Universidade de São Paulo

FFCLRP - Departamento de Física

Pós-graduação em Física aplicada à Medicina e Biologia

ALEX MALEZAN

Reconstrução Espectral de Tubos de Radiação Odontológicos Usando a Transformada Inversa de Laplace da Curva de Atenuação

Dissertação apresentada à Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, como parte das exigências para a obtenção do título de Mestre em Ciências, Área: Física aplicada à Medicina e Biologia.

Ribeirão Preto - SP

2013

ALEX MALEZAN

Reconstrução Espectral de Tubos de Radiação Odontológicos Usando a Transformada Inversa de Laplace da Curva de Atenuação

Dissertação apresentada à Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, como parte das exigências para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de Concentração:

Física aplicada à Medicina e Biologia.

Orientador:

Martin Eduardo Poletti.

Versão Corrigida

Original disponível da FFCLRP - USP

Ribeirão Preto - SP

2013

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

FICHA CATALOGRÁFICA

Malezan, Alex

Reconstrução Espectral de Tubos de Radiação Odontológicos Usando a Transformada Inversa de Laplace da Curva de Atenuação / Alex Malezan; orientador Martin Eduardo Poletti. Ribeirão Preto - SP, 2013.

102 f.:il.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-graduação em Física aplicada à Medicina e Biologia) - Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, 2013.

1. Espectrometria Indireta 2. .Transformadas de Laplace. 3. Raio X Odontológico

Nome: MALEZAN, Alex

Título: Reconstrução Espectral de Tubos de Radiação Odontológicos Usando a Transformada Inversa de Laplace da Curva de Atenuação

Dissertação apresentada à Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, como parte das exigências para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Aprovado em:____/____/____.

Banca Examinadora

Prof(a). Dr(a). :_____ Instituição:_____

Julgamento: _____ Assinatura:_____

Prof(a). Dr(a). :_____ Instituição:_____

Julgamento: _____ Assinatura:_____

Prof(a). Dr(a). :_____ Instituição:_____

Julgamento: _____ Assinatura:_____

Dedico este trabalho à minha mãe. Esta conquista está apoiada sobre sua renúncia e dedicação incondicionais ao longo dos anos, para que seus filhos pudessem gozar de uma boa educação acima de qualquer luxo ou desejo pessoal.

Agradecimentos

A minha mãe, Alcione, mulher amorosa e sensível que faz crescer uma bela árvore de algo que parecia nada além de um galho seco e morto; A minha irmã, por fazer parte da minha e alegrar as tardes de domingo com camarão alho e óleo; A minha namorada, por nunca desistir; Ao meu orientador, Prof. Martin, pela paciência, dedicação e pela valiosa orientação em todas as etapas deste trabalho; A minha amiga Alessandra Tomal pela experiência compartilhada, dedicação, compromisso e apoio incomensuráveis; Ao técnico Eldereis de Paula do Departamento de Física (DF) pela ajuda imprescindível no desenvolvimento deste trabalho. Aos técnicos José Luiz Aziane e Carlos Renato da Silva, da oficina mecânica do DF, pela ajuda na elaboração e construção do sistema de colimação e alinhamento utilizados neste trabalho; Aos colegas do grupo de Física Radiológica e Dosimetria: Victor, Marcelo e Wender pelos incontáveis cafés; Aos professores do curso de pós-graduação em Física Aplicada à Medicina e Biologia, do Departamento de Física e Matemática da Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Ribeirão Preto, que contribuíram para minha formação; Às secretárias do

Departamento Física, em especial à Nilza, secretária do programa de pós-graduação em Física Aplicada à Medicina e Biologia por todo suporte durante o período de pós-graduação; A minha tia, por não faltar nos momentos em que precisei; Aos meus primos Simone e Eric, por me acolherem na adolescência; Aos meus amigos Fernando e Edith por caminharem ao meu lado e fornecerem abrigo e amizade; Ao meu amigo Humberto, por ser, durante muitos anos, meu companheiro de aventuras; Ao meu amigo Gileade, pelo reencontro; Aos meus queridos amigos de república, Thays, Carol, Rodrigo, Amanda, Willys por todos os momentos felizes; A CAPES, pelo apoio que permitiu a realização deste trabalho; A Universidade de São Paulo, pela oportunidade.

“ O futuro pertence àqueles que acreditam na

beleza de seus sonhos.´´

Elleanor Roosevelt

Resumo

MALEZAN, A. **Reconstrução Espectral de Tubos de Radiação Odontológicos Usando a Transformada Inversa de Laplace da Curva de Atenuação**. 2013. 102 f. Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-graduação em Física aplicada à Medicina e Biologia) - Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto - SP, 2013.

No estudo de imagens radiográficas, os parâmetros relacionados ao contraste objeto, SC, razão sinal ruído, SNR, e dose, estão vinculados à forma do espectro de raios X utilizado e seu conhecimento permite predizer e otimizar a qualidade da imagem. Neste trabalho foi desenvolvida uma metodologia que permite obter o espectro de tubos de raios X odontológicos de uso clínico de forma indireta. Esta metodologia é baseada na aplicação de um modelo matemático que utiliza a transformada inversa de Laplace da curva de transmissão do feixe para gerar dados sobre a distribuição espectral do mesmo. Com o auxílio de uma câmara de

ionização e filtros alumínio de alta pureza, foram levantadas as curvas de transmissão de 8 tubos de raios X disponíveis comercialmente. Para a validação do método foi realizada a espectrometria direta com detector de telureto de cádmio (CdTe), cuja resposta foi determinada por simulação Monte Carlo (MC). A partir reconstrução espectral obtida, foram realizados estudos sobre os parâmetros de qualidade de imagem SNR, contraste objeto, SC, KERMA na entrada da pele. O desempenho dos tubos foi avaliado com base na relação entre SNR e KERMA na entrada da pele. Os resultados mostram que é possível determinar a distribuição espectral de tubos de raios X odontológicos com base no método proposto. A relação proposta entre SNR e KERMA na entrada da pele sugere que tubos com fótons de baixa energia possuem baixo rendimento.

Palavras-chave: 1. Espectrometria Indireta 2. .Transformadas de Laplace. 3. Raio X Odontológico

Abstract

MALEZAN, A. **Spectral Reconstruction of Dental X Ray Tubes Using the Inverse Laplace Transform of the Attenuation Curve**. 2013. 102 f. Dissertation (M.Sc. - Postgraduate program in Physics applied to Medicine and Biology) - Faculty of Philosophy, Sciences and Literature, University of São Paulo, Ribeirão Preto - SP, 2013.

In the study of radiographic images, the parameters related to the subject contrast, SC, signal to noise ratio, SNR, and dose, are linked to the shape of the X-ray spectrum used and their knowledge allows to predict and optimize the image quality. In this work we developed a methodology to obtain the spectrum of dental X-ray tubes of clinical usage in an indirety way. This methodology is based on application of a mathematical model that uses the inverse Laplace transform of the attenuation curve to generate data on the spectral distribution of the beam. With the aid of an ionization chamber and high purity aluminum filters, were raised the transmission curves of 8 X-ray tubes that are available commercially. The method validation

was performed with direct spectrometry detector cadmium telluride (CdTe), whose response was determined by Monte Carlo simulation (MC). From reconstruction obtained spectral studies were carried out on the parameters of SNR image quality, contrast object, SC, KERMA entrance skin. The performance of the tubes was evaluated based on the relationship between SNR and KERMA entrance skin. The results show that it is possible to determine the spectral distribution of dental X-ray tubes based on the proposed method. The proposed relationship between SNR and KERMA entrance skin suggests that tubes with low energy photons have a low performance.

Key-words: 1. X-Ray Spectrometry. 2. Laplace transform. . Dental X-ray.

Lista de Figuras

2.1 Esquema de um tubo de raios X adaptado de Bushberg et. al. (2001) 7

2.2 Esquema da geração de radiação de freamento adaptado de Bushberg et. al. (2001) 8

2.3 Esquema da geração de radiação característica adaptado de Bushberg et. al. (2001) 9

2.4 Espectro de raios X filtrado de um alvo de tungstênio gerado por uma diferença de potencial de 90 kVp 10

2.5 Esquema de funcionamento de uma câmara de ionização 22

2.6 Curva característica (a) e contraste (b) de um filme radiográfico adaptado de Bushberg (2001) 23

2.7 Esquema da definição de SC considerando a contribuição da radiação primária transmitida pela vizinhança circundante, N_V, e transmitida pelo objeto, N_O. 25

2.8 Eficiência do detector de CdTe calculada a partir dos resultados da simulação Monte Carlo 28

2.9 Representação da profundidade de interação x entre um fóton e o cristal de espessura L. 31

2.10 Espectro de um fotopico de 59.5 keV medido com um detector de CdTe . Adaptado de (Redus 2009) 33

3.1 Gráfico do ajuste dos pontos experimentais da atenuação. Os valores dos coeficientes são $a = 3.8212$, $b = 1.1577$ e $\nu = 0.5976$. 42

3.2 Gráfico da comparação entre os espectros reconstruído e espectro teórico gerado a partir do software SpekCalc. 42

3.3 Curva de calibração (a) e resolução (b) do detector de CdTe 47

3.4 Representação do modelo simulado. 50

4.1 Gráfico da comparação entre os espectros reconstruído através da curva de atenuação e medido com detector CdTe. 56

4.2 Curvas de atenuação do feixe por espessura mássica de Al. para tubos Dabi Atlante. 57

4.3 Comparação entre as reconstruções espectrais dos 3 tubos da marca DabiAtlante 58

4.4 Curvas de atenuação dos feixes por espessura mássica de Al. 59

4.5 Comparação entre as reconstruções espectrais dos 3 tubos da marca Gnatus 60

4.6 Curvas de atenuação dos feixes por espessura mássica de Al. 61

4.7 Comparação entre as reconstruções espectrais dos 3 tubos da marca Gnatus 62

4.8 KERMA na entrada da pele normalizado pelo mAs gerado pelos tubos Dabi Atlante 63

4.9 KERMA na entrada da pele normalizado pelo mAs gerado pelos tubos Gnatus 64

4.10 KERMA na entrada da pele normalizado pelo mAs gerado pelos tubos Siemens 64

4.11 SNR normalizados pelo Tubo 4. 66

4.12 Espectros transmitidos pela vizinhança e pelo objeto calculados para os Tubos 4 e 6. 68

4.13 Razão entre a SNR e o KERMA na entrada da pele normalizado pelo Tubo 3 69

Lista de Tabelas

4.1 Dados sobre as camada semi-redutoras, coeficiente de homogeneidade e kVp para tubos DabiAtlante 54

4.2 Dados sobre as camada semi-redutoras, coeficiente de homogeneidade e kVp para tubos Gnatus 54

4.3 Dados sobre as camada semi-redutoras, coeficiente de homogeneidade e kVp para tubos Siemens 55

4.4 Dados sobre o KERMA na entrada da pele e corrente nominal e distância foco-pele, $d_{foco-pele}$ dos tubos 63

4.5 SNR para cada tubo calculada a partir dos espectros normalizados na entrada da pele (Norm. 1) e na superfície do filme (Norm. 2). . . 65

4.6 Valores calculados para a função de transferência de modulação do KERMA. 67

4.7 Razão entre o KERMA na entrada da pele, K_{pele} e o KERMA na superfície do filme, K_{filme}. 68

Sumário

Lista de Figuras **xiii**

Lista de Tabelas **xvi**

1 Introdução **1**

2 Fundamentação Teórica **6**

2.1 Produção e composição do espectro de raios X 6

2.1.1 Produção de raios X 6

2.1.2 Composição do espectro gerado em um tubo de raios X 7

2.2 Interação da radiação com a matéria 9

2.2.1 Absorção Fotoelétrica 10

2.2.2 Espalhamento Coerente 11

2.2.3 Espalhamento Incoerente 12

2.2.4 Coeficiente de Atenuação 14

2.2.5 Coeficientes de transferência e de absorção de energia de massa 16

2.2.6 Atenuação Exponencial 16

2.3 Grandezas relacionadas ao feixe de raios X 17

2.3.1 Fluência de fótons 17

2.3.2 Fluência de energia 18

2.3.3 Espectros de energia 18

2.3.3.1 Espectro da de fótons em energia 18

2.3.3.2 Espectro da fluência de energia 19

2.3.4 KERMA 19

2.3.5 Camada semi-redutora e coeficiente de homogeneidade 20

2.4 Câmara de ionização 21

2.5 Filme radiográfico 21

2.5.1 Densidade ótica 22

2.5.2 Curva característica e contraste 23

2.5.3 Contraste Objeto 24

2.6 Detector CdTe (telureto de cádmio) 25

2.6.1 Fenômenos que interferem na função resposta do detector: caracterização 27

2.7 Transformada de Laplace 33

2.7.1 Fundamentos da Reconstrução Espectral Através da Transformada Inversa de Laplace 34

3 Materiais e Métodos **36**

3.1 Reconstrução Espectral Através da Transformada Inversa de Laplace 36

3.1.1 Modelo de ajuste da curva de atenuação 37

3.1.2 Implementação e teste do modelo 39

3.1.2.1 Ajustes polinomiais 40

3.1.2.2 Teste do método utilizando modelo semianalítico . . 41

3.1.3 Determinação experimental da curva de atenuação 41

3.2 Validação da metodologia através de espectrometria direta usando um detector de CdTe 45

3.2.1 Sistema de detecção 45

3.2.1.1 Calibração e resolução dos sistemas de detecção . . . 46

3.2.1.2 Função resposta 47

3.2.2 Procedimento experimental para a medida do espectro 48

3.2.2.1 Stripping da distribuição de pulsos 48

3.3 Qualidade da imagem 49

3.3.1 Modelo geométrico 50

3.3.2 Parâmetros de qualidade da imagem 51

3.3.2.1 SNR 51

3.3.2.2 Modulação do KERMA 52

4 Resultados e Discussões **53**

4.1 Medidas Experimentais da primeira e segunda CSR, Coeficiente de Homogeneidade e kVp 53

4.1.1 DabiAtlante 53

4.1.2 Gnatus 54

4.1.3 Siemens 54

4.2 Validação do Método 55

4.3 Curvas de atenuação e obtenção da distribuição espectral 56

4.3.1 Dabi Atlante 57

4.3.2 Gnatus 59

4.3.3 Siemens 61

4.4 Distribuição espectral do KERMA na entrada da pele 62

4.5 Qualidade da imagem 65

5 Conclusões e perspectivas **71**

5.1 Sobre a espectrometria indireta 71

5.2 Sobre a análise das distribuições espectrais determinadas para 8 tubos comerciais 72

5.3 Sobre os parâmetros de qualidade do feixe 72

5.4 Sobre a análise dos parâmetros de qualidade da imagem 73

5.5 Perspectivas futuras 73

Referências Bibliográficas **75**

Capítulo 1

Introdução

Profissionais da área de odontologia utilizam cotidianamente técnicas radiográficas para o diagnóstico de cáries, infecções odontogênicas e lesões periodontais (on Scientific Affairs 2006). A radiografia intraoral é um método convencional consolidado que utiliza tubos de raios X operando em tensões que no Brasil, não devem ser inferiores à 50 kVp, e preferencialmente superiores à 60 kVp (Anvisa 1998). A forma da distribuição espectral afeta diretamente a eficácia do diagnóstico sendo determinante tanto na qualidade da imagem quanto na dose de radiação depositada no paciente durante o exame.

A formação da imagem em sistemas radiográficos depende da interação dos fótons de raios X com os diferentes tecidos do paciente e da interação dos fótons que emergem do paciente com um sistema tela-filme (Sprawls 1995). Estes processos de interação são energeticamente dependentes, e portanto, afetados pela distribuição

espectral. A energia depositada no paciente depende, não apenas da técnica utilizada para o exame radiográfico, mas, de forma mais geral, do espectro de energia do feixe de radiação utilizado. O conhecimento da distribuição espectral do feixe de raios X permite tanto obter parâmetros tradicionais de controle de qualidade como kVp, camada semi-redutora, energia efetiva, energia média, coeficiente de homogeneidade (Attix 1986) quanto predizer e otimizar a qualidade da imagem e reduzir a dose no paciente (Bushberg et al. 2001, Duckworth et al. 1981) já que fornece um conjunto de informações mais completo e acurado sobre o sistema de raios X do que estes parâmetros (kVp, CSR, etc.) por si só.

