

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FFCLRP – DEPARTAMENTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA APLICADA A MEDICINA E BIOLOGIA

Estudo avaliativo da informação mútua generalizada e de métricas clássicas como medidas de similaridade para correção em imagens fractais.

Ivan Christensen Nali

Tese apresentada à Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, como parte das exigências para a obtenção do título de Doutor em Ciências, Área: Física Aplicada a Medicina e Biologia.

Ribeirão Preto – SP
2012

IVAN CHRISTENSEN NALI

Estudo avaliativo da informação mútua generalizada e de métricas clássicas como medidas de similaridade para corregristo em imagens fractais.

Tese apresentada à Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, como parte das exigências para a obtenção do título de Doutor em Ciências, Área: Física Aplicada a Medicina e Biologia.

Orientadores:

Prof. Dr. Ubiraci Pereira da Costa Neves
Prof. Dr. Luiz Otávio Murta Junior

Versão corrigida

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Nali, Ivan Christensen.

Estudo avaliativo da informação mútua generalizada e de métricas clássicas como medidas de similaridade para corregristo em imagens fractais /Ivan Christensen Nali; orientadores: Prof. Dr. Ubiraci Pereira da Costa Neves e Prof. Dr. Luiz Otávio Murta Junior. 2012. 163 p.

Tese (Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Física Aplicada à Medicina e Biologia) – Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo.

1. Corregristo. 2. Métrica de Similaridade. 3. Informação Mútua Generalizada. 4. Fractais.

À minha esposa e família, principalmente à minha mãe pelo seu incansável incentivo ao longo deste trabalho até quando sua doença retirou todos os seus movimentos e sua lucidez.

Agradecimentos

Aos Profs. Drs. Ubiraci Pereira da Costa Neves e Luiz Otávio Murta Junior por terem aceitado a orientação deste trabalho mesmo com a grande restrição do prazo para sua conclusão e pelo apoio incansável durante o processo de definição, planejamento e execução deste trabalho.

À Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo pela oportunidade de realização deste curso de doutorado.

À Luiz Carlos de Santana pelos ensinamentos que tiveram grande contribuição não só para a execução deste trabalho, mas para a complementação da minha formação profissional.

À Fundação Instituto Pólo Avançado da Saúde (FIPASE) pelo apoio financeiro e pela disponibilização de um ambiente que contribuiu fortemente para a execução deste trabalho.

À Fernando Agostini Funk Thomaz que forneceu condições essenciais para que este trabalho pudesse ser realizado.

Aos amigos do Departamento de Física e Matemática da Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Ribeirão Preto, técnicos e colegas da pós-graduação, pelo convívio e pela ajuda nos momentos difíceis.

Resumo

CHRISTENSEN, I. **Estudo avaliativo da informação mútua generalizada e de métricas clássicas como medidas de similaridade para correregistro em imagens fractais.** 2012. 163 f. Tese (Doutorado) – Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

A integração de diferentes modalidades de imagens médicas possibilita uma análise mais detalhada de seu conteúdo, visando-se um diagnóstico mais preciso da patologia presente. Este processo, conhecido como correregistro, busca o alinhamento das imagens através da transformação rígida (ou não rígida) das mesmas, por algoritmos matemáticos de distorção, translação, rotação e ajuste de escala. A amplitude de cada transformação é determinada por uma medida de similaridade das imagens. Quanto menor a similaridade, maior será a transformação aplicada. Neste sentido, a métrica de similaridade é uma peça chave do processo de correregistro. No presente trabalho, inicialmente são propostas novas definições para o cálculo dos erros de alinhamento nas transformações de translação, rotação e escala, com o objetivo de se avaliar o desempenho do correregistro. Em seguida, cinco estudos são realizados. No primeiro, a Informação Mútua Generalizada é avaliada como medida de similaridade para correregistro em imagens fractais e cerebrais. Neste caso, os resultados sugerem a viabilidade do emprego desta métrica, pois em geral conduz a erros de alinhamento muito pequenos, mas sem vantagens aparentes em relação à formulação de Shannon. No segundo estudo, uma comparação entre a Informação Mútua e as métricas clássicas (Coeficiente de Correlação, Média dos Quadrados, Diferença de Gradiente e Cardinalidade) é então realizada. Para as imagens binárias analisadas, as métricas com menores valores de erro de alinhamento para os correregistros de translação e rotação foram a Informação Mútua e a Diferença de Gradiente. Para o correregistro de escala, todas as métricas conduziram a erros de alinhamento próximos de zero. No terceiro estudo, o processo de alinhamento é investigado em termos do número de iterações do algoritmo de correregistro. Considerando-se ambas as variáveis erro de alinhamento e número de iterações, conclui-se que o uso da Informação Mútua Generalizada com $q = 1.0$ é adequado ao correregistro. No quarto estudo, a influência da dimensão fractal no correregistro de imagens fractais binárias foi investigada. Para algumas métricas, a tendência geral observada é a de uma diminuição do erro de alinhamento em resposta ao aumento da dimensão fractal. Finalmente, no quinto estudo, constatou-se a existência de correlação linear entre os erros de alinhamento de imagens em tons de cinza do córtex cerebral e de fractais do conjunto Julia.

Palavras-chave: 1. Correregistro. 2. Métrica de Similaridade. 3. Informação Mútua Generalizada. 4. Fractais

Abstract

CHRISTENSEN, I. **Evaluative study of the generalized mutual information and classical metrics as similarity measures for coregistration of fractals.** 2012. 163 f. Tese (Doutorado) – Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

The integration of different modalities of medical images provides a detailed analysis of its contents, aiming at a more accurate diagnosis of the pathology. This process, known as coregistration, seeks to align the images through rigid (or non-rigid) transformations, by mathematical algorithms of distortion, translation, rotation and scaling. The amplitude of each transformation is determined by a similarity measure of the images. The lower the similarity, the greater the transformation applied. In this sense, the similarity metric is the key for the coregistration process. In this work, new definitions are proposed for the calculation of alignment errors in the transformations of translation, rotation and scale, with the objective of evaluating the performance of coregistration. Then, five studies are performed. In the first one, the Generalized Mutual Information is evaluated as a similarity measure for coregistration of brain images and fractals. In this case, the results suggest the feasibility of using this measure, since it leads to very small alignment errors, although no advantages in relation to Shannon formulation are evident. In the second study, a comparison between Mutual Information and the classical metrics (Correlation Coefficient, Mean Squares, Gradient Difference and Cardinality) is performed. For the binary images analyzed, the metrics with lower alignment errors for translation and rotation are the Mutual Information and Gradient Difference. For scaling transformation, all the metrics lead to alignment errors close to zero. In the third study, the alignment process is investigated in terms of number of iterations of the coregistration algorithm. Considering both variables alignment error and number of iterations, it is concluded that the use of Generalized Mutual Information with $q = 1$ is appropriate for coregistration. In the fourth study, it is investigated the influence of fractal dimension in coregistration of binary fractal images. For some metrics, as a general trend, one observes the decay of the alignment error in response to the increase of the fractal dimension. Finally, in the fifth study, the results indicate the existence of a linear correlation between the alignment errors of grayscale images of the cerebral cortex and Julia set fractals.

Keywords: 1. Coregistration. 2. Similarity Metric. 3. Generalized Mutual Information. 4. Fractals.

Lista de Imagens

Figura 1 – Imagem de tamanho 16x16 pixels com 4 intensidades.....	27
Figura 2 – Processo de Corregistro.....	31
Figura 3 – Mapeamento de pontos da imagem fonte na imagem alvo.....	32
Figura 4 - Exemplo de mapas de coordenadas.....	41
Figura 5 – Conjunto de Cantor triádico.....	58
Figura 6 – Carpete de Sierpinski.....	60
Figura 7 – Triângulo de Sierpinski.....	60
Figura 8 – Fractais obtidos pelo processo de Agregação por Difusão Limitada.....	61
Figura 9 – Exemplos de conjunto de Julia.....	64
Figura 10 – Exemplo de Box Counting.....	67
Figura 11 – Algoritmo de corregistro do ITK.....	71
Figura 12 – Miniaturas das imagens binárias utilizadas neste trabalho.....	73
Figura 13 – Miniaturas das imagens em tons de cinza utilizadas neste trabalho.....	74
Figura 14 – Imagem da tela do programa para a criação dos scripts.....	75
Figura 15 – Tela do programa de controle das simulações.....	75
Figura 16 – Tela do programa para organização dos resultados.....	76
Figura 17 – Transformação de translação expressa pelo vetor deslocamento.....	77
Figura 18 – Ilustração do processo de transformação de rotação.....	78
Figura 19 – Ilustração do processo de transformação de escala.....	79
Figura 20 – Representação vetorial dos vetores deslocamento para translação.....	81

Figura 21 – Representação gráfica para os ângulos de rotação.	82
Figura 22 - Representação gráfica do erro de alinhamento para escala.....	83
Figura 23 – Resultado do corregristo para a transformação de translação e métrica de Tsallis: imagens bins. dos fractais Triângulo de S., Árvore, “Cantor D.” e Caixa.	86
Figura 24 – Resultado do corregristo para a transformação de translação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens binárias dos fractais Julia1 a 8.	87
Figura 25 – Resultado do corregristo para a transformação de translação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens binárias dos fractais Julia9 a 12.	88
Figura 26 - Histogramas dos níveis de intensidade das imagens binárias.....	90
Figura 27 - Informação Mútua de Tsallis e percurso da imagem para transformação de translação, utilizando $q = 0.75$ e os fractais Julia1 e Árvore.....	91
Figura 28 - Imagens diferença para o corregristo de translação para a métrica de Tsallis e para os fractais Julia1 e Árvore.	92
Figura 29 - Erro do corregristo para transformação de translação, utilizando a métrica de Tsallis e as imagens em tons de cinza dos fractais Julia1 a 8.....	93
Figura 30 – Erro do corregristo para transformação de translação, utilizando a métrica de Tsallis e imagens em tons de cinza dos fractais Julia5 a 12.	94
Figura 31 – Erro do corregristo para transformação de translação, utilizando métrica de Tsallis e Imagem Cerebral.	94
Figura 32 – Exemplo de deslocamento incorreto da imagem fonte, o que ocasiona a interrupção da execução do algoritmo de corregristo.	95
Figura 33 – Histograma dos níveis de intensidade da Imagem Cerebral.	96
Figura 34 – Histogramas dos níveis de intens. das imagens fractais Julia1 a 12.....	96
Figura 35 – Resultado do corregristo para a transf. de rotação e métrica de Tsallis para as imgs bins. dos frac. Triângulo de S, Árvore, “Cantor D.” e Caixa.....	97
Figura 36 – Resultado do corregristo para a transformação de rotação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens binárias dos fractais Julia1 a 8.	98

Figura 37 – Resultado do corregristo para a transformação de rotação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens binárias Julia9 a 12.	99
Figura 38 – Erro de alinhamento do corregristo para a transformação de rotação com métrica de Tsallis utilizando-se as imags. em tons de cinza dos frac. Julia1 a 4. ...	101
Figura 39 – Erro de alinhamento do corregristo para a transformação de rotação com métrica de Tsallis utilizando-se as imags. em tons de cinza dos frac. Julia5 a 12...	102
Figura 40 – Erro de alinhamento do corregristo para a transformação de rotação com métrica de Tsallis utilizando-se a imagem cerebral em tons de cinza.	103
Figura 41 – Erro do corregristo para a transf. de escala com métrica de Tsallis, para as imags. bins. dos fractais Triângulo de S, Árvore, “Cantor D.”, Caixa.	104
Figura 42 – Erro do corregristo para a transformação de escala com métrica de Tsallis, utilizando-se as imagens binárias dos fractais Julia1 a 8.	105
Figura 43 – Erro do corregristo para a transformação de escala com métrica de Tsallis, utilizando-se as imagens em tons de cinza dos fractais Julia9 a 12.....	106
Figura 44 – Erro do corregristo para a transformação de escala, utilizando métrica de Tsallis e imagens em tons de cinza dos fractais Julia1 a 4.....	107
Figura 45 – Erro do corregristo para a transformação de escala, utilizando métrica de Tsallis e imagens em tons de cinza dos fractais Julia5 a 12.....	108
Figura 46 – Erro do corregristo para a transformação de escala, utilizando métrica de Tsallis e imagem cerebral em tons de cinza.	109
Figura 47 – Erro de alinhamento de corregristo de imagens fractais binárias para diferentes métricas e para as transformações de translação, rotação e escala.	110
Figura 48 – Erro de alinhamento de corregristo de imagens em tons de cinza para diferentes métricas e para as transformações de translação, rotação e escala.	112
Figura 49 – Número de iterações do corregristo para trans. e métrica de Tsallis para as imags. bins. dos frac. Triângulo de S., Árvore, “Cantor D.”, Caixa e Jul.1 a 4. .	114
Figura 50 – Número de iterações do corregristo para a transformação de translação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens binárias dos fractais Julia5 a 12.....	115

Figura 51 – Diferenças entre os valores da métrica e das translações em x e y para o corregristo de translação para a imagem binária Julia4.....	117
Figura 52 – Resultado do corregristo para a transformação de translação e métrica de Tsallis utilizando-se a imagem cerebral em tons de cinza.....	118
Figura 53 – Resultado do corregristo para a transformação de translação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens em tons de cinza dos fractais Julia1 a 4.....	118
Figura 54 – Resultado do corregristo para a transformação de translação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens em tons de cinza dos fractais Julia5 a 12.....	119
Figura 55 – Número de iter. do corregristo: transf. de rotação, mét. de Tsallis para as imgs. bins. dos fracs. Triângulo de S., Árvore, “Cantor D.”, Caixa e Jul.1 a 4.....	121
Figura 56 – Número de iterações do corregristo para a transformação de rotação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens binárias dos fractais Julia5 a 12.....	122
Figura 57 – Número de iter. do corregristo para a transformação de rotação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens em tons de cinza dos fractais Julia1 a 4.....	123
Figura 58 – Número de iter. do corregristo para a transformação de rotação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens em tons de cinza dos fractais Julia5 a 12.....	124
Figura 59 – Resultado do corregristo para a transformação de rotação e métrica de Tsallis utilizando-se a imagem Cerebral.....	125
Figura 60 – Resultados do corregristo para a transformação de rotação e métrica de Tsallis utilizando-se a imagem cerebral e aplicando-se à mesma rotação de 20°.	126
Figura 61 – Número de iter. do corregristo: transf. de transl., métrica de Tsallis, imagens binárias dos fractais Triângulo de S., Árvore, “Cantor Dust” e Caixa.....	127
Figura 62 – Número de iterações do corregristo para a transformação de escala e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens binárias dos fractais Julia1 a 8.....	128
Figura 63 – Número de iterações do corregristo para a transformação de escala e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens binárias dos fractais Julia9 a 12.....	129
Figura 64 – Percurso do corregristo para transformação de escala do fractal binário Triângulo de S., utilizando-se métrica de Tsallis e fator de escala inicial 0.920.....	130
Figura 65 - Imagens diferença ao final do processo de corregristo de escala.....	131

Figura 66 – Número de iterações do corregristo para a transformação de escala e métrica de Tsallis utilizando-se fractais Julia1 a 4 em tons de cinza.	131
Figura 67 – Número de iterações do corregristo para a transformação de escala e métrica de Tsallis utilizando-se fractais Julia5 a 12 em tons de cinza.	132
Figura 68 – Número de iterações do corregristo para a transformação de escala e métrica de Tsallis utilizando-se a imagem cerebral em tons de cinza.	133
Figura 69 – Número de iter. do corregristo para o menor erro de alinhamento de imagens binárias para diferentes métricas.....	134
Figura 70 – Número de iterações do corregristo para o menor erro de alinhamento de imagens em tons de cinza para diferentes métricas.....	137
Figura 71 – Erros de alinhamento de corregristo para as transformações de translação, rotação e escala.....	141
Figura 72 – Número de iterações ao final corregristo para o menor erro de alinhamento para a transformação de translação, rotação e escala.....	144
Figura 73 – Comparação dos resultados de corregristo entre fractais Julia e imagem cerebral.....	148
Figura 74 – Correlações dos erros de alinhamento das imagens fractais do conjunto de Julia com a Imagem Cerebral.....	149

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Imagem A com 16 pixels (4x4) com intensidade variando de 0 a 3.....	27
Tabela 2 – Histograma dos níveis de intensidade dos pixels da imagem.....	27
Tabela 3 – Imagem B com 16 pixels (4x4) com intensidade variando de 0 a 3.....	28
Tabela 4 – Histograma conjunto das imagens A e B.	29
Tabela 5 - Métricas disponíveis da biblioteca do algoritmo de correção.....	33
Tabela 6 – Especificação das imagens utilizadas nos resultados.	85
Tabela 7 – Abreviaturas das métricas utilizadas nos resultados.....	85
Tabela 8 – Dimensão fractal das imagens utilizadas nos correções para análise do erro de alinhamento e do número de iterações do algoritmo.....	139
Tabela 9 – Dimensão fractal das imagens em tons de cinza.	147

Lista de Abreviaturas

Imagens

CB	–	Imagem Cerebral
FC	–	Fractal Caixa
FCD	–	Fractal Cantor Dust
FA	–	Fractal Árvore
FTS	–	Fractal Triângulo de Sierpinski
J1 a J12	–	Julia 1 a Julia 12

Corregistro

Métrica de Corregistro

CC	–	Coefficiente de Correlação
DG	–	Diferença de Gradiente
IM	–	Informação Mútua
MS	–	Média dos Quadrados
MC	–	Cardinalidade

Termos Gerais

ITK	–	Insight Development Toolkit
SDK	–	Software Development Kit

Sumário

Capítulo 1 - Introdução	17
1.1. Trabalhos Correlatos	19
1.2. Objetivos do presente Trabalho.....	20
Capítulo 2 - Corregistro de Imagens	22
2.1. Introdução.....	22
2.2. Imagens	25
2.3. Processo de corregistro	29
2.3.1. Terminologia.....	32
2.3.2. Medida de Similaridade	33
2.3.2.1. Média dos Quadrados	34
2.3.2.2. Coeficiente de Correlação.....	35
2.3.2.3. Relação de Cardinalidade.....	36
2.3.2.4. Diferença de Gradiente	36
2.3.2.5. Informação Mútua de Shannon.....	38
2.3.2.6. Informação Mútua de Tsallis	39
2.3.3. Transformação.....	40
2.3.3.1. Mapas de Coordenadas	41
2.3.3.2. Translação	42
2.3.3.3. Rotação.....	42
2.3.3.4. Escala	43
2.3.4. Interpolação.....	44
2.3.5. Otimização.....	45
2.3.6. Descrição do ITK.....	47
Capítulo 3 - Teoria de Informação	49
3.1. Introdução	49
3.2. Conceitos	50
3.2.1. Entropia	50
3.2.1.1. Entropia Conjunta.....	50

3.2.1.2. Informação Mútua	51
3.2.2. Entropia de Tsallis	53
Capítulo 4 - Fractais.....	57
4.1. Introdução	57
4.2. Fractais Geométricos	58
4.2.1. Conjunto de Cantor Ternário	58
4.2.2. Carpete e Triângulo de Sierpinski.....	59
4.3. Fractais Aleatórios.....	60
4.3.1. Agregação por Difusão Limitada	60
4.4. Conjunto de Julia	61
4.5. Dimensão Fractal.....	64
4.5.1. Dimensão de Hausdorff.....	65
4.5.2. Box-Counting	66
Capítulo 5 - Imagens e Métodos.....	70
5.1. Introdução	70
5.2. ITK.....	70
5.3. Imagens utilizadas no Corregistro.....	71
5.4. Procedimento Experimental.....	74
5.4.1. Preparação das imagens para os experimentos	77
5.4.2. Descrição dos Experimentos Realizados.....	79
5.5. Medidas de erro de alinhamento	80
Capítulo 6 - Resultados e Discussões.....	84
6.1. Introdução	84
6.2. Estudo 1	86
6.2.1. Translação	86
6.2.2. Rotação	97

6.2.3. Escala	104
6.3. Estudo 2	109
6.4. Estudo 3	113
6.4.1. Resultados do número de iterações	113
6.4.1.1. Translação	113
6.4.1.2. Rotação.....	120
6.4.1.3. Escala	127
6.4.2. Comparação entre as Métricas.....	134
6.5. Estudo 4	139
6.5.1. Erro de alinhamento	140
6.5.2. Número de iterações	143
6.6. Estudo 5	146
Capítulo 7 - Conclusão	152
Referências Bibliográficas	157

Capítulo 1

Introdução

As imagens médicas são fundamentais para o processo de diagnóstico. A análise do seu conteúdo é essencial para a determinação do processo de tratamento e acompanhamento da progressão de doenças. A integração de diferentes modalidades, por exemplo, imagens de Ressonância Magnética com Tomografia Computadorizada, enriquece a base de dados de imagens possibilitando uma análise mais detalhada e um melhor entendimento sobre determinada patologia, sempre visando um diagnóstico mais preciso.

No entanto, para a integração de imagens de diferentes modalidades é necessário que estas estejam alinhadas. O processo de alinhamento de imagens é conhecido como corregristo. No corregristo são necessárias duas imagens, uma fonte e outra alvo. A imagem alvo será transformada para se tornar alinhada em relação à imagem fonte. Este processo pode ser resumido em três etapas: a medida de similaridade, a aplicação de transformações geométricas e a reamostragem [1].

Um dos principais estudos sobre corregristo de imagens médicas foi publicado em 1992 por Brown [2]. De acordo com este estudo, inicialmente, são escolhidas características específicas da imagem alvo, como bordas [3], chanfrados [4, 5], regiões que apresentam grande diferença de contraste [6], que possam ser relacionadas a formas geométricas [7, 8, 9], ou outros detalhes relevantes que possam demarcar a disposição dos pixels¹ das imagens. No passo seguinte, são utilizados algoritmos de transformação rígida ou não rígida (como translação, rotação, escala e distorções) e de mapeamento e reamostragem, que tornarão a imagem alvo geometricamente alinhada em relação à imagem fonte [10, 11, 12]. Na reamostragem [13, 14] os pixels da imagem alvo são reorganizados para o cálculo matemático da métrica de similaridade. Estes

¹ Pixel é o menor ponto de uma imagem digital

algoritmos serão aplicados até que a imagem alvo esteja alinhada em relação à imagem fonte.

As métricas de similaridade podem ser baseadas em uma análise direta das intensidades dos pixels, tais como o Coeficiente de Correlação e a Média dos Quadrados [1]; ou baseadas em medidas de informação que dependem da distribuição de frequências dos níveis de intensidade das imagens. Um exemplo de medida de informação que pode ser utilizada como métrica de similaridade é a Informação Mútua Generalizada, a qual se baseia em uma formulação mais geral da teoria de informação de Shannon [15], decorrente da expressão de entropia inicialmente proposta por C. Tsallis [16]

Estudos prévios demonstraram com sucesso a aplicação da formulação de entropia proposta por Tsallis para quantificação de similaridade no corregristo não rígido de imagens médicas [17]. Por outro lado, muitos estudos têm empregado o conceito de Dimensão Fractal na análise de imagens médicas [18]. Nestes estudos, a quantificação do grau de semelhança entre as imagens fractais e as reais tem sido determinada pela medida da Dimensão Fractal através do método de Contagem de Caixas (“*Box Counting*”).

A ausência de um estudo avaliativo da aplicação da métrica de Tsallis no corregristo rígido de imagens fractais e reais foi a principal motivação para a realização deste trabalho. Além de seu caráter original, o estudo proposto para este trabalho complementaria resultados anteriormente obtidos com a aplicação da métrica de Tsallis no corregristo não rígido de imagens. Principalmente porque neste caso verificou-se que a formulação de entropia proposta por Tsallis não apresentou desempenho superior à de Shannon.

Outra grande motivação para a realização deste trabalho foi a utilização do conceito de dimensão fractal para a análise dos resultados do corregristo de imagens. Na literatura podem ser encontrados estudos que utilizaram a dimensão fractal como método de classificação ou seleção de imagens, ou ainda como um parâmetro de comparação entre imagens geradas através de algoritmos computacionais e imagens reais.

Assim, como segundo objetivo e, visando-se uma nova contribuição relacionada à aplicação de conceitos de fractais, foi proposta a análise da correlação entre os resultados de corregristo de imagens fractais e de uma imagem cerebral real. Neste estudo, foi proposta a utilização do método de Contagem de Caixas para a determinação do

valor da medida de Dimensão Fractal. Os resultados deste estudo têm grande relevância, sendo possível mostrar se as imagens geradas computacionalmente poderiam ter comportamento semelhante a uma imagem real quando submetidas ao processo de corregristo.

1.1. Trabalhos Correlatos

A formulação de entropia proposta por Tsallis foi aplicada em diversos estudos. Em 2004, Yulmetyev [19] realizou um estudo onde aplicou esta formulação para a descrição do comportamento dinâmico de sistemas complexos. Neste estudo, as equações propostas por Tsallis foram utilizadas para a análise de sinais elétricos de ECGs de pessoas saudáveis e indivíduos com doenças como infarto. Como resultado foram obtidas informações detalhadas das equações de Markov e dos intervalos de flutuações dos ECGs ao se mesclar equações cinéticas discretas e a entropia de Tsallis.

Em 2009, Mohanalin et al. [20] realizou um estudo investigativo onde foi aplicada a entropia de Tsallis para o corregristo em imagens mamográficas utilizando-se transformações de afinidade e a medida de Informação Mútua. Nos resultados, analisou-se o comportamento da formulação de Tsallis em relação à formulação padrão de Entropia proposta por Shannon no caso das imagens mamográficas. Ao final do trabalho foi gerado um algoritmo automático com capacidade de corregristar imagens mamográficas com melhor acurácia, se utilizada a formulação de Tsallis.

A Informação Mútua Generalizada foi aplicada na análise de séries temporais de fMRI para distinguir sinais fisiologicamente induzidos de ruído [21]. Em outro trabalho, a distância de Kullback-Leibler Generalizada, medida (semelhante) de entropia relativa da teoria de informação generalizada, também se mostrou útil para a análise de imagens de fMRI [22].

Em outro estudo, publicado recentemente em 2012, Khader [23] realizou o corregristo multimodal com base na métrica de Tsallis baseado em um algoritmo de aproximação de perturbação estocástica para imagens de ressonância, tomografia computadorizada e tomografia por emissão de prótons.

Por outro lado, em relação aos fractais, estudos têm demonstrado sua importância na descrição de estruturas biológicas complexas. No artigo “Is the brain cortex a fractal?” [24], a natureza fractal do córtex cerebral humano é confirmada em uma es-

cala espacial de 3 mm; a dimensão fractal obtida nas imagens de ressonância magnética tridimensionais é $D = 2,80 \pm 0,05$. Um estudo recente envolve o uso da dimensão fractal para quantificação do grau de rejeição celular do miocárdio após transplante [18].

1.2. Objetivos do presente Trabalho

No presente trabalho, é proposto um amplo estudo avaliativo da Informação Mútua Generalizada como medida de similaridade para corregristo em imagens fractais e cerebral, seguido de um estudo comparativo entre esta medida e as métricas baseadas em formulações clássicas (Coeficiente de Correlação, Média dos Quadrados, Diferença de Gradiente e Cardinalidade). Além disto, é proposta a análise do corregristo em termos da dimensão fractal das imagens consideradas, com o objetivo de se verificar a aplicabilidade desta medida na classificação da semelhança entre os fractais e a imagem real do córtex cerebral.

Para avaliação do desempenho do corregristo baseado em determinada métrica de similaridade, são definidos erros de alinhamento para as transformações de translação, rotação e escala. A partir de várias simulações de corregristo, são obtidas estimativas estatísticas do erro de alinhamento a um nível de 95% de confiança.

Os objetivos deste trabalho estão sintetizados nos cinco estudos a seguir:

1. O primeiro estudo consiste da análise do comportamento do erro de alinhamento para o corregristo rígido em transformações de translação, rotação e escala, utilizando-se como métrica de similaridade a Informação Mútua Generalizada.
2. O segundo estudo consiste da comparação entre os erros de alinhamento do corregristo obtidos utilizando-se a Informação Mútua Generalizada e quatro métricas clássicas (Coeficiente de Correlação, Média dos Quadrados, Diferença de Gradiente e Cardinalidade).
3. O terceiro estudo consiste da análise do número de iterações para execução do corregristo rígido em transformações de translação, rotação e escala, utilizando-se como métrica de similaridade a Informação Mútua Generalizada.
4. O quarto estudo consiste da análise da influência da dimensão fractal no corregristo de imagens binárias para as transformações de translação, rotação e es-

cala, utilizando-se as métricas Cardinalidade, Coeficiente de Correlação, Diferença de Gradiente, Média dos Quadrados e Informação Mútua.

5. O quinto estudo consiste na constatação de correlação linear entre os erros de alinhamento de imagens em tons de cinza do córtex cerebral e de fractais do conjunto Julia (com dimensão fractal semelhante à imagem cerebral).

Esta tese encontra-se organizada em oito capítulos, descritos a seguir:

1. **Introdução;**
2. **Corregistro de Imagens:** em que serão descritos os conceitos gerais do corregistro;
3. **Teoria de Informação:** em que será descrita a teoria da informação em suas formas padrão (formulação de Shannon) e generalizada (formulação de Tsallis);
4. **Fractais:** em que serão descritos os conceitos de fractal e de dimensão fractal, bem como apresentados alguns tipos de fractais, em especial o conjunto de Julia;
5. **Imagens e Métodos:** em que serão descritas as imagens fractais e cerebral utilizadas e o método inerente ao processo de corregistro, bem como serão propostas novas medidas de erro de alinhamento;
6. **Resultados e Discussões:** em que serão apresentados todos os resultados e discussões referentes aos experimentos de corregistro realizados;
7. **Conclusão:** em que serão apresentadas as conclusões dos estudos realizados e as perspectivas de trabalhos futuros.

Capítulo 2

Corregistro de Imagens

2.1.Introdução

O corregistro de imagens é o processo de alinhamento de duas ou mais imagens, uma imagem fonte (imagem adotada como referência) e outra imagem alvo (imagem a ser alinhada). A aplicação do corregistro torna possível a utilização de imagens obtidas em diferentes condições, por exemplo, a partir de dispositivos de aquisição distintos, de vários pontos de vista para um mesmo objeto ou em diferentes períodos de aquisição. Os pontos de vista possibilitam a obtenção de uma imagem 3D de um objeto. Diferentes tempos de aquisição possibilitam a observação de alterações de estruturas, como o processo de desmatamento de áreas florestais [25]. Em imagens médicas, a utilização do corregistro possibilita a inserção de novas imagens na base de dados de exames de um paciente, com isso obtém-se um ganho de informações que pode contribuir para a melhoria da análise de alterações em estruturas anatômicas e, consequentemente, em um aumento da precisão de um diagnóstico [26].

No processo de corregistro, a imagem alvo é manipulada para se tornar alinhada em relação à imagem fonte, isto pode ser realizado basicamente através de três etapas: a medida de similaridade (métrica), as transformações geométricas e a reamostragem. A medida de similaridade quantifica a semelhança entre as imagens fonte e alvo. A partir do resultado da métrica, são determinadas e aplicadas transformações geométricas na imagem alvo.

As transformações podem ser rígidas, como translação, rotação ou escala proporcional ou não rígidas, baseadas em distorções. As transformações movimentam os pixels da imagem alvo, como resultado, ao se observar uma determinada coordenada de um pixel na imagem fonte pode ser que para esta mesma coordenada na imagem alvo não haja nenhum pixel presente. Por isso, o último passo é a reamostragem da imagem alvo.

Na reamostragem são aplicadas interpolações ou extrapolações na imagem alvo. A reamostragem reorganizará a disposição dos pixels da imagem alvo eliminando as lacunas deixadas pelas transformações. Isto permitirá novamente a aplicação da métrica de similaridade.

No início do correregistro as imagens fonte e alvo estão desalinhadas e, em consequência disso, regiões ou pontos aparentemente semelhantes em ambas as imagens podem estar posicionados em locais distintos em cada imagem. O correregistro realizará alterações na imagem alvo para que esses pontos semelhantes sejam sobrepostos, assim, o melhor alinhamento seria uma sobreposição completa das imagens fonte e alvo.

O algoritmo de correregistro é um processo cíclico, com isso, o cálculo da similaridade, a aplicação de transformações e a reamostragem da imagem alvo ocorrerão até que a melhor condição de alinhamento possa ser obtida. A melhor condição de alinhamento pode ser estipulada especificando-se a taxa mínima de variação do valor da similaridade. No entanto, este parâmetro pode não ser suficiente para a interrupção dos ciclos e, por isso, outro parâmetro utilizado é o número máximo de iterações.

O sucesso do alinhamento dependerá diretamente da métrica de similaridade. Caso esta etapa não seja realizada corretamente, as transformações aplicadas dificilmente conseguirão movimentar a imagem alvo para que esta se torne alinhada em relação à imagem fonte.

Na literatura foram propostas diversas métricas baseadas na leitura direta da intensidade dos pixels das imagens ou na utilização de conceitos como teoria da informação. Entre as que utilizam a leitura direta podem ser citadas a Média dos Quadrados, o Coeficiente de Correlação e Correlação Cruzada, e a Diferença de Gradiente. Métricas como a Distância de Kullback-Leibler, as Informações Mútuas de Shannon e de Tsallis utilizam o conceito de teoria de informação.

A métrica de Informação Mútua de Tsallis foi originada a partir de uma adaptação paramétrica da formulação entrópica proposta por Shannon [27]. Tsallis inseriu um novo parâmetro (q) na formulação de Entropia proposta inicialmente por Shannon. Assim generalizada, a Entropia de Tsallis passou a apresentar um caráter não aditivo (ou não extensivo). A utilização de medidas de informação não extensivas tem se mostrado vantajosa em diversos campos tais como o processamento de sinais e imagens, a análise de séries temporais e o processamento computacional em paralelo.

O fato de a formulação de Tsallis poder apresentar vantagens em relação à formulação de Shannon foi uma grande motivação para a aplicação de medidas de informação não extensivas no corregristo de imagens. Até o presente momento, não havia sido realizado um estudo extenso e comparativo do desempenho da Informação Mútua de Tsallis em relação à Informação Mútua de Shannon e de outras métricas no corregristo. Assim, um dos objetivos deste trabalho consiste no estudo da Informação Mútua de Tsallis como métrica de similaridade para o processo de corregristo de imagens.

Além da implementação da métrica de Tsallis no corregristo de imagens, um segundo objetivo deste trabalho foi o estudo do corregristo de imagens fractais. Os fractais e os conceitos relacionados a formas que não seguem a geometria Euclidiana foram estudados e descritos por Mandelbrot em 1977 em seu livro “The Fractal Geometry of Nature”. Neste livro Mandelbrot destacou a possibilidade destas imagens representarem objetos naturais. Estudos têm utilizado os conceitos relacionados a fractais para a descrição de fenômenos físicos e químicos reais ou para a representação de objetos naturais [28, 29, 30]. Assim, a utilização dos conceitos dos fractais no corregristo contribuiria para o fornecimento de novas informações, nesse trabalho o alvo seria o comportamento da variação da dimensão fractal no processo de corregristo.

A medida de dimensão fractal pode ser obtida através de métodos como o “Box Counting”. Este método permite a obtenção de valores de dimensão fractal com boa precisão, isto foi comprovado através de estudos como o de Bakes (2005) que realizou uma análise comparativa entre este e outros métodos [31]. Devido a esse desempenho positivo, este método de determinação de dimensão fractal foi o escolhido para a aplicação neste trabalho.

Assim, neste trabalho primeiramente será analisado o desempenho da métrica de Tsallis no corregristo rígido de imagens fractais e de uma imagem cerebral obtida a partir da técnica de Ressonância Magnética. Nos corregristos serão utilizadas as transformações rígidas de translação, rotação e escala proporcional. Na segunda etapa será analisada a correlação entre os resultados do corregristo das imagens fractais e da imagem cerebral. Neste caso, as imagens fractais foram classificadas com base no conceito de dimensão fractal a partir do método de “Box Counting”, que será descrito no Capítulo 5 (Imagens e Métodos).

Para facilitar a compreensão geral do corregristo, inicialmente serão abordados conceitos relacionados a Imagens (seção 2.2), e em seguida será apresentado o processo de corregristo (seção 2.3). Na descrição do processo de Corregristo serão apresentadas as métricas de similaridade (seção 2.3.2), as transformações (seção 2.3.3), a interpolação (seção 2.3.4) e a otimização (seção 2.3.5). Ao final na seção de corregristo será descrito o programa computacional utilizado para a criação dos algoritmos de corregristo utilizados neste trabalho (seção 2.3.6).

2.2. Imagens

As imagens são compostas por uma matriz de pontos com diferentes cores, em imagens digitais utiliza-se o termo pixel (de “picture element”) como definição do menor ponto (ou elemento) em uma imagem 2D e o termo voxel no caso de imagens 3D ou de volumes. Cada imagem possui um conjunto de coordenadas para identificar a posição de cada pixel e uma coordenada de origem, sendo esta utilizada pelos algoritmos para a aplicação de transformações. Outros parâmetros utilizados são o espaçamento pixel-a-pixel e o tamanho de cada pixel.

A cor ou intensidade de cada pixel pertence a um esquema de cores. Dependendo do esquema de cores são utilizados outros parâmetros como o brilho, contraste, saturação, etc. O parâmetro resolução pode ser utilizado tanto para a definição do tamanho da imagem (altura x largura), quanto para a especificação da quantidade de intensidades de um esquema de cores.

Em dispositivos de aquisição de imagem, como câmeras ou scanners, o termo resolução pode estar associado ao tamanho da imagem, enquanto que nos algoritmos de manipulação de imagens esse termo também pode estar associado à quantidade de intensidades de um esquema de cores.

No caso dos esquemas de cores, o parâmetro resolução utiliza a base numérica binária (unidade bits), ou seja, para uma resolução de 8 bits o esquema de cores terá 256 intensidades distintas. O esquema RGB, por exemplo, utiliza variações de brilho e contraste das cores vermelho (Red), verde (Green) e azul (Blue) para gerar as intensidades de seu conjunto, considerando que cada intensidade tenha uma resolução de 8 bits, esse esquema possuiria aproximadamente 16 milhões de cores. No entanto, em esquemas como o de tons de cinza de 8 bits, que utiliza apenas tonalidades entre

as cores básicas branco e preto, seria possível utilizar apenas 256 intensidades em níveis de cinza.

O termo formato indica o padrão utilizado para especificação dos dados dos pixels de uma imagem, tendo grande influência no espaço de memória necessário para armazenamento do arquivo. Os formatos compactados como o JPEG ou PNG podem ocupar espaços de memória muito menores do que os não compactados como o BMP, por exemplo, um arquivo PNG pode utilizar menos do que 10% do espaço necessário para o armazenamento do mesmo arquivo no formato BMP.

Os dispositivos como câmeras fotográficas, webcams, scanners, etc, utilizam sensores sensíveis a diferentes comprimentos de onda, por isso conseguem captar diferentes cores. No entanto, os sensores para aquisição de imagens médicas não necessitam necessariamente de sensibilidade para uma faixa ampla de comprimentos de onda considerando que equipamentos como Raios X ou Tomógrafos utilizam apenas um comprimento de onda. Para esses equipamentos mede-se a atenuação do sinal após a sua passagem por um meio físico (tecidos, músculos, ossos, etc) e os níveis de cinza serão especificados de acordo com essa atenuação.

Entretanto, os avanços na área de informática biomédica têm possibilitado um processo de aplicação de cores em imagens tons de cinza através da utilização de um banco de dados de cores de tecidos de órgãos.

Os conceitos físicos relacionados à óptica e interação da matéria não serão abordados neste trabalho visto que o objetivo proposto está relacionado à manipulação de imagens digitalizadas.

Como este trabalho tem o objetivo de analisar imagens fractais e imagens aplicáveis à área médica serão utilizados os esquemas de cores de tons de cinza com resolução de 8 bits e o binário, que utiliza somente as cores branca e preta.

Outro conceito relacionado a imagens e utilizado no processo de manipulação dos pixels é o histograma, que pode ser obtido separando-se em uma tabela o número total de pixels com a mesma intensidade para cada valor de intensidade. Por exemplo, imaginando-se a seguinte imagem com 16 pixels (4x4) com intensidade variando de 0 a 3:

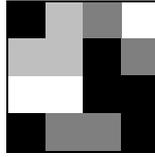


Figura 1 – Imagem de tamanho 16x16 pixels com um conjunto de cores de 4 intensidades.

Considerando-se os seguintes valores de intensidades:

	= 0
	= 1
	= 2
	= 3

Esta imagem pode ser representada utilizando-se uma tabela que indica, na primeira linha, a coordenada x do pixel e, na primeira coluna, a coordenada y do pixel; os demais valores da tabela são as intensidades dos pixels correspondentes a cada ponto (x,y) :

Tabela 1 – Imagem **A** com 16 pixels (4x4) com intensidade variando de 0 a 3.

Pixel y \ Pixel x	0	1	2	3
0	0	2	1	3
1	2	2	0	1
2	3	3	0	0
3	0	1	1	0

O histograma de níveis de intensidade da imagem é representado através da Tabela 2:

Tabela 2 – Histograma dos níveis de intensidade dos pixels da imagem.

Intensidade	Total de Pixels
0	6
1	4
2	3
3	3
Total:	16

A soma de todas as frequências correspondentes aos valores de intensidades é igual ao número total de pixels. Para a imagem anterior, esta soma é igual a 16.

O histograma anterior corresponde a uma única imagem. Para uma comparação entre duas imagens, o histograma de intensidades é representado por uma tabela de dupla entrada na qual a primeira linha indica os níveis de intensidade dos pixels da imagem A, a primeira coluna indica as intensidades da imagem B e os demais valores são as frequências $h(A,B)$ da cada par de intensidades (A,B) observadas nos pontos com as mesmas coordenadas em ambas as imagens. Este é o denominado histograma conjunto. Para sua obtenção, ambas as imagens devem possuir as mesmas características, tais como o mesmo tamanho e o mesmo conjunto de valores de intensidades. Por exemplo, consideremos outra imagem (imagem B) com as mesmas características da imagem utilizada no exemplo anterior (imagem A).

O histograma conjunto é obtido determinando-se as frequências das intensidades (A,B) observadas em pares de pixels correspondentes de ambas as imagens. A tabela 3 ilustra as intensidades dos pixels da imagem B. Observando-se as intensidades das imagens A e B indicadas nas tabelas 1 e 3, respectivamente, verifica-se, por exemplo, que o par de intensidades $(A=0, B=0)$ apresenta frequência igual a 4, ocorrendo nos pixels de coordenadas $(0,0)$, $(2,1)$, $(2,2)$ e $(3,2)$.

Tabela 3 – Imagem **B** com 16 pixels (4x4) com intensidade variando de 0 a 3.

Pixel x \ Pixel y	0	1	2	3
0	0	1	1	3
1	2	1	0	1
2	3	0	0	0
3	1	1	2	3

A soma das frequências conjuntas $h(A,B)$ de uma mesma coluna (com intensidade A fixa) resulta na frequência marginal $h(A)$ do histograma de intensidades da imagem A. Analogamente, a soma das frequências conjuntas $h(A,B)$ de uma mesma linha (com intensidade B fixa) resulta na frequência marginal $h(B)$ do histograma de intensidades da imagem B. A soma de todas as frequências conjuntas é igual ao número total de pixels de cada imagem. A soma das frequências marginais de uma mesma

imagem também é igual ao número total de pixels. A tabela 4 ilustra o histograma conjunto das imagens A e B.

Tabela 4 – Histograma conjunto das imagens A e B.

$A \backslash B$	0	1	2	3	$h(B)$
0	4	0	0	1	5
1	1	3	2	0	6
2	0	1	1	0	2
3	1	0	0	2	3
$h(A)$	6	4	3	3	16

No caso em que as imagens são idênticas, o histograma conjunto apresenta frequências não nulas somente para os elementos da diagonal principal; os demais elementos são nulos.

O conceito de histograma conjunto será utilizado no capítulo 5 (“Imagens e Métodos”) para o cálculo das medidas de similaridade. Na próxima seção (2.3) será descrito o processo de corregristo.

2.3. Processo de corregristo

O processo de corregristo pode ser composto basicamente por três etapas: a transformação das imagens, o corregristo e a quantificação da similaridade das imagens registradas [1].

As transformações são classificadas como rígidas ou não rígidas. As transformações rígidas são as de translação, rotação e escala proporcional, as transformações não rígidas são as distorções, o cisalhamento, a escala, a compressão, e outras que possam modificar o formato da imagem que sofrerá a transformação.

A transformação de translação não modifica as características de intensidade da imagem alvo, os pixels são deslocados em bloco dentro dos limites da imagem fonte. Entretanto, nas transformações de rotação e escala proporcional, os pixels são movimentados não em bloco, mas individualmente, assim, suas novas posições podem não preencher os espaços onde os pixels estavam posicionadas antes da aplicação da trans-

formação. Estas lacunas da imagem alvo devem ser preenchidas com algum valor de intensidade antes da aplicação de uma nova quantificação de similaridade, isso resulta em uma alteração da composição dos pixels da imagem alvo.

Na etapa seguinte, na reamostragem, são aplicados algoritmos de interpolação e extrapolação. No caso da translação estes algoritmos podem não alterar a distribuição das intensidades dos pixels da imagem alvo, mas no caso da rotação e, principalmente para a mudança de escala, a inserção ou retirada de novas intensidades de pixels será extremamente necessária. Na escala, por exemplo, quando a imagem alvo é reduzida são necessárias extrapolações; para o oposto são aplicadas interpolações

A quantificação da similaridade, ou métrica de similaridade, pode ser realizada analisando-se diretamente os valores de intensidade dos pixels, ou de forma indireta com base, por exemplo, nos histogramas das imagens. Os algoritmos baseados em Teoria da informação necessitam do histograma para determinar as distribuições de probabilidade das intensidades dos pixels nas imagens fonte e alvo. Com as probabilidades determina-se a Informação Mútua das imagens, que pode ser obtida a partir do cálculo das entropias marginais e conjunta; o valor da entropia é calculado a partir dos histogramas das imagens.

Na quantificação de similaridade as informações comuns em ambas as imagens como regiões fechadas, cantos, contornos, bordas, intersecção de linhas, etc, tem maior impacto no valor da métrica de similaridade. Os algoritmos de medida de similaridade utilizados neste trabalho serão detalhados na seção 2.3.2 (“Medida de Similaridade”), no entanto o conceito de “Teoria da Informação”, necessário para a compreensão das métricas baseadas em entropia será descrito no capítulo 3 (“Teoria da Informação”).

A aplicação das transformações depende da quantificação da similaridade, assim, quanto menor a similaridade das imagens fonte e alvo, maior será a transformação aplicada. No entanto, em alguns algoritmos a relação entre o valor da similaridade e da amplitude da transformação não pode ser determinada por uma relação direta. Nestes casos o valor da similaridade é fornecido a um algoritmo de otimização que determinará a amplitude da transformação.

A introdução do algoritmo de otimização pode ou não ser benéfica, os otimizadores buscam a minimização ou a maximização da métrica de similaridade, desta forma,

dependendo do caminho realizado durante as transformações, um mínimo ou máximo local podem ser encontrados comprometendo o processo de alinhamento do corregristo.

Na Figura 2 mostra-se um exemplo de corregristo para imagens convencionais.

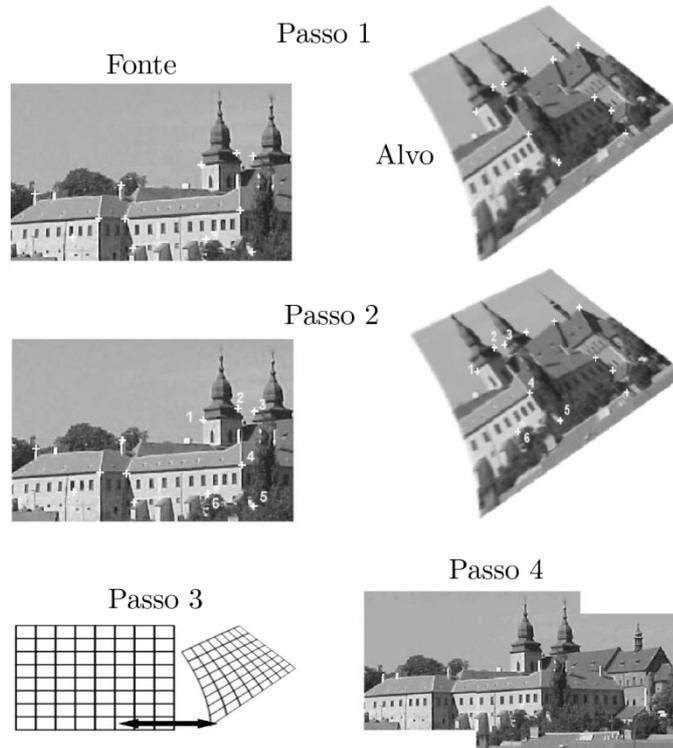


Figura 2 – Processo de Corregristo [26].

