**Problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes
em linhas paralelas: uma aplicação em uma indústria de
alimentos**

Rafael Soares Ribeiro

Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ciências
de Computação e Matemática Computacional (PPG-CCMC)

SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito:

Assinatura: _____

Rafael Soares Ribeiro

Problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes em linhas paralelas: uma aplicação em uma indústria de alimentos

Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional. *VERSÃO REVISADA*

Área de Concentração: Ciências de Computação e Matemática Computacional

Orientadora: Profa. Dra. Maristela Oliveira dos Santos

USP – São Carlos
Agosto de 2017

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Achille Bassi
e Seção Técnica de Informática, ICMC/USP,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

R634p

Ribeiro, Rafael Soares

Problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes em linhas paralelas: uma aplicação em uma indústria de alimentos / Rafael Soares Ribeiro; orientadora Maristela Oliveira dos Santos. - São Carlos - SP, 2017.

113 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Ciências de Computação e Matemática Computacional) - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, 2017.

1. Dimensionamento de lotes. 2. Sequenciamento. 3. Máquinas paralelas. 4. Percibibilidade. 5. ALNS. I. Santos, Maristela Oliveira dos, orient. II. Título.

Rafael Soares Ribeiro

**Lot sizing and scheduling problem in parallel lines: an
application in a food industry**

Master dissertation submitted to the Instituto de
Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-
USP, in partial fulfillment of the requirements for the
degree of the Master Program in Computer Science
and Computational Mathematics. *FINAL VERSION*

Concentration Area: Computer Science and
Computational Mathematics

Advisor: Profa. Dra. Maristela Oliveira dos Santos

USP – São Carlos
August 2017

Em lembrança de José e Cleide Soares

AGRADECIMENTOS

Primeiramente aos meus pais, sem o amor incondicional deles nenhum passo dessa jornada seria possível.

Aos meus irmãos que contribuem para os meus sonhos. À minha família sobretudo aos excelentíssimos senhores Julio Cesar e Rosa, depois dos meus pais as pessoas mais especiais da minha vida.

As docentes da banca de defesa pelas sugestões e conselhos para o aperfeiçoamento do texto de dissertação, da pesquisa de mestrado e de minha carreira profissional.

Agradeço a todos os docentes que contribuíram na minha formação, em especial a Profa. Dra. Maristela pela orientação e colossal dedicação durante todos esses anos.

A Universidade de São Paulo pelo apoio e suporte a esta pesquisa. Ao grupo de pesquisa operacional do ICMC-USP, a CAPES e a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) via CEPID No. 2013/07375-0 pelo apoio à esta pesquisa.

*“A tarefa não é tanto ver aquilo que ninguém viu,
mas pensar o que ninguém ainda pensou
sobre aquilo que todo mundo vê.” (Arthur Schopenhauer)*

RESUMO

RIBEIRO, R. S.. **Problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes em linhas paralelas: uma aplicação em uma indústria de alimentos**. 2017. 113 f. Dissertação (Mestrado em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC/USP), São Carlos – SP.

Nessa dissertação apresentamos um problema de programação da produção, motivado por uma indústria alimentícia caracterizada pela perecibilidade dos produtos, sequenciamento da produção dos lotes e pela necessidade de sincronização de recursos escassos para operação das linhas de produção. Em indústrias desse ramo, existem altos custos associados a estocagem dos produtos, a fim de evitar sua perda, de modo que é essencial a boa gestão dos processos industriais e do estoque. Modelos matemáticos de programação inteira mista foram desenvolvidos para tratar o problema, bem como o estudo da inclusão de diversas restrições da literatura para o tratamento da perecibilidade. Testes computacionais foram realizados para as validações dos modelos matemáticos, entretanto, devido à dificuldade de determinar soluções de boa qualidade pelo *solver* de otimização, foram propostos métodos heurísticos baseados na formulação matemática. Com o objetivo de mostrar o desempenho das heurísticas, comparamos as suas performances na resolução de instâncias da literatura e exemplares baseados no cenário produtivo da indústria com os resultados do *solver*.

Palavras-chave: Dimensionamento de lotes, Sequenciamento, Máquinas paralelas, Perecibilidade, ALNS.

ABSTRACT

RIBEIRO, R. S.. **Problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes em linhas paralelas: uma aplicação em uma indústria de alimentos**. 2017. 113 f. Dissertação (Mestrado em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC/USP), São Carlos – SP.

In this dissertation we present a lot sizing and scheduling problem motivated by a food industry characterized by the perishability of the products, sequencing the production of the lots and by the need of synchronization of scarce resources for the operation of the production lines. In this type of industry, there are high costs associated with stocking the products in order to avoid their loss, so that good management of industrial processes and inventory is essential. Mathematical models of mixed integer programming were developed to treat the problem, as well as the study of the inclusion of several restrictions of the literature for the treatment of perishability. Computational tests were performed for the validations of the mathematical models, however, due to the difficulty of determining solutions of good quality by the optimization solver, heuristic methods based on the mathematical formulation were proposed. In order to show the performance of the heuristics, we compare their performances in solving instances of the literature and exemplars based on the productive scenario of the industry with the results of solver.

Key-words: Lot sizing, Scheduling, Parallel Machines, Perishability, ALNS.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Histórico de trabalhos com produtos perecíveis	31
Figura 2 – Tipos de perecibilidade (Fonte Pahl e Vob (2014)).	34
Figura 3 – Representação do chão-de-fábrica	37
Figura 4 – Exemplos de sequências de produção nas linhas	39
Figura 5 – Destinos possíveis para a produção no micro-período 6. (Fonte. Bernades et al. (2010))	44
Figura 6 – Representação da equação de fluxo A	46
Figura 7 – Representação da equação de fluxo B	46
Figura 8 – Iteração da heurística <i>relax-and-fix</i>	58
Figura 9 – Iteração da heurística <i>fix-and-optimize</i> FOT	59
Figura 10 – Estratégia da heurística <i>simulated annealing</i> (Fonte. Tang (2004)).	61
Figura 11 – Probabilidade de aceitação (iteração/probabilidade)	61
Figura 12 – Algoritmo da heurística HSA	62
Figura 13 – Movimento da heurística <i>simulated annealing</i>	63
Figura 14 – Movimento da heurística <i>ALNS</i>	64
Figura 15 – Limitante inferior obtido pelo CPLEX na resolução dos modelos GLSP (instâncias/limitante)	70
Figura 16 – Função objetivo dos modelos CLSD e GLSP-A - grupo A (instância/custo)	72
Figura 17 – Melhores limitantes inferiores dos modelos matemáticos - grupo A $cut = 0,8$ (instâncias/limitantes)	73
Figura 18 – Melhores limitantes inferiores dos CLSD e GLSP+A - grupo A (instâncias/limitantes)	73
Figura 19 – Total de instâncias resolvidas na otimalidade	77
Figura 20 – Estoque médio dos problemas PMR e RL (instâncias/estoque(%))	78
Figura 21 – Quantidades de itens atrasados dos problemas PMR e RL (instâncias/atraso)	79
Figura 22 – Quantidades de trocas dos problemas PMR e RL (instâncias/trocas)	79
Figura 23 – Estoque médio dos problemas RL, P, PMR e MR (instâncias/estoque(%))	80
Figura 24 – Quantidades de itens atrasados dos problemas RL, P, PMR e MR (instâncias/atraso)	80
Figura 25 – Quantidades de trocas dos problemas RL, P, PMR e MR (instâncias/trocas)	80
Figura 26 – Estoque médio dos problemas RL, P, PMR e MR ((instâncias/estoque(%))	81
Figura 27 – Quantidades de itens atrasados dos problemas RL, P, PMR e MR (instâncias/atraso)	82

Figura 28 – Quantidades de trocas dos problemas RL, P, PMR e MR (instâncias/trocas) .	82
Figura 29 – GAP(%) dos modelos matemáticos - análise de sensibilidade (instâncias/GAP)	83
Figura 30 – GAP(%) dos modelos matemáticos - análise de sensibilidade II (instâncias/- GAP)	84
Figura 31 – GAP(%) do CLSD com múltiplas linhas (linhas/GAP)	84
Figura 32 – Porcentagem de redução do custo do ALNS - grupo B (instâncias/custo(%))	90
Figura 33 – Porcentagem de instâncias que o ALNS obteve melhor desempenho - grupo B (instâncias/soluções)	90
Figura 34 – Níveis de estoque - fábrica A (períodos/estoque)	93
Figura 35 – Níveis de capacidade - fábrica A (períodos/capacidade)	94
Figura 36 – Quantidade de trocas - fábrica A (períodos/trocas)	95
Figura 37 – Níveis de estoque - fábrica B (períodos/estoque)	96
Figura 38 – Níveis de capacidade - fábrica B (períodos/capacidade)	97
Figura 39 – Quantidade de trocas - fábrica B (períodos/trocas)	98

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resumo de artigos de sequenciamento de lotes: modelagem e métodos . . .	27
Tabela 2 – Linhas de produção	35
Tabela 3 – Resumo dos modelos matemáticos propostos	52
Tabela 4 – Probabilidades da escolha das linhas	60
Tabela 5 – Dados dos parâmetros	66
Tabela 6 – Grupo A de instâncias	67
Tabela 7 – Grupo B de instâncias	67
Tabela 8 – GAP(%) dos modelos GLSP (grupo A)	69
Tabela 9 – Comparação da qualidade das soluções do GLSP	70
Tabela 10 – GAP(%) dos modelos GLSP+A e CLSD (grupo A)	71
Tabela 11 – Tempo de execução dos modelos CLSD e GLSP-A (grupo A)	72
Tabela 12 – GAP(%) do CLSD com restrições de perecibilidade (grupo A)	74
Tabela 13 – Tempo de execução do CLSD com restrições de perecibilidade em segundos (grupo A)	75
Tabela 14 – Problemas de dimensionamento de lotes (teste 4)	76
Tabela 15 – GAP(%) médio dos 6 problemas (grupo A)	76
Tabela 16 – Tempo médio dos 6 problemas (grupo A)	77
Tabela 17 – Medidas dos problemas	83
Tabela 18 – GAP(%) das heurísticas (grupo A)	87
Tabela 19 – Tempo de execução das heurísticas em segundos (grupo A)	88
Tabela 20 – GAP (%) da ALNS Vs. CPLEX (grupo B)	88
Tabela 21 – GAP(%) do CPLEX (grupo B)	89
Tabela 22 – GAP(%) da ALNS (grupo B)	89
Tabela 23 – Linhas da fábrica A	91
Tabela 24 – Linhas da fábrica B	91
Tabela 25 – GAP(%) da ALNS Vs. CPLEX - Almada-Lobo et al. (2007)	99
Tabela 26 – GAP(%) da ALNS Vs. CPLEX - Mohammadi et al. (2010)	100

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	Objetivos e justificativa do trabalho	23
1.2	Organização da dissertação	23
2	REVISÃO DA LITERATURA	25
2.1	Problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes	25
2.2	Problemas de planejamento da produção com produtos perecíveis	29
3	PROBLEMA ABORDADO	33
3.1	Definição do problema	33
3.2	Modelagem matemática	40
3.2.1	<i>Modelo GLSP</i>	40
3.2.1.1	<i>Formulação agregada (GLSP)</i>	40
3.2.1.2	<i>Formulação por localização de facilidades (GLSP-LF)</i>	43
3.2.1.3	<i>Desigualdades válidas da literatura</i>	45
3.2.2	<i>Modelo CLSD</i>	46
3.2.3	<i>Modelando a perecibilidade</i>	49
3.2.3.1	<i>Limite do estoque</i>	49
3.2.3.2	<i>Deterioração dos produtos em estoque</i>	49
3.2.3.3	<i>Idade dos produtos em estoque</i>	50
3.2.4	<i>Resumo dos modelos</i>	52
4	ABORDAGENS DE SOLUÇÃO	57
4.1	MIP-heurísticas	57
4.1.1	<i>Relax-and-fix</i>	57
4.1.2	<i>Fix-and-Optimize</i>	58
4.2	Metaheurísticas	60
4.2.1	<i>Simulated Annealing</i>	60
4.2.2	<i>ALNS</i>	63
5	ESTUDO COMPUTACIONAL	65
5.1	Ambiente de teste	65
5.2	Geração de dados	65
5.3	Análise dos modelos matemáticos	68

5.3.1	Teste 1. GLSP e desigualdades válidas	69
5.3.2	Teste 2. GLSP vS. CLSD	70
5.3.3	Teste 3. Restrições de perecibilidade	74
5.3.4	Teste 4. Análise das soluções I	75
5.3.4.1	Capacidade das linhas	78
5.3.4.2	Perecibilidade do estoque	79
5.3.4.3	Recursos da fábrica	81
5.3.4.4	Análise de sensibilidade	82
5.4	Análise das heurísticas	85
5.4.1	Teste 5. Grupo A	86
5.4.2	Teste 6. Grupo B	87
5.4.3	Teste 7. Análise das soluções II	91
5.4.3.1	Fábrica A	92
5.4.3.2	Fábrica B	92
5.4.4	Teste 8. Instâncias da literatura	99
5.4.4.1	Problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes	99
5.4.4.2	Problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes em máquinas paralelas	99
6	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	101
6.1	Resumo do trabalho	101
6.2	Contribuições	102
6.3	Oportunidades de pesquisa	102
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	105
ANEXO A	MODELOS CLÁSSICOS	111
A.1	CLSD	111
A.2	CLSD com máquinas paralelas	112

INTRODUÇÃO

Nessa dissertação estudamos um problema de planejamento da produção conhecido na literatura como dimensionamento de lotes, onde se entende por lote a quantidade produzida de um produto em um determinado período. Os problemas de dimensionamento de lotes têm como desafio fornecer um plano de produção, que atenda a demanda dos produtos, respeitando os recursos disponíveis e minimizando os custos envolvidos ao longo de um horizonte de planejamento.

A abordagem de resolução do problema de planejamento da produção por meio da programação matemática foi inicialmente proposta por Wagner e Whitin (1958). Os autores apresentam um algoritmo de programação dinâmica para determinar a solução ótima do problema de dimensionamento de lotes com um único item e sem restrições de recursos (capacidade).

Muito tem se investigado sobre esse problema na literatura, em especial, diversos pesquisadores realizaram estudo de caso em indústrias ou estudam a integração com outros problemas de programação matemática como, por exemplo, a resolução conjunta do problema de dimensionamento de lotes com o problema de roteamento de veículos, isto é, além de determinar as quantidades de cada produto a serem produzidas em cada período, define-se também um conjunto de rotas dos veículos para a distribuição dos produtos, com o objetivo de minimizar os custos de transporte.

Nessa dissertação temos como motivação uma indústria de alimentos do interior do estado de São Paulo, que produz carnes embaladas. Cabe destacar que o Brasil é um país potência em produção de carnes bovinas, sendo o quarto maior produtor mundial, atrás apenas da China, União Européia e Estados Unidos, nesta ordem. Em relação ao panorama do país o estado de São Paulo representa cerca de 10% da produção nacional (CNPQ, 2016).

A empresa em consideração compra a carne em carcaças ou cortes de fornecedores externos, para seu processamento gerando os produtos, que podem ser destinados a restaurantes, supermercados, setores públicos e outros. Cada tipo de carne (matéria-prima) ou de itens

determinam uma família de produtos, que está associada a uma única linha de produção com diferentes etapas de industrialização.

Existem custos e tempos de preparação entre os produtos da mesma família que não podem ser desprezados, caracterizando um problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes. Esses tempos e custos estão associados com operações de trocas de ferramentas, limpeza e esterilização das máquinas. Por exemplo, hambúrguers e almôndegas pertencem a mesma família de produtos e a troca de preparação da linha entre esses itens requer cerca de 20 minutos.

Uma dificuldade encontrada na indústria considerada é que as linhas de produção compartilham recursos limitados, todas as linhas necessitam de um determinado conjunto de máquinas e um número mínimo de trabalhadores para as suas operações. Devido à fundamentação dos processos de industrialização um tipo de máquina pode atuar em diferentes linhas gerando conflitos, assim como o número de trabalhadores alocados nas linhas tem de respeitar o contingente de trabalho da empresa. Portanto as linhas devem ser ativadas de modo a satisfazer as restrições de disponibilidade de recursos na fábrica. Tais restrições serão discutidas detalhadamente no Capítulo 3 desta dissertação.

Devido à disponibilidade de recursos a política da empresa consiste em estocar para antecipar as demandas futuras em períodos que a linha de produção não estiver operando. Porém outra importante característica do problema é que os produtos são perecíveis, ou seja, eles possuem um prazo de validade (*shelf-life*) onde os mesmos podem ser comercializáveis sem prejuízo, isto determina que o gerente industrial tenha uma necessidade de maior controle do estoque. Cabe citar que os lotes perdidos devido à deterioração precisam ser descartados apropriadamente, isto é, seguindo exigências sanitárias existentes.

Outros exemplos de produtos perecíveis que utilizam a restrição de prazo de validade são: sangue humano destinado a transfusões, produtos farmacêuticos, filmes fotográficos, etc.

No desenvolvimento dessa dissertação, inicialmente foram propostos modelos matemáticos para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes baseados no ambiente de produção da indústria e nas formulações de Haase (1996) e Fleischmann e Meyr (1997). Foi feito um estudo de desigualdades válidas para o modelo matemático de Fleischmann e Meyr (1997) e restrições para o tratamento da perecibilidade existentes na literatura, a fim de determinar a combinação mais promissora para a resolução através do *solver* comercial de otimização. Durante a análise computacional verificou-se a necessidade de se desenvolver métodos para gerar soluções de boa qualidade em tempo aceitável. Para a resolução do problema industrial adotamos uma abordagem heurística onde foram implementadas heurísticas baseadas na formulação matemática (MIP-heurísticas) e duas metaheurísticas: *simulated annealing* (Kirkpatrick et al. (1983)) e *adaptive large neighborhood search* (Ropke e Pisinger (2006)). Uma série de experimentos foram realizados com o objetivo de compreender o comportamento do problema de produção da indústria e avaliação da performance dos métodos de solução.

1.1 Objetivos e justificativa do trabalho

O tema de estudo nesta dissertação foi motivado por uma indústria de alimentos. Na empresa considerada nesse estudo o planejamento da produção pertence ao nível operacional, isto é, as decisões são tomadas em um horizonte de planejamento de curto prazo e referem-se ao gerenciamento da produção, sequenciamento das tarefas, etc. No caso da indústria o planejamento da produção é realizado diariamente e leva cerca de 1 hora para o decisor determinar as linhas a serem ativadas e os produtos que devem ser produzidos. A escolha de quais produtos a serem produzidos é uma decisão difícil de ser tomada sem um *software* especializado, pois a empresa possui um *mix* de produção com cerca de 150 itens. Essas características proporcionam um interesse em automatização do processo de decisão por meio de um pacote comercial, que determine um plano ótimo de produção e controle os níveis de estoque.

De forma geral, essa pesquisa consiste no estudo e desenvolvimento de modelos matemáticos e métodos heurísticos para o problema de programação da produção com perecibilidade.

