Universidade de São Paulo
Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto
Departamento de Física e Matemática
Programa de Pós-Graduação em Física Aplicada à Medicina e Biologia

"Imagens das Propriedades Viscoelásticas por Ressonância Magnética e Ultrassom"

Sílvio Leão Vieira

Tese apresentada à Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, como parte das exigências para a obtenção do título de Doutor em Ciências, Área: **Física Aplicada à Medicina e Biologia**

RIBEIRÃO PRETO - SP

2009

Sílvio Leão Vieira

"Imagens das Propriedades Viscoelásticas por Ressonância Magnética e Ultrassom"

Orientador: Prof. Dr. Antonio Adilton O. Carneiro

v.1.1

Tese apresentada à Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, como parte das exigências para a obtenção do título de Doutor em Ciências, Área: **Física Aplicada à Medicina e Biologia**

RIBEIRÃO PRETO - SP

2009

FICHA CATALOGRÁFICA

Vieira, Sílvio Leão

Imagens das Propriedades Viscoelásticas por Ressonância Magnética e Ultrassom. Ribeirão Preto, SP, 2009.

200 p.; 30 cm

Tese de Doutorado, apresentada à Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Ribeirão Preto/USP – Área de concentração: Física Aplicada à Medicina e Biologia.

Orientador: Carneiro, Antonio Adilton Oliveira.

1. Elastografia por Ressonância Magnética. 2. Vibroacustografia. 3. Vibrometria por Força de Radiação Ultrassônica. 4. Gel Dosimétrico. 5. Viscoelasticidade. 6. Distribuição de Dose. 7. Simulação de Imagem por Ultrassom.

Dedicatória

Dedico este trabalho aos meus pais, Givaldo Vieira e Minervina Leão, aos meus irmãos Sócrates e Sílvia e a minha querida esposa Andréa.

Amo vocês!

Agradecimentos

O presente trabalho é fruto de uma interação científica do grupo de Inovação em Instrumentação Médica e Ultrassom da USP de Ribeirão Preto com os grupos de Ultrassom e de Ressonância Magnética da Mayo Clinic em Rochester-MN, nos Estados Unidos, onde o aluno realizou estágio (sanduíche), no período de 10/2007 a 10/2008. Para o total desenvolvimento deste trabalho, muitas pessoas desses centros contribuíram de diversas formas, as quais eu gostaria, aqui, de externar meus sinceros agradecimentos.

- Antes, porém, agradeço a D-us por tudo, e principalmente por presentear-me com boa saúde e paz durante toda a jornada do programa de doutorado;

- Sou eternamente grato aos meus pais Givaldo Vieira e Minervina Leão e meus irmãos Sócrates e Sílvia pelo apoio, incentivo e grande amor. Sem a ajuda de vocês este trabalho não seria possível!

- A minha querida esposa Andréa pelas palavras de incentivo, apoio, carinho e compreensão nos momentos mais difíceis;

- A minha segunda família Sra. Ana Lúcia, Sr. Reynaldo e Anderson Rodrigues pelo apoio;

- Gostaria de agradecer ao meu orientador, Dr. Antônio Adilton O. Carneiro por sua ajuda e encorajamento durante todo esse tempo que temos trabalhado juntos;

- Sou grato ao meu co-orientador, Mostafa Fatemi, Ph.D, por ter me recebido na Mayo Clinic, pela orientação e pela oportunidade de prosseguir a pesquisa em seu laboratório sob sua supervisão;

- Ao Professor Dr. Oswaldo Baffa Filho pela atenção e apoio prestado.

- Gostaria também de manifestar minha gratidão ao diretor do Ultrasound Research Lab. James F. Greenleaf, Ph.D, pelo apoio tecnológico ao desenvolvimento deste trabalho;

- Ao Dr. Richard L. Ehman, Radiologista e diretor do MRI Research Lab. pela oportunidade no desenvolvimento das pesquisas ligadas a Elastografia por Ressonância Magnética (ERM);

- Ao Professor Wilkins Aquino, Ph.D da Universidade de Cornell, USA, pela permissão em usar o "Cluster" de computadores para execução das simulações;

- Ao colega Matthew (Matt) W. Urban, Ph.D, pesquisador assistente do Ultrasound Research Lab., pela discussão e ajuda na realização dos experimentos e simulações;

- Ao colega Yogesh K. Mariappan, Ph.D, estudante de pós-doutorado do MRI Research Lab., pela discussão e ajuda na realização dos experimentos em ERM;

- A Randall (Randy) R. Kinnick, Engenheiro do Ultrasound Research Lab., pela ajuda na realização dos experimentos de vibroacustografia.

- A Thomas (Tom) M. Kinter, Engenheiro do Ultrasound Research Lab., pela ajuda prestada durante as simulações numéricas.

- A Qingshan (Frank) Chen, M.S, Engenheiro do Biomechanics and Motion Analysis Lab., pela ajuda na realização dos ensaios de Análise Mecânica Dinâmica;

- Meu obrigado aos colegas membros da comunidade do Ultrasound Research Lab.: Mambidzeni (Mambi), Zhang (John), Shigao Chen, Saritha, Miguel, Farid e especialmente a Jennifer Milliken, assistente administrativo, por toda ajuda prestada;

- A professora Dr. Patrícia Nicolucci do DFM da FFCLRP da Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, SP, pela discussão e ajuda na irradiação dos fantomas;

- A colega Juliana Fernandes, pela ajuda na confecção e irradiação dos fantomas;

- Ao colega de laboratório e amigo André Baggio, pelas inúmeras discussões, ajuda nas simulações, confecção, irradiação dos fantomas e momentos de descontração;

- Aos colegas do grupo GIIMUS, Raimundo, Bené, Hermes, Alexandre, Tenysson, Theo, Ailton, Cíntia, Thiago, Marden, Rogério, Larissa e Artur Menezes obrigado pela companhia e momentos de descontração;

- Aos funcionários do DFM, Sônia, Rita de Cássia, Nilza, Lourenço, Carlão, Serginho e Aziani, pelos serviços prestados;

- As secretarias da pós-graduação da FFCLRP, Denise e Maria Inês pelos serviços prestados;

- A secretária do serviço de Física Médica do Hospital das Clínicas, Vilma, pelo apoio e incentivo;

- Aos amigos: Marina, Jamanta, Karô, Bruno, Luciana, Lucas, Marcela, Rodrigo, Cláudia, Mirko, Jorge, Luis, Rond, Ana Maria, Aline, Paulo, Cidinha, João, Suzi, Ernando e Gesline, pelo companheirismo e momentos de descontração;

- A professora Melissa pelo auxílio com a revisão ortográfica;

- A amiga Ana Paula pelo auxílio na elaboração deste documento;

- Agradecemos às agencias brasileiras de fomento à pesquisa CAPES, CNPq e FAPESP por recursos destinados a pesquisa. Em particular a CAPES, pela concessão de bolsa para o programa de doutorado e ao CNPq, pela bolsa de doutorado sanduíche no exterior;

- Em fim, a todos que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho. Muito obrigado!

Prefácio sobre o Autor

Cursou o ensino médio no Centro Federal de Educação Tecnológica da Bahia – CEFET, graduando-se em Eletrônica (1996-1999). Possui Graduação em Física (1999-2003), com Bacharelado pela Universidade Federal da Bahia – UFBA, Salvador. Fez Mestrado (2003-2005) em Física Aplicada à Medicina e Biologia pela Universidade de São Paulo – USP, campus de Ribeirão Preto. A partir de 2005, iniciou o seu doutorado nesta mesma área. Realizou estágio (Sanduíche) no Departamento de Engenharia Biomédica (Ultrasound Research Lab. e MRI Research Lab.) da Mayo Clinic, Rochester, Minnesota, Estados Unidos (2007-2008).

Desde 2003, vem atuando na área de Engenharia Biomédica, especificamente nas áreas de desenvolvimento de fantomas (materiais que imitam tecido biológico) para estudo de imagens por Ressonância Magnética e Ultrassom, caracterização de propriedades mecânicas e acústicas de materiais empregando técnicas elastográficas.

Epígrafe

"Se alguém te diz:" Tu te esforçaste a ponto de cansar-te, e, portanto, não conseguiste!" - não creias; "Tu não te esforçaste a ponto de cansar-te, mesmo assim conseguiste!", não creias, tampouco. "Tu te esforçaste a ponto de cansar-te, e portanto conseguiste!" - Crê!"

✡ Rabbi Akiba Ben Joseph

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS v

LISTA DE TABELAS xvi

LISTA DE SÍMBOLOS E NOTAÇÕES xvii

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS xix

LISTA DE TRABALHOS PUBLICADOS xx

RESUMO xxi

ABSTRACT xxiv

ORGANIZAÇÃO DA TESE xxvi

CAPÍTULO I 1

Introdução Geral 1

I. INTRODUÇÃO 1

I. 1. Motivação deste trabalho 4

I. 2. Objetivo Geral 5

I. 2.1. Objetivos específicos 5

CAPÍTULO II 6

Avaliação do uso de técnicas vibroacustográficas para mapeamento da distribuição de dose absorvida em gel dosimétrico 6

II. 1. INTRODUÇÃO 6

II. 2. OBJETIVOS 7

II. 3. MATERIAIS E MÉTODOS 7

II. 3.1. Preparação do fantoma 7

II. 3.2. Irradiação dos fantomas 9

II. 3.3. Sistema de planejamento virtual 10

II. 3.4. Avaliação da distribuição da dose absorvida por IRM 10

II. 3.5. Processamento dos mapas de taxa de relaxação 11

II. 3.6. Teoria da Vibroacustografia 12
II. 3.6.1. Campo acústico modulado 12
II. 3.6.2. Densidade de energia acústica 13
II. 3.6.3. Força de radiação acústica 14
II. 3.6.4. Pressão acústica emitida 15
II. 3.7. Avaliação da distribuição da dose absorvida por imagens de VA 16
III. 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES 18
III. 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS 23
CAPÍTULO III 23
Vibrometria por força de radiação ultrassônica aplicada ao estudo de gel dosimétrico 23
III. 1. INTRODUÇÃO 24
III. 2. OBJETIVOS 24
III. 3. MATERIAIS E MÉTODOS 24
III. 3.1. Irradiação dos fantomas 24
III. 3.2. Teoria da medida da onda de dispersão 25
III. 3.3. Excitação por força de radiação ultrassônica 28
III. 3.4. Excitação por atuador eletromecânico 31
III. 3.5. Análise da propagação da onda 32
III. 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES 33
III. 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS 40
CAPÍTULO IV 24
Elastografia por Ressonância Magnética aplicada a caracterização das propriedades mecânicas de gel dosimétrico. 24
IV. 1. INTRODUÇÃO 42
IV. 2. OBJETIVOS 42
IV. 3. MATERIAIS E MÉTODOS 42
IV. 3.1. Bases físicas da Elastografia por Ressonância Magnética 43

IV. 3.2. Aquisição e processamento dos mapas de elasticidade 45
IV. 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES 48
IV. 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS 61
CAPÍTULO V 60
Simulação numérica do "speckle" por Vibroacustografia 60
V. 1. INTRODUÇÃO 63
V. 2. OBJETIVOS 65
V. 3. MATERIAIS E MÉTODOS 65
V. 3.1. Simulação teórica dos sistemas de imagem acústica 65
V. 3.1.1. Princípios físicos da emissão acústica em Vibroacustografia 65
V. 3.1.2. Simulação numérica dos transdutores da Vibroacustografia 69
V. 3.1.3. Varredura tridimensional pelo feixe de radiação 70
V. 3.1.4. Interação dos espalhadores com as respostas dos sistemas 71
V. 3.1.5. Simulação numérica do sistema de Ultrassom Pulso-Eco 72
V. 3.1.6. Função de espalhamento de ponto dos sistemas de imagem 73
V. 3.1.7. Modelo estocástico tridimensional de espalhadores aleatórios 75
V. 3.1.8. Sistema computacional 75
V. 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES 76
V.5. CONSIDERAÇÕES FINAIS 91
CAPÍTULO VI 89
Considerações Finais 89
VI. 1. Conclusões 93
VI. 2. Contribuições deste trabalho 94
VI. 3. Pesquisa Futura 95
CAPÍTULO VII 92
Apêndices 92
Apêndice A – Teoria da Elasticidade 96
A. 1. Introdução 96

A. 2. Lei de Hooke generalizada 96
A. 2.1. Simetrias do tensor de tensão e deformação 98
A. 2.2. Modelos de materiais lineares 99
A. 2.3. Materiais ortotrópicos 101
A. 2.4. Materiais transversalmente isotrópicos 102
A. 2.5. Materiais isotrópicos 104
Apêndice B – Incompressibilidade em modelos de materiais lineares 105
Apêndice C – Propagações de ondas mecânicas em sólido elástico 107
Apêndice D – Conjecturas fundamentais aplicadas a um sólido elástico 115
D. 1. Hipótese de homogeneidade local 115
D. 2. Hipótese da incompressibilidade do meio 116
Apêndice E – Modelos matemáticos de sólido viscoelástico 119
E. 1. Modelo de Maxwell 120
E. 1. Modelo de Voigt 121
Apêndice F – Propagação de ondas mecânicas em sólido viscoelástico 124
F. 1. Modelo de Voigt para a dispersão e atenuação de uma onda plana 125
F. 2. Modelo de Maxwell para a dispersão e atenuação de uma onda plana 134
Apêndice G – Modelos estatísticos aplicados a caminhada aleatória 140
G. 1. Introdução 140
G. 2. Distribuição estatística Gaussiana 140
G. 3. Distribuição estatística de Rayleigh 141
G. 4. Distribuição estatística de Rice 143
G. 5. Distribuição de Rice e a relação sinal-ruído 144
G. 6. Análise estatística da textura 144
CAPÍTULO VIII 147
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 153

LISTA DE FIGURAS

Figura 2. 1: Foto ilustrativa do sistema de aquecimento com o gel (à esquerda) e do fantoma empregado durante os ensaios (à direita). 8

Figura 2. 2: Foto ilustrativa de uma unidade radioterápica convencional Clinac 2300 C/D da Varian Medical Systems. 9

Figura 2. 3: (a) Curvas de isodose na direção axial do feixe, geradas pelo *software* empregado pelo sistema de planejamento radioterápico (TPS-3D®). A escala colorida de barras verticais representa a porcentagem (%) da dose absorvida na direção transversal à região irradiada, para uma janela de 40 × 40 mm. As barras vermelhas no centro da figura representam 95% da dose máxima, enquanto as azuis, nas extremidades, 5% da dose máxima. 10

Figura 2. 4: Ilustração dos elementos esféricos do transdutor confocal de vibroacustografia. 12

Figura 2. 5: Montagem experimental do sistema de vibroacustografia. O fantoma está posicionado entre o transdutor confocal e o hidrofone. A varredura pelo feixe do transdutor é feita perpendicularmente (a) e paralelamente (b) à direção da radiação ionizante que foi aplicada ao fantoma. 16

Figura 2. 6: O esquema do arranjo experimental de vibroacustografia, onde as varreduras são feitas ao longo dos eixos *x* e *y*. 18

Figura 2. 7: Mapas de vibroacustografia por onda contínua (*CW*) para o fantoma de 50 Gy de dose absorvida, para uma janela de observação de 40 × 40 mm. (a) Magnitude e (b) fase, empregando Δf = 12,9 kHz. 19

Figura 2. 8: Imagens de vibroacustografia por onda pulsada (*toneburst*) do fantoma de 50 Gy de dose absorvida, para uma janela de 40 × 40 mm, obtidas para as frequências de (a) Δf = 45 kHz e (b) Δf = 50 kHz. 19

Figura 2. 9: Imagens multifrequencial de vibroacustografia do fantoma dosimétrico de 50 Gy, para uma janela de observação de 40 × 40 mm, obtidas para as frequências de: (a) Δf = 60 kHz, (b) Δf = 70 kHz. 19

Figura 2. 10: (a) estão ilustrados os perfis da taxa de relaxação e do sistema de planejamento, juntamente com o ajuste Gaussiano da curva. Em (b) está apresentando os perfis das imagens VA por onda contínua. Enquanto que em (c) o conjunto de perfis são para as imagens obtidas no modo pulsado. Por fim, em (d) estão ilustrados os perfis das imagens de multifrequência. 20

Figura 2. 11: Imagens transversais de *CW* obtidas com o ponto focal na superfície do fantoma. A magnitude (a) e a fase (b) da emissão acústica foram obtidas para uma frequência de modulação de Δf = 12 kHz. Os isocontornos de R2 (linhas sólidas) obtidos da IRM foram superpostas com as imagens de VA. 22

Figura 3. 1: Fantomas dose gel empregados nos experimentos de vibrometria. 25

Figura 3. 2: Esquema ilustrativo do arranjo experimental do sistema de vibrometria por força de radiação acústica. O símbolo ω representa a frequência angular de vibração e ϕ_2-ϕ_1=$\Delta\phi$ é o deslocamento de fase que ocorre sobre a distância de propagação Δx (direção de propagação da onda). 28

Figura 3. 3: Esquema da montagem experimental utilizando força de radiação acústica. (a) Vista frontal, (b) Vista lateral. 29

Figura 3. 4: Sequência de pulsos ultrassônicos para excitação harmônica e os pulsos usados para monitorar o movimento. 30

Figura 3. 5: Esquema ilustrativo do arranjo experimental do sistema de vibrometria empregando atuador eletromecânico como fonte de excitação. 31

Figura 3. 6: Montagem do experimento utilizando atuador eletromecânico. (a) Vista frontal, (b) Vista superior. 31

Figura 3. 7: Imagens de ultrassonografias modo-B dos fantomas de dose absorvida. 33

Figura 3. 8: Resultados da propagação da onda de superfície utilizando força de radiação para o fantoma de controle e os com 10 e 20 Gy de dose absorvida. As linhas tracejadas em x = 10 mm delimitam a região irradiada e não irradiada. As linhas pontilhadas destacam o atraso temporal em relação ao fantoma de controle. 34

Figura 3. 9: Velocidade de grupo da onda de superfície na região irradiada e não-irradiada para os fantomas de controle, 10, e 20 Gy. 35

Figura 3. 10: Resultados da propagação da onda, empregando o atuador mecânico para os fantomas de controle, 10, 20, 30 e 50 Gy. As linhas sólidas horizontais delimitam as regiões irradiadas e não-irradiadas. A região irradiada é definida no intervalo 20-40 mm. As linhas pontilhadas inclinadas representam o atraso temporal em relação ao fantoma de controle. 36

Figura 3. 11: Fase de propagação para 300 Hz. As linhas sólidas delimitam a região irradiada no intervalo de 20-40 mm. 36

Figura 3. 12: Velocidade de fase na porção não irradiada. 37

Figura 3. 13: Velocidades de fase de propagação na região irradiada. 38

Figura 3. 14: Taxas de contraste para diferentes doses. 38

Figura 3. 15: Taxa média de contraste para a largura de banda de 250-500 Hz nas diferentes doses absorvidas. 39

Figura 4. 1: Diagrama da sequência experimental de geração das imagens da ERM. 46

Figura 4. 2: Arranjo experimental (esquerda) e foto ilustrativa (direita) do tomógrafo de 1,5 T GE Signa empregado nos ensaios elastográficos e de relaxometria. 47

Figura 4. 3: Mapa em tons de cinza da magnitude do sinal da ressonância magnética obtidos empregando o fantoma de controle (a) e o fantoma com dose absorvida de 50 Gy (b) para um tempo de eco de 24 ms. 48

Figura 4. 4: Ajuste logarítmico da intensidade média do sinal em função dos tempos de eco, TE, para o fantoma de controle (cnt) e para aqueles com doses absorvidas variando entre 10 e 50 Gray. 49

Figura 4. 5: Mapas de R2 mostrando a distribuição da dose absorvida em dois fantomas dose gel: (a) não irradiado e (b) dose absorvida de 10 Gy. 50

Figura 4. 6: Mapas de R2 mostrando a distribuição da dose absorvida em dois fantomas dose gel: (a) para uma dose de 20 Gy e (b) dose absorvida de 30 Gy. 50

Figura 4. 7: Mapas de R2 mostrando a distribuição da dose absorvida em dois fantomas dose gel: (a) para uma dose de 40 Gy e (b) dose absorvida de 50 Gy. 50

Figura 4. 8: Mapas de propagação da onda obtidos nos ensaios de ERM nos fantomas de dose absorvida: (a) controle e (b) 10 Gy. 52

Figura 4. 9: Mapas de propagação da onda obtidos nos ensaios de ERM nos fantomas de dose absorvida: (a) 20 Gy e (b) 30 Gy. 52

Figura 4. 10: Mapas de propagação da onda obtidos nos ensaios de ERM nos fantomas de dose absorvida: (a) 40 Gy e (b) 50 Gy. 52

Figura 4. 11: Elastogramas estimados a partir dos dados de imagem de onda mostrados na Figura 4. 8 à Figura 4. 10. Estes mapas representam a rigidez transversal, em kPa do fantoma de controle (a) e 10 Gy (b). 54

Figura 4. 12: Elastogramas estimados a partir dos dados de imagem de onda mostrados na Figura 4. 8 à Figura 4. 10. Estes mapas representam a rigidez transversal, em kPa do fantoma de 20 Gy (a) e 30 Gy (b). 54

Figura 4. 13: Elastogramas estimados a partir dos dados de imagem de onda mostrados na Figura 4. 8 à Figura 4. 10. Estes mapas representam a rigidez transversal, em kPa do fantoma de 40 Gy (a) e 50 Gy (b). 54

Figura 4. 14: Perfil dos mapas dos tempos de relaxação (a) e de ondas (b), obtidos a partir da média de três regiões de interesse lineares na direção do eixo-*x* ou profundidade. 55

Figura 4. 15: Respostas “elasto-dosiméticas” do gel *MAGIC*. (a) Tempo de relaxação transversal T2 *vs.* dose absorvida com ajuste mono-exponencial decrescente. (b) Rigidez transversal média *vs.* dose absorvida nos fantomas com ajuste mono-exponencial crescente. 56

Figura 4. 16: Tempo de relaxação transversal (T2) do gel dosimétrico em função da rigidez transversal de fantomas com diferentes doses absorvidas. 57

Figura 4. 17: Índice de correlação entre os mapas dos tempos de relaxação e os elastogramas para as respectivas doses absorvidas. 58

Figura 4. 18: Representação gráfica para os valores da rigidez transversal em função da dose absorvida, considerada para valores relativamente baixos (a) e altos (b). 58

Figura 4. 19: Representação gráfica para os valores da taxa de relaxação transversal, R2, em função da dose absorvida, considerada para valores relativamente baixos (a) e altos (b). 59

Figura 4. 20: Gráficos das tendências para a rigidez transversal dos fantomas dosimétricos em função da frequência de excitação mecânica (a) e da dose absorvida (b). 60

Figura 4. 21: Perfil das ondas incidente, refletida e a resultante do fenômeno de interferência durante a propagação da onda mecânica no gel na direção do eixo-x ou da profundidade. 60

Figura 5. 1: Representação ilustrativa do sistema de vibroacustografia empregado nas simulações. Modelo tridimensional do fantoma, transdutor e hidrofone. 68

Figura 5. 2: Visualização do plano de varredura dividido em pequenas áreas quadradas. 71

Figura 5. 3: Representação esquemática dos sistemas acústicos e a forma como os dados são obtidos. Em (a) encontra-se ilustrada a técnica de varredura empregada em ultrassom pulso-eco. Enquanto, em (b) tem-se ilustrado o sistema de varredura utilizado pela vibroacustografia. 74

Figura 5. 4: Simulação analítica da resolução lateral e axial da função de espalhamento de ponto estimada analiticamente..... 76

Figura 5. 5: Simulação numérica da resolução lateral (esquerda) e axial (direita) da função de espalhamento de ponto calculada numericamente..... 76

Figura 5. 6: Função de espalhamento de ponto analítica em um plano na região focal. 77

Figura 5. 7: A densidade de energia acústica por massa e a pressão acústica por área na região do plano focal. 78

Figura 5. 8: Ilustração do campo acústico gerado pelo transdutor confocal para as pressões p_1 (a), p_2 (b) e $p_1 + p_2$ (c). 78

Figura 5. 9: Simulação numérica dos contornos (a) e perspectiva tridimensional (b) da *PSF* do sistema de vibroacustografia. 79

Figura 5. 10: (a) Simulação numérica dos contornos da *PSF* tridimensional do sistema de ultrassom pulso-eco. (b) Perspectiva tridimensional da *PSF*. 80

Figura 5. 11: Simulação dos campos acústicos. (a) Magnitude, fase e amplitude do campo da força de radiação acústica confocal da vibroacustografia. (b) Campo da pressão transmitido e recebido pelo transdutor esférico do sistema de ultrassom pulso-eco. 81

Figura 5. 12: Perfil lateral (a) e axial (b) da *PSF* do transdutor esférico operando no modo pulso-eco. 82

Figura 5. 13: (a) Pulso temporal com envoltória. (b) Espectro de frequência da simulação do sinal transmitido e recebido empregando o transdutor esférico. 82

Figura 5. 14: Pressão acústica e força de radiação empregadas para excitação dos pontos espalhadores no fantoma. (a) Batimento e sua envoltória da superposição das ondas p_1 e p_2 com frequências próximas, Δf=50 kHz, (b) Força de radiação e sua envoltória produzida pelo batimento das ondas de pressão acústica. 83

Figura 5. 15: Comparação entre os perfis de pressão acústica gerada de forma numérica (linha azul) e analítica (linha vermelha) na direção lateral (a) e axial (b). 83

Figura 5. 16: Fantoma virtual com dimensões de 10 × 10 × 50 mm^3, simulando um meio espalhador tridimensional, onde encontram-se distribuídos aleatoriamente dentro da caixa um total de 10 (a) e 4000 (b) espalhadores. 84

Figura 5. 17: Representação volumétrica da *psf* de um transdutor confocal modelado pelo esferóide prolato, semelhante a um charuto. Obtido pela rotação de uma elipse em torno do eixo na direção axial do transdutor. 85

Figura 5. 18: (a) Imagem simulada de ultrassom modo-B correspondente ao plano tomográfico *x*-*z*. (b) Imagem vibroacustográfica obtida no plano *x*-*y*. Estas imagens foram obtidas a partir da interação do campo de pressão acústica com um meio espalhador tridimensional contendo um conjunto de 4.000 pontos espalhadores. 85

Figura 5. 19: Imagens simuladas de vibroacustografia para: (a) Densidade, D = 1 espalhador/mm^3; (b) Densidade, D = 2 espalhadores/mm^3. 86

Figura 5. 20: Imagens simuladas de vibroacustografia para: (a) Densidade, D = 6 espalhadores/mm^3; (b) Densidade, D = 11 espalhadores/mm^3. 86

Figura 5. 21: Imagens simuladas de vibroacustografia para: (a) Densidade, D = 20 espalhadores/mm^3; (b) Densidade, D = 40 espalhadores/mm^3. 86

Figura 5. 22: Imagens simuladas de vibroacustografia para: (a) Densidade, D = 60 espalhadores/mm^3; (b) Densidade, D = 80 espalhador/mm^3. 87

Figura 5. 23: (a) Imagem obtida por simulação, empregando uma densidade de 60 espalhadores/mm^3, com um número estimado de 3000 espalhadores dentro do volume da célula de resolução. (a) Imagem obtida experimentalmente, empregando uma densidade de 71 espalhadores/mm^3, com um número estimado de 3550 espalhadores dentro do volume da célula de resolução, usando a técnica de VA no modo de onda contínua para a frequência de 12,9 kHz. 87

Figura 7. 1: Curva de tensão versus deformação típica para um sólido elástico, onde encontram-se representadas duas regiões distintas: Uma linear, representando comportamento elástico ao início da curva e outra de comportamento não-linear ao final da mesma, representando deformações irreversíveis. 97

Figura 7. 2: Mostra as notações utilizadas para as componentes de tensão atuando nas faces de um elemento cúbico infinitesimal num ponto qualquer de um corpo em equilíbrio (fonte: wikipedia.org). 99

Figura 7. 3: Seção transversal ilustrativa de um músculo e osso, mostrando as principais estruturas que as constituem, tais como os feixes de fibras musculares, tendão e osso (Figura retirada de [128]). 103

Figura 7. 4: Representação de uma onda longitudinal propagando-se em um meio elástico e incompressível com uma velocidade v_L 110

Figura 7. 5: Representação de uma onda transversal propagando-se em um meio elástico e incompressível com uma velocidade v_T 111

Figura 7. 6: Propagação de ondas mecânicas em um sólido "rígido" (a) e um sólido "mole" (b) sob a mesma frequência de vibração. 112

Figura 7. 7: Representação de um elemento cúbico sujeito à ação de uma força de compressão *F*, com uma deformação *d*, e as alturas *L* correspondendo à compressão e *H* à parte cisalhante. As figuras (a) e (b) representam uma composição de movimento, resultante de uma onda longitudinal propagando-se em um meio elástico..... 113

Figura 7. 8: Representação mecânica do modelo viscoelástico de Maxwell representado por uma mola (μ_e) em série com um amortecedor (η)..... 120

Figura 7. 9: Representação do modelo viscoelástico de Voigt representado por uma mola (μ_e) em paralelo com um amortecedor (η). 121

Figura 7. 10: Representação esquemática do modelo Linear do Sólido Padrão representado pela mola (μ_{e1}) em série com amortecedor (η), estando ambos em paralelo com a mola (μ_{e2}). 123

Figura 7. 11: (A-D) Simulação da propagação de onda transversal em meio viscoelástico dissipativo (com atenuação), para cinco diferentes números de onda e (E) superposição das quatro ondas, com números de onda diferentes. 126

Figura 7. 12: (A-D) Simulação da propagação de onda transversal em meio viscoelástico dispersivo (sem atenuação), para cinco diferentes números de onda e (E) superposição das quatro ondas, com números de onda diferentes. 126

Figura 7. 13: (A-D) Simulação da propagação de onda transversal em meio viscoelástico dissipativo e dispersivo, para cinco diferentes números de onda e (E) superposição das quatro ondas, com números de onda diferentes..... 127

Figura 7. 14: Simulação de uma onda transversal propagando-se em um meio viscoelástico. (a) comportamento da velocidade de fase e do coeficiente de absorção (b) em função da frequência. Assumindo um valor constante para módulo elástico de μ_e = 4 kPa e três valores diferentes para o módulo viscoso μ_η = 0,5 Pa.s, μ_η = 1,0 Pa.s e μ_η = 2,0 Pa.s...130

Figura 7. 15: Simulação de uma onda transversal propagando-se em um meio viscoelástico. (a) comportamento da velocidade de fase e do coeficiente de absorção (b) em função da frequência. Assumindo um valor constante para módulo viscoso de μ_η = 1,0 Pa.s e três valores diferentes para o módulo elástico μ_e = 1,0 Pa.s, μ_e = 4,0 Pa.s e μ_e = 9,0 Pa.s. .130

Figura 7. 16: Simulação de uma onda transversal. Em (a) está ilustrado o fenômeno de propagação de um pulso de onda através de um meio puramente elástico. Enquanto que em (b) está representado este mesmo pulso viajando em um meio viscoelástico. 132

Figura 7. 17: Modelo de Voigt. Simulação do mapa viscoelástico para a velocidade de fase (a) e do coeficiente de absorção (b) da onda transversal, para um mesmo valor de frequência, f = 100 Hz. 133

Figura 7. 18: Modelo de Voigt. Simulação do mapa viscoelástico para a velocidade de fase (a) e do coeficiente de absorção (b) da onda transversal, para um mesmo valor de frequência, f = 300 Hz. 133

Figura 7. 19: Modelo de Voigt. Simulação do mapa viscoelástico para a velocidade de fase (a) e do coeficiente de absorção (b) da onda transversal, para um mesmo valor de frequência, f = 600 Hz. 133

Figura 7. 20: Simulação de uma onda transversal propagando-se em um meio viscoelástico. (a) comportamento da velocidade de fase e (b) do coeficiente absorção em função da frequência. Assumindo um valor constante para módulo viscoso de μ_η = 1 Pa.s e três valores diferentes para o módulo elástico μ_e =1,0 Pa.s, μ_e =4,0 Pa.s e μ_e = 9,0 Pa.s. ...135

Figura 7. 21: Simulação de uma onda transversal propagando-se em um meio viscoelástico. (a) comportamento da velocidade de fase e (b) do coeficiente absorção em função da frequência. Assumindo um valor constante para módulo elástico de μ_e = 4 kPa e três valores diferentes para o módulo viscoso μ_η =0,5 Pa.s, μ_η =1,0 Pa.s e μ_η = 2,0 Pa.s.....135

Figura 7. 22: Modelo de Maxwell. Simulação do mapa viscoelástico para a velocidade de fase (a) e do coeficiente de absorção (b) da onda transversal, para um mesmo valor de frequência, f = 100 Hz. 137

Figura 7. 23: Modelo de Maxwell. Simulação do mapa viscoelástico para a velocidade de fase (a) e do coeficiente de absorção (b) da onda transversal, para um mesmo valor de frequência, f = 300 Hz. 137

Figura 7. 24: Modelo de Maxwell. Simulação do mapa viscoelástico para a velocidade de fase (a) e do coeficiente de absorção (b) da onda transversal, para um mesmo valor de frequência, f = 600 Hz. 137

Figura 7. 25: (a) A superposição de cada um dos fasores (In) das ondas espalhadas, pela população de espalhadores difusos no meio, resulta no sinal (R). Esse sinal complexo recebido é obtido adicionando os fasores passo a passo na caminhada aleatória. (b) Diagrama polar para os fasores incoerentes (difusos) distribuídos uniformente..... 146

Figura 7. 26: Representação fasorial no plano complexo do processo de formação de padrões de interferência destrutiva (a) e construtiva (b). 147

Figura 7. 27: Em (a) encontra-se ilustrada a função densidade de probabilidade Gaussiana aplicada ao conjunto de fasores isoladamente. (b) Contornos da função densidade de probabilidade Gaussiana complexa no plano bidimensional, centrada na origem. 147

Figura 7. 28: Em (a) encontra-se ilustrada a função densidade de probabilidade de Rayleigh obtida da magnitude dos fasores, para um grande número de espalhadores difusos. (b) Contornos da função densidade de probabilidade de Rayleigh no plano complexo. 148

Figura 7. 29: (a) Caminhada aleatória dos fasores coerentes ϕ_{Co}, e a amplitude resultante $A_{\Delta\omega}^{Co}$; (b) Caminhada aleatória dos fasores incoerente ϕ_{In}, a partir da amplitude resultante coerente $A_{\Delta\omega}^{Co}$; (c) Amplitude total do sinal acústico espalhado $A_{\Delta\omega}$, representando a contribuição de todas as componentes dos fasores ambos coerentes e incoerentes. 149

Figura 7. 30: (a) A presença da componente coerente na população de espalhadores adiciona um vetor constante (Co) à caminhada aleatória. (b) Diagrama polar para os fasores incoerentes (difusos) distribuídos uniformente. 150

Figura 7. 31: Em (a) encontra-se ilustrada a função densidade de probabilidade de Rice obtida da magnitude dos fasores, para um grande número de espalhadores. (b) Contornos da função densidade de probabilidade de Rice no plano complexo. 150

Figura 7. 32: Ilustra como a distribuição estatística de Rice muda, conforme varia o número de espalhadores difuso e estruturais presentes no sinal. 151

Figura 7. 33: Ilustra como a distribuição estatística de Rice muda, conforme varia o número de espalhadores difuso e estruturais presentes no sinal. 152

LISTA DE TABELAS

Tabela 2. 1 – Componentes usados para o preparo do *MAGIC* dosímetro gel.....8

Tabela 2. 2 – Valores da largura a meia altura dos perfis da distribuição de dose estimados pelo sistema de planejamento radioterápico, pelas imagens de RM e VA; da diferença de contraste e da razão de intensidade para as diferentes modalidades VA.....21

LISTA DE SÍMBOLOS E NOTAÇÕES

A lista dos principais símbolos e notações usadas na tese é apresentada. Toda notação e símbolos são definidos no texto quando eles aparecem pela primeira vez. Símbolos com mais de um significado são definidos claramente quando usado para evitar confusões, mas normalmente seu significado é facilmente extraído do próprio contexto.

υ : Coeficiente de Poisson;

E : Módulo de Young;

λ e μ : Constantes de Lamé;

δ_{ij} : Delta de Kronecker;

V : Volume;

T : Vetor tração;

A : Superfície;

F_m : Força de massa ou Força de volume;

u : Vetor deslocamento;

n : Vetor normal externo;

ρ : Densidade;

μ_{ij} : Módulo elástico transversal;

μ : Rigidez elástica transversal;

C_{ijkl} : Tensor da elasticidade;

$\left\{C_{ijkl}\right\}^{-1}$: Matriz compressibilidade;

σ_{ij} : Tensor de tensões;

S_{kl} : Tensor das deformações;

F : Força;

Δl : Deslocamento da mola;

κ : Constante elástica da mola;

k : Vetor número de onda;

K : Módulo volumétrico;

i, j, k, l : Índices do tensor;

e_j : Componentes do versor;

ω : Frequência angular;

r : Vetor posição;

ϕ : Fase da onda;

j : Número complexo igual a $\sqrt{-1}$;

A_0 : Amplitude;

v_L : Velocidade de propagação da onda longitudinal;

v_T : Velocidade de propagação da onda transversal;

v_ϕ : Velocidade de fase;

v_g : Velocidade de grupo;

α : Coeficiente de absorção da onda transversal;

η : Viscosidade do meio;

μ_e : Módulo elástico;

μ_η : Modulo viscoso ($\mu_\eta = j\omega\eta$);

$\vec{\nabla}$: Operador diferencial Nabla, em que $\nabla = \frac{\partial}{\partial x_1} e_1 + \frac{\partial}{\partial x_2} e_2 + \frac{\partial}{\partial x_3} e_3$;

$\vec{\nabla} \bullet \vec{u}$: Divergente do vetor deslocamento, em que $\vec{\nabla} \bullet \vec{u} = \frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{\partial u}{\partial x_2} + \frac{\partial u}{\partial x_3}$;

$\vec{\nabla}\phi$: Gradiente do vetor deslocamento, em que $\vec{\nabla}\phi = \frac{\partial \phi}{\partial x_1}, \frac{\partial \phi}{\partial x_2}, \frac{\partial \phi}{\partial x_3}$;

$\vec{\nabla}^2\vec{u}$: Vetor Laplaciano do deslocamento, em que $\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_3^2}$;

a_{22}: Raio externo do elemento piezelétrico anelar do transdutor confocal;

a_{21}: Raio externo do elemento piezelétrico anelar do transdutor confocal;

a_1: Raio interno do elemento piezelétrico do transdutor confocal;

U_{01} e U_{02}: Velocidades de vibração da superfície dos elementos piezoelétricos interno e externo, respectivamente.

z_0: Distância focal ligando o ponto focal a superfície do transdutor confocal;

ε: Densidade instantânea de energia da onda acústica;

$T1$: Tempo de relaxação longitudinal;

$T2$: Tempo de relaxação transversal;

$R2$: Taxa de relaxação transversal ou taxa de magnetização transversal;

TR: Tempo de repetição;

TE: Tempo de eco;

π_a e π_s: Energia total absorvida e espalhada, respectivamente;

d_r: Coeficiente de arraste complexo;

$\langle E \rangle$: Média da densidade de energia da onda incidente,

$\langle\rangle$: Média temporal

S: Área projetada do objeto;

l: Distância que liga o ponto de observação ao centro do pistão;

φ: Ângulo formado entre a linha de observação e o eixo do pistão;

J_1: Função de Bessel de primeira ordem do primeiro tipo;

$Z_{\Delta\omega}$: Impedância mecânica do fluido;

b: Raio infinitesimal do pistão;

$\Delta\kappa$: Compressibilidade.

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

DNE – Densidade no número de espalhadores;

VCR – Volume da célula de resolução;

SNR – Relação sinal-ruído;

PSF – Função de espalhamento de ponto;

IRM – Imagem por ressonância magnética;

RMN – Ressonância magnética nuclear;

ERM – Elastografia por ressonância magnética;

VA – Vibroacustografia;

CW – Onda contínua;

PDF – Função densidade de probabilidade;

RRM – Relaxometria por ressonância magnética;

VU – Vibrometria por ultrassom

LISTA DE TRABALHOS PUBLICADOS

VIEIRA, S. L., URBAN, M. W., BAGGIO, A. L., FATEMI, M. and CARNEIRO, A. A. O., "Ultrasound radiation force vibrometry applied to dosimeter gel," in IV Simpósio de Instrumentação e Imagens Médicas e Congresso Brasileiro de Física Médica, São Paulo, 2009.

VIEIRA, S. L., KINNICK, R. R., BAGGIO, A. L., NICOLUCCI, P., FATEMI, M., and CARNEIRO, A. A. O., "Evaluation of vibro-acoustography techniques to map absorbed dose distribution in irradiated phantoms," in 31st Annual International Conference of the IEEE EMBS, Minneapolis, Minnesota, USA, 2009.

MARIAPPAN, Y. K., VIEIRA, S. L., FERNANDES, J. P., CARNEIRO, A. A. O., FATEMI, M., and EHMAN, R., "Magnetic resonance elastography of polymer gel dosimetry phantoms," in International Society for Magnetic Resonance in Medicine – ISMRM, Honolulu, Hawaii, USA, 2009.

VIEIRA, S. L., MARIAPPAN, Y. K., FERNANDES, J. P., EHMAN, R. L., FATEMI, M., and CARNEIRO, A. A. O., "Magnetic resonance elastography of irradiated polymer gel phantoms," Submitted to Magnetic Resonance in Medicine Journal, 2009.

VIEIRA, S. L., URBAN, M., BAGGIO, A., CARNEIRO, A., and FATEMI, M., "Shear wave dispersion ultrasound vibrometry of gel dosimetry phantoms," The Journal of the Acoustical Society of America, v. 125, n. 4, p. 2553, 2009.

VIEIRA, S. L., BAGGIO, A. L., KINNICK, R. R., FATEMI, M., and CARNEIRO, A. A. O., "Acoustic images of gel-dosimetry phantoms," in International Congress on Ultrasonic, Santiago, Chile, pp. 35-35, 2009.

VIEIRA, S. L., MARIAPPAN, Y. K., FERNANDES, J. P., EHMAN, R. L., FATEMI, M., and CARNEIRO, A. A. O., "Magnetic resonance elastography of gel dosimeters: Preliminary study," XXI Brazilian Conf. on Biomedical Engineering, p. 934-937, Nov. 16 – 20, 2008.

VIEIRA, S. L., KINNICK, R. R., CARNEIRO, A. A. O., and FATEMI, M., "Vibro-acoustography imaging of dosimetry phantom," XXI Brazilian Conference on Biomedical Engineering, v. 21, n. 1, p. 938-941, November 16 – 20, 2008.

VIEIRA, S. L., MARIAPPAN, Y. K., FERNANDES, J. P., EHMAN, R. L., FATEMI, M., and CARNEIRO, A. A. O., "Magnetic resonance elastography imaging of radiation dose distributions," Seventh International Conference on the Ultrasonic Measurement and Imaging of Tissue Elasticity, p. 34-34, October 27 – 30, 2008.

PAVAN, T. Z., VIEIRA, S. L., and CARNEIRO, A. A. O., "Elastography: A new ultrasound and MRI procedure," Medical Physics, v. 1032, n. 312, p. 51-59, 2008.

VIEIRA, S. L.; MORINI, G.; NICOLUCCI, P.; FATEMI, M.; CARNEIRO, A. A. O. Estudo dos módulos elásticos em phantoms irradiados empregando elastografia por ressonância magnética. Anais do III Simpósio de Instrumentação e Imagens Médicas - SIIM. São Carlos - SP, v. 3, p. 6-9, 2007.

RESUMO

Em tecidos biológicos lesados, a viscoelasticidade é a propriedade física que mais se modifica em relação ao tecido normal. Palpação manual é geralmente usada para identificar estas lesões, tais como nódulos e cistos. Recentemente, vários estudos envolvendo técnicas ultrassônicas e de ressonância magnética, denominadas elastografia, têm sido empregadas para avaliar as propriedades viscoelásticas dessas lesões. Uma das dificuldades neste tipo de estudo está relacionada ao desenvolvimento de simuladores de tecidos biológicos com inclusões equivalentes, uma vez que, essas estruturas lesadas originam-se a partir do próprio tecido biológico. Com base nessas motivações, técnicas quantitativas de elastografia por ressonância magnética e ultrassom foram exploradas para avaliar lesões simuladas em fantomas viscoelásticos. Estas lesões, com diferentes propriedades viscoelásticas, foram geradas no interior de um fantoma usando radiação ionizante. Os fantomas, também conhecidos como gel dosimétrico, foram desenvolvidos a base de pele animal, e irradiados utilizando um sistema de terapia de radiação convencional. Imagens de Relaxometria por Ressonância Magnética (RRM) foram adquiridas nestes fantomas e usadas como referência padrão da dose absorvida e de sua distribuição. Os perfis da distribuição de dose avaliados nessas imagens de RRM e pelo sistema de planejamento radioterápico TPS 3D® foram comparados aos de rigidez das imagens elastográficas.

O estudo elastográfico nestes fantomas foi realizado utilizando os métodos de Vibroacustografia (VA), Vibrometria por Ultrassom (VU) e Elastografia por Ressonância Magnética (ERM).

Diferentes modalidades de VA, incluindo onda contínua, pulsada e multifrequencial, com amplitude modulada, foram empregadas. As imagens foram geradas a partir da fase e amplitude do som emitido pela vibração do elemento de volume irradiado pelo feixe ultrassônico focalizado. Os resultados mostraram que a técnica de imagem por VA tem potencial aplicação em visualizar a distribuição de doses elevadas em polímero gel dosimétrico.

O método de VU foi empregado com o objetivo de estimar a velocidade transversal de propagação nos fantomas e correlacioná-las com a dose absorvida. Assim, a natureza dispersiva da velocidade da onda transversal foi estudada nos fantomas de gel dosimétrico e o mecanismo de contraste e estimativa da velocidade da onda transversal foi investigado em função da dose absorvida. Ondas superficiais foram geradas a partir de dois métodos de

excitação: por força da radiação ultrassônica focalizada e empregando um atuador eletromecânico. Foi observado que a velocidade de grupo variou de forma ascendente com o aumento da dose absorvida, tanto na região irradiada quanto na não-irradiada. O método baseado na força de radiação acústica tem a vantagem de não ser de contato e pode ser realizada tanto na superfície, quanto no interior das amostras. No entanto, os resultados foram limitados a doses absorvidas de até 20 Gy por limitação da potência acústica utilizada. Testes realizados empregando o atuador eletromecânico foram capazes de produzir movimento significativo em comparação com a força de radiação por ultrassom. O nível de movimento induzido foi suficiente para avaliar as inclusões geradas com dose de até 50 Gy. Os resultados mostraram que é possível estimar as propriedades mecânicas do gel dosimétrico, e consequentemente o nível e a distribuição da dose, empregando essas técnicas de vibrometria.

Elastografia por ressonância magnética foi empregada como alternativa para visualizar e estimar propriedades viscoelásticas de regiões irradiadas no interior do gel dosimétrico. Essas características foram investigadas através da dependência entre a dose observada e a rigidez transversal do meio. Ondas transversais foram induzidas na superfície dos fantomas usando um atuador eletromecânico. As imagens de deslocamento de fase resultantes da propagação das ondas através do volume foram obtidas utilizando o método de contraste de fase da técnica de imagem por MR. Diferentes frequências de vibração, variando entre 100 e 300 Hz, foram empregadas a fim de explorar as propriedades viscoelásticas do gel. Foi observado que a resposta do gel no domínio da frequência segue uma tendência quase linear para os fantomas de controle, 10 e 20 Gy. Para os fantomas de dose absorvida de 40 e 50 Gy, a taxa de relaxação e a rigidez transversal estimadas, acumularam pouca variação em comparação com os de doses inferiores. Os resultados mostraram que os elastogramas obtidos por ERM foram os que apresentaram melhor correlação com os mapas de distribuição de dose avaliados pela taxa de relaxação transversal. Neste caso, os índices de correlação variaram entre 0,990 e 0,997.

O segundo objetivo desta tese foi explorar a viabilidade de existência de *speckle* em imagens de vibroacustografia. Para testar essa idéia, um modelo tridimensional (3D) para a função de espalhamento de ponto (*PSF*) do sistema de VA foi simulada. O código da simulação foi desenvolvido em ambiente MATLAB® e empregando sub-rotinas do programa Field II® para simulação numérica dos transdutores. Imagens de ultrassom modo-B (IUSB) e vibroacustografia foram simuladas usando esse modelo de *PSF*-3D para um transdutor esférico e confocal, respectivamente. Essas IUSB foram simuladas para servir como um parâmetro comparativo com as imagens geradas por VA. As imagens de ultrassom foram

exibidas em um plano tomográfico que corresponde ao plano de imagem da VA. As simulações foram realizadas utilizando um *cluster* de computadores de alto desempenho. Todas as imagens foram simuladas empregando um modelo de fantoma virtual não homogêneo com dimensões de $(10 \times 10 \times 50)$ mm^3. Os resultados preliminares mostraram um padrão de interferência nas imagens de VA, semelhantes à *speckles*, obtidas empregando o transdutor confocal. Estas imagens foram produzidas a partir de espalhadores localizados no interior do volume da célula de resolução da *PSF*-3D.

ABSTRACT

The viscoelasticity of injured biological tissues is the physical property that changes the most in relation to normal tissue. Manual palpation is commonly used to identify these lesions, such as nodules and cysts. Recently, several studies involving ultrasound and magnetic resonance imaging techniques, called elastography, have been employed to assess the viscoelastic properties of these lesions. One difficulty in this type of study is related to the development of biological tissues mimicking materials with similar inclusions, once these injured structures originate from anomalies within the biological tissue. Based on these motivations, quantitative elastographic techniques based on magnetic resonance and ultrasound modalities have been used to assess injuries in viscoelastic mimicking-tissue phantom materials. These lesions, with different viscoelastic properties, were generated within a phantom using ionizing radiation. The phantoms, also known as dosimeter gel, were developed based on animal skin powder, and irradiated using a conventional radiation therapy system. Magnetic resonance relaxometry images (MRR) were acquired in these phantoms, and were used as absorbed dose standard reference and its distribution. The estimated dose distribution profiles from these images and the ones provided by TPS 3D® software radiotherapy planning system were compared to the elastograms.

The elastographic studies were conducted using Vibro-acoustography (VA), Magnetic Resonance Elastography (MRE) and Shearwave Dispersion Ultrasound Vibrometry (SDUV) techniques.

Different modalities of VA, including continuous wave (CW), toneburst (TB) and multifrequency (MF), with modulated amplitude, were employed. The images were generated from the phase and amplitude of the sound emitted by the vibration of the absorbed dose volume element by the focused ultrasound beam. The results showed that the VA imaging technique has potential application in visualizing the high dose distribution of polymer dosimeter gel.

In order to correlate the mechanical proprieties of absorbed dose phantoms, the SDUV technique was used. Thus, the dispersive nature of the shear wave velocity was studied in dosimeter gel phantoms. The mechanism of contrast and estimated shear wave speed dependence were investigated in relation to the dose absorbed. Surface waves were generated from two methods of excitation by: ultrasound radiation force and employing an electromechanical shaker as actuator. The group velocity rose with the increase of the

radiation dose in both the irradiated and the background regions. The acoustic radiation force based method has the advantage of no contact and can be performed both on the surface and within the bulk of the center by employing shear waves. However, the results were limited to absorbed doses of up to 20 Gy by limiting the ultrasound power levels. Tests performed with the electromechanical shaker were able to produce significant movement compared to the power of ultrasound radiation. The motion level induced was enough to detect the inclusions generated with absorbed dose up to 50 Gy. The results showed that it is possible to estimate the mechanical properties of dosimeter gel, and consequently the level and distribution of dose, using vibration analysis techniques.

Magnetic Resonance Elastography was evaluated as being a suitable tool to visualize and estimate the viscoelastic properties irradiated in dosimeter gel. These characteristics were investigated through the dependence between absorbed dose and shear stiffness of the center. Shear waves were induced on the surface of phantoms using an electromechanical actuator. Phase shift images resulting from the wave propagation through the volume were obtained using the phase contrast MR imaging technique method. Different vibration frequencies, ranging from 100 to 300 Hz were used to explore the gel's viscoelastic properties. It was observed that the gel's response in frequency domain follows a quasilinear trend for the control phantoms, 10 and 20 Gy. The estimated relaxation rate and shear stiffness for absorbed dose phantoms of 40 and 50 Gy do not shown large variation, compared to lower doses. The elastograms obtained by MRE presented the best correlation with dose distribution maps measured by the transversal relaxation. In this case, the correlation coefficients were around 0.990 and 0.997.

The second goal of this thesis was to explore the feasibility of speckle existence in vibro-acoustography images. To test that, a three-dimensional (3D) model for the system's point spread function (PSF) was simulated. The simulation code was implemented in MATLAB® and using the program Field II® subroutines. The numerical simulations were performed using a cluster of high performance computers. B-mode ultrasound and VA images were simulated using that PSF 3D model, for a spherically focused and a confocal transducer, respectively. These B-mode images were simulated as a comparative parameter to the images generated by VA. The B-mode ultrasound images were displayed in a tomographic plane corresponding to the VA imaging plane. All images were simulated using a virtual phantom with dimensions $(10 \times 10 \times 50)$ mm^3. Preliminary results showed a interference pattern in VA images taken with a confocal transducer. These images were produced from scatterers located inside the PSF resolution cell volume.

ORGANIZAÇÃO DA TESE

Um breve resumo do conteúdo de cada um dos capítulos seguintes é apresentado a seguir:

Capítulo I apresenta uma breve revisão bibliográfica do estado da arte relacionado com os temas discutidos, a motivação e os objetivos deste trabalho;

Capítulo II consiste de um estudo da distribuição da dose absorvida em fantoma, empregando diferentes modalidades de vibroacustografia, incluindo onda contínua, pulsada e multifrequencial;

Capítulo III apresenta uma aplicação da vibrometria por ultrassom ao estudo do mecanismo de contraste e estimativa da velocidade da onda transversal em função da dose absorvida;

Capítulo IV descreve o uso da elastografia por ressonância magnética como alternativa para visualizar e estimar propriedades viscoelásticas de regiões irradiadas no interior do gel dosimétrico;

Capítulo V explora a viabilidade da existência de *speckle* em imagens de vibroacustografia, por meio de simulação empregando um modelo tridimensional para a função de espalhamento de ponto (*PSF*) do sistema de VA;

Capítulo VI apresenta as considerações finais da tese sobre as vantagens e desvantagens dos métodos de imagem empregados;

Capítulo VII apresenta uma série de apêndices dedicados à revisão do estado da arte envolvendo os principais tópicos e fenomenologias relacionadas à teoria viscoelástica. Caso o leitor possua conhecimentos prévios sobre o assunto, a leitura do mesmo torna-se desnecessária e sem grandes problemas no entendimento da metodologia e dos resultados apresentados nesta tese. Em paralelo um estudo estatístico foi realizado com o intuito de ser posteriormente aplicado aos dados das simulações realizadas no Capítulo V;

Capítulo VII reúne todas as referências bibliográficas utilizadas neste trabalho.

CAPÍTULO I

Introdução Geral

I. INTRODUÇÃO

A palpação manual sempre foi usada para procurar e classificar lesões no tecido. Esse procedimento tem oferecido prospectos satisfatórios para o diagnóstico diferencial de doenças tais como o câncer. A eficiência da palpação está baseada no fato de muitas doenças causarem mudanças nas propriedades mecânicas do tecido como, por exemplo, aumento na rigidez ou módulo elástico do tecido [1]. Porém, a palpação resulta em somente uma percepção qualitativa da "dureza" e não fornece informações quantitativas acerca das propriedades mecânicas do tecido. Além disto, ela não é eficiente para localizar lesões em regiões profundas. Esta limitação quantitativa da palpação convencional tem sido o fator motivacional do crescente, interesse nos últimos 20 anos, de uma área denominada elastografia. A elastografia refere-se a qualquer medida ou técnica de imagem que forneça informações diretamente relacionadas às propriedades mecânicas do material [2]. Considerada uma técnica qualitativa e quantitativa para mapeamento da elasticidade, agrega informações relevantes para interpretação de imagens de Ultrassom (IUS), Ressonância Magnética (IRM), Tomografia Computadorizada (TC), entre outras modalidades de diagnóstico por imagem [3]. Várias técnicas elastográficas foram desenvolvidas a partir dessas modalidades de imagens, as quais empregam variados mecanismos de excitação mecânica e diferentes procedimentos de extração de parâmetros físicos relacionados ao movimento no tecido [3-4]. Dois modelos de deformação vêm sendo utilizados para realizar estimativas da rigidez do tecido, o quase estático [5-6] e o dinâmico [7-8], ambos baseados em medidas de deslocamento. Na elastografia dinâmica uma estimativa do parâmetro elástico pode ser obtida, com o conhecimento do deslocamento local.

Fantomas com propriedades viscoelásticas equivalentes ao tecido biológico mole vêm sendo fortemente utilizados como simuladores para estimativas de parâmetros elásticos em técnicas elastográficas. Em IRM, por exemplo, o uso destes fantomas permite simular mudanças nas densidades de prótons, ligações moleculares, mobilidade molecular e meios paramagnéticos. Além disso, é possível adicionar variações nos tempos de relaxação longitudinal e transversal dos prótons em experimentos de RM [9-10]. Em IUS, o uso destes fantomas possibilita simular mudanças no coeficiente de atenuação acústica, na velocidade acústica e nas propriedades mecânicas do tecido [11-12]. Essas simulações possibilitam a melhor compreensão dos fenômenos e o grau de influência que estes exercem, sobre as propriedades elásticas do meio.

Grande parte dos pesquisadores, em trabalhos com elastografia, emprega fantomas, compostos de materiais que mimetizam o tecido biológico. Os avanços no desenvolvimento dos métodos elastográficos, por IUS e IRM têm propiciado o desenvolvimento de novos tipos de fantomas [13-14]. Simulações das propriedades acústicas e magnéticas dos tecidos biológicos também proporcionaram o desenvolvimento e aprimoramento de *hardwares* e *softwares*, em aplicações elastográficas [15-16].

Hall *et al.* [13] fizeram um extenso trabalho sobre as propriedades elásticas de amostras homogêneas de gelatina e de agarose. Outros fantomas heterogêneos de gelatina com inclusões mais "duras" ou camadas com rigidezes diferentes foram descritos por vários grupos [17-18]. Sinkus *et al.* [19] descrevem em seu trabalho um fantoma de mama para elastografia por RM utilizando álcool poli(vinil) - PVA. Segundo os autores o PVA é significativamente mais rígido que o tecido biológico. Fowlkes *et al.* [20] empregaram um fantoma de borracha de silicone para elastografia por RM que contém uma inclusão cilíndrica, aproximadamente 10 vezes a rigidez do material de base. Chu *et al.* [21] desenvolveram dois sistemas dosimétricos Fricke gel com baixas taxas de difusão para propósitos de dosimetria 3D. Ambos os sistemas consistem de uma solução a base de álcool poli(vinil) usada para simular o tecido [22].

A dependência entre a dose absorvida por um fantoma e as consequentes mudanças na velocidade do som e na atenuação foi investigada em géis a base de *polyacrylamide gel* (*PAG*) e *methacrylic and ascorbic acid in gelatine initiated by copper* (*MAGIC*) em função da dose [11-12]. Dosímetros de gel polimérico são compostos por monômeros, dispersos em um ambiente gelatinoso, que formam cadeias poliméricas quando submetidos à radiação ionizante. Diversos trabalhos na literatura descrevem o desenvolvimento de géis sensíveis à radiação, dentre esses, os mais utilizados são o *PAG* [23] e o *MAGIC* [24-25].

Mudanças induzidas por radiação em fantomas dose gel têm mostrado serem úteis para avaliação da distribuição de dose absorvida, aliadas a diferentes técnicas de obtenção de imagem, como varredura óptica [26], tomografia computadorizada [27], ultrassom [11], e outras. Mather *et al*. [11] têm explorado o potencial do uso de técnicas de ultrassom para a avaliação da distribuição de dose em dosímetros de gel através da observação da dependência da dose com as mudanças na velocidade e atenuação das ondas ultrassônicas.

Por outro lado, Crescenti e colaboradores [28] têm explorado o potencial da elastografia por ultrassom para estudar de forma quantitativa a dose absorvida. Métodos de elastografia dinâmica e pulsos transientes de ultrassom vêm sendo aplicados ao estudo da transição sol-gel da agarose [29-30]. Medidas da amplitude e velocidade das ondas transversais permitem a

estimativa das propriedades mecânicas do material. Recentemente, no campo da instrumentação de medida, Madsen *et al*. [31] demonstraram ser possível medir o módulo viscoso complexo de material gelatinoso com uma boa precisão, quando comparada com dispositivos comerciais, permitindo a validação de experimentos elastográficos.

Dosímetros de gel são praticamente equivalentes a tecidos e podem ser fabricados em qualquer formato desejado. Diferentes géis poliméricos têm sido usados na fabricação de tais dosímetros. O polímero gel *MAGIC* é um dos géis dosimétricos mais populares devido à sua simplicidade de preparação, baixa toxicidade, desprezível sensibilidade ao oxigênio atmosférico [32] e alto contraste às modalidades de imagens por IRM e IUS [24, 33-36].

A Elastografia por Ressonância Magnética (*Magnetic Resonance Elastography - MRE*) é um método elastográfico que foi proposto em meados da década 90 por Muthupillai e colaboradores [37]. O método consiste em medir a elasticidade do material com base nas estimativas do comprimento da onda mecânica no meio, quando submetido a uma excitação mecânica dinâmica. Este método é completamente diferente dos métodos convencionais, por ser não invasivo, possibilitando a medida da elasticidade *in vivo*, em práticas clínicas. ERM é um método rápido e sensível para medir deslocamentos em tecidos “moles”, pela sintonia dos gradientes de campo magnético do tomógrafo de IRM com vibrações mecânicas externamente aplicadas à amostra de forma dinâmica. Dessa maneira torna-se possível inferir o comprimento da onda estacionária no meio elástico, possibilitando assim a estimativa das propriedades viscoelásticas do tecido.

A força de radiação por ultrassom focalizada tem sido outra estratégia usada para produzir uma perturbação mecânica em um dado meio, sendo esta força gerada diretamente dentro do objeto e proporcional a atenuação acústica do meio. Sugimoto *et al.* [38] apresentaram um método para medir a rigidez de tecido usando a força de radiação ultrassônica modulada e a detecção da vibração do tecido empregando a medida de Ultrassom Doppler. Nightingale *et al.* [39] apresentaram um estudo sobre o uso da força de radiação de ultrassom, por um método denominado de "palpação remota", para avaliar lesões na mama. Ele também usou a técnica de pulso-eco de ultrassom e correlação entre os mapas de ecos consecutivos para detectar deslocamento de tecido.

Fatemi e Greenleaf [40] têm empregado a força de radiação acústica focalizada e modulada por dois feixes de frequência ligeiramente diferente para vibrar o tecido. A medida da resposta do tecido a essa força aplicada é verificada pela detecção do som gerado por essas vibrações fazendo uso de hidrofone próximo ao objeto em estudo. Essa técnica, que foi denominada de Vibroacustografia (VA), permite gerar uma imagem das propriedades

viscoelásticas do material bem como uma análise espectroscópica dessas propriedades em função da frequência de excitação [41-42]. Microcalcificações *in vivo*, tão pequenas quanto 100 μm em diâmetro podem ser detectadas por essa técnica de VA. Imagens por excitação acústica focalizada apresentam-se como uma técnica bastante promissora na detecção precoce de anormalidades tais como, o câncer e calcificações na mama [43].

