Determinação da equação de estado para gases frios aprisionados

Reginaldo Rocha da Silva

Dissertação apresentada ao
Instituto de Física de São
Carlos, da Universidade de
São Paulo, para obtenção
do título de Mestre em
Ciências: Física Básica.

Orientador: Prof. Dr. Vanderlei Salvador Bagnato

São Carlos - 2005

Dedico este trabalho...

Aos meus pais Nilson
Francisco da Silva e Iracema
Rocha da Silva e a meu irmão
Robson Rocha da Silva, por todo o
amor e esforços que me permitiram
realizar este sonho.

À minha esposa Dulce
Cristina, pelo amor, carinho e
compreensão.

Agradecimentos

Ao prof.dr. Vanderlei Salvador Bagnato por sua orientação, hospitalidade e amizade, e ao prof.dr. Luis Gustavo Marcassa por suas críticas e sugestões nos experimentos que realizamos.

Ao prof.dr. Victor Romero-Rochin por suas contribuições teóricas neste trabalho.

Às pessoas mais importantes da minha vida, meus pais Nilson e Iracema e ao meu irmão Robson que me dão amor, apoio e incentivo em todos os momentos desde que nasci, a minha eterna gratidão...

A minha esposa Dulce Cristina que me acompanha desde o início da graduação dando-me força e ajudando a superar as dificuldades tanto da minha vida acadêmica quanto da minha vida particular.

Aos grandes amigos Stella e Danilo que me ajudaram na adaptação a minha nova vida nesta cidade longe de meus familiares e amigos.

Aos amigos Emanuel, Kilvia e Sérgio que conquistei durante nossa convivência no laboratório e que me ensinaram a lidar com os equipamentos e a compreender os experimentos realizados.

À Isabel, as secretárias, ao Daniel e aos técnicos da eletrônica e das oficinas mecânica e da óptica pelo apoio fornecido.

Finalmente, a todos os amigos e companheiros do grupo de óptica pela amizade e a todos os amigos que de longe sempre torceram por mim e me apoiaram em todos os momentos.

À FAPESP, CAPES e CNPq pelo apoio financeiro.

Sumário

Dedicatória.....	i
Agradecimentos.....	ii
Lista de Figuras.....	vi
Lista de Tabelas.....	viii
Resumo.....	ix
Abstract.....	x
 CAPÍTULO 1.....	 1
1.1 INTRODUÇÃO	1
 CAPÍTULO 2.....	 8
2.1 APRISIONAMENTO DE ÁTOMOS FRIOS	8
2.1.1 A Técnica de desaceleração	10
2.1.2 Armadilha magneto-óptica - MOT	12
2.1.3 A armadilha do tipo Dark Spot MOT	15
2.1.4 A armadilha do tipo Self Dark MOT	17
2.2 A ARMADILHA MAGNÉTICA	19
 CAPÍTULO 3.....	 23
3.1 SISTEMA EXPERIMENTAL	23
3.2 SISTEMA DE IMAGEM	28
3.3 TÉCNICA DE "TEMPO DE VÔO" (TOF)	29
 CAPÍTULO 4.....	 32

4.1 EXPERIMENTO DA TERMODINÂMICA	32
4.2 MODELO	36
4.3 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL	38
4.4 ANÁLISE E RESULTADOS	40
CAPÍTULO 5	51
5.1 TEMPERATURAS NAS ARMADILHAS SELF E DARK	51
CAPÍTULO 6	61
6.1 NOVO EXPERIMENTO DE RB	61
CAPÍTULO 7	67
7.1 CONCLUSÃO	67
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	70

Lista de Figuras

FIGURA 1: LASER DESACELERADOR CONTRAPROPAGANTE A UM FEIXE ATÔMICO.	11
FIGURA 2: ESQUEMA DE FUNCIONAMENTO DE UMA ARMADILHA MAGNETO-ÓPTICA PARA UM ÁTOMO HIPOTÉTICO DE DOIS NÍVEIS.	14
FIGURA 3: ESQUEMA DE UMA ARMADILHA MAGNETO-ÓPTICA TRIDIMENSIONAL.	15
FIGURA 4: ESQUEMA TÍPICO DE UM SELF DARK MOT. REF.[20].....	18
FIGURA 5: DESLOCAMENTO ENERGÉTICO DOS SUBNÍVEIS ZEEMAN DOS ESTADOS HIPERFINOS DO ESTADO FUNDAMENTAL DO ÁTOMO DE SÓDIO.	21
FIGURA 6: EQUIPOTENCIAIS DE UMA ARMADILHA DE QUADRUPOLO. REF.[22].	22
FIGURA 7: VISÃO GERAL ESQUEMÁTICA DO SISTEMA EXPERIMENTAL..	24
FIGURA 8: DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DA CONFIGURAÇÃO DE BOBINAS USADAS NA ARMADILHA DE QUADRUPOLO E AS LINHAS DE CAMPO MAGNÉTICO RESULTANTES.	25
FIGURA 9: ESQUEMA DE NÍVEIS DO ÁTOMO DE SÓDIO, MOSTRANDO AS FREQUÊNCIAS DOS LASERS DE APRISIONAMENTO E REBOMBEIO.	26

FIGURA 10: FOTO DA ARMADILHA MAGNETO-ÓPTICA PARA ÁTOMOS DE NA.	26
FIGURA 11: EXEMPLO DE UMA SEQUÊNCIA DE IMAGENS DE TEMPOS DE VÔO, A IMAGEM DA ESQUERDA É UM TOF DE 4MS A DO CENTRO É DE 10MS E A ÚLTIMA É DE 16MS.	30
FIGURA 12: ESQUEMA TEMPORAL DO EXPERIMENTO, EM (A) SEQUÊNCIA PARA OBTENÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL E EM (B) SEQUÊNCIA DO TEMPO DE VÔO.	40
FIGURA 13: TEMPERATURA MÉDIA OBTIDA PARA CADA COMPRESSÃO...	41
FIGURA 14: EM (A) TEMOS UM EXEMPLO DE UM PERFIL DE IMAGEM GERADA PELO SOFTWARE DA CCD EM ESCALA DE CORES E EM (B) TEMOS UM EXEMPLO EM 3D DA IMAGEM GERADA PELA MATRIZ CONSTRUÍDA PELA CÂMERA.	42
FIGURA 15: ESQUEMA DO SISTEMA DE IMAGEM, MOSTRANDO QUE CADA PONTO DA IMAGEM RECEBE A CONTRIBUIÇÃO DE VÁRIOS ÁTOMOS AO LONGO DE UMA DIREÇÃO.	44
FIGURA 16: EXEMPLO DE UM AJUSTE DO PERFIL DE DENSIDADE DA NUVEM NA DIREÇÃO X EM $Z=0$, OBSERVE QUE É NECESSÁRIO A SOMA DE DUAS EXPONENCIAIS COM PERFIS BEM DIFERENTES..	45
FIGURA 17: GRÁFICO DO LOGARITMO DA PRESSÃO NORMALIZADO POR LOGARITMO DO VOLUME, ALÉM DISSO, APRESENTAMOS UM	

AJUSTE LINEAR DOS PONTOS E SEUS RESPECTIVOS PARÂMETROS.	46
FIGURA 18: GRÁFICO COM O AJUSTE DOS DADOS COM EXPRESSÃO (32) E O AJUSTE COM A EXPRESSÃO SEM OS PARÂMETROS DE CORREÇÃO, ISTO É, PARA UM GÁS IDEAL.	48
FIGURA 19: GRÁFICO COM O AJUSTE QUE NOS PERMITE UMA MELHOR VISUALIZAÇÃO DO DESVIO DE UM GÁS IDEAL, ALÉM DE NOS FORNECER OS COEFICIENTES DE CORREÇÃO.	49
FIGURA 20: COMPORTAMENTO DO SINAL DE ABSORÇÃO DE UMA MEDIDA NO SELF.	53
FIGURA 21: COMPORTAMENTO DA DERIVADA DO SINAL DE ABSORÇÃO DE UMA MEDIDA NO SELF.	56
FIGURA 22: A)ESQUEMA DE UMA ARMADILHA DO TIPO SELF, B) ESQUEMA DAS TRANSIÇÕES ENVOLVIDAS E EM C) ESQUEMA DA ARMADILHA DO TIPO DARK.	60
FIGURA 23: ESQUEMA DO SISTEMA DE TRANSFERÊNCIA DE ÁTOMOS FRIOS ENTRE DUAS ARMADILHAS MAGNETO-ÓPTICAS.	62
FIGURA 24: A ESQUERDA SE ENCONTRA UM ESQUEMA DA ESTRUTURA MAGNÉTICA E A DIREITA FOTOGRAFIAS DO GUIAMENTO MAGNÉTICO.	64
FIGURA 25: ESQUEMA DA MONTAGEM ÓPTICA DO SISTEMA.....	65
FIGURA 26: FOTO DA CONSTRUÇÃO DO NOVO SISTEMA DE RB.....	65

Lista de Tabelas

TABELA 1: TEMPERATURAS NO SELF E NO DARK.....	58
---	----

Resumo

Este trabalho consiste basicamente em dois experimentos: Determinação da equação de estado de um gás frio aprisionado, e na comparação das temperaturas de uma amostra de átomos confinadas em dois tipos de armadilhas magneto-ópticas. No primeiro experimento utilizamos a generalização do conceito de pressão e volume que foram redefinidos de maneira apropriada para alcançamos uma equação de estado. Experimentalmente nossa amostra apresentou um desvio do esperado para um gás ideal, dessa forma utilizamos uma expansão virial com as novas definições de pressão e volume para investigar as interações entre os átomos. Já no segundo experimento utilizamos uma técnica que mede transiente temporal da absorção do feixe pelos átomos através de um fotodetector para a obtenção da temperatura. Neste experimento obtemos temperaturas equivalentes para as duas armadilhas.

