UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA DE SÃO CARLOS

Hugo Sanchez de Araujo

*Localização de estados quânticos
vibracionais em armadilhas iônicas*

São Carlos

2016

Hugo Sanchez de Araujo

Localização de estados quânticos vibracionais em armadilhas iônicas

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física de São Carlos da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Física Básica
Orientador: Prof. Dr. Miled Hassan Youssef Moussa

Versão Original

São Carlos

2016

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica revisada pelo Serviço de Biblioteca e Informação do IFSC,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Araujo, Hugo Sanchez de
Localização de estados quânticos vibracionais em
armadilhas iônicas / Hugo Sanchez de Araujo;
orientador Miled Hassan Youssef Moussa -- São
Carlos, 2016.
67 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em
Física Básica) -- Instituto de Física de São Carlos,
Universidade de São Paulo, 2016.

1. Localização de estados quânticos. 2.
Eletrodinâmica quântica de cavidades. 3. Íons
armadilhados. 4. Engenharia de reservatórios. I.
Moussa, Miled Hassan Youssef, orient. II. Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Hugo Sanchez de Araujo

Dissertação apresentada ao Instituto de Física de São Carlos da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências. Área de Concentração: Física Básica.

Aprovado(a) em: 22/02/2016

Comissão Julgadora

Dr(a). Diogo de Oliveira Soares Pinto

Instituição: (IFSC/USP)

Dr(a). Paulo Eduardo Fornasari Farinas

Instituição: (UFSCar/São Carlos)

Dr(a). Norton Gomes de Almeida

Instituição: (UFG/Goiania)

Em memória de meus avós maternos, Alzira da Silva Sanchez e Leone Sanchez por quem tenho muito apreço e eterna gratidão por todos os momentos de suporte, carinho e afeto.

AGRADECIMENTOS

Agradeço com muito afeto por todo apoio e suporte por parte da minha mãe Luiza, Alcides e não poderia deixar de incluir meus tios e primos por quem tenho muito apreço. A caminhada pela universidade não é um caminho fácil porém sempre fui impulsionado a continuar, mesmo nos momentos mais difíceis, por todos eles e desde já deixo meu sincero agradecimento tanto pela formação profissional quanto pessoal devido aos grandes exemplos e ensinamentos que levarei pela vida toda.

Tenho muito a agradecer a Debora por toda sua paciência por todos os momentos felizes e de preocupações que eventualmente poderia surgir. Sou fortemente grato por sempre estar ao meu lado e nunca se recusar em estender a mão para me ajudar. Apesar de estarmos enfrentando ao mesmo tempo quase os mesmos desafios da área acadêmica, consegui evoluir e amadurecer ao longo de todos os anos por me fazer melhorar a cada dia com seu apoio e companheirismo.

Gostaria de agradecer meu orientador Miled Hassan Youssef Moussa que desde o primeiro dia se mostrou uma pessoa interessada tanto pelo crescimento profissional quanto ao amadurecimento pela jornada acadêmica de maneira muito cordial e acolhedora com todos os seus alunos nos motivando a cada dia. Deixo meus sinceros agradecimentos também a todos os outros pesquisadores, que mesmo de maneira indireta, acabaram contribuindo para essa dissertação.

Sou grato por todos os colegas de sala, que se tornaram meus amigos, por toda paciência e cautela que tiveram em ajudar-me na elaboração desse trabalho e tiveram papel fundamental. Victor, Rafael, Cleverson, Eliceo, Pedro e Gentil. Muito obrigado!

Seria injusto não agradecer a todos os meus amigos de sala na graduação que por muitas vezes passamos por momentos de muita tensão ao longo do curso. Creio que de maneira conjunta fomos capazes de superar os desafios que nos foram impostos de certa forma nos valendo de todo companheirismo e amizade adquirida ao longo dos semestres. Obrigado por me motivarem e sempre estarem dispostos a ajudar. Ao Felipe por sempre estar disposto a nos ajudar com seu vasto conhecimento de computação.

Expresso meus agradecimentos também aos meus amigos de infância assim como do colégio (ensino fundamental e médio) e aos professores por quem sempre me inspirei e me apoio até hoje.

Este trabalho foi financiado inicialmente pela CAPES e posteriormente pelo CNPQ

*“(...)Nossas cicatrizes têm o poder de nos lembrar
que o passado foi real.”*

Ted Tally (O Silêncio dos Inocentes)

Resumo

ARAÚJO, H.S. *Localização de estados quânticos vibracionais em armadilhas iônicas*. 2016. 67 p. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2016.

Durante a década de 90 diversos trabalhos surgiram com o objetivo de investigar a localização de estados quânticos. No contexto da eletrodinâmica quântica de cavidades é possível localizar estados não clássicos de um dado campo externo aplicado ao sistema, uma cavidade preenchida com um material não linear inicialmente preparada no estado de vácuo. Baseado em tal cenário, propomos uma técnica de localização de estados vibracionais de um íon armadilhado. Para isso, considera-se um íon armadilhado em um potencial confinante cujos graus de liberdade vibracionais e os níveis eletrônicos do íon são acoplados por meio de um laser. Uma vez gerada a interação, faz-se uso da técnica de engenharia de reservatórios a fim de obtermos uma equação mestra na qual haja uma dinâmica emissiva e absorptiva, ambas artificiais, promovidas por liouvillianos engenheirados, obtidos utilizando o sistema auxiliar (níveis internos do íon). Decorre-se disso uma dinâmica efetiva, já que a emissão espontânea é sempre presente. Sob um certo regime de parâmetros, a competição entre os liouvillianos leva o sistema de interesse para um estado vibracional estacionário caracterizando a localização. A técnica apresentada é mais geral pois mesmo partindo-se de um estado de máxima mistura, a localização é atingida com alta fidelidade em relação ao estado vibracional almejado. O papel exercido pela engenharia de interações para o sucesso da localização é o principal fator motivador deste trabalho.

Palavras-chave: Localização de estados quânticos. Eletrodinâmica quântica de cavidades. Íons armadilhados. Engenharia de reservatórios.

Abstract

ARAÚJO, H. S. *Localization of vibrational quantum states in ionic trap*. 2016. 67 p. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2016.

In the 90s several works arose in order to investigate the localization of quantum states. In the context of quantum electrodynamics of cavities, it is possible to find non-classical states of a given external field applied to the system employing, for instance, a cavity (initially prepared in the vacuum states) filled with a non-linear material. In such scenario, we propose a trapped ion vibrational state localization technique. Consider a trapped ion confined in a potential whose vibrational and electronic degrees of freedom are coupled through two laser fields. Once such interaction is generated, we make use of the reservoir engineering technique in order to obtain a master equation in which there is an artificial dynamics of emission and absorption promoted by engineered liouvillians obtained by using an auxiliary system (internal ion levels) within an effective dynamics, since the spontaneous emission is always present. Under a certain set of parameters, competition among liouvillians takes the system of interest to a vibrational steady-state featuring localization. The presented technique is interesting because the steady-state is achieved with high fidelity with respect to the desired vibrational state even when starting with highly mixed states. The role presented by the engineered interactions is fundamental for a successful localization and it is the primary motivation of this work.

Keywords: Localization of quantum states. Quantum electrodynamics of cavities. Trapped ion. Reservoir engineering.

LISTA DE FIGURAS

- Figura 2.1 - Representação esquemática de uma cavidade com uma das paredes livre para se movimentar. Internamente preenche-se a cavidade com um material não-linear que interage com o modo de vibração selecionado. Devido ao lento movimento da placa móvel (adiabaticamente), garantimos que os modos de vibração não interagem entre si. De maneira conjunta, aplicamos um campo externo representado por pulsos de curta duração de forma que a interação radiação-matéria possa amplificar o modo de vibração escolhido e assim, ao competir com o processo de dissipação (absorção de luz pela cavidade), dá-se início ao processo de localização do estado de Fock almejado. 34
- Figura 2.2 - Localização do estado de Fock $|n = 1\rangle$ partindo do estado de vácuo (ou equivalentemente $|n = 0\rangle$). 36
- Figura 2.3 - Probabilidade de ocupação entre $|0\rangle$ e $|1\rangle$ ao longo da evolução temporal. O estado inicial é o estado de vácuo ($|0\rangle$) durante a interação sendo $\Delta_0 = 4 \times 10^{-4} s^{-2}$, $\Omega_0 = 10^{-2} T^{-1}$, $\chi = 0,32 T^{-1}$ 37
- Figura 2.4 - Evolução temporal das probabilidades de ocupação entre os estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$ com $T = \pi s$ e $\epsilon = \pi/50 Hz$ 41
- Figura 2.5 - Evolução temporal das probabilidades de ocupação entre os estados $|0\rangle$, $|1\rangle$ e $|2\rangle$ com $T = \pi s$ e $\epsilon = \pi/50 Hz$ 42
- Figura 3.1 - Representação esquemática da armadilha ionica interagindo com lasers de intensidades distintas. 54

Figura 3.2 - Localização dos estados $|N = 4\rangle$ e $|N = 8\rangle$ partindo inicialmente de um estado coerente $|\alpha = 6\rangle$. Na figura representam-se os gráficos do estado coerente de partida, o gráfico da fidelidade $\mathcal{F} = \text{Tr} |N\rangle \langle N| \rho_f$ e o gráfico da localização respectivamente. Na figura, mostra-se que os estados foram localizados com alta fidelidade e permanecem estacionários quando a escala de tempo envolvida na dinâmica das equações é menor que o tempo de relaxação. Os parâmetros utilizados foram: $\Omega_1 = 5.0 \times 10^6 \text{ Hz}$ e $\Omega_2 = 5,3 \times 10^6 \text{ Hz}$ como a intensidade dos lasers, $\kappa = 4 \times 10^6 \text{ Hz}$ como a taxa de decaimento eletrônica e $\Gamma_1 = 1,8 \times 10^6 \gamma$ e $\Gamma_2 = 2 \times 10^3 \gamma$ como as taxas de decaimento relativos à engenharia para $|N = 4\rangle$ ($\eta^2 = 0,5$) e $\Gamma_1 = 1,3 \times 10^6 \gamma$ e $\Gamma_2 = 1,6 \times 10^3 \gamma$ para $|N = 8\rangle$ ($\eta^2 = 0,25$). 58

Figura 3.3 - Localização dos estados $|N = 4\rangle$ e $|N = 8\rangle$ partindo inicialmente de um estado térmico com $\bar{n} = 0.01$. Na figura representam-se os gráficos do estado termico de partida, o gráfico da fidelidade e o gráfico da localização respectivamente. Os parâmetros utilizados foram: $\Omega_1 = 5.0 \times 10^6 \text{ Hz}$ e $\Omega_2 = 5,3 \times 10^6 \text{ Hz}$ como a intensidade dos lasers, $\kappa = 4 \times 10^6 \text{ Hz}$ como a taxa de decaimento eletrônica e $\Gamma_1 = 1,8 \times 10^6 \gamma$ e $\Gamma_2 = 2 \times 10^3 \gamma$ como as taxas de decaimento relativos à engenharia para $|N = 4\rangle$ e $\Gamma_1 = 1,3 \times 10^6 \gamma$ e $\Gamma_2 = 1,6 \times 10^3 \gamma$ para $|N = 8\rangle$ 59

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
2	Localização de Estados de Fock em Eletrodinâmica Quântica de Cavernas	25
2.1	Operador Densidade	25
2.1.1	Operador Densidade de Estados Puros	25
2.1.2	Misturas Estatísticas	26
2.2	Equação Mestre Para o Oscilador Harmônico	28
2.3	Simulação Computacional e Descrição do Modelo	33
2.4	Solução Analítica via Teoria de Perturbação Degenerada para Estados Localizados	38
3	Localização de Estados de Fock em Armadilhas Iônicas	45
3.1	Íons Armadilhados	45
3.2	Engenharia de Reservatório	49
3.3	Engenharia de Hamiltoniano Seletivo Não Linear	50
3.4	Localização de Estados de Fock via Engenharia de Reservatórios	53
4	CONCLUSÃO	61
	REFERÊNCIAS	63

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Desde o início do século XX a Mecânica Quântica tem se mostrado como uma teoria eficaz e inovadora devido ao grande número de descobertas em diferentes áreas da física. Tal teoria tem entregue explicações satisfatórias a fenômenos como supercondutividade macroscópica à teoria microscópica de partículas elementares e, atualmente, todos os campos da física que tem atraído ampla investigação científica, tais como a óptica, a informação quântica, matéria condensada, spintrônica, etc., fundamentam-se nessa área do conhecimento além de possíveis aplicações na relatividade geral. Contudo, não há consenso generalizado sobre seus fundamentos conceituais e sua interpretação. A teoria provê informações exatas sobre o resultado de uma medida de um observável. O conflito conceitual se dá devido ao fato de que a função de onda é usualmente dada por uma superposição coerente de estados distintos do sistema. Ao designar a coleção de estados que revela os resultados possíveis de um experimento por $\{|\psi_j\rangle\}$, vê-se que o estado (puro) mais geral de um objeto físico será dado por $|\psi\rangle = \sum_i c_j |\psi_j\rangle$, com $c_j = \langle\psi_j|\psi\rangle$. A probabilidade de obter-se o estado ψ_j em uma medida é dada por $p_j = |c_j|^2$. Neste processo de medida, se dá o intitulado 'colapso da função de onda' e um único estado definido $|\psi_j\rangle$ do objeto físico é selecionado. Então surge um problema quanto à interpretação do mecanismo pelo qual tal estado definido é escolhido dentre todos os resultados possíveis uma vez que a evolução da função de onda governada pela equação de Schrödinger é unitária e reversível, e tanto a unitariedade quanto a reversibilidade deixam de ser contempladas pelo processo de medida.