A vibroacustografia permite calcular a constante de rigidez transversal em um meio viscoelástico pela avaliação da resposta da vibração de uma região de interesse [43-44].

Carneiro e colaboradores [45] vêm aplicando força de radiação acústica e magnética para vibrar um meio marcado com partículas magnéticas, e usando transdutores ultrassônicos e magnéticos, medir os deslocamentos resultantes das vibrações. Essas técnicas de medidas foram denominadas por eles de Vibro-magnetometria (VM) e Magnetoacustografia (MA), as quais têm potencial para serem empregadas em estudos de meios ou tecidos, onde marcadores ou alvos magnéticos estão presentes [46].

Outra técnica quantitativa extensivamente investigada para explorar e estimar a distribuição de dose é a Relaxometria por Ressonância Magnética (RRM) e a Transferência de Magnetização, a qual mede a distribuição dos tempos de relaxação (T1 ou T2) das imagens de RM de partículas paramagnéticas ou super magnéticas do tecido [32, 47-50]. Publicações da área demonstram que os tempos de relaxação são susceptíveis às mudanças químicas que ocorrem nos dosímetros de gel induzidas por radiação, os quais constituem sensíveis indicadores da distribuição de dose [32, 48]. Essa modalidade de imagem por ressonância magnética foi usada neste trabalho como referência de distribuição da dose em géis dosimétricos.

I. 1. Motivação deste trabalho

Conforme descrito no item anterior, nas últimas décadas, várias técnicas elastográficas foram introduzidas tendo como interesse o estudo das propriedades mecânicas de matérias. Sabe-se que as mudanças nas propriedades mecânicas do tecido são parâmetros sensíveis e indicadores de várias patologias, o uso destas técnicas elastográficas está sendo considerado como uma potencial ferramenta de "palpação remota" por imagens, podendo ser aplicadas no diagnóstico clínico para estabelecer uma distinção entre tecidos normais e anormais. Essa modalidade de "palpação remota" como uma ferramenta de diagnóstico vem sendo aplicada em exame da mama, próstata e outros para detecção precoce do câncer ou de tecidos e órgãos internos lesados [51]. Diferentemente das técnicas convencionais de diagnóstico por imagem, a elastografia fornece a possibilidade do estudo de forma quantitativa das propriedades

mecânicas de um material. Empregando essa metodologia, pode-se estimar a variação dos módulos elásticos em tecido e materiais que imitam tecido. Outro interesse na pesquisa que motivou o uso de gel dosimétrico, como amostra viscoelástica para simular o tecido biológico, foi a necessidade de uso de materiais simuladores com inclusões mais realísticas, ou seja, com inclusões de diferentes propriedades mecânicas geradas no interior do próprio tecido.

I. 2. Objetivo Geral

Baseado nas motivações citadas no item anterior, o principal objetivo deste trabalho foi o estudo das propriedades viscoelásticas de fantomas homogêneos de gel dosimétrico de dose absorvida empregando técnicas elastográficas dinâmicas. Outro objetivo da tese foi explorar a existência de *speckle* em imagens de Vibroacustografia.

I. 2.1. Objetivos específicos

Os seguintes objetivos específicos foram propostos para esta pesquisa:

- Mapear os diferentes padrões de distribuição de dose empregando a técnica de medida da taxa de relaxação transversal por ressonância magnética;
- Simular o perfil do mapa de isodose para fantomas homogêneos empregando o *software* de planejamento radioterápico TPS 3D;
- Gerar imagem de vibroacustografia em gel dosimétrico para avaliar o contraste entre a região irradiada e a não irradiada;
- Gerar imagens elastográficas por ressonância magnética e avaliar o mapa de rigidez em função do nível de dose depositada no gel;
- Comparar o perfil de rigidez gerado pela radiação ionizante, detectado pelas técnicas de vibroacustografia e de elastografia por ressonância magnética, com o perfil da distribuição de dose obtido pelo planejamento e pela imagem de relaxometria por ressonância magnética;
- Caracterizar as propriedades mecânicas do gel dosimétrico usando a técnica de medida da velocidade de propagação da onda transversal usando excitação mecânica por força de radiação acústica e detecção ultrassônica;
- Fazer uma avaliação quantitativa das propriedades mecânicas de fantomas de gel dosimétrico com base na dependência entre a dose observada e a rigidez transversal do meio;
- Simular as etapas dos sistemas de imagem de vibroacustografia e ultrassom pulso-eco empregando uma função de espalhamento de ponto tridimensional.

CAPÍTULO II

Avaliação do uso de técnicas vibroacustográficas para mapeamento da distribuição de dose absorvida em gel dosimétrico

II. 1. INTRODUÇÃO

A Vibroacustografia (VA) utiliza a força da radiação de ultrassom focalizada e modulada para excitar um pequeno volume da amostra, que pode, por exemplo, ser tecido biológico. A vibração desse elemento de volume emite um som que pode ser medido por um hidrofone ou microfone e o sinal pode ser processado para fornecer medidas quantitativas da emissão acústica, como por exemplo, sua amplitude ou fase. Se o ponto de excitação é varrido ponto a ponto sobre um volume, uma imagem de emissão acústica pode ser então formada [51].

Dois métodos primários têm sido utilizados para indução de força em um ponto localizado dentro da amostra: onda pulsada e contínua. Os dois usam força de radiação acústica produzida por ondas ultrassônicas para induzir uma vibração no tecido [38, 41-42, 52-53]. A força da radiação pode, portanto, ser induzida como uma força harmônica modulada de forma contínua ou pulsada. Quando pulsos com durações tipicamente menores que 1,0 ms são utilizados para vibrar o tecido, forças de transientes também são geradas em forma de impulso [38, 52]. Entretanto, quando esses feixes de radiação acústica são modulados, uma vibração harmônica na frequência de modulação é criada na região focal do transdutor [53-54].

Em estudos com vibroacustografia, geralmente, a força da radiação modulada é produzida utilizando-se um transdutor confocal de dois elementos. A interação desses dois feixes, com frequência dada em MHz, produz uma vibração no meio com frequência, $\Delta\omega$, na faixa de kHz. Nesse caso, a informação contida no sinal de vibroacustografia está intrinsecamente ligada à força exercida pela frequência modulada em $\Delta\omega$. Essa força modulada surge pelo efeito de batimento gerado pela superposição dos dois feixes de excitação na região focal do transdutor. Para um entendimento mais completo das características espectrais dos tecidos ou objetos, é desejável a obtenção de imagens com diferentes valores de $\Delta\omega$. Diferentes tipos de tecidos como de mama [55], artérias [56], próstata [57], entre outros, têm sido estudados utilizando-se vibroacustografia.

Neste trabalho, o princípio utilizado foi baseado nas mudanças induzidas no gel por radiação ionizante, o qual pode ser utilizado na avaliação das distribuições de doses absorvidas [11]. Diversas técnicas já foram empregadas, no entanto o estudo por meio da taxa de relaxação transversal (R2) por imagens de ressonância magnética (IRM) tem sido precursora com esta finalidade [32]. Muitos trabalhos na literatura têm mostrado que

dosímetros formados por géis poliméricos são sensíveis a mudanças químicas induzidas por radiação que ocorrem no polímero irradiado [11, 48].

II. 2. OBJETIVOS

O objetivo do trabalho apresentado neste capítulo foi analisar diferentes modalidades de VA para visualização da distribuição da dose de radiação absorvida e seus efeitos sobre a precisão na estimativa da largura a meia altura do perfil do brilho das imagens, na região irradiada.

II. 3. MATERIAIS E MÉTODOS

Nos trabalhos apresentados nesta tese, os fantomas foram à base de gel *MAGIC*® (*methacrylic and ascorbic acid in gelatine initiated by copper)*. Este gel apresenta maior sensibilidade em relação a parâmetros físicos, tais como: atenuação acústica, velocidade de propagação da onda mecânica e principalmente uma dependência quase linear da elasticidade em função das doses absorvidas [58]. Todas estas características associadas ao fato do gel *MAGIC* ser um composto fácil de ser fabricado e relativamente de baixo custo, em relação ao gel *PAG (polyacrylamide gel*), foram responsáveis pela sua escolha neste trabalho [59].

O gel *MAGIC* é formado à base de monômeros de metacrilato (oriundos do ácido metacrílico), ácido ascórbico e sulfato de cobre hidratado, dispersos em uma matriz gelatinosa. Esse tipo de gel forma um complexo de ascorbato-cobre que se liga ao oxigênio, permitindo que o mesmo seja fabricado nas bancadas de um laboratório e sem perigo de toxidade. O gel foi preparado utilizando-se um processo similar ao descrito em Fernandes *et al*. [35], exceto pela adição de microesferas de vidro de acordo com a massa de cada substância química, preparando-se um volume com características apropriadas para uso em imagens por ultrassom e por ressonância magnética.

II. 3.1. Preparação do fantoma

Os passos para o preparo do dosímetro de gel polimérico foram: primeiro 8% de pó de gelatina (Gelita® América do Sul, Brasil) foi adicionado a um béquer contendo 82,8 % de água deionizada ultrapura a temperatura ambiente. Esta mistura foi então aquecida a 50ºC e mantida sob agitação até a obtenção de uma solução completamente homogênea. Na sequência o aquecimento foi desligado e a solução foi mantida sob agitação até que a temperatura atingisse 35ºC. Então, 0,035% de ácido ascórbico (Vetec®) e 0,002% de cloreto

de cobre foram adicionados (Vetec®). Após 5 minutos, 5,87 % de ácido metacrílico (Acros®) e 3,2% de formaldeído (Acros®) foram adicionados. Após mais 5 minutos, 0,5 % de microesferas de vidro com faixa de tamanho entre 40 a 75 micrômetros, foram adicionadas à solução que foi mantida sob agitação por mais 10 minutos para garantir uma boa homogeneização. Por ultimo, o dosímetro de gel polimérico foi transferido aos recipientes, colocados dentro de um tanque de água a 1ºC e agitados a 2 rpm por 2 horas. Na Tabela 2. 1 encontram-se agrupado os componentes e suas respectivas concentrações empregadas para confecção do gel *MAGIC*.

Tabela 2. 1 – Componentes usados para o preparo do *MAGIC* dosímetro gel.

Componentes	Massa % (seca)
Água ultrapura deionizada	80,785
Gelatina a base de pele bovina (Bloom 250)	8,081
Ácido ascórbico	0,035
Sulfato de cobre	0,002
Ácido metacrílico 99.5%	5,874
Formaldeído	3,223
Microesferas de vidro	2,000

Os fantomas para aplicações acústicas foram moldados em blocos de acrílico cúbico de 6,0 cm de lado, e suas paredes foram seladas com cola de silicone, como ilustrado na Figura 2. 1.

Figura 2. 1: Foto ilustrativa do sistema de aquecimento com o gel (à esquerda) e do fantoma empregado durante os ensaios (à direita).

Embora o gel *MAGIC* possa produzir uma resposta de dosagem apropriada, quando manufaturado em atmosfera normal, tem sido sugerido que sua sensibilidade pode ser afetada pela difusão de oxigênio no interior do gel após seu preparo [48].

II. 3.2. Irradiação dos fantomas

Os sistemas de teleterapia que foram empregados para irradiação dos fantomas, nesta tese, foram previamente calibrados de acordo com o protocolo IAEA 398, gerando uma incerteza na dose menor que 3% [60]. Os fantomas foram posicionados na região do isocentro da unidade de radiação. Durante a irradiação, placas de acrílico foram colocadas sobre os fantomas para garantir que a dose máxima (*buildup*) não fosse depositada diretamente na superfície do gel. O volume irradiado das amostras foi obtido empregando-se campo paralelo-oposto para garantir homogeneidade na distribuição da dose absorvida com a profundidade.

Os estudos das diferentes técnicas vibroacustográficas foram realizados empregando-se um único fantoma, irradiado a partir de um campo quadrado de 1,0 cm × 1,0 cm, onde foi depositado 50 Gy de dose absorvida. O fantoma foi irradiado utilizando-se uma unidade radioterápica convencional de raios-X de 10 MeV de energia, modelo Clinac 2300 C/D (Varian Medical Systems, Inc., Mountain View, CA, EUA), do serviço de Radioterapia do Hospital das Clínicas da Faculdade de Medicina de Ribeirão Preto, da Universidade de São Paulo (HC-FMRP-USP). Na Figura 2. 2 encontra-se ilustrado uma unidade de teleterapia Clinac 2300 C/D equivalente à utilizada.

Figura 2. 2: Foto ilustrativa de uma unidade radioterápica convencional Clinac 2300 C/D da Varian Medical Systems.

II. 3.3. Sistema de planejamento virtual

O sistema de planejamento radioterápico 3D (TPS version 2.07) foi utilizado para simular a distribuição da dose, a partir do acelerador linear Clinac 2300 de raios-X, no interior dos géis dosimétricos. Neste capítulo foi utilizado um campo de visão de 13 cm × 8 cm, com camada simulada de 2,5 cm de espessura de água como filtro redutor (*bolus*) nos dois lados do fantoma, foi utilizado para produção de uma dose máxima na superfície. Um campo de radiação ânteroposterior de 1,0 × 1,0 cm^2 foi empregado com feixe de raios-X de 10 MeV de energia. Na Figura 2. 3 foi ilustrado o mapa de isodose gerado pelo sistema de planejamento tridimensional para uma janela de 40 × 40 mm.

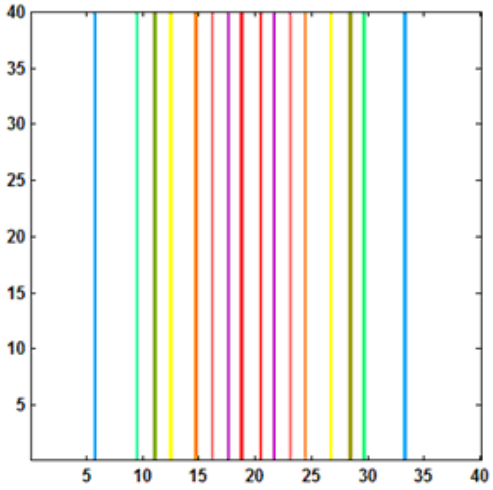


Figura 2. 3: (a) Curvas de isodose na direção axial do feixe, geradas pelo *software* empregado pelo sistema de planejamento radioterápico (TPS-3D®). A escala colorida de barras verticais representa a porcentagem (%) da dose absorvida na direção transversal à região irradiada, para uma janela de 40 × 40 mm. As barras vermelhas no centro da figura representam 95% da dose máxima, enquanto as azuis, nas extremidades, 5% da dose máxima.

O sistema de planejamento radioterápico virtual TPS foi empregado com o intuito de simular a distribuição de dose no fantoma e comparar os resultados de forma qualitativa com os obtidos pelas técnicas elastográficas.

II. 3.4. Avaliação da distribuição da dose absorvida por IRM

Para avaliar a distribuição de dose irradiada no fantoma polimérico, usou–se a técnica da medida do tempo de relaxação longitudinal (T1) ou transversal (T2) dos prótons através de imagens de ressonância magnética (relaxometria). O uso dessa técnica tem sido amplamente investigado por outros pesquisadores como uma ferramenta com potencial para avaliar a

distribuição e quantificar a dose depositada nesses tipos de géis dosimétricos [48, 61-62]. A taxa de relaxação da magnetização transversal (R2=1/T2) dos prótons de água foi utilizada como medida dos padrões da distribuição da dose de radiação absorvida nos fantomas. Para gerar um mapa do tempo de relaxação (T1 ou T2) com a técnica de Relaxometria, tipicamente, sequências *Multi-Spin-Echo (MSE)* são usadas, e para isso, pelo menos duas imagens são necessárias. A sensibilidade dessa técnica depende principalmente da sequência, do tempo de repetição (TR) e do tempo de eco (TE) [63].

As amostras foram imersas em uma solução contendo 99,5% de água destilada, 0,2% de NaCl e 0,3% de $MnCl_4$–H_2O, para evitar interferências de susceptibilidade e de artefatos nas vizinhanças do fantoma. Os ensaios foram realizados após as amostras entrarem em equilíbrio com a temperatura ambiente (22ºC) e empregando uma bobina de quadratura de cabeça. O campo de visão ("FOV") foi 160 mm^2, o tamanho da matriz de aquisição foi de 256 × 256 *voxels.*

Para a obtenção do mapa de relaxometria nesses fantomas, foi usado um protocolo de sequência *Multi-Spin-Echo* (*MSE*) de 16 ecos. Com tempos de eco (TE) múltiplos de 22,5 ms [22,5 a 360 ms] e tempo de repetição longo (TR) de 4000 ms na aquisição das imagens de ressonância magnética (IRM), ponderadas em T2 [63]. Essas imagens foram obtidas em um tomógrafo, de corpo inteiro, Magnetom Vision (Siemens, Erlangen, Germany) 1,5 Tesla, localizado no centro de Radiologia do Hospital das Clínicas da Faculdade de Medicina de Ribeirão Preto, da Universidade de São Paulo (HC-FMRP-USP).

II. 3.5. Processamento dos mapas de taxa de relaxação

O mapeamento de R2 foi avaliado usando um *software* dedicado, desenvolvido em ambiente MATLAB 7.5® (The MathWorks Inc., Natick, MA, USA). Quando o TR é grande comparado aos valores típicos de T1 e T2 da amostra, o tempo de relaxação transversal (T2) pode ser estimado por meio de ajuste de curva, através da magnitude das intensidades dos sinais das imagens em função de TE empregando um modelo exponencial [63]. Neste trabalho, o valor de T2 foi estimado ponto a ponto a partir da equação:

$$S_{SE}(TE) = S_0 \cdot \mathrm{e}^{-TE/T2} \tag{1}$$

sendo S_{SE} a intensidade do brilho da imagem no tempo de eco (TE), S_0 é a intensidade do sinal em TE = 0 e T2 é o tempo de relaxação transversal.

O tempo médio de relaxação transversal foi estimado por meio de um histograma gerado a partir de uma imagem ponderada em T2, na região de interesse, isto é, na zona de dose absorvida do gel polimérico. A estimativa foi obtida ajustando-se o histograma por uma curva gaussiana, tendo o valor máximo do ajuste como sendo o melhor valor para o T2.

II. 3.6. Teoria da Vibroacustografia

II. 3.6.1. Campo acústico modulado

O campo acústico de baixa frequência gerado nos ensaios de vibroacustografia baseou-se na intersecção de duas ondas ultrassônicas, com uma diferença de frequências pequena, de forma que o fenômeno de batimento das ondas fosse observado na região focal, comum aos dois elementos do transdutor confocal, como ilustrado na Figura 2. 4. A pressão acústica modulada resultante da intersecção das duas ondas ultrassônicas é obtida pela combinação entre elas, matematicamente dada por [42],

$$P(r,t) = \exp\left[j(\omega_1 t + k_1 z_0)\right] \cdot P_1(r) + \exp\left[j(\omega_2 t + k_2 z_0)\right] \cdot P_2(r), \qquad (2)$$

sendo $P_1(r)$ e $P_2(r)$ as amplitudes das pressões no ponto *r*, geradas pelas ondas ultrassônicas com frequências ω_1 e ω_2 e números de onda k_1 e k_2, respectivamente.

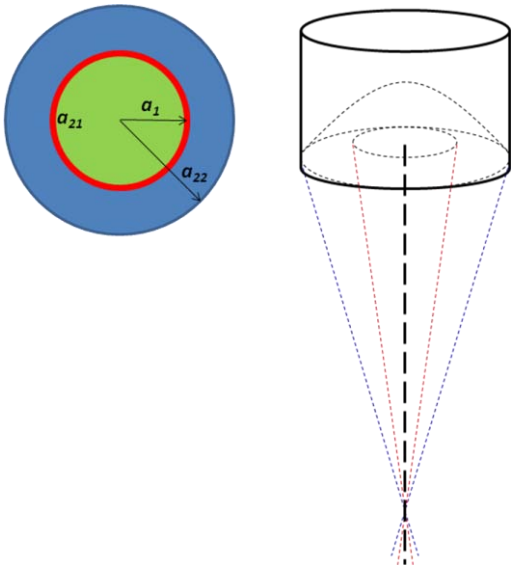


Figura 2. 4: Ilustração dos elementos esféricos do transdutor confocal de vibroacustografia.

Considerando um transdutor confocal esférico composto de um disco com raio a_1 e um anel em torno do disco com raio interno a_{21} e externo a_{22}, as amplitudes de pressão $P_1(z_0)$ e $P_2(z_0)$ geradas pelas ondas de frequências ω_1 e ω_2, no ponto z_0 (foco do transdutor confocal) são descritas pelas Equações (3) e (4),

$$P_1(z_0) = \pi\rho c U_{01}\left(\frac{1}{\lambda_1 z_0}\right) jinc\left(\frac{a_1 \text{sen}\alpha}{\lambda_1}\right)\cdot a_1^2, \tag{3}$$

$$P_2(z_0) = \pi\rho c U_{02}\left(\frac{\pi}{\lambda_2 z_0}\right)\left[jinc\left(\frac{a_{21}\xi}{\lambda_2 z_0}\right)\cdot a_{21}^2 - jinc\left(\frac{a_{22}\xi}{\lambda_2 z_0}\right)\cdot a_{22}^2 \right], \tag{4}$$

sendo que $\text{sen}\alpha = \xi z_0$, $\xi^2 = x^2 + y^2$, $jinc$ é a função de Bessel de primeira ordem do primeiro tipo, λ_1 e λ_2 são os comprimentos das ondas de frequências ω_1 e ω_2. U_{01} e U_{02} são as amplitudes da velocidade de vibração dos elementos interno e externo, respectivamente e $j = \sqrt{-1}$, ou seja a unidade imaginária.

II. 3.6.2. Densidade de energia acústica

A energia transportada por uma onda acústica através de um meio fluido é representada de duas formas: (1) pela energia cinética dos elementos e (2) pela energia potencial do fluido comprimido. A densidade instantânea de energia (ε) é dada pela razão entre a energia acústica total e o volume ocupado pelo fluido. Para uma onda esférica onde o raio de curvatura da superfície da onda é muito maior que o comprimento da onda considerada, a frente de onda pode ser considerada uma onda plana e a densidade de energia da radiação acústica pode ser expressa por

$$\varepsilon = \frac{P(z_0,t)^2}{2\rho c^2}, \tag{5}$$

em que, $P(t)$ representa a pressão acústica resultante no plano focal dada pela Equação (2), ρ a densidade do meio material e c a velocidade acústica da onda neste meio.

Então, substituindo a Equação (2) na Equação (5) e tomando a parte real, tem-se a densidade de energia na região do foco descrita pela Equação (6),

$$\varepsilon = \frac{1}{2\rho c^2}\cdot\left\{\text{real}\left(\exp\left[j(\omega_1 t + k_1 z_0)\right]\cdot P_1(r) + \exp\left[j(\omega_2 t + k_2 z_0)\right]\cdot P_2(r)\right)\right\}^2. \tag{6}$$

II. 3.6.3. Força de radiação acústica

A força de radiação é gerada por mudanças na densidade de energia do campo acústico incidente. Considera-se que o feixe de ultrassom colimado interage com um objeto de forma arbitrária e com impedância de interface que espalha e absorve a onda acústica. Devido a essas múltiplas interações a amplitude da força de radiação sofre um aumento. Nesse caso, o feixe acústico tem uma componente na direção do feixe incidente e outra na direção transversal a ele [64]. A força de radiação acústica é descrito matematicamente por

$$F = d_r S\langle E\rangle, \tag{7}$$

A magnitude da força é proporcional à média da densidade de energia da onda incidente $\langle E\rangle$, em que $\langle\rangle$ representa a média temporal, S a área projetada do objeto e d_r é o denominado coeficiente de arraste complexo. O coeficiente de arraste é uma função das propriedades de espalhamento e absorção do objeto e o responsável em causar alterações na densidade de energia da onda acústica. O coeficiente de arraste devido à pressão da radiação é uma grandeza adimensional, definida por unidade de densidade de energia da onda incidente, e pode ser descrita em termos da energia espalhada total, assim

$$d_r = \frac{1}{S}\left(\pi_a + \pi_s - \int \gamma \cos(\alpha_s) dS\right) - \frac{j}{S}\left(\int \gamma \cos(\alpha_s) dS\right), \tag{8}$$

em que π_a e π_s representam a energia total absorvida e espalhada, respectivamente, e γ é a intensidade espalhada. Todas essas grandezas são expressas em termos da intensidade da onda incidente [64]. O termo α_s é o ângulo entre a intensidade incidente e espalhada e dS é o elemento de área transversal ao feixe. Se o objeto espalhado tem um eixo de simetria coincidindo com o eixo do feixe incidente, d_r é real. Para este modelo, considerou-se que um elemento de volume do fluido assuma a forma de um objeto planar normal à linha central do feixe, equivalente a um pistão. Dessa forma, o coeficiente de arraste é real e a força tem somente uma componente normal à superfície do objeto. Para esse caso particular, o perfil da força de radiação no plano focal é dado pela Equação (9) [42],

$$F_{\Delta\omega}(t) = F_0 \cdot \cos(\Delta\omega t), \tag{9}$$

em que,

$$F_0 = \left(\frac{1}{8\pi c a_1^2}\right) \cdot jinc\left(\xi \cdot \frac{a_1}{\lambda_1 z_0}\right)\left[\left(\frac{\pi a_{21}^1}{\lambda_2}\right) jinc\left(\xi \cdot \frac{a_{21}}{\lambda_2 z_0}\right) - \left(\frac{\pi a_2^2}{\lambda_2 z_0}\right) jinc\left(\xi \cdot \frac{a_2^2}{\lambda_2 z_0}\right)\right] \exp\left(-j \cdot \frac{\xi^2 \Delta\omega}{2cz_0}\right), \quad (10)$$

sendo $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ a frequência de modulação gerada pelo batimento dos dois feixes acústicos na região focal. O transdutor confocal esférico é composto por um disco de raio interno a_1, um anel em torno desse disco com raio interno a_{21} e um disco de raio externo a_{22},

A Equação (10) representa a função de espalhamento de ponto (*PSF)* do sistema, calculada na região do plano focal, $\xi^2 = x_0^2 + y_0^2$, e na direção axial z_0.

II. 3.6.4. Pressão acústica emitida

A pressão acústica emitida pelo volume alvo vibrando, modelado por uma fonte tipo pistão cilíndrico de raio *b* infinitesimal, é dada pela Equação (11)

$$P_{\Delta\omega}(t) = j \cdot \frac{\Delta\omega}{4\pi l} \cdot \exp\left(j \cdot \frac{\Delta\omega l}{c}\right) \cdot \left(\frac{2 \cdot jinc\left(\left(b\Delta\omega/c\right)\operatorname{sen}\varphi\right)}{\left(b\Delta\omega/c\right)\operatorname{sen}\varphi}\right) \cdot \left(\frac{2\pi b^2}{Z_{\Delta\omega}}\right) \cdot \left(\frac{P_o^2 S d_r}{4\rho c^2}\right). \quad (11)$$

A Equação (11) pode ser escrita, separadamente, na forma apresentada assim

$$P_{\Delta\omega} = 4\rho c^2 H_{\Delta\omega}(l) Q_{\Delta\omega} F_{\Delta\omega}, \quad (12)$$

em que l é a distância que liga o ponto de observação ao centro do pistão, sendo φ o ângulo formado entre esta linha e o eixo do pistão e c a velocidade de propagação do som no meio.

O termo ($H_{\Delta\omega}$), função de transferência ou função modulação, é representado por:

$$H_{\Delta\omega}(l) = j \cdot \frac{\Delta\omega}{4\pi l} \cdot \exp\left(j \cdot \frac{\Delta\omega l}{c}\right) \cdot \left(\frac{2 \cdot jinc\left(\left(b\Delta\omega/c\right)\operatorname{sen}\varphi\right)}{\left(b\Delta\omega/c\right)\operatorname{sen}\varphi}\right); \quad (13)$$

O termo $Q_{\Delta\omega}$ representa a admitância acústica do meio e é representada por:

$$Q_{\Delta\omega} = \frac{2\pi b^2}{Z_{\Delta\omega}}, \quad (14)$$

em que $Z_{\Delta\omega}$ é a impedância mecânica do fluido, b o raio infinitesimal do pistão, o qual corresponde a secção transversal da função de espalhamento de ponto na região do plano focal.

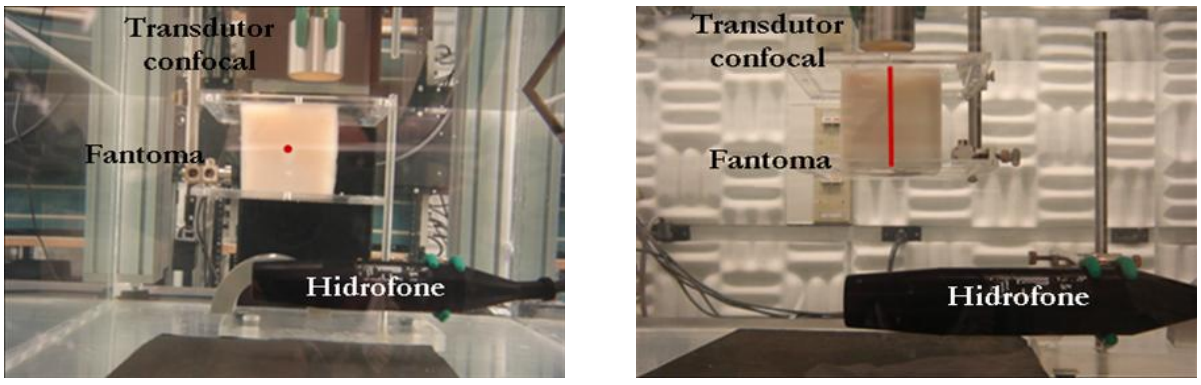
Finalmente, a força de radiação $F_{\Delta\omega}$, responsável pelo fenômeno de emissão acústica, é representada por:

$$F_{\Delta\omega} = \frac{P_0^2 S d_r}{4\rho c^2}. \tag{15}$$

Observa-se que a amplitude da força de radiação modulada é proporcional ao quadrado da pressão do feixe incidente, ou seja, o meio irá oscilar em baixa frequência (da ordem de KHz) com energia mecânica correspondente a energia acústica do campo de alta frequência.

II. 3.7. Avaliação da distribuição da dose absorvida por imagens de VA

As medidas de vibroacustografia foram realizadas para três diferentes modalidades de força de radiação acústica modulada: Onda contínua, pulsada e multifrequencial. O arranjo experimental foi o mesmo para essas três modalidades experimentais. A Figura 2. 5 mostra detalhes dessa montagem. O volume irradiado está ilustrado pelo ponto no centro do fantoma da Figura 2. 5a e pela linha vertical no centro do fantoma da Figura 2. 5b. O fantoma foi posicionado dentro do tanque acústico, e próximo ao transdutor confocal e ao hidrofone. Neste arranjo, o transdutor de radiação acústica foi varrido num plano paralelo a uma das faces do fantoma. As imagens foram geradas em dois diferentes planos do fantoma: paralelo e perpendicular ao eixo da irradiação.



(a) (b)

Figura 2. 5: Montagem experimental do sistema de vibroacustografia. O fantoma está posicionado entre o transdutor confocal e o hidrofone. A varredura pelo feixe do transdutor é feita perpendicularmente (a) e paralelamente (b) à direção da radiação ionizante que foi aplicada ao fantoma.

A força de radiação ultrassônica nas modalidades de onda contínua, pulsada e multifrequencial foi gerada com o mesmo transdutor confocal de dois elementos. Ambos os elementos deste transdutor têm um foco comum a 70 mm e frequência central de 3 MHz. O raio dos elementos são a_1 = 14,8 mm, a_{21} = 16,8 mm e a_{22} = 22,5 mm. O transdutor foi movido em passos de 0,2 mm, na direção *x* e *y*, em uma matriz de 200×200, formando uma imagem de 4,0 × 4,0 cm^2. Os experimentos foram realizados em um tanque acústico (100 cm × 64 cm × 37 cm) contendo água sem gás à temperatura ambiente (20^o C).

O som produzido pela vibração do gel foi detectado por um hidrofone submerso (ITC modelo 6050, Santa Barbara, CA, EUA) com sensibilidade de –157 dB referente a $1V/\mu Pa$ e resposta em frequência entre 1 Hz e 50 kHz, colocado dentro do tanque de água, como ilustrado na Figura 2. 5. Este hidrofone tem aproximadamente 30 cm de comprimento e um diâmetro de 5 cm. Possui uma área útil de detecção aproximadamente esférica de 28 cm^2. Uma vez que as ondas sonoras de baixa frequência propagam quase que uniformemente em todas as direções, a posição na qual o hidrofone se encontra não é fator crucial. Este foi fixado próximo ao fantoma, mas fora do caminho do feixe de excitação.

O elemento central do transdutor confocal foi energizado com uma fonte de RF de 3 MHz e o elemento externo com uma fonte de RF de 3 MHz + Δf (12 a 75 kHz). Essas fontes de RF foram geradas usando dois geradores de RF (33120A, Agilent, Palo Alto, CA) e dois amplificadores experimentais de RF de banda larga, cobrindo toda faixa de detecção do hidrofone e com de ganho 20 dB. Este dispositivo foi construído pelo próprio pessoal da Mayo Clinic (Ultrasound Laboratory Research, Rochester, MN, USA). A intensidade da força de radiação no foco do transdutor confocal foi de 140 W/cm^2.

No modo pulsado, após a transmissão de cada sequência contendo 20 pulsos esperou-se um tempo 190 μs para então ser feita a aquisição, separando assim o sinal emitido pela frequência de excitação. O comprimento temporal dos sinais emitidos foi de 100 μs para uma frequência de repetição dos pulsos de 100 Hz, correspondendo a um pacote de onda de 300 ciclos a uma frequência de 3 MHz e para a frequência de batimento variando entre 45 e 75 kHz.

O sinal de saída do hidrofone foi filtrado e amplificado por um filtro programável para eliminar ruídos indesejáveis (Stanford Research Systems, SR650), e digitalizado usando uma placa AD com resolução de 12 bits da National Instruments, modelo VXI-1000, com uma taxa de amostragem de 2 MHz. O esquema do arranjo experimental foi ilustrado na Figura 2. 6.

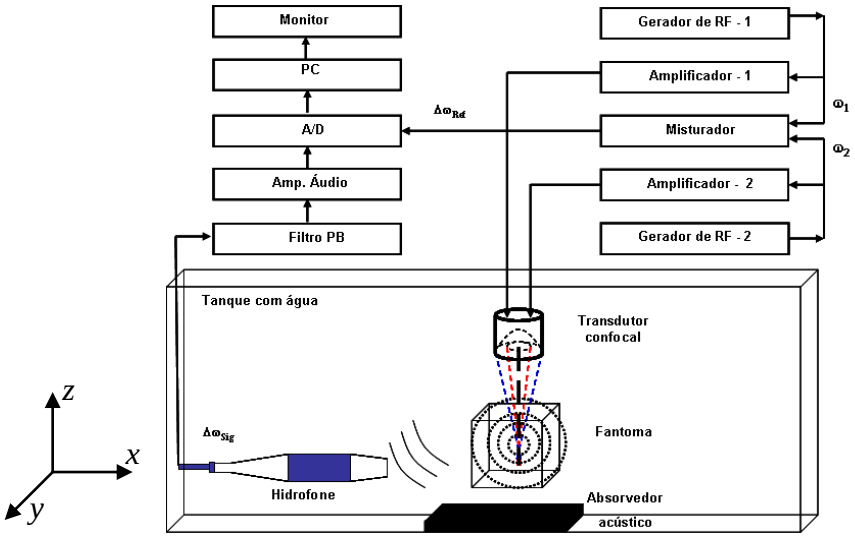


Figura 2. 6: O esquema do arranjo experimental de vibroacustografia, onde as varreduras são feitas ao longo dos eixos *x* e *y*.

Para a modalidade de excitação empregando múltiplas frequências ou multifrequencial [65-66], a radiação é modulada em diferentes valores de Δf simultaneamente [67]. Cada um dos dois elementos do transdutor confocal foi energizado com uma mistura de dois sinais contínuos e harmônicos, com diferentes frequências, empregando geradores de onda de RF (33120A, Agilent, Palo Alto, CA) e modulada em amplitude ("AM"). Os valores das frequências usadas foram $f_{c,1} = 3{,}025$ MHz, $f_{c,2} = 3{,}035$ MHz, $f_{a,1} = 3{,}075$ MHz e $f_{a,2} = 3{,}095$ MHz. Para essa configuração, as componentes das frequências foram de 10, 20, 40, 50, 60, e 70 kHz.

III. 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

As imagens de vibroacustografia empregando as três diferentes modalidades de excitação, onda contínua, pulsada e multifrequência, a diferentes Δf , encontram-se ilustradas nas Figura 2. 7 a Figura 2. 9. Essas imagens foram geradas a partir do arranjo experimental mostrado na Figura 2. 5a. As faixas longitudinais observadas no centro das imagens representam a área em que houve absorção de dose devido à irradiação. No canto inferior esquerdo da Figura 2. 7 observa-se círculos claros e escuros concêntricos, estes são artefatos, e provavelmente foram gerados pela presença de bolhas de gás no interior do fantoma. As imagens mostram a variação no contraste entre a região irradiada (faixa vertical) e a não irradiada para três modalidades de força de radiação acústica modulada com diferentes frequências.

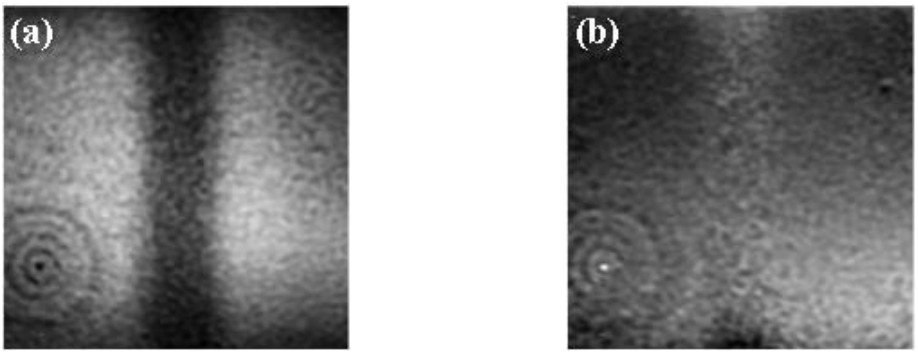


Figura 2. 7: Mapas de vibroacustografia por onda contínua (*CW*) para o fantoma de 50 Gy de dose absorvida, para uma janela de observação de 40 × 40 mm. (a) Magnitude e (b) fase, empregando Δf = 12,9 kHz.

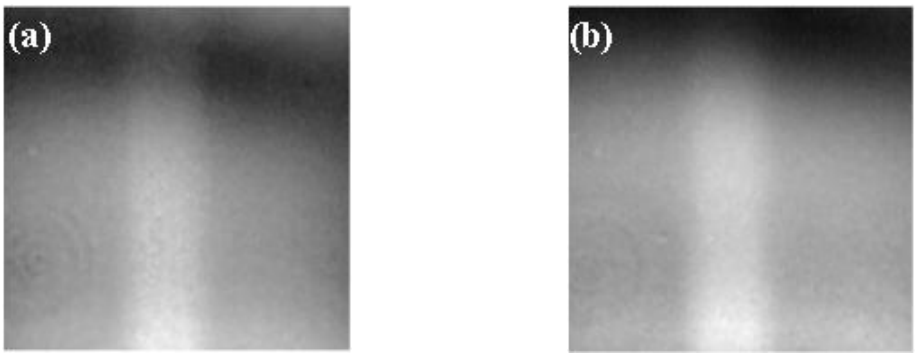


Figura 2. 8: Imagens de vibroacustografia por onda pulsada (*toneburst*) do fantoma de 50 Gy de dose absorvida, para uma janela de 40 × 40 mm, obtidas para as frequências de (a) Δf = 45 kHz e (b) Δf = 50 kHz.

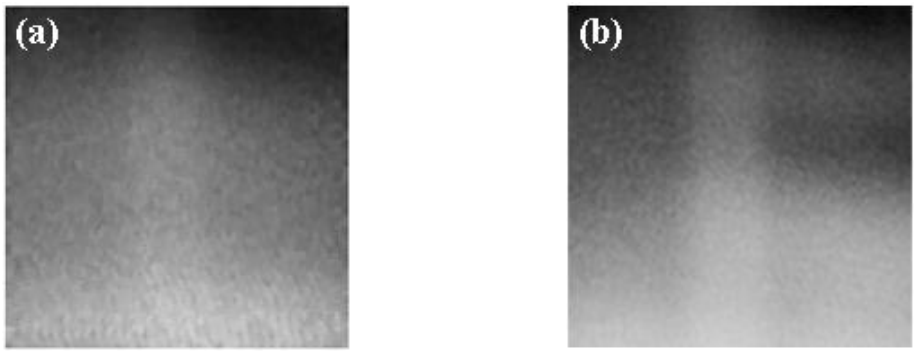


Figura 2. 9: Imagens multifrequencial de vibroacustografia do fantoma dosimétrico de 50 Gy, para uma janela de observação de 40 × 40 mm, obtidas para as frequências de: (a) Δf = 60 kHz, (b) Δf = 70 kHz.

Como já é de conhecimento e demonstrado por muitos autores, a irradiação altera a estrutura da sequência de monômeros no polímero, tornando o meio mais rígido [11, 48]. Sob a ação de força da radiação acústica, observou-se que a área irradiada vibra na mesma frequência da área não irradiada, porém com amplitude diferente.

O perfil da região irradiada foi avaliado a partir das imagens de VA e de RM. Essas imagens foram comparadas com o perfil gerado pelo sistema de planejamento. O perfil da distribuição de dose na direção transversal ao feixe de irradiação é gaussiano e sua largura a meia altura (*FWHM*) foi avaliada a partir da intensidade do brilho das imagens. Esses perfis encontram-se ilustrado na Figura 2. 10, os quais representam a intensidade dos sinais da VA obtidos ao longo da direção transversal da região de dose absorvida.

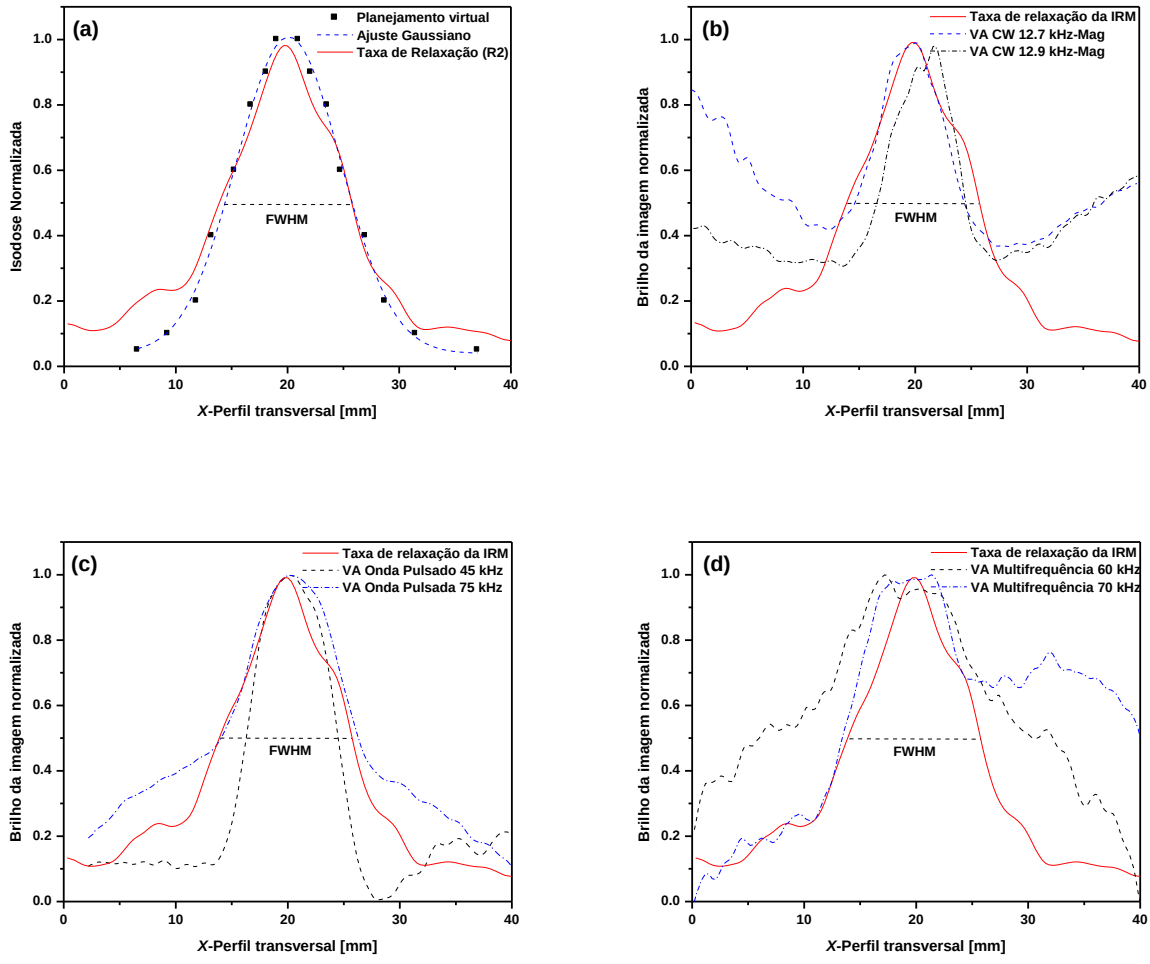


Figura 2. 10: (a) estão ilustrados os perfis da taxa de relaxação e do sistema de planejamento, juntamente com o ajuste Gaussiano da curva. Em (b) está apresentando os perfis das imagens VA por onda contínua. Enquanto que em (c) o conjunto de perfis são para as imagens obtidas no modo pulsado. Por fim, em (d) estão ilustrados os perfis das imagens de multifrequência.

As formas gráficas ilustradas na Figura 2. 10a ilustram os perfis de irradiação gerados pelo sistema de planejamento radioterápico, com um ajuste gaussiano dos dados, e o perfil obtido a partir do mapa de relaxometria. Na Figura 2. 10b estão apresentados os perfis da área irradiada, obtidos das imagens de vibroacustografia onda contínua, modulada em 12,7 kHz e 12,9 kHz superpostos ao perfil obtido pelo mapa de relaxometria. Na Figura 2. 10c tem-se os perfis de radiação obtidos pelas imagens de VA pulsada e modulada em 45 kHz e 75 kHz superpostos ao perfil obtido pelo mapa de relaxometria. Enquanto no gráfico da Figura 2. 10d estão apresentados os perfis de radiação obtidos das imagens de VA multifrequencial modulada em 60 kHz e 70 kHz superpostos ao obtido pelo mapa de relaxometria.

O perfil da taxa de relaxação transversal obtido da imagem de ressonância magnética foi usado como padrão de comparação entre elas, validado pelos dados provenientes do sistema de planejamento radioterápico (Figura 2. 10a).

Com base nos dados obtidos da largura a meia altura dos perfis das imagens supracitadas construiu-se a Tabela 2. 2. Nesta tabela encontram-se também representados os valores estimados para o contraste (diferença de intensidade) e a relação de intensidade entre a região irradiada e não irradiada das imagens adquiridas pelas diferentes técnicas de VA.

Tabela 2. 2 – Valores da largura a meia altura dos perfis da distribuição de dose estimados pelo sistema de planejamento radioterápico, pelas imagens de RM e VA; da diferença de contraste e da razão de intensidade para as diferentes modalidades VA.

Técnicas	**"FWHM" (mm)**	**Diferença de Intensidade**	**Relação de Intensidade**
Planejamento Virtual	11,24	–	–
Taxa de Relaxação	11,83	–	–
Onda Contínua (*CW*)	7,80	83	5,53
Onda Pulsada	12,09	73	12,76
Multifrequencial	> 26	34	10,18

Os valores para a diferença de intensidade foram gerados usando a relação $DI = I_{DENTRO} - I_{FORA}$ e a relação de intensidade dentro e fora da área irradiada foi $IR = I_{DENTRO} / I_{FORA}$. Como pôde ser observada a partir dessa tabela, a obtenção das imagens usando a modalidade pulsada apresentou melhor diferença de intensidade. Os perfis de brilho para as imagens VA que mais se aproximaram ao perfil gerado pelo mapa de R2 (*FWHM*

=11,83 mm) foram observados para a modalidade pulsada, com uma frequência de modulação de 75 kHz (*FWHM* =12,09 mm).

Utilizando esses resultados de *FWHM* como uma ferramenta para comparar a distribuição transversal da dose estimada pelas imagens de RM e VA com a distribuição esperada conforme planejamento, pode-se dizer que a técnica de relaxometria foi bastante fidedigna. Apesar dos valores de *FWHM* estimados a partir dos perfis de dose gerados pelas imagens de VA com modalidade *CW* e pulsada serem próximos ao esperado (10 mm), essas modalidades de VA não apresentaram precisão para quantificar a distribuição volumétrica de dose irradiada nesses tipos de gel dosimétrico.

A Figura 2. 11 ilustra os isocontornos gerados pelo mapa de relaxometria R2 (linhas sólidas) superpostas as imagens geradas pelo mapa da magnitude e de fase adquiridas pela técnica de VA com a modalidade *CW*, com modulação de 12,9 kHz. As imagens acústicas, em tons de cinza, foram geradas a partir da configuração do arranjo experimental mostrado na Figura 2. 5b.

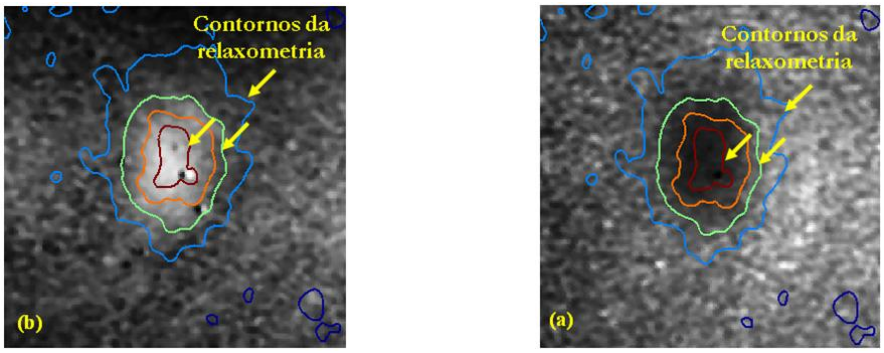


Figura 2. 11: Imagens transversais de *CW* obtidas com o ponto focal na superfície do fantoma. A magnitude (a) e a fase (b) da emissão acústica foram obtidas para uma frequência de modulação de Δf = 12 kHz. Os isocontornos de R2 (linhas sólidas) obtidos da IRM foram superpostas com as imagens de VA.

A imagem reconstruída de vibroacustografia é uma representação semiquantitativa das propriedades mecânicas do objeto. A emissão acústica proveniente de cada ponto do objeto investigado é composta por um conjunto de respostas causado pela rigidez, refletividade e emitância do objeto naquele determinado local.

III. 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados apresentados anteriormente têm mostrado que a técnica de VA tem potencial para detectar dose de radiação absorvida em gel dosimétrico. Analisando-se as imagens geradas e empregando as diferentes modalidades de excitação da VA, notou-se que elas foram suficientes para mostrar o volume irradiado, o qual corresponde a aproximadamente 8,0 cm^3, onde foi depositada uma dose de 50 Gy. O perfil na direção-*x* da imagem da VA adquirida com a modalidade pulsada, apresentou uma melhor excitação quando comparado com outras modalidades da VA. Na área irradiada, essa modalidade de VA também apresentou a melhor relação de intensidade para a frequência pulsada de 75 kHz. Para essa modalidade, o valor da largura a meia altura foi também a que mais se aproximou do mapa de R2.

CAPÍTULO III

Vibrometria por força de radiação ultrassônica aplicada ao estudo de gel dosimétrico.

III. 1. INTRODUÇÃO

Diferentes técnicas para induzir e medir ondas transversais em materiais viscoelásticos foram introduzidas por diversos grupos de pesquisa. Muthupillai *et al*. [68] utilizou um tomógrafo de ressonância magnética para medir o movimento ondulatório transversal induzido por um atuador eletromecânico e nomeou esta técnica de Elastografia por Ressonância Magnética (ERM). Força de radiação ultrassônica foi usada por Sarvazyan *et al*. [52] para gerar ondas transversais em uma região localizada do material, com o objetivo de estimar a velocidade dessas ondas medindo o tempo de eco dos pulsos. Chen *et al*. [69], apresentou um método para estimar o módulo de rigidez transversal e o módulo de viscosidade do meio homogêneo, medindo a dispersão da velocidade da onda transversal. Recentemente, Chen *et al*. [70], publicou um trabalho onde usam a diferença de fase da onda transversal, entre dois locais, ao longo de seu caminho de propagação, para calcular a velocidade da onda transversal dentro do tecido. Outro trabalho foi apresentado por Urban *et al*. [71], onde foi discutida uma abordagem computacional e experimental para analisar erros na medição quantitativa da velocidade da onda transversal na estimativa das propriedades mecânicas do meio.

III. 2. OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho foi aplicar a técnica de vibrometria por força de radiação ultrassônica para estudar o mecanismo de contraste e medida da velocidade da onda transversal superficial em função da dose absorvida em gel dosimétrico.

III. 3. MATERIAIS E MÉTODOS

III. 3.1. Irradiação dos fantomas

Os fantomas foram obtidos empregando os mesmos procedimentos descritos no Capítulo II. Eles foram irradiados utilizando uma unidade de tratamento de radioterapia Cobalto-60, Gammatron (Siemens, Erlangen, Germany), do serviço de Radioterapia do Hospital das Clínicas da Faculdade de Medicina de Ribeirão Preto, da Universidade de São Paulo (HC-FMRP-USP). A unidade emite radiação gama com energia média de 1,25 MeV.

Os fantomas cúbicos de 6 cm de lado empregados foram irradiados com um campo de irradiação de 2,0 cm × 2,0 cm a uma distância foco superfície de 80 cm. Como ilustrado na Figura 3. 1, um grupo de 5 fantomas irradiados com diferentes doses na faixa entre 10 a 50 Gy, em intervalos de 10 Gy, foi avaliado. Esses fantomas tiveram uma área irradiada maior que a do fantoma empregado no capítulo anterior. Esta metodologia foi adotada para facilitar o processo de medida e melhorar a exatidão da área irradiada. Evitando assim, uma maior contribuição do efeito de penumbra do feixe na região de interesse.

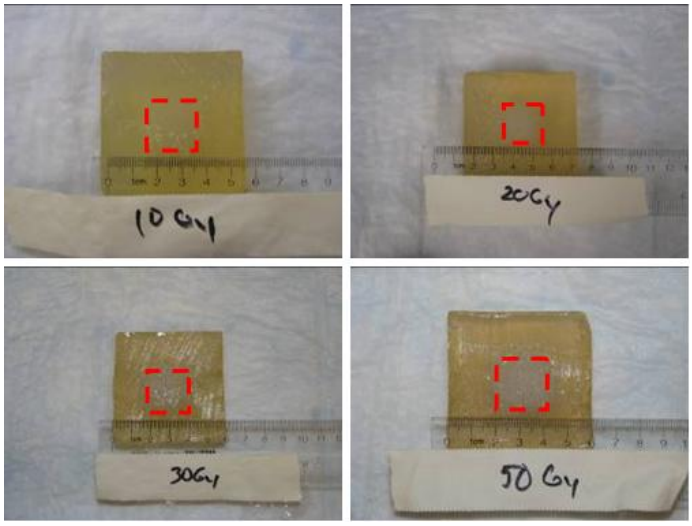


Figura 3. 1: Fantomas dose gel empregados nos experimentos de vibrometria.

O rendimento medido durante os ensaios foi de aproximadamente 86 cGy/min. O planejamento da taxa de dose foi realizado utilizando uma câmara de ionização do tipo Farmer (PTW 0,6 cm^3 2606 série 1154). O feixe de radiação foi aplicado na região central dos fantomas, onde foram depositadas as doses desejadas. Dessa forma, buscou-se preservar o volume irradiado da ação do oxigênio, devido ao fenômeno de difusão. Vinte dias depois os fantomas foram cortados ao meio na direção transversal à direção do feixe de radiação gama. Para posterior aplicação das técnicas de vibrometria sobre a superfície central onde as diferentes doses foram depositadas para cada fantoma.

III. 3.2. Teoria da medida da onda de dispersão

Próximo ao foco do transdutor, o feixe de ultrassom tem uma largura muito estreita, sendo relativamente uniforme ao longo do eixo axial. As oscilações causadas pela força de radiação nos fantomas acontecem basicamente na região focal e sendo praticamente desprezíveis fora dessa região. A força de radiação decresce com a distância na direção

transversal ao feixe incidente e tem uma fraca dependência na direção axial. A força de radiação ultrassônica produz, de forma aproximada, uma onda transversal cilíndrica no meio, como descrito por [72]. Neste trabalho, foi realizada uma breve descrição sobre a teoria de propagação das ondas transversais cilíndricas, com uma análise ilustrativa simples da aplicação dessa teoria. O estudo completo desse problema não é o objetivo deste trabalho.

Para um meio viscoelástico, a onda transversal cilíndrica produzida pela força harmônica focalizada na direção do eixo-z do sistema de coordenadas cilíndricas é dada pela Equação (16) [73],

$$u_z(r,t) = \frac{j}{4} H_0^1(kx) \cdot \exp(-j\omega t), \tag{16}$$

em que u_z é o deslocamento na direção do eixo-z, ω a frequência angular de vibração. O eixo-z coincide com a direção do feixe ultrassônico. O termo H_0^1 representa a função de Henkel do primeiro tipo de ordem zero, k é o número de onda e x a distância radial. Para grandes distâncias do eixo-z ($kx >> 0$), a Equação (16) pode ser escrita de forma aproximada dada pela Equação (17) [74],

$$u_z(x,t) \cong \frac{j}{4} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi kx}} \cdot \exp[\, j(kx - \omega t + \pi/4)], \tag{17}$$

A fase da onda muda linearmente com a distância percorrida, na direção x ($\Delta\phi = k\Delta x$). Para o modelo viscoelástico de Voigt, discutido no Capítulo VII, Apêndice E, o número de onda pode ser escrito em função da rigidez transversal do meio, assim:

$$\tilde{k} = \sqrt{\frac{\rho\omega^2}{\mu_e - j\mu_\eta}} \tag{18}$$

A velocidade de fase ou de grupo da onda transversal pode ser estimada empregando as Equações apresentadas no Capítulo VII, Apêndice F.

A medida da velocidade da onda transversal cilíndrica ou simplesmente onda transversal, pode ser obtida a partir da estimativa da mudança de fase, $\Delta\phi$, causada pela propagação da onda ao longo da distância, Δx.

$$v_{fase} = \frac{\omega \cdot \Delta x}{\phi_2 - \phi_1}, \tag{19}$$

em que $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$ é o deslocamento de fase que ocorre sobre a distância de propagação Δx.

$$v_g = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \tag{20}$$

sendo Δx a distância entre o ponto de excitação e o ponto de medida e Δt é o tempo de propagação da onda entre esses dois pontos. As Equações (19) e (20) são usadas para determinar a velocidade da onda transversal em função da frequência. A partir dessas medidas, um ajuste poderá ser feito, empregando as Equações (145) e (146), apresentadas no Capítulo VII, Apêndice F, para estimar o módulo elástico (μ_e) e viscoso (μ_η).

O termo onda transversal superficial foi empregado porque a velocidade da onda foi medida na superfície. A velocidade da onda transversal é determinada pela elasticidade do material, uma vez que a densidade do meio é assumida ser constante de próximo da densidade da água. Para meios incompressíveis, o valor da velocidade da onda transversal superficial em relação ao da velocidade da onda transversal que se propaga no interior do material é menor que 5% [75].

Pulsos de ultrassom focalizado gerados por um transdutor esférico são utilizados para produzir a força de radiação na superfície do gel. A propagação das ondas acontece perpendicularmente à direção da força de radiação ultrassônica e afastam-se do foco do transdutor, sendo posteriormente detectadas ao longo da distância Δx. Baseado na diferença de fase $\Delta\phi$, a velocidade da onda transversal é estimada pela Equação (19). A velocidade de grupo da onda transversal pode ser calculada pela Equação (20), conhecendo-se o intervalo de tempo, Δt, entre a aplicação do pulso e sua posterior detecção. A frequência da onda transversal gerada pode ser variada controlando o sinal aplicado ao transdutor. Desta forma, o módulo elástico e viscoso pode ser obtido a partir da estimativa da velocidade em função da frequência. Esses resultados encontram-se ilustrado nas simulações realizadas no Capítulo VII, Apêndice F.

Os fantomas irradiados foram testados utilizando dois métodos de geração de ondas superficiais. A diferença entre estes dois métodos está na fonte de excitação de ondas transversais superficiais, sendo que um dos métodos utiliza atuador eletromecânico e o outro utiliza força de irradiação ultrassônica.

A propagação das ondas superficiais foi medida próximo ao ponto de excitação. A velocidade da onda foi estimada utilizando o método de ultrassom pulso-eco para detectar mudança na fase das ondas ao longo da distância de propagação. Usando as informações da fase, pode-se estimar a velocidade da onda. Devido o meio ser viscoelástico, o fenômeno de dispersão das ondas pôde ser observado.

As ondas superficiais foram geradas sobre os fantomas, individualmente, com varredura do feixe em um plano paralelo à superfície do fantoma. O transdutor foi operado em modo pulso-eco, com o foco do feixe coincidindo com a superfície do fantoma.

III. 3.3. Excitação por força de radiação ultrassônica

A técnica de Vibrometria por Ultrassom (*Shearwave Dispersion Ultrasound Vibrometry* - SDUV) [69] foi aplicada para excitação e medida da onda transversal superficial. Esta técnica utiliza repetidos pulsos de ultrassom para gerar a força de radiação que vibra o material. Após cada pulso ser aplicado, o monitoramento do movimento da superfície é feito empregando um transdutor pulso-eco. O deslocamento da superfície é estimado a partir do co-registro entre ecos consecutivos [70, 76].

As amostras foram colocadas sobre uma placa de acrílico, servindo como suporte e tendo uma abertura circular ao centro formando uma janela de varredura por onde o transdutor de ultrassom pulso-eco realizava a detecção do sinal retro-espalhado. As laterais dos fantomas foram envoltas com borracha acusticamente atenuadora amparada por pequenos blocos de metal para mantê-las fixas. O experimento foi realizado dentro de um tanque (100 cm × 64 cm × 37 cm) com água, a uma temperatura de 20°C. Na Figura 3. 2 encontra-se representado, de forma esquemática, o arranjo experimental do sistema de vibrometria por força de radiação acústica.