Abstract

This work consists of two experiments: Determination of the state equation a trapped cold gas, and the comparison of the temperatures of confined atoms in two types of magneto-optical traps. For the first experiment we generalized and defined a new pressure and volume concept and we reached a state equation. Experimentally our sample presented a deviation of the ideal gas, in that way we used a virial expansion with the new pressure and volume definitions to investigate the interactions among the atoms. In the second experiment we used a technique that measures temporal variation of the absorption of a probe beam that crosses the atoms by a photodetector, witch gives us the information about the temperature. We have found equivalent temperatures for the two traps.

Capítulo 1

1.1 Introdução

A busca pela compreensão dos fenômenos da natureza, de seus constituintes básicos e suas interações é o que incentiva pesquisadores á séculos a dedicarem suas vidas nos estudos das ciências. E com este mesmo incentivo foi realizado este singelo trabalho sobre estudos de um gás ultrafrio de Na.

Um dos fatores importantes para a construção do conhecimento científico é o acúmulo das informações adquiridas em estudos e experiências ao longo dos séculos. Assim, as diversas áreas da física foram se consolidando com os inúmeros trabalhos que foram surgindo, como por exemplo, a termodinâmica que recebeu várias contribuições sobre as transformações gasosas de Boyle-Mariotte (temperatura constante), Amontons-Charles (pressão constante), Gay-Lussac (volume constante), Émile Clapeyron

(que apresentou a primeira equação de estado para um gás) e finalmente van der Waals (que considerou interações entre as moléculas de um gás em sua equação de estado) entre outros.

A mecânica estatística recebeu contribuições dos trabalhos de J. Maxwell, L. Boltzmann e J. Gibbs entre outros, eles introduziram importantes conceitos sobre a distribuição de velocidades de um gás, a entropia e os potenciais termodinâmicos e etc. De forma semelhante, a mecânica quântica recebeu muitas contribuições, dentre elas, os trabalhos bem conhecidos de Planck, Einstein, Bohr, de Broglie, Heisenberg, Schrödinger, Dirac, Pauli e Born que foram de grande importância do ponto de vista teórico para a física atômica.

Já a parte experimental da física atômica, teve um grande impulso com o advento do laser na década de 60. A utilização do laser cresceu rapidamente em diversas áreas. O desenvolvimento de fontes lasers cada vez mais estáveis, com largura de linha reduzida e sintonizáveis em muitas frequências proporcionou um grande avanço na espectroscopia e na utilização de pressão de radiação para a manipulação e resfriamento de átomos.

As primeiras propostas de resfriamento de átomos com laser surgiram em 1975 com D. J. Wineland e Dehmelt [1], Hänsch e Schawlow [2], porém só em 1982 W. Phillips e H. Metcalf [3] conseguiram aplicar estas propostas a átomos neutros. Eles resfriaram desacelerando um feixe longitudinal de átomos de sódio utilizando um laser contrapropagante e um campo magnético que varia espacialmente para manter os átomos na condição de ressonância. Em 1985 S. Chu [4] e W. Phillips [5] conseguiram resfriar átomos abaixo do limite Doppler, usando uma configuração tridimensional com feixes lasers perpendiculares, onde na intercessão o gás comportava-se como um fluido viscoso que passou a ser chamado de "optical molasses". Devido aos avanços em resfriamento de átomos neutros três pesquisadores foram laureados com o Prêmio Nobel de física de 1997 [6].

Poucos anos mais tarde, D. E. Pritchard e colaboradores [7] desenvolveram em 1987 uma técnica muito útil para fazer experimentos com átomos frios, usando uma combinação de gradientes de campo magnético com ondas estacionárias circularmente polarizadas produziram as armadilhas magneto-ópticas (MOT). Inicialmente estas armadilhas precisavam de um primeiro estágio de

desaceleração dos átomos, até que alguns anos mais tarde Monroe e colaboradores [8], demonstrando uma armadilha onde os átomos são capturados diretamente do vapor de uma célula, sem que houvesse um pré-desaceleramento.

Com todo esses avanços no resfriamento e aprisionamento de átomos foi possível realizar diversos experimentos, tais como o estudo de colisões atômicas, de foto-associação molecular, etc. No entanto a grande realização experimental veio alguns anos após a demonstração do resfriamento evaporativo [9] em 1988 que permitiu a constatação experimental do condensado de Bose Einstein (BEC) em 1995 por E. Cornell e Wieman [10], W. Ketterle [11].

O condensado abriu diversos campos de pesquisas que vem sendo estudado desde a sua criação, atraindo a atenção de muitos grupos de pesquisa, pois estes sistemas são muito ricos tanto do ponto de vista experimental quanto teórico. Nestes sistemas é possível estudar efeitos coletivos, propagação do som, coerência atômica, dinâmica de condensados, interações entre condensados e até lasers de átomos. No entanto, há uma área muito pouco explorada que correspondem às propriedades termodinâmicas destes

sistemas, esta área é um dos interesses do nosso grupo de pesquisa.

Os primeiros trabalhos experimentais com medidas termodinâmicas de gases de átomos alcalinos em armadilhas magnéticas começaram em 1996 [12], por outro lado os trabalhos teóricos começaram na década de 60 com Gross, Pitaevskii e Fetter [13] e vem se desenvolvendo até hoje [14].

Pretendemos estudar estas propriedades observando o seu comportamento durante a transição de fase e no condensado, pois na transição entre o comportamento tipicamente de Boltzmann para um de Bose-Einstein pode revelar surpresas interessantes do ponto de vista experimental.

Este trabalho é o início de uma série de experimentos que pretendemos realizar nesta área, pois as medidas realizadas nesta dissertação não foram em condensados, porém são de grande importância para os futuros experimentos. Neste trabalho realizamos medidas termodinâmicas procurando observar desvios de um gás ideal associando-os às interações.

Em nossas medidas o gás frio de Na está aprisionado num potencial externo, dessa forma, a definição

convencional de pressão e volume nestes sistemas não mais se aplica, assim utilizamos duas novas variáveis: uma intensiva (pressão) e outra extensiva (volume), para descrever a termodinâmica do gás. Uma vez conhecida estas grandezas elaboradas pelo nosso colaborador Vitor Romero-Rochin, determinamos uma equação de estado e verificamos experimentalmente sua validade.

Conforme será visto adiante esta dissertação está dividida em capítulos para uma melhor organização e didática. Assim o capítulo dois consiste em uma revisão de diversos conceitos básicos que os experimentos descritos nesta dissertação envolvem. Como por exemplo está descrito como funciona a desaceleração de um feixe atômico, o princípio de funcionamento de uma armadilha magneto-óptica (MOT), etc.

No capítulo 3 está descrito todo o sistema experimental, no capítulo seguinte está descrito em detalhes a obtenção da equação de estado com as novas definições de pressão e volume, como realizamos as nossas medidas termodinâmicas, análises e resultados obtidos. No capítulo 5 está descrito como foram nossas medidas complementares, onde medimos e comparamos as temperaturas de uma armadilha do tipo Self dark MOT com as do Dark Spot

MOT. No capítulo 6 está descrito nosso novo sistema experimental, que será usado dentre outras coisas para finalizar as medidas que nos propusemos a fazer sobre as propriedades termodinâmicas em um condensado de Bose-Einstein. Finalmente no capítulo 6 estão todas as conclusões deste trabalho, assim como algumas propostas futuras.

Capítulo 2

2.1 Aprisionamento de átomos frios

A interação da radiação com a matéria vem sendo estudada ao longo dos anos, e a primeira observação de que a luz carrega momento e, portanto produz uma força se espalhada por um objeto, foi em 1933 por Frish [15]. Ele observou a deflexão transversal de um feixe atômico de sódio iluminado por uma lâmpada de sódio. Hoje sabemos que a luz interage com os átomos através da força espontânea ou pela força de dipolo. A força espontânea surge da absorção e emissão de fótons e tem um caráter dissipativo, já a de dipolo é conservativa e surge da interação do dipolo elétrico, induzido pela luz incidente, com o gradiente de intensidade da radiação. A expressão da força de pressão da radiação sobre o átomo é dada por:

$$\vec{F} = -\frac{\hbar\Gamma\Omega^2\nabla\Theta}{4(\Delta+\dot{\Theta})^2+\Gamma^2+2\Omega^2} - \frac{\hbar(\Delta+\dot{\Theta})\nabla\Omega^2}{4(\Delta+\dot{\Theta})^2+\Gamma^2+2\Omega^2} \quad (1)$$

onde Γ é a largura natural da transição, $\Delta = \omega_L - \omega_A$ é a desintonia entre a frequência do laser (ω_L) e da transição atômica (ω_A), $\Omega = \frac{\mu E}{2\hbar}$ é a frequência de Rabi e $\Theta = -\vec{k} \cdot \vec{r}$ é a fase do campo eletromagnético. O primeiro termo da expressão, proporcional ao gradiente da fase, corresponde à força espontânea. Já o segundo termo, proporcional ao gradiente da intensidade do campo, corresponde à força de dipolo. Uma discussão completa sobre forças de interação pode ser vistas nas referências [16;17;18] .

Utilizando estas forças da radiação é possível realizar diversos experimentos, em nosso caso utilizamos somente a força espontânea, pois os gradientes de campo elétricos aplicados eram muito fracos podendo ser desprezados.