Observando a Figura 2, no passo 1 são especificadas as imagens fonte (esquerda) e alvo (direita), em seguida, no passo 2, são determinadas as características específicas e comuns de ambas as imagens. No passo 3, realizou-se o corregristo e o cálculo da similaridade. Por último, no passo 4, mostrou-se a imagem gerada pelo processo de corregristo. No final do processo de corregristo, a imagem gerada no passo 4 da Figura 2 proporcionou um ganho de informação por integrar duas imagens obtidas em pontos de vista distintos; nessa imagem, o ganho de informação foi a ampliação do campo de visão do objeto principal do cenário, que nesse caso é uma estrutura arquitetônica. Apesar de esse exemplo citar apenas uma única sequência de passos, um processo de corregristo pode realizar diversas vezes todos esses passos até se obter a precisão de alinhamento esperada e especificada no algoritmo de corregristo.

Nessa seção, serão apresentados os conceitos fundamentais do processo de corre-gistro, iniciando-se pela terminologia geral (seção 2.3.1), a medida de similaridade (seção 2.3.2), as transformações (seção 2.3.3), a interpolação (seção 2.3.4) e a otimiza-ção (seção 2.3.5).

2.3.1. Terminologia

Inicialmente, para a realização do corre-gistro, é necessário considerar uma imagem fonte (A) e uma imagem alvo (B). O índice i será utilizado para identificar um pixel localizado em um ponto com as mesmas coordenadas espaciais em ambas as imagens. Desta forma, a_i denotará a intensidade do pixel i da imagem A e b_i denotará a inten-sidade do pixel i correspondente em B . Tanto para imagens 2D quanto 3D, o algorit-mo de corre-gistro armazena todos os pixels em um único vetor. A organização da se-quência dos pixels dentro desse vetor será abordada na seção “Imagens e Métodos”.

No corre-gistro de imagens determina-se a transformação espacial que mapeia os pontos de um objeto localizado tanto em A quanto em B em posições distintas. O componente de transformação (T) conterá o mapa espacial dos pontos de A mapeados em B .

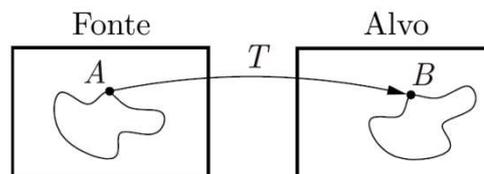


Figura 3 – Mapeamento de pontos da imagem fonte (A) na imagem alvo (B) [63].

Após a operação de transformação, determina-se a similaridade das imagens, então $S(A, B \circ T)$ será o valor quantitativo do alinhamento da imagem B em relação à ima-gem A .

2.3.2. Medida de Similaridade

A medida de similaridade, ou métrica, quantifica o alinhamento entre duas imagens. Para esse cálculo podem ser utilizados o valor da intensidade dos pixels ou os histogramas de intensidades.

O algoritmo utilizado neste trabalho para o processo de corregristo disponibiliza uma biblioteca com 11 métricas. Parte delas utiliza diretamente os valores de intensidade dos pixels, os outros se baseiam na teoria de informação (utilizando os histogramas de cada imagem e o histograma conjunto das imagens fonte e alvo). A seguir é mostrada uma tabela onde as métricas foram agrupadas de acordo com a utilização ou não de um histograma.

Tabela 5 - Métricas disponíveis da biblioteca do algoritmo de corregristo.

Métrica	
Calculada sem Histograma	Calculada com Histograma
<i>Média dos Quadrados</i> (Mean Squares)	<i>Informação Mútua de Viola e Wells</i> (Mutual Information by Viola e Wells)
<i>Diferença Quadrática Recíproca Média</i> (Mean Reciprocal Squared Difference)	<i>Informação Mútua de Mattes</i> (Mutual Information by Mattes)
<i>Correlação normalizada</i> (Normalizes Correlation)	<i>Distância de Kullback Liebler</i> (Kullback Liebler Distance)
<i>Relação de Cardinalidade</i> (Cardinality Match)	<i>Informação Mútua Normalizada</i> (Mutual Information Normalized)
	<i>Estatística Kappa</i> (Kappa Statistics)
	<i>Coefficiente de Correlação</i> (Correlation Coefficient)
	<i>Diferença de Gradiente</i> (Gradient Difference)

As métricas escolhidas para este trabalho foram: Média dos Quadrados, Coeficiente de Correlação, Relação de Cardinalidade, Diferença de Gradiente, Informação Mútua de Shannon e Informação Mútua de Tsallis. As métricas de Média dos Quadrados e de Cardinalidade utilizam os valores de intensidade do pixel diretamente em suas

formulações. As métricas de Coeficiente de Correlação, de Diferença de Gradiente, de Informação Mútua de Shannon e de Tsallis utilizam os histogramas marginais e conjunto para os cálculos das entropias de cada imagem e conjunta, respectivamente.

A formulação de Entropia proposta por Tsallis e a descrição da Informação Mútua, que é o foco principal deste trabalho, serão descritas no capítulo 3 (“Teoria da Informação”). A teoria abordada neste capítulo mostrará a diferença entre a formulação proposta por Shannon e por Tsallis.

Nas próximas seções serão descritas as etapas do processo de correção, iniciando-se pela descrição das métricas de similaridade utilizadas neste trabalho, que são a Média dos Quadrados (seção 2.3.2.1), o Coeficiente de Correlação (seção 2.3.2.2), a Relação de Cardinalidade (seção 2.3.2.3), a Diferença de Gradiente (seção 2.3.2.4), e por fim, as Informações Mútuas de Shannon (seção 2.3.2.5) e de Tsallis (seção 2.3.2.6).

2.3.2.1. Média dos Quadrados

A métrica Média dos Quadrados (MS) é definida como:

$$MS = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (a_i - b_i)^2 \quad (2.1)$$

Conforme anteriormente mencionado, a_i denota a intensidade do pixel i da imagem A , b_i denota a intensidade do pixel i correspondente em B e N é o número de pixels das imagens.

Observando-se a eq. 2.1, é possível notar que o valor da métrica será menor conforme o alinhamento for maior. Isto ocorre porque, no somatório, a subtração de valores entre pixels sobrepostos com a mesma intensidade resulta em valores próximos de zero. Assim, considerando-se a situação de alinhamento completo das imagens, o valor resultante da métrica seria zero.

2.3.2.2. Coeficiente de Correlação

A métrica de Coeficiente de Correlação utilizada neste trabalho está presente na biblioteca de algoritmos do ITK². É uma variação da definição do coeficiente de correlação inicialmente proposto por Pearson [32], o qual mede a correlação entre duas variáveis. Na definição utilizada pelo ITK, as variáveis são os níveis de intensidade dos pixels correspondentes às imagens fonte (A) e alvo (B).

O Coeficiente de Correlação (CC) é então definido como

$$CC = \frac{(\sum_a \sum_b h(a,b) \cdot a \cdot b) - \bar{a} \cdot \bar{b}}{\sqrt{\sum_a h(a)(a - \bar{a})^2 \cdot \sum_b h(b)(b - \bar{b})^2}}, \quad (2.2)$$

em que a e b são os níveis de intensidades de pixels das imagens A e B , respectivamente; $h(a)$ e $h(b)$ são as frequências das intensidades a e b , respectivamente; $h(a,b)$ denota a frequência de ocorrência de um par de intensidades (a,b) para pixels com as mesmas coordenadas em ambas as imagens e; os parâmetros \bar{a} e \bar{b} são os valores médios de intensidade dos pixels das imagens A e B , respectivamente.

A eq. 2.2 fornecerá resultados compreendidos entre os valores -1 e $+1$. Os extremos indicam correlações perfeitas, mas situações com valores negativos não seriam desejáveis pois indicariam um processo de desalinhamento ao invés de alinhamento.

No caso de o cálculo do Coeficiente de Correlação resultar em valores maiores do que zero, o intervalo de 0 a 0.30 indicaria uma correlação fraca, o intervalo de 0.30 a 0.70 indicaria uma correlação moderada e, para valores superiores a 0.70, a correlação seria considerada alta.

Assim, considerando-se uma situação de alinhamento total das imagens, a representação gráfica das variáveis (níveis de intensidades dos pixels das imagens A e B) resultaria em uma linha reta com um ângulo de 45 graus.

² O ITK é um kit de desenvolvimento e será descrito na seção 2.3.6 deste capítulo e em “Imagens e Métodos”.

2.3.2.3. Relação de Cardinalidade

Esta métrica realiza um cálculo de similaridade baseado na utilização da função delta de Kronecker [33], o que permite determinar o número de pares de intensidades iguais nas imagens fonte e alvo. A relação de cardinalidade (MC) pode ser definida como:

$$MC = \frac{\sum_{a,b} \delta_{a,b}}{N}, \quad \delta_{a,b} = \begin{cases} 1, & \text{se } a = b ; \\ 0, & \text{se } a \neq b . \end{cases} \quad (2.3)$$

Os valores a e b correspondem às intensidades de pixels correspondentes nas imagens fonte e alvo. N é o número total de pixels. Assim, o valor de delta somente será 1 para os pares de intensidades iguais. Portanto, quando as imagens estiverem totalmente alinhadas, o resultado da soma dos pares de intensidades será igual ao número de total de pixels e o valor da métrica será igual a 1.

Vale ressaltar que, durante o processo de transformação da imagem alvo, o deslocamento dos pixels desta imagem pode provocar o surgimento de espaços vazios. Nesta situação o algoritmo de correção preencherá as lacunas com um valor específico de intensidade. Por exemplo, se a imagem possuir fundo preto, a lacuna será preenchida com o valor 0.

2.3.2.4. Diferença de Gradiente

A Diferença de Gradiente reúne, em sua formulação, os conceitos de Correlação Cruzada Normalizada, Correlação de Gradiente e Entropia. As definições que serão mostradas são parte integrante de um algoritmo proposto por Hipwell (2003) ao realizar o correção de angiogramas de imagens cerebrais [34]. Os algoritmos utilizados por Hipwell foram posteriormente disponibilizados e integrados aos códigos fontes do ITK.

Inicialmente, calcula-se a Correlação Cruzada Normalizada (S_{CC}) de acordo com a definição proposta por Pearson,

$$S_{CC} = \frac{\sum_{a,b} (a - \bar{a})(b - \bar{b})}{\sqrt{\sum_a (a - \bar{a})^2} \sqrt{\sum_b (b - \bar{b})^2}}, \quad (2.4)$$

com a e b definidos anteriormente.

A eq. 2.4 é utilizada para o cálculo da Correlação de Gradiente (S_{GC}), definida como:

$$S_{GC} = \frac{1}{2} \left[S_{CC} \left(\frac{\partial A_i}{\partial i}, \frac{\partial B_i}{\partial i} \right) \right], \quad (2.5)$$

em que A_i e B_i são as intensidades do pixel i nas imagens A e B, $\frac{\partial A_i}{\partial i}$ e $\frac{\partial B_i}{\partial i}$ são as derivadas obtidas através da convolução das imagens A e B utilizando-se operadores Sobel [34]. Nesse caso, o índice i foi utilizado para indicar a posição dos valores no vetor de intensidades das imagens.

No passo seguinte calcula-se a imagem diferença

$$I_{Diff}(i) = A_i - \alpha B_i, \quad (2.6)$$

em que α é um fator de escala que é otimizado com relação à medida de similaridade.

O valor de α inicialmente será zero, sendo incrementado em passos uniformes enquanto a entropia é submetida ao processo de minimização. O tamanho do passo é igual à razão entre os intervalos de intensidade nas duas imagens, dividido por 100.

A medida de similaridade se baseia no conceito de Entropia de Shannon, que será descrito mais detalhadamente no capítulo 3 (“Teoria da Informação”). Assim, define-se esta medida como

$$S_{Ent} = - \sum_x p(x) \log p(x), \quad (2.7)$$

em que a soma é realizada sobre os valores x da variável aleatória imagem diferença. Ou seja, a distribuição de frequências de intensidades da imagem diferença seria utilizada no cálculo das probabilidades da equação (2.7).

Com isso, a partir das equações (2.4) a (2.7), calcula-se a Diferença de Gradiente, definida como

$$GD = \sum_i \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + [I_{Diff}(i)]^2}, \quad (2.8)$$

em que σ^2 é a variância calculada com base no vetor de intensidades resultante da aplicação da eq. (2.6) para a obtenção da imagem diferença I_{Diff} .

A métrica de diferença de gradiente apresentará maior sensibilidade a imagens onde a variação das intensidades dos pixels ocorre de forma mais brusca, assim, as estruturas homogêneas não têm grande impacto no cálculo do gradiente.

2.3.2.5. Informação Mútua de Shannon

A métrica de Informação Mútua baseia-se na formulação padrão da teoria de informação inicialmente proposta por Shannon. Nesta teoria, a entropia mede a incerteza de uma variável aleatória X com valores discretos $x \in X$ e com distribuição de probabilidade $p(x)$, sendo expressa como:

$$H(X) = - \sum_{x \in X} p(x) \log p(x) . \quad (2.9)$$

No cálculo da entropia de uma imagem, a variável discreta X representa o nível de intensidade de um pixel e $p(x)$ é a probabilidade de ocorrência de um dado valor x de intensidade. A entropia é interpretada como o número médio de *bits* necessários para codificação da imagem, sendo portanto uma medida da quantidade de informação presente na imagem. A entropia será nula se todos os pixels da imagem tiverem a mesma intensidade, ou seja, se a imagem apresentar uma única tonalidade. Imagens com vários tons de cinza apresentam maior entropia.

Para duas variáveis aleatórias X e Y , define-se a entropia conjunta $H(X, Y)$ entre essas variáveis como:

$$H(X, Y) = - \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} p(x, y) \log p(x, y) , \quad (2.10)$$

em que $p(x, y)$ é a probabilidade conjunta de um par de valores (x, y) das variáveis X e Y , respectivamente. A Informação Mútua $I(X, Y)$ pode então ser expressa como:

$$I(X; Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y) . \quad (2.11)$$

Para o cálculo da informação mútua entre as imagens fonte e alvo durante o corre-registro, a variável X representa os níveis de intensidade da imagem fonte e a variável Y representa os níveis de intensidade da imagem alvo. A probabilidade conjunta $p(x, y)$ representa a probabilidade de um par de intensidades (x, y) em pixels correspondentes entre as imagens fonte e alvo, enquanto $p(x)$ e $p(y)$ são as probabilidades marginais de cada variável.

Durante o processo de corre-registro, realiza-se uma maximização da métrica de Informação Mútua, uma vez que esta expressa um grau de similaridade entre as imagens fonte e alvo. Quanto maior a similaridade entre as imagens, a distribuição conjunta apresentará uma maior tendência de uniformidade e maior será o valor da Informação Mútua. Quanto menor a similaridade, menor a dependência entre as variáveis X e Y e menor será a informação mútua. Se X e Y forem independentes, a informação mútua será nula.

O conceito de medida de informação, inclusive o de informação mútua estão descritos mais detalhadamente no capítulo 3 (“Teoria da Informação”).

2.3.2.6. Informação Mútua de Tsallis

A Informação Mútua de Tsallis é uma forma generalizada da Informação Mútua de Shannon. Para expressá-la, primeiramente considera-se a Entropia de Tsallis, definida como

$$H_q(X) = \frac{1 - \sum_{x \in X} p^q(x)}{(q - 1) \sum_{x \in X} p^q(x)}, \quad (2.12)$$

na qual q é o parâmetro de Tsallis.

Para duas variáveis aleatórias, a entropia conjunta de Tsallis é definida como:

$$H_q(X, Y) = \frac{1 - \sum_{x \in X, y \in Y} p^q(x, y)}{(q-1) \sum_{x \in X, y \in Y} p^q(x, y)}. \quad (2.13)$$

A Informação Mútua de Tsallis é então expressa como:

$$I_q(Y, X) = \frac{H_q(X) + H_q(Y) - H_q(X, Y) + (q-1)H_q(X)H_q(Y)}{1 + (q-1)H_q(X)}. \quad (2.14)$$

A generalização permite estender o cálculo da Informação Mútua padrão para vários valores do parâmetro q . No limite em que $q \rightarrow 1$, a Informação Mútua de Tsallis tende à Informação Mútua de Shannon.

O algoritmo baseado no cálculo da Informação Mútua de Tsallis também utiliza os histogramas de cada imagem e o histograma conjunto das imagens fonte e alvo. O conceito de Informação Mútua de Tsallis será descrito mais detalhadamente no capítulo 3 (“Teoria da Informação”).

2.3.3. Transformação

As transformações têm a função de movimentar os pixels da imagem alvo. Para isso, são utilizadas coordenadas de origem que são um ponto de referência na imagem alvo. Se este ponto de origem for especificado de forma incorreta, o processo de transformação não conseguirá atingir um nível de alinhamento adequado, podendo ainda causar um erro de processamento de dados no algoritmo de transformação, o que resultará na interrupção do processo de corregristo.

Qualquer transformação a ser aplicada dependerá do cálculo da similaridade das imagens alvo e fonte. Ou seja, o tamanho do deslocamento, o ângulo de rotação ou a ampliação ou redução da imagem alvo são definidos com base no nível de similaridade das imagens alvo e fonte. Por isso, antes da aplicação de cada transformação é necessária a quantificação do nível de similaridade, sendo que quanto maior a similaridade, menor será o valor da transformação.

Os algoritmos de transformação possuem parâmetros de limite que são necessários para interromper o processo de aplicação das transformações e, por consequência, o processo de corregristo. Esse valor limite é analisado com base nas duas últimas

transformações aplicadas na imagem alvo e pode ser, no caso translação, um deslocamento em x ou em y ; no caso da rotação, o ângulo de rotação; no caso da escala, o fator de redução ou ampliação.

O algoritmo de otimização está conectado ao algoritmo de transformação e fornece o valor do parâmetro de transformação a ser aplicado com base na quantificação do grau de similaridade. Este assunto será abordado no item 2.3.5 (“Otimização”).

A seguir serão apresentados os conceitos relacionados às transformações rígidas de translação, rotação e escala proporcional que foram aplicadas neste trabalho. No entanto, o *kit* de desenvolvimento do ITK possui bibliotecas para corregristo não rígido que incluem, por exemplo, transformações de afinidade que poderão ser encontradas na referência [35].

2.3.3.1. Mapas de Coordenadas

As transformações são aplicadas utilizando-se mapas de coordenadas, os quais identificam a posição de cada pixel nas imagens fonte e alvo. As transformações manipulam o mapa de coordenadas da imagem alvo inserindo as novas posições dos pixels após cada transformação.

A imagem a seguir exemplifica este processo mostrando o mapa de coordenadas das imagens fonte e alvo após a aplicação de uma transformação na imagem alvo.

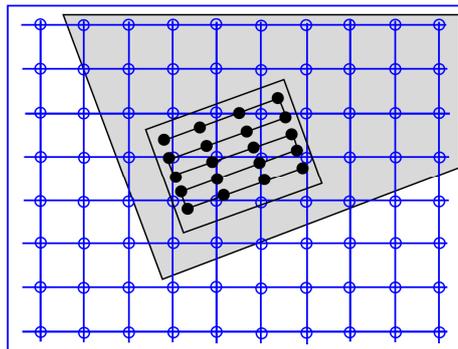


Figura 4 - Exemplo de mapas de coordenadas das imagens fonte (cor azul) e alvo (cor preta) após a aplicação de transformações [63].

Na imagem anterior os pontos representam os pixels, os pixels da imagem alvo foram posicionados em locais onde não existem pixels na imagem fonte, com isso a quantificação da similaridade não pode ser realizada por que somente podem ser

comparadas duas posições que contenham pixels em ambas as imagens. Para correção deste problema, são utilizados algoritmos de interpolação, cujo processo será descrito no item 2.3.4 (“Interpolação”).

2.3.3.2. Translação

A transformação de translação move os valores de intensidades dos pixels da imagem alvo na direção das coordenadas x , y e z para imagens 3D e x , y no caso das imagens 2D. Esta transformação não altera a posição dos pixels de forma individual; todos os pixels da imagem alvo são movidos em bloco, característica esta que traz duas vantagens. A primeira vantagem se refere ao tempo computacional, uma vez que o processo de movimentação em bloco não necessita de uma grande capacidade de processamento, o que torna o algoritmo mais rápido. A segunda vantagem está na disposição dos pixels após o processo de transformação. Como esta transformação não altera o tamanho da imagem alvo, a disposição dos pixels permanece a mesma e com isso não há necessidade de aplicação de algoritmos de interpolação.

O processo de cálculo de posicionamento dos pixels na transformação de translação pode ser representado pela equação matricial:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix}, \quad (2.15)$$

em que os termos x e y são as coordenadas atuais de um determinado pixel, os termos T_x e T_y são os deslocamentos em mm dos pixels nos eixos x e y e os termos x' e y' são as novas coordenadas do pixel.

2.3.3.3. Rotação

A transformação de rotação move os pixels utilizando relações trigonométricas e mantendo inalterado o tamanho da imagem alvo. Inicialmente, são aplicadas duas rotações na imagem alvo no sentido anti-horário. Caso a similaridade entre as imagens fonte e alvo aumente, as movimentações continuarão sendo aplicadas nesse sentido até que o nível de similaridade pare de aumentar. Neste momento, o sentido de

rotação será alterado para horário. Assim, o sentido de rotação é alterado conforme o comportamento do nível de similaridade. O processo de rotação continuará até que o nível de similaridade pré-estabelecido seja atingido.

O processo de cálculo das coordenadas dos pixels na transformação de rotação pode ser representado pela equação matricial:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x - C_x \\ y - C_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \end{bmatrix}, \quad (2.16)$$

onde os termos x e y são as coordenadas atuais de um determinado pixel, θ é o ângulo de rotação para um determinado pixel, os termos C_x e C_y correspondem ao centro de rotação da imagem alvo e os termos x' e y' são as novas coordenadas do pixel.

2.3.3.4. Escala

A transformação de escala move os pixels utilizando o mesmo princípio da transformação de rotação, mas com uma alteração da distância do pixel em relação à coordenada de origem. Para o caso da escala, esta distância entre o pixel de origem e o pixel a ser movimentado será ampliada ou reduzida dependendo do valor de similaridade determinado. Inicialmente, aplicam-se duas ampliações da imagem alvo, caso as imagens não apresentem aumento do nível de similaridade. Nos próximos passos são aplicadas reduções até que o valor de similaridade pare de aumentar. Neste ponto, ocorre uma inversão e o algoritmo aplica ampliações na imagem alvo até que novamente o nível de similaridade pare de aumentar. Este processo ocorre até que o valor limite estipulado para o nível de similaridade seja atingido.

Antes da aplicação das transformações de ampliação ou redução, o algoritmo de transformação determina o ângulo de rotação (θ) de cada pixel, o que pode ser obtido calculando-se $\arcsin\left(\frac{y}{x}\right)$.

O processo de cálculo das coordenadas dos pixels na transformação de escala pode ser representado pela equação matricial:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x - C_x \\ y - C_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \end{bmatrix}, \quad (2.17)$$

em que os termos x e y são as coordenadas atuais de um determinado pixel, θ é o ângulo de rotação do pixel, os termos C_x e C_y correspondem ao centro de rotação da imagem alvo, α é o fator de escala e x' e y' são as novas coordenadas do pixel.

Na matriz que estabelece a transformação de translação foram inseridos os mesmos termos utilizados na transformação de rotação. Este fato está relacionado com o princípio de movimentação dos pixels. Ambas as transformações consideram cada pixel como um ponto contendo um raio de movimentação. A diferença é que na transformação de rotação o raio de movimentação de cada pixel é fixo, enquanto que na transformação de escala este raio é variável. Além disso, para a transformação de escala, o ângulo θ relacionado ao raio vetor de cada pixel a partir da origem permanece inalterado durante as transformações, enquanto que na rotação o ângulo evidentemente se altera.

2.3.4. Interpolação

O processo de transformação da imagem alvo pode resultar em um desalinhamento entre os pixels das imagens alvo e fonte conforme exemplificado na Figura 4. Isto pode ocorrer em todas as transformações, com exceção da transformação de translação. Isto ocorre porque as novas posições calculadas dos pixels da imagem alvo, após tais transformações, podem diferir das posições dos pixels na imagem fonte.

Os algoritmos de interpolação têm a função de corrigir este problema através da colocação de novos pixels na imagem alvo, para que ambas as imagens possam voltar a ter os mesmo mapas de coordenadas após transformações da imagem alvo.

A biblioteca do algoritmo de correção utilizado neste trabalho possui quatro tipos de interpoladores, mas neste trabalho optou-se pela utilização do método de interpolação linear que realiza a interpolação dos pontos com base em uma função linear.

Para dois pixels um com coordenadas (x_0, y_0) e outro com coordenadas (x_1, y_1) , a coordenada (x', y') do pixel a ser inserido pode ser calculada utilizando-se a média das coordenadas de cada eixo:

$$x' = (x_0 + x_1)/2, \quad y' = (y_0 + y_1)/2, \quad (2.18)$$

Analogamente, para o valor da intensidade do pixel a ser inserido:

$$B_i(x', y') = [B_i(x_0, y_0) + B_i(x_1, y_1)]/2 = (b_0 + b_1)/2. \quad (2.19)$$

2.3.5. Otimização

Na otimização, a partir do cálculo da similaridade das imagens fonte e alvo, são então determinados os valores de deslocamento utilizados pelos algoritmos de transformação, para a movimentação dos pixels da imagem alvo. Dependendo da métrica utilizada, os otimizadores maximizam ou minimizam o valor fornecido pelos algoritmos de similaridade.

Neste trabalho, optou-se pela escolha do otimizador Amoeba que tem como vantagens a possibilidade de utilização em problemas não lineares diretamente, não requer as derivadas parciais, pois realiza os cálculos numericamente, e possui passos variáveis que se adaptam de acordo com os parâmetros de entrada da métrica de similaridade. Outros algoritmos de otimização como os baseados no cálculo de Gradiente necessitam da implementação do cálculo das derivadas e não possuem os passos variáveis podendo ser muito lentos. Desta forma, se comparado a outros otimizadores o Amoeba é um dos mais simples, com bom desempenho e, dependendo da situação podendo ser extremamente rápido.

O Amoeba se baseia no método Nelder-Mead, ou simplex, proposto por John Nelder e Roger Mead em 1965 e que utiliza uma técnica de otimização não linear [36, 37]. O simplex pode ser constituído de um segmento de linha, um triângulo (quando se analisa um plano), um tetraedro em um espaço 3D e assim por diante.

O Amoeba

Cada vértice do objeto do simplex deve ser considerado como um ponto de teste. Os piores pontos são substituídos pelo centróide dos pontos remanescentes e, nos melhores, aplica-se uma redução exponencial ao longo na linha desse ponto. O Amoeba realiza este processo utilizando basicamente as seguintes quatro operações aplicadas às laterais do objeto: a reflexão, a expansão, a contração e a escolha do melhor vértice.

De início são determinados os vértices da figura geométrica utilizada pelo Amoeba. Em seguida, são aplicadas as operações para o encontro do mínimo da função; as operações serão aplicadas até que um mínimo seja encontrado ou até que um limite de iterações do algoritmo seja atingido. A seguir serão especificadas as operações utilizadas pelo Amoeba e, para isso, consideremos uma função qualquer de duas variáveis $f(x, y)$ que deve ser minimizada.

O primeiro passo do algoritmo consiste na especificação dos pontos do objeto utilizado pelo simplex. Considerando-se que seja o triângulo \overline{ABC} e que este possua os vértices $\vec{V}_i = (x_i, y_i)$ sendo $i = [1, 2, 3]$, então os vértices seriam $\vec{A} = (x_1, y_1)$, $\vec{B} = (x_2, y_2)$ e $\vec{C} = (x_3, y_3)$. A especificação da sequência dos vértices do triângulo seria: \vec{A} como melhor vértice, \vec{B} o vértice mais próximo do vértice \vec{A} e \vec{C} o pior vértice.

No segmento de linha \overline{AB} calcula-se o ponto médio \vec{M} , utilizando-se a equação:

$$\vec{M} = \frac{1}{2} (\vec{A} + \vec{B}) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right). \quad (2.20)$$

Em seguida, calcula-se um ponto de teste \vec{R} . Considerando-se que a função diminui movimentando-se pelo lado do triângulo que liga o vértice \vec{C} ao vértice \vec{A} , e também diminui do lado que liga o vértice \vec{C} ao \vec{B} , o ponto de teste pode ser obtido aplicando-se uma operação de reflexão no triângulo pelo lado \overline{AB} . Assim, calcula-se o ponto médio \vec{M} do lado \overline{AB} , depois se desenha um segmento de linha com comprimento d do pior vértice (\vec{C}) para o ponto médio \vec{M} . Este processo pode ser representado como:

$$\vec{R} = \vec{M} + (\vec{M} - \vec{C}) = 2\vec{M} - \vec{C}, \quad (2.21)$$

No caso do valor da função $f(x, y)$ em \vec{R} ser menor do que em \vec{C} , a movimentação foi realizada na direção de um possível mínimo local, mas se este mínimo estiver próximo ao ponto \vec{R} , no segmento de linha dos vértices \vec{M} a \vec{R} será aplicada uma operação de expansão até um ponto \vec{E} formando um triângulo \overline{ABE} . Este ponto \vec{E} pode ser encontrado dobrando-se o tamanho da linha \overline{MR} com base na distância d determinada anteriormente. Assim, se o valor da função em \vec{E} for menor do que em \vec{R} , este vértice será melhor do que \vec{R} . Este processo pode ser representado como:

$$\vec{E} = \vec{R} + (\vec{R} - \vec{M}) = 2\vec{R} - \vec{M}, \quad (2.22)$$

No caso do valor da função $f(x, y)$ ser o mesmo em \vec{R} e em \vec{C} , testa-se um novo ponto. No entanto mesmo que o valor da função em um ponto médio \vec{M} para o segmento \overline{RC} seja menor, o vértice \vec{C} não poderá ser substituído por \vec{M} pelo fato da figura geométrica utilizada pelo Amoeba ser um triângulo. Para solucionar este problema devem ser considerados dois pontos médios \vec{M}_1 e \vec{M}_2 para os segmentos $\overline{CM_1}$ e $\overline{M_2R}$. Então será realizada uma operação de contração buscando-se o ponto \vec{D} com menor valor para a função $f(x, y)$, como resultado obtém-se um novo triângulo \overline{ABD} .

Se o valor da função $f(x, y)$ em \vec{D} não é menor do que em \vec{C} , os pontos \vec{B} e \vec{C} devem ser escolhidos considerando-se o vértice \vec{A} . Nesse caso o ponto \vec{B} será substituído por um ponto médio \vec{M} e o ponto \vec{C} será substituído pelo ponto médio do segmento \overline{BC} .

Este processo de substituição será realizado até que o valor da função $f(x, y)$ pare de diminuir. Nesta condição, o algoritmo interrompe a busca por novos vértices, indicando, assim, a presença de um mínimo local.

2.3.6. Descrição do ITK

Os avanços obtidos em pesquisas no corregristo com imagens médicas motivaram a criação de um *kit* de desenvolvimento que utiliza um ambiente de programação vi-

sual e que pode ser obtido gratuitamente na internet através do pacote ITK. O desenvolvimento deste kit foi iniciado em 1999 quando a Biblioteca Nacional de Medicina dos Estados Unidos do Instituto Nacional de Saúde patrocinou um contrato de três anos para o desenvolvimento de um *kit* de desenvolvimento de código de programação livre, que foi denominado “Insight Toolkit” (ITK).

O gerente de projeto do ITK foi o Dr. Terry Yoo que coordenou seis grupos de pesquisa, dos quais participaram a GE Corporate R&D, Kitware Inc., MathSoft (atualmente a Insightful), a Universidade da Carolina do Norte (UNC), a Universidade do Tennessee (UT) e a Universidade da Pennsylvania (UPenn). Os coordenadores das empresas foram Bill Lorensen da GE, Will Schroeder da Kitware e Vikram Chalana da Insightful, enquanto os das universidades foram Stephen Aylward com Luis Ibanez da UNC, Ross Whitaker com Josh Cates da UT e Dimitri Metaxas da UPenn. Vários outros colaboradores como a Universidade de Columbia, o Laboratório Grasp da UPenn e a Universidade de Pittsburgh ajudaram no desenvolvimento deste programa computacional.

O ITK é um *kit* de desenvolvimento de aplicativos na área médica e foi implementado no ambiente Visual de programação C++. Este *kit* permite o desenvolvimento de algoritmos para o processo de correção e de segmentação de imagens médicas. O ITK é uma plataforma cruzada, o que possibilita a interação com outras linguagens de programação como o Tcl, o Java e o Python.

Capítulo 3

Teoria de Informação

3.1. Introdução

Os primeiros conceitos da Teoria de Informação foram propostos nos laboratórios da empresa Bell em 1924, para aplicação em sistemas de comunicação. O intuito da proposta era analisar a qualidade dos dados transmitidos em decorrência da perda de informações pelo processo de compressão de dados e pela presença de ruído no canal de transmissão [38].

Em outubro de 1948, utilizando as ferramentas teóricas propostas por Norbert Wiener, o engenheiro eletricista e matemático Claude Elwood Shannon formalizou a Teoria da Informação, através do artigo científico “A Mathematical Theory of Communication”, publicado no “Bell System Technical Journal” [27].

Após a publicação do artigo científico, Shannon publicou o livro Teoria Matemática da Comunicação (“The Mathematical Theory of Communication”), em coautoria com Warren Weaver, popularizando assim os conceitos anteriormente apresentados no artigo científico [15].

A Teoria de Informação utiliza o conceito de entropia proposto por Ludwig Boltzmann e J. Willard Gibbs [39] como medida de informação (IM) de um sistema descrito por determinada distribuição de probabilidade. Entre suas aplicações estão a análise de transientes em sinais [40], a classificação de traçados, a análise de dados transmitidos de sistemas de comunicação, etc.

Em 1988, o físico Constantino Tsallis propôs uma generalização da entropia de Boltzmann-Gibbs ao introduzir um novo parâmetro (q) em sua expressão [16]. Dada a similaridade formal entre as entropias de Boltzmann-Gibbs e de Shannon, a Teoria de Informação pode também ser estendida de modo análogo à generalização proposta por Tsallis. A generalização da formulação de Shannon possibilita uma expansão da análise estatística, ampliando-se seus limites.

Nesta seção serão apresentados os conceitos fundamentais necessários para a compreensão do conceito de informação mútua citado na seção anterior (relacionada à métrica de similaridade). Para informações mais detalhadas consultar a referência [41].

3.2. Conceitos

3.2.1. Entropia

Em teoria de informação, a entropia é uma medida da incerteza sobre uma variável aleatória. Fornece a quantidade média de informação necessária para descrever esta variável [42]. Considere uma variável aleatória X com valores discretos $x \in X$ e distribuição de probabilidade $p(x)$. A entropia $H(X)$ da variável aleatória discreta X é definida pela equação

$$H(X) = - \sum_{x \in \mathcal{X}} p(x) \log p(x) \quad (3.1)$$

e conhecida como entropia de Shannon. Sua unidade de medida é dada em *bits* se a base do logaritmo for igual a 2 e em *nats* se a base for igual ao número de euler e . Observa-se que, para esta definição, o valor da entropia $H(X)$ será sempre maior ou igual a zero.

3.2.1.1. Entropia Conjunta

A entropia conjunta é obtida como extensão da expressão (3.1) para duas variáveis aleatórias. Dadas duas variáveis aleatórias X e Y , com valores discretos $x \in \mathcal{X}$ e $y \in \mathcal{Y}$, respectivamente, e distribuição de probabilidade conjunta $p(x, y)$, a entropia conjunta $H(X, Y)$ é definida como

$$H(X, Y) = - \sum_{x \in \mathcal{X}} \sum_{y \in \mathcal{Y}} p(x, y) \log p(x, y), \quad (3.2)$$

Se $p(y | x)$ é a probabilidade condicional de que Y assumira um valor y para um dado valor $X = x$, então, nesta condição, a entropia condicional da variável Y pode ser escrita como

$$H(Y | X = x) = -\sum_{y \in \gamma} p(y | x) \log p(y | x), \quad (3.3)$$

A entropia condicional $H(Y | X)$ é então definida como

$$H(Y | X) = \sum_{x \in \chi} p(x) H(Y | X = x) \quad . \quad (3.4)$$

Neste sentido, a equação 3.4 pode ser reescrita como

$$H(Y | X) = -\sum_{x \in \chi} p(x) \sum_{y \in \gamma} p(y | x) \log p(y | x) \quad (3.5)$$

Como $p(x, y) = p(x)p(y|x)$, obtém-se

$$H(Y | X) = -\sum_{x \in \chi} \sum_{y \in \gamma} p(x, y) \log p(y | x) \quad (3.6)$$

e uma expressão que relaciona as entropias conjunta e condicional, conhecida como *regra da cadeia*:

$$H(X, Y) = H(X) + H(Y | X), \quad (3.7)$$

3.2.1.2. Informação Mútua

O conceito de informação mútua está intrinsecamente relacionado ao de entropia relativa, medida de “distância” entre duas distribuições de probabilidade p e q .

A *entropia relativa*, na literatura também denominada de *distância de Kullback-Leibler* entre duas distribuições de probabilidade $p(x)$ e $q(x)$, é definida como

$$D(p || q) = \sum_{x \in \chi} p(x) \log \frac{p(x)}{q(x)} \quad (3.8)$$

Na expressão anterior, os limites $p \log \frac{p}{q} \rightarrow 0$ (se $p \rightarrow 0$, $q \neq 0$) e $p \log \frac{p}{q} \rightarrow \infty$ (se $q \rightarrow 0$, $p \neq 0$), quando implícitos, devem ser considerados. Outrossim, $D(p\|q) \neq D(q\|p)$ e $D(p\|q) \geq 0$. Em particular, se $p = q$ então $D(p\|q) = 0$.

Para a definição de informação mútua, considere duas variáveis aleatórias X e Y com distribuição de probabilidade conjunta $p(x, y)$ e probabilidades marginais $p(x)$ e $p(y)$. A informação mútua $I(X; Y)$ é definida como a entropia relativa entre a distribuição conjunta $p(x, y)$ e o produto das distribuições marginais $p(x)p(y)$. Em termos da distância de Kullback-Leibler, a *informação mútua* é escrita como

$$I(X; Y) = D(p(x, y) \| p(x)p(y)) \quad . \quad (3.9)$$

Logo,

$$I(X; Y) = \sum_{x \in \mathcal{X}} \sum_{y \in \mathcal{Y}} p(x, y) \log \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)} \quad . \quad (3.10)$$

Uma vez que a probabilidade conjunta também se expressa como $p(x, y) = p(y)p(x | y)$, a equação 3.10 pode ser reescrita como:

$$I(X; Y) = \sum_{x, y} p(x, y) \log \frac{p(x | y)}{p(x)} \quad . \quad (3.11)$$

Então o duplo somatório pode ser separado em dois termos

$$I(X; Y) = -\sum_{x, y} p(x, y) \log p(x) + \sum_{x, y} p(x, y) \log p(x | y) \quad . \quad (3.12)$$

Considerando que $p(x) = \sum_y p(x, y)$ e utilizando as expressões (3.1) e (3.6), a equação (3.12) pode ser escrita como

$$I(X; Y) = H(X) - H(X|Y), \quad (3.13)$$

o que permite interpretar a informação mútua como igual à redução na incerteza da variável X devido ao conhecimento da variável Y .

Utilizando a regra da cadeia, a informação mútua pode também ser escrita como

$$I(X; Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y). \quad (3.14)$$

A informação mútua é, portanto, simétrica quanto à troca de suas variáveis: $I(X; Y) = I(Y; X)$. Além disto, de acordo com (3.13), a auto-informação (definida como a informação mútua de uma variável aleatória com ela própria) é igual à entropia desta variável: $I(X; X) = H(X)$.

3.2.2. Entropia de Tsallis

Inspirado por conceitos multifractais, C. Tsallis generalizou a estatística de Boltzman-Gibbs [16], introduzindo a seguinte expressão para a entropia:

$$S_q(X) = \frac{1}{q-1} \left(1 - \sum_{x \in \mathcal{X}} p^q(x) \right). \quad (3.15)$$

O parâmetro q de Tsallis é um número real que caracteriza uma particular estatística. No limite $q \rightarrow 1$, a entropia de Tsallis tende à entropia de Shannon (medida em *nats*), o que pode ser demonstrado utilizando-se a regra de L'Hôpital:

$$\begin{aligned} \lim_{q \rightarrow 1} S_q(X) &= \lim_{q \rightarrow 1} \frac{\frac{\partial}{\partial q} \left(1 - \sum_x p^q(x) \right)}{\frac{\partial}{\partial q} (q-1)} = \lim_{q \rightarrow 1} \left(- \sum_x \frac{\partial}{\partial q} p^q(x) \right) \\ &= \lim_{q \rightarrow 1} \left(- \sum_x p^q(x) \ln p(x) \right) = - \sum_x p(x) \ln p(x) = H(X) \end{aligned}$$

A forma não-logarítmica (não-aditiva ou não-extensiva) de entropia tem se mostrado uma medida útil na descrição de propriedades de sistemas com interações de longo alcance e estruturas (multi) fractais [43].

Na teoria de informação aditiva de Shannon, o conteúdo de informação é definido como $I(p) = -\log p(x)$. Em termos desta quantidade, a entropia é então interpretada como o conteúdo médio de informação, $H(x) = \sum_x p(x)I(p)$.

Adotando-se um conteúdo de informação não-aditivo, a teoria de informação de Shannon pode ser generalizada [43]. Para tal, utiliza-se a função q -logaritmo, definida como

$$\ln_q x = \frac{x^{1-q} - 1}{1 - q} \quad (3.16)$$

que, no limite $q \rightarrow 1$, recai no logaritmo padrão $\ln x$; o cálculo deste limite é também realizado com o emprego da regra de L'Hôpital:

$$\lim_{q \rightarrow 1} \ln_q x = \lim_{q \rightarrow 1} \frac{\frac{\partial}{\partial q} (x^{1-q} - 1)}{\frac{\partial}{\partial q} (1 - q)} = \lim_{q \rightarrow 1} \frac{(-1)x^{1-q} \ln x}{(-1)} = \ln x$$

O conteúdo de informação não-aditivo é então definido como

$$I_q(p) = -\ln_q p(x) \quad (3.17)$$

Para logaritmo neperiano, a unidade de medida de informação é o *nat*.

A entropia generalizada $H_q(X)$ é definida como o q -valor esperado do conteúdo de informação não-aditivo

$$H_q(X) = \frac{\sum_{x \in \mathcal{X}} p^q(x) I_q(p)}{\sum_{x \in \mathcal{X}} p^q(x)} = \frac{-\sum_{x \in \mathcal{X}} p^q(x) \ln_q p(x)}{\sum_{x \in \mathcal{X}} p^q(x)} = \frac{1 - \sum_{x \in \mathcal{X}} p^q(x)}{(q-1) \sum_{x \in \mathcal{X}} p^q(x)} \quad (3.18)$$

e representa uma média deste conteúdo de informação. Nota-se que $H_q(X) = S_q(X) / \sum_x p^q(x)$, pois a normalização por $\sum_x p^q(x)$ é necessária para se preservar a estrutura da equação que define a entropia.

De modo similar a (3.17), os conteúdos de informação não-aditivos *condicional* e *conjunto* são definidos, respectivamente, como:

$$I_q(y | x) = -\ln_q p(y | x) = \frac{p^{1-q}(y | x) - 1}{q - 1}, \quad (3.19)$$

$$I_q(x, y) = -\ln_q p(x, y) = \frac{p^{1-q}(x, y) - 1}{q - 1}. \quad (3.20)$$

As entropias generalizadas *condicionada a x* e *conjunta* são então definidas, respectivamente, como:

$$H_q(Y | x) = \frac{\sum_{y \in \mathcal{Y}} p^q(y | x) I_q(y | x)}{\sum_{y \in \mathcal{Y}} p^q(y | x)} = \frac{1 - \sum_{y \in \mathcal{Y}} p^q(y | x)}{(q - 1) \sum_{y \in \mathcal{Y}} p^q(y | x)}, \quad (3.21)$$

$$H_q(X, Y) = \frac{\sum_{x \in \mathcal{X}, y \in \mathcal{Y}} p^q(x, y) I_q(x, y)}{\sum_{x \in \mathcal{X}, y \in \mathcal{Y}} p^q(x, y)} = \frac{1 - \sum_{x \in \mathcal{X}, y \in \mathcal{Y}} p^q(x, y)}{(q - 1) \sum_{x \in \mathcal{X}, y \in \mathcal{Y}} p^q(x, y)}, \quad (3.22)$$

A entropia generalizada *condicional* $H_q(Y|X)$ é definida através da seguinte expressão:

$$\left\langle \frac{1}{1 + (q - 1)H_q(Y | x)} \right\rangle_q = \frac{1}{1 + (q - 1)H_q(Y | X)}, \quad (3.23)$$

em que $\langle f(x) \rangle_q = \sum_x p^q(x) f(x) / \sum_x p^q(x)$ denota o q -valor esperado de $f(x)$.

A entropia conjunta obedece ao seguinte teorema [43]:

$$H_q(X, Y) = H_q(X) + [1 + (q - 1)H_q(X)]H_q(Y|X), \quad (3.24)$$

A *informação mútua generalizada* é definida como a redução de incerteza de Y devido ao conhecimento de X :

$$I_q(Y; X) = H_q(Y) - H_q(Y|X), \quad (3.25)$$

Com a substituição de $H_q(Y|X)$ dado por (3.24) em (3.25), a informação mútua generalizada é então expressa como:

$$I_q(Y, X) = \frac{H_q(X) + H_q(Y) - H_q(X, Y) + (q-1) H_q(X) H_q(Y)}{1 + (q-1) H_q(X)} \quad (3.26)$$

A informação mútua é não-negativa ($I_q(Y; X) \geq 0$), condição imposta de modo que esta quantidade seja consistente com a informação mútua aditiva usual [43, 44]. No limite $q \rightarrow 1$, $I_q(Y; X)$ converge para a informação mútua usual $I(Y; X) = H(Y) - H(Y|X) = H(X) + H(Y) - H(X, Y)$. Outrossim, a informação mútua generalizada de uma variável aleatória com ela própria é a entropia generalizada $I_q(X; X) = H_q(X)$. Se X e Y são variáveis independentes, então $I_q(Y; X) = 0$.

Capítulo 4

Fractais

4.1. Introdução

O termo “fractal” foi definido por Benoit B. Mandelbrot em 1975 com base no adjetivo Latim “fractus”, que significa irregular, e do verbo “frangere” que significa quebrar em fragmentos irregulares. Segundo Mandelbrot os fractais são formas geométricas complexas e que se enquadram em uma geometria não-euclidiana.

Estudos da geometria dos fractais, como o de Falconer (2003) onde foram abordados os fundamentos matemáticos dos fractais e suas aplicações, mostram a capacidade destas formas geométricas para a representação de objetos naturais [45].

Os fractais podem ser formados a partir de um processo de repetição contínua de uma forma padrão (fractais geométricos) ou a partir de regras aleatórias (fractais aleatórios).

Os fractais podem ser diferenciados a partir de três características, a auto-similaridade, a complexidade infinita e sua dimensão. A auto-similaridade está relacionada à simetria dos fractais em relação à variação da escala. De acordo com esta propriedade, uma réplica da forma geométrica total do fractal pode ser vista em pequenas porções do fractal, em diversos fatores de escala.

A complexidade infinita está ligada à característica de formação dos fractais que podem ter um número infinito de iterações. As regras de formação do fractal são aplicadas infinitamente.

A dimensão de um fractal é uma medida que não necessariamente retorna um valor inteiro, o que se deve ao fato de os fractais possuírem uma geometria não euclidiana.

As regras de formação dos fractais e suas características são os pontos fortes para a sua utilização na representação de imagens naturais. O comportamento destas formas, quando submetidas a processos reais, é uma área de pesquisa que também

tem sido explorada [28], sendo o motivo principal para a sua aplicação neste trabalho. Por isso, a comparação das métricas de corregristo foi realizada utilizando-se imagens de fractais. Assim, neste capítulo serão apresentados inicialmente exemplos de fractais incluindo-se o conjunto de Julia (alvo deste trabalho).

Nos estudos 4 e 5, que serão descritos posteriormente no capítulo 5 (“Imagens e Métodos”) as imagens fractais foram classificadas utilizando-se o conceito de dimensão fractal, sendo o cálculo de dimensão fractal baseado no método de “Box Counting”. Estes serão os próximos assuntos abordados após a apresentação dos exemplos de fractais.