A caracterização de um sistema de raios X pode ser realizada empregando de modelos semi-analíticos (Birch & Marshall 1979, Tucker et al. 1991), simulação Monte Carlo (Ng et al. 2000) ou métodos experimentais (Archer & Wagner 1982, Castro et al. 1984, Rubio & Mainardi 1984, Aoki & Koyama 1990, Terini et al. 1999, Miyajima et al. 2002, Miyajima 2003). Levando-se em consideração que a forma do espectro depende de características próprias de cada equipamento (filtração inerente, composição e angulação do ânodo, focalização, construção e alimentação do tubo, formação de imperfeições na pista focal, etc.) e não sendo possível levar em consideração todas essas características em modelos semi-analíticos e em simulação, os procedimentos experimentais mostram-se como os mais precisos para obtenção das distribuições espectrais. Dentre as possíveis abordagens experimentais (medidas

diretas utilizando detectores semicondutores, medidas de atenuação, medidas de espalhamento Compton e medidas utilizando cristal monocromador (Boone et al. 1998)), a única metodologia direta é a utilização de um detector semicondutor. Diversos autores têm reportado o uso de diferentes detectores para a medida de espectros de feixes de raios X (Peaple & Burt 1969, Aoki & Koyama 1990, Terini et al. 1999, Miyajima et al. 2002, Redus et al. 2009). Todos esses autores mostram a necessidade de um procedimento próprio de correção para cada detector, sendo que os resultados indicam um melhor desempenho de detectores como o de Si(Li) e HPGe, que possuem melhor resolução, embora não ofereçam condições de uso clínico, devido às suas características de operação (necessidade de refrigeração com nitrogênio líquido, volume e alto custo). Recentes trabalhos indicam que espectros semelhantes aos medidos com Si(Li) (Tomal et al. 2012) e HPGe (Perez-Andujar & Pibida 2004) podem ser obtidos com detectores resfriados pelo efeito Peltier, sendo mais econômicos, portáteis e com boa resolução a temperatura ambiente, como os detectores de CdTe, permitindo, desta forma, uma maior facilidade de operação em condições clínicas, além do menor custo (Castro et al. 1984, Miyajima 2003, Redus et al. 2009, Kim et al. 2009, Tomal et al. 2012)].

Uma outra alternativa experimental consiste na determinação da distribuição espectral aplicando um modelo matemático (transformada inversa de Laplace) sobre a curva de atenuação (Silberstein 1932, Archer & Wagner 1982, Rubio & Mainardi

1984, Archer et al. 1985, Archer & Wagner 1988). Este procedimento dispõe da vantagem de utilizar um aparato experimental simplificado, portátil e de baixo custo quando comparado com os métodos diretos e exequível por profissionais de nível técnico pois seu procedimento é simples e prático.

Esta pesquisa possui duas metas centrais:

i Desenvolver e testar um método indireto de obtenção da distribuição espectral;

ii aplicar as informações obtidas para estudar, comparar e avaliar equipamentos de raios X odontológicos.

O trabalho está dividido da seguinte forma:

No capítulo 2 é apresentada a fundamentação teórica sobre a qual se sustenta o trabalho. Primeiramente são apresentados os princípios de produção de raios X e o funcionamento de um tubo de raios X. Na sequência são mostradas as formas de interação da radiação com a matéria na faixa de energia do radiodiagnóstico bem como as grandezas que as descrevem. Em seguida são discutidas as interações em câmaras de ionização, filmes e detectores CdTe, focando neste último caso nos eventos que interferem na função resposta do detector. Seguimos com as definições para fluência de fótons e KERMA bem como uma apresentação matemática das transformadas de Laplace.

No capítulo 3 estão descritos os materiais e métodos utilizados em cada

etapa do trabalho: na medida da distribuição espectral via detector CdTe e na obtenção de sua função resposta e calibração, , o par de transformadas de Laplace, o ajuste da curva de atenuação, os processos de otimização dos polinômios necessários para implementar o modelo baseado na transformada inversa de Laplace e sua implementação experimental. Por fim apresentamos os métodos utilizados para a análise da qualidade da imagem e KERMA na entrada da pele.

No capítulo 4 são apresentados os resultados e discussões do trabalho. Sempre divididos em grupos de fabricantes, este capítulo se inicia verificando que os aparelhos cumprem as normas da legislação vigente. Em seguida é apresentado a validação do procedimento indireto de detecção. A seguir são mostradas e discutidas as curvas de atenuação bem como os espectros reconstruídos a partir das mesmas. Na sequência está uma seção que discute a distribuição do KERMA na entrada da pele e por fim o estudo da qualidade da imagem.

O capítulo 5 é reservado para as conclusões e perspectivas futuras.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica

2.1 Produção e composição do espectro de raios X

2.1.1 Produção de raios X

Os espectros de raios X são formados no interior de tubos a partir da interação coulombiana entre elétrons e os átomos do alvo. Estes elétrons são gerados por emissão termoiônica em um filamento aquecido conhecido como cátodo. Eles são então acelerados por uma diferença de potencial externa (V) aplicada entre o cátodo e o alvo. Os elétrons interagem por processos coulombianos com as partículas carregadas que compõem o alvo. Nestes processos, a maior parte de sua energia cinética é convertida em calor ($\simeq 99\%$) e uma pequena fração é convertida em raios X ($\simeq 1\%$) (Bushberg et al. 2001). A Figura 2.1 mostra o esquema de um tubo de raios X.

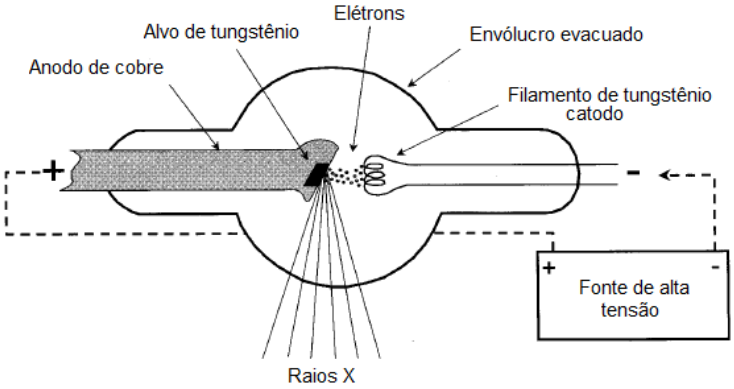


Figura 2.1: *Esquema de um tubo de raios X adaptado de Bushberg et. al. (2001)*

2.1.2 Composição do espectro gerado em um tubo de raios X

O espectro de raios X pode ser composto de duas componentes. A primeira é uma componente contínua chamada de radiação de freamento ou *bremsstrahlung*. A segunda trata de uma componente discreta chamada de raios X característicos.

A radiação de freamento é produzida a partir desaceleração dos elétrons por meio de interações coulombianas inelásticas com o núcleo dos átomos do ânodo. A Figura 2.2 mostra a interação entre um elétron e o núcleo. Nestas processo, os elétrons podem perder toda sua energia em uma colisão frontal (processo 1 da Figura 2.2), ou uma fração que depende basicamente da distância que separa o elétron do núcleo no processo de interação(processos 2 e 3 da Figura 2.2). A energia perdida pelo elétron aumenta quando a distância de interação diminui. Esta energia é convertida em radiação, gerando uma componente espectral contínua. A relação

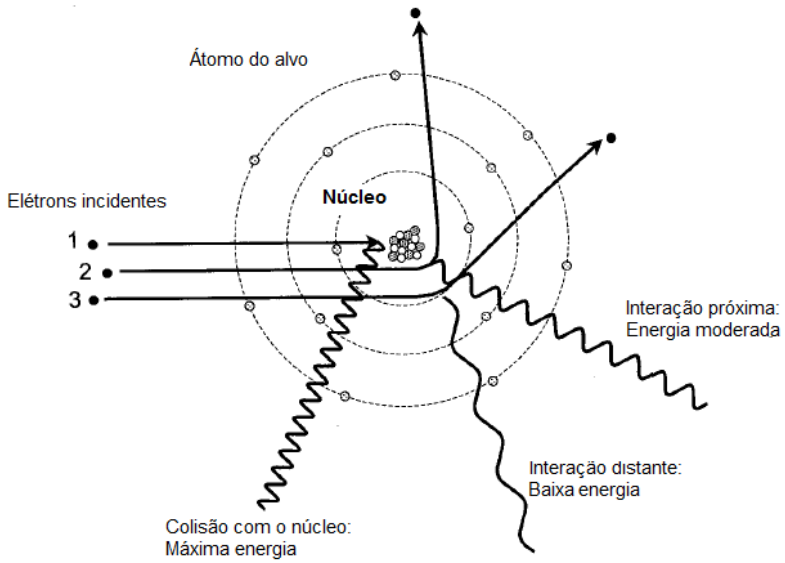


Figura 2.2: *Esquema da geração de radiação de freamento adaptado de Bushberg et. al. (2001)*

entre a produção de calor e a produção de raios X é aproximada por (Bushberg et al. 2001):

$$\frac{Prod\ de\ RaioX}{Prod\ de\ Calor} \cong \frac{TZ}{820000} \tag{2.1}$$

onde T é a energia cinética do elétron e Z é o número atômico do alvo. A equação 2.1 mostra que quanto maior o número atômico do material do alvo, maior a produção de radiação a ele associada.

A radiação característica é formada quando o elétron interage com os elétrons mais internos do átomo, arrancando-os de suas órbitas. Quando esta vacância é preenchida por um elétron de uma das camadas mais externas do átomo, a energia correspondente à diferença de energia entre as duas camadas é emitida na forma

radiação característica. A Figura 2.3 ilustra este processo. Os raios X característicos são produzido apenas quando a energia do elétron incidente for superior à energia de ligação da camada K do material.

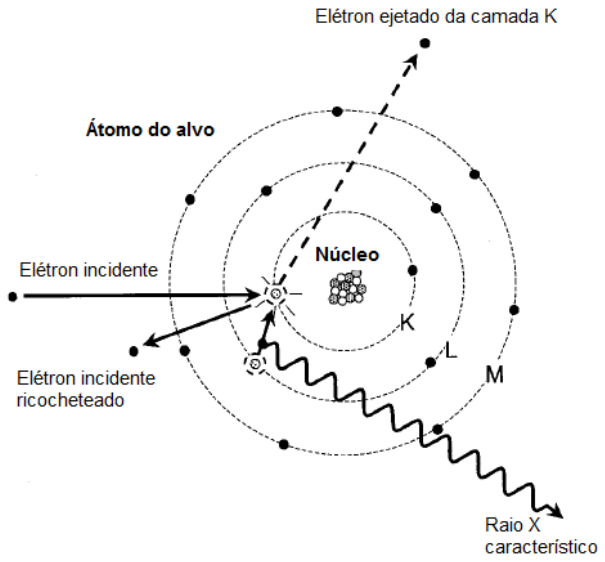


Figura 2.3: *Esquema da geração de radiação característica adaptado de Bushberg et. al. (2001)*

A Figura 2.4 mostra a composição espectral de um tubo de raios X operando em 90 kVp.

2.2 Interação da radiação com a matéria

As principais formas de interação dos raios X com a matéria na faixa de energia do radiodiagnóstico são a absorção fotoelétrica, espalhamento inelástico e espalhamento elástico. Destas, somente as duas primeiras são de interesse dosimétrico já que o espalhamento elástico não transfere qualquer energia ao centro

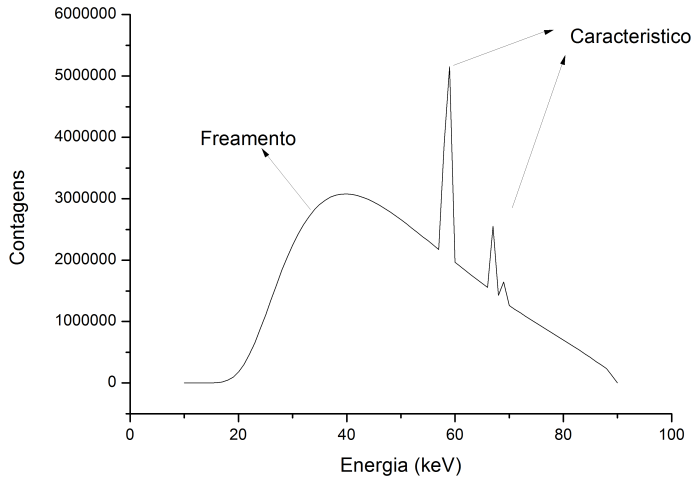


Figura 2.4: *Espectro de raios X filtrado de um alvo de tungstênio gerado por uma diferença de potencial de 90 kVp*

espalhador, causando somente uma mudança na direção do fóton.

2.2.1 Absorção Fotoelétrica

No processo de interação fotoelétrica, o fóton é totalmente absorvido pelo átomo e em seu lugar surge um fotoelétron que é ejetado de uma das camadas ligadas do átomo. Este processo de interação ocorre com o átomo como um todo e não pode ser observado para elétrons livres. A maior probabilidade de ocorrência da interação se dá com a camada mais ligada do átomo e a energia cinética com a qual o fotoelétron é ejetado é dada por:

$$T = h\nu - E_b \tag{2.2}$$

onde $h\nu$ é a energia do fóton incidente e E_b a energia de ligação da camada de origem do fotoelétron. Como resultado deste processo, temos um átomo excitado com uma vacância em uma de suas camadas. Quando esta vacância é preenchida por um elétron das camadas mais externas, é emitido um fóton de fluorescência (também chamado de raio X característico) cuja energia corresponde à diferença entre a energia de ligação da camada de origem do elétron e a energia de ligação Eb correspondente à camada de origem do fotoelétron (Knoll 2000).

Este é o processo de interação predominante em regiões de baixa energia e sua probabilidade de ocorrência é descrita pela seção de choque fotoelétrica, τ, que em energias baixas, $h\nu < 100keV$, é aproximada por (Attix 1986):

$$\tau = k\frac{Z^4}{(h\nu)^3} \tag{2.3}$$

onde k é uma constante e Z o número atômico do material. A equação 2.3 mostra que a probabilidade desta interação aumenta para fótons de energia baixa e elementos cujo número atômico é alto.

2.2.2 Espalhamento Coerente

O espalhamento coerente, ou elástico, é um processo através do qual o fóton interage com a matéria sem transferir qualquer porção de sua energia para a mesma, sofrendo apenas um desvio de sua trajetória inicial (Attix 1986). A seção de choque

diferencial que dá a distribuição dos fótons provenientes do processo de espalhamento coerente por unidade de ângulo sólido é definida por (Johns & Cunningham 1983):

$$\frac{d\sigma_{Coe}}{d\Omega} = [F(x,Z)]\frac{r_0^2}{2}(1 + cos^2(\theta)) \tag{2.4}$$

onde F é o fator de forma do meio, x é uma quantidade análoga ao momento transferido dada por $x = \lambda^{-1}sen(\theta/2)$, θ é o ângulo polar de espalhamento e r_0 é o raio clássico do elétron. A seção de choque atômica total para o espalhamento coerente (${}_a\sigma_{coe}$) é aproximada por:

$${}_a\sigma_{coe} \propto \frac{Z^2}{(h\nu)^2} \tag{2.5}$$

A equação 2.5 mostra que o espalhamento coerente é um fenômeno que atua principalmente sobre baixas energias e para materiais com número atômico elevado. Este fenômeno é de importância secundária já que não transfere energia à matéria, sendo irrelevante na aferição de grandezas dosimétricas. Sua importância maior está associada aos fenômenos de atenuação que serão descritos na seção 2.2.4

2.2.3 Espalhamento Incoerente

O processo de espalhamento incoerente é um fenômeno de interação entre um fóton e um elétron. Neste processo, o fóton de energia $h\nu$ cede parte de sua energia

ao elétron do meio na forma de energia cinética, desviando-se de sua trajetória inicial por um ângulo θ e emergindo do processo de interação com uma energia $h\nu' < h\nu$. A energia cinética do elétron de recuo é dada por:

$$T = h\nu - h\nu' \tag{2.6}$$

onde $h\nu'$ é dado por

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_0c^2}(1 - cos(\theta))}, \tag{2.7}$$

sendo m_0c^2 a massa de repouso do elétron (0.511 MeV). As equações 2.6 e 2.7 mostram que um fóton com energia $h\nu$ pode gerar elétrons de recuo com energia $0 < T \leq T_C$, onde T_C é a energia máxima cedida ao elétron neste processo, conhecida como energia da *borda de Compton*. O valor para T_C pode ser obtida tomando $\theta = \pi$ em 2.7 e substituindo esta em 2.6. Desta forma temos:

$$T_C = \frac{2(h\nu)^2}{2h\nu + m_0c^2} \tag{2.8}$$

Considerando os elétrons ligados ao material, a distribuição angular dos fótons espalhados por átomos ou moléculas neste processo pode ser descrita por:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{inc} = S(x)\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{KN} \tag{2.9}$$

onde $S(x)$ é a função de espalhamento inelástico e $\left(\frac{d\sigma}{d\theta}\right)_{KN}$ é a seção de choque diferencial de Klein-Nishina para o elétron livre (Attix 1986). A seção de choque total para elétrons é dada por:

$$\sigma_{inc} = 2\pi r_0^2 \left\{ \frac{1+\alpha}{\alpha^2} \left[\frac{2(1+\alpha)}{1+2\alpha} - \frac{ln(1+2\alpha)}{\alpha} \right] + \frac{ln(1+2\alpha)}{2\alpha} - \frac{1+3\alpha}{(1+2\alpha)^2} \right\} \quad (2.10)$$

onde $\alpha = h\nu/m_0c^2$. A equação 2.10 mostra que a seção de choque eletrônica para o espalhamento inelástico é proporcional à $h\nu^{-1}$ A seção de choque total para o átomo ($_a\sigma_{inc}$) pode ser obtida multiplicando a seção de choque eletrônica pelo número de elétrons do material. Desta forma temos:

$$_a\sigma_{inc} = Z\sigma_{inc} \quad (2.11)$$

A equação 2.11 mostra que a seção de choque total é linearmente dependente do número atômico do material e inversamente dependente da energia do fóton.