Objetivos Específicos

- Estudo de problemas de dimensionamento de lotes.
- Implementação dos modelos desenvolvidos utilizando o pacote de otimização CPLEX.
- Estudo e desenvolvimento de métodos heurísticos.
- Realização de testes computacionais com dados gerados a partir de exemplares baseados na indústria e da literatura para validação dos métodos de otimização.

1.2 Organização da dissertação

Essa dissertação é composta por 6 capítulos, sendo estruturados conforme a seguir.

No Capítulo 2 é feita uma revisão da literatura sobre problemas dimensionamento de lotes. No Capítulo 3 definimos o problema e são introduzidas as formulações matemáticas. No Capítulo 4 apresentamos os métodos heurísticos propostos para resolução do problema. No Capítulo 5 realizamos uma análise computacional do problema. Finalmente no Capítulo 6, temos as conclusões do estudo e as perspectivas futuras. Sobre o material complementar desta dissertação no apêndice apresentamos modelos matemáticos clássicos para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes.

REVISÃO DA LITERATURA

Nesse capítulo apresentamos uma revisão da literatura que aborda temas correlatos com este trabalho. Esse Capítulo é dividido em duas seções - a primeira trata problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes e problemas relacionados, enquanto a segunda aborda trabalhos sobre problemas de planejamento da produção com itens perecíveis.

2.1 Problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes

Os problemas de dimensionamento de lotes são importantes no planejamento e controle da produção e têm como desafio fornecer um plano de produção que atenda a demanda dos produtos durante um horizonte de planejamento, respeitando os recursos disponíveis e minimizando os custos envolvidos durante um horizonte de planejamento.

Eles podem ser divididos em monoestágio e multiestágio. O problema monoestágio se caracteriza principalmente por ter produtos sendo produzidos em um mesmo meio de produção, porém, a produção de um produto é independente de outro item. O problema multiestágio ocorre quando um produto final possui produtos predecessores, que também devem ser programados para produção.

Sobre a natureza dos dados, ela pode ser determinística ou estocástica. O modelo determinístico representa o problema com valores conhecidos a priori, por exemplo a demanda dos produtos pode estar pré-determinada por um contrato com os clientes. Enquanto a modelagem estocástica é aplicada aos problemas que possuem algum parâmetro ou propriedade que segue uma distribuição de probabilidade, por exemplo, a vida útil de um item pode ser definida como uma variável aleatória ou deve-se planejar a produção considerando períodos onde a demanda é desconhecida.

O horizonte de planejamento é o intervalo de tempo em que o plano de produção abrange as decisões de produção, estocagem e preparações. O horizonte de planejamento pode ser finito ou infinito. Em termos de terminologia do período, temos o modelo de tipo *big bucket*, onde pode-se produzir vários produtos no mesmo período, e temos o modelo do tipo *small bucket* onde o número de itens que podem ser fabricados em cada período é limitado.

Na literatura de problemas de planejamento da produção temos o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes, que se caracteriza por considerar decisões de sequenciamento dos itens ou tarefas, normalmente causando elevados custos ou tempos de preparação (operações de trocas no maquinário, limpeza das máquinas, etc). A má gerência desse problema pode causar atrasos no atendimento das demandas e consequentemente comprometer a reputação da empresa. Uma extensão desse estudo é o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes em máquinas paralelas. Nesse problema temos um conjunto de máquinas, que podem ou não produzir todos os itens. Os produtos são alocados nas máquinas formando uma sequência de produção dos lotes. Nesse tipo de problema podem se considerar custos de produção e de troca de preparação dependentes de cada máquina.

Algumas revisões do problema de dimensionamento de lotes podem ser encontradas em Drexel e Kimms (1997) e Jans e Degraeve (2007). Enquanto Amorim et al. (2013c) e Guimarães et al. (2014) realizam uma extensa análise computacional de modelos da literatura para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes.

Exemplos de modelos matemáticos baseados em programação matemática para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes são: DLSP - *Discrete Lot-sizing and Scheduling*, Fleischmann (1990); CLSP - *Continuous Set-up and Lot-sizing Problem* (Karmarkar e Schrage (1985)); PLSP - *Proportional Lot-sizing and Scheduling Problem* (Haase (1994)), e o CLSD (Haase (1996)). E finalmente Fleischmann e Meyr (1997) que propuseram o GLSP - *General Lot-sizing and Scheduling Problem*. Nesse trabalho nos formulamos modelos matemáticos baseados nas formulações do GLSP (Fleischmann e Meyr (1997)) e do CLSD (Haase (1996)).

Na literatura esse problema tem recebido atenção e sido amplamente investigado em diversas situações reais, como por exemplo na indústria têxtil (Silva e Magalhaes (2006)), embalagem (Marinelli et al. (2007)), fundições (Araujo et al. (2008)), recipientes de vidro (Almada-Lobo et al. (2008)), nutrição animal (Toso et al. (2009)), grãos electro fundidos (Luche et al. (2009)), peças automobilística (Lang e Schen (2012)), refrigerantes (Ferreira et al. (2012)) e celulose e papel (Santos e Almada-Lobo (2012)).

A seguir apresentamos alguns trabalhos levantados nesse estudo, primeiramente tratando de problemas com famílias de produtos. Concluimos essa seção com trabalhos relacionados com as condições de ativação das linhas e restrições de recursos.

Almada-Lobo et al. (2008) realizaram um estudo de caso de uma indústria de recipientes de vidro. Nesse tipo de indústria fornos distribuem vidro fundido (com apenas uma cor de cada

vez) para máquinas paralelas, que possuem características que restringem o conjunto de produtos que podem ser processados (família de produtos). As variáveis de decisão determinam o tempo que cada máquina opera um dado produto, sendo que sua produtividade, isto é, total de unidades produzidas, depende da eficiência da máquina. Os autores propõem um algoritmo VNS (*variable neighborhood search*), esse tipo de heurística busca a melhor solução em uma vizinhança do problema iterativamente sendo que as vizinhanças exploradas são consideradas distantes.

Toso et al. (2009) consideraram o estudo de caso de uma indústria de rações, que discrimina a produção por meio de famílias de produtos, que utilizam os mesmos recursos. O sequenciamento ocorre entre as famílias de produtos. Os autores aplicam dois modelos para o problema: o primeiro sem custos de trocas na função objetivo (para temporadas de baixa demanda) e o segundo com custos (para temporadas de alta demanda). Uma característica da indústria tratada é que determinados produtos podem ter uma função de limpeza se um lote suficientemente grande é produzido. Assim, os tempos de preparação dependentes da sequência nem sempre obedecem à desigualdade triangular. Os autores testaram 3 variações da heurística *relax-and-fix* considerando dois particionamentos, por produtos e por períodos.

Em Araujo e Clark (2013) uma família de produtos são fabricados por meio de uma matéria-prima. Esse problema aparece, por exemplo, em fundições de pequeno porte, onde dado um único forno deve-se programar a sequência das ligas para a manufatura de uma família de produtos ou peças (Araujo et al. (2008)). Araujo e Clark (2013) testaram 3 metaheurísticas - a primeira uma variação da heurística *relax-and-fix* denominada *Descent Heuristic*, que utiliza uma busca local na resolução dos subproblemas inteiros da *relax-and-fix*. A segunda heurística denominada de *Diminishing Neighbourhood* explora vizinhanças, cujo tamanho diminui conforme aumenta-se o número de iterações. A terceira trata-se da metaheurística *simulated annealing*, um método de busca, que em cada iteração perturba a solução incumbente sendo que a aceitação de soluções de menor qualidade depende de uma probabilidade.

Na Tabela 1 apresentamos um resumo de trabalhos da literatura focados em aplicações industriais de problemas com custos e tempos dependentes da sequência de produção, a modelagem adotada e o método de resolução proposto.

Tabela 1 – Resumo de artigos de sequenciamento de lotes: modelagem e métodos

Artigo	Aplicação	Modelo	Método
Araujo et al. (2008)	Fundição	GLSP	<i>simulated annealing</i>
Toso et al. (2009)	Rações	GLSP	MIP-heurísticas
Ferreira et al. (2009)	Refrigerantes	GLSP	MIP-heurísticas
Ferreira et al. (2012)	Refrigerantes	GLSP	MIP-heurísticas
Santos e Almada-Lobo (2012)	Papel e celulose	GLSP	MIP-heurísticas
Araujo e Clark (2013)	Materiais	GLSP	<i>simulated annealing</i>
Baldo et al. (2014)	Bebidas	GLSP	MIP-heurísticas
Almada-Lobo et al (2008)	Receptentes de vidro	CLSD	VNS
Lang e Schen (2012)	Automobilística	CLSD	MIP-heurísticas

Pela Tabela 1 pode-se notar que a modelagem de problemas aplicados por meio do GLSP tem sido frequentemente adotada na literatura. Almada-Lobo et al. (2015) fizeram uma revisão sobre problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes comparando as formulações do GLSP e CLSD sobre diferentes problemas de planejamento da produção. Segundo os autores a dificuldade do modelo escolhido depende das restrições específicas do problema.

Em relação aos métodos de solução nota-se que a estratégia de utilizar heurísticas baseadas na formulação matemática do problema (MIP-heurísticas) têm sido frequentemente utilizada.

Agora para finalizar relatamos trabalhos que envolvem restrições de recursos, que se assemelham à sincronização de recursos do problema industrial estudado nessa dissertação - disponibilidade de trabalhadores e máquinas. As restrições de recursos consideradas nesse trabalho foram introduzidas no Capítulo anterior, sendo que no próximo Capítulo iremos discutí-las detalhadamente.

Almada-Lobo et al. (2010) consideraram o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes aplicado a uma indústria de recipientes de vidro. Esse estudo impõe custos relacionados com a ativação dos fornos e decisões de alocação dos produtos nas linhas de produção. Eles propuseram uma heurística baseada na relaxação Lagrangeana do problema.

Kopanos et al. (2011) consideram um cenário industrial onde deve-se programar o sequenciamento entre famílias de produtos com características semelhantes. Os autores consideram que as famílias podem ser alocadas em diferentes centros de produção (ou unidades de processamento) que trabalham em paralelo, desde que o centro tenha recursos, por exemplo, máquinas para a operação dos produtos. Esta alocação implica em custos de produção, que normalmente são desconsiderados nos problemas de dimensionamento de lotes. Por fim, os autores apresentaram um estudo de caso de uma indústria com 8 unidades de processamento e 162 produtos agrupados em 22 famílias.

Almeder e Almada-Lobo (2011) desenvolvem formulações do GLSP e CLSP para tratar o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com sincronização de recursos - existem máquinas paralelas que devem estar equipadas com ferramentas ou um recurso especial para a produção. As decisões de sequenciamento ocorrem entre as trocas de ferramentas nas máquinas. Por meio de uma análise computacional os autores concluíram que o modelo GLSP têm um desempenho superior que o CLSP em um conjunto de 480 instâncias resolvidas pelo CPLEX 11.1.

Camargo et al. (2012) propõem 3 modelos para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes - o primeiro problema é monoestágio com uma única máquina, o segundo possui máquinas paralelas e o terceiro fornece uma estrutura multiestágio. No problema considerado existem famílias de produtos, que só podem ser produzidos se um recurso comum está alocado a ela. No caso a premissa do problema é que a linha de produção pode fabricar itens

de apenas uma família de produtos por período.

2.2 Problemas de planejamento da produção com produtos perecíveis

Segundo as revisões de Amorim et al. (2013b) e Pahl e Vob (2014) existem poucos trabalhos de dimensionamento de lotes com perecibilidade na literatura.

Nessa seção apresentamos artigos que tratam de problemas de planejamento da produção, formulados com base na programação inteira mista determinística. O trabalho pioneiro sobre produtos perecíveis foi desenvolvido por Ghare e Schrader (1963), que apresentaram um modelo matemático de equações diferenciais ordinárias para tratar o decaimento do estoque definido pela expressão (2.1), onde θ representa a taxa de decaimento da quantidade em estoque ($I(t)$) e $d(t)$ é a demanda do produto no período t .

$$I(t)' = -\theta I(t) - d(t) \quad (2.1)$$

Conforme mostra a revisão de Raafat (1991) a fase inicial do estudo do problema de planejamento da produção com perecibilidade teve como foco modelos matemáticos de equações diferenciais.

A respeito das aplicações de pesquisa operacional temos os trabalhos de Entrup et al. (2005), Kopanos et al. (2010), Amorim et al. (2011) e Sel et al. (2015) realizaram estudo de caso de indústrias de iogurtes.

Entrup et al. (2005) consideram que os produtos só podem ser utilizados para suprir a demanda se satisfazerem duas condições: o prazo de validade e o tempo de quarentena. O prazo de validade corresponde aos dias que o produto permanece em estoque sem exceder o limite estabelecido pelo cliente. A quarentena trata-se de uma etapa de retenção do produto após sua embalagem e antes da expedição, com a finalidade de alcançar a estabilidade do coágulo do iogurte.

Kopanos et al. (2010) consideram produtos que são produzidos em unidades de processamento desde que estas tenham recursos para a produção. Existem decisões de sequenciamento nas unidades de produção devido as operações de limpeza e esterilização.

Amorim et al. (2011) se baseiam na produção de iogurtes para formular um problema multiobjectivo (minimizar os custos de preparação e produção e maximizar o lucro). O ambiente de produção possui linhas paralelas que devem ser configuradas para a produção de famílias de produtos. Existem diferentes tempos de preparação entre as famílias de produtos e a questão da perecibilidade é considerada na função objetivo: quanto mais tempo o produto permanece em estoque, menos renda ele retorna. Os autores consideram um segundo modelo considerando que

sempre deve existir uma quantidade mínima de produtos em estoque. Como método de solução os autores utilizam um algoritmo genético.

Pahl et al. (2011) formulam dois modelos para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes (GLSP e CLSD) com produtos perecíveis. Os autores assumem a possibilidade de deterioração do estoque, ou seja, permite-se a perda dos itens. Segundo os autores a perecibilidade é uma restrição difícil para o GLSP dificultando a resolução do modelo.

Costa et al. (2014) estudam o problema de rotação de culturas. Nesse problema deve se decidir os planos de rotação de culturas para implementar em diferentes regiões, de modo a atender as demandas e maximizar o retorno, sendo que os tamanhos das regiões também são variáveis de decisão limitadas pela área disponível para plantagem. Para a modelagem da perecibilidade eles formulam as condições usando a idéia de restrições de *hops* (Gouveia (1999)) para controlar o fluxo da quantidade de estoque entre períodos e aplicam uma abordagem de geração de colunas para a resolução do problema.

Restrições *Hops* são usadas para limitar o número de ligações entre dois pontos em uma rede. Na teoria acrescenta-se um novo índice à variável de decisão, que traz alguma informação especial sobre o problema. Por exemplo, um famoso problema de otimização combinatória é o caixeiro viajante (Laporte (1992)) - dado um conjunto de nós e arcos, um caixeiro deve partir do nó i e retornar a sua origem passando por todos os nós somente uma vez e minimizando a distância dos arcos percorridos. Seja a variável binária x_{ij} , que assume valor positivo somente se o caixeiro caminha pelo arco (i, j) . Essa formulação resulta em um número exponencial de restrições, uma alternativa seria adotar a variável x_{ijt} onde o índice t indica a posição do arco (i, j) na sequência crescente de arcos atravessados pelo caixeiro. Essa formulação reduz o número de restrições do problema para um conjunto polinomial. Seguindo esse exemplo, de *time-indexed* ou (*hop-indexed*) podemos mensurar a idade que um produto está em estoque, onde por idade entende-se como o número de períodos que o produto permaneceu em estoque desde sua fabricação.

Sel et al. (2015) consideram o problema de planejamento da produção de iorgutes, considerando as operações de empacotamento e incubação. As restrições de prazo de validade estão embutidas na função objetivo como no trabalho de Amorim et al. (2011), onde os clientes solicitam o tempo máximo de estoque.

Tempelmeier e Copil (2016) consideram o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes em máquinas paralelas aplicado a uma companhia de alimentos. Os autores consideram que existem alguns produtos que podem ser produzidos em qualquer máquina, outros estão exclusivamente associados a uma única máquina. Outra importante premissa é de que as preparações nas linhas consomem um recurso comum, por exemplo um trabalhador pode fazer apenas uma preparação de cada vez. Eles formulam o problema pela modelagem do CLSP sendo a perecibilidade tratada conforme Entrup et al. (2005).

Boonmee e Sethanan (2016) apresentam um estudo de caso de uma indústria de aves, que requer decisões de encomenda, alocação dos rebanhos, estocagem e transporte. No caso os itens perecíveis correspondem as aves, que tem seus benefícios determinados por uma faixa de idade. A mensuração da idade dos animais segue a formulação do trabalho de Costa et al. (2014).

Na Figura 1 apresentamos um histórico do estudo de problemas de planejamento com produtos perecíveis, sendo que os filhos de cada nó representam os trabalhos, que adotaram restrições ou idéias para a modelagem da perecibilidade do nó pai. Após o trabalho de Ghare e Schrader (1963), quatro trabalhos apresentaram modelos baseados em programação matemática com diferentes restrições de perecibilidade. Esses artigos foram utilizados para o desenvolvimento dos modelos dessa dissertação, com exceção do trabalho de Amorim et al. (2011), pois nele modifica-se a estrutura do problema ao alterar a função objetivo. Entretanto uma das formulações propostas nessa dissertação define a produção dos lotes, por meio de uma variável de transporte conforme o trabalho de Amorim et al. (2011).

Figura 1 – Histórico de trabalhos com produtos perecíveis

PROBLEMA ABORDADO

Esse Capítulo está dividido em duas seções - na primeira definimos o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes tratado nessa dissertação, enquanto na segunda seção apresentamos os modelos matemáticos propostos.

3.1 Definição do problema

Nos problemas de dimensionamento de lotes devemos determinar um plano de produção que defina as quantidades que devem ser produzidas de cada produto, em cada período de um horizonte de planejamento finito, de modo atender à demanda dos clientes, respeitando os recursos disponíveis e minimizando os custos envolvidos.

O problema de planejamento considerado nessa dissertação teve como motivação o caso de uma indústria alimentícia do interior do estado de São Paulo, que produz carnes embaladas - produtos destinados a restaurantes, churrascarias, cozinhas industriais, hipermercados, açougues, lojas de conveniência e outros.

Os produtos fabricados pela indústria são perecíveis. Segundo a revisão sobre problemas de planejamento da produção e distribuição de produtos perecíveis de Amorim et al. (2013b), um produto é denominado perecível se, durante o período de programação considerado, pelo menos, uma das seguintes condições ocorre: (1) o seu estado físico agrava sensivelmente (por exemplo, vegetais), e / ou (2) seu valor diminui na percepção de um cliente (por exemplo, flores), e / ou (3) existe um perigo de uma futura funcionalidade reduzida na opinião de alguma autoridade (por exemplo, jornais).

Os produtos fabricados pela indústria podem se enquadrar nas condições descritas por Amorim et al. (2013b).

No primeiro item temos a deterioração dos alimentos ao longo do tempo, pois eles estão sujeita a fatores biológicos, tornando necessário um ambiente devidamente refrigerado para a

conservação dos itens. Outras medidas podem ser tomadas para a conservação do produto, como por exemplo, melhoria dos processos logísticos e de empacotamento, pois segundo dados de pesquisa da CarneTec, 13% dos descartes de alimentos nos varejos da América Latina estão relacionados com embalagens defeituosas.