Neste capítulo, nas seções 4.2 e 4.3, serão mostrados exemplos de fractais incluindo-se o conjunto de Julia; na seção 4.4 será abordado o conceito de dimensão fractal e, na seção 4.5, o método de “Box Counting”.

4.2. Fractais Geométricos

4.2.1. Conjunto de Cantor Ternário

O fractal do conjunto de Cantor Ternário é originado a partir de um segmento de linha. A cada iteração, retira-se $1/3$ do segmento inicial, de modo que a porção retirada corresponda ao segmento central. Assim, apenas os segmentos laterais permanecem [46]. A Figura 5 ilustra este processo.

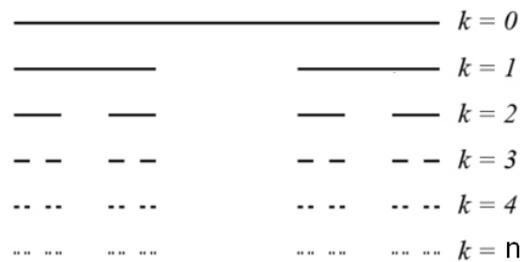


Figura 5 – Conjunto de Cantor Ternário para k variando de 0 a 4 [47].

O conjunto de Cantor possui auto-similaridade, no sentido de que os objetos gerados a cada passo possuem a mesma forma do objeto no passo anterior [48]. O processo de formação do conjunto de Cantor começa com um iniciador de comprimento unitário. O primeiro passo originará dois segmentos, cada qual com $1/3$ do

comprimento do iniciador. No passo seguinte, estes segmentos serão divididos formando-se quatro segmentos, cada qual com tamanho de $1/9$ do gerador. Este processo de divisão ocorre infinitamente.

O comprimento total dos segmentos tenderá a zero conforme o número de passos tender a infinito. Isto ocorre devido à redução de $1/3$ do objeto gerado no passo anterior. Neste caso, o objeto final terá sempre $2/3$ do comprimento do objeto gerador. No k -ésimo passo, o comprimento total será $(2/3)^k$. Logo, $k \rightarrow \infty \Rightarrow (2/3)^\infty \rightarrow 0$.

4.2.2. Carpete e Triângulo de Sierpinski

O Carpete de Sierpinski originou-se do conjunto de Cantor [49] e tem a forma de um quadrado perfurado, estando, pois, no espaço bidimensional. A formação deste tipo de fractal inicia-se com um quadrado totalmente preenchido. Em seguida, este quadrado é dividido em 9 quadrados de mesmo tamanho, retirando-se o quadrado central. A cada passo, este procedimento é repetido para os quadrados não retirados, conforme ilustra a Figura 6. Este processo é realizado infinitamente. Como partes da forma geométrica estão sempre sendo removidas, após infinitas iterações, o valor da área total do quadrado restante tenderá a zero. Portanto, considerando-se que, no k -ésimo passo, o número de quadrados restantes será $N_k = 8^k$ e que o comprimento lateral de cada quadrado será $L_k = 3^{-k}$, a área total dos quadrados será dada por $A_k = N_k L_k^2$, ou seja:

$$A_k = \left(\frac{8}{9}\right)^k, \quad (4.1)$$

Para caracterizar uma forma geométrica fractal, utiliza-se o conceito de dimensão fractal, que será explicado na seção 4.5. Uma dimensão fractal muito utilizada nesta classificação é a Dimensão de Hausdorff. Para o carpete de Sierpinski, a Dimensão de Hausdorff é dada por $d = \log(8)/\log(3) \approx 1,8928$.

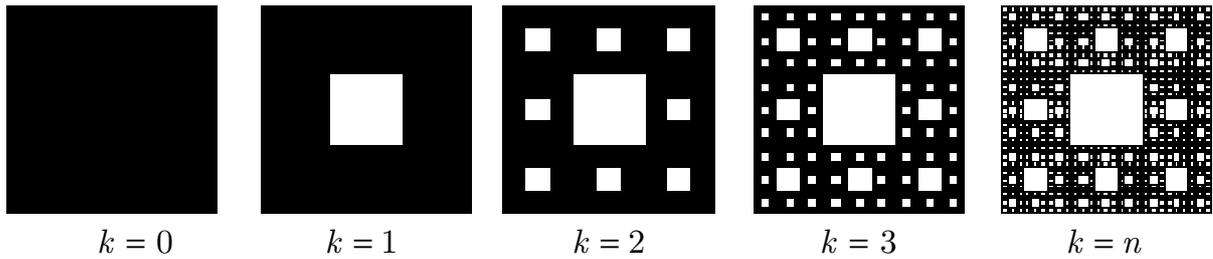


Figura 6 – Carpete de Sierpinski para k de 0 a 3 [50].

O Triângulo de Sierpinski é um fractal que pode ser gerado seguindo-se o mesmo tipo de regra adotada para se gerar o Carpete de Sierpinski, com a diferença de que o objeto inicial é um triângulo. Em cada passo, divide-se o triângulo em quatro triângulos menores e iguais, retirando-se o triângulo central (ver Figura 7). Portanto, a área de cada novo triângulo gerado será reduzida a $3/4$ da área do triângulo anterior. Então, no k -ésimo passo, o número de triângulos será $N_k = 3^k$, o lado do k -ésimo triângulo gerado será $L_k = 2^{-k}$ e a área total dos triângulos restantes será dada por $A_k = \frac{\sqrt{3}}{4} L_k^2 N_k$, ou seja:

$$A_k = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{3}{4}\right)^k \quad (4.2)$$

Para o triângulo de Sierpinski, a Dimensão de Hausdorff é dada por $d = \log(3)/\log(2) \approx 1,5850$.

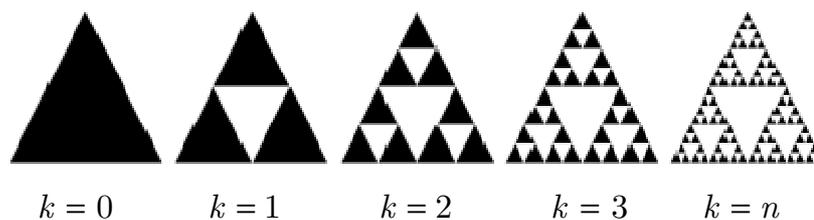


Figura 7 – Triângulo de Sierpinski para k de 0 a 3 [51].

4.3. Fractais Aleatórios

4.3.1. Agregação por Difusão Limitada

Os fractais formados a partir do processo de Agregação por Difusão Limitada (DLA) foram descritos primeiramente por Witten e Sander no ano de 1983 [52]. Neste

processo, uma partícula inicia uma caminhada aleatória sobre uma região circular a partir de um ponto aleatório, sendo refletida ao interceptar o perímetro do círculo. Ao atingir um sítio vizinho ao centro do círculo, a partícula se liga a este dando início a um aglomerado. Em seguida, uma nova partícula realiza, do mesmo modo, uma caminhada aleatória até se ligar ao aglomerado preexistente. O processo assim continua, formando agregados de partículas.

Esta característica permite que a forma geométrica deste tipo de fractal represente alguns fenômenos físicos e químicos reais, como a descarga elétrica e a deposição de materiais. A Figura 8 ilustra aglomerados que representam a descarga elétrica e a eletrodeposição.

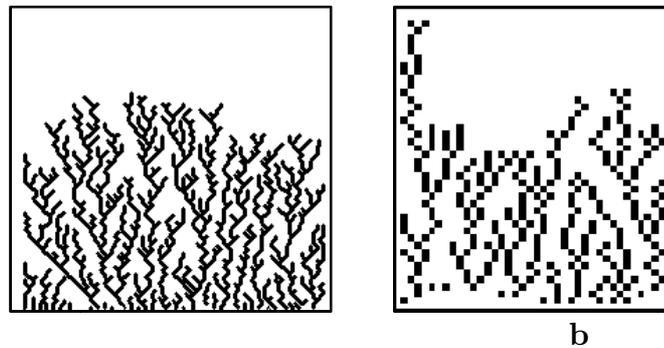


Figura 8 – Fractais obtidos pelo processo de Agregação por Difusão Limitada [53].

4.4. Conjunto de Julia

O conjunto de fractais de Julia é um dos mais conhecidos na literatura e tem sido utilizado na representação de objetos naturais, de sistemas biológicos, na manipulação de dados de imagens, e outras aplicações [54, 55, 56]. As formas geométricas desse conjunto são formadas no plano complexo a partir de polinômios quadráticos. O conjunto de Julia pode ser obtido a partir da função complexa

$$f(z) = z^2 + c, \quad (4.3)$$

em que $z = x + iy$ é uma variável complexa (com x e y reais) e $c = a + ib$ é uma constante complexa (com a e b reais). O conjunto de Julia pode apresentar infinitas variações de formas geométricas.

Para gerar um fractal do conjunto de Julia, é necessário realizar um processo iterativo onde os números complexos obtidos com o cálculo de $f(z)$ sejam reintroduzidos no valor de z . Deste modo, o processo iterativo pode ser expresso pela equação

$$z_{n+1} = z_n^2 + c, \quad (4.4)$$

em que o índice n é um número natural que indica o passo do processo.

Considerando que $z_n = x_n + iy_n$, o termo z_{n+1} pode ser escrito em termos de suas partes real e imaginária

$$z_{n+1} = (x_n + i y_n)^2 + (a + i b) = x_n^2 - y_n^2 + a + i (2x_n y_n + b) \quad (4.5)$$

Deste modo, o mapa complexo pode ser expresso como:

$$x_{n+1} = x_n^2 - y_n^2 + a \quad (4.6)$$

$$y_{n+1} = 2x_n y_n + b \quad (4.7)$$

As constantes reais a e b controlam a região de contorno do fractal, dependendo dos valores escolhidos. O contorno poderá atuar como um atrator ($|z| < 1$) se os pontos do plano complexo se aproximarem da região de contorno ou como um repulsor ($|z| > 1$), se os pontos se distanciarem da região de contorno. Esta situação pode ser representada encontrando-se a raiz quadrada de z_n^2 :

$$z_n = \pm \sqrt{z_{n+1} - c} \quad (4.8)$$

Então, separando-se os termos real e imaginário da eq. 4.8, o mapa complexo é expresso como:

$$x_n = \pm \sqrt{\frac{x_{n+1} - a}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(x_{n+1} - a)^2 + (y_{n+1} - b)^2}}, \quad (4.9)$$

$$y_n = \frac{y_{n+1} - b}{2x_n}. \quad (4.10)$$

De forma geral, os pontos atraídos e repelidos são expressos como

$$z = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 - 4c} \quad (4.11)$$

Uma descrição simples de um algoritmo para gerar um fractal do conjunto de Julia seria:

Defina a variável complexa c

Defina a variável de iteração n

Defina a variável de limite de iteração n_limite

Defina a variável complexa z

Defina as variáveis de visualização da região quadrada do plano complexo

Escolha os valores real e imaginário de c

Escolha um valor de limite de iterações (n_limite)

Repita para cada ponto (x, y) dentro da área de visualização do plano complexo

Atualize o valor de z ($z = x + iy$)

Selecione o valor de n ($n = 0$)

Enquanto $n < n_limite$ e $|z| < 2$ faça

 Atualize z ($z = z^2 + c$)

 Incremente n

Fim Enquanto

Se $|z| < 2$ o ponto está localizado na parte interna da região de contorno, então selecione o pixel (x, y) com o esquema de cores para a região interna

Se não

 o ponto está localizado na parte externa da região de contorno, então selecione o pixel (x, y) com o esquema de cores para a região externa

Fim Repita

Para imagens binárias a função “Se não” poderia ser retirada, pois neste caso os pontos localizados na parte externa da região de contorno podem ser brancos enquanto que os da parte interna podem ser pretos.

A Figura 9 apresenta exemplos de figuras de fractais do conjunto de Julia para diversos valores de c .

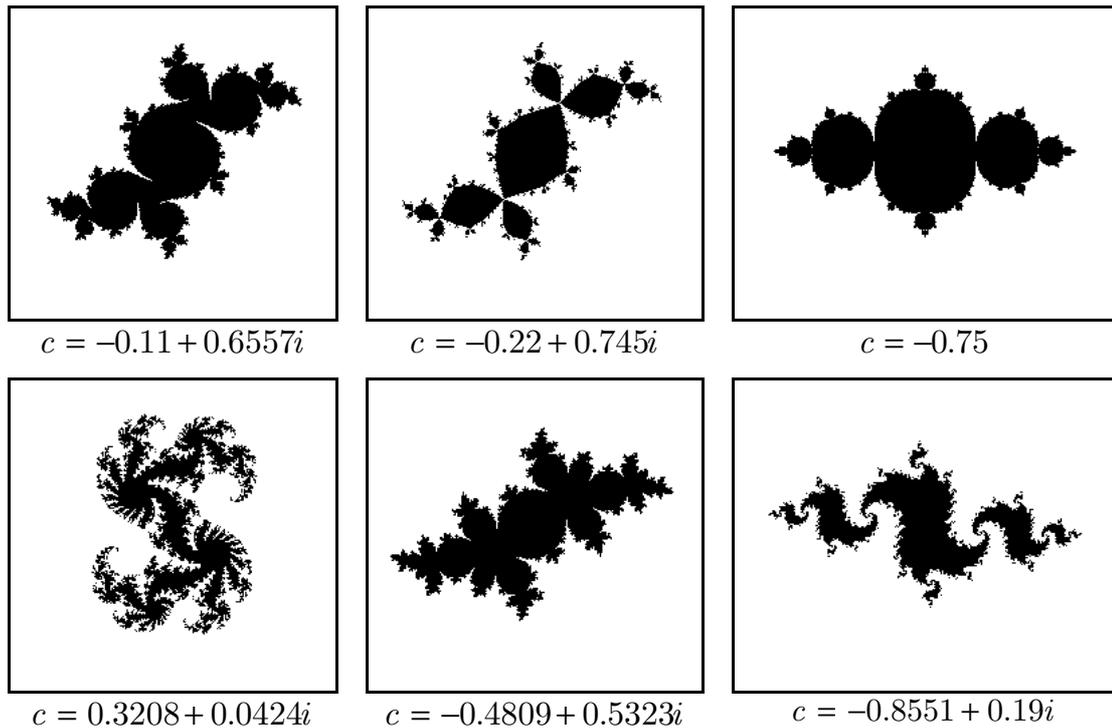


Figura 9 – Exemplos de conjunto de Julia para diferentes valores de C [57].

4.5. Dimensão Fractal

A formação de estruturas fractais não segue a geometria Euclidiana. Portanto, para a classificação de uma forma geométrica deste tipo, é necessário definir uma medida que caracterize os padrões fractais. Para tal, definem-se medidas de dimensão fractal. Uma das dimensões utilizadas para classificação de fractais é a Dimensão de Hausdorff [58]. Um método muito utilizado para se obter uma estimativa próxima à de Dimensão de Hausdorff é o denominado “Box-Counting”. Estes conceitos serão descritos nas seções 4.5.1 e 4.5.2.

4.5.1. Dimensão de Hausdorff

A origem do conceito de Dimensão Fractal está ligada o trabalho desenvolvido pelo matemático Felix Hausdorff em 1918 [58]. Sua definição, para o que se tornou posteriormente conhecida como Dimensão de Hausdorff (D_H), generaliza o conceito de dimensão de um espaço vetorial real. Por exemplo, $D_H = 0$ para um ponto, $D_H = 1$ para uma linha, $D_H = 2$ para um plano, etc. Objetos geométricos com formas mais complexas, tais como os fractais, apresentam Dimensão de Hausdorff não inteira. Entretanto, embora a Dimensão de Hausdorff apresente muitas propriedades matemáticas interessantes, é muito difícil de calculá-la exatamente em muitos exemplos. Para uma definição matematicamente rigorosa desta dimensão, o leitor poderá consultar a referência [61].

Um modo simplificado, contudo, de se obter uma Dimensão Fractal D no espaço tridimensional é considerar o número mínimo N de bolas de raio r para cobrir toda a estrutura fractal. No limite em que o raio r se aproxima de zero, o número N aumenta de acordo com a lei de potência

$$N(r) \sim \frac{1}{r^D} , \quad (4.12)$$

de modo que a Dimensão Fractal D pode ser calculada como

$$D = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log N}{\log(1/r)} . \quad (4.13)$$

Neste raciocínio, alternativamente é possível considerar cubos de aresta r (ou ainda objetos semelhantes) ao invés de bolas. Para fractais bidimensionais, considera-se círculos de raio r ou, de modo alternativo, quadrados de lado r .

No limite em que $r \rightarrow 0$ e, portanto, $N \rightarrow \infty$, o produto Nr^D deve ser um número finito e não nulo. Se a dimensão D fosse ligeiramente alterada, então tal produto tenderia para zero ou para infinito. Este raciocínio é a base para a definição da Dimensão de Hausdorff. Deveras, a dimensão fractal D assim definida é mais fácil de ser calculada e se constitui num limite superior da Dimensão de Hausdorff, $D_H \leq D$ [59].

Em muitas aplicações científicas, para determinação numérica de (4.13) utiliza-se o método de “Box Counting”, que será descrito na próxima seção. Apesar de as Dimensões de Hausdorff e de “Box Counting” não coincidirem necessariamente [45], elas podem ser iguais para vários fractais clássicos tais como o conjunto de Cantor e carpete de Sierpinski.

Fractais estritamente auto-similares (tais como o Conjunto de Cantor e o Carpete e Triângulo de Sierpinski) podem ser formados dividindo-se cada uma de suas medidas lineares em n partes iguais, a cada iteração, conforme explicado na seção 4.2. Ou seja, o fator s de redução de comprimento é dado $s = 1/n$. Se N é o número de partes do fractal geradas a cada iteração, fractais auto-similares obedecem à lei de potência $N \sim n^{D_s} \sim (1/s)^{D_s}$, em que D_s é conhecida como dimensão de similaridade [45, 59, 61]. Para estes fractais auto-similares, sabe-se que a Dimensão de Hausdorff se iguala à dimensão de similaridade [45], as quais podem ser expressas como

$$D_H = D_s = \frac{\log N}{\log(1/s)}. \quad (4.14)$$

Como exemplo de cálculo da Dimensão de Hausdorff em um fractal auto-similar, considere o carpete de Sierpinski, formado a partir de um quadrado. Em cada iteração, cada lado do quadrado é dividido em $n = 3$ partes iguais, com fator de redução $s = 1/n = 1/3$ sendo gerados 9 quadrados idênticos. Como o quadrado central é removido, restam $N = 8$ partes do fractal. Portanto, a Dimensão de Hausdorff desse conjunto será $D_H = D_s = \log(N)/\log(n) = \log(8)/\log(3) = 1.8928$.

4.5.2. “Box Counting”

O “Box Counting” é um método para se estimar a Dimensão Fractal a partir da contagem de caixas que cobrem uma forma geométrica. O objeto é colocado sobre uma grade quadriculada, contando-se então o número de pequenos quadrados (caixas) que o objeto consegue preencher [60].

O método de determinação da dimensão consiste na aplicação de grades de diversos tamanhos sobre a imagem do fractal, até que seja possível obter um número mínimo N de quadrados de lado L para se cobrir totalmente o fractal. Após a repe-

tição deste processo, para diversos tamanhos L , constrói-se então um gráfico de N versus L em escala log-log. Se o objeto fractal for uma linha, então $N \propto 1/L$; se o objeto for superficial, então $N \propto 1/L^2$. Este método permite determinar numericamente a dimensão expressa em (4.13) para $r = L$. O resultado assim obtido é conhecido como Dimensão Fractal de “Box Counting” (D_{BC}).

A Figura 10 mostra um exemplo de procedimento para a implementação do método de contagem de caixas no fractal Triângulo de Sierpinski.

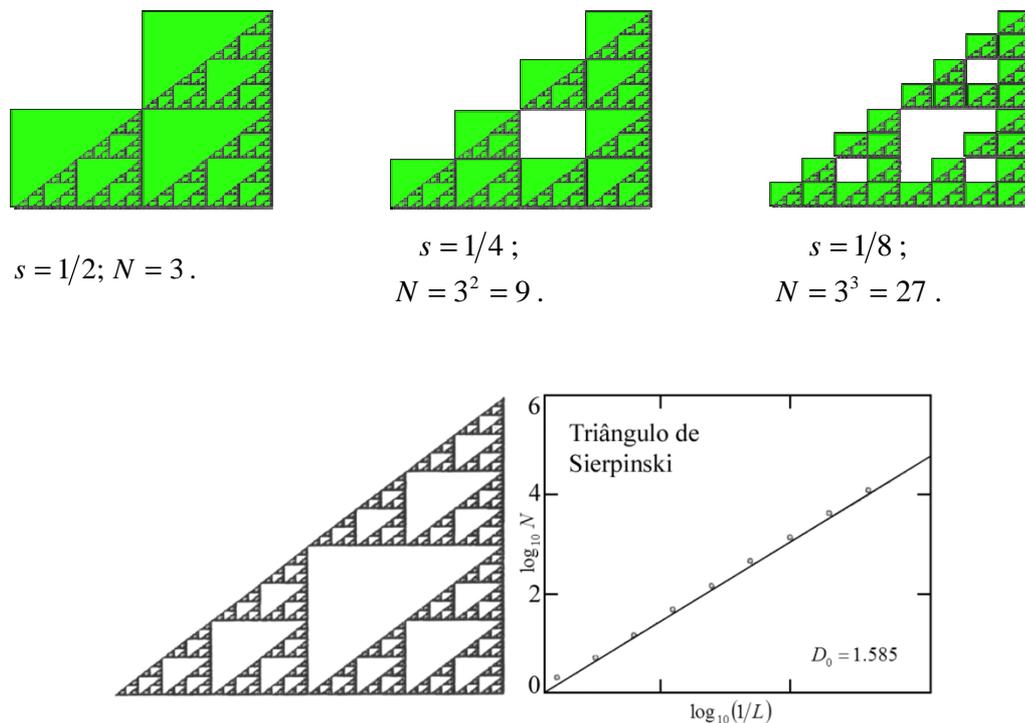


Figura 10 – Exemplo de “Box Counting” para o Triângulo de Sierpinski [61].

Para este método, a área total A coberta pelos quadrados é dada por

$$A(L) = N \cdot L^2 \propto L^{-D_{BC}} L^2 \propto L^{2-D_{BC}}, \quad (4.15)$$

de modo que a inclinação α do gráfico de $\log A$ versus $\log L$ (conhecido como gráfico de Richardson-Mandelbrot) também está relacionada com a Dimensão de “Box Counting”

$$2 - D_{BC} = \alpha = \frac{\Delta \log A}{\Delta \log L} \Rightarrow D_{BC} = 2 - \alpha . \quad (4.16)$$

O método padrão do “Box Counting” se aplica em imagens binárias, de modo que os pixels que constituem a estrutura fractal são monocromáticos. Isto representa uma limitação para aplicação deste método em imagens que não são binárias, como no caso das coloridas ou em tons de cinza.

“Box Counting 2D”

Para tratar de imagens em tons de cinza, existe uma variação do método, denominada “Box Counting 2D”. O procedimento envolve a análise das regiões de pixels para quadrados de tamanho L [62]. Os quadrados são deslocados pixel a pixel através da imagem, da esquerda para direita e de cima para baixo.

Para imagens binárias, o número N de quadrados contendo parte do fractal após a varredura será aproximadamente igual à área A coberta pela grade. Portanto, de modo análogo à expressão (4.16), a inclinação α do gráfico de $\log N$ versus $\log L$ (também conhecido como gráfico de Richardson-Mandelbrot) está relacionada à Dimensão de “Box Counting 2D” (D_{2D}):

$$2 - D_{2D} = \alpha = \frac{\Delta \log A}{\Delta \log L} \approx \frac{\Delta \log N}{\Delta \log L} \Rightarrow D_{2D} = 2 - \alpha . \quad (4.17)$$

Para imagens em tons de cinza, o método para o cálculo da Dimensão de “Box Counting 2D” apresenta uma variação em relação ao procedimento anteriormente descrito. Neste caso, os valores das intensidades dos tons de cinza são considerados no cálculo. Para cada quadrado de tamanho L , as intensidades máxima e mínima dos tons de cinza presentes são associadas ao pixel central, respectivamente; em seguida, considera-se a diferença, em volume, entre as intensidades máxima e mínima em função da posição do pixel da imagem. Após a varredura, obtém-se o volume V correspondente ao tamanho L considerado. O volume segue a lei de potência

$$V(L) \sim L^\beta , \quad (4.18)$$

em que o expoente β pode ser determinado através do coeficiente angular do gráfico de Richardson-Mandelbrot para $\log V$ versus $\log L$. Deveras, verifica-se que o comportamento linear do gráfico dilogarítmico para imagens em tons de cinza é muito melhor do que para imagens binárias.

A dimensão de “Box Counting 2D” é então calculada como

$$D_{2D} = 3 - \frac{\beta}{2}. \quad (4.19)$$

Capítulo 5

Imagens e Métodos

5.1. Introdução

Neste trabalho foi proposto o desenvolvimento de um algoritmo para corregristo de imagens baseado na informação mútua generalizada como medida de quantificação do grau de similaridade das imagens. Para o desenvolvimento do algoritmo utilizou-se o SDK³ do ITK (“Insight Development Toolkit”). Para as simulações do algoritmo desenvolvido com o ITK, utilizou-se 24 imagens de fractais do conjunto de Julia (12 binárias e 12 em tons de cinza), as imagens binárias dos fractais Árvore, triângulo de Sierpinski, Caixa, e “Cantor Dust” e uma imagem Cerebral em tons de cinza disponibilizada pelo ITK.

A análise do resultado do processo de corregristo dos algoritmos foi realizada utilizando-se medidas de erro de alinhamento e de performance de iterações. Para isto, neste trabalho foram propostas três novas medidas de erro de alinhamento para corregristo de imagens submetidas a translação, rotação e transformação por fator de escala (escala proporcional). Para o estudo da performance analisou-se o número de iterações realizadas durante o corregristo para obtenção do melhor alinhamento.

A seguir serão descritos o ITK (seção 5.2), a base de dados de imagens (seção 5.3), os experimentos realizados (seção 5.4) e as novas medidas de erro de alinhamento propostas (seção 5.5).

5.2. ITK

O algoritmo de corregristo do ITK é composto por seis elementos: as imagens fonte e alvo, a métrica de similaridade, o otimizador, a transformação e o interpolador.

³ SDK é uma abreviação dos termos “Software Development Kit” que significa Kit de Desenvolvimento de Software ou Kit de Desenvolvimento de Aplicativos.

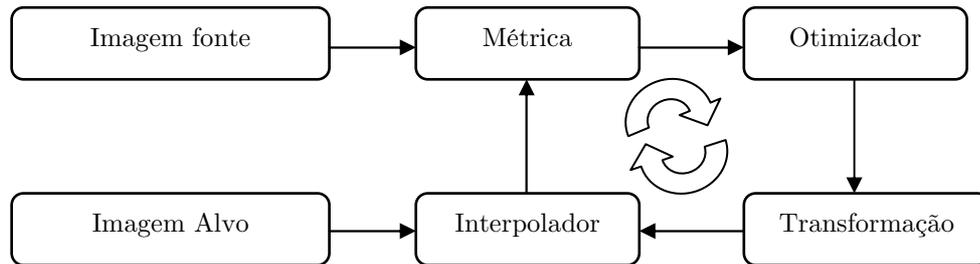


Figura 11 – Algoritmo de correção de registro do ITK.

Os elementos métrica, interpolador, otimizador e transformação integram o ciclo principal do processo de correção de registro, sendo estas etapas repetidas até que dois valores definidos previamente sejam atingidos, estes valores são a precisão da métrica de similaridade ou o número máximo de iterações.

O ITK possui diversos arquivos códigos fonte, devido a isto o processo de programação consiste na interligação destes arquivos criando-se as classes relacionadas a cada objeto. A maioria dos parâmetros pode ser alterado utilizando-se instruções do tipo *Set()* e o correção de registro iniciado através da instrução *StartRegistration()*. Isto simplifica o processo de programação quando a ideia é utilizar somente os arquivos fornecidos pelo ITK, mas dificulta a implementação de um novo código fonte para a interação com o que já está pronto.

Outra grande vantagem do ITK são as imagens fornecidas para o teste dos códigos fonte. Além disso, o ITK foi desenvolvido com código aberto, por isso pesquisadores e colaboradores têm disponibilizado os códigos desenvolvidos e suas bibliotecas livremente na internet através da página da Kitware.

A Kitware disponibilizou um guia técnico que especifica o processo de programação do código fonte do ITK e que pode ser encontrado no site da Kitware (www.itk.org) ou impresso. Para a versão impressa consulte a referência [63].

5.3. Imagens utilizadas no Correção de Registro

Neste trabalho foram utilizadas imagens fractais e uma imagem cerebral obtida no pacote de desenvolvimento do ITK. No caso das imagens fractais desenvolveu-se um programa computacional para ambiente Windows que com base em parâmetros pré-

estabelecidos consegue fornecer imagens do Conjunto de Julia e do conjunto de Mandelbrot.

Para os experimentos foram utilizadas imagens com tamanho de 600 pixels x 600 pixels, com resolução de 8 bits de intensidade em tons de cinza e em binário. A imagem cerebral foi obtida no pacote do ITK, onde podem ser encontradas diversas imagens de teste que são disponibilizadas justamente para o teste dos algoritmos de coregistro do ITK.

As *imagens em binário utilizadas* foram os fractais: Triângulo de Sierpinski, Árvore, “Cantor Dust”, Caixa e Julia1 a Julia12. As imagens do conjunto de Julia foram obtidas com base em um programa computacional desenvolvido neste trabalho. As outras imagens foram obtidas utilizando-se aplicativos da “Wolfram Research Company”.

As *imagens em tons de cinza utilizadas* foram: “BrainProtonSSD” e Julia1 a 12. As imagens de Julia1 a Julia12 são os equivalentes em tons de cinza para as imagens em binário com estes mesmos nomes, a imagem “BrainProtonSSD” foi obtida na biblioteca de imagens do pacote de desenvolvimento do ITK.

A seguir são mostradas as miniaturas das imagens utilizadas neste trabalho.

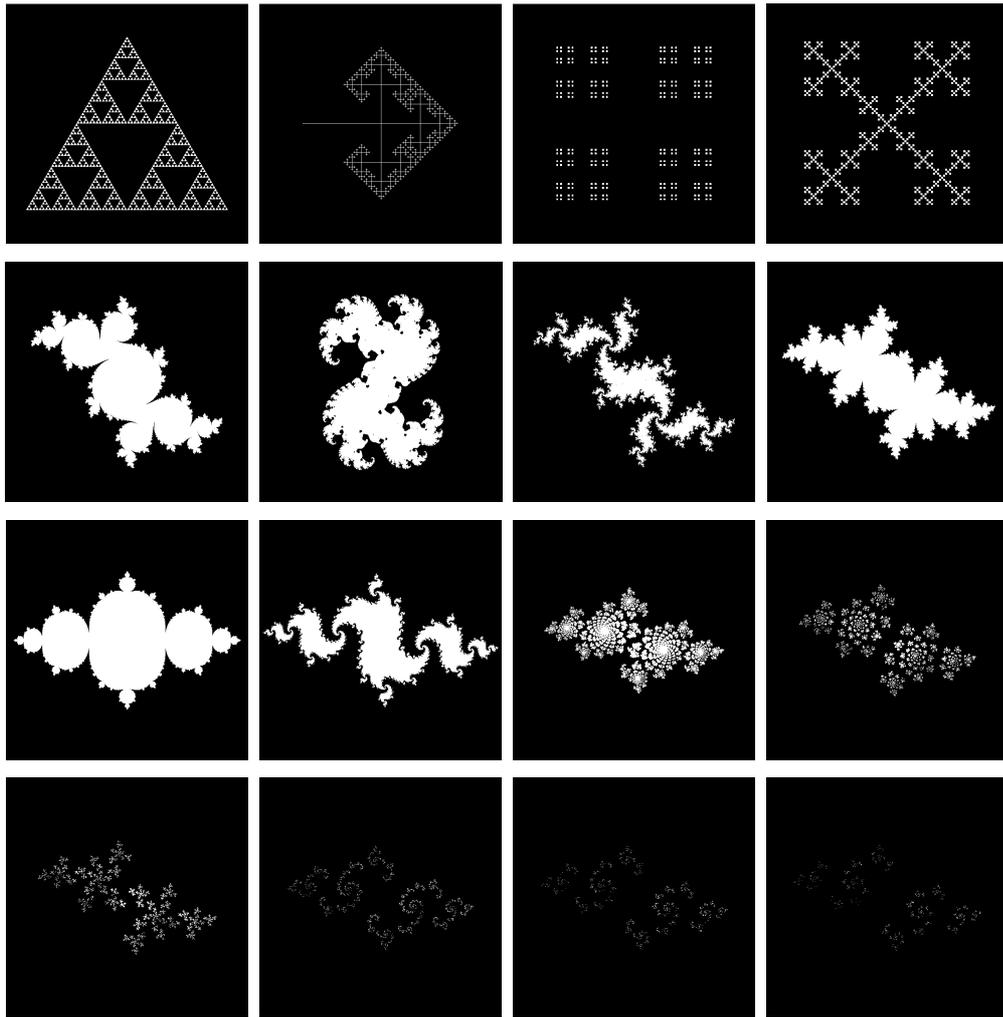


Figura 12 – Miniaturas das imagens binárias utilizadas neste trabalho.

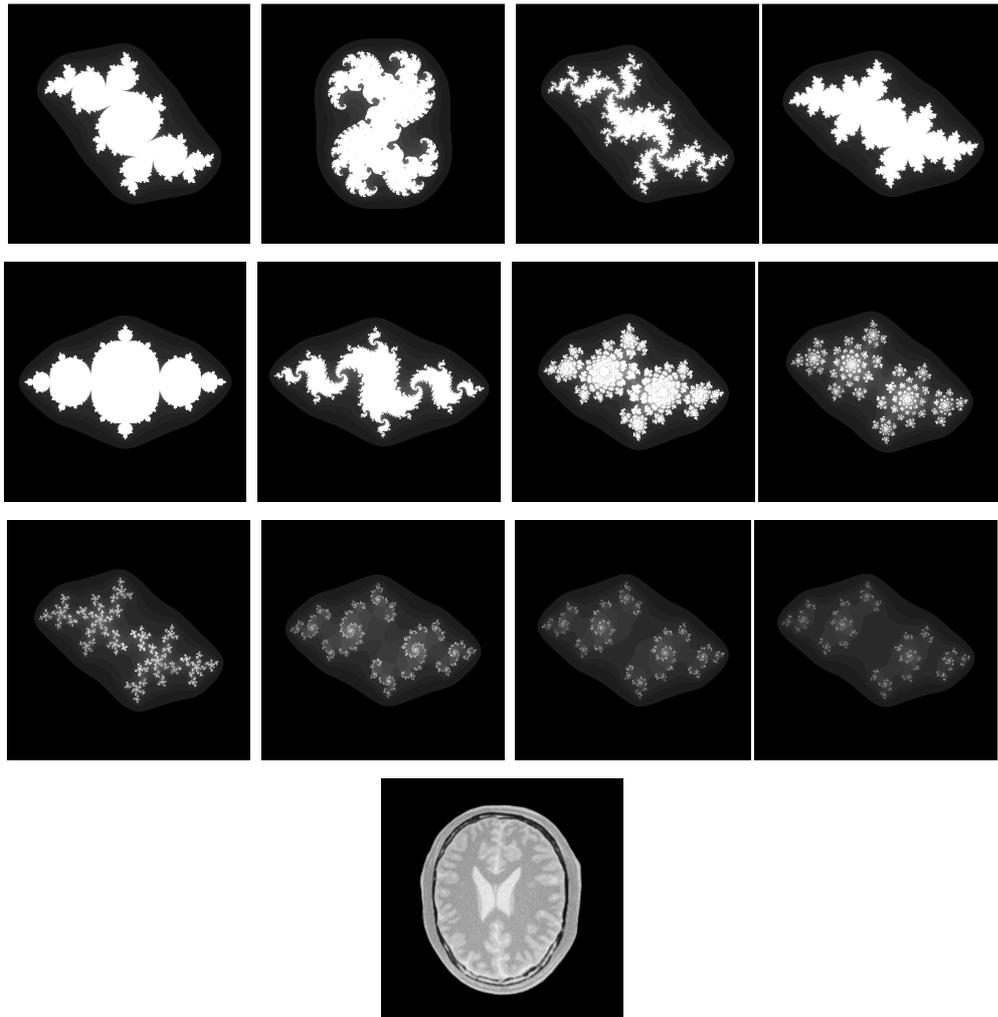


Figura 13 – Miniaturas das imagens em tons de cinza utilizadas neste trabalho.

5.4. Procedimento Experimental

Para a realização das simulações neste trabalho foi necessário o desenvolvimento de programas computacionais para ambiente Windows[®] com as funções de gerar os scripts da simulação, para organizar a estrutura dos arquivos de scripts e das imagens fonte e alvo, para coordenar o processo de simulação e para organizar os resultados das simulações e aplicar a análise estatística.

Esses programas foram essenciais para o processo de simulação sendo um grande diferencial por possibilitar o cumprimento do cronograma de pesquisa proposto sem que o prazo para sua execução fosse ultrapassado. Apesar de sua importância, a descrição destes programas neste trabalho resultaria em uma quantidade muito grande de informações tornando a escrita desta tese muito extensa. Desta forma, serão mos-

tradas apenas as telas destes programas e, caso seja necessário, para a obtenção de mais informações estamos à disposição para maiores esclarecimentos.

Assim, nas Figuras 14 a 16 são mostradas imagens das telas dos programas necessários para a execução do processo de simulação.

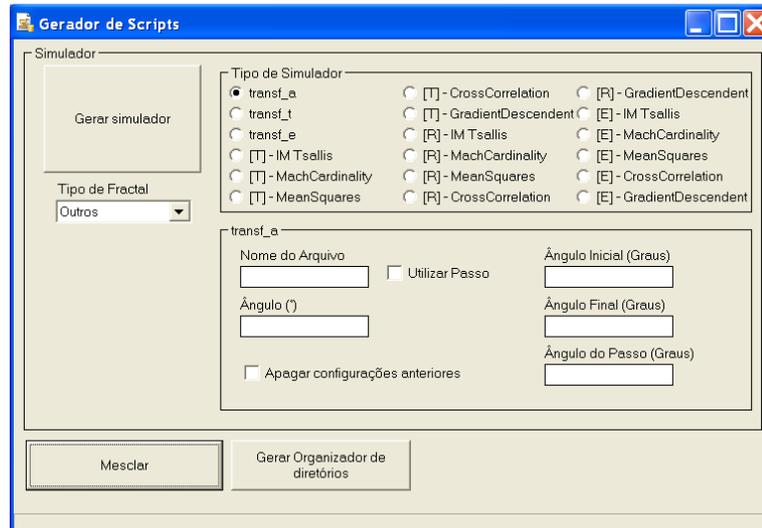


Figura 14 – Imagem da tela do programa para a criação dos scripts.

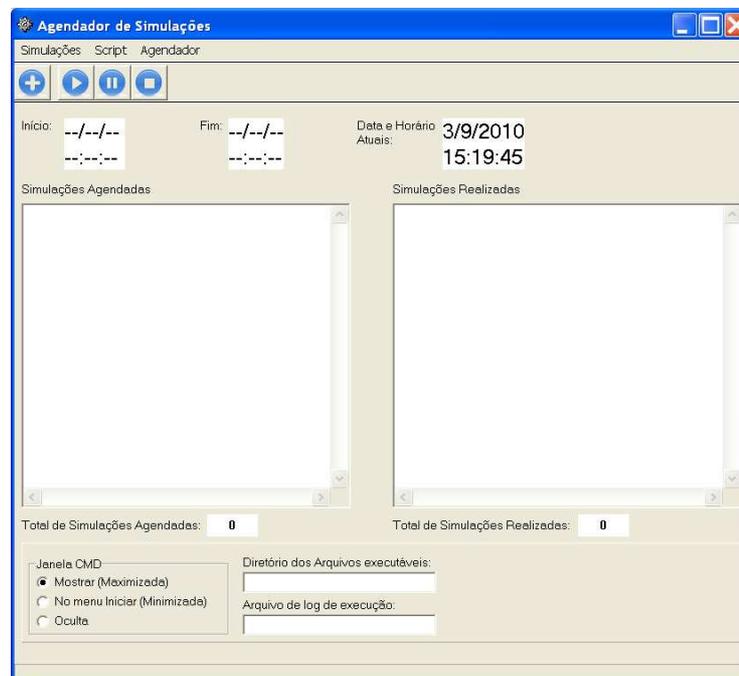


Figura 15 – Imagem da tela do programa para controle das simulações de correigistro.

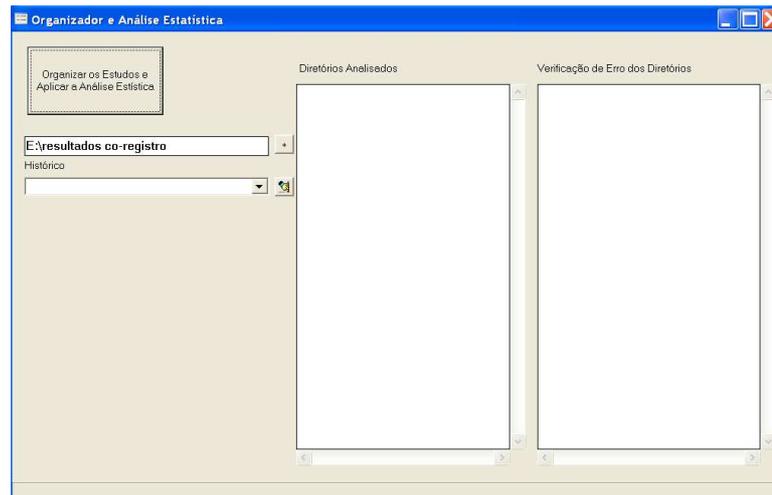


Figura 16 – Imagem da tela do programa para organização dos resultados e aplicação da análise estatística.

De forma geral o processo de execução das simulações foi realizado respeitando-se os seguintes passos:

1. *Definição do tipo de correregistro;*
 - a. Tipo de transformação: Translação, Rotação ou Escala;
 - b. Variação do Parâmetro da Transformação: na translação os deslocamentos em x e y, na rotação o ângulo de rotação e na escala o fator de escala;
 - c. Tipo de métrica: Média dos Quadrados, Gradiente Descendente, Cardinalidade, Coeficiente de Correlação ou Informação Mútua de Shannon ou Tsallis
 - d. Faixa de variação do parâmetro q: 0 a 2 com incrementos de 0.05;
2. *Preparação dos scripts para a obtenção das imagens alvo utilizando-se a definição da variação do parâmetro de transformação (item 1.b) e para organização e a execução do correregistro (Figura 14);*
3. *Execução dos scripts para a obtenção das imagens alvo e para a organização do correregistro: separação das imagens fonte e alvo em pastas para estruturar a obtenção dos resultados do correregistro (Figuras 14 e 15);*
4. *Execução dos scripts para simulação do correregistro (Figura 15);*
5. *Aplicação da análise estatística (Figura 16);*
6. *Criação dos gráficos dos resultados do processo de simulação de correregistro;*

Para cada simulação de correção foi necessária a aplicação de uma transformação, devido a isso o número total de transformações realizadas foi maior que 70.000.

A seguir será descrito o processo de preparação das imagens para os experimentos dos algoritmos de correção (5.4.1) e, em seguida, os experimentos realizados (5.4.2).

5.4.1. Preparação das imagens para os experimentos

Na transformação de translação, para obtenção de uma imagem alvo, cada imagem fonte sofre um deslocamento definido pelo vetor

$$\vec{r} = \Delta x \vec{i} + \Delta y \vec{j}, \quad (6.1)$$

em que \vec{i} e \vec{j} são versores apontando nas direções x e y , respectivamente, enquanto Δx e Δy são as componentes horizontal e vertical do vetor.

Em coordenadas polares, tal deslocamento pode ser definido pelo raio $R = |\vec{r}|$ e pelo ângulo α que o vetor \vec{r} forma com o versor \vec{i} . Portanto

$$\begin{aligned} \Delta x &= R \cos \alpha \\ \Delta y &= R \sin \alpha \end{aligned} \quad (6.2)$$

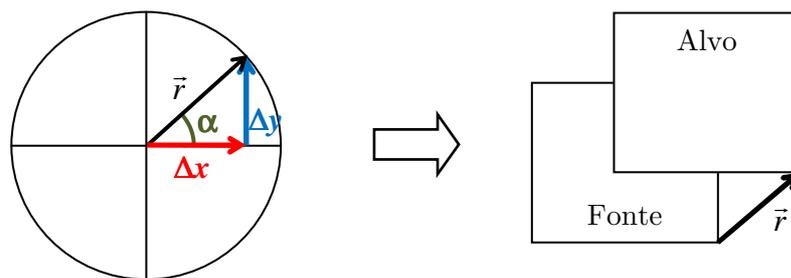


Figura 17 – Transformação de translação expressa pelo vetor deslocamento $\vec{r} = \Delta x \vec{i} + \Delta y \vec{j}$.

Para estimação estatística do erro de alinhamento, várias imagens alvo foram geradas e co-registradas. Na transformação de translação, as imagens alvo foram geradas utilizando-se um deslocamento de mesma magnitude $R = 21.4009$, com ângulos α iguais a $5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, \dots, 355^\circ$. Considerando-se as imagens utilizadas (de 600×600 pixels)

e a área varrida pelas mesmas durante o corregristo, verificou-se que o valor de R assim fixado permitiu um corregristo sem interrupções.

Na transformação de rotação, cada imagem fonte é submetida a uma rotação de um ângulo θ em torno de seu centro, no sentido anti-horário. Para estimação estatística do erro de alinhamento, foram aplicadas transformações com ângulos θ iguais 1° , 2° , 3° , ..., 45° . A imagem a seguir ilustra o processo de transformação da imagem fonte para a obtenção das imagens alvo.

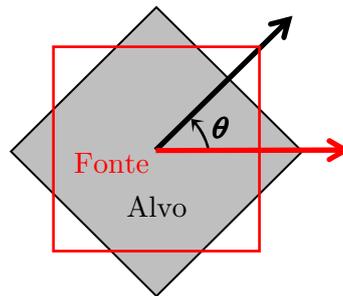


Figura 18 – Ilustração do processo de transformação de rotação da imagem fonte para a obtenção da imagem alvo.

Na transformação de escala, o comprimento horizontal L_x de uma imagem e seu comprimento vertical L_y são ampliados (ou reduzidos) pelos fatores de escala f_x e f_y , respectivamente. Nas simulações de corregristo realizadas, adotou-se $f_x = f_y$. Testes realizados em imagens de 600 x 600 pixels permitiram determinar que os fatores adequados para as simulações estão no intervalo $[0.85; 1.19]$. Para estimação estatística do erro de alinhamento, foram realizadas transformações com os seguintes fatores de escala: 0.85; 0.86; 0.87; ... ; 1.19. Neste caso, o tamanho total da imagem não foi alterado, ou seja, a imagem alvo gerada manteve-se em 600 x 600 pixels, alterando-se apenas o objeto principal da imagem. A imagem a seguir ilustra esse procedimento.

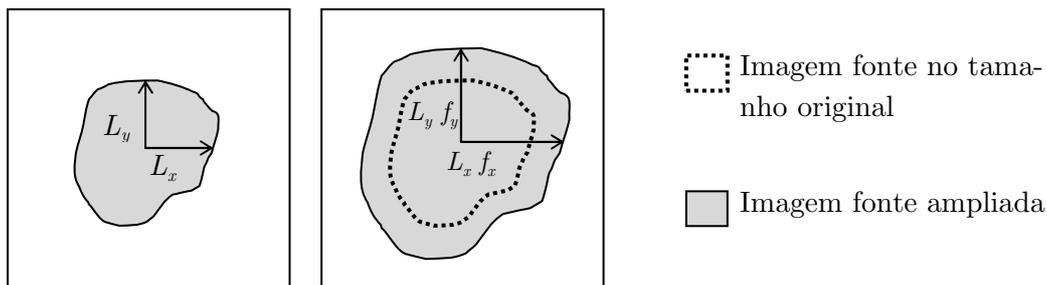


Figura 19 – Ilustração do processo de transformação de escala da imagem fonte para a obtenção da imagem alvo.

5.4.2. Descrição dos Experimentos Realizados

Para a comparação dos algoritmos de correção foram elaborados 5 experimentos, os quais serão descritos a seguir. Para a armazenagem de todos os experimentos foram criadas pastas com o tipo de transformação (translação, rotação ou escala), dentro delas o tipo de imagem (binário “bin” ou tons de cinza “gray”), e dentro destas, pastas com o nome das imagens utilizadas (imagens citadas na seção 5.3).