2.2.4 Coeficiente de Atenuação

Na seção 2.2 estão descritas as principais formas de interação da radiação com a matéria na faixa de energia de interesse. Apenas um destes processos ocorre em cada interação, entretanto quando realizamos uma medida, estamos observando o resultado que emerge da soma de todos os processos de interação possíveis. A

seção de choque atômica total é a grandeza que relaciona a probabilidade de um fóton interagir com a matéria, por qualquer que seja o processo, e é definida como (Johns & Cunningham 1983):

$$ {}_a\sigma_T = \tau + {}_a\sigma_{coe} + {}_a\sigma_{inc} \tag{2.12} $$

onde τ é a seção de choque para a absorção fotoelétrica e ${}_a\sigma_{coe}$ e ${}_a\sigma_{inc}$ são as seções de choque atômicas para o espalhamento coerente e incoerente, respectivamente.

O coeficiente de atenuação relaciona a seção de choque total ${}_a\sigma_T$ com o número de átomos por unidade de volume do material (Attix 1986) como:

$$ \mu = {}_a\sigma_T n_v \tag{2.13} $$

onde n_v é o número de átomos por unidade de volume. Como esta grandeza depende do estado físico da matéria, μ também passa a ser uma função deste estado. Uma grandeza mais fundamental, que independe do estado físico, é o coeficiente de atenuação de massa (Berger et al. 2010, Attix 1986, Johns & Cunningham 1983) definido como:

$$ \frac{\mu}{\rho} = \left(\frac{N_A}{A}\right) {}_a\sigma_T \tag{2.14} $$

onde ρ é a densidade do material, N_A é o número de Avogadro e A é a massa atômica

do material.

2.2.5 Coeficientes de transferência e de absorção de energia de massa

Os coeficientes de transferência de energia de massa (μ_{tr}/ρ) e de absorção de energia de massa (μ_{ab}/ρ) são representativos da fração de energia transferida e absorvida pela matéria nos processos de interação (Johns & Cunningham 1983), e são definidos como:

$$\frac{\mu_{tr}}{\rho} = \left(\frac{N_A}{A}\right)\left({}_a\tau_{tr} + {}_a\sigma_{tr}\right) \tag{2.15}$$

$$\frac{\mu_{ab}}{\rho} = \frac{\mu_{tr}}{\rho}(1-g) \tag{2.16}$$

onde g é a fração média de energia irradiada pelos elétrons secundários, ${}_a\tau_{tr}$ e ${}_a\sigma_{tr}$ são as seções de choque atômicas de transferência de energia para a absorção fotoelétrica e espalhamento incoerente respectivamente.

2.2.6 Atenuação Exponencial

Suponha um feixe de fótons monoenergético contendo um número N_0 de fótons. Ao atravessar uma espessura Δx material atenuador com coeficiente de atenuação μ, uma parcela ΔN dos fótons que compunham o feixe será removida do

mesmo (Johns & Cunningham 1983) por processos de absorção ou espalhamento de modo que sobrem $N = N_0 - \Delta N$ fótons no feixe. Desta forma temos a seguinte relação:

$$\Delta N = -\mu N \Delta x \tag{2.17}$$

A equação 2.17 tem como solução:

$$N = N_0 e^{-\mu x} \tag{2.18}$$

A equação 2.18, conhecida como Lei de Beer-Lambert, mostra que o número de fótons que atravessa uma espessura x de material atenuador é proporcional ao número inicial de fótons do feixe N_0 e decai exponencialmente com o produto do coeficiente de atenuação linear μ e a espessura x do material atenuador.

2.3 Grandezas relacionadas ao feixe de raios X

2.3.1 Fluência de fótons

Considere um feixe com uma quantidade N de fótons incidindo sobre uma região cuja área é dada por A. A fluência de fótons nesta região é dada por(Attix 1986):

$$\phi = \frac{dN}{dA} \tag{2.19}$$

2.3.2 Fluência de energia

Considere um feixe de fótons com fluência ϕ e energia E. Nestas condições, a fluência de energia associada à este feixe é dada por (Attix 1986):

$$\Psi = \phi E \tag{2.20}$$

2.3.3 Espectros de energia

Quando a energia (E) é tomada como variável da distribuição diferencial de alguma das quantidades acima, a grandeza resultante é chamada de espectro de energia desta quantidade. Desta forma temos as seguintes relações (Attix 1986):

2.3.3.1 Espectro da de fótons em energia

Considere um feixe de fótons com fluência ϕ. O espectro de energia da fluência de fótons, é dada pela seguinte relação:

$$\phi(E) = \frac{d\phi}{dE} \tag{2.21}$$

2.3.3.2 Espectro da fluência de energia

Considere um feixe de fótons com fluência de energia Ψ. O espectro da fluência de energia deste feixe é dada pela seguinte relação:

$$\Psi(E) = \frac{d\Psi}{dE} \tag{2.22}$$

2.3.4 KERMA

O KERMA (*Kinect Energy Released per unit Mass*) relaciona a energia transferida de partículas não carregadas para partículas carregadas na forma de energia cinética, por unidade de massa, em um ponto de interesse (Attix 1986). Sua unidade é o Gray (Gy). É necessário definir um meio para expressar o valor do KERMA, que em radiodiagnóstico geralmente é o ar. De forma geral, pode ser escrito como:

$$K = \frac{d\overline{E}_{tr}}{dm} \tag{2.23}$$

onde $d\overline{E}_{tr}$ é o valor médio da energia transferida de partículas não carregadas para partículas carregadas em um volume de massa dm. Para um feixe de fótons monoenergético, o KERMA no ar (Attix 1986) em um ponto P é dado por:

$$(K)_{ar} = \psi \left(\frac{\mu_{tr}}{\rho}\right)_{E,ar} \tag{2.24}$$

Para um feixe de fótons polienergético, o KERMA no ar (Attix 1986) em um ponto P é dado por:

$$(K)_{ar} = \int_{E=0}^{E_{mx}} \psi(E) \cdot \left(\frac{\mu_{tr}}{\rho}\right)_{E,ar} dE \tag{2.25}$$

De maneira análoga, o KERMA colisional no ar é definido, para um feixe monoenergético, como:

$$(K)_{c,ar} = \psi \left(\frac{\mu_{ab}}{\rho}\right)_{E,ar} \tag{2.26}$$

e para um feixe polienergético, como:

$$(K)_{c,ar} = \int_{E=0}^{E_{mx}} \psi(E) \cdot \left(\frac{\mu_{ab}}{\rho}\right)_{E,ar} dE \tag{2.27}$$

2.3.5 Camada semi-redutora e coeficiente de homogeneidade

Definida em termos de um material atenuador puro, a camada semi-redutora (CSR) é a espessura deste material que reduz a intensidade do KERMA incidente à metade de seu valor inicial (Bushberg et al. 2001).

A segunda camada semi-redutora, $2^{a}CSR$, é a espessura que reduz a intensidade do KERMA que emerge da primeira CSR à metade (Bushberg et al. 2001).

Sejam definidas a primeira e a segunda camada semi-redutoras, o coeficiente

de homogeneidade, HC é dado por(Bushberg et al. 2001):

$$HC = \frac{CSR}{2^{a}CSR} \tag{2.28}$$

2.4 Câmara de ionização

Ao atravessar um volume de gás, a radiação gera pares de cargas através dos processos descritos na seção 2.2. Uma câmara de ionização é composta de eletrodos ligados à uma diferença de potencial capaz de produzir um campo elétrico que possibilite a coleta destas cargas geradas no volume de gás da câmara. A coleção destas cargas gera uma corrente elétrica entre os eletrodos (Attix 1986) que está associada à energia depositada pela radiação no volume sensível da câmara. A Figura 2.5 mostra um esquema de funcionamento de uma câmara de ionização. Na prática apenas elétrons são coletados, pois os íons positivos possuem baixa mobilidade devido ao seu tamanho (Attix 1986).

As câmaras utilizadas em radiodiagnóstico geralmente são calibradas em $K_{c,ar}$.

2.5 Filme radiográfico

Filmes radiográficos são compostos de uma emulsão fotográfica presa em uma camada plástica conhecida como Mylar. A emulsão é formada por grãos de haletos

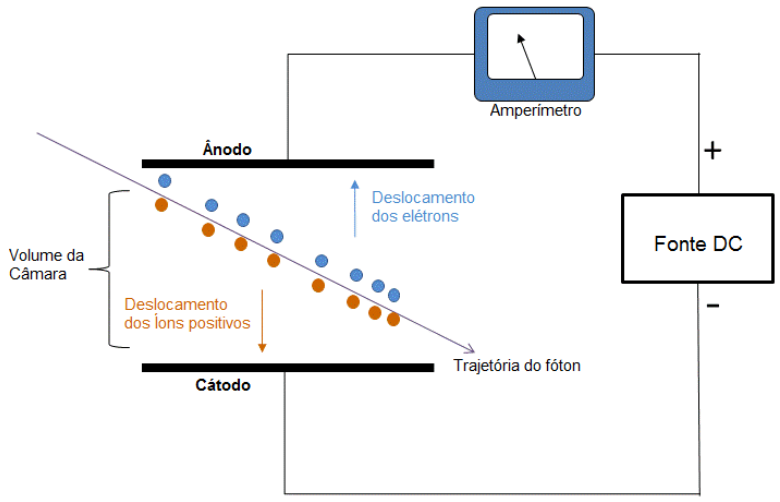


Figura 2.5: *Esquema de funcionamento de uma câmara de ionização*

de prata ($AgBr$ e AgI) unidos por base gelatinosa. Quando exposta à luz, reações fotoquímicas de OXI-redução geram uma imagem latente na emulsão, que após ser processada quimicamente, gera a imagem radiográfica (Bushberg et al. 2001).

2.5.1 Densidade ótica

Os tons de cinza em um filme radiográficos são quantificados pela densidade ótica do mesmo. Considere uma fonte de luz com intensidade I_0. Ao posicionar esta fonte sobre um ponto P no filme, a intensidade de luz atravessa o filme é dada por I. Desta forma definimos como transmitância, T, a razão (Bushberg et al. 2001)

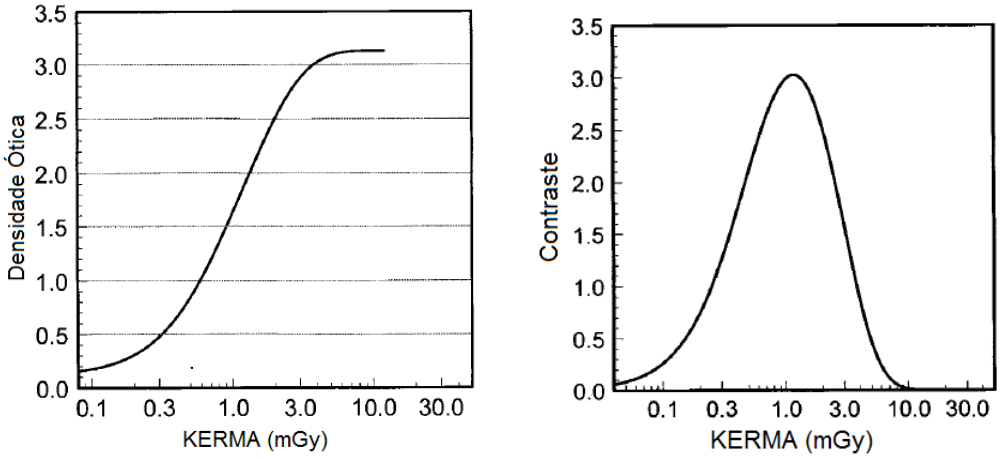
$$T = \frac{I}{I_0} \tag{2.29}$$

e então, a densidade ótica:

$$OD = \log_{10} \frac{1}{T} = \log_{10} \frac{I_0}{I} \tag{2.30}$$

2.5.2 Curva característica e contraste

A curva característica do filme determina o comportamento da densidade ótica em função da exposição do filme à radiação. Trata-se da representação da conversão da energia depositada pelos fótons de raios X no filme em imagem visível. O contraste do filme é determinado pela inclinação da curva característica. Trata-se da diferença entre as densidades óticas produzidas em regiões adjacentes do filme. A Figura 2.6 mostra o comportamento da densidade ótica e do contraste em filmes radiográficos. A Figura 2.6 mostra o comportamento não linear da curva



(a) (b)

Figura 2.6: *Curva característica (a) e contraste (b) de um filme radiográfico adaptado de Bushberg (2001)*

característica do filme. Quando comparada à curva de contraste, vemos que a região linear da curva apresenta os maiores níveis de contraste associado. De forma geral, as exposições radiográficas devem ser moduladas de forma que o espectro que emerge do paciente e interage com o filme possa depositar no filme um valor de KERMA dentro desta faixa.

2.5.3 Contraste Objeto

Definido em termos da interação do espectro com o objeto formador da imagem e os meios adjacentes, o contraste objeto, SC, é uma grandeza que depende da forma do espectro. A Figura 2.7 ilustra a definição de SC considerando uma vizinhança composta de material homogêneo contendo um objeto em seu interior.

Nos termos relacionados na Figura 2.7, temos:

$$SC = ln\frac{N_V}{N_O} \tag{2.31}$$

e

$$SC = 2 \cdot \left(\frac{N_V - N_O}{N_V + N_O}\right) \tag{2.32}$$

Embora similares, a primeira forma é comumente utilizada em sistemas convencionais e a segunda em sistemas digitais. (Bushberg et al. 2001)

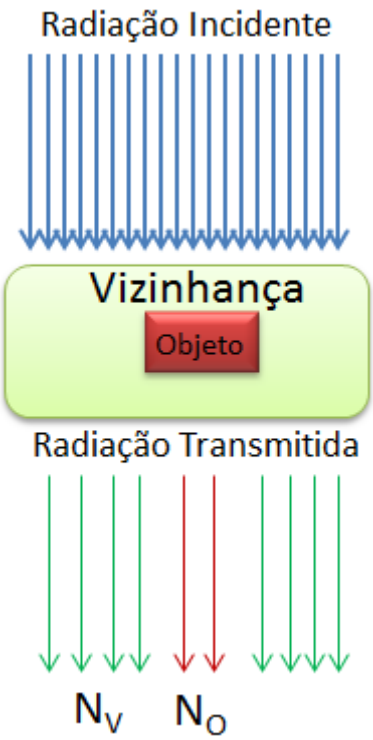


Figura 2.7: *Esquema da definição de SC considerando a contribuição da radiação primária transmitida pela vizinhança circundante, N_V, e transmitida pelo objeto, N_O.*

2.6 Detector CdTe (telureto de cádmio)

Os detectores CdTe são compostos por um cristal semicondutor, que ao ser atingido pela radiação sofre um processo de formação de cargas. As cargas formadas, negativas (elétrons) e positivas (buracos), têm origem nas diversos formas de interação da radiação com o cristal aos quais os fótons estão sujeitos como descrito na seção 2.2. As extremidades do cristal estão ligadas a uma diferença de potencial responsável por mover as cargas formadas no volume sensível do detector para que estas possam ser coletadas. O pulso resultante da coleção de cargas passa por um

amplificador que além de amplificá-lo, o conforma com a finalidade de melhorar a relação sinal-ruído e torná-lo compatível com um analisador multicanal que por sua vez, classifica o pulso segundo sua amplitude em canais de energia devidamente calibrados (Knoll 2000).

Em um detector ideal, todos os fótons são completamente absorvidos no interior do cristal, entregando toda a sua energia para a formação de cargas pelos diversos processos, gerando portadores que se movem livremente pela estrutura cristalina sendo completamente coletados pelos eletrodos, resultando em um pulso cuja amplitude é diretamente proporcional à energia de cada fóton que chega ao cristal. No entanto em um cristal real, uma parcela dos fótons será transmitida sem sofrer interação, outra parcela acaba por gerar fótons secundários no interior do cristal (espalhamento e fluorescência) e estes, por sua vez, podem escapar do volume sensível, entregando ao sistema de detecção uma energia menor do que a do fóton incidente e, por fim, os defeitos da estrutura cristalina como impurezas e imperfeições acabam dificultando a coleta completa de portadores, gerando um pulso distorcido(Knoll 2000). Desta forma, é necessário conhecer a contribuição de cada um desses efeitos para que possamos obter uma distribuição espectral mais próxima da real.