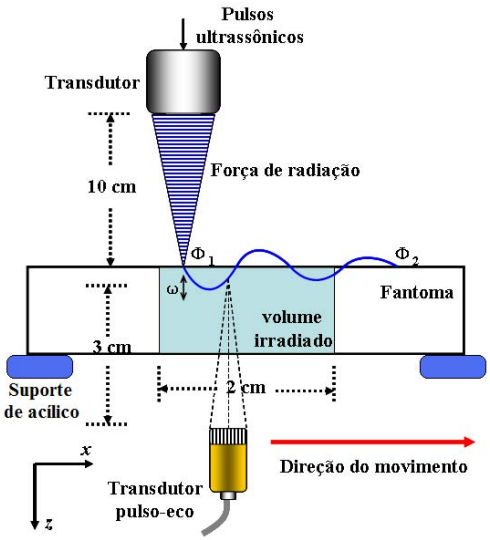
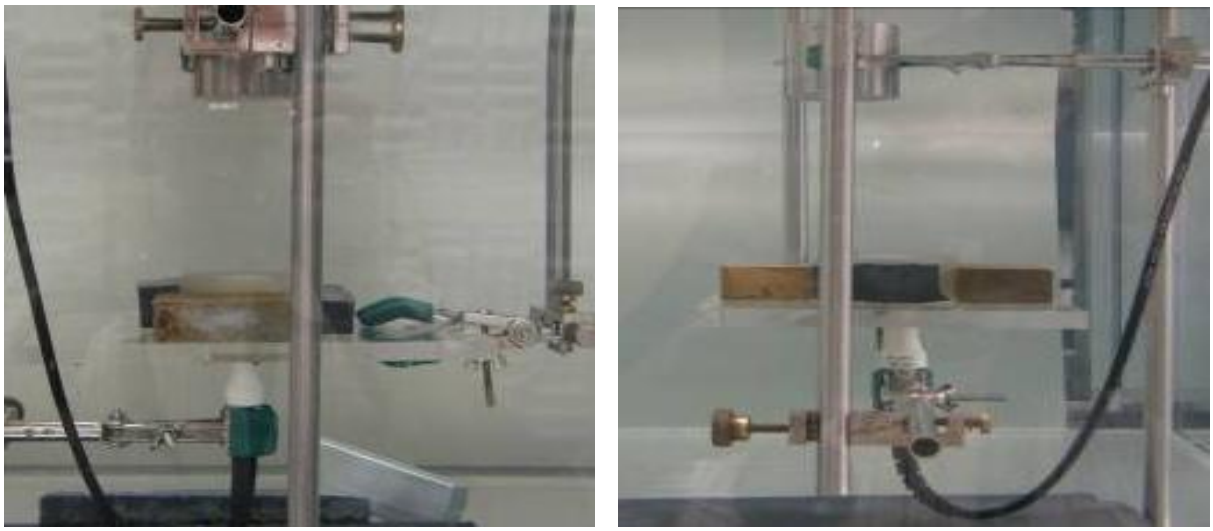


Figura 3. 2: Esquema ilustrativo do arranjo experimental do sistema de vibrometria por força de radiação acústica. O símbolo ω representa a frequência angular de vibração e ϕ_2-ϕ_1=$\Delta\phi$ é o deslocamento de fase que ocorre sobre a distância de propagação Δx (direção de propagação da onda).

A força de radiação pulsada foi produzida por um transdutor ultrassônico esférico (Ultrasound Research Lab., Mayo Clinic, MN) de 45 mm de diâmetro, com distância focal igual a 100 mm, frequência de 3 MHz e fixado a 10 cm da superfície da amostra, ou seja, com o foco do feixe coincidindo com a superfície do fantoma. A amplitude de vibração da superfície devido à propagação da onda foi detectada empregando a técnica pulso-eco (Vibroscan, Ultrasound Research Lab.). Para isto, foi usado um transdutor (ECHO Ultrasound, Lewistown, PA) de único elemento, com frequência fundamental em 7,5 MHz, diâmetro de 8 mm e distância focal nominal de 30 mm empregado para detectar deslocamento. Este transdutor foi posicionado sob o fantoma e focado sobre a superfície excitada acusticamente. Durante o experimento este transdutor foi movido usando um sistema de translação motorizada, registrando o movimento em diferentes posições, para posterior cálculo da velocidade de propagação da onda. O aparato experimental é mostrado na Figura 3. 3.



(a) (b)

Figura 3. 3: Esquema da montagem experimental utilizando força de radiação acústica. (a) Vista frontal, (b) Vista lateral.

A Figura 3. 4 ilustra a sequência de pulsos ultrassônicos empregada para excitação harmônica pulsada e os pulsos usados para monitorar o movimento da superfície do fantoma.

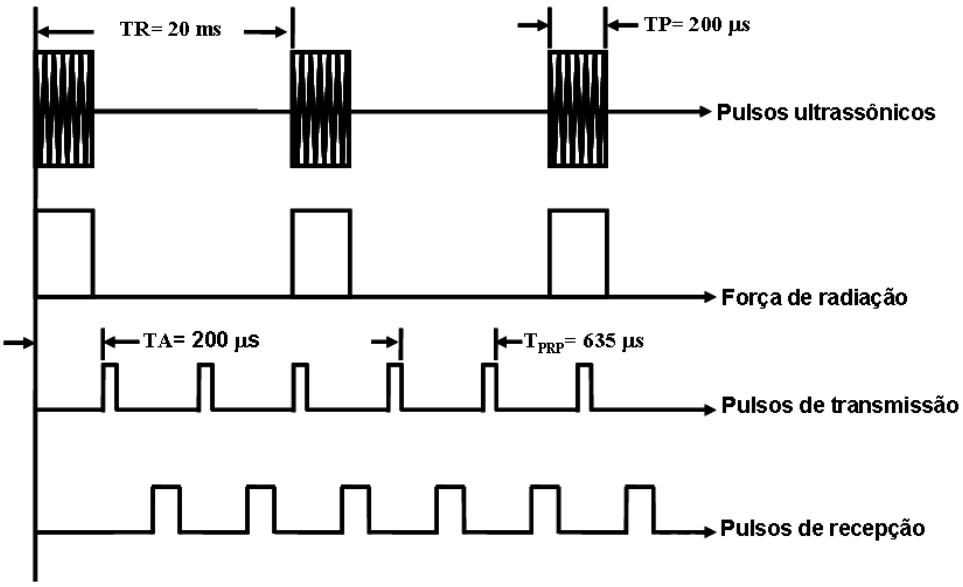


Figura 3. 4: Sequência de pulsos ultrassônicos para excitação harmônica e os pulsos usados para monitorar o movimento.

Na Figura 3. 4, TR é o período de repetição dos pulsos ultrassônicos e TP o período dos pulsos. Enquanto TA é o atraso temporal dos pulsos de transmissão para leitura e T_{PRP} o período de repetição desses pulsos. Neste trabalho, cinco pulsos de 200 μs de comprimento temporal foram repetidos a uma taxa de 50 Hz, correspondendo a um pacote de onda de aproximadamente 600 ciclos a uma frequência de 3 MHz.

O período de repetição dos pulsos de 50 Hz causou o movimento da superfície do fantoma nessa frequência de excitação. Múltiplos dessa frequência harmônica de 100, 150, 200 Hz, etc., foram empregados para vibrar o meio em frequências maiores. Os pulsos de detecção de movimento do ultrassom pulso-eco foram transmitidos a uma taxa de 1,6 kHz.

Os dados dos sinais retro-espalhados foram adquiridos e o deslocamento foi estimado usando análise espectral cruzada (*cross-spectral analysis*) [77]. O transdutor de detecção do movimento foi movido em passos de 1,0 mm para o fantoma não-irradiado e 0,5 mm para os fantomas irradiados com 10, 20, 30 e 50 Gy.

III. 3.4. Excitação por atuador eletromecânico

Uma haste fixada em uma placa retangular com dimensões de 25,0 mm × 84,0 mm × 1,0 mm foi presa ao atuador eletromecânico (V201, Ling Dynamic Systems, Hertfordshire, UK) e o fantoma foi colocado sobre um suporte de acrílico, com abertura circular, como descrito nos ensaios por força de radiação acústica. A Figura 3. 5 mostra o esquema ilustrativo do arranjo experimental do sistema de vibrometria empregando atuador eletromecânico.

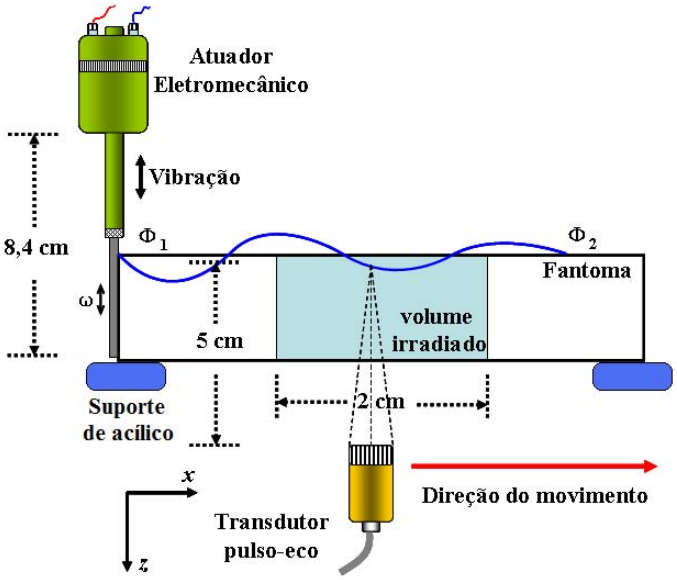
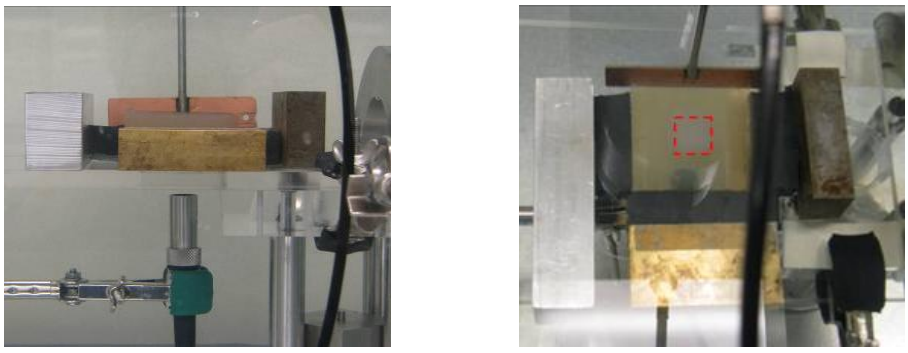


Figura 3. 5: Esquema ilustrativo do arranjo experimental do sistema de vibrometria empregando atuador eletromecânico como fonte de excitação.

A placa foi colocada em contato com uma das bordas do fantoma. A placa foi utilizada para produzir uma onda plana sobre o fantoma, minimizando os efeitos de difração presentes em pequenos atuadores [78]. O aparato experimental é mostrado na Figura 3. 6.



(a) (b)

Figura 3. 6: Montagem do experimento utilizando atuador eletromecânico. (a) Vista frontal, (b) Vista superior.

O atuador tinha seu movimento impulsionado por um Gerador de sinais (33120A, Agilent, Santa Clara, CA) com o sinal amplificado por um Amplificador estéreo (XLS 202, Crown Audio, Elkhart, IN). O sinal base para o oscilador continha pulsos de cinco ciclos com frequências variando entre 100 e 600 Hz em incrementos de 50 Hz. A voltagem no gerador foi variada em pequenos intervalos para garantir uma resposta linear do atuador. O movimento foi detectado de maneira similar ao experimento utilizando força de radiação. O transdutor de um único elemento (V320-SU, Olympus-NDT, Waltham, MA) pulso-eco empregado foi de 7,5 MHz de frequência com 12,5 mm de diâmetro e foco esférico à distância de 50 mm. A taxa de repetição de pulsos foi de 4,0 kHz. Imagens de ultrassom Modo-Brilho (Modo-B) foram geradas a partir dos dados dos ecos adquiridos.

III. 3.5. Análise da propagação da onda

Nesses experimentos, foi empregada a técnica de vibrometria por dispersão [70]. A medida da variação da fase nos diferentes meios viscoelástico foi empregada para calcular a velocidade de grupo (v_g) das ondas de superfície. A amplitude de vibração da superfície em um determinado ponto é obtida pela correlação dos ecos. A velocidade de propagação foi obtida por meio de regressão linear da Equação (20).

No experimento com atuador eletromecânico, a fase do deslocamento foi medida em cada local para cada frequência. A velocidade de fase (v_{fase}) pode ser obtida utilizando a Equação (19).

Define-se a taxa de contraste (TC) de velocidade de propagação como a taxa de velocidade de fase na região irradiada (v_I) e a velocidade de fase na região não-irradiada (v_{NI}) dada pela Equação (21),

$$TC = \frac{v_I}{v_{NI}}. \tag{21}$$

III. 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

As imagens em modo-B das amostras, adquiridas com o sistema de varredura Vibroscan (Ultrasound Research Lab., Mayo Clinc, MN), empregando um transdutor linear de 7,5 MHz estão ilustradas na Figura 3. 7. Pode-se observar que conforme a dose absorvida aumenta a região irradiada, entre 20 a 40 mm na direção *x*, torna-se menos ecogênica. A inexistência de efeito de borda no contorno da inclusão se justifica porque a mesma não foi introduzida no interior do fantoma, dessa forma não há nenhuma interface onde a ondas acústicas possam ser refletidas.

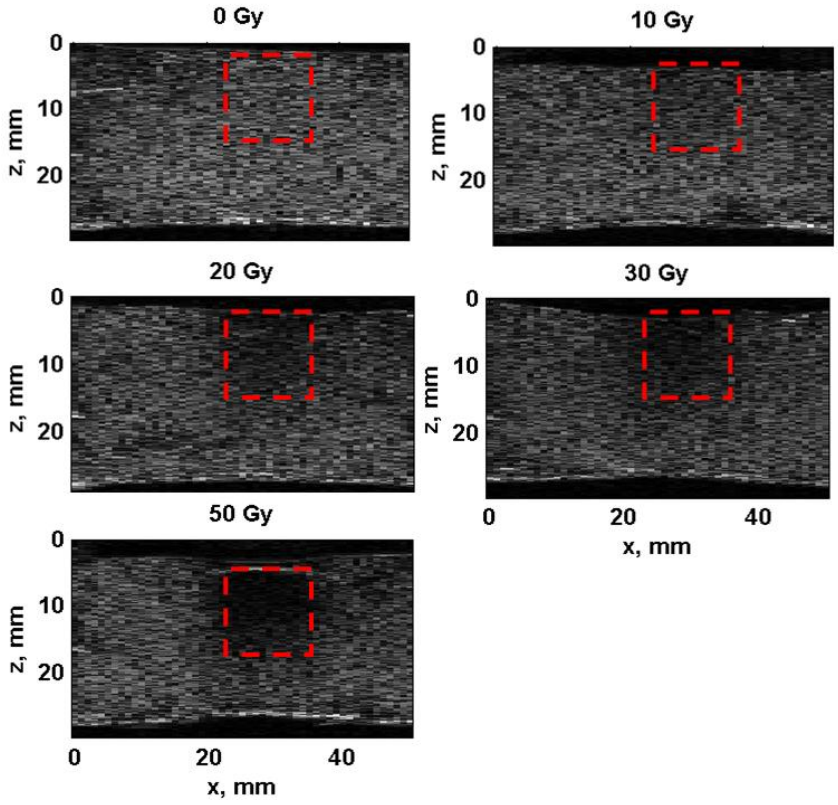


Figura 3. 7: Imagens de ultrassonografias modo-B dos fantomas de dose absorvida.

A força de radiação acústica desencadeou uma onda transversal superficial com amplitude na ordem de 2-3 μm. Devido ao alto valor de rigidez induzida nas regiões irradiada dos fantomas com dose absorvida de 30 e 50 Gy, a amplitude de deslocamento da onda não pode ser detectada. Imagens da propagação da onda *versus* distância a partir do ponto de excitação são mostradas na Figura 3. 8. Nesta Figura, a linha tracejada horizontal desenhada em x = 10 mm, delimita a região irradiada da não-irradiada. As linhas pontilhadas inclinadas

nas figuras destacam o atraso temporal na propagação da onda na amostra em relação ao fantoma de controle. Isto foi feito para que se pudesse observar o tempo inicial de chegada da onda de superfície nos fantomas expostos a 10 e 20 Gy de dose de radiação.

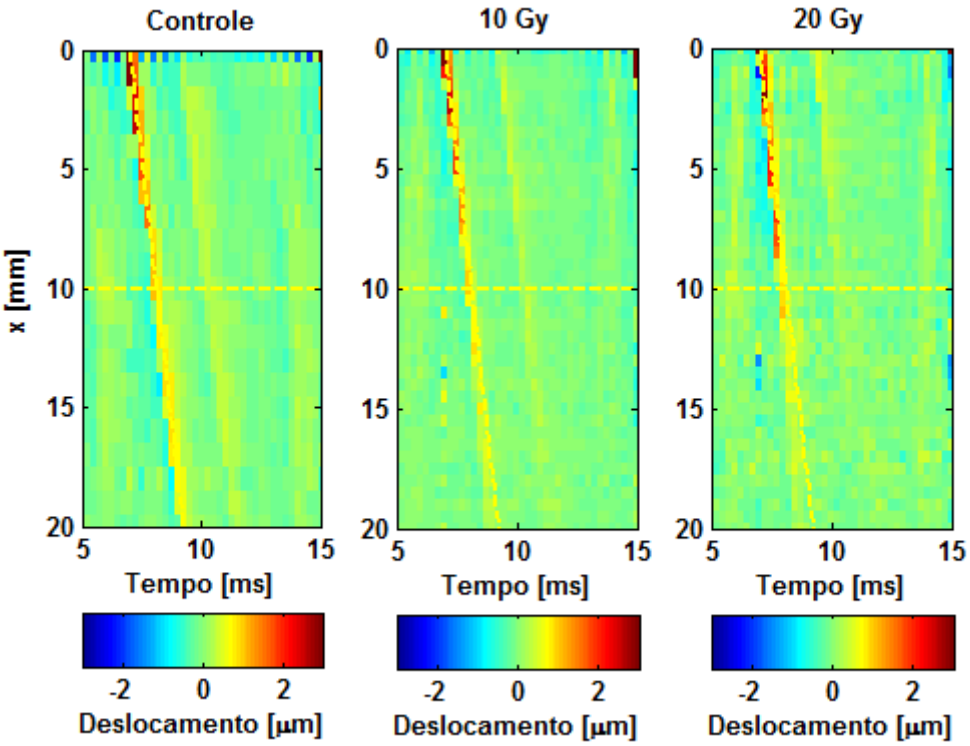


Figura 3. 8: Resultados da propagação da onda de superfície utilizando força de radiação para o fantoma de controle e os com 10 e 20 Gy de dose absorvida. As linhas tracejadas em x = 10 mm delimitam a região irradiada e não irradiada. As linhas pontilhadas destacam o atraso temporal em relação ao fantoma de controle.

A inclinação da linha vertical tracejada mostrada na Figura 3. 8 representa a velocidade de propagação da onda na superfície do fantoma de controle. As velocidades de grupo na região não-irradiada e nas irradiadas com doses de 0, 10, e 20 Gy foram estimadas e mostradas na Figura 3. 9. As barras de erros representam o desvio padrão para cinco medidas nas mesmas condições. Observa-se que a velocidade de grupo para as regiões irradiadas foi maior que para as regiões não irradiadas, ou seja, o gráfico da velocidade *versus* dose absorvida apresentou uma maior inclinação em relação ao da região não irradiada. Observa-se também que as velocidades nas regiões consideradas não-irradiadas, onde esperava-se não sofrer nenhuma alteração, acabou apresentando um aumento, quando comparado entre elas. Isto ocorreu devido à penumbra do feixe na vizinhança do campo. As taxas de contraste da

velocidade de propagação para os fantomas irradiados com doses absorvidas de 10 e 20 Gy foram 1,45 e 1,62, respectivamente.

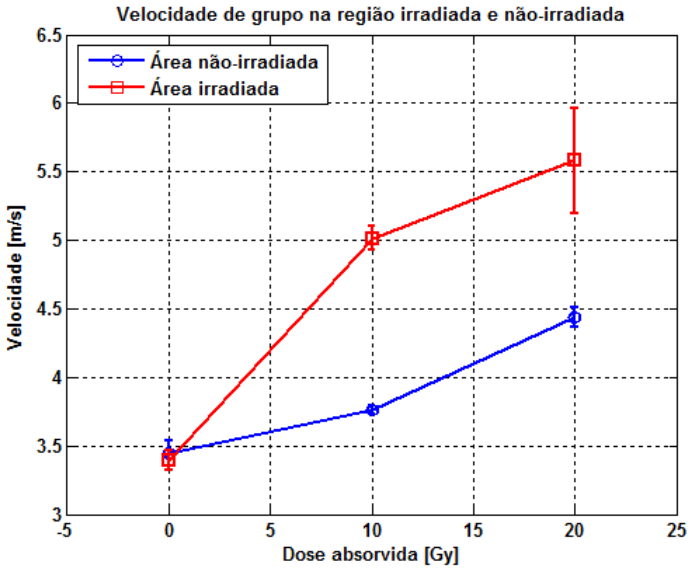


Figura 3. 9: Velocidade de grupo da onda de superfície na região irradiada e não-irradiada para os fantomas de controle, 10, e 20 Gy.

Os ensaios empregando o atuador eletromecânico foram capazes de produzir movimento significantemente superior para a onda de superfície, se comparado com a força de radiação acústica. A amplitude do deslocamento induzido foi suficiente para detectar a propagação da onda através de todos os fantomas irradiados, inclusive o de 50 Gy. Imagens da propagação da onda, para 300 Hz, *versus* distância, a partir do ponto de excitação, são mostradas na Figura 3. 10. As duas linhas sólidas horizontais descrevem os contornos da região com dose absorvida. A linha pontilhada inclinada destaca o tempo de chegada da onda para o fantoma que não foi irradiado. A sobreposição de cada uma das imagens com o tempo de chegada da onda no fantoma de controle mostra um desvio com o aumento da dose.

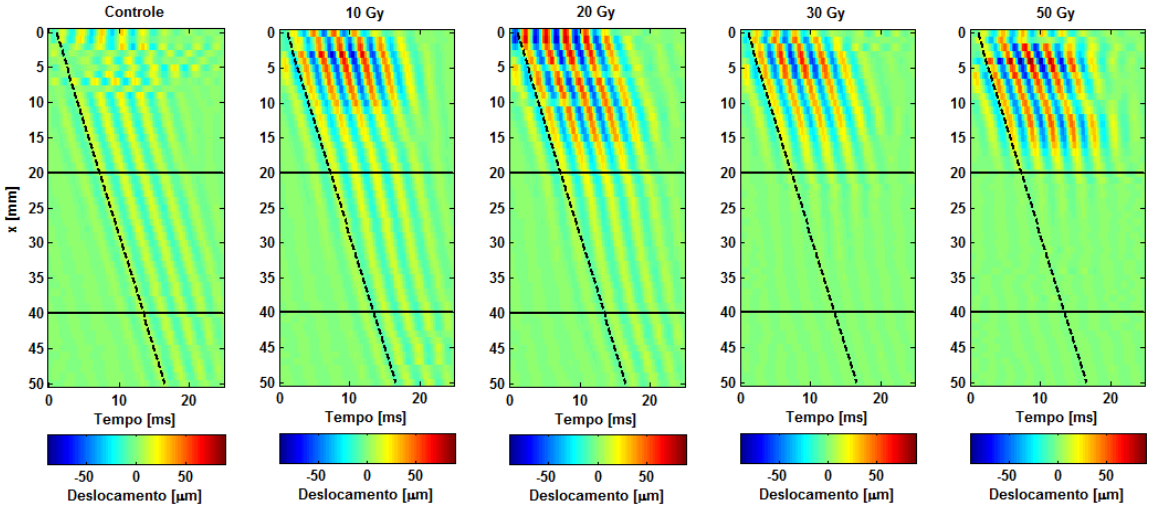


Figura 3. 10: Resultados da propagação da onda, empregando o atuador mecânico para os fantomas de controle, 10, 20, 30 e 50 Gy. As linhas sólidas horizontais delimitam as regiões irradiadas e não-irradiadas. A região irradiada é definida no intervalo 20-40 mm. As linhas pontilhadas inclinadas representam o atraso temporal em relação ao fantoma de controle.

A relação fase *versus* distância de propagação encontra-se representada no gráfico da Figura 3. 11, onde se podem observar as diferenças de propagação. O gráfico de fase para o fantoma não-irradiado é linear porque o material é homogêneo. Para os fantomas de dose absorvida, a inclinação das curvas muda na região irradiada, ou seja, as ondas nessa região sofrem uma maior mudança de fase, e essa mudança de fase é proporcional a dose absorvida. Quanto maior a dose absorvida, maior é o desvio na curva.

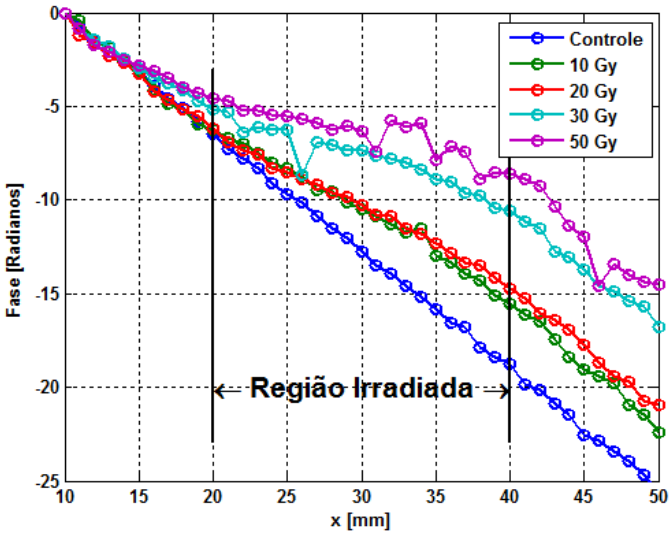


Figura 3. 11: Fase de propagação para 300 Hz. As linhas sólidas delimitam a região irradiada no intervalo de 20-40 mm.

Outra característica observada é a diminuição na amplitude do deslocamento quando a onda se aproxima da região irradiada. Isto implica em um material mais rígido do que a região não irradiada, como ilustrado na Figura 3. 10.

As velocidades de fase foram estimadas para diferentes frequências na região não-irradiada dos fantomas e os resultados encontram-se apresentados na Figura 3. 12. Os resultados são todos muito similares para os fantomas irradiados com diferentes doses absorvida.

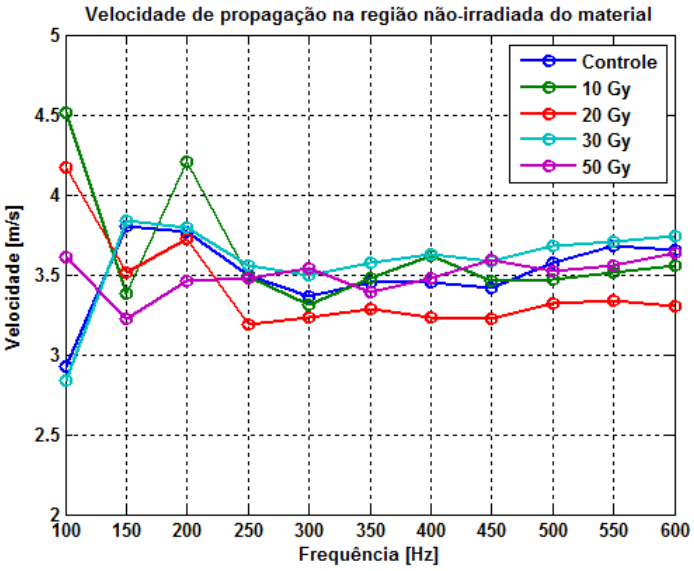


Figura 3. 12: Velocidade de fase na porção não irradiada.

As velocidades de fase são também estimadas nas regiões irradiadas, e os resultados encontram-se ilustrados na Figura 3. 13. Observa-se que a velocidade de fase, na média, aumenta com a dose absorvida.

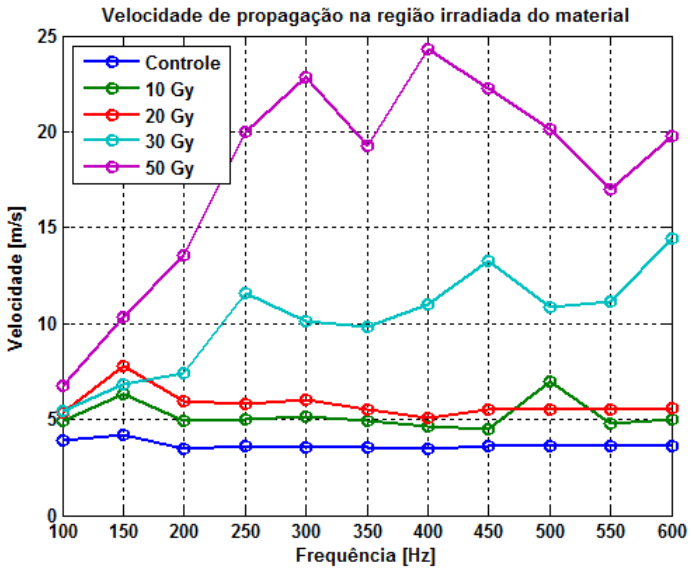


Figura 3. 13: Velocidades de fase de propagação na região irradiada.

A taxa de contraste de velocidade de propagação foi estimada para cada frequência e para cada dose, como ilustrado na Figura 3. 14.

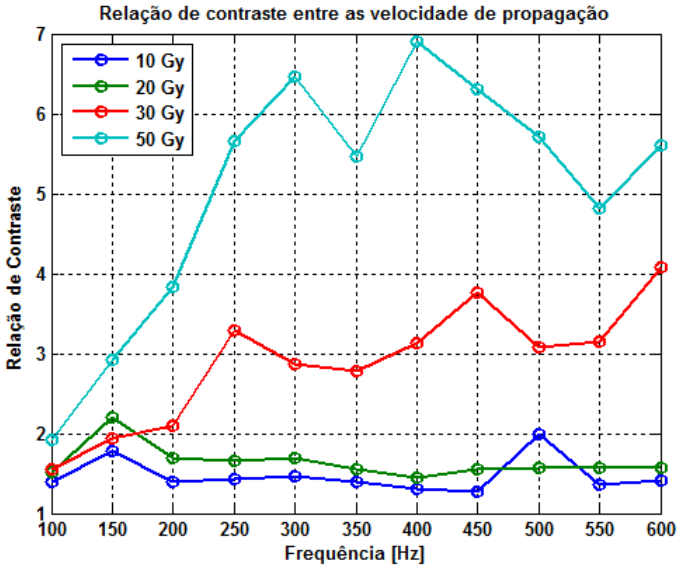


Figura 3. 14: Taxas de contraste para diferentes doses.

A taxa média de contraste calculada para a faixa de frequência de 250 a 550 Hz é apresentada na Figura 3. 15. Os valores das taxas médias de contraste para essa faixa de frequência foram de 1,45, 1,70, 2,82, e 5,09 para doses de 10, 20, 30, e 50 Gy, respectivamente. Como pode ser observada, a taxa média de contraste aumentou

significativamente em função da dose absorvida. Isso se deve ao fato que as velocidades médias medidas nas regiões irradiadas foram maiores que aquelas observadas na região não irradiada.

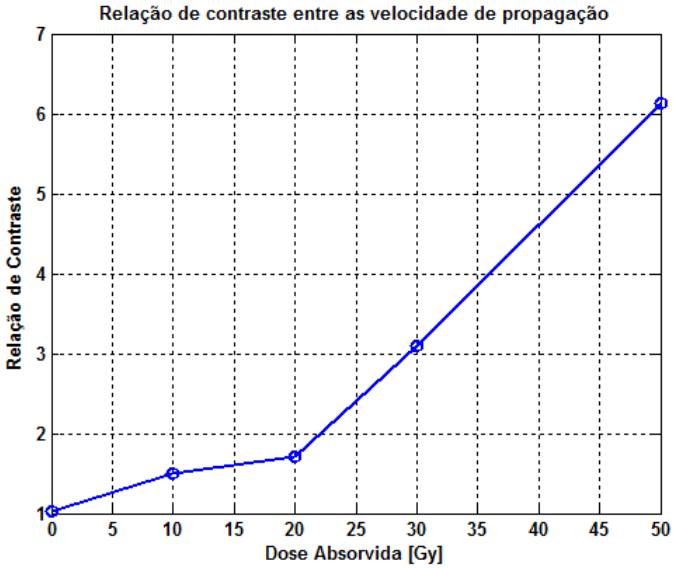


Figura 3. 15: Taxa média de contraste para a largura de banda de 250-500 Hz nas diferentes doses absorvidas.

Neste trabalho, ondas transversais superficiais foram produzidas por força de radiação ultrassônica e atuador eletromecânico. As ondas de superfície produzidas pela força de radiação foram suficientes apenas para provocar deslocamento nos fantomas não-irradiados, 10 e 20 Gy. Os ensaios empregando força de radiação tiveram a intensidade do feixe ultrassônico limitada a uma baixa potência, tendo uma intensidade media dos pulsos na região focal de aproximadamente 216 mW/cm^2. Dessa forma, mais força seria necessária para repetir, com segurança, o mesmo experimento com fantomas irradiados com doses superiores. O método de excitação mecânica revelou ser suficiente para prover um deslocamento adequado para o rastreio do movimento em todas as doses.

Como foi demonstrado pelos resultados, pode-se medir a velocidade de fase e de grupo para os dois experimentos. No entanto, os níveis de movimento empregando força de radiação foram baixos, o suficiente para que a velocidade de fase não pudesse ser suficientemente mensurável. No caso do atuador eletromecânico foi possível induzir oscilações com maior amplitude, fazendo com que fosse possível a medida da velocidade de fase em detrimento à de grupo.

O método baseado em força de radiação acústica teve a vantagem do não contato e pode ser realizado tanto na superfície quanto no interior da amostra. Contudo, houve uma limitação nesses experimentos para doses superiores a 20 Gy. Isto se deve porque, para doses maiores absorvidas, a quantidade de deslocamento aplicado foi insuficiente para gerar movimento detectável.

O atuador mecânico foi capaz de criar o movimento necessário para a realização das medidas. No entanto, este método requer contato físico com o fantoma e a obtenção de dados em múltiplas frequências.

Os resultados encontrados para as taxas de contraste em função da frequência para os fantomas de 10 e 20 Gy mostraram boa similaridade para ambas as técnicas de excitação. Isto evidencia que ambos os métodos são aplicáveis para esse intervalo de dose absorvida.

III. 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Medidas da velocidade de propagação de ondas de superfície foram realizadas usando radiação ultrassônica e um atuador eletromecânico como fontes de excitação. Ambos os métodos geraram ondas de superfície, sendo que a velocidade da onda transversal superficial mudou de acordo com a dose de radiação absorvida por cada fantoma. O contraste foi quantificado para ambos os métodos e foram concordantes para os fantomas irradiados com doses 10 e 20 Gy. Com base nos resultados destes experimentos, pode-se concluir que esses métodos poderiam ser empregados para caracterizar fantomas dosimétricos, baseando-se nas mudanças das propriedades elásticas induzidas pela radiação ionizante para uma dose absorvida de até 20 Gy.

CAPÍTULO IV

Elastografia por Ressonância Magnética aplicada a caracterização das propriedades mecânicas de gel dosimétrico.

IV. 1. INTRODUÇÃO

Devido às suas características de baixa toxicidade, desprezível sensibilidade ao oxigênio e simplicidade na produção, o gel *MAGIC* vem sendo estudado por diversos grupos [32, 35, 48, 62]. Medidas realizadas utilizando-se ultrassom em gel *MAGIC* irradiado mostraram uma relação quase linear entre as velocidades acústicas inversas e as doses absorvidas até um valor de 20 Gy [11]. Empregando-se RM, uma relação também quase linear entre o módulo de Young e a dose foi observada para o gel até a dose absorvida de 40 Gy [36]. Relaxometria por Ressonância Magnética (RRM) e Transferência de Magnetização (TM) são técnicas que também estão sendo empregadas para explorar as propriedades de gel dosimétrico [32, 48-49, 79].

Elastografia por Ressonância Magnética (ERM) é uma técnica quantitativa que permite a obtenção de um mapa das propriedades elásticas de tecidos ou fantomas por imagem de ressonância magnética (IRM). Essa técnica pode ser empregada para visualizar e medir a propagação de ondas mecânicas em meios sujeitos à excitação mecânica harmônica [19, 68]. Tem sido demonstrado que deslocamentos da ordem de 100 nm podem ser prontamente observados [42]. O uso de ERM tem sido investigado como ferramenta no diagnóstico de várias patologias que afetam propriedades mecânicas em diferentes tecidos como fígado, cérebro, coração, mama e pulmão [80-84].

IV. 2. OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho foi explorar o potencial da Elastografia por Ressonância Magnética, como uma técnica dinâmica, adicional, para avaliação quantitativa das propriedades mecânicas de fantomas de gel dosimétrico. Para isso, a dependência entre a dose observada e a rigidez transversal do meio foi investigada.

IV. 3. MATERIAIS E MÉTODOS

Os fantomas utilizados nos ensaios de ERM foram moldados em um recipiente plástico, com as seguintes dimensões: diâmetro da base = 8 cm, diâmetro do topo = 9 cm, profundidade = 4,5 cm e volume = 246 cm^3. Esse formato foi escolhido porque representava a solução mais prática para construção dos fantomas. Os recipientes foram também hermeticamente selados usando-se cola de silicone para prevenção da difusão de oxigênio através do gel.

Os fantomas foram irradiados usando uma unidade terapêutica convencional de radiação gama com energia média de 1,25 MeV, modelo Theratron 780C Cobalto-60 (MDS Nordion, Kanata, Canadá) do Departamento de Física Médica da Universidade de Wisconsin, Madison, WI, Estados Unidos.

Os fantomas empregados nos experimentos de elastografia por ressonância magnética foram irradiados em uma área de 3,0 cm × 3,0 cm com uma distância da fonte à superfície de 58,2 cm. Neste estudo, um grupo de 5 fantomas irradiados com diferentes doses na faixa entre 10 a 50 Gy, em intervalos de 10 Gy, foi avaliado. Um fantoma composto de mesmo material de base não irradiado foi utilizado como referência.

Para a obtenção do mapa de relaxometria dos fantomas foi usada uma sequência *Single-Spin-Echo* (*SSE*). A taxa de relaxação foi calculada a partir de duas imagens adquiridas para os tempos de eco (TE) de 20 e 100 ms e tempo de repetição (TR) de 4.000 ms. A aquisição das imagens de RM consumiu um tempo total de 2,5 minutos. As imagens foram adquiridas utilizando-se um tomógrafo de 1,5 T GE Signa (GE Medical Systems, Milwaukee, WI), do Centro de Imagens por Ressonância Magnética do Departamento de Radiologia da Mayo Clinic, Rochester, MN, Estados Unidos.

IV. 3.1. Bases físicas da Elastografia por Ressonância Magnética

A Elastografia por Ressonância Magnética (ERM) provê os meios necessários para medir deslocamentos em materiais ricos em hidrogênio, empregando os métodos e a instrumentação da Ressonância Magnética Nuclear (RMN). O fenômeno de precessão dos prótons nucleares segue a Equação (22) dada por Larmor:

$$\omega = gB, \tag{22}$$

em que ω é a frequência angular de ressonância do sinal de NMR produzida por *spins* que tem uma razão giromagnética característica g, quando imerso em uma região com campo magnético B. O vetor campo magnético B, pode ser decomposto em duas componentes, dada pela Equação (23)

$$B = B_0 + \vec{r} \cdot \vec{G}_r, \tag{23}$$

em que B_0 é o campo magnético estático polarizado, r é a localização espacial dos *spins* e G_r é o gradiente de campo magnético oscilante [85]. Sendo a frequência angular dos sinais de RMN produzida pela taxa de variação da fase acumulada dos *spins* em função do tempo, definida por:

$$\phi(t) = \int \omega(t) dt. \tag{24}$$

Substituindo a Equação (22) na Equação (24), a relação entre a fase do sinal acumulado da RMN e o gradiente é dada por:

$$\phi_G(t) = -g \int G_r(t') r(t') dt', \tag{25}$$

em que G_r e r são expressos em função do tempo t', para obter uma expressão geral da equação de Larmor. Esta equação indica que o sinal de RMN produzido pelo movimento dos *spins* provocará uma mudança de fase relativa àquela provinda por *spins* estáticos quando na presença do gradiente de campo magnético.

Em ensaios de ERM, a força de excitação externa sinusoidal de frequência única é aplicada aos materiais e estes respondem de forma dinâmica [86]. Com base nas discussões apresentadas no Capítulo VII, Apêndice D, a equação de Helmholtz pode ser usada para descrever o comportamento local do campo de deslocamento harmônico para materiais lineares, isotrópicos, incompressíveis e localmente homogêneos [16]. A propagação dessas ondas mecânicas é descrita pela seguinte equação diferencial

$$\frac{d^2\vec{u}}{dt^2} + k^2 \cdot \vec{u} = 0. \tag{26}$$

Na equação anterior, o número de onda, k , é dado pela Equação (27)

$$k^2 = \frac{\rho \cdot \omega^2}{\mu}, \tag{27}$$

em que u é o deslocamento das partículas do meio, geralmente da ordem de micrometros, k é o número de onda por metro, $\omega = 2\pi / T$ é a frequência angular da força aplicada em

Radiano-Hertz, T é o período do movimento cíclico em segundos, μ é o módulo transversal em Pascal e ρ é a densidade ($\approx$ 1000 kg/m^3).

Se a tensão de excitação oscilatória é aplicada ao longo da direção r, com uma dada frequência angular ω_p, os *spins* são deslocados proporcionalmente aos valores das propriedades elásticas do meio. Assumindo que esta propagação acontece sem perda de energia, a solução da Equação (26), para o deslocamento u, dos *spins* na posição $r(x,y)$ e no tempo *t*, pode ser expressa pela Equação (28)

$$u_x(\vec{r},t) = u_0 \cdot \cos(\vec{k} \bullet \vec{r} - \omega_p \cdot t + \phi) \tag{28}$$

em que u_0 é a amplitude do vetor deslocamento no ponto de interesse r e ϕ a fase inicial do deslocamento relativo dos *spins* em relação a tensão oscilatória aplicada. O número de onda *k* é igual a 2π radianos dividido pelo comprimento de onda λ. Assumindo-se que o deslocamento dos *spins* ocorre somente em um ciclo (*t*=0 a *T*) de tensão oscilatória aplicada, o sinal de RMN produzido pelos *spins* acumula uma fase, conforme indicada pela Equação (29)

$$\Phi(\vec{r},t) = N \cdot g \int_{t=0}^{t=T} G_r(t') \cdot u_0 \cos(\omega_p t + kr + \theta) dt' \tag{29}$$

em que g é a razão giromagnética do próton (g = 42,576 MHz/T), $G(t)$ é o gradiente periódico de campo magnético responsável por causar a diferença de fase mensurável no sinal de RMN e N é o número de ciclos do gradiente [87]. Conforme a onda se propaga através da amostra, posições específicas da fase vão sendo acumuladas devido ao gradiente periódico de campo magnético aplicado sincronamente com a força dinâmica [37].

Se o gradiente de campo magnético $G(t')$ é constante durante este período de tempo, nenhum sinal de fase será acumulado. Porém, se o gradiente de campo magnético $G(t')$ é sincronizado com a frequência de excitação aplicada, e tem a polaridade chaveada no período de tempo (T), a fase ϕ do sinal de RMN no final do período será proporcional ao deslocamento dos *spins*.

IV. 3.2. Aquisição e processamento dos mapas de elasticidade

As imagens de RM para o estudo elastográfico descrevem a propagação da onda transversal através das amostras. As imagens foram adquiridas empregando uma sequência de

pulsos Gradiente – Eco modificada [37]. As oscilações mecânicas aplicadas à superfície da amostra foram sincronizadas com os gradientes codificadores de movimento.

Para exemplificar como o método de elastografia por RM funciona foi realizado um estudo piloto em um fantoma de gelatina, onde foram adicionadas três estruturas de rigidezes diferente do material de base. Esses ensaios foram realizados no Laboratório de IRM do Departamento de Radiologia da Mayo Clinic, Rochester, MN, Estados Unidos, durante o meu Doutorado Sanduíche, como ilustrado na Figura 4. 1.

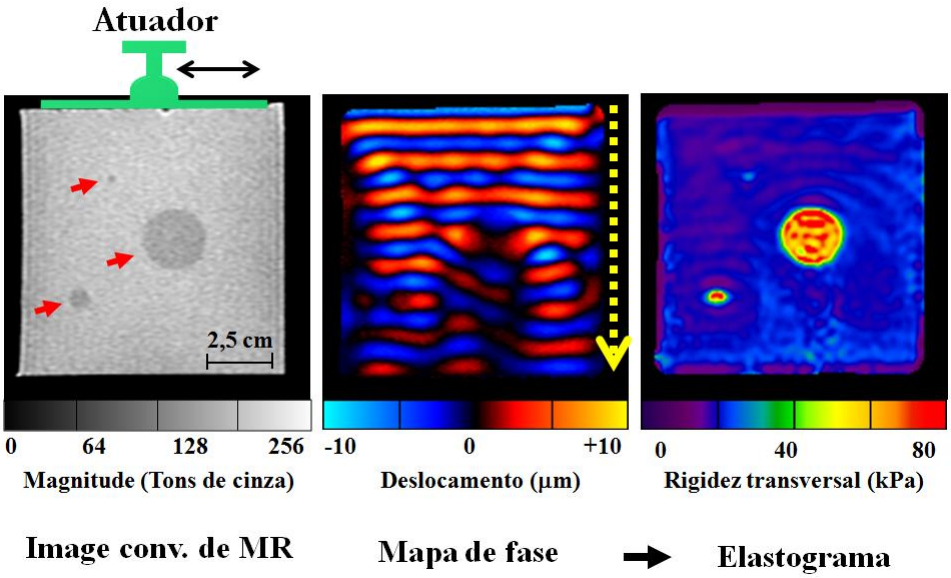


Figura 4. 1: Diagrama da sequência experimental de geração das imagens da ERM.

Na Figura 4. 1, a da esquerda é uma imagem da magnitude do sinal de ressonância magnética convencional. A imagem central representa o mapa de fase da onda transversal periódica, a qual fora induzida na superfície do fantoma de gelatina por meio de um atuador eletromecânico. A perturbação causada pelo movimento alternado do atuador gera uma vibração do meio, a qual se propaga do topo para a base do fantoma. Este sistema estava imerso dentro de um campo magnético de um tomógrafo de RM e sendo submetido a uma excitação mecânica com frequência de 300 Hz. No interior do fantoma foram inseridas três inclusões (vide setas na imagem da esquerda) de gelatina a diferentes concentrações. As ondas transversais são medidas sincronizando-as aos gradientes incorporados a sequência de pulso Gradiente-Eco. A partir do mapa de fase, foi calculado o elastograma (imagem da direita), o qual fornece o mapa quantitativo da elasticidade do fantoma, onde pode-se observar os diferentes níveis de rigidezes do material.

Todos os ensaios de RM foram realizados utilizando-se um tomógrafo de 1,5 T GE Signa (GE Medical Systems, Milwaukee, WI), do Centro de Imagens por Ressonância Magnética do Departamento de Radiologia da Mayo Clinic, Rochester, MN, Estados Unidos. Na Figura 4. 2 foi ilustrado o tomógrafo empregado durante os ensaios elastográficos.

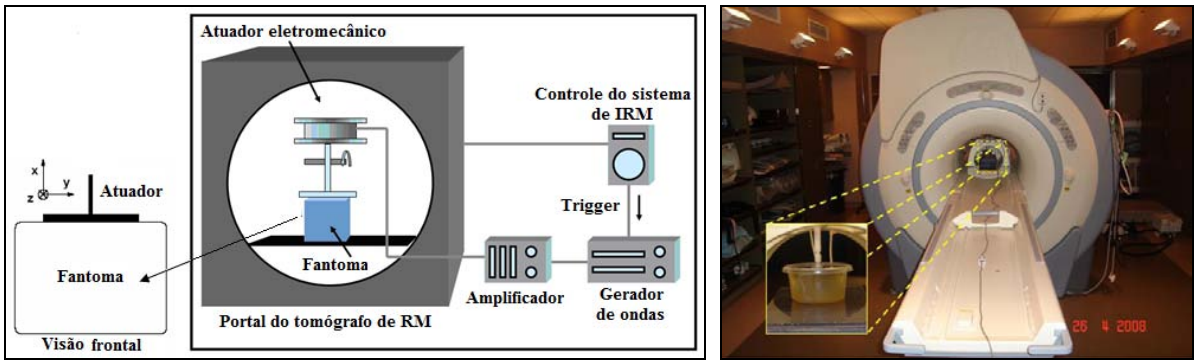


Figura 4. 2: Arranjo experimental (esquerda) e foto ilustrativa (direita) do tomógrafo de 1,5 T GE Signa empregado nos ensaios elastográficos e de relaxometria.

Outros parâmetros mais significativos ajustados foram: TR/TE = 52/26 ms, pulso de 30^{o}, 2 mm espessura da fatia de 2 mm, campo de visão (FOV) de 16 cm, matriz de aquisição de 256 × 256, 4 fases de deslocamento e um tempo total de aquisição estimado de 45 segundos. A frequência de excitação senoidal do movimento transversal foi na faixa de 100-300 Hz, aplicada com ajuda da sequência de pulsos da RM de forma simultânea com o atuador eletromecânico. Dessa forma, o movimento na direção da frequência de codificação foi sensibilizado.

Diversos algoritmos aproximados para estudo do problema inverso da Elastografia por Ressonância Magnética têm sido desenvolvidos para estimar a rigidez transversal a partir das imagens de onda [17, 19, 88].

No presente trabalho, foi empregada uma técnica de processamento de imagens, a qual se baseia na estimativa da frequência local (“LFE”) [88]. Esta técnica é implementada, de tal forma que faz uso de médias ponderadas para construção dos elastogramas e levando-se em conta as várias escalas de resolução. Filtros direcionais são também usados, de tal forma que seja possível selecionar a direção de propagação da onda [89]. Empregando-se este algoritmo, a estimativa do módulo transversal do gel dosímetro foi calculada ponto a ponto a partir dos mapas de onda obtidos experimentalmente.

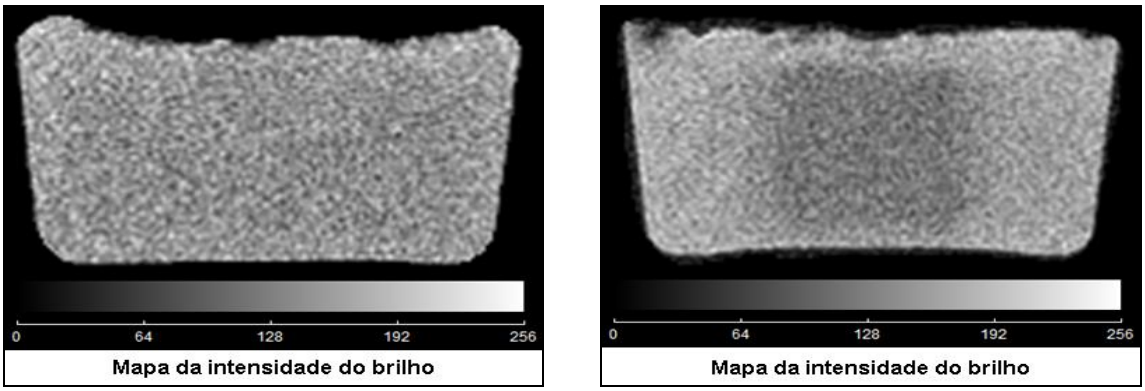
Este algoritmo de inversão matemática é baseado no princípio no qual a velocidade das ondas transversais e seus comprimentos espaciais variam em função da rigidez. Conhecendo-se a frequência de excitação e assumindo-se a densidade do gel como constante e igual a da água, a velocidade da onda transversal pode ser usada para calcular a rigidez transversal, assim:

$$\mu(x,y) = \rho c^2(x,y) \tag{30}$$

Foi admitido neste trabalho, que o gel é um material isotrópico, homogêneo, incompressível e não viscoso, ou seja, um simples modelo de sólido Hookeano. Nesse caso, pode-se designar o termo μ da Equação (30) por rigidez transversal ao invés de módulo transversal.

IV. 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste trabalho, a construção dos mapas da taxa de relaxação incluiu a aquisição de imagens de RM ponderadas em T2, para visualização do tempo de relaxação (T2) em função da distribuição da dose. Foi usada uma sequência *multislice* de duplo eco com TEs de 20 a 100 ms. A Figura 4. 3 ilustrou duas imagens de ressonância magnética convencional obtidas com TE = 24 ms do fantoma de controle (livre de dose) e para o fantoma com uma dose absorvida de 50 Gy. As fatias apresentadas nessa figura foram obtidas no centro dos fantomas dosimétrico, onde pode-se garantir uma maior exatidão da dose absorvida.



(a) (b)

Figura 4. 3: Mapa em tons de cinza da magnitude do sinal da ressonância magnética obtidos empregando o fantoma de controle (a) e o fantoma com dose absorvida de 50 Gy (b) para um tempo de eco de 24 ms.

Observou-se ao centro da imagem do fantoma irradiado uma pálida área com intensidade de brilho inferior, se comparado com a região circunvizinha ou com o fantoma de controle. Esta zona representava o local onde a radiação aplicada sensibilizou o gel dosimétrico com maior intensidade.

A Figura 4. 4 ilustrou os valores do logaritmo das amplitudes do sinal de RM em função de TE [20 e 100 ms]. Para as amostras irradiadas com diferentes doses, os dois pontos de cada curva foram ajustados pela linearização da Equação (30). Observou-se que o coeficiente ajustado variou com a dose absorvida.

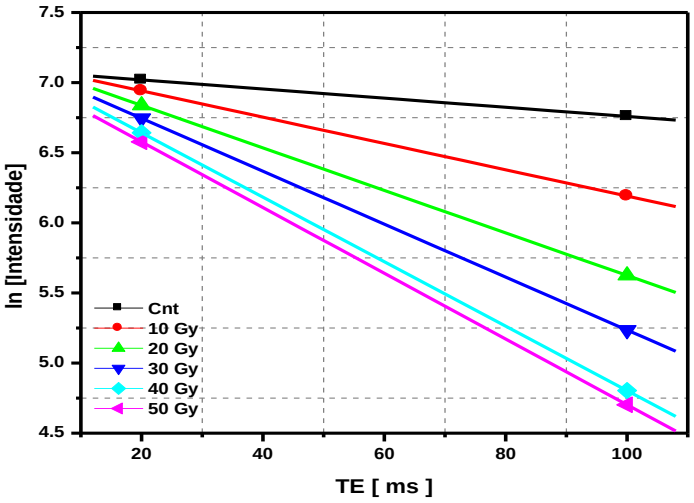
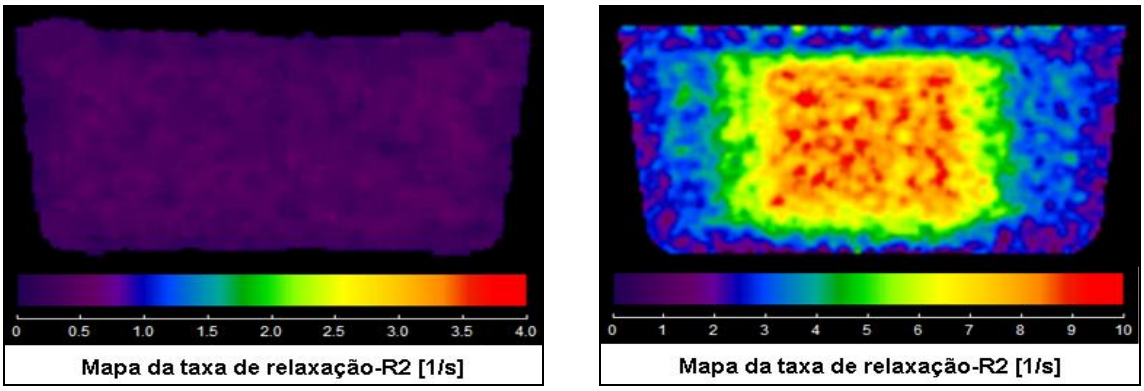


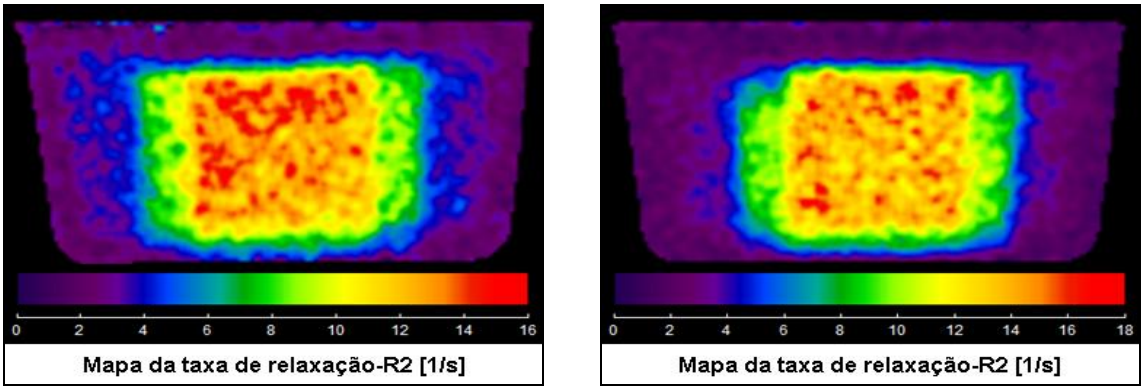
Figura 4. 4: Ajuste logarítmico da intensidade média do sinal em função dos tempos de eco, TE, para o fantoma de controle (cnt) e para aqueles com doses absorvidas variando entre 10 e 50 Gray.

Nas Figura 4. 5 à Figura 4. 7 foram ilustradas as sequências de imagens geradas a partir da técnica de Relaxometria, em que os mapas apresentados representavam as taxas de relaxação transversal R2, para as diferentes doses absorvida pelos fantomas de gel dosimétrico. Pôde-se observar nas imagens, como o contraste entre as zonas irradiada e não irradiada evoluiu com a dose depositada no gel dosimétrico. Notou-se que os contornos da área retangular que representa a parte irradiada tornaram-se mais bem definidos para doses cada vez maiores. Nas áreas com dose absorvida, os valores das taxas de relaxação aumentaram de forma progressiva, como pôde ser observado nas barras de código de cores das respectivas imagens.



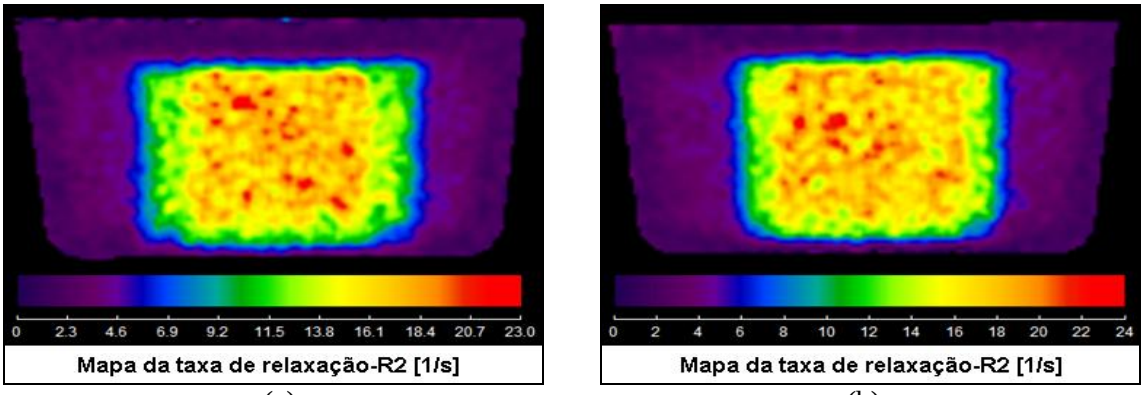
(a) (b)

Figura 4. 5: Mapas de R2 mostrando a distribuição da dose absorvida em dois fantomas dose gel: (a) não irradiado e (b) dose absorvida de 10 Gy.



(a) (b)

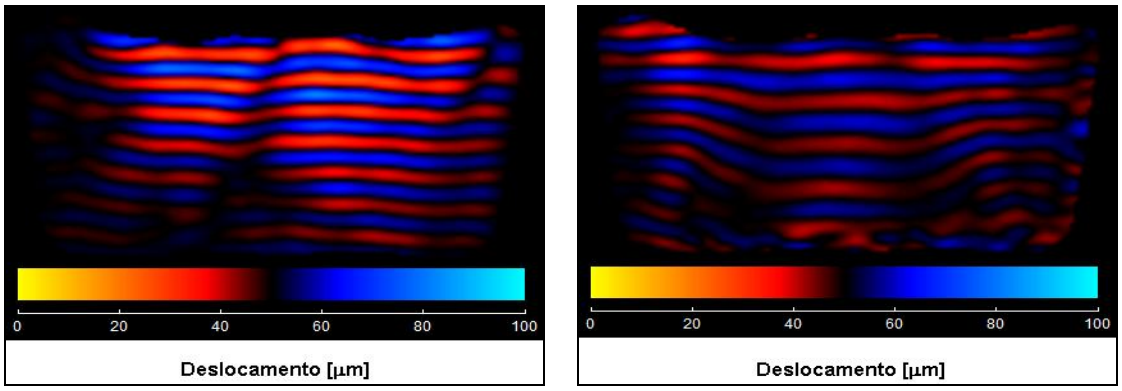
Figura 4. 6: Mapas de R2 mostrando a distribuição da dose absorvida em dois fantomas dose gel: (a) para uma dose de 20 Gy e (b) dose absorvida de 30 Gy.



(a) (b)

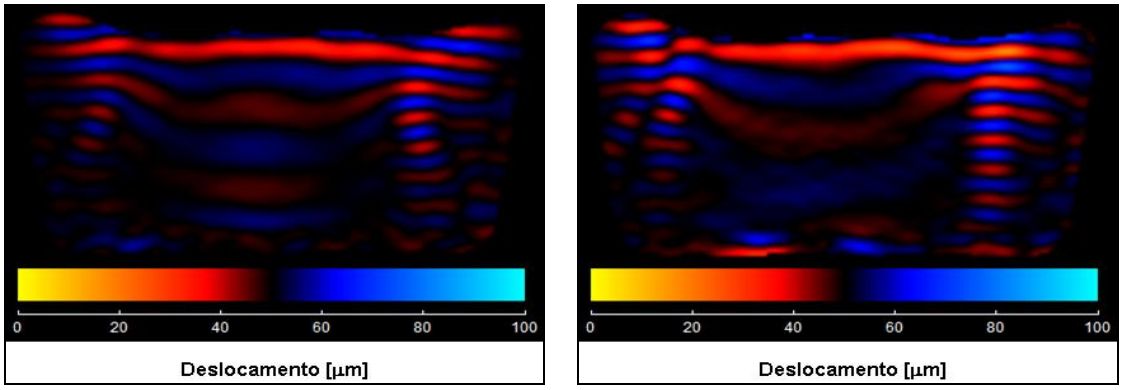
Figura 4. 7: Mapas de R2 mostrando a distribuição da dose absorvida em dois fantomas dose gel: (a) para uma dose de 40 Gy e (b) dose absorvida de 50 Gy.