Estudo 1

Neste estudo analisou-se o erro do correção (para translação, rotação e escala proporcional) em função do parâmetro q da Informação Mútua Generalizada para imagens binárias e em tons de cinza.

Estudo 2

Neste estudo comparou-se o erro do correção (para translação, rotação e escala proporcional) para as métricas de Coeficiente de Correlação, Diferença de Gradiente, Cardinalidade, Informação Mútua de Shannon e de Tsallis e Média dos Quadrados para imagens binárias e em tons de cinza.

Estudo 3

Neste estudo analisou-se a performance do correção através do número de passos para se atingir máxima informação mútua no processo de correção.

Estudo 4

Neste estudo realizou-se um estudo da influência da dimensão fractal no correção de imagens binárias com base nas métricas citadas anteriormente.

Estudo 5

Neste estudo determinaram-se as correlações entre as respostas dos correções das imagens em tons de cinza.

5.5. Medidas de erro de alinhamento

Neste trabalho foram propostas novas medidas de erro de alinhamento para avaliação do desempenho dos algoritmos de correção desenvolvidos. Para cada transformação utilizada definiu-se um tipo de erro de alinhamento. Na translação mediu-se a distância à origem (em mm) da imagem após correção em relação à distância translada. Na rotação considerou-se o ângulo de giro final em relação ao ângulo de giro inicialmente aplicado. Na transformação de escala, o erro foi definido com base nos fatores de escala inicial e final (após correção).

Para a definição dos erros de alinhamento nas transformações de translação e rotação, observou-se primeiramente que os algoritmos fornecem, como resultado do correção, distâncias de translação e ângulo de rotação com sinais invertidos. Por exemplo, considerando-se uma imagem que tenha sofrido uma translação de -10mm em x e de 10mm em y , o resultado ideal fornecido após correção seria de 10mm em x e -10mm em y . Outro exemplo: se a imagem alvo tiver sido obtida com uma rotação de 10° , o resultado ideal após correção seria de -10° . Na transformação de escala, o fator de escala obtido após o correção será, no caso ideal, igual ao inverso do fator inicialmente aplicado; por exemplo, se o comprimento horizontal da imagem for reduzido a 0.85 de seu valor inicial, então, após um correção ideal, o fator de escala resultante da transformação inversa será igual a $1/0.85$, ou aproximadamente, 1.18.

Com base nas considerações do parágrafo anterior, a seguir serão apresentados os erros de alinhamento.

Erro de Translação

Considere que a imagem fonte é submetida a uma translação dada pelo vetor deslocamento $\vec{r} = \Delta x \vec{i} + \Delta y \vec{j}$. Durante o processo de correção, a imagem alvo sofrerá um deslocamento \vec{r}' que pode ser expresso como

$$\vec{r}' = \Delta x' \vec{i} + \Delta y' \vec{j} , \quad (6.3)$$

conforme ilustrado a seguir.

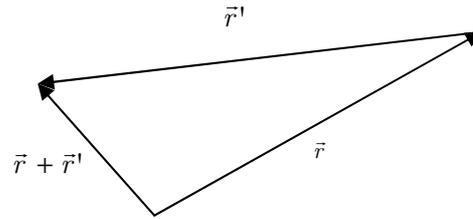


Figura 20 – Representação vetorial dos vetores deslocamento para translação e correção.

Com base nas considerações anteriores, o erro de alinhamento para translação é definido como:

$$e_t = \frac{|\vec{r} + \vec{r}'|}{|\vec{r}|} = \frac{\sqrt{(\Delta x + \Delta x')^2 + (\Delta y + \Delta y')^2}}{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}} \quad (6.4)$$

Nota-se que, se o alinhamento for ideal, então $\vec{r}' = -\vec{r}$ e, portanto, neste caso $e_t = 0$.

Erro de Rotação

Considere que a imagem fonte é submetida a uma rotação de um ângulo θ em torno de seu centro, no sentido anti-horário. Seja θ' o ângulo de rotação resultante do processo de correção. Por convenção, o ângulo será positivo (negativo) se a rotação ocorrer no sentido anti-horário (horário). Seja $\Delta\theta = \theta + \theta'$ o ângulo que define a posição final da imagem, após correção, conforme ilustrado na Figura 21.

Com base nas considerações anteriores, o erro de alinhamento para rotação é então definido como:

$$e_r = \frac{\Delta\theta}{\theta} = \frac{\theta + \theta'}{\theta} = 1 + \frac{\theta'}{\theta} \quad (6.5)$$

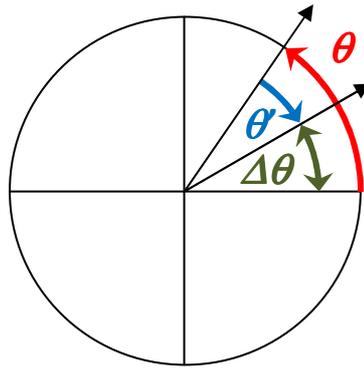


Figura 21 – Representação gráfica para os ângulos de rotação da transformação e após correção.

Erro de Escala

Considere transformações de escala com fatores f_x e f_y nas direções horizontal e vertical, respectivamente. Os comprimentos horizontal (L_x) e vertical (L_y) de uma imagem são então ampliados (ou reduzidos) pelos fatores de escala f_x e f_y . Portanto, após transformação de escala, os respectivos comprimentos são reescritos como

$$\begin{aligned} L'_x &= f_x L_x \\ L'_y &= f_y L_y \end{aligned} \quad (6.6)$$

Sejam f'_x e f'_y os fatores de escala correspondentes à transformação inversa, durante o processo de correção. Os comprimentos horizontal e vertical finais da imagem são expressos como:

$$\begin{aligned} L''_x &= f'_x L'_x \\ L''_y &= f'_y L'_y \end{aligned} \quad (6.7)$$

Os erros de alinhamento para transformação de escala nas direções x e y , são definidos como, respectivamente:

$$e_x = 1 - \frac{L''_x}{L_x} = 1 - f_x f'_x \quad (6.8)$$

$$e_y = 1 - \frac{L''_y}{L_y} = 1 - f_y f'_y \quad (6.9)$$

Considerando-se o número complexo $E = e_x + i e_y$, com ângulo de fase φ (conforme ilustrado na Figura 22) e, com base nas considerações anteriores, o erro de alinhamento para transformação de escala é definido como:

$$e_e = |E| = \sqrt{e_x^2 + e_y^2} \quad (6.10)$$

O ângulo de fase é dado por:

$$\varphi = \arctan \frac{e_y}{e_x} \quad (6.11)$$

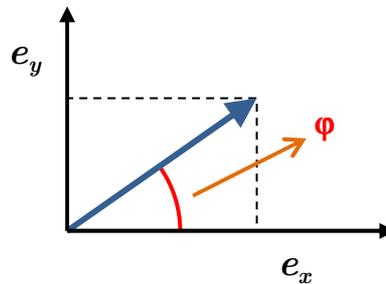


Figura 22 – Representação gráfica do erro de alinhamento para transformação de escala no plano complexo.

Como o algoritmo de correção para transformações de escala aplica ampliações ou reduções nas direções x e y de modo simétrico, os fatores de escala nestas direções são iguais, isto é: $f_x = f_y$ e $f'_x = f'_y$. Neste caso, de acordo com (6.8) e (6.9), $e_x = e_y$ e o erro de alinhamento é simplesmente escrito como

$$e_e = \sqrt{2} |e_x| \quad (6.12)$$

Capítulo 6

Resultados e Discussões

6.1. Introdução

A seguir serão apresentados os resultados obtidos através das simulações computacionais e suas discussões. Os resultados foram organizados respeitando-se a sequência de estudos especificada em “Imagens e Métodos”, assim, esta seção contém inicialmente a descrição do estudo proposto e, em seguida, os resultados das simulações.

No primeiro estudo (item 6.2) analisou-se o erro de alinhamento do correregistro para as transformações de translação, rotação e escala, utilizando-se a informação mútua generalizada (aqui denominada, alternativamente, de métrica de Tsallis). Os resultados deste experimento foram organizados pelo tipo de transformação (translação, rotação ou escala) e pelo tipo de imagem (binária ou em tons de cinza).

Para o segundo estudo (item 6.3) comparou-se os erros de alinhamento do correregistro das métricas de Coeficiente de Correlação (CC), Diferença de Gradiente (GD), Média dos Quadrados (MS), Cardinalidade (MC) e Informação Mútua de Tsallis (IM).

O terceiro estudo (item 6.4) reuniu os objetivos dos dois primeiros experimentos, mas neste caso o parâmetro analisado foi o número de iterações do algoritmo de correregistro para se obter o menor erro de alinhamento.

No quarto estudo (item 6.5) analisou-se o erro de alinhamento e o número de iterações do algoritmo de correregistro em função da dimensão fractal.

No quinto estudo (item 6.6) verificou-se a correlação linear entre os erros de alinhamento de uma imagem em tons de cinza do córtex cerebral e de fractais do conjunto Julia.

Para estimação estatística do erro de alinhamento (nas transformações de translação, rotação e escala) considerou-se o valor médio e a incerteza padrão da variável, para várias imagens alvo geradas e co-registradas (a partir de simulações de diferentes

translações, rotações e fatores de escala). O mesmo procedimento foi adotado para estimação do número de iterações do algoritmo de correção para se obter o menor erro de alinhamento. Em todos os gráficos que apresentam o erro de alinhamento ou o número de iterações, as respectivas barras de erro constituem intervalos de 95% de confiança em torno das médias.

A tabela a seguir contém a especificação das imagens utilizadas contidas nos resultados.

Tabela 6 – Especificação das imagens utilizadas nos resultados.

Sigla	Descrição	Binária	Tons de cinza
CB	Imagem Cerebral		X
J1 a J12	Julia1 a Julia12	X	X
FC	Fractal Caixa	X	
FCD	Fractal “Cantor Dust”	X	
FA	Fractal Árvore	X	
FTS	Fractal Triângulo de Sierpinski	X	

Conforme mostrado na Tabela 6, as imagens do conjunto de Julia foram geradas nas versões binária e tons de cinza.

Na Tabela 7 estão dispostas as descrições das abreviações utilizadas para as métricas.

Tabela 7 – Abreviaturas das métricas utilizadas nos resultados

Sigla	Métrica
CC	Coefficiente de Correlação
DG	Diferença de Gradiente
MS	Média dos Quadrados
MC	Cardinalidade
IM	Informação Mútua

6.2. Estudo 1

Neste estudo analisou-se o erro de alinhamento do corregristo (para translação, rotação e escala proporcional) em função do parâmetro q da Informação Mútua Generalizada para imagens binárias e em tons de cinza. Inicialmente serão apresentados os resultados para o corregristo de translação (item 6.2.1), em seguida o de rotação (item 6.2.2) e, ao final, o de escala (item 6.2.3).

6.2.1. Translação

A seguir serão apresentados os resultados das simulações do corregristo de translação para as imagens binárias (item 6.2.1.1) dos fractais de Triângulo de Sierpinski, Árvore, “Cantor Dust”, Caixa e Julia1 a Julia12 e as imagens em tons de cinza (item 6.2.1.2) Imagem Cerebral e Julia 1 a 12.

6.2.1.1. Resultados para imagens binárias

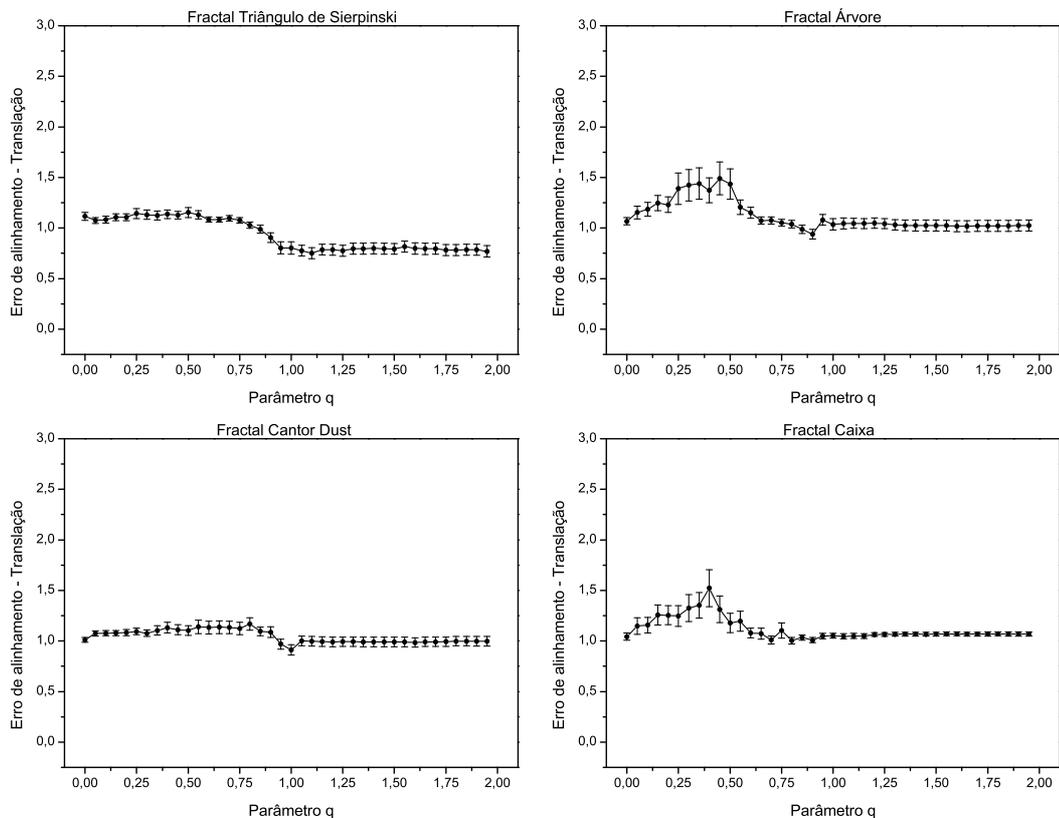


Figura 23 – Resultado do corregristo para a transformação de translação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens binárias dos fractais Triângulo de Sierpinski, Árvore, “Cantor Dust” e Caixa.

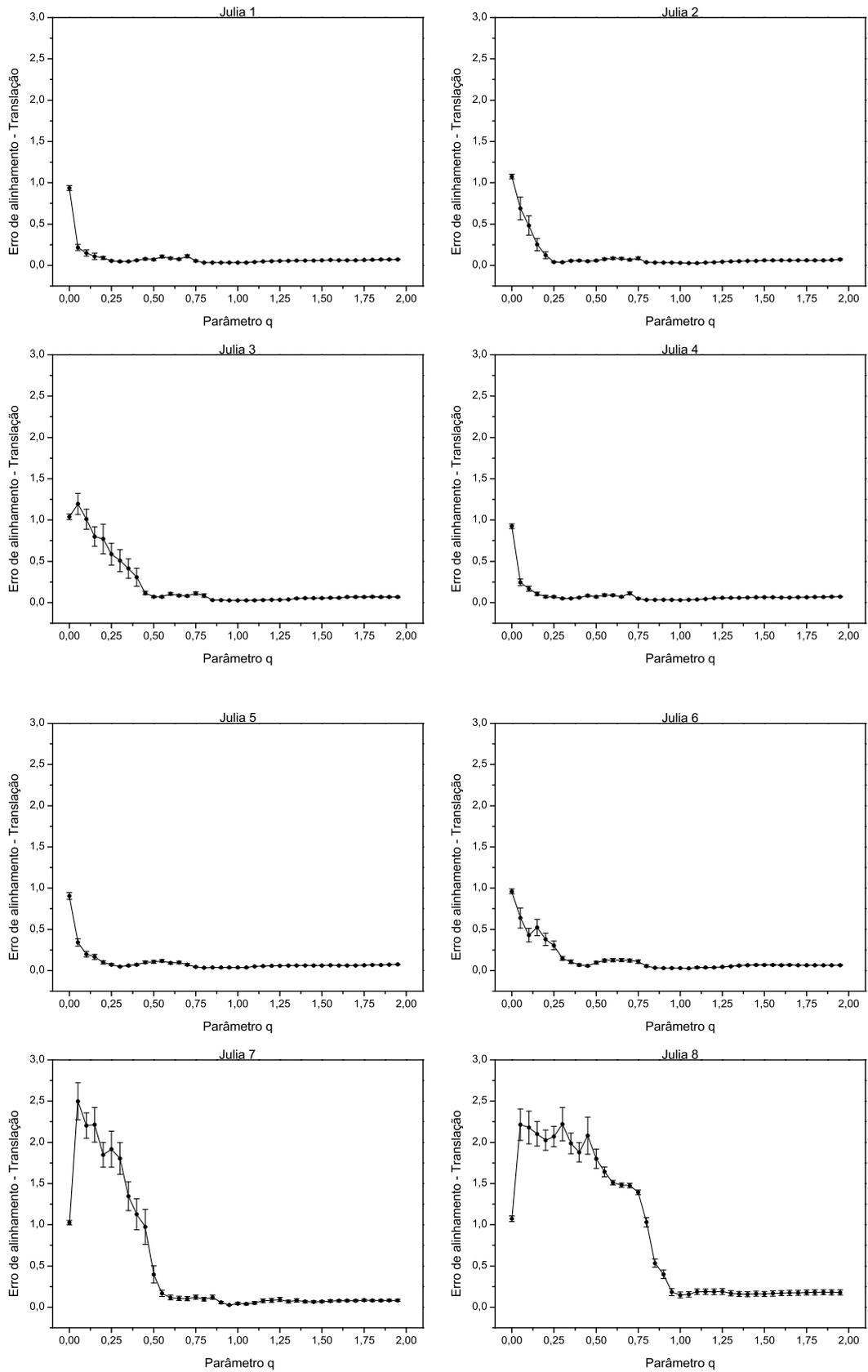


Figura 24 – Resultado do corregristo para a transformação de translação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens binárias dos fractais Julia1 a 8.

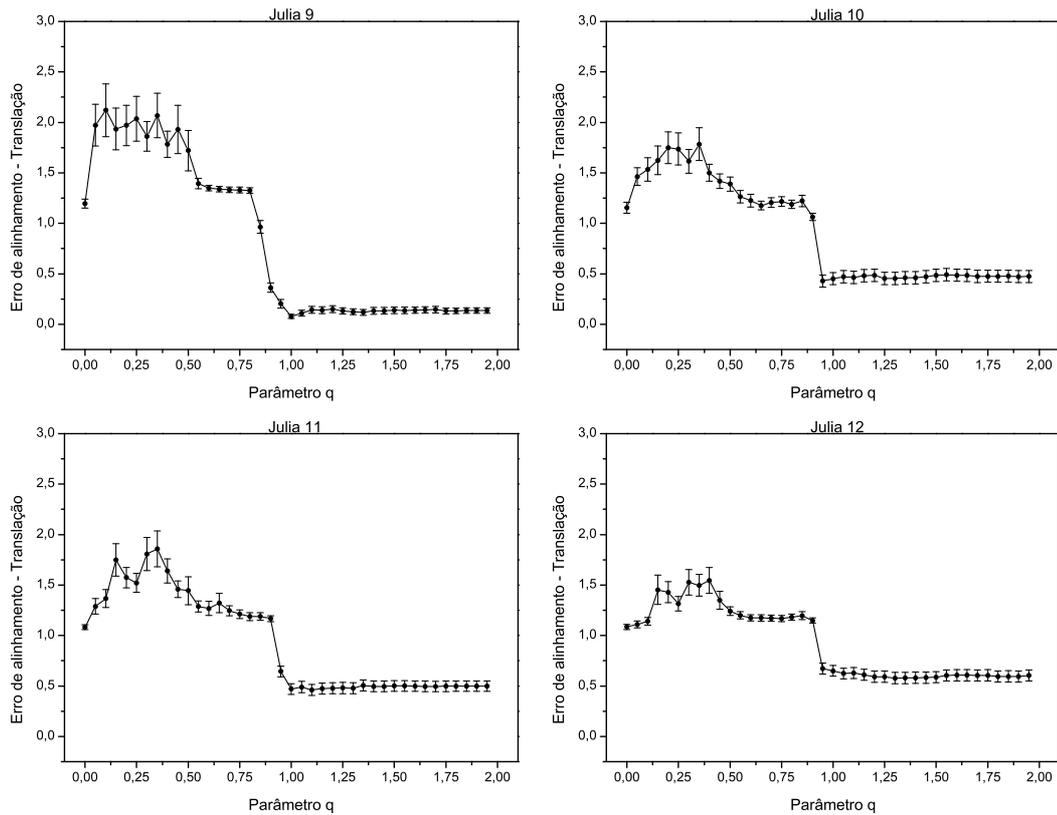


Figura 25 – Resultado do corregristo para a transformação de translação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens binárias dos fractais Julia9 a 12.

Conforme definido, o erro de alinhamento de translação mede a razão entre a distância à origem da imagem após corregristo e a distância transladada. O erro é sempre positivo e seu comportamento, em função do parâmetro q , pode ser observado nos gráficos das Figuras 23 a 25, para os diferentes fractais.

Para as imagens binárias Triângulo de Sierpinski, Árvore, “Cantor Dust” e Caixa, o erro de translação tende a se manter num valor elevado, próximo a 1 ou um pouco abaixo disto, a partir de $q \approx 1$. Por outro lado, para as imagens Julia1 a 7, conforme q aumenta, o erro de alinhamento tende a decair (a partir de $q \approx 0.5$ a um pequeno valor. Para as imagens Julia8 a 12, o erro oscila e então decai, estabilizando-se a partir de $q \approx 1$, em patamares um pouco maiores.

Conclui-se que, para o corregristo de translação em imagens fractais binárias, a aplicação da Informação Mútua Generalizada como métrica de similaridade mostrou-se viável para as imagens do conjunto Julia. De modo geral, para todas as imagens binárias consideradas, o patamar de erro mínimo foi obtido a partir de $q \approx 1$. Isto mostra que a Informação Mútua Generalizada, se empregada como métrica de simila-

ridade, não apresentaria vantagem em relação à Informação Mútua de Shannon (que corresponde ao caso particular $q = 1$).

Outrossim, para os fractais Triângulo de Sierpinski, Árvore, “Cantor Dust” e Caixa, nota-se que o erro mínimo é aproximadamente dez vezes maior do que o das imagens Julia1 a 7 e duas vezes maior do que o das imagens Julia10 a 11.

Para a compreensão deste resultado devemos relembrar o conceito de Informação Mútua e a aplicação das transformações durante o processo de corregristo.

O cálculo da Informação Mútua utiliza o conceito de entropia, entropias marginais e conjunta das imagens fonte e alvo. Para o cálculo das entropias é necessário determinar a distribuição de frequências dos níveis de intensidade dos pixels destas imagens (aqui denominada de histograma de intensidades). Imagens binárias fornecem histogramas com apenas dois níveis de intensidades, logo o valor da Informação Mútua calculada durante o processo alinhamento do algoritmo de corregristo pode apresentar pouca variação dependendo da distribuição dos níveis de intensidade.

A imagem Fractal Árvore (Figura 23) serve de exemplo para as considerações do parágrafo anterior. Esta imagem possui um objeto principal constituído de segmentos de reta de vários tamanhos com largura de 1 pixel e com pixels na cor branca, o fundo da imagem possui pixels na cor preta. Com isto, a quantidade de pixels na cor branca formando a árvore é muito menor do que a de pixels pretos que compõem o fundo. Portanto, nas transformações aplicadas à imagem alvo poucos pixels com a mesma intensidade irão se sobrepor. Neste caso, com base nos histogramas dos níveis de intensidade das imagens (Figura 26) a frequência de pixels em preto será muito maior do que a dos pixels em branco e, na distribuição conjunta, a frequência de pares de pixel em preto será muito maior do que para outros pares, independentemente da sobreposição das imagens. O reflexo disto para o cálculo da Informação Mútua será a obtenção de um valor de entropia conjunta muito próximo ao da soma das entropias marginais, nesta situação o resultado do cálculo da Informação Mútua possuirá um valor próximo a zero no decorrer das transformações aplicadas durante o corregristo.

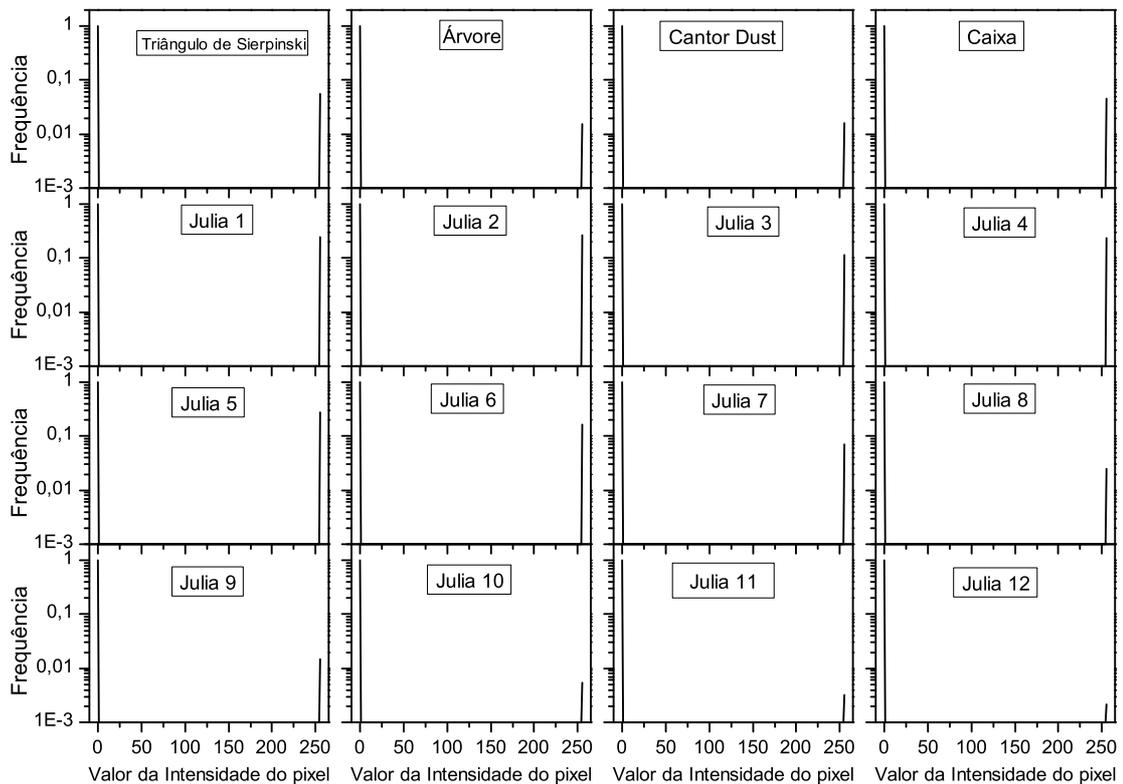


Figura 26 – Histogramas dos níveis de intensidade das imagens binárias.

A obtenção de valores da métrica muito próximos de zero faz com que o algoritmo de transformação dê passos muito longos e, como resultado, o objeto principal da imagem alvo (que deve ser alinhado) afasta-se de sua localização correta em relação à imagem fonte. No entanto, o algoritmo de transformação apenas aplica os deslocamentos, a especificação do valor do deslocamento ou as direções corretas são provenientes dos cálculos realizados pelo algoritmo de otimização. Este recebe o valor da métrica e fornece os parâmetros de transformação, podendo buscar pontos de máximo ou de mínimo. O algoritmo Amoeba utilizado neste trabalho pode ser configurado para encontrar ambos. Portanto, o algoritmo de cálculo da métrica será o principal responsável pelo sucesso ou falha do processo de corregristo.

Com base nas considerações dos dois parágrafos anteriores, sobre a implicação do cálculo da métrica no processo de corregristo, resultados semelhantes ao obtido para o caso da imagem árvore podem ser observados nos fractais Caixa (4,43% dos pixels em branco), Triângulo de Sierpinski (4,22% dos pixels em branco) e “Cantor Dust” (1,58% dos pixels em branco), os quais possuem estruturas semelhantes.

As imagens Julia10 (0,55% dos pixels em branco), Julia11 (0,32% dos pixels em branco) e Julia12 (0,22% dos pixels em branco) possuem pequenos aglomerados de pixels. Nestes casos, a variação da Informação Mútua foi maior durante as transformações, o que possibilitou a obtenção de um menor erro de alinhamento.

Os conceitos aqui mencionados são essenciais para o entendimento do funcionamento do algoritmo de correção e para a compreensão dos resultados, tanto para o caso da transformação de translação quanto para as outras transformações de rotação e escala. Uma alternativa simples de representação visual utilizada para elucidar tais conceitos é a representação gráfica do comportamento da informação mútua e do trajeto percorrido pela imagem durante as iterações no processo de correção. A Figura 27 mostra como varia a Informação Mútua de Tsallis e qual o percurso da imagem no decorrer das iterações (para transformação de translação, utilizando $q = 0.75$ e os fractais Julia1 e Árvore).

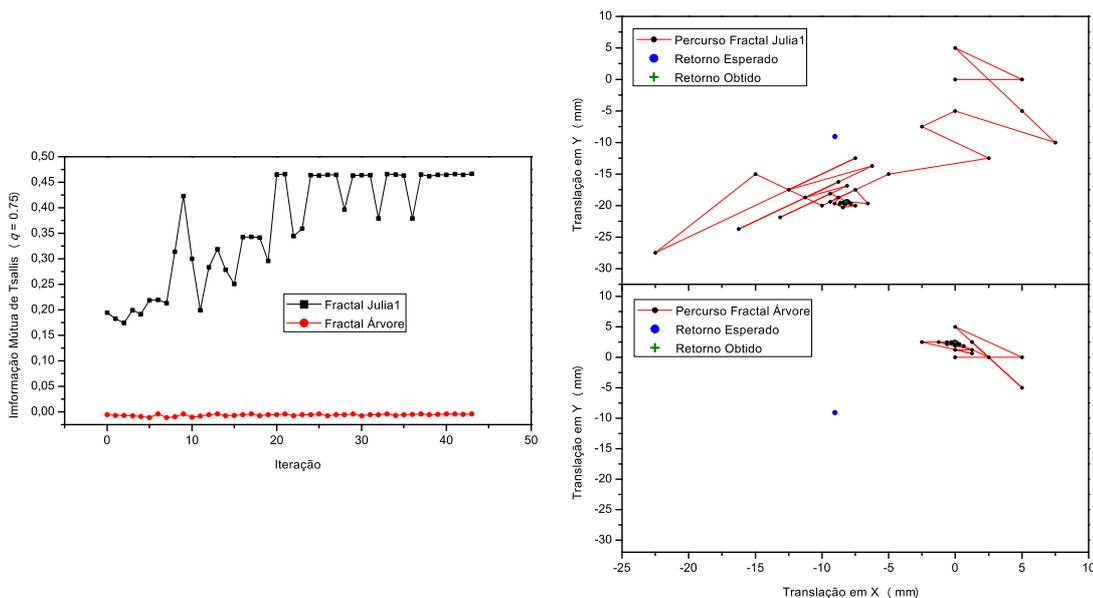


Figura 27 – Informação Mútua de Tsallis e percurso da imagem para transformação de translação, utilizando $q = 0.75$ e os fractais Julia1 e Árvore.

Na Figura 27 foram colocados três gráficos, o primeiro à esquerda indica o valor da Informação Mútua de Tsallis no decorrer das iterações. Este primeiro gráfico comprova os conceitos citados anteriormente. Neste gráfico é possível observar que a Informação Mútua do fractal Julia1, que foi melhor alinhado no decorrer do correção, possui maior variação do que a do fractal Árvore que obteve pior alinhamento. Os

gráficos à direita contêm o trajeto percorrido pela imagem durante execução do algoritmo de correção, um ponto para localizar a coordenada em que as imagens estariam totalmente sobrepostas (retorno esperado) e outro ponto marcando a coordenada imediatamente antes da interrupção do correção (retorno obtido). Observando-se os percursos realizados pelas imagens durante execução do algoritmo de transformação, é possível notar que o percurso do fractal Julia1 foi realizado em direção às coordenadas do retorno esperado, enquanto que o percurso do fractal Árvore ficou muito longe do retorno esperado.

A seguir são mostradas as imagens diferença para estes dois fractais, obtidas ao final da execução do algoritmo de correção. A imagem diferença é utilizada para visualização do alinhamento ou sobreposição entre duas imagens, sendo criada de forma simples a partir da subtração das intensidades dos pixels das imagens. Neste processo, o resultado da subtração de pixels de mesma intensidade é um pixel na cor preta.

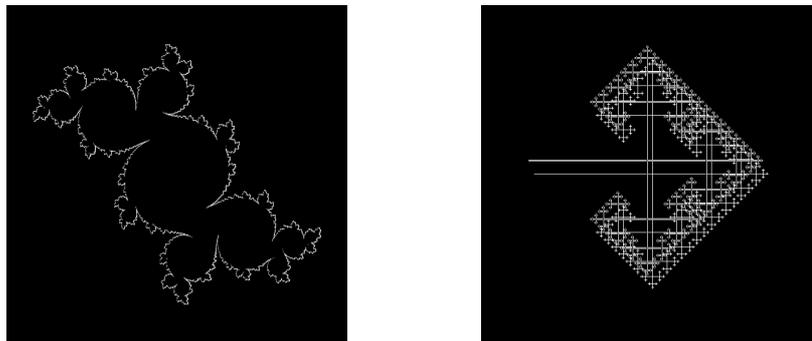


Figura 28 – Imagens diferença para o correção de translação para a métrica de Tsallis e para os fractais Julia1 (à esquerda) e Árvore (à direita).

Na Figura 28 é possível observar que o Fractal Julia1 apresenta apenas um contorno, o que ocorre porque as regiões interna e externa ao contorno possuem pixels com a mesma intensidade. Como para este fractal a região interna é preenchida por pixels na cor branca, o contorno indica um alinhamento muito preciso. No entanto, a imagem diferença do Fractal Árvore apresenta um resultado muito diferente, na qual não é possível visualizar bordas ou contornos. Neste caso, a repetição dos pixels na cor branca indica que muitos poucos pixels com a mesma cor foram sobrepostos, o que leva a um alinhamento final ruim.

6.2.1.2. Resultados para imagens em tons de cinza

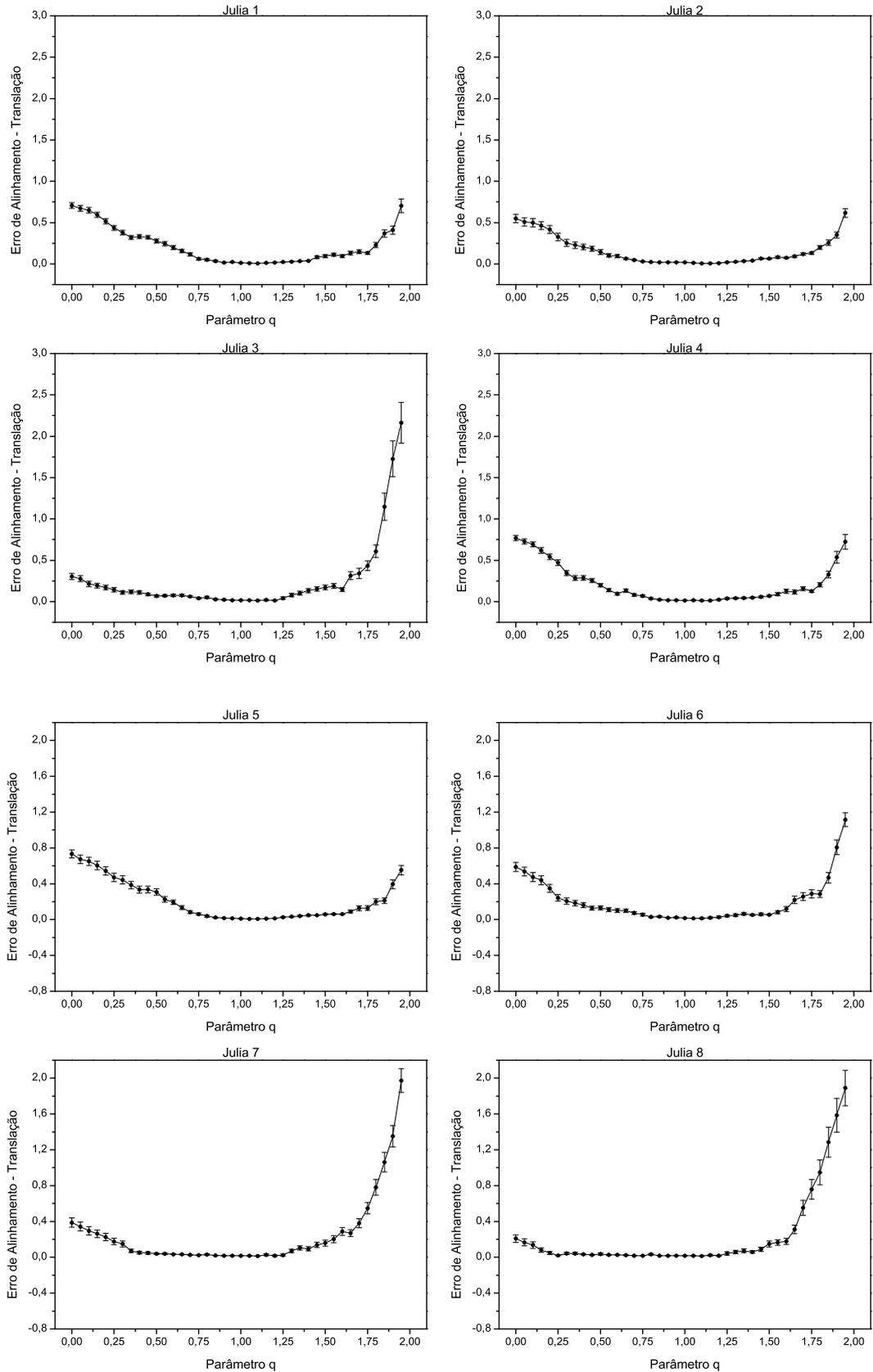


Figura 29 – Erro do correto para transformação de translação, utilizando a métrica de Tsallis e as imagens em tons de cinza dos fractais Julia1 a 8.

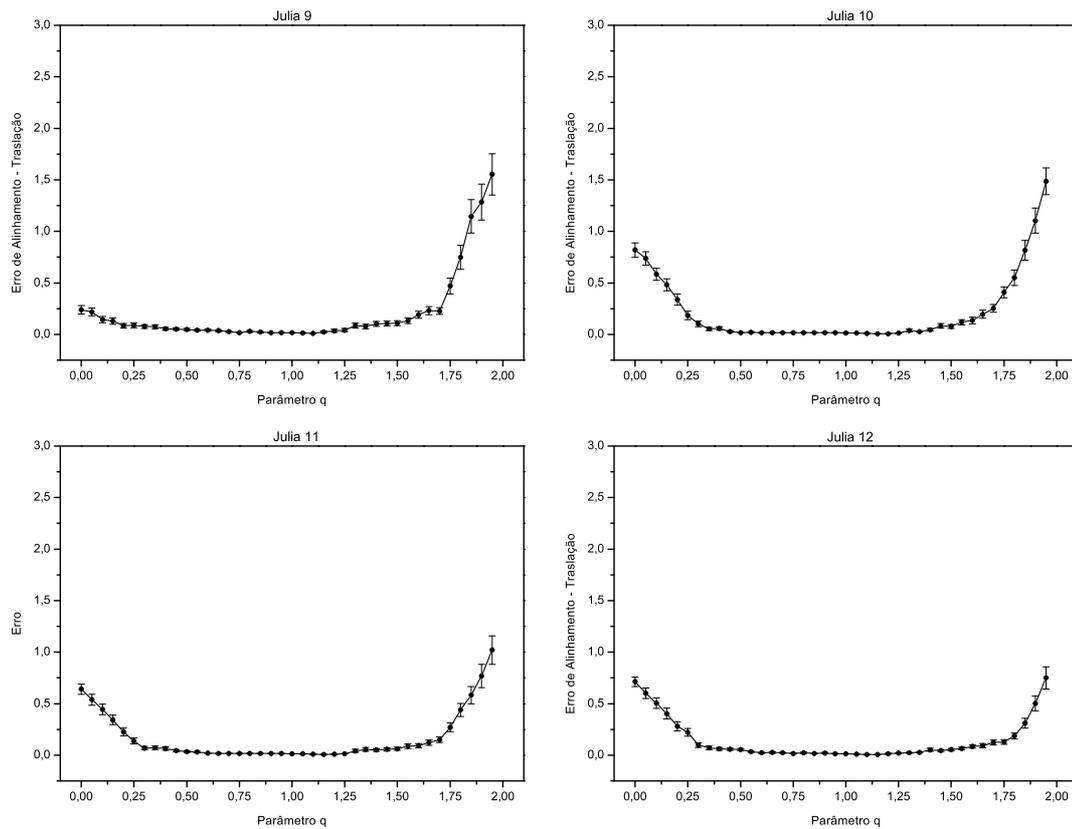


Figura 30 – Erro do corregristo para transformação de translação, utilizando a métrica de Tsallis e imagens em tons de cinza dos fractais Julia5 a 12.

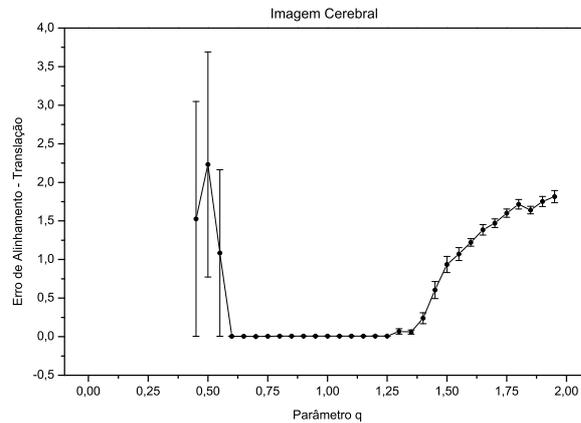


Figura 31 – Erro do corregristo para transformação de translação, utilizando métrica de Tsallis e Imagem Cerebral.

Na Figura 31, apresenta-se o erro de alinhamento da simulação de corregristo de translação da Imagem Cerebral, utilizando a métrica de Tsallis. Para valores de q na região de 0 a 0.45, nota-se que não são exibidos resultados. Nesta região, a ocorrência de interrupções durante as simulações impediu uma amostragem significativa (com amostras de pelo menos 30 pontos) para estimação estatística do erro de alinhamento.

A interrupção da execução do algoritmo de correção nas simulações foi causada pelo deslocamento inadequado da imagem fonte sobre a imagem alvo. A Figura 32 mostra um exemplo desta situação para um dos correções realizados na imagem cerebral.

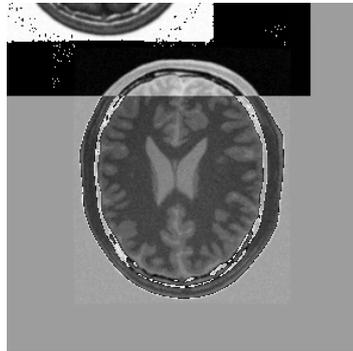


Figura 32 – Exemplo de deslocamento incorreto da imagem fonte, o que ocasiona a interrupção da execução do algoritmo de correção.

Os deslocamentos inadequados executados pelo algoritmo de transformação resultam de uma seqüência de passos dados em sentidos opostos àqueles que conduziriam à sobreposição das imagens alvo e referência. No tópico anterior, na Figura 27, foram mostrados dois percursos de correção, um deles bem sucedido e o outro apresentando deslocamentos inadequados. No exemplo da imagem cerebral que se deslocou no sentido oposto ao esperado, observaram-se grandes deslocamentos que levaram à interrupção do correção.

O correção da imagem cerebral, para $0.45 \leq q \leq 0.55$, mostrou-se muito instável, gerando resultados com incertezas muito altas. Contudo, ótimas estimativas são obtidas para valores de q compreendidos entre 0.6 e 1.25. O erro mínimo ocorre para $q \approx 1$.

Para as imagens fractais Julia1 a 9, em tons de cinza, apresentadas nas Figuras 29 e 30, observou-se que o erro de alinhamento foi menor do que o das imagens binárias correspondentes (item 6.2.1.1). Isto mostra a importância do número de níveis de intensidade para o cálculo da métrica de similaridade baseada em histogramas de intensidades. As imagens em tons de cinza apresentam mais agrupamentos de pixels com intensidades diferentes, característica esta que influencia no cálculo da informação mútua, resultando numa melhoria da execução dos algoritmos de otimização e transformação. A seguir são mostrados os histogramas de intensidades das imagens em tons de cinza utilizadas neste trabalho.

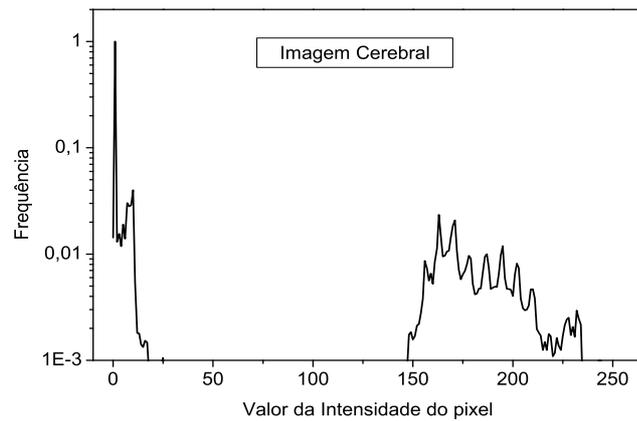


Figura 33 – Histograma dos níveis de intensidade da Imagem Cerebral.

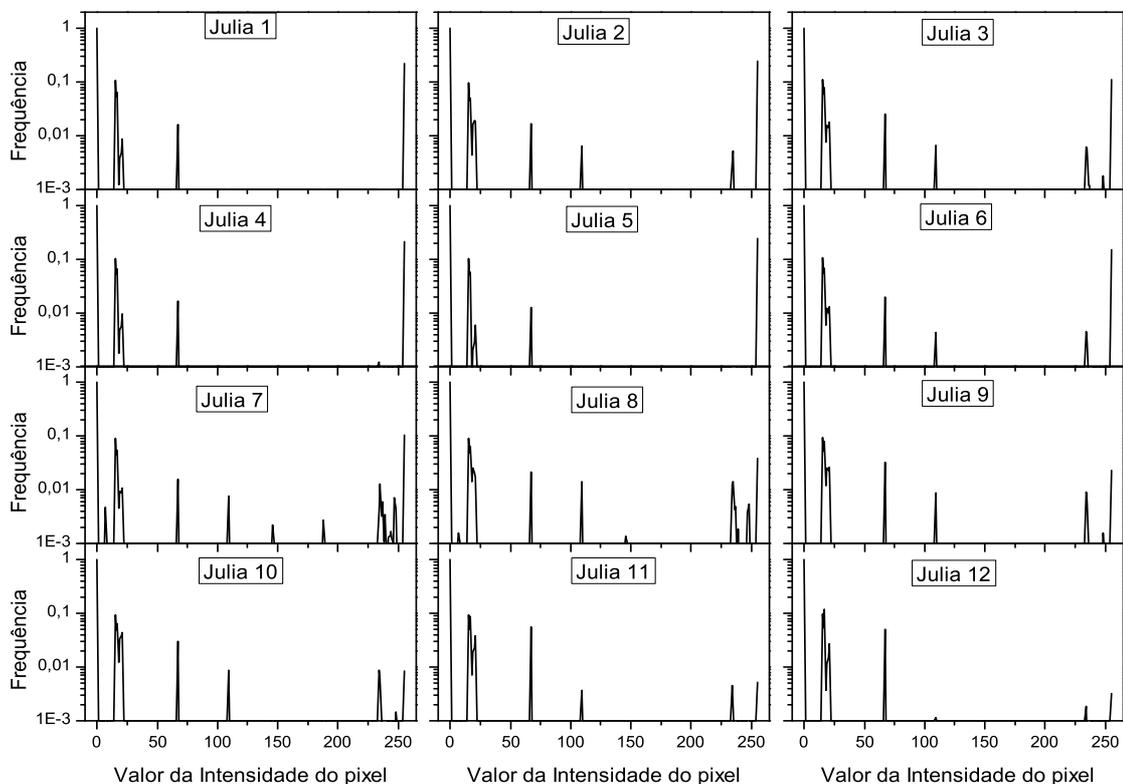


Figura 34 – Histogramas dos níveis de intensidade das imagens fractais Julia1 a 12.

Observando-se os histogramas dos níveis de intensidade das imagens em tons de cinza, é possível notar que a imagem cerebral (Figura 33) possui uma grande quantidade de intensidades na região próxima à cor branca. No entanto, as frequências correspondentes não apresentam grande variação. As imagens do conjunto de Julia possuem menos níveis de intensidade, mas com melhor distribuição de valores de frequências, o que implica em um erro de alinhamento menor para os fractais Julia se comparados à imagem cerebral.