2.6.1 Fenômenos que interferem na função resposta do detector: caracterização

O processo de coleção destas informações é chamado de Caracterização do Detector. Abaixo estão listados os fenômenos que foram simulados através do pacote PENELOPE (PENetration and Energy LOss of Positrons and Electrons) de simulação Monte Carlo (Seelentag & Panzer 1979, Castro et al. 1984, Campbell et al. 2001, Miyajima et al. 2002, Miyajima 2003, Abbene et al. 2007, Kim et al. 2009, Redus et al. 2009).

1. **Transmissão de fótons primários**

   Os fótons incidentes são transmitidos pelo cristal sem que haja qualquer interação no volume sensível do mesmo. Este efeito está associado aos fótons de mais alta energia do espectro e poderia ser minimizado por um detector mais espesso, entretanto isso aumentaria a distância que os portadores necessitam percorrer até serem coletados pelos eletrodos aumentando os efeitos de armadilhamento de cargas. Por conta da transmissão, somente uma parcela $I(E_0)$ dos fótons iniciais $I_0(E_0)$ é contada no canal correto correspondente à energia E_0 do fóton incidente, causando uma diminuição na altura do pico associado à energia deste fóton. A razão $\epsilon(E_0) = I(E_0)/I_0(E_0)$, conhecida como eficiência de fotopico, é utilizada para corrigir esta distorção. Para isso

devemos dividir o número de fótons $I(E_0)$ contados em determinado pico de energia pela eficiência $\epsilon(E_0)$. A Figura 2.8 mostra a curva eficiência do detector CdTe em função da energia do fóton incidente obtida através de simulação Monte Carlo (Tomal 2010).

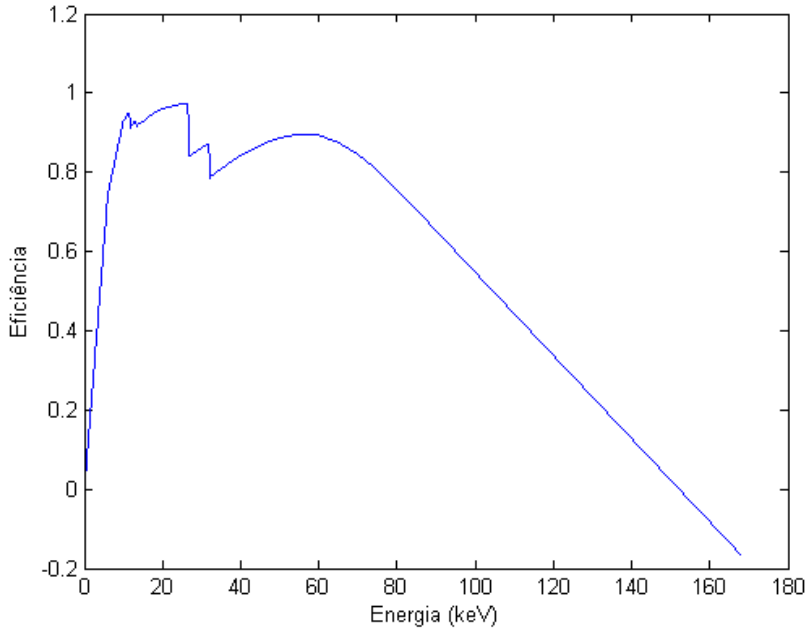


Figura 2.8: *Eficiência do detector de CdTe calculada a partir dos resultados da simulação Monte Carlo*

2. **Escape de fótons secundários**

   a. *Efeito Compton*

   Esta distorção está associada à profundidade da interação do fóton com o cristal. Quando a interação ocorre em regiões profundas do cristal, a probabilidade de que os fótons provenientes dessas interações sejam absorvidos no volume sensível do cristal é grande.

Entretanto, quando as interações ocorrem próximas à superfície do cristal, alguns desses fótons podem deixar o cristal resultando em uma deposição incompleta da energia do fóton incidente. A energia cinética máxima entregue ao elétron por um fóton em uma interação Compton é dada por $E_{mx} = 2{T_0}^2/(2T_0 + 511)$ onde T_0 é a energia do fóton incidente (keV). Temos portanto um contínuo de energia abaixo da energia E_{mx}. Este efeito acaba por aumentar a altura dos picos dos canais de menor energia, causando ainda a redução da altura do pulso na energia do fóton incidente.

b. *Fluorescência da Camada k*

Os fótons podem interagir com os átomos de modo a retirar elétrons da camada k do átomo deixando o mesmo em um estado excitado. Quando essa vacância é ocupada por um elétron das camadas mais externas, um fóton de fluorescência é gerado com energia E_k. Se este processo de interação se dá próximo à superfície do cristal, existe uma grande possibilidade de que este fóton fluorescente escape do volume sensível do detector. Deste modo temos uma energia total depositada no cristal $E = E_0 - E_k$. Este efeito gera um pico de escape à esquerda do pico de energia associada

ao fóton incidente e a diferença de energia entre estes picos é E_k.

3. **Aprisionamento de Portadores**

Durante os processos de fabricação do cristal, defeitos na estrutura tais como deslocamentos planares ou acréscimo de impurezas podem causar efeitos indesejáveis tais como a formação de centros de aprisionamento de portadores. Estes centros agem de forma a interromper temporariamente a trajetória do portador, evitando que ele seja coletado em tempo hábil de formar o pulso ao qual ele pertence. Este fenômeno acaba gerando uma cauda na região de baixa energia do pico, tornado o mesmo assimétrico. Esta assimetria, também conhecida como *tailing*, se deve à eficiência de coleção de cargas nos eletrodos, que por sua vez está associada à profundidade em que a interação ocorre no cristal (Redus et al. 2009) bem como à fatores intrínsecos do cristal, citados no segundo parágrafo do item 2.6. Ao assumirmos que o cristal possui características uniformes e um campo elétrico também uniforme em seu interior, a eficiência na coleção de cargas, como função da profundidade de interação é dada pela equação de Hetch (Redus et al. 2009).

$$\eta(x) = \left(\frac{\lambda_e}{L}\right)\left(1 - e^{(-x/\lambda_e)}\right) + \left(\frac{\lambda_h}{L}\right)\left(1 - e^{-(L-x/\lambda_h)}\right) \tag{2.33}$$

onde L é a espessura do detector, x é a profundidade da interação, $\lambda_e = (\mu_e \tau_e)(V/L)$ é o livre caminho médio para o elétron e λ_h para o buraco. Este efeito é ilustrado na Figura 2.9.

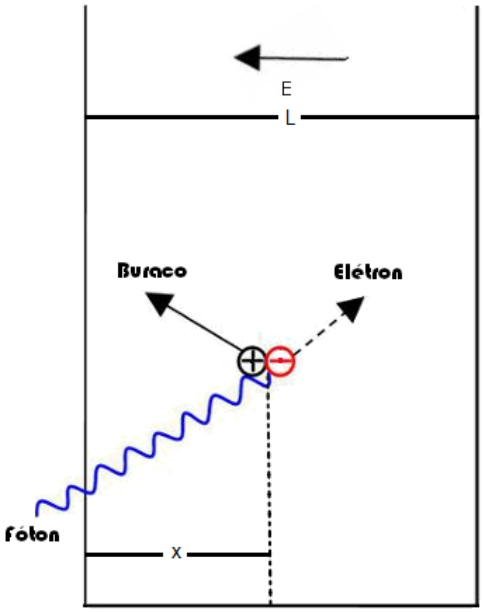


Figura 2.9: *Representação da profundidade de interação x entre um fóton e o cristal de espessura L.*

4. **Coleta Incompleta de Cargas**

A interface de contato entre o cristal e o cátodo é especialmente marcada por uma região onde as cargas produzidas não são coletadas na sua totalidade (Campbell et al. 2001). Esta região é conhecida como *"camada morta"* e sua origem está relacionada aos processos de fabricação do cristal. Ali, alguns dos elétrons oriundos dos fenômenos de interação entre os fótons e os átomos do cristal escapam do volume sensível sem

que gastem toda sua energia na formação de pares elétron-buraco. Esta perda é resultado do movimento de difusão dos elétrons na interface cristal/catodo. Além disto, parte da nuvem de pares elétron-buraco que naturalmente escaparia do cristal por conta deste fenômeno é refletida pela superfície do eletrodo de volta para o volume sensível (Campbell et al. 2001). Isto causa uma diminuição na altura do pulso associada à energia do fóton incidente bem como uma distorção nos canais de menor energia. Os resultados do trabalho de Goto (Goto 1993) levam a uma função de probabilidade de coleta de carga (CPP) que modela o comportamento da coleta dependendo da profundidade de interação z, do coeficiente de reflexão RC, da velocidade de saturação v e do coeficiente de difusão D.

$$CPP(x) = 1 - (1 - RC)\exp\left(-\frac{v}{D}x\right) \tag{2.34}$$

A Figura 2.10 mostra como estes processos afetam a medida do fotopico de emissão de 59.5 keV em um detector CdTe. As setas TeK_α, TeK_β, CdK_α e CdK_β mostram os picos de escape de fluorescência da camada K para o telúrio e para o cádmio. A seta *Contínuo Compton* mostra o background gerado pelas interações de espalhamento Compton e a seta *Tailing* mostra a assimetria do pico causada pela

coleta incompleta das cargas.

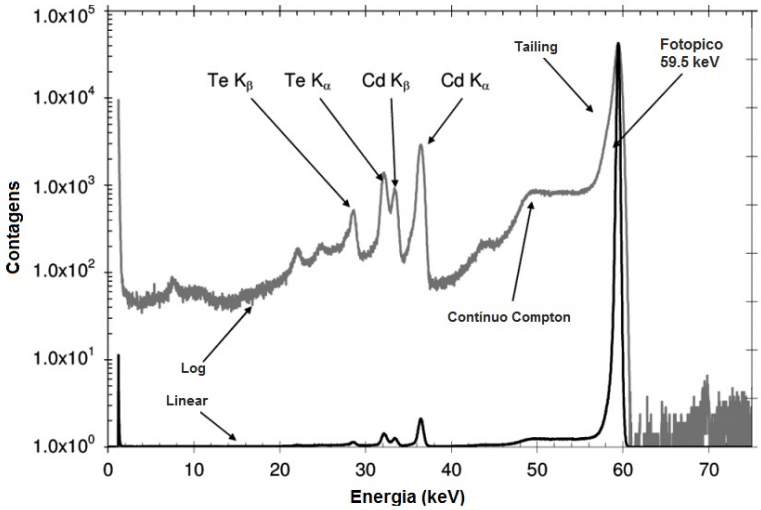


Figura 2.10: *Espectro de um fotopico de 59.5 keV medido com um detector de CdTe . Adaptado de (Redus 2009)*

2.7 Transformada de Laplace

Seja $f = f(t)$ uma função real definida para todo $t \geqslant 0$ e $s > 0$ um parâmetro para o qual ocorra a convergência da integral imprópria:

$$F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt \tag{2.35}$$

então a função $F(s)$ definida pela integral acima recebe o nome de transformada de Laplace de $f(t)$ (Bellman 1984).

2.7.1 Fundamentos da Reconstrução Espectral Através da Transformada Inversa de Laplace

O KERMA colisional no ar para feixes polienergéticos pode ser generalizado pela seguinte relação (Attix 1986):

$$K_{c,ar} = \int_{E_{min}}^{E_{max}} \phi(E) E \left(\frac{\mu_{ab}}{\rho}\right)_{ar} dE \tag{2.36}$$

Podemos inserir no caminho de um feixe uma certa espessura x de material atenuador com número atômico Z e coeficiente de atenuação linear $\mu(E, Z)$. Desta forma temos uma atenuação exponencial na intensidade do feixe, dada por:

$$K = \int_{E_{min}}^{E_{max}} \phi(E) E e^{-\mu(E,Z)x} \left(\frac{\mu_{ab}}{\rho}\right)_{ar} dE \tag{2.37}$$

Podemos agora definir uma nova grandeza que expresse a transmissão relativa do feixe por uma certa espessura x de material atenuador dada por:

$$T(x) = \frac{K(x)}{K(0)} \tag{2.38}$$

Podemos ainda definir uma grandeza F(E) tal que:

$$F(E) = \frac{\phi(E) E \left(\frac{\mu_{ab}}{\rho}\right)_{ar}}{K(0)}$$

Desta forma, a transmissão relativa pode ser escrita como:

$$T(x) = \int_{E_{min}}^{E_{max}} F(E) e^{-\mu(E,Z)x} dE \tag{2.39}$$

Fazendo uma mudança na variável de integração em 2.39 de E para $\mu(E)$ obtemos a forma:

$$T(x) = \int_{\mu} \left(-F(E) \left(\frac{dE}{d\mu} \right) d\mu \right) e^{-\mu(E,Z)x} d\mu = \int_{\mu} P(\mu) e^{-\mu(E,Z)x} d\mu \tag{2.40}$$

Onde $P(\mu)$ é a transformada inversa de Laplace da curva de atenuação descrita por $T(x)$. Como $T(x)$ pode ser obtida experimentalmente, o espectro de raios X pode ser determinado a partir da seguinte relação:

$$\mathcal{L}^{-1}(T(x)) = -\frac{\phi(E) E \left(\frac{\mu_{ab}}{\rho} \right)_{ar} (E)}{K(0)} \left(\frac{dE}{d\mu} \right) \tag{2.41}$$

Capítulo 3

Materiais e Métodos

3.1 Reconstrução Espectral Através da Transformada Inversa de Laplace

Em 1932 Silberstein (Silberstein 1932) propôs uma metodologia de obtenção da distribuição espectral baseada na curva de atenuação de um feixe através material atenuador puro. Este método foi desenvolvido e aplicado por outros autores (Archer & Wagner 1982, Rubio & Mainardi 1984, Archer et al. 1985, Dance 1987, Archer & Wagner 1988). A aplicabilidade em radiologia odontológica da forma desenvolvida por Archer et. al. (Archer & Wagner 1982) é notável, já que na faixa de energia em questão, para anodos compostos de tungstênio, temos apenas radiação de freamento.

3.1.1 Modelo de ajuste da curva de atenuação

Daqui por diante usaremos $T^*(x)$ para nos referimos ao modelo matemático utilizado para aproximar a curva de atenuação real dada por $T(x)$ bem como referir-nos-emos a $F^*(E)$ como o resultado da aplicação do modelo matemático utilizado para aproximar o espectro real de raios X dado por F(E). Qualquer que seja o modelo $T^*(x)$ que se proponha a representar $T(x)$ deve se adequar a certas condições (Archer & Wagner 1982):

a. A relação $\dfrac{T^*(0)}{T(0)} = 1$;

b. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{d}{dx} \ln T^*(x) = -\mu^0$, onde μ^0 é o coeficiente de atenuação para a energia máxima do feixe;

c. $T^*(x)$ é uma função decrescente de x;

d. O modelo deve ser capaz de representar a distribuição espectral independente do material atenuador utilizado.

O par de transformadas de Laplace foi escolhido tendo observado estes aspectos gerais. Segundo o modelo, as curvas de atenuação e distribuição espectral são dadas por (Archer & Wagner 1982, Rubio & Mainardi 1984, Archer

et al. 1985, Archer & Wagner 1988):

$$T^*(x) = \left[\frac{ab}{(x+a)(x+b)}\right]^{\nu} e^{-\mu^0 x} \tag{3.1}$$

$$F^*(E) = \frac{\pi^{1/2} a b^{\nu}}{\Gamma(\nu)} \cdot \left[\frac{\mu - \mu^0}{a-b}\right]^{\nu-1/2} \cdot \exp\left[-\frac{a+b}{2}(\mu - \mu^0)\right]$$
$$\cdot I_{\nu-1/2}\left[\frac{1}{2}(a-b)(\mu-\mu^0)\right]\left(-\frac{d\mu}{dE}\right) \tag{3.2}$$

Os coeficientes a, b e ν são valores reais positivos calculados a partir do ajuste do logaritmo natural da função 3.1 pelo método dos mínimos quadrados. $\Gamma(\nu)$ é a função gama, $I_s[t]$ é uma função Bessel modificada do tipo:

$$I_s(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!\Gamma(s+k+1)} \left(\frac{t}{2}\right)^{s+2k}$$

onde os argumentos s e t são respectivamente $\nu - 1/2$ e $\left[\frac{1}{2}(a-b)(\mu-\mu^0)\right]$. Os valores de $\left(\frac{d\mu}{dE}\right)$ para o alumínio foram obtidos a partir da derivada analítica de um polinômio de grau 5 que relaciona os valores apresentados pelo XCOM (Berger et al. 2010) para o coeficiente de atenuação linear do alumínio em função da energia do fóton.

