador é o raio, R , que a nuvem atômica apresenta no equilíbrio entre a energia cinética e a energia potencial do gás não interagente.

Quando adicionamos a interação, $g|\phi(\mathbf{r})|^2 = gn(\mathbf{r}) \approx gN/R^3$, vemos que é proporcional a R^{-3} e, por ser um termo adicional na energia potencial, temos que o equilíbrio entre a energia cinética e potencial será em uma distância maior (ou menor). Portanto, um dos efeitos da interação é aumentar (ou diminuir) o raio da nuvem atômica caso a interação for repulsiva (ou atrativa).

2.2.2 A aproximação de Thomas-Fermi.

Um regime energético de grande importância se estabelece quando o termo de interação gN tende a valores altos, assim a contribuição da energia de interação se torna muito maior do que a da energia cinética, portanto, nessa situação podemos desprezar o termo cinético. Esse regime é chamado de *Aproximação de Thomas-Fermi*.

Nessa aproximação, a equação (2.22) se reduz a

$$\left[U_{ext}(\mathbf{r}) + g|\phi(\mathbf{r})|^2 \right] \phi(\mathbf{r}) = \mu \phi(\mathbf{r}) . \quad (2.24)$$

A equação 2.24 é uma equação algébrica e possuiu uma solução simples:

$$|\phi(\mathbf{r})|^2 = \begin{cases} \frac{\mu - U_{ext}(\mathbf{r})}{g} & , \text{ se } \mu > U_{ext}(\mathbf{r}) \\ 0 & , \text{ se } \mu \leq U_{ext}(\mathbf{r}) \end{cases}, \quad (2.25)$$

essa solução descreve o perfil de densidade da nuvem condensada.

No caso em que o potencial de aprisionamento é harmônico, a equação (2.25) descreve uma parábola invertida e esse perfil é usualmente chamado de perfil Thomas-Fermi.

Para, potencial de aprisionamento que possui, em seu centro, valor nulo como é o caso do potencial harmônico, a equação (2.25) fornece uma relação para a densidade de pico,

$$n \equiv |\phi(\mathbf{0})|^2 = \frac{\mu}{g}. \quad (2.26)$$

Ainda para o caso do potencial harmônico, o raio da nuvem atômica em cada direção i do espaço, chamados de raios de Thomas-Fermi R_i , é dada pela solução da equação $n(\mathbf{r}) \equiv |\phi(\mathbf{r})|^2 = 0$, que fornece como resultado

$$R_i = \left(\frac{2\mu}{m\omega_i^2} \right)^{1/2}, \quad i = x, y, z. \quad (2.27)$$

Ambas grandezas calculadas nas equações (2.26) e (2.27) dependem do potencial químico μ , o qual pode ser calculado da condição de normalização da densidade, $N = \int n(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$, o que resulta em

$$\mu = \frac{\hbar \bar{\omega}_{ho}}{2} \left(\frac{15Na}{\bar{a}_{ho}} \right)^{2/5}, \quad (2.28)$$

onde $\bar{a}_{ho} = \sqrt{\hbar/m\bar{\omega}_{ho}}$ é o comprimento generalizado do oscilador e $\bar{\omega}_{ho} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$ é a frequência média de oscilação do potencial confinante.

Um efeito muito importante da interação está na mudança do perfil de densidades que, para partículas térmicas (nuvem térmica) é gaussiano e para partículas condensadas é o perfil Thomas-Fermi. Essa mudança no perfil é uma das assinaturas da condensação de Bose-Einstein. Na seguinte seção veremos outro efeito das interações, o *healing length*.

2.2.3 *Healing length.*

Vimos que a aproximação de Thomas-Fermi descreve muito bem um BEC aprisionado em um potencial que varia lentamente no espaço. Porém, no caso de uma perturbação local ou no caso em que o BEC está aprisionado em um potencial tipo caixa, há uma variação abrupta no potencial. Nesses casos, não podemos negligenciar o termo da energia cinética (34).

Para entendermos melhor o que acontece nas regiões próximas de uma descontinuidade do potencial (por exemplo, nas paredes de um potencial tipo caixa), vamos analisar o comportamento da função de onda do condensado quando aprisionado em um potencial unidimensional, onde $U_{ext}(x) = 0$ para $x \geq 0$ e infinito para $x < 0$. A equação de Gross-Pitaevskii independente do tempo, equação (2.22), para esse caso, juntando com o resultado da equação (2.26) nos leva à equação

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\phi(x)}{dx^2} + g \left[|\phi(x)|^2 - |\phi(0)|^2 \right] \phi(x) = 0 , \quad (2.29)$$

Aplicando as condições de contorno da função de onda, $\phi(0) = 0$ e $\phi(x \rightarrow \infty) = \phi_0$, obtemos como solução

$$\phi(x) = \phi_0 \tanh \left(\frac{x}{\sqrt{2} \xi} \right) , \quad (2.30)$$

onde ξ é o *healing length* e é expresso como

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{8\pi n a}} , \quad (2.31)$$

Assim, a equação (2.30) mostra como a função de onda do condensado varia nas proximidades de uma perturbação local. A figura 2.1 mostra um gráfico dessa função de onda, ilustrando a idéia do *healing length*, onde podemos notar que esta grandeza fornece uma medida da distância em que a função de onda do condensado varia de zero até o seu maior valor, quando sujeita a uma perturbação local.

A grande importância desta grandeza está no fato de que, ao produzir uma perturbação local no BEC, o tamanho desta perturbação é da ordem do *healing length*. Os vórtices produzidos em condensados, por serem uma perturbação local, possuem tamanho da ordem de ξ .

Figura 2.1 – Função de onda do condensado, $\phi(x)$, aprisionado no potencial unidimensional tipo central $U_{ext}(x)$.

A equação (2.31) mostra que $\xi \sim n^{-1/2}$, portanto, possui um valor muito maior em BEC (onde, $\xi \sim 1 \mu\text{m}$) do que em qualquer outro sistema bosônico de gases ultra-frios (por exemplo, em ^4He superfluido, $\xi \sim 0.1 \text{ nm}$). Esse fato torna o estudo de superfluidez em átomos condensados mais vantajoso, pois facilita a observação de vórtices.

No capítulo 5 estaremos interessados em analisar o mecanismo de geração de vórtices em nosso sistema, portanto o uso do conceito de *healing length* será fundamental.

3 A Condensação de Bose–Einstein: Produção Experimental

Nesse capítulo faremos uma breve descrição do sistema experimental utilizado para produzir o condensado de Bose–Einstein (BEC) que será estudado nos capítulos seguintes, para um detalhamento mais abrangente sugerimos uma consulta a Tese de Doutorado de *Henn, E. A. L.* (37).

Para atingir temperaturas tão baixas (~ 100 nK), são necessários vários processos de resfriamento. Primeiramente, aprisionamos átomos de ^{87}Rb em uma armadilha magneto-óptica (MOT) e depois os transferimos continuamente (através de um feixe laser) parte dos átomos que compõe este MOT para outra câmara, agora em um ambiente de alto vácuo (isto é, menor pressão), onde um segundo MOT é formado. Uma vez que este segundo MOT é carregado, os campos são desligados e a frequência da luz é alterada, de forma que o MOT é comprimido e ocorre o processo de resfriamento sub-Doppler. Logo depois, novos feixes selecionam um determinado estado de spin em um processo chamado bombeamento óptico, e os átomos são aprisionados em uma armadilha puramente magnética.

Nesta armadilha, ocorre o mais essencial dos processos (presente em qualquer experimento de BEC até o momento) chamado resfriamento evaporativo, culminando na produção do condensado de Bose–Einstein. Um campo magnético quadrupolar oscilante é usado para excitar modos oscilantes nessa amostra de BEC, essa excitação é o tema principal desse trabalho. A observação da amostra é feita através de uma imagem por absorção da nuvem expandida alguns milissegundos após ter sido liberada da armadilha.

3.1 Câmaras de vácuo e fontes de átomos

A fonte de átomos de Rubídio é um conjunto de *dispensers* (SAES Alkamax metal dispensers), esses são filamentos metálicos, contendo essencialmente Rubídio, que ao passar uma certa corrente libera parte desses átomos. A figura 3.1 mostra uma ilustração das câmaras de vácuo e dos dispensers.

Figura 3.1 – Esquema experimental mostrando as câmaras, bombas de vácuo e dispenser.

A primeira câmara, feita de vidro, tem forma de balão e apresenta oito janelas (seis para os feixes de MOT, uma para o feixe de transferência, *Push*, e uma para visualização) e duas saídas com flanges metálicas. Uma dessas saídas é conectada ao tubo de transferência que liga as duas câmaras, a outra segue por um *bellow* até uma bomba iônica (Varian-75 L/s). Além desta bomba, ao fim do *bellow*, acoplamos um *feedthrough* elétrico por onde são ativados os *dispensers*, os quais ficam localizados no início desta ramificação, bem próximos a região central desta câmara. A pressão nesta região é da ordem de 3×10^{-9} Torr.

O tubo de transferência que conecta as câmaras é formado por três partes: inicialmente por um tubo rígido de 4 mm de diâmetro e 13 cm de comprimento; depois, um tubo flexível (para absorver torques evitando tensões excessivas nas câmaras de vidro) de aço inox com 6 mm de diâmetro e 20 cm de comprimento; por fim, um tubo rígido de 6 mm de diâmetro e 6 cm de comprimento.

A segunda câmara é feita de Pirex (Hellma), tem extensão de 6 cm e seção quadrada interna de $3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$. Ela é conectada à parte flexível do tubo de transferência e, nesta conexão, é colocada outra bomba iônica (Varian-75 L/s), uma bomba de sublimação de titânio (Varian-TSP) e um medidor de vácuo (Balzers - Cold Cathod Gauge).

Esta configuração permite um bombeamento diferencial, de forma que a pressão na segunda câmara é cerca de duas ordens de grandeza menor que na primeira e, assim, atingimos cerca de 5×10^{-11} Torr na região onde o BEC se forma. Nas configurações de nosso sistema, esta baixa pressão é essencial para que a perda de átomos na armadilha, devido a colisões com o vapor de fundo, seja suficientemente lenta comparada ao tempo requerido pelo processo de resfriamento evaporativo, isto é, o tempo de vida na armadilha magnética deve ser maior que o tempo de evaporação.

De forma a aumentar este tempo de vida, desligamos os *dispensers* e ligamos LEDs UV na primeira câmara. Estes LEDs são utilizados como um fonte alternativa de átomos, pois removem os átomos que estavam adsorvidos na superfície interna da câmara, este processo é chamado de *Light-Induced Atom Desorption* (LIAD) (38), utilizando essa técnica não só a pressão melhora como, também, o próprio carregamento dos MOTs, uma vez que a maior parte dos átomos removidos são capturados no MOT1. A figura 3.2 apresenta uma comparação entre os tempos de vida na armadilha magnética quando os *dispensers* são utilizados e quando o LIAD é utilizado.

Em virtude disto, o modo de operação atual do sistema requer algumas horas com *dispensers* ligados para saturarmos de átomos a câmara do MOT1 e, então, desligamos os *dispensers* e ligamos os LEDs, permitindo realizar o experimento por cerca de seis horas contínuas, quando novamente é necessário ligar os *dispensers*.

Figura 3.2 – Comparação entre o tempo de vida na armadilha magnética quando estamos utilizando *dispensers* e utilizando o LIAD.

3.2 O Sistema de lasers

Antes de explicar o funcionamento dos MOTs, é necessário descrever o sistema de lasers utilizado e os processos de preparação dos feixes de luz que são utilizados no experimento. Para a geração de todos os feixes e frequências necessárias são utilizados três lasers de diodo de alta potência e dez moduladores acusto-óticos (AOM). A figura 3.3 mostra um esquema ilustrativo da nossa mesa óptica.