Para os fractais Julia em tons de cinza, o mínimo erro de alinhamento no correjistro de translação é obtido usando-se $q \approx 1$ na métrica de Tsallis. Para a imagem cerebral, o erro de alinhamento permanece num patamar mínimo para valores de q compreendidos entre 0.75 e 1.25. Os resultados sugerem a viabilidade do emprego da Informação Mútua Generalizada, pois esta métrica conduz a erros de alinhamento muito pequenos, mas sem vantagens aparentes em relação à formulação de Shannon.

6.2.2. Rotação

A seguir serão apresentados os resultados das simulações do correjistro de rotação para as imagens binárias (item 6.2.2.1) fractais de Triângulo de Sierpinski, Árvore, “Cantor Dust”, Caixa e Julia1 a Julia12 e as imagens, em tons de cinza, cerebral e Julia1 a 12 (item 6.2.2.2).

6.2.2.1. Resultados para imagens binárias

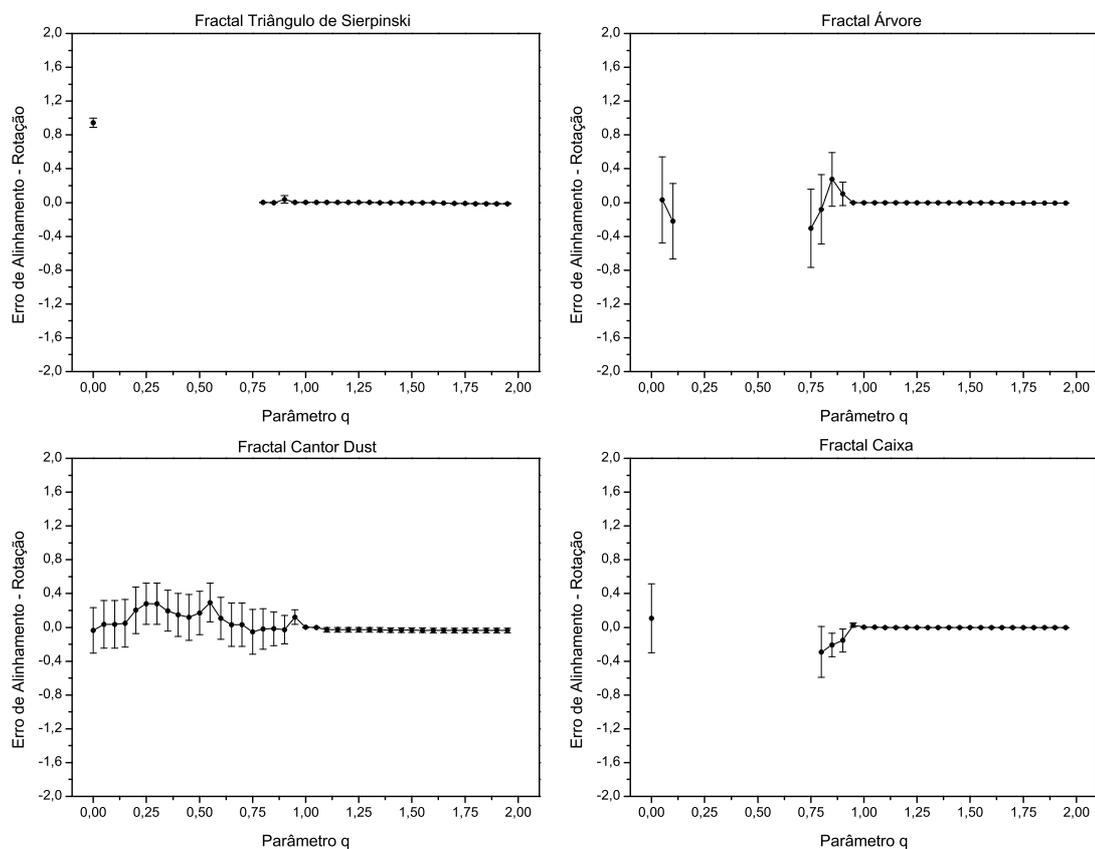


Figura 35 – Resultado do correjistro para a transformação de rotação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens binárias dos fractais Triângulo de Sierpinski, Árvore, “Cantor Dust” e Caixa.

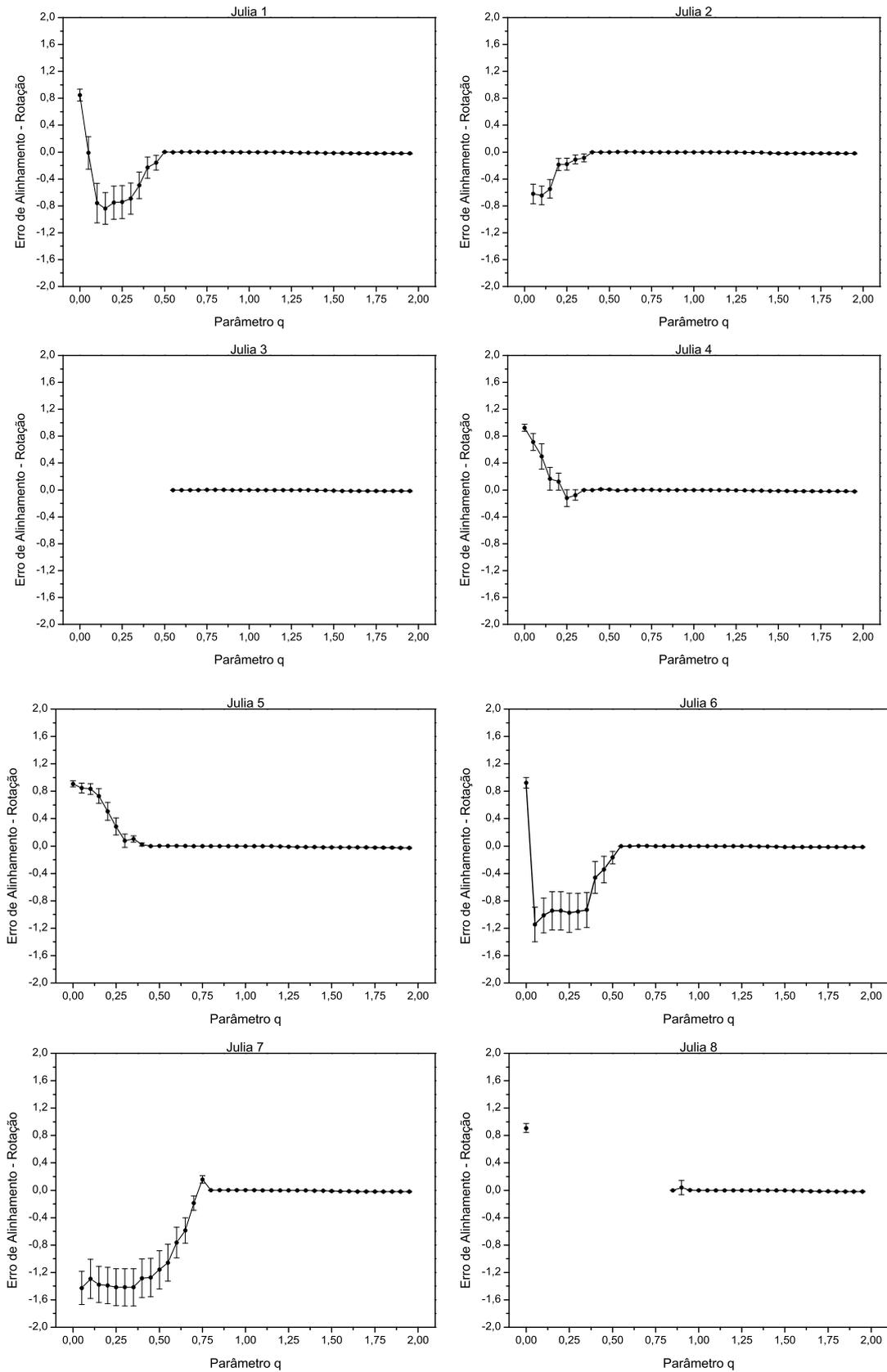


Figura 36 – Resultado do corregristo para a transformação de rotação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens binárias dos fractais Julia1 a 8.

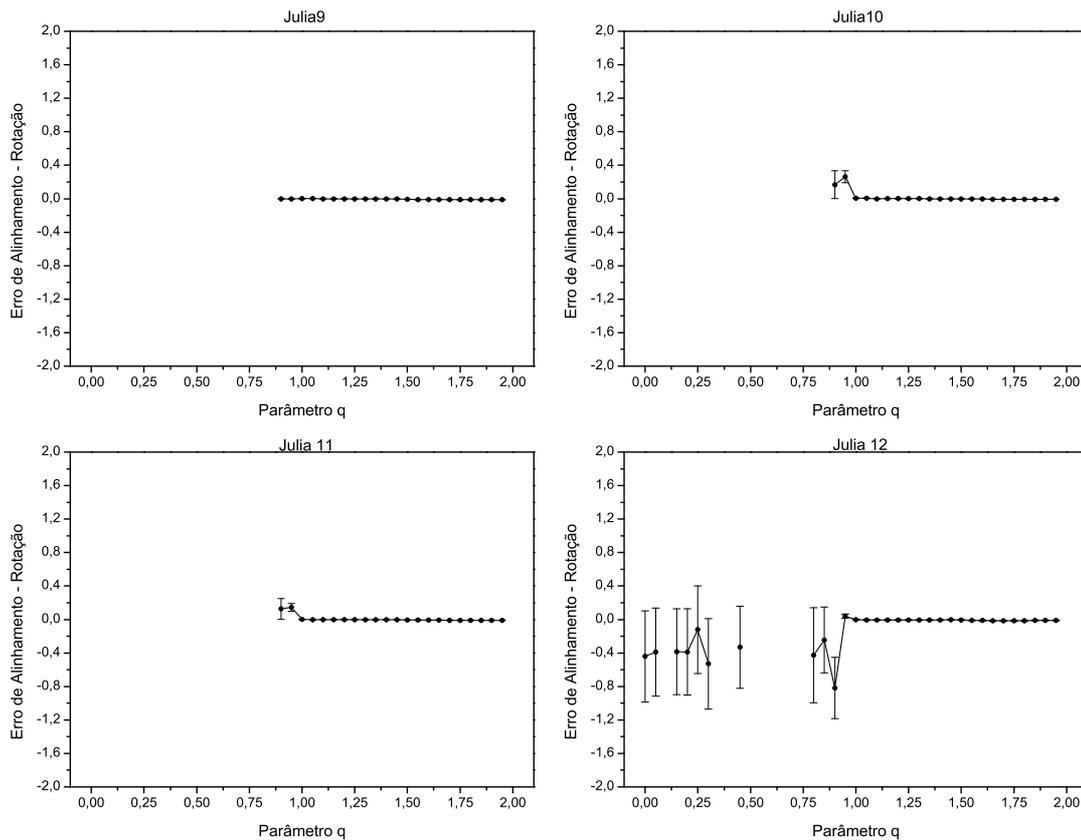


Figura 37 – Resultado do corregristo para a transformação de rotação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens binárias Julia9 a 12.

Relembrando as considerações anteriores, o processo completo de corregristo depende da interação entre três algoritmos, o da métrica de similaridade, o de otimização e o de transformação. Nas discussões sobre o corregristo de translação (itens 6.2.1.1 e 6.2.1.2), abordou-se a relação entre estes três algoritmos, principalmente quanto à dependência do algoritmo de cálculo da métrica em relação aos histogramas de intensidades das imagens fonte e alvo. Além disto, descreveu-se o erro de execução do algoritmo de corregristo, que ocorre devido ao afastamento da imagem alvo da posição de sobreposição em que se encontra a imagem fonte.

Para a transformação de rotação, contudo, o erro de alinhamento não é definido em termos de deslocamentos horizontais e verticais, mas sim em termos da razão entre o deslocamento angular total (ao final do corregristo) e o deslocamento angular inicialmente aplicado. Por convenção, ângulos de rotações no sentido anti-horário são considerados positivos enquanto que ângulos de rotações no sentido horário são adotados como negativos.

A rotação inicial para obtenção da imagem alvo é realizada no sentido anti-horário, de modo que o algoritmo de correção tende a realizar transformações no sentido horário para que a imagem alvo se sobreponha à imagem fonte. Neste caso, se o módulo do ângulo de rotação durante a transformação inversa for menor do que o deslocamento angular inicial, o erro de alinhamento será positivo e menor do que 1; se o módulo se igualar ao ângulo de rotação inicial, o erro se anulará e; se o módulo superar o ângulo de rotação inicial, o erro será negativo. Por exemplo, nas imagens binárias fractais *Árvore*, *Caixa*, *Julia1*, 2, 6, 7 e 12, mostradas nas Figuras 35 a 37, observa-se a ocorrência de valores positivos bem como de valores negativos para o erro de alinhamento de rotação.

Contudo, transformações inversas podem eventualmente ocorrer no sentido oposto ao esperado (ou seja, no sentido anti-horário), caso em que o erro de alinhamento de rotação, tal como definido, será positivo e maior do que 1.

Nas simulações, adota-se o critério de que a execução do algoritmo de correção será paralisada quando o deslocamento angular total superar 360° ou então quando o módulo do erro de alinhamento for superior a 2.

Estas discussões são úteis para compreensão dos resultados de correção de rotação, mas algumas diferenças devem ser ressaltadas. Apesar de os algoritmos de métrica de similaridade e de otimização serem os mesmos, o algoritmo de transformação da rotação tem funcionamento diferente, utilizando como parâmetros de entrada os centros das imagens, que são parâmetros desconsiderados pelo algoritmo de transformação de translação. O processo de rotação torna necessária a execução do algoritmo de interpolação para a imagem alvo em função da possibilidade de deslocamento não linear. O algoritmo de interpolação não foi mencionado para o caso da translação, pois neste caso a movimentação é realizada de forma linear não simultânea nas direções x e y . No caso da rotação, os passos são ângulos e o algoritmo de transformação realiza a movimentação da imagem alvo de forma não linear. Além disto, para o caso do correção de rotação as imagens alvo foram obtidas com base em transformações concêntricas.

Nos resultados apresentados nas Figuras 35 a 37, observa-se, em alguns dos gráficos, a ausência de pontos para determinados valores de q , o que se deve à limitação da amostragem estatística devida a erros de execução do algoritmo. A faixa de varia-

ção do parâmetro q na qual o algoritmo conseguiu realizar um corregristo bem sucedido mostrou-se muito restrita (com valores de q superiores a 0.95 em alguns casos, como os das imagens Julia8 a 12).

Conclui-se que o corregristo de rotação utilizando a métrica de Tsallis (para valores de q próximos a 1 ou maiores) foi bem sucedida para todas as imagens binárias consideradas, apresentando erros de alinhamento muito próximos a zero, sem variação aparente neste intervalo.

6.2.2.2. Resultados para imagens em tons de cinza

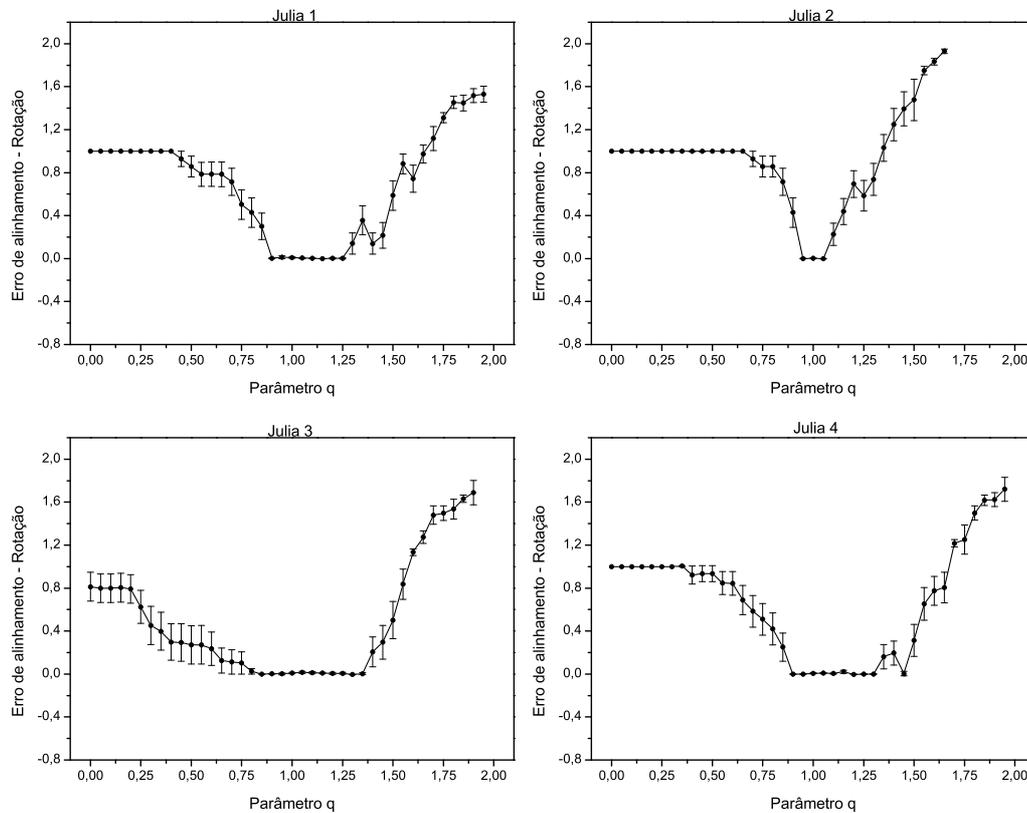


Figura 38 – Erro de alinhamento do corregristo para a transformação de rotação com métrica de Tsallis utilizando-se as imagens em tons de cinza dos fractais Julia1 a 4.

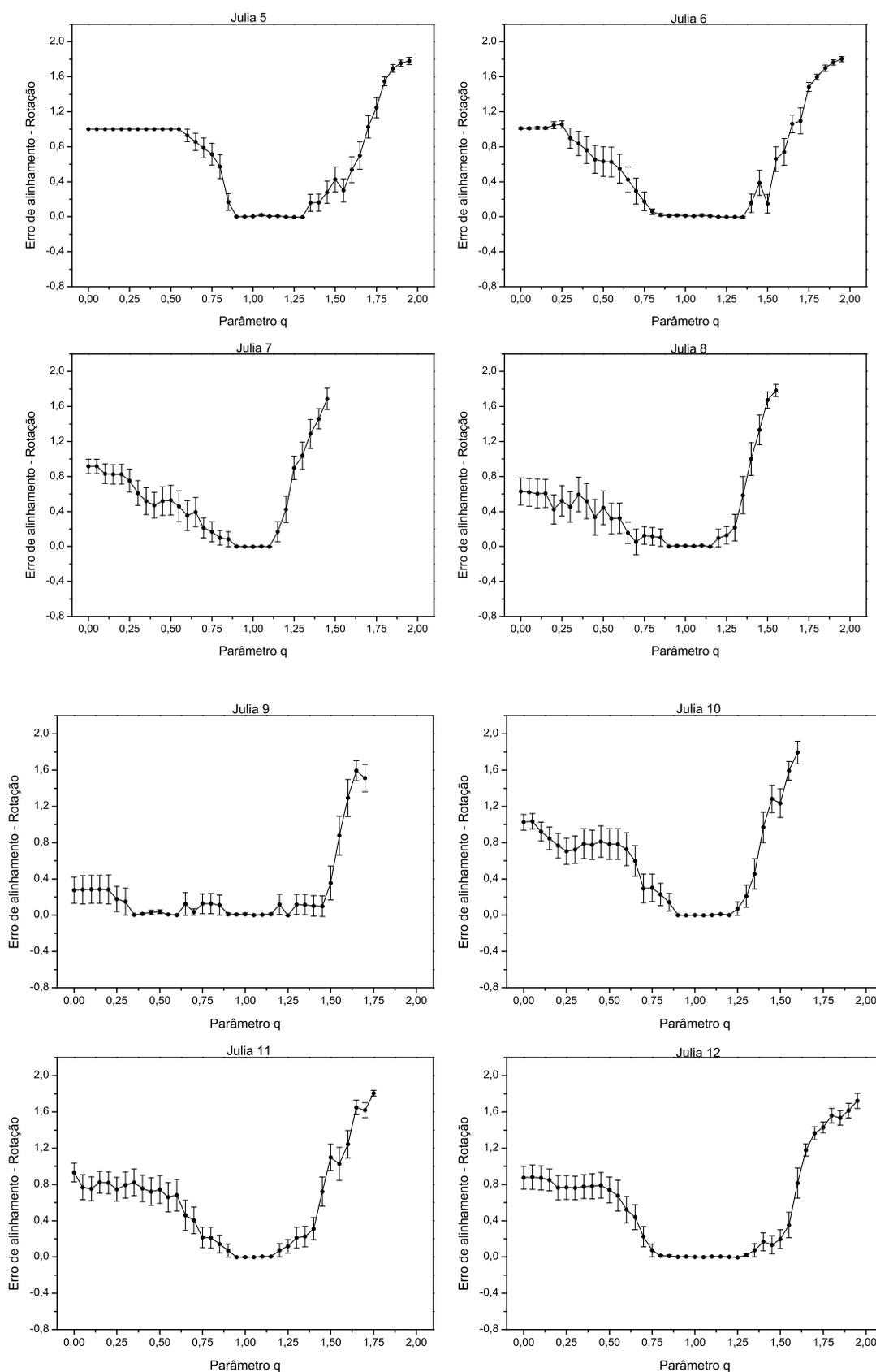


Figura 39 – Erro de alinhamento do corregristo para a transformação de rotação com métrica de Tsallis utilizando-se as imagens em tons de cinza dos fractais Julia5 a 12.

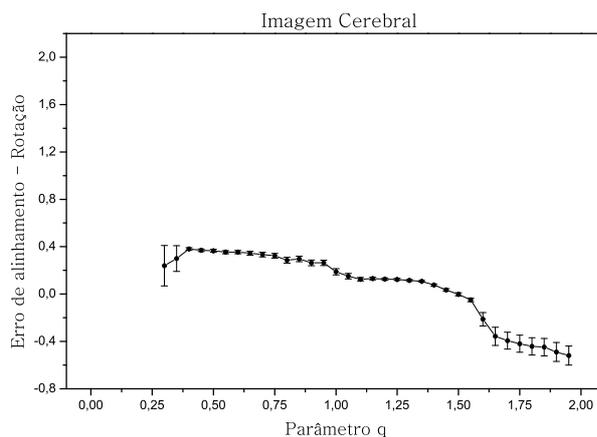


Figura 40 – Erro de alinhamento do corregristo para a transformação de rotação com métrica de Tsallis utilizando-se a imagem cerebral em tons de cinza.

O erro de alinhamento para transformação de rotação nas imagens em tons de cinza estudadas apresenta visível dependência do parâmetro q de Tsallis. Para as imagens em tons de cinza Julia1 a 12 (Figuras 38 e 39), observam-se patamares, de variadas extensões, onde o erro é aproximadamente zero, todos situados em torno de $q \approx 1$.

O comportamento do erro de alinhamento de rotação para a imagem cerebral em tons de cinza (Figura 40) é diferente daquele observado nos fractais Julia. Neste caso, em $q = 0$ o erro é positivo e, conforme q aumenta, o erro decai até se anular em $q = 1,50$; em seguida, o erro se torna negativo, aumentando, em valor absoluto, até $q = 2,0$. É importante notar que, para a imagem cerebral, o parâmetro q atua como um fator de otimização do corregristo e o valor ótimo ($q = 1,50$) é diferente de 1.

Embora seja este último resultado muito interessante, aqui fica a sugestão de se aprofundar o estudo da transformação de rotação para a imagem cerebral, levando-se em conta também eventual influência dos parâmetros de ajuste que são próprios do algoritmo do ITK; em todas as simulações realizadas neste trabalho, os parâmetros do ITK foram ajustados para a configuração padrão.

Enfim, a utilização da Informação Mútua Generalizada no corregristo, para rotação de imagens em tons de cinza, conduz a ótimos resultados. Para os fractais Julia, o erro de alinhamento é próximo de zero em $q \approx 1$. Para a imagem cerebral, o erro se anula em $q = 1,50$.

6.2.3. Escala

A seguir serão apresentados os resultados das simulações de corregristo para transformações de escala em imagens binárias fractais (item 6.2.3.1) de Triângulo de Sierpinski, Árvore, “Cantor Dust”, Caixa e Julia1 a 12 e nas imagens com tons de cinza (item 6.2.3.2) cerebral e fractais (Julia 1 a 12).

6.2.3.1. Resultados para imagens binárias

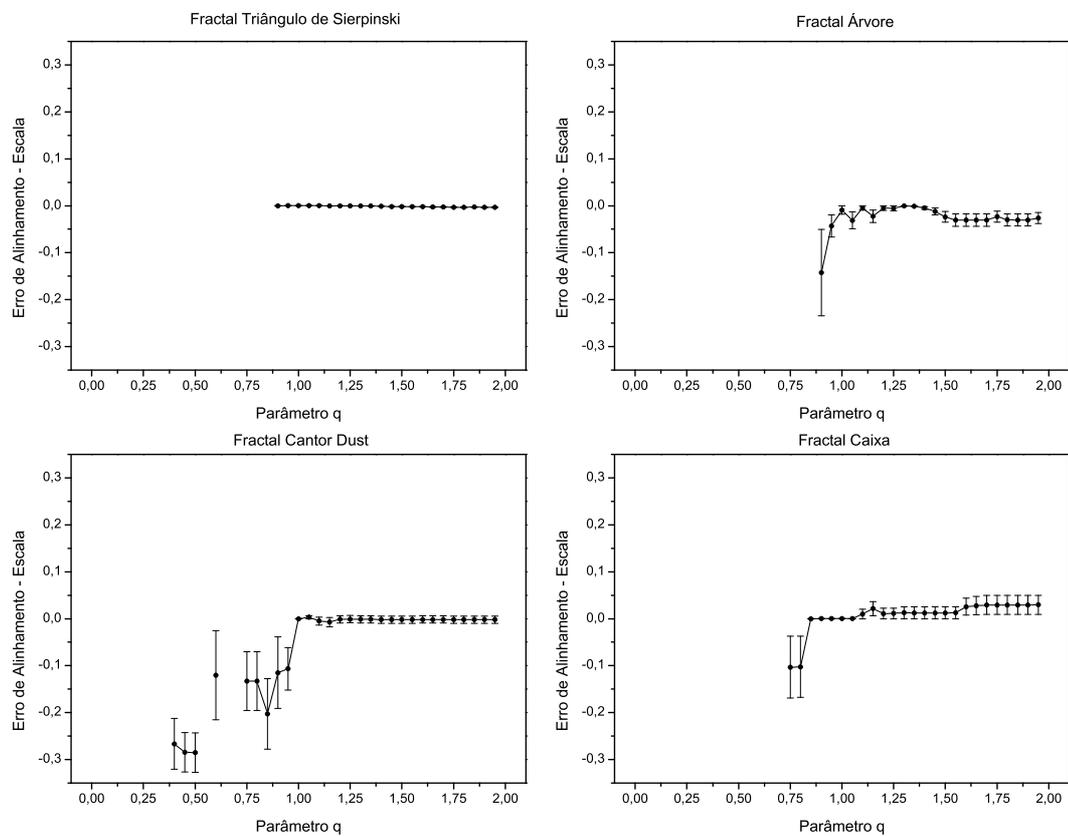


Figura 41 – Erro do corregristo para a transformação de escala com métrica de Tsallis, utilizando-se as imagens binárias dos fractais Triângulo de Sierpinski, Árvore, “Cantor Dust”, Caixa.

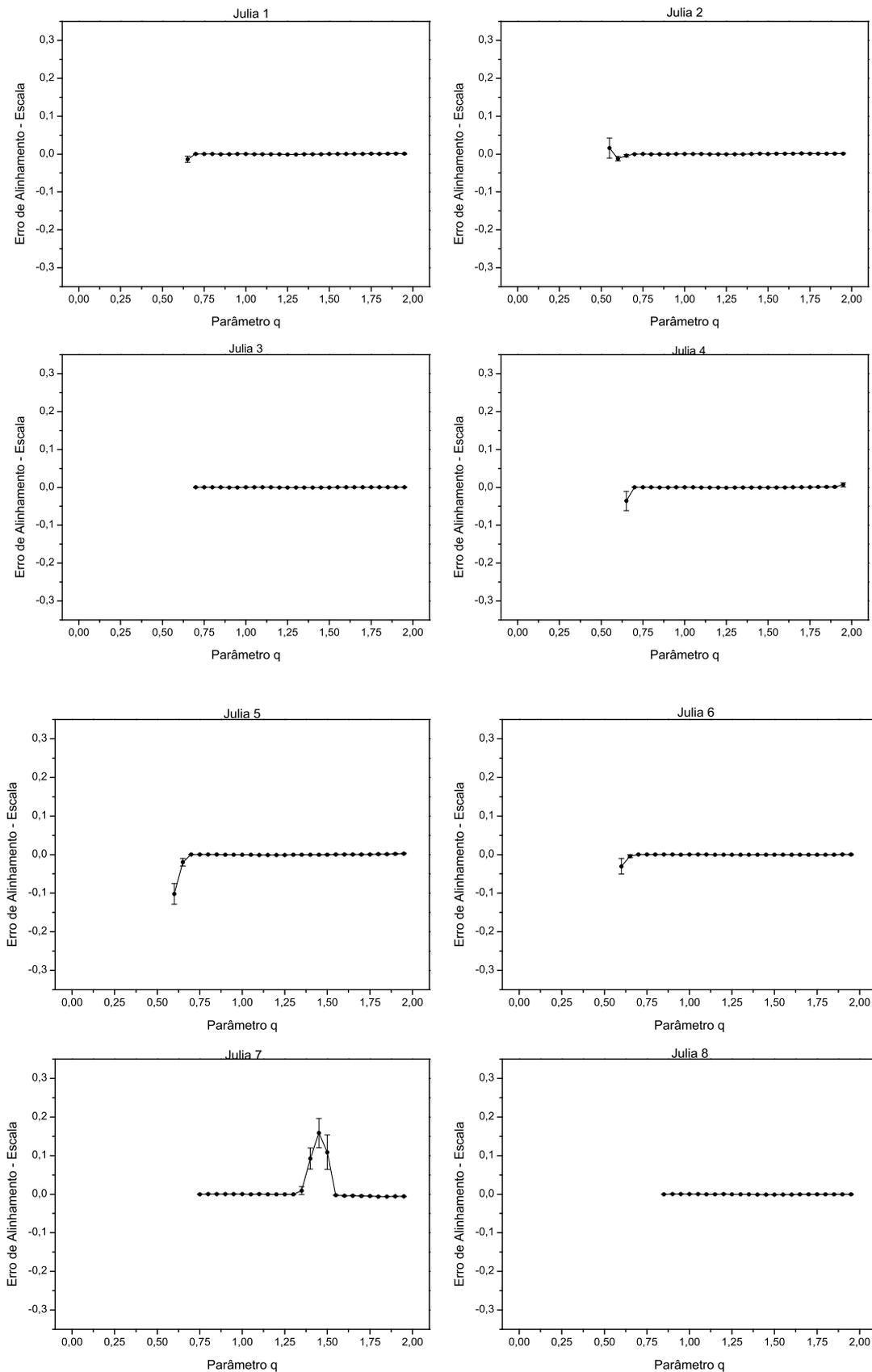


Figura 42 – Erro do corregristo para a transformação de escala com métrica de Tsallis, utilizando-se as imagens binárias dos fractais Julia1 a 8.

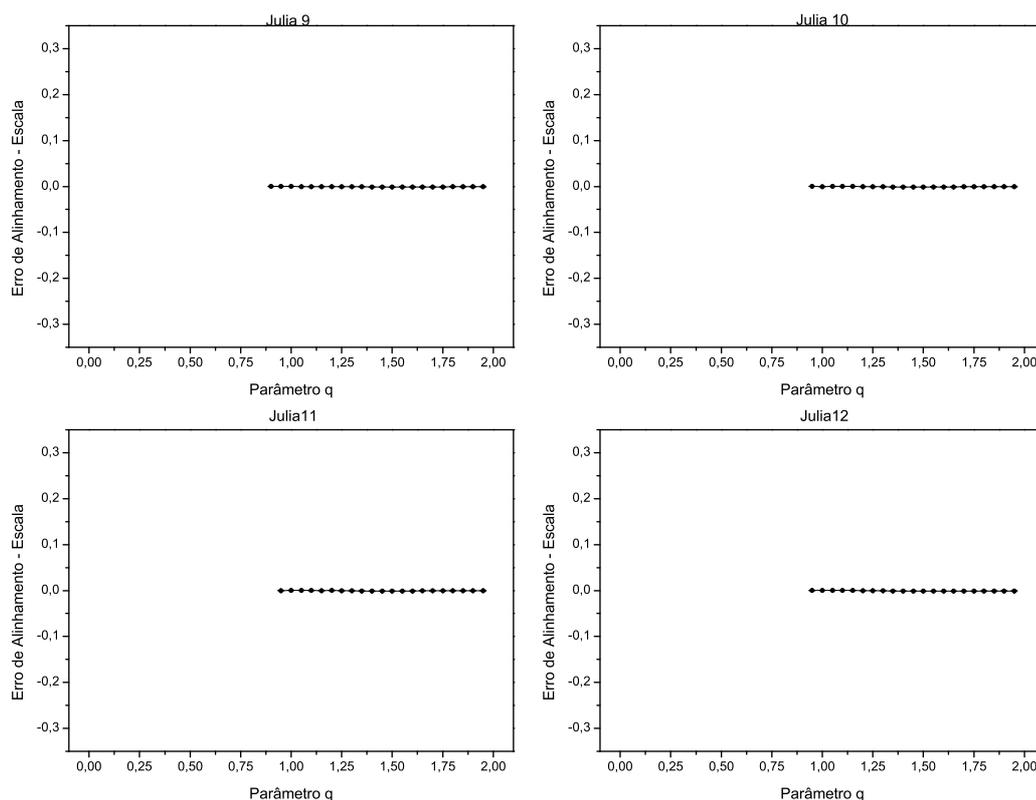


Figura 43 – Erro do corregristo para a transformação de escala com métrica de Tsallis, utilizando-se as imagens em tons de cinza dos fractais Julia9 a 12.

Neste estudo, o grau de alinhamento no corregristo para transformação de escala foi estimado a partir das expressões (6.8) ou (6.9), que fornecem os erros de alinhamento e_x e e_y nas direções horizontal e vertical, respectivamente. Uma vez que, no corregristo, as ampliações ou reduções são simétricas em ambas as direções, então $e_x = e_y$. Conforme definido, este erro depende dos fatores de escala (f_x e f_y com $f_x = f_y$) para ampliação ($f_x > 1$) ou redução ($0 < f_x < 1$) da imagem fonte, bem como dos fatores de escala (f'_x e f'_y com $f'_x = f'_y$) obtidos ao término da execução do algoritmo de corregristo. O erro de alinhamento será positivo se o comprimento final (em determinada direção) da imagem corregristada for menor do que o da imagem fonte (caso em que $f'_x < 1/f_x$). Se o comprimento final for maior do que o da imagem fonte, o erro será negativo (caso em que $f'_x > 1/f_x$). Se o comprimento final se igualar ao inicial (caso em que $f'_x = 1/f_x$) então o erro será nulo.

Por exemplo, se o comprimento horizontal da imagem fonte sofrer redução com fator de escala $f_x = 0.8$, o erro será nulo se, após execução do corregristo, o fator de

escala retornado for $f_x = 1/0.8 = 1.25$. Se o fator retornado for maior do que isto ($f_x' > 1.25$), então a imagem corregistrada terá sofrido uma ampliação superior à esperada e, portanto, o erro de alinhamento será negativo.

A execução do algoritmo de corregistro para a transformação de escala sofreu várias interrupções para pequenos valores de q (em geral menores do que 0.95) e, para estes pontos, nenhum resultado foi considerado. Por exemplo, para as imagens binárias do conjunto de Julia, nenhum ponto foi obtido para valores de q inferiores a 0.75 (para Julia1), 0.85 (para Julia7) e 0.95 (para Julia12).

Para valores de q próximos ou superiores a 1.0, o corregistro foi muito bem sucedido, apresentando erro de alinhamento praticamente nulo. Portanto, no corregistro de transformação de escala para imagens binárias, com base na métrica de Tsallis, resultados ótimos podem ser obtidos com $q \approx 1$ ou um pouco acima.

6.2.3.2. Resultados para imagens em tons de cinza

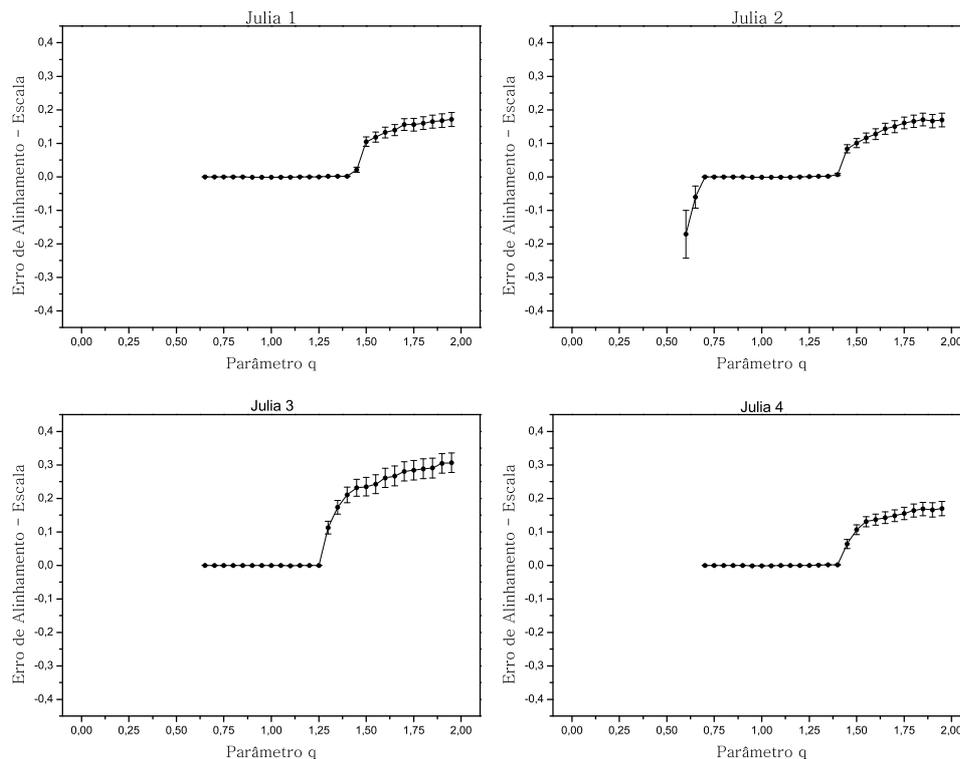


Figura 44 – Erro do corregistro para a transformação de escala, utilizando métrica de Tsallis e imagens em tons de cinza dos fractais Julia1 a 4.

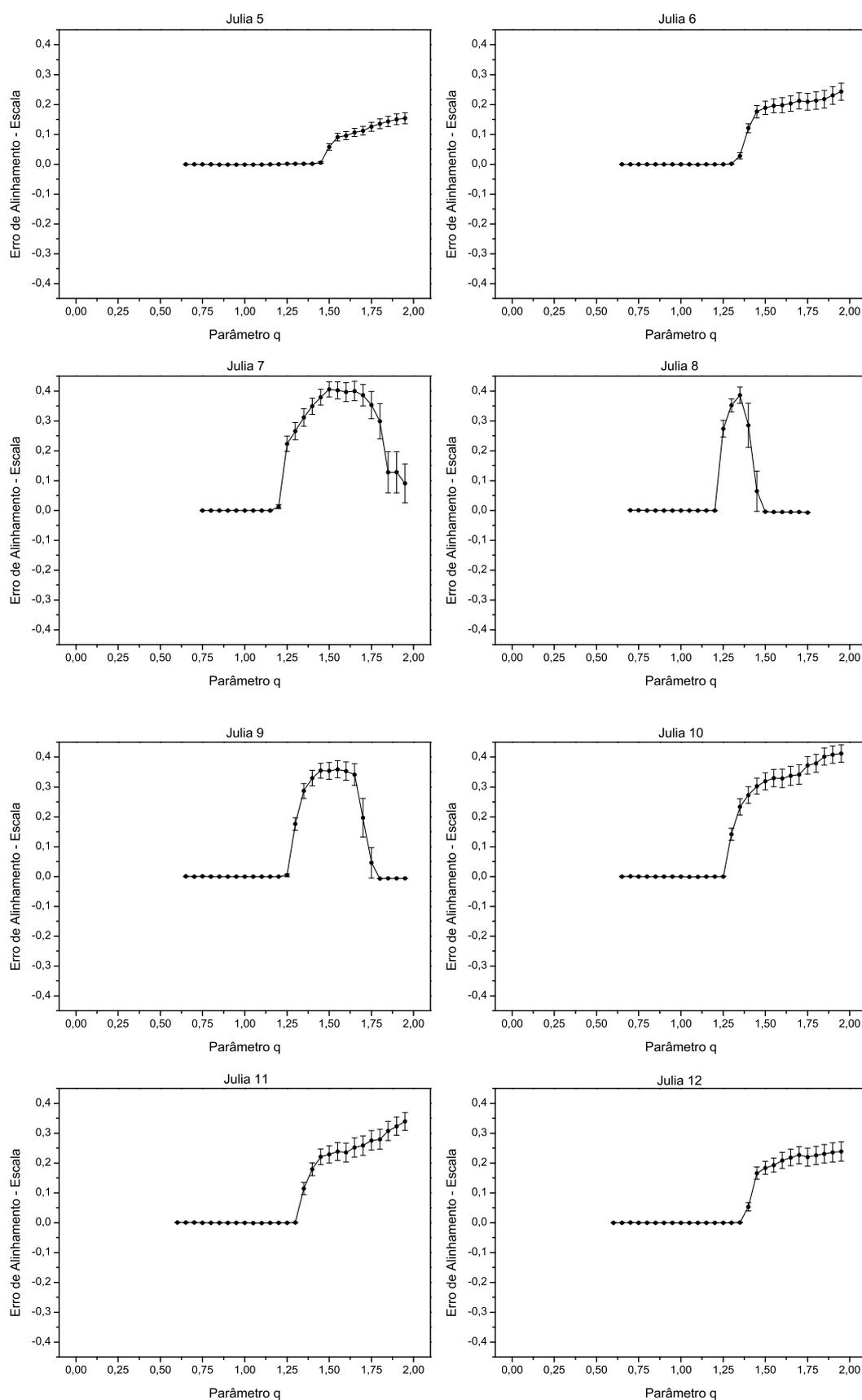


Figura 45 – Erro do corregristo para a transformação de escala, utilizando métrica de Tsallis e imagens em tons de cinza dos fractais Julia5 a 12.

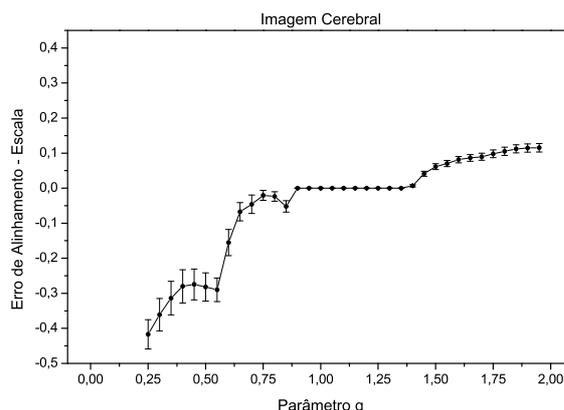


Figura 46 – Erro do corregristo para a transformação de escala, utilizando métrica de Tsallis e imagem cerebral em tons de cinza.

Utilizando a métrica de Tsallis no corregristo de escala para os fractais Julia em tons de cinza, observou-se que o erro de alinhamento manteve-se em patamares praticamente nulos para valores de q contidos no intervalo $0.75 < q < 1.25$, de modo geral.

O comportamento do erro de alinhamento de escala para a imagem cerebral em tons de cinza (Figura 46) é diferente daquele observado nos fractais Julia. Neste caso, em $q = 0.25$ o erro é negativo e, conforme q aumenta, o erro aumenta até se anular em $q \approx 0.9$, mantendo-se neste patamar até $q = 1.35$; em seguida, o erro se torna positivo, aumentando até $q = 2.0$. Novamente, para a imagem cerebral, o parâmetro q atua como um fator de otimização do corregristo, mas neste caso o intervalo de valores ótimos contem o ponto $q = 1$.

Portanto, no corregristo de transformação de escala para imagens fractais e cerebral em tons de cinza, com base na métrica de Tsallis, resultados ótimos também podem ser obtidos com $q \approx 1$ ou um pouco acima.

6.3. Estudo 2

Neste experimento comparou-se o erro do corregristo (para translação, rotação e escala proporcional) para as métricas de Coeficiente de Correlação, Diferença de Gradiente, Média dos Quadrados, Cardinalidade e Informação Mútua Generalizada para imagens binárias (item 6.3.1) e em tons de cinza (item 6.3.2).

Devido aos resultados obtidos no experimento anterior a Informação Mútua (aqui denominada de métrica de Tsallis) foi calculada no ponto $q = 1.0$ para efeito de com-

paração com as demais métricas. No entanto, para a imagem cerebral na Figura 48 utilizou-se o ponto $q = 1.5$.

6.3.1. Resultados para imagens binárias

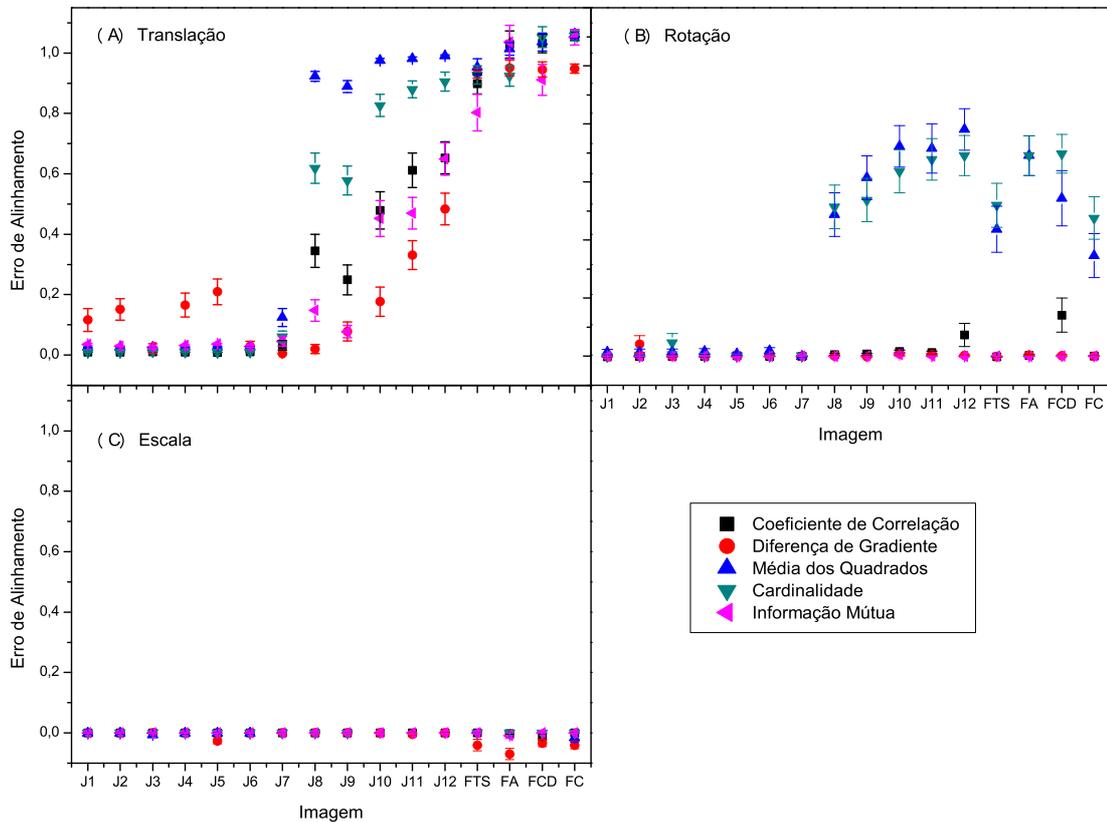


Figura 47 – Erro de alinhamento de corregristo de imagens fractais binárias para diferentes métricas e para as transformações de translação (A), rotação (B) e escala (C).