3.1.2 Implementação e teste do modelo

Visando encontrar parâmetros ótimos para o algorítimo de reconstrução, foi implementada em MATLAB uma rotina de atenuação baseada na equação 2.37 composta de 6 passos. O primeiro passo desta rotina consiste em receber os dados da distribuição espectral dos fótons para um dado espectro. O segundo passo é proceder o cálculo do KERMA colisional no ar $(K_{col})_{ar}$ para este espectro. Esta informação é guardada como $(K_{col})_{ar}(0)$ para ser utilizada como fator de normalização da curva de atenuação. O terceiro passo da rotina consiste em adicionar uma espessura x de material atenuador (Al) e calcular o KERMA colisional no ar para o feixe atenuado por esta espessura $(K_{col})_{ar}(x)$. O quarto passo da rotina consiste em construir a curva de atenuação após varrer uma determinada quantidade de espessuras de material atenuador e dividir os valores obtidos pelo fator de normalização $(K_{col})_{ar}(0)$. Estes dados serão então ajustados, no quinto passo, pela eq. 3.1 através método dos mínimos quadrados. Como resultado deste ajuste, teremos os coeficientes a, b e ν que serão introduzidos na eq. 3.2 configurando o sexto e último passo da rotina.

Esta rotina é alimentada com um espectro teórico calculado a partir do software SpekCalc (Poludniowski & Evans 2007, Poludniowski 2007, Poludniowski et al. 2009). Este software utiliza modelos semi-analíticos (Tucker et al. 1991, Birch & Marshall 1979) e possibilita ao usuário gerar espectros em uma ampla faixa de

kVp e diferentes alvos. A legislação brasileira, por meio da Portaria n° 453 (MS) (Anvisa 1998), diz que a tensão mínima para tubos de raio X odontológicos deve ser superior a 50 kVp. Com o auxílio do software, foi possível testar o modelo para tubos com alvo de tungstênio operando numa faixa de energia de 50 a 80 kVp, dentro do intervalo determinado pela legislação (superior à 50 kVp).

3.1.2.1 Ajustes polinomiais

Foram utilizados como valores de referência para o ajuste de $\left(\frac{\mu_{ab}}{\rho}\right)_{E,ar}$ e de $\mu_{E,Al}$ os dados fornecidos pelo XCOM (Berger et al. 2010) na faixa de energia entre 6 e 80 keV. Polinômios com graus variando entre 3 e 7 foram testados, sendo que os melhores ajustes (aqueles que forneciam coeficiente de ajuste $R^2 > 0.99$) foram observados entre os graus 5 e 7. Entre estes polinômios, não foram observadas diferenças significativas portanto escolhemos o de menor grau que melhor reproduzia os valores de referência.

Os polinômios são os seguintes:

$$\left(\frac{\mu_{ab}}{\rho}\right)_{E,ar} = exp(75.6819 - 108.627 \cdot (ln(E)) + 65.3398 \cdot (ln(E))^2 - 19.818 \cdot (ln(E))^3 + 2.92912 \cdot (ln(E))^4 - 0.16739 \cdot (ln(E))^5)$$

$$\mu_{E,Al} = exp(28.0722 - 34.2699 \cdot (ln(E)) + 21.29988 \cdot (ln(E)).^2 - 7.05229 \cdot (ln(E))^3$$
$$+ 1.1284 \cdot (ln(E)^4 - 0.06873 \cdot (ln(E))^5)$$

3.1.2.2 Teste do método utilizando modelo semianalítico

Com a finalidade de determinar uma configuração que pudesse ser aplicada na prática, verificamos qual é o número mínimo de pontos entre 0 e 15 mm de alumínio para o qual o ajuste da curva de atenuação converge. Este número mínimo foi de 5 pontos de atenuação. Então dobramos este valor mínimo a fim de obter melhores resultados estatísticos para o ajuste e, posteriormente, aplicamos esta condição como requisito do procedimento experimental.

A Figura 3.1 mostra a curva de atenuação de um espectro teórico de 70 kVp, composta por 10 pontos variando entre 0 e 15 mm de Al, igualmente espaçados e a curva de ajuste destes pontos. A Figura 3.2 mostra o espectro teórico em questão, bem como a reconstrução espectral obtida a partir dos coeficientes ajustados. As curvas mostradas na Figura 3.2 apresentam coeficiente de correlação linear de Pearson $\rho = 0.9969$.

3.1.3 Determinação experimental da curva de atenuação

Para a aquisição dos dados que formam as curvas de atenuação foram utilizados filtros de alumínio de alta pureza (99,9%), uma câmara de ionização

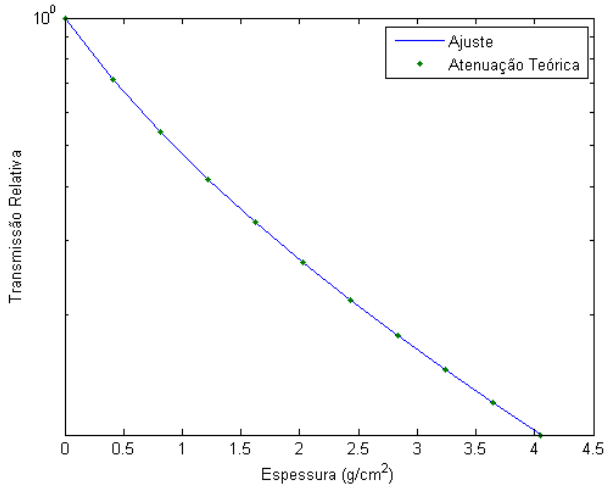


Figura 3.1: *Gráfico do ajuste dos pontos experimentais da atenuação. Os valores dos coeficientes são* $a = 3.8212$, $b = 1.1577$ *e* $\nu = 0.5976$.

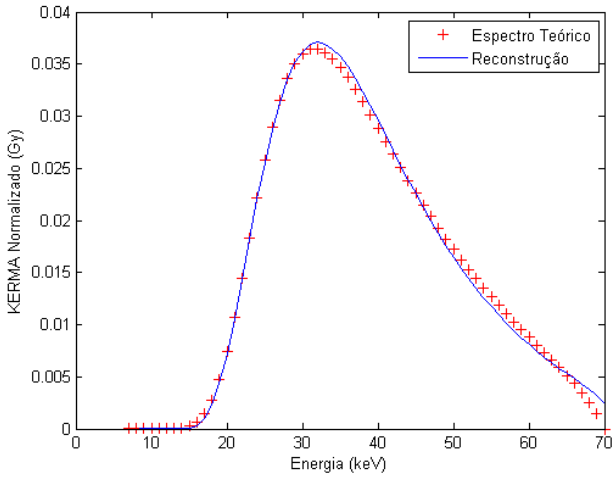


Figura 3.2: *Gráfico da comparação entre os espectros reconstruído e espectro teórico gerado a partir do software SpekCalc.*

PTW modelo SFD com volume sensível de 6 cm^3 conectada a um eletrômetro PTW modelo $UnidosE$ e um sistema de colimação de chumbo com 1.5 mm de espessura e abertura circular variável entre 10.5 e 12.5 mm de diâmetro. Um sistema de alinhamento a laser foi especialmente desenvolvido para ser acoplado à saída do sistema de colimação, visando facilitar o alinhamento do feixe com a câmara de

ionização. Os dados foram coletados a uma distância de 80 cm do foco. Os dados foram coletados de acordo com a metodologia a seguir:

Após posicionar o sistema de detecção, foi realizada uma série de três exposições para cada ponto da curva de atenuação. O resultado foi calculado tomando o valor da média aritmética de cada uma das séries. Este procedimento foi repetido adicionando uma camada de 0,5 mm de Al como passo fixo até atingirmos 3 mm de espessura. Deste ponto em diante o passo foi alterado para 1,5 mm de Al até atingirmos 15 mm de Al como espessura final. Utilizamos um intervalo de 5 minutos entre cada exposição com a finalidade de preservar o tubo dos efeitos nocivos causados por superaquecimento.

A partir dos dados da curva de atenuação, determinamos a primeira e segunda CSR utilizando a seguinte relação (Anvisa 2005): Seja K_0 a leitura inicial do KERMA realizada sem a interposição de alumínio entre o feixe e a câmara, temos: Primeira CSR

$$CSR = \frac{x_b ln(2K_a/K_0) - x_a ln(2K_b/K_0)}{ln(K_a/K_b)} \tag{3.3}$$

onde, K_0 é a leitura de KERMA inicial, K_a é a leitura de KERMA imediatamente superior à $K_0/2$, K_b é a leitura de KERMA imediatamente inferior à $K_0/2$, x_a é a espessura de alumínio correspondente à leitura K_a e x_b é a espessura de alumínio correspondente à leitura K_b.

Segunda CSR

$$2^{a}CSR2 = \frac{x_d ln(4K_c/K_0) - x_c ln(4K_d/K_0)}{ln(K_c/K_d)} \tag{3.4}$$

onde, K_0 é a leitura de KERMA inicial, K_c é a leitura de KERMA imediatamente superior à $K_0/4$, K_d é a leitura de KERMA imediatamente inferior à $K_0/4$, x_c é a espessura de alumínio correspondente à leitura K_c e x_d é a espessura de alumínio correspondente à leitura K_d.

Um dos coeficientes que devem ser determinados na equação 3.1 é o coeficiente de atenuação para a maior energia do feixe (μ^0) também é necessária a medida de kVp. Realizamos uma série de três medidas e tomamos a média aritmética destas medidas como valor do kVp. Para tal foi utilizado um medidor de kVp da marca PTW modelo *DIAVOLT MULTI All-in-one QC Meter*.

Foram analisados um total de 8 tubos, sendo 3 da marca DabiAtlante modelo Spectro 70X operando com tensão nominal de 70 kVp, 3 da marca Gnatus, onde 2 são pertencentes ao modelo TimeX 70C operando com tensão nominal de 70 kVp e 1 pertencentes ao modelo XR6010 operando com tensão nominal de 60 kVp e 2 da marca Siemens modelo Heliodent 60b operando com tensão nominal de 60 kVp.

3.2 Validação da metodologia através de espectrometria direta usando um detector de CdTe

Um dos tubos da marca DabiAtlante modelo Spectro 70X teve sua distribuição espetral aferida utilizando detecção direta através detector CdTe. A validação do método foi realizada baseada na comparação entre a distribuição espectral obtida de maneira direta e indireta. A comparação entre as curvas foi feita por meio de um teste de χ^2.

O espectro de referência que serviu como validação para este trabalho foi obtido seguindo a metodologia desenvolvida por Tomal et. al. (Tomal 2010, Tomal et al. 2012). Esta metodologia é descrita a seguir.

3.2.1 Sistema de detecção

O sistema de detecção é composto por um espectrômetro de raios X equipado com detector de telureto de cádmio (CdTe) da marca Amptek (modelo XR-100T-CdTe). O detector é um cristal de CdTe $3 \times 3 \times 1 mm^3$ com densidade de 5,85 g/cm^3. Temos um par de eletrodos, sendo que o cátodo é composto por platina (Pt, 0,2 μm) e o ânodo por índio (In, 1 μm). O detector é mantido a temperatura de aproximadamente -30°C por uma célula baseada no efeito Peltier. O sistema

é hermeticamente isolado, tendo uma janela de berílio (Be) com espessura de 100 μm. O sistema detector/pré-amplificador está conectado a um processador digital de pulsos (modelo PX4) cuja tensão é de 400 V e a um analisador multicanal (modelo MCA 8000A) com 2048 canais. O detector foi utilizado com módulo eletrônico RTD desligado. A aquisição dos dados foi realizada utilizando software PMCA desenvolvido pela Amptek.

3.2.1.1 Calibração e resolução dos sistemas de detecção

As curvas de calibração e resolução em energia do detector são mostradas na Figura 3.3. Estas curvas foram obtidas a partir de medidas experimentais realizadas com fontes radioativas cujos picos de emissão estão contidos na região energética de interesse ao raio X odontológico (^{55}Fe,^{133}Ba,^{241}Am,^{57}Co,^{137}Cs). A curva de calibração foi obtida a partir da correlação entre a energia do pico detectado e o número do canal de energia no qual o pico foi detectado. A dependência entre a energia e o canal é linear, do tipo $y = a+bx$, onde $a = -0.42$ e $b = 0.055$ e coeficiente de ajuste $R^2 > 0.99$. A curva de resolução em energia do detector correlaciona a energia de emissão com a largura à meia altura (FWHM, do inglês *Full Width at Half Maximum*) de seu pico. Esta curva foi ajustada com uma função do tipo $y = a \cdot 10^{bx}$ onde, neste caso, $a = 434.16$ e $b = 3.5185 \cdot 10^{-6}$.

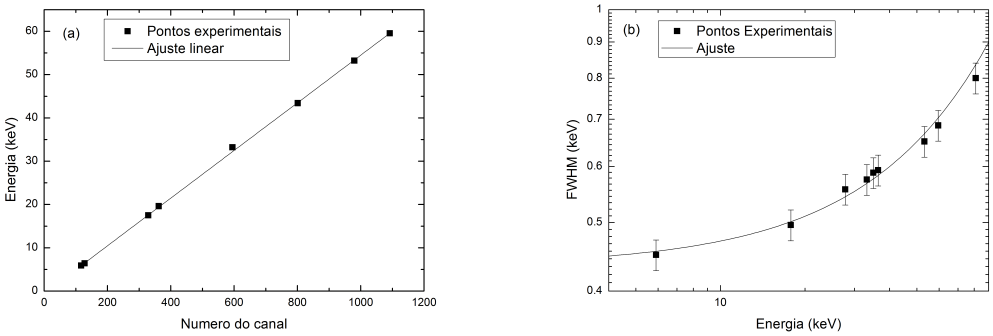


Figura 3.3: *Curva de calibração (a) e resolução (b) do detector de CdTe*

3.2.1.2 Função resposta

A resposta do detector foi calculada por meio de simulação Monte Carlo com o auxílio do pacote PENELOPE na versão 2003 (Salvat et al. 2003). O cálculo foi realizado para feixes de fótons monoenergéticos que iam de 5 a 90 keV com incremento de 0,5 keV. Foi utilizado a geometria de feixe estreito, com o feixe incidindo perpendicularmente à superfície do cristal. Para cada uma das energias incidentes, foram simulados 10^6 fótons. A geometria simulada consistia basicamente do cristal do detetor, eletrodos, janela de berílio, sistema de colimação e compartimento do detector. As dimensões foram obtidas do fabricante e são apresentadas na seção 3.2. Uma camada morta de 0,2 μm foi incluída no modelo geométrico. Os parâmetros da equação de Hetch 2.33 foram obtidos do fabricante (Redus et al. 2009) e posteriormente ajustados para $\lambda_e = 12,3cm$ e $\lambda_h = 0,73cm$, pois estes valores forneciam melhor concordância entre os dados experimentais e

simulados. Tomamos como valor para o parâmetro D/ν no cálculo da função PCC 0,2μm com a finalidade de obter melhor concordância entre os valores simulados e experimentais. O parâmetro RC foi ajustado em 0,6. Os dados de entrada da distribuição gaussiana são os valores de $FWHM$ para cada energia determinados pelo ajuste da função calculada a partir dos dados experimentais obtidos pela calibração com fontes radioativas 3.2.1.

3.2.2 Procedimento experimental para a medida do espectro

Um sistema de colimação de chumbo com espessura de 1.5 mm e abertura circular de 3 mm de diâmetro, foi acoplado à saída do tubo com a finalidade de reduzir a fluência do feixe e assim minimizar o tempo morto no sistema de detecção. Foi utilizada uma distância foco-detector de 3 metros. Um sistema automático de disparo, configurado para realizar um total de 144 disparos com intervalos de 5 minutos, foi acoplado ao tubo. O tempo de exposição foi configurado para 0.7 s de modo a fornecer uma taxa de contagens da ordem de 2000 eventos por disparo.

3.2.2.1 Stripping da distribuição de pulsos

A soma dos fatores citados anteriormente na seção 2.6.1, resulta em uma forma distorcida do espectro medido pelo detector. A fim de obtermos uma distribuição espectral mais próxima do espectro real, aplicamos sobre o espectro

detectado um procedimento de desmembramento de altura de pulsos, conhecido como *Stripping* da distribuição de pulsos (Seelentag & Panzer 1979, Castro et al. 1984, Miyajima et al. 2002). Trata-se da retirada sistematizada das contribuições referentes à resposta que um canal de energia maior gera em um canal de menor energia.

$$S(E_0) = \frac{M(E_0) - \sum_{E>E_0}^{E_{max}} R(E_0, E)S(E)}{\epsilon(E_0)} \tag{3.5}$$

Onde $S(E_0)$ é o número real de fótons no canal de energia E_0, $M(E_0)$ é o número de fótons detectados no canal E_0, $R(E_0, E)$ é a matriz resposta, $S(E)$ é o número de fótons de energia E e $\epsilon(E_0)$ é a eficiência do canal E_0. Para realizar esta tarefa, iniciamos pelo canal de maior energia do espectro. Este canal necessita apenas da correção pela eficiência, haja vista que os processos abordados na simulação da função resposta são interações que envolvem perdas energéticas. Na sequência, subtraímos do canal de energia imediatamente inferior a resposta gerada pelos canais de maior energia e corrigimos por sua eficiência e assim por diante.