O sistema de três lasers é composto por: Um laser Toptica-DLX110, *Repumping*, o qual é o responsável pelo rebombeio de ambos os MOTs e por um dos feixes de bombeamento óptico ($1 \rightarrow 2$). Um outro laser Toptica-DLX110L, *Cooling 1*, é o responsável apenas pelo aprisionamento do MOT1. E o principal laser Toptica-DLX110L, *Cooling 2*, é o responsável pelo aprisionamento do MOT2, pelo feixe de transferência (*Push*), pelo feixe de imagem (*Probe*) e pelo outro feixe de bombeamento óptico ($2 \rightarrow 2$).

Os Lasers são travados (*Lock*) individualmente e ativamente em uma transição hiperfina apropriada do átomo de ^{87}Rb , observada por espectroscopia de absorção saturada (*Saturated*

Figura 3.3 – Esquema da mesa óptica mostrando os lasers e os principais elementos ópticos utilizados para geração dos feixes e frequências necessárias.

Figura 3.4 – Estrutura hiperfina da transição D_2 do ^{87}Rb . Destacamos as frequências de interesse mostrando onde cada feixe é sintonizado.

Absorption Spectroscopy) em células de vapor de Rubídio. A Largura de linha desses lasers é da ordem de 1 MHz.

A figura 3.4 mostra a estrutura de níveis do ^{87}Rb na transição $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ e as frequências de sintonia dos feixes citados acima. Para gerar a frequência correta em cada processo desse experimento, utilizamos moduladores acústico-ópticos (AOMs) controlados por um sistema de VCO (*voltage-control oscillator*) projetado pelo professor Daniel Magalhães.

3.3 Armadilha Magneto-Óptica (MOT) de ^{87}Rb

O funcionamento de armadilhas magneto-ópticas se baseia na ideia de que a luz faz força através da transferência de momento em um ciclo do processo absorção-emissão de um fóton por um átomo, conhecida como pressão de radiação (39, 40). Desde sua demonstração experimental (41), esse tipo de armadilha (MOT) têm sido o principal instrumento de trabalho em pesquisas envolvendo amostras atômicas ultrafrias.

Nosso sistema apresenta dois MOTs (configuração experimental conhecida como duplo-MOT) os quais são produzidos nos interiores das câmaras de vácuo.

Na primeira câmara é onde está localizado o primeiro MOT (MOT1), sua parte óptica é formada por três feixes de luz que são retro-refletidos, formando assim três pares de feixes contra-propagantes. A parte magnética do MOT1 é formada por uma configuração de bobinas do tipo quadrupolo, que produzem um gradiente de campo magnético de 20 G/cm.

Na segunda câmara está localizado o segundo MOT (MOT2), seus seis feixes são independentes, o que possibilita um melhor controle dos parâmetros. O campo magnético do MOT2, também gerado por um quadrupolo e nesse caso apresenta um gradiente de 12 G/cm.

Em ambos MOTs são adicionados três pares de bobinas em configuração Helmholtz, nas três direções do espaço, conhecidas como bobinas de compensação para diminuir os campos magnéticos espúrios na região de aprisionamento.

Em relação às frequências de aprisionamento, ambos MOTs apresentam frequência de aprisionamento sintonizado cerca de -20 MHz da transição $5S_{1/2}(F=2) \rightarrow 5P_{3/2}(F=3)$, o que corresponde a -3Γ , onde Γ é a largura de linha da transição, e rebombeio sintonizado ressonante com a transição $5S_{1/2}(F=1) \rightarrow 5P_{3/2}(F=2)$. Esses dois feixes de luz, aprisionamento e rebombeio, são alinhados colinearmente compondo o que definimos acima de feixes de luz dos MOTs.

No MOT1, todos esses parâmetros (alinhamento dos feixes contrapropagantes, a posição do feixe de *Push*, os campos magnéticos e as potências de rebombeio e bombeio) são ajustados de forma a aumentar o carregamento do MOT2, pois é nesse local que precisamos ter o maior número de átomos possível. Já os parâmetros do MOT2 são ajustados de forma a aumentar a transferência para a armadilha magnética, seção 3.7, diminuindo as perdas de átomos durante essa transferência. Estes processos serão melhor descritos nas próximas seções.

3.4 A transferência atômica entre os MOTs

Nosso sistema de duplo-MOT é constituído pelo MOT1 formado por átomos liberados diretamente por *dispensers* ou indiretamente, usando a técnica LIAD (seção 3.1), e o MOT2 formado por átomos removidos do MOT1.

Estes átomos são removidos continuamente por um feixe de transferência, feixe de *Push*, que é sintonizado na mesma frequência que os feixes de aprisionamento, apresenta polarização circular e é levemente focalizado cerca de 1 cm antes da primeira armadilha, essa focalização permite que o feixe atinja o primeiro MOT com uma grande intensidade afim de empurrar os átomos para a outra armadilha, mas que chegue na região do MOT2, 40 cm à frente, com um diâmetro maior e, com isso, menor intensidade, tornando mínima a perturbação neste MOT.

Podemos entender essa transferência como um vazamento de átomos do MOT1. Por estar sintonizado na mesma frequência que os seis feixes de aprisionamento, o *Push* causa um desbalanço de forças na sua direção de propagação e, assim, os átomos frios migram do MOT1 ao MOT2.

Após fazer os ajustes nos parâmetros do MOT1, de forma a obter o maior número de átomos aprisionados, a etapa seguinte é alinhar o feixe de *Push* de forma a passar pelo MOT1 e pelo tubo de transferência chegando ao centro da segunda câmara, onde o MOT2 será formado.

A obtenção do MOT2 é bem mais complicada, isso é devido ao fato de que a transferência dos átomos, conduzidos pelo *Push*, deve ocorrer de forma apropriada, isto é, fazendo com que uma boa quantidade de átomos chegue à região do MOT2 com velocidades corretas, tanto em módulo quanto em direção, para serem aprisionados (42). Desta forma, ajustes finos dos parâmetros do *Push* e do MOT1 (por exemplo: alinhamento óptico, compensação dos campos espúrios, frequências da luz) são necessários para a simples obtenção do MOT2.

Após obtermos um MOT2, o foco seguinte é maximizar o valor de carregamento desse MOT no menor tempo possível, para isso os parâmetros do MOT1 e do *Push* são iterativamente alterados, tendo em vista o equilíbrio de forças entre os feixes de aprisionamento, os feixe de

Push e os campos magnéticos, tendo como único objetivo a carga máxima do MOT2, no menor tempo.

A curva típica de carregamento do MOT2, desde quando o *Push* é ligado até atingir a saturação, e o posterior decaimento quando o *Push* é desligado, é mostrada na figura 3.5.

Nesta figura, podemos ver que o valor máximo (cerca de 5×10^8 átomos) é atingido em 40 s, o que nos permite estimar uma taxa de transferência aproximada de $(1 - 2) \times 10^7$ átomos/s, também vemos que o tempo de vida após o desligamento do *Push* é cerca de 20 s.

Uma melhor resolução deste gráfico em torno do desligamento (olhando a diferença de tempo entre o desligamento do feixe de *Push* e o começo da descarga efetiva do MOT2), mostra que o decaimento começa cerca de 100 ms após o desligamento do *Push*. Usando este tempo, a distância entre as armadilhas e o tempo de voo livre entre elas, podemos estimar que a velocidade média dos átomos transferidos é de, aproximadamente, 4 m/s.

Figura 3.5 – Carregamento do MOT2 do começo até a saturação e o decaimento quando o *Push* é desligado.

3.5 Compressão do MOT2 e resfriamento sub-Doppler

Para conseguirmos transferir os átomos do MOT2 para a armadilha magnética, a qual é bastante rasa e requer previamente uma amostra fria e comprimida no lugar certo para aprisionar um grande número de átomos, precisamos ajustar o volume dessas armadilhas. Para isto, o MOT2 é comprimido durante 9 ms entre o término de seu carregamento e o processo de bombeamento óptico.

A compressão acontece quando a frequência do feixe de aprisionamento do MOT2 é alterada de $\Delta = -20$ MHz para $\Delta = -60$ MHz, levando-a ainda mais para o vermelho da transição. Isto diminui fortemente a taxa de espalhamento de fótons fazendo com que os átomos se acumulem no centro da armadilha. Esta variação de frequência é feita por um AOM em configuração de dupla-passagem. Como a variação na frequência é relativamente grande, ocorre um pequeno desalinhamento que é suficiente para reduzir a potência do feixe, na frequência de compressão no MOT2, para $1/3$ do valor da potência do bombeio.

Após 5 ms do início da compressão, o campo de aprisionamento é desligado e o processo de resfriamento sub-Doppler é iniciado, com duração de 3 ms. Ao final deste processo, estima-se que a temperatura da amostra seja da ordem de $50 \mu\text{K}$.

3.6 Bombeamento óptico

A ideia do bombeamento óptico é forçar os átomos a popular os estados que são aprisionáveis na armadilha magnética, a qual é resultado de um potencial onde o fundo é um mínimo de campo magnético (40). Assim, o momento magnético do átomo que se deseja aprisionar deve ser positivo de forma que a energia cresça com o campo magnético aplicado.

As projeções aprisionáveis dos níveis do estado fundamental serão somente $|2, 2\rangle^*$, $|2, 1\rangle$ e

* esta notação se refere aos estados $|F, m_F\rangle$

$|1, -1\rangle$. O estado que utilizamos, para o aprisionamento, é o $|2, 2\rangle$, portanto, precisamos fazer com que os átomos populem este estado.

Após compressão e resfriamento sub-Doppler, discutidos na seção 3.5, o rebombeio permanece cerca 1 ms a mais para forçar os átomos a se acumularem preferencialmente no estado $F = 2$. Logo em seguida, é aplicado um campo magnético homogêneo de cerca de 1 G na direção da gravidade que é gerado pelo par de bobinas de compensação dessa direção. Esse campo cria um eixo de quantização e abre a degenerescência dos subníveis Zeeman, m_F .

Figura 3.6 – Estrutura de níveis com quebra da degenerescência de spin e esquema de funcionamento do bombeamento óptico.

De forma a promover transições do tipo $m_F \rightarrow m_{F+1}$, dois feixes ressonantes e com polarização σ^+ (para os átomos) são aplicados à amostra. Um deles, o chamado feixe de bombeamento óptico $1 \rightarrow 2$, está na transição $5S_{1/2}(F = 1) \rightarrow 5P_{3/2}(F = 2)$ e o outro na transição $5S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5P_{3/2}(F = 2)$, esse chamado de feixe de bombeamento óptico $2 \rightarrow 2$. A fi-

gura 3.6 mostra um esquema de funcionamento do bombeamento óptico. Assim, à medida que os átomos absorvem estes feixes, o estado preferencialmente populado será aquele de maior projeção, ou seja, o $|2, 2\rangle$.

Para obtermos a maior eficiência de bombeamento óptico, o primeiro feixe permanece ligado por 90 μ s e o segundo por 60 μ s. Os tempos de duração exatos bem como os instantes em que cada um ocorre são parâmetros importantes de otimização do carregamento da armadilha magnética, a qual descrevemos na seção seguinte.

3.7 A armadilha magnética

Após termos resfriado e polarizado nossa amostra de átomos, como descrito nas seções anteriores, a etapa seguinte é aprisioná-los na armadilha magnética. O campo dessa armadilha é gerado pelas próprias bobinas do quadrupolo do MOT2. Inicialmente, aplicamos uma corrente de 9 A nessas bobinas gerando um gradiente de campo de cerca de 60 G/cm. Essa corrente é aumentada para 25 A em 500 ms desta maneira o gradiente de campo cresce linearmente até cerca de 165 G/cm, deixando a nuvem bastante confinada. Esta transição linear e lenta é necessária para que a aplicação do campo aqueça minimamente a amostra. Neste estágio, toda a luz é barrada, pois queremos evitar as transições de spin que podem levar os átomos para os estados não aprisionáveis.

O campo gerado por estas bobinas apresenta valor nulo no centro da configuração, pois são bobinas em configuração anti-Helmholtz (veja o gráfico da figura 3.8 para $I_{Ioffe}/I_{quadrupolo} = 0$). Este valor nulo permite que aconteçam as chamadas transições Majorana, na qual o átomo muda seu estado de spin para um spin não-aprisionável, e isso faz com que este átomo saia da armadilha.