No segundo item podemos assumir que quando o produto estiver com o prazo de validade próximo de ser vencido, o seu valor de retorno ou preço de compra diminui afim de atrair compradores.

Por fim no item 3 a carne não é própria para o consumo humano após atingir o prazo de validade, causando problemas relacionados com o descarte do produto.

Pahl e Vob (2014) apresentam uma revisão de problemas de gerenciamento da produção com deterioração. Dentre as formas de classificar a perecibilidade dos produtos eles consideram a variação do custo de venda ao longo de tempo. Na Figura 2 temos três gráficos que representam diferentes formas de variação do valor do produto, onde o *eixo-x* e *eixo-y* representam o tempo e o preço de venda do item, respectivamente. No gráfico (a) o valor do item é constante até atingir um determinado tempo de vida útil e perde totalmente seu valor de mercado, por exemplo, esse tipo de situação ocorre na venda de jornais, cujo prazo de validade corresponde à duração de um dia de trabalho. O gráfico (b) ilustra uma política de venda bastante comum em supermercados, diminuem-se gradualmente os preços dos produtos que estão prestes a atingir um nível crítico de qualidade. Por fim, no gráfico (c) temos que o custo de venda pode ser associado por meio de função contínua, esse caso aparece, por exemplo, na venda de frutas e vegetais.

Figura 2 – Tipos de perecibilidade (Fonte Pahl e Vob (2014)).

Em indústrias que fabricam itens perecíveis, normalmente existe um alto custo associado ao armazenamento dos produtos, que devem ser mantidos em um ambiente devidamente refrigerado e respeitar as condições sanitárias exigidas. Na indústria considerada nesse estudo existem salões destinados à estocagem com diferentes temperaturas para manter os produtos resfriados ou congelados.

Assumimos que a perecibilidade dos produtos pode ser estabelecida por prazos de validade (*shelf-life*), ou seja, cada produto possui um número máximo de períodos para permanência em estoque após sua produção. Após o produto ultrapassar esse limite ele perde o seu valor de mercado. Essa política é utilizada na prática pela gerência da indústria.

Na indústria considerada, o *mix* de produção é formado por famílias de produtos associadas biunivocamente às linhas de produção. Na literatura de problemas de dimensionamento de lotes, uma família de produtos pode ser definida como um grupo de produtos que possuem características em comum, tais como tempos de preparação similares, fabricados a partir da mesma matéria-prima, utilizam o mesmo conjunto de ferramentas, etc.

Neste trabalho as famílias de produtos são determinadas pelos tipos de produtos e pela carne do animal. Note que, por essa definição, as famílias de produtos formam conjuntos disjuntos. Logo esse problema se difere do problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes em máquinas paralelas clássico, pois não existe decisões de alocação dos produtos nas linhas, as linhas já estão pré-determinadas.

Na Tabela 2 temos uma exemplificação das linhas da indústria (ou famílias de produtos). Por exemplo a linha *Premium* é formada por 3 produtos - picanha, bife de chorizo e de ancho.

Tabela 2 – Linhas de produção

	Linha	Número de itens
1	Temperados bovinos	10
2	Temperados suínos	4
3	Linguiças	7
4	Curados/Defumados	5
5	Linha <i>Premium</i>	3
6	Supergelados	9

Em resumo, na fábrica cada linha de produção está pré-determinada a manusear um conjunto de alimentos ou itens (família de produtos). A matéria-prima (carne) atravessa a linha de produção, passando por diferentes etapas de industrialização (corte, tenderização, embutimento, resfriamento, etc) gerando diferentes produtos, que são transferidos para um mesmo setor de empacotamento, que atende a todas as linhas de produção. Após a embalagem do produto ele pode ser enviado para estocagem ou expedição.

Além disso, entre os produtos da mesma família existem diferentes custos e tempos de preparação das máquinas entre os itens, isto é, a sequência de produção influencia a capacidade da linha e o custo do plano de produção. Em cada linha de produção o sequenciamento está relacionado com a trocas de ferramentas e limpeza das máquinas para adição de novos ingredientes, por exemplo, um tipo especial de tempero para confecção do produto final. Na empresa após o término do turno de trabalho, existe funcionários destinados a limpeza das linhas. Nesse momento pode ser feito a montagem de qualquer linha para a produção no dia seguinte, desse

modo, tempos de preparação das linhas podem requerer até 1 hora de trabalho, mas não são contabilizados na capacidade disponível para a produção. Por outro lado, a troca de produtos na linha de produção requerem tempos de preparação que não podem ser desprezados.

Uma característica desta indústria é que difere dos problemas de dimensionamento de lotes existentes na literatura é que as linhas compartilham recursos limitados. Para a ativação da linha de produção, em cada período, são necessários um conjunto de máquinas e um número mínimo de trabalhadores para manuseio das carnes e operação das máquinas. A utilização desses recursos nas linhas está sujeita às quantidades das máquinas e de trabalhadores disponíveis na fábrica. Logo, acrescenta-se uma nova decisão ao problema de planejamento da produção: deve-se determinar quais linhas devem ser abertas em cada período do horizonte de planejamento, de modo a respeitar os recursos disponíveis (máquinas e trabalhadores).

O desafio deste problema é determinar um plano de produção que minimize os custos, atenda as demandas e respeite os recursos disponíveis, sendo que em cada período do horizonte de planejamento as seguintes decisões devem ser tomadas:

1. Quais linhas devem ser abertas?
2. Quais produtos devem ser produzidos ?
3. Qual a melhor sequência de produção que deve ser adotada em cada linha?

No caso da indústria, as decisões de planejamento 1 e 2 são feitas simultaneamente pelo gerente de produção industrial. Após a seleção das linhas que irão operar durante o expediente do dia, define-se uma sequência de produção para os lotes em cada linha. Enquanto por meio da otimização matemática podemos integrar a tomada das três decisões, a fim de gerar um plano de produção que garanta o atendimento das demandas, gerenciamento dos recursos e a minimização dos custos.

Na Figura 3 apresentamos uma exemplificação do problema com 25 produtos divididos em 4 famílias associadas a 4 linhas de produção, com suas respectivas demandas de trabalhadores e máquinas para operação (Por exemplo, a linha 1 possui uma família de 5 produtos e requer a máquina M1 e 6 trabalhadores para sua operação) e os recursos disponíveis na fábrica. Neste exemplo suponham que existe somente uma unidade de cada máquina na fábrica e existe um contingente de 15 trabalhadores.

No exemplo representado na Figura 2, observe que pelas restrições de compatibilidade entre as linhas e máquinas a abertura da linha 3 impossibilita a montagem das demais linhas. De fato, quando a linha 3 está em funcionamento, ela utiliza a máquina M2 o que impede a abertura das linhas 2 e 4, e também impede a operação da linha 1, pelo uso da máquina M1. Agora pelas restrições de compatibilidade entre as linhas e trabalhadores as linhas 1 e 4 não podem operar simultaneamente num mesmo período, pois as linhas juntas requerem 16 trabalhadores, o

Figura 3 – Representação do chão-de-fábrica

que excede o limite de 15 trabalhadores. É fácil notar que existem combinações de linhas que infringem as duas restrições de recursos, por exemplo a abertura das linhas 3 e 4 violam tanto o número de máquinas, quanto o número de trabalhadores da fábrica (ambas fazem uso da máquina M1 e requerem juntas 17 trabalhadores).

Para modelar o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes assumimos as seguintes premissas:

1. Problema determinístico com horizonte de planeamento finito.
2. Não existe estoque no início do horizonte.
3. Os produtos são perecíveis com diferentes prazos de validade.
4. Cada linha pode produzir apenas um produto de cada vez.
5. Existe conservação da preparação da produção nas linhas entre os períodos.
6. Custos e tempos de preparação das máquinas nas linhas dependem da sequência de produção adotada.
7. A preparação das máquinas deve ser finalizada em um único período.
8. Cada produto pode ser preparado apenas uma vez em cada período.
9. As linhas possuem uma série de máquinas e um número de trabalhadores para sua operação.
10. A produtividade da linha não depende do aumento de trabalhadores.

11. As linhas não podem ser desativadas durante o período em que foram abertas.
12. Cada linha pode utilizar apenas uma máquina de cada tipo.
13. O número de trabalhadores da fábrica é constante durante todo o horizonte de planejamento.
14. Cada linha está associada a somente uma família de produtos.
15. Cada produto está associado a somente uma família de produtos.
16. É permitido o atraso no atendimento das demandas mediante a uma penalização na função objetivo.
17. No início de cada período de planejamento todos os recursos estão disponíveis para a operação das linhas abertas.

A premissa 10 representa o seguinte caso: as linhas abertas em um período podem requerer menos funcionários que o total de trabalhadores da fábrica. Nessa situação cabe ao gerente de produção a tarefa de alocar os trabalhadores restantes nas linhas que já estão abertas ou em outros setores da fábrica, como por exemplo, no empacotamento, o que pode influenciar na redução dos tempos de produção e preparação, porém esse efeito é difícil de ser mensurado. Em geral, a produção é limitada pelo rendimento das máquinas, que depende apenas da quantidade mínima de trabalhadores para sua operação, logo podemos assumir que o excesso de trabalhadores não melhora a produtividade das linhas.

A premissa 11 representa uma estratégia de produção que ocorre na prática. Em termos de um plano de produção poderíamos considerar que uma linha aberta pode ser fechada, após atingir uma certa produtividade, para ativação de uma outra linha que compartilha algum recurso conflitante. Porém, estamos considerando um cenário com alta variedade de produtos, assim, na prática, quando uma linha é aberta normalmente não sobra capacidade ou tempo ocioso na linha. De fato os experimentos computacionais mostram que devido as condições limitadas de recursos tende-se a produzir até o limite das capacidades de cada linha para abastecer o estoque da fábrica.

Além disso, na indústria considerada, o fechamento da linha e a abertura de uma nova durante o expediente demanda um elevado tempo de preparação (limpeza, troca de maquinário, etc), portanto uma alteração desse porte no plano de produção ocorre somente em situações especiais.

A premissa 12 representa o seguinte caso: suponha-se que a linha utiliza a máquina M1 e a fábrica possui mais de uma unidade desse tipo de máquina. Uma questão a ser explorada seria se a alocação de várias máquinas do tipo M1 na linha podem acelerar a produção e consequentemente usufruir melhor os recursos da fábrica. Com base em observações do sistema

de produção da indústria consideramos que a matéria-prima atravessa um caminho contínuo de etapas de industrialização (ou máquinas) para gerar os produtos finais, desse modo o excesso de produtividade em uma das etapas de produção, que possuiria mais de uma máquina, resultaria em um tempo de espera para o processamento dos produtos nas etapas posteriores da linha.

Um exemplo deste cenário ocorre na indústria química onde vários *jobs* ou produtos atravessam uma rota formada por reatores. Quando encerrado o trabalho em um determinado reator, o item deve ser estocado em um tanque ou ir para o próximo reator se este estiver disponível, determinando um sistema de filas que têm que lidar com gargalos gerados quando ocorre alta produtividade (Norman (1999)).

Outra questão é se a alocação das máquinas na linha depende do tipo de produto a ser produzido. Se for aceita essa hipótese, a linha pode ser ativada mesmo sem ter todas as máquinas. Assim assumimos que todas as máquinas são essenciais para as atividades de produção na linha. No caso da fábrica temos que os produtos são fabricados a partir de modificações nas máquinas, como por exemplo, trocas de ferramentas ou ingredientes.

A premissa 16 é um artifício para lidar com a questão de abertura e fechamento das linhas. Por exemplo, note que no início do horizonte de planejamento nem todas as linhas de produção são abertas no primeiro período, o que pode causar atrasos no atendimento das demandas das famílias de produtos que não tiveram suas linhas operando.

Na Figura 4 exemplificamos um plano de produção considerando 3 linhas e um horizonte de planejamento de 3 períodos. Observe que cada linha produz uma única família de produtos e não existe um produto que pertence a duas famílias distintas (premissas 14 e 15); Veja que existe conservação de preparação nas linhas entre períodos, por exemplo, a linha 1 se encontra preparada para a produção do item P3 no final do primeiro período e no começo do segundo período (Premissa 5) e a conservação de preparação da linha é válida mesmo se ela for desativada durante o horizonte de planejamento, como visto pela gestão da linha 2; E a produção de P12 no início do terceiro período não requer tempos de preparação (Premissa 17).

Figura 4 – Exemplos de sequências de produção nas linhas

3.2 Modelagem matemática

Nas próximas seções apresentamos formulações para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes. Os modelos não apresentam restrições de perecibilidade, que só serão discutidas na Seção 3.2.3 deste Capítulo.

3.2.1 Modelo GLSP

A modelagem foi uma adaptação do modelo GLSP - *General lot sizing problem* (Fleischmann e Meyr (1997)). Na formulação do GLSP cada período do horizonte de planejamento é discretizado em micro-períodos sem sobreposição, cuja duração é implicitamente uma variável de decisão, definida pela utilização da capacidade da linha.

3.2.1.1 Formulação agregada (GLSP)

Notação

Índices e conjuntos

$j \in J$ – Conjunto de produtos.

$t \in T$ – Conjunto de períodos do horizonte de planejamento.

$l \in L$ – Conjunto de linhas na fábrica.

$k \in U$ – Conjunto de máquinas.

$s \in S_{lt} = \{ini_{lt}, \dots, fim_{lt}\}$ – Conjunto de micro-períodos associados ao período t e a linha l , iniciado em ini_{lt} e terminando em fim_{lt} .

P_l – Conjunto de produtos que são produzidos exclusivamente na linha l (família de produtos).

Parâmetros

h_j – Custo unitário de estocagem do produto j .

b_j – Custo unitário de atraso do produto j .

cs_{ij} – Custo de preparação da linha para produção do produto j após o produto i .

d_{jt} – Demanda do produto j no período t .

I_{j0} – Estoque inicial do produto j .

a_j – Tempo unitário de produção do produto j .

K_l – Capacidade da linha l .

ts_{ij} – Tempo de preparação do produto j após o produto i .

M – Um número grande.

$pmin_j$ – Lote mínimo para a produção do produto j em um micro-período.

n_l – Número mínimo de funcionários para ativação da linha l .

rh – Número total de funcionários.

m_{kl} – Quantidade de máquinas do tipo k necessária para a produção na linha l .

N_k – Quantidade de máquinas do tipo k na indústria.

θ_j – Número máximo de períodos que o produto j pode permanecer em estoque após sua fabricação.

Variáveis de decisão

x_{js} – Quantidade produzida do produto j no micro-período s .

I_{jt} – Quantidade de itens do produto j em estoque no final do período t .

I_{jt}^- – Quantidade de itens do produto j em atraso no final do período t .

y_{ijs} – Variável real, que assume valor 1 quando é feita a preparação do produto j após o produto i no início do micro-período s , 0 caso contrário.

z_{js} – Variável binária que assume valor 1 se o produto j pode ser produzido no micro-período s , 0 caso contrário.

δ_{lt} – Variável binária, que assume valor 1 quando a linha l é aberta no período t , 0 caso contrário.

Formulação matemática

$$\text{Min} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} h_j I_{jt} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} b_j I_{jt}^- + \sum_{l \in L} \sum_{i \in P_l} \sum_{j \in P_l} \sum_{t \in T} \sum_{s \in S_{lt}} cs_{ij} y_{ijs} \quad (3.1)$$

Sujeito a

$$I_{jt} - I_{jt}^- = I_{j,t-1} - I_{j,t-1}^- + \sum_{s \in S_{lt}} x_{js} - d_{jt} \quad l \in L, j \in P_l, t \in T \quad (3.2)$$

$$\sum_{j \in P_l} \sum_{s \in S_{lt}} a_j x_{js} + \sum_{i \in P_l} \sum_{j \in P_l} \sum_{s \in S_{lt}} ts_{ij} y_{ijs} \leq K_{lt} \delta_{lt} \quad l \in L, t \in T \quad (3.3)$$

$$x_{js} \leq M z_{js} \quad l \in L, j \in P_l, t \in T, s \in S_{lt} \quad (3.4)$$

$$x_{js} \geq pmin_j (z_{js} - z_{j,s-1}) \quad l \in L, j \in P_l, t \in T, s \in S_{lt} \quad (3.5)$$

$$\sum_{j \in P_l} z_{js} = 1 \quad l \in L, t \in T, s \in S_{lt} \quad (3.6)$$

$$\sum_{l \in L} n_l \delta_{lt} \leq rh \quad t \in T \quad (3.7)$$

$$\sum_{l \in L} m_{kl} \delta_{lt} \leq N_k \quad k \in U, t \in T \quad (3.8)$$

$$y_{ijs} \geq z_{i,s-1} + z_{js} - 1 \quad l \in L, i, j \in P_l, t \in T, s \in S_{lt} \quad (3.9)$$

$$x_{js} \geq 0 \quad l \in L, j \in P_l, t \in T, s \in S_{lt} \quad (3.10)$$

$$I_{jt}, I_{jt}^- \geq 0 \quad j \in J, t \in T \quad (3.11)$$

$$0 \leq y_{ijs} \leq 1 \quad l \in L, i, j \in P_l, t \in T, s \in S_{lt} \quad (3.12)$$

$$\delta_{lt} \in \{1, 0\} \quad l \in L, t \in T \quad (3.13)$$

$$z_{js} \in \{1, 0\} \quad l \in L, j \in P_l, t \in T, s \in S_{lt} \quad (3.14)$$

A função objetivo que devemos minimizar é dada por (3.1) e representa os custos de estocagem dos produtos, atraso no atendimento das demandas e trocas de preparações na linha.

As restrições (3.2) representam o balanceamento do estoque. As restrições (3.3) impõem o limite de capacidade das linhas para os tempos de produção e de trocas de preparações. Por esse conjunto de restrições associamos a condição de abertura das linhas, isto é, para ocorrer produção na linha, a variável binária δ_{lt} deve assumir valor positivo.

As restrições (3.4) forçam a variável binária z assumir valor positivo para a produção de um determinado produto. O grupo de restrições (3.5) é uma restrição do GLSP com a finalidade de evitar subciclos na sequência de produção em um mesmo período ou custos e tempos de preparação que não respeitam a desigualdade triangular.

As restrições (3.6) indicam que apenas um produto pode ser produzido em cada micro-período. Observamos que poderíamos definir essa restrição como $\sum_{j \in P_l} z_{js} = \delta_{lt}$, relacionando o estado da linha com a preparação do item, porém essa formulação não respeitaria a conservação de preparação das linhas entre períodos, quando a linha é desativada, característica que é válida no modelo CLSD, que será apresentado na seção 3.2.2.

As restrições (3.7) e (3.8) implicam que nas linhas abertas respeitam-se a quantidade de trabalhadores e máquinas disponíveis na fábrica respectivamente.

O sequenciamento da produção em cada linha é feito pelo grupo de restrições (3.6) e (3.9). Por fim, o domínio das variáveis de decisão do problema é definido pelas restrições (3.10)-(3.14). Devido as restrições do problema, as variáveis z podem ser definidas como contínuas, embora só assumam valores binários.