3.3 Qualidade da imagem

O modelo utilizado para simulação de tecidos e análise da qualidade da imagem foi baseado no trabalho de Duckworth (Duckworth et al. 1981). Este modelo,descrito a seguir, simula a interação do espectro com duas porções diferentes

do dente, uma saudável e a outra cariada.

3.3.1 Modelo geométrico

O material utilizado para simular a porção saudável de um incisivo, chamada daqui por diante de *vizinhança*, é composto por uma combinação de 20 mm de água (H_2O) cuja densidade é de 1 g/cm^3, e 2 mm de hidroxoapatita ($Ca_{10}(PO_4)_6(OH)_2$) cuja densidade é de 3.156 g/cm^3.

O material utilizado para simular a porção cariada de um incisivo, chamada daqui por diante de *objeto*, é composto por uma combinação de 21 mm de água e 1 mm de hidroxoapatita. A Figura 3.4 mostra uma representação do modelo proposto. Por possuir um coeficiente de atenuação menor em relação à vizinhança, o objeto permite a passagem de um número maior de fótons. Os dados referentes

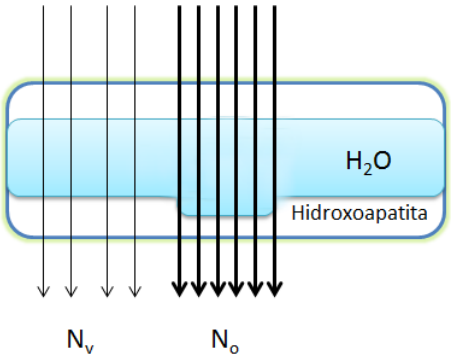


Figura 3.4: *Representação do modelo simulado.*

aos coeficientes de atenuação destes materiais foram obtidos no XCOM (Berger et al. 2010).

3.3.2 Parâmetros de qualidade da imagem

Os parâmetros de qualidade da imagem que foram escolhidos para este trabalho são a razão sinal/ruído, SNR, e a modulação do KERMA, M, que são definidas a seguir.

3.3.2.1 SNR

Sejam N_o e N_v o valor esperado para o número de fótons absorvidos no detector (neste caso o filme radiográfico) que emergem do objeto e da vizinhança respectivamente. Estes valores são dados por:

$$N_o = \int_{E_{min}}^{E_{mx}} \phi_o(E)dE \tag{3.6}$$

e

$$N_v = \int_{E_{min}}^{E_{mx}} \phi_v(E)dE \tag{3.7}$$

onde $\phi_o(E)$ e $\phi_v(E)$ são os espectros em energia dos fótons que emergem do objeto respectivamente. Sabendo que os valores de N_o e N_v seguem uma distribuição de Poisson, temos:

$$SNR = \frac{N_o - N_v}{\sqrt{N_o + N_v}} \tag{3.8}$$

. Estes valores foram calculados utilizando dois processos de normalização diferentes. No primeiro processo, todos os espectros foram normalizados de modo

a fornecerem o mesmo KERMA na entrada da pele. O segundo processo de normalização foi realizado de modo a obter o mesmo KERMA na superfície do filme. A SNR calculada desta forma, considera um sistema ideal, onde todos os fótons que chegam são completamente absorvidos no filme.

3.3.2.2 Modulação do KERMA

Sejam K_o e K_v os valores de KERMA absorvidos no detector provenientes do objeto e da vizinhança respectivamente, temos para a modulação do KERMA a seguinte relação:

$$M = \frac{K_o - K_v}{K_o + K_v} \tag{3.9}$$

A modulação do KERMA pode ser considerada uma medida do "contraste objeto"expressa na forma da diferença relativa do KERMA que chega no detector.

Capítulo 4

Resultados e Discussões

4.1 Medidas Experimentais da primeira e segunda CSR, Coeficiente de Homogeneidade e kVp

Neste capítulo serão mostradas as medidas experimentais realizadas nos tubos relacionados no estudo.

4.1.1 DabiAtlante

A tabela 4.1 mostra os parâmetros de qualidade aferidos para os feixes de tubos da marca DabiAtlante modelo Spectro 70X operando com tensão nominal de 70 kVp.

Tabela 4.1: *Dados sobre as camada semi-redutoras, coeficiente de homogeneidade e kVp para tubos DabiAtlante*

Tubo	CSR (mm Al)	2ªCSR (mm Al)	Coef. de Homog. (HC)	kVp
Tubo 1	2.40 ± 0.09	3.07± 0.11	0.78 ± 0.04	70.3±1.7
Tubo 2	2.33 ± 0.07	3.33± 0.10	0.70 ± 0.03	70.6± 2.8
Tubo 3	2.44± 0.10	3.14± 0.14	0.77 ± 0.05	70.1± 0.3

4.1.2 Gnatus

A tabela 4.2 mostra os parâmetros de qualidade aferidos para os feixes de tubos da marca Gnatus modelos TimeX 70C (Tubos 4 e 5) operando com tensão nominal de 70 kVp e XR6010 (Tubo 6) operando com tensão nominal de 60 kVp.

Tabela 4.2: *Dados sobre as camada semi-redutoras, coeficiente de homogeneidade e kVp para tubos Gnatus*

Tubo	CSR (mm Al)	2ªCSR (mm Al)	Coef. de Homog. (HC)	kVp
Tubo 4	2.40 ±0.08	3.42 ± 0.17	0.70 ±0.04	75.7±2
Tubo 5	1.96± 0.09	2.96± 0.19	0.66± 0.05	77.6±1.3
Tubo 6	1.60± 0.05	2.26± 0.12	0.75± 0.04	60.1±2.1

4.1.3 Siemens

A tabela 4.3 mostra os parâmetros de qualidade aferidos para os feixes de tubos da marca Siemens modelo Heliodent 60b operando com tensão nominal de 60 kVp.

Tabela 4.3: *Dados sobre as camada semi-redutoras, coeficiente de homogeneidade e kVp para tubos Siemens*

Tubo	CSR (mm Al)	2ªCSR (mm Al)	Coef. de Homog. (HC)	kVp
Tubo 7	1.92 ± 0.07	2.52 ± 0.11	0.76 ±0.04	66.1±3.4
Tubo 8	2.00 ±0.09	2.56± 0.08	0.78± 0.04	65.2± 2.1

Segundo definições estabelecidas pela Portaria SVS/MS n° 453, de 1 de junho de 1998 (Anvisa 1998), os tubos de raios X odontológico deve operar com tensão superior a 50 kVp. A mesma portaria define que a CSR seja superior à 1.3 mm de alumínio para tubos que operam com tensão nominal de 60 kVp e 1.5 mm para tubos que operam com tensão nominal de 70 kVp. Os valores apresentados nas tabelas 4.1, 4.2 e 4.3 indicam que os tubos analisados no estudo encontram-se dentro dos padrões nacionais de referência.

4.2 Validação do Método

A Figura 4.1 compara, para o Tubo 3, o espectro reconstruído a partir da curva de atenuação com o obtido por espectrometria com cristal CdTe.

As curvas mostradas na fig. 4.1 apresentam coeficiente de correlação linear de Pearson $\rho = 0.9804$. Além da forte correlação apresentada, as curvas foram submetidas ao teste de χ^2 que confirmou que elas são estatisticamente indistinguíveis a um nível de significância de $\alpha = 0.05$. Baseado nestes dados, passamos a utilizar

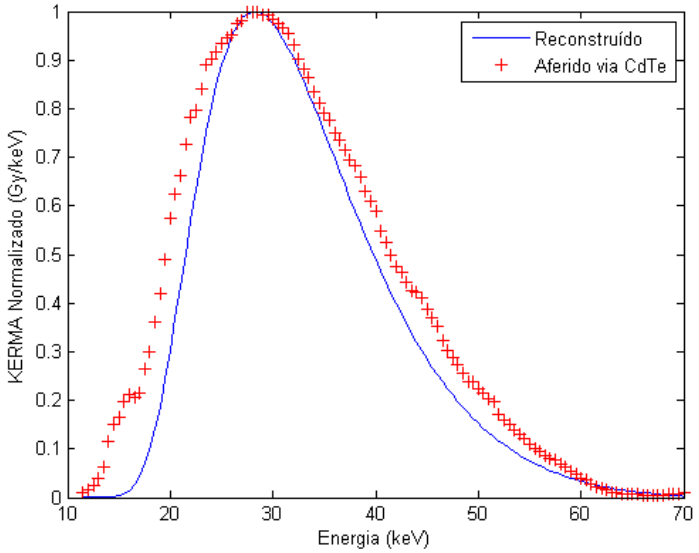


Figura 4.1: *Gráfico da comparação entre os espectros reconstruído através da curva de atenuação e medido com detector CdTe.*

o método de reconstrução espectral a partir da curva de atenuação para traçar os perfis espectrais dos tubos odontológicos envolvidos no estudo.

4.3 Curvas de atenuação e obtenção da distribuição espectral

Após levantamento dos parâmetros de qualidade do feixe e verificação do cumprimento das normas estabelecidas na legislação, procedemos a reconstrução das distribuições espectrais dos tubos relacionados. As curvas de atenuação obtidas experimentalmente passaram pelo procedimento matemático estabelecido na seção 3 e, a partir dos parâmetros ajustados, pudemos traçar a distribuição espectral de cada tubo. Os resultados deste procedimento são descritos a seguir.

4.3.1 Dabi Atlante

A Figura 4.2 mostra as curvas de atenuação dos 3 exemplares de tubos da marca Dabi Atlante. A Figura 4.3 mostra os 3 espectros de KERMA reconstruídos para estes tubos.

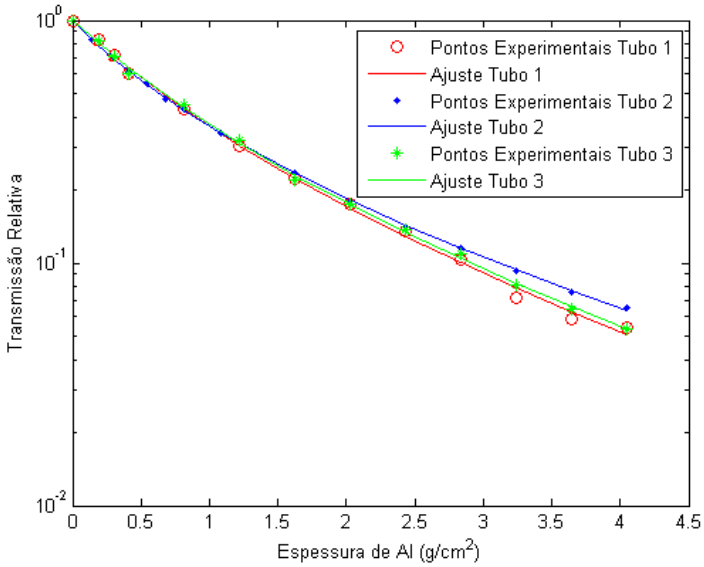


Figura 4.2: *Curvas de atenuação do feixe por espessura mássica de Al. para tubos Dabi Atlante.*

A Figura 4.2 mostra que as curvas que descrevem a atenuação dos Tubos 1 e 3 são muito próximas. Este comportamento era esperado, pois ao notarmos a pequena variação ($\simeq 2\%$) dos parâmetros obtidos na tabela 4.1 podemos predizer que estes parâmetros se referem a espectros com características semelhantes.

Os espectros de KERMA mostrados na fig. 4.3 foram normalizadas para área unitária com a finalidade de salientar as diferenças ou semelhanças entre os espectros em cada região de energia. A figura mostra que os espectros corroboram a

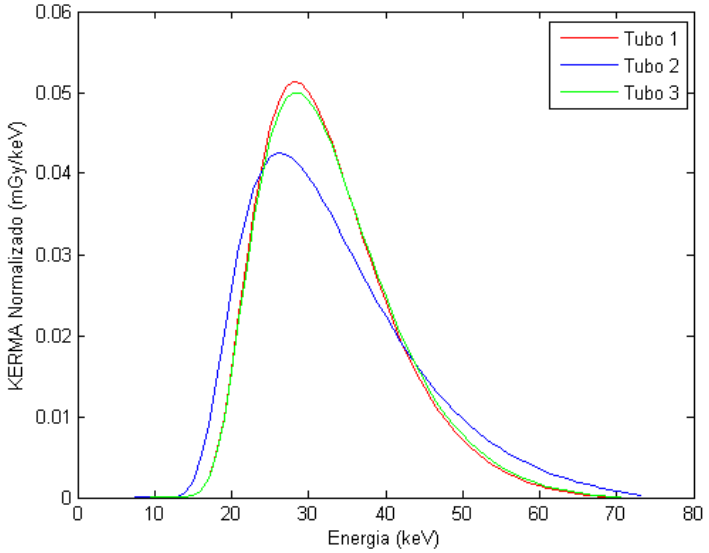


Figura 4.3: *Comparação entre as reconstruções espectrais dos 3 tubos da marca DabiAtlante*

ideia apresentada anteriormente, sendo as curvas dos Tubos 1 e 3 são praticamente indistinguíveis. Podemos notar ainda, com base nesta figura que o KERMA colisional do Tubo 2 possui maior intensidade nas regiões de baixa energia do espectro (<24 keV). Este comportamento em relação aos demais também era esperado, pois este tubo apresenta a menor CSR de todas. Fótons de baixa energia são responsáveis por diminuir os valores de CSR (Attix 1986, Bushberg et al. 2001, Johns & Cunningham 1983, Podgorsak 2005), ao passo que os fótons de maior energia incrementam a mesma. Por fim podemos aferir da figura que a largura à meia altura (FWHM) dos espectros relacionados aos Tubos 1 e 3 é menor do que a do Tubo 2. Este comportamento em relação ao Tubo 2 também era uma característica esperada pois estes possuem coeficientes de homogeneidade

(HC) maiores. Em outras palavras, o HC é uma medida da dispersão em energia do feixe. Quanto menos disperso, mais este valor se aproxima de 1, indicando que o feixe é mais próximo de um feixe monoenergético, uma vez que, para um feixe monoenergético, $HC = 1$ (Bushberg et al. 2001).

4.3.2 Gnatus

A Figura 4.4 mostra as curvas de atenuação dos 3 tubos de raios X da marca Gnatus. A Figura 4.5 mostra as reconstruções espectrais do KERMA dos tubos de raios X da marca Gnatus.

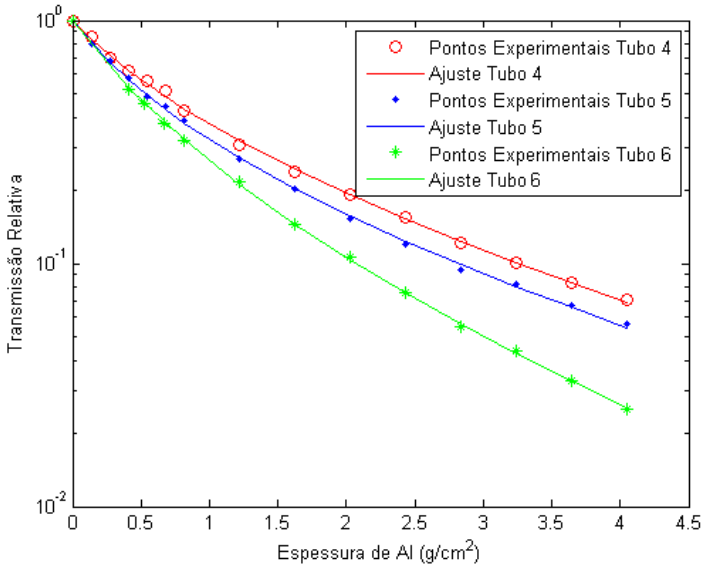


Figura 4.4: *Curvas de atenuação dos feixes por espessura mássica de Al.*

A figura mostra que o feixe do Tubo 4 é o que apresenta menor inclinação em relação aos demais. Isto indica que este feixe possui menos componentes de baixas energias e mais componentes de altas energias em relação aos demais.