Diversas estratégias foram utilizadas para circundar este problema (12, 43, 44, 45). O método que nós utilizamos é a adição de uma bobina, chamada Ioffe (45), criando a configuração

Figura 3.7 – Configuração quadrupolo-Ioffe (QUIC) para gerar o campo da armadilha magnética. (a) Visão 3D. (b) Plano xz mostrando as dimensões envolvidas.

quadrupolo-Ioffe (QUIC). A figura 3.7 mostra o posicionamento desta bobina em relação ao quadrupolo.

A figura 3.8 mostra o perfil de campo magnético à medida que se aumenta a corrente na Ioffe em comparação com a corrente no quadrupolo. Nela, vemos que quando a corrente na Ioffe atinge 80% da corrente no quadrupolo o mínimo de campo deixa de ser nulo.

Em nosso experimento, a corrente da Ioffe também é aumentada lentamente levando 800 ms para chegar ao valor máximo de cerca de 20 A, onde atingimos um campo magnético com curvatura da ordem de 144 G/cm^2 . Agora o potencial em torno do mínimo de campo passa a ser harmônico com a forma:

$$U_{ext}(x, y, z) = U_0 + \frac{m}{2} (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2), \quad (3.1)$$

onde U_0 é o valor mínimo não-nulo (que corresponde a um campo magnético ~ 1 Gauss), chamado de *bias* da armadilha magnética, $\omega_x = 2\pi \times 18 \text{ Hz}$ e $\omega_y = \omega_z = 2\pi \times 159 \text{ Hz}$. O eixo x foi tomado como o eixo da Ioffe e o eixo z como o eixo do quadrupolo.

Armadilhas dessa forma apresentam simetria axial, no caso o eixo de simetria é o eixo x , as vezes elas são chamadas de armadilhas em forma de charuto (*cigar-shape traps*). Além disso, por possuir uma frequência menor e consequentemente ser a direção menos confinante, o eixo x é chamado de eixo longo. Os outros, de forma semelhante, são chamados de eixos curto, pois são as direções de maior confinamento.

Figura 3.8 – Gráfico do perfil espacial de campo magnético para vários valores de corrente na Ioffe em comparação à corrente no quadrupolo. O centro do quadrupolo está em $x = 0$ mm. Para $I_{Ioffe}/I_{quadupolo} = 0.8$ o mínimo de campo magnético está em $x \approx 7$ mm.

Ainda com os átomos aprisionados nesta armadilha, para conseguirmos diminuir sua temperatura precisamos realizar o chamado processo de resfriamento evaporativo, que é apresentado na seção seguinte.

3.8 Resfriamento evaporativo

O resfriamento evaporativo consiste na remoção seletiva de átomos mais quentes da distribuição de velocidades atômica, a uma dada temperatura T , e na posterior espera pela re-thermalização dos átomos remanescentes a uma temperatura mais baixa. A aplicação deste processo repetidamente de forma contínua permite produzir amostras a temperaturas muito baixas (10, 46) e é fundamental para a obtenção de amostras condensadas.

Esta retirada dos átomos mais quentes em armadilhas magnéticas acontece pela indução de transições de spin (do tipo $m_F \rightarrow m_{F-1}$), através de fótons de rádio-frequência (RF). A figura 3.9 mostra um esquema desta indução. Os átomos aprisionados mais energéticos atingem regiões

com potencial mais alto, onde a separação entre os potenciais vistos por diferentes spins é maior, cerca de $2\pi \times (20 \text{ MHz})\hbar$. Fótons com frequência de 20 MHz são capazes de induzir transições apenas nestes átomos levando-os a um estado não-aprisionável, removendo-os da armadilha.

Figura 3.9 – Energias dos níveis vistos por projeções de spin diferentes mostrando onde ocorre a indução por fótons de RF que leva ao resfriamento evaporativo.

À medida que a temperatura abaixa, a frequência dos fótons de RF deve diminuir, pois neste momento os átomos mais energéticos são menos enérgicos que os de início. E, seguindo esse raciocínio, fazemos uma rampa de evaporação, onde diminuimos essa frequência conforme o tempo passa, e isso é feito de forma adiabática para que o processo de re-termalização seja eficiente (veja, por exemplo, a rampa da figura 3.11). A frequência final dessa rampa determina a temperatura da amostra. Em nosso sistema, para atingir a condensação de Bose–Einstein, essa frequência final é da ordem de 1.65 MHz.

A limitação do resfriamento evaporativo é que os átomos devam permanecer tempo suficiente na armadilha magnética para que a re-termalização ocorra. Em nosso experimento necessitamos de 25 s para processo de resfriamento evaporativo ser eficiente e nos levar à condensação. Logo o tempo de vida dos átomos na armadilha magnética precisa ser maior que 25 s, por isso que necessitamos de um ultra-vácuo nesta região. Em nosso experimento, o tempo de vida na

armadilha magnética é cerca de 32 s, veja figura 3.2.

Os fótons de RF são entregues por uma antena circular de diâmetro da ordem de 2.6 cm que consiste de uma bobina com apenas duas voltas feita de fio de cobre ($\phi = 0.7$ mm) colocada bem próxima aos átomos, entre a célula de vidro (câmara do MOT2) e a bobina inferior do quadrupolo. A RF é produzida por um sintetizador de onda (Stanford DS345) acoplado diretamente a essa bobina com uma resistência de acoplamento de 50Ω em série com o circuito, ajustado para fornecer tensão máxima (10 Vpp) durante toda a rampa de evaporação.

Para a análise dos átomos ultrafrios que ainda estão aprisionados após esse processo, fazemos uma imagem por absorção dessa amostra atômica. Dessa imagem podemos extrair grandezas como o número de átomos e a temperatura da amostra. Na seção seguinte vamos explicar como é feito esse nosso processo de diagnóstico.

3.9 Imagem por absorção

As medidas realizadas na amostra são feitas por uma imagem de absorção, onde um feixe ressonante, *Probe*, atravessa a amostra e é capturado por uma câmera CCD de alta resolução (PIXIS - Princeton Instruments). Por ser uma câmera muito sensível, devemos evitar que ruídos causados pela luz ambiente e luzes espalhadas que chegam a câmera, para isso fazemos um processo chamado de normalização da imagem.

Esse processo consiste em obter três imagens sequenciais: a imagem do feixe de *probe* com os átomos; a imagem desse mesmo feixe sem os átomos; e a imagem sem feixe e sem átomos, chamada de imagem do *background*. Com estas imagens, o processo de normalização é feito pela conta exemplificada na figura 3.10.

A partir desta imagem, é fácil demonstrar (37), que o número total de átomos da nuvem

atômica, N_T , é proporcional à soma das intensidades dos pixel da imagem normalizada, I_{ij} :

$$N_T = -\frac{A}{\sigma_0} \sum_{i,j} \ln I_{ij} , \quad (3.2)$$

onde A é o quadrado da calibração da câmera e σ_0 é a seção de choque de absorção de fóton. Em nosso experimento, a calibração da câmera é igual a $7.78 \mu\text{m}/\text{pixel}$. O número $OD_{ij} = -\ln I_{ij}$, é definido como a densidade óptica, assim a imagem formada por pixels de valor OD_{ij} é chamada de imagem da densidade óptica.

Figura 3.10 – Esquema demonstrando como é feita a normalização da imagem por absorção.

As imagens da nuvem são feitas após alguns milissegundos de expansão livre, isto é, o campo de aprisionamento é desligado e a nuvem é deixada expandir livremente em um tempo de voo (da ordem de dezenas de milissegundos), chamado de *TOF*. Isto é necessário pois inicialmente ela é muito densa e pequena, o que dificulta a visualização.

Estas imagens de nuvens expandidas nos permitem calcular diretamente a temperatura da amostra, uma vez que a expansão é consequência da velocidade dos átomos e, assim, da temperatura da amostra. Isto é feito pela relação:

$$\frac{1}{2}k_B T = \frac{1}{2}mv_{rms}^2 \quad (3.3)$$

onde v_{rms} é a velocidade quadrática média. Os átomos térmicos (clássicos, não condensados) desta nuvem atômica possuem um perfil de densidades gaussiano, logo esta velocidade corres-

ponde à velocidade com que meia largura da gaussiana (raio da gaussiana) cresce em função do TOF .

Para $TOF \sim 15$ ms de expansão, a nuvem expande bastante em relação ao seu tamanho inicial, com isso, podemos desprezar o raio inicial para determinar esta velocidade, de forma que:

$$T = \frac{m(\frac{w}{2})^2}{k_B(TOF)^2} , \quad (3.4)$$

onde $(w/2)$ é o raio da gaussiana.

Para determinar o raio da gaussiana, precisamos conhecer o perfil da densidade atômica. Esse perfil pode ser obtido através da relação:

$$N_T = \int n(x,y,z) dx dy dz , \quad (3.5)$$

onde $n(x,y,z)$ é a densidade atômica da amostra.

Como visto no capítulo 2.2 essa densidade depende se a amostra é de átomos térmicos ou de átomos condensados. A densidade de átomos térmicos, n_{th} , possui um perfil gaussiano, o qual pode ser escrito como:

$$n_{th}(x,y,z) = \alpha_{th} \exp \left(-\frac{(x-x_{th})^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(y-y_{th})^2}{2\sigma_y^2} - \frac{(z-z_{th})^2}{2\sigma_z^2} \right) , \quad (3.6)$$

onde α_{th} é o valor máximo da densidade dos átomos térmicos, o ponto (x_{th}, y_{th}, z_{th}) é o centro de massa da distribuição gaussiana e os σ_i são as larguras da gaussiana nas respectivas direções $i = x, y, z$.

A densidade atômica para os átomos condensados, n_0 , possui um perfil Thomas-Fermi, como visto na equação (2.25), esse perfil pode ser escrito de uma forma mais conveniente:

$$n_0(x,y,z) = \alpha_0 \max \left(1 - \frac{(x-x_0)^2}{R_x^2} - \frac{(y-y_0)^2}{R_y^2} - \frac{(z-z_0)^2}{R_z^2} , 0 \right) , \quad (3.7)$$

onde α_0 é o valor máximo da densidade dos átomos condensados, o ponto (x_0, y_0, z_0) é o centro de massa da distribuição Thomas-Fermi e os R_i são os raios de Thomas-Fermi nas respectivas direções $i = x, y, z$.

Como discutido acima, para determinar a temperatura da amostra atômica necessitamos de átomos térmicos. Na maioria dos experimentos em condensados de Bose–Einstein que utilizam imagem por absorção em tempo de voo para análise das amostras atômicas, inclusive no nosso experimento, a amostra produzida é composta por uma parte de átomos térmicos e, permeado por esses átomos, uma outra parte de átomos condensados.

Desta forma, dizemos que nossa amostra possui um perfil de densidades bimodal, esse perfil é uma combinação do perfil gaussiano e Thomas-Fermi, de tal forma que podemos escrevê-lo como:

$$n(x, y, z) = n_{th}(x, y, z) + n_0(x, y, z) , \quad (3.8)$$

onde, caso não haja perturbação externa ao potencial de aprisionamento, ou seja, quando o potencial de aprisionamento é harmonicamente simétrico e a nuvem atômica está parada no mínimo desse potencial, o centro de massa da distribuição gaussiana coincide com o centro de massa da distribuição Thomas-Fermi, isto é, $(x_0, y_0, z_0) = (x_{th}, y_{th}, z_{th})$.

Conhecido o perfil de densidade da nossa nuvem atômica, precisamos relacioná-lo com a imagem obtida. Essa imagem é uma imagem bidimensional do perfil de densidade, portanto, é a integral da densidade atômica, ao longo em uma dimensão.