3.2.1.2 Formulação por localização de facilidades (GLSP-LF)

Nessa seção descrevemos uma reformulação do modelo GLSP por meio de localização de facilidades (Krarup e Bilde (1977)). O problema de localização de facilidades consiste em decidir quais facilidades instalar ou abrir, de modo que as demandas associadas as facilidades sejam atendidas com mínimo custo. Normalmente esse custo está associado a distância da facilidade ao ponto de demanda e a quantidade de facilidades abertas.

Em relação ao problema de dimensionamento de lotes, a facilidade representa uma quantidade produzida de um produto em um micro-período, que é destinada ao atendimento da demanda do produto em um determinado período, mediante ao custo de estocagem ou atraso.

Ao formularmos o problema de dimensionamento de lotes permitimos o atraso no atendimento das demandas, sendo que a demanda não precisa necessariamente ser atendida até o final do horizonte. Para incluir essa condição no modelo GLSP-LF consideramos uma variável artificial, que representa as demandas ou vendas perdidas (restrição (3.17)).

A seguinte notação adicional será utilizada para esta reformulação do problema.

Parâmetros

cp_{jst} – Custo unitário de produção do produto j no micro-período s para atender a demanda do período t . Dado pela fórmula (3.15).

$$cp_{jst} = \begin{cases} se\ w \leq t & h_j(t - w) \\ se\ w > t & b_j(w - t) \end{cases} \quad (3.15)$$

onde w representa o período do horizonte de planejamento onde $s \in S_{lw}$.

cvp_{jt} – Custo unitário de vendas perdidas do produto j no período t . Dado por $cvp_{jt} = (|T| - t)b_j$.

Variáveis de decisão

x_{jst} – Quantidade produzida do produto j no micro-período s para o atendimento da demanda do período t .

vp_{jt} – Vendas perdidas da demanda do produto j no período t .

Na Figura 5 temos uma explicação do significado da variável x_{jst} . Nela temos um horizonte de 4 períodos, onde cada período é discretizado em 3 micro-períodos. A produção em um micro-período, no caso, do sexto, pode ser destinada para atender demandas futuras (setas orientadas para à direita), com um custo de estocagem de $h_j(t-2)$ desde que não ultrapasse o prazo de validade do produto, ou a produção pode ser utilizada para suprir um atraso (setas orientadas para à esquerda), mediante um custo de $b_j(2-t)$, onde t corresponde ao período em que a demanda é atendida.

Figura 5 – Destinos possíveis para a produção no micro-período 6. (Fonte: Bernades et al. (2010))

Formulação matemática

$$\text{Min} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \sum_{l \in L} \sum_{s \in S_{lt}} c p_{jst} x_{jst} + \sum_{l \in L} \sum_{i \in P_l} \sum_{j \in P_l} \sum_{t \in T} \sum_{s \in S_{lt}} c s_{ij} y_{ijs} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} c v p_{jt} v p_{jt} \quad (3.16)$$

Sujeito a

$$\sum_{w \in T} \sum_{s \in S_{lw}} x_{jst} = d_{jt} - v p_{jt} \quad l \in L, j \in P_l, t \in T \quad (3.17)$$

$$\sum_{s \in S_{lt}} \sum_{j \in P_l} \sum_{w \in T} a_j x_{jsw} + \sum_{i \in P_l} \sum_{j \in P_l} \sum_{s \in S_{lt}} t s_{ij} y_{ijs} \leq K_{lt} \delta_{lt} \quad l \in L, t \in T \quad (3.18)$$

$$x_{jst} \leq d_{jt} z_{js} \quad l \in L, j \in P_l, t \in T, s \in S_{lt} \quad (3.19)$$

$$x_{jst} \geq p \min_j (z_{js} - z_{j,s-1}) \quad l \in L, t \in T, s \in S_{lt}, j \in P_l \quad (3.20)$$

$$\sum_{j \in P_l} z_{js} = 1 \quad l \in L, t \in T, s \in S_{lt} \quad (3.21)$$

$$\sum_{l \in L} n_l \delta_{lt} \leq r h \quad t \in T \quad (3.22)$$

$$\sum_{l \in L} m_{kl} \delta_{lt} \leq N_k \quad k \in U, t \in T \quad (3.23)$$

$$y_{ijs} \geq z_{i,s-1} + z_{js} - 1 \quad l \in L, i, j \in P_l, t \in T, s \in S_{lt} \quad (3.24)$$

$$x_{jst} \geq 0 \quad l \in L, j \in J, t \in T, s \in S_{lt} \quad (3.25)$$

$$0 \leq y_{ijs} \leq 1 \quad l \in L, i, j \in P_l, t \in T, s \in S_{lt} \quad (3.26)$$

$$z_{js} \in \{1, 0\} \quad t \in T, j \in P_l, l \in L, s \in S_{lt} \quad (3.27)$$

$$\delta_{lt} \in \{1, 0\} \quad t \in T, l \in L \quad (3.28)$$

A função objetivo que devemos minimizar é dada por (3.16) e representa os custos de estocagem, atraso, trocas nas linhas e de vendas perdidas.

As restrições (3.17) representam o atendimento da demanda com possibilidade de atraso e de vendas perdidas. As restrições (3.18) denotam a limitação de capacidade das linhas. As restrições (3.19) limitam a produção na linha de apenas um item por micro-período. As restrições (3.20) impõem a produção de um lote mínimo para a preparação de um item.

As restrições (3.21) implicam que apenas um produto pode ser produzido em cada micro-período. As restrições (3.22) determinam que as linhas abertas devem respeitar a mão-de-obra disponível. As restrições (3.23) impõem que as linhas abertas respeitem a quantidade de máquinas da fábrica.

O sequenciamento da produção nas linhas é definido pelas restrições (3.21) e (3.24). O domínio das variáveis de decisão do problema é definido pelas restrições (3.25)-(3.28).

3.2.1.3 Desigualdades válidas da literatura

Nessa seção apresentamos 3 desigualdades válidas da literatura para os modelos GLSP agregado e por localização de facilidades: duas equações de fluxo (Wolsey (2002)) e uma inequação de Eliminação (Fleischmann e Meyr (1997)).

Equações de Fluxo - Wolsey (2002)

Para a produção do produto j no micro-período s existe a mudança de preparação da linha de produção do produto i para o produto j no início do microperíodo. Essa condição denominamos de *EQUAÇÃO A*, e é definida pela expressão (3.29) e representada na Figura 6.

$$\sum_{i \in P_l} y_{ijs} = z_{js} \quad j \in P_l, t \in T, s \in S_{lt}, \forall l \in L \quad (3.29)$$

$z_{i,s-1} = 1$ i	$y_{ijs} = 1$ $i \rightarrow j$	$z_{js} = 1$ j
------------------------	------------------------------------	---------------------

Figura 6 – Representação da equação de fluxo A

Se a linha está configurada para a produção do produto i no microperíodo $s-1$, no início do próximo microperíodo a linha se encontra preparada para a produção do produto i . Essa expressão denominamos de *EQUAÇÃO B* e representamos na Figura 7.

$$\sum_{j \in P_l} y_{ijs} = z_{i,s-1} \quad i \in P_l, s \in S_{lt}, t \in T, l \in L \quad (3.30)$$

$z_{i,s-1} = 1$ i	$z_{is} = 1$ i	$z_{js} = 1$ j
------------------------	---------------------	---------------------

Figura 7 – Representação da equação de fluxo B

Inequação de Eliminação (C) - Fleischmann e Meyr (1997)

Por fim podemos evitar trocas desnecessárias ou repetições de preparações na sequência de lotes de cada linha, em cada período por meio do grupo de restrições (3.31), que denominamos de *DESIGUALDADE C*.

$$\sum_{i \in P_l} \sum_{j \in S_{lt}} y_{ijs} \leq 1 \quad j \in P_l, l \in L, t \in T \quad (3.31)$$

Observamos que para a equivalência do modelo GLSP com o modelo CLSD, apresentado a seguir, assumimos que a desigualdade C pertence às formulações matemáticas do GLSP (agregado e por localização de facilidades).

3.2.2 Modelo CLSD

Nessa seção apresentamos uma formulação baseada no *capacitated lot-sizing problem with sequence-dependent* (CLSD) de Haase (1994).

Enquanto no modelo do GLSP o horizonte de planejamento é discretizado em microperíodos, limitando a produção de produtos ao número de micro-períodos (modelo do tipo *small*

bucket). No modelo CLSD em um mesmo período pode-se produzir todos os tipos de produtos (modelo do tipo *big bucket*), desde que tenha capacidade para isso.

Observamos que, o GLSP (*general lot sizing problem*) é um modelo geral para os problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes, isto é, ele é compatível com os outros modelos da literatura mediante aos acréscimos de restrições específicas. No caso do modelo CLSD com uma única máquina devemos ter no GLSP restrições que não permitam subciclos das sequências de produção. Além disso cada período do horizonte de planejamento deve ter uma quantidade de microperíodos no mesmo número de produtos ($|S_{lt}| = |P_l|$).

Considere a seguinte notação adicional para o modelo CLSD:

Variáveis de decisão

y_{ijt} – Variável binária assume valor 1 se houve troca de preparação na linha do produto i para o item j no período t , 0 caso contrário.

z_{it} – Variável binária assume valor 1 se a linha de produção está preparada para a produção do item i no início do período t .

vd_{it} – Variável auxiliar para impedir repetições de preparações do produto i na sequência de produção dos lotes de um período t .

Formulação matemática

$$\text{Min} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} h_j I_{jt} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} b_j I_{jt}^- + \sum_{t \in T} \sum_{i \in J} \sum_{j \in J} cs_{ij} y_{ijt} \quad (3.32)$$

sujeito a

$$I_{jt} - I_{jt}^- = I_{j,t-1} - I_{j,t-1}^- + x_{jt} - d_{jt} \quad j \in J, t \in T \quad (3.33)$$

$$\sum_{j \in P_l} a_j x_{jt} + \sum_{i \in P_l} \sum_{j \in P_l} ts_{ij} y_{ijt} \leq K_{lt} \delta_{lt} \quad l \in L, t \in T \quad (3.34)$$

$$x_{it} \leq M \left(\sum_{h \in P_l, h \neq i} y_{hit} + z_{it} \right) \quad i \in P_l, l \in L, t \in T \quad (3.35)$$

$$\sum_{i \in P_l} z_{it} = 1 \quad l \in L, t \in T \cup \{|T| + 1\} \quad (3.36)$$

$$\sum_{h \in P_l, h \neq i} y_{hit} + z_{it} = \sum_{h \in P_l, h \neq i} y_{iht} + z_{i,t+1} \quad i \in P_l, t \in T, l \in L \quad (3.37)$$

$$vd_{kt} \geq vd_{it} + 1 - |J| (1 - y_{ikt}) \quad i, k \in P_l, i \neq k, t \in T, l \in L. \quad (3.38)$$

$$\sum_l n_l \delta_{lt} \leq rh \quad t \in T \quad (3.39)$$

$$\sum_l m_{kl} \delta_{lt} \leq N_k \quad k \in U, t \in T \quad (3.40)$$

$$x_{jt}, I_{jt}, I_{jt}^-, vd_{jt} \geq 0 \quad j \in J, t \in T \quad (3.41)$$

$$\delta_{lt} \in \{1, 0\} \quad l \in L, t \in T \quad (3.42)$$

$$z_{it} \in \{1, 0\} \quad i \in J, t \in T \cup \{|T| + 1\} \quad (3.43)$$

$$y_{ijt} \in \{1, 0\} \quad i, j \in J, t \in T \quad (3.44)$$

A função objetivo é dada por (3.32). O balanceamento do estoque é dado pelas restrições (3.33). As restrições de capacidade da linha e de produção são definidas por (3.34) e (3.35) respectivamente. Na restrição (3.35) para haver produção do item i no período t a linha deve estar preparada no início do período ($z_{it} = 1$) ou ter uma troca de preparação na linha para o produto i ($\sum_{h \in P_l, h \neq i} y_{iht} = 1$).

A restrição (3.36) indica que a linha se encontra preparada para um único item no início de cada período do horizonte de planejamento.

O sequenciamento nas linhas é definido pelo grupo de restrições (3.37). No lado esquerdo da equação, quando o produto i se encontra preparado na linha ($z_{it} = 1$) existem duas possibilidades: haver troca de preparação na linha $\sum_{h \in P_l, h \neq i} y_{iht} = 1$ ou a linha manter a preparação no próximo período $z_{i,t+1} = 1$, esse caso normalmente ocorre quando a linha é fechada no período $t+1$.

A restrição (3.38) impõe que não existem subciclos na sequência de produção por meio da variável auxiliar vd . Por exemplo, dada uma sequência de produtos $\{i, j, k\}$ no período t , pela desigualdade (3.38), temos $vd_{it} < vd_{jt} < vd_{kt}$. Logo para haver repetição de preparação do produto i na linha teremos $vd_{it} < vd_{jt} < vd_{kt} < vd_{it}$ o que gera um absurdo.

As restrições (3.39) e (3.40) referem-se aos limites de recursos das linhas - trabalhadores e máquinas, respectivamente.

Enfim as restrições (3.41)-(3.44) definem o domínio das variáveis de decisão do problema.

3.2.3 Modelando a perecibilidade

Nessa seção nos apresentamos três abordagens da literatura para o tratamento da perecibilidade dos produtos, sendo que somente a primeira - limitação do estoque - é adaptada para a inserção no modelo GLSP por localização de facilidades (GLSP-LF).

3.2.3.1 Limite do estoque

Entrup et al. (2005) realizaram um estudo de caso de uma indústria de iorgutes, modelando as etapas de industrialização da fábrica. No artigo eles consideram que só é permitido manter um produto em estoque se ele atender um conjunto de condições. No caso os autores consideram as seguintes condições para estocagem: o prazo de validade e o tempo de maturação do produto devem ser respeitados.

Para o problema tratado nessa dissertação podemos adotar essa abordagem limitando a quantidade em estoque pelas demandas futuras do produto até atingir o prazo de validade do produto θ_j . Essa modelagem é feita acrescentando o grupo de restrições (3.45) para o modelo GLSP e CLSD, enquanto para o GLSP por localização de facilidades reescrevemos a restrição de atendimento da demanda por (3.46).

$$I_{jt} \leq \sum_{\alpha=t+1}^{t+\theta_j} d_{j\alpha} \quad j \in J, t \in T, t \leq |T| - \theta_j \quad (3.45)$$

$$\sum_{w=t-\theta_j}^{|T|} \sum_{s \in S_{lw}} x_{jst} = d_{jt} - vp_{jt} \quad l \in L, j \in P_l, t \in T \quad (3.46)$$

3.2.3.2 Deterioração dos produtos em estoque

Pahl et al. (2011) propuseram dois modelos matemáticos para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com produtos perecíveis (GLSP e CLSD). Nesse problema os autores permitem que os produtos em estoque podem estragar, após atingir o prazo de validade, mediante a uma penalidade na função objetivo. Observamos que essa formulação para a perecibilidade não é comparável com a anterior por permitir deterioração do estoque, entretanto a deterioração ocorre somente em casos particulares do problema.

Observamos através de testes computacionais que a deterioração acontece quando existe um estoque inicial dos produtos e uma das duas situações ocorre: o custo de estocagem é alto não compensando a armazenagem ou a demanda do item é baixa ao longo dos períodos iniciais, causando uma sobra itens do estoque inicial, que são deteriorados por atingirem o prazo de validade do produto.

Para essa modelagem considere a seguinte notação adicional:

Parâmetros

p_j – Custo unitário de deterioração do produto j .

Variáveis de decisão

v_{jt} – Quantidade do item j deteriorada no período t .

Para a formulação do GLSP agregado temos a alteração da equação de balanceamento de estoque dado por (3.47) e a inclusão das restrições (3.48), que definem a quantidade de produtos deteriorados em cada período. Relembrando que θ_j representa o prazo de validade do produto j .

$$I_{jt} = I_{j,t-1} - v_{jt} + \sum_{s \in S_{lt}} x_{js} - d_{jt} \quad l \in L, j \in P_l, t \in T \quad (3.47)$$

$$v_{jt} \geq \sum_{k=1}^{t-\theta_j} \sum_{s \in S_{lk}} x_{js} - \sum_{k=1}^t d_{jk} - \sum_{k=1}^{t-1} v_{jk} \quad l \in L, j \in P_l, t \in T, t \geq \theta_j \quad (3.48)$$

Na restrição (3.48) o primeiro somatório indica a produção do produto j desde o início do horizonte até o período $t - \theta_j$. Sobre esse somatório temos que uma parte da produção (que respeita o prazo de validade dos produtos) é utilizada para o atendimento da demanda ($-\sum_{k=1}^t d_{jk}$), o que sobram dos produtos se tornam itens deteriorados.

Reescrevendo as restrições (3.47) e (3.48) para o modelo CLSD temos:

$$I_{jt} = I_{j,t-1} - v_{jt} + x_{jt} - d_{jt} \quad l \in L, j \in P_l, t \in T \quad (3.49)$$

$$v_{jt} \geq \sum_{k=1}^{t-\theta_j} x_{jk} - \sum_{k=1}^t d_{jk} - \sum_{k=1}^{t-1} v_{jk} \quad l \in L, j \in P_l, t \in T, t \geq \theta_j \quad (3.50)$$

Por fim, para as duas formulações matemáticas, GLSP e CLSD, temos que o custo de deterioração é incluído na função objetivo por (3.51). E o domínio da variável v é dado por (3.52).

$$\sum_{j \in J} \sum_{t \in T} p_j v_{jt} \quad (3.51)$$

$$v_{jt} \geq 0 \quad j \in J, t \in T \quad (3.52)$$

3.2.3.3 Idade dos produtos em estoque

Essa abordagem de modelagem é baseada no trabalho de Costa et al. (2014) que apresentam uma modelagem para o problema de rotações de colheita de vegetais. Os autores se baseiam nas restrições de *hops* da teoria dos grafos (Gouveia (1999)) para desenvolver a formulação matemática do problema.

Para a inclusão dessa abordagem considere a seguinte notação adicional:

Variáveis de decisão

ve_{jt}^w – Quantidade do produto j em estoque no período t e armazenada há w períodos.

q_{jt}^w – Quantidade do produto j , armazenada há w períodos no estoque, utilizada para atender a demanda do período t .