O ponto de partida para diversos experimentos com átomos frios é a formação de uma armadilha magneto-óptica (MOT), isto é, é um dos métodos de confinar átomos em uma determinada região do espaço utilizando lasers e campos magnéticos. Para carregar o MOT é necessário que na região da armadilha exista átomos com baixas velocidades, e para isso, pode se utilizar várias técnicas como, por exemplo, o

VCMOT ("Vapor Cell Magneto-Optical Trap") que captura átomos lentos de uma distribuição térmica ou um Zeeman Slower que utiliza um feixe de átomos previamente desacelerados.

2.1.1 A Técnica de desaceleração

A técnica Zeeman Slower [3] utiliza um forno que trabalha a altas temperaturas, isto é, em torno de 450°C para produzir uma grande quantidade de vapor de sódio que ao passar por uma pequena abertura gera um feixe atômico colimado. Em seguida o feixe é desacelerado com o uso de um laser contrapropagante que em conjunto com um campo magnético gera uma força dependente da posição e da velocidade.

Durante a desaceleração a força exercida sobre os átomos é a espontânea, dessa forma, os átomos ao absorverem os fótons terão as suas velocidades reduzidas. Nestas condições os átomos saem de ressonância com o laser desacelerador, devido ao efeito Doppler. Para compensar este deslocamento, é que submetemos os átomos que estão sendo desacelerados a um campo magnético. Este campo é produzido para apresentar um perfil específico que mude o

espaçamento energético dos níveis atômicos através do efeito Zeeman, de forma a mantê-los, durante todo o processo de desaceleração, em ressonância com o laser. Isto sempre irá ocorrer quando a condição de ressonância,

$$kv_z(z) = -\Delta + \gamma B_z(z), \quad (2)$$

for satisfeita. Onde Δ é a diferença entre as frequências de ressonância do átomo em repouso e a do laser, $k = 2\pi\lambda^{-1}$ é o número de onda da radiação e γ é a constante de Zeeman. Assim sempre que o termo $kv_z(z)$ responsável pelo deslocamento Doppler compensar o termo $\gamma B_z(z)$ correspondente ao deslocamento Zeeman os átomos estarão seguindo adiabaticamente o campo.

FIGURA 1: Laser desacelerador contrapropagante a um feixe atômico.

É importante ressaltar que durante vários ciclos deste processo os átomos recebem durante a absorção um impulso dos fótons sempre na mesma direção, e que ao emitir os fótons os átomos recebem um impulso aleatoriamente, dessa

forma, o impulso recebido na emissão não contribui no movimento dos átomos. Assim o átomo desacelera, pois só recebe impulsos contrários ao movimento.

O processo de desaceleração é importante, pois a velocidade de captura do MOT, isto é, a velocidade máxima que os átomos podem ter para serem aprisionados pelo MOT, é de algumas dezenas de metros por segundo para átomos de sódio. Ao final do processo de desaceleração nós obtemos uma nuvem de átomos com uma distribuição de velocidades com um pico em torno de 50m/s.

2.1.2 Armadilha magneto-óptica - MOT

Uma vez que temos um grande número de átomos com baixas velocidades, o passo seguinte é fazer um MOT. Para facilitar a compreensão de funcionamento do MOT, considere um didático sistema unidimensional formado por um átomo de dois níveis que possua um estado fundamental com momento angular $S=0$ ($m_s=0$) e um estado excitado com $S=1$ ($m_s=0, \pm 1$). Além disso, admita que exista um campo magnético que varia linearmente com a posição e seja suficientemente fraco para que o deslocamento Zeeman entre os níveis seja descrito como $\Delta E = \mu_B B$, onde μ_B é o magnéton de Bohr.

Assuma que o átomo esteja exposto a um par de feixes de lasers contrapropagantes ao longo da direção z com polarizações ortogonais circulares e sintonizados numa frequência abaixo da ressonância na região onde $B=0$. Nessas condições, um átomo que esteja numa região onde $z>0$ absorverá mais fótons com polarização σ^- , pois sua frequência está mais próxima da transição de $\Delta m_s = -1$ e sendo assim, o átomo sofrerá uma força resultante em direção a origem ($z=0$). De forma semelhante, quando estiver em $z<0$ absorverá mais fótons com polarização σ^+ , pois sua frequência está mais próxima da transição de $\Delta m_s = +1$ logo, o átomo também sofrerá uma força para a origem ($z=0$). Finalmente observe que os átomos nesse sistema permanecem confinados devido à força restauradora e são resfriados devido ao caráter dissipativo da força espontânea.

FIGURA 2: Esquema de funcionamento de uma armadilha magneto-óptica para um átomo hipotético de dois níveis.

Este modelo pode ser generalizado para um sistema tridimensional, de maneira análoga, utilizando para isso três pares de feixes contrapropagantes, ortogonais, com polarizações circulares opostas e um par de bobinas em configuração anti-Helmholtz, pois nesta configuração o campo magnético cresce linearmente em todas as direções e é nulo no centro da armadilha. Conforme será visto adiante, na prática dependendo do átomo que se pretende armadilhar, é necessário ainda um outro laser, chamado de rebombeio, que trabalha em conjunto o laser de aprisionamento para produzir a armadilha magneto-óptica.

FIGURA 3: Esquema de uma armadilha magneto-óptica tridimensional.

2.1.3 A armadilha do tipo Dark Spot MOT

O número de átomos no MOT resulta do equilíbrio entre as taxas de perda e de captura. Para densidades acima 10^{10} átomos/cm³ começa a surgir no MOT forças de repulsão entre os átomos, pois os fótons emitidos por um átomo passa a ser absorvido pelo átomo "vizinho" impedindo que se aproximem um do outro. Além disso, as colisões dos átomos com o vapor de fundo também é um dos fatores que restringe a densidade de átomos na armadilha. Dessa forma, nós consideramos que a taxa de variação temporal de átomos na armadilha é dada por:

$$\frac{dN}{dt} = L - (\gamma + \beta n)N \quad (3)$$

onde L é a taxa de captura, γ é a taxa de colisão com o vapor de fundo e β é a taxa de colisão com os frios e n é a densidade que em condições experimentais, ou melhor, em altas densidades pode ser considerada praticamente.

A taxa de perda pode ser determinada observando o processo de descarga da armadilha, isto é, quando fazemos o L tender a zero, o número de átomos se comporta de seguinte maneira:

$$N = N_0 e^{-(\gamma + \beta n)t} \quad (4)$$

então fazemos um ajuste do sinal de descarga da armadilha com a expressão acima nós obtemos o termo $(\gamma + \beta n)$ que representa a taxa de perda na armadilha.

Como para muitos experimentos com átomos frios, é necessário que se tenha nas etapas iniciais (MOT) uma amostra com maior densidade possível, pois isto aumenta a eficiência na transferência dos átomos para uma outra armadilha seja ela magnética ou óptica. Assim, para suprir esta necessidade foi desenvolvida uma técnica conhecida como Dark spot (dark spontaneous-force optical trap) elaborada em 1992 por Ketterle e colaboradores [19]. Ela consiste em colocar um obstáculo na região central do feixe de rebombeio. Logo os átomos no interior da armadilha deixam de interagir com os lasers, permanecendo no estado

fundamental $3S_{1/2}$ ($F = 1$), pois ao deixar de interagir com o laser de rebombeio os átomos são imediatamente bombeados para o estado $F = 1$ pelo laser de trap.

Um MOT convencional de átomos de sódio apresenta densidades tipicamente da ordem de 10^{10} átomos/cm³. Já em uma armadilha do tipo dark spot temos densidades da ordem de $8 \cdot 10^{11}$ átomos/cm³.

2.1.4 A armadilha do tipo Self Dark MOT

Em 2003 foi observado em nosso grupo um efeito semelhante ao dark spot em átomos de sódio, o qual nomeamos de Self dark (Self-induced dark spontaneous-force optical trap) [20]. De maneira similar ao dark spot, o self apresenta uma densidade melhor que a do MOT convencional e um grande número de átomos no estado fundamental $3S_{1/2}(F=1)$ na região central da armadilha. No entanto a obtenção do self se dá de maneira bem diferente. O processo começa com o grande número de átomos que chega na região do MOT no estado fundamental $3S_{1/2}(F=1)$, devido ao bombeamento óptico que ocorre durante a desaceleração dos átomos. Já no MOT o inicia-se o processo cíclico da transição forte $3S_{1/2}(F=2) \rightarrow 3P_{3/2}(F'=3)$. Finalmente fazendo um pequeno

ajustando de maneira apropriada na frequência do laser de rebombeio, alcança-se uma configuração onde este laser passa a ser absorvido espacialmente, sendo completamente absorvido na região central da nuvem. Formando uma região composta de átomos no estado fundamental $3S_{1/2}(F=1)$ que não interage com os lasers, envolvidos por átomos predominantemente em $3S_{1/2}(F=2)$ interagindo com os dois lasers.

FIGURA 4: Esquema típico de um Self dark MOT. Ref.[20].

Note que tanto no self dark quanto no dark spot os átomos que por algum motivo saírem da região central voltarão interagir ciclicamente com os lasers, sem provocar nenhum tipo de perda. A vantagem desta configuração é a não necessidade de um laser independente para rebombeio, como no caso do dark spot, podendo ser operado com um modulador eletro-óptico no laser de trap para gerar o rebombeio. Este

procedimento simplifica muito o sistema óptico, pois diminui o número de componentes.

2.2 A armadilha magnética

Uma vez que se tenha os átomos aprisionados em um MOT, é possível realizar diversos experimentos e dependendo do tipo de experimento que se deseja realizar pode ser necessário transferir os átomos para uma armadilha puramente magnética. Principalmente quando se deseja trabalhar com temperaturas muito baixas, como é o caso dos experimentos que envolvem condensação de Bose Einstein, onde utilizando o resfriamento evaporativo [21] é possível alcançar temperaturas de nanokelvin.