Efetuada essa integral para o perfil bimodal, equação (3.8), chegaremos ao perfil Thomas-Fermi bidimensional. Relacionando esse perfil com a densidade óptica definida acima, temos o perfil Thomas-Fermi bidimensional da densidade óptica:

$$OD(x, y) = OD_{th} \exp \left(-\frac{(x - x_{th})^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(y - y_{th})^2}{2\sigma_y^2} \right) \quad (3.9)$$

$$+ OD_0 \max \left(1 - \frac{(x - x_0)^2}{R_x^2} - \frac{(y - y_0)^2}{R_y^2}, 0 \right) . \quad (3.10)$$

onde OD_{th} é a máxima densidade óptica dos átomos térmicos e OD_0 é a máxima densidade óptica dos átomos condensados.

Assim, basta fazer um ajuste, nos pontos da imagem, da função da equação (3.9) que obtemos os parâmetros desta equação (por exemplo, veja a figura 3.13). Esses parâmetros estão

relacionados com o número total de átomos,

$$N_T = \frac{OD_{th} 2\pi \sigma_x \sigma_y}{\sigma_0} + \frac{1.25 OD_0 2\pi R_x R_y}{\sigma_0}, \quad (3.11)$$

onde, o primeiro termo do lado direito dessa equação é o número de átomos térmicos e o segundo termo, o número de átomos condensados.

Na seção seguinte veremos como é o sistema computacional destinado para: o controle do experimento, a aquisição de dados e a análise desses dados.

3.10 Programas de controle, aquisição e análise

Para realização do experimento, aquisição e análise dos dados, utilizamos alguns programas computacionais. A realização e controle de todos os processos envolvidos tais como frequências dos feixes, intensidades e tempos de duração são feitos por um programa em *LabVIEW 7.1* que envia sinais para uma placa de aquisição de dados da National Instruments e também se comunica com geradores de pulso e de ondas por GPIB (*General Purpose Interface Bus*). A interface deste programa pode ser vista na figura 3.11.

A aquisição das imagens é feita por outro programa também em *LabVIEW 7.1*. Este programa se comunica com a câmera e processa a imagem obtida pela câmera. A interface deste programa pode ser vista na figura 3.12.

Para análise desta imagem, utilizamos um programa de fácil utilização, escrito em linguagem *Python*, no qual podemos obter de forma tabelada os principais parâmetros da nuvem. Além disto, este programa nos permite fazer cálculos entre estes parâmetros e construir gráficos com eles, em tempo real. Isto é de extrema utilidade, pois de acordo com as análises de uma imagem, os parâmetros de controle podem ser mudados de forma estudada já para a próxima imagem. A figura 3.13 mostra a interface deste programa e a análise da nuvem obtida na figura 3.12.

Figura 3.11 – Interface do programa de controle. Mostrando do lado direito a rampa de evaporação e do lado esquerdo a sequência de dados enviados durante todo o experimento.

Figura 3.12 – Interface do programa de aquisição de dados. Mostrando uma típica imagem de absorção normalizada.

Figura 3.13 – Interface do programa de análise. Mostrando, nas duas direções, o perfil de densidade óptica da imagem (curva azul), o perfil gaussiano (curva rosa) e o perfil Thomas-Fermi (curva vermelha).

3.11 Bobinas adicionais para geração das excitações no BEC

O grande interesse do trabalho apresentado nessa dissertação é em analisar os efeitos causados por uma excitação oscilatória em um condensado de Bose–Einstein, nesta seção discutiremos como essa excitação é gerada.

Uma vez produzido na armadilha magnética, antes de ser liberado em voo livre, o BEC é submetido a campos magnéticos oscilantes que *chacoalham* a nuvem dentro do potencial harmônico. Esse campo é gerado por um par de bobinas em configuração anti-Helmholtz por onde circula uma corrente oscilante. A foto da figura 3.14 mostra a localização destas bobinas no experimento.

Uma dessas bobinas é fixa e colada à Ioffe. A outra é ajustável. Como descrito na refe-

rência (27), um parâmetro muito importante para excitar de forma eficiente o condensado é um desalinhamento, $\Theta_0 \sim 5^\circ$, entre o eixo destas bobinas e o eixo da Ioffe, como pode ser visto na figura 3.15(a).

Figura 3.14 – Foto das bobinas de excitação mostrando posicionamento em relação à Ioffe.

Para a geração desta corrente oscilante são utilizados um sintetizador de onda (Stanford DS345) e um circuito de corrente. O sintetizador recebe do programa de controle da figura 3.11, a frequência, a amplitude e o tempo de duração da onda e produz uma voltagem oscilatória com essas características.

Essa onda é enviada ao circuito de corrente, que converte esse sinal de voltagem em uma corrente oscilatória da forma $I = I_0[1 - \cos(\Omega t)]$, onde Ω é a frequência da excitação. A figura 3.15(b) mostra uma simulação desse campo oscilatório superposto ao campo harmônico, de aprisionamento.

Como podemos ver na figura 3.15(b), um dos efeitos do campo oscilatório quando superposto ao campo de aprisionamento é deslocar, periodicamente, o mínimo do potencial de aprisionamento. Em todas as imagens dessa figura, o mínimo desse potencial sem a presença do campo oscilatório é mostrado pelo cruzamento das linhas tracejadas em vermelho.

No capítulo seguinte, iremos descrever os efeitos desse campo oscilatório quando aplicado a um condensado de Bose–Einstein aprisionado. Veremos que esse campo é capaz de excitar modos de oscilação no condensado e, por isso, o chamamos de campo de excitação.

Figura 3.15 – (a) Esquema ilustrativo mostrando a posição das bobinas de excitação em relação à Ioffe. (b) Simulação das linhas de equipotenciais da superposição do campo de excitação ao campo de aprisionamento onde (i-iii) mostram essas linhas no plano xy e (iv-vi) mostram no plano xz ; A linha tracejada vermelha mostra a posição do mínimo de potencial quando $t = 0$.

4 *Modos coletivos em Condensados de Bose–Einstein*

Neste capítulo apresentamos uma introdução sobre os modos coletivos em um condensado de Bose-Einstein, onde nos basearemos no tratamento dos livros (34, 47). Inicialmente iremos descrever a equação hidrodinâmica que rege esse sistema. Na segunda seção iremos descrever os modos coletivos de excitação e, por fim, analisaremos quais desses modos foram acoplados em nosso experimento.

4.1 Introdução

4.1.1 Excitações elementares em um condensado de Bose-Einstein

Após as observações experimentais da condensação de Bose-Einstein em gases diluídos, o estudo das excitações elementares se transformou em uma das mais importantes área de pesquisa em gases ultra-frios.

Para excitar um condensado de Bose–Einstein, geralmente são usadas alguma das seguintes opções: modulando o campo da própria armadilha (48); modulando o comprimento de espalhamento dos átomos aprisionados próximos a uma ressonância de Feshbach (49); ou inserindo efetivamente um campo externo (50), como é o caso do nosso experimento.

N. N. Bogoliubov desenvolveu em 1947 uma formulação em teoria de campos para conden-

sados de Bose–Einstein de partículas fracamente interagentes (51). Com essa teoria, *Bogoliubov* previu a existência de excitações do tipo fônons em condensados, e pôde deduzir o espectro dessas excitações em um regime de baixas energias. A verificação experimental da teoria de *Bogoliubov* foi realizada em BEC usando uma técnica de espalhamento Bragg de dois fótons (52).

As excitações elementares em condensado de Bose-Einstein confinado em um potencial podem ser de duas formas distintas (53). A primeira são os chamados modos coerentes (ou modos topológicos) e a segunda são os modos coletivos de excitação.

Na presença de um potencial confinante, a GPE possuiu um conjunto de valores discretos de estados estacionários. Esses estados correspondem aos modos coerentes do condensado (54), eles também são chamados de modos topológicos pois a forma espacial da nuvem condensada é diferente para cada modo (55). Experimentalmente, o modo de dipolo já foi observado (56).

Os chamados modos coletivos são excitações coletivas elementares desses modos coerentes do BEC. Essas excitações correspondem às pequenas flutuações periódicas da densidade dos modos coerentes e estão relacionadas com o espectro de Bogoliubov (57). Esse espectro é obtido pela solução das equações de Bogoliubov-de Gennes (BdG) (32).

Em geral, essas equações não possuem soluções analíticas. Porém, quando estamos no regime energético da aproximação de Thomas-Fermi, seção 2.2, as soluções de frequências mais baixas, das equações de BdG, podem ser obtidas através da linearização das equações hidrodinâmicas do condensado.

Na próxima seção, mostraremos quais são essas equações hidrodinâmicas do condensado de Bose–Einstein.

4.1.2 Equações hidrodinâmicas do condensado

Por enquanto, apenas nos preocupamos em descrever o condensado por meio da equação de Gross-Pitaevskii independente do tempo, equação (2.22), pois estávamos interessados nas soluções estacionárias dessa equação. Nesta seção estamos interessados na dependência temporal dessas soluções, para isso vamos demonstrar a equação que descreve a dinâmica do condensado.

A equação de Gross-Pitaevskii, equação (2.20), pode ser escrita na forma de uma equação hidrodinâmica. Para isso devemos multiplicar a GPE por $\Psi^*(\mathbf{r}, t)$ e, dessa equação, subtrair seu o complexo conjugado, desse processo obtemos:

$$\frac{\partial |\Psi|^2}{\partial t} + \nabla \cdot \left[\frac{\hbar}{2m} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) \right] = 0 . \quad (4.1)$$

A equação (4.1) é a equação da continuidade para o condensado. Dela, identificamos a densidade de corrente, $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$, como

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = -\frac{i\hbar}{2m} \frac{(\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*)}{|\Psi|^2} = |\Psi|^2 \mathbf{v}(\mathbf{r}, t) , \quad (4.2)$$

onde $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ é a velocidade do condensado. Para encontrar uma expressão para essa velocidade, podemos escrever a função de onda do condensado da forma:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \sqrt{n(\mathbf{r}, t)} e^{i S(\mathbf{r}, t)} , \quad (4.3)$$

onde $n(\mathbf{r}, t)$ é a densidade do condensado e $S(\mathbf{r}, t)$ é a fase da função de onda.

Assim, substituindo na equação (4.2), chegamos na definição da velocidade do condensado,

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) \equiv \frac{\hbar}{m} \nabla S(\mathbf{r}, t) . \quad (4.4)$$

Substituindo a equação (4.3) na GPE, equação (2.20), obtemos uma equação para a velocidade do condensado:

$$m \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{1}{2} m \mathbf{v}^2 + U_{ext} + gn - \frac{\hbar^2}{2m\sqrt{n}} \nabla^2 \sqrt{n} \right) = 0 , \quad (4.5)$$

o último termo dentro do parênteses dessa equação é o termo de pressão quântica (47).

As equações (4.1) e (4.5) são as chamadas equações hidrodinâmicas do condensado, e são equivalentes a GPE. Usaremos, na seguinte seção, essas equações para encontrar os modos coletivos de excitação do condensado de Bose–Einstein.

4.2 Modos coletivos: Descrição

No limite em que a aproximação de Thomas-Fermi é válida (ou seja, $Na/a_{ho} \gg 1$), o termo que relaciona a pressão quântica da equação (4.5) pode ser desprezado em relação ao termo de interação (47), pois, como o número de átomos na armadilha é suficientemente grande, o perfil de densidade ($n(\mathbf{r}, t)$) é mais suave. E assim, essa equação hidrodinâmica se torna:

$$m \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{1}{2} m \mathbf{v}^2 + U_{ext} + gn \right) = 0 . \quad (4.6)$$

Os modos coletivos são pequenos desvios oscilatórios da densidade dos modos coerentes, n_0 . Dessa forma, a densidade do condensado é $n(\mathbf{r}, t) = n_0(\mathbf{r}) + \delta n(\mathbf{r}, t)$. Linearizando as equações (4.1) e (4.6), chegamos a:

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta n(\mathbf{r}, t) + \nabla (n_0 \mathbf{v}) = 0 \quad (4.7)$$

e

$$m \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \left(g - \frac{\hbar^2}{4 m n_0} \nabla^2 \right) \delta n(\mathbf{r}, t) = 0 , \quad (4.8)$$

onde usamos que: $\frac{\partial n_0}{\partial t} = 0$ e que a mudança espacial de n_0 é muito menor que a de δn , $|\nabla n_0| \ll |\nabla \delta n|$, além do fato de que n_0 é solução da GPE.