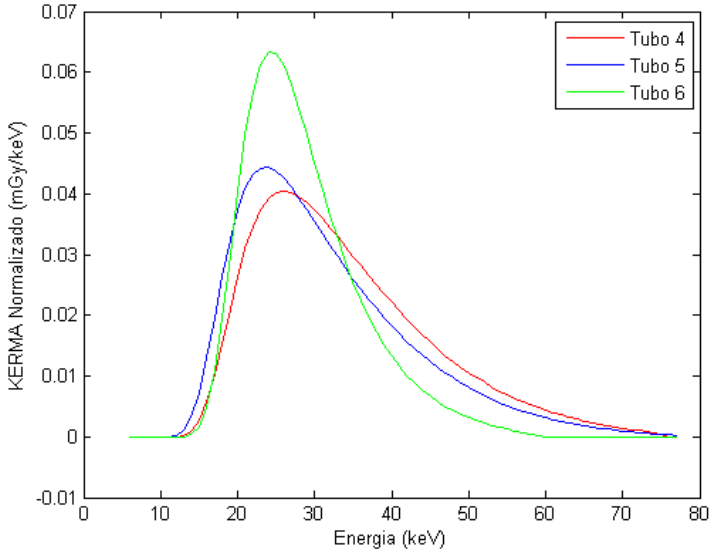


Figura 4.5: *Comparação entre as reconstruções espectrais dos 3 tubos da marca Gnatus*

Este comportamento é confirmado quando analisamos os espectros reconstruídos (Figura 4.5). A curva que mostra a distribuição espectral do Tubo 4 aparece deslocada para a direita. Notamos ao analisar a distribuição em energia do KERMA colisional do Tubo 6 que esta possui menor FWHM. A figura mostra que esta distribuição se concentra em regiões de baixas energias. Este comportamento era esperado por dois fatores expostos na Tabela 4.2: (a) Baixa CSR, indicando uma intensidade elevada em regiões de baixas energias e (b) alto HC, indicando menor $FWMH$.

4.3.3 Siemens

A Figura 4.6 mostra as curvas de atenuação obtidas para os tubos de raios X da marca Siemens. A Figura 4.7 mostra as reconstruções espectrais do KERMA colisional dos tubos de raios X da marca Siemens.

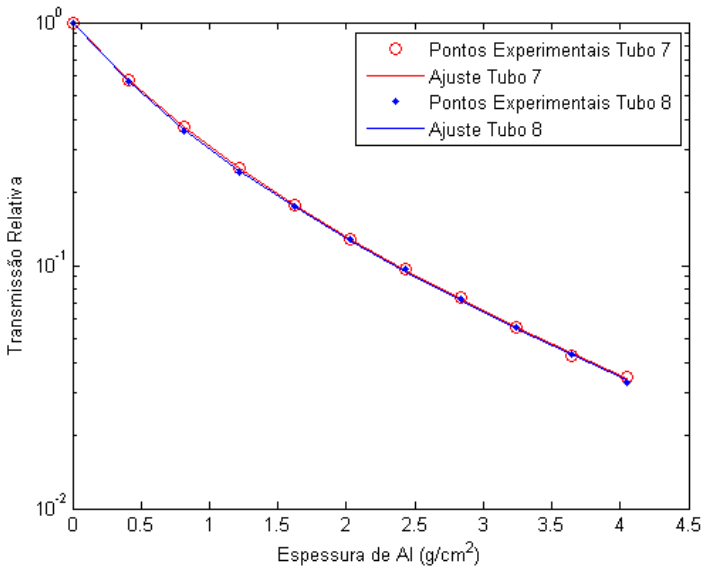


Figura 4.6: *Curvas de atenuação dos feixes por espessura mássica de Al.*

A Figura 4.6 mostra que os dois tubos desta marca possuem curvas de atenuação coincidentes. Ao compararmos este resultado com os dados obtidos na Tabela 4.3 concluímos que este era um comportamento esperado.

Da Figura 4.7 podemos aferir que as distribuições espectrais para os tubos da marca Siemens são semelhantes, como era esperado levando em conta os dados da Tabela 4.3 e a Figura 4.6. No entanto a normalização das figuras para que ambas tenham a mesma área unitária não deixa claro que os tubos, na realidade, operam

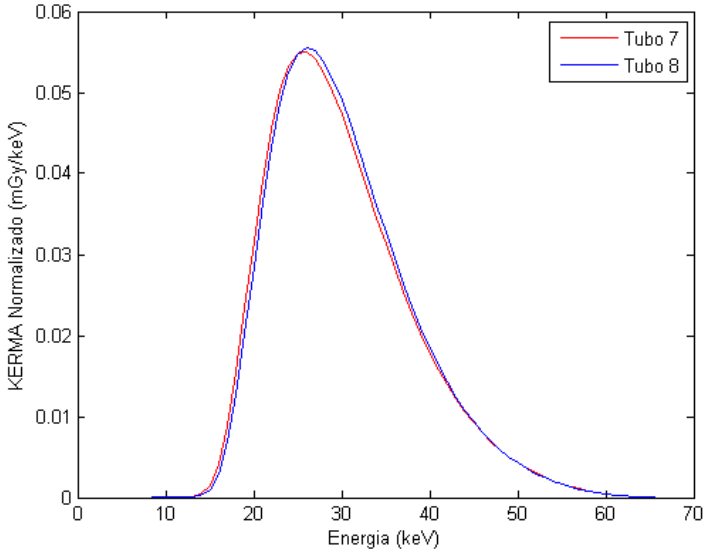


Figura 4.7: *Comparação entre as reconstruções espectrais dos 3 tubos da marca Gnatus*

em condições de tempo e corrente diferentes como mostrado na seção 4.4.

4.4 Distribuição espectral do KERMA na entrada da pele

A Tabela 4.4 mostra os valores de KERMA medidos na saída de cada tubo, bem como a corrente nominal com que estes operam e a razão entre o KERMA e o mAs para um tempo de exposição de 1 segundo.

Os valores de corrente apresentados na Tabela 4.4 são nominais. Os valores do KERMA foram aferidos na distância foco-pele. Nestas condições, para um valor de mAs igual a 7, os Tubos 4 e 5 apresentaram a maior produção de radiação sendo que o Tubo 8 apresenta a menor. Os dados normalizados confirmam o maior

Tabela 4.4: *Dados sobre o KERMA na entrada da pele e corrente nominal e distância foco-pele, $d_{foco-pele}$ dos tubos*

Tubo	K (mGy)	corrente (mA)	K/mAs (mGy/mAs)	$d_{foco-pele}(cm)$
Tubo 1	3.43	8	0.43	20
Tubo 2	2.33	8	0.29	20
Tubo 3	3.24	8	0.40	20
Tubo 4	4.59	7	0.65	20
Tubo 5	4.60	7	0.66	20
Tubo 6	3.17	10	0.32	17
Tubo 7	3.00	10	0.30	17
Tubo 8	1.84	10	0.18	17

rendimento dos Tubos 4 e 5.

As Figuras 4.8, 4.9 e 4.10 mostram a forma do espectro na grandeza KERMA/mAs. Os valores integrados são mostrados na Tabela 4.4.

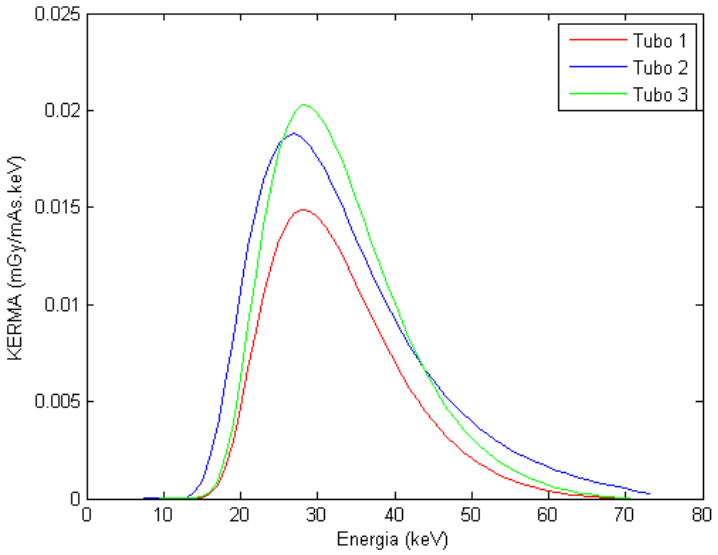


Figura 4.8: *KERMA na entrada da pele normalizado pelo mAs gerado pelos tubos Dabi Atlante*

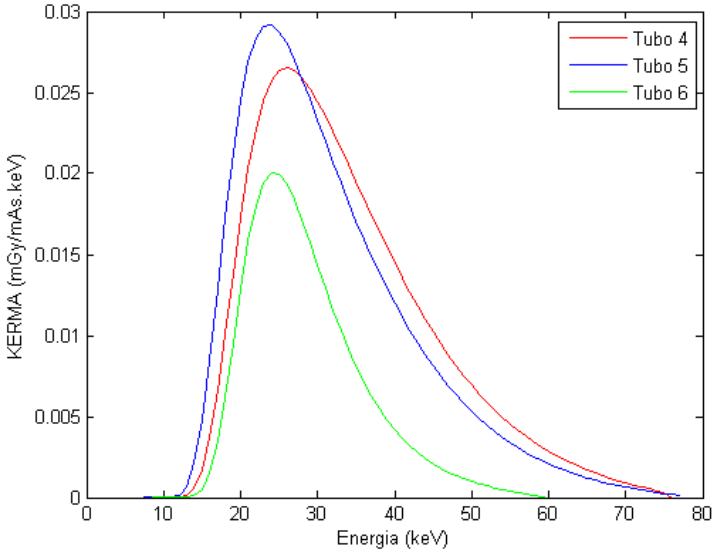


Figura 4.9: *KERMA na entrada da pele normalizado pelo mAs gerado pelos tubos Gnatus*

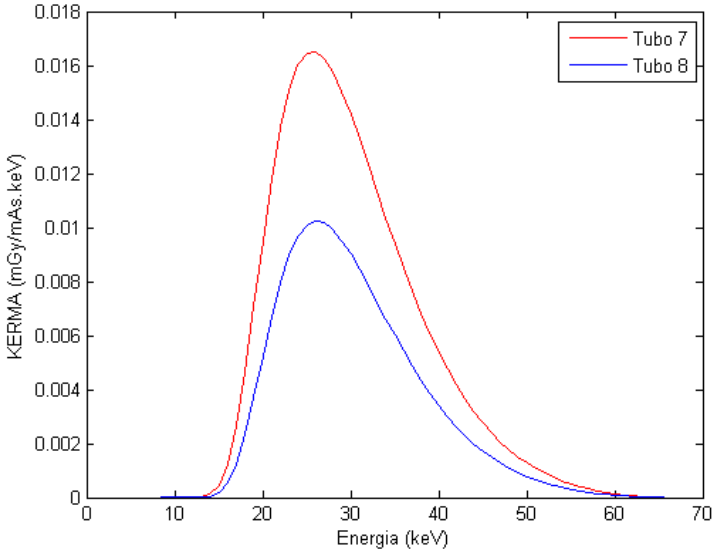


Figura 4.10: *KERMA na entrada da pele normalizado pelo mAs gerado pelos tubos Siemens*

A Figura 4.10 mostra que embora as distribuições espectrais dos dois tubos Siemens sejam iguais (veja Figura 4.7), suas intensidades são diferentes. Testes posteriores mostraram que para o tempo de exposição escolhido, o Tubo

7 apresentava um valor de 20% maior. Este fato por si só não explica a diferença de cerca de 39% na produção de radiação dos tubos em questão. O restante desta diferença pode estar associado à variações na corrente gerada em cada tubo. De maneira geral, os dados apresentados nesta seção mostram que mesmo para tubos de mesma marca e modelo se faz necessária a utilização de protocolos de tempo de exposição individualizados, uma vez que estes apresentam flutuações relevantes ($\simeq$ 39% para os Siemens Heliodent e até $\simeq$ 32% para os Dabi Atlante Spectro 70C) quando operados nas mesmas condições de tempo de exposição.

4.5 Qualidade da imagem

A Tabela 4.5 mostra os valores absolutos da SNR para KERMA normalizado na entrada da pele (Norm. 1) e na superfície do filme (Norm. 2)

Tabela 4.5: *SNR para cada tubo calculada a partir dos espectros normalizados na entrada da pele (Norm. 1) e na superfície do filme (Norm. 2).*

Tubos	1	2	3	4	5	6	7	8
Norm. 1	0.064	0.058	0.063	0.056	0.055	0.061	0.062	0.063
Norm. 2	0.152	0.135	0.150	0.129	0.137	0.181	0.169	0.169

A Tabela mostra que na primeira situação de normalização, os Tubos 4 e 5 apresentam os menores valores e os Tubos 1, 3 e 8 os maiores. Já na segunda situação o Tubo 6 apresenta o maior valor enquanto que os Tubos 4 e 5 continuam sendo os

menores. Esta variação está ilustrada na Figura 4.11 e se deve ao fato de o espectro do Tubo 6 apresentar o menor kVp (60.1 keV)e maior HC (0.78) sendo, portanto, mais afetado pelas propriedades de atenuação da vizinhança e objeto (Bushberg et al. 2001, Horner & Hirschmann 1990, Okano et al. 1983). Por conta destes fatores, para atingir o mesmo valor de KERMA na superfície do filme que os demais, este tubo necessita de um número maior de fótons, o que aumenta a SNR. Já os Tubos 4 e 5 possuem mais fótons de altas energias e sendo o KERMA uma função da energia, estes tubos necessitam de um número menor de fótons para fornecerem o mesmo KERMA que os demais, reduzindo a SNR.

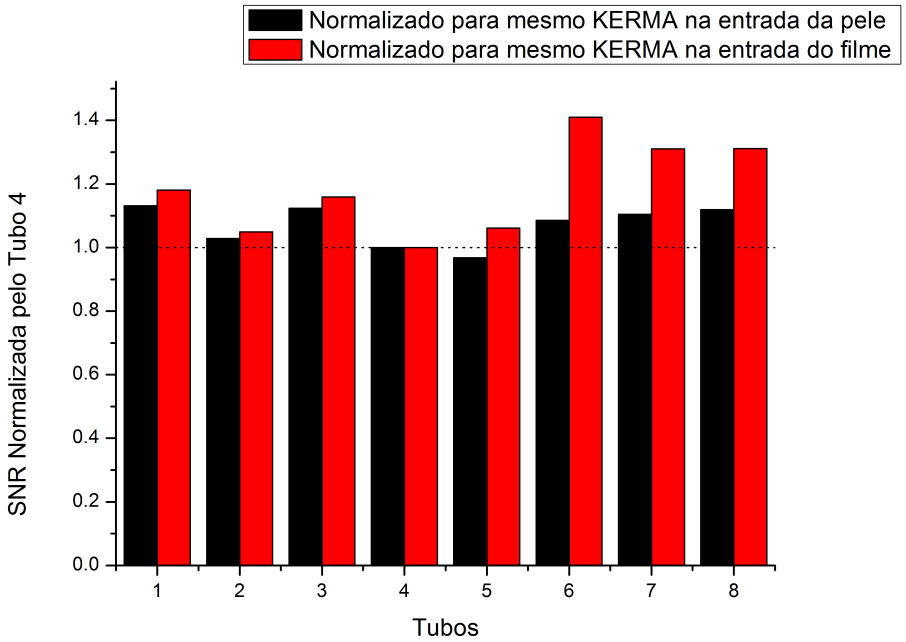


Figura 4.11: *SNR normalizados pelo Tubo 4.*

A Tabela 4.6 mostra os valores da função de transferência de modulação do KERMA (M) calculados para o modelo simulado.

Tabela 4.6: *Valores calculados para a função de transferência de modulação do KERMA.*

Tubos	1	2	3	4	5	6	7	8
M	0.204	0.184	0.120	0.175	0.191	0.255	0.233	0.232

Os valores mostrados na Tabela 4.6 são resultados da interação entre cada um dos espectros de KERMA com a vizinhança e com o objeto. A diferença entre os coeficientes de atenuação de materiais distintos tende a ser menor em energias altas e cresce conforme a energia do fóton diminui (Berger et al. 2010). Desta forma, quando tratamos da interação de espectros mais energéticos, o resultado esperado é que frações mais próximas sejam transmitidas tanto pela vizinhança quanto pelo objeto, reduzindo o contraste. Ao tratarmos de espectros menos energéticos, ampliamos a diferença entre os coeficientes de atenuação da vizinhança e do objeto, ampliando também o contraste (Duckworth et al. 1981, Price 1986, Horner & Hirschmann 1990). A Figura 4.12 mostra como os espectros dos Tubos 4 e 6 são transmitidos pela vizinhança e pelo objeto. Como ilustrado na figura, o Tubo 6 apresenta uma maior diferença entre as distribuições espectrais transmitidas, do que a correspondente para o Tubo 4.