Os resultados apresentados na Figura 47A mostraram que as métricas com menores valores de erro de alinhamento para o corregristo de translação foram as de Tsallis e a de Diferença de Gradiente. A métrica de Tsallis apresentou melhor desempenho para as imagens Julia1 a Julia6 (com erro de alinhamento menor que 0.05), e para a imagem do Fractal Triângulo de Sierpinski, enquanto que a métrica de Diferença de Gradiente apresentou melhor desempenho para as imagens Julia7 a Julia 12 e Fractal Árvore, nas outras o desempenho foi equivalente em ambas as métricas.

Este resultado ressalta as considerações anteriores sobre a influência da distribuição das intensidades dos pixels das imagens para o cálculo das métricas. Na Figura 47A observa-se que, de modo geral, as métricas apresentam menor erro de alinhamen-

to para as imagens com distribuição equitativa de pixels nas cores preta e branca. O erro de alinhamento mostra-se elevado para as imagens com baixa frequência de pixels de cor branca.

O resultado apresentado na Figura 47B mostra que, para o corregristo de rotação utilizando-se imagens binárias, as métricas com melhor desempenho foram a de Diferença de Gradiente e de Informação Mútua, com erros de alinhamento menores do que 0.005. As outras métricas apresentaram erros de alinhamento menores que 0.05 para as imagens Julia1 a Julia7, no entanto, para as demais imagens utilizadas, os erros de alinhamento se mostraram muito mais elevados.

Portanto, considerando-se o erro de alinhamento para corregristo de rotação em imagens binárias, conclui-se que as métricas mais indicadas são a Diferença de Gradiente e a Informação Mútua, pois ambas apresentaram ótimos resultados em todas as imagens analisadas.

Para o corregristo de escala utilizando-se imagens binárias, os erros de alinhamento são próximos (ou quase próximos) de zero para todas as métricas e imagens analisadas, conforme observado na Figura 47C. Em particular, a Cardinalidade e a Informação Mútua apresentam erros menores do que 0.005; as demais métricas apresentam erros pequenos e próximos para as imagens Julia1, 2, 7, 10 e 12; para os fractais Triângulo de Sierpinski e Árvore, embora ainda pequenos, os erros de alinhamento são ligeiramente mais elevados em valor absoluto.

6.3.2. Resultados para imagens em tons de cinza

Para o corregristo de translação em imagens com tons de cinza (Figura 48A), as métricas analisadas apresentam ótimo desempenho tanto para os fractais Julia quanto para a imagem cerebral, com exceção das métricas Diferença de Gradiente (que apresenta erros maiores) e Média dos Quadrados (com erro maior somente se aplicada à imagem cerebral). Neste estudo, as métricas de Informação Mútua, Coeficiente de Correlação e Cardinalidade apresentaram um erro de alinhamento menor do que 0.005.

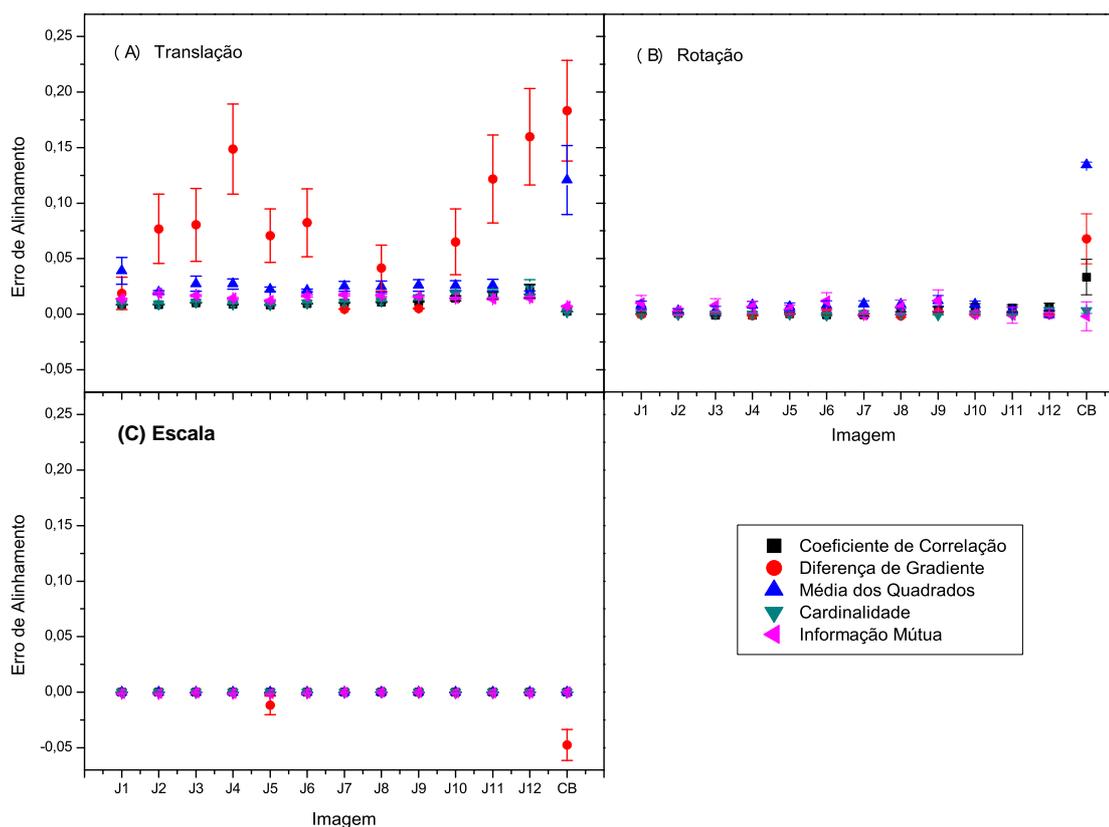


Figura 48 – Erro de alinhamento de correção de imagens em tons de cinza para diferentes métricas e para as transformações de translação (A), rotação (B) e escala (C).

Para o correção de rotação em imagens em tons de cinza (Figura 48B), todas as métricas apresentaram erros de alinhamento muito pequenos (menores que 0.025) para as imagens do conjunto de Julia. Quanto à imagem cerebral, os erros diferem entre as métricas analisadas, conforme ilustrado. Em especial, o correção da imagem cerebral utilizando a métrica de Tsallis (com $q = 1.5$) também apresenta ótimo desempenho.

Para o correção de escala utilizando-se imagens em tons de cinza (Figura 48C), todas as métricas apresentam erros de alinhamento muito próximos de zero, com exceção do caso em que a Diferença de Gradiente foi aplicada ao correção da imagem cerebral.

O algoritmo de correção para transformação de escala funcionou de forma tão precisa que o valor do erro de alinhamento para a maioria das imagens foi menor que 0.005. Mesmo no caso em que a Diferença de Gradiente foi utilizada como métrica de similaridade para correção da imagem cerebral, o erro de alinhamento foi menor do

que 0.05. Portanto, todas as medidas analisadas, incluindo-se a Informação Mútua, são eficientes métricas de similaridade para corregristo de escala em imagens com tons de cinza.

6.4. Estudo 3

Neste experimento observou-se o número de iterações realizadas do início ao término da execução do algoritmo de corregristo. O término do corregristo ocorre quando o menor erro de alinhamento é atingido ou, menos frequentemente, quando a execução do algoritmo sofre interrupção, conforme descrito anteriormente. Primeiramente, analisou-se o comportamento do número de iterações em função do parâmetro q da Informação Mútua de Tsallis. Em seguida, comparou-se o número de iterações do corregristo para as métricas de Coeficiente de Correlação, Diferença de Gradiente, Média dos Quadrados, Cardinalidade e Informação Mútua.

A seguir serão apresentados os resultados da análise do número de iterações do corregristo para a métrica de Tsallis (item 6.4.1) e, em seguida, a comparação entre as métricas (item 6.4.2).

6.4.1. Resultados do número de iterações

6.4.1.1. Translação

A seguir serão apresentados os resultados das simulações do corregristo de translação para as imagens binárias fractais (item 6.4.1.1.1) de Triângulo de Sierpinski, Árvore, “Cantor Dust”, Caixa e Julia1 a Julia12 e as imagens em tons de cinza (item 6.4.1.1.2) cerebral e Julia 1 a 12.

6.4.1.1.1. Resultados para imagens binárias

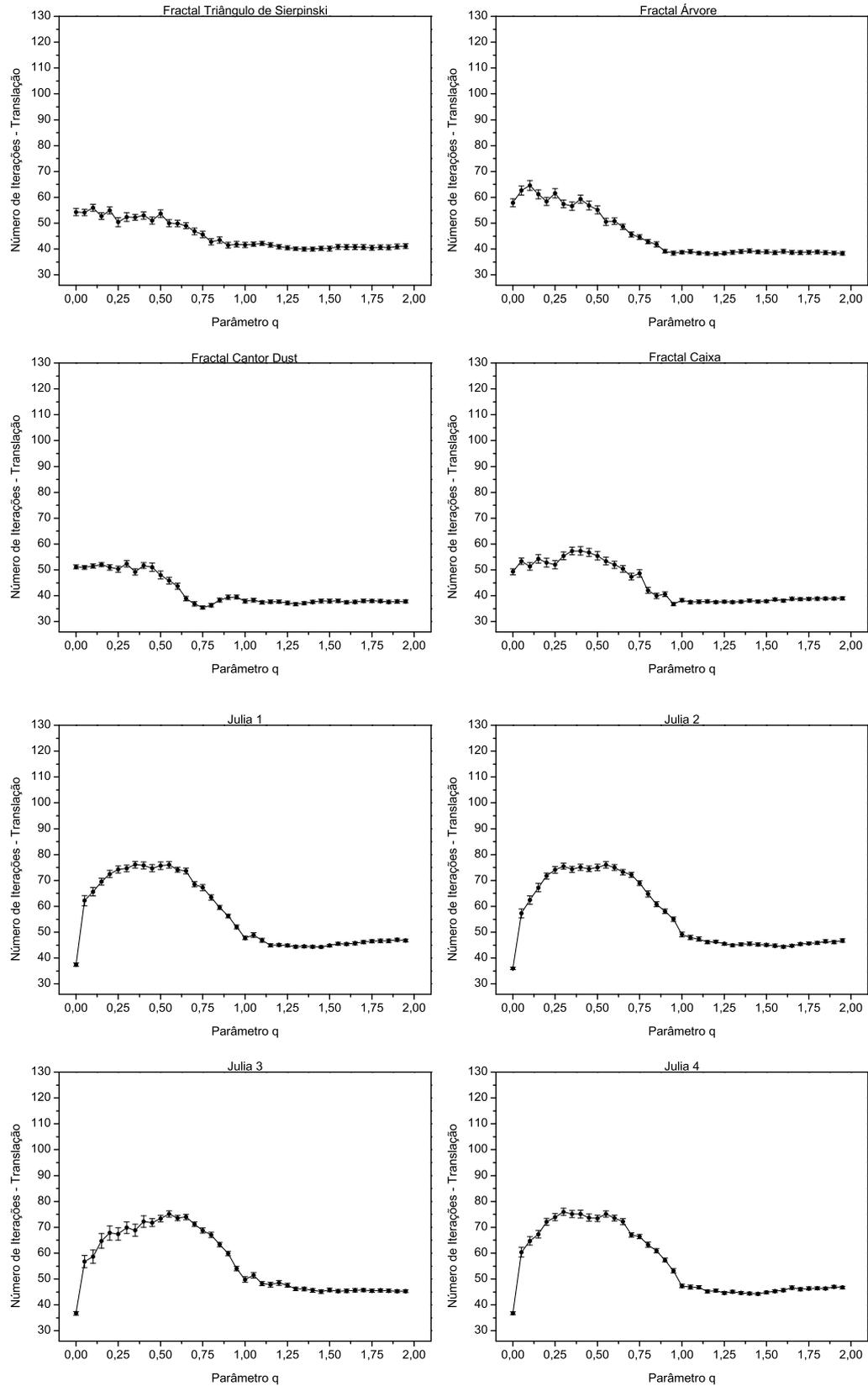


Figura 49 – Número de iterações do corregristo para translação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens binárias dos fractais Triângulo de Sierpinski, Árvore, “Cantor Dust”, Caixa e Julia1 a 4.

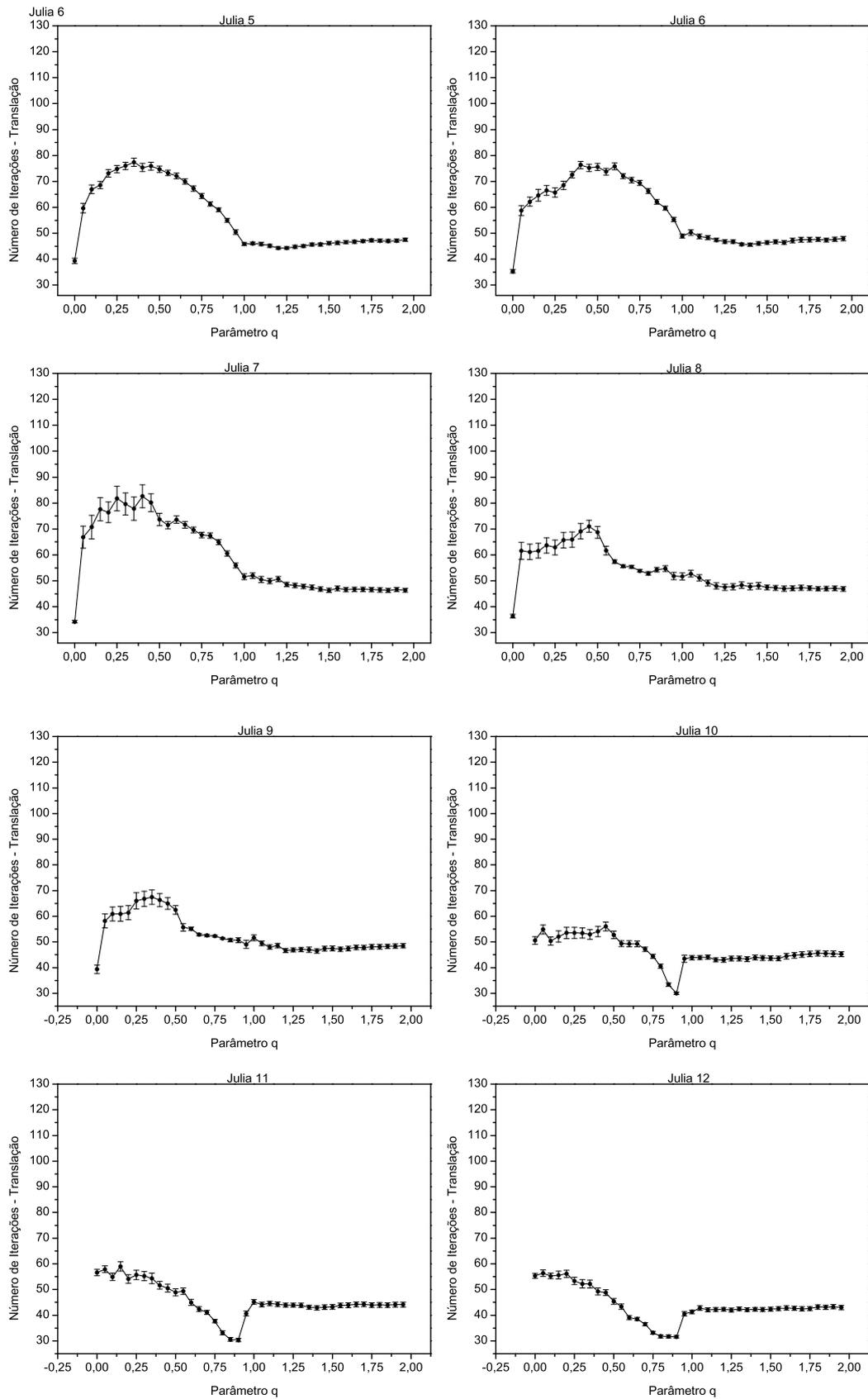


Figura 50 – Número de iterações do corregristo para a transformação de translação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens binárias dos fractais Julia5 a 12.

Nos resultados apresentados nas Figuras 49 e 50, observa-se que o comportamento do número de iterações como função do parâmetro q é muito semelhante nos gráficos correspondentes às imagens Julia1 a 6. Nestes gráficos, observa-se uma forma semelhante a uma parábola para valores $q < 1.0$; em seguida, o número de iterações se estabiliza em algum valor entre 40 e 50 iterações. A forma parabólica reflete a busca do algoritmo de correção pelo melhor alinhamento. Neste processo, valores de q baixos implicam num percurso maior para o correção. Contudo, é importante observar que, em especial para $q = 0$, o correção é finalizado com um menor número de iterações (um pouco abaixo de 40 iterações) devido à interrupção da execução do algoritmo. Para os demais valores de q , o correção termina ao se atingir os valores de convergência para o percurso ou para a função de otimização. Neste trabalho, utilizou-se os valores de convergência 0.01 (para o percurso) e 0.001 (para a função de otimização). A Figura 51 ilustra o comportamento das diferenças entre os valores da métrica e entre as translações em x e y como função das iterações realizadas para a imagem binária Julia4 e três valores de q (0.15, 0.45 e 0.80).

Imagens com menor frequência de pixels de cor branca apresentam um comportamento um pouco diferente. Nos fractais Julia7, 8 e 9, a elevação do número de iterações para $q < 1$ tende a diminuir nesta ordem, conforme a frequência de pixels brancos diminui. Para as imagens Julia10, 11 e 12, nota-se uma queda repentina do número de iterações no intervalo $0.5 < q < 1.0$. Nos fractais Julia7 a 12, o número de iterações também se estabiliza em algum valor entre 40 e 50 iterações.

Para os fractais Triângulo de Sierpinski, Árvore, “Cantor Dust” e Caixa, o número de iterações oscila entre 50 e 65 iterações para $q < 0.5$ e, em seguida, tende a decair suavemente, estabilizando-se entre 35 e 45 iterações para $q > 1$.

Uma observação importante é que o número de iterações não é a única variável para avaliação do desempenho de uma métrica. Como foi visto anteriormente, o erro de alinhamento é a principal variável a ser considerada, podendo ser utilizada em conjunto com o número de iterações. Assim, se uma métrica apresentar um pequeno número de iterações para correção, porém com um erro de alinhamento elevado, conclui-se que esta seja inadequada para o correção.

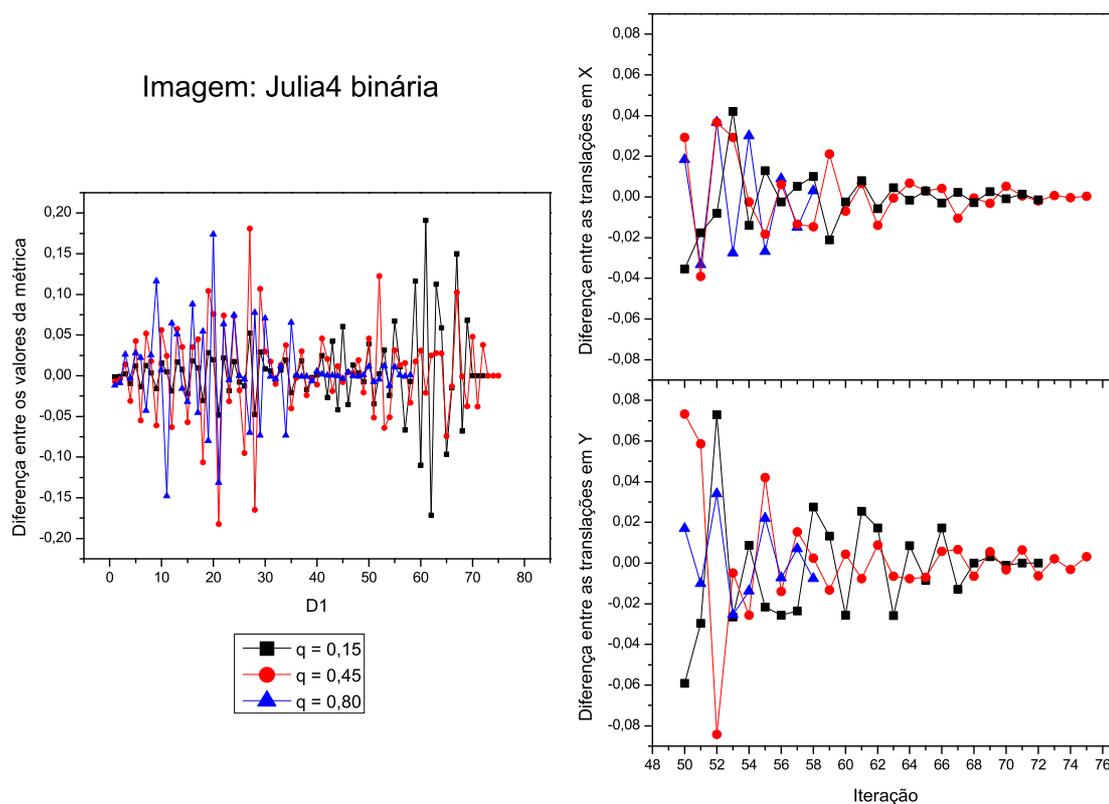


Figura 51 – Diferenças entre os valores da métrica e das translações em x e y para o corre-gisto de translação para a imagem binária Julia4.

Portanto, considerando-se ambas as variáveis erro de alinhamento e número de i-
 terações, para avaliação do desempenho do corre-gisto de translação das imagens bi-
 nárias analisadas, conclui-se que a Informação Mútua Generalizada com $q = 1.0$ é
 uma métrica adequada ao corre-gisto. Logo, para este tipo de análise, não há vanta-
 gem evidente em se utilizar a forma generalizada da Informação Mútua em relação à
 formulação padrão da teoria de informação de Shannon.

6.4.1.1.2. Resultados para imagens em tons de cinza

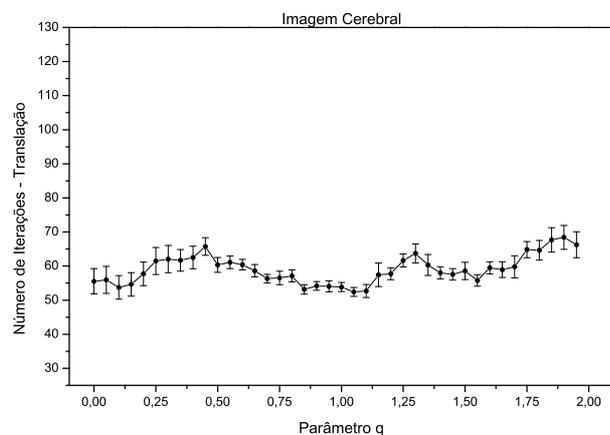


Figura 52 – Resultado do corregristo para a transformação de translação e métrica de Tsallis utilizando-se a imagem cerebral em tons de cinza.

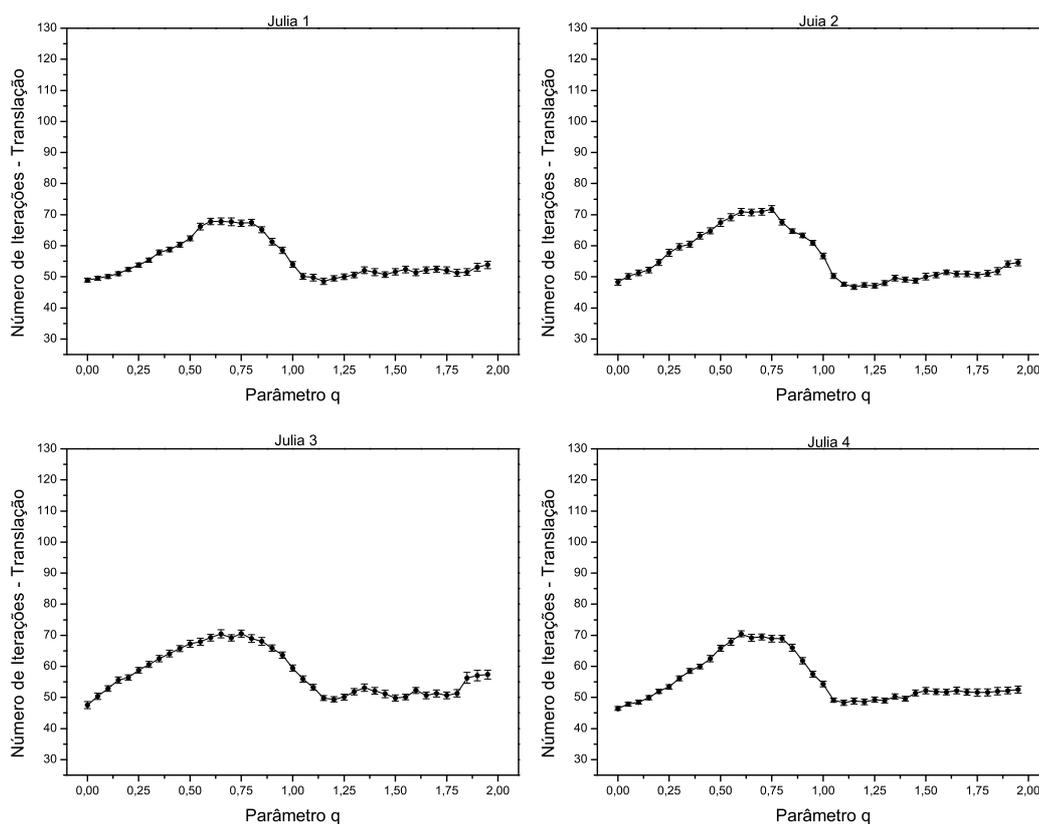


Figura 53 – Resultado do corregristo para a transformação de translação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens em tons de cinza dos fractais Julia1 a 4.

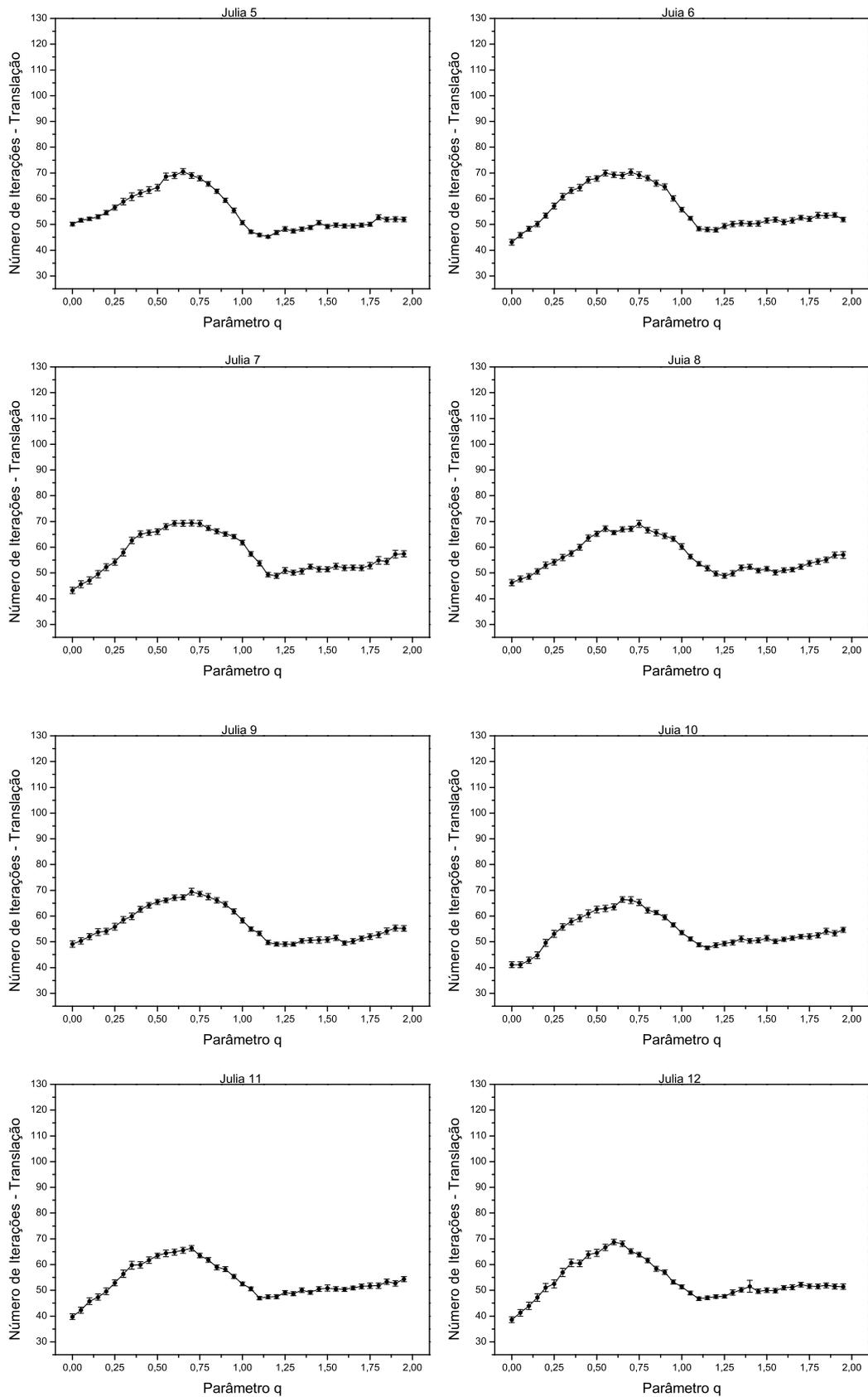


Figura 54 – Resultado do corregistro para a transformação de translação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens em tons de cinza dos fractais Julia5 a 12.

Para o corregristo de translação da imagem cerebral em tons de cinza utilizando-se a métrica de Tsallis (Figura 52), a variável número de iterações oscila entre 50 e 65 iterações, conforme q aumenta no intervalo $0 < q < 2$. O menor número de iterações, considerada a incerteza, é observado para $q \approx 1.0$. Para os fractais Julia1 a 12 (Figuras 53 e 54), o comportamento geral do número de iterações é muito semelhante: esta variável aumenta até q compreendido entre 0.65 e 0.75, decaindo em seguida e atingindo o mínimo para q compreendido entre 1.00 e 1.20; conforme q aumenta, a variável permanece quase estável no intervalo entre 45 e 55 iterações.

A diferença de comportamento verificada entre a imagem cerebral e os fractais do conjunto de Julia está associada à diferença na distribuição de intensidades dos pixels. A imagem cerebral é composta por uma grande frequência de pixels com intensidades próximas à cor branca. No caso das imagens do conjunto de Julia, o número de valores de intensidades é menor do que o da imagem cerebral, no entanto, a distribuição de frequências é menos inhomogênea e, como resultado, os valores da métrica calculados pelo algoritmo de corregristo são mais estáveis.

Portanto, considerando-se ambas as variáveis erro de alinhamento e número de iterações, para avaliação do desempenho do corregristo de translação das imagens em tons de cinza analisadas, conclui-se que a Informação Mútua Generalizada com $q = 1.0$ é uma métrica adequada ao corregristo. Logo, para este tipo de análise, não há vantagem evidente em se utilizar a forma generalizada da Informação Mútua em relação à formulação padrão da teoria de informação de Shannon.

6.4.1.2. Rotação

A seguir serão apresentados os resultados das simulações do corregristo de rotação para as imagens binárias fractais (item 6.4.1.2.1) de Triângulo de Sierpinski, Árvore, “Cantor Dust”, Caixa e Julia1 a Julia12 e as imagens em tons de cinza (item 6.4.1.2.2) cerebral e Julia 1 a 12.

6.4.1.2.1. Resultados para imagens binárias

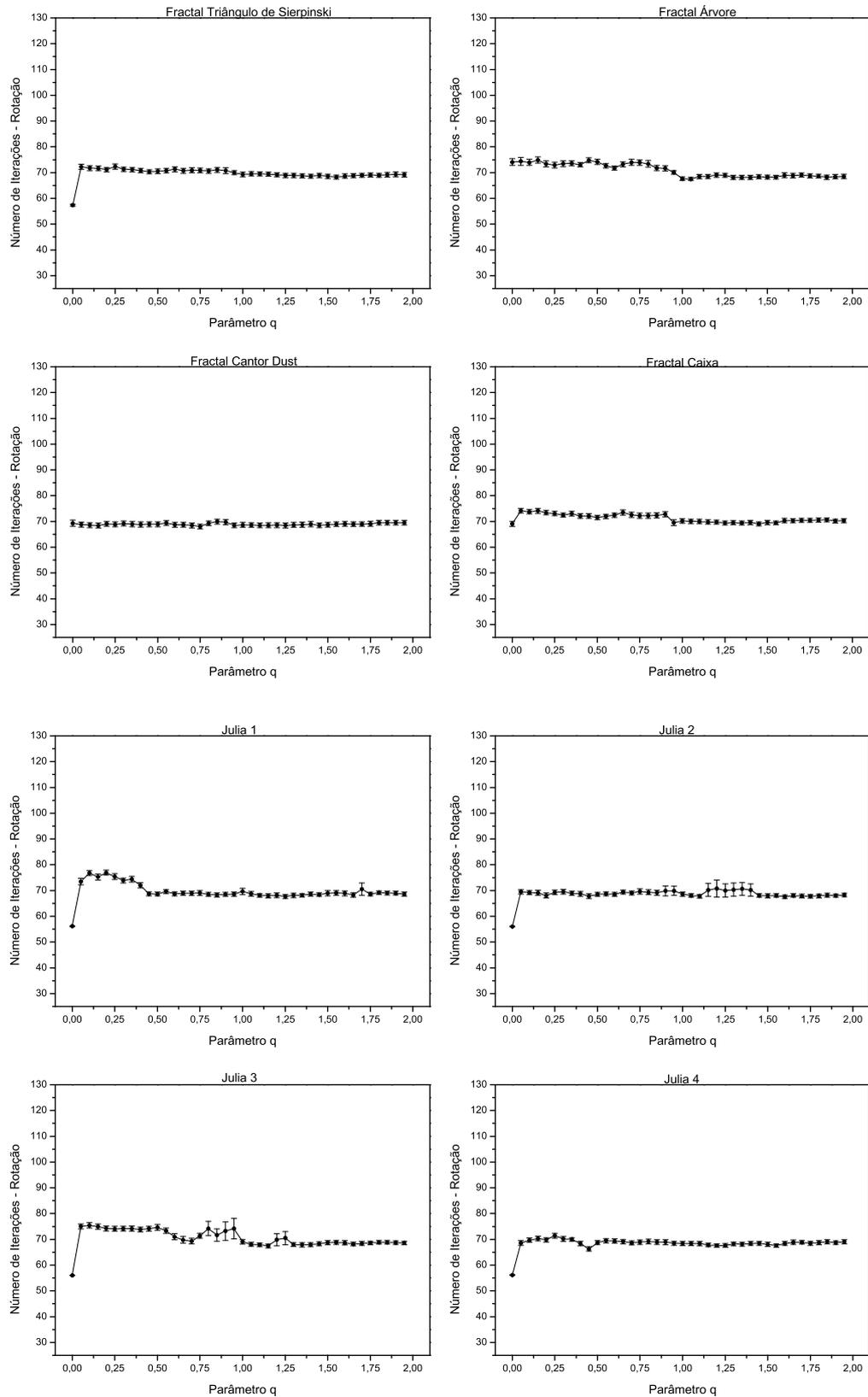


Figura 55 – Número de iterações do corregristo para a transformação de rotação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens binárias dos fractais Triângulo de Sierpinski, Árvore, “Cantor Dust”, Caixa e Julia1 a 4.

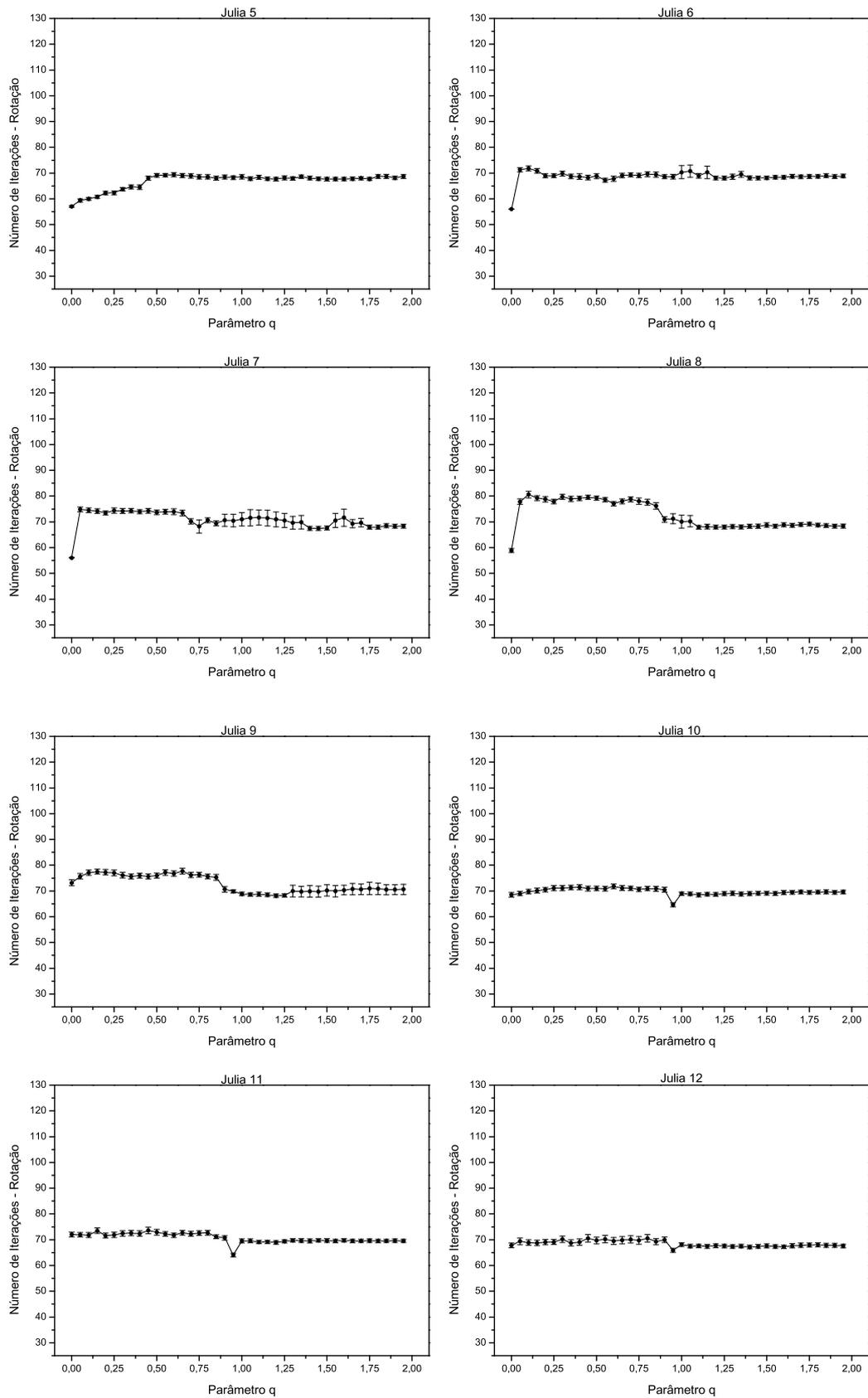


Figura 56 – Número de iterações do registo para a transformação de rotação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens binárias dos fractais Julia5 a 12.

Nos resultados apresentados nas Figuras 55 e 56, observou-se que o número de iterações para o corregristo de rotação apresentou comportamento mais estável do que o de translação, tanto para os fractais Triângulo de Sierpinski, Árvore, “Cantor Dust” e Caixa quanto para o conjunto de Julia. Em todos os fractais analisados, a variação do número de iterações não chegou a ser maior do que 10 unidades. Para valores de q próximos de 1 ou maiores, o número de iterações tende a se estabilizar num nível mínimo, situado entre 65 e 75 iterações.

Em termos do número de iterações, conclui-se que a Informação Mútua Generalizada com $q = 1.0$ é uma métrica adequada ao corregristo. Logo, para este tipo de análise, não há vantagem evidente em se utilizar a forma generalizada da Informação Mútua em relação à formulação padrão da teoria de informação de Shannon.

6.4.1.2.2. Resultados para imagens em tons de cinza

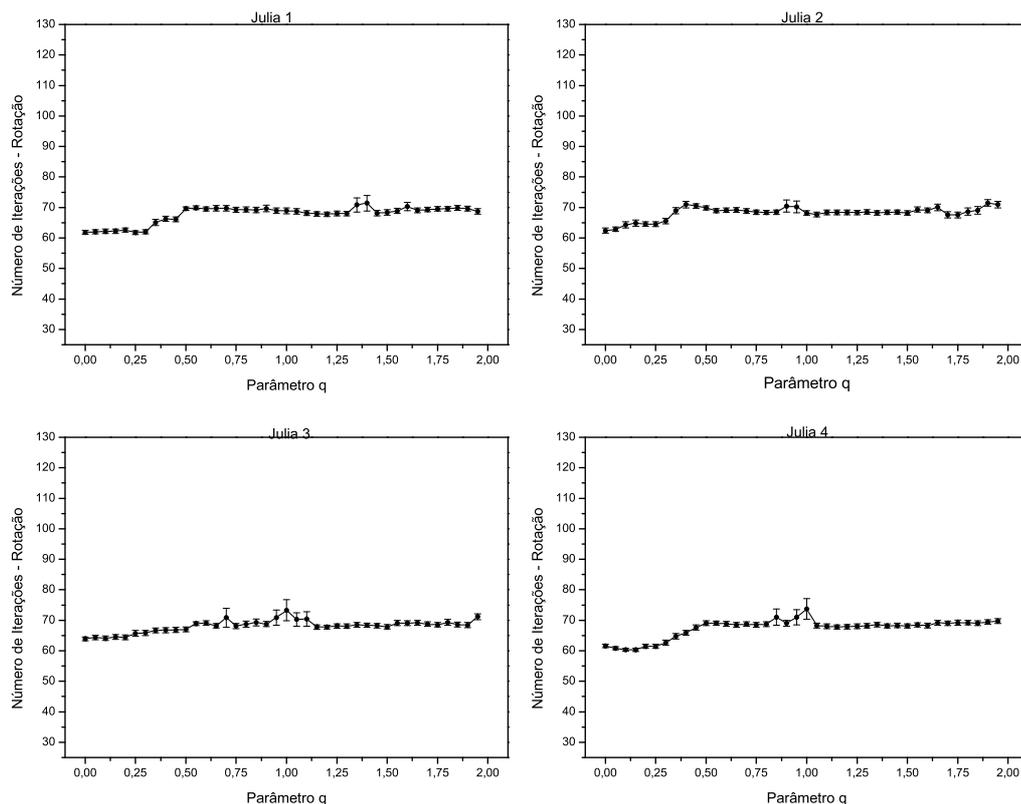


Figura 57 – Número de iterações do corregristo para a transformação de rotação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens em tons de cinza dos fractais Julia1 a 4.

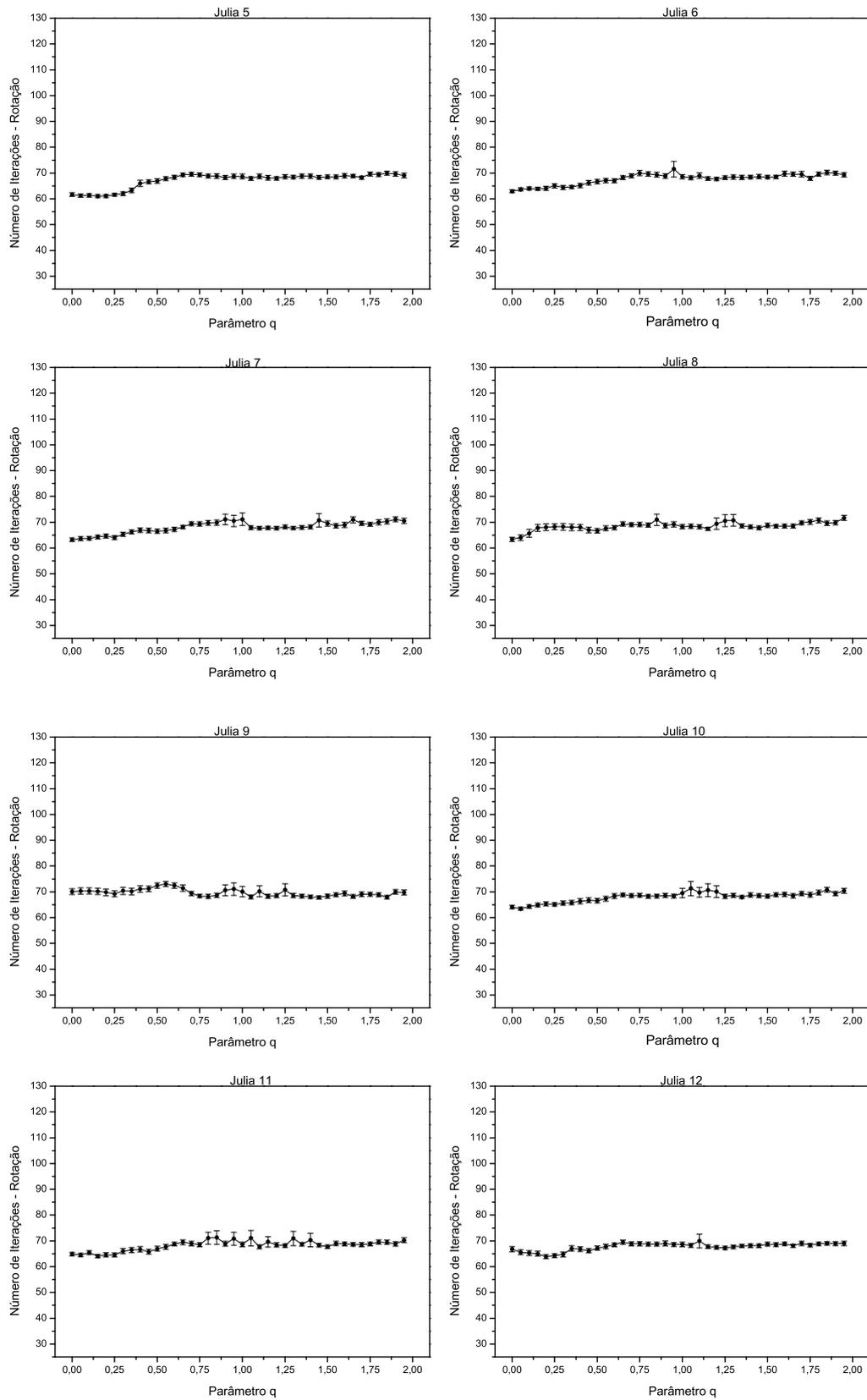


Figura 58 – Número de iterações do corregristo para a transformação de rotação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens em tons de cinza dos fractais Julia5 a 12.

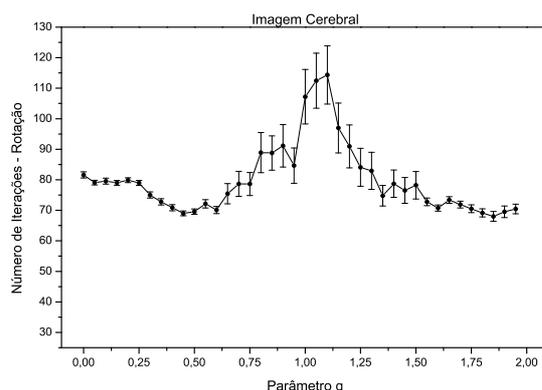


Figura 59 – Resultado do corregristo para a transformação de rotação e métrica de Tsallis utilizando-se a imagem Cerebral.

Para as imagens do conjunto de Julia em tons de cinza, observou-se que o número de iterações para o corregristo de rotação manteve-se praticamente estável, com valores compreendidos entre 65 e 75 iterações (Figuras 57 e 58). No entanto, para a imagem cerebral, o número de iterações apresentou variação significativa como função de q , passando por um valor máximo (de 115 iterações) no intervalo $1.0 < q < 1.2$ (Figura 59).

O caso do alinhamento da imagem cerebral para o corregristo de rotação é mais crítico do que para as outras transformações. Isto ocorre em função do formato elíptico do cérebro e da distribuição das intensidades dos pixels na parte interna da caixa craniana. Como decorrência destas características, o valor da informação mútua se estabiliza após um pequeno número de iterações, durante a aplicação de rotações do algoritmo de transformação.

A Figura 60 exemplifica esta situação, para o corregristo de uma imagem cerebral submetida a uma rotação de 20° . Na figura, nota-se que, para $q = 0,75$ e após 50 iterações, os deslocamentos angulares diminuem, o valor da informação mútua se torna estável e o algoritmo de corregristo atinge a convergência em aproximadamente 75 iterações, retornando um ângulo de apenas 13° . Para $q = 0,90$, o comportamento inicial da informação mútua é semelhante, mas começa a mudar ao se aproximar de 75 iterações, quando então o tamanho do passo (deslocamento angular) se altera; mais iterações são realizadas até o término do corregristo, retornando-se um ângulo muito próximo de 20° .