Na função objetivo dos modelos GLSP e CLSD o custo de estocagem é computado por (3.53).

$$\sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \sum_{w=1}^{\theta_j+1} h_j ve_{jt}^w \quad (3.53)$$

As relações entre as quantidades em estoque e a idade do produto é dada por (3.54). A quantidade em estoque no próximo período corresponde a quantidade no período anterior menos a parcela usada para o atendimento da demanda.

$$ve_{j,t+1}^{w+1} = ve_{jt}^w - q_{jt}^w \quad j \in J, t \in T, w = 1, \dots, \theta_j \quad (3.54)$$

O uso do estoque para o atendimento da demanda é limitado pela quantidade disponível no depósito no período requerido. Essa restrição é dado por (3.55).

$$q_{jt}^w \leq ve_{jt}^w \quad j \in J, t \in T \cup \{|T| + 1\}, w = 1, \dots, \theta_j + 1 \quad (3.55)$$

Não ocorre estocagem de produtos que ultrapassem o seu respectivo prazo de validade. Essa restrição é definida por (3.56). Note que pela restrição (3.54) temos que $ve_{j,t+1}^{\theta_j+1} = 0 = ve_{jt}^{\theta_j} - q_{jt}^{\theta_j}$ implica que $ve_{jt}^{\theta_j} = q_{jt}^{\theta_j}$.

$$ve_{jt}^{\theta_j+1} = 0 \quad j \in J, t \in T \quad (3.56)$$

O domínio das variáveis é dado por (3.57).

$$ve_{jt}^w, q_{jt}^w \geq 0 \quad j \in J, t \in T, w = 1, \dots, \theta_j + 1 \quad (3.57)$$

Para o modelo GLSP a equação de balanceamento de estoque é reescrita por (3.58) e (3.59) para garantir o atendimento da demanda e fornecer a quantidade em estoque com idade de 1 período.

$$ve_{j1}^1 = I_{j1}^- + \sum_{s \in S_{11}} x_{js} - d_{j1} \quad j \in J \quad (3.58)$$

$$ve_{j,t+1}^1 = \sum_{k=1}^{\theta_j+1} q_{jt}^k + \sum_{s \in S_{lt}} x_{js} - d_{jt} + I_{jt}^- - I_{j,t-1}^- \quad l \in L, j \in P_l, t \in T \quad (3.59)$$

Reescrevendo as restrições (3.58) e (3.59) para o modelo CLSD temos:

$$ve_{j1}^1 = I_{j1}^- + x_{j1} - d_{j1} \quad j \in J \quad (3.60)$$

$$ve_{j,t+1}^1 = \sum_{k=1}^{\theta_j+1} q_{jt}^k + x_{jt} - d_{jt} + I_{jt}^- - I_{j,t-1}^- \quad l \in L, j \in P_l, t \in T \quad (3.61)$$

3.2.4 Resumo dos modelos

Nessa Seção apresentamos as formulações dos modelos CLSD com a inclusão das restrições de perecibilidade. Sendo que na Tabela 3 temos um resumo das expressões matemáticas para formulação dos modelos GLSP, GLSP-LF e CLSD considerando as restrições de perecibilidade.

Iremos denotar por CLSD-E, CLSD-D e CLSD-T o modelo CLSD com inclusão das restrições de limite de estoque, deterioração e idade do produto, respectivamente.

Tabela 3 – Resumo dos modelos matemáticos propostos

	Modelo	Equações válidas	Perecibilidade		
			Estoque	Deterioração	Idade
GLSP	(3.1)-(3.14)	(3.29)-(3.31)	(3.45)	(3.47)	(3.53)-(3.57)+(3.58)-(3.59)
GLSP-LF	(3.16)-(3.28)	(3.29)-(3.31)	(3.46)		
CLSD	(3.32)-(3.44)		(3.45)	(3.48)	(3.53)-(3.57)+(3.60)-(3.61)

Modelo CLSD-E

$$\text{Min} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} h_j I_{jt} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} b_j I_{jt}^- + \sum_{t \in T} \sum_{i \in J} \sum_{j \in J} cs_{ij} y_{ijt} \quad (3.62)$$

sujeito a

$$I_{jt} - I_{jt}^- = I_{j,t-1} - I_{j,t-1}^- + x_{jt} - d_{jt} \quad j \in J, t \in T \quad (3.63)$$

$$\sum_{j \in P_l} a_j x_{jt} + \sum_{i \in P_l} \sum_{j \in P_l} ts_{ij} y_{ijt} \leq K_{lt} \delta_{lt} \quad l \in L, t \in T \quad (3.64)$$

$$x_{it} \leq M \left(\sum_{h \in P_l, h \neq i} y_{hit} + z_{it} \right) \quad i \in P_l, l \in L, t \in T \quad (3.65)$$

$$\sum_{i \in P_l} z_{it} = 1 \quad l \in L, t \in T \cup \{|T| + 1\} \quad (3.66)$$

$$\sum_{h \in P_l, h \neq i} y_{hit} + z_{it} = \sum_{h \in P_l, h \neq i} y_{iht} + z_{i,t+1} \quad i \in P_l, t \in T, l \in L \quad (3.67)$$

$$vd_{kt} \geq vd_{it} + 1 - |J| (1 - y_{ikt}) \quad i, k \in P_l, i \neq k, t \in T, l \in L. \quad (3.68)$$

$$\sum_l n_l \delta_{lt} \leq rh \quad t \in T \quad (3.69)$$

$$\sum_l m_{kl} \delta_{lt} \leq N_k \quad k \in U, t \in T \quad (3.70)$$

$$I_{jt} \leq \sum_{\alpha=t+1}^{t+\theta_j} d_{j\alpha} \quad j \in J, t \in T, t \leq T - \theta_j \quad (3.71)$$

$$x_{jt}, I_{jt}, I_{jt}^-, vd_{jt} \geq 0 \quad j \in J, t \in T \quad (3.72)$$

$$\delta_{lt} \in \{1, 0\} \quad l \in L, t \in T \quad (3.73)$$

$$z_{it} \in \{1, 0\} \quad i \in J, t \in T \cup \{|T| + 1\} \quad (3.74)$$

$$y_{ijt} \in \{1, 0\} \quad i, j \in J, t \in T \quad (3.75)$$

Modelo CLSD-D

$$\text{Min} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} h_j I_{jt} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} b_j I_{jt}^- + \sum_{t \in T} \sum_{i \in J} \sum_{j \in J} cs_{ij} y_{ijt} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} p_j v_{jt} \quad (3.76)$$

sujeito a

$$I_{jt} - I_{jt}^- = I_{j,t-1} - v_{jt} - I_{j,t-1}^- + x_{jt} - d_{jt} \quad j \in J, t \in T \quad (3.77)$$

$$\sum_{j \in P_l} a_j x_{jt} + \sum_{i \in P_l} \sum_{j \in P_l} ts_{ij} y_{ijt} \leq K_l \delta_{lt} \quad l \in L, t \in T \quad (3.78)$$

$$x_{it} \leq M \left(\sum_{h \in P_l, h \neq i} y_{hit} + z_{it} \right) \quad i \in P_l, l \in L, t \in T \quad (3.79)$$

$$\sum_{i \in P_l} z_{it} = 1 \quad l \in L, t \in T \cup \{|T| + 1\} \quad (3.80)$$

$$\sum_{h \in P_l, h \neq i} y_{hit} + z_{it} = \sum_{h \in P_l, h \neq i} y_{iht} + z_{i,t+1} \quad i \in P_l, t \in T, l \in L \quad (3.81)$$

$$vd_{kt} \geq vd_{it} + 1 - |J| (1 - y_{ikt}) \quad i, k \in P_l, i \neq k, t \in T, l \in L. \quad (3.82)$$

$$\sum_l n_l \delta_{lt} \leq rh \quad t \in T \quad (3.83)$$

$$\sum_l m_{kl} \delta_{lt} \leq N_k \quad k \in U, t \in T \quad (3.84)$$

$$v_{jt} \geq \sum_{k=1}^{t-\theta_j} x_{jk} - \sum_{k=1}^t d_{jk} - \sum_{k=1}^{t-1} v_{jk} \quad l \in L, j \in P_l, t \in T, t \geq \theta_j \quad (3.85)$$

$$x_{jt}, I_{jt}, I_{jt}^-, vd_{jt}, v_{jt} \geq 0 \quad j \in J, t \in T \quad (3.86)$$

$$\delta_{lt} \in \{1, 0\} \quad l \in L, t \in T \quad (3.87)$$

$$z_{it} \in \{1, 0\} \quad i \in J, t \in T \cup \{|T| + 1\} \quad (3.88)$$

$$y_{ijt} \in \{1, 0\} \quad i, j \in J, t \in T \quad (3.89)$$

Modelo CLSD-T

$$\text{Min} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \sum_{w=1}^{\theta_j+1} h_j ve_{jt}^w + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} b_j I_{jt}^- + \sum_{t \in T} \sum_{i \in J} \sum_{j \in J} cs_{ij} y_{ijt} \quad (3.90)$$

sujeito a

$$ve_{j1}^1 = I_{j0} + I_{j1}^- + x_{j1} - d_{j1} \quad j \in J \quad (3.91)$$

$$ve_{j,t+1}^1 = \sum_{k=1}^{\theta_j+1} q_{jt}^k + x_{jt} - d_{jt} + I_{jt}^- - I_{j,t-1}^- \quad l \in L, j \in P_l, t \in T \quad (3.92)$$

$$ve_{j,t+1}^{w+1} = ve_{jt}^w - q_{jt}^w \quad j \in J, t \in T, w = 1, \dots, \theta_j \quad (3.93)$$

$$q_{jt}^w \leq ve_{jt}^w \quad j \in J, t \in T \cup \{T+1\}, w = 1, \dots, \theta_j + 1 \quad (3.94)$$

$$ve_{jt}^{\theta_j+1} = 0 \quad j \in J, t \in T \quad (3.95)$$

$$\sum_{j \in P_l} a_j x_{jt} + \sum_{i \in P_l} \sum_{j \in P_l} ts_{ij} y_{ijt} \leq K_{lt} \delta_{lt} \quad l \in L, t \in T \quad (3.96)$$

$$x_{it} \leq M \left(\sum_{h \in P_l, h \neq i} y_{hit} + z_{it} \right) \quad i \in P_l, l \in L, t \in T \quad (3.97)$$

$$\sum_{i \in P_l} z_{it} = 1 \quad l \in L, t \in T \cup \{|T|+1\} \quad (3.98)$$

$$\sum_{h \in P_l, h \neq i} y_{hit} + z_{it} = \sum_{h \in P_l, h \neq i} y_{iht} + z_{i,t+1} \quad i \in P_l, t \in T, l \in L \quad (3.99)$$

$$vd_{kt} \geq vd_{it} + 1 - |J| (1 - y_{ikt}) \quad i, k \in P_l, i \neq k, t \in T, l \in L. \quad (3.100)$$

$$\sum_l n_l \delta_{lt} \leq rh \quad t \in T \quad (3.101)$$

$$\sum_l m_{kl} \delta_{lt} \leq N_k \quad k \in U, t \in T \quad (3.102)$$

$$x_{jt}, I_{jt}, I_{jt}^-, vd_{jt} \geq 0 \quad j \in J, t \in T \quad (3.103)$$

$$\delta_{lt} \in \{1, 0\} \quad l \in L, t \in T \quad (3.104)$$

$$z_{it} \in \{1, 0\} \quad i \in J, t \in T \cup \{|T|+1\} \quad (3.105)$$

$$y_{ijt} \in \{1, 0\} \quad i, j \in J, t \in T \quad (3.106)$$

$$ve_{jt}^w, q_{jt}^w \geq 0 \quad j \in J, t \in T, w = 1, \dots, \theta_j + 1 \quad (3.107)$$

ABORDAGENS DE SOLUÇÃO

Nesse Capítulo descrevemos os algoritmos heurísticos adotados para a resolução do problema. Foram propostas heurísticas baseadas na formulação matemática do problema (MIP-heurísticas - *mixed integer problem* heurísticas) *relax-and-fix* e *fix-and-optimize*. A heurística *relax-and-fix* gera uma solução a partir da resolução de subproblemas do original. A heurística *fix-and-optimize* procede como um algoritmo de busca, onde em cada iteração otimiza uma partição das variáveis inteiras, parando ao atingir um mínimo local. Com a meta de escapar de mínimos locais foram propostas duas metaheurísticas: *simulated annealing* e ALNS - *adaptive large neighbor search*.

4.1 MIP-heurísticas

As heurísticas *relax-and-fix* e *fix-and-optimize* são baseadas na resolução de subproblemas inteiros do problema original. São heurísticas relativamente simples de serem implementadas e têm sido aplicadas a uma ampla gama de problemas de otimização matemática, em especial em problemas de planejamento da produção. Por exemplo, no problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes temos como referências os trabalhos de Araujo et al. (2008), Beraldi et al. (2008), Ferreira et al. (2009) e Clark et al. (2010). Conforme reforçado pela Tabela 1, devido à sua frequente utilização na resolução de problemas de dimensionamento de lotes, adotamos MIP-heurísticas para a resolução do problema industrial desta dissertação.

4.1.1 *Relax-and-fix*

A heurística *relax-and-fix* foi desenvolvida por Wolsey (1998) e proposta como métodos de resolução em Pochet e Wolsey (2006) e Mercé e Fontan (2003). Ela consiste na relaxação das variáveis inteiras enquanto fixa outras de forma iterativa, resolvendo os subproblemas até que o problema original esteja resolvido.

Seja o conjunto H definido pela união de n partições das variáveis inteiras do problema. A heurística *relax-and-fix* inicia-se resolvendo uma partição R do problema, enquanto mantém as outras $n-1$ partições com suas variáveis inteiras relaxadas. Ao término da resolução fixa-se as variáveis inteiras da partição R na solução do subproblema, e escolhe-se uma nova partição para ser resolvida como inteira, agora com $n-2$ partições com variáveis inteiras relaxas. O processo encerra quando todas as partições tiverem sido resolvidas como inteiras, ou seja, tivermos resolvido o n -ésimo subproblema inteiro misto ou algum subproblema inteiro for infactível.

Nesse trabalho implementamos a heurística *relax-and-fix* com particionamento por períodos, progressivo no tempo e com sobreposição de períodos.

A Figura 8 exemplifica o procedimento da heurística. Seja uma variável binária Y_{it} , que assume valor positivo quando a linha de produção produz o item i no período t , e 0 caso contrário. Computacionalmente a variável Y pode ser representada por uma matriz Y onde o número de linhas e colunas correspondem ao número de itens e períodos, respectivamente, e o elemento Y_{it} da matriz, o valor da variável. Iniciando-se no começo do horizonte de planejamento, na primeira iteração da heurística as duas primeiras partições são resolvidas como inteiras enquanto as outras variáveis inteiras são relaxadas. Na Figura 8 temos uma representação da solução do subproblema, note que as partições resolvidas como inteiras estão sublinhadas e demarcadas pela cor azul, enquanto as outras variáveis são relaxadas (vermelhas). Na iteração seguinte fixa-se o período mais antigo (variáveis em negrito) e resolve-se o novo subproblema com 2 partições inteiras (sobreposição). O procedimento continua progressivamente ao longo do horizonte de planejamento até obter uma solução inteira ou algum subproblema ser infactível.

Y	PERÍODOS			
I T E M	<u>1</u>	<u>0</u>	0,6	0,5
	<u>0</u>	<u>1</u>	0,6	0,8
	<u>1</u>	<u>1</u>	0,4	0,2
	<u>1</u>	<u>0</u>	0,2	0,7
	<u>0</u>	<u>1</u>	0,3	0,9
Iteração 1

Y	PERÍODOS			
I T E M	1	<u>1</u>	<u>1</u>	0,7
	0	<u>0</u>	<u>1</u>	0,3
	1	<u>1</u>	<u>0</u>	0,6
	1	<u>1</u>	<u>1</u>	0,2
	0	<u>0</u>	<u>0</u>	0,1
Iteração 2				

Figura 8 – Iteração da heurística *relax-and-fix*

4.1.2 Fix-and-Optimize

A heurística *exchange* foi proposta em Pochet e Wolsey (2006), posteriormente denominada de *fix-and-optimize* em Sahling et al. (2009). Como a *relax-and-fix*, esta heurística baseia-se na resolução de subproblemas inteiros mistos.

A *fix-and-optimize* consiste em um processo iterativo, onde para cada iteração uma partição do conjunto das variáveis inteiras é otimizada, enquanto as outras variáveis inteiras do

problema são mantidas fixadas na solução incumbente. O processo termina quando não houver mais melhoria da solução (o método encontrou um mínimo local) ou atingir um limite de tempo estabelecido.

Observamos ao leitor que diferente da heurística *relax-and-fix* essa heurística não encerra sua execução ao resolver todas as partições, mas sim inicia-se a resolução dos subproblemas de um ponto estabelecido e repete esse ciclo de operações até atingir um dos critérios de parada definidos.

Nessa dissertação duas heurísticas do tipo *fix-and-optimize* foram propostas:

- FOT - utiliza o particionamento das variáveis inteiras por períodos. Inicia-se a resolução dos subproblemas no começo do horizonte de planejamento e é progressiva no tempo. Também temos que em cada iteração da heurística, duas partições consecutivas de variáveis inteiras são liberadas para otimização. A Figura 9 exemplifica o procedimento da heurística (Sublinhamos e demarcamos por verde as partições que são otimizadas).
- FOL - utiliza dois tipos de decomposições para o conjunto de variáveis inteiras, particionamento por períodos e por linhas. Durante o processo iterativo duas linhas e um período são escolhidos para a otimização. O período selecionado depende da iteração da heurística, iniciando-se no primeiro período do horizonte e sendo progressivo no tempo. Para a escolha das linhas de produção foi utilizado um procedimento aleatório, todas as linhas tem uma probabilidade de serem selecionadas para otimização, entretanto conforme as linhas vão sendo selecionadas, a probabilidade diminui. Além disso, mantém-se um histórico de combinações de linhas, que não melhoraram a solução incumbente.

Y	PERÍODOS			
I T E M	<u>1</u>	<u>0</u>	1	1
	<u>0</u>	<u>1</u>	0	1
	<u>1</u>	<u>1</u>	1	0
	<u>1</u>	<u>0</u>	1	1
	<u>0</u>	<u>1</u>	0	0
Iteração 1				
Y	PERÍODOS			
I T E M	1	<u>0</u>	<u>1</u>	1
	1	<u>1</u>	<u>0</u>	1
	0	<u>1</u>	<u>1</u>	0
	0	<u>1</u>	<u>1</u>	1
	1	<u>0</u>	<u>0</u>	0
Iteração 2				

Figura 9 – Iteração da heurística *fix-and-optimize* FOT

Na Tabela 4 ilustramos as probabilidades calculadas pela heurística FOL ao longo de 4 iterações, considerando um problema com 9 linhas de produção, em cada iteração (linha da Tabela 4) destacamos em negrito a linha selecionada para otimização.

Para o desenvolvimento da heurística FOL nos baseamos no método iterativo de James e Almada-Lobo (2011). Os autores propõem uma heurística *fix-and-optimize*. Eles consideram

Tabela 4 – Probabilidades da escolha das linhas

Linhas								
1	2	3	4	5	6	7	8	9
11,11	11,11	11,11	11,11	11,11	11,11	11,11	11,11	11,11
12,00	12,00	12,00	4,00	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00
13,04	13,04	13,04	4,35	13,04	13,04	4,35	13,04	13,04
14,29	14,29	4,76	4,76	14,29	14,29	4,76	14,29	14,29

que a probabilidade de uma partição ser escolhida depende do número de vezes que ela foi selecionada e da quantidade de sucessos (número de iterações em que o *solver* melhorou a solução incumbente por meio da otimização da partição). Os autores também mantêm um histórico de combinações de partições que não geraram melhoria e utilizam como um dos critérios de parada se a heurística já testou todas as combinações possíveis de partições.