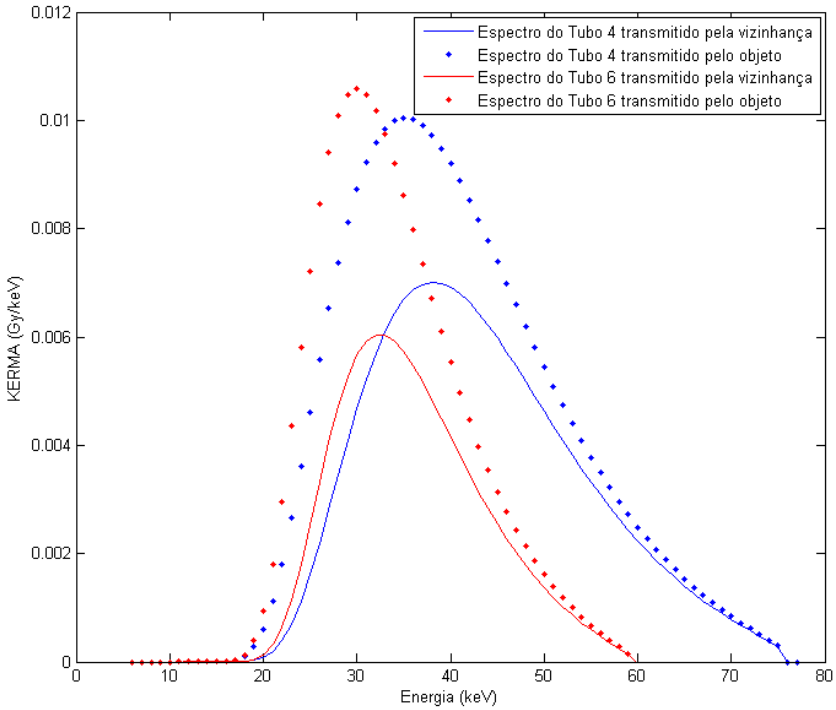


Figura 4.12: *Espectros transmitidos pela vizinhança e pelo objeto calculados para os Tubos 4 e 6.*

A Tabela 4.7 mostra a razão entre o KERMA na entrada da pele e o KERMA na superfície do filme. De acordo com as normas da Anvisa (Anvisa 1998), o valor

Tabela 4.7: *Razão entre o KERMA na entrada da pele, K_{pele} e o KERMA na superfície do filme, K_{filme}.*

Tubos	1	2	3	4	5	6	7	8
K_{pele}/K_{filme}	5.670	5.417	5.517	5.193	6.245	8.785	7.321	7.127

máximo para o KERMA na entrada da pele é de 3.5 mGy. Respeitando estes limites, o Tubo 6 pode depositar no máximo 0.39 mGy no filme radiográfico, já que a razão entre o KERMA na entrada da pele e o KERMA na superfície do filme é de 8.78

como mostrado na Tabela 4.7.

A Figura 4.13 mostra a razão entre a SNR e o KERMA na entrada da pele normalizado pelo Tubo 3. Estes espectros foram ajustados de modo a apresentarem o mesmo KERMA na superfície do filme.

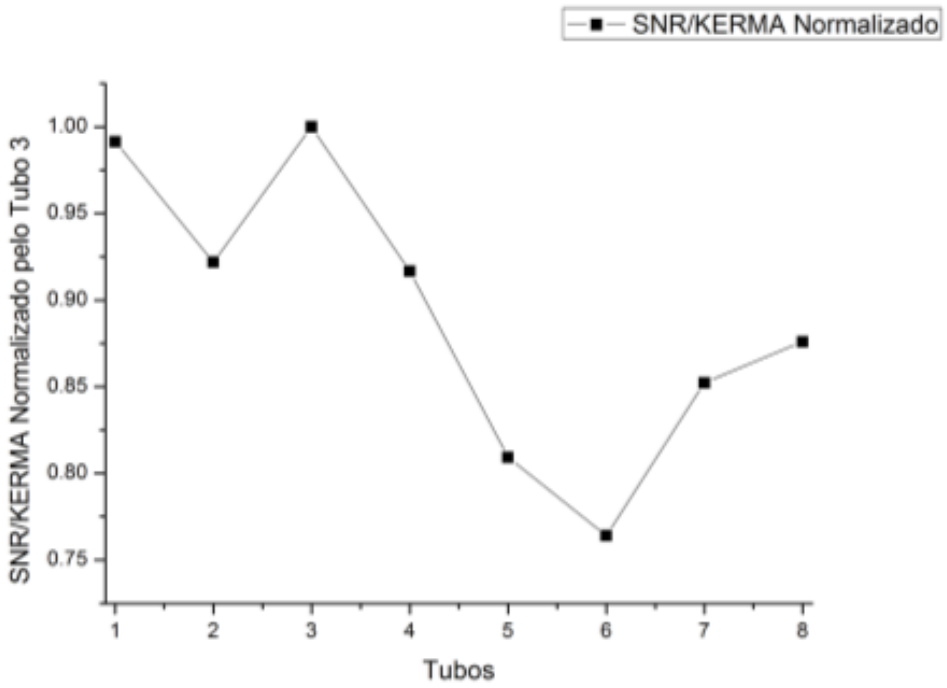


Figura 4.13: *Razão entre a SNR e o KERMA na entrada da pele normalizado pelo Tubo 3*

A partir da grandeza de trabalho proposta na Figura 4.13, é possível aferir que o Tubo 6 possui a pior relação entre SNR e KERMA na entrada da pele. Isto significa que para atingir os valores de SNR mostrados na Figura 4.11, este tubo necessita de KERMA muito alto na superfície da pele. De forma geral, os tubos de baixo kVp e CSR devem ser evitados pois geram altos valores de KERMA na

entrada da pele.

Por fim, cabe salientar que o modelo aplicado e discutido possui limitações pois não considera efeitos de espalhamento nem interações com tecidos adjacentes.

Capítulo 5

Conclusões e perspectivas

Neste capítulo são apresentadas as principais conclusões sobre a aplicação da espectrometria indireta utilizando a transformada inversa de Laplace da curva de atenuação em tubos de raios X odontológicos, sobre os parâmetros de qualidade do feixe e sobre a análise dos parâmetros de qualidade da imagem obtidos a partir das distribuições espectrais reconstruídas.

5.1 Sobre a espectrometria indireta

i Foi mostrado que é possível, a partir da curva de atenuação e da medida de kVp, determinar a distribuição espectral de um feixe de raios X odontológico;

ii Foi determinado que o número mínimo de pontos de atenuação, no intervalo entre 0 e 15 mm de Al, para a aplicação do modelo é de 5 pontos;

iii Uma vez que as funções utilizadas para reconstrução espectral são suaves

e contínuas em toda sua extensão, não é possível reconstruir espectros que contenham componentes discretas (raios X característico) em sua distribuição. Entretanto isto não seria um problema pois em radiologia odontológica a composição dos tubos (alvo de tungstênio) e a faixa de tensão dos geradores (aproximadamente entre 60 e 70 kVp) proporciona um espectro livre de raios X característicos. O aparato experimental simplificado e de custo relativamente baixo faz do modelo uma alternativa viável na realidade das clínicas odontológicas.

5.2 Sobre a análise das distribuições espectrais determinadas para 8 tubos comerciais

Sobre a distribuição espectral, os resultados mostram que mesmo quando tratamos de tubos da mesma marca e modelo, divergências espectrais consideráveis podem aparecer. Este fato por si só aponta para a necessidade da criação de protocolos de operação específicos para cada aparelho.

5.3 Sobre os parâmetros de qualidade do feixe

Os resultados apresentados sobre os parâmetros de qualidade do feixe mostram que os tubos relacionados no estudo estão de acordo com o que a legislação

vigente exige e recomenda no país (Anvisa 1998).

5.4 Sobre a análise dos parâmetros de qualidade da imagem

A forma do espectro afeta diretamente as grandezas relacionadas à qualidade da imagem, de modo que para obter o mesmo valor de SNR, tubos diferentes necessitam de intensidades diferentes. Isto significa que as grandezas relacionadas à qualidade da imagem (SNR, M, KERMA na entrada da pele) são fortemente dependentes da forma do espectro. A razão entre SNR e o KERMA na entrada da pele permite avaliar quais são os dispositivos que geram o maior SNR com o menor KERMA na entrada da pele. Esta grandeza sugere que os tubos que maximizam esta relação são os que possuem fótons de altas energias em suas distribuições espectrais.

5.5 Perspectivas futuras

Os resultados obtidos neste trabalho contemplam as seguintes perspectivas para trabalhos futuros:

1. Estudar uma forma de implementar um modelo que contemple espectros contendo radiação característica;

2. Ampliar o número de tubos utilizados no estudo e utilizar a distribuição

espectral para calcular a filtração inerente de cada um deles;

3. Incluir no modelo a radiação espalhada e interação com tecidos adjacentes;

4. Alterar a distribuição espectral por meio de filtros de modo a obter uma condição que otimize a relação entre SNR e o KERMA na entrada da pele.

Referências Bibliográficas

Abbene, L., Sordo, S. D., Fauci, F., Gerardi, G., Manna, A. L., Raso, G., Cola, A., Perillo, E., Raulo, A., Gostilo, V. & Stumbo, S. (2007), 'Spectroscopic response of a cdznte multiple electrode detector', *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* **583**, 324 – 331.

Anvisa (1998), 'Portaria nº 453 de 01 de junho de 1998. diretrizes de proteção radiológica em radiodiagnóstico médico e odontológico.', *Diário Oficial da União.* .

Anvisa (2005), *Radiodiagnóstico Médico: Desempenho de Equipamentos e Segurança*, Editora Anvisa.

Aoki, K. & Koyama, M. (1990), 'A silicon diode in a thimble-type mount for measurement of diagnostic x-ray spectra', *Physics in Medicine and Biology* **35**(11), 1505.

Archer, B. R. & Wagner, L. K. (1982), 'A laplace transform pair model for spectral reconstruction', *Medical Physics* **9**(6), 844–847.

Archer, B. R. & Wagner, L. K. (1988), 'Determination of diagnostic x-ray spectra with characteristic radiation using attenuation analysis', *Medical Physics* **15**(4), 637–641.

Archer, B. R., Wagner, L. K., Johnston, D. A., Almond, P. R. & Bushong, S. C. (1985), 'Analysis of errors in spectral reconstruction with a laplace transform pair model', *Physics in Medicine and Biology* **30**(5), 411.

Attix, F. H. (1986), *Introduction to Radiological Physics and Radiation Dosimetry*, Wiley-VCH.

Bellman, R. (1984), *Laplace Transform, The (Series in Modern Applied Mathematics)*, Wspc.

Berger, M., Hubbell, J., Seltzer, S., Chang, J., Coursey, J., Sukumar, R., Zucker, D. & Olsen, K. (2010), 'Xcom: Photon cross section database (version 1.5)'.

Birch, R. & Marshall, M. (1979), 'Computation of bremsstrahlung x-ray spectra and comparison with spectra measured with a ge(li) detector', *Physics in Medicine and Biology* **24**, 505–517.

Boone, J. M., Yu, T. & Seibert, A. (1998), 'Mammography spectrum measurement using an x-ray diffraction device', *Physics in Medicine and Biology* **43**(9), 2569.

Bushberg, J. T., Seibert, J. A., Jr., E. M. L. & Boone, J. M. (2001), *The Essential Physics of Medical Imaging (2nd Edition)*, Lippincott Williams & Wilkins.

Campbell, J. L., McDonald, L., Hopman, T. & Papp, T. (2001), 'Simulations of si(li) x-ray detector response', *X-Ray Spectrometry* **30**(4), 230–241.

Castro, E. D., Pani, R., Pellegrini, R. & Bacci, C. (1984), 'The use of cadmium telluride detectors for the qualitative analysis of diagnostic x-ray spectra', *Physics in Medicine and Biology* **29**(9), 1117.

Dance, D. R. (1987), 'A method for the reconstruction of diagnostic x-ray spectra from measurements of attenuation', *Physics in Medicine and Biology* **32**(12), 1631.

Duckworth, J., Webber, R., Youmans, H. & Fewell, T. (1981), 'The effects of spectral distribution on x-ray image quality', *Oral Surgery Oral Medicine Oral Pathology Oral Radiology and Endodontics* **52**(3), 314–320.

Goto, S. (1993), 'Response functions of a si(li) detector for photon energies from 1 to 10 kev', *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A:*

Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment **333**, 452 – 457.

Horner, K. & Hirschmann, P. (1990), 'Dose reduction in dental radiography', *Journal of Dentistry* **18**(4), 171–184.

Johns, H. E. & Cunningham, J. R. (1983), *Physics of Radiology, Fourth Edition*, Charles C Thomas Pub Ltd.

Kim, H., Cho, G. & Kang, B.-S. (2009), 'Study on response function of cdte detector', *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* **610**(1), 302 – 306.

Knoll, G. F. (2000), *Radiation Detection and Measurement*, Wiley.

Miyajima, S. (2003), 'Thin cdte detector in diagnostic x-ray spectroscopy', *Medical Physics* **30**(5), 771–777.

Miyajima, S., Imagawa, K. & Matsumoto, M. (2002), 'Cdznte detector in diagnostic x-ray spectroscopy', *Medical Physics* **29**(7), 1421–1429.

Ng, K. P., Kwok, C. S., Ng, K. P. & Tang, F. H. (2000), 'Monte carlo simulation of x-ray spectra in mammography', *Physics in Medicine and Biology* **45**(5), 1309.

Okano, T., Wiebe, J. D., Webber, R. L. & Wagner, R. F. (1983), 'Effective exposure level and diagnostic performance in endodontic radiography', *Oral Surgery, Oral Medicine, Oral Pathology* **55**(5), 527 – 536.

on Scientific Affairs, A. D. A. C. (2006), 'The use of dental radiographs: Update and recommendations', *The Journal of the American Dental Association* **137**(9), 1304–1312.

Peaple, L. H. J. & Burt, A. K. (1969), 'The measurement of spectra from x-ray machines', *Physics in Medicine and Biology* **14**(1), 73.

Perez-Andujar, A. & Pibida, L. (2004), 'Performance of cdte, hpge and nai(tl) detectors for radioactivity measurements', *Applied Radiation and Isotopes* **60**(1), 41 – 47.

Podgorsak, E. B. (2005), *Radiation Physics for Medical Physicists (Biological and Medical Physics, Biomedical Engineering)*, Springer.

Poludniowski, G. G. (2007), 'Calculation of x-ray spectra emerging from an x-ray tube. part ii. x-ray production and filtration in x-ray targets.', *Medical Physics* **34**(6), 2175 – 2186.

Poludniowski, G. G. & Evans, P. M. (2007), 'Calculation of x-ray spectra emerging from an x-ray tube. part i. electron penetration characteristics in x-ray targets.', *Medical Physics* **34**(6), 2164 – 2174.

Poludniowski, G., Landry, G., DeBlois, F., Evans, P. M. & Verhaegen, F. (2009), 'Spekcalc : a program to calculate photon spectra from tungsten anode x-ray tubes', *Physics in Medicine and Biology* **54**(19), N433.

Price, C. (1986), 'The effects of beam quality and optical-density on image quality in dental radiography', *Oral Surgery Oral Medicine Oral Pathology Oral Radiology and Endodontics* **62**(5), 580–588.

Redus, R. H., Pantazis, J. A., Pantazis, T. J., Huber, A. C. & Cross, B. J. (2009), 'Characterization of cdte detectors for quantitative x-ray spectroscopy', *IEEE Transactions on nuclear science* **56**(4), 2524–2532.

Rubio, M. & Mainardi, R. T. (1984), 'Determination of x-ray spectra including characteristic line intensities from attenuation data', *Physics in Medicine and Biology* **29**(11), 1371.

Salvat, F., Fernandez-Varea, J. & Sempau, J. (2003), *PENELOPE: A code system for Monte Carlo simulation of electron and photon transport*, NEA-OECD.

Seelentag, W. W. & Panzer, W. (1979), 'Stripping of x-ray bremsstrahlung spectra up to 300 kv p on a desk type computer', *Physics in Medicine and Biology* **24**(4), 767.

Silberstein, L. (1932), 'Determination of the spectral composition of x-ray radiation from filtration data', *J. Opt. Soc. Am.* **22**(5), 265–278.

Sprawls, P. (1995), *Physical Principles of Medical Imaging*, Medical Physics Pub Corp.

Terini, R. A., Costa, P. R., Furquim, T. A. & Herdade, S. B. (1999), 'Measurements of discrete and continuous x-ray spectra with a photodiode at room temperature', *Applied Radiation and Isotopes* **50**(2), 343 – 354.

Tomal, A. (2010), Estudo Semianalítico da Qualidade de Imagem e Dose em Mamografia, PhD thesis, Faculdade de Filosofia Ciências e Letras, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto.

Tomal, A., Cunha, D., Antoniassi, M. & Poletti, M. (2012), 'Response functions of si(li), sdd and cdte detectors for mammographic x-ray spectroscopy', *Applied Radiation and Isotopes* **70**(7), 1355 – 1359. Proceedings of the 8th International Topical Meeting on Industrial Radiation and Radioisotope Measurement Applications (IRRMA-8).

Tucker, D. M., Barnes, G. T. & Wu, X. (1991), 'Molybdenum target x-ray spectra: A semiempirical model', *Medical Physics* **18**(3), 402–407.