Devido aos deslocamentos gerados pelo atuador eletromecânico serem de pequena amplitude, ou seja, da ordem de 100 μm, o gradiente oscilatório de campo magnético tem que ser sincronizado com a frequência da excitação mecânica. Este procedimento é aplicado durante vários ciclos, antes do sinal de RMN ser adquirido para que se obtenha uma melhor relação sinal-ruído. Ao final de um ciclo do gradiente senoidal, a fase acumulada pelos *spins* estacionários foi nula e a fase acumulada pelos *spins* que se deslocaram foi proporcional às suas velocidades ao longo da direção de aplicação do gradiente. Isto favoreceu para que o acúmulo de fase do sinal alcançasse uma quantia significativa a ser detectada. Em seguida, um segundo sinal de RMN foi então adquirido com uma sucessão de pulsos idênticos, mas sem a aplicação da tensão oscilatória. Esse segundo sinal forneceu uma fase de referência que foi subtraída da fase acumulada para fornecer um valor indicativo da deformação. Essas medidas do sinal de RMN foram feitas com gradientes sensibilizadores de movimento. Os mapas de ondas obtidos foram reconstruídos *voxel*-a-*voxel* e estão diretamente relacionados com a deformação transversal sofrida pelo gel causada pelo atuador. A posição espacial dos *spins* em diferentes localizações foi modulada pela frente da onda mecânica propagante, como ilustrado na Figura 4. 8 à Figura 4. 10. A frequência mecânica de excitação que foi utilizada para vibrar as amostras foi de 250 Hz.



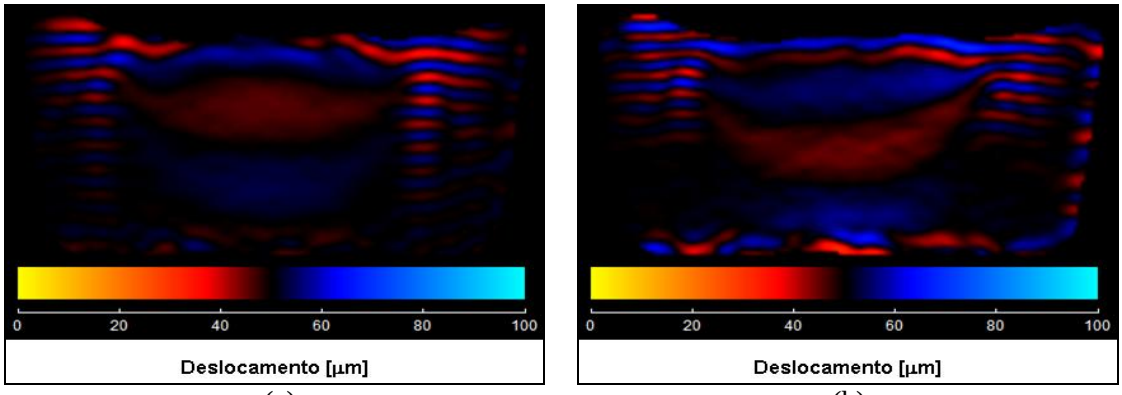
(a) (b)

Figura 4. 8: Mapas de propagação da onda obtidos nos ensaios de ERM nos fantomas de dose absorvida: (a) controle e (b) 10 Gy.



(a) (b)

Figura 4. 9: Mapas de propagação da onda obtidos nos ensaios de ERM nos fantomas de dose absorvida: (a) 20 Gy e (b) 30 Gy.

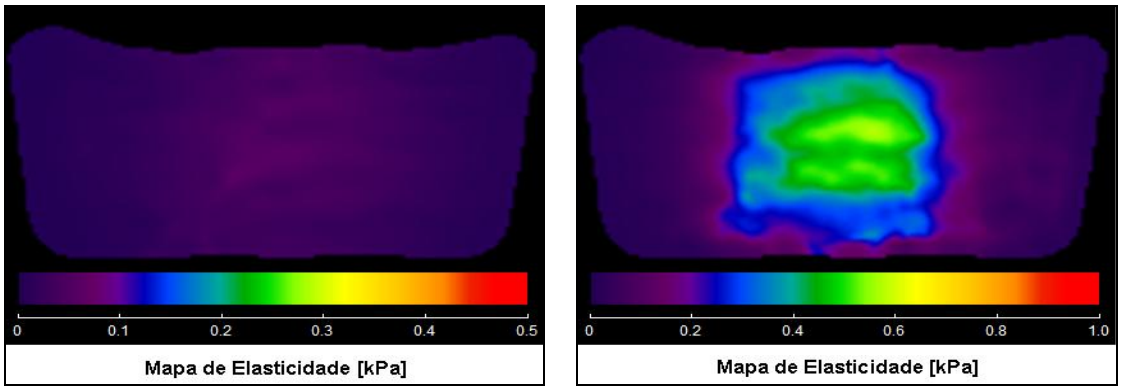


(a) (b)

Figura 4. 10: Mapas de propagação da onda obtidos nos ensaios de ERM nos fantomas de dose absorvida: (a) 40 Gy e (b) 50 Gy.

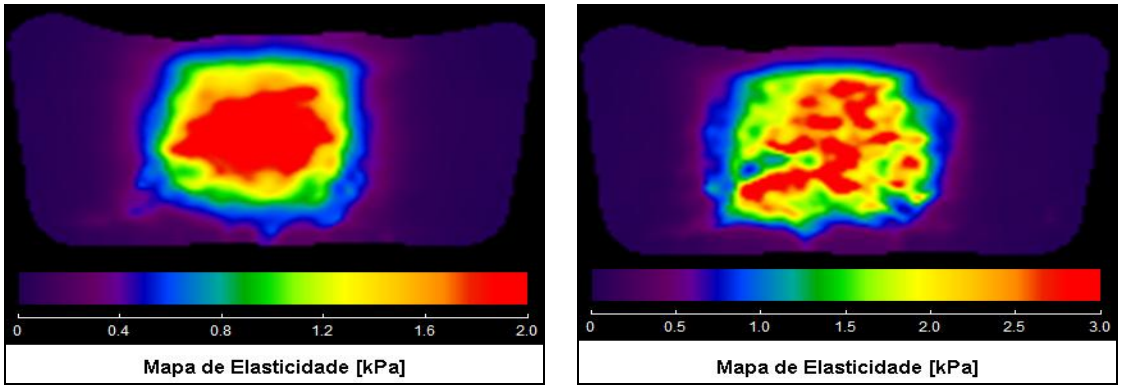
Para estas figuras, foi empregada uma frequência de vibração mecânica de 250 Hz aos fantomas com doses absorvidas variando de 10 a 50 Gy. O movimento cíclico dos *spins* na presença de gradientes de campo magnético resultou em uma mudança instantânea de fase do sinal de RMN, como indicado pela Equação (25). Assim, as mudanças instantâneas de fase acumuladas pelos *spins* em um pequeno instante de tempo foram diretamente proporcionais ao deslocamento dos mesmos e da amplitude do gradiente, durante esse intervalo. Devido à posição inicial dos *spins* ser modulada no tempo pela propagação da onda mecânica dentro do material, *spins* que se encontravam em diferentes localizações espaciais iriam acumular diferentes quantidades instantâneas de fase. A partir dessas imagens, tornou-se evidente que o comprimento das ondas transversais (*shear waves*) foi maior nas regiões irradiadas em comparação ao comprimento de onda nas áreas não irradiadas, como previsto pela Equação (27).

O mapa de rigidez ou elastograma estimado na área controle e nos fantomas com dose absorvida entre 10 a 50 Gy são mostrados na Figura 4. 11 à Figura 4. 13.



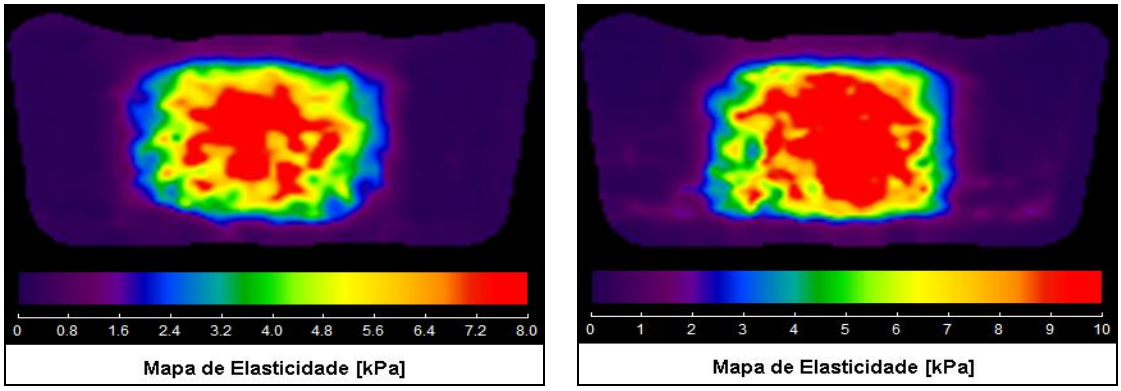
(a) (b)

Figura 4. 11: Elastogramas estimados a partir dos dados de imagem de onda mostrados na Figura 4. 8 à Figura 4. 10. Estes mapas representam a rigidez transversal, em kPa do fantoma de controle (a) e 10 Gy (b).



(a) (b)

Figura 4. 12: Elastogramas estimados a partir dos dados de imagem de onda mostrados na Figura 4. 8 à Figura 4. 10. Estes mapas representam a rigidez transversal, em kPa do fantoma de 20 Gy (a) e 30 Gy (b).

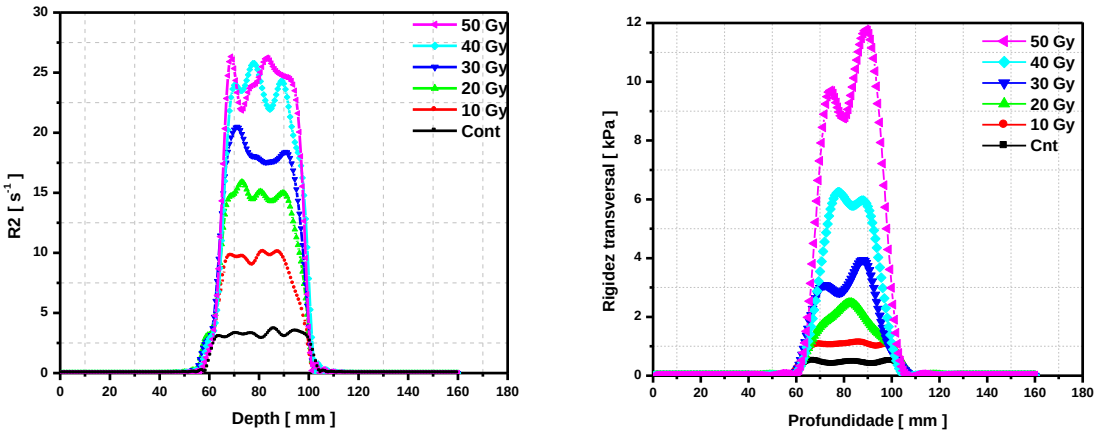


(a) (b)

Figura 4. 13: Elastogramas estimados a partir dos dados de imagem de onda mostrados na Figura 4. 8 à Figura 4. 10. Estes mapas representam a rigidez transversal, em kPa do fantoma de 40 Gy (a) e 50 Gy (b).

Com base nas barras de escala de cores abaixo dos elastogramas, observou-se que os valores da rigidez para os fantomas irradiados foram maiores, quando comparados com o do fantoma de controle. Para todos os elastogramas, observou-se que a rigidez do gel dosimétrico aumentou com o valor da dose absorvida. Este fato pode ser atribuído à formação de ligações cruzadas nos polímeros expostos à radiação ionizante o que tornou a estrutura do gel mais rígida [11, 48].

Na Figura 4. 14(a) foram sintetizados os perfis de todos os mapas apresentados para a taxa de relaxação transversal R2, e na Figura 4. 14(b) para os valores médios da rigidez transversal, obtidas a partir dos elastogramas. Esses perfis forma extraídos a partir de uma linha de interesse central nas imagens.



(a) (b)

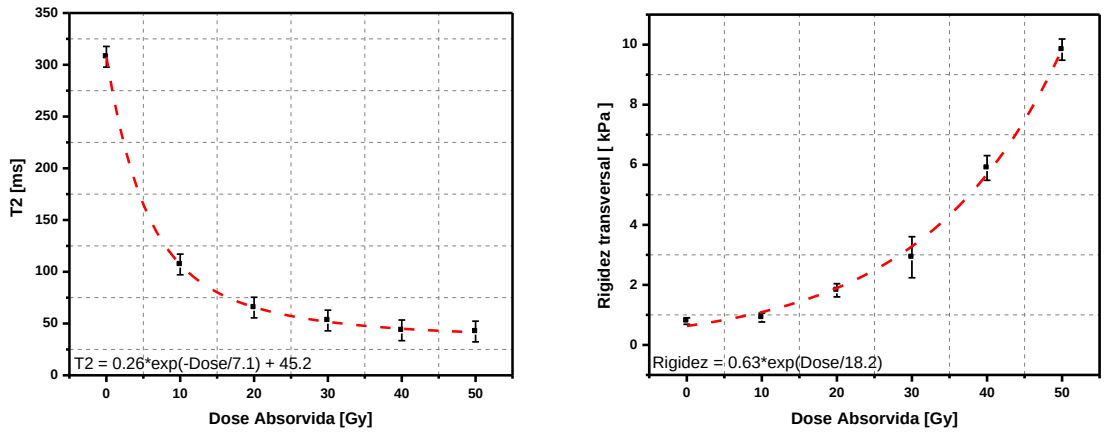
Figura 4. 14: Perfil dos mapas dos tempos de relaxação (a) e de ondas (b), obtidos a partir da média de três regiões de interesse lineares na direção do eixo-*x* ou profundidade.

Na Figura 4. 14 foi observado que os valores de R2 cresceram de forma desigual, apresentando uma maior variação relativa para os fantomas com menores doses absorvidas. Enquanto os valores da rigidez acumularam uma maior variação relativa para as altas doses absorvidas. A partir desses perfis, notou-se que os elastogramas apresentaram maior sensibilidade para doses elevadas. Uma maior variação pode ser obtida quando comparado aos mesmos valores consecutivos de dose nos mapas de R2.

A relação entre os valores médios de T2 e a dose absorvida pelos fantomas, apresentada na Figura 4. 15(a) exibiu uma tendência de decaimento exponencial, onde a constante de decaimento foi determinada e igual a 0,14 ms/Gy. Diferentemente de T2, a rigidez aumentou em função da dose absorvida e foi mais sensível a altas doses. A distribuição elástica na

região irradiada foi em consequência da polimerização do gel produzido pelo feixe de radiação. Os valores de rigidez transversal representados na Figura 4. 15(b) foram medidos a partir de uma região retangular de interesse de 6,2 x 6,2 mm^2, correspondente à região de propagação homogênea da onda.

Estudos recentes demonstram que a presença de formaldeído tem aumentado o ponto de fusão e a sensibilidade a RRM em dosímetros de gel *MAGIG* [35]. A radiação aumentou o número de ligações cruzadas nos géis contribuindo para elevação do seu ponto de fusão naquela região. Como reportado por vários autores [32, 48] a polimerização dos monômeros foi proporcional, em certa faixa, à dose absorvida. Desta forma, a mobilidade dos prótons no volume irradiado foi diminuída levando a uma redução dos valores de T2. Como era de se esperar, o número de monômeros do gel que foi sensibilizado pela ação da radiação foi uma função da energia depositada no meio.



(a) (b)

Figura 4. 15: Respostas "elasto-dosiméticas" do gel *MAGIC*. (a) Tempo de relaxação transversal T2 *vs.* dose absorvida com ajuste mono-exponencial decrescente. (b) Rigidez transversal média *vs.* dose absorvida nos fantomas com ajuste mono-exponencial crescente.

Na Figura 4. 15(b), a rigidez foi mostrada em função de cinco diferentes doses absorvidas, onde cada ponto no gráfico corresponde à rigidez transversal média, calculada a partir da frequência de excitação de 250 Hz, com ajuste exponencial aplicado ao conjunto de dados experimentais. Desta forma, pôde-se ilustrar o comportamento da rigidez transversal média em altas doses aplicadas ao dosímetro gel.

Foi observado que o valor médio da rigidez transversal aumenta sistematicamente com o aumento da dose absorvida com uma excelente correlação (R^2 > 0.99). Como explicado

anteriormente, uma correlação também excelente (R^2 > 0.99) foi observada para os tempos de relaxação transversal em função da dose absorvida.

A Figura 4. 16 mostrou a relação entre a média de T2 *versus* a rigidez média da região irradiada com um fator de correlação R^2 >0.99.

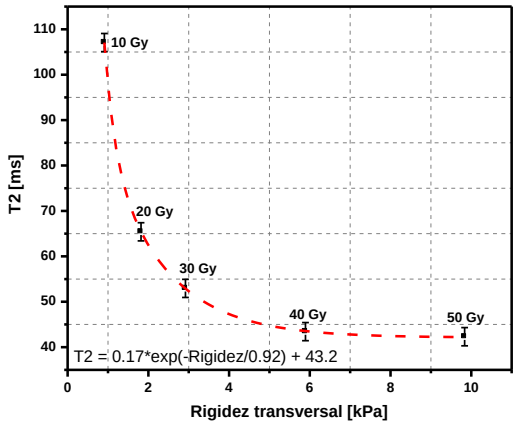


Figura 4. 16: Tempo de relaxação transversal (T2) do gel dosimétrico em função da rigidez transversal de fantomas com diferentes doses absorvidas.

Com base no gráfico da Figura 4. 16 pôde-se observar que o método RRM foi mais sensível para baixas doses absorvidas, enquanto o ERM foi mais sensível para doses maiores. Interações complexas entre as macromoléculas que compõem o gel poderiam ser responsáveis pela resposta não linear do gel dosimétrico.

A relaxometria por ressonância magnética foi uma técnica que apresentou um grande potencial na estimativa de baixas doses absorvidas por meio de medidas do tempo de relaxação transversal T2 dos prótons. Por meio de mapas de relaxação tornou-se possível visualizar morfologicamente como a dose foi depositada no gel dosimétrico. Estes mapas são representações quantitativas dos tempos de relação T2 ou das taxas de relaxação transversal dos prótons (R2=1/T2). Visto que os resultados obtidos pela elastografia por ressonância magnética têm sido representações quantitativas das propriedades mecânicas do meio e estão relacionadas à quantidade de dose absorvida, pôde-se fazer uma relação entre a dose e a rigidez da área irradiada. A Figura 4. 17, ilustrou a correlação entre os mapas de elasticidade e a taxa de relação transversal para as respectivas doses absorvidas.

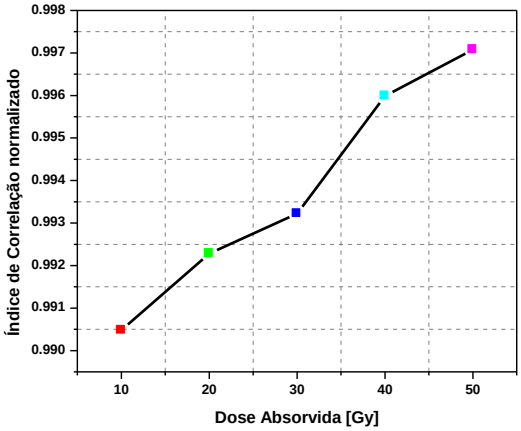
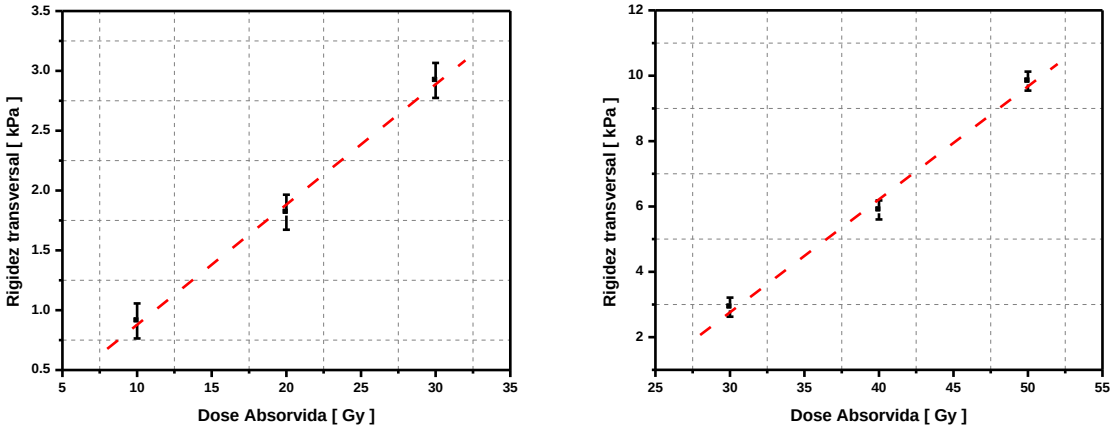


Figura 4. 17: Índice de correlação entre os mapas dos tempos de relaxação e os elastogramas para as respectivas doses absorvidas.

Notou-se que uma boa correlação morfológica foi observada entre as imagens das diferentes técnicas de RM. Os valores do coeficiente de correlação variaram entre 0,990 a 0,997, para doses absorvidas no intervalo de 10 a 50 Gy. Este comportamento ascendente de correlação já era esperado, visto que, ao aumentarem-se os valores de dose depositada no gel, as imagens tanto da RRM quanto da ERM apresentaram uma melhor definição das zonas irradiadas e consequentemente uma melhor correlação morfológica.

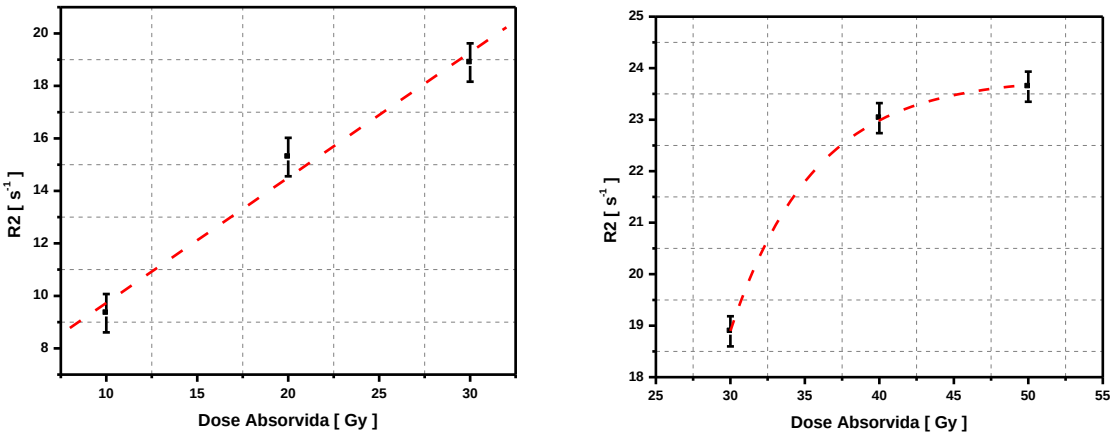
Com o intuito de melhor compreender o comportamento da dose absorvida em função da rigidez e da taxa de relaxação para baixas e altas doses, as curvas ilustradas na Figura 4. 18 foram divididas em duas faixas de dose (10-30 Gy) e (30-50 Gy). Observou-se que a rigidez em função da dose apresentou uma tendência quase linear, para valores de dose relativamente baixas.



(a) (b)

Figura 4. 18: Representação gráfica para os valores da rigidez transversal em função da dose absorvida, considerada para valores relativamente baixos (a) e altos (b).

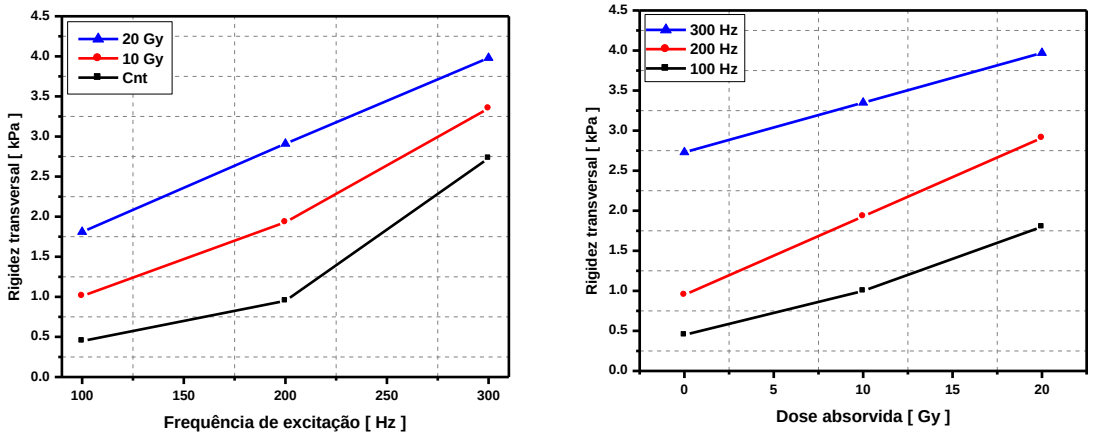
Na Figura 4. 19 encontram-se representados os perfis das taxas de relaxação transversal, R2, em função das duas faixas de dose absorvida. De forma semelhante aos resultados já apresentados pela literatura [90], os valores de R2 saturaram para valores elevados de dose, enquanto para doses inferiores a 30 Gy obteve-se uma dependência aproximadamente linear.



(a) (b)

Figura 4. 19: Representação gráfica para os valores da taxa de relaxação transversal, R2, em função da dose absorvida, considerada para valores relativamente baixos (a) e altos (b).

O comportamento da rigidez transversal do gel dosimétrico foi estudado em função da frequência, variando entre 100 e 300 Hz, como pode ser observado na Figura 4. 20(a). Observou-se que a resposta do gel no domínio da frequência seguiu uma tendência quase linear. Este crescimento constitui um resultado previsto teoricamente, Equação (27), visto que a rigidez transversal foi diretamente proporcional à frequência de excitação mecânica. Resultados semelhantes empregando ERM em fantomas de gelatina a base de agarose e para concentrações variando entre 1,5 a 3,5 % reportaram a mesma tendência de crescimento [91]. A Figura 4. 20(b) ilustrou o comportamento da rigidez transversal em função da dose absorvida, para as frequências de 100, 200 e 300 Hz.



(a) (b)

Figura 4. 20: Gráficos das tendências para a rigidez transversal dos fantomas dosimétricos em função da frequência de excitação mecânica (a) e da dose absorvida (b).

Ondas mecânicas propagando-se estavam sujeitas às mesmas leis de refração, difração e reflexão como apresentado no Capítulo VII, Apêndice F. Dependendo das dimensões e forma do meio onde ocorreu, um destes fenômenos poderia se manifestar. Nos ensaios de propagação de onda mecânica no interior do gel dosimétrico, observou-se que o de reflexão foi o que mais se pronunciou. Devido ao gel ter sido mantido dentro do recipiente plástico, o qual possui valor de impedância acústica diferente do gel, as ondas refletidas e transmitidas puderam ser observadas aplicando filtro direcional [89] aos mapas de ondas. A Figura 4. 21 ilustrou o perfil extraído do mapa de ondas observado no fantoma com dose absorvida de 50 Gy, empregando uma frequência de excitação de 250 Hz.

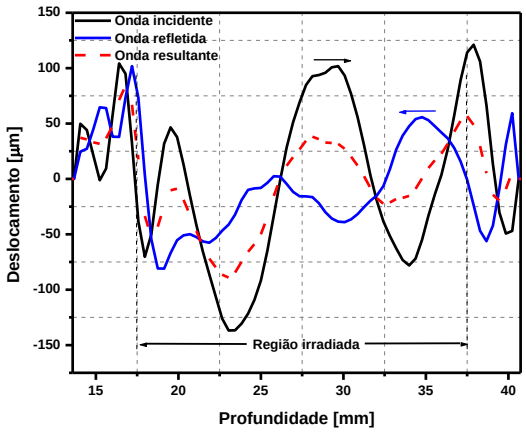


Figura 4. 21: Perfil das ondas incidente, refletida e a resultante do fenômeno de interferência durante a propagação da onda mecânica no gel na direção do eixo-x ou da profundidade.

A onda incidente antes de ser refletida apresentava uma amplitude de pico em torno de 100 μm enquanto a onda refletida tinha sua amplitude em torno de 50 μm. Como se tratava de um sistema estacionário, a amplitude da onda resultante foi uma combinação de onda incidente e refletida. Após os fenômenos de interferência destrutiva e construtiva terem ocorrido, a amplitude da onda resultante ficou em torno de 50 μm.

Com base neste resultado viu-se que o fenômeno de reflexão, sozinho, causou grande degradação na amplitude da onda resultante. Fenômenos como este seriam indesejáveis, em experimentos elastográficos, uma vez que o algoritmo utilizado levava em consideração os valores da amplitude média para estimativa dos parâmetros elásticos do gel. No entanto, com a aplicação do filtro direcional puderam-se amenizar estes efeitos em particular.

IV. 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em geral, as propriedades físicas de materiais são medidas pela aplicação de uma tensão (torção, pressão, ou força de cisalhamento). A partir da deformação resultante, propriedades elásticas do material, tais como módulo de Young, coeficiente de Poisson, módulo elástico transversal e os módulos volumétricos poderiam ser calculados, mas não foram no presente trabalho. As propriedades elásticas de um meio podem ser completamente definidas quando a tensão é aplicada aos planos que compõem o volume espacial do objeto, mediando a deformação resultante.

Em elastografia por RM a amplitude de deslocamento dos *spins* pode ser estimada diretamente da frente da onda. Enquanto a distribuição espacial da amplitude de deslocamento, em um dado instante de tempo, possibilita a medida do comprimento da onda transversal dentro do meio, a atenuação pode ser calculada medindo o decréscimo na taxa de variação do deslocamento em função da distância da fonte de excitação. Desta forma, podem ser calculadas as propriedades viscosas do meio. As características de dispersão do meio podem ser estimadas observando a velocidade e atenuação da onda mecânica em função da frequência. O fenômeno de dispersão das ondas mecânicas é um parâmetro importante para caracterização de tecidos em aplicações que envolvem imagens médicas. Este parâmetro causa uma variação na fase dessas ondas, as quais podem ser medidas e a partir dessa informação a velocidade de propagação pode ser estimada.

De forma hipotética e com base na resposta não linear apresentada pelo gel dosimétrico, pode-se atribuir este comportamento ao fato do gel ser um material viscoelástico. Tem sido documentado que a densidade dos dosímetros de gel polimérico cresce quando a dose da radiação é aumentada [11, 92]. Entretanto, o algoritmo de inversão utilizado neste trabalho

para estimar os elastogramas assume a densidade como sendo constante para o cálculo da rigidez transversal. Desta forma, poderia a densidade do gel ter contribuído para o comportamento não linear observado. Estudos futuros são necessários para esclarecer e elucidar esse tipo de resposta. Informações volumétricas podem ser obtidas com alta resolução espacial utilizando-se RRM e ERM. Pela aquisição de várias imagens do volume é possível obter e mostrar a rigidez transversal, que representa a distribuição da dose absorvida em um padrão tridimensional.

A Elastografia por Ressonância Magnética é uma técnica que permite a medida de forma dinâmica o estudo da resposta viscoelástica de gel, bastando para isto a medida da velocidade de propagação e a atenuação do meio. Embora a ERM tenha apresentado elevada precisão como método quantitativo na avaliação da distribuição espacial do módulo de elasticidade transversal para o gel dosimétrico, o valor absoluto pode ser dependente da geometria de inclusão. O efeito de não homogeneidade da área irradiada sobre a estimativa da distribuição de dose a partir da avaliação da rigidez transversal, também deve ser estudada em experimentos futuros. Esta técnica poderia ser particularmente vantajosa devido ao bom desempenho em altos níveis de dose de radiação, comumente utilizadas em tratamentos radioterápicos. A princípio os resultados indicam a possibilidade de se estimar a dose absorvida em gel dosimétrico a partir da estimativa da rigidez transversal. No entanto, estudos mais aprofundados e detalhados são necessários para que possa ter uma reprodutividade na dose a partir da rigidez do meio. Este tipo de “dosimetria” pode ser apelidado de Elasto-dosimetria tridimensional por RM.

CAPÍTULO V

Simulação numérica do “speckle” por Vibroacustografia

V. 1. INTRODUÇÃO

A análise da reflexão e transmissão do sinal de ultrassom é um método simples e comum na maioria das aplicações envolvendo diagnóstico por ultrassom. No modo Pulso-Eco em que apenas a reflexão é medida o mesmo transdutor que transmite o feixe de ultrassom também faz a leitura do sinal refletido (eco).

Na literatura, convencionou-se denominar os sinais refletidos por linhas de RF (rádio frequência), mas na verdade os termos RF provêm da língua Inglesa e significam *reflection factor* ou simplesmente fator de reflexão. O intervalo de tempo entre a emissão do pulso e a detecção do eco está diretamente correlacionado com a profundidade do refletor. A técnica de ultrassom modo-B (Brilho) faz uso do princípio de transmissão e recepção dos pulsos. Os sinais recebidos, depois de processados, são apresentados em forma de mapa de brilho, representando a amplitude dos sinais espalhados pelo objeto.

Os transdutores modernos empregados para esta modalidade de imagem são compostos por um conjunto (*array*) de elementos piezoelétricos, arranjados de forma linear ou matricial (*phased array*). Cada pulso de ultrassom gera uma linha axial de eco (linha de RF).

Na verdade, propriedades físicas significativas ocorrem em um espaço tridimensional e um sistema mais acurado é necessário para estudar a dependência especial da posição dos espalhadores em espaço 3D. Vários estudos na literatura têm explorado modelos de reconstrução de imagem modo-B. Ao se empregar uma função de espalhamento de ponto tridimensional (*point spread function*, *PSF*-3D), torna-se possível estimar de forma mais completa as propriedade de um objeto, uma vez que esta função representa a *PSF* do sistema de investigação.

Andrews e Hunt, em 1979, publicaram um trabalho onde eles assumem que para a formação da imagem, a *PSF* do sistema tinha que ser linear, ter as variáveis separáveis e invariantes por translação [93]. Se a *PSF* é uma função separável, a convolução de suas componentes espaciais irá gerar um perfil para campo acústico, o qual corresponderá aproximadamente ao de uma função Gaussiana tridimensional na região de campo distante [94]. A aproximação empregando o método convolucional é somente aplicável quando o meio é representado por uma distribuição contínua dos pontos espalhadores. A adoção desse modelo para simulação, apesar de ser um procedimento relativamente rápido, em termos computacionais, tem a desvantagem de se perder o realismo das imagens simuladas.

Empregando o modelo desenvolvido por Jensen (1992), que relaciona a geometria do transdutor ao campo acústico gerado, torna-se possível explorar a contribuição devido a espalhadores situados fora dos eixos de simetria. Neste caso, a superfície do transdutor é dividida em pequenos retângulos fazendo com que seja possível simular os campos ultrassônicos para diferentes geometrias e formas de excitação. A única restrição imposta à simulação foi a exigência do sistema se comportar de forma linear, ou seja, o transdutor responde linearmente aos sinais recebidos.

Em 1975, Goodman publica um trabalho dedicado ao estudo dos fenômenos das flutuações do brilho em Laser óptico [95]. Desde então, significativos estudos vêm sendo desenvolvidos para se entender esse fenômeno. Em 1978, inspirado pelo trabalho pioneiro de Goodman, Burckhardt publicou um trabalho em que associa esses fenômenos a padrões equivalentes observados em imagens de ultrassom diagnóstico [96]. A essas flutuações na textura da imagem Burckhardt deu o nome de *Speckle*. Ele observou que os pontos claros e escuros nas imagens de ultrassonografia são basicamente fenômenos de interferência construtivos e destrutivos. Seguindo a metodologia desenvolvida por Goodman, Burckhardt desenvolveu a teoria estatística para os padrões de interferência, baseada na idéia do caminho aleatório no plano complexo. De forma idêntica ao do *speckle* em Laser, exceto que, o mecanismo é modelado consistindo de uma grande quantidade de espalhadores dentro da célula de resolução do transdutor. Palmeri e colaboradores (2006) demonstraram que é necessário um número mínimo de 11 espalhadores por célula de resolução para que o fenômeno ocorra [97]. Em sistemas pulso-eco, o completo desenvolvimento desse fenômeno de interferência se dá com um valor de 1.91 para a relação sinal-ruído (*SNR*) do sistema [98].

Wagner *et al*. (1983), mostraram que a magnitude e a fase do sinal seguem distribuições estatísticas diferentes, sendo que a magnitude relaciona-se com a distribuição de Rayleigh e a fase com a Gaussiana. Bamber e Dickinson, em 1980, demonstraram que o fenômeno especular observado em seu modelo não-homogêneo de tecido é decorrente das características da *PSF* e não das flutuações do sinal recebido. Assim, os *speckles* observados em uma imagem são devido à natureza coerente da radiação, produzidos pelo sistema de medida [99-100]. Dessa forma, os *speckle*s não representam estruturas diretamente ligadas ao tecido, os quais não podem ser resolvidos separadamente [101]. Neste caso, a dimensão de cada um dos espalhadores encontra-se em uma ordem de grandeza muito inferior ao comprimento de onda do sistema de imagem. No entanto, esses espalhadores abaixo da resolução são capazes de afetar a magnitude e a fase do sinal espalhado.

V. 2. OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho foi verificar a existência de *speckle* em imagens de vibroacustografia por meio de simulações numéricas dos campos acústicos gerados por um transdutor confocal e esférico, empregando funções de espalhamento de ponto tridimensional.

V. 3. MATERIAIS E MÉTODOS

V. 3.1. Simulação teórica dos sistemas de imagem acústica

V. 3.1.1. Princípios físicos da emissão acústica em Vibroacustografia

A emissão acústica modulada ($P_{\Delta\omega}$) pode ser modelada conforme indicado pela Equação (31) [42]

$$P_{\Delta\omega}(\vec{r},t) = 4\rho c^2 H_{\Delta\omega}(l) Q_{\Delta\omega} F_{\Delta\omega}(\vec{r},t), \tag{31}$$

em que ρ é a densidade do fluído, c a velocidade longitudinal do som no meio, $H_{\Delta\omega}$ a função transferência (expressa o efeito do meio no campo de emissão acústica) , $Q_{\Delta\omega}$ o fluxo acústico total por unidade de força (relaciona-se com admitância do meio), $F_{\Delta\omega}$ a força de radiação e $\Delta\omega$ a frequência de modulação da radiação ultrassônica.

A pressão $p_{\Delta\omega}(\vec{r}_h \mid \vec{r}_s)$ medida no hidrofone, na posição $r_h = (x_h, y_h, z_h)$, proveniente de uma simples fonte ou espalhador localizado em $r_s = (x_s, y_s, z_s)$ pode ser modelada por [102]:

$$p_{\Delta\omega}(\vec{r}_h \mid \vec{r}_s) e^{-j\Delta\omega t} = -j\Delta k \rho c S_{\Delta\omega} g_{\Delta\omega}(\vec{r}_h \mid \vec{r}_s) e^{-j\Delta\omega t}, \tag{32}$$

em que $j = \sqrt{-1}$ é a unidade complexa, $\Delta k = \Delta\omega / c$ o número de onda, $S_{\Delta\omega}$ a fonte espalhadora com amplitude unitária, $g_{\Delta\omega}(\vec{r}_h \mid \vec{r}_s)$ a função de Green definida pela Equação (33),

$$g_{\Delta\omega}(\vec{r}_h \mid \vec{r}_s) = \frac{e^{j\Delta k \cdot R(\vec{r}_s)}}{4\pi R(\vec{r}_s)}, \tag{33}$$

em que

$$R = \left|\vec{r}_h - \vec{r}_s\right|^2 = \left(x_h - x_s\right)^2 + \left(y_h - y_s\right)^2 + \left(z_h - z_s\right)^2, \tag{34}$$

sendo R a distância entre a fonte e o hidrofone. O campo acústico é calculado sob a suposição de que a radiação se propaga em meio isotrópico, homogêneo e não dispersivo. A fonte atua como uma fonte pontual e é menor que as características proeminentes da função de espalhamento de ponto da força de radiação acústica.

Para uma fonte simples, localizada na posição $\vec{r}_s$, tem-se que:

$$H_{\Delta\omega}(l)Q_{\Delta\omega} = -j\Delta\omega\rho\frac{e^{j\Delta kR(\vec{r}_s)}}{4\pi R(\vec{r}_s)}. \tag{35}$$

Substituindo a Equação (35) na (31), obtém-se a Equação (36),

$$P_{\Delta\omega}(\vec{r}_s, t) = -j\Delta\omega\rho^2 c^2 \cdot \frac{e^{j\Delta kR(\vec{r}_s)}}{\pi R(\vec{r}_s)} \cdot F_{\Delta\omega}(\vec{r}_s, t). \tag{36}$$

Os modelos matemáticos para a *PSF* podem ser escritos no formato de equações diferenciais ordinárias ou parciais. A solução desses modelos pode ser analítica ou numérica.

A solução analítica descreve a distribuição da pressão, velocidade da partícula e intensidade ao longo dos eixos de simetria e na vizinhança do plano focal, perpendicular ao eixo do centro de curvatura [103]. Chen *et al*. [104] calculou a solução analítica explícita no plano focal *x-y* e na direção axial. Para isso, foi empregado um modelo de transdutor com geometria confocal de dois elementos. A pressão foi estimada na região do plano focal, dada pelas Equações (37), (38) e (39).

$$F(x_s, y_s) = \frac{\rho \cdot u_0^2 \cdot \pi^2 \cdot a_1^2}{\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot z_0^2} \cdot jinc\left(\frac{r_s \cdot a_1}{\lambda_1 \cdot {z_0}^2}\right) \cdot \left[a_{22}^2 \cdot jinc\left(\frac{r_s \cdot a_{22}}{\lambda_2 \cdot z_0}\right) - a_{21}^2 \cdot jinc\left(\frac{r_s \cdot a_{21}}{\lambda_2 \cdot z_0}\right)\right]; \tag{37}$$

$$F(z_s) = \rho \cdot u_0^2 \cdot \frac{z_0^2}{z_s^2} \cdot \left|1 - exp\left(\frac{i \cdot \pi \cdot a_1^2}{\lambda_1 \cdot z_0} \cdot \frac{z_s}{z_s + z_0}\right)\right| \cdot \left|exp\left(\frac{i \cdot \pi \cdot a_{21}^2}{\lambda_2 \cdot z_0} \cdot \frac{z_s}{z_s + z_0}\right) - exp\left(\frac{i \cdot \pi \cdot a_{22}^2}{\lambda_2 \cdot z_0} \cdot \frac{z_s}{z_s + z_0}\right)\right|; \tag{38}$$

$$F_{\Delta\omega}(\vec{r}_s, t) = F(x_s, y_s) \cdot F(z_s) \cdot \cos(\Delta\omega t). \tag{39}$$

em que λ_1 e λ_2 representam o comprimento de onda ultrassônica, z_0 a distância focal, a_1 o raio do elemento interno, a_{21} e a_{22} os raios interno e externo do elemento anelar.

A solução analítica é chamada de solução fechada e para ser possível exige uma série de suposições e restrições. A solução numérica é usada onde a solução analítica não é possível devido à complexidade das condições de contorno impostas e a própria não linearidade das equações descritivas do problema. A qualidade da solução é determinada pelo tempo disponível para a simulação que limita a complexidade do modelo a ser resolvido.

Visto que $F_{\Delta\omega}(\vec{r}_s)$ representa a *PSF* e relaciona a geometria do transdutor ao campo acústico gerado, definido pelo transdutor usado. Em uma dimensão, na região do plano focal, a solução pode ser obtida tanto analiticamente quanto numericamente. A forma analítica corresponde a uma solução explicita para a equação, enquanto a numérica é dada de forma aproximada.

Os transdutores podem ser construídos de maneira que uma excelente aproximação entre a pressão calculada e a medida seja possível. Para uma coleção de N espalhadores pontuais, em que o *n-ésimo* espalhador está localizado na posição $\vec{r}$, a Equação (36) poderá ser reescrita na forma da Equação (40),

$$P_{\Delta\omega}(\vec{r},t) = -j\cdot\Delta\omega\cdot\rho^2\cdot c^2\cdot\sum_{n=1}^{N}\frac{e^{j\Delta k\cdot R_n(\vec{r})}}{\pi\cdot R_n(\vec{r})}\cdot F_{\Delta\omega}(\vec{r}_n,t). \tag{40}$$

Considerando-se a distância entre dois espalhadores, de forma que $\left|\vec{r}_{s,n}-\vec{r}_{s,n+1}\right| << \left|\bar{R}_n\right|$ seja muito menor que a distância média deles para o hidrofone, a seguinte aproximação é possível para um dos termos da Equação (40), em que $\bar{R}_n \approx$ constante e não mais depende da posição $\vec{r}$.

Dessa forma, assumindo que $\bar{R}_n$ possui um valor constante, a Equação (40) é reescrita na forma da Equação (41),

$$P_{\Delta\omega}(\vec{r},t) = -\frac{j\cdot\Delta\omega\cdot\rho^2\cdot c^2}{\pi\cdot\bar{R}}\cdot\sum_{n=1}^{N}e^{j\Delta kR(\vec{r})}\cdot F_{\Delta\omega}(\vec{r}_n,t). \tag{41}$$

O arranjo experimental idealizado para esta simulação consiste em uma excitação por radiação ultrassônica focalizada e modulada por dois feixes concêntricos e na detecção do som emitido pela vibração do elemento de volume excitado na frequência de modulação. O feixe modulado foi gerado seguindo o arranjo experimental descrito por Chen *et al*. [104], ou seja, considerando dois elementos com geometria esférica, concêntricos, com um foco comum na região de interesse e excitados com diferença de frequência angular $\Delta\omega$. O registro do som emitido pela vibração do elemento de volume excitado com frequência $\Delta\omega$ foi considerado em um ponto fixo a uma distancia $\bar{R}_n$. Em atividades experimentais esse som é adquirido com um hidrofone posicionado próximo à amostra. A imagem de *vibroacustografia* é formada por meio da varredura do feixe de excitação na região de interesse da amostra. A Figura 5. 1 ilustra detalhes desse arranjo experimental usado nas simulações de Vibroacustografia apresentadas neste capítulo.

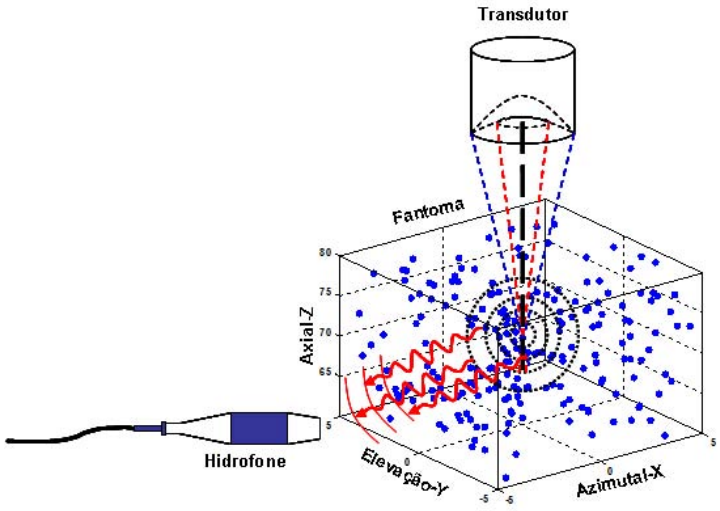


Figura 5. 1: Representação ilustrativa do sistema de vibroacustografia empregado nas simulações. Modelo tridimensional do fantoma, transdutor e hidrofone.

No intuito de se estimar a amplitude complexa resultante deste processo de espalhamento acústico, a Equação (41) será reescrita na forma da Equação (42),

$$P_{\Delta\omega}(\vec{r},t) = A_{\Delta\omega}(\vec{r}) \cdot F_{\Delta\omega}(\vec{r},t), \tag{42}$$

em que $A_{\Delta\omega}(\vec{r})$ representa a amplitude complexa do fasor e pode ser decomposta em duas componentes (magnitude e fase), presentes na Equação (43):

$$A_{\Delta\omega}(\vec{r}) = \left| \frac{\Delta\omega \cdot \rho^2 \cdot c^2}{\pi \cdot \bar{R}} \right| \cdot e^{j[\Delta k \cdot R(\vec{r}) - \pi/2]}. \quad (43)$$

Essas duas componentes da amplitude complexa podem ser representadas no plano complexo em termos de $\left|\Delta\omega \cdot \rho^2 \cdot c^2 / \pi \cdot \bar{R}\right|$, que representa a magnitude e $\left[\Delta k \cdot R(\vec{r}) - \pi/2\right]$ a fase do fasor amplitude.

A intensidade do fasor, dada pela Equação (43), pode ser escrita em termos da impedância acústica assim:

$$I_{\Delta\omega} = \left| \frac{\Delta\omega \cdot Z^2}{\pi \bar{R}} \right|^2, \quad (44)$$

em que $Z = \rho \cdot c_L$ representa a impedância acústica característica do meio, ρ é a densidade do meio não dispersivo, com constante de compressibilidade $\Delta\kappa = \left(\rho c_L^2\right)^{-1}$, em que c_L é a velocidade longitudinal da onda emitida.

Neste trabalho, a sequência das simulações realizadas foi dividida em duas partes. Na primeira realizou-se a simulação das imagens modificadas do sistema de ultrassom pulso-eco, com frequência dada em MHz. Os dados da simulação foram obtidos a partir do princípio do ultrassom modo-B, em que as imagens são geradas pela varredura do feixe de ultrassom no plano tomográfico y-z.

Depois de adquiridas todas as linhas de RF, a imagem modo-B foi gerada no plano focal e transversal à direção do feixe. Este procedimento foi realizado com o intuito de se fazer uma comparação entre as imagens de ultrassom modo-B e as de VA. Na segunda, objetivou-se o desenvolvimento de imagens utilizando os princípios da técnica de vibroacustografia. Para isso, foi empregada força de radiação pulsada, focalizada e com frequência de modulação em 50 kHz. As imagens geradas a partir dessas técnicas acústicas representam os padrões de interferências desencadeados por pontos espalhadores distribuídos aleatoriamente no interior do fantoma.

V. 3.1.2. Simulação numérica dos transdutores da Vibroacustografia

A força de radiação foi produzida usando um transdutor confocal composto de dois elementos com frequências centrais ligeiramente diferentes, $f_1 = 3{,}00$ MHz para o elemento

central e $f_2 = 3{,}05$ MHz para o elemento anular. Os raios dos elementos foram de a_1 = 14,8 mm para o mais interno, a_{21} = 16,8 mm a_{22} = 22,5 mm para os raios internos e externos do elemento anelar externo. Ambos os elementos têm distância focal comum igual a 70 mm e foram posicionados de tal maneira que os feixes de ultrassom atingem o volume irradiado no mesmo ponto confocal produzindo o fenômeno de batimento, $\Delta f = f_2 - f_1$.

A *PSF* para os dois sistemas de imagem foi numericamente simulada de forma tridimensional, usando subrotinas do programa Field II. O transdutor foi movido em passos de 0,25 mm com uma matriz de aquisição de 128 × 128 *pixels* correspondendo a uma área de 10 × 10 mm^2. O feixe de excitação ultrassônico modulado foi gerado em modo pulsado com 4 ciclos de repetição e tendo um tempo de duração de 20 μs cada. O som produzido pela vibração dos alvos pontuais foi registrado no ponto (x = 0, y = 100 mm e z = 70 mm) em relação ao centro do transdutor.

V. 3.1.3. Varredura tridimensional pelo feixe de radiação

A varredura pela força de radiação é tipicamente realizada sobre uma grade pré-definida para formar a imagem. Cada elemento pontual da grade tem a coordenada definida por (x_g, y_g, z_g). A contribuição da força de radiação em cada espalhador, na posição $r_g = (x_g, y_g, z_g)$, é avaliada quando o feixe encontra-se centrado em cada ponto da grade.

A *PSF* do transdutor é definida por $F_{\Delta\omega}(r_F) = F_{\Delta\omega}(x_F, y_F, z_F)$, em que o transdutor está centrado em (x_F, y_F, z_F). Durante a varredura o centro do transdutor é movido em duas dimensões (plano *x*-*y*). Para cada ponto da grade varrido, estabeleceu-se que $r_F = r_g$. Para uma coleção de N pontos espalhadores, em que o *n-esimo* está localizado em $r_{s,n}$, o termo referente à fonte $S_{\Delta\omega,n}$, presente na Equação (32), é calculado pela Equação (45),

$$S_{\Delta\omega,n} = F_{\Delta\omega}\left(x_g - x_{s,n}, y_g - y_{s,n}, z_g - z_{s,n}\right). \tag{45}$$

A emissão acústica é estimada pela Equação (46),

$$P_{\Delta\omega}\left(x_g, y_g, z_g\right) = -j\Delta\omega\rho^2 c^2 \sum_{n=1}^{N} \frac{e^{j\Delta k R_n}}{\pi R_n} F_{\Delta\omega}\left(x_g - x_{s,n}, y_g - y_{s,n}, z_g - z_{s,n}\right), \tag{46}$$

sendo $R_n = |r_h - r_{s,n}|^2$.

Em cada ponto da grade de varredura, a contribuição da emissão acústica para cada um dos N espalhadores é calculada e essas contribuições são somadas. Essa é essencialmente uma operação de convolução (Equação (45)) da *PSF* com os espalhadores, os quais atuam como funções impulso e as contribuições são, em seguida, adicionadas.

A convolução espacial é, então, obtida pela translação da função de espalhamento pontual para um diferente ponto da grade e a emissão acústica é novamente calculada para encontrar a contribuição de cada espalhador. A resposta é mais intensa para regiões próximas ao foco do transdutor e, naturalmente, irá diminuir à medida que se afasta do ponto focal. O ponto focal da *PSF* pode ser definido como $r_{fp} = (x_{fp}, y_{fp}, z_{fp})$ e limites podem ser impostos para ignorar espalhadores fora de uma determinada distância do ponto focal. Esses limites são definidos pelas Equações (47),

$$x_l = \left| x_g - x_{s,n} - x_{fp} \right|, \qquad y_l = \left| y_g - y_{s,n} - y_{fp} \right|, \qquad z_l = \left| z_g - z_{s,n} - z_{fp} \right|. \tag{47}$$

Simulações foram realizadas considerando a posição do transdutor como a origem do sistema de coordenada cartesiana em: (x = 0, y = 0, z = 0).

V. 3.1.4. Interação dos espalhadores com as respostas dos sistemas

As distâncias entre cada espalhador e o ponto de medida do som foram indicadas pelo hidrofone na Figura 5. 2. A amplitude e a fase da função de Green definem a propagação da onda acústica de cada espalhador para o hidrofone.

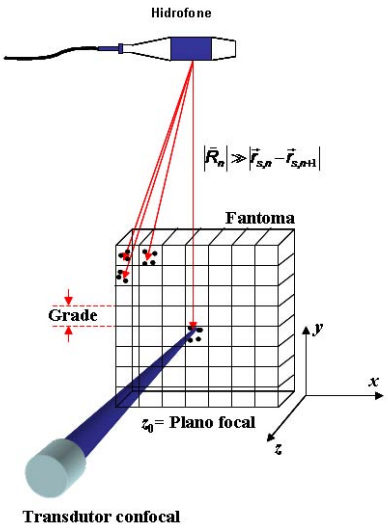


Figura 5. 2: Visualização do plano de varredura dividido em pequenas áreas quadradas.

Para avaliar numericamente a *PSF*, a extensão espacial do plano *x-y* foi limitada ao tamanho do campo simulado, neste caso 3 mm. Isso não afeta drasticamente os resultados, uma vez que a pressão neste local é menor que 40 dB em relação à pressão máxima na região do foco.

Se a distância entre o ponto da grade e o espalhador está dentro do campo simulado, a amplitude do ponto espalhador é então interpolada no plano bidimensional para obter o valor verdadeiro. Por fim, este resultado é multiplicado com a função de Green para simular a propagação da onda acústica para o hidrofone. A resposta final é representada pelo somatório da contribuição de cada um dos espalhadores.

V. 3.1.5. Simulação numérica do sistema de Ultrassom Pulso-Eco

No processo de formação da imagem por ultrassom, a amplitude e a fase do sinal espalhado são responsáveis pela geração da imagem. Durante o processo de demodulação, a amplitude da envoltória do sinal espalhado é extraída e, após ser processada, representa o mapa da intensidade de brilho. É importante observar que no mapa de brilho, a extensão das estruturas especulares exibidas é determinada pelo comprimento do pulso ultrassônico, e não representam a real dimensão do objeto refletor. O comprimento do pulso de ultrassom determina a resolução do sistema e depende de fatores tais como frequência e largura de banda [101].

Um transdutor circular esférico de raio a_{11} = 22.5 mm e distância focal de 70 mm foi empregado na simulação do sistema de ultrassom modo-B. A velocidade do som de 1540 m/s foi adotada, a qual corresponde à velocidade média de propagação do som em tecido mole. A frequência central f_0 empregada foi de 3 MHz, largura de banda de 35 dB e resolução temporal de $2\,\mu s$, frequência de amostragem de 100 MHz e janelamento temporal empregando a função filtro de Hanning. O intervalo de amostragem foi de Δt = 0,05 μs. A extensão axial foi de 256 pontos, os quais correspondem ao tempo de aproximadamente 13 μs para a onda percorrer o caminho de ida e volta. Este percurso equivale a aproximadamente 20 mm de profundidade na direção axial.

O feixe do transdutor foi posicionado para irradiar o volume, tendo seu centro geométrico coincidindo com o ponto focal do transdutor. Por razões de simplicidade na programação, o transdutor foi mantido fixo e o fantoma foi movido em passos de 0,25 mm. As linhas dos sinais de RF são geradas pelos espalhadores localizados na posição

$\vec{r} = (x, y, z)$, sendo obtidas pela multiplicação (convolução) da *PSF* com as funções espalhadoras para cada localização correspondente, dado pela Equação (48) [105],

$$P(\vec{r}, t) = \upsilon_{pe}(t) \underset{t}{\times} F_{in}(\vec{r}) \underset{r}{\times} H_{pe}(\vec{r}, t), \tag{48}$$

em que $\underset{t}{\times}$ e $\underset{r}{\times}$ denotam a convolução temporal e espacial, respectivamente. V_{pe} é a função pulso-eco e está relacionado com o acoplamento eletromecânico E_m do transdutor. F_{in} representa o meio espalhador e está relacionado com as perturbações na densidade e a velocidade de propagação. H_{pe} é a *PSF* espacial modificada [105] e está relacionada com a geometria do transdutor e a posição espacial dos espalhadores.

De acordo com Jensen [105] esses termos podem ser explicitados por:

$$\upsilon_{pe} = \frac{\rho_0}{2} E_m(t) \underset{t}{\times} \frac{\partial \upsilon(t)}{\partial t}; \tag{49}$$

$$F_{in}(r_1) = \Delta\rho(r_1)/\rho_0 - 2\Delta c(r_1)/c_0; \tag{50}$$

$$H_{pe}(r_1, r_5, t) = \frac{1}{c_0^2} \cdot \frac{\partial^2 H(r_1, r_5, t)}{\partial t^2}, \tag{51}$$

em que c é a velocidade do som e ρ a densidade do meio.

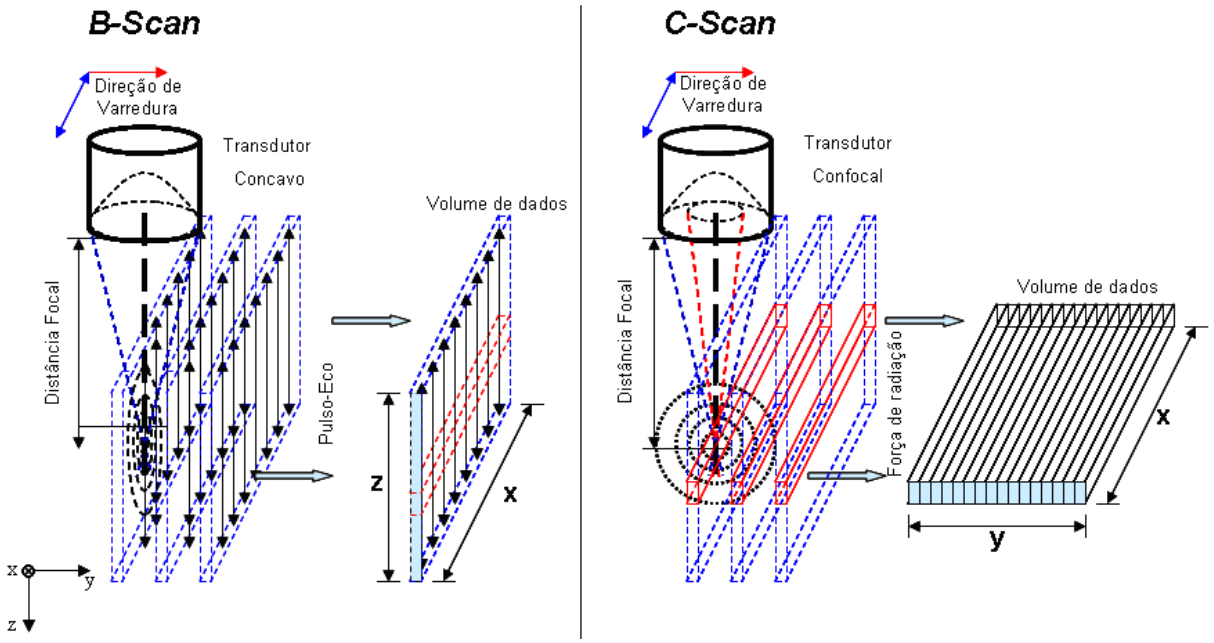
Para o processo de detecção foi assumido que o transdutor capta os sinais refletidos de forma linear. Assim, o sinal total refletido é igual à soma da contribuição individual de cada espalhador. Para todas as imagens foi empregada uma matriz de aquisição de 128 × 128 *pixels*, equivalendo à área de 10 × 10 mm^2 no fantoma em um plano perpendicular à direção do feixe.

V. 3.1.6. Função de espalhamento de ponto dos sistemas de imagem

A *PSF*-3D é válida para qualquer ponto no espaço e suas coordenadas referem-se ao sistema de coordenadas Cartesiano. Para este sistema, três eixos ortogonais são definidos. O eixo O*x*, contido no plano O*xy*, conhecido como eixo Lateral ou Azimutal; o eixo O*y*, contido no plano O*yz*, conhecido como eixo de Elevação e o eixo O*z*, contido no plano O*xz*, *conhecido como* eixo Axial. Foi adotado que a dimensão axial representa a direção principal de propagação dos pulsos, partindo do transdutor e indo até o objeto a ser investigado. Em vibroacustografia, a dimensão dos eixos de elevação (O*y*) e laterais (O*x*) juntos definem os

planos tomográficos O*xy*, ou fatia, da imagem exibida. Em ultrassom modo-B as dimensões lateral (O*x*) e axial (O*z*) definem os planos tomográficos, O*xz* de imagem.

Nas simulações realizadas foram utilizados os princípios do ultrassom modo-B. No entanto, a imagem final foi extraída do volume de dados e apresentado no plano de corte O*xy*, equivalente ao da vibroacustografia, como ilustrado na Figura 5. 3.



(a) (b)

Figura 5. 3: Representação esquemática dos sistemas acústicos e a forma como os dados são obtidos. Em (a) encontra-se ilustrada a técnica de varredura empregada em ultrassom pulso-eco. Enquanto, em (b) tem-se ilustrado o sistema de varredura utilizado pela vibroacustografia.