Além da superposição de estados, outra característica marcante do formalismo quântico é a possibilidade de uma descrição não-local de eventos. Em 1935, Einstein-Poldolsky-Rosen (EPR)(1-2) argumentam, com base em um 'experimento idealizado', que a Mecâ-

nica Quântica seria uma teoria incompleta; na hipótese de que a Mecânica Quântica fosse uma teoria completa, deveriam ocorrer fenômenos não-locais. Considerando um par correlacionado de EPR preparado inicialmente num estado do tipo singleto, a não-localidade revela-se por meio da medida, num dado estado, sobre uma das partículas que constitui o par. Tal medida projeta instantaneamente a outra partícula num estado ortogonal àquele da primeira. Contudo, como não havia uma situação experimental tangível para demonstrar a (não)localidade na Mecânica Quântica, a discussão sobre esses fundamentos da teoria permaneceu no âmbito filosófico por muitos anos.

Entretanto, em 1964, o cenário muda radicalmente quando Bell formula as denominadas 'desigualdades de Bell' (2-3), que seriam aceitas para qualquer teoria que cumprisse noções 'intuitivamente razoáveis' de realidade e de localidade. Dentre os resultados apresentados ao decorrer do tempo e que concomitantemente auxiliaram a compreensão sobre a natureza quântica, pode-se citar a violação das desigualdades de Bell pela Mecânica Quântica, alvo de diversos estudos experimentais ao longo das últimas décadas. (4-5)

Com relação ao controle de sistemas quânticos individuais, o avanço pela temática das desigualdades de Bell acarretou no desenvolvimento de diversas técnicas experimentais em tal cenário. Por exemplo, métodos voltados para o aprisionamento de um único íon atômico (6) permitiram a realização de testes sobre aspectos básicos da Mecânica Quântica - como a não-localidade (7) e a decoerência de estados (8) - e possibilitaram uma plataforma singular para a implementação de operações lógicas quânticas. (9)

Diversos estudos teóricos e implementações experimentais abrangendo processos de interação radiação-matéria em íons aprisionados, e Eletrodinâmica Quântica de Cavidades (EQC) foram realizados ao longo das últimas décadas. Podemos citar como exemplo, a preparação de superposição de estados do tipo 'gato de Schrödinger', da forma $|\psi\rangle \propto (|\alpha e^{i\phi}\rangle + |\alpha e^{-i\phi}\rangle)$, com $|\alpha|^2 \approx 10$, em cavidades de alto fator de qualidade (alto-Q) (8) e em íons aprisionados (10), o que possibilita a investigação da coerência quântica mesoscópica. Ademais, a preparação de uma variedade de estados nãoclássicos foi reportada no contexto da EQC (8) e de íons aprisionados (10-12), assim como foram experimentalmente demonstradas a geração e a detecção de estados de Fock do campo de radiação (13). Além disso foram medidas as oscilações de Rabi de átomos em estados circulares de Rydberg (14), revelando a natureza quântica do campo de radiação (15).

É possível citar ainda experimentos realizados com o intuito de localização de estados

quânticos. Phil Anderson (16) foi um dos precursores da área a partir de um experimento em física da matéria condensada. Na época, um dos grandes desafios era como tratar a desordem em determinados sistemas quando não se podia ignorá-la. Os primeiros testes foram feitos em ressonância eletrônica de spin (ESR) por Fletcher e Feher.(17) No experimento, fósforo é dopado aleatoriamente com silício puro. Foi observado que para baixas concentrações, os spins aleatoriamente distribuídos podem ser localizados até um dopamento crítico. Considere elétrons distribuídos ao longo de sítios, cada um com energia E_i variando aleatoriamente com uma dada distribuição cuja largura é W . Esses sítios podem ser ao longo de uma rede ou distribuídos aleatoriamente de forma que exista uma determinada interação V_{ij} (de curto alcance, decaindo a taxa de $1/r^3$) que permite a transição do elétron de um sítio para outro. Em segunda quantização poderíamos descrever o Hamiltoniano como sendo

$$H = \sum_i E_i n_i + \sum_{ij} V_{ij} c_i^\dagger c_j \quad (1.1)$$

onde $n, c^\dagger$ e c são operadores número, criação e destruição de cada elétron. Verificou-se que quando a largura da distribuição de energia vai a zero, todas as energias são iguais. Se a largura é pequena quando comparada ao potencial, ou seja $W \ll V$, poderá ocorrer o espalhamento devido a impurezas ao longo do material com um dado livre caminho médio l . A contribuição de Anderson foi em considerar o caso em que $W \gg V$ e considerou a energia sendo dada por uma distribuição contínua. Através de teoria de perturbação de muitos corpos, demonstrou que a função de onda se torna localizada com um dado comprimento de localização ξ .

Diversas técnicas de manipulação de estados eletrônicos e vibracionais no contexto de armadilhas iônicas via campos clássicos (18) paralelamente aos desenvolvimentos em EQC, permitiram a investigação de fenômenos quânticos fundamentais, como por exemplo, a implementação de várias propostas para simulação, computação (19) e comunicação quânticas. A operação de uma porta lógica quântica de dois bits de informação, "Controlled-Not"(C-Not), foi demonstrada via mapeamento de dois bits quânticos de informação nos graus de liberdade internos e externos de um íon aprisionado (6). A reconstrução da matriz densidade e da função de Wigner de diversos estados quânticos

do movimento de um íon aprisionado em um potencial harmônico também foi realizada (12). A simulação quântica de fenômenos possui um papel fundamental como ferramenta para estudar alguns sistemas que carecem de experimentos para sua realização, fornecendo evidências sobre tais fenômenos, como, por exemplo, o *Zitterbewegung* e o paradoxo de Klein (20-21).

Como consequência adicional dos estudos voltados à computação quântica, criaram-se diversos esquemas astutos para o controle de coerência. Em primeiro lugar citamos - dentre os vários mecanismos propostos para tal controle - os algoritmos quânticos de correção de erros (22-24), inspirados em seus análogos clássicos. Outra estratégia para controlar a coerência constitui na chamada engenharia de reservatórios (25), que subordina o sistema de interesse a interações adicionais além da (inevitável) ação do meio ambiente, objetivando a proteção com relação aos mecanismos de decoerência. Se as interações adicionais forem manufaturadas de forma apropriada, possibilitam o controle da dinâmica do sistema através da modificação do seu acoplamento com o meio ambiente. O artifício da engenharia de reservatório já foi implantado, tanto teórica quanto experimentalmente, em íons aprisionados (26-27), sendo que ainda conta com propostas factíveis em sistemas atômicos de dois níveis (28-30).

É notável o fato de que os algoritmos quânticos de correção de erros (35) pressupõem, geralmente, que sistemas quânticos compostos submetam-se de forma independente aos mecanismos de decoerência, enquanto que a confecção dos subespaços livres de decoerência decorrem, usualmente, da ação de um reservatório comum sobre sistemas compostos. Um protocolo para a concepção de subespaços livres de decoerência sob a premissa de que sistemas compostos encontram-se sob a ação de reservatórios distintos é apresentado na Ref.(36).

CAPÍTULO 2

LOCALIZAÇÃO DE ESTADOS DE FOCK EM ELETRODINÂMICA QUÂNTICA DE CAVIDADES

2.1 Operador Densidade

2.1.1 Operador Densidade de Estados Puros

Suponha um dado estado $|\Psi\rangle$ e sua base ortonormal sendo expressa por um conjunto vetores da forma $\{|u_n\rangle, n = 1, 2, 3, \dots\}$. Se o sistema se encontra em um estado $|\Psi(t)\rangle$, então a expansão em termos dos vetores da base será:

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_n a_n(t) |u_n\rangle \quad (2.1)$$

Assumindo que $|\Psi(t)\rangle$ é normalizado e sabendo que a base é ortonormal, obtemos o seguinte resultado:

$$\langle\Psi(t)|\Psi(t)\rangle = \sum_n \sum_k a_n(t) a_k^*(t) \langle u_k|u_n\rangle = \sum_n |a_n(t)|^2 = 1 \quad (2.2)$$

Dado um observável $\mathcal{A}$, podemos obter os elementos de matriz na mesma base ortonormal (descrita acima) e o valor esperado no tempo t através do seguinte processo:

$$\mathcal{A}_{nk} = \langle u_k | \mathcal{A} | u_n \rangle \quad (2.3a)$$

$$\langle \mathcal{A} \rangle = \langle \Psi(t) | \mathcal{A} | \Psi(t) \rangle = \sum_n \sum_k a_n(t) a_k^*(t) \mathcal{A}_{nk} \quad (2.3b)$$

Consideremos agora um dado operador expresso por $\langle \Psi(t) | | \Psi(t) \rangle$. Utilizando ainda a mesma base ortonormal, os elementos de matriz desse operador serão dados por:

$$\langle u_k | \langle \Psi(t) | | \Psi(t) \rangle | u_k \rangle = a_n(t) a_k^*(t) \quad (2.4)$$

Podemos notar que o resultado da Eq.(2.4) aparece no cálculo de $\langle \mathcal{A} \rangle$. Sendo assim, podemos definir um operador cujo nome é **operador densidade** conforme mostrado acima:

$$\rho(t) \equiv \langle \Psi(t) | | \Psi(t) \rangle \quad (2.5)$$

Como $|\Psi(t)\rangle$ é normalizado, identificamos de imediato que:

$$\sum_n |a_n(t)|^2 = \sum_n \rho_{nn}(t) = Tr \rho(t) = 1 \quad (2.6)$$

Portanto, podemos expressar o valor de qualquer observável através do operador densidade. Sendo assim, o resultado é:

$$\langle \mathcal{A} \rangle = \sum_n \sum_k \rho_{nk}(t) \mathcal{A}_{nk} = \sum_n [\rho(t) \mathcal{A}] = Tr [\rho(t) \mathcal{A}] \quad (2.7)$$

2.1.2 Misturas Estatísticas

Na seção anterior descrevemos os sistemas físicos na ausência do reservatório térmico, ou seja, os sistemas não interagem com o meio ambiente. Como já foi mencionado na introdução, quando os sistemas não possuem interações com o reservatório térmico, não há perda de informação .

Um dos resultados dessa tese é a proteção do sistema físico contra decoerência. Portanto, é de extrema importância dedicarmos esta subseção para descrever, matematicamente,

mente, o que ocorre quando o sistema físico troca informações com o meio ambiente.

Consideremos agora não apenas um estado puro, mas um ensemble de estados puros. Ou seja, o sistema pode ser expresso como uma combinação de diversos estados. O sistema pode estar no estado $|\Psi_1\rangle$ com probabilidade $\mathcal{P}_1$, no estado $|\Psi_2\rangle$ com probabilidade $\mathcal{P}_2$ e assim por diante de forma que $0 \leq \mathcal{P}_i \leq 1$ e $\sum_i \mathcal{P}_i = 1$.

Suponhamos um Hamiltoniano de um sistema total dado por:

$$H = H_S + H_R + H_{int}. \quad (2.8)$$

H_S representa os graus de liberdade do sistema, H_R representa os graus de liberdade do reservatório e H_{int} representa os graus de liberdade do sistema que interagem com os graus de liberdade do reservatório - mediados por uma determinada interação.

Para descrever apenas o estado do sistema de interesse é necessário que o ambiente atue nesse (via hamiltoniano de interação, que emaranhará, em quase todos casos, o sistema e o reservatório) e focar-se apenas nos graus de liberdade do sistema de interesse; a consequência de se optar por descrever a dinâmica de um subsistema gera (em geral) a impossibilidade da utilização do vetor de onda para descrever a dinâmica do subsistema, de forma que utiliza-se o operador densidade.