A primeira armadilha magnética para átomos neutros foi demonstrada em 1985 por Migdall e colaboradores [22]. Existem diversos tipos de configurações de armadilhas magnéticas, o que nós utilizamos é produzido usando o mesmo perfil de campo utilizado no MOT, porém em todos os casos as intensidades de campo são bem mais altas. A armadilha é possível graças à interação entre o momento de dipolo magnético μ do átomo e o campo magnético.

O dipolo atômico é dado por $\vec{\mu} = \mu_B g_F \vec{F}$, onde μ_B é o magnéton de Bohr, g_F é o fator de Landé e $F=S+L+I$ é o spin atômico total, com o spin do elétron (S) o momento angular(L) e o spin nuclear (I).

O fator de Landé é calculado da seguinte maneira:

$$g_F = g_J \frac{F(F+1)+J(J+1)-I(I-1)}{2F(F+1)} \quad \text{com} \quad g_J = \frac{1+J(J+1)+S(S+1)-L(L+1)}{2J(J+1)}$$

Assumindo que o spin segue adiabaticamente o campo, então o potencial de interação entre o átomo e o campo é:

$$U = \vec{\mu} \cdot \vec{B} = g_F m_F \mu_B |\vec{B}| \quad \text{e a força será: } F = -\nabla U.$$

Dependendo do estado eletrônico do átomo, ou melhor, do sinal do subnível m_F , o átomo pode ser atraído (aprisionado) ou repelido do mínimo de campo. Apesar destes estados não serem o de mais baixa energia, podem ser aprisionados, pois a taxa de decaimento espontâneo é de 10^{-10}sec^{-1} . No caso do átomo de sódio os estados hiperfinos aprisionáveis estão indicados na figura(5) pela linha preenchida.

FIGURA 5: Deslocamento energético dos subníveis Zeeman dos estados hiperfinos do estado fundamental do átomo de Sódio.

Dentre os processos de perda neste tipo de armadilha estão as provocadas por mudanças de spin devido a colisões e as transições majorana que ocorrem quando os átomos não conseguem seguir adiabaticamente o campo, isto ocorre principalmente quando há grandes variações no campo, como por exemplo, na região central de um campo de quadrupolo. Um exemplo das equipotenciais de uma armadilha de quadrupolo pode ser vista na figura (6).

FIGURA 6: Equipotenciais de uma armadilha de quadrupolo.
Ref.[22].

Capítulo 3

3.1 Sistema experimental

Nosso sistema experimental é formado por um forno de sódio trabalhando com temperaturas de aproximadamente 450°C que produz um feixe colimado que é desacelerado pela técnica de sintonia Zeeman operando com o Dark Spot Slowing [23], está uma técnica desenvolvida neste grupo para impedir que o laser que desacelera os átomos atrapalhe a formação do MOT, uma vez que este passa pela mesma região do MOT. Para isso é colocado um pequeno anteparo na região central do laser desacelerador.

FIGURA 7: Visão geral esquemática do sistema experimental.

O MOT é formado no interior de uma célula de vidro em alto vácuo e o campo usado para sua formação é gerado por um par de bobinas montadas na configuração anti-Helmholtz que produz um campo de quadrupolo. Este campo é nulo na região central e cresce linearmente em todas as direções de acordo com a seguinte expressão.

$$\vec{B} = B'_o x \hat{i} + B'_o y \hat{j} - 2z B'_o \hat{k} \quad \therefore \quad |\vec{B}| = B'_o \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2} \quad (5)$$

onde B'_o é o gradiente do campo que é constante.

FIGURA 8: Diagrama esquemático da configuração de bobinas usadas na armadilha de quadrupolo e as linhas de campo magnético resultantes.

Para produzir o MOT em nosso sistema é um pouco mais complicado que aquele modelo simplificado que considerava um átomo de dois níveis. O átomo de sódio apresenta vários níveis de energia como mostrado na figura 9. Nós utilizamos para o aprisionamento a transição $3S_{1/2}(F=2) \rightarrow 3P_{3/2}(F'=3)$, no entanto existe uma probabilidade do átomo ser excitado para o estado $3P_{3/2}(F=2)$ e em seguida decair para o estado fundamental $3S_{1/2}(F=1)$ e sair da armadilha. Para evitar este tipo de perda é necessário adicionar um segundo laser sintonizado para a transição $3S_{1/2}(F=1) \rightarrow 3P_{3/2}(F'=2)$ e assim fazer com que os átomos que tinham saído do processo voltem a interagir com os lasers.

FIGURA 9: Esquema de níveis do átomo de Sódio, mostrando as frequências dos lasers de aprisionamento e rebombeio.

FIGURA 10: Foto da armadilha magneto-óptica para átomos de Na.

O nosso sistema de lasers é formado por um laser de argônio que é responsável pelo bombeamento de outros três lasers de corante, ele opera com uma potência de aproximadamente 19W. Já os lasers de corante operam com uma intensidade de aproximadamente $10\text{mW}/\text{cm}^2$ para cada eixo do MOT, e para garantir um rápido desligamento dos lasers durante os experimentos contamos com o uso de moduladores acústico-ópticos que também participam do sistema de travamento. Além disso, cada laser tem uma célula de absorção saturada que junto ao sistema de travamento é utilizado para monitorar e manter a frequência apropriada para cada função que o laser exerce.

Todo o sistema é mantido em um regime de ultra-alto-vácuo, para evitar perdas de átomos por colisões com vapor de fundo. Para obter um bom vácuo são necessárias diversas bombas (bombas: iônicas, sublimação, difusora, turbo molecular, mecânica) trabalhando em vários estágios começando com a mecânica onde se atinge um vácuo de 10^{-3}Torr até a iônica chegando a um vácuo de 10^{-12}Torr na região onde aprisionamos os átomos. Durante estes estágios é necessário fazer o chamado "baking", isto é, aquecemos todo o sistema a uma temperatura acima dos 100°C durante semanas, até obter o vácuo esperado.

3.2 Sistema de Imagem

Nosso sistema de imagem consiste em um conjunto de lentes e espelhos que levam a imagem desejada até uma câmera CCD. Esta imagem, ou melhor, o número de fótons que chegam ao sensor da CCD é convertido em counts, gerando uma imagem digitalizada com um perfil de intensidade que é armazenado no computador para um processamento futuro. Este processamento é feito de acordo com o tipo de imagem que se pretende analisar, sendo possível extrair uma série de informações, como por exemplo, o número de átomos, a distribuição dos átomos, a dimensão da nuvem atômica, etc.

Em nossas medidas fizemos imagens por fluorescência, onde capturamos a luz espalhada vindo dos átomos durante um determinado período, conhecido como tempo de prova. Para calcularmos o número de átomos em nossa amostra, precisamos da potência total de luz espalhada durante o tempo de prova. Assim uma vez que conhecemos, o ângulo sólido de coleta, a transmitância do sistema e a taxa de fótons espalhada por cada átomo, o número de átomos é dado por:

$$N_{\text{átomos}} = \frac{\text{\#fótons espalhados}}{\text{Taxa de transição}} = \frac{4\pi \sum_{\text{pixels}} N_{\text{counts}}}{\Omega_{\text{ângulo de coleta}} \eta_{\text{eficiência CCD}} \Delta T_{\text{Tempo de prova}} \left(\frac{\gamma}{2}\right) T_{\text{transmitância óptica}}} \quad (6)$$

$\gamma = 2\pi\Gamma$, onde Γ é a largura de linha da transição.

3.3 Técnica de "tempo de voo" (TOF)

O TOF (Time of Flight) é a nossa principal técnica para extrairmos a temperatura de uma amostra, além disso, ela também nos permite obter diversas informações, como número de átomos, densidade etc.

Ela consiste em deixar expandir livremente uma amostra de átomos frios aprisionados seja em uma armadilha puramente óptica ou em uma magnética, como é em nosso caso, e após alguns milisegundos de expansão é feita uma imagem de absorção ou de fluorescência. Este tempo entre o momento inicial da expansão e a detecção é o chamado tempo de voo.

Assim repetindo este procedimento para diversos tempos de voo, obtemos uma seqüência de imagens, e desde que estes tempos não sejam muito curtos, eles irão reproduzir a distribuição de velocidades da nuvem atômica.

FIGURA 11: Exemplo de uma seqüência de imagens de tempos de voo, a imagem da esquerda é um TOF de 4ms a do centro é de 10ms e a última é de 16ms.

Nós consideramos que a taxa de variação do raio da nuvem atômica expresse a distribuição de velocidade dos átomos. Durante a análise das imagens observamos que elas geralmente possuem um perfil gaussiano. Assim nós associamos a largura da gaussiana com o raio da nuvem atômica.

Nós extraímos a velocidade quadrática média unidimensional (v_{rms}) da nuvem atômica da seguinte relação:

$$\omega^2 = \omega_0^2 + (v_{rms}t)^2 \text{ onde } \omega_0 \text{ é o raio inicial da amostra e } t \text{ é o}$$

tempo de voo. Já para o cálculo da temperatura nós assumimos que a energia dos átomos é apenas cinética sendo igual a $k_B T/2$, assim a temperatura é calculada pela

$$\text{relação: } T = \frac{mv_{rms}^2}{k_B}.$$

Esta é uma técnica muito útil, e vem sendo utilizada por diversos grupos de pesquisa, no entanto note que estas medidas são destrutivas, sendo necessário repetir todos os processos desde a desaceleração do feixe atômico, além disso, para cada temperatura é necessário uma seqüência de imagens.