A imagem modo-B foi obtida empregando a mesma metodologia da varredura em grade usada na simulação das imagens de VA, em que a posição do feixe representa a forma como a *PSF* é deslocada ao longo do volume. Nas figuras a seguir encontram-se representadas simulações numéricas das *PSF* do transdutor confocal da vibroacustografia e do transdutor esférico do sistema de ultrassom pulso-eco.

Neste trabalho, as simulações do campo acústico foram desenvolvidas com base nos trabalhos de Jensen e Svendsen [106]. A função de espalhamento de ponto original utilizada no programa Field II [107] foi modificada para representar um transdutor esférico e outro confocal, composto por dois elementos concêntricos. O campo acústico pode ser calculado para diferentes condições e geometrias de interesse.

Este método de simulação é baseado na metodologia desenvolvida por Tupholme e Stepanis [108-110], o qual foi usado por Jensen no programa Field II [105]. Na simulação, a

convolução entre o pulso de transmissão, representado por uma senoide modulada com uma função Gaussiana, e a *PSF* do transdutor pulso-eco foi realizada.

V. 3.1.7. Modelo estocástico tridimensional de espalhadores aleatórios

Os fantomas foram simulados empregando um conjunto de até 400.000 pontos espalhadores distribuídos aleatoriamente no interior do volume. As simulações foram realizadas fazendo uso de diferentes números de espalhadores dentro do volume da célula de resolução, a qual é representada pela função de espalhamento de ponto do sistema de investigação.

O volume da célula de resolução pode ser caracterizado pela largura a meia altura em cada dimensão da *PSF* do sistema de VA e ultrassom pulso-eco. Para o transdutor confocal tem-se, aproximadamente, que $x = y = 10{,}0$ mm e $z = 20{,}0$ mm. Enquanto para o transdutor esférico no modo pulso tem-se que $x = y = 11{,}0$ mm e $z = 11{,}0$ mm e para o modo eco assumem-se os valores de $x = y = 0{,}8$ mm e $z = 9{,}0$ mm.

A distribuição estatística destes espalhadores dentro do volume obedeceu à função densidade de probabilidade Gaussiana. A coleção de espalhadores nos fantomas foi gerada de forma estocástica e suas posições distribuídas dentro do volume de dimensões espaciais dada por $(10 \times 10 \times 50)$ mm^3. A amplitude dos sinais dos espalhadores foi fixada como sendo igual a 1,0. A posição de cada espalhador dentro do fantoma é registrada, de forma que a mesma distribuição randômica possa ser usada em outras simulações, mantendo a distribuição original.

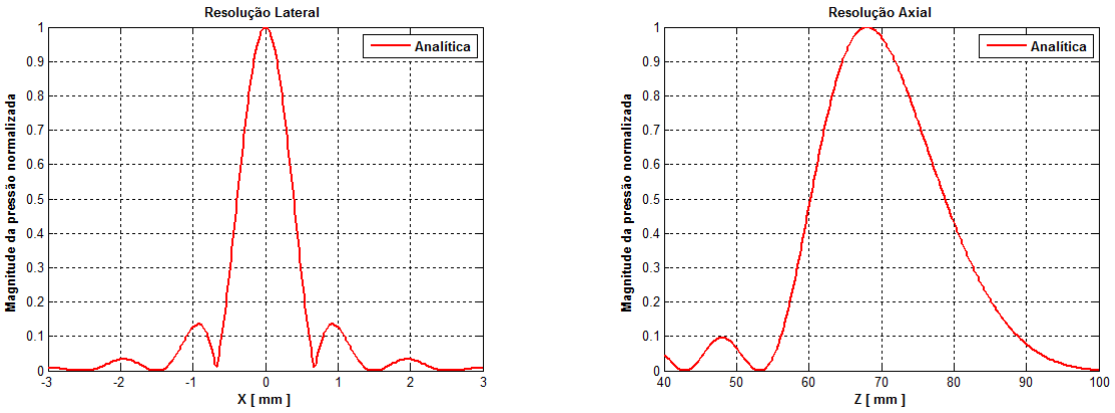
V. 3.1.8. Sistema computacional

As simulações foram realizadas empregando um cluster (grupo) de computadores do *Computational Structural Health Monitoring and Prognosis Group* da escola de Engenharia Civil da Universidade de Cornell na cidade de Ithaca, estado de Nova Iorque nos Estados Unidos. Esse sistema emprega computadores Hive2 SGI Altix XE 1300 de alto desempenho com 30 nós, dois processadores quad-core Xeon de 2,66 GHz, 8 MB L2 de cache (240 cores no total) equivalente a 8 GB de RAM/nó.

Os programas foram escritos em ambiente MATLAB 7.5® (R2007b) (The MathWorks Inc., Natick, MA, USA). Subrotinas do programa Field II, versão 3.1 foram usadas para simular o campo ultrassônico do transdutor. As simulações foram executadas em sistema operacional Linux SuSE Enterprise 10.1 e ScaliManage, acessado remotamente empregando um computador pessoal básico conectado a internet.

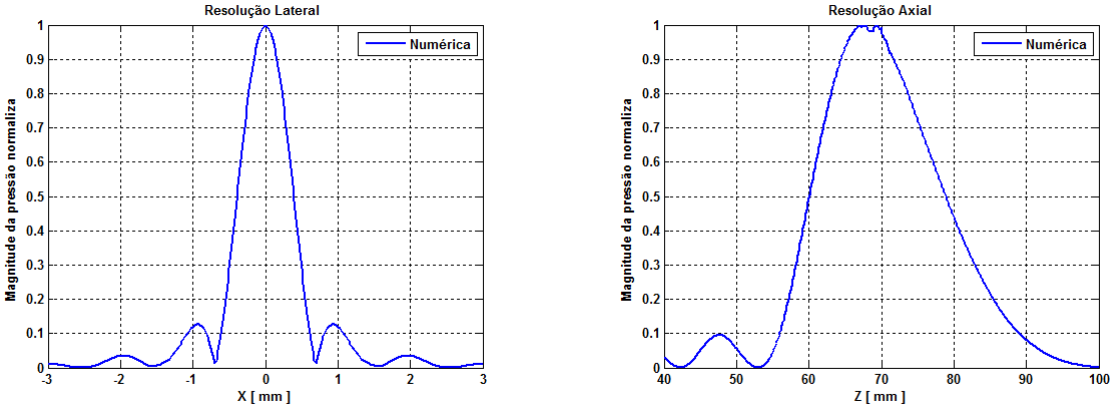
V. 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Na Figura 5. 4 e na Figura 5. 5 encontram-se ilustrados os perfis da pressão acústica nas direções lateral (Equação (37)) e axial (Equação (38)) empregando o modelo analítico [42], e o correspondente para o modelo numérico [111], respectivamente.



(a) (b)

Figura 5. 4: Simulação analítica da resolução lateral e axial da função de espalhamento de ponto estimada analiticamente.

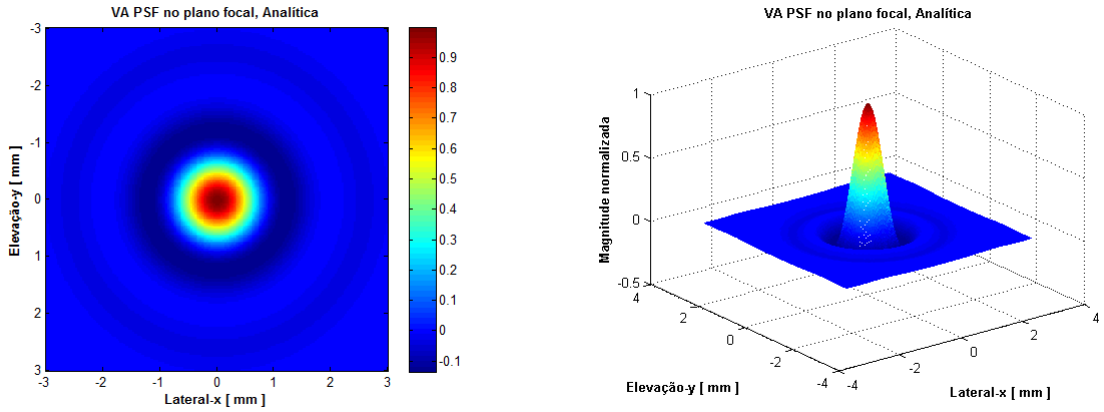


(a) (b)

Figura 5. 5: Simulação numérica da resolução lateral (esquerda) e axial (direita) da função de espalhamento de ponto calculada numericamente.

Os resultados apresentados na Figura 5. 4 e na Figura 5. 5 estão de bom acordo com os resultados experimentais obtidos por Chen *et al*. [104] e Mitri *et al*. [112], indicando que o modelo numérico aqui apresentado para a simulação do campo acústico foi condizente com a realidade física do problema. Para eventos localizados fora destes limites a função de

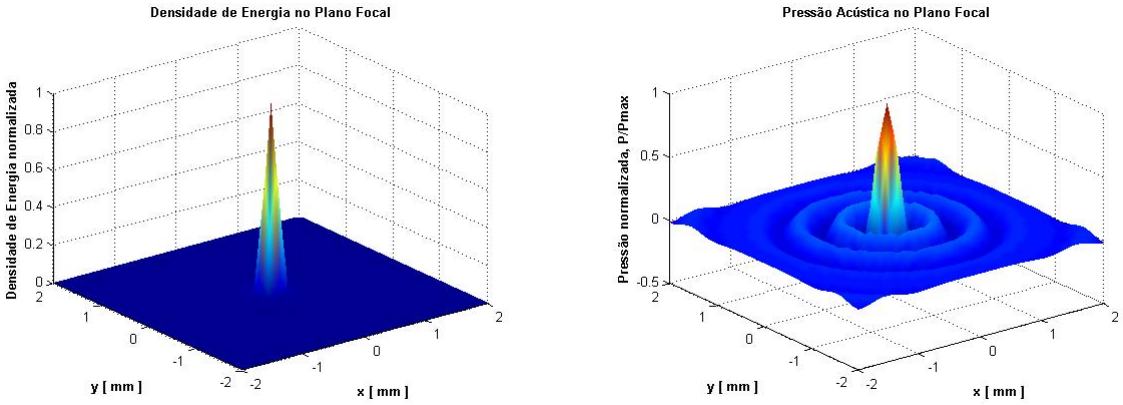
espalhamento de ponto seria não linear, logo espacialmente variante. Por outro lado a solução numérica permitiria estimar espalhamentos provenientes de regiões fora dos limites esperados pela solução analítica fechada (plano focal e eixo axial). Basicamente isto foi possível porque as equações utilizadas para simular o transdutor (função PSF) levaram também em consideração as posições dos espalhadores localizados fora do plano focal. Na Figura 5. 6 encontra-se representada a *PSF* analítica em um plano da região focal.



(a) (b)

Figura 5. 6: Função de espalhamento de ponto analítica em um plano na região focal.

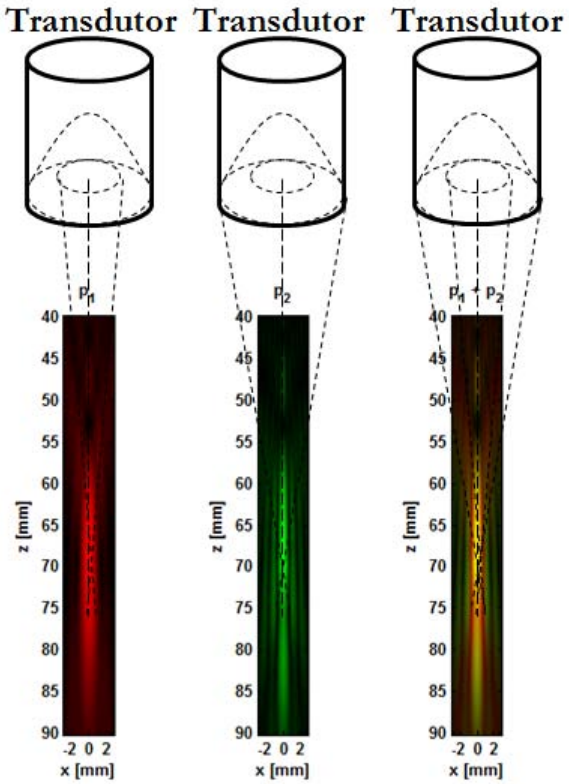
Sabe-se que a força de radiação é gerada a partir da interação do feixe de ultrassom colimado com objetos com formas e impedâncias arbitrárias. Esses objetos, que possuem propriedades mecânicas distintas, espalham e absorvem a radiação e são responsáveis por causar a mudança na densidade de energia da onda acústica [41]. Logo, o meio que está sujeito a variações na densidade de energia dá origem ao fenômeno de emissão acústica. A densidade de energia por massa e a pressão acústica por área encontram-se ilustrados na Figura 5. 7. Ambas as simulações foram realizadas levando-se em conta um único espalhador localizado no plano focal do transdutor confocal a uma distância de 70 mm da superfície do transdutor.



(a) (b)

Figura 5. 7: A densidade de energia acústica por massa e a pressão acústica por área na região do plano focal.

A densidade de energia do campo acústico, dentro do volume da célula de resolução, foi modulada de forma senoidal. Em consequência, o campo acústico emitido foi de baixa frequência, devido a sua interação com os espalhadores. Na Figura 5. 8, estão ilustradas as simulações dos campos de pressão acústica geradas pelo transdutor confocal.

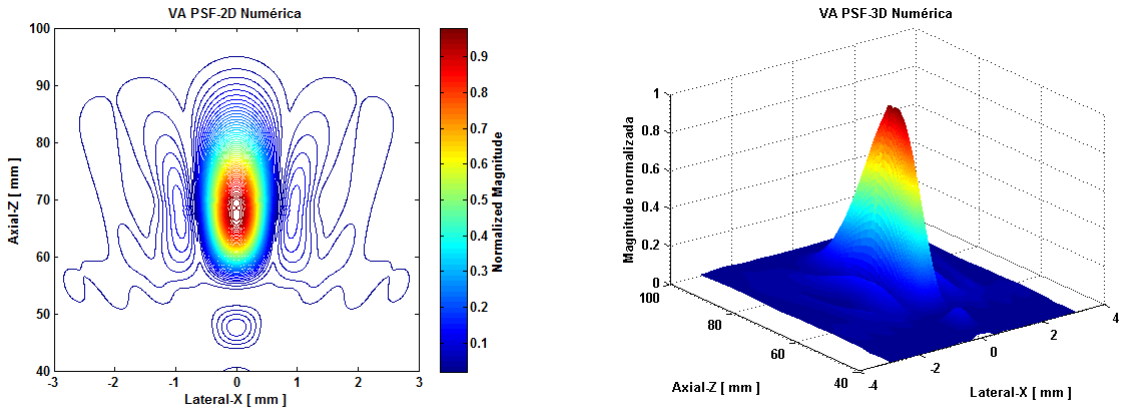


(a) (b) (c)

Figura 5. 8: Ilustração do campo acústico gerado pelo transdutor confocal para as pressões p_1 (a), p_2 (b) e $p_1 + p_2$ (c).

Os valores destes parâmetros foram escolhidos de tal forma que representem os seus valores médios no meio. No entanto, a densidade e a compressibilidade variaram de seu valor médio ponto a ponto, devido à presença dos espalhadores [113]. Assim, em qualquer região as propriedades locais da onda acústica diferem do valor médio. Desta forma, o som proveniente destes sítios foi espalhado e isto se deve principalmente às flutuações da densidade e compressibilidade.

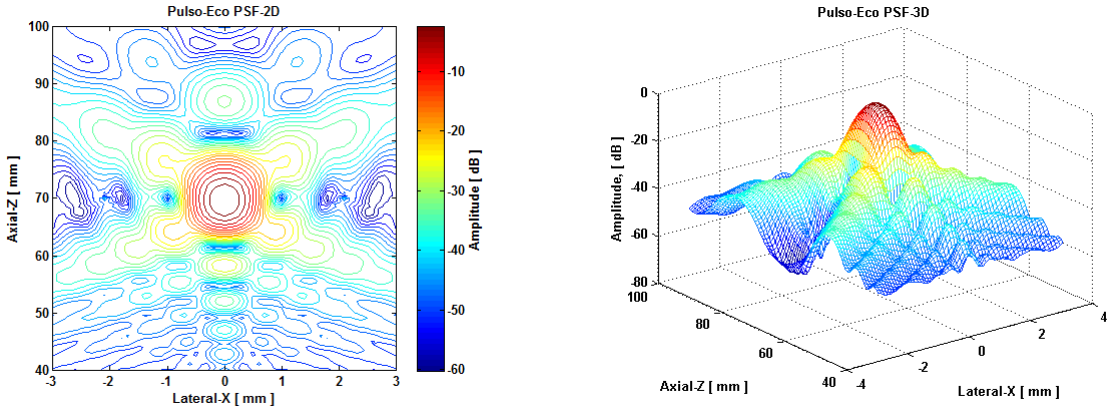
Simulações numéricas foram desenvolvidas devido à complexidade para se obter uma solução analítica para esses sistemas que englobem pontos espalhadores situados em qualquer local do espaço. Na Figura 5. 9, estão ilustrados os perfis bidimensional e tridimensional da *PSF* do transdutor confocal, simulado numericamente empregando o programa Field II [111].



(a) (b)

Figura 5. 9: Simulação numérica dos contornos (a) e perspectiva tridimensional (b) da *PSF* do sistema de vibroacustografia.

A Figura 5. 10 ilustra a *PSF* do sistema pulso-eco representada no espaço e no plano.

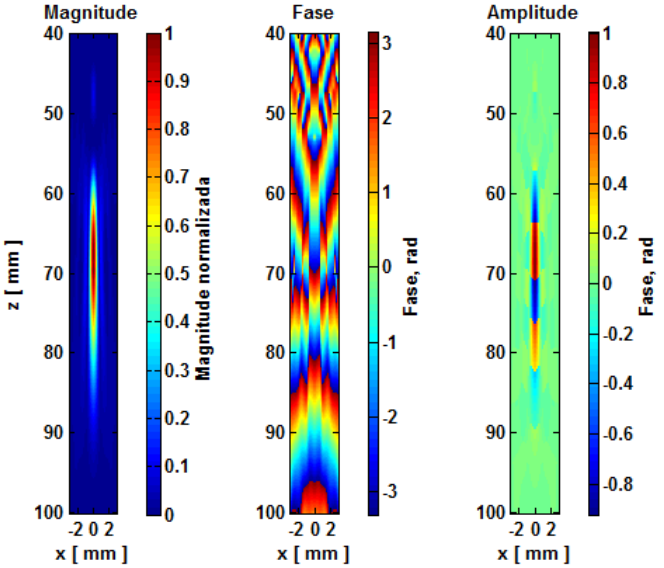


(a) (b)

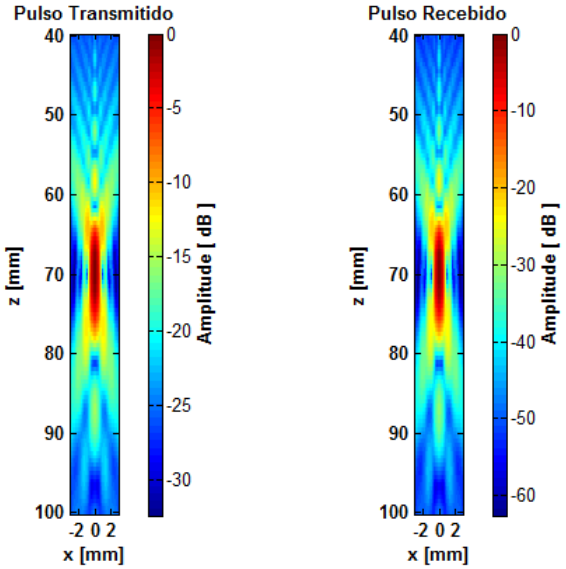
Figura 5. 10: (a) Simulação numérica dos contornos da *PSF* tridimensional do sistema de ultrassom pulso-eco. (b) Perspectiva tridimensional da *PSF*.

Para o fantoma volumétrico, os espalhadores localizados fora do eixo axial e da região do plano focal, contribuem para a formação da imagem de forma não linear. Neste caso, a *PSF*-3D não é uma função invariante por translação e não possui uma solução analítica fechada, sendo apenas possível ser escrita como uma convolução múltipla entre seus termos.

O mapa de intensidade da pressão dos campos acústicos foi simulado para o intervalo definido entre x = [0 3] mm e z = [40 100] mm. Esta região foi escolhida porque a natureza dos campos é assimétrica. Na Figura 5. 11, encontram-se ilustrados os mapas referentes à função de espalhamento de ponto da vibroacustografia e do ultrassom pulso-eco.



(a)



(b)

Figura 5. 11: Simulação dos campos acústicos. (a) Magnitude, fase e amplitude do campo da força de radiação acústica confocal da vibroacustografia. (b) Campo da pressão transmitido e recebido pelo transdutor esférico do sistema de ultrassom pulso-eco.

A Figura 5. 12, ilustra o perfil lateral e axial da *PSF* do transdutor esférico empregado no sistema de ultrassom pulso-eco.

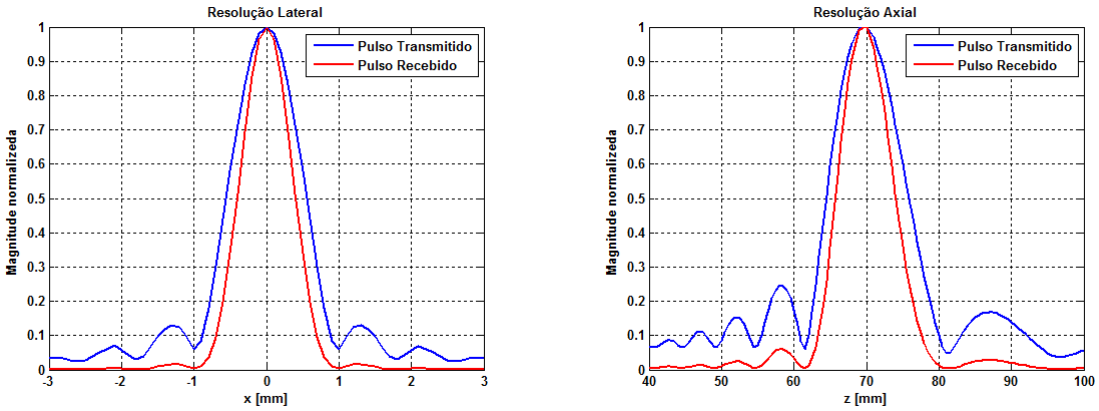
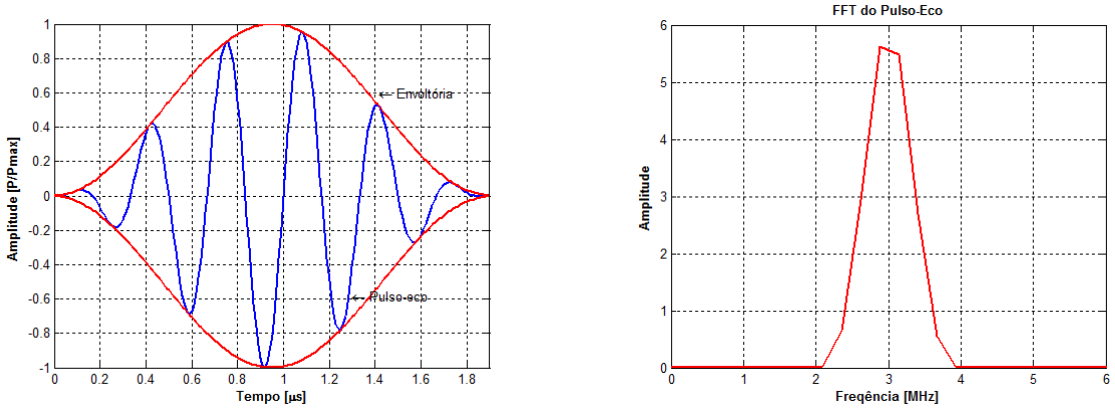


Figura 5. 12: Perfil lateral (a) e axial (b) da *PSF* do transdutor esférico operando no modo pulso-eco.

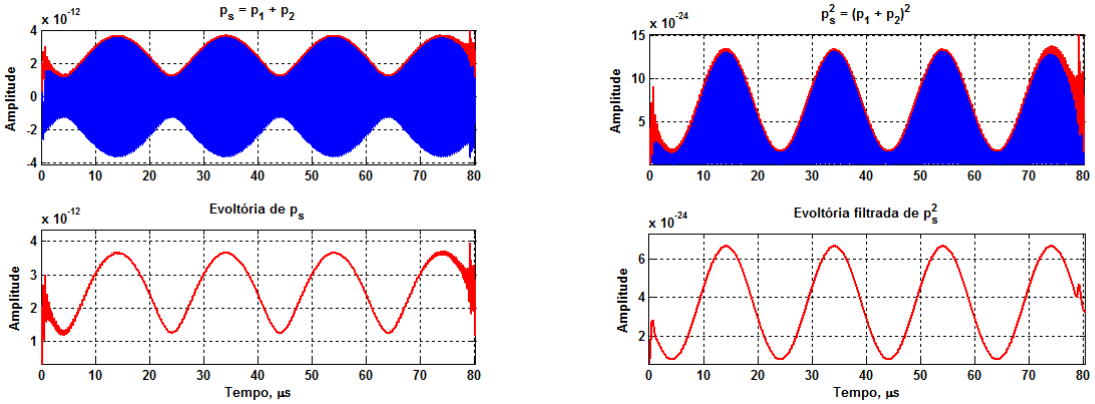
Na Figura 5. 13, encontra-se ilustrada a função pulso de transmissão do sistema de ultrassom modo-B.



(a) (b)

Figura 5. 13: (a) Pulso temporal com envoltória. (b) Espectro de frequência da simulação do sinal transmitido e recebido empregando o transdutor esférico.

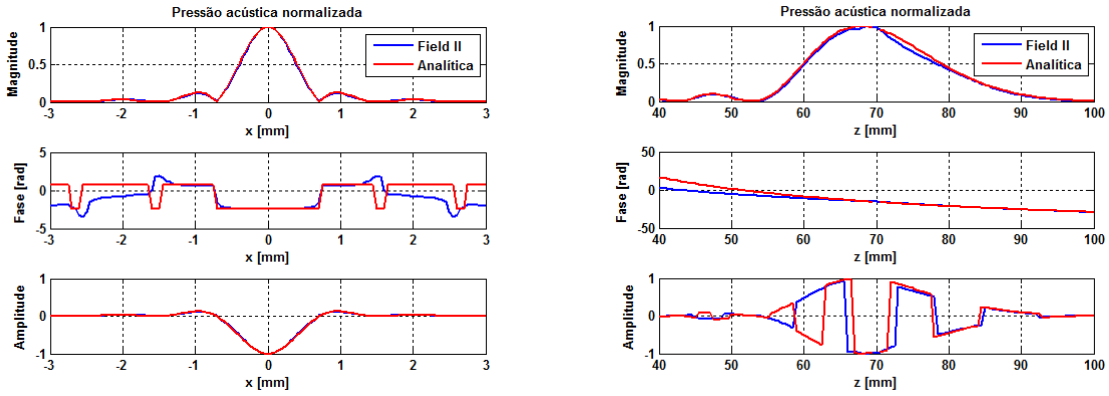
O mesmo princípio foi usado para gerar o trem de pulso representando a excitação pulsada empregada na vibroacustografia, como pode ser observado na Figura 5. 14. A largura temporal de cada pulso da onda modulada foi de 20 μs, correspondendo a 60 ciclos, a uma frequência de 3 MHz, para uma frequência de batimento de 50 kHz. Para cada ponto na grade de varredura foram utilizados 4 pulsos, com uma duração total de 80 μs para excitar os pontos espalhadores.



(a) (b)

Figura 5. 14: Pressão acústica e força de radiação empregadas para excitação dos pontos espalhadores no fantoma. (a) Batimento e sua envoltória da superposição das ondas p_1 e p_2 com frequências próximas, Δf=50 kHz, (b) Força de radiação e sua envoltória produzida pelo batimento das ondas de pressão acústica.

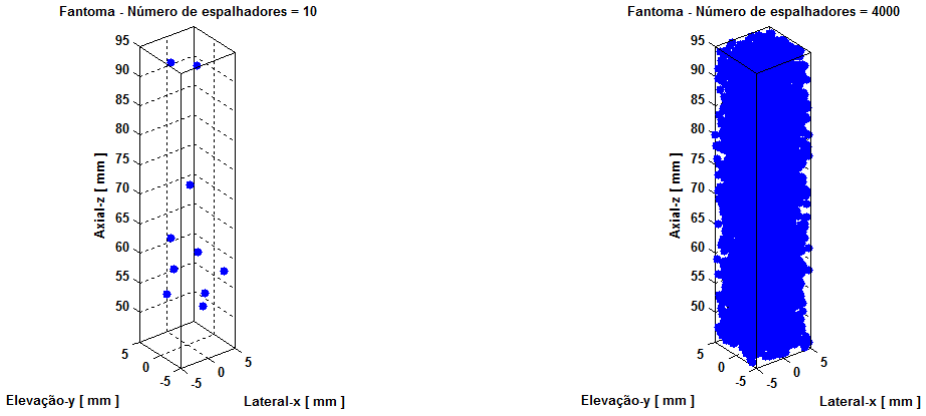
Na Figura 5. 15 são apresentados dois gráficos, nos quais são comparados, na direção lateral e axial, os perfis da função de espalhamento de ponto do transdutor confocal, simulados de forma numérica e analítica. A numérica foi realizada empregando o transdutor simulado a partir do Field II e para a versão analítica empregou-se a solução fechada dada por Fatemi e Chen *et al.* [42, 104].



(a) (b)

Figura 5. 15: Comparação entre os perfis de pressão acústica gerada de forma numérica (linha azul) e analítica (linha vermelha) na direção lateral (a) e axial (b).

Simulações foram realizadas, empregando espalhadores distribuídos aleatoriamente dentro de um paralelepípedo virtual (fantoma), seguindo a regra da distribuição Gaussiana tridimensional. Na Figura 5. 16, é ilustrado este fantoma virtual com uma coleção de 10 e 4000 pontos espalhadores em seu interior.



(a) (b)

Figura 5. 16: Fantoma virtual com dimensões de 10 × 10 × 50 mm^3, simulando um meio espalhador tridimensional, onde encontram-se distribuídos aleatoriamente dentro da caixa um total de 10 (a) e 4000 (b) espalhadores.

As imagens de Ultrassom pulso-eco e VA foram geradas movendo-se ou varrendo o ponto focal do transdutor sobre o fantoma na região do plano tomográfico (*x*-*y*). Durante esse processo, a amplitude do campo acústico emitido é armazenada para cada posição do feixe. Finalmente, a imagem é formada pela modulação da intensidade do brilho de cada ponto, no plano da imagem, com a *PSF*. A magnitude e a fase desses pontos foram armazenadas de forma a corresponderem aos espalhadores distribuídos no fantoma. A imagem final foi uma composição das componentes do fasor coerente, acrescido com as componentes do fasor incoerente. O som registrado no ponto em que foi posicionado o hidrofone foi composto pela interferência construtiva e destrutiva de todos os sons gerados por todos os espalhadores.

O maior impacto causado pelo volume da célula de resolução da *PSF*-3D manifestou-se no efeito parcial do volume, em que objetos menores que a extensão da *PSF* ocupam parcialmente este volume. Assim, o sinal recebido de uma determinada localização refletia somente uma parte das características do objeto. Isto se deve porque o sinal proveniente desses espalhadores continha a contribuição de estruturas posicionadas atrás dele. Essa subestimação causada pela superposição de sinais vindos de diferentes pontos, dentro do mesmo volume da célula de resolução, poderia gerar fenômenos de interferência na imagem final.

Neste trabalho, o volume da célula de resolução é circularmente simétrico, o qual pode ser formado pela rotação do perfil do campo acústico. Essa revolução pode ser modelada pelo esferóide prolato (forma de charuto) representando o volume da célula de resolução gerada pelo campo de pressão do transdutor confocal e esférico, como representado na Figura 5. 17.

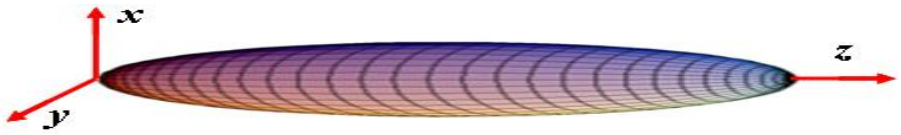


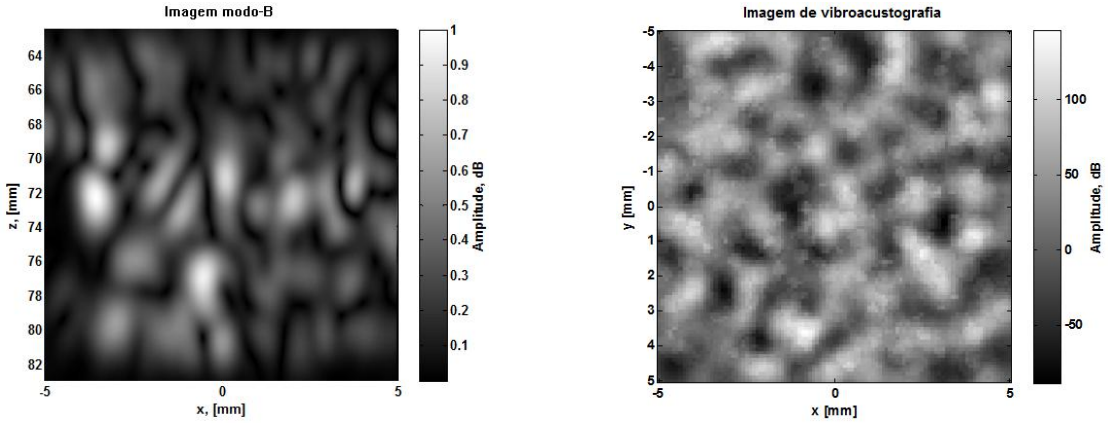
Figura 5. 17: Representação volumétrica da *psf* de um transdutor confocal modelado pelo esferóide prolato, semelhante a um charuto. Obtido pela rotação de uma elipse em torno do eixo na direção axial do transdutor.

O volume da célula de resolução pode ser estimado empregando a Equação (52), proveniente do cálculo de volume do esferóide prolato.

$$VCR = \frac{4}{3} \cdot \pi abc \text{ , para } a = b < c, \tag{52}$$

em que *a* representa a distância na direção do eixo-*x*, *b* a extensão na direção do eixo-*y* e *c* o comprimento axial.

A Figura 5. 18, ilustra duas imagens simuladas de ultrassom pulso-eco (a) e de vibroacustografia (b), obtidas no plano tomográfico *x*-*z* e *x*-*y*, respectivamente. Foi empregada uma coleção de 4.000 pontos espalhadores distribuídos aleatoriamente no interior do fantoma de 10×10×50 cm^3.

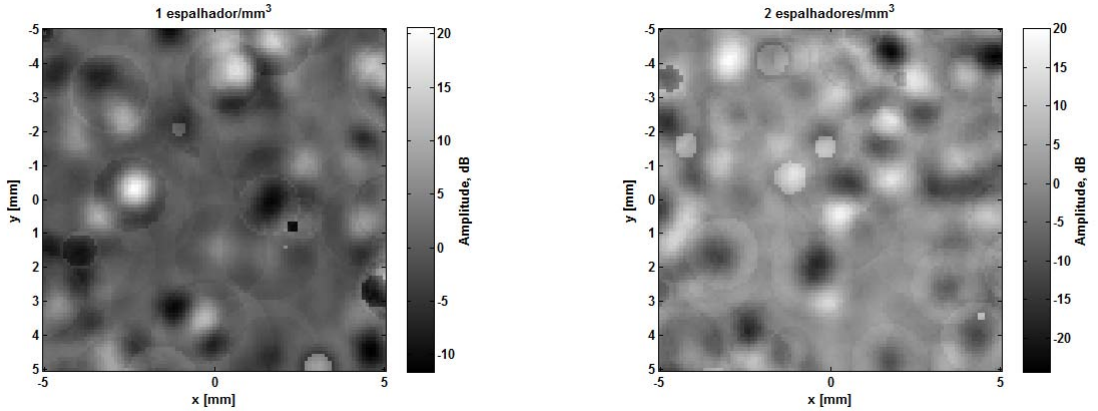


(a) (b)

Figura 5. 18: (a) Imagem simulada de ultrassom modo-B correspondente ao plano tomográfico *x*-*z*. (b) Imagem vibroacustográfica obtida no plano *x*-*y*. Estas imagens foram obtidas a partir da interação do campo de pressão acústica com um meio espalhador tridimensional contendo um conjunto de 4.000 pontos espalhadores.

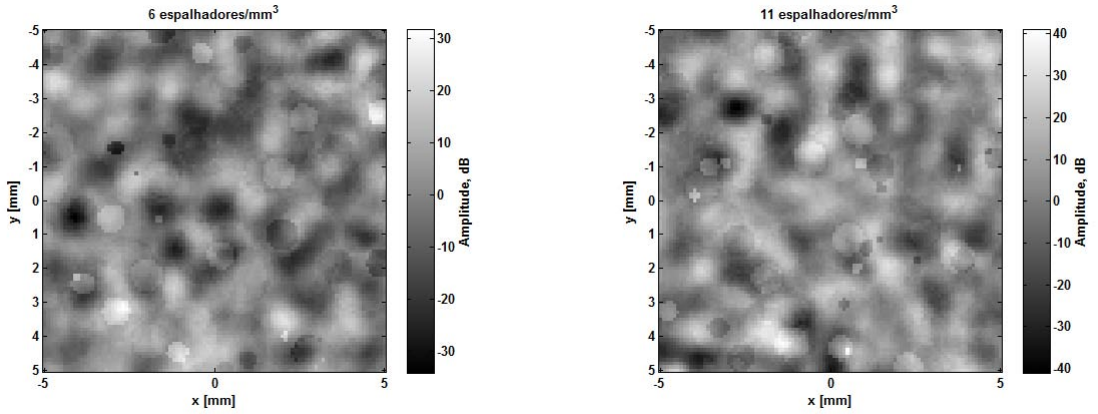
Foi mostrado na Figura 5. 19 à Figura 5. 22 uma série de imagens simuladas de vibroacustografia para densidade de espalhadores variando entre 1 a 80 por milímetro cúbico. O número de espalhadores estimados no interior do volume da célula de resolução variou de 50 a 4.000. Foi observado um aumento na intensidade no brilho das imagens em função do

número de espalhadores e pouca alteração na textura para densidades maiores que 6 espalhadores por milímetro cúbico.



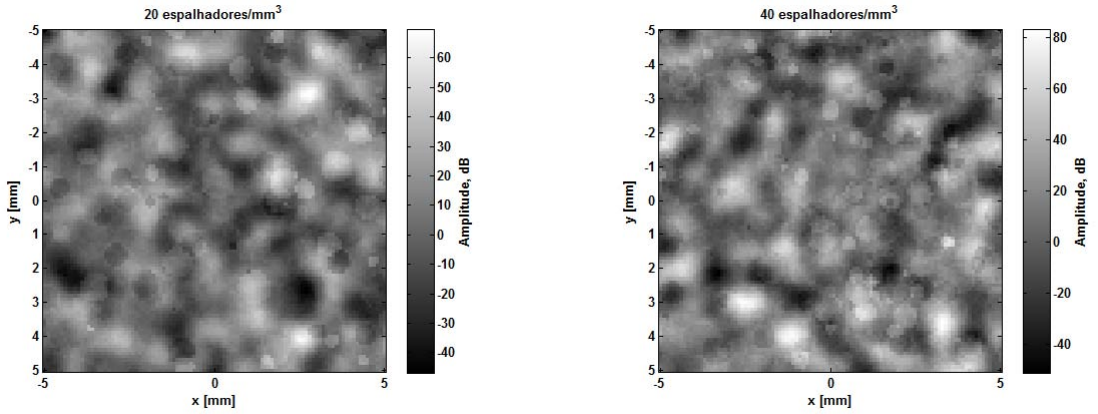
(a) (b)

Figura 5. 19: Imagens simuladas de vibroacustografia para: (a) Densidade, D = 1 espalhador/mm^3; (b) Densidade, D = 2 espalhadores/mm^3.



(a) (b)

Figura 5. 20: Imagens simuladas de vibroacustografia para: (a) Densidade, D = 6 espalhadores/mm^3; (b) Densidade, D = 11 espalhadores/mm^3.



(a) (b)

Figura 5. 21: Imagens simuladas de vibroacustografia para: (a) Densidade, D = 20 espalhadores/mm^3; (b) Densidade, D = 40 espalhadores/mm^3.

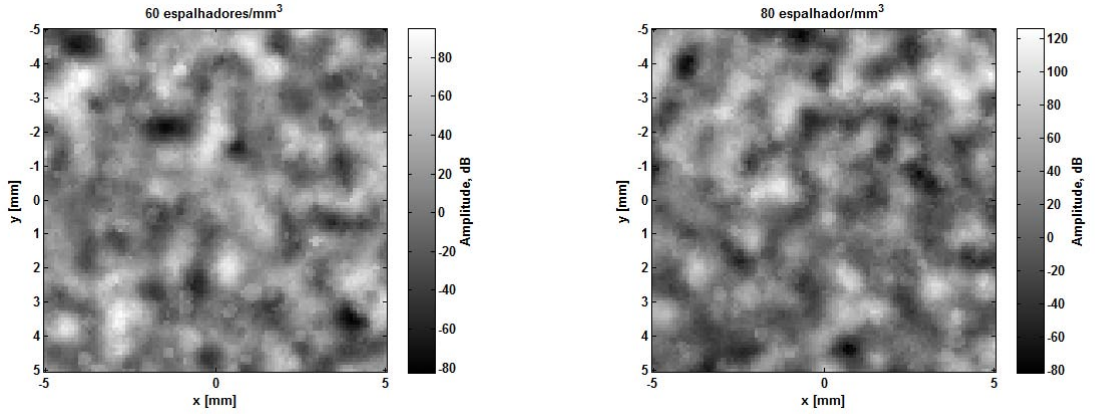


Figura 5. 22: Imagens simuladas de vibroacustografia para: (a) Densidade, D = 60 espalhadores/mm^3; (b) Densidade, D = 80 espalhador/mm^3.

A Figura 5. 23 ilustra duas imagem por VA, obtidas por simulação e experimentalmente empregando a metodologia descrita no Capítulo II. As dimensões das imagens correspondem a uma área de 10 mm × 10 mm, obtida do fantoma descrito no Capítulo II. 3.1.

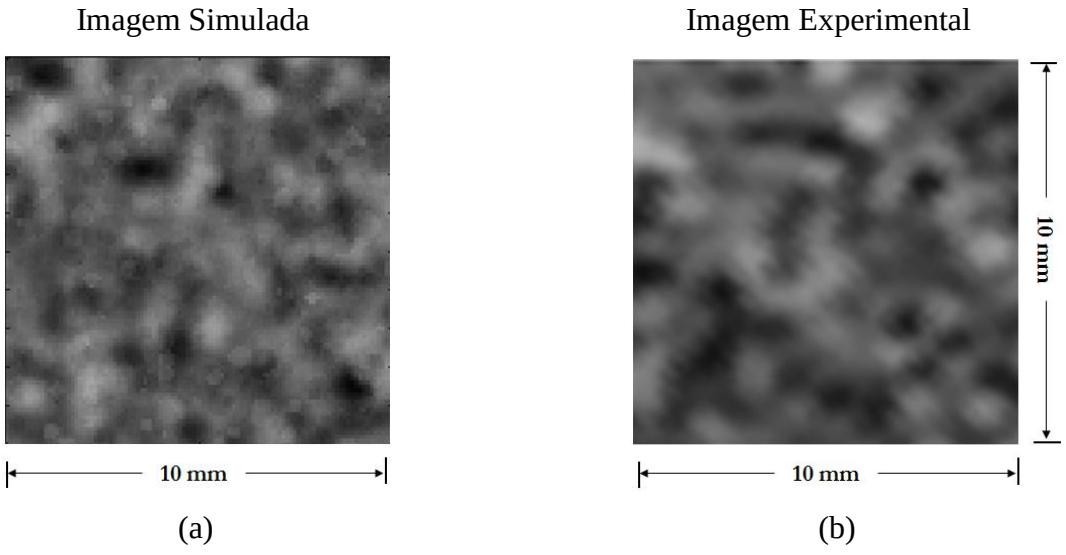


Figura 5. 23: (a) Imagem obtida por simulação, empregando uma densidade de 60 espalhadores/mm^3, com um número estimado de 3000 espalhadores dentro do volume da célula de resolução. (a) Imagem obtida experimentalmente, empregando uma densidade de 71 espalhadores/mm^3, com um número estimado de 3550 espalhadores dentro do volume da célula de resolução, usando a técnica de VA no modo de onda contínua para a frequência de 12,9 kHz.

Neste trabalho, foi apresentado o espalhamento do ultrassom e do campo acústico em meio difuso sob a perspectiva teórica do espalhamento por fontes coerentes e incoerentes. A maioria dos sistemas de imagem acústica faz uso de campo de irradiação coerente para gerar imagens. Assim, é importante ter-se uma compreensão dos princípios e conceitos sobre coerência espacial e temporal e suas contribuições para formação da imagem em tais sistemas. A fase da onda é o fator proeminente para compreensão destes conceitos físicos.

A coerência da radiação é definida pela estabilidade ou previsibilidade da fase; por exemplo, duas ondas são coerentes quando elas estão correlacionadas em diferentes pontos no espaço. Enquanto que, a coerência temporal está relacionada com as ondas que têm uma relação previsível entre as ondas observadas em qualquer instante de tempo.

A maioria das aplicações empregando ultrassom usa pulsos de ondas, os quais possuem uma correlação temporal entre elas. Quando um campo de radiação incoerente é empregado para investigar um objeto, a coerência temporal não poderá ser observada, porque os intervalos de repetição entre os pulsos não podem ser previstos. O fenômeno de interferência construtiva e destrutiva acontecerá na região onde as ondas espalhadas se cruzam e depende da fase relativa entre os sinais entrecruzados que chegam ao transdutor.

Geralmente, a função de espalhamento de ponto é uma função complexa em que a parte real e imaginaria assumem valores positivos e negativos. Sistemas de imagem com estas características são chamados de coerente, sendo a imagem construída pela adição das contribuições em amplitude e fase de diferentes partes do objeto. Quando dois pontos são iluminados usando radiação coerente, a interferência destrutiva pode ocorrer, mas para que isso aconteça, a distância entre esses dois espalhadores deve estar separada por uma distância radial de $(2n+1)\lambda/4$. Caso contrário, o padrão de interferência construtiva será dominante, se a distância radial entre eles for $n\lambda/4$, em que λ é o comprimento da onda incidente. Para ambos os casos n é um número inteiro e deve ser pequeno o bastante para que a distância entre os espalhadores seja da ordem da dimensão da *PSF* [114].

Neste trabalho foi empregada uma força de radiação acústica modulada na frequência de 50 kHz, cujo comprimento de onda encontra-se em torno de 30 mm, para uma velocidade do som no meio de 1540 m/s. A *PSF*-3D possui uma extensão axial de aproximadamente 20 mm e 8 mm na direção lateral. Assim, pode-se estimar a ocorrência de interferência destrutiva e construtiva gerada por espalhadores distribuídos aleatoriamente, no interior do volume da célula de resolução. Para que ocorra interferência destrutiva os espalhadores, no mínimo, devem estar distanciados de 22,5 mm. Enquanto o padrão de interferência construtiva irá se

manifestar para aqueles espalhadores situados a uma distância mínima de 7,5 mm. Visto que, a extensão axial da *PSF* é da ordem ou superior das distâncias mínimas necessárias para ocorrência de fenômenos destrutivos e construtivos. Logo, é razoável afirmar que os padrões observados nas Figura 5. 18 correspondem a um padrão especular. Para a imagem de ultrassom pulso-eco, a frequência fundamental usada foi de 3 MHz, a qual possui um comprimento de onda no meio simulado de 0,5 mm, provando que para essa frequência a ocorrência do *speckle* é plenamente possível. O valor calculado de 50 mm^3 para o volume da célula de resolução foi calculado empregando a Equação (52), do esferóide prolato. O volume total do fantoma de dimensões dadas por x = 10 mm, y = 10 mm e z = 50 mm foi de 5000 mm^3. Da Figura 5. 19 à Figura 5. 22 a densidade no número de espalhadores no interior do volume da célula de resolução variou de 50 a 4000 espalhadores por milímetro cúbico.

Todos os sistemas de imagem são baseados na adição de ondas que possuem amplitude e fase, porém o fenômeno da coerência aparece apenas quando, para formação da imagem, uma média é feita sobre um grande número de pacotes de onda com fase aleatória. Nessa situação, surge o fenômeno de interferência construtiva e destrutiva entre espalhadores vizinhos, os quais geram um padrão na imagem conhecido como *speckle*.

Speckle tem propriedades peculiares que o distingue de padrões, tais como o gerado por ruído no sistema de imagem. O *speckle* é formado por radiação coerente; são determinísticos e resultam do padrão de interferência. A alternância aleatória entre pontos brilhantes e escuros na imagem é chamada de textura e essas pequenas áreas não correspondem a real estrutura do meio, mas somente ao fenômeno de interferência entre ondas [102].

Não-homogeneidades presentes no meio são responsáveis por produzir alterações físicas, tais como atenuação, propagação de onda e espalhamento, fazendo com que a resposta do meio interfira de forma complexa. Além dessas alterações, o parâmetro de ordem que separa os espalhadores próximos é menor que o limite de resolução, sendo de grande significância para produzir padrões de interferência construtiva e destrutiva [101].

Estatisticamente, o comprimento de correlação é uma ferramenta importante, que pode ser usada para medir o quanto duas flutuações, em regiões diferentes do espaço, se correlacionam. O padrão especular na imagem tem características estatísticas de comprimento de correlação, porque várias flutuações ocorrem no tempo e no espaço, onde as ondas sempre se cruzam. A função de correlação possui, usualmente, decaimento exponencial com a distância, $\Gamma(r) \sim \exp(-r/\xi)$, a qual permite definir o comprimento de correlação por ξ [115-116].

Sistemas de imagem que apresentam um padrão livre de *speckle*, tal como o de vibroacustografia, estão apoiados pelo uso de transdutores ou detectores de resposta temporal maior que o valor finito do comprimento de correlação. Esses tipos de sistemas de imagem possuem tais características porque as ondas de caráter incoerente, provenientes do espalhamento difuso, são adquiridas em intervalos de tempo periódicos. A formação da imagem é completada após serem aplicados os filtros de média para cada ponto da imagem, neste caso, os pontos claros e escuros resultantes aparecem completamente descorrelacionados. Esses pontos observados na imagem tendem a possuir uma dimensão da ordem da largura lateral da *PSF* e a imagem final é livre de *speckle*.

Sistemas incoerentes também possuem uma função de espalhamento de ponto que assume somente valores positivos; esta propriedade faz com que o sistema não tenha a capacidade de mostrar padrões de interferência destrutivos. Os lóbulos laterais e o principal da *PSF* não podem gerar sinais com fase invertida, de espalhadores vizinhos, situados no interior do volume da célula de resolução. Consequentemente, o padrão especular não surgirá no processo de formação da imagem [117].

O volume da célula de resolução é definido pela função de espalhamento de ponto tridimensional do sistema de imagem. Os espalhadores situados dentro do volume da célula emitem uma distribuição esférica particular de pacotes de onda em qualquer instante de tempo. Um transdutor ou hidrofone irá detectar os pacotes de onda com intensa amplitude resultante se o padrão de interferência construtiva for dominante, e de baixa amplitude se o padrão destrutivo prevalecer. Os pacotes de onda espalhados somente serão habilitados a produzir interferência onde os espalhadores situam-se no mesmo volume da célula de resolução [102]. Nesse caso, eles irão interferir e o fenômeno do *speckle* passará a existir.

Em Vibroacustografia, a resposta do hidrofone às fontes aleatórias depende também do nível dos lóbulos laterais atuantes nas fontes difusas. No entanto, os níveis dos lóbulos laterais possuem características que se relacionam diretamente ao formato da *PSF* do sistema. Quando o transdutor é focado em um ponto, o som emitido naquela região irá espalhar em todas as direções; dependendo das características do meio, estes sinais irão ter uma fase positiva ou negativa.

De forma dinâmica, as regiões predominantemente absorvedoras fazem com que o lóbulo principal e os lóbulos laterais sejam defasados, devido à diferença em densidade de energia variável no tempo. O sinal produzido ao final possui uma fase negativa responsável por gerar pontos escuros na imagem. O mesmo princípio é aplicado a pontos onde a propriedade do meio dominante é de espalhar a onda acústica. Nesse caso, as componentes da

PSF são novamente defasadas, mas o sinal resultante tem uma fase positiva, produzindo um ponto claro na imagem. Em ambos os processos, os lóbulos laterais contribuem para gerar a imagem. No entanto, após a aplicação de filtro de média, a contribuição da amplitude final desses sinais é eliminada da imagem. A razão para isso é que a magnitude dos lóbulos laterais é pequena, em torno de 7 dB, comparado ao lóbulo principal, os quais não contribuem consideravelmente para a formação da imagem.

Em imagens de vibroacustografia convencional, espalhadores localizados na região do plano focal emitem pacotes de ondas em grande número, embora também se tenha uma contribuição devido aos espalhadores localizados antes e depois do plano focal, de forma que o processo de detecção pelo hidrofone é capaz somente de captar uma média da amplitude dos pacotes de ondas que chegam. As variações na fase da onda ocorrem rapidamente, da ordem de μs, e após a média, a imagem passa a ter aparência não especular. Esse tipo de imagem é similar a uma imagem gerada por sistemas de imagem incoerente.

Os níveis dos lóbulos laterais desempenham um importante papel na qualidade da imagem, porque eles ditam como o transdutor pode responder aos sinais. Nos mesmos casos, quanto maior os lóbulos laterais, mais sinal será adicionado em detrimento ao lóbulo principal. A soma dos sinais provenientes dos lóbulos laterais é considerável e irá contribuir para uma pior qualidade da imagem.

Transdutores que possuem função de espalhamento de ponto com pequena magnitude dos lóbulos laterais são aptos a produzir uma imagem com níveis de *speckle* muito baixos. Assim, o sinal recebido de um dos lóbulos lateral não pode interferir significativamente com o do outro. Adicionando-se a isso, o fenômeno do *speckle* pode ser minimizado empregando um sistema de imagem confocal com varredura mecânica, onde o feixe coerente irradia uma pequena área finita. A varredura mecânica minimiza o aparecimento do *speckle* porque fornece uma média pontual do sinal resultante para formação da imagem. Nesta situação, relativamente há apenas uma pequena iluminação fora do lóbulo principal, sendo a contribuição dos lóbulos laterais pequena para a amplitude do sinal.

V.5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho foi realizar a simulação numérica dos sistemas de ultrassom pulso-eco e de Vibroacustografia para verificar a existência de *speckle*. Para isso, foi considerado um meio espalhador tridimensional. As simulações foram realizadas em ambiente de programação MATLAB e empregando sub-rotinas do programa Field II, como suporte

para a implementação dos transdutores. As principais etapas dos sistemas de imagem foram simuladas. Imagens de ultrassom pulso-eco e de vibroacustografia foram simuladas fazendo uso de diferentes densidades no número de espalhadores. Devido às limitações dos algoritmos em relação ao tempo de processamento dos dados, principalmente para o sistema pulso-eco, o estudo estatístico dos níveis de *speckle* nas imagens modo-B e de Vibroacustografia não foi possível de ser realizado neste trabalho. No entanto, parte do desenvolvimento da teoria estatística que poderá ser empregada nesse estudo foi apresentada no Apêndice G desta tese. Esta e outras etapas são partes dos trabalhos futuros, os quais devem buscar uma melhor otimização no tempo computacional e melhoria na qualidade das imagens geradas. Uma idéia para melhorar o desempenho e diminuir o tempo computacional poderá ser resolvida empregando o método proposto por Dantas *et al*. [118] de espalhadores equivalentes. A partir deste método o número total de espalhadores poderá ser reduzido, diminuindo assim o tempo gasto para as simulações, sem afetar a estatística do *speckle*. Além desses, novos estudos poderão ser feitos, tais como, simulação da componente estrutural e difusa, isoladamente, para diferentes densidades de espalhadores. A avaliação da amplitude média dos sinais espalhados e a relação sinal-ruído em função da densidade do número de espalhadores no volume da célula de resolução também poderão ser realizadas. Uma análise estatística de segunda ordem pode ser realizada levando-se em consideração a relação de cada *pixel* da imagem com a sua vizinhança. Isso permite avaliar o posicionamento espacial relativo da ocorrência dos níveis de cinza nas imagens. Diferentes frequências poderão ser empregadas para estudar a resposta do meio para um variado número de espalhadores.

CAPÍTULO VI

Considerações Finais

VI. 1. Conclusões

No **Capítulo II** foi demonstrado que a técnica de Vibroacustografia (VA) é capaz de mapear uma região, com alta dose absorvida, em gel dosimétrico. O perfil da distribuição da dose foi estimado e apresentou uma boa correlação com as obtidas por relaxometria e por meio da simulação, empregando o sistema TPS 3D. A resposta de VA depende da posição geométrica da radiação no interior do fantoma e de sua morfologia. Procedimentos de processamento para correção dessa dependência precisam ser aplicados aos mapas de VA para torná-los uma ferramenta viável a esta finalidade supracitada.

No entanto, este estudo confirma o potencial da VA como uma ferramenta para identificar presença de lesões em tecido biológico mole, pois, ficou evidente o alto contraste devido à diferença de rigidez no interior do fantoma.

No **Capítulo III**, foi apresentado o uso de uma nova técnica ultrassônica, denominada de vibrometria por ultrassom (VU), para estimar as propriedades viscoelásticas em gel dosimétrico. Neste estudo, explorou-se a dispersão da velocidade da onda transversal. Verificou-se que a velocidade de propagação e a atenuação da onda são fortemente dependentes do nível de dose absorvida no fantoma. Assim sendo, foi possível observar a variação da velocidade até mesmo na região de penumbra na distribuição da dose devido à irradiação. As variações desses parâmetros são intrínsecas ao meio material e, neste estudo, estão diretamente relacionadas com a alteração da viscoelasticidade do gel irradiado. Os resultados indicam que esta técnica elastográfica tem potencial para ser utilizada para quantificar a dose depositada no interior do gel. A sensibilidade em detectar pequenas alterações viscoelásticas no meio e a possibilidade de correlacioná-las às propriedades mecânicas, faz da VU uma técnica promissora em estudos elastográficos para diagnosticar patologias que alteram as propriedades viscoelásticas do tecido biológico. Uma potencial aplicação desta ferramenta, por exemplo, pode ser sua utilização na avaliação das propriedades mecânicas do tecido hepático em pacientes com cirrose.

Os ensaios empregando a Elastografia por Ressonância Magnética (ERM) apresentados no **Capítulo IV**, demonstraram o potencial dessa técnica para avaliar propriedades mecânicas de fantomas de gel dosimétrico. Os elastogramas gerados demonstram estarem em concordância com os padrões dos mapas de taxa de relaxação, obtidos pela Relaxometria. A morfologia da distribuição dose avaliada por ERM foi inferior a obtida pelo método de RRM.

Porém, para altas doses (>30 Gy) o método elastográfico foi mais sensível que o de relaxometria.

No **Capítulo IV**, foi apresentado simulações para avaliar o padrão de *speckle* em imagens modo-B por vibroacustografia. A modelagem adotada seguiu um padrão realístico de acordo com o procedimento experimental. A função instrumento ou PSF foi representada por um modelo 3D. Conforme esperado, observou-se que na imagem de VA realmente existe um padrão de interferência especular. Conforme mostrado na Figura 5.23, este padrão especular é equivalente ao obtido experimentalmente.

VI. 2. Contribuições deste trabalho

1) Explorou uma nova modalidade de desenvolver simuladores de tecido biológico baseado em gel dosimétrico, criando inclusões com diferentes propriedades viscoelásticas por radiação ionizante;

2) Explorou diferentes técnicas elastográficas dinâmicas por ultrassom e por ressonância magnética, aplicando-as nestes géis dosimétricos com diferentes níveis de dose;

3) Explorou uma nova modalidade de medida da velocidade de propagação transversal de onda mecânica usando excitação e detecção ultrassônica para caracterizar as propriedades viscoelásticas no interior do tecido;

4) Interagiu com um trabalho em um centro de pesquisa no exterior especializado em estudos elastográficos por técnicas acústicas e de ressonância magnética, com visando a realização das mesmas aqui no Brasil para aplicações em pesquisas clínicas;

5) Demonstrou a possibilidade de mapeamento da dose absorvida em fantomas dosimétricos usando novas modalidades de imagens por ultrassom e por ressonância magnética;

6) Demonstrou que existe uma correlação entre a dose absorvida e as mudanças nas propriedades viscoelásticas de gel dosimétrico. Este resultado juntamente com a simplicidade da técnica ultrassônica empregada, potencializa este método como uma nova modalidade de dosímetro;

7) Por meio de simulações computacionais, mostrou a viabilidade da existência de padrões de interferência em imagens de vibroacustografia.

VI. 3. Pesquisa Futura

A partir dos conhecimentos adquiridos pela equipe, das metodologias desenvolvidas e aplicadas e dos resultados obtidos durante o desenvolvimento deste trabalho, outros projetos científicos surgiram e serão executados pela equipe GIIMUS e colaboradores em pesquisas futuras. A seguir é apresentada uma lista das principais pesquisas originadas a partir deste projeto:

- ♣ Desenvolvimento e Aplicação de um protocolo de elastografia por ressonância magnética para estudo *in vivo*. Este protocolo será implementado em um aparelho de ressonância de 3 Tesla junto ao centro de Imagens do Hospital das Clínicas de Ribeirão Preto;
- ♣ Desenvolvimento de um protótipo instrumental usando a tecnologia de Vibrometria Ultrassônica para avaliar o nível e a morfologia da distribuição da dose em gel dosimétrico irradiado;
- ♣ Desenvolvimento de um protocolo envolvendo a técnica de vibroacustografia para aplicação *in vivo*, com o objetivo de avaliar tecidos biológicos lesados, como por exemplo, fígado, próstata e mama;
- ♣ Desenvolvimento de um protocolo da vibrometria ultrassônica para aplicação *in vivo*, com o objetivo de avaliar tecidos biológicos lesados, como por exemplo, fígado, próstata e mama;
- ♣ Estudo estatístico do padrão especular nas imagens simuladas usando a técnica de ultrassom modo-B e Vibroacustografia.

CAPÍTULO VII

Apêndices

Apêndice A – Teoria da Elasticidade

Nos apêndices que se segue buscou-se apresentar os principais tópicos e as bases teóricas envolvidas nesta tese. Uma breve discussão foi realizada com o intuito de se entender a teoria utilizada. Para isto, algumas simulações foram realizadas, utilizando os modelos clássicos empregados no estudo dos materiais isotrópico e homogêneo, assim como, simulações com base nos modelos viscoelásticos. Todas elas foram realizadas tomando como pressuposto um comportamento linear entre as tensões aplicadas e as deformações resultantes. Um estudo estatístico foi realizado com intuito de ser posteriormente aplicado aos dados das simulações realizadas no Capítulo V.