Juntando as equações (4.7) e (4.8), e impondo que o desvio da densidade tenha uma forma oscilatória, $\delta n(\mathbf{r}, t) = \delta n(\mathbf{r}) \cos(\omega t)$, obtemos:

$$\omega^2 \delta n(\mathbf{r}) + \nabla \cdot (c^2 \nabla \delta n) = \left(\frac{\hbar}{2 m} \nabla^2 \right)^2 \delta n , \quad (4.9)$$

onde definimos c utilizando o resultado da equação (2.25), ou seja, $mc^2(r) = \mu - U_{ext}(r)$.

Para baixas amplitudes de excitação, onde teremos o perfil de densidade variando suavemente no espaço não apenas para o estado fundamental (n_0) mas, também, durante toda a oscilação, o termo do lado direito da equação (4.9) pode ser negligenciado, assim,

$$\omega^2 \delta n(\mathbf{r}) + \nabla \cdot (c^2 \nabla \delta n) = 0 . \quad (4.10)$$

As soluções da equação (4.10) correspondem aos modos de frequências mais baixas das soluções da equação de BdG.

Para o caso do nosso experimento, onde o potencial confinante é harmônico e possui uma simetria axial, seção 3.7, os modos coletivos são descritos pela equação:

$$m\omega^2 \delta n(\mathbf{r}) = -\nabla \cdot \left\{ \left[\mu - \frac{m}{2} (\omega_\perp^2 \rho^2 + \omega_x^2 x^2) \right] \nabla \delta n \right\} = 0 , \quad (4.11)$$

onde $\omega_\perp = \omega_y = \omega_z$ e $\rho^2 = y^2 + z^2$.

Devido à simetria axial da equação (4.11), as funções que descreve as flutuações na densidade devem ter ser da forma: $\delta n \propto Y_{lm}(\theta, \varphi)$, onde $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ são os harmônicos esféricos.

Resultados explícitos da equação (4.11) podem ser calculados em alguns casos (58). Por exemplo, para o caso de δn ser do tipo $\delta n \sim r^l Y_{lm}(\theta, \varphi)$ são soluções dessa equação para $m = \pm l$ e $m = \pm(l-1)$, resultando em:

$$\text{Para } m = \pm l: \quad \omega_{lm}^2 = \omega_\perp^2 \quad (4.12)$$

$$\text{Para } m = \pm(l-1): \quad \omega_{lm}^2 = (l-1)\omega_\perp^2 + \omega_x^2 . \quad (4.13)$$

Através das equações (4.12), (4.13) e da forma da oscilação (como pode ser visto na figura 4.1), nomeia-se alguns modos coletivos de oscilação como:

⊙ **Oscilações Monopolares (ou *breathing modes*):** $l = 0$.

Neste caso, $\delta n \sim Y_{00}(\theta, \phi)$ e a frequência desse modo é:

$$\omega_{B,0}^2 = \omega_\perp^2 \left(2 + \frac{3}{2} \lambda^2 + \frac{1}{2} \sqrt{9\lambda^4 - 16\lambda^2 + 16} \right) , \quad (4.14)$$

onde $\lambda \equiv \frac{\omega_x}{\omega_\perp}$. Para armadilhas em forma de charuto, $\lambda \ll 1$, resultando em $\omega_{B,0} \approx 2\omega_\perp$.

⊙ **Oscilações Dipolares (ou modos dipolares): $l = 1$.**

Neste caso, $\delta n \sim r Y_{1m}(\theta, \phi)$ e as frequências desse modo são:

$$\omega_{D,\pm 1} = \omega_{\perp} \quad \text{e} \quad (4.15)$$

$$\omega_{D,0} = \omega_x \quad . \quad (4.16)$$

Nesse modo, apenas o centro de massa da nuvem na armadilha harmônica oscila, não há deformação da forma do condensado. As frequências desse modo de oscilação coincidem com as frequências da armadilha, fato que o torna uma precisa ferramenta para determinar essas frequências (48).

⊙ **Oscilações Quadrupolares (ou modos quadrupolares): $l = 2$.**

Neste caso, $\delta n \sim r^2 Y_{2m}(\theta, \phi)$ e as frequências desse modo são:

$$\omega_{Q,\pm 2} = \sqrt{2}\omega_{\perp} \quad , \quad (4.17)$$

$$\omega_{Q,\pm 1} = \sqrt{\omega_{\perp}^2 + \omega_x^2} \quad \text{e} \quad (4.18)$$

$$\omega_{Q,0}^2 = \omega_{\perp}^2 \left(2 + \frac{3}{2}\lambda^2 - \frac{1}{2}\sqrt{9\lambda^4 - 16\lambda^2 + 16} \right) \quad . \quad (4.19)$$

Note que o modo $m = 0$ do modo quadrupolar está acoplado ao modo monopolar (*breathing mode*), fato que os tornam difíceis de serem separados. Esses dois modos são caracterizados por alterarem a forma do condensado (59), o que pode ser medido através da oscilação dos raios de Thomas-Fermi.

A figura 4.1 ilustra a manifestação desses modos no condensado de Bose–Einstein, para as frequências fundamentais de cada modo.

Na figura 4.1 também é ilustrado o **modo Scissors**. Além de ser o modo que revelou a natureza superfluida de condensados de Bose–Einstein (60), esse modo é muito utilizado para descrever o momento angular transferido, devido à rotação do potencial de aprisionamento, para a nuvem atômica (34).

O modo *Scissors* é caracterizado pela oscilação do eixo longo de simetria da nuvem atômica, como é visível na figura 4.1(b). Segundo o trabalho de *D. Guéry-Odelin e S. Stringari* (61), quando o potencial de aprisionamento de uma nuvem atômica é posto a oscilar, essa

excitação faz com que o eixo de simetria da nuvem atômica oscile com uma combinação de frequências dadas por:

$$\omega_{S,1} = \omega_{\perp} + \omega_x \quad \text{e} \quad (4.20)$$

$$\omega_{S,2} = \omega_{\perp} - \omega_x \quad . \quad (4.21)$$

Para o nosso sistema de excitação, seção 3.11, a excitação do modo *Scissors* é um dos principais processos para a geração de vórtices em nosso condensado, como foi discutido em (27). Porém, ao final desse trabalho, veremos que os outros modos também são importantes para esse processo.

Na seguinte seção descreveremos qual é a maneira que a perturbação é inserida em nosso sistema, excitando o nossa amostra atômica ultrafria, e mostraremos quais modos coletivos são observados.

Figura 4.1 – Ilustração dos modos coletivos em um condensado de Bose-Einstein. Essa figura se refere aos modos fundamentais de cada modo coletivo.

4.3 Modos coletivos: Observação experimental

Utilizando os processos descritos no capítulo 3, produzimos um condensado de Bose-Einstein contendo, aproximadamente, 5×10^4 átomos. Com os átomos ainda aprisionados na armadilha magnética QUIC, inserimos a perturbação externa que irá excitar o condensado.

Para gerar essa perturbação externa, utilizamos o sistema experimental descrito na seção 3.11. A frequência de excitação utilizada nesse experimento foi de $\Omega = 2\pi \times 169$ Hz, a amplitude da corrente $I_0 \approx 2.6$ A, o que nos fornece um gradiente de campo magnético da ordem de 200 mG/cm, e o período de excitação $t_{exc} = 100$ ms.

Após a excitação ser desligada e ainda com o campo de aprisionamento ligado, deixamos o condensado se movimentar nesse campo por um intervalo de tempo que chamamos de *wait time*, t_w .

Quando concluída essa parte, liberamos esses átomos em um tempo de voo livre de $TOF = 23$ ms. Após esse período, obtemos uma imagem de absorção do condensado.

Para observar a evolução dos modos no condensado, variamos o *wait time*, desde 2.5 ms até 8.6 ms, quando o condensado completa um ciclo de movimento na armadilha QUIC. A figura 4.2 mostra algumas das imagens obtidas nesse experimento.

Analisando a figura 4.2, facilmente podemos identificar duas propriedades: O centro de massa da nuvem atômica oscila, o que sugere a presença do modo dipolar; e as dimensões da nuvem variam conforme t_w evolui, isso sugere a presença de modo quadrupolar e/ou do modo monopolar (*breathing mode*), as análises desses modos serão feitas nas seguintes seções.

4.3.1 Modo dipolar

A posição do centro de massa da nuvem atômica na sequência temporal da figura 4.2 varia no tempo. Para caracterizar esse movimento fizemos um gráfico desse centro de massa em

Figura 4.2 – Movimento do condensado na armadilha magnética, após ter sido excitado. (a-f) Algumas imagens desse movimento, onde o *wait time* é mostrado. (h) Todas imagens do movimento do condensado na armadilha, onde a imagem central é um condensado sem excitação.

função do *wait time* e o resultado está apresentado na figura 4.3.

O ajuste de uma curva senoidal nos dados da figura 4.3 fornece uma frequência de oscilação de 159 Hz. Essa frequência é igual as frequências dos eixos z e y da nossa armadilha magnética, descrita na seção 3.7. Esse resultado concorda com a equação (4.16), a qual nos diz que a frequência fundamental do modo dipolar é igual à frequência da armadilha de aprisionamento na direção da Ioffe.

O modo dipolar independe da maneira como excitamos o condensado pois esse modo diz respeito apenas a oscilação do centro de massa do condensado na armadilha magnética, ou seja,

é uma oscilação que independe dos graus de liberdade internos do condensado (47).

De fato, a técnica utilizada para caracterizar a armadilha magnética (48) consiste em, após o condensado ter sido produzido, mudar rapidamente o *bias* da armadilha e logo em seguida voltar a configuração inicial. O efeito dessa alteração é aplicar um rápido impulso no condensado, fazendo-o oscilar na armadilha. Medimos essa oscilação da mesma forma que foi feito nesse trabalho, isto é, fazendo um gráfico da posição do centro de massa em função do t_w , e com isso obtemos a frequência da armadilha.

A sequência da figura 4.2 também mostra que temos o modo dipolar de mais de uma direção sendo excitado, ou seja, a orientação das bobinas de excitação, como descrito na seção 3.11, faz com que a nuvem oscile em mais de uma direção. Na verdade, acreditamos que a nuvem está sendo excitada nos modos dipolares das três direções, cada um com uma amplitude diferente, resultando em uma trajetória mais complexa para esse movimento oscilatório. Isso é provado na figura 4.2 pelo fato de que a trajetória mostrada não é fechada sobre si mesma.

Figura 4.3 – Modo Dipolar visto nos dois eixos da imagem. As curvas verdes pontilhadas são ajustes senoidais aos pontos do gráfico.

4.3.2 Modo quadrupolar e Modo *Breathing*

Além do movimento dipolar descrito no item anterior, também observamos que a forma do condensado varia durante o movimento da nuvem atômica da figura 4.2.

Para caracterizar essa excitação, fizemos o gráfico da figura 4.4, onde mostramos a evolução dos raios do condensado em função do *wait time*. Esses raios foram medidos através do ajuste de um perfil bimodal, equação (3.9), ao perfil da nuvem atômica ao longo desse raio, em cada t_w .

Figura 4.4 – Raio do condensado em função do *wait time*. As curvas em verde mostram os ajustes de uma função senoidal aos dados do gráfico.

O ajuste de uma curva senoidal aos dados da figura 4.4 nos permite encontrar a frequência desse modo. Para nosso experimento, essa frequência é de 314 Hz, o dobro da frequência do modo dipolar, como esperado quando fazemos $\lambda \ll 1$ (como é o caso da nossa armadilha) nas equações (4.14) e (4.19).

Podemos, ainda, extrair do gráfico da figura 4.4 a informação de que o modo *breathing* está acoplado ao modo quadrupolar. Essa informação vem do fato de que a defasagem entre a

oscilação do eixo longo e a do eixo curto não é $\pi/2$, como deveria ser para o modo quadrupolar puro (58).