Capítulo 4

4.1 Experimento da termodinâmica

Nesta secção está descrito o objetivo principal desta dissertação, o qual nos dedicamos medir algumas propriedades termodinâmicas de um gás de sódio ultrafrio, buscando estudar e compreender o comportamento do gás. Para realizarmos nossas medidas confinamos o gás em uma armadilha magnética e nesta situação, não podemos aplicar o conceito convencional de pressão introduzido por D. Bernoulli em 1739, no qual considera que a pressão de um gás contido em um recipiente surge como resultado de colisões entre as moléculas do gás com as paredes do recipiente. Não há paredes confinando nossa amostra, então é necessária uma nova definição destas variáveis. Esta nova definição foi recentemente elaborada por Victor Romero-Rochin e V.S. Bagnato, onde estabeleceram duas variáveis,

uma variável intensiva equivalente à pressão e outra extensiva equivalente ao volume.

Uma das maneiras para obtermos essas variáveis basta considerar uma amostra como um conjunto de N bósons de massa m em um oscilador harmônico isotrópico tridimensional com a Hamiltoniana dada por:

$$H = \sum_{i=1}^N \left(\frac{p_i^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 \right) \xrightarrow{\text{em termos de operadores}} H = \sum_{i=1}^N \hbar \omega (\hat{n}_i^x + \hat{n}_i^y + \hat{n}_i^z) \quad (7)$$

Utilizando-se os métodos tradicionais da mecânica estatística o Grande Potencial [24] desse sistema torna-se:

$$\Omega(T, \mu, \omega) = k_B T \sum_{ijk} \ln(1 - e^{-\beta \hbar \omega (i+j+k) + \alpha}) \quad (8)$$

onde $\beta = \frac{1}{k_B T}$ e $\alpha = \beta \mu$, agora passando essa expressão para

uma forma integral introduzindo a densidade de estados

$\rho(L) dL = \frac{L^2}{2} dL$ onde $L = (i+j+k)$ o grande potencial fica:

$$\Omega(T, \mu, \omega) = k_B T \int_0^\infty \frac{L^2}{2} \ln(1 - e^{-\beta \hbar \omega L + \alpha}) dL, \text{ integrando por partes.}$$

$$\Omega(T, \mu, \omega) = \frac{k_B T L^3}{6} \ln(1 - e^{-\beta \hbar \omega L + \alpha}) \Big|_0^\infty - \frac{k_B T}{2} \int_0^\infty \frac{L^3 \beta \hbar \omega}{3} \frac{e^{-\beta \hbar \omega L + \alpha}}{1 - e^{-\beta \hbar \omega L + \alpha}} dL \quad \text{o primeiro}$$

termo anula-se, assim podemos reescrever o segundo termo fazendo a seguinte substituição $X = \beta \hbar \omega L$, logo o grande potencial fica:

$$\Omega(T, \mu, \omega) = -\frac{k_B T}{6} \frac{1}{(\beta \hbar \omega)^3} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^{x-\alpha} - 1} dx \quad (9)$$

introduzindo a função de Bose: $g_n(\alpha) = \frac{1}{\Gamma(n)} \int_0^\infty \frac{x^n}{e^{x-\alpha} - 1} dx$ (10)

Finalmente o grande potencial pode ser escrito como:

$$\Omega(\mu, T, \omega) = -kT \left(\frac{kT}{\hbar \omega} \right)^3 g_4(\alpha) \quad (11)$$

A partir desta expressão do Grande Potencial, podemos facilmente calcular diversas funções termodinâmicas do sistema:

Número: $N = -\left(\frac{\partial \Omega}{\partial \mu} \right) = \left(\frac{kT}{\hbar \omega} \right)^3 g_3(\alpha)$ (12)

Energia: $E = 3kT \left(\frac{kT}{\hbar \omega} \right)^3 g_4(\alpha)$ (13)

Entropia: $S = -\left(\frac{\partial \Omega}{\partial T} \right) = k \left(\frac{kT}{\hbar \omega} \right)^3 (4g_4(\alpha) - \alpha g_3(\alpha))$ (14)

Onde utilizamos a seguinte propriedade: $g_{n-1}(\alpha) = \frac{\partial g_n(\alpha)}{\partial \alpha}$.

De acordo com a mecânica estatística o grande potencial é igual ao produto de uma variável intensiva com uma extensiva, assim a partir de uma cuidadosa analogia obtém-se que a variável intensiva neste caso é $\frac{(kT)^4}{\hbar^3} g_4(\alpha)$ e está associada a pressão. Já a variável extensiva é $\frac{1}{\omega^3}$ e é

equivalente ao volume. No caso não isotrópico $(\omega_x \omega_y \omega_z)^{-1}$. Esta nova variável permite verificar que o limite termodinâmico é atingido quando N vai ao infinito, ω vai a zero, numa forma tal que $N\omega^3$ permanece constante.

Em um outro recente trabalho V. R.Rochin [25] mostrou que para um sistema confinado por um potencial externo

$$\langle U(\vec{r}) \rangle = \langle K \rangle - \frac{1}{2} \left\langle \sum_i \left(r_i \frac{\partial U_{int}}{\partial \vec{r}_i} \right) \right\rangle \quad \text{onde } U_{int} \text{ é a energia de interação}$$

entre as partículas, a pressão deve ser expressa da seguinte maneira:

$$P = \frac{2}{3} \omega^3 \langle K \rangle - \frac{\omega^3}{3} \left\langle \sum_i \left(r_i \frac{\partial U_{int}}{\partial \vec{r}_i} \right) \right\rangle \quad (15)$$

Esta expressão é denominada de pressão harmônica e um trabalho experimental envolvendo esta pressão pode ser encontrado na referência [26]. Onde $\langle K \rangle$ é a energia cinética média dos átomos que constituem a amostra de átomos aprisionados. A pressão pode ser reescrita como:

$$P = \frac{2}{3} \omega^3 \langle U(\vec{r}) \rangle \quad (16)$$

No entanto, em nosso caso os átomos estão confinados em um potencial linear, assim V. R.Rochin estendeu seu tratamento para o caso de um gás confinado em um potencial linear dado

por: $V_{ext} = \sqrt{(A_1 X)^2 + (A_2 Y)^2 + (A_3 Z)^2}$ e obteve que a variável equivalente ao volume seria dado por:

$$Volume = \frac{1}{A_1 A_2 A_3} \quad (17)$$

e a variável equivalente à pressão seria dada por:

$$Pressão = \frac{1}{3} A_1 A_2 A_3 \int n(x, y, z) V_{ext} dx dy dz \quad (18)$$

onde $n(\vec{r})$ é a distribuição espacial dos átomos. A partir destas variáveis fizemos um simples modelo para obtermos a distribuição espacial dos átomos e uma equação de estado, conforme está descrito a seguir.

4.2 Modelo

Tratando especificamente de nosso experimento, onde temos átomos de sódio frios e confinados em um campo magnético dado por:

$$|\vec{B}(x, y, z)| = B'_o \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2} \quad (19)$$

onde B'_o é o gradiente do campo. Para descobrir a forma da distribuição de densidade nós consideramos um gás ideal com N átomos armadilhados em um potencial dado por $U = \mu B'_o \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}$ em uma temperatura T , de tal forma que a

distribuição das partículas pelos estados é dada pelo fator de Boltzmann $e^{-E/kT}$, onde E é a energia total dada por

$$E = \frac{p^2}{2m} + U(x, y, z).$$

A densidade de partículas com momento entre p e $p+dp$ é:

$$\left(\frac{dN}{dV} \right)_{p,x,y,z} = \frac{1}{h^3} e^{-E/kT} d^3 p \quad (20)$$

Assim calculando distribuição espacial, temos:

$$n(x, y, z) = \int_0^\infty \frac{4\pi}{h^3} p^2 e^{-(\frac{p^2}{2m} + U(x,y,z))/kT} dp = e^{-U(x,y,z)/kT} \int_0^\infty \frac{4\pi}{h^3} p^2 e^{-(\frac{p^2}{2m})/kT} dp \quad (21)$$

a integral é uma constante, logo a distribuição é da forma:

$$n(x, y, z) = n_o e^{-\frac{U(x,y,z)}{kT}} \quad (22)$$

onde n_o é uma constante que pode ser determinado impondo que a integração da distribuição de densidade nos dê o número total de átomos, isto é:

$$\int n(x, y, z) dV = N \quad (23)$$

Substituindo a distribuição (20), temos:

$$\int_0^\infty n_o e^{-\frac{\mu B_o'}{kT} \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}} dx dy dz = N \therefore \int_0^\infty \frac{4\pi n_o}{2} r^2 e^{-\frac{\mu B_o'}{kT} r} dr = N \quad (24)$$

Assim integrando e resolvendo para n_o obtemos:

$$n_o = \frac{N}{4\pi} \left(\frac{\mu B_o'}{kT} \right)^3 \quad (25)$$

Uma vez que conhecemos a distribuição devemos encontrar a equação de estado. Assim de acordo com a equação 18, temos:

$$PV = \frac{1}{3} \int n(x, y, z) U(x, y, z) dx dy dz \quad (26)$$

substituindo a distribuição (22) e o potencial:

$$PV = \frac{1}{3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} n_o e^{-\frac{\mu B_o'}{kT} \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}} \mu B_o' \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2} dx dy dz$$

$$PV = \frac{4\pi n_o \mu B_o'}{6} \int_0^{\infty} e^{-\frac{\mu B_o'}{kT} r} r^3 dr \quad (27)$$

resolvendo as integrais obtemos:

$$PV = 4\pi n_o \frac{(kT)^4}{(\mu B_o')^3} \quad (28)$$

Finalmente substituindo n_o encontrado na equação (25) obtemos:

$$PV = NkT \quad (29)$$

Esta é a nossa equação de estado para um gás ideal obtida com as novas definições para o volume e a pressão.