Além de descrever a dinâmica de um subsistema, o operador densidade pode ser usado para descrever tanto estados puros (estados descritíveis por vetores de estado) conforme vimos anteriormente quanto misturas estatísticas (estados não descritos por vetores de estado, mas que representam ensembles de estados puros) e é denotado por:

$$\rho = \sum_n \sum_k a_{nk} |\Psi_n\rangle \langle \Psi_k|. \quad (2.9)$$

Como ρ é hermitiano, podemos fazer uso de tal propriedade para obter o seguinte resultado:

$$Tr[\rho] = \sum_k \sum_i \sum_j a_{ij} \langle \Psi_k | \Psi_i \rangle \langle \Psi_j | \Psi_k \rangle = \sum_i a_{ii} \equiv \sum_i p_i = 1. \quad (2.10)$$

O valor esperado de um operador no formalismo do operador densidade é:

$$\langle \mathcal{Q} \rangle = \text{Tr}\{\mathcal{Q}\rho\} = \sum_k \sum_i p_i \langle \Psi_k | \mathcal{Q} | \Psi_i \rangle \langle \Psi_i | \Psi_k \rangle = \sum_i p_i \langle \Psi_i | \mathcal{Q} | \Psi_i \rangle = \sum_i p_i \langle \mathcal{Q} \rangle_i. \quad (2.11)$$

Por fim, calcularemos o traço de ρ^2 . Considere $|\Psi_m\rangle = \sum_j (a_m)_j |u_j\rangle$. Sendo assim teremos que o operador ρ^2 será expresso por:

$$\rho^2 = \sum_m \sum_n \mathcal{P}_m \mathcal{P}_n |u_m\rangle \langle u_m| |u_n\rangle \langle u_n| = \sum_m \sum_n \mathcal{P}_m \mathcal{P}_n |\langle \Psi_m | \Psi_n \rangle|^2 \quad (2.12)$$

Portanto, a Eq.(2.12) revela que $\text{Tr}[\rho^2] \leq \sum_m P_m \sum_n P_n \leq 1$. Tal resultado nos mostra que um sistema físico é representado por um estado puro quando $\text{Tr}[\rho^2] = 1$. Caso contrário, diz-se que o sistema é uma mistura estatística de estados (ou simplesmente uma mistura).

2.2 Equação Mestra Para o Oscilador Harmônico

Consideremos um sistema cujo hamiltoniano seja dado por:

$$H = \omega_0 a^\dagger a + \sum_j \omega_j b_j^\dagger b_j + \sum_j g_j (ab_j^\dagger + a^\dagger b_j) \quad (2.13)$$

de onde reescreve-se $V = \sum_j g_j (ab_j^\dagger + a^\dagger b_j)$ sendo, respectivamente, a e $a^\dagger$ os operadores de destruição e criação do sistema de interesse (não é necessário que o sistema seja um oscilador harmônico sempre. Nosso sistema de interesse será, mas poderíamos ter um átomo ou conjunto de átomos como sistema de interesse), que no caso é um oscilador harmônico; b_j e $b_j^\dagger$ os operadores de destruição e criação do j-ésimo grau de liberdade do reservatório, g_j é o acoplamento entre o j-ésimo grau de liberdade do reservatório e o sistema de interesse e ω_j é a frequência do j-ésimo grau de liberdade do reservatório. Será apresentado um cálculo de caráter geral, até que se possa introduzir explicitamente $V_I(t)$ nas expressões que seguem.

O operador densidade total (sistema + reservatório) na representação de Schrödinger, satisfará, em geral, a equação diferencial:

$$\frac{d\rho_T(t)}{dt} = -i [H, \rho_T(t)] \quad (2.14)$$

Na representação de interação, se definirmos $H_0 = H_S + H_R$, temos a operação unitária $U_0 = e^{-iH_0t}$ que define, na representação de interação, a equação de movimento:

$$\frac{d\rho'_T(t)}{dt} = -i [V_I(t), \rho'_T(t)] \quad (2.15)$$

sendo $\rho'_T(t) = U_0^\dagger \rho_T(t) U_0$ e $V'_I(t) = U_0^\dagger V_I(t) U_0$. Integrando, temos:

$$\rho'_T(t) = \rho'_T(0) - i \int_0^t [V'_I(t'), \rho'_T(t')] dt' \quad (2.16)$$

Substituindo a Eq.(2.16) na Eq.(2.15), decorre:

$$\frac{d\rho'_T(t)}{dt} = -i [V_I(t), \rho'_T(0)] - i \int_0^t [V'_I(t'), [V_I(t), \rho'_T(t')]] dt' \quad (2.17)$$

Assim, ao traçar sobre os graus de liberdade do ambiente, temos:

$$\frac{d\rho'_S(t)}{dt} = -i Tr_R [V_I(t), \rho'_T(0)] - \int_0^t Tr_R [V'_I(t'), [V_I(t), \rho'_T(t')]] dt' \quad (2.18)$$

Inicialmente, supondo que o sistema e o reservatório estejam descorrelacionados, ou seja, $\rho'_T(0) = \rho'_S(0) \otimes \rho'_R(0)$ e que $Tr_R [V_I(t), \rho'_T(0)] = 0$ bilineares, tem-se que:

$$\frac{d\rho'_S(t)}{dt} = - \int_0^t Tr_R [V'_I(t'), [V_I(t), \rho'_T(t')]] dt' \quad (2.19)$$

Assumindo que V possui um acoplamento muito mais fraco que os termos livres do hamiltoniano - ou seja, o acoplamento do sistema com o reservatório é fraco, podemos pressupor que o operador densidade reduzido do reservatório não é afetado significativamente pela interação, de forma que:

$$\rho'_T(0) \approx \rho'_S(t) \otimes \rho'_R(0) \quad (2.20)$$

Dessa forma a equação mestra nos fornece:

$$\frac{d\rho'_S(t)}{dt} = - \int_0^t [V'_I(t'), [V_I(t), \rho'_S(t) \otimes \rho'_R(0)]] dt' \quad (2.21)$$

Consideremos, como já anteriormente explicitado, o caso de um oscilador harmônico

amortecido simples, no qual:

$$V_I(t) = \hbar \left(a^\dagger \Gamma(t) e^{i\omega_0 t} + a \Gamma^\dagger(t) e^{-i\omega_0 t} \right) \quad (2.22)$$

na qual:

$$\Gamma(t) = \sum_j g_j b_j e^{i\omega_j t} \quad (2.23)$$

de modo que $[b_j, b_k^\dagger] = \delta_{jk}$. Logo, com tal $V_I(t)$, a equação mestra gerará as seguintes integrais que constituem a Eq.(2.20):

$$I_1 = \int_0^t < \Gamma(t) \Gamma(t_1) > e^{i\omega_0(t+t_0)} dt_1 \quad (2.24)$$

$$I_2 = \int_0^t < \Gamma^\dagger(t) \Gamma^\dagger(t_1) > e^{-i\omega_0(t+t_0)} dt_1 \quad (2.25)$$

$$I_3 = \int_0^t < \Gamma(t) \Gamma^\dagger(t_1) > e^{i\omega_0(t+t_0)} dt_1 \quad (2.26)$$

$$I_4 = \int_0^t < \Gamma^\dagger(t) \Gamma(t_1) > e^{-i\omega_0(t+t_0)} dt_1 \quad (2.27)$$

Daqui em diante será efetuada, como exemplo, uma das integrais, sendo que as demais integrais são imediatamente análogas. Usando a definição de $\Gamma(t)$, temos:

$$I_1 = \int_0^t dt_1 \sum_{l,j} g_l g_j < b_l b_j > e^{-i(\omega_l t + \omega_j t_1)} e^{i\omega_0(t+t_1)} \quad (2.28)$$

Passando para o contínuo, temos:

$$I_1 = \int_0^t dt_1 \int_0^\infty \frac{d\omega_1}{2\pi} \rho(\omega_1) \int_0^\infty \frac{d\omega_2}{2\pi} \rho(\omega_2) g(\omega_1) g(\omega_2) < b(\omega_1) b(\omega_2) >_R e^{-i(\omega_1 t + \omega_2 t_1)} e^{i\omega_0(t+t_1)} \quad (2.29)$$

onde $\rho(\omega)$ é a densidade de estados.

Para banhos térmicos temos $< b(\omega_1) b(\omega_2) >_R = 0$. Entretanto, alguns reservatórios

especiais, como os reservatórios comprimidos, possuem esse tipo de correlação não nula. A fim de incluí-los, admitamos:

$$\langle b(\omega_1)b(\omega_2) \rangle = 2\pi M(\omega_1) \delta(2\omega_0 - \omega_1 - \omega_2) \quad (2.30)$$

que corresponde a um estado de vácuo comprimido multimodal com uma frequência carrier igual à frequência de ressonância da cavidade, o que fornece, com a mudança de variável $\omega = \omega_1$:

$$I_1 = \int_0^t dt_1 \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi} \rho(\omega) \rho(2\omega_0 - \omega) g(\omega) g(2\omega_0 - \omega) M(\omega) e^{i(\omega_0 - \omega)(t - t_1)} \quad (2.31)$$

Definindo $\tau = t - t_1$, temos:

$$I_1 = \int_0^t d\tau \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi} \rho(\omega) \rho(2\omega_0 - \omega) g(\omega) g(2\omega_0 - \omega) M(\omega) e^{i(\omega_0 - \omega)\tau} \quad (2.32)$$

Agora faremos a aproximação de Markov assumindo que $\rho(\omega)$, $g(\omega)$ e $M(\omega)$ são funções que variam lentamente em torno de $\omega = \omega_0$, com ω_0 sendo uma frequência alta. Se $\epsilon = \omega - \omega_0$, e assumindo simetria com relação a ω_0 temos:

$$I_1 \approx \int_0^t d\tau \int_{-\omega_0}^\infty \frac{d\epsilon}{2\pi} \rho^2(\epsilon + \omega_0) g^2(\epsilon + \omega_0) M(\epsilon + \omega_0) e^{i\epsilon\tau} \quad (2.33)$$

Sendo a extensão do limite inferior de integração justificável, já que 0 encontra-se longe da região de contribuição da integral. Assim, justifica-se de maneira similar a extensão da integral temporal para ∞ . Efetuando a integração temporal temos:

$$\int_{-\infty}^\infty \frac{d\epsilon}{2\pi} \rho^2(\epsilon + \omega_0) g^2(\epsilon + \omega_0) M(\epsilon + \omega_0) \left[\pi \delta(\epsilon) - i \mathcal{P} \left(\frac{1}{\epsilon} \right) \right] \quad (2.34)$$

sendo $\mathcal{P}$ o valor principal de Cauchy, definido pela seguinte forma:

$$\mathcal{P} \int_{-a}^b \frac{f(\omega) d\omega}{\omega} = \lim_{\epsilon \rightarrow \infty} \left\{ \int_{-a}^{-\epsilon} \frac{f(\omega) d\omega}{\omega} + \int_{\epsilon}^b \frac{f(\omega) d\omega}{\omega} \right\} \quad (2.35)$$

O termo referente ao valor principal origina um pequeno deslocamento na frequência do oscilador. Há um termo semelhante a este nas outras integrais, também; tais termos

serão desprezados. Se definirmos a taxa de decaimento por:

$$\gamma \equiv \rho^2(\omega_0)g^2(\omega_0) \quad (2.36)$$

Obtemos:

$$I_1 = \frac{\gamma}{2}M(\omega_0) \quad (2.37)$$

Procedimentos análogos ao realizado para I_1 levam aos resultados das outras integrais; tais resultados são como segue:

$$I_2 = \frac{\gamma}{2}M^*(\omega_0) \quad (2.38)$$

$$I_3 = \frac{\gamma}{2}[N(\omega_0) + 1] \quad (2.39)$$

$$I_4 = \frac{\gamma}{2}N(\omega_0) \quad (2.40)$$

Nesta expressão $N(\omega)$ é definido por:

$$\langle b^\dagger(\omega)b(\omega') \rangle = 2\pi N(\omega)\delta(\omega - \omega') \quad (2.41)$$

Substituindo tais expressões, implica na seguinte equação mestra:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} &= \frac{\gamma}{2}(N+1)(2a\rho a^\dagger - \rho a^\dagger a - a^\dagger a \rho) + \frac{\gamma}{2}N(2a^\dagger \rho a - \rho a a^\dagger - a a^\dagger \rho) \\ &+ \frac{\gamma}{2}M(2a^\dagger \rho a^\dagger - \rho a^\dagger a^\dagger - a^\dagger a^\dagger \rho) + \frac{\gamma}{2}M^*(2a\rho a - \rho a a - a a \rho) \end{aligned} \quad (2.42)$$

Se o banho está em equilíbrio térmico a temperatura T e $M = 0$, ou seja, o reservatório não é comprimido, temos:

$$N(\omega_0) = \frac{1}{e^{\hbar\omega_0/kT} - 1} \quad (2.43)$$

Por conseguinte, temos a seguinte equação mestra:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\gamma}{2}(N+1)(2a\rho a^\dagger - \rho a^\dagger a - a^\dagger a \rho) + \frac{\gamma}{2}N(2a^\dagger \rho a - \rho a a^\dagger - a a^\dagger \rho) \quad (2.44)$$

O estado de equilíbrio de tal equação é dado por:

$$\rho_{eq} = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\hbar\omega(n+1/2)/k_B T} e^{-\hbar\omega/2k_B T} (1 - e^{-\hbar\omega/k_B T}) |n\rangle\langle n| \quad (2.45)$$

que é o operador densidade de um oscilador harmônico em contato com um reservatório a temperatura constante T .