4.3.3 Modo *Scissors*

Uma outra forma de movimento da nuvem atômica, visto na figura 4.2 e ilustrado na figura 4.1, é a oscilação de seu eixo longo de simetria durante a evolução do *wait time*.

A caracterização desse modo é feita medindo o ângulo do eixo longo da nuvem atômica em função do *wait time*, onde foi escolhido o eixo x da imagem 4.2 como eixo de referência. Os dados dessa análise estão apresentados na figura 4.5.

Figura 4.5 – Ângulo do eixo longo de simetria da nuvem atômica em função do *wait time*, mostrando a presença do modo *scissors*.

Podemos ver, pelo gráfico 4.5, que o modo *scissors* está acoplado a nuvem atômica, pois o eixo de simetria dessa nuvem exibe um movimento periódico. Portanto, nosso sistema de excitação é capaz de fornecer momento angular a nuvem atômica.

Após termos observado todos esses modos acoplados a nossa amostra superfluida, também

constatamos que há um movimento relativo entre o superfluido e a nuvem térmica, caracterizada por um escoamento contrapropagante entre esses fluidos. Esse movimento é capaz de gerar irregularidades na superfície do condensado. No próximo capítulo, iremos desenvolver uma análise sobre esses dois tópicos.

5 *Escoamento contrapropagante e irregularidades na superfície do condensado*

Neste capítulo, investigamos a excitação causada em uma amostra de superfluido atômico quando submetida a excitações oscilatórias. Além das excitações dos modos coletivos, como visto no capítulo 4, observamos um movimento relativo entre o condensado (superfluido) e a nuvem térmica (fluido normal). Este movimento relativo pode ser visto como um escoamento contrapropagante desses dois componentes, gerando flutuações na superfície do superfluido. Estudamos nosso sistema experimental em termos do número de Reynolds para superfluidos. A presença desse escoamento contrapropagante no BEC em movimento oscilatório cria novas e excitantes possibilidades experimentais, além de explicar recentes experimentos realizados em turbulência quântica por excitações oscilatórias (31).

5.1 Introdução e Motivação

A evolução do estudo em superfluidos atômicos durante a última década tem sido espetacular. Tal evolução conta com o experimento sobre *scissors mode* (60), que demonstrou a associação entre superfluidez e condensados de Bose-Einstein, a nucleação de vórtices (26), a formação de redes de vórtices (62) e as primeiras observações de turbulência quântica em uma amostra de superfluido atômico (31).

Essa evolução é uma grande indicação da potencialidade em usar amostras de superflui-

dos atômicos como uma bancada experimental para muitos fenômenos que antes eram apenas acessados usando hélio líquido (63).

Recentemente, uma amostra achatada de átomos aprisionados, correspondendo a um superfluido bidimensional tem sido explorada em muitos aspectos, por exemplo, quando barreiras passam através desse sistema é possível observar e estudar a dinâmica de pares de vórtice e anti-vórtices (64). Enquanto isso, a teoria também progrediu em muitos sentidos (65).

Uma possível situação, amplamente explorada em sistemas de Hélio, corresponde ao experimento de dois fluidos, criado pela coexistência de uma parte superfluida e a outra parte de fluido normal (66), o qual pode ser considerado como um fluido clássico viscoso. Com isso, experimentos onde há um escoamento contrapropagante entre essas duas partes se tornaram possíveis. Isso permitiu várias análises importantes, incluindo a equivalência com o escoamento clássico utilizando o conceito de número de Reynolds, o que deu origem ao chamado número de Reynolds superfluido (67).

Sistemas como o de dois fluidos parecem ser ideais para descobrir algumas respostas em relação ao início e à dissipação de escoamentos em superfluidos. Um experimento interessante sobre escoamentos contrapropagantes é o refluxo térmico, no qual o gradiente de temperatura gera um fluxo oposto do superfluido em relação ao fluxo do fluido normal (68). Neste caso, aparece uma força de atrito mútuo entre os dois fluidos. Essa força pode ser interpretada em termos da força fenomenológica de *Gorter-Mellink* (69). A qual, por unidade de volume, pode ser escrita como,

$$\mathbf{F}_{sn} = -A\rho_s\rho_n(\mathbf{v}_{ns} - \mathbf{v}_0)^2\mathbf{v}_{ns} \ , \quad (5.1)$$

mostrando ser proporcional ao cubo da velocidade relativa entre os dois fluidos ($\mathbf{v}_{ns} = \mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s$), ρ_s e ρ_n são as densidades dos fluidos, $\mathbf{v}_0$ é uma constante da ordem de 1 cm/s e A é uma constante dependente da temperatura. Esta relação fenomenológica parece ser boa para descrever um sistema de dois fluidos, mesmo acima da ocorrência de turbulência no superfluido. A origem dessa interação, como descrito por *W. F. Vinen* (70), é a dispersão da excitação térmica.

Experimentos como o refluxo térmico ainda não são possíveis para uma amostra superfluida

de átomos aprisionados. Porém há uma situação alternativa, onde é possível um escoamento contrapropagante do superfluido em relação ao fluido normal, o qual pode abrir novas situações experimentais.

O principal objetivo deste capítulo é demonstrar que, através de uma excitação oscilatória aplicada ao superfluido aprisionado, há condições em que o condensado e a parte térmica apresentam um movimento relativo, caracterizando a existência de um sistema de escoamento contrapropagante. Com foco nessa análise, iremos explorar as condições necessárias para a geração de vórtices no condensado e a possível evolução ao estado de turbulência quântica em nosso sistema.

5.2 Escoamento contrapropagante

Para observar o movimento da nuvem aprisionada na armadilha, como explicado na seção 4.3, nós medimos uma sequência de dados onde variamos o *wait time*, t_w , antes de deixarmos os átomos expandirem durante $TOF = 23$ ms em voo livre para a aquisição da imagem.

Alguns dos resultados obtidos e o movimento geral da nuvem foram colocados na sequência de imagens apresentada na figura 4.2.

Além da excitação dos modos coletivos, analisados no capítulo 4, observamos um movimento relativo entre os dois componentes do nosso fluido. A nuvem condensada e a nuvem térmica oscilam, uma em relação a outra, em uma escala macroscópica. A figura 5.1 mostra uma sequência de perfis de densidade durante a oscilação.

À medida que a oscilação da nuvem atômica no potencial de aprisionamento e a excitação dos modos coletivos prosseguem no tempo, a nuvem térmica e o condensado se deslocam um em relação ao outro evidenciando que há um movimento relativo entre seus centros de massa. Esse movimento relativo é mais acentuado ao longo do maior eixo da nuvem (eixo longo), mas também está presente ao longo do menor eixo da nuvem (eixo curto).

A figura 5.1 é o perfil de densidade da nuvem após os 23 ms de expansão livre. Para medir o deslocamento entre o centro de massa do condensado e da nuvem térmica, utilizamos esse perfil de densidade e fazemos o ajuste de uma curva bimodal a ele, deixando livres como parâmetros de ajuste as posições do centro de massa, além dos parâmetros usuais de ajuste como as densidades de pico e os raios das nuvens. A figura 5.2 mostra o resultado desse ajuste para uma imagem com *wait time* igual a 6.6 ms, no eixo longo da nuvem atômica.

Figura 5.1 – Sequência do perfil de densidade durante a oscilação na armadilha magnética.

Na figura 5.2, o gráfico de perfil de densidade foi feito em densidade óptica e os pontos destacados são as posições dos centros de massa, o ponto CM1 é a posição do centro de massa da nuvem térmica e o ponto CM2, o da nuvem condensada. Os valores correspondentes a esses pontos são $CM1 = 329.52 \mu m$ e $CM2 = 391.30 \mu m$, com os quais podemos calcular a posição relativa entre esses centros de massa, durante toda a oscilação da nuvem atômica. O resultado

desta análise está exibido na figura 5.3(a) para o eixo longo da nuvem atômica e figura 5.3(b) para o eixo curto.

Através da figuras 5.3 e 4.3 podemos fazer uma relação entre os pontos de mínima e máxima distância relativa dos centros de massa com o movimento dipolar da nuvem atômica. Assim, podemos destacar que a mínima distância entre os centros de massa aparece nas regiões dos pontos de retorno do movimento da figura 4.2(h), onde a aceleração do modo dipolar é máxima.

Figura 5.2 – Resultado do ajuste bimodal ao perfil de densidade no eixo longo da nuvem atômica, em $t_w = 6,6$ ms. O gráfico do perfil de densidade foi feito em densidade óptica. Os pontos CM1 e CM2 mostram as posições do centro de massa da nuvem térmica e do condensado, respectivamente.

Por outro lado, a máxima distância entre os centros de massa acontece nas regiões intermediárias aos pontos de retorno do movimento da figura 4.2(h), onde a velocidade do modo dipolar é máxima.

Nos dados da figura 5.3 fizemos um ajuste senoidal de onde podemos extrair a amplitude e a frequência de oscilação da posição relativa dos centros de massa. No eixo longo, a amplitude e frequência dessa oscilação são da ordem de $159 \mu\text{m}$ e $321(5)$ Hz, e no eixo curto é cerca de $18 \mu\text{m}$ e $298(7)$ Hz.

Esses valores são para as nuvens que estavam em voo livre durante 23 ms, após o *wait time*. Para obtermos os valores da amplitude de oscilação das nuvens *in situ* (sem expansão),

Figura 5.3 – Distância relativa entre o centro de massa da nuvem superfluida e da nuvem térmica para o (a) eixo longo e (b) eixo curto. (a,b) As linhas pontilhadas são ajustes senoidais.

podemos aplicar o método de *Y. Castin e R. Dum* (71) e com isso obtemos os valores 106 μm para o eixo longo e 12 μm para o eixo curto.

Utilizando esses valores *in situ*, podemos calcular que a velocidade relativa atingida nas condições de nosso experimento é $v_{ns} \approx 3 \text{ cm/s}$, para as condições de nosso experimento. Esta velocidade pode ser maior ou menor, dependendo da amplitude e/ou da frequência da excitação imposta pelo campo oscilatório aplicado ao condensado.

Portanto, essa análise do escoamento contrapropagante dos dois fluidos nos permitiu calcular a velocidade relativa entre eles. Essa velocidade será útil na análise da seção seguinte, onde determinaremos sob quais circunstâncias somos capazes de gerar vórtices no condensado e, possivelmente, evoluir a um estado de turbulência quântica.

5.3 Irregularidades na superfície do condensado

Para entender melhor as consequências do movimento da nuvem na armadilha magnética em termos de excitação da parte condensada do fluido, analisamos as irregularidades que aparecem na superfície da nuvem superfluida, durante esse movimento, pois estas irregularidades estão relacionadas com a geração de vórtices em condensados de Bose–Einstein (72).

Utilizando a argumentação de que a nuvem condensada está localizada na região de maior densidade e os parâmetros do ajuste bimodal, como na figura 5.2, o procedimento para a análise das irregularidades foi extrair a nuvem condensada da nuvem atômica. A partir dessa dela obtemos a superfície do condensado. A figura 5.4 exemplifica esse procedimento onde utilizamos a mesma amostra atômica da figura 5.2.

A partir da figura 5.4(c), subtraímos dela a superfície de um condensado ideal com os dados do ajuste bimodal da figura 5.2. O resultado deste procedimento matemático é a nitidez das irregularidades da interface entre o condensado e o resto do componente do fluido normal, esse resultado é mostrado na figura 5.4(d).

O tamanho característico das irregularidades é determinado através do pico mais intenso da transformada de Fourier aplicada ao gráfico da figura 5.4(d). Para cada imagem (isto é, em cada *wait time*) fazemos esse procedimento e obtemos um comprimento característico da irregularidade dessa nuvem condensada.

O resultado final deste procedimento de análise está na figura 5.5, onde temos o tamanho característico das irregularidades em função do *wait time* da oscilação da nuvem na armadilha

Figura 5.4 – Processo para análise da superfície do condensado. (a) Nuvem atômica, (b) Região do condensado, (c) Superfície do condensado (d) Irregularidades na interface entre o superfluido e o fluido normal.

magnética.