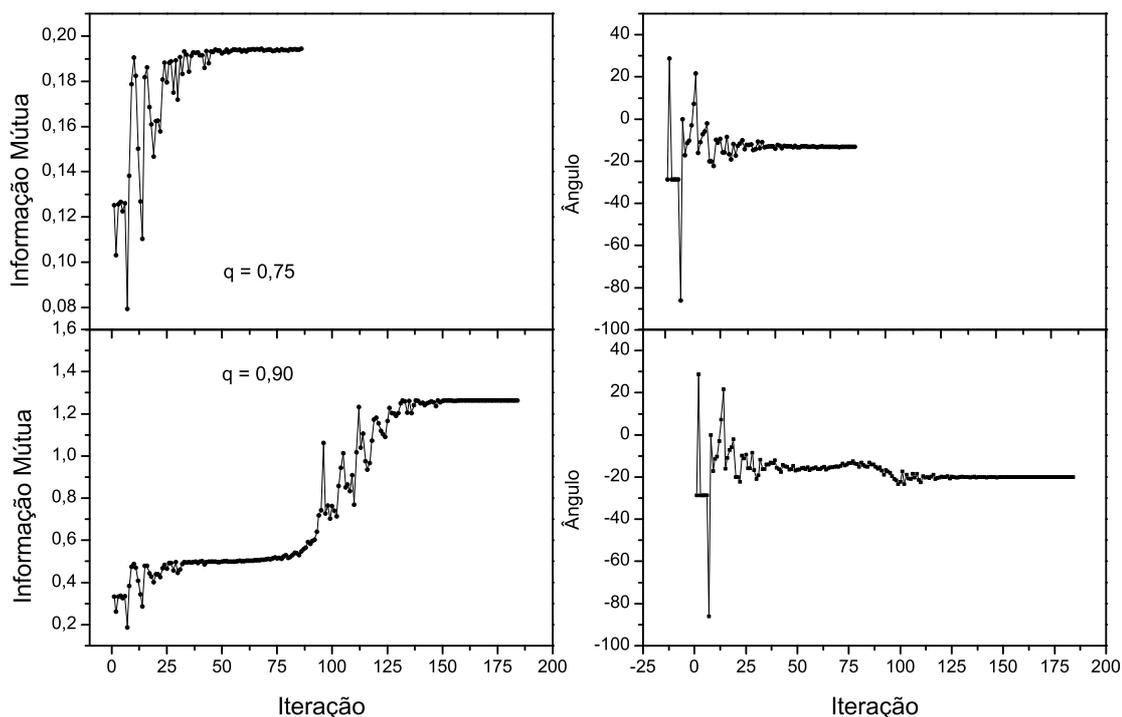


Figura 60 – Resultados do corregristo para a transformação de rotação e métrica de Tsallis utilizando-se a imagem cerebral e aplicando-se à mesma rotação de 20° .

Neste caso, o parâmetro q influencia no processo de corregristo, mas conforme mencionado anteriormente, o algoritmo de otimização utilizado neste trabalho possui parâmetros de configuração que podem melhorar o funcionamento do algoritmo de corregristo. Devido a isto, é possível que a mudança no valor da informação mútua decorrente da variação do parâmetro q tenha implicações na forma como o algoritmo de otimização calcula o tamanho dos passos. Assim sendo, é provável que uma mudança na configuração dos parâmetros do otimizador também tenha efeito no processo de corregristo.

Além disto, é importante lembrar que, embora a imagem cerebral utilizada neste trabalho possua grande variação de níveis de intensidade dos pixels, a distribuição de frequências é muito concentrada em poucos destes níveis.

Em termos do número de iterações, conclui-se que a Informação Mútua Generalizada com $q \approx 1.0$ é uma métrica adequada ao corregristo de rotação para as imagens em tons de cinza, tanto para os fractais Julia quanto para a imagem cerebral. Logo, para este tipo de análise, não há vantagem evidente em se utilizar a forma generali-

zada da Informação Mútua em relação à formulação padrão da teoria de informação de Shannon.

6.4.1.3. Escala

A seguir serão apresentados os resultados das simulações do corregristo de escala para as imagens binárias fractais (item 6.4.1.3.1) de Triângulo de Sierpinski, Árvore, “Cantor Dust”, Caixa e Julia1 a 12 e para as imagens em tons de cinza (item 6.4.1.3.2) cerebral e Julia 1 a 12.

6.4.1.3.1. Resultados para imagens binárias

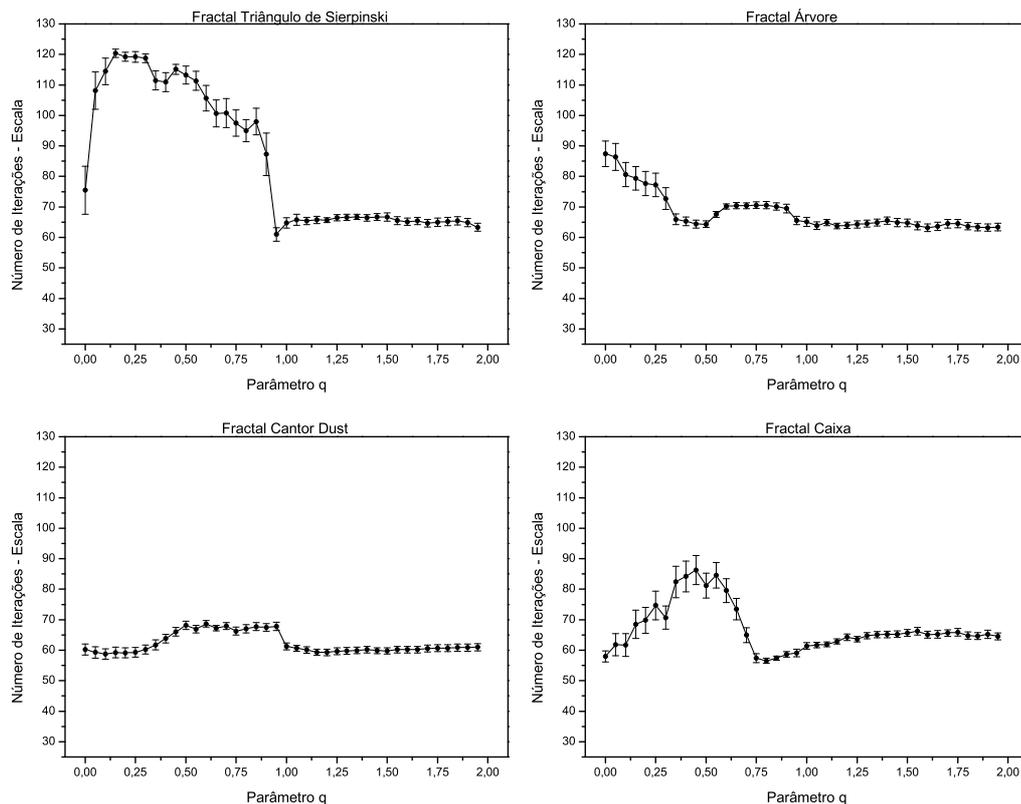


Figura 61 – Número de iterações do corregristo para a transformação de translação e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens binárias dos fractais Triângulo de Sierpinski, Árvore, “Cantor Dust” e Caixa.

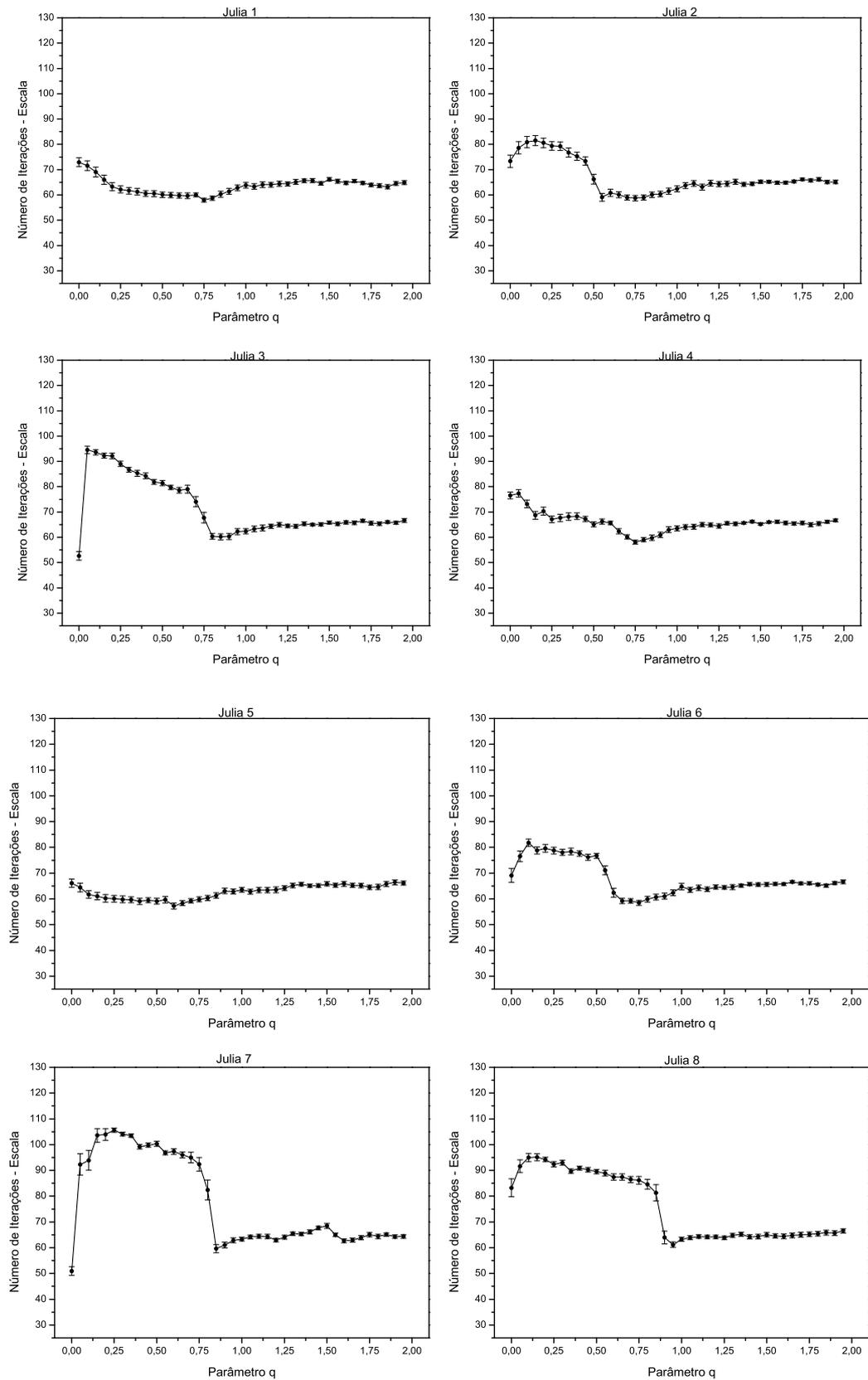


Figura 62 – Número de iterações do corregristo para a transformação de escala e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens binárias dos fractais Julia1 a 8.

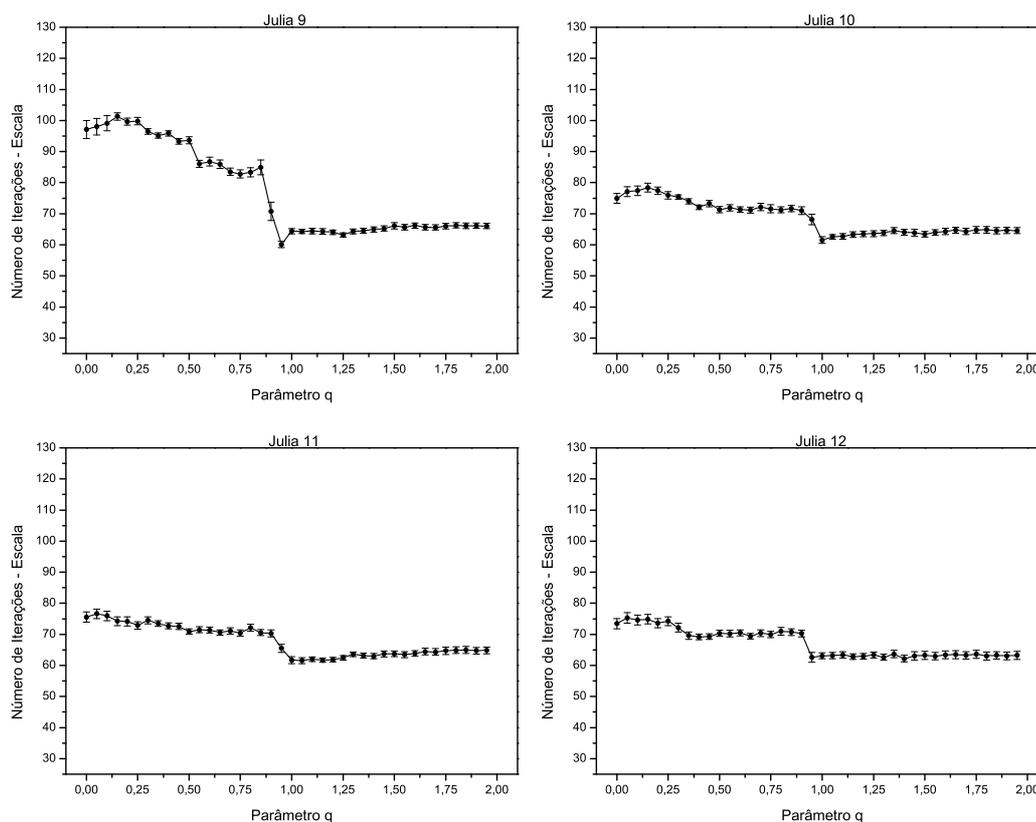


Figura 63 – Número de iterações do corregristo para a transformação de escala e métrica de Tsallis utilizando-se as imagens binárias dos fractais Julia9 a 12.

As Figuras 61 a 63 mostram o comportamento do número de iterações do corregristo, utilizando-se a métrica de Tsallis para transformação de escala em imagens binárias.

Tanto para os fractais Triângulo de Sierpinski, Árvore, “Cantor Dust” e Caixa quanto para o conjunto de Julia, o número de iterações tende a se estabilizar num intervalo entre 60 e 70 iterações, para valores de q próximos a 1.0 ou maiores do que isto. Por outro lado, para valores de q menores, em algumas imagens (FTS, FC, J3, J7 e J8), o número de iterações se eleva consideravelmente, atingindo valores entre 85 e 120 iterações.

De modo geral, quanto menor a frequência da intensidade branca nos pixels das imagens binárias, menor a capacidade do corregristo de escala em realizar a sobreposição das imagens alvo e referência. A grande variação no número de iterações para valores de q menores do que 1.0 pode ser novamente explicada pela distribuição de

intensidades dos pixels dos fractais binários. Tal como ocorre nas outras transformações, o número de níveis de intensidades influencia diretamente o cálculo da informação mútua. Neste sentido, o algoritmo de otimização fornece valores para o algoritmo de transformação que podem causar uma ampliação ou uma redução exagerada da imagem referência, tornando instável o percurso para o processo de sobreposição.

A Figura 64 apresenta o percurso no decorrer do corregristo para transformação de escala do fractal binário Triângulo de Sierpinski, utilizando-se a métrica de Tsallis e fator de escala inicial 0.920. Observa-se que, para $q = 0.5$, o algoritmo retorna fatores de escala grandes enquanto que, para o caso $q = 1.0$, o algoritmo retorna fatores de escala pequenos. No primeiro caso, a imagem obtida após o corregristo é muito menor do que a referência, enquanto que, no segundo caso, observa-se um alinhamento muito preciso.

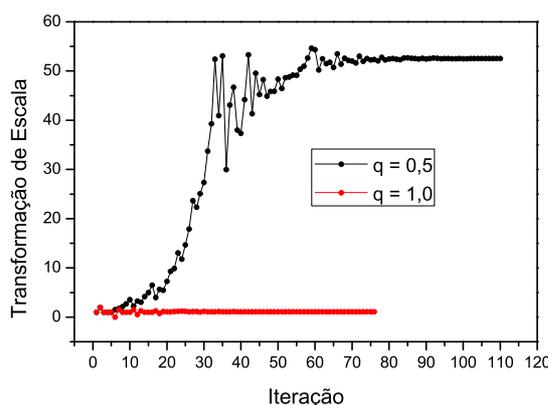


Figura 64 – Percurso do corregristo para transformação de escala do fractal binário Triângulo de Sierpinski, utilizando-se métrica de Tsallis e fator de escala inicial 0.920.

A Figura 65 ilustra as imagens diferença ao final do processo de corregristo de escala do fractal binário Triângulo de Sierpinski. Para $q = 0,5$ (à esquerda), o corregristo não teve sucesso, pois a imagem obtida ao término do processo é muito menor do que a original, estando localizada próxima ao centro do triângulo. Para $q = 1$, o alinhamento foi muito preciso; neste caso, a presença de um sutil contorno na imagem diferença indica o sucesso do algoritmo de corregristo.

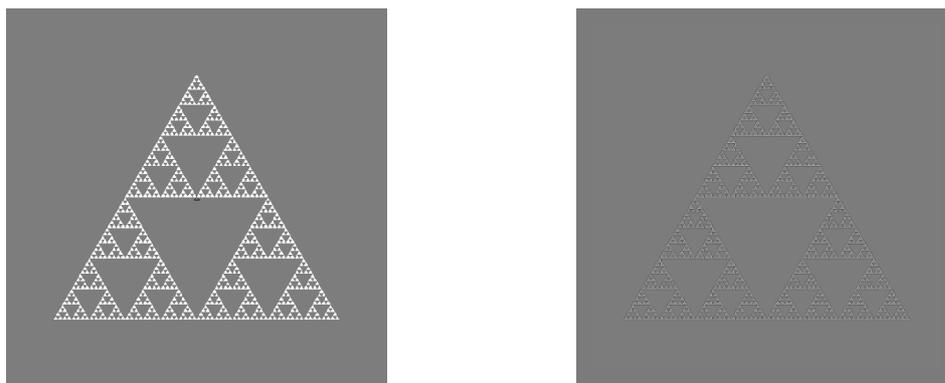


Figura 65 – Imagens diferença ao final do processo de correção de escala (do fractal binário Triângulo de Sierpinski) utilizando-se a métrica de Tsallis: à esquerda, caso $q = 0.5$; à direita, caso $q = 1.0$.

Em termos do número de iterações, conclui-se que a Informação Mútua Generalizada com $q \approx 1.0$ é uma métrica adequada ao correção de escala para as imagens binárias.

6.4.1.3.2. Resultados para imagens em tons de cinza

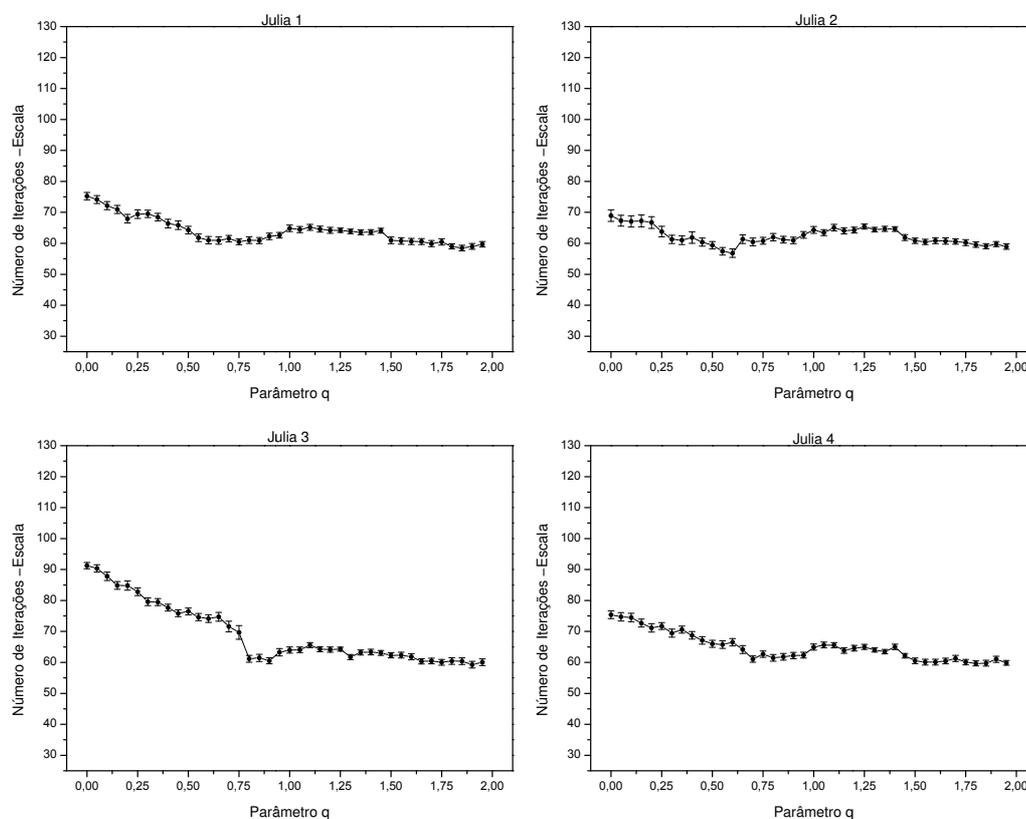


Figura 66 – Número de iterações do correção para a transformação de escala e métrica de Tsallis utilizando-se fractais Julia1 a 4 em tons de cinza.

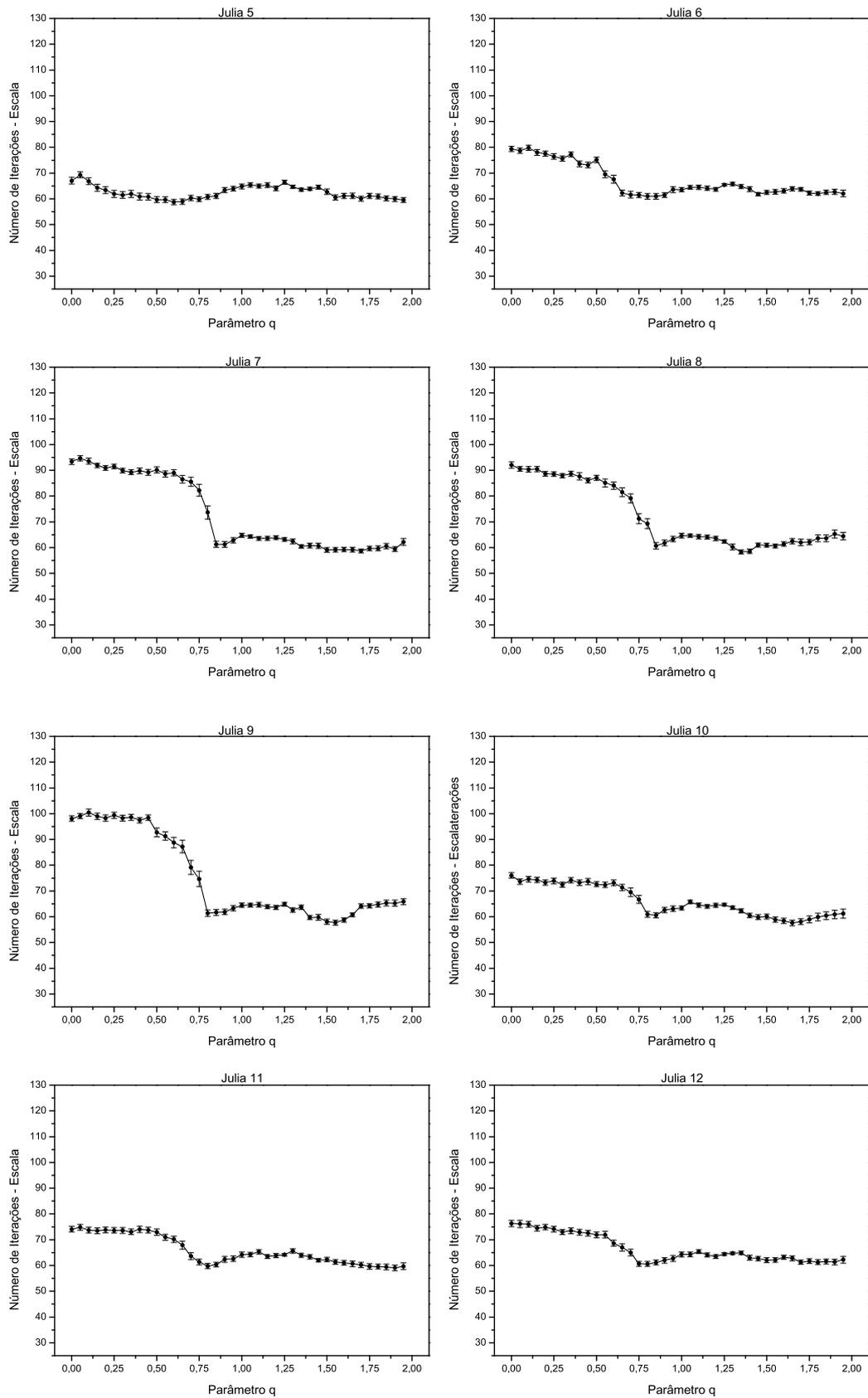


Figura 67 – Número de iterações do corregristo para a transformação de escala e métrica de Tsallis utilizando-se fractais Julia5 a 12 em tons de cinza.

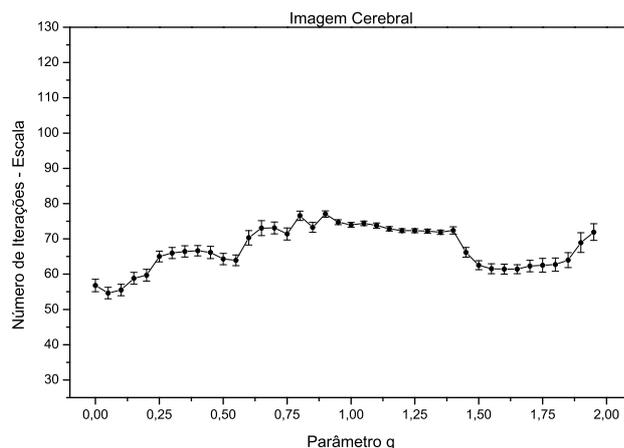


Figura 68 – Número de iterações do corregristo para a transformação de escala e métrica de Tsallis utilizando-se a imagem cerebral em tons de cinza.

As Figuras 66 a 68 mostram o comportamento do número de iterações do corregristo, utilizando-se a métrica de Tsallis para transformação de escala em imagens em tons de cinza.

Para o conjunto de Julia (Figuras 66 e 67), o número de iterações tende a se estabilizar num intervalo entre 60 e 70 iterações, para valores de q próximos a 1.0 ou maiores do que isto; em algumas imagens (J3, J7, J8 e J9), o número de iterações se eleva consideravelmente conforme q se aproxima de zero, atingindo valores entre 90 e 100 iterações.

O comportamento do número de iterações é semelhante entre as imagens do conjunto de Julia, o que provavelmente se deve à distribuição de intensidades de pixels em tons de cinza mais equilibrada, conforme comentado anteriormente.

Para a imagem cerebral (Figura 68), o número de iterações oscila na faixa compreendida entre 60 e 80 iterações; neste caso, o valor máximo deste número ocorre para valores de q compreendidos no intervalo entre 0.75 e 1.00.

Em termos do número de iterações, conclui-se que a Informação Mútua Generalizada com $q \approx 1.0$ é uma métrica adequada ao corregristo de escala para as imagens em tons de cinza analisadas, sejam os fractais do conjunto de Julia ou a imagem cerebral.

6.4.2. Comparação entre as Métricas

Neste experimento comparou-se número de iterações do algoritmo de corregristo (para translação, rotação e escala proporcional) para o menor erro de alinhamento entre as métricas de Coeficiente de Correlação, Diferença de Gradiente, Média dos Quadrados, Cardinalidade e Informação Mútua (métrica de Tsallis com $q=1$), para imagens binárias (item 6.4.2.1) e em tons de cinza (item 6.4.2.2). Na imagem cerebral na Figura 48 utilizou-se o ponto $q = 1.5$.

6.4.2.1. Resultados para imagens binárias

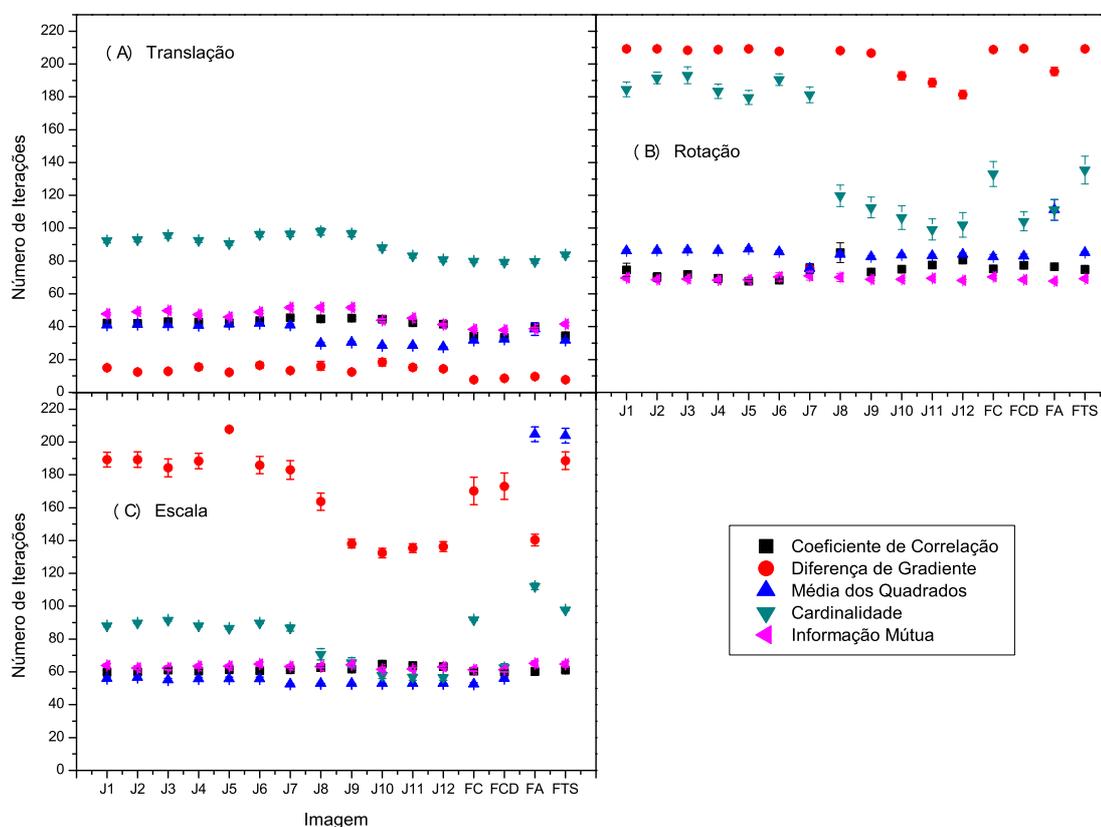


Figura 69 – Número de iterações do corregristo para o menor erro de alinhamento de imagens binárias para diferentes métricas e para as transformações de translação (A), rotação (B) e escala (C).

Para a transformação de translação, os resultados apresentados na Figura 69A mostram que as métricas de Informação Mútua, Coeficiente de Correlação e Média dos Quadrados têm comportamento muito parecidos quanto ao número de iterações. A métrica de Cardinalidade apresentou os maiores valores para o número de itera-

ções, enquanto que a métrica de Diferença de Gradiente apresentou os menores. A métrica de Diferença de Gradiente apresentou os menores erros de alinhamento para o caso da translação das imagens fractais Julia8 a 12 e para os outros fractais binários analisados (não pertencentes ao conjunto de Julia). Entretanto, para as imagens Julia1 a 7 foram notados maiores erros de alinhamento (Figura 47A). Conforme considerações anteriores, a análise do número de iterações isoladamente não tem sentido, visto que no corregristo busca-se primordialmente o melhor alinhamento. Portanto, considerando-se as características das imagens Julia8 a 12 e as dos outros fractais, conclui-se que a métrica que apresenta o melhor desempenho no corregristo é a de Tsallis.

A métrica de Média dos Quadrados também apresentou uma boa resposta quanto ao número de iterações, mas ao observar-se o erro de alinhamento esta métrica apresentou um desempenho inferior ao da métrica de Diferença de Gradiente. A métrica de Coeficiente de Correlação foi a que teve desempenho mais próximo da métrica de Tsallis, no entanto, os erros de alinhamento correspondentes foram um pouco maiores.

Portanto, para a transformação de translação das imagens binárias utilizadas neste trabalho, a métrica que apresentou melhor desempenho foi a de Informação Mútua.

O resultado apresentado na Figura 69B mostra que, para o corregristo de rotação utilizando-se imagens binárias, as métricas com melhor desempenho foram o Coeficiente de Correlação e a Informação Mútua. A métrica de Média dos Quadrados apresentou desempenho bem próximo a estas métricas, mas as outras duas apresentaram números de iterações bem mais elevados. Além disto, ao analisarmos também o erro de alinhamento, nota-se que, embora a métrica de Média dos Quadrados necessite de poucas iterações, o erro de alinhamento para as imagens Julia8 a 12 e para os outros fractais não pertencentes ao conjunto de Julia foi muito alto. Isto ocorre também na métrica de Cardinalidade. A resposta do algoritmo de corregristo para as métricas de Média dos Quadrados e de Informação Mútua foi tão próxima que difere apenas por duas imagens (Julia12 e “Cantor Dust”).

Portanto, para o caso da transformação de rotação das imagens binárias utilizadas neste trabalho, a métrica que apresentou melhor desempenho foi a de Informação Mútua.

O resultado apresentado na Figura 69C mostra que, para o correto registro de escala utilizando-se imagens binárias, as métricas com melhor desempenho foram a de Coeficiente de Correlação, Informação Mútua e Média dos Quadrados. Entre estas métricas, a Média dos Quadrados apresentou dois casos em que o número de iterações foi muito mais elevado (fractais Árvore e Triângulo de Sierpinski). A métrica de Diferença de Gradiente apresentou o maior número de iterações seguida da métrica de Cardinalidade.

Para o correto registro de escala, nota-se que os erros de alinhamento (Figura 47) foram tão pequenos que, em princípio, qualquer uma das métricas poderia ser indicada. No entanto, considerando-se a estabilidade no comportamento das métricas para as diferentes imagens, as melhores escolhas seriam as métricas de Coeficiente de Correlação e de Informação Mútua.

Portanto, para o caso da transformação de escala das imagens binárias utilizadas neste trabalho, as métricas que apresentaram melhor desempenho foram as de Informação Mútua e de Coeficiente de Correlação.

6.4.2.2. Resultados para imagens em tons de cinza

Para o correto registro de translação em imagens com tons de cinza, os resultados apresentados na Figura 70A mostram que a métrica de Diferença de Gradiente apresentou menor número de iterações seguida, nesta ordem, das métricas Média dos Quadrados, Coeficiente de Correlação, Informação Mútua e Cardinalidade. A métrica de Diferença de Gradiente necessitou menos do que a metade do número de iterações das métricas Média dos Quadrados e de Coeficiente de Correlação. No entanto, considerando-se os erros de alinhamento (Figura 48), nota-se que tal métrica seria a menos indicada.

A métrica de Diferença de Gradiente apresentou um menor número de iterações somente para o caso da translação e isto está associado ao processo de transformação da imagem alvo. No caso da rotação e da escala as transformações foram aplicadas com as imagens fonte e alvo sempre centralizadas, dependendo das características das imagens isto resulta em passos menores direcionando a imagem alvo a um caminho mais preciso para se atingir o correto alinhamento. Nesta situação o erro de alinha-

mento é menor, mas o número de passos é maior pelo fato dos passos serem menores. Isto pode ser visto observando-se também os erros de alinhamento (Figura 48A).

Assim, na translação (Figura 48A) em muitos casos as transformações aplicadas na imagem alvo resultaram em interrupções das simulações devido a passos muito grandes que ocasionaram erros de alinhamento maiores do que o limite permitido. Isto explica a maior dispersão entre os valores dos erros de alinhamento vistos na Figura 48A e também o baixo número de passos da Figura 70A.

A métrica de Média dos Quadrados apresenta um erro de alinhamento maior que o das métricas de Coeficiente de Correlação e de Informação Mútua, logo, estas duas métricas seriam as melhores opções. Os erros de alinhamento para estas métricas são muito próximos, mas a métrica de Coeficiente de Correlação apresentou os menores valores de números de iterações. Portanto, para o caso da transformação de translação das imagens em tons de cinza utilizadas neste trabalho, a métrica que apresentou melhor desempenho foi a de Informação Mútua.

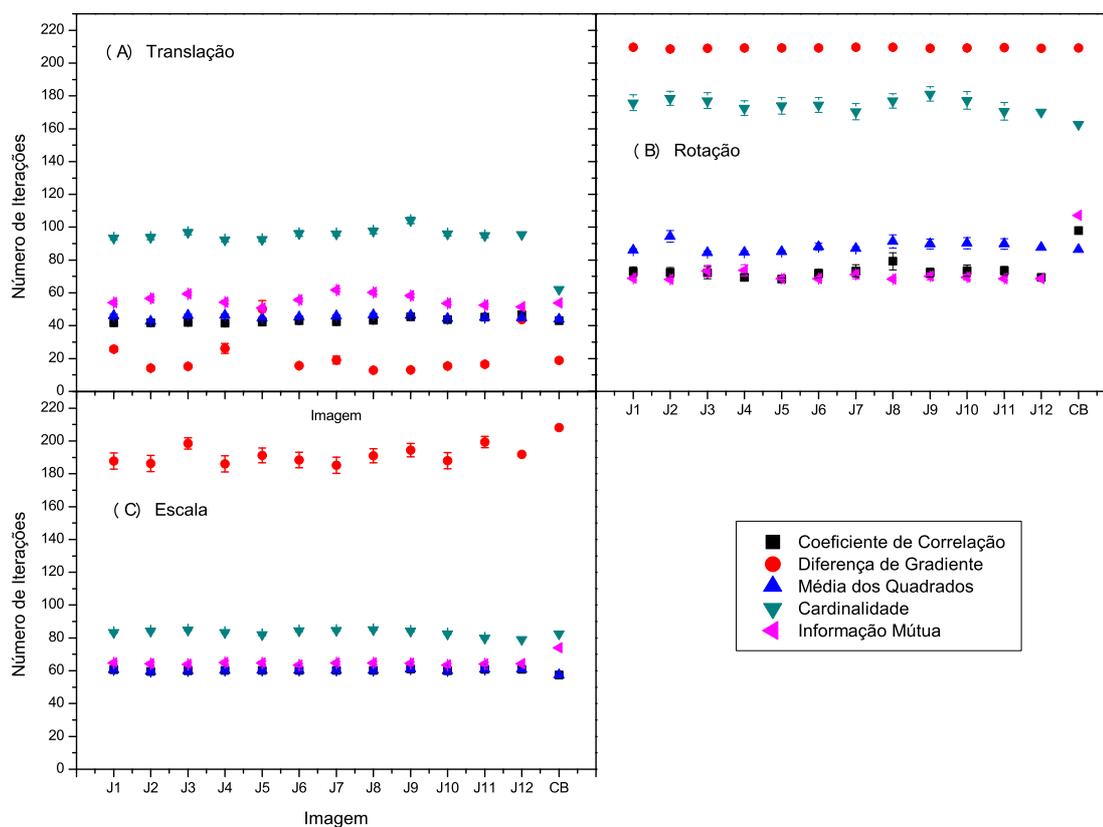


Figura 70 – Número de iterações do corregristo para o menor erro de alinhamento de imagens em tons de cinza para diferentes métricas e para as transformações de translação (A), rotação (B) e escala (C).

O resultado apresentado na Figura 70B mostrou que para o caso do corregristo de rotação utilizando-se imagens em tons de cinza, as métricas com melhor desempenho foram a de Coeficiente de Correlação e a de Informação Mútua. A métrica de Média dos Quadrados apresentou desempenho muito próximo a estas métricas com uma diferença de 20 iterações, mas as outras duas apresentaram números de iterações bem mais elevados. Além disto, ao analisarmos também o erro de alinhamento (Figura 48) nota-se que as métricas apresentaram valores de erro de alinhamento muito próximos, e que a métrica que apresentou o menor valor foi a de Informação Mútua.

Portanto, para o caso da transformação de rotação das imagens em tons de cinza utilizadas neste trabalho, as métricas que apresentaram melhor desempenho foram a de Informação Mútua e de Coeficiente de Correlação.

O resultado apresentado na Figura 70C mostrou que para o corregristo de escala utilizando-se imagens em tons de cinza, as métricas com melhor desempenho foram a de Coeficiente de Correlação e de Média dos Quadrados. A métrica de Informação Mútua apresentou uma resposta bem próxima às destas duas métricas, mas com uma pequena elevação no número de iterações para o caso da imagem Cerebral. Apesar desta diferença, qualquer uma destas três métricas pode ser considerada adequada visto que a diferença do número de iterações entre estas métricas foi menor do que 5 para a maioria das imagens. Por isto a métrica de Informação Mútua também pode ser considerada uma boa opção.

A métrica de Cardinalidade foi a que apresentou resultado menos satisfatório. No caso do erro de alinhamento (Figura 48) todas as métricas apresentaram desempenho muito próximo, com exceção da métrica de Diferença de Gradiente que para o caso das imagens Julia5 e imagem Cerebral apresentou erros de alinhamento muito maiores do que o das outras métricas. Entretanto, para os valores de erros observados, até mesmo estes dois casos podem ser levados em consideração.

Portanto, para o caso da transformação de escala das imagens em tons de cinza utilizadas neste trabalho, as métricas que apresentaram melhor desempenho foram as de Coeficiente de Correlação, de Informação Mútua e a de Média dos Quadrados.

6.5. Estudo 4

Neste experimento realizou-se um estudo da influência da dimensão fractal no corregristo de imagens binárias com base nas métricas de Cardinalidade, Coeficiente de Correlação, Diferença de Gradiente, Informação Mútua e de Média dos Quadrados.

Na Tabela 8, são apresentadas as dimensões fractais das imagens binárias utilizadas, seguindo-se o princípio de cálculo por contagem de caixas (“*Box Counting*”). Estes valores foram obtidos com o programa computacional FracLac [64] que calcula a dimensão fractal de imagens com base no método de Contagem de Caixas (“*Box Counting*”). Este programa é uma ferramenta do tipo “*plugin*” e foi criado com base na linguagem de programação Java. A sua execução só é possível quando instalado em um programa de edição de imagens com suporte para aplicativos Java como, por exemplo, o ImageJ [65].

Tabela 8 – Dimensão fractal das imagens utilizadas nos corregristos para análise do erro de alinhamento e do número de iterações do algoritmo.

Imagem	Dimensão Fractal
Julia 12	1,1186
Julia 11	1,2072
Fractal Cantor Dust	1,2826
Julia 10	1,3042
Fractal Árvore	1,4416
Fractal Caixa	1,4597
Julia 9	1,4598
Fractal Triângulo de Sierpinski	1,5516
Julia 8	1,5556
Julia 3	1,6402
Julia 6	1,6657
Julia 7	1,6742
Julia 4	1,7263
Julia 1	1,7307
Julia 5	1,7554
Julia 2	1,766

O ImageJ é um programa computacional gratuito para edição de Imagens sendo encontrado livremente na internet. Uma das vantagens deste programa é a facilidade de incorporação de novos aplicativos. Para isto, basta que o aplicativo seja desenvolvido utilizando-se a linguagem Java; este aplicativo pode ser compilado pelo ImageJ e incorporado como uma nova função.

No resultados que serão apresentados a seguir as imagens fractais binárias de Julia1 a Julia12, Fractal Caixa, Fractal Cantor Dust, Fractal Árvore e Fractal Triângulo de Sierpinski foram substituídas por seus valores de dimensão fractal. Com isto, analisou-se o erro de alinhamento do correregistro e o desempenho do algoritmo em relação à variação da dimensão fractal. No primeiro tópico (item 6.5.1) foram apresentados os erros de correregistro para as transformações de translação, rotação e escala em função da dimensão fractal. No segundo tópico (item 6.5.2) foi apresentado o número de iterações do algoritmo de correregistro para as transformações de translação, rotação e escala em função da dimensão fractal.

6.5.1. Análise do erro de correregistro em função da dimensão Fractal

Nos resultados apresentados nas Figuras 71A e 71B, para o correregistro de translação, observou-se que o aumento no valor da dimensão fractal causou uma queda no valor do erro de alinhamento em A (fractais do conjunto de Julia), mas em B (outros fractais) não se notou o mesmo comportamento. Apesar de as imagens em A e em B apresentarem variação de dimensão fractal, estas imagens possuem grande diferença na distribuição das intensidades dos pixels. Esta característica foi abordada anteriormente nos primeiros experimentos deste trabalho. As imagens do conjunto de Julia (Figura 71A) possuem agrupamentos de pixels com a mesma intensidade enquanto que os fractais de Triângulo de Sierpinski, Árvore, “Cantor Dust” e Caixa (Figura 71B) possuem pixels dispostos em trechos de reta com largura de 1 pixel ou pixels muito dispersos dentro das imagens. Além disto, na Figura 71A observa-se uma situação incomum para a métrica de Diferença de Gradiente; para um valor de dimensão fractal maior que 1.65 o erro de alinhamento volta a aumentar. Para as outras métricas nota-se um pico na região de dimensão fractal de 1.65 a 1.70. O fato do erro de alinhamento não diminuir com o aumento da dimensão fractal para as imagens não

pertencentes ao conjunto de Júlia mostra a ausência de sensibilidade da métrica em relação à distribuição dos pixels.

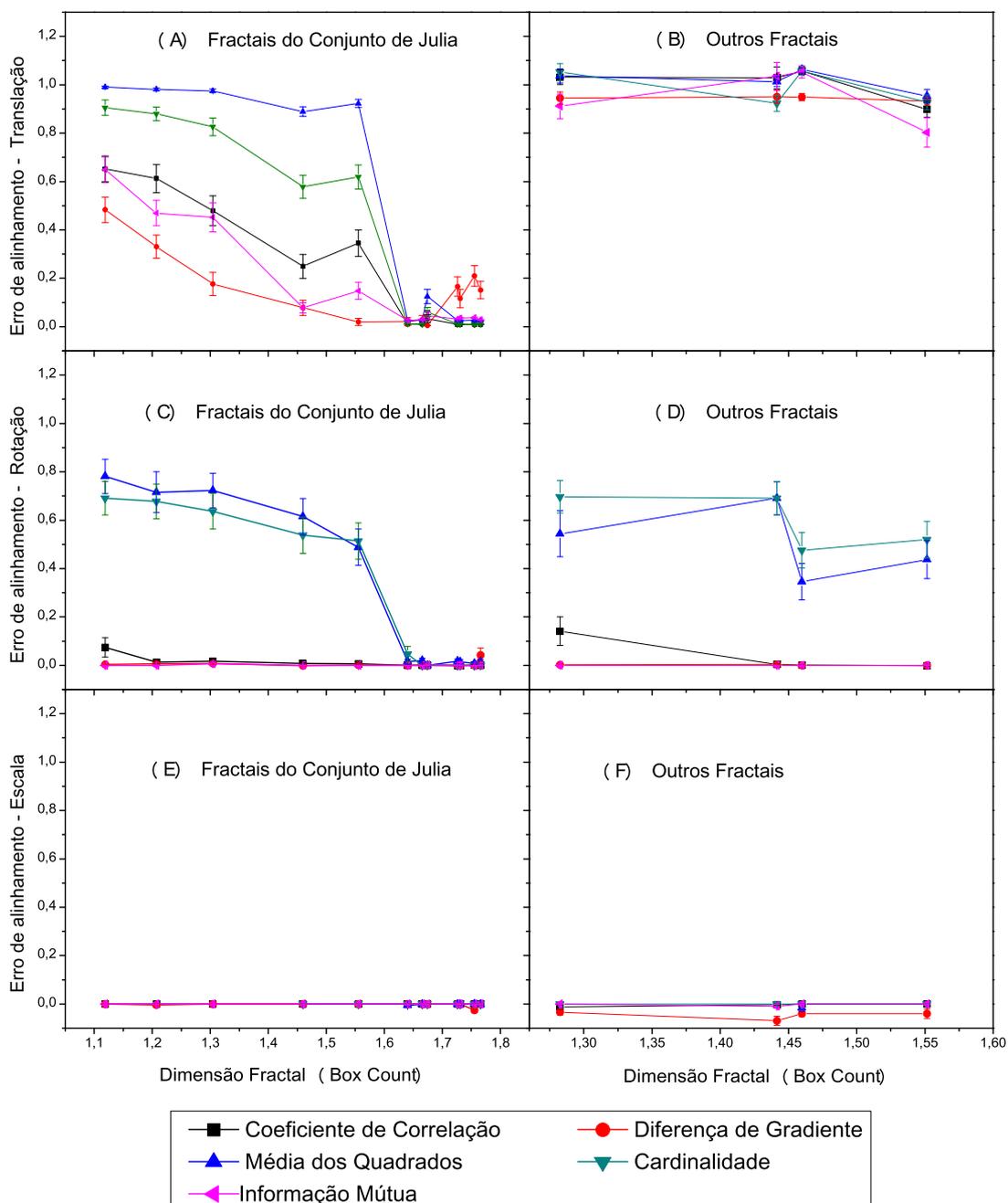


Figura 71 – Erros de alinhamento de registo para as transformações de translação, rotação e escala.