4.2 Metaheurísticas

Uma das vantagens da aplicação da MIP-heurística é sua capacidade de adaptação para a hibridização com outros algoritmos de otimização. Desse modo, nessa seção descrevemos duas metaheurísticas fundamentadas na resolução de subproblemas inteiros mistos.

4.2.1 *Simulated Annealing*

A metaheurística *Simulated Annealing* é um método de busca que teve como motivação a teoria da mecânica estatística e consiste no seguinte procedimento: dada uma solução inicial factível, move-se aleatoriamente para uma solução vizinha e determina-se o seu custo. Se houve melhoria o algoritmo parte para a nova solução, senão, existe uma probabilidade da solução ser aceita, permitindo que a heurística escape de mínimos locais. O processo de busca continua iterativamente até atingir um critério de parada. Na Figura 10 exemplificamos a estratégia da heurística para um problema de minimização, onde no *eixo-x* temos a configuração da solução ou iteração da heurística e no *eixo-y* o custo associado a solução.

A metaheurística foi proposta por Kirkpatrick et al. (1983) que adaptaram o algoritmo de Metropolis et al. (1953) – um modelo para descrever o processo físico de recozimento (*annealing*) de matéria em sua fase condensada. O recozimento simulado (*Simulated Annealing*) é uma técnica que envolve o aquecimento e resfriamento de um metal com o objetivo aumentar o tamanho dos seus cristais e reduzir os seus defeitos. Esse processo afeta tanto a temperatura como a energia termodinâmica do sistema.

Fazendo uma analogia da heurística com o processo físico, em altas temperaturas o metal encontra-se na fase líquida, todas as partículas (variáveis inteiras) arranjam-se aleatoriamente, isto é, existe alta probabilidade de aceitar soluções piores ou com energia maiores, enquanto que

Figura 10 – Estratégia da heurística *simulated annealing* (Fonte: Tang (2004)).

no estado sólido, as partículas estão dispostas numa estrutura altamente estruturada, para o qual a energia ou objetivo correspondente ao mínimo.

Na Figura 11 temos um gráfico que representa o decaimento da probabilidade de aceitação (eixo-y) ao longo do número de iterações (eixo-x). O esboço do gráfico foi gerado com a execução da heurística proposta nessa dissertação.

Figura 11 – Probabilidade de aceitação (iteração/probabilidade)

O algoritmo da meta-heurística *simulated annealing* implementada, que iremos denominar HSA é dado a seguir (Figura 12). Os dados de entrada correspondem a temperatura inicial do sistema θ_0 , uma solução factível S e α que define o cronograma de resfriamento. A função a ser minimizada representa o GAP da solução em percentagem (ver fórmula (5.4)) iniciando-se em 100. Enquanto o tempo limite não for atingido perturba-se a solução incumbente gerando uma

solução auxiliar S_{aux} , calcula-se o seu benefício e aplica-se o critério de aceitação. Se a solução S_{aux} tem um GAP maior que a solução incumbente S , a probabilidade de aceitação da solução auxiliar é dada por $e^{-\frac{f(S_{aux})-f(S)}{\theta}}$. Atualiza-se a solução incumbente S e repete-se o procedimento iterativamente até atingir o critério de parada.

Algorithm 1 *Simulated Annealing (HSA)*

Result: S_{global}
 initialization θ_0, S, α
 $f(S_{global}) \leftarrow 100$
 $\theta \leftarrow \theta_0$
while *Tempo limite não foi atingido* **do**
 for $iter = 1$ **até** T **do**
 $S_{aux} \leftarrow S$
 Movimenta(S_{aux})
 Calcula(S_{aux})
 $\Delta f \leftarrow f(S_{aux}) - f(S)$
 if ($\Delta f < 0$) **then**
 $S \leftarrow S_{aux}$
 if ($f(S) < f(S_{global})$) **then**
 $S_{global} \leftarrow S$
 end
 else
 Sorteia $x \in [0, 1]$
 if $x < e^{-\Delta f / \theta}$ **then**
 $S \leftarrow S_{aux}$
 end
 end
 end
 $\theta \leftarrow \theta * \alpha$
 if $\theta \leq 10^{-1}$ **then**
 $\theta \leftarrow \theta_0$
 end
end

Figura 12 – Algoritmo da heurística HSA

- Solução inicial – a solução inicial é gerada pela heurística *relax-and-fix* com tempo limite de execução de 600 segundos. É utilizada uma matriz para codificação da solução, que armazena os valores da variável inteira δ_{lt} .
- Movimenta() – Dada a iteração atual da heurística, por exemplo, k , permuta-se os valores das variáveis δ_{lt} entre os períodos k e $k + 1$. A Figura 13 exemplifica a perturbação da solução S considerando $k = 8$, onde sublinhamos as variáveis inteiras que sofreram modificação do seu valor original.
- Calcula() – O cálculo do valor da solução é feito pela resolução da heurística *fix-and-optimize* FOT considerando a iteração k do algoritmo como o período a ser otimizado, além disso são selecionadas aleatoriamente duas linhas de produção para terem suas variáveis liberadas para otimização. A função retorna o GAP da solução (ver fórmula (5.4)).

- Parâmetros do algoritmo – A temperatura inicial $\theta_0 = 23$, o cronograma de congelamento é dado por $\alpha = 0,95$ e o número de iterações para que a temperatura diminua é definido pela quantidade de períodos do problema.

S		Períodos									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
L i n h a s	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
	2	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0
	3	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0
	4	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
	5	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1
	6	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1
	7	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0
	8	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1
	9	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
	10	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0

S_{aux}		Períodos									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
L i n h a s	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
	2	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0
	3	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0
	4	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
	5	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1
	6	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1
	7	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0
	8	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1
	9	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
	10	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0

Figura 13 – Movimento da heurística *simulated annealing*

Na literatura existe uma prova da convergência da heurística *simulated annealing* (Granville et al. (1994)). Entretanto essa convergência pode ser lenta, a fim de melhorar o desempenho do método podemos embutir outras heurísticas, no caso a heurística *simulated annealing* implementada utiliza a *fix-and-optimize* para o cálculo da solução auxiliar. Na próxima Seção iremos discutir uma metaheurística, que utiliza o critério de aceitação da heurística *simulated annealing*.

4.2.2 ALNS

A metaheurística LNS - *large neighbor search* - proposta por Shaw (1998) fornece um método de busca onde define-se operadores que destroem e reparam a solução incumbente. O algoritmo ALNS - *Adaptative large neighbor search* - proposto por Ropke e Pisinger (2006) é uma metaheurística onde os operadores atuam de acordo com uma razão de probabilidade.

O ALNS tem sido aplicado com sucesso aos problemas de roteamento de veículos. De fato, inicialmente Ropke e Pisinger (2006) aplicaram o algoritmo para um problema de logística. Em relação a aplicação do ALNS na resolução de problemas de dimensionamento de lotes temos como referências os trabalhos de Muller e Spoorendonk (2010) e Muller et al. (2012).

Para o problema de roteamento de veículos muitas vezes os operadores são definidos como heurísticas construtivas, que desconstroem e reconstroem a solução, por exemplo seguindo um critério guloso. No caso desse estudo, geramos a nova solução pela resolução de um subproblema inteiro misto.

Enfim, uma heurística controla as soluções que são aceitas na trajetória do ALNS, sendo que nesse estudo adotamos a heurística *Simulated Annealing* para essa finalidade. Considere

o algoritmo *Simulated Annealing* descrito na seção anterior, para a implementação do ALNS modificamos as funções *Movimenta()* e *Calcula()* como se segue.

- *Calcula()* – (operador que RECONSTRÓI) O cálculo do valor da solução é feito pela resolução da heurística *fix-and-optimize* FOL considerando duas linhas, porém escolhendo também dois períodos para a otimização. A escolha dos períodos é feita de forma aleatória, sendo que a probabilidade de um período ser selecionado é diretamente proporcional a razão entre o custo do período de programação e da função objetivo. A função retorna o GAP da solução (ver fórmula (5.4)).
- *Movimenta()* – (operador que DESTROÍ) Foram implementados três tipos de perturbação para a solução incumbente, e elas são escolhidos sequencialmente: permutação de períodos, linhas e mista (aplica-se a perturbação por períodos seguido pela permutação de linhas). A Figura 14 exemplifica a perturbação do tipo misto, onde foram escolhidos os períodos 8 e 9, e as linhas 2 e 7. A função *Movimenta()* difere da função do algoritmo *Simulated Annealing* onde é executada em todas as iterações da heurísticas, para o ALNS ela é chamada somente quando o algoritmo executou 3 iterações consecutivas sem melhoria da solução incumbente.

S		Períodos									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Linhas	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
	2	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0
	3	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0
	4	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
	5	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1
	6	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1
	7	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0
	8	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1
	9	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
	10	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0

S _{aux}		Períodos									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Linhas	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
	2	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0
	3	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0
	4	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
	5	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1
	6	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1
	7	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0
	8	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1
	9	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
	10	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0

S _{aux}		Períodos									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Linhas	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
	2	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0
	3	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0
	4	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
	5	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1
	6	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1
	7	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0
	8	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1
	9	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
	10	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0

Figura 14 – Movimento da heurística ALNS

ESTUDO COMPUTACIONAL

Nesse Capítulo iremos apresentar um extenso estudo computacional sobre o problema de planejamento e controle da produção tratado nessa dissertação. Inicialmente analisamos o desempenho do CPLEX na resolução dos modelos matemáticos apresentados no Capítulo 3. Seleccionada a melhor formulação matemática investigamos o efeito das restrições de perecibilidade e das características do problema. Tendo indentificado os principais pontos de dificuldade do problema testaremos as heurísticas descritas no Capítulo 4 e concluímos com uma análise das soluções.

5.1 Ambiente de teste

Todos os modelos e heurísticas propostos foram implementados em linguagem C++ utilizando bibliotecas do pacote de otimização IBM ILOG CPLEX 12.6 na configuração padrão. Os testes computacionais foram realizados em um computador com processador Intel Core(TM) i7-4790 CPU 3.6 GHz com memória RAM 16 GB sob o sistema operacional Windows 8.1.

5.2 Geração de dados

Para a realização dos testes computacionais foi implementado um gerador de instâncias em linguagem C adotando dados de Pahl et al. (2011) e Araujo e Clark (2013).

As informações sobre a geração dos dados são apresentadas na Tabela 5. Todos os parâmetros foram gerados utilizando distribuição uniforme.

A atribuição dos produtos nas linhas de produção ou criação de famílias de produtos é feita de forma aleatória. No início do horizonte as linhas se encontram preparadas para produção do produto de menor índice de sua respectiva família de produtos.

A capacidade disponível em cada linha é definida pela equação (5.1) onde denominamos

Tabela 5 – Dados dos parâmetros

Parâmetros	Variação
Capacidade unitária requerida para produção (a_j)	[0,1,3]
Tempo de preparação (ts_{ij})	[2,10]
Capacidade da linha (K_l)	ver equação (5.1)
Custo de estoque (h_j)	[2,10]
Custo de preparação (cs_{ij})	$50.ts_{ij}$
Custo de atraso (b_j)	[20,100]
Custo de deterioração (p_j)	100
Demanda (d_{jt})	[20,60]
Estoque inicial (I_{j0})	0
Número mínimo de trabalhadores em cada linha (n_l)	[5,10]
Total de trabalhadores na fábrica (rh)	ver equação (5.2)
Distribuição das máquinas (m_{kl})	[0,1]
Quantidade de máquinas do tipo k na fábrica (N_k)	ver equação (5.3)
Perecibilidade (θ_j)	[1,3]
Lote mínimo de produção ($pmin_j$)	4

cut como fator de capacidade. Note que a capacidade da linha é constante durante o horizonte de planejamento e depende da família de produtos da linha de produção. Geramos a demanda considerando que 25% das demandas são nulas, isto é, $d_{jt} = 0$ (Belo-Filho et al. (2015)). Pela equação (5.1) definimos 3 níveis de capacidade: normal ($cut = 0,8$), apertada ($cut = 1,0$) e folgada ($cut = 0,6$).

$$K_l = \frac{\sum_{j \in P_l} \sum_t a_j d_{jt}}{cut.T} \quad l \in L \quad (5.1)$$

O número de trabalhadores na fábrica é dado pela fórmula (5.2) e representa 80% da quantidade mínima exigida para abertura de todas as linhas simultaneamente.

$$rh = 0,80 \sum_l n_l \quad (5.2)$$

A quantidade de máquinas para cada tipo k é definida por (5.3), ou seja, se três linhas de produção utilizam o mesmo tipo de máquina, pela equação (5.3) existem duas máquinas disponíveis para a operação.

$$N_k = \sum_{l \in L} m_{kl} - 1 \quad (5.3)$$

Nos experimentos consideramos exemplares com 3, 5, 7 e 9 linhas. Para as instâncias com 5, 7 e 9 linhas assumimos que existem 1, 2 e 3 tipos de máquinas, respectivamente. Porém para as instâncias com 3 linhas não consideramos restrições de máquinas. Isso se deve ao fato

de que a inclusão da restrição de máquinas com a de trabalhadores podem forçar a abertura de apenas uma linha durante um período gerando problemas infactíveis.

Em relação aos dados do problema com perecibilidade temos como base o trabalho de Pahl et al. (2011). Entretanto os autores computam a função objetivo considerando que o custo de deterioração do estoque do produto j (p_j) é dado pela quantidade de períodos que o item pode permanecer em estoque (θ_j). Nesse trabalho consideramos que esse parâmetro possui um custo pequeno e pouco representativo, logo com a finalidade de evitar a deterioração do estoque no plano de produção assumimos um custo alto (100 unidades), conforme mostrado na Tabela 5.

Para os experimentos dos modelos matemáticos consideramos o grupo A de instâncias com dimensões descritas na Tabela 6 - quantidade de linhas, produtos, períodos e variáveis binárias. Para cada classe foram gerados 5 exemplares dando um conjunto de 20 instâncias.

Tabela 6 – Grupo A de instâncias

Linhas (L)	Instâncias (in)	Produtos (J)	Períodos (T)	Variáveis binárias
3	1-5	18	7	2415
5	6-10	30	7	6545
7	11-15	42	7	12691
9	15-20	54	7	20853

Para os testes das heurísticas consideramos o grupo A e o grupo B (descrito na Tabela 7). O grupo B possui instâncias geradas com combinações das quantidades de linhas, produtos e períodos sendo que para cada classe foram gerados 5 exemplares, resultando em um total de 90 exemplares. Por exemplo, temos 5 instâncias com 7 linhas, 56 produtos e 10 períodos. Na Tabela 7 a coluna variáveis binárias representa as quantidades mínima e máxima de variáveis entre os problemas da mesma classe, e estes valores são calculados pela expressão $|T|(|J|^2 + |J| + |L|)$.

Tabela 7 – Grupo B de instâncias

Linhas (L)	Produtos (J)	Períodos (T)	Variáveis binárias
5	30; 40; 50	10; 14	9350; 35770
7	42; 56; 70		18130; 69678
9	54; 72; 90		29790; 114786

A título de informação nas Tabelas 6 e 7 são apresentadas as quantidades de variáveis binárias de cada classe de instâncias, esta é uma informação relevante para o decisor para estimar a dificuldade de resolução do problema. E considerando uma aplicação de cunho industrial a quantidade de variáveis do problema determina se o decisor pode utilizar um *software* livre.

Com a finalidade de demonstrar a eficiência dos métodos heurísticos propostos também foram utilizadas instâncias da literatura: Almada-Lobo et al. (2007) e Mohammadi et al. (2010). Os modelos matemáticos desses trabalhos são apresentados no anexo A dessa dissertação.

5.3 Análise dos modelos matemáticos

Nessa seção analisamos o desempenho do CPLEX na resolução de todos os modelos matemáticos. Primeiramente testamos a performance dos modelos matemáticos para o grupo A de instâncias (testes 1 e 2). Em seguida o modelo mais promissor será testado com a inclusão de diferentes restrições para o tratamento da perecibilidade (teste 3). Concluimos a seção com a análise de diferentes cenários do problema (teste 4).

Nos experimentos consideramos a resolução do CPLEX com tempo limite de 1 hora. Para mensurar a qualidade da solução utilizamos o *GAP* definido pela equação (5.4) onde *FO* representa o valor da melhor solução factível e *MLI* o melhor limitante inferior encontrado pelo CPLEX, respectivamente. Além, do tempo de execução usamos como critério de parada a qualidade da solução, onde a otimalidade é dada por um *GAP* de 10^{-4} .

$$GAP = \frac{FO - MLI}{FO} \quad (5.4)$$

Nos testes 1 e 2 aplicamos os modelos matemáticos com inclusão da restrição de limite de estoque para o tratamento da perecibilidade. Somente no teste 3 fazemos uma análise das restrições de perecibilidade descritas no Capítulo 3.

Nessa seção considere a seguinte nomenclatura para os modelos matemáticos.

Nomenclatura dos modelos

- GLSP - modelo GLSP agregado.
- GLSP-LF - modelo GLSP por localização de facilidades.
- GLSP-A - modelo GLSP agregado com inclusão da desigualdade válida A.
- GLSP-B - modelo GLSP agregado com inclusão da desigualdade válida B.
- GLSP-A+B - modelo GLSP agregado com inclusão das desigualdades válidas A e B.
- CLSD - modelo CLSD agregado.
- CLSD-E - modelo CLSD agregado com limite de estoque.
- CLSD-D - modelo CLSD agregado com deterioração dos itens.
- CLSD-T - modelo CLSD agregado com idade do produto.

5.3.1 Teste 1. GLSP e desigualdades válidas

Nessa seção avaliamos o desempenho do CPLEX na resolução do grupo A de instâncias com os modelos: GLSP, GLSP-LF, GLSP-A, GLSP-B e GLSP-A+B.

Na Tabela 8 temos o GAP em porcentagem obtido na resolução dos modelos pelo CPLEX considerando as instâncias do grupo A com capacidade normal ($cut = 0,8$). Onde destacamos em negrito a formulação matemática com melhor solução para cada instância.

Tabela 8 – GAP(%) dos modelos GLSP (grupo A)

L	in	GLSP	GLSP-LF	GLSP-A	GLSP-B	GLSP-A+B
3	1	7,50	37,87	11,30	10,61	10,86
	2	2,04	36,71	2,86	2,87	2,31
	3	2,41	37,61	2,13	1,71	2,88
	4	2,00	37,36	2,23	1,53	3,80
	5	24,12	39,29	2,84	3,11	2,79
	Média	7,61	37,77	4,27	3,97	4,53
5	6	13,61	50,63	14,11	11,67	11,98
	7	8,36	47,69	9,03	7,18	4,52
	8	3,11	42,99	6,42	7,32	6,11
	9	6,59	48,16	5,29	4,55	3,04
	10	19,92	47,40	11,66	11,66	16,95
	Média	10,32	47,37	9,30	8,48	8,52
7	11	33,54	52,22	15,84	18,81	16,16
	12	6,44	47,66	5,79	7,26	5,96
	13	7,06	43,36	3,62	4,59	4,46
	14	18,11	49,88	15,32	20,37	26,73
	15	12,56	46,89	4,94	4,42	4,14
	Média	15,55	48,00	9,10	11,09	11,49
9	16	21,86	56,75	13,80	18,99	19,03
	17	13,99	95,58	7,44	12,69	7,71
	18	23,36	45,75	9,42	8,64	5,20
	19	17,67	98,24	11,17	11,80	5,84
	20	21,00	98,50	10,48	16,34	11,84
	Média	19,58	78,96	10,46	13,69	9,92

Na Tabela 9 temos um resumo da qualidade das soluções obtidas pelo CPLEX para a resolução dos modelos GLSP com a porcentagem de redução ou aumento dos valores dos limitantes superiores e inferiores em relação ao modelo GLSP. Também na Tabela 9 indicamos a coluna Melhor - o número instâncias que o modelo forneceu a solução com menor custo dentre os 5 modelos testados. O desempenho obtido pela resolução do GLSP-LF foi significativamente inferior à formulação agregada, portanto seus resultados foram omitidos.