Em analogia com a figura 4.2 podemos dizer que na região próxima aos pontos de retorno da oscilação dipolar da nuvem atômica, onde temos as regiões de máxima velocidade relativa entre o componente superfluido e o fluido normal (como visto na seção anterior), também encontramos o maior comprimento das irregularidades na superfície do superfluido.

Maiores irregularidades significam maiores perturbações no superfluido, aumentando a possibilidade dessas excitações formarem vórtices, pois, como apresentado na figura 5.5, esses valores são próximos ao *healing length*. Para exemplificar esse argumento nós apresentamos, na figura 5.6, uma típica nuvem atômica na região de um ponto de retorno, em $t_w = 6,4$ ms. É bem visível que as irregularidades podem ser o início da formação de vórtices uma vez que as formas

Figura 5.5 – Comprimento característico das irregularidades do superfluido em função do *wait time*. A linha preta pontilhada é apenas para unir os pontos. A linha verde pontilhada indica o valor do *healing length* para nossa nuvem condensada.

das irregularidades superficiais que aparecem nessa figura induzem à percepção de vórtices.

Com a intenção de determinarmos as condições para o início da formação de vórtices, podemos analisar essa experiência como um escoamento contrapropagante do superfluido em relação ao fluido normal. Se esse escoamento exceder um limite de velocidades, flutuações na superfície crescem muito rápido e, eventualmente, resultam na formação de vórtices.

Em nosso experimento, devido à natureza oscilatória desse escoamento contrapropagante, esta velocidade máxima é sustentada por apenas um curto período de tempo (nas regiões dos pontos de retorno), certamente com pequena possibilidade de geração de vórtices e evolução para um regime turbulento.

Figura 5.6 – Imagem de absorção da nuvem em $t_w = 6,4$ ms. As setas indicam onde a forma das irregularidades sugerem o início de vórtices.

Se considerarmos a força de atrito mútuo da equação (5.1) e associarmos essa força como a causadora do aumento das flutuações na interface do superfluido com o fluido normal, podemos avaliar que os pontos onde as irregularidades começam a crescer mais rápido é onde $v_{ns} - v_0 = 0$.

Olhando para figura 5.5, no intervalo de 3,5 ms até 5,5 ms devemos ter $v_{ns} < v_0$ pois as flutuações são mantidas em baixo nível (basicamente, zero de tamanho característico). Em 5,5 ms a velocidade relativa entre os componentes da nuvem atômica possuiu valores próximos a v_0 , e deste ponto até próximo de 7,0 ms o aumento de v_{ns} supera v_0 e, assim, o comprimento das irregularidades cresce.

Juntando o crescimento relativo das irregularidades com o conhecimento do *wait time*, os quais podem ser extraídos da figura 5.5, estimamos que $v_0 \approx 2.5$ cm/s.

Podemos avaliar o regime que deve ser atingido em nosso experimento para evoluirmos a um estado de turbulência quântica, com uso dos argumentos de *G. E. Volovik* (73), onde a turbulência em superfluido é caracterizada em termos de dois parâmetros adimensionais.

O primeiro deles é um parâmetro intrínseco q o qual quantifica a força de atrito atuando nos fluidos, onde a quantidade relacionada ao seu inverso, q^{-1} , é equivalente ao número de Reynolds em hidrodinâmica clássica. O segundo parâmetro é o número de Reynolds superfluido,

$$Re_s = \frac{m\xi v}{2\pi\hbar}, \quad (5.2)$$

onde ξ é o *healing length*, equação (2.31), associado ao tamanho do núcleo do vórtice, e v a velocidade do escoamento.

Esses parâmetros podem ser aplicados para o caso de dois fluidos que estão em movimento relativo entre si. Considerando $v \equiv v_{ns}$ e, neste experimento, $n = \rho_s = 2.5 \times 10^{14}$ átomos/cm³ e $\xi \approx 100a_0$, obtemos um intervalo de variação para Re_s de 0 até 1, para esse experimento realizado.

Utilizando a referência (67), com esse valor do número de Reynolds superfluido, o sistema ainda está abaixo da condição para a geração de turbulência. Isso é de fato consistente com

nossas observações neste experimento, onde as irregularidades podem produzir vórtices, mas dificilmente podem evoluir para um estado turbulento.

Por outro lado, em experimentos feitos anteriormente (31), nos quais velocidades mais altas puderam ser obtidas e o Re_s pôde ser um pouco acima da unidade e, assim, as condições para a observação da turbulência quântica foram atingidas, como discutido em (74).

Com o estudo desse capítulo conseguimos melhorar nosso entendimento em relação ao processo de geração de vórtices em nosso sistema, no qual utilizamos uma técnica de excitação do condensado de Bose–Einstein por meio de um campo magnético oscilatório superposto ao potencial de aprisionamento.

6 *Conclusões*

Em nosso laboratório temos desenvolvido estudos em gases quânticos degenerados já há algum tempo (30, 37, 74), e um dos estudos mais instigantes é o que pode fornecer informações sobre superfluidez (31, 75). Nesse trabalho em especial exploramos um condensado de Bose–Einstein submetido a uma excitação externa e estudamos alguns aspectos dos seus efeitos. Os experimentos foram realizados na montagem experimental onde obtivemos e estudamos o primeiro condensado de ^{87}Rb de nosso laboratório (37).

Utilizando os processos descritos no capítulo 3, produzimos um condensado de Bose-Einstein contendo, aproximadamente, 5×10^4 átomos de ^{87}Rb . Com os átomos ainda aprisionados na armadilha magnética QUIC, inserimos uma perturbação externa para excitar o condensado. Essa perturbação foi feita por meio de uma excitação oscilatória proveniente de um sistema simples de bobinas e circuito de geração de corrente controlado por computador, adequadamente inserido na sequência temporal do experimento.

Após a excitação ser desligada e ainda com o campo de aprisionamento ligado, deixamos o condensado se movimentar nesse campo por um intervalo de tempo que chamamos de *wait time*, tw . Em seguida, liberamos esses átomos em um tempo de voo livre de 23 ms. Após esse período, obtemos uma imagem de absorção do condensado.

Para diferentes amostras variamos o *wait time* para observar a evolução dos modos no condensado. Pudemos identificar três propriedades:

- 1) O centro de massa da nuvem atômica oscila no potencial harmônico de aprisionamento, o que sugere a presença do modo dipolar. Estudamos a posição do centro de massa da nu-

vem atômica em função do *wait time* e, a partir do ajuste de uma curva senoidal obtivemos a frequência de oscilação de 159 Hz.

2) As dimensões da nuvem variam com a evolução do *wait time*, o que sugere a presença de modo quadrupolar e/ou do modo monopolar (*breathing mode*). Observamos que a forma do condensado varia durante o movimento da nuvem, estudando a evolução dos raios do condensado em função do *wait time*. Esses raios foram medidos através do ajuste de um perfil bimodal ao perfil da nuvem atômica ao longo desse raio, em cada tw. O ajuste de uma curva senoidal aos dados permitiu encontrar a frequência desse modo, a qual é de 314 Hz, o dobro da frequência do modo dipolar. Também constatamos que o modo *breathing* está acoplado ao modo quadrupolar, pelo fato de que a defasagem entre a oscilação do eixo longo e a do eixo curto não é $\pi/2$, como deveria ser para o modo quadrupolar puro.

3) O eixo de simetria da nuvem atômica possui um movimento periódico, o qual está relacionado ao modo *scissors*. Portanto, nosso sistema de excitação é capaz de fornecer momento angular a nuvem atômica.

Outro aspecto que analisamos foi o movimento relativo entre uma nuvem atômica de condensado (superfluido) incorporado em uma nuvem atômica térmica (fluido normal), sob excitação oscilatória.

Esse movimento relativo permite visualizar o sistema como um escoamento contrapropagante do superfluido com relação ao fluido normal. Podemos destacar algumas possibilidades nesse tipo de sistema de dois fluidos. Uma delas é explorar efeitos que ainda não foram possíveis em Hélio líquido. Utilizar amostras atômicas pode trazer maior leque de possibilidades, como a variação das interações, variando o comprimento de espalhamento, por exemplo. Outra frente de possibilidades interessante, a qual foi explorada em nosso laboratório no presente trabalho, é estudar esse movimento relativo entre condensado e parte térmica para investigar condições que levam a formação de vórtices e turbulência quântica.

Para entender melhor as consequências desse movimento em termos da excitação da parte condensada, avaliamos em nosso sistema variações na superfície do superfluido à medida que

observamos as imagens de absorção para diferentes amostras as quais foram submetidas a diferentes tempos de espera. Essas variações na superfície são vistas como instabilidades, as quais indicam a possível formação de vórtice e eventual evolução para o estado de Turbulência Quântica.

O procedimento para essa análise foi extrair da nuvem atômica (que é composta pelo condensado e a nuvem térmica) apenas a componente superfluida. Com isso conseguimos fazer um perfil da superfície do condensado. Observamos que este perfil apresenta algumas irregularidades que sugerem a formação de vórtices, em algumas regiões específicas do movimento dipolar da nuvem atômica. Essas irregularidades foram tratadas efetuando uma transformada de Fourier no perfil da superfície do condensado, a qual nos fornece o comprimento característico (relacionado ao maior pico da transformada) dessas irregularidades.

Considerando que o aparecimento dessas irregularidades está associado a uma força de atrito mútua entre as partes do fluido, e analisando o crescimento do comprimento característico em função do *wait time*, determinamos qual deve ser a velocidade mínima que o movimento relativo dos fluidos deve ter para iniciar a formação de vórtices. Em nosso sistema, essa velocidade deve ser da ordem de 1 cm/s.

Utilizando um parâmetro chamado número de Reynolds superfluido, Re_s , podemos avaliar se o sistema pode evoluir a um estado de turbulência quântica. Para valores desse parâmetro acima da unidade, o sistema atinge as condições para a geração de turbulência. Nesse experimento, obtemos que o Re_s possui valores de 0 a 0,5 e, com isso, nosso sistema não poderia exibir turbulência quântica, como de fato foi constatado.

O estudo desenvolvido neste trabalho abre novas possibilidades para experimentos com amostras atômicas superfluidas (BEC) quando é necessário a excitação de um escoamento contrapropagante para gerar vórtices no superfluido. Também pôde deixar claro que esse tipo de movimento está relacionado ao mecanismo da formação de vórtices e a evolução para o estado de turbulência quântica obtidos, recentemente, pelo nosso grupo de pesquisa.

REFERÊNCIAS

- 1 HEISENBERG, W. Über quantentheoretische umdeutung kinematischer und mechanischer beziehungen. *Zeitschrift für Physik*, v. 33, n. 1, p. 879–893, 1925.
- 2 BOSE, S. N. Plancks gesetz und lichtquantenhypothese. *Zeitschrift für Physik*, v. 26, n. 1, p. 178–181, 1924.
- 3 BOSE, S. A lei de Planck e a hipótese dos quanta de luz*. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 27, n. 3, p. 463–465, 2005.
- 4 EINSTEIN, A. Quantentheorie de einatomigen idealen Gases-Zweite. *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften*, v. 1, p. 3–14, 1925.
- 5 EINSTEIN, A. Teoria quântica do gás ideal monoatômico: segundo tratado. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 27, n. 1, p. 113–120, 2005.
- 6 GRIFFIN, A.; SNOKE, D. W.; STRINGARI, S. *Bose-Einstein condensation*. Cambridge: Cambridge University Press, 1995. 602 p. ISBN 0-521-46473-0.
- 7 CHU, S. The manipulation of neutral particles*. *Reviews of Modern Physics*, v. 70, n. 3, p. 685–706, 1998.
- 8 COHEN-TANNOUDJI, C. N. Manipulating atoms with photons*. *Reviews of Modern Physics*, v. 70, n. 3, p. 707–719, 1998.

9 PHILLIPS, W. D. Laser cooling and trapping of neutral atoms. *Reviews of Modern Physics*, v. 70, n. 3, p. 721–742, 1998.