2.3 Simulação Computacional e Descrição do Modelo

No início da década de 90 se intensificou a busca pela temática de localização de estados quânticos. (37) Desde então inúmeros trabalhos contextualizados em diferentes áreas surgiram. Apresenta-se neste capítulo uma das primeiras tentativas de técnicas de localização empregada no cenário de eletrodinâmica de cavidades. Mostra-se o protocolo de partida que, inicialmente proposto, se tratou de uma simulação computacional. Posteriormente faremos também analiticamente, tratando o presente caso com teoria de perturbação e assim tem-se uma possível direção sobre os resultados obtidos.

A ideia de localização proposta por J.R.Kuklinski (37) visava localizar estados de Fock através de uma cavidade, preenchida com um material não-linear de susceptibilidade χ . Injeta-se dentro da cavidade uma série de pulsos curtos coerentes atuando como um bombeio para o sistema, aqui considerados periódicos e idênticos de modo a terem frequência central ω_L e tempo de duração τ , considerado menor do que qualquer escala de tempo envolvida no problema. Deve-se atentar de antemão a respeito de algumas considerações: a primeira delas diz respeito ao meio ativo não linear, sendo este não ressonante aos modos de vibração da cavidade. Além disso, os vários modos de vibração da cavidade não interagem entre si, ou seja, o meio ativo não induz nenhuma relação entre eles devido ao fato do meio interagir com a luz. Além disso considera-se que uma das placas da cavidade é fixa enquanto a outra pode se mover. O movimento da placa móvel deve ser de forma lenta, caracterizando um movimento quase-estático. Dessa forma os modos de vibração não interagem entre eles e assim asseguramos a condição imposta acima. Dessa maneira, preparando a cavidade no estado fundamental (ou estado de

vácuo), a dinâmica das equações é obedecida e o estado inicial (vácuo) evolui para um estado excitado de vibração, caracterizando a localização.

Figura 2.1 – Representação esquemática de uma cavidade com uma das paredes livre para se movimentar. Internamente preenche-se a cavidade com um material não-linear que interage com o modo de vibração selecionado. Devido ao lento movimento da placa móvel (adiabaticamente), garantimos que os modos de vibração não interagem entre si. De maneira conjunta, aplicamos um campo externo representado por pulsos de curta duração de forma que a interação radiação-matéria possa amplificar o modo de vibração escolhido e assim, ao competir com o processo de dissipação (absorção de luz pela cavidade), dá-se início ao processo de localização do estado de Fock almejado.

Fonte: Elaborada pelo Autor

Uma vez satisfeitas as condições, a dinâmica de um dado modo do campo eletromagnético pode ser estudada. A equação mestra que descreve tal sistema é dada abaixo, de modo que o Hamiltoniano já leva em conta a mudança de volume da cavidade e aproximação de onda girante. Além disso, considera-se também a não linearidade manifestada pelo material de susceptibilidade χ e o bombeio por parte dos pulsos de curta duração. Isso nos leva a um conjunto de equações dado abaixo:

$$\frac{d\rho}{dt} = i [\rho, H_0 + H_1] + \mathcal{L}_\rho \quad (2.46a)$$

$$H_0 = \Delta(t) a^\dagger a + \chi a^\dagger a^\dagger a a \quad (2.46b)$$

$$H_1 = \Omega(t) (a^\dagger + a) \quad (2.46c)$$

$$\mathcal{L}_{rho} = \frac{\gamma}{2} (a^\dagger \rho a - \rho a^\dagger a - a^\dagger a \rho) \quad (2.46d)$$

de forma que $\Delta(t)$ representa a frequência do modo de oscilação (da cavidade) dependente do tempo e o termo proporcional a γ descreve o processo de absorção da luz pela cavidade

(próximo a temperatura zero). O termo H_1 descreve os pulsos injetados na cavidade, aqui considerados periódicos. Além de todas as considerações feitas acima, citadas como condições a serem cumpridas, a Eq.(2.46d) resalta um ponto crucial: a dependência do sistema em relação a perdas para a cavidade, evidenciadas pela constante γ . Tal parâmetro torna o experimento altamente sensível, uma vez que se a taxa de absorção da cavidade for muito alta não é possível gerar um estado localizado, o que, de certa forma, é um fator limitante à realização experimental do sistema proposto. Portanto, o estado localizado com maior grau de fidelidade em relação ao estado almejado se restringe a um limite de valores para γ , pois, caso contrário, a localização não será efetuada.

Os pulsos injetados na cavidade, conforme já citado anteriormente, possuem uma curta duração e são considerados um bombeio externo ao sistema cuja intensidade é Ω_0 . Representando o período dos pulsos como T e sabendo que $\tau \ll T$, aproxima-se sua fórmula para um conjunto de funções Delta caracterizando um bombeio pulsado:

$$\Omega(t) = \Omega_0 \sum_{n=0}^{\infty} \delta(t - nT) \quad (2.5)$$

A frequência do modo deve ser controlada lentamente para garantirmos que não ocorra superposição entre diferentes modos de oscilação e pode ser descrita linearmente com relação ao tempo da seguinte forma:

$$\Delta(t) = \Delta_0 (t - t_0) \Theta(t - t_0) \quad (2.6)$$

ou seja, o tamanho da cavidade deve ser alterado lentamente. Em tal condição, um estado localizado em torno do vácuo é gerado e é levado adiabaticamente para um estado excitado devido à mudança de $\Delta(t)$. Abaixo plota-se a distribuição de probabilidade do número de ftons em relação ao número de ftons N .

Figura 2.2 – Localização do estado de Fock $|n = 1\rangle$ partindo do estado de vácuo (ou equivalentemente $|n = 0\rangle$).

Fonte: Elaborada pelo Autor

É possível notar a localização do estado $|n = 1\rangle$ porém em uma dada escala de tempo limite da ordem de $1/\gamma$, uma vez que atingida tal escala, a perda de excitação para a cavidade atua de forma catastrófica e a localização é perdida. Além disso, a não linearidade também se mostra crucial para o processo, uma vez que é possível ter acesso ao controle do estado localizado através dela selecionando os estados degenerados do sistema.

Escalonando todas as grandezas dependentes do tempo em termos de T , geram-se abaixo os gráficos das probabilidades de ocupação dos estados de Fock. As curvas encontradas são resultado de simulações numéricas baseadas nas equações apresentadas nessa seção.

(a) Localização do estado $|n = 1\rangle$ com dissipação de $\gamma = 10^{-3} T^{-1}$ (b) Localização do estado $|n = 1\rangle$ com dissipação de $\gamma = 10^{-6} T^{-1}$

Figura 2.3 – Probabilidade de ocupação entre $|0\rangle$ e $|1\rangle$ ao longo da evolução temporal. O estado inicial é o estado de vácuo ($|0\rangle$) durante a interação sendo $\Delta_0 = 4 \times 10^{-4} s^{-2}$, $\Omega_0 = 10^{-2} T^{-1}$, $\chi = 0,32 T^{-1}$

Fonte: Elaborada pelo Autor

Comparando-se as figuras podemos notar que o processo de dissipação possui forte influência na localização dos estados, uma vez que quanto maior a taxa de dissipação, maior será a perda de excitação e como consequência o sistema tende a ir para o estado de vácuo. Além disso, a intensidade dos pulsos aplicados na cavidade deve ser muito menor que a taxa de decaimento, a fim de que a amplificação do modo da cavidade não ocorra em uma escala de tempo da ordem da taxa de dissipação de forma que o sistema possa evoluir para um estado localizado sem perdas significativas.

2.4 Solução Analítica via Teoria de Perturbação Degenerada para Estados Localizados

A solução analítica para o presente sistema (38) pode ser derivada a partir de uma pequena mudança no cenário experimental. Vamos considerar agora praticamente o mesmo modelo citado anteriormente, porém, ambas as placas da cavidade não se movem, ou seja, faz-se $\Delta(t) = 0$ na Eq.(2.46b). Dessa forma asseguramos que o meio não linear preenche a cavidade e, de maneira análoga, irradiamos a cavidade (inicialmente preparada no estado de vácuo) com pulsos ultracurtos. O novo Hamiltoniano é apresentado da seguinte maneira:

$$H = H_0 + V_{pert} \quad (2.7a)$$

$$H = \chi a^\dagger a^\dagger a a + \epsilon f(t) (a^\dagger + a) \quad (2.7b)$$

de onde reescreve-se $\Omega(t) = \epsilon f(t)$, sendo ϵ a intensidade dos pulsos. A intensidade dos pulsos é considerada fraca, de modo que $\epsilon \ll \chi$ e, além disso, a dissipação é considerada desprezível. Podemos então aplicar teoria de perturbação (correções de primeira ordem) como recurso a fim de encontrar soluções analíticas para o problema. Notamos da Eq.(2.7b) que os autoestados $|0\rangle$ e $|1\rangle$ do Hamiltoniano H_0 são degenerados, implicando que os seus respectivos autovalores são nulos. Ao tratar de perturbações fracas podemos assumir em primeira ordem de perturbação que a evolução do sistema será restrita ao subespaço dos estados degenerados reduzindo o problema ao análogo de um átomo de

dois níveis sujeito a um campo externo modulado pela função $f(t)$.

O estado do campo será representado pelo estado $|\phi\rangle$ e o mesmo é escrito como uma superposição dos estados degenerados:

$$|\phi(t)\rangle = a_0(t) |0\rangle + a_1(t) |1\rangle \quad (2.8)$$

Ao reduzir o problema para um análogo a um átomo de dois níveis, é possível determinar os coeficientes $a_0(t)$ e $a_1(t)$ a partir da evolução temporal do estado $|\phi(t)\rangle$. Para tal estado, a equação será:

$$i \frac{d|\phi(t)\rangle}{dt} = V_{pert} |\phi(t)\rangle \quad (2.9)$$

Inserindo a Eq.(2.8) na Eq.(2.9) obteremos a seguinte formula:

$$\frac{da_0(t)}{dt} |0\rangle + \frac{da_1(t)}{dt} |1\rangle = -i \epsilon f(t) (a^\dagger + a) (a_0(t) |0\rangle + a_1(t) |1\rangle) \quad (2.10)$$

Sendo os estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$ linearmente independentes, obtemos finalmente as equações que satisfazem a igualdade da Eq.(2.10) são:

$$\frac{da_0(t)}{dt} = -i \epsilon f(t) a_1(t) \quad (2.11a)$$

$$\frac{da_1(t)}{dt} = -i \epsilon f(t) a_0(t) \quad (2.11b)$$

Ao somar e subtrair o conjunto de equações acima, o resultado final é mostrado abaixo respectivamente:

$$\frac{d}{dt} [a_0(t) + a_1(t)] = -i \epsilon f(t) [a_0(t) + a_1(t)] \quad (2.12a)$$

$$\frac{d}{dt} [a_0(t) - a_1(t)] = i \epsilon f(t) [a_0(t) - a_1(t)] \quad (2.12b)$$

As soluções das Eq.(2.12) são:

$$a_0(t) + a_1(t) = [a_0(0) + a_1(0)] e^{[-i\beta(t)]} \quad (2.13a)$$

$$a_0(t) - a_1(t) = [a_0(0) - a_1(0)] e^{[i\beta(t)]} \quad (2.13b)$$

Do conjunto de equações (2.13) define-se o seguinte parâmetro:

$$\beta(t) = \epsilon \int_0^t f(t') dt' \quad (2.14)$$

Conhecida a forma de qualquer função modulada por $f(t)$ a princípio pode-se encontrar $\beta(t)$. No entanto, para o presente caso, utilizaremos a forma da Eq.(2.5). Notemos o resultado:

$$\beta(t) = \epsilon \left[\int \left(\sum_{n=1}^{\infty} \delta(t' - nT) \right) dt' \right] \quad (2.15a)$$

$$\beta(t) = \epsilon \left[\int \delta(t' - T) dt' + \int \delta(t' - 2T) dt' + \int \delta(t' - 3T) dt' + \dots \right] \quad (2.15b)$$

$$\beta(t) = (1 + 1 + 1 + \dots + 1)\epsilon = \kappa \epsilon \quad (2.15c)$$

onde κ representa o número de pulsos aplicados para o processo de amplificação do modo. Finalmente pode-se encontrar os coeficientes $a_0(t)$ e $a_1(t)$. Para tal feito, necessitamos das condições iniciais, impostas pelo preparo inicial da cavidade no estado de vácuo. Ou seja, $a_0(0) = 1$ e $a_1(0) = 0$. Substituindo tal resultado encontramos:

$$a_0(t) + a_1(t) = e^{-i\beta(t)} \quad (2.16a)$$

$$a_0(t) - a_1(t) = e^{i\beta(t)} \quad (2.16b)$$

Do conjunto de equações (2.16) facilmente obtém-se:

$$a_0(t) = \frac{e^{i\beta(t)} + e^{-i\beta(t)}}{2} = \cos \beta(t) \quad (2.17a)$$

$$a_1(t) = \frac{e^{-i\beta(t)} - e^{i\beta(t)}}{2} = -i \sin \beta(t) \quad (2.17b)$$

Solucionadas as equações podemos gerar os gráficos de ocupação dos estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$, o que é representado por $\mathcal{P}_0 = |a_0(t)|^2$ e $\mathcal{P}_1 = |a_1(t)|^2$. Teremos o seguinte resultado:

Figura 2.4 – Evolução temporal das probabilidades de ocupação entre os estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$ com $T = \pi s$ e $\epsilon = \pi/50Hz$.