4.3 Procedimento experimental

O experimento consistia em obter a temperatura e fazer imagens de fluorescência em uma amostra de átomos frios aprisionados magneticamente, com o objetivo de obter a

distribuição espacial dos átomos no potencial. Para isso nós aprisionávamos os átomos em uma armadilha do tipo Dark-spot-mot durante 5 segundos para uma otimização da carga e em seguida transferíamos os átomos para uma armadilha somente magnética de quadrupolo e fazíamos uma imagem de fluorescência com campo ligado com o objetivo de extrair a distribuição espacial dos átomos. Em seguida repetíamos o mesmo procedimento, mas agora fazíamos imagem de fluorescência por tempo de voo para obtermos as temperaturas das amostras. Nesta parte fizemos tempos de voo para 4, 7, 10, 13 e 16 milisegundos de expansão.

Todo este procedimento explicado anteriormente foi repetido três vezes para cada compressão. As compressões utilizadas foram de 30%, 40%, 50%, 60%, 70% da nossa fonte de corrente que chega a 300A, isto significa gradientes de campo na direção x e y da ordem de 105, 140, 175, 210 e 245 G/cm respectivamente. Assim obtivemos um conjunto de dados cujas análises nos permitiram conhecer diversos parâmetros da amostra, como temperatura, distribuição espacial, etc.

Figura 12: Esquema temporal do experimento, em (a) seqüência para obtenção da distribuição espacial e em (b) seqüência do tempo de voo.

4.4 Análise e Resultados

A análise para a obtenção das temperaturas foi feita pela técnica de "tempo de voo" conforme foi descrito anteriormente. Após esta análise obtivemos os seguintes resultados.

Figura 13: Temperatura média obtida para cada compressão.

Observando o gráfico podemos afirmar que houve um pequeno aquecimento para as compressões maiores, no entanto este aquecimento não é muito importante, pois não irá atrapalhar nossa análise.

Já a análise das imagens é complicada, pois a câmera ccd capta a fluorescência dos átomos de forma que em cada ponto da imagem há uma contribuição de vários átomos. Além disso, a nuvem atômica está armadilhada em um campo

magnético, isto significa que em cada ponto do espaço os átomos interagem de maneira diferente com a luz devido o campo magnético produzir um deslocamento dos níveis energéticos dos átomos, logo a fluorescência é diferente para cada ponto.

Figura 14: Em (a) temos um exemplo de um perfil de imagem gerada pelo software da ccd em escala de cores e em (b) temos um exemplo em 3d da imagem gerada pela matriz construída pela câmera.

Assim para obtermos a distribuição espacial dos átomos através das imagens devemos ser cautelosos. Primeiro devemos corrigir o efeito do campo magnético sobre os átomos. Para isso nós dividimos cada ponto da imagem pela amplitude de probabilidade de transição do átomo. O flash de luz que damos para a imagem de fluorescência tem as duas frequências, mas a transição $3S_{1/2}(F=2) \rightarrow 3P_{3/2}(F=3)$ é a predominante.

$$Probabilidade = \frac{1}{2} \frac{\frac{\Omega^2}{2}}{\Delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega^2}{2}} \quad (30)$$

onde Γ é a largura da transição, Ω é a frequência de Rabi e Δ é a desintonia entre a frequência do laser e a da transição atômica e nele entra a dependência espacial do campo $\Delta = \Delta_0 + \gamma \left| \vec{B}(x, y, z) \right|$.

Segundo, como a fluorescência é proporcional ao número de átomos, nós consideramos que o perfil de fluorescência de nossa imagem era igual ao perfil de densidade da nuvem atômica integrada ao longo da direção y (ver figura 15). Cada ponto da imagem recebe contribuição de vários átomos ao longo de uma "linha" da nuvem atômica.

Figura 15: Esquema do sistema de imagem, mostrando que cada ponto da imagem recebe a contribuição de vários átomos ao longo de uma direção.

De acordo com a equação 20 a densidade teria um perfil dado por $n(x, y, z) = n_0 e^{-\frac{\mu B'_0}{kT} \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}}$, assim escolhemos uma linha de nossa imagem corrigida, por exemplo, $x=0$ e ajustamos a curva com um função dada por $\int n(x=0, y, z) dy$. Desta forma obteríamos os parâmetros para o cálculo da pressão. No entanto esta distribuição não era condizente com nosso perfil, já dando indícios que nosso gás não era ideal. Como precisávamos de uma função que descrevesse de melhor maneira possível o perfil de densidade, resolvemos utilizar uma expressão com duas exponenciais para ajustar a curva. Provavelmente esta não foi a melhor escolha para fazer os ajustes, mas foi um primeiro passo capaz de descrever o perfil de densidade de maneira razoável, o que nos permitiu fazer algumas análises. Assim o ajuste com duas exponenciais foi feito da seguinte maneira:

$$n(x=0, y, z) = \int \left(n_1 e^{-\alpha_1 \sqrt{y^2 + 4z^2}} + n_2 e^{-\alpha_2 \sqrt{y^2 + 4z^2}} \right) dy \quad (31)$$

Uma vez que tínhamos estes parâmetros, calculávamos o número de átomos (23) e a pressão, que são dados por:

$$P = \frac{\mu B'_o}{3V} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(n_1 e^{-\alpha_1 \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}} + n_2 e^{-\alpha_2 \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}} \right) \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2} dx dy dz \quad (32)$$

Figura 16: Exemplo de um ajuste do perfil de densidade da nuvem na direção X em Z=0, observe que é necessário a soma de duas exponenciais com perfis bem diferentes..

Finalmente após estas análises, estimamos as barras de erros de acordo com a variância em nossas medidas, fizemos um gráfico $\text{Log}(P/N) \times \text{Log}(V)$ onde alcançamos os seguintes resultados:

Figura 17: Gráfico do logaritmo da pressão normalizado por logaritmo do volume, além disso, apresentamos um ajuste linear dos pontos e seus respectivos parâmetros.

Podemos observar no gráfico da figura 17 que o coeficiente angular obtido, isto é, o parâmetro B na figura

foi de -1,3. Isto significa que a relação entre a pressão e o volume que encontramos é da forma:

$$\frac{P}{NkT} = \frac{1}{V^{1,3}} \quad (33)$$

No entanto de acordo com a equação (27) se fizéssemos o mesmo tipo de gráfico obteríamos uma reta com coeficiente angular -1. Já que a relação entre P e V é: $\frac{P}{NkT} = \frac{1}{V}$.

Isto mostra que nosso resultado apresenta uma pequena discrepância. Esta diferença provavelmente surge devido a algum tipo interação entre os átomos, mostrando que nosso gás não é completamente ideal. Assim, é necessário introduzir fatores de correção na equação de estado. Normalmente utiliza-se uma expansão virial em termos de $1/V$ para corrigir os efeitos de interação entre as partículas de um gás, como por exemplo, a utilizada para a dedução da equação de van der Waals. Assim, nossa relação ficará da seguinte maneira:

$$\frac{P}{Nk_B T} = \frac{1}{V} + \frac{a}{V^2} + \frac{b}{V^3} + \dots \quad (34)$$

onde o primeiro termo é a equação inicial que tínhamos e os outros termos são os fatores de correção. Agora com esta nova equação podemos fitar nossos dados considerando os

termos até terceira ordem no volume para encontrarmos os coeficientes de correção a e b .

Figura 18: Gráfico com o ajuste dos dados com expressão (32) e o ajuste com a expressão sem os parâmetros de correção, isto é, para um gás ideal.

Com esta nova expressão (34) foi possível obter os coeficientes de correção, e também observamos no gráfico (16) os desvios que nossa amostra apresentou com relação à curva de um gás ideal. Este desvio pode ser melhor

observado quando fazemos um gráfico do tipo $\frac{PV}{NKT}$ versus V , pois para um gás ideal obtém-se uma constante facilitando então observar a diferença.

Figura 19: Gráfico com o ajuste que nos permite uma melhor visualização do desvio de um gás ideal, além de nos fornecer os coeficientes de correção.

Uma vez que temos estes coeficientes devemos agora relacionar eles com o potencial de interação entre os átomos. No entanto os formalismos existentes descritos em

diversos livros textos de mecânica estatística como, por exemplo, o da referência [24] não se adequam a este trabalho, pois estamos utilizando novas definições de pressão e volume. Logo é necessário reformular os métodos de expansão do virial, e é o que estamos fazendo atualmente.

Capítulo 5

5.1 Temperaturas nas armadilhas Self e Dark

Além das medidas termodinâmicas descritas anteriormente, também realizamos um outro experimento com o objetivo de comparar a temperatura de uma nuvem de átomos frios confinados em uma armadilha do tipo Self-dark com uma do tipo Dark-spot.

Como já foi visto, tanto no self quanto no dark, a nuvem atômica apresenta um grande número de átomos no estado fundamental $3S_{1/2}(F=1)$ na região central, assim o experimento consistia em incidir um laser levemente focalizado no centro da amostra. Este laser era sintonizado na transição $3S_{1/2}(F=1) \rightarrow 3P_{3/2}(F=2)$, dessa forma o laser era absorvido pelos átomos.

Uma vez que tínhamos os diversos parâmetros como por exemplo, número de átomos, alinhamento do feixe, etc,

otimizados, nós desligávamos o laser de rebombeio e monitorávamos o comportamento da absorção do laser durante a expansão dos átomos por um fotodetector.