10 KETTERLE, W.; DRUTEN, N. J. V. Evaporative cooling of trapped atoms. *Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics*, v. 37, p. 181–236, 1996.

11 ANDERSON, M. H. et al. Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor. *Science*, v. 269, n. 5221, p. 198–201, 1995.

12 DAVIS, K. B. et al. Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms. *Physical Review Letters*, v. 75, n. 22, p. 3969–3973, 1995.

13 BRADLEY, C. C. et al. Evidence of Bose-Einstein condensation in an atomic gas with attractive interactions. *Physical Review Letters*, v. 75, n. 9, p. 1687–1690, 1995.

14 CHIN, C.; JULIENNE, P.; TIESINGA, E. Feshbach resonances in ultracold gases. *Reviews of Modern Physics*, v. 82, n. 2, p. 1225–1286, 2010.

15 DONLEY, E. A. et al. Dynamics of collapsing and exploding Bose-Einstein condensates. *Nature*, v. 412, n. 6844, p. 295–299, 2001.

16 ROATI, G. et al. ^{39}K Bose-Einstein condensate with tunable interactions. *Physical Review Letters*, v. 99, n. 1, p. 1–4, 2007.

17 SALINAS, S. R. A. *Introdução à física estatística*. 2a ed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1997. 461 p. ISBN 85-314-0386-3.

18 HUANG, K. *Introduction to statistical physics*. 2nd ed. New York: Taylor & Francis, 2002. 290 p. ISBN 0-7484-0942-4.

19 MEWES, M. O. et al. Output coupler for Bose-Einstein condensed atoms. *Physical Review Letters*, v. 78, n. 4, p. 582–585, 1997.

20 THOMAS, N. R. et al. Imaging of s and d partial-wave interference in quantum scattering of identical bosonic atoms. *Physical Review Letters*, v. 93, n. 17, p. 173201, 2004.

21 KAPUSTA, J. I. Bose-Einstein condensation, spontaneous symmetry breaking, and gauge theories. *Physical Review D*, v. 24, n. 2, p. 426, 1981.

22 MARQUES, G. C.; BAGNATO, V. S.; SPEHLER, D. Bose-Einstein condensation and spontaneous symmetry breakdown. *Laser Physics*, v. 14, n. 7, p. 1019–1030, 2004.

23 BLOCH, I. Ultracold quantum gases in optical lattices. *Nature Physics*, v. 1, n. 1, p. 23–30, 2005.

24 ROATI, G. et al. Anderson localization of a non-interacting Bose-Einstein condensate. *Nature*, v. 453, n. 7197, p. 895–898, 2008.

25 BLOCH, I.; DALIBARD, J.; ZWERGER, W. Many-body physics with ultracold gases. *Reviews of Modern Physics*, v. 80, n. 3, p. 885–964, 2008.

26 MATTHEWS, M. R. et al. Vortices in a Bose-Einstein condensate. *Physical Review Letters*, v. 83, n. 13, p. 2498–2501, 1999.

27 HENN, E. A. L. et al. Observation of vortex formation in an oscillating trapped Bose-Einstein condensate. *Physical Review A*, v. 79, n. 4, p. 043618, 2009.

28 HENN, E. A. L. et al. Generation of vortices and observation of quantum turbulence in an oscillating Bose-Einstein condensate. *Journal of Low Temperature Physics*, v. 158, n. 3-4, p. 435–442, 2009.

29 SEMAN, J. A. et al. Three-vortex configurations in trapped Bose-Einstein condensates. *Physical Review A*, v. 82, n. 3, p. 033616, 2010.

30 MAGALHÃES, K. M. F. *Obtenção da degenerescência quântica em Sódio aprisionado*. 2004. 102 p. Tese (Doutorado) — Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

31 HENN, E. A. L. et al. Emergence of turbulence in an oscillating Bose-Einstein condensate. *Physical Review Letters*, v. 103, n. 4, p. 045301, 2009.

32 COURTEILLE, P. W.; BAGNATO, V. S.; YUKALOV, V. I. Bose-Einstein condensation of trapped atomic gases. *Laser Physics Review*, v. 11, n. 6, p. 659–800, 2001.

33 DALFOVO, F. et al. Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases. *Reviews of Modern Physics*, v. 71, n. 3, p. 463–512, 1999.

34 PETHICK, C. J.; SMITH, H. *Bose-Einstein condensation in dilute gases*. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2008. 569 p. ISBN 978-0-521-84651-6.

35 BAGNATO, V. S.; PRITCHARD, D. E.; KLEPPNER, D. Bose-Einstein condensation in an external potential. *Physical Review A*, v. 35, n. 10, p. 4354–4358, 1987.

36 SAKURAI, J. J. *Modern quantum mechanics*. revised ed. Boston: Addison-Wesley Publishing Company, 1994. 500 p. ISBN 0-201-53929-2.

37 HENN, E. A. L. *Produção experimental de excitações topológicas em um condensado de Bose-Einstein*. 2008. 126 p. Tese (Doutorado) — Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

38 KLEMP, C. et al. Ultraviolet light-induced atom desorption for large rubidium and potassium magneto-optical traps. *Physical Review A*, v. 73, n. 1, p. 013410, 2006.

39 PRITCHARD, D. E. et al. Light traps using spontaneous forces. *Physical Review Letters*, v. 57, n. 3, p. 310–313, 1986.

40 METCALF, H. J.; STRATEN, P. *Laser cooling and trapping*. New York: Springer-Verlag Inc., 1999. 323 p. ISBN 0-387-98727-9.

41 RAAB, E. L. et al. Trapping of neutral Sodium atoms with radiation pressure. *Physical Review Letters*, v. 59, n. 23, p. 2631–2634, 1987.

42 WEINER, J. et al. Experiments and theory in cold and ultracold collisions. *Reviews of Modern Physics*, APS, v. 71, n. 1, p. 1–85, 1999.

43 PETRICH, W. et al. Stable, tightly confining magnetic trap for evaporative cooling of neutral atoms. *Physical Review Letters*, v. 74, n. 17, p. 3352–3355, 1995.

44 MEWES, M. O. et al. Bose-Einstein condensation in a tightly confining dc magnetic trap. *Physical Review Letters*, v. 77, n. 3, p. 416–419, 1996.

45 ESSLINGER, T.; BLOCH, I.; HÄNSCH, T. Bose-Einstein condensation in a quadrupole-Ioffe-configuration trap. *Physical Review A*, v. 58, n. 4, p. R2664–R2667, 1998.

46 HENN, E. A. L. et al. Evaporation in atomic traps: a simple approach. *American Journal of Physics*, v. 75, n. 10, p. 907–910, 2007.

47 PITAEVSKII, L. P.; STRINGARI, S. *Bose-Einstein condensation*. Oxford: Oxford University Press, 2003. 382 p. ISBN 978-0-19-850719-2.

48 JIN, D. S. et al. Collective excitations of a Bose-Einstein condensate in a dilute gas. *Physical Review Letters*, v. 77, n. 3, p. 420–423, 1996.

49 RAMOS, E. R. F. et al. Generation of nonground-state Bose-Einstein condensates by modulating atomic interactions. *Physical Review A*, v. 78, n. 6, p. 1–6, 2008.

50 RAMOS, E. R. F. et al. Order parameter for the dynamical phase transition in Bose-Einstein condensates with topological modes. *Physical Review A*, v. 76, n. 3, p. 1–7, 2007.

51 BOGOLIUBOV, N. N. On the theory of superfluidity. *Journal of Physics USSR*, v. 11, n. 1, p. 23, 1947.

52 STAMPER-KURN, D. M. et al. Excitation of phonons in a Bose-Einstein condensate by light scattering. *Physical review letters*, v. 83, n. 15, p. 2876–2879, 1999.

53 INOUE, S. et al. Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate. *Nature*, v. 392, n. 6672, p. 151–154, 1998.

54 YUKALOV, V. I.; YUKALOVA, E. P.; BAGNATO, V. S. Non-ground-state Bose-Einstein condensates of trapped atoms. *Physical Review A*, v. 56, n. 6, p. 4845–4854, 1997.

55 OSTROVSKAYA, E. et al. Coupled-mode theory for Bose-Einstein condensates. *Physical Review A*, v. 61, n. 3, p. 031601(R), 2000.

56 WILLIAMS, J. et al. Excitation of a dipole topological state in a strongly coupled two-component Bose-Einstein condensate. *Physical Review A*, v. 61, n. 3, p. 1–9, 2000.

57 STEINHAEUER, J. et al. Excitation spectrum of a Bose-Einstein condensate. *Physical Review Letters*, v. 88, n. 12, p. 1–4, 2002. ISSN 0031-9007.

58 STRINGARI, S. Collective excitations of a trapped Bose-condensed gas. *Physical Review Letters*, APS, v. 77, n. 12, p. 2360–2363, 1996.

59 MEWES, M. O. et al. Collective excitations of a Bose-Einstein condensate in a magnetic trap. *Physical Review Letters*, v. 77, n. 6, p. 988–991, 1996.

60 MARAGÒ, O. M. et al. Observation of the scissors mode and evidence for superfluidity of a trapped Bose-Einstein condensed gas. *Physical Review Letters*, v. 84, n. 10, p. 2056–2059, 2000.

61 GUÉRY-ODELIN, D.; STRINGARI, S. Scissors mode and superfluidity of a trapped Bose-Einstein condensed gas. *Physical Review Letters*, v. 83, n. 22, p. 4452–4455, 1999.

62 MADISON, K. W. et al. Vortex formation in a stirred Bose-Einstein condensate. *Physical Review Letters*, v. 84, n. 5, p. 806–809, 2000.

63 ALLEN, J. F.; MISENER, A. D. Flow of liquid Helium II. *Nature*, v. 171, n. 3558, p. 75, 1938.

64 NEELY, T. W. et al. Observation of vortex dipoles in an oblate Bose-Einstein condensate. *Physical Review Letters*, v. 104, n. 16, p. 160401, 2010.

65 KOBAYASHI, M.; TSUBOTA, M. Quantum turbulence in a trapped Bose-Einstein condensate. *Physical Review A*, v. 76, n. 4, p. 1–4, 2007.

66 BLAAUWGEERS, R. et al. Shear flow and Kelvin-Helmholtz instability in superfluids. *Physical Review Letters*, v. 89, n. 15, p. 2–5, 2002.

67 FINNE, A. P. et al. An intrinsic velocity-independent criterion for superfluid turbulence. *Nature*, v. 424, n. 6952, p. 1022–1025, 2003.

68 MARTIN, K. P.; TOUGH, J. T. Evolution of superfluid turbulence in thermal counterflow. *Physical Review B*, v. 27, n. 5, p. 2788–2799, 1983.

69 GORTER, C. J.; MELLINK, J. H. On the irreversible processes in liquid helium II. *Physica*, v. 15, n. 3-4, p. 285–304, 1949.

70 VINEN, W. F. Mutual friction in a heat current in liquid helium II. I. Experiments on steady heat currents. *Proceedings of the Royal Society A: mathematical, physical and engineering Sciences*, The Royal Society, v. 240, n. 1220, p. 114–127, 1957.

71 CASTIN, Y.; DUM, R. Bose-Einstein condensates in time dependent traps. *Physical Review Letters*, v. 77, n. 27, p. 5315–5319, 1996.

72 MURRAY, D. et al. Vortex nucleation in Bose-Einstein condensates due to effective magnetic fields. *Physical Review A*, v. 79, n. 6, p. 063618, 2009.

73 VOLOVIK, G. E. *The universe in a Helium droplet*. Oxford: Oxford University Press, 2003. 509 p. ISBN 0-198-50782-8.

74 HARUTINIAN, J. A. S. *Study of excitations in a Bose-Einstein condensate*. 2011. 189 p. Tese (Doutorado) — Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

75 SEMAN, J. A. et al. Route to turbulence in a trapped Bose-Einstein condensate. *Laser Physics Letters*, v. 8, n. 9, p. 691–696, 2011.