Fonte: Elaborada pelo Autor

Para ordens superiores de não-linearidade expressa no Hamiltoniano da Eq.(2.7b) poderemos ainda verificar a probabilidade de ocupação dos estados a fim de verificar o mecanismo de localização. O novo Hamiltoniano será dado por:

$$H = \chi (a^\dagger)^3 (a)^3 + \epsilon f(t) (a^\dagger + a) \quad (2.18)$$

Da Eq.(2.18) podemos notar que os estados $|0\rangle$, $|1\rangle$ e $|2\rangle$ são degenerados. Logo, o estado $|\phi\rangle$ que representa o estado do campo será reescrito em termos da base de Fock da seguinte maneira:

$$|\phi(t)\rangle = a_0(t) |0\rangle + a_1(t) |1\rangle + a_2(t) |2\rangle \quad (2.19)$$

Inserindo a Eq.(2.19) na Eq.(2.9) e repetindo o mesmo processo algébrico anterior, encontramos as seguintes soluções:

$$a_0(t) = \frac{1}{3} \left[2 + \cos(\sqrt{3}\beta(t)) \right] \quad (2.20a)$$

$$a_1(t) = \frac{-i}{3} \sin(\sqrt{3}\beta(t)) \quad (2.20b)$$

$$a_2(t) = \frac{\sqrt{2}}{3} [\cos(\sqrt{3}\beta(t)) - 1] \quad (2.20c)$$

Analogamente, apresenta-se o gráfico das probabilidades de ocupação $\mathcal{P}_0 = |a_0(t)|^2$, $\mathcal{P}_1 = |a_1(t)|^2$ e $\mathcal{P}_2 = |a_2(t)|^2$ baseado no mesmo regime de parâmetros.

Figura 2.5 – Evolução temporal das probabilidades de ocupação entre os estados $|0\rangle$, $|1\rangle$ e $|2\rangle$ com $T = \pi s$ e $\epsilon = \pi/50Hz$.

Fonte: Elaborada pelo Autor

É notório observar que de fato a não-linearidade exerce influência no processo de localização. A partir de estados duplamente degenerados (em relação ao termo não linear), o processo de localização não foi realizado pois a probabilidade de ocupação do estado $|2\rangle$ não é desprezível. Na técnica apresentada, estaríamos limitados somente à localização do estado $|1\rangle$ uma vez que qualquer outro estado de Fock não iria ser localizado com alta fidelidade devido ao fato de que a escolha do grau da não-linearidade interfere na degenerescência dos estados e, caso tenha grau acima de 2, não completará a localização de forma efetiva pois a ocupação de todos os estados degenerados passa a ser significativa.

No próximo capítulo evidenciaremos uma técnica de localização no cenário da física de íons armadilhados. Nesse novo cenário, é importante ressaltar que o protocolo apresentado é capaz de gerar um estado localizado estacionário com alta fidelidade, sendo possível

partir de até mesmo um estado coerente ou térmico e garantirmos a localização respeitando o regime de parâmetros correto. Além disso, a dissipação poderá ser controlada no sistema, livrando-o do processo de decoerência ao longo da evolução da dinâmica das equações.

CAPÍTULO 3

LOCALIZAÇÃO DE ESTADOS DE FOCK EM ARMADILHAS IÔNICAS

3.1 Íons Armadilhados

Sendo motivados pela temática de localização de estados quânticos, mostra-se nesse capítulo uma maneira alternativa de realizar o processo. A partir da física de íons armadilhados não é necessário nos restringir em alguns detalhes como partir do estado de vácuo ou nos restringir na escolha do grau da não-linearidade associada ao processo de decoerência sustentado pela dissipação. Mostraremos na primeira etapa como gerar um Hamiltoniano (na representação de interação) que é capaz de descrever a interação da radiação (representada por dois campos lasers tomados como clássicos) e a matéria (representada pelo íon). Em seguida, derivaremos a partir de tal interação dois Hamiltonianos efetivos não lineares para que se possa, a partir deles, engenheriar dois Lindbladianos capazes de competir com o reservatório térmico natural associado à armadilha e, por fim, obter uma equação mestra que seja capaz de localizar um dado estado de Fock estacionário com alta fidelidade.

Considere um íon de massa M confinado em uma armadilha. Em tal sistema físico, deve-se levar em consideração o grau de liberdade interno do íon, aproximado por dois níveis eletrônicos denotados por $|e\rangle$ e $|g\rangle$, bem como os graus de liberdade vibracionais

descritos por $|N\rangle$. Os graus de liberdade iônico e vibracional são acoplados por meio de um campo laser, representado como campo clássico. Matematicamente, a interação é retratada através de um Hamiltoniano tipo Jaynes-Cummings não linear. De forma geral, tem-se o Hamiltoniano, na representação de Schrödinger, dado abaixo:

$$H = \hbar\nu a^\dagger a + \frac{\hbar\omega_o}{2}\sigma_z + H_{int}, \quad (3.1)$$

sendo ν a frequência de vibração da armadilha, ω_o a frequência de transição entre os níveis eletrônicos, a e $a^\dagger$ são respectivamente os operadores de destruição e criação dos estados vibracionais do íon e σ_z é o operador do subespaço eletrônico. O Hamiltoniano de interação proveniente do laser com o íon (na representação de Schrödinger) é dado por:

$$H_{int} = \frac{\hbar}{2}\Omega(\sigma_+ + \sigma_-) \left[e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\phi)} + e^{-i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\phi)} \right], \quad (3.2)$$

sendo Ω a frequência dos níveis eletrônicos, σ_+ o operador de criação no subespaço eletrônico, σ_- o operador de destruição no subespaço eletrônico, $\vec{k}$ é o vetor de onda do campo laser, $\vec{r}$ é o operador posição do íon, ω e ϕ são, respectivamente, a frequência e fase do laser.

Considerando o movimento como unidimensional, escreve-se o produto interno entre o vetor de onda do campo com a posição da seguinte maneira:

$$\vec{k}\cdot\vec{r} = k x \cos\Theta = k_x x \quad (3.3)$$

Elevando também a posição x do íon à categoria de operador, obtemos o resultado, em termos de a e $a^\dagger$, dado pela expressão:

$$x = \sqrt{\frac{\hbar}{2M\nu}} (a + a^\dagger). \quad (3.4)$$

Uma vez expressa a posição do íon como um operador, substitui-se a Eq.(3.4) na Eq.(3.3) e tem-se diretamente o seguinte resultado:

$$\vec{k}\cdot\vec{r} = k_x \sqrt{\frac{\hbar}{2M\nu}} (a + a^\dagger) = \sqrt{\frac{k_x^2 \hbar}{2M\nu}} (a + a^\dagger). \quad (3.5)$$

Faz-se agora a seguinte definição:

$$\eta = \sqrt{\frac{k_x^2 \hbar}{2M\nu}}, \quad (3.6)$$

cujo nome é parâmetro de Lamb-Dicke. Tendo em vista tal parâmetro (η), pode-se notar que é possível reescrever a equação (3.6) em termos de energia. Para isso, deve-se reconhecer os seguintes resultados:

$$E_r = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2M} \quad (3.7a)$$

$$E_\nu = \hbar\nu \quad (3.7b)$$

Dessa forma, nota-se que a Eq.(3.7a) e a Eq.(3.7b) representam, respectivamente, a energia de recuo (energia que o laser transmite para o grau de liberdade vibracional do íon armadilhado) e a energia de vibração do íon. Ou seja, o parâmetro de Lamb-Dicke traz consigo a informação relacionada à interação do campo com o grau de liberdade vibracional do íon. Caso a condição $\eta \ll 1$ seja satisfeita, teremos que $E_r \ll E_\nu$, o que fisicamente significa que não é possível obter uma transição de um nível de menor energia para um de maior energia vibracional. Analogamente, ainda há uma outra interpretação para o parâmetro de Lamb-Dicke, que se baseia no fato do comprimento de onda do laser ser muito maior que a amplitude de oscilação do íon armadilhado, resultando novamente em pouca interação do campo laser para com o íon. Assim, quando o parâmetro de Lamb-Dicke é $\eta \sim 1$, temos uma interação não linear do grau de liberdade vibracional com o eletrônico do íon.

Substituindo os resultados encontrados na Eq.(3.5) e Eq.(3.6) na Eq.(3.2), finalmente encontra-se o Hamiltoniano:

$$H_{int} = \frac{\hbar}{2}\Omega(\sigma_+ + \sigma_-) \left\{ e^{i[\eta(a+a^\dagger)-\omega t+\phi]} + e^{-i[\eta(a+a^\dagger)-\omega t+\phi]} \right\} \quad (3.8)$$

Por conveniência, escreve-se o Hamiltoniano da Eq.(3.1) na representação de interação. Para isso, é necessário utilizar a seguinte transformação unitária:

$$V_{int} = e^{i\left(\frac{H_0}{\hbar}\right)t} H_{int} e^{-i\left(\frac{H_0}{\hbar}\right)t}. \quad (3.9)$$

de onde se define $H_0 = \hbar\nu a^\dagger a + \frac{\hbar\omega_o}{2}\sigma_z$. Fazendo-se a transformação, encontra-se o seguinte resultado:

$$V_{int} = \frac{\Omega}{2} e^{-\eta^2/2 + i\phi} \sigma_+ \sum_{l,m=0}^{\infty} \frac{(i\eta)^{l+m}}{l!m!} (a^\dagger)^l a^m e^{i(l-m)\nu t} e^{-i(\omega-\omega_o)t} + h.c. \quad (3.10)$$

Da Eq.(3.10), é possível definir um parâmetro dado por $\delta = \omega_o - \omega$. Ele representa a dessintonia entre os níveis eletrônicos do íon e do campo laser. Pode ser interpretada ainda como o número de vezes que a dessintonia é maior que a frequência de vibração da armadilha. Ou seja, matematicamente $\delta = k\nu$, de modo que $k \in \mathbb{N}$. Dessa maneira, a Eq.(3.10) é escrita como:

$$V_{int} = \frac{\Omega}{2} e^{-\eta^2/2 + i\phi} \sigma_+ \sum_{l,m=0}^{\infty} \frac{(i\eta)^{l+m}}{l!m!} (a^\dagger)^l a^m e^{i(l-m+k)\nu t} + h.c. \quad (3.11)$$

No regime em que $m - l + k = 0$, denominado regime de bandas laterais resolvidas, a dependência temporal é eliminada da Eq.(3.11). Em consequência, obtemos uma equação da forma:

$$V_{int} = \frac{\Omega}{2} e^{-\eta^2/2 + i\phi} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(i\eta)^{2l+k}}{l!(l+k)!} (a^\dagger)^l a^l a^k \sigma_+ + h.c. \quad (3.12)$$

Da Eq.(3.12) nota-se que através do índice k é possível recuperar interações já conhecidas. Note que $k > 0$, denominado red sideband regime, e $k < 0$, denominado blue sideband regime, são aceitos. As interações do tipo red e blue sidebands baseiam-se no fato de que, quando há ganho de energia relacionado ao nível eletrônico do íon, o subespaço vibracional do íon pode perder k excitações em uma interação do tipo red sideband, ou ganhar k excitações em uma interação do tipo blue sideband. Quando ocorrer perda de energia relativa ao grau de liberdade eletrônico do íon, o nível de energia vibracional do íon pode ganhar energia em uma interação do tipo red sideband, ou perder energia em uma interação do tipo blue sideband.