Os menores erros de alinhamento foram notados para valores de dimensão fractal acima de 1.65, mas no caso da Diferença de Gradiente o acréscimo da dimensão fractal provoca um aumento no valor do erro de alinhamento. Na métrica de Médias dos

Quadrados observou-se um aumento no valor do erro de alinhamento, para as outras métricas o erro se estabiliza. Dentre todas as métricas, a que apresentou melhor resultado foi a de Cardinalidade.

Observando-se os gráficos e comparando-se todas as métricas para a transformação de translação, conclui-se que a Informação Mútua foi a que apresentou menor erro de alinhamento.

Na Figura 71C observou-se menos oscilação no erro de alinhamento do corregristo de rotação. Apenas as métricas de Média dos Quadrados e de Cardinalidade apresentaram sensibilidade à variação da dimensão fractal, por isto o comportamento semelhante ao notado anteriormente no corregristo de translação (Figura 71A). Na métrica de Coeficiente de Correlação mostrada nas Figuras 71C e 71D observou-se um ligeiro aumento no valor do erro de alinhamento para o valor de dimensão fractal próximo a 1.1. As outras duas métricas apresentaram uma alteração muito pequena do valor do erro de alinhamento em função do aumento da dimensão fractal. As métricas de Médias dos Quadrados e de Cardinalidade apresentaram uma queda acentuada no valor do erro de alinhamento, o que pode ter ocorrido devido à distribuição de intensidades dos pixels destas outras imagens fractais.

As métricas de Informação Mútua e de Diferença de Gradiente apresentaram valores de erro muito próximos, menores que 0.05, tanto para as imagens do conjunto de Julia quanto para os outros fractais.

Para a transformação de escala (Figuras 71E e 71F) as métricas de Informação Mútua e de Cardinalidade apresentaram os menores erros de alinhamento do corregristo com valores inferiores a 0.05. A métrica de Média dos Quadrados não conseguiu realizar o corregristo para diversos valores de dimensão fractal, por isto a ausência de dados nos gráficos. Isto se repete para a métrica de Coeficiente de Correlação e de Diferente de Gradiente, para alguns valores de dimensão fractal.

A ausência dos pontos ocorre devido à utilização dos filtros de execução do algoritmo de corregristo que interrompem o processo de corregristo para determinados valores limite. Estes filtros foram abordados nos resultados dos experimentos anteriores.

Com base nos resultados apresentados nas Figuras 71A a 71F qualquer uma das métricas seria adequada para imagens com dimensão fractal superior a 1.65, com exceção da métrica de Diferença de Gradiente.

Considerando-se os fractais do conjunto de Julia, observou-se dependência do erro de alinhamento em função da dimensão fractal para todas as métricas utilizadas na transformação de translação; para a transformação de rotação, a dependência é observada para as métricas Média dos Quadrados e Cardinalidade.

6.5.2. Análise do número de iterações do algoritmo de correção em função da dimensão Fractal

Nos resultados apresentados nas Figuras 72A e 72B da transformação de translação, observou-se uma pequena variação do número de iterações em função da dimensão fractal, tanto para as imagens do conjunto de Julia quanto para os outros fractais, considerando-se cada métrica separadamente. No caso das imagens fractais do conjunto de Julia para a métrica de Cardinalidade observou-se um aumento próximo a 18 iterações com acréscimo do valor da dimensão fractal, para o máximo de 100 iterações. No caso da Informação Mútua a variação foi de aproximadamente 10 iterações para um valor máximo de 52 iterações, na métrica Coeficiente de Correlação a variação foi aproximadamente de 4 iterações para um valor máximo de 45 iterações, na métrica de Média dos Quadrados a variação foi de 15 iterações para um valor máximo de 42 iterações, e para a métrica de Diferença de Gradiente, a variação foi de 6 iterações para um máximo de 15 iterações. No caso dos outros fractais a variação foi ainda menor sendo menor que 5 iterações para as métricas de Cardinalidade, Diferença de Gradiente e de Informação Mútua.

Analisando-se em termos de porcentagem, no caso das imagens do conjunto de Julia a variação no número de iterações foi de 18% na Cardinalidade, 19% na de Informação Mútua, 9% na de Coeficiente de Correlação, 36% na de Média dos Quadrados e de 40% Diferença de Gradiente. Para os outros fractais a variação no número de iterações foi menor que 5% pra as métricas de Informação Mútua e de Cardinalidade, em torno de 15% para as métricas de Coeficiente de Correlação e Média dos Quadrados e próxima a 19% na de Diferença de Gradiente.

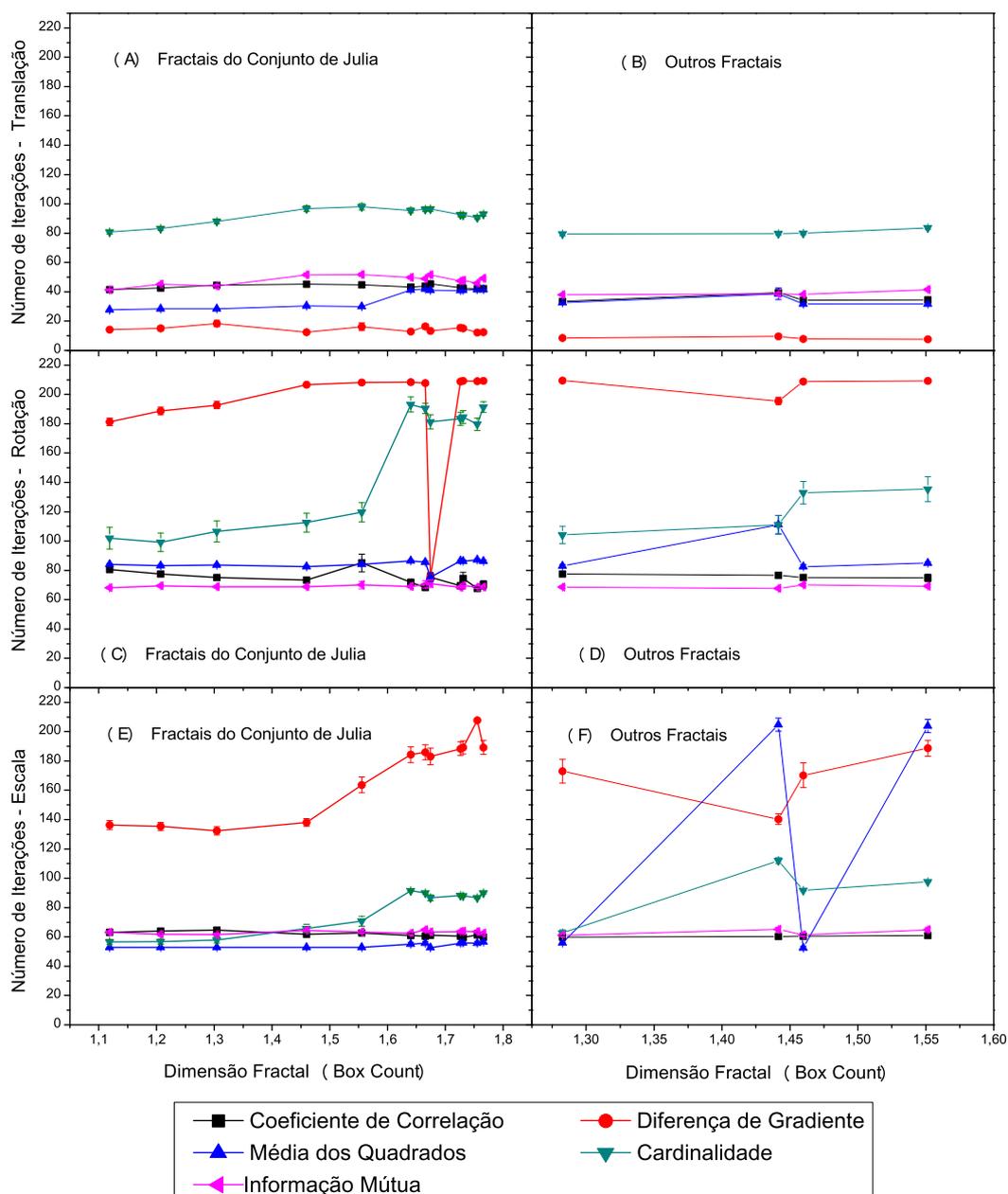


Figura 72 – Número de iterações ao final corregristo para o menor erro de alinhamento para a transformação de translação, rotação e escala.

Em relação à escolha da melhor métrica, no caso da translação todas as métricas se mostram muito pouco sensíveis à variação da dimensão fractal, portanto, considerando-se apenas o número de iterações qualquer uma delas pode ser utilizada.

Nos resultados mostrados nas Figuras 72C e 72D para o corregristo de rotação as métricas mais estáveis foram a de Informação Mútua e a de Coeficiente de Correlação, no entanto, a métrica de Coeficiente de Correlação apresentou um ligeiro aumen-

to na região entre os valores de dimensão 1.5 e 1.6 para o caso das imagens do conjunto de Júlia. Para os outros fractais notou-se uma queda no número de iterações entre os valores 1.44 e 1.46, para as outras métricas percebe-se um aumento nesta região. A métrica de cardinalidade apresentou um máximo no número de iterações, tanto para as imagens do conjunto de Julia quanto para os outros fractais. No caso das imagens fractais do conjunto de Julia para a métrica de Coeficiente de Correlação observou-se uma variação próximo a 4 iterações para o máximo de 63 iterações, na métrica de Diferença de Gradiente foi de aproximadamente 132 em 210 iterações, na Média dos Quadrados foi de 4 em 86 iterações, na Cardinalidade foi de 90 em 190, e na Informação Mútua a variação foi de aproximadamente 3 em 70 iterações.

Para os fractais analisados que não pertencem ao conjunto de Julia na métrica de Coeficiente de Correlação, observou-se uma variação próximo a 3 iterações para o máximo de 77 iterações, na métrica de Diferença de Gradiente foi de aproximadamente 14 em 209 iterações, na Média dos Quadrados foi de 29 em 111 iterações, na Cardinalidade foi de 31 em 135, e na Informação Mútua a variação foi de aproximadamente 3 em 70 iterações.

Analisando-se em termos de porcentagem, no caso das imagens do conjunto de Julia a variação no número de iterações foi de aproximadamente 6% para o Coeficiente de Correlação, 63% para a Diferença de Gradiente, 5% para a Média dos Quadrados, 47% para a Cardinalidade, e aproximadamente 4% para a Informação Mútua. Para os outros fractais a variação no número de iterações foi de aproximadamente 6% para o Coeficiente de Correlação, 4% para a Diferença de Gradiente, 26% para a Média dos Quadrados, 23% para a Cardinalidade, e aproximadamente 4% para a Informação Mútua.

A análise das Figuras 72C e 72D não possibilitou uma associação dos resultados a uma função matemática específica. Os números de iterações são diferentes para cada métrica, portanto, para se indicar alguma métrica é necessária uma análise conjunta com o erro e alinhamento. No entanto, considerando apenas o número de iterações, a métrica indicada seria a Informação Mútua.

Os resultados mostrados nas Figuras 72E e 72F também não foram associados a uma função matemática específica.

No caso das imagens fractais do conjunto de Julia, para a métrica de Coeficiente de Correlação observou-se uma variação próxima a 4 iterações para o máximo de 60 iterações, para a métrica de Diferença de Gradiente foi de aproximadamente 75 em 207 iterações, para a Média dos Quadrados foi de 3 em 56 iterações, para a Cardinalidade foi de 35 em 96, e para Informação Mútua a variação foi de aproximadamente 3 em 64 iterações.

Para os fractais não pertencentes ao conjunto de Julia, na métrica de Coeficiente de Correlação observou-se uma variação próxima a 2 iterações para o máximo de 61 iterações, na métrica de Diferença de Gradiente foi de aproximadamente 48 em 188 iterações, na Média dos Quadrados foi de 152 em 204 iterações, na Cardinalidade foi de 50 em 112 e, na Informação Mútua, a variação foi de aproximadamente 4 em 65 iterações.

Analisando-se em termos de porcentagem, no caso das imagens do conjunto de Julia a variação no número de iterações foi de aproximadamente 7% para o Coeficiente de Correlação, 36% para a Diferença de Gradiente, 6% para a Média dos Quadrados, 36% para a Cardinalidade e, aproximadamente 5% para a Informação Mútua. Para os outros fractais a variação no número de iterações foi de aproximadamente 3% para o Coeficiente de Correlação, 26% para a Diferença de Gradiente, 75% para a Média dos Quadrados, 45% para a Cardinalidade, e aproximadamente 6% para a Informação Mútua.

Com base nas informações anteriores e realizando-se uma análise geral de todas as transformações e métricas mostradas nos resultados de correção da Figura 72 é possível concluir que as métricas mais estáveis e que apresentaram melhor desempenho em relação ao número de iterações foram a de Informação Mútua e de Coeficiente de Correlação.

6.6. Estudo 5

Neste experimento calcularam-se as dimensões fractais das imagens cerebral e do conjunto de Julia, em tons de cinza. Em seguida, o erro de alinhamento da imagem cerebral foi correlacionado com o erro de alinhamento das imagens de Julia através do cálculo do coeficiente de correlação linear de Pearson. Por fim, foram elaborados os

gráficos das respostas das imagens de Julia com maior correlação com a imagem cerebral. Procedimento análogo foi adotado para a variável número de iterações.

Resultados

Para o cálculo da dimensão fractal das imagens em tons de cinza utilizou-se a função Box Counting 2D do aplicativo FracLac do ImageJ. A principal diferença em relação ao Box Counting padrão utilizado nas imagens binárias está na a contagem de caixas; no caso das imagens em tons de cinza a contagem é realizada considerando-se não só duas intensidades, mas todas as intensidades presentes na imagem. O conceito de Box Counting 2D ainda está sendo discutido no meio científico que tem buscado outras alternativas para a determinação da dimensão fractal de imagens em tons de cinza. No entanto, pela dificuldade em se encontrar uma literatura completa e que demonstre ser mais adequada para este caso, optou-se por utilizar o método Box Counting 2D neste trabalho. Na Tabela 9 são mostradas as dimensões fractais calculadas para as imagens em tons de cinza.

Tabela 9 – Dimensão fractal das imagens em tons de cinza.

Imagem	Dimensão Fractal (Box Count 2D)
Imagem Cerebral	2,6378
julia1	2,5963
julia2	2,6506
julia3	2,6589
julia4	2,6109
julia5	2,5799
julia6	2,6407
julia7	2,6973
julia8	2,6676
julia9	2,6479
julia10	2,6221
julia11	2,5993
julia12	2,5723

Observando-se a Tabela 9, é possível notar que as imagens possuem valores de dimensão fractal muito próximos. As respostas de erro de alinhamento (bem como do número de iterações), utilizando-se a métrica de Tsallis, de imagens fractais do conjunto de Julia e da imagem cerebral, foram submetidas a uma análise estatística para determinação da correlação linear de Pearson. Os resultados são mostrados na Figura 73.

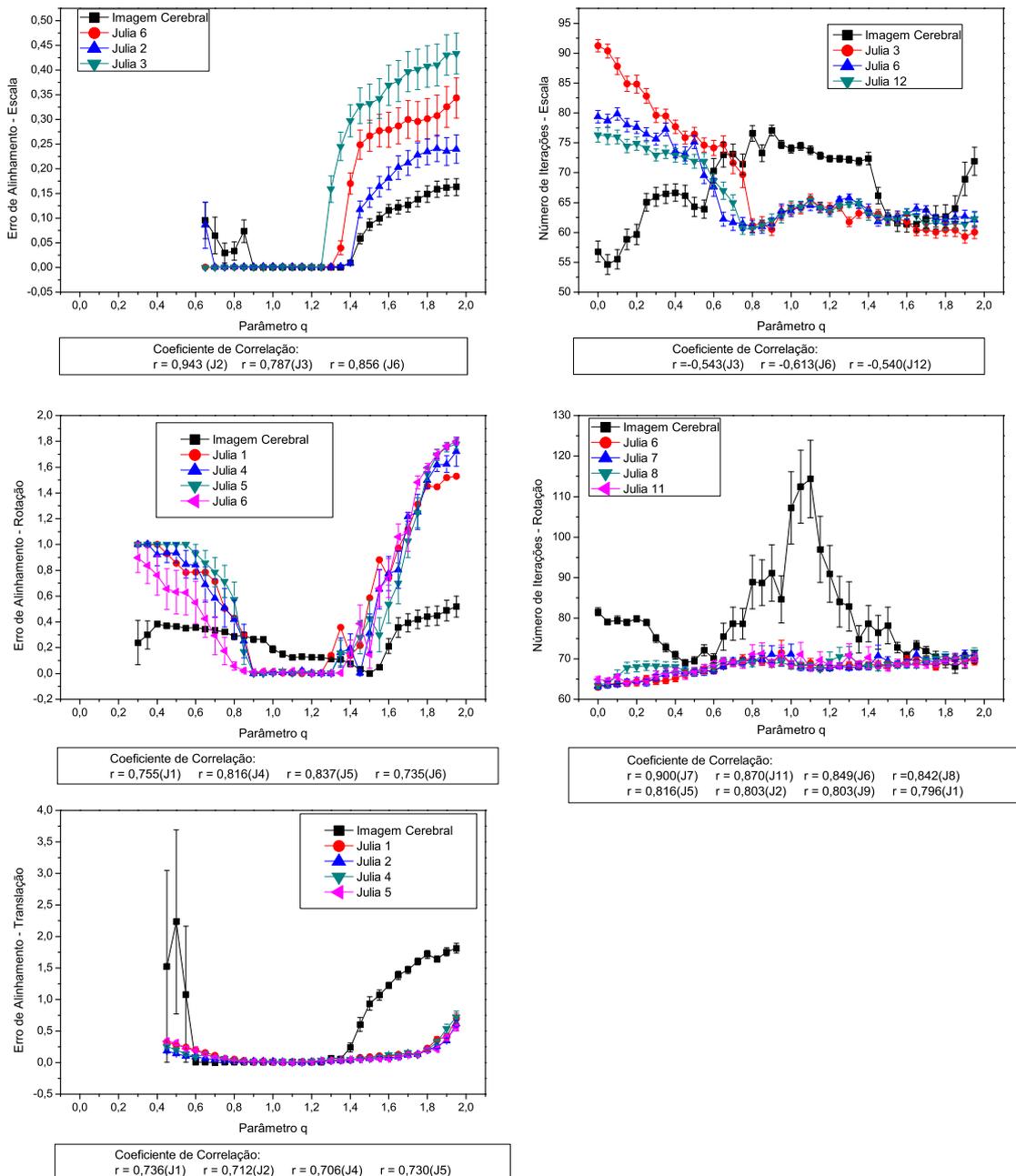


Figura 73 – Comparação dos resultados de corregristo entre fractais Julia e imagem cerebral.

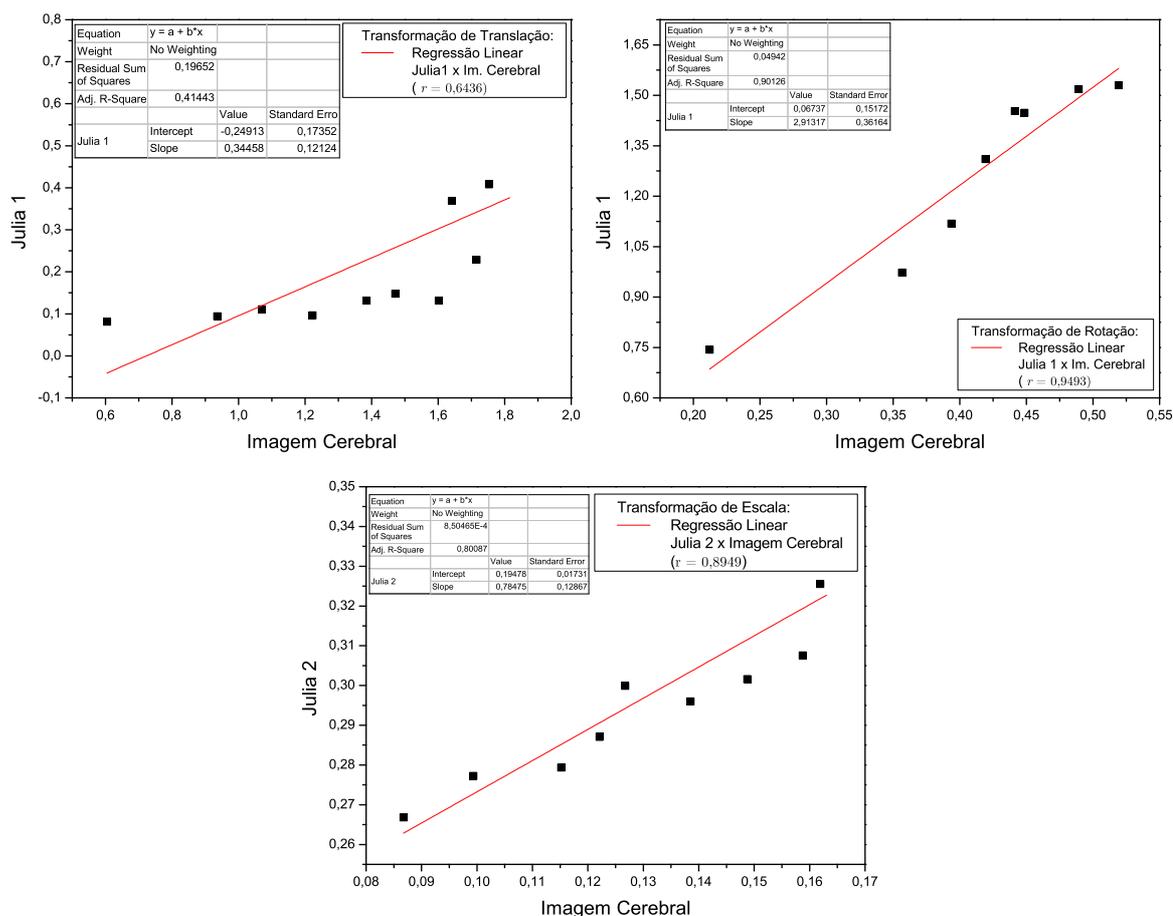


Figura 74 – Correlações dos erros de alinhamento das imagens fractais do conjunto de Julia com a Imagem Cerebral para os corregristos de translação, rotação e escala utilizando-se a métrica de Tsallis.

É importante considerar que os resultados de erro de alinhamento de corregristo foram considerados em módulo nesta análise estatística. Para a transformação de escala, a equação utilizada foi a 6.12 e, para o caso da rotação foi utilizado o valor em módulo da eq. 6.5.

Nos resultados mostrados na Figura 73, nota-se que alguns fractais Julia possuem forte correlação com a imagem cerebral quanto ao erro de alinhamento de corregristo. Para transformação de escala, as respostas das imagens Julia 2, 3 e 6 apresentaram uma forte correlação com a imagem cerebral (dentre estas, Julia 2 apresentou o maior coeficiente de correlação $r = 0,943$). Para transformação de rotação, as respostas das imagens Julia 1, 4, 5 e 6 foram as que apresentaram maior correlação (dentre estas, Julia 5 apresentou maior valor, $r = 0,837$). No caso da translação, as respostas das imagens Julia 1, 2, 4 e 5 apresentaram a maior correlação em relação à imagem cere-

bral, quanto ao erro de alinhamento (dentre estas Julia 1 apresentou maior valor, $r = 0.736$).

Quando o parâmetro analisado foi o número de iterações, observou-se correlações moderadas para alguns fractais Julia, mas apenas nos casos de correção de escala e rotação. No caso da transformação de translação, os valores de correlação foram menores que 0.30 e, por isso, nenhum gráfico com as respostas do correção foi apresentado.

Para a transformação de escala, quanto à variável número de iterações, a maior correlação com a imagem cerebral foi obtida para os fractais Julia 3, 6 e 12. No entanto, ao contrário do que ocorreu com a variável erro de alinhamento, neste caso a correlação foi negativa e de baixa intensidade (menor do que 0.7, em módulo).

Para a transformação de rotação, quanto à variável número de iterações, vários fractais Julia apresentaram forte correlação com a imagem cerebral, mas para uma melhor visualização gráfica, foram mostrados os casos com maior correlação (Julia 6, 7, 8 e 11), dentre os quais Julia 7 foi o fractal com maior correlação (com $r = 0.9$).

Na Figura 74 são mostrados gráficos da correlação dos erros de alinhamento das imagens do conjunto de Julia com a Imagem Cerebral para os correções de translação, rotação e escala utilizando-se a métrica de Tsallis. Para a elaboração dos gráficos foram desconsiderados os pontos em que o comportamento do erro de alinhamento das imagens do conjunto de Julia em relação à Cerebral é praticamente igual, situação em que o valor do erro de alinhamento se mantém muito próximo de zero.

Nestes resultados foi possível notar que as respostas apresentaram uma alta correlação, principalmente nos casos da escala e da rotação, onde o coeficiente de correlação foi superior a 0.80.

De modo geral, os resultados indicam que é possível relacionar a imagem cerebral com imagens de dimensão fractal semelhante. Neste sentido, observou-se forte correlação linear entre as variáveis erro de alinhamento da imagem cerebral e dos fractais do conjunto Julia (em tons de cinza) para as transformações de escala, rotação e translação, utilizando-se a métrica de Tsallis. Este fato acena para uma perspectiva de futuros estudos nesta linha de pesquisa.

Em relação ao ITK, a programação foi uma etapa demorada. O fato de os algoritmos estarem muito encapsulados tornou difícil a compreensão do código fonte em

c++. Além disto, o manual de utilização do ITK não apresenta as informações necessárias para certos algoritmos. Não obstante, os exemplos fornecidos são muito bons e já integram diversas funcionalidades, portanto, o kit de desenvolvimento do ITK permite uma redução do tempo necessário para a criação do código fonte do correlistro.

Outro fator de grande relevância para este trabalho foi o tempo necessário para a simulação dos correlistros utilizando-se a métrica de Tsallis. Em um computador com processador Intel de quatro núcleos, com duas threads por núcleo, o tempo para a simulação de correlistro de apenas uma imagem foi de aproximadamente 72 horas, mas em alguns casos este período foi próximo de 96 horas.

Isto se deve à faixa de variação do parâmetro q para cada correlistro, que foi de 0 a 2.0 com incrementos de 0.05. Assim, como foram utilizadas 28 imagens, o tempo de simulação necessário para cumprir os objetivos propostos no cronograma seria superior ao disponível para a realização do projeto de pesquisa.

A solução encontrada para possibilitar a execução de todas as simulações foi a locação de 3 computadores na configuração adequada (processador Intel[®] I5 modelo 2500k, 3GB de memória RAM, sistema operacional Windows XP[®], Microsoft Visual C++ e ITK).

No total, seis computadores permaneceram ligados permanentemente e simultaneamente executando simulações durante um período aproximado de 2 meses. Entre estes, os três que haviam sido locados, um computador pessoal com a mesma configuração dos anteriores, um computador com processador Intel[®] Q8300 e 4GB de memória RAM, e um notebook com processador Intel[®] I3 M350 e 4GB de memória RAM.

Portanto, a finalização deste projeto de pesquisa só foi possível graças a este grande número de computadores utilizados, desta forma, todas as simulações necessárias para cumprir os objetivos do cronograma estipulados para este projeto de pesquisa foram realizadas com sucesso.

Capítulo 7

Conclusão

Neste trabalho foi realizado um extenso estudo para avaliação da Informação Mútua Generalizada como métrica de similaridade para corregristo de imagens fractais e cerebral, em transformações de translação, rotação e escala. Também foi realizado um estudo comparativo entre a Informação Mútua e métricas baseadas em formulações clássicas. Além disto, foi investigado o comportamento do erro de alinhamento em função da dimensão fractal de imagens binárias. Finalmente, foi constatada correlação linear entre os erros de alinhamento da imagem cerebral e de fractais Julia, em tons de cinza. O trabalho foi organizado em cinco experimentos, cujos principais resultados são descritos a seguir.

No primeiro experimento, analisou-se o comportamento do erro de alinhamento para o corregristo rígido em transformações de translação, rotação e escala, utilizando-se a métrica de Tsallis.

Para o corregristo de translação em imagens fractais binárias, a aplicação desta métrica mostrou-se viável (apresentando baixos erros de alinhamento) para as imagens do conjunto Julia (com distribuição equilibrada entre pixels brancos e pretos), porém apresentou erros de alinhamento altos ($e_x \sim 1$) para os fractais FTS, FA, FCD e FC (cujas imagens têm baixa frequência de pixels brancos). O erro mínimo foi obtido a partir de $q \approx 1$. Para os fractais Julia em tons de cinza, o erro de alinhamento mínimo é próximo de zero e pode ser obtido usando-se $q \approx 1$ na métrica de Tsallis. Para a imagem cerebral, o erro de alinhamento permanece num patamar mínimo para valores de q compreendidos entre 0.75 e 1.25. De modo geral, os resultados sugerem a viabilidade do emprego da Informação Mútua Generalizada, pois esta métrica conduz a erros de alinhamento muito pequenos, mas sem vantagens aparentes em relação à formulação de Shannon.

Para o corregristo de rotação, a utilização da métrica de Tsallis (para valores de q próximos a 1 ou maiores) foi bem sucedida para todas as imagens binárias consideradas, apresentando erros de alinhamento muito próximos a zero, sem variação significativa. Quanto às imagens em tons de cinza, a métrica de Tsallis também conduz a ótimos resultados: para os fractais Julia, o erro é próximo de zero em $q \approx 1$; para a imagem cerebral, o erro se anula em $q = 1.50$. Neste ponto, sugere-se aprofundar o estudo da transformação de rotação para a imagem cerebral, considerando-se também a influência dos parâmetros de ajuste que são próprios do algoritmo do ITK, visto que nas simulações realizadas, os parâmetros do ITK foram ajustados para a configuração padrão.

Para o corregristo de escala de imagens do conjunto Julia em tons de cinza, observou-se que o erro de alinhamento manteve-se em patamares praticamente nulos para valores de q contidos no intervalo $0.75 < q < 1.25$, de modo geral. Para a imagem cerebral, observou-se que o erro aumenta até se anular em $q \approx 0.9$, mantendo-se neste patamar até $q \approx 1.35$. Portanto, de modo geral, no corregristo de escala, resultados ótimos podem ser obtidos com $q \approx 1$ ou um pouco acima disto.

No segundo experimento, realizou-se um estudo comparativo entre os erros de alinhamento do corregristo obtidos utilizando-se a Informação Mútua Generalizada (com $q = 1$) e as métricas clássicas.

Para as imagens binárias analisadas, observou-se melhor desempenho no corregristo de translação das imagens com distribuição equilibrada de pixels nas cores branca e preta. As métricas com menores valores de erro de alinhamento para os corregristos de translação e rotação foram a Informação Mútua e a de Diferença de Gradiente. No caso da rotação, foram observados erros de alinhamento menores do que 0.005. Para o corregristo de escala, os erros de alinhamento foram próximos de zero para todas as métricas e imagens binárias.

Para as imagens em tons de cinza, o corregristo de translação apresenta ótimo desempenho na maioria das vezes; neste caso, para as métricas Informação Mútua, Coeficiente de Correlação e Cardinalidade, observou-se um erro de alinhamento menor do que 0.005. Para o corregristo de rotação, todas as métricas apresentaram erros de alinhamento muito pequenos (menores que 0.025) para as imagens do conjunto de Julia; o corregristo de rotação da imagem cerebral utilizando a métrica de Tsallis (com

$q = 1.0$) também apresentou ótimo desempenho. Para o corregristo de escala, todas as métricas conduziram a erros de alinhamento próximos de zero. Em suma, em todos os casos analisados, a Informação Mútua mostrou ser a métrica que conduz a um melhor desempenho do corregristo.

No terceiro experimento, analisou-se o número de iterações para execução do corregristo rígido em transformações de translação, rotação e escala, utilizando-se a métrica de Tsallis.

De modo geral, no corregristo de imagens fractais binárias ou em tons de cinza, conforme o parâmetro q de Tsallis aumenta, o número de iterações tende a se estabilizar (num menor patamar) para valores de q próximos a 1.0 ou maiores. Para o corregristo de translação da imagem cerebral, o número de iterações oscila como função de q , atingindo o menor valor em $q \approx 1.0$. Para o corregristo de rotação (escala) da imagem cerebral, o número de iterações passa por um máximo um pouco acima (abaixo) de $q = 1.0$.

Para todos os casos analisados, considerando-se ambas as variáveis erro de alinhamento e número de iterações, conclui-se que a Informação Mútua Generalizada com $q = 1.0$ é uma métrica adequada ao corregristo. Logo, para este tipo de análise, não há vantagem evidente em se utilizar a forma generalizada da Informação Mútua em relação à formulação de Shannon.

No quarto experimento, estudou-se a influência da dimensão fractal no corregristo de imagens fractais binárias, para as transformações de translação, rotação e escala. Para os fractais do conjunto de Julia, observou-se dependência do erro de alinhamento em função da dimensão fractal para todas métricas utilizadas na transformação de translação; para a transformação de rotação, a dependência é observada para as métricas Média dos Quadrados e Cardinalidade. Nestes casos, a tendência geral observada é a de uma diminuição do erro de alinhamento em resposta ao aumento da dimensão fractal. Quanto à variável número de iterações, esta demonstra relativa estabilidade com o aumento da dimensão fractal; contudo, para algumas métricas (Diferença de Gradiente e Cardinalidade), o comportamento estável foi seguido de um aumento da variável.

No quinto experimento, constatou-se a existência de correlação linear entre os erros de alinhamento de imagens em tons de cinza do córtex cerebral e de fractais do con-

junto Julia (com dimensão fractal semelhante à imagem cerebral). Os valores dos maiores coeficientes de correlação linear obtidos foram: 0.943 (para transformação de escala e fractal Julia2); 0.837 (para transformação de rotação e fractal Julia5) e; 0.736 (para transformação de translação e fractal Julia1). Quando a variável analisada foi o número de iterações, observou-se correlações moderadas para alguns fractais Julia, mas apenas para o corregristo de rotação. A observação de correlações entre as imagens fractais e a imagem cerebral acena para mais estudos nesta linha de pesquisa.

Perspectivas

Uma primeira proposta, nesta linha de pesquisa, consiste do estudo da influência de diferentes tipos de ruído no corregristo rígido de imagens (fractais ou cerebrais) utilizando-se a Informação Mútua Generalizada como métrica de similaridade, dentre outras. Para isto, sugere-se que ruídos do tipo $1/f^\alpha$ sejam classificados através das transformadas de Fourier de suas séries temporais e, em seguida, as imagens sejam adicionadas de ruído.

Uma segunda proposta envolve o estudo do corregristo rígido com as três transformações (translação, rotação e escala) aplicadas de forma sequencial durante as iterações do processo. A importância deste estudo consiste na obtenção de mais informações sobre o processo e na comparação com os resultados até então obtidos, nos quais cada uma das três transformações foi realizada separadamente. De modo alternativo, este estudo poderia ser desenvolvido juntamente com a primeira proposta.

Outrossim, os resultados do presente trabalho mostraram que, para as imagens fractais e para a imagem cerebral, o corregristo rígido utilizando a métrica de Tsallis apresentou, em geral, melhor desempenho para valores de q próximos a 1. No entanto, em uma das simulações da imagem cerebral, observou-se que o menor erro de alinhamento do corregristo ocorreu para o valor de $q = 1,5$. Este resultado difere dos demais, despertando assim o interesse para se aprofundar o estudo do comportamento do parâmetro q no corregristo rígido de imagens reais. Neste sentido, esta terceira proposta envolve a realização de simulações de corregristo com a métrica de Tsallis, em uma ampla base de dados de imagens cerebrais, estudo este de grande relevância para a área médica.

Finalmente, os resultados apontam para a existência de correlação entre os erros de alinhamento dos fractais do conjunto Julia e da imagem cerebral, despertando assim o interesse para uma análise mais aprofundada de eventual relação entre fractais e imagens médicas reais.

Referências Bibliográficas

- [1] Hill, D. L. G.; BATCHELOR P. G.; Holden, M. e HAWKES, D. **Medical Image Registration**. Phys. Med. Biol. v. 46, p. R1–R45, 2001.
- [2] BROWN, L.G. A survey of image registration techniques. **ACM Computing Surveys**, v. 24, p. 326–376, 1992.
- [3] CANNY, J. A computational approach to edge detection, **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 8, p. 679–698, 1986.
- [4] BORGEFORS, G. Hierarchical chamfer matching: a parametric edge matching algorithm, **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 10, p. 849–865, 1988.
- [5] BARROW, H.G.; Tenenbaum, J.M.; Bolles, R.C.; Wolf, H.C. Publicação Científica do 5^o Comitê Internacional na Conferência sobre Inteligência Artificial “Parametric correspondence and chamfer matching: Two new techniques for image matching”. Publicada em Massachusetts, em 1977. Universidade de Cambridge.
- [6] BRIVIO, P.A.; Ventura, A.D.; Rampini, A.; Schettini, R. Automatic selection of control points from shadow structures, **International Journal of Remote Sensing**, v.13, p. 1853–1860, 1992.
- [7] CHANG, S.H.; CHENG, F.H.; HSU, W.H.; WU, G.Z. Fast algorithm for point pattern matching: Invariant to translations, rotations and scale changes, **Pattern Recognition**, v. 30, p. 311–320, 1997.
- [8] BESL, P.J.; MCKAY, N.D. A method for registration of 3D shapes, **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 14, p. 239–254, 1992.
- [9] ALHICHRI, H.S.; KAMEL, M. Virtual circles: a new set of features for fast image registration, **Pattern Recognition Letters**, v. 24, p. 1181–1190, 2003.
- [10] FLUSSER, J.; ZITOVÁ, B. Combined invariants to linear filtering and rotation, **International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence**, v. 13, p. 1123–1136, 1999.
- [11] LI, S.Z. Matching: Invariant to translations, rotations and scale changes, **Pattern Recognition**, v. 25, p. 583–594, 1992.
- [12] FOROOSH, H.; ZERUBIA, J.B.; BERTHOD, M. Extension of phase correlation to subpixel registration, **IEEE Transactions on Image Processing**, v. 11, p. 188–200, 2002.

-
- [13] GOSHTASBY, A. Piecewise linear mapping functions for image registration, **Pattern Recognition**, v. 19, p. 459-466, 1986.
- [14] DANI, P.; CHAUDHURI, S. Automated assembling of images: Image montage reparation, **Pattern Recognition**, v. 28, p. 431-445, 1995.
- [15] SHANNON, C. E.; WEAVER, W. **The mathematical theory of communication**. Urbana, : University of Illinois Press, 1949. v (i.e. vii), 117 p.
- [16] C. Tsallis. Possible Generalization of Boltzmann-Gibbs Statistics. *J. Stat. Phys.*, n. 52, p.479-487, 1988.
- [17] RODRIGUES, Erbe Pandini. **Avaliação de métricas para o corregristo não rígido de imagens médicas**. 2010. Tese (Doutorado em Física Aplicada à Medicina e Biologia) - Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, University of São Paulo, Ribeirão Preto, 2010. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/59/59135/tde-15062010-094159/>>. Acesso em: 2012-02-22.
- [18] MOREIRA, R. D. et al. Fractal dimension in quantifying the degree of myocardial cellular rejection after cardiac transplantation. **Rev. Bras. Cir. Cardiovasc**, v. 26, n. 2, p. 0102-7638, 2011.
- [19] YULMETYEV, R. M.; EMELYANOVA, N. A.; GAFAROV, F. M. Dynamical Shannon entropy and information Tsallis entropy in complex systems. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 341, n. 0, p. 649-676, 2004.
- [20] MOHANALIN et al. An automatic image registration scheme using Tsallis entropy. **Biomedical Signal Processing and Control**, v. 5, n. 4, p. 328-335, 2010. ISSN 1746-8094.
- [21] TEDESCHI, W. et al. Generalized mutual information tests applied to fMRI analysis. **Physica A**, v. 352, p. 629-644, 2005.
- [22] CABELLA, B. C. T. et al. Generalized relative entropy in functional magnetic resonance imaging. **Physica A**, v. 388, p. 41-50, 2009.
- [23] KHADER, M.; BEN HAMZA, A. An information-theoretic method for multimodality medical image registration. **Expert Systems with Applications**, v. 39, n. 5, p. 5548-5556, 2012.
- [24] KISELEV et al. Is the brain cortex a fractal? **Neuroimage**, v. 20, p. 1765-1774, 2003.
- [25] KYRIACOU, S.; DAVATZIKOS, C. A biomechanical model of soft tissue deformation, with applications to non-rigid registration of brain images with tumor

pathology Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention — MICCAI'98. In: WELLS, W.; COLCHESTER, A., *et al* (Ed.): Springer Berlin / Heidelberg, v.1496, 1998. p.531-538.

[26] ZITOVÁ, B.; FLUSSER, J. Image registration methods: a survey. **Image and Vision Computing**, v. 21, n. 11, p. 977-1000, 2003.

[27] SHANNON, C. E. A mathematical theory of communication. **Bell System Technical Journal**, v. 27, p. 379-423 e 623-656, 1948.

[28] STANZIONE III, J. F.; STRAWHECKER, K. E.; WOOL, R. P. Observing the twinkling fractal nature of the glass transition. **Journal of Non-Crystalline Solids**, v. 357, n. 2, p. 311-319, 2011.

[29] PENCE, D. The simplicity of fractal-like flow networks for effective heat and mass transport. **Experimental Thermal and Fluid Science**, v. 34, n. 4, p. 474-486, 2010.

[30] VELÁZQUEZ-GARCÍA, J. et al. Land cover monitoring by fractal analysis of digital images. **Geoderma**, v. 160, n. 1, p. 83-92, 2010. ISSN 0016-7061.

[31] BACKES, R. A., BRUNO M.O. Técnicas de Estimativa da Dimensão Fractal: Um Estudo Comparativo. **INFOCOMP Journal of Computer Science**, v. 4, p. 50-58, 2005.

[32] MAGNELLO, E. **Victorian Values: The Origin of Modern Statistics**. Icon Books, Limited, 2004.

[33] BERGMEIR, C.; SUBRAMANIAN, N. Operator guidance in 2D echocardiography via 3D model to image registration. In: STEPHEN, A. M. e JAN, D. H., 2009. SPIE. p.726518.

[34] HIPWELL, J. H. et al. Intensity-based 2-D-3-D registration of cerebral angiograms. **IEEE Trans Med Imaging**, v. 22, n. 11, p. 1417-26, Nov 2003.

[35] National Library of Medicine Insight Segmentation and Registration Toolkit (ITK). Disponível em: < <http://www.itk.org> >. Acesso em: 15/08/2010.

[36] NELDER, J. A.; MEAD, R. A Simplex Method for Function Minimization. **The Computer Journal**, v. 7, n. 4, p. 308-313, January 1, 1965 1965.

[37] MCKINNON, K. I. M. Convergence of the Nelder--Mead Simplex Method to a Nonstationary Point. **SIAM Journal on Optimization**, v. 9, n. 1, p. 148-158, 1998.

-
- [38] Nyquist, H.; American Telephone & Telegraph Co., New York, N. Y. Jan. 1924
- [39] L. D. Landau e E. M. Lifshitz. *Statistical Physics*, vol. 5, Part. 1. Pergamon Press, 1980.
- [40] A Capurro et al. Tsallis entropy and cortical dynamics: the analysis of EEG signals. *Physica A*, v. 257, p. 149-155, 1998.
- [41] T. M. Cover; J. A. Thomas. *Elements of information theory*. [S.I.]: John Wiley & Sons, 1991.
- [42] TEDESCHI, Walfred. **Novos métodos em processamento de sinais cerebrais**: aplicações em eletroencefalografia e ressonância magnética funcional. 2004. Tese (Doutorado em Física Aplicada à Medicina e Biologia) - Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2004.
- [43] T. Yamano. Information theory based on nonadditive information content. *Physical Review E*, vol. 63, 046105, 2001.
- [44] E. P. Borges. On a q-generalization of circular and hyperbolic functions. **Journal of Physics** v. 31, p. 5281–5288, 1998.
- [45] FALCONER, K. **Fractal geometry: Mathematical Foundations and Applications**. 2nd. Chichester, England: John Wiley & Sons, 2003, 337 p.
- [46] OGORZALEK, M. Fundamentals of Fractal Sets, Space-Filling Curves and Their Applications in Electronics and Communications. In: KOCAREV, L.; GALIAS, Z., *et al* (Ed.). **Intelligent Computing Based on Chaos**: Springer Berlin / Heidelberg, v.184, 2009. p.53-72. (Studies in Computational Intelligence).
- [47] ROWLAND, E. Wolfram Demonstrations Project: Cantor Set. Disponível em: < <http://demonstrations.wolfram.com/CantorSet/> >. Acesso em: 14/03/2011.
- [48] ADDISON, P. S. **Fractals and chaos : an illustrated course**. Bristol, UK ; Philadelphia, Pa.: Institute of Physics Pub., 1997. xii, 256 p.
- [49] Sierpiński, W. Sur une courbe cantorienne qui contient une image biunivoque et continue de toute courbe donnée. *C. r. hebd. Séanc. Acad. Sci.*, Paris 162, p. 629--632, 1916.
- [50] HOUSE, P. Wolfram Demonstrations Project: Sierpinski Carpet. Disponível em: < <http://demonstrations.wolfram.com/SierpinskiCarpet/> >. Acesso em: 14/03/2011.

-
- [51] WEISSTEIN, E. W. Wolfram Demonstrations Project: Sierpiński Sieve. Disponível em: < <http://mathworld.wolfram.com/SierpinskiSieve.html> >. Acesso em: 16/03/2011.
- [52] WITTEN, T. A.; SANDER, L. M. Diffusion-Limited Aggregation, a Kinetic Critical Phenomenon. **Physical Review Letters**, v. 47, n. 19, p. 1400, 1981.
- [53] ZELENY, E. Wolfram Demonstrations Project: Diffusion-Limited Aggregation. Disponível em: < <http://demonstrations.wolfram.com/DiffusionLimitedAggregation/> >. Acesso em: 16/03/2011.
- [54] LEVIN, M. A Julia set model of field-directed morphogenesis: developmental biology and artificial life. **Computer applications in the biosciences : CABIOS**, v. 10, n. 2, p. 85-105, April 2, 1994 1994.
- [55] VENTRELLA, J. **Self portraits with mandelbrot genetics**. Proceedings of the 10th international conference on Smart graphics. Banff, Canada: Springer-Verlag: 273-276 p. 2010.
- [56] FISHER, Y. **Fractal image compression : theory and application**. New York: Springer-Verlag, 1995. xviii, 341 p.
- [57] Easy Fractal Generator. Disponível em: < <http://www.easyfractalgenerator.com/Home.aspx> >. Acesso em: 14/03/2011.
- [58] HAUSDORFF, F. Dimension und äußeres Maß. **Mathematische Annalen**, v. 79, n. 1, p. 157-179, 1918.
- [59] SPROTT, J. C. **Chaos and Time-Series Analysis**. Oxford University Press, 2003.
- [60] RUSSELL, D. A.; HANSON, J. D.; OTT, E. Dimension of Strange Attractors. **Physical Review Letters**, v. 45, n. 14, p. 1175, 1980.
- [61] PEITGEN, H.-O.; JÜRGENS, H.; SAUPE, D. **Chaos and Fractals: New Frontiers of Science**. Springer, 1993.
- [62] DUBUC, B. et al. Evaluating the fractal dimension of profiles. **Physical Review A**, v. 39, n. 3, p. 1500-1512, 1989.
- [63] IBANEZ, L. et al. **The ITK Software Guide: The Insight Segmentation and Registration Toolkit (version 1.4)**. Kitware, 2003.
- [64] KARPERIEN, A. **FracLac for ImageJ (version 2.5)**. 1999-2007. Disponível em:

< <http://rsb.info.nih.gov/ij/plugins/fraclac/FLHelp/Introduction.htm>. >. Acesso em: 10/02/2011.

[65] ABRAMOFF, M. D., MAGALHAES, P.J., RAM, S.J. Image Processing with ImageJ. **Biophotonics International**, v. 11, n. 7, p. 36-42, 2004.