Na Figura 15 esboçamos os valores dos melhores limitantes inferiores obtidos pelo CPLEX na resolução dos modelos matemáticos. A resolução do CPLEX do modelo GLSP-A+B forneceu o melhor limitante inferior no conjunto de instâncias considerado.

Tabela 9 – Comparação da qualidade das soluções do GLSP

	Melhor	Função Objetivo (%)	Limitante inferior (%)
GLSP	3	—	—
GLSP-A	7	-7,15	+13,05
GLSP-B	4	-5,44	+12,61
GLSP-A+B	6	-6,52	+26,7

Figura 15 – Limitante inferior obtido pelo CPLEX na resolução dos modelos GLSP (instâncias/limitante)

O modelo com inclusão da inequação A promoveu melhores resultados do que a resolução com a inequação B. Contrariando as expectativas a junção das duas inequações, o GLSP-A+B não foi o modelo que obteve as melhores soluções, embora tenha obtido os melhores limitantes inferiores como mostra a Figura 15.

O modelo GLSP-A (GLSP com formulação agregada e inclusão da inequação válida A) obteve o melhor desempenho, isto é, apresentou o menor valor de função objetivo em média e obteve a melhor solução em 35% das instâncias.

Em relação ao modelo GLSP-A+B, que apresentou uma performance semelhante ao GLSP-A, temos que os resultados do modelo GLSP-A forneceu uma redução da função objetivo de 0,68%, em média, sobre o modelo GLSP-A+B, embora este modelo matemático tenha fornecido o melhor limitante inferior dentre os modelos GLSP.

5.3.2 Teste 2. GLSP vS. CLSD

Nessa seção comparamos as soluções obtidas pelo CPLEX na resolução dos modelos CLSD e GLSP-A (que obteve o melhor desempenho no experimento anterior) e considerando o grupo A de instâncias.

Nas Tabelas 10 e 11 apresentamos o GAP e o tempo de execução, em segundos, respectivamente, considerando os três níveis de capacidade - normal ($cut = 0,8$), apertada ($cut = 1$) e folgada ($cut = 0,6$). Ao adotar 3 níveis de capacidade nesse experimento temos um total de 60 exemplares.

Pelos resultados apontados na Tabela 10 vemos a superioridade do modelo CLSD sobre o GLSP. O CPLEX considerando o CLSD resolveu na otimalidade 56,67% das instâncias.

Tabela 10 – GAP(%) dos modelos GLSP+A e CLSD (grupo A)

L	in	CLSD			GLSP-A		
		$cut = 0,6$	$cut = 0,8$	$cut = 1,0$	$cut = 0,6$	$cut = 0,8$	$cut = 1,0$
3	1	0,00	0,00	0,01	12,01	11,30	2,02
	2	0,00	0,00	0,00	2,09	2,86	3,78
	3	0,00	0,00	0,00	1,61	2,13	3,20
	4	0,00	0,00	0,00	3,99	2,23	1,01
	5	0,00	0,00	0,00	1,43	2,84	0,55
	Média	0,00	0,00	0,00	4,23	4,27	2,11
5	6	0,00	0,00	0,01	9,88	14,11	16,65
	7	0,00	0,00	0,00	5,75	9,03	12,96
	8	0,00	0,00	0,00	5,38	6,42	5,37
	9	0,00	0,00	0,00	2,33	5,29	32,51
	10	0,00	0,00	0,00	12,71	11,66	6,10
	Média	0,00	0,00	0,00	7,21	9,30	14,72
7	11	1,22	4,13	1,66	15,12	15,84	6,36
	12	2,38	0,92	2,62	7,49	5,79	10,16
	13	2,33	0,01	1,27	6,54	3,62	14,26
	14	0,00	0,00	0,00	19,40	15,32	20,69
	15	1,02	0,91	0,90	6,13	4,94	6,76
	Média	1,39	1,19	1,29	10,94	9,10	11,65
9	16	1,54	1,35	2,32	20,16	13,80	20,25
	17	1,35	2,23	2,10	7,00	7,44	12,63
	18	0,00	0,00	0,00	4,87	9,42	44,14
	19	0,08	0,11	0,05	6,46	11,17	9,87
	20	2,15	2,16	1,93	11,51	10,48	8,95
	Média	1,03	1,17	1,28	10,00	10,46	19,17

Na Figura 16 apresentamos os valores da função objetivo para todas as instâncias do grupo A com os modelos CLSD e GLSP+A considerando a capacidade folgada (instâncias de 1 a 20), normal (instâncias de 21 a 40) e apertada (instâncias de 41 a 60). Enquanto na Figura 17 temos os valores dos melhores limitantes inferiores obtidos pelos modelos GLSP e CLSD com capacidade normal. Na Figura 18 temos os limitantes inferiores obtidos pelos modelos GLSP+A e CLSD considerando os três níveis de capacidade: folgada (instâncias de 1 a 20), normal (instâncias de 21 a 40) e apertada (instâncias de 41 a 60).

A resolução do modelo CLSD pelo CPLEX obteve o melhor desempenho fornecendo em média um aumento de 81,24% dos limitantes inferiores em relação aos melhores limitantes

Tabela 11 – Tempo de execução dos modelos CLSD e GLSP-A (grupo A)

Linha	in	CLSD			GLSP		
		<i>cut</i> = 0,6	<i>cut</i> = 0,8	<i>cut</i> = 1,0	<i>cut</i> = 0,6	<i>cut</i> = 0,8	<i>cut</i> = 1,0
3	1	47	236	3600	3600	3600	3600
	2	32	15	34	3600	3600	3600
	3	29	40	52	3600	3600	3600
	4	42	28	45	3600	3600	3600
	5	21	24	31	3600	3600	3600
	Média	34	69	752	3600	3600	3600
5	6	143	2712	3600	3600	3600	3600
	7	395	403	210	3600	3600	3600
	8	145	267	666	3600	3600	3600
	9	80	124	84	3600	3600	3600
	10	114	217	87	3600	3600	3600
	Média	175	745	929	3600	3600	3600
7	11	3600	3600	3600	3600	3600	3600
	12	3600	3600	3600	3600	3600	3600
	13	3600	3600	3600	3600	3600	3600
	14	1736	1754	3581	3600	3600	3600
	15	3600	3600	3600	3600	3600	3600
	Média	3227	3231	3596	3600	3600	3600
9	16	3600	3600	3600	3600	3600	3600
	17	3600	3600	3600	3600	3600	3600
	18	3272	3263	3278	3600	3600	3600
	19	3600	3600	3600	3600	3600	3600
	20	3600	3600	3600	3600	3600	3600
	Média	3534	3533	3536	3600	3600	3600

Figura 16 – Função objetivo dos modelos CLSD e GLSP-A - grupo A (instância/custo)

Figura 17 – Melhores limitantes inferiores dos modelos matemáticos - grupo A $cut = 0,8$ (instâncias/limitantes)

Figura 18 – Melhores limitantes inferiores dos CLSD e GLSP+A - grupo A (instâncias/limitantes)

obtidos dentre os modelos GLSP. Em relação ao teste considerando as três capacidades (Tabela 10), em média as soluções obtidas pela resolução do CLSD apresentaram um custo 10,56% menor do que os planos de produção do GLSP-A.

Pelos resultados apresentados, o modelo CLSD é a formulação mais promissora para o tratamento do problema de dimensionamento de lotes considerado nessa dissertação, e portanto será explorado nas próximas seções. Esse resultado coincide com análises feitas na literatura, como por exemplo, nos trabalhos de Pahl et al. (2011), Amorim et al. (2013b) e Guimarães et al. (2014).

5.3.3 Teste 3. Restrições de perecibilidade

Nessa seção investigamos o desempenho do CPLEX na resolução do CLSD com inclusão das restrições para o tratamento da perecibilidade - limite de estoque (CLSD-E), deterioração dos itens (CLSD-D) e idade do produto (CLSD-T) descritas no Capítulo 3.

Relembramos que no Capítulo 3 ao apresentar a restrição de deterioração, mencionamos que essa formulação não é comparável com as outras restrições por permitir perda do estoque. Mas como as soluções fornecidas pela resolução do modelo CLSD-D não tiveram itens deteriorados podemos compará-los com os resultados obtidos pelos modelos CLSD-E e CLSD-T.

Nas Tabelas 12 e 13 apresentamos o GAP e o tempo de execução em segundos, respectivamente, considerando os três níveis de capacidade e as restrições de perecibilidade.

Tabela 12 – GAP(%) do CLSD com restrições de perecibilidade (grupo A)

L	in / cut	CLSD-E			CLSD-D			CLSD-T		
		0,6	0,8	1,0	0,6	0,8	1,0	0,6	0,8	1,0
3	1	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,08	0,01	0,01	0,00
	2	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00
	3	0,00	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01
	4	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01
	5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Média	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,02	0,01	0,01	0,00
5	6	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00
	7	0,01	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01
	8	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01
	9	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01
	10	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01
	Média	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01
7	11	0,01	2,23	1,66	0,01	0,00	1,74	0,01	0,01	1,66
	12	0,10	0,31	0,19	0,01	0,19	0,01	0,01	0,40	0,01
	13	0,01	0,01	0,01	0,14	0,01	0,01	0,01	0,15	0,00
	14	0,01	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00
	15	1,02	0,13	0,90	0,00	0,05	0,90	0,85	0,10	0,86
	Média	0,23	0,54	0,55	0,03	0,05	0,53	0,18	0,13	0,51
9	16	1,54	0,95	0,25	1,60	0,93	0,24	1,60	1,71	0,28
	17	1,35	0,33	0,12	1,47	0,01	0,12	1,27	0,33	0,12
	18	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,00	0,11	0,11	0,11
	19	0,08	0,11	0,05	0,10	0,91	0,05	0,74	0,75	0,26
	20	0,90	0,97	0,65	0,90	0,93	0,77	0,94	0,98	0,72
	Média	0,78	0,48	0,22	0,82	0,56	0,24	0,93	0,78	0,30

O CLSD-E e CLSD-D apresentaram melhores valores de função objetivo em 80% e 85% dos exemplares, respectivamente. Enquanto o CLSD-T apresentou melhores soluções em 72% das instâncias. Observe na Tabela 12 que como algumas instâncias foram resolvidas na otimalidade por mais de um modelo, a soma do percentual de melhores resultados de cada modelo não equivale a 100% (80 + 85 + 72).

Tabela 13 – Tempo de execução do CLSD com restrições de perecibilidade em segundos (grupo A)

L	in / cut	CLSD-E			CLSD-D			CLSD-T		
		0,6	0,8	1,0	0,6	0,8	1,0	0,6	0,8	1,0
3	1	47	236	3600	42	262	3600	42	125	3346
	2	32	15	34	23	21	17	25	17	12
	3	29	40	52	32	40	37	30	34	25
	4	42	28	45	46	39	37	39	19	15
	5	21	24	31	47	26	34	18	20	9
	Média	34	69	752	38	78	745	31	43	681
5	6	143	2712	3600	171	1663	2187	130	225	2246
	7	395	403	210	232	374	380	279	234	223
	8	145	267	666	152	279	193	266	176	214
	9	80	124	84	92	292	93	64	65	56
	10	114	217	87	179	413	143	130	93	82
	Média	175	745	929	165	604	599	174	158	564
7	11	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3600	808	3600
	12	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3748	3600
	13	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3130
	14	1736	1754	3581	1025	507	737	584	1102	572
	15	3600	3600	3600	3336	3600	3600	3600	3600	3600
	Média	3227	3231	3596	3032	2981	3027	2997	2572	2900
9	16	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3600
	17	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3600
	18	3272	3263	3278	3600	3600	2481	3600	3600	3600
	19	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3600
	20	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3600
	Média	3534	3533	3536	3600	3600	3376	3600	3600	3600

Em relação ao tempo de execução, nas instâncias em que o CPLEX provou a otimalidade o modelo CLSD-T obteve o ótimo em menor tempo, com uma redução de cerca de 37% e 25% dos tempos dos modelos CLSD-E e CLSD-D.

O modelo CLSD-E obteve menores valores para função objetivo do que os modelos CLSD-D e CLSD-T para 85% e 88% dos testes respectivamente, portanto adotamos esse modelo para a implementação das heurísticas.

5.3.4 Teste 4. Análise das soluções I

Nessa teste temos como objetivo analisar o problema de planejamento da produção da indústria de alimentos sobre o efeito do nível de capacidade das linhas, perecibilidade e recursos da fábrica (máquinas e trabalhadores) e como isso afeta o plano de produção - níveis de estoque, quantidades de atrasos e de preparações nas linhas de produção. Encerramos a seção fazendo uma breve análise de sensibilidade dos modelos matemáticos.

Esse estudo é importante para o gestor de produção entender o comportamento do sistema de produção, identificar problemas de desempenho e medidas de correção para o melhor uso dos

recursos da fábrica.

Nesse experimento consideramos as instâncias do grupo A e o modelo matemático CLSD-E, que obteve o melhor desempenho nos testes realizados.

Nessa seção considere a seguinte notação para representar as restrições do problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes: P (restrição de perecibilidade dada por (3.45)), M (restrição de máquinas dada por (3.40)), R (restrição de trabalhadores dada por (3.39)). Com essa notação definimos seis problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes - RL, MR, P, PM, PMR e PR - representados na Tabela 14. Esses problemas são constituídos pelo problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes clássico da literatura com inclusão das restrições P, M ou R. Por exemplo, o problema PMR é o problema abordado nessa dissertação e RL é o problema clássico da literatura.

Tabela 14 – Problemas de dimensionamento de lotes (teste 4)

Restrição	RL	MR	P	PM	PMR	PR
P			X	X	X	X
M		X		X	X	
R		X			X	X

Na Figura 19 temos o total de instâncias resolvidas na otimalidade pelo CPLEX, em cada um dos 6 problemas, para os três níveis de capacidade. Na Tabela 15 apresentamos o GAP médio dos 6 problemas, considerando as instâncias do grupo A e três níveis de capacidade, e na Tabela 16 o respectivo tempo médio de resolução em segundos.

Tabela 15 – GAP(%) médio dos 6 problemas (grupo A)

cut	Linhas	RL	MR	P	PM	PMR	PR
0,6	3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	7	0,00	1,94	0,00	0,30	1,40	1,29
	9	0,08	0,97	0,17	0,80	1,16	1,99
0,8	3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	7	0,00	1,38	0,00	0,00	1,25	0,54
	9	0,06	1,68	0,08	0,51	1,13	1,46
1,00	3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,05
	5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	7	0,00	1,41	0,00	0,05	1,40	1,47
	9	0,04	1,67	0,05	0,71	1,28	1,50

Podemos concluir que o problema de dimensionamento de lotes, PMR, foco do nosso estudo apresenta uma maior dificuldade para ser resolvido do que o modelo clássico (RL), por apresentar maiores valores de GAP e uma menor quantidade de exemplares resolvidos na otimalidade. Embora pela Figura 19 a resolução com a capacidade apertada apresentou um maior

Tabela 16 – Tempo médio dos 6 problemas (grupo A)

cut	Linhas	RL	MR	P	PM	PMR	PR
0,6	3	48	24	32	40	34	29
	5	117	165	105	126	175	142
	7	556	3038	614	1644	3227	3080
	9	1118	3315	1218	3600	3534	3600
0,8	3	48	165	33	30	69	61
	5	126	869	112	103	745	154
	7	969	2877	751	1615	3231	4858
	9	1190	3600	1423	3600	3532	3600
1,0	3	46	274	60	54	752	804
	5	224	317	225	471	929	917
	7	1041	3032	778	1978	3596	3551
	9	1235	3600	1367	3600	3535	3600

Figura 19 – Total de instâncias resolvidas na otimalidade

número de exemplares resolvidos na otimalidade, em média, a diminuição da capacidade leva a aumento da dificuldade de resolução do problema (Tabela 15).

A inclusão da restrição de precibilidade facilita a resolução do problema, em geral, houve diminuição do tempo de execução e do GAP médio. E as restrições de máquinas e de trabalhadores são os fatores que causam maior impacto na resolução do problema, em especial a restrição de recursos (R).

Nas próximas seções do Teste 4 vamos utilizar as seguintes medidas para avaliar o plano de produção:

- Estoque médio - definimos como a seguinte porcentagem $\frac{100}{|J||T|} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \frac{I_{jt}}{d_{jt}}$, ou seja, ele representa a quantidade média que o gerente antecipa as demandas futuras.
- Quantidade de itens em atraso dado por $\sum_{j \in J} \sum_{t \in T} ad_{jt}$.

- Número de trocas dado por $\sum_{i \in J} \sum_{j \in J, j \neq i} \sum_{t \in T} y_{ijt}$

5.3.4.1 Capacidade das linhas

Nessa seção comparamos os problemas RL e PMR, o problema de dimensionamento de lotes clássico e o da indústria de alimentos, variando a capacidade das linhas de produção.

Na Figura 20 temos o estoque médio em porcentagem para os problemas PMR e RL. O problema PMR promoveu um aumento de 28,70% na utilização do estoque, em relação ao problema RL. Os testes com capacidade apertada e folgada tendem a apresentar menor e maior utilização do estoque, respectivamente. Note que esse comportamento do estoque também é observado no problema RL.

Figura 20 – Estoque médio dos problemas PMR e RL (instâncias/estoque(%))

Sobre o atraso do atendimento da demanda na Figura 21 temos o total de itens em atraso para cada instância considerando os três níveis de capacidade. Note que para o problema RL ele ocorreu em apenas 4 instâncias sujeitas a capacidade apertada, enquanto para os testes com o problema PMR todas as instâncias apresentam soluções com atraso. De fato, no início do horizonte devido as restrições de recursos, existem linhas que não podem ser abertas no primeiro período, logo, famílias inteiras de produtos sofrem atrasos. Novamente observa-se uma relação inversamente proporcional entre as capacidades das linhas de produção e o número de itens em atraso - a capacidade apertada possui o maior volume de atrasos.

A respeito do número de trocas nas linhas temos na Figura 22 o total de preparações realizadas durante o cronograma de produção. Houve uma redução de 12% do total de trocas entre os problemas PMR e RL. Por fim, a variação da capacidade das linhas não gerou diferenças significativas nas soluções, porém a capacidade apertada apresentou a menor quantidade de trocas na maioria das instâncias.