Mostrar-se-á agora três interações. Em todas elas o regime de Lamb-Dicke é válido. Sendo assim, o primeiro caso é $k = 0$ e $l = 0$, que resultará no Hamiltoniano carrier. Nessa interação, o laser é ressonante com a transição entre os níveis eletrônicos do íon, ou equivalentemente, não há dessintonia e essa interação nos mostra que quando o grau de liberdade eletrônico do íon ganha ou perde energia, o grau de liberdade vibracional do íon permanece inalterado. Portanto, o Hamiltoniano encontrado (ajustando a fase para

$\phi = 0$) é:

$$V_{int} = \frac{\Omega}{2} (\sigma_+ + \sigma_-). \quad (3.13)$$

Tal interação revela que enquanto grau de liberdade eletrônico do íon ganha ou perde energia, o grau de liberdade vibracional do íon não se altera.

A próxima interação, denominada first red sideband, passível de ser encontrada ocorre quando $k = 1$. Tal interação recupera o Hamiltoniano de Jaynes-Cummings, interação responsável por descrever o ganho de excitação para o campo quando há decaimento eletrônico e vice-versa. Portanto, o resultado será:

$$V_{int} = \frac{\Omega}{2} (a \sigma_+ + a^\dagger \sigma_-). \quad (3.14)$$

Por fim, a última interação, denominada first blue sideband, é encontrada fazendo $k = -1$ e assim recupera-se o Hamiltoniano anti-Jaynes-Cummings dado abaixo:

$$V_{int} = \frac{\Omega}{2} (a \sigma_- + a^\dagger \sigma_+) \quad (3.15)$$

Portanto, a física de íons armadilhados se mostra muito versátil e é capaz de descrever diversos sistemas físicos em vários contextos diferentes através de simulações. É uma ferramenta muito poderosa no âmbito da localização e proteção de estados quânticos, conforme será apresentado a diante.

3.2 Engenharia de Reservatório

No contexto da física de íons armadilhados, desenvolveu-se um procedimento cuja finalidade era a proteção de estados quânticos contra decoerência, a chamada técnica de engenharia de reservatórios. A finalidade consiste em utilizar um dado sistema auxiliar concomitantemente ao sistema original (que está interagindo com um dado reservatório natural responsável por perdas) para que se possa gerar uma competição entre as constantes de decaimento relacionadas ao sistema auxiliar e ao sistema original. Tanto o sistema auxiliar quanto o sistema de interesse possuem um reservatório associado, com

suas respectivas taxas de decaimento. Consideraremos a taxa de decaimento do reservatório associado ao sistema auxiliar (também chamado de reservatório artificial) denotada por κ e a taxa de decaimento associada ao sistema de interesse dada por γ . Dessa forma, é possível gerar um Liouvilliano ($\mathcal{L}_{eng}$) capaz de competir com o Liouvilliano natural associado ao sistema com a seguinte forma:

$$\mathcal{L}_{eng} = \frac{\Gamma_{eng}}{2} (2\mathcal{O}\rho\mathcal{O}^\dagger - \mathcal{O}^\dagger\mathcal{O}\rho - \rho\mathcal{O}^\dagger\mathcal{O}) \quad (3.16)$$

Em decorrência do fato de gerarmos uma competição, teremos que $\Gamma_{eng} \gg \gamma$, onde Γ_{eng} representa a taxa de decaimento obtida através da engenharia (reservatório artificial), γ representa a taxa de decaimento associada ao reservatório natural da armadilha e $\mathcal{O}$ é um operador de Lindblad. Sendo assim, o sistema auxiliar pode ser utilizado para prevalecer sobre o processo de dissipação.

Para que o estado a ser protegido mediante a engenharia de reservatório apresente imunidade aos efeitos de decoerência deve-se admitir que a equação mestra obtida a partir da engenharia conduza o sistema ao equilíbrio, cujo estado ao fim da evolução seja único, puro e estacionário. É possível obtermos tal resultado desde que o operador $\mathcal{O}$ tenha um único auto estado $|\Psi\rangle$ cujo auto valor seja nulo, ou seja, $\mathcal{O}|\Psi\rangle = 0$. Cumprindo tal condição garantimos a proteção do estado $|\Psi\rangle$ contra efeitos de decoerência. (27)

Motivados pelo processo acima, devemos desenvolver tal técnica a fim de encontrar uma equação mestra na qual apareça dois Liouvillianos, um engenheirado e o Liouvilliano natural (relativo ao reservatório natural da armadilha). A partir do ajuste correto entre as taxas de decaimento garantimos a competição favorável do termo obtido via engenharia.

3.3 Engenharia de Hamiltoniano Seletivo Não Linear

A partir da física de armadilhas iônicas mostrada na seção anterior é possível derivar as interações necessárias para se obter um dado estado localizado. Para isso deve-se encontrar um Hamiltoniano efetivo de partida contendo a interação dos níveis eletrônicos e dos graus de liberdade vibracionais do íon armadilhado acoplados através do campo laser a fim de se empregar a técnica da engenharia de reservatórios posteriormente. Engenheirando-

se adequadamente, limita-se o subespaço vibracional de forma que cada Hamiltoniano engenheirado possa atuar absorvendo ou emitindo excitações concomitantemente com a perda natural de excitação do sistema (através do processo de dissipação acionado pelo reservatório natural).

O primeiro passo parte da Eq.(3.12) de forma que $\sigma_+ = |e\rangle \langle g|$ e $\sigma_- = (\sigma_+)^{\dagger}$ são os operadores atuantes no subespaço eletrônico do íon, com $|g\rangle$ e $|e\rangle$ representando os níveis fundamental e excitado respectivamente. Em relação ao grau de liberdade vibracional, os operadores destruição e criação serão denotados por a e $a^{\dagger}$ respectivamente. No regime de bandas laterais é possível selecionar um valor para k e assim obter a interação desejada fora do regime de lamb-Dicke. No presente caso, os valores selecionados serão $k = 1$ e $k = -1$, responsáveis por gerar interações não lineares do tipo Jaynes-Cummings (JC) e Anti-Jaynes-Cummings (AJC) respectivamente. Quando $k = 1$ (first red sideband) e consideramos a expansão até segunda ordem do parâmetro de Lamb-Dicke aliada ao ajuste de fase para $\pi/2$ o resultado será:

$$H_{K=1} = \frac{\Omega\eta}{2} \left(1 - \frac{\eta^2}{2}\right) \sigma_+ \left[1 - \frac{\eta^2}{2} a^{\dagger} a\right] a + h.c. \quad (3.17)$$

Uma vez obtida a Eq.(3.17), fazemos a seguinte definição:

$$\chi(\eta) = \frac{\Omega\eta}{2} \left(1 - \frac{\eta^2}{2}\right) \quad (3.18a)$$

$$A(\eta) = \left[1 - \frac{\eta^2}{2} a^{\dagger} a\right] a \quad (3.18b)$$

na qual $\chi(\eta)$ representa a constante de acoplamento e $A(\eta)$ ($A^{\dagger}(\eta)$) são operadores não lineares dos estados relacionados ao grau de liberdade vibracional do íon. Utilizando as definições da Eq.(3.18a) e Eq.(3.18b) finalmente encontramos a interação almejada na forma de um Hamiltoniano não linear (JC) dado abaixo:

$$H_{K=1} = \chi(\eta) \left[A(\eta) \sigma_+ + A^{\dagger}(\eta) \sigma_-\right] \quad (3.19)$$

Analogamente, é possível obter um outro Hamiltoniano não linear (AJC) utilizando $k = -1$ e ademais condições citadas para o cálculo do Hamiltoniano da Eq.(3.19). Seguindo os mesmos processos matemáticos descritos acima, encontramos o seguinte resultado:

$$H_{K=-1} = \chi(\eta) [A(\eta) \sigma_- + A^\dagger(\eta) \sigma_+] \quad (3.20)$$

Sabendo que o objetivo da técnica é localizar um dado estado vibracional $|N\rangle$ do espaço vibracional delimitado, ao expandir o operador A na base de Fock isso irá implicar em $A^\dagger(\eta) |N\rangle = 0$ ($A(\eta) |N\rangle = 0$), ou seja, $\eta^2 = \frac{2}{N}$ ($\eta^2 = \frac{2}{N-1}$) sendo a condição necessária para gerar tais interações. Portanto, controlando-se os parâmetros k , ϕ e η pode-se gerar interações JC e AJC não lineares através de um íon e dois lasers, sendo um deles responsável pela escolha de $k = 1$ e o outro por $k = -1$. Cada laser poderá apresentar uma intensidade diferente, o que consequentemente gera constantes de acoplamento diferentes. Segue então que obteremos interações confinadas ao espaço de Fock delimitado tanto superiormente quanto inferiormente. A interação limitada inferiormente (JC) é chamada de upper bounded (ub) e atua entre $|0\rangle$ e $|N-1\rangle$ enquanto a interação limitada superiormente (AJC), chamada de lower bounded (lb), atua entre $|N\rangle$ e $|\infty\rangle$ sendo $|N\rangle$ o estado que se deseja localizar. Expandindo os operadores A e $A^\dagger$ na base de Fock, teremos que o Hamiltoniano total $H_{k=\pm 1}$ pode ser decomposto em dois Hamiltonianos (upper e lower bounded) dados abaixo:

$$H_{k=\pm 1} = H_\pm^{ub} + H_\pm^{lb} \quad (3.21a)$$

$$H_\pm^{ub} = \sum_{n=0}^{N-1} \chi_n (|n\rangle \langle n+1| \sigma_\pm + h.c.) \quad (3.21b)$$

$$H_\pm^{lb} = \sum_{n=N-1}^{\infty} \chi_n (|n\rangle \langle n+1| \sigma_\pm + h.c.) \quad (3.21c)$$

onde $\chi_n = \sqrt{n+1} (1 - \eta^2 n/2) \chi(\eta)$ e os Hamiltonianos (ub e lb) H_+ e H_- representam as interações JC e AJC respectivamente, responsáveis pelos termos engenheirados na equação mestra, apresentada na próxima seção, que serão capazes de absorver ou emitir excitações vibracionais gerando uma competição favorável ao processo de localização fazendo com que a absorção seja amplificada em relação à emissão de excitações.

Conforme será apresentado adiante, tais interações são fundamentais para a técnica de engenharia de reservatório pois a partir delas é possível engenheirar dois Liouvillianos, sendo um de emissão e outro de absorção, capazes de competir com o Liouvilliano associado a perdas naturais induzidas pelo reservatório. Partindo de uma preparação específica do sistema inicialmente (que é muito importante para se gerar os termos da

equação mestra necessários para competir com o Liouvilliano natural), o estado inicial do sistema evolui para um estado de Fock fortemente localizado de modo que a evolução do estado do campo permanece confinada ao subespaço de Fock delimitado pelas interações upper bounded e lower bounded.

3.4 Localização de Estados de Fock via Engenharia de Reservatórios

Como último passo para a técnica de localização, deve-se obter uma equação mestra na qual os Liouvillianos engenheirados (provenientes das interações Jaynes-Cummings e Anti-Jaynes-Cummings obtidas na seção anterior) estejam presentes assim como o Liouvilliano natural. Conforme as diretrizes da engenharia de reservatório, temos o sistema de interesse (no caso o subespaço de Fock), um sistema auxiliar e o reservatório natural. Utilizaremos como sistema auxiliar os níveis eletrônicos do íon, a fim de que se possa localizar um dado estado de Fock partindo de um dado estado inicial.

Consideremos um íon cujos níveis eletrônicos são representados por quatro níveis internos $\{|b\rangle, |c\rangle, |d\rangle, |f\rangle\}$ de forma que apenas transições do tipo $|b\rangle \leftrightarrow |d\rangle$ e $|c\rangle \leftrightarrow |f\rangle$ são permitidas e os graus de liberdade vibracionais são descritos pela base de Fock. No protocolo apresentado, faremos o acoplamento dos níveis eletrônicos com os graus de liberdade vibracionais através de dois lasers, de intensidades Ω_1 e Ω_2 respectivamente conforme mostra a figura abaixo.

Figura 3.1 – Representação esquemática da armadilha iônica interagindo com lasers de intensidades distintas.