A. 1. Introdução

Nesta seção serão apresentadas as principais equações da Teoria da Elasticidade (Elastoestática) e da Mecânica do Contínuo (Elastodinâmica). Para tanto, será empregado um conjunto de equações básicas conhecidas como constitutivas que descrevem os efeitos físicos criados por forças externas atuando sobre um sólido de natureza viscoelástica. No caso de um material elástico linear, elas representam um conjunto de relações entre a tensão aplicada e o deslocamento resultante. As equações constitutivas são normalmente construídas com base em alguns axiomas. Um dos axiomas básicos diz respeito à invariância material, isto é, o sólido requer que certas condições de simetria permaneçam invariantes sob um conjunto de transformações ortogonais e translações. Este axioma é empregado nesta secção para simplificar as equações constitutivas, que servirão de base para aplicações futuras da teoria aqui apresentada.

A. 2. Lei de Hooke generalizada

Segundo a lei formulada pelo físico Inglês Robert Hooke (1635-1703) em 1660, observando o comportamento de uma mola, postulou que a tensão é proporcional ao gradiente da deformação que atua no material. Matematicamente esta lei relaciona as componentes do tensor de tensões, σ_{ij}, e do tensor das deformações, S_{kl}, permitindo dizer que a tensão é uma função linear da deformação. Tais relações são referidas como sendo um conjunto de equações constitutivas [119]. Equações constitutivas servem para descrever as propriedades materiais do meio quando ele encontra-se sujeito à atuação de forças externas. A lei de Hooke, como é conhecida nos problemas de Física Básica, é na verdade uma simplificação para uma dimensão ($F = \kappa \cdot \Delta x$). Neste estudo, algumas generalizações serão feitas, com o

intuito de se buscar uma forma mais abrangente no entendimento da realidade física do meio material a ser estudado. É natural esperar que as componentes do tensor de tensões, σ_{ij}, estejam linearmente relacionadas com as componentes do tensor das deformações, S_{kl}. Para a maioria dos materiais sólidos e para tensões moderadas, o qual é conhecido como limite elástico, esta conjectura é verificada em experimentos de laboratório. A lei de Hooke é descrita matematicamente pela a Equação (53). E constitui um conjunto de equações constitutivas, sendo aplicável para materiais que exibem pequenas deformações e pode ser apropriadamente chamada de lei de Hooke generalizada [120].

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} S_{kl}, \qquad i, j, k, l = 1, 2, 3. \tag{53}$$

em que C_{ijkl} é um tensor de ordem quatro, conhecido como tensor de elasticidade. Esta lei diz que cada uma das seis componentes da tensão é, em qualquer ponto, uma função linear das seis componentes da deformação.

As componentes do tensor de elasticidade são formadas pelos módulos elásticos. Estes representam a razão entre a tensão aplicada e a deformação resultantes em uma dada direção, válidos somente no limite elástico ou Hookeano do sólido, em que a deformação é totalmente reversível e proporcional à tensão. A curva da tensão versus deformação, apresentada na Figura 7. 1, exibe comportamento inicialmente linear [121].

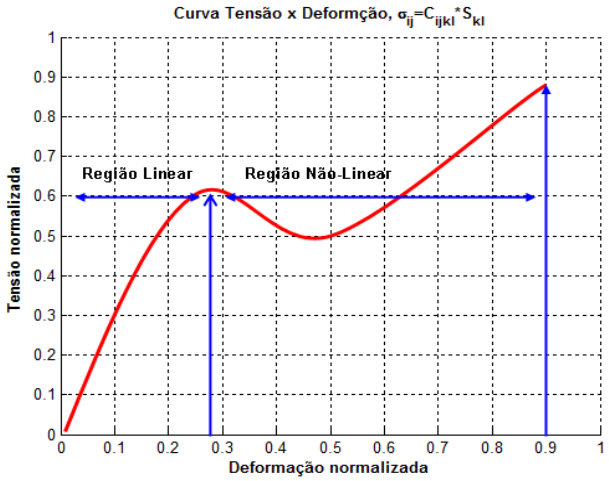


Figura 7. 1: Curva de tensão versus deformação típica para um sólido elástico, onde encontram-se representadas duas regiões distintas: Uma linear, representando comportamento elástico ao início da curva e outra de comportamento não-linear ao final da mesma, representando deformações irreversíveis.

Nesta região as deformações são reversíveis e o material é considerado perfeitamente elástico, retornando completamente ao seu estado padrão após a retirada da carga aplicada. Tensões posteriores podem acarretar em um comportamento não-linear, podendo ocasionar deformações permanentes, caso a tensão seja muito intensa. O coeficiente angular na região de linearidade é denominado módulo de elasticidade. O qual pode representar o módulo de Young; o módulo elástico transversal ou qualquer outro parâmetro elástico, dependendo de como é aplicada a tensão.

De acordo com a Equação (53), quando explicita-se as componentes, temos:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1123} & C_{1131} & C_{1112} & C_{1132} & C_{1113} & C_{1121} \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2223} & C_{2231} & C_{2212} & C_{2232} & C_{2213} & C_{2221} \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & C_{3323} & C_{3331} & C_{3312} & C_{3332} & C_{3313} & C_{3321} \\ C_{2311} & C_{2322} & C_{2333} & C_{2323} & C_{2331} & C_{2312} & C_{2332} & C_{2313} & C_{2321} \\ C_{3111} & C_{3122} & C_{3133} & C_{3123} & C_{3131} & C_{3112} & C_{3132} & C_{3113} & C_{3121} \\ C_{1211} & C_{1222} & C_{1233} & C_{1223} & C_{1231} & C_{1212} & C_{1232} & C_{1213} & C_{1221} \\ C_{3211} & C_{3222} & C_{3233} & C_{3223} & C_{3231} & C_{3212} & C_{3232} & C_{3213} & C_{3221} \\ C_{1311} & C_{1322} & C_{1333} & C_{1323} & C_{1331} & C_{1312} & C_{1332} & C_{1313} & C_{1321} \\ C_{2111} & C_{1222} & C_{2133} & C_{2123} & C_{2131} & C_{2112} & C_{2132} & C_{2113} & C_{2121} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{33} \\ S_{23} \\ S_{13} \\ S_{12} \\ S_{23} \\ S_{31} \\ S_{21} \end{pmatrix}. \tag{54}$$

A princípio, as propriedades elásticas de um sólido elástico são descritas por 81 constantes materiais, ou seja, o número de componentes de um tensor de ordem quatro. No entanto, nem todas essas componentes são independentes. Devido à natureza simétrica dos tensores de tensões, σ_{ij}, e das deformações, S_{kl}, as componentes do tensor de elasticidade devem satisfazer as relações

$$C_{(ij)(kl)} = C_{(ji)(kl)} = C_{(ij)(lk)} = C_{(ji)(lk)}. \tag{55}$$

Consequentemente, somente 36 das 81 constantes são atualmente independentes. Se todas 36 constantes do material são independentes, temos um material chamado de anisotrópico e não existe simetria no mesmo [122].

A. 2.1. Simetrias do tensor de tensão e deformação

De forma geral, em notação indicial podemos escrever os vetores de tensões, T_n, para planos de corte perpendiculares aos eixos coordenados, assim

$$T_n = \sigma_{ij} e_j. \tag{56}$$

em que σ_{ij} representa o tensor de tensões, n representa as componentes do versor e_j, para uma direção qualquer. Na Figura 7. 2 foi apresentado um elemento cúbico infinitesimal num ponto de um corpo em equilíbrio, sob a ação de forças de tração externas $T_1, T_2, T_3 ... T_n$ em

planos arbitrários. As grandezas de tais forças são usualmente definidas por suas intensidades, ou seja, pela força que atua sobre a unidade de área da superfície considerada. As tensões (T) internas serão produzidas entre as partes do corpo.

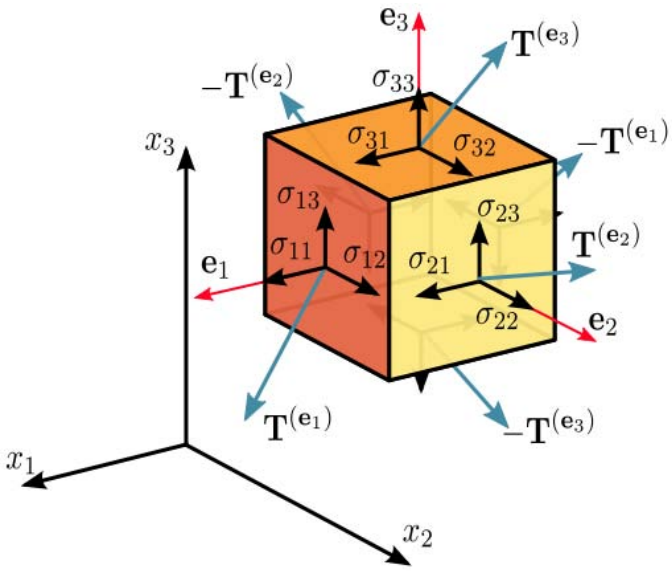


Figura 7. 2: Mostra as notações utilizadas para as componentes de tensão atuando nas faces de um elemento cúbico infinitesimal num ponto qualquer de um corpo em equilíbrio (fonte: wikipedia.org).

Das equações de equilíbrio do corpo rígido, devido à conservação do momento angular, o tensor de tensões é um tensor simétrico. Logo, tem-se que:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} . \tag{57}$$

Se a deformação no corpo é pequena o suficiente, ela poderá ser expresso em termos do tensor infinitesimal das deformações (Equações de compatibilidade das deformações) [122]. A deformação é definida como a parte simétrica da matriz gradiente dos deslocamentos u:

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \tag{58}$$

A. 2.2. Modelos de materiais lineares

Nesta secção, devido ao desenvolvimento lógico do tema, serão apresentados os três principais modelos aplicados a materiais lineares (ortotrópico, transversalmente isotrópico e isotrópico). No entanto, nesta tese toda abordagem será remetida sobre aos materiais lineares isotrópicos.

Devido à simetria do tensor de tensões e das deformações, somente seis parâmetros independentes descrevem estes tensores, como será visto mais à frente. Uma notação abreviada é frequentemente usada para representar estes parâmetros em vetores, como mostrado a seguir:

$$\sigma_{ij} \rightarrow \sigma_I \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} \sigma_{11} \rightarrow \sigma_1 \\ \sigma_{22} \rightarrow \sigma_2 \ ; \\ \sigma_{33} \rightarrow \sigma_3 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} \sigma_{23} = \sigma_{32} \rightarrow \sigma_4 \\ \sigma_{13} = \sigma_{31} \rightarrow \sigma_5 \ . \\ \sigma_{12} = \sigma_{21} \rightarrow \sigma_6 \end{matrix} \tag{59}$$

Pela convenção empregada para os índices 4, 5, 6 na notação reduzida, as componentes do tensor das deformações são definidas como correspondendo a duas vezes o valor do tensor completo, ou seja, $S_4 = 2S_{23} = 2S_{32}$. A anotação reduzida para a tensão não introduz o fator 2, de forma que a relação entre tensão e a deformação em notação abreviada é

$$\sigma_I = C_{IJ} S_{IJ} \text{, em que } C_{IJ} = C_{ijkl} \ . \tag{60}$$

O termo C_{IJ}, na equação acima, foi reduzida a uma matriz quadrada 6 x 6 (Equação 1.9), devido às simetrias aplicadas. Embora este termo seja escrito como uma matriz, na verdade ele representa um tensor de ordem quatro. Deste modo, a lei de Hooke generalizada pode ser descrita em função de 36 constantes independentes, podendo ser examinada, detalhadamente, sob a perspectiva das simetrias espaciais do material, como será visto na próxima seção.

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{pmatrix} . \tag{61}$$

Além disso, o tensor de elasticidade tem que possuir uma propriedade adicional de simetria, dada por: $C_{(ij)(kl)} = C_{(kl)(ij)}$. Consequentemente, todas estas condições resultam na redução do número de componentes independentes de C_{ijkl}, de 81 para 21, o qual é aparentemente o número verdadeiro de componentes elásticas reais em um corpo genérico. Se existe simetria no material, estas 21 constantes independentes podem ser reduzidas ainda mais. As matrizes formam relações lineares entre a tensão e a deformação para materiais ortotrópico,

transversalmente isotrópico e isotrópico. Estes são três modelos úteis de simetria, os quais têm grande aplicabilidade para tecidos biológicos [123].

A. 2.3. Materiais ortotrópicos

Materiais ortotrópicos possuem três planos de simetria, os quais reduzem o número de parâmetros independentes no tensor de elasticidade, de 36 para 9 elementos diferentes de zero. Se o sistema de coordenadas está alinhado com os planos de simetria, então as constantes to tensor rigidez elástica pode ser escrito em termos destas nove constantes:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{33} \\ S_{23} \\ S_{31} \\ S_{12} \end{pmatrix} . \tag{62}$$

A inversa da matriz rigidez elástica é chamada matriz compressibilidade $\{C_{IJ}\}^{-1}$ e é tipicamente escrita em termos de três módulos de Young, E_i, seis coeficientes de Poisson, υ_{ij} e três módulos elásticos transversais, μ_{ij}:

$$\begin{pmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{33} \\ S_{23} \\ S_{31} \\ S_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/E_1 & -\upsilon_{21}/E_2 & -\upsilon_{31}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\upsilon_{12}/E_1 & 1/E_2 & -\upsilon_{32}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\upsilon_{13}/E_1 & -\upsilon_{23}/E_2 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/\mu_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\mu_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\mu_{12} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} . \tag{63}$$

Devido às simetrias presentes no material ortotrótopico, somente nove dos doze parâmetros são independente, desta forma, a simetria dos elementos da matriz compressibilidade, prevê três equações restritivas, as quais são:

$$\frac{\upsilon_{12}}{E_1} = \frac{\upsilon_{21}}{E_2}, \quad \frac{\upsilon_{31}}{E_3} = \frac{\upsilon_{13}}{E_1}, \quad \frac{\upsilon_{23}}{E_2} = \frac{\upsilon_{32}}{E_3} . \tag{64}$$

De posse destas informações, a matriz rigidez pode ser escrita em termos de três constantes, sendo obtidas a partir da inversão da matriz compressibilidade, obtendo-se:

$$
\begin{aligned}
&C_{11}=\frac{E_1(1-\upsilon_{23}\upsilon_{32})}{\Delta};\quad C_{12}=\frac{E_1(\upsilon_{21}-\upsilon_{23}\upsilon_{31})}{\Delta};\quad C_{13}=\frac{E_1(\upsilon_{31}+\upsilon_{21}\upsilon_{32})}{\Delta};\\
&C_{22}=\frac{E_2(1-\upsilon_{13}\upsilon_{31})}{\Delta};\quad C_{23}=\frac{E_2(\upsilon_{32}+\upsilon_{12}\upsilon_{31})}{\Delta};\quad C_{33}=\frac{E_3(1+\upsilon_{12}\upsilon_{21})}{\Delta};\\
&C_{44}=\mu_{23};\qquad\qquad C_{55}=\mu_{31};\qquad\qquad C_{66}=\mu_{12};\\
&\Delta=1-\upsilon_{12}\upsilon_{21}-\upsilon_{13}\upsilon_{31}-\upsilon_{23}\upsilon_{32}-\upsilon_{12}\upsilon_{23}\upsilon_{31}-\upsilon_{13}\upsilon_{32}\upsilon_{21}.
\end{aligned}
\tag{65}
$$

O osso humano é um exemplo de tecido biológico que tem sido modelado como um material ortotrópico [124]. Os materiais ortotrópicos são também descritos como tendo simetria ortotrópica.

A. 2.4. Materiais transversalmente isotrópicos

Um material transversalmente isotrópico tem um e somente um plano isotrópico, rotações arbitrárias em torno do eixo deste plano, o qual é também um eixo de simetria, produzem mudanças nas propriedades do material. O tensor das constantes elásticas para um material transversalmente isotrópico contém somente 5 valores independentes, devido à simetria, ou seja, $C_{ij}=C_{ji}$. Se o sistema de coordenadas é selecionado de forma que as três direções são eixos de simetria, então a lei de Hooke pode ser escrita como:

$$
\begin{pmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{22}\\ \sigma_{33}\\ \sigma_{23}\\ \sigma_{31}\\ \sigma_{12}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0\\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0\\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (C_{11}-C_{12})/2\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}S_{11}\\ S_{22}\\ S_{33}\\ S_{23}\\ S_{31}\\ S_{12}\end{pmatrix}. \tag{66}
$$

Os elementos da matriz compressibilidade são dados por

$$
\begin{pmatrix}S_{11}\\ S_{22}\\ S_{33}\\ S_{23}\\ S_{31}\\ S_{12}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1/E_1 & -\upsilon_{12}/E_1 & -\upsilon_{13}/E_3 & 0 & 0 & 0\\ -\upsilon_{12}/E_1 & 1/E_1 & -\upsilon_{13}/E_3 & 0 & 0 & 0\\ -\upsilon_{13}/E_1 & -\upsilon_{13}/E_1 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1/\mu_{23} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\mu_{23} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\upsilon_{12})/E_1\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{22}\\ \sigma_{33}\\ \sigma_{23}\\ \sigma_{31}\\ \sigma_{12}\end{pmatrix}. \tag{67}
$$

Devido às simetrias presentes no material transversalmente isotrópico, somente cinco dos doze parâmetros são independentes, desta forma a simetria dos elementos da matriz compressibilidade prevê uma equação restritiva, da forma:

$$\frac{\upsilon_{13}}{E_1} = \frac{\upsilon_{31}}{E_3}. \tag{68}$$

Os elementos da matriz rigidez elástica podem ser escritos em termos das constantes na matriz compressibilidade:

$$\begin{aligned} &C_{11} = \frac{E_1(E_1 - \upsilon_{13}^2 E_3)}{\Delta};\quad C_{12} = \frac{E_1(\upsilon_{12}E_1 - \upsilon_{13}^2 E_3)}{\Delta};\quad C_{13} = \frac{E_1 E_3 \upsilon_{13}}{E_1 - \upsilon_{12}E_1 - 2\upsilon_{13}^2 E_3}; \\ &C_{33} = \frac{E_1 E_3(1-\upsilon_{12})}{E_1 - \upsilon_{12}E_1 - 2\upsilon_{13}^2 E_3};\quad C_{44} = \mu_{23};\quad \Delta = (1+\upsilon_{12})\left[(1-\upsilon_{12})E_1 - 2\upsilon_{13}^2 E_3\right]. \end{aligned} \tag{69}$$

Materiais transversalmente isotrópicos apresentam simetria hexagonal. Simetria desse tipo é vantajosa para descrever materiais contendo feixes de fibras tais como: tendões, músculos e ossos [125-127]. A Figura 7. 3 ilustra algumas estruturas do tecido biológico que possuem este tipo de configuração.

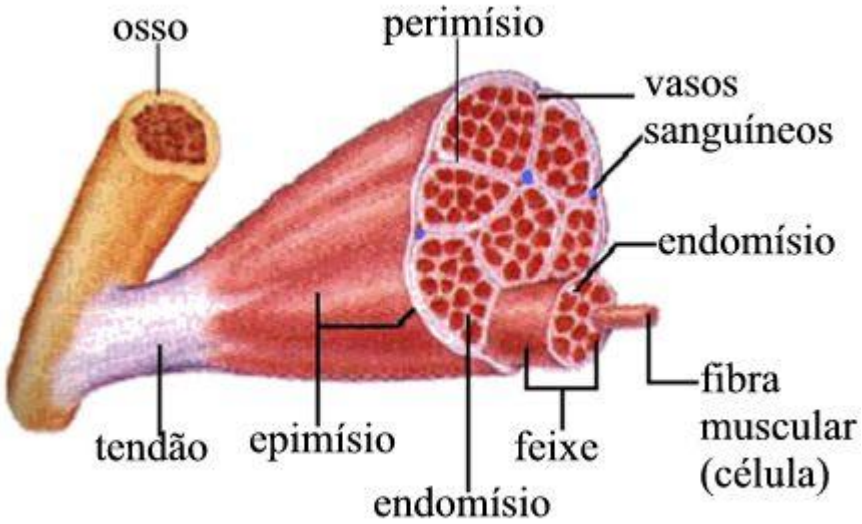


Figura 7. 3: Seção transversal ilustrativa de um músculo e osso, mostrando as principais estruturas que as constituem, tais como os feixes de fibras musculares, tendão e osso (Figura retirada de [128]).

A. 2.5. Materiais isotrópicos

Materiais ou corpos isotrópicos constituem um tipo muito mais comum de sólido, em que as propriedades elásticas são as mesmas em todas as direções. Materiais isotrópicos têm a mesma relação constitutiva sob qualquer rotação de corpo [123]. Somente 2 parâmetros independentes são obrigatórios para descrever materiais ou tecidos isotrópicos. A equação de Hooke que descreve um modelo de um sólido isotrópico é representada pelas Equações (70).

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda+2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda+2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda+2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{33} \\ S_{23} \\ S_{31} \\ S_{12} \end{pmatrix} . \tag{70}$$

Nestas equações, λ e μ, são conhecidas como constantes de Lamé, as quais descrevem o material e, no caso de um sólido viscoelástico, são grandezas complexas dependentes da frequência. A matriz compressibilidade, $\{C_{IJ}\}^{-1}$, provê a informação elástica em termos de dois parâmetros equivalentes: Módulo de Young, E e o coeficiente de Poisson, υ:

$$\begin{pmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{33} \\ S_{23} \\ S_{31} \\ S_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/E_1 & -\upsilon/E_1 & -\upsilon/E_1 & 0 & 0 & 0 \\ -\upsilon/E_1 & 1/E_1 & -\upsilon/E_1 & 0 & 0 & 0 \\ -\upsilon/E_1 & -\upsilon/E_1 & 1/E_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\upsilon)/E_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\upsilon)/E_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\upsilon)/E_1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} . \tag{71}$$

Em termos de E e υ, as constantes de Lamé são:

$$\mu = \frac{E_1}{2(1+\upsilon)}; \qquad \lambda = \frac{\upsilon E_1}{(1+\upsilon)(1-2\upsilon)} . \tag{72}$$

Apêndice B – Incompressibilidade em modelos de materiais lineares

Materiais incompressíveis não experimentam nenhuma mudança de volume quando submetidos a uma força. Qualquer distúrbio mecânico propaga-se somente como mudanças de forma. Há várias maneiras equivalentes para expressar incompressibilidade. Por definição, o vetor deslocamento $\vec{u}$ em materiais incompressíveis possui divergência nula:

$$\nabla \cdot \vec{u} \equiv u_{i,i} = 0 . \tag{73}$$

Isto tem implicações para os coeficientes de rigidez, porque a divergência do vetor deslocamento é idêntica ao traço (*I*=*J*) do tensor de deformação, S_{IJ}, e a soma dos seus três primeiros elementos na notação reduzida do vetor deformação é igualmente nula, conforme a Equação (74)

$$u_{i,i} = S_{11} + S_{22} + S_{33} = S_1 + S_2 + S_3 = 0 . \tag{74}$$

A relação entre tensão e deformação requer que S se relacione com C e σ segundo a Equação (75)

$$S_I = \{C_{IJ}\}^{-1} \sigma_J . \tag{75}$$

Assim, assegurar deslocamento com divergência nula para qualquer tensão exige que a relação de soma entre os três primeiros traços de S_{IJ} seja nula para cada coluna.

Para materiais ortotrópicos estas constantes adicionais reduzem o número de parâmetros desconhecidos para um sólido estático para seis. As limitações nas relações de Poisson são:

$$\upsilon_{12} + \upsilon_{13} = 1; \tag{76}$$

$$\upsilon_{23} + \upsilon_{21} = 1; \tag{77}$$

$$\upsilon_{32} + \upsilon_{31} = 1 . \tag{78}$$

Para materiais transversalmente isotrópicos, as equações independentes

$$\upsilon_{12} + \upsilon_{13} = 1 \Rightarrow \upsilon_{12} = 1/2 , \quad 2\upsilon_{13} = 1 \Rightarrow \upsilon_{13} = 1/2 , \tag{79}$$

reduzem o número de parâmetros desconhecidos para três (E_1, E_3, μ_{23}). Os elementos da matriz rigidez podem ser escritos em termos destas constantes para o caso incompressível como:

$$C_{11} = \frac{E_1(4E_1 - E_3)}{3(E_1 - E_3)}; \tag{80}$$

$$C_{12} = \frac{E_1(2E_1 + E_3)}{3(E_1 - E_3)}; \tag{81}$$

$$C_{13} = \frac{E_1 E_3}{E_1 - E_3}; \tag{82}$$

$$C_{33} = \frac{E_1 E_3}{E_1 + E_3}; \tag{83}$$

$$C_{44} = \mu_{23}. \tag{84}$$

Para materiais isotrópicos, materiais incompressíveis, a constante é:

$$1 - 2\upsilon = 0 \ \Rightarrow \upsilon = 1/2. \tag{85}$$

De forma que só uma constante material é necessária para caracterizar o material: $E = 3\mu$.

Assumindo-se que um material é linear, isotrópico, homogêneo e incompressível, ou seja, um simples modelo Hookeano, pode-se designar o módulo elástico transversal μ_{ij} por rigidez elástica transversal, μ.

Apêndice C – Propagações de ondas mecânicas em sólido elástico

Seguindo os métodos da Mecânica do Contínuo, as equações governantes para um meio deformável podem ser obtidas pela aplicação, para qualquer parte do meio, da conservação do momento linear, dado por:

$$\rho \cdot \frac{d}{dt}\left(\iiint_V \dot{u} dV \right) = \iint_A T^{(n)} dA + \rho \cdot \iiint_V F_m dV \,. \tag{86}$$

Na Equação (86), ρ é a densidade, u é o vetor deslocamento (com o ponto superior indicando uma derivada temporal). O vetor F_m representa as forças de massa ou forças de volume e tem grandeza de força por unidade de massa, e $T^{(n)}$ é o vetor tração na superfície A (com vetor normal externo n) de volume V. Esta equação de estado descreve que a taxa de mudança do momento linear é proporcional às tensões superficiais resultantes e as forças de volume que atuam no corpo, tais como gravitacional, elétrica ou magnética [73].

Reescrevendo a Equação (56), tem-se o vetor tração, $T^{(n)}$, em termos do tensor de tensões σ_{ij}, assim:

$$T^{(n)} = \sigma_{ij} n_j \,. \tag{87}$$

Usando o teorema da divergência para obter a forma diferencial da conservação do momento linear,

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \right) = \vec{\nabla} \bullet \sigma_{ij} + \rho \cdot \vec{F}_m \,. \tag{88}$$

Para completar, a resposta do material deverá ser especificada. Caso a magnitude da deformação seja suficientemente pequena, a relação de linearidade entre a tensão e a deformação é mantida. Desta maneira, a deformação poderá ser expressa em termos do tensor infinitesimal dos deslocamentos, Equação (58), dada pelas equações de compatibilidade das deformações:

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \tag{89}$$

Então, a relação constitutiva relacionando tensão e deformação para um sólido linear e isotrópico pode ser escrito como:

$$\sigma_{ij} = 2\mu S_{ij} + \lambda S_{kk} \delta_{ij} \Rightarrow \sigma_{ij} = \frac{E}{(1+\upsilon)}\left(S_{ij} + \frac{\upsilon}{1-2\upsilon} S_{kk} \delta_{ij} \right), \tag{90}$$

em que λ e μ são as constantes de Lamé, μ é o módulo de cisalhamento, E o módulo elástico longitudinal ou módulo de Young, e υ o coeficiente de Poisson. Na Equação (90), a conversão do somatório foi usada e δ_{ij} é o delta de Kronecker, ou seja, $\delta_{ij}=1$ se $i=j$ e zero se $i \neq j$.

Na região de homogeneidade, em que λ e μ são constantes, as Equações de (88) a (90) podem ser combinadas para obter uma equação somente em termos do vetor deslocamento

$$(\lambda+\mu)\cdot\left(\frac{\partial \vec{u}_j^{\,2}}{\partial x_j \partial x_i}\right)+\mu\cdot\left(\frac{\partial \vec{u}_i^{\,2}}{\partial x_j \partial x_j}\right)+\rho\vec{F}_m=\rho\cdot\left(\frac{\partial^2\vec{u}}{\partial t^2}\right). \tag{91}$$

Usando a notação vetorial, pode-se apresentar a equação governante para um sólido elástico homogêneo e isotrópico, de acordo com a Equação (92)

$$(\lambda+\mu)\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\bullet\vec{u})+\mu\vec{\nabla}^2\vec{u}+\rho\vec{F}_m=\rho\cdot\left(\frac{\partial^2\vec{u}}{\partial t^2}\right). \tag{92}$$

Considerando uma solução do tipo: $\vec{u}=u_0\cdot\sin(\omega t+\vec{k}\bullet\vec{r})\hat{r}$, a equação acima, ainda poderá ser reescrita de forma que o termo referente à aceleração seja posto em função da frequência da vibração mecânica externa e do deslocamento.

$$\rho\cdot\left(\frac{\partial^2\vec{u}}{\partial t^2}\right)=-\rho\cdot\omega^2\cdot\vec{u}\,, \tag{93}$$

em que $\vec{u}$ é o vetor deslocamento, ω a frequência da vibração mecânica, k o vetor número de onda e r o vetor posição. Resultando na Equação (94)

$$(\lambda+\mu)\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\bullet\vec{u})+\mu\vec{\nabla}^2\vec{u}+\rho\vec{F}_m=-\rho\cdot\omega^2\cdot\vec{u}\,. \tag{94}$$

$\vec{b}$, representa a força gravitacional que atua no corpo por unidade de massa.

Estas equações, com dadas condições de contorno, governam a resposta dinâmica geral de um material elástico linear homogêneo e isotrópico, para uma força ou excitação de deslocamento. Se cargas são aplicadas suavemente (quase-estática) ou se a resposta do deslocamento para carga constante é medida depois de todo movimento ter cessado, então o lado direito da equação é desprezada e o conjunto de equações é igual a zero. Portanto, esta equação prediz a resposta estática (compressão), quase-estática (frequências <10 Hz) e dinâmica (transiente, harmônico) que possam ocorrer em consequência à aplicação de cargas.

Em coordenadas cartesianas as Equações (94) assumem a seguinte forma:

$$\left(\lambda+\mu\right)\cdot\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1\partial x_i}+\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2\partial x_i}+\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3\partial x_i}\right)+\mu\nabla^2 u_i+\rho\vec{F}_m^{\,i}=\rho\cdot\left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}\right), \tag{95}$$

para i = 1; 2; 3; em que

$$\nabla^2 u_i = \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_3^2}\,. \tag{96}$$

As Equações (95) devem satisfazer um conjunto de funções $\vec{u}_i = \vec{u}_i(x_1, x_2, x_3)$, os quais representam o deslocamento em cada ponto dentro de uma mesma região *R*: Conhecendo-se o vetor deslocamento pode-se calcular o tensor de deformação usando a Equação (89). Uma vez conhecidas todas as componentes do tensor de deformação, torna-se possível inferir os valores das componentes do tensor de tensões por meio das equações constitutivas, Equação (53).

Na ausência de forças que atuam no corpo, tal como de natureza gravitacional, a qual não induz nenhuma mudança no seu estado de equilíbrio, a solução para a equação de Navier-Stokes, Equação (95), pode ser representada da seguinte forma:

$$\vec{u} = \vec{u}^{(1)} + \vec{u}^{(2)}, \tag{97}$$

em que $\vec{u}^{(1)}$ e $\vec{u}^{(2)}$ satisfazem as seguintes condições, respectivamente: $\nabla \cdot \vec{u}^{(1)} = 0$ e $\nabla \times \vec{u}^{(2)} = 0$. As soluções para estas equações são conhecidas como soluções de Papkovich-Neuber [129]. O campo vetorial $\vec{u}^{(1)}$ é conhecido como campo solenoidal, enquanto $\vec{u}^{(2)}$ é chamado de campo irrotacional. As forças de volume tais como o peso do elemento, podem ser desprezadas ($\vec{b} = 0$), neste caso porque, ao serem reduzidas as dimensões do elemento, as forças de volume que agem sobre ele diminuem com o cubo das dimensões lineares.

Substituindo $\vec{u}$ na Equação (95); obtém-se em coordenadas Cartesianas que

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial^2 \vec{u}^{(1)}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \vec{u}^{(2)}}{\partial t^2} \right) = (\lambda + \mu) \nabla \left(\nabla \bullet \vec{u}^{(2)} \right) + \mu \nabla^2 \vec{u}^{(1)} + \mu \nabla^2 \vec{u}^{(2)}. \tag{98}$$

O campo vetorial $\vec{u}^{(1)}$ pode ser eliminado da Equação (98), aplicando o operador divergente ($\nabla \cdot$) aos dois lados da equação. Assim, obtém-se que

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial^2 \left(\nabla \bullet \vec{u}^{(2)} \right)}{\partial t^2} \right) = (\lambda + \mu) \nabla^2 \left(\nabla \bullet \vec{u}^{(2)} \right) + \mu \nabla \bullet \left(\nabla^2 \vec{u}^{(2)} \right). \tag{99}$$

Assumindo que o mapa de deslocamento é uma função contínua, a posição entre os operadores ∇ e ∇^2 pode ser trocada, ou simplesmente aplicando a identidade vetorial de Helmholtz, $\vec{\nabla}^2 \vec{u} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{u}) - \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{u}$. A Equação (98) poderá então ser desmembrada em duas partes distintas, representando uma solução para o campo solenoidal e irrotacional, conhecidas como equações de Helmholtz. A primeira solução será dada por:

$$\nabla\bullet\left(\rho\cdot\left(\frac{\partial^2\vec{u}^{(2)}}{\partial t^2}\right)-\left(\lambda+2\mu\right)\nabla^2\vec{u}^{(2)}\right)=0. \tag{100}$$

Implicando que

$$\rho\cdot\left(\frac{\partial^2\vec{u}^{(2)}}{\partial t^2}\right)-\left(\lambda+2\mu\right)\nabla^2\vec{u}^{(2)}=0. \tag{101}$$

A solução da Equação (101) resulta em uma função harmônica, em que as partículas do meio movem-se na direção do eixo-*x*, ou seja, no mesmo sentido de propagação da onda, com uma velocidade de propagação longitudinal da onda dada por

$$v_L=\sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}. \tag{102}$$

Consequentemente, $\vec{u}^{(2)}$ é um vetor de onda de propagação longitudinal, como representado na Figura 7. 4.

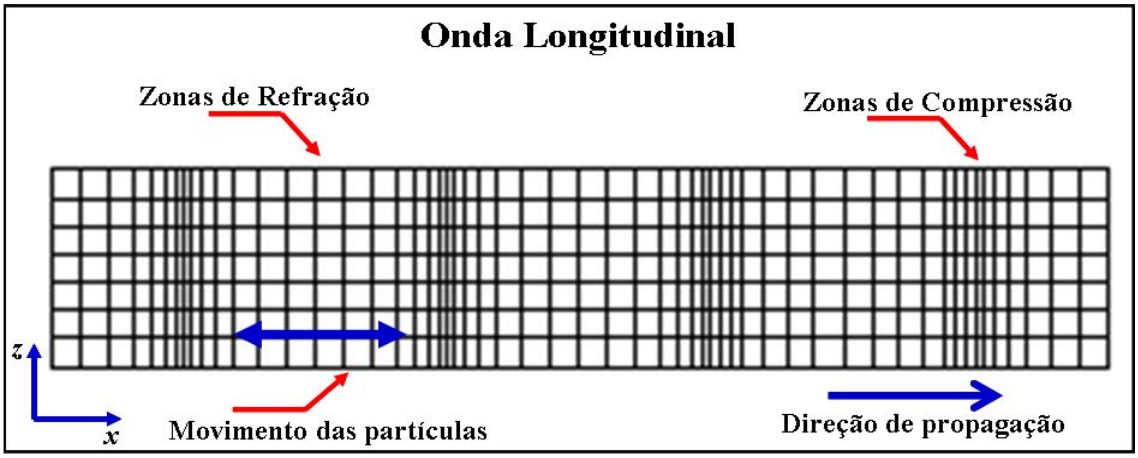


Figura 7. 4: Representação de uma onda longitudinal propagando-se em um meio elástico e incompressível com uma velocidade v_L.

De forma similar, quando o campo vetorial $\vec{u}^{(2)}$ é eliminado ao se aplicar o operador rotacional $(\nabla\times)$ a ambos os lados da Equação (98), encontra-se que o vetor $\vec{u}^{(1)}$, também satisfaz a equação de onda e assume a seguinte forma:

$$\rho\cdot\left(\frac{\partial^2\vec{u}^{(1)}}{\partial t^2}\right)-\mu\nabla^2\vec{u}^{(1)}=0, \tag{103}$$

cuja solução geral é dada pela Equação (104)

$$\vec{u}(x,t) = A_0 \cdot \exp[\, j(kx - \omega t + \phi)]\hat{u}_z, \tag{104}$$

em que $\hat{u}_z$ é o versor na direção perpendicular a propagação da onda, ϕ é a fase, A_0 a amplitude, k o número de onda e ω a frequência angular. As partículas do meio movem-se na, direção do eixo-*z*, com uma velocidade dada por:

$$v_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}\,. \tag{105}$$

A forma da onda transversal encontra-se representada na Figura 7. 5.

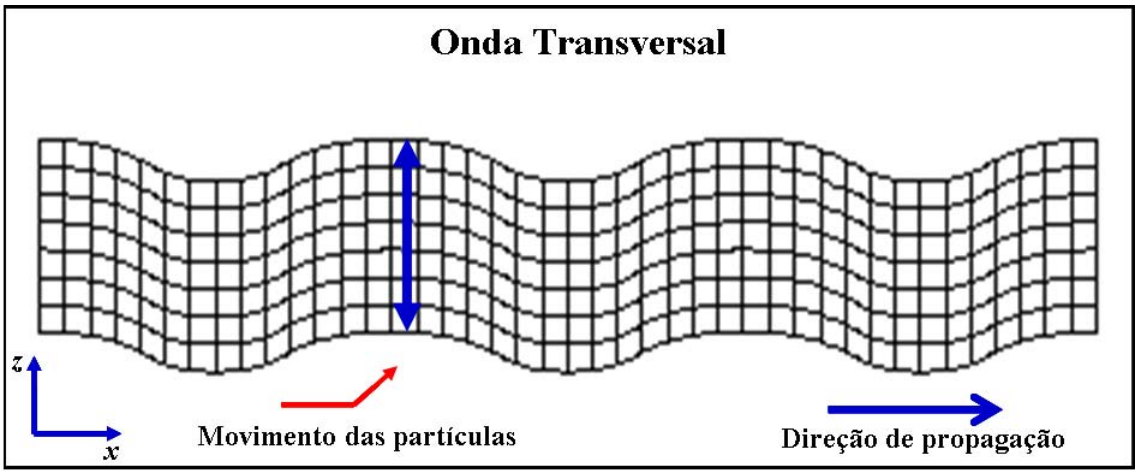


Figura 7. 5: Representação de uma onda transversal propagando-se em um meio elástico e incompressível com uma velocidade v_T.

Fazendo-se uma análise da Equação (105), para dois materiais com diferentes elasticidades, pode-se concluir que a velocidade de propagação é maior quando se trata de um corpo rígido. Consequentemente, apresentando comprimento de onda longo, como ilustrado na Figura 7. 6a. Enquanto que para um material mole a propagação da onda mecânica transversal se dá de forma mais lenta, resultando em comprimento de onda curto, como esquematizado na Figura 7. 6b.

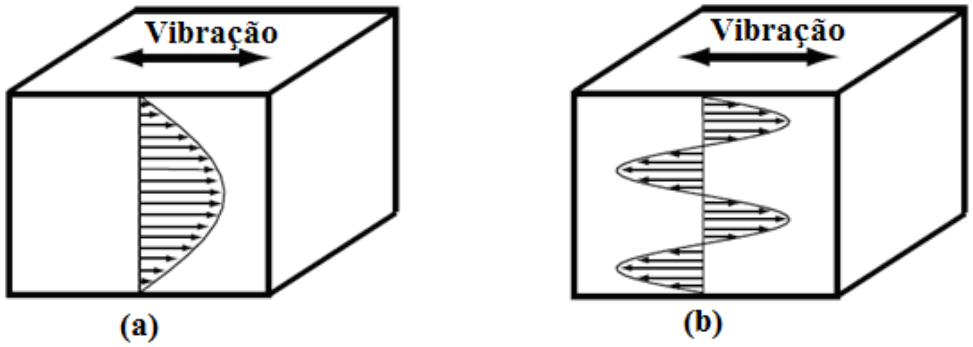


Figura 7. 6: Propagação de ondas mecânicas em um sólido "rígido" (a) e um sólido "mole" (b) sob a mesma frequência de vibração.

Este comportamento é observado quando a resposta do material é analisada sob a mesma frequência de vibração. O vetor $\vec{u}^{(2)}$ é uma onda de compressão, enquanto a grandeza vetorial $\vec{u}^{(1)}$ é uma onda cisalhante ou transversal. Esta última denominação será adotada neste trabalho.

A velocidade da onda transversal depende da densidade (ρ) do módulo elástico transversal (μ) do meio. A velocidade da onda longitudinal apresenta uma relação direta entre a densidade do meio e o módulo volumétrico K. Em que, $K = \lambda + 2\mu/3$, o que conduz a uma velocidade de propagação da onda longitudinal dada por $v_L^2 = \left(K + 4\mu/3\right)/\rho$. Assim, o módulo elástico transversal (μ) e o módulo volumétrico (K) encontram-se relacionados. Fisicamente, a velocidade da onda longitudinal é uma consequência não apenas de uma simples compressão, mas sim, uma combinação entre um movimento compressivo e cisalhante, representados separadamente na Figura 7. 7. Ao considerar uma pequena seção cúbica do material no caminho da onda longitudinal propagando-se na direção do eixo-*x*, nota-se que a área normal à seção transversal não será afetada. Diferentemente da extensão ao longo do eixo-*x*, o qual terá sua dimensão alterada durante a passagem da onda. Acarretando uma mudança na forma e no volume do elemento cúbico. Além de alterar a resistência do meio ao cisalhamento. Efeitos devidos à compressibilidade tornam-se mais salientes.

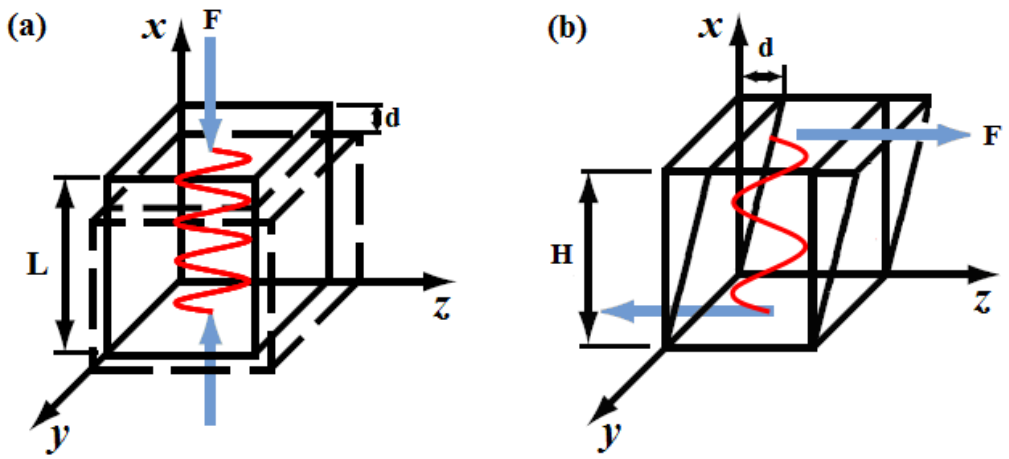


Figura 7. 7: Representação de um elemento cúbico sujeito à ação de uma força de compressão *F*, com uma deformação *d*, e as alturas *L* correspondendo à compressão e *H* à parte cisalhante. As figuras (a) e (b) representam uma composição de movimento, resultante de uma onda longitudinal propagando-se em um meio elástico.

Para alguns tecidos mole, as duas constantes de Lamé, λ e μ, possuem valores distintos. Esta diferença é mais claramente percebida, quando se compara a velocidade longitudinal, v_L, e a velocidade transversal da onda, v_T. Relacionando-se as velocidades obtem-se:

$$\frac{v_L^2}{v_T^2} = \frac{(\lambda + 2\mu)/\rho}{\mu/\rho} = \frac{\lambda + 2\mu}{\mu} = \frac{\lambda}{\mu} + 2\,. \tag{106}$$

A velocidade longitudinal, para alguns tecidos mole é da ordem de $1500 - 1580$ m/s e a velocidade transversal da ordem de $0{,}5 - 20$ m/s [123, 130-131]. Desta forma, obtêm-se a razão entre as constantes de Lamé, no intervalo de 6 kPa $- 9$ MPa. Da mesma forma o coeficiente de Poisson (υ) está relacionado às constantes de Lamé, por meio da Equação (107):

$$\upsilon = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}\,. \tag{107}$$

O coeficiente de Poisson para tecidos moles varia entre $0{,}4999178$ a $0{,}4999997$, ou seja, muito próximo de $1/2$. Assim sendo, este valor será adotado para o coeficiente de Poisson para materiais incompressíveis.

As ondas transversais e longitudinais são basicamente os dois tipos de ondas planas que se propagam independentemente no volume do material, interagindo somente nas fronteiras.

Nota-se que não há mudança no volume (condição de incompressibilidade), como indicado pela Equação (105), que representa a velocidade da onda transversal. Em ensaios de Elastografia por Ressonância Magnética – ERM [37, 132], o foco da atenção reside tipicamente na propagação das ondas transversais e não nas propriedades das ondas de pressão, a qual tem sido investigada experimentalmente em estudos de caracterização ultrassônica de tecidos [133]. Na ausência de camadas móveis do material em cisalhamento, as ondas mecânicas propagam-se perpendicularmente à direção de cisalhamento; então, o termo responsável pela dilatação volumétrica do sólido será nulo, $\vec{\nabla}\bullet\vec{u}=0$ [134].

Para biomateriais típicos e materiais que imitam tecidos (fantomas), a velocidade das ondas de pressão é muitas vezes maior que a velocidade das ondas elásticas transversais [135]. Consistentes com esta demonstração, tecidos biológicos são aproximadamente incompressíveis com um coeficiente de Poisson variando entre $0{,}49 < \upsilon < 0{,}5$ [136]. No limite, com υ próximo de $1/2$, o módulo elástico transversal é dado por $\mu = E/2(1+\upsilon) \Rightarrow \mu = E/3$. Portanto, para um material aproximadamente infinitesimal, uma medida da velocidade das ondas transversais $v_T \approx \sqrt{E/3\rho}$ pode ser usada para obter informação sobre o módulo de Young do material, desde que se conheça a densidade.

A Equação (94) pode ser um ponto inicial a ser considerado em uma etapa de compreensão em ensaios elastográficos. Para deslocamento estático ou de baixas frequências, em movimentos cíclicos, a ordem de grandeza dos termos iniciais é muito pequena [137]. Isto se deve ao fato que o módulo volumétrico em tecido biológico apresenta valores maiores que o módulo elástico transversal [138]. O módulo volumétrico descreve como o volume do meio varia em função da tensão aplicada. Enquanto que, o módulo elástico transversal quantifica a variação na forma do meio sob a mesma tensão aplicada. Estas são duas propriedades fundamentais do meio. Para materiais incompressíveis, tais como meios a base de gelatina, a divergência (ou dilatação) $\vec{\nabla}\bullet\vec{u}$ é praticamente nula, assim a Equação (94) reduz a equação de Laplace [139],

$$\nabla^2\vec{u}=0\,. \tag{108}$$

A solução da equação de Laplace depende dos extremos, nos valores de contorno de $\vec{u}$. Para uma geometria simples (exemplo um cubo), à solução para $u_x(x)$ é linear com x [140]. Isto é verdade em etapas de compressão em ensaios elastográficos usando força estática ou quase-estática [139, 141].

Apêndice D – Conjecturas fundamentais aplicadas a um sólido elástico

Há quatro suposições fundamentais usadas para justificar o uso da equação de Helmholtz em problemas elastográficos dinâmicos. A primeira suposição diz respeito à resposta linear sob pequenas deformações, seguindo a isotropia, incompressibilidade e homogeneidade do meio. A utilização de pequenas amplitudes de vibração é fato inerente às técnicas que foram exploradas neste trabalho. Enquanto que, materiais isotrópicos são assumidos como restrições imutáveis para o método e não serão posteriormente discutidos. A aplicabilidade da hipótese de incompressibilidade e da homogeneidade são as duas únicas hipóteses que serão discutidas nesta seção.

D. 1. Hipótese de homogeneidade local

O pressuposto da homogeneidade local, necessariamente, implica na falta de exatidão e limitada resolução próximo às regiões de contorno, da ordem da janela usada para visualizar uma determinada localidade. Entretanto, o tamanho da janela de estudo poderá ser escolhido, podendo ser pequeno o bastante para descrever uma limitada região de interesse. O único inconveniente deste tipo de procedimento é um aumento do ruído nos valores médios estimados, com consequente aumento no desvio padrão da medida. Outra maneira de proceder é usando técnicas interativas, baseadas em elementos finitos [142-144]. Estas técnicas não fazem suposição alguma sobre a hipótese de homogeneidade, no entanto, consomem um grande tempo computacional, especialmente em ambiente tri-dimensional [145]. Com o uso de elementos finitos são realizadas estimativas ao longo de toda a fronteira ou borda do objeto e desta forma são mais sensíveis ao ruído ou efeitos de borda. De acordo com a literatura disponível até o momento, não é claro quão melhor são os resultados obtidos com o uso de elementos finitos em relação aos obtidos usando a hipótese de homogeneidade local.

Em experimentos de elastografia estática ou de baixa frequência (quase-estática), uma pequena variação do módulo elástico transversal refletirá em uma maior facilidade do corpo em mudar sua forma [138]. Consequentemente, efeitos de borda serão mais proeminentes, quando grandes deformações forem aplicadas. Os efeitos de borda são mais evidentes em deformações estáticas, pois há mudança nos valores das componentes do tensor de tensões e de deformação.

Elastografia por Ressonância Magnética assume que os movimentos são induzidos a partir da superfície do corpo com a aplicação de uma força dinâmica. A deformação decorrente da aplicação desta força externa, na maioria das vezes, de forma cisalhante, é

praticamente constante, resultando em um deslocamento das partículas do meio. Estes deslocamentos são em geral da ordem de 10 a 100 μm [146]. Entretanto, a força de radiação acústica produzida por um transdutor confocal de ultrassom [38], induz movimento em uma região muito mais localizada, correspondendo a uma área focal de excitação de aproximadamente 700 μm [41, 52]. A aplicação desta força de radiação focalizada pode ser utilizada para vibrar uma amostra [53-54], resultando em um conjunto de equações que poderão ser resolvidas ignorando o efeito de borda do corpo [42, 147].

D. 2. Hipótese da incompressibilidade do meio

Fluidos incompressíveis não podem ser comprimidos e tem a densidade relativamente constante ao longo do meio. A água no estado líquido é considerada um exemplo de fluido incompressível. Um material perfeitamente incompressível deforma de maneira elástica quando submetido a pequenas deformações, apresentando um coeficiente de Poisson muito próximo de 0,5 [123]. Aplicando o pressuposto da incompressibilidade as equações que regem o fluxo de material poderão ser simplificadas significativamente. Em mecânica dos fluidos ou mais geralmente em mecânica do contínuo, um sólido ou um fluido é considerado incompressível quando a divergência do vetor velocidade é igual a zero. A equação que descreve um fluxo isocórico (mesmo volume) incompressível é dada pela Equação (109)

$$\nabla \cdot \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right) = 0, \tag{109}$$

em que $\vec{u}$ é o vetor deslocamento.

Um dos pressupostos fundamentais assumidos a partir das equações de um sólido isotrópico é que a equação de Helmholtz é aplicada a um material que é aproximadamente incompressível. No entanto, isto não é totalmente verdade, uma vez que o comprimento da onda mecânica em tecidos e materiais moles não é finito. Eventuais reflexões, refrações e difrações da onda acontecerão nas bordas do meio material, causando um distúrbio próximo às zonas de fronteira. Nesta discussão um ponto relevante não é o quanto o modelo é mais correto, mas o quanto ele se aproxima das condições experimentais. Em trabalhos sobre a reconstrução dos dados de elastografia dinâmica tem-se usado nas equações de movimento valores específicos para o coeficiente de Poisson e para a densidade do meio [19, 143]. Estes

valores se aproximam da natureza incompressível e da alta concentração de água contida no tecido humano, cuja densidade é aproximadamente igual a 1000 Kg/m^3.

Um dos pontos mais críticos adotado neste trabalho diz respeito à aplicação da equação de Helmholtz, uma vez que a equação de movimento, Equação (94), traz consigo um termo extra, $(\lambda+\mu)\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\bullet\vec{u})$, relativo à incompressibilidade do corpo. A seguir serão discutidas quatro justificativas, do porque este termo foi eliminado indiretamente da equação de movimento transversal, ou equação de Helmholtz (Equação (101) e (103)). Segundo esta equação o corpo material está sujeito a uma força externa oscilante. Primeira justificativa: O algoritmo usado para o cálculo da frequência local [17, 88], para estimar o mapa de elasticidade em experimentos de ERM, baseia-se na utilização de pequenas janelas. Este algoritmo leva em conta a homogeneidade local e a incompressibilidade do meio. Os resultados encontrados em [91], foram superiores aos obtidos por outros métodos de inversão, para estimar a elasticidade do meio. Segunda justificativa: A grande diferença entre a velocidade da onda longitudinal e a transversal, em meio biológico e em materiais que imitam tecido mole, reflete na escala de tamanho da janela usada na reconstrução; desta forma, a mudança de volume poderá ser ignorada. A divergência do vetor deslocamento, $(\vec{\nabla}\bullet\vec{u})$, é muito pequena, sendo que o gradiente da divergência, $\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\bullet\vec{u})$, é ainda menor podendo então ser desprezado. Terceira justificativa; está no fato de que o coeficiente de Poisson para tecidos moles é muito próximo de $\upsilon=1/2$, o qual é uma constante de incompressibilidade ou divergência nula. A incompressibilidade do meio é responsável pela expansão do material na direção perpendicular à força externa de excitação, geradora das ondas transversais [70]. O fato de se utilizar ondas transversais, ao invés de onda longitudinal para o estudo das propriedades mecânicas de fantomas à base de gelatina, justifica-se pela baixa velocidade da onda transversal comparada com a longitudinal. Esta baixa velocidade de propagação implica em um menor comprimento de onda, o qual pode ser completamente visualizado em um fantoma de dimensões relativamente pequenas (~400 cm^3). Outra razão, é que as ondas transversais não estão diretamente vinculadas à força de excitação, sendo um fenômeno intrinsecamente dependente do meio, discutido anteriormente. Dessa forma, o módulo volumétrico não é afetado porque a forma com que a força é aplicada à superfície não causa praticamente nenhuma compressão no meio, no caso da ERM [87]. O mesmo ocorre em ensaios usando força de radiação acústica como atuador, em que a vibração acontece basicamente nas camadas superficiais do gel, gerando ondas transversais de curto alcance [71].

Estas justificativas não devem ser usadas como prova para validar o modelo, sob todas as condições físicas possíveis, mas elas fornecem suporte para uso de interesse prático, em aplicações elastográficas na presença de erros de medidas.

Finalizando esta discussão, é bom mencionar que as considerações mencionadas anteriormente devem ser justificadas em experimentos mais complexos, usando outros modelos de sólidos elásticos, antes de serem simplesmente empregadas.

Apêndice E – Modelos matemáticos de sólido viscoelástico

Um material é classificado como Newtoniano quando sua viscosidade não muda, independentemente da taxa de cisalhamento a qual é medida numa dada temperatura. Este material apresenta uma resposta linear entre a tensão e a deformação. Um sólido viscoelástico é composto por uma componente elástica e outra de origem viscosa (proveniente do sólido Newtoniano), sendo capaz de retomar parcialmente a sua forma original ao se retirar a tensão de cisalhamento a ele aplicada.

É importante ser destacado que, as tensões de deformação usadas nos problemas estudados nesta tese são de baixa amplitude, com deformações menores que 1%. Ao longo do trabalho, a estrutura atômica do material não será considerada. Será admitido que a matéria de um corpo viscoelástico é homogênea e distribuída continuamente no seu volume, de tal forma que, o menor elemento retirado do corpo possui as mesmas propriedades físicas específicas (homogeneidade). Para simplificar a discussão, será também admitido que em geral o corpo seja isotrópico, argumentos estes que foram discutidos nas secções anteriores.

Modelos matemáticos são aplicados ao estudo do comportamento de um material viscoelástico. A aplicação destes modelos possibilita estimar a elasticidade e a viscosidade do meio, assumindo que o comportamento mecânico do material corresponde a um simples modelo mecânico. Esta modelagem do sistema baseia-se no sistema mola e amortecedor [123]. O modelo de Maxwell e modelo de Voigt são os mais simplificados para descrever esses sistemas. O modelo de Maxwell é geralmente utilizado para fluidos, enquanto o de Voigt fornece melhores resultados quando utilizado para modelar um sólido [148]. Ondas transversais podem somente se propagar em sólidos [149], por este motivo e por outros já citados anteriormente o modelo Voigt foi adotado neste trabalho para representar um sólido viscoelástico. Este modelo é particularmente útil para descrever o comportamento de materiais gelatinosos que imitam tecido biológico mole [30, 148].

Estes sistemas poderão ser modelados de forma análoga a um circuito elétrico. No equivalente elétrico, o tensor de tensão é representado pela tensão elétrica e o tensor de deformação pela corrente elétrica. O módulo elástico da mola é análogo à capacitância do circuito, pois armazena energia, e a viscosidade do pistão ou amortecedor, equivale à resistência do circuito, porque dissipa energia [150].

A componente elástica, como previamente mencionada, pode ser modelada por uma mola de constante elástica μ_e, em que o tensor de tensão em uma direção será:

$$\sigma = \mu_e \cdot S\,, \tag{110}$$

e equivale à lei de Hooke, Equação (53), em uma dimensão.

A componente viscosa pode ser modelada por uma mola, a qual se relaciona com o tensor de tensão e de deformação, segundo a Equação (111)

$$\sigma = \eta \cdot \frac{\partial S}{\partial t}, \tag{111}$$

em que σ é o tensor de tensão, η é o elemento viscoso do meio Newtoniano, independente da taxa de cisalhamento. O termo $\partial S/\partial t$ é uma derivada parcial da deformação em relação ao tempo, a qual poderá ser escrita da forma dS/dt para o caso unidimensional.

E. 1. Modelo de Maxwell

O modelo de Maxwell considera que os elementos elásticos, μ_e, e viscosos, η, apresentam-se associados em série, como ilustrado na Figura 7. 8. Dessa forma, as tensões atuantes nos dois elementos são idênticas, enquanto as deformações se somam para compor a deformação total.

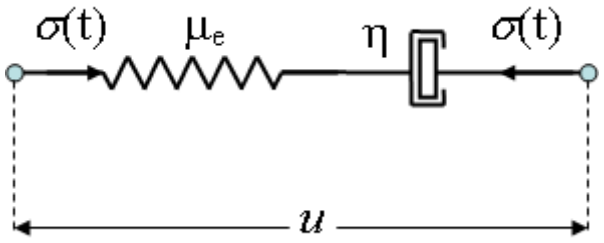


Figura 7. 8: Representação mecânica do modelo viscoelástico de Maxwell representado por uma mola (μ_e) em série com um amortecedor (η).

Assumindo que a área seja constante, a equação de equilíbrio das tensões é dada por:

$$\sigma = \sigma_e = \sigma_\eta\,. \tag{112}$$

em que σ_e e σ_η são as tensões atuando sobre o elemento elástico e viscoso, respectivamente. A equação para as deformações será:

$$S = S_e + S_\eta . \tag{113}$$

Sendo que S_e e S_η são as deformações atuando sobre o elemento elástico e viscoso, respectivamente. Derivando-se temporalmente a Equação (113) e substituindo as Equações (110) a (112) na forma derivada da Equação (113), obtém-se:

$$\left(\mu_e + \eta \frac{\partial}{\partial t}\right) \cdot \sigma = \mu_e \cdot \eta \cdot \left(\frac{\partial S}{\partial t}\right). \tag{114}$$

Para uma deformação constante, $\partial S / \partial t = 0$, a solução para o modelo de Maxwell, Equação (114), é dada pela Equação (115),

$$\sigma(t) = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{\mu_e}{\eta} \cdot t} . \tag{115}$$

No entanto, esse modelo é inapropriado para descrever a função de recuperação do meio quando a tensão é removida. Também não descreve a função de fluência (tendência do meio a ser deformado permanentemente ou mover-se lentamente sob a influência da tensão). Por estas razões, a formulação de Maxwell não fornece um modelo realístico para um sólido viscoelástico, sendo mais apropriado para descrever um fluido viscoelástico.

E. 1. Modelo de Voigt

No modelo de Voigt, o elemento elástico e viscoso apresenta o mesmo deslocamento, sendo constituídos por uma mola, μ_e, correspondendo a uma parte elástica, em paralelo com um amortecedor, η, referente à parte viscosa Newtoniana, como ilustrado na Figura 7. 9.

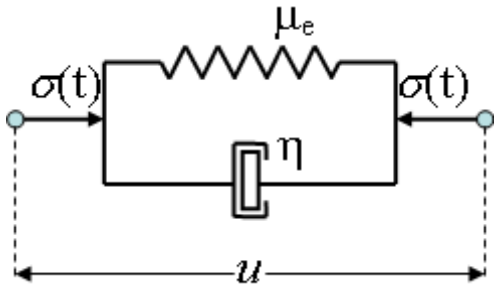


Figura 7. 9: Representação do modelo viscoelástico de Voigt representado por uma mola (μ_e) em paralelo com um amortecedor (η).

Como descrito, o modelo de Voigt é composto por uma mola que representa a parte elástica, μ_e, em paralelo com um amortecedor correspondendo à componente viscosa, η [123]. Tanto o modelo de Maxwell quanto o de Voigt são modelos dinâmicos viscoelásticos, uma vez que a elasticidade média do material é dada por uma grandeza complexa, $\mu = \mu_e + j \cdot \eta \cdot \omega$, dependente da frequência, ω. Esta componente é proveniente da tensão dinâmica à qual estes elementos estão sujeitos.

Assumindo que a área seja constante, a equação de equilíbrio das tensões é dada por:

$$\sigma = \sigma_e + \sigma_\eta . \tag{116}$$

A equação para as deformações será dada por:

$$S = S_e = S_\eta . \tag{117}$$

Fazendo-se a derivada temporal da Equação (116) e substituindo as Equações (110), (111) e (117) na Equação (116), obtém-se:

$$\sigma = \mu \cdot S + \eta \cdot \left(\frac{\partial S}{\partial t} \right), \tag{118}$$

em que σ é a tensão unidimensional e S é a deformação resultante.

A partir deste modelo, a relação que une a tensão e a deformação transversal, do material foi obtida. Ela representa uma generalização ainda maior da lei Hooke aplicada agora a um sólido viscoelástico, ao se adicionar o termo viscoso Newtoniano.

O modelo é aceitável para a descrição em uma primeira aproximação para um sólido viscoelástico. Ele prevê a função de recuperação, S_R, e a função de fluência, S_D, respectivamente

$$S_R(t) = S_0 \cdot e^{-\frac{\mu_e}{\eta} \cdot t} \qquad \text{e} \qquad S_D(t) = \frac{\sigma_0}{\mu_e} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\mu_e}{\eta} \cdot t} \right). \tag{119}$$

Embora, seja capaz de fazer tais predições, o modelo de Voigt deixa a desejar quando busca-se estimar a função relaxação da tensão, $\sigma(t)$, para uma tensão constante.