Está é uma nova técnica que estamos implementando, ela nos parece muito promissora, pois medimos o transiente temporal da absorção do feixe pelos átomos. Ela nos permitirá obter a temperatura dos átomos de uma maneira direta, sem a necessidade de tirarmos várias imagens dos átomos em expansão como no caso da técnica de tempo de voo. Nós nos baseamos em uma técnica descrita na referência [27].

Inicialmente o laser era bem absorvido, quando desligávamos o laser de rebombeio, ocorria um bombeamento óptico para o estado $3S_{1/2}(F=1)$ aumentando ainda mais a absorção do laser e em seguida, a absorção do laser diminuía, pois com a expansão da nuvem a densidade de átomos na região do feixe diminui bastante. Um exemplo do sinal que obtivemos nessas medidas encontra-se na figura 18.

FIGURA 20: Comportamento do sinal de absorção de uma medida no self.

Na análise da variação da absorção do laser no MOT, nós consideramos que a distribuição de densidade de átomos no estado fundamental no interior da armadilha até o momento da expansão era dada por uma gaussiana, da seguinte forma:

$$\rho_0(r) = A e^{-\left(\frac{r}{w_0}\right)^2} \quad (35)$$

onde A é uma constante a determinar e w_0 é o raio da nuvem atômica. Durante a expansão assumimos que a distribuição ficava:

$$\rho(r, t) = A(t) e^{-\frac{r^2}{w_0^2 + \bar{v}^2 t^2}} \quad (36)$$

Para determinarmos $A(t)$, utilizamos a relação:

$\int_0^\infty \rho(r, t) d^3r = N$, de forma que a expressão final para o comportamento da distribuição de densidade da amostra ficou:

$$\rho(r, t) = \frac{N}{\pi^{3/2} (w_0^2 + \bar{v}^2 t^2)^{3/2}} e^{-\frac{r^2}{w_0^2 + \bar{v}^2 t^2}} \quad (37)$$

$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, e precisamos determinar a absorção ao longo da direção z .

Neste caso a absorção é dada por:

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\int \sigma \rho(x, y, z, t) dz} \quad (38)$$

onde σ é a seção de choque de absorção do átomo. Substituindo a distribuição de densidade (37) na expressão da absorção (38), integrarmos em z e finalmente substituímos na expressão $x=0$ e $y=0$, pois estamos tratando um caso unidimensional onde a absorção se dá ao longo de uma linha na direção z . Obtemos então:

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\frac{\sigma^2 N}{\pi (w_0^2 + \bar{v}^2 t^2)}} \quad (39)$$

Se além disso considerarmos o mesmo tipo de aproximação usada no tempo de voo, em que a energia dos átomos é apenas cinética e é equivalente a $3k_B T/2$, obtemos uma expressão para a absorção que nos permite calcular diretamente a temperatura da amostra. Para isso basta fazer um fitting do sinal de absorção ajustando adequadamente os parâmetros.

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\frac{\sigma^2 N}{\pi(w_0^2 + (3k_B T/m)t^2)}} \quad (40)$$

O parâmetro w_0 na maioria das vezes é difícil ser medido, sendo assim um fitting feito por essa expressão pode gerar dúvidas com respeito à veracidade da temperatura. Uma saída para este tipo de problema é substituir o w_0 escrevendo-o como função do tempo (tm) no qual a taxa de variação do sinal é máxima. Para isso inicialmente temos que calcular a derivada do sinal.

Figura 21: Comportamento da derivada do sinal de absorção de uma medida no self.

Com esta derivada do sinal é feito um ajuste com uma expressão deduzida a partir da derivada da expressão (40). Assim a sua derivada é:

$$\frac{\partial}{\partial t}(I/I_o) = \frac{2\sigma N v^2 t e^{-\frac{\sigma^2 N}{\pi(w_0^2 + \bar{v}^2 t^2)}}}{\pi(w_0^2 + \bar{v}^2 t^2)^2} \quad (41)$$

Para determinar o tempo para qual esta expressão é máxima, devemos calcular a derivada segunda de I/I_o :

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}(I/I_o) = \frac{2\sigma N v^2 e^{-\frac{\sigma^2 N}{\pi(w_0^2 + \bar{v}^2 t^2)}}}{\pi^2(w_0^2 + \bar{v}^2 t^2)^4} \{2\sigma N v^2 t^2 + \pi w_0^4 - 2v^2 t^2 \pi w_0^2 - 3v^4 t^4 \pi\} \quad (42)$$

igualando a zero e em seguida resolvendo a equação para w_0 encontramos w_0 em função do tempo (tm) onde a expressão (41) é máxima.

$$w_0 = \sqrt{\frac{v^2 tm^2 \pi + \sqrt{4v^4 tm^4 \pi^2 - 2\pi\sigma N v^2 tm^2}}{\pi}} \quad (43)$$

Substituindo a expressão (43) em (41), temos:

$$\frac{\partial}{\partial t}(I/I_o) = -\frac{\frac{\sigma^2 N}{\pi \left(\frac{v^2 tm^2 \pi + \sqrt{4v^4 tm^4 \pi^2 - 2\pi\sigma N v^2 tm^2}}{\pi} + \bar{v}^2 t^2 \right)}}{2\sigma N v^2 t e} \quad (44)$$

$$\pi \left(\frac{v^2 tm^2 \pi + \sqrt{4v^4 tm^4 \pi^2 - 2\pi\sigma N v^2 tm^2}}{\pi} + \bar{v}^2 t^2 \right)^2$$

Com esta expressão é possível fazer um fitting da derivada do sinal ajustando a curva com os parâmetros N, tm e T.

Vale lembrar que neste caso $v = \sqrt{\frac{3k_b T}{m}}$. Uma vez que temos o tempo (tm) para o qual a derivada do sinal é máxima, podemos voltar na expressão (40) e substituir a expressão (43) e obtemos:

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\frac{\sigma^2 N}{\pi \left(\frac{v^2 tm^2 \pi + \sqrt{4v^4 tm^4 \pi^2 - 2\pi\sigma N v^2 tm^2}}{\pi} + \bar{v}^2 t^2 \right)}} \quad (45)$$

Finalmente com esta expressão podemos fazer um fitting do sinal e obtermos uma temperatura confiável da amostra

independentemente do parâmetro w_0 . Os resultados de nossas medidas encontram-se na tabela abaixo, durante os fittings foi mantido fixo o número de átomos igual a $4 \cdot 10^8$.

	Medida	Temperatura(mK)	w_0 (mm)	t_m (ms)
Self	1	0,323	0,430	0,545
	2	0,468	0,417	0,445
	3	0,418	0,465	0,496
	Média	0,403 $\pm$ 0,074	0,437 $\pm$ 0,025	0,495 $\pm$ 0,050
Dark	1	0,408	0,513	0,534
	2	0,472	0,543	0,510
	3	0,317	0,511	0,603
	Média	0,399 $\pm$ 0,078	0,522 $\pm$ 0,018	0,549 $\pm$ 0,048

Tabela 1: Temperaturas no self e no dark.

Esperávamos que as amostras apresentassem temperaturas diferentes, ou melhor, que a temperatura no Self fosse menor que a no Dark, pois de acordo com os trabalhos sobre resfriamento Doppler[28,29], a temperatura mínima que pode ser alcançar em uma armadilha magneto-óptica é dada por:

$$Temperatura_{mínima} = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B} \quad (46)$$

Em uma armadilha do tipo Dark a transição predominante é $3S_{1/2}(F=2) \rightarrow 3P_{3/2}(F'=3)$ (ver figura 20), pois os átomos que saem desta transição voltam rapidamente devido ao laser de rebombeio, isto faz com que esta transição se torne praticamente cíclica. Podendo ser aproximada por um sistema de dois níveis com uma largura de transição Γ_D . Além disso, existe uma região escura é bem delimitada devido ao obstáculo colocado em frente do feixe laser e qualquer que a temperatura dos átomos na região de interação, irá permanecer a mesma ao entrar na região escura. Assim o gamma da transição da região de interação é que determina a temperatura da armadilha, ou melhor, a temperatura da armadilha é dada pela temperatura dos átomos na região de interação.

Em uma armadilha do tipo Self o laser de rebombeio é atenuado espacialmente diminuindo a sua intensidade I_R , pois há uma grande absorção próxima ao centro da armadilha, este efeito gera uma região escura sem uma fronteira para a região de interação. Dessa maneira, ao se aproximarmos do centro estamos "desligando" a transição $3S_{1/2}(F=1) \rightarrow 3P_{3/2}(F'=2)$ fazendo com que sua eficiência diminua, isto significa que demora mais tempo para rebombear os átomos. Assim este efeito seria equivalente a

um sistema de dois nveis $3S_{1/2}(F=2)$ e $3P_{3/2}(F'=3)$ no qual os tomos ficam mais tempo no estado excitado, isto , o tempo de vida seria maior, logo o Γ_s seria menor e a temperatura seria menor que a temperatura no Dark. Alm disso, o Γ_s da transio dependeria da potncia do rebombeio.

Figura 22: a)Esquema de uma armadilha do tipo self, b) esquema das transies envolvidas e em c) esquema da armadilha do tipo Dark.

De acordo com nossos resultados no h diferena entre as temperaturas das armadilhas dentro de uma margem de erro de aproximadamente 20%. Pode ser que caso exista diferena de temperatura ela seja pequena, no sendo possvel observar por estar dentro de nossa margem de erro. Ou ainda pode ser que os outros mecanismos de resfriamento superem o mecanismo Doppler fazendo que no haja diferena entre as temperaturas das duas armadilhas.