Fonte: Elaborada pelo autor

Na seção anterior mostrou-se como obter interações específicas ajustando os parâmetros necessários. Para a presente técnica, ajusta-se um laser de frequência Ω_1 a fim de gerarmos a interação da Eq.(3.19) permitindo a transição $|b\rangle \leftrightarrow |d\rangle$ e o outro, de frequência Ω_2 , responsável por gerar a interação da Eq.(3.20) permitindo a transição $|c\rangle \leftrightarrow |f\rangle$. Cada um deles será responsável por gerar dois Liouvillianos (engenheirados): um deles relacionado a perdas de excitação vibracional (derivado a partir do Hamiltoniano JC não linear) e o outro relacionado a absorção de excitação (encontrado a partir do Hamiltoniano AJC não linear). Sendo assim, de modo geral, o Hamiltoniano do sistema é descrito abaixo:

$$H = H_1 + H_2 = \chi_1(\eta) [A\sigma_-^1 + A^\dagger\sigma_+^1] + \chi_2(\eta) [A\sigma_+^2 + A^\dagger\sigma_-^2] \quad (3.22)$$

onde $\sigma_+^1 = |d\rangle\langle b| = (\sigma_-^1)^\dagger$ e $\sigma_+^2 = |f\rangle\langle c| = (\sigma_-^2)^\dagger$ representam os operadores dos níveis internos. As constantes de acoplamento χ_1 e χ_2 referem-se aos lasers cujas intensidades são Ω_1 e Ω_2 respectivamente. O intuito é encontrar o operador densidade para que a partir dele possamos obter uma equação mestra proveniente da engenharia de reservatórios. (25) Para isso, assumindo regime de acoplamento fraco, a evolução do operador densidade será:

$$\rho(t + \tau) = e^{i(H_1+H_2)\tau} \rho_\tau e^{-i(H_1+H_2)\tau} \quad (3.23)$$

onde τ está relacionado com a constante de decaimento associada aos níveis eletrônicos e é da ordem de $1/\kappa$. Nota-se que a dinâmica da Eq.(3.23) depende da preparação inicial do sistema descrita por ρ_τ . Dada uma preparação específica, é possível encontrar a equação mestra desejada. Denotando ρ_f como o operador densidade relacionado ao campo (base de Fock) faz-se a seguinte preparação:

$$\rho_\tau = \rho_f \otimes \frac{|b\rangle \langle b| + |c\rangle \langle c|}{2} \quad (3.24)$$

Para evoluir temporalmente a Eq.(3.23) utiliza-se a fórmula que segue abaixo de Baker-Campbell-Hausdorff dada por:

$$e^A B e^{-A} = B + [A, B] + \frac{1}{2!} [A, ([A, B])] + \frac{1}{3!} [A, [A, ([A, B])]] + \dots \quad (3.25)$$

onde A e B são operadores e $[A, B]$ representa o comutador entre os operadores A e B, sejam eles quaisquer. No sistema em questão, podemos considerar termos da ordem de τ^2 uma vez que ordens superiores não contribuem significativamente para a soma. Portanto, inserindo a Eq.(3.25) na Eq.(3.23) o resultado é dado por:

$$\rho(t + \tau) = \rho_\tau + (i\tau) [(H_1 + H_2), \rho_\tau] + \frac{t^2}{2} [(H_1 + H_2), [(H_1 + H_2), \rho_\tau]] \quad (3.26)$$

Sabendo a preparação específica inicial do sistema dada pela Eq.(3.24), podemos inserí-la na Eq.(3.26) a fim de calcular os comutares que são expressos abaixo:

$$\begin{aligned} [H_1, \rho_\tau] &= \chi_1(\eta) \left[(A \sigma_-^1 + A^\dagger \sigma_+^1), \rho_f \otimes \frac{|b\rangle \langle b| + |c\rangle \langle c|}{2} \right] \\ &= -\frac{\chi_1(\eta)}{2} A \rho_f \otimes \sigma_-^1 + \frac{\chi_1(\eta)}{2} \rho_f A^\dagger \otimes \sigma_+^1 \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} [H_2, \rho_\tau] &= \chi_2(\eta) \left[(A \sigma_+^2 + A^\dagger \sigma_-^2), \rho_f \otimes \frac{|b\rangle \langle b| + |c\rangle \langle c|}{2} \right] \\ &= -\frac{\chi_2(\eta)}{2} A^\dagger \rho_f \otimes \sigma_-^2 + \frac{\chi_2(\eta)}{2} \rho_f A \otimes \sigma_+^2 \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} [H_1, [(H_1 + H_2), \rho_\tau]] &= \frac{\chi_1^2(\eta)}{2} \left[(A\sigma_-^\dagger + A^\dagger\sigma_+^\dagger), (-A\rho_f \otimes \sigma_-^\dagger + \rho_f A^\dagger \otimes \sigma_+^\dagger) \right] \\ &= \frac{\chi_1^2(\eta)}{2} \left(2A\rho_f A^\dagger \otimes \sigma_{bb} - (\rho_f A^\dagger A + A^\dagger A\rho_f) \otimes \sigma_{dd} \right) \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} [H_2, [(H_1 + H_2), \rho_\tau]] &= \frac{\chi_2^2(\eta)}{2} \left[(A\sigma_+^2 + A^\dagger\sigma_-^2), (A^\dagger\rho_f \otimes \sigma_-^2 - \rho_f A \otimes \sigma_+^2) \right] \\ &= \frac{\chi_2^2(\eta)}{2} \left(2A^\dagger\rho_f A \otimes \sigma_{cc} - (\rho_f A A^\dagger + A A^\dagger\rho_f) \otimes \sigma_{ff} \right) \end{aligned} \quad (3.30)$$

de onde define-se $\sigma_{bb} = |b\rangle\langle b|$, $\sigma_{cc} = |c\rangle\langle c|$, $\sigma_{dd} = |d\rangle\langle d|$ e $\sigma_{ff} = |f\rangle\langle f|$. Substituímos os resultados encontrados para os comutadores na Eq.(3.26) e então tomando o traço em relação aos níveis eletrônicos, faremos a seguinte operação:

$$\begin{aligned} \rho_f(t) &= \langle b| \rho(t+\tau) |b\rangle + \langle c| \rho(t+\tau) |c\rangle \\ &\quad + \langle d| \rho(t+\tau) |d\rangle + \langle f| \rho(t+\tau) |f\rangle \end{aligned} \quad (3.31)$$

Substituindo a Eq.(3.26) na Eq.(3.31) obteremos os termos engenheirados através de uma equação mestra capaz de controlar ao mesmo tempo o ganho e perda de excitação vibracional. Ao incluir dissipação devemos acrescentar a perda de excitação devido ao reservatório natural associado a armadilha. Nesse cenário obteremos a equação mestra dada por:

$$\frac{d\rho_f}{dt} = \mathcal{L}_{eng}^1 + \mathcal{L}_{eng}^2 + \mathcal{L}_{nat} \quad (3.32)$$

$$\mathcal{L}_{eng}^1 = \frac{\Gamma_1}{2} (2A\rho_f A^\dagger - \rho_f A^\dagger A - A^\dagger A\rho_f) \quad (3.33)$$

$$\mathcal{L}_{eng}^2 = \frac{\Gamma_2}{2} (2A^\dagger\rho_f A - \rho_f A A^\dagger - A A^\dagger\rho_f) \quad (3.34)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{nat} = & \left[(1 + \bar{n}) \frac{\gamma}{2} \right] (2 a \rho_f a^\dagger - a^\dagger a \rho_f - \rho_f a^\dagger a) \\ & + \frac{\gamma}{2} \bar{n} (2 a^\dagger \rho_f a - a a^\dagger \rho_f - \rho_f a a^\dagger)\end{aligned}\quad (3.35)$$

onde $\mathcal{L}_{eng}^1$ representa o termo de emissão, $\mathcal{L}_{eng}^2$ representa o termo de absorção e $\mathcal{L}_{nat}$ representa o termo de absorção relacionado ao reservatório natural da armadilha. Associadas aos Lindbladianos apresentados, teremos constantes de decaimento $\Gamma_1 = 4\chi_1^2/\kappa$ como sendo a constante de decaimento relacionada ao processo de emissão, $\Gamma_2 = 4\chi_2^2/\kappa$ relacionada ao processo de emissão e γ relacionada ao processo de decaimento do reservatório natural da armadilha, sendo κ da ordem da constante de decaimento associada aos níveis eletrônicos.(39)

A partir da Eq.(3.18a) e da Eq.(3.18b) calculam-se os valores de χ_1 e χ_2 e substitui-se então os valores encontrados a fim de obter Γ_1 e Γ_2 . Como resultado, obteremos dois Liouvillianos de forma que um deles esteja relacionado a absorção e o outro a emissão de excitação vibracional. Com tal resultado, completamos o processo de engenharia de reservatórios e assim geramos constantes de decaimento capazes de competir com a constante de decaimento associada ao reservatório natural da armadilha, uma vez satisfeitas as condições $\Gamma_1 \gg \gamma$ e $\Gamma_2 \gg \gamma$. Mostra-se abaixo o gráfico que relaciona a fidelidade dos estados localizados $|N = 4\rangle$ e $|N = 8\rangle$ em relação aos estados $|4\rangle$ e $|8\rangle$ partindo de um estado coerente $|\alpha = 6\rangle$. Para isso, os valores de $\Omega_1 = 5.0 \times 10^6 Hz$ e $\Omega_2 = 5,3 \times 10^6 Hz$ como a intensidade de ambos os lasers e $\kappa = 4 \times 10^6 Hz$ (39) como a taxa de decaimento dos níveis eletrônicos. Consequentemente, obteremos que as constantes de decaimento engenheiradas serão $\Gamma_1 = 1,8 \times 10^6 \gamma$ e $\Gamma_2 = 2 \times 10^3 \gamma$ para $|N = 4\rangle$ ($\eta^2 = 0,5$) e $\Gamma_1 = 1,3 \times 10^6 \gamma$ e $\Gamma_2 = 1,6 \times 10^3 \gamma$ para $|N = 8\rangle$ ($\eta^2 = 0,25$).

Figura 3.2 – Localização dos estados $|N=4\rangle$ e $|N=8\rangle$ partindo inicialmente de um estado coerente $|\alpha=6\rangle$. Na figura representam-se os gráficos do estado coerente de partida, o gráfico da fidelidade $\mathcal{F} = \text{Tr} |N\rangle \langle N| \rho_f$ e o gráfico da localização respectivamente. Na figura, mostra-se que os estados foram localizados com alta fidelidade e permanecem estacionários quando a escala de tempo envolvida na dinâmica das equações é menor que o tempo de relaxação. Os parâmetros utilizados foram: $\Omega_1 = 5.0 \times 10^6 \text{ Hz}$ e $\Omega_2 = 5,3 \times 10^6 \text{ Hz}$ como a intensidade dos lasers, $\kappa = 4 \times 10^6 \text{ Hz}$ como a taxa de decaimento eletrônica e $\Gamma_1 = 1,8 \times 10^6 \gamma$ e $\Gamma_2 = 2 \times 10^3 \gamma$ como as taxas de decaimento relativos à engenharia para $|N=4\rangle$ ($\eta^2 = 0,5$) e $\Gamma_1 = 1,3 \times 10^6 \gamma$ e $\Gamma_2 = 1,6 \times 10^3 \gamma$ para $|N=8\rangle$ ($\eta^2 = 0,25$).

Fonte: Elaborada pelo autor

Analogamente, é possível localizar os mesmos estados com os parâmetros iguais aos da figura (3.2) porém partindo inicialmente de um estado térmico $\rho_{th}(0) = \sum_n \frac{\bar{n}^n}{(1+\bar{n})^{1+n}}$ com $\bar{n} = 0.01$. Novamente representamos o gráfico de fidelidade e o resultado segue abaixo:

Figura 3.3 – Localização dos estados $|N=4\rangle$ e $|N=8\rangle$ partindo inicialmente de um estado térmico com $\bar{n} = 0.01$. Na figura representam-se os gráficos do estado termico de partida, o gráfico da fidelidade e o gráfico da localização respectivamente. Os parâmetros utilizados foram: $\Omega_1 = 5.0 \times 10^6 Hz$ e $\Omega_2 = 5,3 \times 10^6 Hz$ como a intensidade dos lasers, $\kappa = 4 \times 10^6 Hz$ como a taxa de decaimento eletrônica e $\Gamma_1 = 1,8 \times 10^6 \gamma$ e $\Gamma_2 = 2 \times 10^3 \gamma$ como as taxas de decaimento relativos à engenharia para $|N=4\rangle$ e $\Gamma_1 = 1,3 \times 10^6 \gamma$ e $\Gamma_2 = 1,6 \times 10^3 \gamma$ para $|N=8\rangle$

Fonte: Elaborada pelo autor

Podemos notar que em ambos os casos foi possível localizar os estados desejados frente a uma alta fidelidade com o regime de parâmetros apresentado. É importante destacar que a partir da interação do íon armadilhado com os lasers aplicados na armadilha é possível realizar o protocolo apresentado de uma forma mais geral do que na física de cavidades apresentada no capítulo 2, uma vez que podemos partir de um estado inicial mais geral (maior ocupação de estados vibracionais) como o estado coerente ou ainda mesmo um dado estado térmico ao contrário do estado de vácuo ou algum estado de Fock puro como estado inicial.