As deficiências encontradas nos modelo de Maxwell e Voigt poderão ser sanadas, caso seja adotado um modelo alternativo, conhecido como modelo Linear do Sólido Padrão. Este

modelo é formado pela composição dos dois modelos anteriores, como ilustrado na Figura 7. 10.

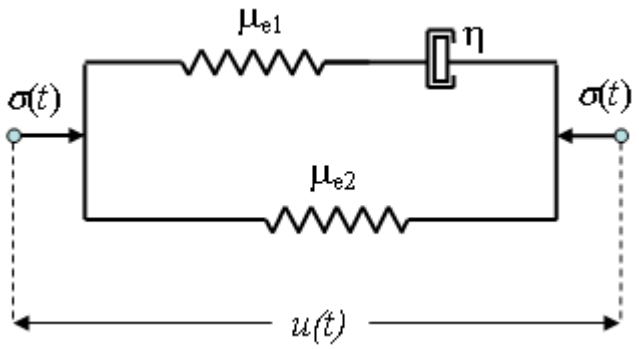


Figura 7. 10: Representação esquemática do modelo Linear do Sólido Padrão representado pela mola (μ_{e1}) em série com amortecedor (η), estando ambos em paralelo com a mola (μ_{e2}).

Embora este modelo seja mais realístico para descrever um meio viscoelástico, seu grau de complexidade matemática também aumenta de forma significativa. Para gelatina os resultados provenientes do modelo Linear do Sólido Padrão [151] pouco diferenciam do modelo de Voigt [148], que será adotado como padrão.

Apêndice F – Propagação de ondas mecânicas em sólido viscoelástico

Para um material isotrópico elástico, como visto anteriormente, apenas duas constantes são independentes, μ e λ. Ao modelar um sólido usando a formulação de Voigt mais duas constantes são adicionadas às equações constitutivas. Essas duas novas componentes, η e λ representam a parte viscosa do fluido Newtoniano [121] e representam as partes complexas das duas constantes de Lamé [152]. Assim, a equação constitutiva representando um sólido viscoelástico, na direção do eixo-z, será:

$$\sigma_{zz} = 2\mu S_{zz} + \lambda\Delta + \lambda \cdot \left(\frac{\partial \Delta}{\partial t}\right) + 2\eta \cdot \left(\frac{\partial S_{zz}}{\partial t}\right), \tag{120}$$

em que $\Delta = \delta_{ij} S_{kk}$; representa a unidade cúbica de mudança de volume chamado de dilatação. Esta equação conduz a uma relação similar à aquelas obtida para um sólido elástico, Equação (94). Esta resposta é modelada da mesma forma que mostrado na Figura 7. 9, com uma mola e um amortecedor em paralelo. Estas relações entre a tensão e a deformação para o modelo de Voigt são da mesma forma como aquelas para o sólido elástico, se o operador $\lambda + \lambda(\partial/\partial t)$ é usado no lugar da constante λ e o operador $\mu + \eta(\partial/\partial t)$ é usado no lugar de μ.

Na ausência de forças de volume, a forma diferencial da conservação do momento linear, Equação (88), é dada por

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}\right) = \vec{\nabla} \bullet \sigma_{zz}. \tag{121}$$

Substituindo a Equação (120) na (121), obtém-se

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right) = \left[(\lambda + \mu) + (\lambda + \eta) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)\right] \cdot \left(\frac{\partial \Delta}{\partial x}\right) + \left[\mu + \eta \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)\right] \cdot \nabla^2 u. \tag{122}$$

Como no caso de um sólido elástico esta relação conduz a uma equação diferencial dada por um campo vetorial, $\vec{u}^{(1)}$, solenoidal e outro campo irrotacional, $\vec{u}^{(2)}$. Desacoplando a equação acima em duas equações, obtém-se a equação de onda longitudinal, para o deslocamento $\vec{u}^{(1)}$:

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial^2 \vec{u}^{(1)}}{\partial t^2}\right) = (\lambda + 2\mu) \cdot \nabla^2 \vec{u}^{(1)} + (\lambda + 2\eta) \cdot \nabla^2 \left(\frac{\partial \vec{u}^{(1)}}{\partial t}\right), \tag{123}$$

e para o deslocamento da onda transversal, $\vec{u}^{(2)}$:

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial^2 \vec{u}^{(2)}}{\partial t^2} \right) = \mu \cdot \nabla^2 \vec{u}^{(2)} + \eta \cdot \nabla^2 \left(\frac{\partial \vec{u}^{(2)}}{\partial t} \right). \tag{124}$$

A Equação (124) pode ser reescrita na forma da equação de Helmholtz para um meio viscoelástico, conforme a Equação (125):

$$\vec{u} + \left(\frac{\mu_e + j\mu_\eta}{\rho\omega^2} \right) \cdot \nabla^2 \vec{u} = 0, \tag{125}$$

em que ρ é a densidade do meio, ω é a frequência, $\mu_\eta = \omega\eta$ é a componente complexa do módulo elástico transversal e η a viscosidade.

F. 1. Modelo de Voigt para a dispersão e atenuação de uma onda plana

No caso específico de uma onda plana ao se propagar por um meio, deverá ser observada certa resistência à sua passagem. Se a onda se propaga por um meio, e sua amplitude sofre um decréscimo durante o percurso, pode-se dizer que este meio é dissipativo. Caso alguns comprimentos de onda sofram mais com a ação imposta pelo meio, em detrimento de outros as velocidades das ondas serão diferentes. Este distúrbio na propagação das ondas caracteriza um meio dispersor. Por outro lado, se o meio oferecer igual resistência para todas as ondas que passam por ele, a forma inicial da onda se conservará ao longo do tempo; não havendo dispersão da onda o meio é denominado não-dispersor.

A dispersão pode ser definida como sendo a medida pela qual a velocidade de fase da onda varia com a frequência. Por esse motivo, observa-se uma mudança na forma da onda inicial ao atravessar um meio cujas velocidades das ondas dependem de suas respectivas frequências. Nas simulações que se seguem utilizou - se uma relação para dispersão da velocidade, em que a frequência é uma função dependente do número de onda, e segue a seguinte relação: $\omega(k) = k(1 - k^2)$, enquanto a atenuação obedece a uma relação da forma: $\alpha(k) = k^2$. Na Figura 7. 11 pode se observar o comportamento esperado para uma onda plana propagando-se em meio não-dispersivo, Figura 7. 12 em meio não-dissipativo e na Figura 7. 13 em meio dispersor e dissipativo. O progresso da onda é representado por uma crescente variação do número de onda, como ilustrado nas Figura 7. 11 a Figura 7. 13. O número de

onda variou entre 0,4 a 1,4 para os índices das figuras de (A-D), a superposição das simulações é apresentada na Figura 7. 11, Figura 7. 12 e Figura 7. 13(E).

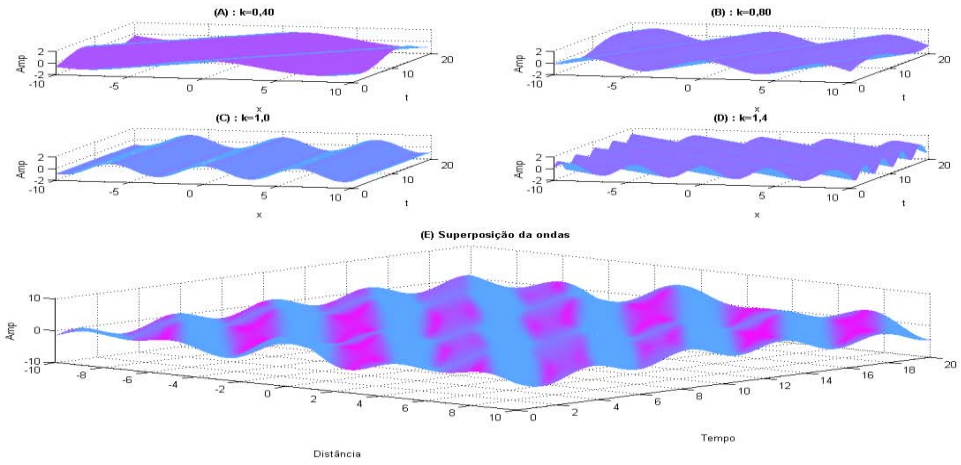


Figura 7. 11: (A-D) Simulação da propagação de onda transversal em meio viscoelástico dissipativo (com atenuação), para cinco diferentes números de onda e (E) superposição das quatro ondas, com números de onda diferentes.

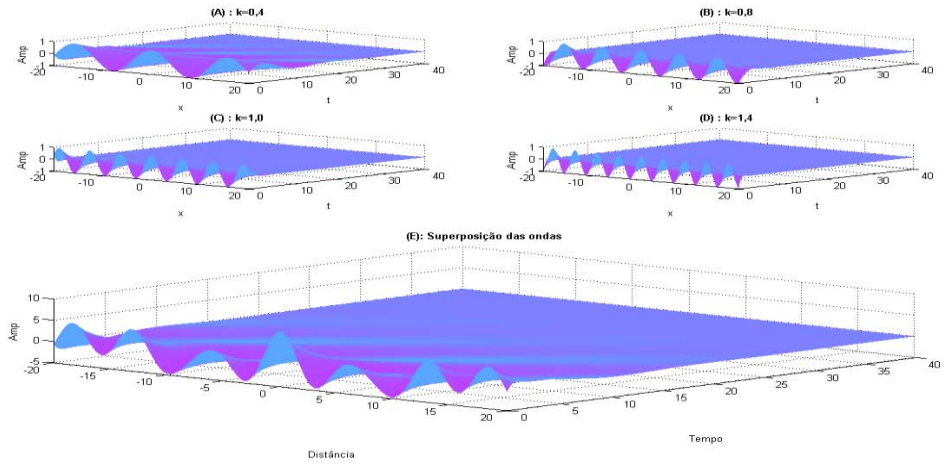


Figura 7. 12: (A-D) Simulação da propagação de onda transversal em meio viscoelástico dispersivo (sem atenuação), para cinco diferentes números de onda e (E) superposição das quatro ondas, com números de onda diferentes.

Quando a velocidade de fase é constante, em geral, o meio é não-dispersivo e a velocidade de grupo é igual à velocidade de fase, independentemente da frequência considerada. No caso em que a velocidade de fase não é constante pode-se dizer que houve

uma deformação temporal da onda, decorrente de sua propagação por um meio dispersivo. Nesta situação a velocidade de grupo é diferente da velocidade de fase da onda.

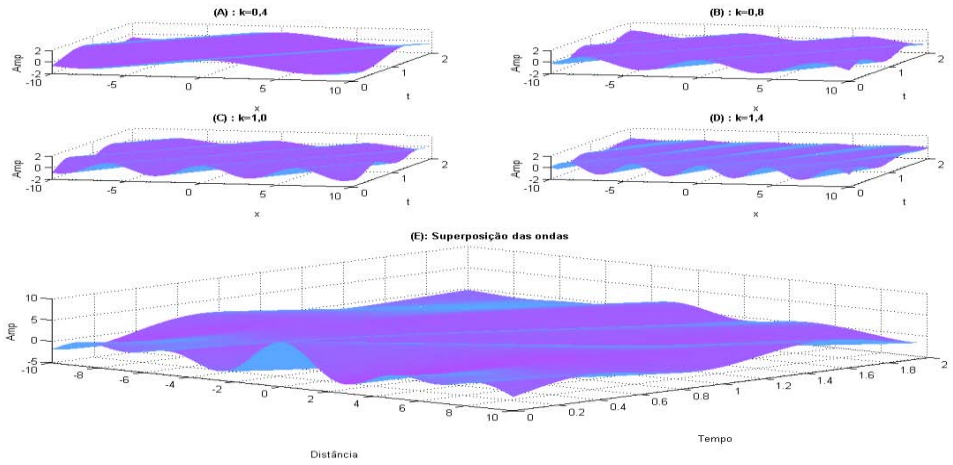


Figura 7. 13: (A-D) Simulação da propagação de onda transversal em meio viscoelástico dissipativo e dispersivo, para cinco diferentes números de onda e (E) superposição das quatro ondas, com números de onda diferentes.

A velocidade de fase de uma onda plana monocromática com uma frequência angular ω e número de onda k é definida matematicamente por [73]

$$v_\phi = \frac{\omega}{k}. \tag{126}$$

A velocidade de grupo representa a velocidade de propagação de um pacote de onda, centrada em torno da frequência ω do pulso, e definido matematicamente por:

$$v_g = v_\phi + k \cdot \left(\frac{dv_\phi}{dk} \right). \tag{127}$$

Quando uma onda plana monocromática não tem sua direção e forma alteradas, de forma significativa, ao se propagar em um meio dispersivo, pode-se considerar que a mesma possui um único número de onda complexo [73], dado pela Equação (128):

$$k(\omega) = k_1(\omega) + j \cdot k_2(\omega). \tag{128}$$

O número de onda k_1 está relacionado com a velocidade de fase, enquanto que k_2 relaciona-se com a atenuação oferecida pela viscosidade do meio [148]. Isolando o módulo elástico complexo na equação de Helmholtz, Equação (125), tem-se que

$$\mu = -\frac{\rho \cdot \omega^2}{k^2}, \tag{129}$$

sendo $\mu = \mu_e + j \cdot \mu_\eta$ e $k = \frac{\vec{u}}{\vec{\nabla}^2 \vec{u}}$ para uma solução harmônica.

Da Equação (129), pode-se tirar as leis de dispersão envolvendo o número de onda complexo *k*, definido na direção do eixo-*x*. Substituindo a Equação (128) na Equação (129), encontra-se que:

$$k_1^2 - k_2^2 + 2jk_1 \cdot k_2 = -\frac{\rho \cdot \omega^2 \cdot \left(\mu_e - j \cdot \mu_\eta\right)}{\mu_e^2 + \mu_\eta^{\,2}}. \tag{130}$$

Igualando as partes reais e imaginárias, em ambos os lados da equação (130), e chamando de $m = \rho \cdot \omega^2 / \mu_e^{\,2} + \mu_\eta^{\,2}$, para simplificar a escrita, obtém-se:

$$k_1^2 - k_2^2 = -m \cdot \mu_e, \tag{131}$$

$$2 \cdot k_1 \cdot k_2 = m \cdot \mu_\eta. \tag{132}$$

Então k_1 será:

$$k_1 = m \cdot \frac{\mu_\eta}{2 \cdot k_2}, \tag{133}$$

substituindo este valor na Equação (132), tem-se:

$$\left(m \cdot \frac{\mu_\eta}{2 \cdot k_2}\right)^2 - k_2^2 = -m \cdot \mu_e \Rightarrow k_2^4 + m\mu_e k_2^2 - m^2 \mu_\eta^{\,2} / 4 = 0. \tag{134}$$

Para facilitar o cálculo das raízes, chama-se termo de quarta ordem por, $K = k_2^2$,

$$4K_2^2 - 4m\mu_e K_2 - m^2 \mu_\eta^{\,2} = 0 \tag{135}$$

O discriminante é obtido como $\Delta = m^2 \cdot \left(\mu_e^{\,2} + \mu_\eta^{\,2}\right) > 0$ e tem soluções possíveis da forma:

$$K_1 = m \cdot \frac{\mu_e}{2}\left(\sqrt{1 + \frac{\mu_\eta^{\,2}}{\mu_\eta^{\,2}}} + 1\right) \text{ e} \tag{136}$$

$$K_2 = m \cdot \frac{\mu_e}{2}\left(\sqrt{1 + \frac{\mu_\eta^{\,2}}{\mu_e^{\,2}}} - 1\right). \tag{137}$$

Assim, substituindo a expressão de $m = \rho \cdot \omega^2 / \mu_e^{\,2} + \mu_\eta^{\,2}$ nas Equações (136) e (137), encontra-se:

$$k_1 = \omega \cdot \sqrt{\frac{\rho\left(\sqrt{\mu_e^{\,2} + \mu_\eta^{\,2}} + \mu_e\right)}{2\left(\mu_e^{\,2} + \mu_\eta^{\,2}\right)}}, \tag{138}$$

$$k_2 = \omega \cdot \sqrt{\frac{\rho\left(\sqrt{\mu_e^{\,2} + \mu_\eta^{\,2}} - \mu_e\right)}{2\left(\mu_e^{\,2} + \mu_\eta^{\,2}\right)}}. \tag{139}$$

Conhecendo-se as componentes do número de onda complexo, torna-se possível estimar a velocidade de fase da onda em meio viscoelástico,

$$v_\phi\left(\omega\right) = \frac{\omega}{k_1\left(\omega\right)}. \tag{140}$$

Da mesma forma, a atenuação oferecida pela viscosidade do meio está relacionada com a parte imaginária do número de onda complexo:

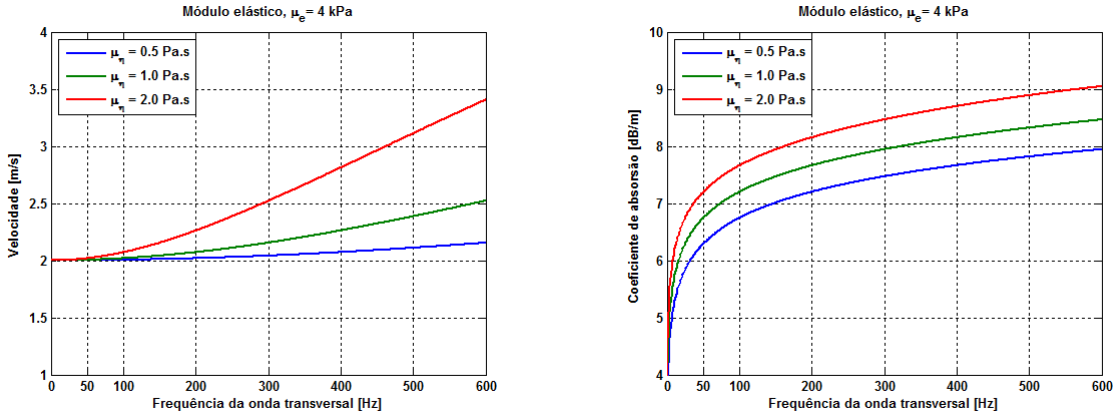
$$\alpha\left(\omega\right) = k_2\left(\omega\right) \tag{141}$$

A velocidade de fase e a absorção da onda, fornecidas pelas Equações (140) e pela Equação (141), respectivamente, caracterizam completamente uma onda plana. Desta forma a velocidade de fase e o coeficiente de absorção são dados pelas Equações (142) e (143)

$$v_\phi(\omega) = \sqrt{\frac{2 \cdot \left(\mu_e^{\,2} + \eta^2\right)}{\rho \cdot \left(\mu_e + \sqrt{\mu_e^{\,2} + \omega^2 \eta^2}\right)}}, \tag{142}$$

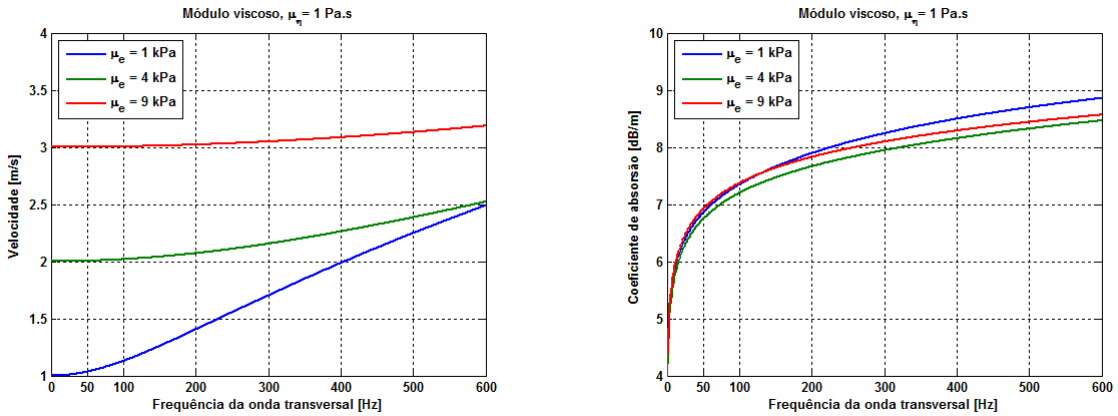
$$\alpha(\omega) = \sqrt{\frac{\rho \cdot \omega^2 \cdot \left(\sqrt{\mu_e^{\,2} + \omega^2 \cdot \eta^2} - \mu_e\right)}{2 \cdot \left(\mu_e^{\,2} + \omega^2 \cdot \eta^2\right)}}. \tag{143}$$

Nas Figura 7. 14 e Figura 7. 15 estão representados o comportamento da velocidade e do coeficiente de absorção da onda transversal propagando-se em um meio viscoelástico, para várias frequências de excitação, para diferentes parâmetros viscoelásticos.



(a) (b)

Figura 7. 14: Simulação de uma onda transversal propagando-se em um meio viscoelástico. (a) comportamento da velocidade de fase e do coeficiente de absorção (b) em função da frequência. Assumindo um valor constante para módulo elástico de μ_e = 4 kPa e três valores diferentes para o módulo viscoso μ_η = 0,5 Pa.s, μ_η = 1,0 Pa.s e μ_η = 2,0 Pa.s.



(a) (b)

Figura 7. 15: Simulação de uma onda transversal propagando-se em um meio viscoelástico. (a) comportamento da velocidade de fase e do coeficiente de absorção (b) em função da frequência. Assumindo um valor constante para módulo viscoso de μ_η = 1,0 Pa.s e três valores diferentes para o módulo elástico μ_e = 1,0 Pa.s, μ_e = 4,0 Pa.s e μ_e = 9,0 Pa.s.

Em ensaios elastográficos empregando materiais que imitam tecidos (fantomas), a frequência de vibração utilizada variou entre 1 Hz a 600 Hz. Estimativas da velocidade de fase e do coeficiente de absorção das ondas transversais para um meio infinito (comparado

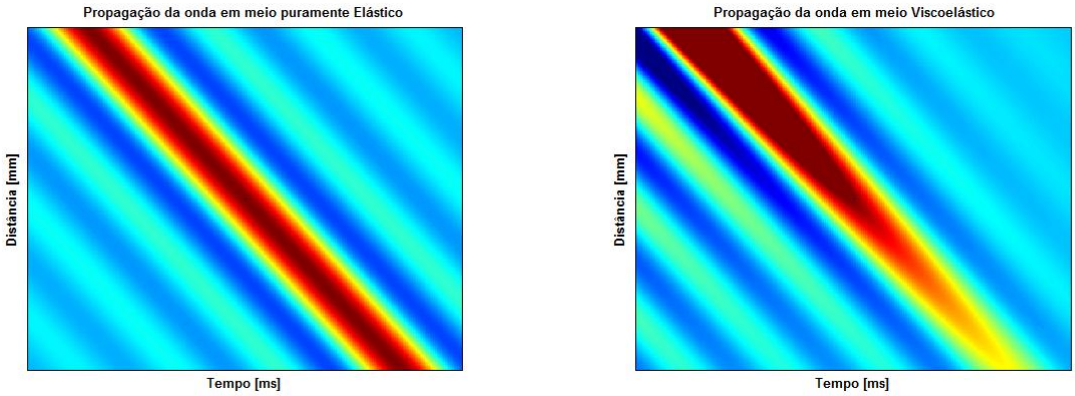
com o comprimento da onda), são dadas pelas Equações (1.90) e (1.91). Estas equações descrevem que a velocidade e o coeficiente de absorção das ondas transversais são dependentes da frequência de vibração e estão diretamente relacionadas com as propriedades viscoelásticas do meio. A onda transversal também é chamada de onda de incompressibilidade porque, durante sua propagação dentro do meio, nenhuma mudança de volume é observada. Como mencionado anteriormente, em geral há dois tipos de vibração no meio, um movimento longitudinal e outro transversal, ocorrendo simultaneamente. No caso de movimento harmônico, o módulo elástico transversal, μ, pode ser considerado uma grandeza complexa, $\mu = \mu_e + j\mu_\eta$, com a parte imaginária representando a atenuação do meio viscoelástico. Quando o módulo viscoso transversal é $\mu_\eta \cong 0$, a equação anterior reduz a, $\mu = \mu_e \cong \rho \cdot v_T^2$, em que v_T é a velocidade de propagação da onda, similarmente à deduzida na Equação (1.45), como se a onda se propagasse em um meio elástico, ou quando $\mu_\eta << \omega_0 \cdot \mu_e$, se a velocidade da onda transversal é conhecida. O módulo elástico transversal poderá ser estimado com uma simples relação, $\mu_e \cong \rho \cdot v_T^2$. Em um meio viscoelástico, no entanto, o termo é diferente de zero, $\mu_\eta \neq 0$, e a atenuação está presente e é uma função dependente da frequência. Quando a frequência da onda transversal aumenta, a dependência dos efeitos viscosos com a frequência também aumenta, podendo se tornar um efeito dominante e consequentemente um aumento da velocidade de propagação de onda poderá ser observado. Neste caso, a velocidade é função da frequência, ou seja, dispersiva. Uma relação viscoelástica linear entre a velocidade e a frequência é uma boa hipótese, porque os deslocamentos empregados nos métodos de excitação mecânica utilizados neste trabalho são normalmente da ordem de 10–100 μm, os quais se encontram dentro dos limites de validade da lei de Hooke [153].

Este valor para a atenuação implica que a onda é amortecida exponencialmente ao passo que se propaga através do meio. Desta maneira, a solução da Equação (125) que rege o deslocamento, u, das partículas em um meio viscoelástico poderá ser escrita da seguinte forma:

$$\vec{u}(x,t) = e^{-x.\alpha(\omega)} \cdot \cos\left(k(\omega)x - \omega t + \phi\right)\hat{u}_z. \tag{144}$$

A natureza dissipativa dos tecidos biológicos é frequentemente modelada usando este modelo viscoelástico de onda. Neste caso, a amplitude da onda decai com a distância, a partir do ponto de excitação, e uma consequente perda de amplitude da onda também acontecerá

com o aumento da frequência. Fenômenos de dispersão poderão se manifestar dependendo das frequências usadas. As figuras a seguir mostram dois mapas espaço-temporal de uma onda transversal que se propaga em um meio elástico (Figura 7. 16a) e um viscoelástico (Figura 7. 16b).



(a) (b)

Figura 7. 16: Simulação de uma onda transversal. Em (a) está ilustrado o fenômeno de propagação de um pulso de onda através de um meio puramente elástico. Enquanto que em (b) está representado este mesmo pulso viajando em um meio viscoelástico.

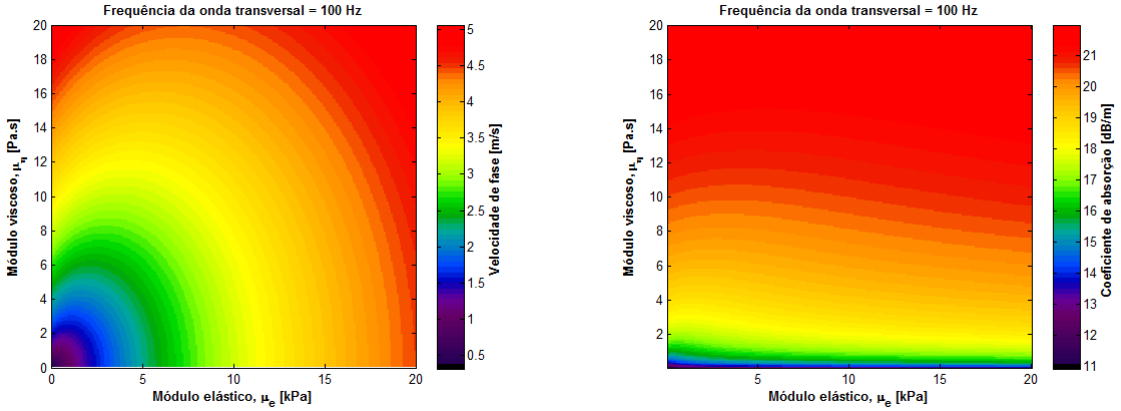
Invertendo-se as Equações (142) e (143) obtém-se um par de duas novas Equações (145) e (146), uma para o módulo elástico, μ_e, e outra para o módulo viscoso, μ_η, respectivamente, em função da frequência temporal

$$\mu_e = \frac{\rho \cdot v_\phi^2}{\left(\left|1-\vartheta^2\right|\right)\cdot\left(2\left(1-\vartheta^2\right)^{-1}-1\right)}, \tag{145}$$

$$\mu_\eta = \rho \cdot v_\phi^2 \cdot \sqrt{\frac{\left(1-\vartheta^2\right)^{-1}-1}{\left(\left(\left|1-\vartheta^2\right|\right)\cdot\left(2\left(1-\vartheta^2\right)^{-1}-1\right)\right)^2}}, \tag{146}$$

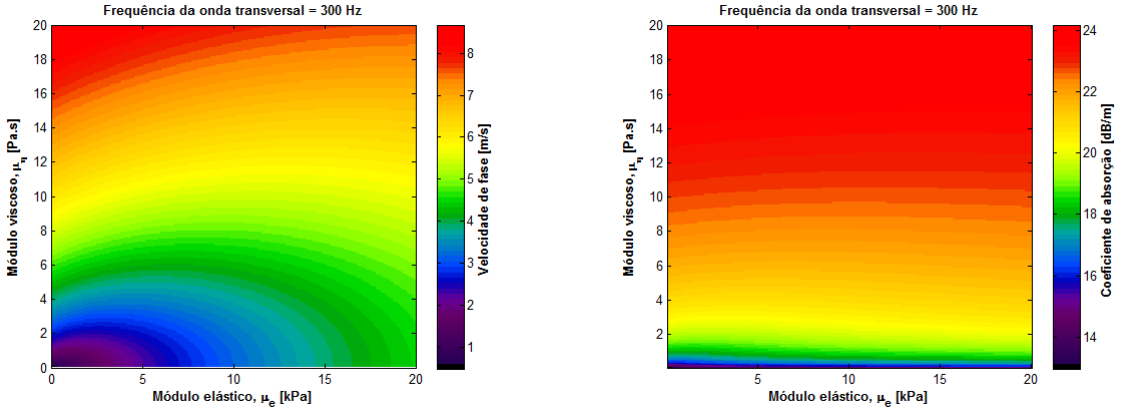
em que $\vartheta = v_\phi \cdot \alpha_T / \omega$.

As Figura 7. 17 a Figura 7. 19 mostram imagens da velocidade (esquerda) e do coeficiente de absorção (direita) de uma onda transversal simulada para valores variados do módulo elástico, μ_e, e viscoso, μ_η, para três diferentes frequências de excitação: f = 100 Hz, f = 300 Hz e f = 600 Hz. Estes mapas viscoelásticos foram gerados usando-se as Equações (145) e (146) como modelos para a simulação.



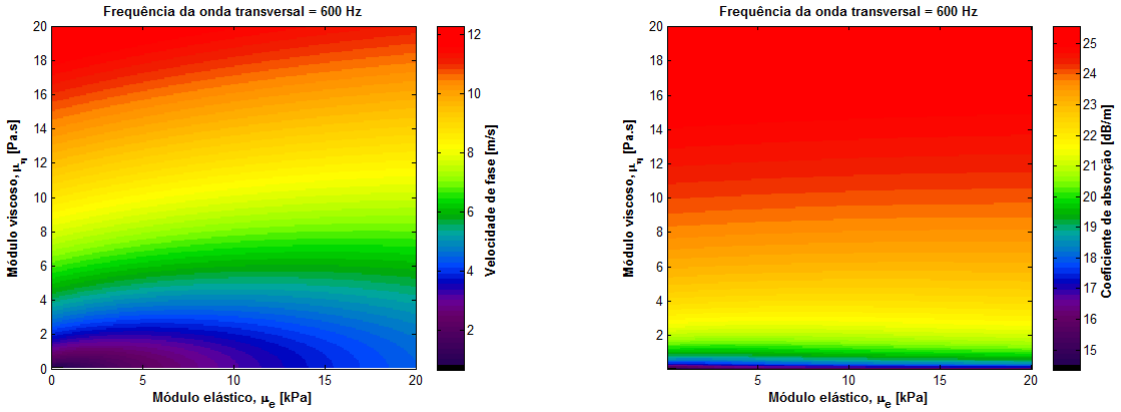
(a) (b)

Figura 7. 17: Modelo de Voigt. Simulação do mapa viscoelástico para a velocidade de fase (a) e do coeficiente de absorção (b) da onda transversal, para um mesmo valor de frequência, f = 100 Hz.



(a) (b)

Figura 7. 18: Modelo de Voigt. Simulação do mapa viscoelástico para a velocidade de fase (a) e do coeficiente de absorção (b) da onda transversal, para um mesmo valor de frequência, f = 300 Hz.



(a) (b)

Figura 7. 19: Modelo de Voigt. Simulação do mapa viscoelástico para a velocidade de fase (a) e do coeficiente de absorção (b) da onda transversal, para um mesmo valor de frequência, f = 600 Hz.

Os mapas viscoelásticos representados nas últimas Figuras foram simulados usando-se o modelo de Voigt como base para o cálculo dos parâmetros elástico e viscoso. Ambos os parâmetros obedecem a uma relação linear entre a tensão aplicada e a deformação resultante. Para todos os gráficos mostrados na Figura 7. 14 e Figura 7. 15 pode-se observar uma crescente variação nos valores da velocidade de fase e do coeficiente de absorção com a frequência de excitação. Foi observado também um provável "endurecimento" do meio simulado, devido ao aumento de frequência, como pode ser observado na Figura 7. 17 a Figura 7. 19. Desta forma o material passou a se comportar de forma mais elástica, quando comparados com frequências inferiores.

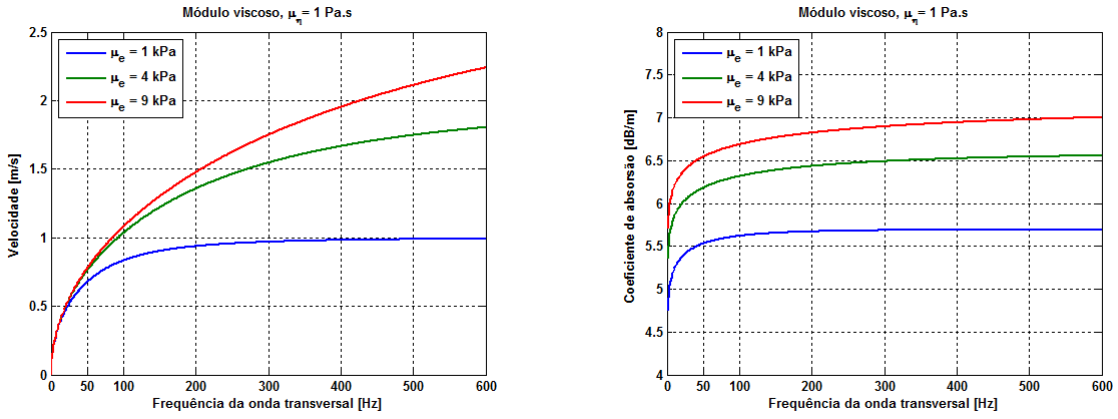
F. 2. Modelo de Maxwell para a dispersão e atenuação de uma onda plana

Seguindo a metodologia descrita para o modelo de Voigt, verificamos que velocidade de fase (v_ϕ) e o coeficiente de absorção (α_T) para o modelo de Maxwell é dado pelas Equações (147) e (148),

$$v_\phi(\omega) = \sqrt{\frac{2\mu_e}{\rho} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + \frac{{\mu_e}^2}{\omega^2 \cdot \eta^2}}\right)^{-1}}\,, \tag{147}$$

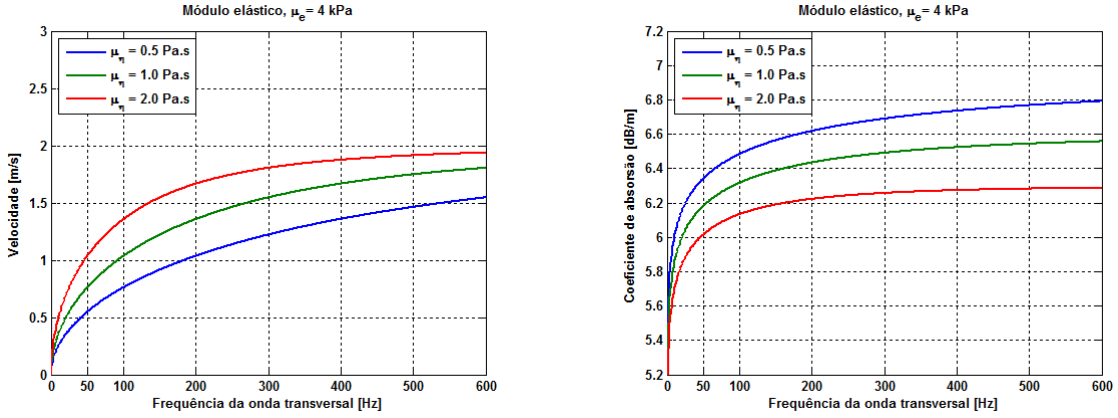
$$\alpha_T(\omega) = \sqrt{\frac{\rho \cdot \omega^2}{2\mu_e} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{{\mu_e}^2}{\omega^2 \cdot \eta^2}} - 1\right)}\,. \tag{148}$$

Nas Figura 7. 20 e Figura 7. 21 pode-se observar o comportamento da velocidade e da atenuação da onda transversal propagando-se em um meio viscoelástico, para várias frequências de excitação, gerados a partir das Equações (147) e (148).



(a) (b)

Figura 7. 20: Simulação de uma onda transversal propagando-se em um meio viscoelástico. (a) comportamento da velocidade de fase e (b) do coeficiente absorção em função da frequência. Assumindo um valor constante para módulo viscoso de μ_η = 1 Pa.s e três valores diferentes para o módulo elástico μ_e =1,0 Pa.s, μ_e =4,0 Pa.s e μ_e = 9,0 Pa.s.



(a) (b)

Figura 7. 21: Simulação de uma onda transversal propagando-se em um meio viscoelástico. (a) comportamento da velocidade de fase e (b) do coeficiente absorção em função da frequência. Assumindo um valor constante para módulo elástico de μ_e = 4 kPa e três valores diferentes para o módulo viscoso μ_η =0,5 Pa.s, μ_η =1,0 Pa.s e μ_η = 2,0 Pa.s.

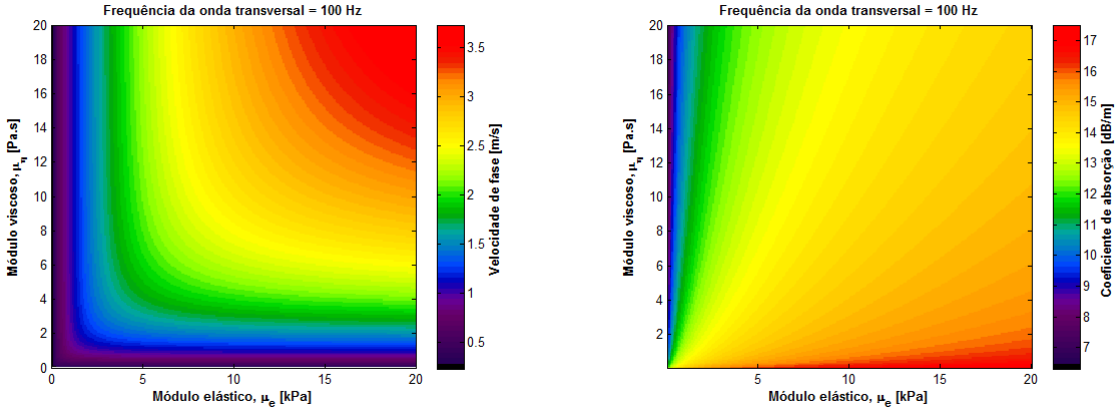
Invertendo-se as Equações (147) e (148) obtém-se duas novas equações, uma para o módulo elástico, μ_e, e outra para o módulo viscoso, μ_η, respectivamente, em função da frequência temporal.

$$\mu_e = \frac{\rho\omega^2 v^2}{\omega^2 - \alpha^2 v^2} \tag{149}$$

e

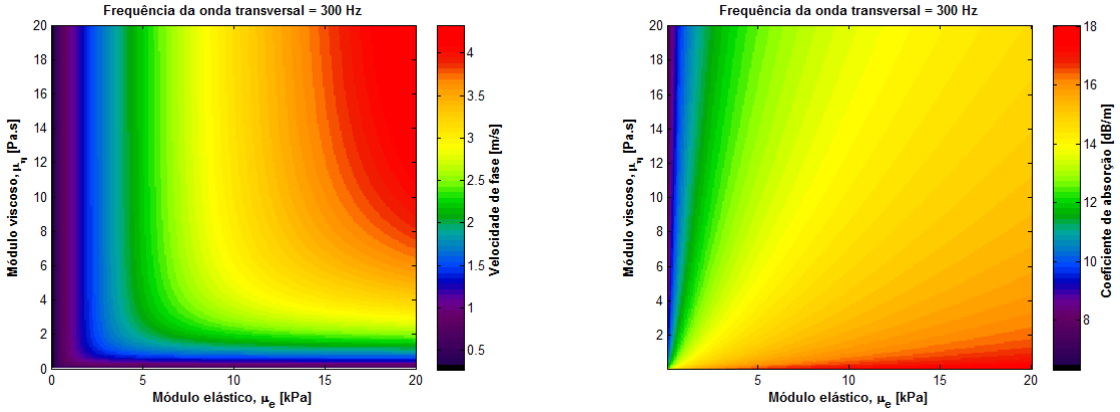
$$\mu_\eta = \frac{\rho\omega v}{2\alpha} \tag{150}$$

As Figura 7. 22 a Figura 7. 24 mostram imagens da velocidade (esquerda) e do coeficiente de absorção (direita) de uma onda transversal para valores variados do módulo elástico, μ_e, e viscoso, μ_η, para três diferentes frequências de excitação: f = 100 Hz, f = 300 Hz e f = 600 Hz. Estes mapas viscoelásticos foram gerados usando-se as Equações (147) e (148) como modelos para a simulação.



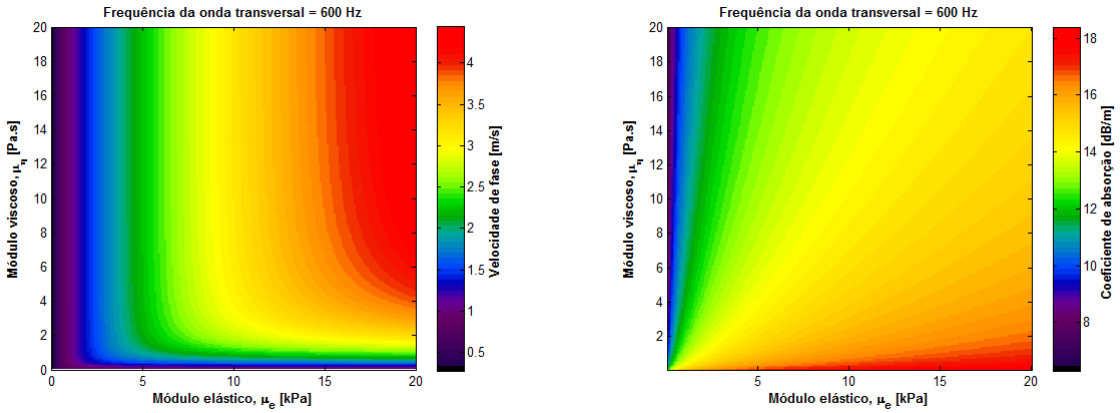
(a) (b)

Figura 7. 22: Modelo de Maxwell. Simulação do mapa viscoelástico para a velocidade de fase (a) e do coeficiente de absorção (b) da onda transversal, para um mesmo valor de frequência, f = 100 Hz.



(a) (b)

Figura 7. 23: Modelo de Maxwell. Simulação do mapa viscoelástico para a velocidade de fase (a) e do coeficiente de absorção (b) da onda transversal, para um mesmo valor de frequência, f = 300 Hz.



(a) (b)

Figura 7. 24: Modelo de Maxwell. Simulação do mapa viscoelástico para a velocidade de fase (a) e do coeficiente de absorção (b) da onda transversal, para um mesmo valor de frequência, f = 600 Hz.

Experimentalmente, pode-se estimar os valores da velocidade de fase, $v_\phi(\omega)$, e para o coeficiente de absorção, $\alpha(\omega)$, por meio da inversão da equação de Helmholtz [148, 154]. De posse destes valores, torna-se possível, por intermédio das Equações (145)-(146) e das Equações (149)-(150) calcular o módulo elástico complexo, do meio viscoelástico, usando o modelo de Voigt e de Maxwell, respectivamente, conforme Equação (151)

$$\mu = \mu_e + j \cdot \mu_\eta \,. \tag{151}$$

Do mapa de deslocamento encontrado experimentalmente, torna-se possível realizar a inversão da equação de Helmholtz. Esta inversão pode ser realizada por meio da transformada de Fourier do deslocamento, u, segundo Equação (152)

$$FFT\left(\nabla^2 \vec{u}\right) + k \cdot FFT\left(\vec{u}\right) = 0 \,. \tag{152}$$

Esta equação tem validade somente para um meio viscoelástico, homogêneo e isotrópico, como discutido nas seções anteriores. O deslocamento, u, das partículas do meio se desenvolve na direção do eixo-*z*, enquanto que a direção de propagação da onda é ao longo do eixo-*x* ou longitudinalmente. O parâmetro k representa o vetor de onda, logo o vetor de onda complexo local é dado por

$$k = \sqrt{\frac{FFT\left(\nabla^2 \vec{u}\right)}{FFT\left(\vec{u}\right)}} \,. \tag{153}$$

E a velocidade de fase e o coeficiente de absorção da onda transversal poderão ser calculados a partir da parte real e imaginária do vetor de onda complexo local [154], de acordo com a Equação (154):

$$v_\phi(\omega) = \frac{\omega}{\mathrm{Real}\left[k(\omega)\right]}, \quad \alpha(\omega) = \mathrm{Imag}\left[k(\omega)\right], \tag{154}$$

em que $\omega = 2\pi f$ é a frequência angular da excitação mecânica aplicada à amostra.

Como foi mostrado nas simulações ilustradas nas Figura 7. 14 e Figura 7. 15 e pelas Figura 7. 20 e Figura 7. 21 a velocidade de fase não é constante, caracterizando meio dispersivo. Enquanto que, para um meio não-dispersivo a velocidade de fase da onda é igual à velocidade de grupo. Esta situação pode ser observada para frequências menores que 50 Hz, no caso do modelo de Voigt, em que a velocidade de fase varia muito pouco com a frequência (Figura 7. 14 e Figura 7. 15). Diferentemente do comportamento observado nas simulações para o modelo de Maxwell, em que a velocidade de fase varia pouco para frequências altas (500-600 Hz) do espectro estudado.

O coeficiente de absorção variou de forma muito parecida para ambos os modelos, quando simulado para frequências inferiores que 200 Hz. No entanto, para frequências maiores que esta, o modelo de Maxwell mostrou-se menos susceptível com relação à variação do coeficiente de absorção em função da frequência.

Os mapas viscoelásticos representados nas últimas Figuras foram simulados empregando-se o modelo de Maxwell como base para o cálculo dos parâmetros elástico e viscoso. Ambos os parâmetros, obedecem a uma relação linear entre a tensão aplicada e a deformação resultante. Todos os gráficos mostrados nas Figura 7. 20 e Figura 7. 21 exibem crescente variação nos valores da velocidade de fase e do coeficiente de absorção com a variação da frequência de excitação. Foi observado também, um provável "endurecimento" do meio simulado, devido ao aumento de frequência comportando-se de forma mais elástica.

Os resultados encontrados pelo modelo de Voigt e Maxwell apresentaram valores diferentes para a velocidade de fase ($\mu_e^V = \rho v_\phi^2$, $\mu_e^M \cong 0$), quando em baixas frequências. No entanto, para altas frequências observou-se uma maior proximidade entre seus valores. Esta tendência se deve principalmente porque para altas frequências de vibração um sólido viscoelástico tende a se comportar de forma mais elástica, em detrimento de sua parte viscosa. O modelo de Voigt mostra-se mais condizente com a realidade física tanto para altas quanto para baixas frequências. O coeficiente de absorção mostrou-se mais sensível a variações de frequência para o modelo de Voigt, enquanto que para o modelo de Maxwell este parâmetro praticamente manteve-se constante. Ambos os modelos convergiram para um mesmo valor do coeficiente de absorção ($\alpha_T^V = \alpha_T^M = 0$), quando a frequência empregada era baixa. Estes resultados indicam que o modelo de Voigt é mais indicado para descrever efeitos viscosos em fantomas de gelatina, além de ser o mais simples dos modelos Reológicos para um sólido viscoelástico.

Apêndice G – Modelos estatísticos aplicados a caminhada aleatória

G. 1. Introdução

Diferentemente do caso Óptico, a fase das ondas acústicas pode ser medida, uma vez que os transdutores ultrassônicos são sensíveis à variação na fase dos sinais recebidos. Essa diferença de fase medida pelo sistema de imagem é basicamente dependente do volume da célula de resolução (volume ocupado pelo feixe) característico da *PSF*.

Na literatura, existem vários trabalhos publicados empregando distribuições estatísticas para estudar a natureza do *speckle*. Os primeiros achados bibliográficos incluem a distribuição de Rayleigh [96, 98], usada para descrever o comportamento do espalhamento difuso. A distribuição-K é utilizada para estudar pequenos grupos de espalhadores uniformente distribuídos [155-156], enquanto que a distribuição de Rice é aplicada a uma grande população de espalhadores difusos na presença de uma componente estrutural ou periódica [157-158]. A análise estatística de primeira ordem avalia a distribuição de níveis de cinza (contraste) da imagem, utilizando histograma como base para a extração das propriedades estatísticas [159-160].

G. 2. Distribuição estatística Gaussiana

O estudo estatístico da emissão acústica em vibroacustografia foi realizado fazendo-se uma direta analogia entre os padrões de interferência observados nas imagens simuladas e os fenômenos de flutuação do laser óptico. Em VA, cada sinal espalhado é recebido pelo hidrofone e somado, para formar o sinal total proveniente de uma determinada região. Cada componente que chega ao transdutor é de origem estocástica e pode ser representado por pequenos fasores. Matematicamente este comportamento é dado pela Equação (155),

$$A(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{N}} \cdot \sum_{n=1}^{N} \alpha_n(x, y, z), \tag{155}$$

sendo α a amplitude de cada fasor e N o número total de fasores incoerentes.

No caso do completo desenvolvimento do fenômeno do *speckle* a amplitude do campo fasorial resultante para o campo de espalhadores difusos é dado pela Equação (156).

$$A(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{N}} \cdot \sum_{n=1}^{N} \left|\alpha_n(\vec{r})\right| \cdot e^{j\phi_n}, \tag{156}$$

sendo $|\alpha_n|$ a magnitude de cada fasor no espaço e ϕ_n a fase de cada um dos fasores detectados.

Considerando que cada passo na caminhada aleatória é uma variável randômica independente, o Teorema do Limite Central poderá ser aplicado ao somatório da Equação (156) [161]. Assim, a amplitude pode ser escrita na forma complexa, dada pela Equação (157),

$$A(\vec{r}) = A_{Re} + jA_{Im}, \tag{157}$$

em que, A_{Re} é parte real, A_{Im} a parte imaginária e j a unidade complexa.

G. 3. Distribuição estatística de Rayleigh

Aplicando o Teorema do Limite Central à amplitude $A(\vec{r})$, tem-se a probabilidade Gaussiana, dada pela Equação (158),

$$P\left(A_{Re}, A_{Im}\right) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot \exp\left(-\frac{\left|A_{Re}\right|^2 + \left|A_{Im}\right|^2}{2\sigma^2} \right), \tag{158}$$

em que a variância, σ^2, é dada por: $\sigma^2 = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^{N} \frac{\left|\alpha_n\right|^2}{2}$.

A Equação (158) é simplesmente o produto de duas funções densidade de probabilidade circular Gaussiana com valor médio e variância nula. Para um grande número de espalhadores N, a densidade de probabilidade torna-se uma função densidade de probabilidade de Rayleigh [95, 98]. Então, as leis de conservação da probabilidade permitem escrever as magnitudes dos fasores da forma dada pela Equação (159),

$$|A(\vec{r})|^2 = |A_{Re}|^2 + |A_{Im}|^2. \tag{159}$$

Empregando a notação de Goodman para a intensidade do sinal, em que $I(\vec{r}) = \left|A(\vec{r})\right|^2$, a densidade de probabilidade de Rayleigh, em função da intensidade, é dada pela Equação (160),

$$P(I) = \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{I}{2\sigma^2} \right), \text{ para } I \geq 0, \tag{160}$$

se $I < 0$, tem-se que $P(I) = 0.$

A amplitude resultante da soma dos fasores dada pela Equação (157) pode ser escrita pela soma de uma componente coerente (estrutural) mais uma componente incoerente (difusa), como representada pela Equação (161),

$$A(\vec{r}) = A_{Co}(\vec{r}) + A_{In}(\vec{r}), \tag{161}$$

em que, A_{Co} é a amplitude soma dos fasores coerentes e A_{In} a soma dos fasores incoerentes. Note que, basicamente o que diferencia esta expressão da Equação (155) é a adição da componente estrutural.

A amplitude resultante da combinação do fasor coerente e incoerente pode ser escrita de forma equivalente à Equação (156) e dada pela Equação (162),

$$A(\vec{r}) = \Phi_{Co}^{n} \cdot exp(j\phi_n) + \Phi_{In}^{n}(\vec{r}) \cdot exp(j\phi_n). \tag{162}$$

Para uma coleção de espalhadores, a Equação (162) pode ser escrita na forma de somatório, resultando em um sinal com amplitude complexa, dada por um fasor genérico, descrito pela Equação (163),

$$A(\vec{r}) = \sum_{n=1}^{N} \left(\Phi_{Co}^{n}(\vec{r}) \cdot exp(j\phi_n) + \Phi_{In}^{n}(\vec{r}) \cdot \exp(j\phi_p) \right), \tag{163}$$

em que N é o número total de fasores. Estes fasores podem ser divididos em duas somas distintas. Uma, refere-se ao grupo de fasores coerentes e a outra, à soma dos fasores incoerentes, dadas pela Equação (164),

$$A(\vec{r}) = \sum_{n=1}^{N-P} \Phi_{Co}^{n}(x, y, z) + \sum_{p=1}^{P} \Phi_{In}^{p}(x, y, z), \tag{164}$$

em que $\Phi_{Co}^{n}(x,y,z)$ representa o fasor coerente, $\Phi_{In}^{p}(x,y,z)$ o fasor incoerente, N e P representam o número total de fasores coerente e incoerente, respectivamente. Assume-se que a soma complexa dos sinais captados pelo hidrofone seja linear e espacialmente invariante, ou seja, a translação do sinal de entrada causa a mesma variação no sinal na saída.

G. 4. Distribuição estatística de Rice

Como mencionado anteriormente, o fasor resultante é a soma da componente do fasor coerente e do fasor incoerente. Disso resulta em se assumir que no volume da célula de resolução existe uma componente estrutural. Assim, sem perda de generalidade, tem-se que a parte real e imaginária do fasor pode ser escrita como nas Equações (165) e (166),

$$A_{\mathrm{Re}}(\vec{r}) = A_{Co} + \frac{1}{\sqrt{N}} \cdot \sum_{n=1}^{N} \left|\alpha_n\right| \cdot cos(\phi_n), \tag{165}$$

$$A_{\mathrm{Im}}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{N}} \cdot \sum_{n=1}^{N} \left|\alpha_n\right| \cdot sen(\phi_n). \tag{166}$$

Em consequência, a combinação das funções densidade de probabilidade (*PDF*) pode ser escrita como representado pela Equação (167),

$$P\left(A_{real}, A_{im}\right) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot \exp\left(-\frac{\left(A_{Co} + A_{real}\right)^2 + \left(A_{im}\right)^2}{2\sigma^2} \right). \tag{167}$$

Os padrões de interferência (*speckles*) são obtidos realizando a soma das magnitudes do campo vetorial de todas as N contribuições parciais da onda. Desenvolvendo a intensidade do campo em termos das componentes coerente e incoerente, obtém-se:

$$I(\vec{r}) = \left|A(\vec{r})\right|^2 \Rightarrow I(\vec{r}) = A_{Co}^2 + A_{In}^2 + 2A_{Co}A_{In}cos(\phi_n), \tag{168}$$

em que ϕ_n é o ângulo entre a componente coerente A_{Co} e a incoerente A_{In}.

Segundo Goodman [162], a densidade de probabilidade pode ser escrita em termos da amplitude e da intensidade do sinal, assim:

$$P(A) = \frac{1}{2\sigma^2} \cdot \exp\left(-\frac{I + A_{Co}^2}{2\sigma^2} \right) \cdot I_0 \left(\frac{A \cdot \sqrt{I}}{\sigma^2} \right), \text{ para } A \geq 0, \tag{169}$$

em que I_0 é a função de Bessel modificada de primeiro tipo de ordem zero. Essa densidade de probabilidade é conhecida como função densidade de probabilidade de Rice [163-164].

De acordo com a Equação (169) é conveniente expressar esse resultado em termos de parâmetros estatísticos, tais como: $\overline{I}_{In} = \left(\overline{A}_{In} \right)^2 = 2\sigma^2$, representando a intensidade média apenas do fasor incoerente; o termo $I_{Co} = \left(A_{Co} \right)^2$, representando a intensidade do fasor coerente e da razão entre eles, $\gamma = I_{Co} / \overline{I}_{In}$, chamado de fator de flutuação. Empregando essa formulação, pode-se expressar a função densidade de probabilidade somente em função da intensidade do sinal, dada por:

$$P(I) = \frac{I}{\overline{I}_{In}} \cdot \exp\left[-\left(\frac{I}{\overline{I}_{In}} + \gamma \right) \right] \cdot I_0 \left(2 \cdot \sqrt{\frac{I}{\overline{I}_{In}}} \cdot \gamma \right), \text{ para } I \geq 0. \tag{170}$$

A Equação (170) é frequentemente referida por função densidade de probabilidade modificada de Rice [162].

G. 5. Distribuição de Rice e a relação sinal-ruído

A forma da distribuição de Rice depende da relação sinal-ruído (*SNR*), a qual é dada pela Equação (171) [157, 165],

$$RSR = \left(\frac{\pi}{4 - \pi} \right) \cdot \sqrt{\frac{\left(1 + I_{Co} / \overline{I}_{In} \right)^2}{1 + 2\left(I_{Co} / \overline{I}_{In} \right) + \left(n_{Instr} / \overline{I}_{In} \right)}}, \tag{171}$$

em que n_{Instr} representa o ruído instrumental.

G. 6. Análise estatística da textura

Textura pode ser definida como a disposição dos níveis de cinza de uma imagem. A forma mais simples de quantificar esses níveis de cinza é empregando histograma [166]. Essa é a técnica conhecida como estatística de primeira ordem. A análise estatística de primeira ordem avalia a distribuição de níveis de cinza (contraste) da imagem, utilizando o histograma

de primeira ordem como base para a extração de características (variância, média, desvio padrão, etc.). Matematicamente esses entes são representados pelas Equações (172), (174) e (175), respectivamente [164],

$$Var = 2\sigma^2 + \nu^2 - \frac{\pi\sigma^2}{2} \cdot L_{1/2}\left(-\frac{\nu^2}{2\sigma^2}\right), \tag{172}$$

sendo $L_{1/2}$ uma função representando o polinômio de Laguerre e é dada pela seguinte expressão:

$$L_{1/2} = \left[\left(1-x\right) I_0\left(-\frac{x}{2}\right) - xI_1\left(-\frac{x}{2}\right)\right] \cdot e^{x/2}. \tag{173}$$

A média é dada pela Equação (174),

$$Med = \sigma \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot L_{1/2}\left(-\frac{\nu^2}{2\sigma^2}\right). \tag{174}$$

Enquanto o desvio padrão está relacionado com as flutuações em torno do valor médio, dado por:

$$DP = \sqrt{Med(x^2) - Med^2(x)}, \tag{175}$$

em que, $Med(x^2)$ representa o valor esperado quadrático médio, o qual é dado pela Equação (176),

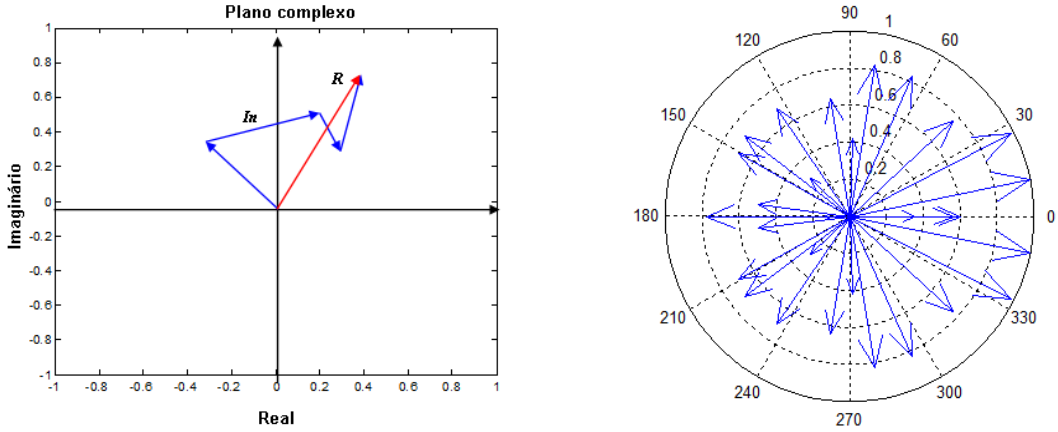
$$Med(x^2) = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2}. \tag{176}$$

Finalmente tem-se o parâmetro $Med^2(x)$, o qual representa o desvio quadrático médio e é dado por:

$$Med^2(x) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i. \tag{177}$$

Estatisticamente a análise da textura significa que cada *pixel* da imagem é levando em conta, sem considerar as relações existentes entre os *pixels* vizinhos [96, 98, 160].

O somatório de todos esses fasores na Equação (155) contribui para a formação da caminhada aleatória no plano complexo. Na Figura 7. 25a foi feita uma representação ilustrativa do somatório, empregando poucos fasores. Na Figura 7. 25b foi mostrado o diagrama dos fasores distribuídos no intervalo de [0 360º].



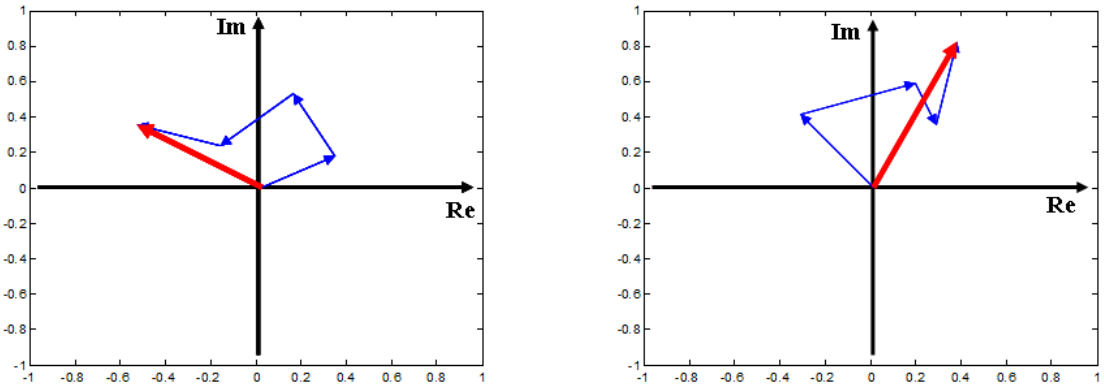
(a) (b)

Figura 7. 25: (a) A superposição de cada um dos fasores (In) das ondas espalhadas, pela população de espalhadores difusos no meio, resulta no sinal (R). Esse sinal complexo recebido é obtido adicionando os fasores passo a passo na caminhada aleatória. (b) Diagrama polar para os fasores incoerentes (difusos) distribuídos uniformente.