Capítulo 6

6.1 Novo Experimento de Rb

A continuidade deste trabalho será feita no novo sistema que estamos montando. Ele consiste em duas armadilhas magneto-ópticas que se encontram sob condições de vácuo diferentes. Para garantir um bombeamento diferencial entre estas câmaras de aprisionamento existe um tubo de pequeno diâmetro que faz a conexão entre as armadilhas e constitui o guia para a transferência.

A primeira câmara de aprisionamento é de aço inox, ela fica mantida a uma pressão de aproximadamente 10^{-9} torr, esta câmara tem conexão direta com dois reservatórios, um de Na e outro de Rb apesar de inicialmente trabalharmos com átomos de Rb. Ela funciona como um VCMOT, onde o MOT captura os átomos diretamente do vapor. Essa armadilha tem a função de aprisionar o maior número possível de átomos.

Já a segunda câmara de aprisionamento é de vidro, ela fica mantida em ultra-alto vácuo ($\sim 10^{-11}$ torr) e o MOT captura os átomos que são transferidos da primeira armadilha. Um esquema do sistema de transferência pode ser visto na figura 23.

Figura 23: Esquema do sistema de transferência de átomos frios entre duas armadilhas magneto-ópticas.

Ao longo do tubo que liga as duas câmaras de aprisionamento é alinhado um feixe laser (push-beam) que é

responsável pela transferência da nuvem de átomos aprisionados da primeira armadilha para a segunda. Ele trabalha de forma contínua, e é levemente focalizado acelerando os átomos na direção da segunda armadilha. O foco deste laser localiza-se alguns centímetros depois da posição do segundo MOT, e para evitar que este feixe atrapalhe a formação do segundo MOT ele é levemente deslocado da região central de formação da armadilha. Além disso, para garantir a máxima transferência dos átomos, sem provocar aquecimentos desnecessários, a intensidade e a frequência deste feixe foram escolhidas apropriadamente. O laser de push opera com uma frequência levemente deslocada para o azul da transição $5S_{1/2}(F=2) \rightarrow 5P_{3/2}(F=3)$. Para auxiliar na transferência dos átomos existe uma estrutura magnética, que gera um campo de hexapolo responsável pelo "guiamento" dos átomos impedindo que eles colidam com as paredes do tubo, imagens do guiamento magnético podem ser vistas na figura 24.

Figura 24: A esquerda se encontra um esquema da estrutura magnética e a direita fotografias do guiamento magnético.

Durante a transferência as duas armadilhas ficam ligadas até que o segundo MOT esteja completamente carregado, então o primeiro MOT e o feixe de "push" são desligados. O segundo MOT do nosso experimento trabalhará na configuração QUIC (*Quadrupole Ioffe Configuration*)[30] que se baseia numa armadilha de quadrupolo, com duas bobinas anti-Helmholtz; usando uma terceira bobina, que conhecida como *Ioffe*, para produzir um campo magnético total com um valor de mínimo local não nulo, para evitar as transições Majorana que é um dos mecanismos de perda de átomos do MOT. Um esquema simplificado do sistema óptico pode ser vista na figura 23.

Figura 25: Esquema da montagem óptica do sistema.

Figura 26: Foto da construção do novo sistema de Rb.

Este é o novo sistema que está sendo montado e é nele que se dará continuidade a este trabalho durante os próximos anos de doutorado, além de ser a base para diversos outros experimentos que estão sendo elaborados.

Capítulo 7

7.1 Conclusão

Esta dissertação consistiu basicamente em dois experimentos, o primeiro tratou-se de uma análise termodinâmica de um gás de sódio ultrafrio armadilhado magneticamente e o segundo foi referente à comparação entre as medidas de temperatura de um gás de sódio confinado em uma armadilha do tipo self com uma do tipo dark.

No que diz respeito ao primeiro experimento, foi necessário um novo tratamento para o gás ideal, onde utilizamos uma nova definição para as variáveis volume e pressão, devido o gás estar confinado em um potencial ao invés de uma caixa. De acordo com a nova definição um gás confinado em um potencial obedece a já conhecida equação de estado $PV = NkT$, mostrando que ela é universal desde que se defina apropriadamente a pressão e o volume.

Os resultados obtidos neste experimento apresentaram um pequeno desvio do gás ideal, provavelmente devido a interações entre os átomos. Assim utilizamos uma expansão virial na qual pudemos quantificar tal desvio através dos coeficientes de correção encontrados. Ainda nesse experimento, observamos um pequeno aquecimento para grandes compressões, mas que não atrapalhou nossas análises. A temperatura média foi de aproximadamente 188 μ K.

Já em relação ao segundo experimento, utilizamos uma técnica que nos permite obter a temperatura da nuvem atômica de uma maneira direta. Ela consistiu em medir o transiente temporal da absorção do feixe pelos átomos através de um fotodetector e uma posterior análise para a obtenção da temperatura. Neste experimento obtivemos as mesmas temperaturas para as duas armadilhas, e se de alguma forma a temperatura for menor para a armadilha do tipo Self, provavelmente esta diferença de temperatura seja pequena não permitindo a observação pois está dentro do erro da medida. Ou ainda é possível que não haja diferença entre as temperaturas das duas armadilhas devido os outros mecanismos de resfriamento superarem o mecanismo Doppler.

O experimento da termodinâmica foi muito importante, pois nos deu uma base de como trabalhar com a termodinâmica de gases frios e certamente num futuro bem próximo daremos continuidade a este trabalho, investigando de forma mais abrangente o comportamento termodinâmico de gás de bósons durante a transição de fase, visto que já foram feitas as primeiras medidas em nosso laboratório. E uma extensão direta a partir daí, é a investigação de condensados mistos e de gases fermiônicos.

Referências Bibliográficas

- [1] T. W. Hänsch and A. L. Schawlow, Opt. Commun. 13, 68 (1975)
- [2] D. J. Wineland and H. Dehmelt, Bull. Am. Phys. Soc. 20, 637 (1975).
- [3] W. D. Phillips and H. Metcalf, Phys. Rev. Lett. 48, 596 (1982).
- [4] S. Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, A. Cable, and A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. 55, 48-51 (1985)
- [5] Phillips, W. D., J. V. Prodan, and H. J. Metcalf, 1985, J. Opt. Soc. Am. B2, 1751.
- [6] W. D. Phillips Rev. Mod. Phys. 70, 721-741 (1998)
- [7] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. E. Pritchard
Phys. Rev. Lett. 59, 2631-2634 (1987)
- [8] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson, and C. Wieman, Phys. Rev. Lett. 65, 1571 (1990)

- [9] N. Masuhara, J. M. Doyle, J. C. Sandberg, D. Kleppner, T. J. Greytak, H. F. Hess, and G. P. Kochanski, Phys. Rev. Lett. 61, 935-938 (1988)
- [10] E. A. Cornell and C. E. Wieman, Rev. Mod. Phys. 74, 875-893 (2002)
- [11] W. Ketterle, Rev. Mod. Phys. 74, 1131-1151 (2002)
- [12] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. M. Kurn, D. S. Durfee, and W. Ketterle, Phys. Rev. Lett. 77, 416 (1996); J. R. Ensher, D. S. Jin, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, Phys. Rev. Lett. 77, 4984 (1996).
- [13] L. P. Pitaevskii, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 40, 646 (1961) [Sov. Phys. JETP 13, 451 (1961)]; E. P. Gross, Nuovo Cimento 20, 454 (1961); A. L. Fetter, Ann. Phys. (N.Y.) 70, 67 (1972).
- [14] F. Gerbier, J. H. Thywissen, S. Richard, M. Hugbart, P. Bouyer, A. Aspect Phys. Rev. A, 70, 013607 (2004)
- [15] O. R. Frisch, Z. Phys. 86, 42 (1933)
- [16] Stenholm, S., Rev. Mod. Phys. 58, 699 (1986)
- [17] Cook, R. J., Phys. Rev. A, 20, 224 (1979)
- [18] Cook, R. J., Phys. Rev. A, 22, 1078 (1980)

- [19] W. Ketterle, K. B. Davis, M. A. Joffe, A. Martin, and D. E. Pritchard, Phys. Rev. Lett. 70, 2253 (1993).
- [20] S.R. Muniz , K.M.F. Magalhães, E.A.L. Henn, L.G. Marcassa, V.S. Bagnato, Optics Communications 235, 333 (2004).
- [21] Kendall B. Davis, Marc-Oliver Mewes, Michael A. Joffe, Michael R. Andrews, and Wolfgang Ketterle, Phys. Rev. Lett. 74 26 (1995).
- [22] Alan L. Migdall, John V. Prodan, William D. Phillips, Phys. Rev. Lett. 54 2596 (1985).
- [23] S. G. Miranda, S. R. Muniz, G. D. Telles, L. G. Marcassa, K. Helmerson, and V. S. Bagnato, Phys. Rev. A 59, 882 (1999).
- [24] R.K. Pathria, Statistical Mechanics, Pergamon Press(1972).
- [25] V. Romero-Rochin, Phys. Rev. Lett. **94**, 130601 (2005).
- [26] K.M.F. Magalhães, S.R. Muniz, E.A.L. Henn, R.R. Silva, L.G. Marcassa, and V.S. Bagnato, Laser Phys. Lett. **2**, No. 4, 214 (2005)
- [27] Astrid Lambrecht, Elisabeth Giacobino and Serge Reynaud, Quantum Semiclass. Opt. 8 457 (1996).

- [28] Harold J. Metcalf, Peter van der Straten, Laser Cooling and Trapping, Springer (1999).
- [29] J. Dalibard, S. Reynaud and C. Cohen-Tannoudji, Volume 47, Issue 6, 395 (1983).
- [30] Tilman Esslinger, Immanuel Bloch, and Theodor W. Hänsch, Phys. Rev. A 56, 2664 (1998).