CAPÍTULO 4

CONCLUSÃO

Nessa dissertação abordamos a localização de estados quânticos através da física de íons armadilhados. Nesse contexto, apresentamos uma das maneiras de como proteger estados utilizando engenharia de Hamiltonianos (não lineares) upper bounded e lower bounded em um espaço de Fock finito e a técnica de engenharia de reservatórios para que possamos gerar um Lindbladiano capaz de competir com a dissipação presente no sistema representada pelo reservatório natural associado à armadilha tanto no processo de absorção quanto de emissão de excitação vibracional. Satisfeitas as condições favoráveis impostas pela engenharia atreladas com um regime correto de parâmetros, a dinâmica das equações faz com que o estado do campo fique confinado a evoluir somente no espaço de Fock finito e então é possível obter um estado fortemente localizado com alta fidelidade.

Além disso, conseguimos implementar um protocolo de localização mais eficaz em relação ao apresentado no contexto da eletrodinâmica quântica de cavidades pois podemos generalizar o processo sem a restrição de partir inicialmente do estado de vácuo, ou seja, é possível partir de um estado coerente ou térmico e ao fim da evolução obtermos um estado localizado. Aliado a isso, a não linearidade no sistema acaba restringindo o estado a ser localizado devido a influência na ocupação dos estados degenerados bem como fatores externos relacionados a intensidade do bombeio e a taxa de absorção de luz pela cavidade, que podem alterar sensivelmente o processo de localização.

É evidente notar que o processo de localização apresentado nos íons é sensível aos parâmetros relacionados ao tamanho do subespaço vibracional e ao estado que se deseja localizar pois os mesmos causam influência nas taxas de decaimentos engeneiradas. Uma vez que a escala relacionada ao tempo de relaxação do sistema é atingida, o reservatório natural associado a armadilha atua de modo a levar o sistema para o estado de vácuo.

Contudo, ao prepará-lo de forma a evoluir ao longo de uma escala de tempo muito menor do que o tempo de relaxação, podemos obter com alta fidelidade um estado estacionário fortemente localizado.

Futuramente pretendemos ampliar as aplicações utilizando a técnica de engenharia de reservatórios para outros sistemas. Cita-se como exemplo a aplicação em sistemas cuja interação radiação-matéria pode ser descrita através da engenharia de Hamiltonianos como os que possuem simetria PT (invariância por reflexões no espaço e no tempo) e são não-hermiteanos. Esses Hamiltonianos têm sido amplamente estudados pois constatou-se que possuem espectro real mostrando-se um sistema de interesse tanto experimentalmente mas também no âmbito da física teórica, uma vez que o estudo de interações predominava frente aos operadores hermiteanos.

REFERÊNCIAS

- 1 EINSTEIN, A.; PODOLSKI, B.; ROSEN, N. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?. *Physical Review*, v. 47, n. 10, p. 0777-0780, 1935.
- 2 BELL, J. S. On the Einstein Podolsky Rosen paradox. *Physics*, v. 1, n. 3, p. 195-200, 1964.
- 3 CONCLUSÃO BELL, J. S. On the problem of hidden variables in quantum mechanics. *Review of Modern Physics*, v. 38, n. 3, p. 447-452, 1966.
- 4 ASPECT, A.; GRANGLER, P.; ROGER, G. Experimental tests of realistic local theories via Bell's theorem. *Physical Review Letters*, v. 47, n. 7, p. 460-463, 1981.
- 5 GIUSTINA, M.; MECH, A.; RAMELOW, S.; WITTMANN, B.; KOFLER, J.; BEYER, J.; LITA, A.; CALKINS, B.; GERRITS, T.; NAM, S. W.; URSIN, R.; ZEILINGER, A. Bell violation using entangled photons without the fair-sampling assumption. *Nature*, v. 497, n. 7448, p. 227-230, 2013.
- 6 LEIBFRIED, D.; BLATT, R.; MONROE, C.; WINELAND, D. J. Quantum dynamics of a single trapped ion. *Reviews of Modern Physics*, v. 75, n. 1, p.281-324, 2003.
- 7 TURCHETTE, Q. A.; WOOD, C. S.; KING, B. E.; MYATT, C. J.; LEIBFRIED, D.; ITANO, W. M.; MONROE, C.; WINELAND, D. J. Deterministic entanglement of two trapped ions. *Physical Review Letters*, v. 81, n. 17, p. 3631-3634, 1998.
- 8 BRUNE, M.; HAGLEY, E.; DREYER, J.; MAITRE, X.; MAALI, A.; WUNDERLICH,

C.; RAIMOND, J. M. ; HAROCHE, S. Observing the progressive decoherence of the 'meter' in a quantum measurement. *Physical Review Letters*, v. 77, n. 24, p. 4887-4890, 1996.

9 MONROE, C.; MEEKHOF, D. M.; KING, B. E.; ITANO, W. M.; WINELAND, D. J. Demonstration of a fundamental quantum logic gate. *Physical Review Letters*, v. 75, n. 25, p. 4714-4717, 1995.

10 MONROE, C.; MEEKHOF, D. M.; KING, B. E.; WINELAND, D. J. A Schrodinger cat superposition state of an atom. *Science*, v. 272, n. 5265, p. 1131-1136, 1996.

11 MEEKHOF, D. M.; MONROE, C.; KING, B. E.; ITANO, W. M.; WINELAND, D. J. Generation of nonclassical motional states of a trapped atom. *Physical Review Letters*, v. 76, n. 11, p. 1796-1799, 1996.

12 LEIBFRIED, D.; MEEKHOF, D. M.; KING, B. E.; MONROE, C.; ITANO, W. M.; WINELAND, D. J. Experimental determination of the motional quantum state of a trapped atom. *Physical Review Letters*, v. 77, n. 21, p. 4281-4285, 1996.

13 BRATTKE, S.; VARCOE, B. T. H.; WALTHER, H. Generation of photon number states on demand via cavity quantum electrodynamics. *Physical Review Letters*, v. 86, n. 16, p. 3534-3537, 2001.

14 BRUNE, M.; SCHMIDT-KALER, F.; MAALI, A.; DREYER, J.; HAGLEY, E.; RAIMOND, J. M.; HAROCHE, S. Quantum rabi oscillation: a direct test of field quantization in a cavity. *Physical Review Letters*, v. 76, n. 11, p. 1800-1803, 1996.

15 KNIGHT, P. The discrete charm of the photon. *Nature*, v. 380, n. 6573, p. 392-393, 1996.

16 ANDERSON, P.W. Absence of diffusion in certain random lattices. *Physical Review*, v. 109, n. 0, p. 1492-1505, 1958.

17 FLETCHER, R. C.; YAGER, W. A.; PEARSON, G. L.; HOLDEN, A. N.; READ, W. T.; MERRITT, F. R. Spin resonance of donors in silicon. *Physical Review*, v. 94, n. 0, p. 1392-1393, 1954.

- 18 JAMES, D. F. V. Quantum dynamics of cold trapped ions with application to quantum computation. *Applied Physics B*, v. 66, n. 2, p. 181-190, 1998.
- 19 SØRENSEN, A.; MØLMER, K. Quantum computation with ions in thermal motion. *Applied Physics B*, v. 82, n. 9, p. 1971-1974, 1999.
- 20 GERRITSMA, R.; KIRCHMAIR, G.; ZHRINNGER, F.; SOLANO, E.; BLATT, R.; ROOS, C. F. Quantum simulation of the Dirac equation. *Nature*, v. 463, n. 7277, p. 68-72, 2010.
- 21 GERRITSMA, R.; LANION, B. P.; KIRCHMAIR, G.; ZHRINNGER, F.; HEMPEL, C.; CASANOVA, J.; GARCIA-RIPOLL, J. J.; SOLANO, E.; BLATT, R.; ROOS, C. F. Quantum simulation of the Klein paradox with trapped ions. *Physical Review Letters*, v. 106, n. 6, p. 0503-1 - 0503-4, 2011.
- 22 SHOR, P. W. Scheme for reducing decoherence in quantum computer memory. *Physical Review A*, v. 52, n. 4, p. R2493-R2496, 1995.
- 23 STEANE, A. M. Error correcting codes in quantum theory. *Physical Review Letters*, v. 77, n. 5, p. 793-797, 1996.
- 24 STEANE, A. M. *Introduction to quantum computation and information*. Singapore: World Scientific, 1999. ISBN 0471164348.
- 25 POYATOS, J. F.; CIRAC, J. I.; ZOLLER, P. Quantum reservoir engineering with laser cooled trapped ions. *Physical Review Letters*, v. 77, n. 23, p. 4728-4731, 1996.
- 26 MYATT, C. J.; KING, B. E.; TURCHETTE, Q. A.; SACKETT, C. A.; KIELPINSKI, D.; ITANO, W. M.; MONROE, C.; WINELAND, D. J. Decoherence of quantum superposition through coupling to engineered reservoirs. *Nature*, v. 403, n. 6767, p. 269-273, 2000.
- 27 CARVALHO, A. R. R.; MILMAN, P.; DE MATOS FILHO, R. L.; DAVIDOVICH, L. Decoherence, pointer engineering, and quantum state protection. *Physical Review Letters*, v. 86, n. 22, p. 4988-4991, 2001.

- 28 LUTKENHAUS, N.; CIRAC, J. I.; ZOLLER, P. Mimicking a squeezed-bath interaction: quantum-reservoir engineering with atoms. *Physical Review Letters*, v. 57, n. 1, p. 548-558, 1998.
- 29 AGARWAL, G. S.; SCULLY, M. O.; WALTHER, H. Inhibition of coherence due to decay in a continuum. *Reviews of Modern Physics*, v. 86, n. 19, p. 4271-4274, 2001.
- 30 PRADO, F. O.; DUZZIONI, E. I.; MOUSSA, M. H. Y.; DE ALMEIDA, N. G.; VILLAS-BÔAS, C. J. Nonadiabatic coherent evolution of two-level systems under spontaneous decay. *Physical Review Letters*, v. 102, n. 7, p. 073008-1 - 073008-4, 2009.
- 31 ZANARDI, P.; RASETTI, M. Noiseless quantum codes. *Physical Review Letters*, v. 79, n. 17, p. 3306-3309, 1997.
- 32 LIDAR, D. A.; CHUANG, I. L.; WHALEY, K. B. Decoherence-free subspaces for quantum computation. *Physical Review Letters*, v. 81, n. 12, p. 2594-2597, 1998.
- 33 BOSCO, A. R. M.; NEMES, M. C. Searching for decoherence-free subspaces in cavity quantum electrodynamics. *Physical Review A*, v. 70, n. 5, p. 053825-1 - 053825-8, 2004.
- 34 LIDAR, D. A.; WHALEY, K. B. *Decoherence-free subspaces and subsystems*. Berlim: Springer-Verlag, 2003. ISBN 978-3-540-40223-7.
- 35 KNILL, E.; LAFLAME, R.; VIOLA, L. Theory of quantum error correction for general noise. *Physical Review Letters*, v. 84, n. 11, p. 2525-2528, 2000.
- 36 DE PONTE, M. A.; MIZRAHI, S. S.; MOUSSA, M. H. Y. Relaxation and decoherence-free subspaces in networks of weakly and strongly coupled resonators. *Annals of Physical*, v. 64, n. 0, p.2547-2550, 2000.
- 37 KUKLINSKI, J.R. Generation of Fock states of the electromagnetic field in a high- Q cavity through the Anderson localization. *Physical Review Letters*, v. 84, n. 0, p.2507-2510, 1990.
- 38 LEONSKY, W.; DYRTING, S.; TANAS, R. Fock states generation in a kicked cavity with a nonlinear medium. *Journal of Modern Optics*, v. 44, n. 11/12, p.2105-2123, 1997.

- 39 ROSSETTI, R. F.; DE MORAES NETO, G. D.; PRADO, F. O.; BRITO, F.; MOUSSA, M. H. Y. Slicing the Fock space for state production and protection. *Physical Review A*, v. 90, n. 4, p. 033840, 2014.