Para que o desenvolvimento do fenômeno do *speckle* seja completo é necessário que a densidade no número de espalhadores (DNE) contido no interior do volume da célula de resolução (VCR) seja muito grande (DNE > 11). Nessa situação, os fasores das ondas espalhadas encontram-se uniformemente distribuídos no intervalo de $[-\pi, \pi]$. Assim a magnitude e a fase do *n-esimo* espalhador são estatisticamente independentes uns dos outros [98, 167].

O processo para simulação do *speckle* consiste em criar um modelo de pontos espalhadores, tal que as contribuições da interação da *PSF* com cada espalhador são calculadas e somadas. Nesse ambiente, o *speckle* nada mais é que a interferência construtiva e destrutiva da função de espalhamento de ponto em alvos físicos específicos, distribuídos uniformente.

Em imagens clínicas, o *speckle* é gerado principalmente pela interferência construtiva e destrutiva de espalhadores no tecido, menores que a resolução do sistema de medida. No entanto, eles não são aleatórios, mas sim determinísticos, podendo ser reproduzidos exatamente, se o transdutor retornar à mesma posição original. Esse fenômeno pode ser facilmente demonstrado empregando fantomas que imitam tecidos [168-169]. O fenômeno de interferência destrutiva e construtiva no plano complexo foi esquematicamente representado na Figura 7. 26.

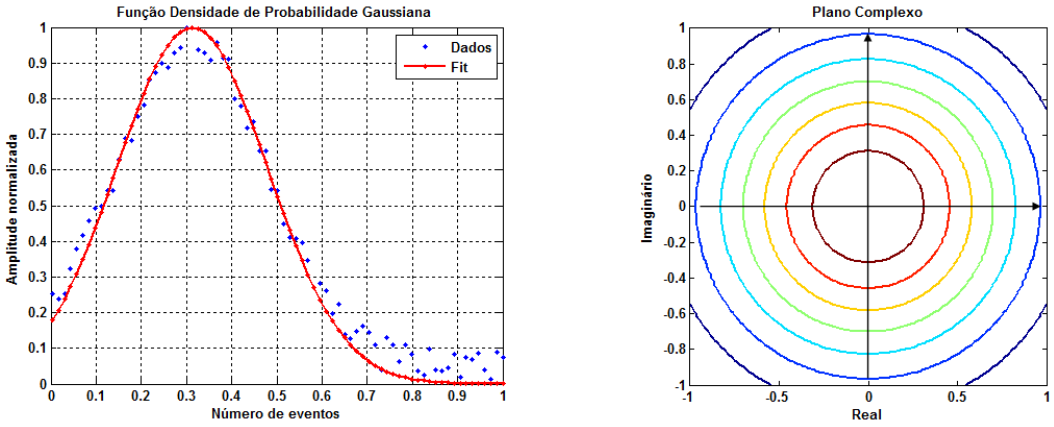


(a) (b)

Figura 7. 26: Representação fasorial no plano complexo do processo de formação de padrões de interferência destrutiva (a) e construtiva (b).

A Equação (156), representa o somatório das contribuições dadas por todos os fasores, da onda acústica, que chegaram ao hidrofone por diferentes caminhos [162]. A Figura 7. 27a, ilustra o perfil da distribuição Gaussiana produzida pelos fasores isoladamente. Esse padrão é consequência da natureza randômica da fase do espalhamento difuso ou incoerente.

Por meio da Equação (157), pode-se escrever a soma de todas as amplitudes espalhadas $A(\vec{r})$, resultando em uma distribuição Gaussiana. Calculando-se o valor mais provável para a amplitude final, obtém-se $\langle A(\vec{r})\rangle = 0$ e a variância $\langle A_{Re}(\vec{r}) \cdot A_{Im}(\vec{r})\rangle = 0$ [95].

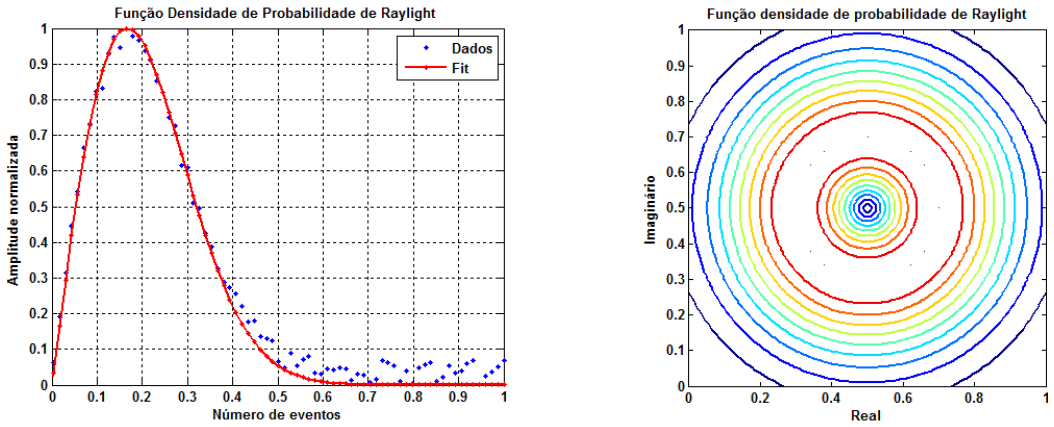


(a) (b)

Figura 7. 27: Em (a) encontra-se ilustrada a função densidade de probabilidade Gaussiana aplicada ao conjunto de fasores isoladamente. (b) Contornos da função densidade de probabilidade Gaussiana complexa no plano bidimensional, centrada na origem.

O sinal gerado pelo conjunto de espalhadores difusos isoladamente possui um valor médio igual a zero. Por esta razão, a função densidade de probabilidade Gaussiana, no plano bidimensional complexo, representa a distribuição estatística das componentes desses fasores, como ilustrado na Figura 7. 27b.

Em ultrassom modo-B o processo de detecção da envoltória, faz com que a fase do sinal seja removida, criando um sinal cuja magnitude obedece à densidade de probabilidade de Rayleigh, como ilustrado na Figura 7. 28a. Esse comportamento estatístico é observado experimentalmente e foi usado como suporte para o desenvolvimento da teoria apresentada [95-96]. A resultante do somatório de todos os fasores no plano complexo, dado pela Equação (155), tem sua magnitude $|\alpha_n|$, estatisticamente seguindo a função densidade de probabilidade de Rayleigh.



(a) (b)

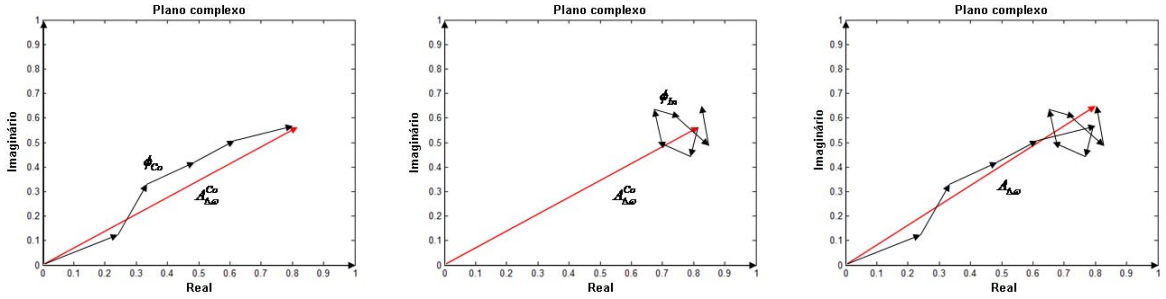
Figura 7. 28: Em (a) encontra-se ilustrada a função densidade de probabilidade de Rayleigh obtida da magnitude dos fasores, para um grande número de espalhadores difusos. (b) Contornos da função densidade de probabilidade de Rayleigh no plano complexo.

A partir do processo de demodulação do sinal extrai-se a amplitude da envoltória. Esta amplitude obedece a *PDF* de Rayleigh e a fase da *PDF* uniforme ou Gaussiana [170].

Em óptica quando o padrão especular resulta do espalhamento da onda luminosa por uma superfície, cuja rugososidade é menor que o comprimento de onda, nessa situação, a onda espalhada é frequentemente composta por uma componente constante estrutural e uma componente difusamente espalhada [162]. Essa idéia foi usada na Equação (163) como modelo para se estudar o comportamento estatístico das imagens acústicas. Assim, assumindo-se que, o campo de interferência resultante consiste na soma da componente

estrutural, dada pela amplitude do fasor coerente, com a componente randômica (difusa), dada pela amplitude do fasor incoerente, o qual possui uma distribuição uniforme da fase.

Na Figura 7. 29, (a) ilustra uma representação do campo fasorial no plano complexo para um fasor coerente genérico $\Phi_{Co}^{n}(\vec{r})\cdot exp(j\phi_n)$. Em (b) encontra-se representado o campo fasorial incoerente. Enquanto em (c) tem-se a composição de todos os fasores das figuras (a) e (b), dispostos no mesmo plano.



(a) (b) (c)

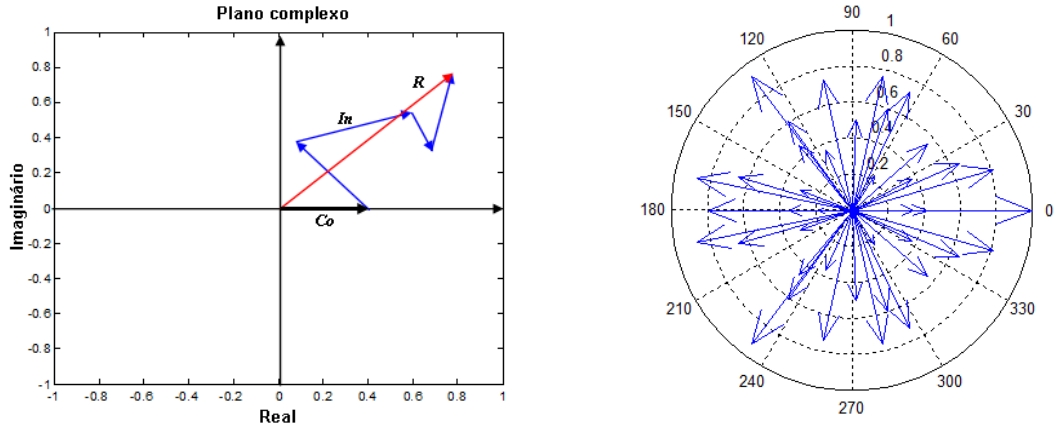
Figura 7. 29: (a) Caminhada aleatória dos fasores coerentes ϕ_{Co}, e a amplitude resultante $A_{\Delta\omega}^{Co}$; (b) Caminhada aleatória dos fasores incoerente ϕ_{In}, a partir da amplitude resultante coerente $A_{\Delta\omega}^{Co}$; (c) Amplitude total do sinal acústico espalhado $A_{\Delta\omega}$, representando a contribuição de todas as componentes dos fasores ambos coerentes e incoerentes.

Visto que, a contribuição final de todos os fasores resulta em uma componente fasorial coerente, a qual carrega a informação sobre a resposta mecânica dos absorvedores e/ou espalhadores, característicos das imagens de VA livre de *speckles* [171-172]. Por outro lado, os fasores incoerentes são aleatórios e independentes. Para o caso em que se tem alta densidade de espalhadores dentro do volume da célula de resolução, o padrão de interferência incoerente surgirá na imagem final, em adição ao campo coerente. Assim, é como se essa componente tivesse adicionado ruído à amplitude da envoltória do sinal detectado.

Sem perder a generalidade, o fasor coerente poderá ter sua fase nula, permitindo que se represente a amplitude A_{Co}, genérica por uma constante Φ_{Co}^{n}. Assim, a magnitude do fasor terá sua direção dada ao longo do eixo real positivo. O fasor incoerente de amplitude A_{In}, magnitude Φ_{In}^{n}, a qual é independente da fase ϕ_n que satisfaz as propriedades estatísticas de uma Gaussiana circular, como foi ilustrado na Figura 7. 27b [162].

Nas ilustrações da Figura 7. 30 pode-se observar em (a) a representação, no plano complexo, do caminho aleatório seguido pelos fasores de ordem incoerente. Enquanto em (b)

tem-se o diagrama polar dos fasores coerente e incoerente com magnitude e fase aleatoriamente distribuídos.

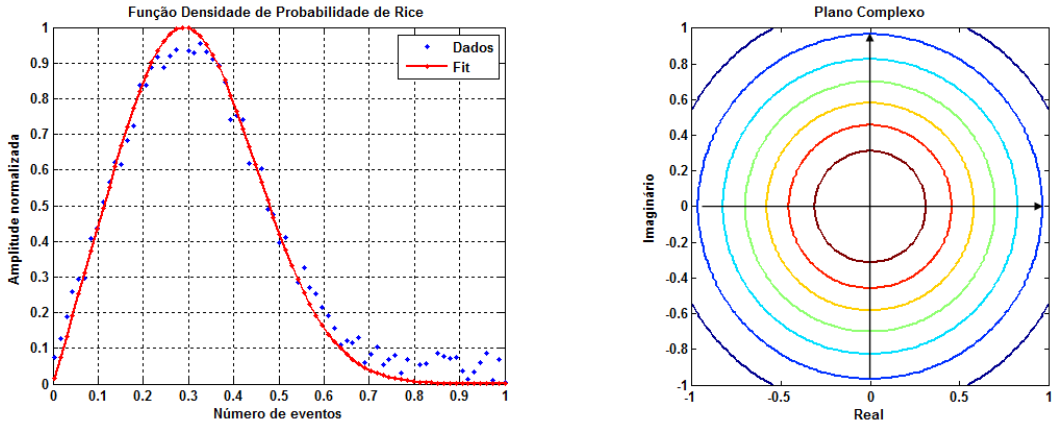


(a) (b)

Figura 7. 30: (a) A presença da componente coerente na população de espalhadores adiciona um vetor constante (Co) à caminhada aleatória. (b) Diagrama polar para os fasores incoerentes (difusos) distribuídos uniformente.

O efeito da presença da componente coerente constante A_{Co}, adicionada à parte real do fasor resultante da Equação (165) faz com que a imagem final seja predominantemente coerente. Então, para um grande número de passos na soma do fasor randômico, a estatística da parte real e imaginária resulta novamente em uma Gaussiana assintótica [162].

Com base na Equação (160) foram construídos diagramas para ilustrar o comportamento da função densidade de probabilidade de Rice em uma dimensão e no plano complexo, como ilustrado pela Figura 7. 31.



(a) (b)

Figura 7. 31: Em (a) encontra-se ilustrada a função densidade de probabilidade de Rice obtida da magnitude dos fasores, para um grande número de espalhadores. (b) Contornos da função densidade de probabilidade de Rice no plano complexo.

Os valores da magnitude de $A(\vec{r})$, dado pela Equação (164), seguem a função densidade de probabilidade de Rice, somente quando uma grande população de espalhadores está presente no interior do volume da célula de resolução do sistema de medida [158].

Na Equação (168), o primeiro termo, A_{Co}, na expressão é a intensidade do fasor coerente, o segundo, A_{In}, a intensidade do fasor incoerente. O último termo representa a interferência entre o fasor coerente e o fasor incoerente. Visto que, o termo cruzado tem um valor médio nulo, devido à distribuição uniforme da fase ϕ_n. Por outro lado, ele é responsável pelo maior efeito na distribuição estatística da intensidade resultante.

A dependência entre as componentes do fator de flutuação ($\gamma = I_{Co} / \bar{I}_{In}$) pode ser estudada pela simulação da Equação (170), como ilustrado na Figura 7. 32. A distribuição de Rice é obtida quando há um equilíbrio entre a componente estrutural e difusa ($\gamma \to 1$). Enquanto um menor percentual de espalhadores estruturais em relação ao número de espalhadores difuso ($\gamma \to 0$) faz com que a distribuição de Rice aproxime-se da distribuição de Rayleigh.

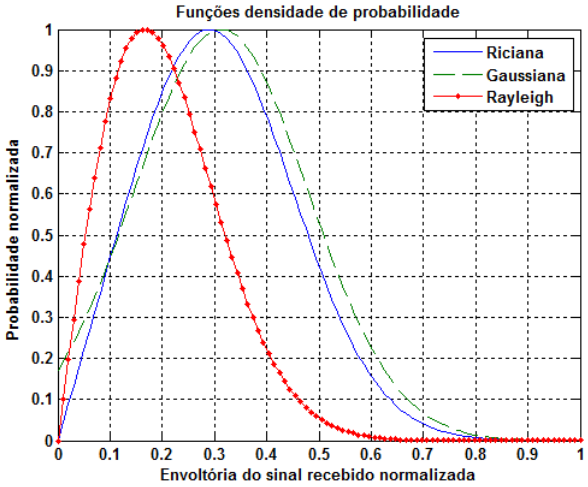


Figura 7. 32: Ilustra como a distribuição estatística de Rice muda, conforme varia o número de espalhadores difuso e estruturais presentes no sinal.

Quando a percentagem dos espalhadores estruturais torna-se muito grande ($\gamma \to \infty$), a distribuição de Rice aproxima-se da distribuição Gaussiana. Seria de se esperar que, juntamente com a distribuição, a relação sinal-ruído também mudasse com a mudança de γ.

A Figura 7. 33 mostra a *SNR* da distribuição de Rice em função de γ, calculada empregando a Equação (171).

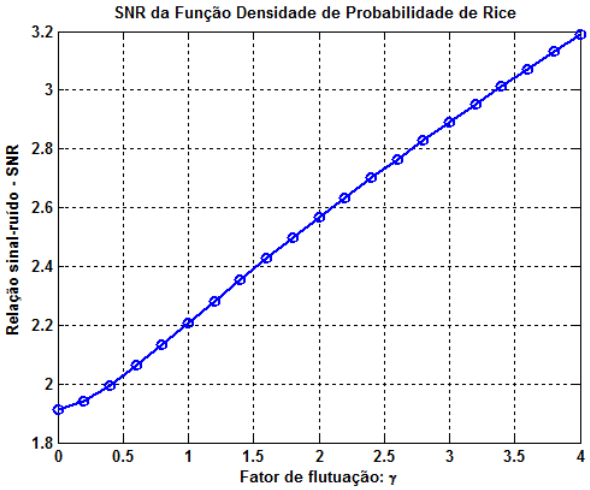


Figura 7. 33: Ilustra como a distribuição estatística de Rice muda, conforme varia o número de espalhadores difuso e estruturais presentes no sinal.

Como esperado, a *SNR* é menor quando a componente estrutural (I_{Co}) no sinal é mínima (*SNR* = 1,91) [173]. O contrário é observado quando o número de espalhadores periodicamente localizados é muito grande, acarretando o aumento da *SNR* de forma linear. Assim, no caso de alta densidade de espalhadores, a *SNR* presente na envoltória do sinal fornece um bom indicador para estimar a componente estrutural da distribuição de espalhadores [158].

Empregando análise estatística de primeira ordem, Thijssen e colaboradores [168] demonstraram que a amplitude média do sinal espalhado comporta-se linearmente com a densidade dos espalhadores por unidade de volume, enquanto que a relação sinal-ruído satura para valores próximos a 1,91, caracterizando a distribuição de Rayleigh [168]. Nesse caso, a amplitude do sinal não tem um valor médio constante, mas apenas flutuações.

A estatística empregada para o estudo do sinal espalhado é diretamente influenciada pelo número de espalhadores dentro da célula de resolução e não pelo número de espalhadores por unidade de volume do meio [174]. O volume da célula de resolução em muitas aplicações clínicas pode ser definido conhecendo-se a *PSF*-3D e pode ser estimado empregando a Equação (178) [175].

$$VCR = \frac{\left(\int PSF(\vec{r}) \cdot d\vec{r}\right)^2}{\int PSF^2(\vec{r}) \cdot d\vec{r}} \tag{178}$$

CAPÍTULO VIII

Referências Bibliográficas

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] ANDERSON, W. *Pathology*. 1. ed. St. Louis, Missouri: C. V.: Mosby, 1953.

[2] OLIPHANT, T. E., EHMAN, R. L., and GREENLEAF, J. F. Estimation of complex-valued stiffness using acoustic waves measured with magnetic resonance. *Imaging of Complex Media with Acoustic and Seismic Waves*, v. 84, p. 277-294, 2002.

[3] GAO, L., PARKER, K. J., LERNER, R. M., and LEVINSON, S. F. Imaging of the elastic properties of tissue - a review. *Ultrasound in Medicine and Biology*, v. 22, n. 8, p. 959-977, 1996.

[4] PARKER, K. J., GAO, L., LERNER, R. M., and LEVINSON, S. F. Techniques for elastic imaging: A review. *Ieee Engineering in Medicine and Biology Magazine*, v. 15, n. 6, p. 52-59, Nov-Dec 1996.

[5] OPHIR, J., ALAM, S. K., GARRA, B., KALLEL, F., KONOFAGOU, E., KROUSKOP, T., and VARGHESE, T. Elastography: Ultrasonic estimation and imaging of the elastic properties of tissues. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part H-Journal of Engineering in Medicine*, v. 213, n. H3, p. 203-233, 1999.

[6] ODONNELL, M., SKOVORODA, A. R., SHAPO, B. M., and EMELIANOV, S. Y. Internal displacement and strain imaging using ultrasonic speckle tracking. *Ieee Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, v. 41, n. 3, p. 314-325, May 1994.

[7] HALL, T. J., ZHU, Y. N., and SPALDING, C. S. In vivo real-time freehand palpation imaging. *Ultrasound in Medicine and Biology*, v. 29, n. 3, p. 427-435, 2003.

[8] B. BRENDEL, S. SIEBERS, M. SCHOLZ, C. WELP, J. WERNER, A. LORENZ, A. PESAVENTO, and H. ERMERT, "Intraoperative applications of elasticity imaging using vibrography," in *Proceedings of the 2nd International Conference on the Ultrasonic Measurement and Imaging of Tissue Elasticity*, 2003, p. 69.

[9] BLECHINGER, J. C., MADSEN, E. L., and FRANK, G. R. Tissue-mimicking gelatin agar gels for use in magnetic-resonance imaging phantoms. *Medical Physics*, v. 15, n. 4, p. 629-636, Jul-Aug 1988.

[10] MADSEN, E. L., HOBSON, M. A., SHI, H. R., VARGHESE, T., and FRANK, G. R. Tissue-mimicking agar/gelatin materials for use in heterogeneous elastography phantoms. *Physics in Medicine and Biology*, v. 50, n. 23, p. 5597-5618, Dec 7 2005.

[11] MATHER, M. L., DE DEENE, Y., WHITTAKER, A. K., SIMON, G. P., RUTGERS, R., and BALDOCK, C. Investigation of ultrasonic properties of pag and magic polymer gel dosimeters. *Physics in Medicine and Biology*, v. 47, n. 24, p. 4397-4409, Dec 21 2002.

[12] MATHER, M. L., CHARLES, P. H., and BALDOCK, C. Measurement of ultrasonic attenuation coefficient in polymer gel dosimeters. *Physics in Medicine and Biology*, v. 48, n. 20, p. N269-N275, Oct 21 2003.

[13] HALL, T. J., BILGEN, M., INSANA, M. F., and KROUSKOP, T. A. Phantom materials for elastography. *Ieee Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, v. 44, n. 6, p. 1355-1365, Nov 1997.

[14] MADSEN, E. L., FRANK, G. R., KROUSKOP, T. A., VARGHESE, T., KALLEL, F., and OPHIR, J. Tissue-mimicking oil-in-gelatin dispersions for use in heterogeneous elastography phantoms. *Ultrasonic Imaging*, v. 25, n. 1, p. 17-38, Jan 2003.

[15] MADSEN, E. L., FRANK, G. R., HOBSON, M. A., SHI, H. R., JIANG, J. F., VARGHESE, T., and HALL, T. J. Spherical lesion phantoms for testing the performance of elastography systems. *Physics in Medicine and Biology*, v. 50, n. 24, p. 5983-5995, Dec 21 2005.

[16] OLIPHANT, T. E., "Direct methods for dynamic elastography reconstruction: Optimal inversion of the interior helmholtz problem," PhD thesis, Mayo Graduate School, Rochester, MN. , 2001.

[17] MANDUCA, A., MUTHUPILLAI, R., ROSSMAN, P. J., GREENLEAF, J. F., and EHMAN, R. L. Image processing for magnetic resonance elastography. *Medical Imaging 1996: Image Processing*, v. 2710, n. 1042, p. 616-623, 1996.

[18] DUTT, V., KINNICK, R. R., MUTHUPILLAI, R., OLIPHANT, T. E., EHMAN, R. L., and GREENLEAF, J. F. Acoustic shear-wave imaging using echo ultrasound compared to magnetic resonance elastography. *Ultrasound in Medicine and Biology*, v. 26, n. 3, p. 397-403, Mar 2000.

[19] SINKUS, R., LORENZEN, J., SCHRADER, D., LORENZEN, M., DARGATZ, M., and HOLZ, D. High-resolution tensor mr elastography for breast tumour detection. *Physics in Medicine and Biology*, v. 45, n. 6, p. 1649-1664, Jun 2000.

[20] FOWLKES, J. B., EMELIANOV, S. Y., PIPE, J. G., SKOVORODA, A. R., CARSON, P. L., ADLER, R. S., and SARVAZYAN, A. P. Magnetic-resonance-imaging techniques for detection of elasticity variation. *Medical Physics*, v. 22, n. 11, p. 1771-1778, Nov 1995.

[21] CHU, K. C., JORDAN, K. J., BATTISTA, J. J., VAN DYK, J., and RUTT, B. K. Polyvinyl alcohol-fricke hydrogel and cryogel: Two new gel dosimetry systems with low fe3+ diffusion. *Physics in Medicine and Biology*, v. 45, n. 4, p. 955-969, Apr 2000.

[22] SURRY, K. J. M., AUSTIN, H. J. B., FENSTER, A., and PETERS, T. M. Poly(vinyl alcohol) cryogel phantoms for use in ultrasound and mr imaging. *Physics in Medicine and Biology*, v. 49, n. 24, p. 5529-5546, Dec 21 2004.

[23] HILTS, M., JIRASEK, A., and DUZENLI, C. Effects of gel composition on the radiation induced density change in pag polymer gel dosimeters: A model and

experimental investigations. *Physics in Medicine and Biology*, v. 49, n. 12, p. 2477-2490, Jun 21 2004.

[24] GUSTAVSSON, H., KARLSSON, A., BACK, S. A. J., OLSSON, L. E., HARALDSSON, P., ENGSTROM, P., and NYSTROM, H. Magic-type polymer gel for three-dimensional dosimetry: Intensity-modulated radiation therapy verification. *Medical Physics*, v. 30, n. 6, p. 1264-1271, Jun 2003.

[25] DE DEENE, Y., HURLEY, C., VENNING, A., VERGOTE, K., MATHER, M., HEALY, B. J., and BALDOCK, C. A basic study of some normoxic polymer gel dosimeters. *Physics in Medicine and Biology*, v. 47, n. 19, p. 3441-3463, Oct 7 2002.

[26] GORE, J. C., RANADE, M., MARYANSKI, M. J., and SCHULZ, R. J. Radiation dose distributions in three dimensions from tomographic optical density scanning of polymer gels .1. Development of an optical scanner. *Physics in Medicine and Biology*, v. 41, n. 12, p. 2695-2704, Dec 1996.

[27] HILTS, M., AUDET, C., DUZENLI, C., and JIRASEK, A. Polymer gel dosimetry using x-ray computed tomography: A feasibility study. *Physics in Medicine and Biology*, v. 45, n. 9, p. 2559-2571, Sep 2000.

[28] CRESCENTI, R. A., BAMBER, J. C., OBERAI, A. A., BARBONE, P. E., RICHTER, J. P., BUSH, N. L., and WEBB, S. Ultrasonic elastography and plane strain inverse algorithms for polymer gel dosimetry. *Ieee Ultrasonics Symposium Proceedings*, v. 1-6, n. 2610, p. 2025-2027, 2007.

[29] SACK, I., GEDAT, E., BERNARDING, J., BUNTKOWSKY, G., and BRAUN, J. Magnetic resonance elastography and diffusion-weighted imaging of the sol/gel phase transition in agarose. *Journal of Magnetic Resonance*, v. 166, n. 2, p. 252-261, Feb 2004.

[30] GENNISSON, J. L. and CLOUTIER, G. Sol-gel transition in agar-gelatin mixtures studied with transient elastography. *Ieee Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, v. 53, n. 4, p. 716-723, Apr 2006.

[31] MADSEN, E. L., FRANK, G. R., HOBSON, M. A., LIN-GIBSON, S., HALL, T. J., JIANG, J., and STILES, T. A. Instrument for determining the complex shear modulus of soft-tissue-like materials from 10 to 300 hz. *Physics in Medicine and Biology*, v. 53, n. 19, p. 5313-5342, Oct 7 2008.

[32] MARYANSKI, M. J., SCHULZ, R. J., IBBOTT, G. S., GATENBY, J. C., XIE, J., HORTON, D., and GORE, J. C. Magnetic-resonance-imaging of radiation-dose distributions using a polymer-gel dosimeter. *Physics in Medicine and Biology*, v. 39, n. 9, p. 1437-1455, Sep 1994.

[33] BALDOCK, C., LEPAGE, M., BACK, S. A. J., MURRY, P. J., JAYASEKERA, P. M., PORTER, D., and KRON, T. Dose resolution in radiotherapy polymer gel dosimetry: Effect of echo spacing in mri pulse sequence. *Physics in Medicine and Biology*, v. 46, n. 2, p. 449-460, Feb 2001.

[34] TRAPP, J. V., WARRINGTON, A. P., PARTRIDGE, M., PHILPS, A., GLEES, J., TAIT, D., AHMED, R., LEACH, M. O., and WEBB, S. Measurement of the three-

dimensional distribution of radiation dose in grid therapy. *Physics in Medicine and Biology*, v. 49, n. 19, p. N317-N323, Oct 7 2004.

[35] FERNANDES, J. P., PASTORELLO, B. F., DE ARAUJO, D. B., and BAFFA, O. Formaldehyde increases magic gel dosimeter melting point and sensitivity. *Physics in Medicine and Biology*, v. 53, n. 4, p. 53-58, Feb 21 2008.

[36] CRESCENTI, R. A., BAMBER, J. C., BUSH, N. L., and WEBB, S. Characterization of dose-dependent young's modulus for a radiation-sensitive polymer gel. *Physics in Medicine and Biology*, v. 54, n. 4, p. 843-857, Feb 21 2009.

[37] MUTHUPILLAI, R., LOMAS, D. J., ROSSMAN, P. J., GREENLEAF, J. F., MANDUCA, A., and EHMAN, R. L. Magnetic resonance elastography by direct visualization of propagating acoustic strain waves. *Science*, v. 269, n. 5232, p. 1854-1857, Sep 29 1995.

[38] SUGIMOTO, T., UEHA, S., and ITOH, K. Tissue hardness measurement using the radiation force of focused ultrasound. *Ieee 1990 Ultrasonics Symposium : Proceedings*, v. 1-3, n. 1673, p. 1377-1380, 1990.

[39] NIGHTINGALE, K. R., NIGHTINGALE, R. W., PALMERI, M. L., and TRAHEY, G. E. A finite element model of remote palpation of breast lesions using radiation force: Factors affecting tissue displacement. *Ultrasonic Imaging*, v. 22, n. 1, p. 35-54, Jan 2000.

[40] FATEMI, M., WOLD, L. E., ALIZAD, A., and GREENLEAF, J. F. Vibro-acoustic tissue mammography. *Ieee Transactions on Medical Imaging*, v. 21, n. 1, p. 1-8, Jan 2002.

[41] FATEMI, M. and GREENLEAF, J. F. Ultrasound-stimulated vibro-acoustic spectrography. *Science*, v. 280, n. 5360, p. 82-85, Apr 3 1998.

[42] FATEMI, M. and GREENLEAF, J. F. Vibro-acoustography: An imaging modality based on ultrasound-stimulated acoustic emission. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, v. 96, n. 12, p. 6603-6608, Jun 8 1999.

[43] FATEMI, M. and GREENLEAF, J. F. Probing the dynamics of tissue at low frequencies with the radiation force of ultrasound. *Physics in Medicine and Biology*, v. 45, n. 6, p. 1449-1464, Jun 2000.

[44] FATEMI, M. and GREENLEAF, J. F. Imaging the viscoelastic properties of tissue. *Imaging of Complex Media with Acoustic and Seismic Waves*, v. 84, p. 257-275, 2002.

[45] CARNEIRO, A. O., BAFFA, O., SILVA, G. T., and FATEMI, M. Vibro-magnetometry: Theoretical aspects and simulations. *Ieee Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, v. 56, n. 5, p. 1065-1073, May 2009.

[46] BRUNO, A. C., BAFFA, O., and CARNEIRO, A. A. O., "Hybrid system for magnetic and acoustic measurement," presented at the 31st Annual International Conference of the IEEE EMBS, Minneapolis, Minnesota, USA, 2009.

[47] CARNEIRO, A. A. O., FERNANDES, J. P., DE ARAUJO, D. B., ELIAS, J., MARTINELLI, A. L. C., COVAS, D. T., ZAGO, M. A., ANGULO, I. L., ST PIERRE, T. G., and BAFFA, O. Liver iron concentration evaluated by two magnetic methods: Magnetic resonance imaging and magnetic susceptometry. *Magnetic Resonance in Medicine*, v. 54, n. 1, p. 122-128, Jul 2005.

[48] FONG, P. M., KEIL, D. C., DOES, M. D., and GORE, J. C. Polymer gels for magnetic resonance imaging of radiation dose distributions at normal room atmosphere. *Physics in Medicine and Biology*, v. 46, n. 12, p. 3105-3113, Dec 2001.

[49] GOCHBERG, D. F., FONG, P. M., and GORE, J. C. Studies of magnetization transfer and relaxation in irradiated polymer gels - interpretation of mri-based dosimetry. *Physics in Medicine and Biology*, v. 46, n. 3, p. 799-811, Mar 2001.

[50] GOCHBERG, D. F., FONG, P. M., and GORE, J. C. A quantitative study of magnetization transfer in magic gels. *Physics in Medicine and Biology*, v. 48, n. 21, p. N277-N282, Nov 7 2003.

[51] GREENLEAF, J. F. and FATEMI, M. Ultrasound-stimulated vibro-acoustic imaging in vivo. *1998 Ieee Ultrasonics Symposium - Proceedings, Vols 1 and 2*, p. 1635-1638 1892, 1998.

[52] SARVAZYAN, A. P., RUDENKO, O. V., SWANSON, S. D., FOWLKES, J. B., and EMELIANOV, S. Y. Shear wave elasticity imaging: A new ultrasonic technology of medical diagnostics. *Ultrasound in Medicine and Biology*, v. 24, n. 9, p. 1419-1435, Nov 1998.

[53] NIGHTINGALE, K. R., PALMERI, M. L., NIGHTINGALE, R. W., and TRAHEY, G. E. On the feasibility of remote palpation using acoustic radiation force. *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 110, n. 1, p. 625-634, Jul 2001.

[54] WALKER, W. F., FERNANDEZ, F. J., and NEGRON, L. A. A method of imaging viscoelastic parameters with acoustic radiation force. *Physics in Medicine and Biology*, v. 45, n. 6, p. 1437-1447, Jun 2000.

[55] ALIZAD, A., WHALEY, D. H., GREENLEAF, J. F., and FATEMI, M. Image features in medical vibro-acoustography: In vitro and in vivo results. *Ultrasonics*, v. 48, n. 6-7, p. 559-562, Nov 2008.

[56] PISLARU, C., KANTOR, B., KINNICK, R. R., ANDERSON, J. L., AUBRY, M. C., URBAN, M. W., FATEMI, M., and GREENLEAF, J. F. In vivo vibroacoustography of large peripheral arteries. *Investigative Radiology*, v. 43, n. 4, p. 243-252, Apr 2008.

[57] MITRI, F. G., DAVIS, B. J., URBAN, M. W., ALIZAD, A., GREENLEAF, J. F., LISCHER, G. H., WILSON, T. M., and FATEMI, M. Vibro-acoustography imaging of permanent prostate brachytherapy seeds in an excised human prostate - preliminary results and technical feasibility. *Ultrasonics*, v. 49, n. 3, p. 389-394, Mar 2009.

[58] MATHER, M. L., WHITTAKER, A. K., and BALDOCK, C. Ultrasound evaluation of polymer gel dosimeters. *Physics in Medicine and Biology*, v. 47, n. 9, p. 1449-1458, May 7 2002.

[59] MATHER, M., DE DEENE, Y., WHITTAKER, A., and BALDOCK, C. Investigation of pag and magic polymer gel dosimeters using ultrasound. *Medical Physics*, v. 29, n. 6, p. 1370-1371, Jun 2002.

[60] ANDREO, P., BURNS, D. T., HOHLFELD, K., HUQ, M. S., KANAI, T., LAITANO, F., SMYTH, V., and VYNCKIER, S. Iaea trs-398, absorbed dose determination in external beam radiotherapy: An international code of practice for dosimetry based on standards of absorbed dose to water. *Dosimetry and Medical Radiation Physics Section*, v. 11b, p. 1-181, 23 April 2004.

[61] PASTORELLO, B. F., "Montagem e caracterização de um fantoma para utilização em radioterapia utilizando imagens convencionais por ressonância magnética e contraste por transferência de magnetização," Dissertação de Mestrado, Dpt. de Física e Matemática da FFCLRP, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto-SP, 2006.

[62] FERNANDES, J. P., "Dosimetria tridimensional por imagens de ressonância magnética com gel magic modificado," Tese de Doutorado, Dpt. de Física e Matemática da FFCLRP, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto-SP, 2009.

[63] CARNEIRO, A. A. O., VILELA, G. R., DE ARAUJO, D. B., and BAFFA, O. Mri relaxometry: Methods and applications. *Brazilian Journal of Physics*, v. 36, n. 1A, p. 9-15, Mar 2006.

[64] WESTERVELT, P. J. The theory of steady forces caused by sound waves. *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 23, n. 3, p. 312-315, 1951.

[65] SILVA, G. T. and URBAN, M. W. Image formation of multifrequency vibro-acoustography: Theory and computational simulations. *SIBGRAPI 2005: XVIII Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing, Conference Proceedings*, n. 398, p. 5-12, 2005.

[66] URBAN, M. W., KINNICK, R. R., and SILVA, G. T. Stress field formation for multifrequency vibro-acoustography. *2005 IEEE Ultrasonics Symposium*, v. 1-4, n. 2316, p. 2275-2278, 2005.

[67] URBAN, M. W., SILVA, G. T., FATEMI, M., and GREENLEAF, J. F. Multifrequency vibro-acoustography. *Ieee Transactions on Medical Imaging*, v. 25, n. 10, p. 1284-1295, Oct 2006.

[68] MUTHUPILLAI, R., LOMAS, D. J., ROSSMAN, P. J., GREENLEAF, J. F., MANDUCA, A., and EHMAN, R. L. Magnetic-resonance elastography by direct visualization of propagating acoustic strain waves. *Science*, v. 269, n. 5232, p. 1854-1857, Sep 29 1995.

[69] CHEN, S., FATEMI, M., and GREENLEAF, J. F. Complex stiffness quantification using ultrasound stimulated vibrometry. *2003 Ieee Ultrasonics Symposium Proceedings*, v. 1 e 2, n. 2137, p. 941-944, 2003.

[70] CHEN, S., URBAN, M. W., PISLARU, C., KINNICK, R., ZHENG, Y., YAO, A. P., and GREENLEAF, J. F. Shearwave dispersion ultrasound vibrometry (sduv) for measuring tissue elasticity and viscosity. *IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, v. 56, n. 1, p. 55-62, Jan 2009.

[71] URBAN, M. W., CHEN, S., and GREENLEAF, J. F. Error in estimates of tissue material properties from shear wave dispersion ultrasound vibrometry. *IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, v. 56, n. 4, p. 748-758, Apr 2009.

[72] ANDREEV, V. G., DMITRIEV, V. N., PISHCHALNIKOV, Y. A., RUDENKO, O. V., SAPOZHNIKOV, O. A., and SARVAZYAN, A. P. Observation of shear waves excited by focused ultrasound in a rubber-like medium. *Acoustical Physics*, v. 43, n. 2, p. 123-128, Mar-Apr 1997.

[73] ACHENBACH, J. D. *Wave propagation in elastic solids*. North-Holland, Amsterdam: Elsevier Science Publishers, 1984. (Series in Applied Mathematics and Mechanics, vol. 16).

[74] CHEN, S. G., FATEMI, M., and GREENLEAF, J. F. Quantifying elasticity and viscosity from measurement of shear wave speed dispersion. *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 115, n. 6, p. 2781-2785, Jun 2004.

[75] ZHANG, X. and GREENLEAF, J. F. Estimation of tissue's elasticity with surface wave speed. *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 122, n. 5, p. 2522-2525, Nov 2007.

[76] URBAN, M. W. and GREENLEAF, J. F. Harmonic pulsed excitation and motion detection of a vibrating reflective target. *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 123, n. 1, p. 519-533, Jan 2008.

[77] HASEGAWA, H. and KANAI, H. Improving accuracy in estimation of artery-wall displacement by referring to center frequency of rf echo. *IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, v. 53, n. 1, p. 52-63, Jan 2006.

[78] CATHELINE, S., WU, F., and FINK, M. A solution to diffraction biases in sonoelasticity: The acoustic impulse technique. *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 105, n. 5, p. 2941-2950, May 1999.

[79] GOCHBERG, D. F. and GORE, J. C. Quantitative magnetization transfer imaging via selective inversion recovery with short repetition times. *Magnetic Resonance in Medicine*, v. 57, n. 2, p. 437-441, Feb 2007.

[80] YIN, M., TALWALKAR, J. A., GLASER, K. J., MANDUCA, A., GRIMM, R. C., ROSSMAN, P. J., FIDLER, J. L., and EHMAN, R. L. Assessment of hepatic fibrosis with magnetic resonance elastography. *Clin Gastroenterol Hepatol*, v. 5, n. 10, p. 1207-1213 e1202, Oct 2007.

[81] KRUSE, S. A., ROSE, G. H., GLASER, K. J., MANDUCA, A., FELMLEE, J. P., JACK, C. R., JR., and EHMAN, R. L. Magnetic resonance elastography of the brain. *Neuroimage*, v. 39, n. 1, p. 231-237, Jan 1 2008.

[82] MCGEE, K. P., HUBMAYR, R. D., and EHMAN, R. L. Mr elastography of the lung with hyperpolarized 3he. *Magn Reson Med*, v. 59, n. 1, p. 14-18, Jan 2008.

[83] RUMP, J., WARMUTH, C., BRAUN, J., and SACK, I. Phase preparation in steady-state free precession mr elastography. *Magnetic Resonance Imaging*, v. 26, n. 2, p. 228-235, Feb 2008.

[84] SINKUS, R., TANTER, M., BERCOFF, J., SIEGMANN, K., PERNOT, M., ATHANASIOU, A., and FINK, M. Potential of mri and ultrasound radiation force in elastography: Applications to diagnosis and therapy. *Proceedings of the Ieee*, v. 96, n. 3, p. 490-499, Mar 2008.

[85] E. MARK HAACKE, ROBERT W. BROWN, MICHAEL R. THOMPSON, and VENKATESAN, R. *Magnetic resonance imaging: Physical principles and sequence design*. 1. ed. New York: Wiley-Liss, A Jonh Wiley & Sons, Inc., Publication, 1999.

[86] GLASER, K. J., FELMLEE, J. P., MANDUCA, A., KANNAN MARIAPPAN, Y., and EHMAN, R. L. Stiffness-weighted magnetic resonance imaging. *Magn Reson Med*, v. 55, n. 1, p. 59-67, Jan 2006.

[87] MUTHUPILLAI, R., ROSSMAN, P. J., LOMAS, D. J., GREENLEAF, J. F., RIEDERER, S. J., and EHMAN, R. L. Magnetic resonance imaging of transverse acoustic strain waves. *Magn Reson Med*, v. 36, n. 2, p. 266-274, Aug 1996.

[88] KNUTSSON, H., WESTIN, C. F., and GRANLUND, G. Local multiscale frequency and bandwidth estimation. *Icip-94 - Proceedings*, v. 1, n. 992, p. 36-40, 1994.

[89] MANDUCA, A., LAKE, D. S., KRUSE, S. A., and EHMAN, R. L. Spatio-temporal directional filtering for improved inversion of mr elastography images. *Med Image Anal*, v. 7, n. 4, p. 465-473, Dec 2003.

[90] BALDOCK, C., LEPAGE, M., BACK, S. A. J., MURRY, P. J., JAYASEKERA, P. M., PORTER, D., and KRON, T. Dose resolution in radiotherapy polymer gel dosimetry: Effect of echo spacing in mri pulse sequence (vol 46, pg 449, 2001). *Physics in Medicine and Biology*, v. 46, n. 5, p. 1591-1591, May 2001.

[91] RINGLEB, S. I., CHEN, Q., LAKE, D. S., MANDUCA, A., EHMAN, R. L., and AN, K. N. Quantitative shear wave magnetic resonance elastography: Comparison to a dynamic shear material test. *Magn Reson Med*, v. 53, n. 5, p. 1197-1201, May 2005.

[92] TRAPP, J. V., BACK, S. A. J., LEPAGE, M., MICHAEL, G., and BALDOCK, C. An experimental study of the dose response of polymer gel dosimeters imaged with x-ray computed tomography. *Physics in Medicine and Biology*, v. 46, n. 11, p. 2939-2951, Nov 2001.

[93] ANDREWS, H. C. and R., H. B. *Digital image restoration* Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1979. (Signal processing series).

[94] BAMBER, J. C. and DICKINSON, R. J. Ultrasonic b-scanning - a computer-simulation. *Physics in Medicine and Biology*, v. 25, n. 3, p. 463-479, 1980.

[95] GOODMAN, J. W. *Statistical properties of laser speckle patterns*. Heidelberg, Berlin: Springer Verlag, 1975. (Laser speckle and related phenomena).

[96] BURCKHARDT, C. B. Speckle in ultrasound b-mode scans. *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, v. 25, n. 1, p. 1-6, 1978.

[97] PALMERI, M. L., MCALEAVEY, S. A., TRAHEY, G. E., and NIGHTINGALE, K. R. Ultrasonic tracking of acoustic radiation force-induced displacements in homogeneous media. *Ieee Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, v. 53, n. 7, p. 1300-1313, Jul 2006.

[98] WAGNER, R. F., SMITH, S. W., SANDRIK, J. M., and LOPEZ, H. Statistics of speckle in ultrasound b-scans. *Ieee Transactions on Sonics and Ultrasonics*, v. 30, n. 3, p. 156-163, 1983.

[99] WELLS, P. N. T. and HALLIWELL, M. Speckle in ultrasonic-imaging. *Ultrasonics*, v. 19, n. 5, p. 225-229, 1981.

[100] THIJSSEN, J. M. and OOSTERVELD, B. J. Speckle and texture in echography - artifact or clinical information. *Ieee Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, v. 34, n. 3, p. 387-387, May 1987.

[101] MILKOWSKI, A., LI, Y., BECKER, D., and ISHRAK, S. O. Speckle reduction imaging. *GE Medical Systems*, v. 1, n. 1, p. 1-8, Jun 2003.

[102] MORSE, P. M. and INGARD, K. *The radiation of sound , theoretical acoustics*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1969.

[103] O'NEIL, H. T. Theory of focusing radiators. *The journal of the Acoustical Society of America*, v. 21, n. 5, p. 516-526, 1949.

[104] CHEN, S., FATEMI, M., and GREENLEAF, J. F. Stress field design in vibro-acoustography beam forming. *2003 Ieee Ultrasonics Symposium Proceedings*, v. 1 e 2, n. 2137, p. 1630-1633, 2003.

[105] JENSEN, J. A. A model for the propagation and scattering of ultrasound in tissue. *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 89, n. 1, p. 182-190, Jan 1991.

[106] JENSEN, J. A. and SVENDSEN, N. B. Calculation of pressure fields from arbitrarily shaped, apodized, and excited ultrasound transducers. *Ieee Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, v. 39, n. 2, p. 262-267, Mar 1992.

[107] JENSEN, J. A. Field: A program for simulating ultrasound systems. *Medical & Biological Engineering & Computing*, v. 34, n. 1, parte 1, p. 3, 1996.

[108] TUPHOLME, G. E. Generation of acoustic pulses by baffled plane pistons. *Mathematika*, v. 16, n. 32P2, p. 209-224, 1969.

[109] STEPANIS.PR. Time-dependent force and radiation impedance on a piston in a rigid infinite planar baffle. *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 49, n. 1, p. 841-849, 1971.

[110] STEPANIS.PR. Transient radiation from pistons in an infinite planar baffle. *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 49, n. 5, p. 1627-1638, 1971.

[111] JENSEN, J. A. Simulating arbitrary-geometry ultrasound transducers using triangles. *IEEE Ultrasonics Symposium, Proceedings*, v. 1 e 2, n. 1622, p. 885-888, 1996.

[112] MITRI, F. G., SILVA, G. T., GREENLEAF, J. F., and FATEMI, M. Simultaneous sum-frequency and vibro-acoustography imaging for nondestructive evaluation and testing applications. *Journal of Applied Physics*, v. 102, n. 11, p. 1-7, Dec 1, 2007.

[113] GORE, J. C. and LEEMAN, S. Ultrasonic backscattering from human tissue - realistic model. *Physics in Medicine and Biology*, v. 22, n. 2, p. 317-326, 1977.

[114] ANGELSEN, B. A. J. *Propagation and scattering in heterogeneous, nonlinear tissue with contrast agent imaging and doppler measurements*. Trondheim, Norway: Emantec, 2000. (Ultrasound imaging: Waves, signals, and signal processing, 2).

[115] WAGNER, R. F., INSANA, M. F., and SMITH, S. W. Fundamental correlation lengths of coherent speckle in medical ultrasonic images. *IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control*, v. 35, n. 1, p. 34-44, 1988.

[116] SMITH, S. W., TRAHEY, G. E., HUBBARD, S. M., and WAGNER, R. F. Properties of acoustical speckle in the presence of phase aberration .2. Correlation lengths. *Ultrasonic Imaging*, v. 10, n. 1, p. 29-51, Jan 1988.

[117] KINO, G. S. *Wave propagation with finite exciting sources*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1987. (Acoustic waves: Devices, imaging and analog signal processing).

[118] DANTAS, R. G., COSTA, E. T., and LEEMAN, S. Ultrasound speckle and equivalent scatterers. *Ultrasonics*, v. 43, n. 6, p. 405-420, May 2005.

[119] TIMOSHENKO, S. P. and GOODIER, J. N. *Theory of elasticity* 3rd edition. ed.: McGraw Hill Higher Education, 1970.

[120] BUTKOV, E. *Física matemática*. 1. ed. São Paulo, Brasil: editora LTC, 1988.

[121] MENARD, K. P. *Dynamic mechanical analysis - a parctical introduction*. 1. ed. Boca Raton, Florida: CRC Press, 1999.

[122] CHEN, W. F. and SALEEB, A. F. *Constitutive equations for engineering materials*. 2 ed. Amsterdam: Elsevier, 1994. (Elasticity and Modeling, vol. 1).

[123] FUNG, Y. C. *Biomechanics: Mechanical properties of living tissues*. 2nd. ed. New York: Springer-Verlag, 1993.

[124] BUSKIRK, W. V. and ASHMAN, R. *Mechanical properties of bone (amd)*. New York: American Society of Mechanical Engineers, 1981. (The Elastic Moduli of Bone, vol. 45,).

[125] GARCIA, J. J., ALTIERO, N. J., and HAUT, R. C. Estimation of in situ elastic properties of biphasic cartilage based on a transversely isotropic hypo-elastic model. *Journal of Biomechanical Engineering-Transactions of the Asme*, v. 122, n. 1, p. 1-8, Feb 2000.

[126] SACKS, M. S. and CHUONG, C. J. A constitutive relation for passive right-ventricular free wall myocardium. *J Biomech*, v. 26, n. 11, p. 1341-1345, Nov 1993.

[127] HUISKES, R. On the modelling of long bones in structural analyses. *J Biomech*, v. 15, n. 1, p. 65-69, 1982.

[128] NETTER, F. H. *Atlas of human anatomy*. 4. ed. New York: W.B. Saunders Company, 2006.

[129] HEINBOCKEL, J. H. *Introduction to tensor calculus and continuum mechanics*. Norfolk, Virginia, USA: Trafford Publishing, 2001.

[130] DUCK, F. A. *Physical properties of tissue - a comprehensive reference book*. 6. ed. London: Academic Press, 1990.

[131] SARVAZYAN, A., SKOVORODA, A., EMELIANOV, S., FOWLKES, J., PIPE, J., ADLER, R., BUXTON, R., and CARSON, P. *Biophysical bases of elasticity imaging*. New York: Plenum Press, 1995. (Acoustical Imaging, vol. 21).

[132] OIDA, T., AMANO, A., and MATSUDA, T. Magnetic resonance elastography : In vivo measurements of elasticity for human tissue. *International Conference on Informatics Research for Development of Knowledge Society Infrastructure, Proceedings*, v. 1, n. 239, p. 57-64, 2004.

[133] THIJSSEN, J. M. Ultrasonic tissue characterization and echographic imaging. *Physics in Medicine and Biology*, v. 34, n. 11, p. 1667-1674, Nov 1989.

[134] PARKER, K. J., TAYLOR, L. S., GRACEWSKI, S., and RUBENS, D. J. A unified view of imaging the elastic properties of tissue. *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 117, n. 5, p. 2705-2712, May 2005.

[135] LAKES, R. S. Viscoelastic measurement techniques. *Review of Scientific Instruments*, v. 75, n. 4, p. 797-810, Apr 2004.

[136] FATEMI, M., MANDUCA, A., and GREENLEAF, J. F. Imaging elastic properties of biological tissues by low-frequency harmonic vibration. *Proceedings of the Ieee*, v. 91, n. 10, p. 1503-1519, Oct 2003.

[137] OPHIR, J., KALLEL, F., VARGHESE, T., BERTRAND, M., CESPEDES, I., and PONNEKANTI, H. Elastography: A systems approach. *International Journal of Imaging Systems and Technology*, v. 8, n. 1, p. 89-103, 1997.

[138] INSANA, M. F. *Elasticity imaging*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2006. (Wiley Encyclopedia of Biomedical Engineering, vol. 6).

[139] OPHIR, J., KALLEL, F., VARGHESE, T., ALAM, E. K. S. K., KROUSKOP, T., GARRA, B., and RIGHETTI, R. Imagerie acoustique et optique des milieux biologiques optical and acoustical imaging of biological media. *C. R. Acad. Aci. Paris*, v. 2, n. 4, p. 1193–1212, 2001.

[140] LIU, J., ABBEY, C. K., and INSANA, M. F. Linear approach to axial resolution in elasticity imaging. *Ieee Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, v. 51, n. 6, p. 716-725, Jun 2004.

[141] COCHLIN, D. L., GANATRA, R. H., and GRIFFITHS, D. F. R. Elastography in the detection of prostatic cancer. *Clinical Radiology*, v. 57, n. 11, p. 1014-1020, Nov 2002.

[142] VAN HOUTEN, E. E. W., WEAVER, J. B., MIGA, M. I., KENNEDY, F. E., and PAULSEN, K. D. Elasticity reconstruction from experimental mr displacement data: Initial experience with an overlapping subzone finite element inversion process. *Medical Physics*, v. 27, n. 1, p. 101-107, Jan 2000.

[143] PETERS, A., CHASE, J. G., and VAN HOUTEN, E. E. W. Digital image elasto-tomography: Combinatorial and hybrid optimization algorithms for shape-based elastic property reconstruction. *Ieee Transactions on Biomedical Engineering*, v. 55, n. 11, p. 2575-2583, Nov 2008.

[144] CHEN, Q., RINGLEB, S. I., MANDUCA, A., EHMAN, R. L., and AN, K. N. A finite element model for analyzing shear wave propagation observed in magnetic resonance elastography. *J Biomech*, v. 38, n. 11, p. 2198-2203, Nov 2005.

[145] VAN HOUTEN, E. E. W., MIGA, M. I., WEAVER, J. B., KENNEDY, F. E., and PAULSEN, K. D. Three-dimensional subzone-based reconstruction algorithm for mr elastography. *Magnetic Resonance in Medicine*, v. 45, n. 5, p. 827-837, May 2001.

[146] EHMAN, E. C., ROSSMAN, P. J., KRUSE, S. A., SAHAKIAN, A. V., and GLASER, K. J. Vibration safety limits for magnetic resonance elastography. *Physics in Medicine and Biology*, v. 53, n. 4, p. 925-935, Feb 21 2008.

[147] WU, T., FELMLEE, J. P., GREENLEAF, J. F., RIEDERER, S. J., and EHMAN, R. L. Magnetic resonance imaging of shear waves generated by focused ultrasound. *Magn Reson Med*, v. 43, n. 1, p. 111-115, Jan 2000.

[148] CATHELINE, S., GENNISSON, J. L., DELON, G., FINK, M., SINKUS, R., ABOUELKARAM, S., and CULIOLI, J. Measurement of viscoelastic properties of homogeneous soft solid using transient elastography: An inverse problem approach. *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 116, n. 6, p. 3734-3741, Dec 2004.

[149] KOLSKY, H. *Stress waves in solids*. New York: Dover Publications, Inc., 1963.

[150] KINSLER, L. E. E., FREY, A. R., COPPENS, A. B., and SANDERS, J. V. *Fundamentals of acoustics*. 4. ed. New York: Wiley, John & Sons, Incorporated, 2000.

[151] DJABOUROV, M., LEBLOND, J., and PAPON, P. Gelation of aqueous gelatin solutions .2. Rheology of the sol-gel transition. *Journal De Physique*, v. 49, n. 2, p. 333-343, Feb 1988.

[152] GREENLEAF, J. F., FATEMI, M., and INSANA, M. Selected methods for imaging elastic properties of biological tissues. *Annual Review of Biomedical Engineering*, v. 5, p. 57-78, 2003.

[153] YAMAKOSHI, Y., SATO, J., and SATO, T. Ultrasonic-imaging of internal vibration of soft-tissue under forced vibration. *Ieee Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, v. 37, n. 2, p. 45-53, Mar 1990.

[154] OLIPHANT, T. E., MANDUCA, A., EHMAN, R. L., and GREENLEAF, J. F. Complex-valued stiffness reconstruction for magnetic resonance elastography by algebraic inversion of the differential equation. *Magn Reson Med*, v. 45, n. 2, p. 299-310, Feb 2001.

[155] JAKEMAN, E. Speckle statistics with a small number of scatterers. *Optical Engineering*, v. 23, n. 4, p. 453-461, 1984.

[156] WENG, L., REID, J. M., SHANKAR, P. M., and SOETANTO, K. Ultrasound speckle analysis based on the k-distribution. *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 89, n. 6, p. 2992-2995, Jun 1991.

[157] WAGNER, R. F., BROWN, D. G., and SMITH, S. W. Rician statistics and signal detectability in ultrasonic b-scans. *Ultrasonic Imaging*, v. 5, n. 2, p. 181-181, 1983.

[158] INSANA, M. F., WAGNER, R. F., GARRA, B. S., BROWN, D. G., and SHAWKER, T. H. Analysis of ultrasound image texture via generalized rician statistics. *Optical Engineering*, v. 25, n. 6, p. 743-748, Jun 1986.

[159] WAGNER, R. F., INSANA, M. F., and BROWN, D. G. A unified approach to the detection, grading, and classification of tissue textures. *Ultrasonic Imaging*, v. 7, n. 1, p. 82-83, 1985.

[160] OOSTERVELD, B. J., THIJSSEN, J. M., and VERHOEF, W. A. Texture of b-mode echograms - 3-d simulations and experiments of the effects of diffraction and scatterer density. *Ultrasonic Imaging*, v. 7, n. 2, p. 142-160, 1985.

[161] PERREAULT, C. and AUCLAIR-FORTIER, M. F. Speckle simulation based on b-mode echographic image acquisition model. *Fourth Canadian Conference on Computer and Robot Vision, Proceedings*, v. 520, p. 379-386, May 2007.

[162] GOODMAN, J. W. *Speckle phenomena in optics*. 1. ed.: Roberts and Company Publishers, 2006.

[163] RICE, S. O. Mathematical analysis of random noise. *Bell System Technical Journal*, v. 23, p. 282-332, Jul 1944.

[164] RICE, S. O. Mathematical analysis of random noise. *Bell System Technical Journal*, v. 24, n. 1, p. 46-156, 1945.

[165] THIJSSEN, J. M. Ultrasonic speckle formation, analysis and processing applied to tissue characterization. *Pattern Recognition Letters*, v. 24, n. 4-5, p. 659-675, Feb 2003.

[166] LAI, D., RAO, N., KUO, C. H., BHATT, S., and DOGRA, V. Independent component analysis applied to ultrasound speckle texture analysis and tissue characterization. *2007 Annual International Conference of the Ieee Engineering in Medicine and Biology Society*, v. 1-16, n. 6760, p. 6524-6527, 2007.

[167] THIJSSEN, J. M. Speckle formation, analysis and processing applied to ultrasound tissue characterization. *Physics for Medical Imaging Applications*, v. 240, n. 3, p. 151-176, June 2007.

[168] THIJSSEN, J. M., OOSTERVELD, B., and VERHOEF, W. A. B-mode texture - artifact or information. *British Journal of Radiology*, v. 58, n. 691, p. 698-698, 1985.

[169] THIJSSEN, J. M. Tissue characterization by ultrasound. *Ultrasonography in Ophthalmology 12*, v. 53, n. 494, p. 293-304, 1990.

[170] PAPOULIS, A. *Probability, random variables and stochastic processes*. New York: McGraw Hill, 1965.

[171] GREENLEAF, J. and FATEMI, M. Vibro-acoustography: Speckle free ultrasonic imaging. *Medical Physics*, v. 34, n. 6, p. 2527-2528, Jun 2007.

[172] GREENLEAF, J. F., FATEMI, M., and KINNICK, R. R. Vibro-acoustography: Speckle free ultrasonic c-scan. *Acoustical Imaging, Vol 25*, v. 25, n. 565, p. 543-548, 2000.

[173] WAGNER, R. F. and BROWN, D. G. Unified snr analysis of medical imaging-systems. *Physics in Medicine and Biology*, v. 30, n. 6, p. 489-518, 1985.

[174] RAO, N. A. H. K. and ZHU, H. Simulation study of changes in ultrasound speckle statistics with the system point spread function. *The journal of the Acoustical Society of America*, v. 95, n. 2, p. 1161-1164, 1994.

[175] RAO, N., MEHRA, S., and ZHU, H. Ultrasound speckle statistics variations with imaging-systems impulse-response. *Ieee 1990 Ultrasonics Symposium : Proceedings, Vols 1-3*, n. 1673, p. 1435-1440, 1990.