Figura 21 – Quantidades de itens atrasados dos problemas PMR e RL (instâncias/atraso)

Figura 22 – Quantidades de trocas dos problemas PMR e RL (instâncias/trocas)

5.3.4.2 Percibilidade do estoque

Nessa seção analisamos o efeito da percibilidade no problema de dimensionamento de lotes através dos problemas RL, MR, P e PMR - esses dois últimos problemas impõe a restrição de percibilidade do estoque.

Nas Figuras 23, 24 e 25 temos o estoque médio, quantidade de itens atrasados e de trocas, respectivamente para esses 4 problemas, obtidos para as instâncias do grupo A considerando os 3 níveis de capacidade - 1-20 (capacidade folgada); 21-40 (capacidade normal); 41-60 (capacidade apertada).

Figura 23 – Estoque médio dos problemas RL, P, PMR e MR (instâncias/estoque(%))

Figura 24 – Quantidades de itens atrasados dos problemas RL, P, PMR e MR (instâncias/atraso)

Figura 25 – Quantidades de trocas dos problemas RL, P, PMR e MR (instâncias/trocas)

Na Figura 23 podemos ver que a inclusão da restrição de perecibilidade resulta na diminuição da utilização do estoque (RL e P; e PMR e MR) e não é relevante para o atraso do

atendimento da demanda, que depende sobretudo das condições de abertura e fechamento das linhas.

Sobre a quantidade de trocas nas linhas houve um aumento de cerca de 2%, nos problemas que consideram a perecibilidade. Esse aumento não é significativo, mas podemos inferir a sua causa devido a utilização do estoque. No problema RL podemos manter grandes lotes de produtos em estoque, a fim de evitar custos de preparação das máquinas, porém a inclusão da restrição de perecibilidade limita a utilização do estoque forçando um maior número de trocas.

5.3.4.3 Recursos da fábrica

Nessa seção estudamos o efeito das restrições de recursos no problema de dimensionamento de lotes através dos planos de produção fornecidos pelos problemas: RL, PM, PR e PMR.

Nas Figuras 26, 27 e 28 representamos o estoque médio, quantidade de itens atrasados e de trocas, respectivamente, para os problemas RL, PM, PR e PMR para as instâncias do grupo A considerando os três níveis de capacidade - instâncias 1-20 (capacidade folgada); 21-40 (capacidade normal); 41-60 (capacidade apertada).

Figura 26 – Estoque médio dos problemas RL, P, PMR e MR ((instâncias/estoque(%))

Note que na seção anterior enquanto a inclusão da restrição de perecibilidade leva a diminuição da utilização do estoque, o problema com restrições de recursos gera o aumento do nível do estoque. Em relação ao atraso no atendimento da demanda, as restrições para aberturas das linhas é a principal causa para o atraso no atendimento dos pedidos. A respeito da quantidade de trocas, a limitação de recursos, conseqüentemente do número de linhas abertas em cada período diminui o número de preparações em relação aos problemas RL e P.

O problema PR causa maior impacto ao plano de produção do que o problema PM, pois apresenta maiores volumes de estoque e de atraso e tem um menor número de preparações. Note

Figura 27 – Quantidades de itens atrasados dos problemas RL, P, PMR e MR (instâncias/atraso)

Figura 28 – Quantidades de trocas dos problemas RL, P, PMR e MR (instâncias/trocas)

que a restrição R (limitação de trabalhadores) relaciona todas as linhas, enquanto a restrição M (limitação de máquinas) associa somente as linhas que utilizam determinado tipo de máquina.

Na Tabela 17 apresentamos um resumo do que foi exposto nessa seção - a média de cada medida de desempenho (estoque médio, quantidade de itens em atraso e de trocas) considerando as instâncias do grupo A, sujeita aos três níveis de capacidade.

5.3.4.4 Análise de sensibilidade

Para concluir os experimentos dos modelos matemáticos realizamos uma breve análise de sensibilidade considerando o problema PMR foco do estudo dessa dissertação.

Na Figura 29 apresentamos um gráfico do GAP (*eixo-y*) para instâncias de um problema com 7 linhas, capacidade normal e um horizonte de planejamento de 7 a 28 períodos (geradas especificamente para este teste). No *eixo-x* temos as dimensões do problema dada por $|J| - |T|$, onde $|J|$ representa o número de produtos e $|T|$ o tamanho do horizonte de planejamento. Por

Tabela 17 – Medidas dos problemas

cut	Medida	RL	MR	P	PM	PMR	PR
0,6	Estoque	23,53	34,44	21,81	27,41	32,63	30,29
	Atraso	0,00	318,32	0,00	187,40	318,32	281,42
	Trocas	153,20	134,45	155,45	143,20	136,60	142,30
0,8	Estoque	23,39	35,37	21,70	27,40	32,91	30,49
	Atraso	0,00	330,92	0,00	187,40	343,41	306,51
	Trocas	153,65	133,80	155,80	143,20	136,60	141,80
1,0	Estoque	23,13	35,03	21,37	27,40	32,74	30,04
	Atraso	62,82	428,34	63,36	187,40	450,00	409,47
	Trocas	153,70	134,80	156,05	143,15	136,10	142,20

exemplo o primeiro elemento do *eixo-x* possui 42 produtos e 7 períodos. As instâncias no *eixo-x* foram dispostas em ordem crescente de acordo com o número de variáveis binárias do modelo matemático CLSD.

Esse experimento indica que o modelo GLSP-A pode apresentar um comportamento melhor, que o CLSD nas instâncias com mais de 50764 variáveis binárias (na Figura 29 são as instâncias a partir de 42-28), embora as soluções ainda terem um GAP elevado.

Figura 29 – GAP(%) dos modelos matemáticos - análise de sensibilidade (instâncias/GAP)

Em relação à complexividade do problema na Figura 30 temos 2 gráficos com os mesmos resultados do modelo CLSD apresentados na Figura anterior, porém reordenando o *eixo-x* da seguinte forma - o gráfico da esquerda é crescente em relação ao número de itens e o gráfico da direita é crescente em relação ao número de períodos.

Para esse problema o gráfico da Figura 29 não representa uma função crescente. Fazendo uma analogia com o problema do caixeiro viajante conforme aumenta-se o número de cidades ou nós o tempo de resolução aumenta exponencialmente. Podemos pressupor por meio desse problema, que aumentando o número de variáveis inteiras o problema torna-se mais difícil de

ser resolvido pelos métodos exatos. Porém, a Figura 30 mostra que o tamanho do horizonte é um fator que gera maior impacto na resolução do que a quantidade de itens, e curiosamente o número de variáveis inteiras do CLSD, dado por $|T|(|J|^2 + |J| + |L|)$, depende mais do número de itens, $|J|$, do que a quantidade de períodos $|T|$.

Figura 30 – GAP(%) dos modelos matemáticos - análise de sensibilidade II (instâncias/GAP)

Na Figura 31 temos os valores de GAP de um exemplar com 70 itens e capacidade normal. Nos variamos a quantidade de linhas (*eixo-x*) e o tamanho do horizonte de planejamento entre 7, 10 e 14 períodos.

Figura 31 – GAP(%) do CLSD com múltiplas linhas (linhas/GAP)

Os resultados da Figura 31 reforçam que a resolução do problema de dimensionamento de lotes com $|T| = 7$ períodos é relativamente fácil, razão que nos levou a desconsiderar testes com essa dimensão na classe B de instâncias.

Quando temos $|L| = 3$ temos uma média de 23 produtos por linha e o maior GAP apresentado. Considerando os resultados para $|T| = 10$ e $|T| = 14$ conforme aumenta-se o número de linhas o tamanho das famílias de produtos diminui, consequentemente os problemas de sequenciamento das linhas vão se tornando mais fáceis e o problema tende a apresentar menores valores de GAP. Sobre a instância com 5 linhas, que possui um GAP baixo pode ser inferido que o CPLEX gasta muito tempo em soluções com um patamar de GAP elevado até sofrer uma queda brusca.

Finalizamos com uma observação, embora por esse exemplo o CPLEX apresentou maior dificuldade no caso com 3 linhas, nos testes da classe B nos decidimos excluir essa dimensão, pois acreditamos que esse caso não retrata adequadamente os cenários industriais.

5.4 Análise das heurísticas

Nessa seção estudaremos a performance das heurísticas propostas para a resolução do problema. No teste 5 utilizamos as heurísticas descritas no Capítulo 4 para a resolução do grupo A de instâncias, e escolhemos a heurística com melhor desempenho para aplicação nos testes posteriores. No teste 6 comparamos os resultados da heurística e do CPLEX para a resolução do grupo B de instâncias. No teste 7 compararemos os planos de produção da heurística com os fornecidos pela solução do modelo matemático para instâncias baseadas na indústria. No teste 8 testamos a heurística na resolução de dois problemas clássicos da literatura - dimensionamento e sequenciamento de lotes em um ambiente com e sem máquinas paralelas.

Nesse experimento como para os testes com os modelos matemáticos, impomos as heurísticas um limite de tempo de 1 hora de execução. Todas as heurísticas foram implementadas adotando a formulação do modelo CLSD-E, que demonstrou melhor desempenho para esse problema de dimensionamento de lotes.

Seja a seguinte notação para as heurísticas:

- RF - *relax-and-fix*.
- FOT - *fix-and-optimize* por períodos.
- FOL - *fix-and-optimize* por linhas.
- HSA - *Simulated annealing*
- ALNS - *Adaptative large neighbor search*.

Parametrização das heurísticas

A heurística *relax-and-fix* é progressiva no tempo e possui decomposição por períodos e sobreposição de 2 períodos. Nessa heurística são resolvidos $|T| - 1$ subproblemas inteiros mistos, e o tempo de execução de cada iteração i é limitado por $T_i = \frac{3600 - \sum_{k=0}^{i-1} T_k}{T-i}$ segundos, com $T_0 = 0$, ou seja, dado 3600 segundos como o tempo limite de execução podemos distribuir esse tempo igualmente entre os $|T| - 1$ subproblemas, mas se algum subproblema tenha sido resolvido na otimalidade sem atingir o tempo limite, o tempo restante é distribuído para as próximas iterações.

As heurísticas de melhoria e metaheurísticas utilizam como solução inicial, a solução inteira gerada pela heurística *relax-and-fix* com o tempo limite de 10 minutos.

Nas iterações das heurísticas *fix-and-optimize* e das metaheurísticas adotamos um tempo limite de execução de 60 segundos para cada iteração. Em relação ao decaimento da probabilidade da heurística FOL temos uma diminuição de 67% da probabilidade da partição selecionada.

Sobre a parametrização das heurísticas HSA e ALNS temos temperatura inicial $\theta_0 = 23$, o cronograma de congelamento é dado por $\alpha = 0,95$, o número de iterações para que a temperatura diminua é definido pela quantidade de períodos (T) do problema e a probabilidade de aceitar uma solução com objetivo maior é de $e^{-\Delta f/\theta}$ onde θ representa a temperatura e Δf a diferença entre objetivos da solução obtida e a atual. Esses valores foram obtidos experimentalmente, entretanto nessas metaheurísticas foi feita uma normalização para o cálculo da probabilidade de aceitação, isto é, o objetivo é representado pelo GAP do problema e não o custo do plano de produção. Essa medida é tomada com a finalidade de reduzir os efeitos da variação da qualidade da solução em relação aos parâmetros sejam estes referentes aos do modelo matemático ou da heurística.

5.4.1 Teste 5. Grupo A

Na Tabela 18 apresentamos o GAP das heurísticas na resolução do grupo A de instâncias considerando a capacidade normal e na Tabela 19 o respectivo tempo de execução em segundos.

As MIP-heurísticas (*relax-and-fix* e *fix-and-optimize*) forneceram soluções com qualidade próxima do CPLEX com um tempo médio de execução 87% menor do que o CPLEX. As heurísticas *fix-and-optimize* propostas forneceram redução do custo para a solução incumbente em 95% das instâncias sendo que a melhoria da FOL em relação a FOT foi de cerca de 1%.

Sobre as metaheurísticas a heurística HSA promoveu soluções melhores que as MIP-heurísticas em todas as instâncias do problema com redução média de 4% da função objetivo. O algoritmo ALNS gerou a melhor solução para 85% das instâncias, portanto será a heurística aplicada nos próximos experimentos.

Tabela 18 – GAP(%) das heurísticas (grupo A)

L	in	RF	FOT	FOL	HSA	ALNS	CPLEX
3	1	0,92	0,92	0,92	0,20	0,18	0,20
	2	0,95	0,95	0,95	0,19	0,00	0,00
	3	0,63	0,63	0,63	0,01	0,00	0,00
	4	0,34	0,34	0,34	0,01	0,00	0,00
	5	0,97	0,97	0,97	0,11	0,00	0,00
	Média	0,76	0,76	0,76	0,10	0,04	0,04
5	6	1,11	1,11	1,11	0,08	0,00	0,00
	7	0,31	0,31	0,31	0,04	0,00	0,00
	8	0,53	0,53	0,53	0,09	0,00	0,00
	9	0,53	0,53	0,39	0,03	0,00	0,00
	10	0,48	0,48	0,48	0,17	0,00	0,00
	Média	0,59	0,59	0,56	0,08	0,00	0,00
7	11	2,05	2,05	2,05	1,81	1,65	1,78
	12	3,54	3,54	3,11	2,61	2,53	2,91
	13	1,89	1,89	1,64	1,54	1,30	1,13
	14	0,50	0,50	0,40	0,18	0,09	0,01
	15	1,88	1,88	1,73	1,35	1,10	1,16
	Média	1,97	1,97	1,78	1,50	1,33	1,40
9	16	2,72	2,72	2,59	2,40	2,31	2,31
	17	2,69	2,69	2,87	2,42	2,20	2,16
	18	0,56	0,56	0,56	0,27	0,11	0,01
	19	1,07	1,47	0,84	0,62	0,36	0,01
	20	2,47	2,47	2,36	2,11	2,18	1,92
	Média	1,90	1,98	1,84	1,56	1,43	1,28

5.4.2 Teste 6. Grupo B

Nesse experimento avaliamos o desempenho do CPLEX e da metaheurística ALNS na resolução do grupo B de instâncias. Conforme a definição do grupo B esse experimento foi realizado considerando 3 quantidades de linhas, as capacidades normal e apertada, horizonte de planejamento de 10 e 14 períodos e 3 classes de produtos gerando um total de 180 exemplares.

Na Tabela 20 apresentamos o GAP médio em porcentagem obtido pelo ALNS e pelo CPLEX na resolução do grupo B de instâncias. Destacamos em negrito a classe de instâncias que o método CPLEX ou ALNS obteve o melhor desempenho. Na Tabela 20, 6L, 8L, 10L representam as quantidades de produtos das instâncias e é calculado pelo produto do número de linhas e de itens, por exemplo, na classe de 5 linhas temos exemplares com $5.6 = 30$, $5.8 = 40$ e $5.10 = 50$ produtos. Enquanto nas Tabelas 21 e 22 temos os valores de GAP obtidos para todas as instâncias da classe B pelo CPLEX e pela heurística ALNS, respectivamente.

Considere a seguinte notação para os gráficos das Figuras 32 e 33, os elementos do *eixo-x* são indicados por $|J|-|T|-C$, onde $|J|$ indica a quantidade média de produtos por linha, $|T|$ o número de períodos e C a capacidade disponível, que pode ser normal (N) ou apertada (A). A Figura 32 representa a porcentagem de redução do custo da solução do ALNS sobre a solução

Tabela 19 – Tempo de execução das heurísticas em segundos (grupo A)

L	in	RF	FOT	FOL	HSA	ALNS	CPLEX
3	1	27	39	149	3600	3600	3600
	2	23	25	153	3600	3600	34
	3	16	18	151	3600	3600	52
	4	12	16	141	3600	3600	45
	5	17	21	93	3600	3600	31
	Média	19	24	137	3600	3600	752
5	6	77	127	3193	3600	3600	3600
	7	67	78	406	3600	3600	210
	8	38	45	188	3600	3600	666
	9	34	43	107	3600	3600	84
	10	34	44	534	3600	3600	87
	Média	50	67	885	3600	3600	929
7	11	382	424	1432	3600	3600	929
	12	348	389	1547	3600	3600	3600
	13	252	294	682	3600	3600	3600
	14	257	313	1502	3600	3600	3600
	15	321	319	1075	3600	3600	3581
	Média	312	348	1247	3600	3600	3062
9	16	641	757	3370	3600	3600	3600
	17	421	422	753	3600	3600	3596
	18	158	233	866	3600	3600	3600
	19	1088	1060	1502	3600	3600	3600
	20	680	697	859	3600	3600	3278
	Média	598	634	1470	3600	3600	3535

Tabela 20 – GAP (%) da ALNS Vs. CPLEX (grupo B)

L	T	cut	6L		8L		10L	
			CPLEX	ALNS	CPLEX	ALNS	CPLEX	ALNS
5	10	0,8	2,52	1,60	0,77	0,81	18,49	1,11
		1,0	0,23	0,54	1,56	0,81	19,61	1,28
	14	0,8	2,80	6,56	4,31	3,05	30,65	3,85
		1,0	3,14	6,10	12,03	6,13	22,69	4,69
7	10	0,8	3,20	2,41	16,98	1,60	37,28	2,43
		1,0	5,47	2,79	9,87	1,68	19,44	2,15
	14	0,8	19,60	3,44	70,92	30,09	71,26	35,55
		1,0	19,95	4,65	58,52	51,20	95,02	47,97
9	10	0,8	4,47	2,00	62,34	4,98	70,60	6,41
		1,0	2,97	2,05	58,06	4,74	74,70	11,32
	14	0,8	29,41	6,00	90,42	28,87	90,06	88,65
		1,0	23,86	6,10	78,18	31,98	96,66	94,07

Tabela 21 – GAP(%) do CPLEX (grupo B)

L	T = 10						T = 14					
	cut = 0,8			cut = 1,0			cut = 0,8			cut = 1,0		
	6L	8L	10L	6L	8L	10L	6L	8L	10L	6L	8L	10L
5	10,34	0,37	84,44	1,14	0,66	90,68	4,51	0,01	2,51	4,37	0,00	11,21
	1,38	1,35	1,31	0,01	0,09	2,32	4,88	1,27	4,38	5,64	0,47	1,73
	0,01	0,14	1,75	0,00	0,32	1,60	1,00	15,35	51,00	0,97	55,78	4,92
	0,01	0,28	2,95	0,01	2,05	3,45	2,52	1,28	1,07	2,58	0,74	91,98
	0,85	1,70	2,00	0,01	4,70	0,01	1,09	3,66	94,27	2,15	3,15	3,59
7	9,11	2,85	2,83	8,95	28,19	1,63	89,17	15,03	78,28	37,56	25,44	97,31
	1,12	0,06	66,79	3,32	0,11	46,87	0,15	86,50	95,61	0,10	5,46	92,22
	3,38	0,01	2,15	12,50	0,01	1,74	3,30	93,24	93,52	2,95	85,32	95,46
	1,61	10,22	59,96	1,68	10,22	44,31	3,47	93,71	31,64	57,35	94,24	95,10
	0,77	71,76	54,68	0,92	10,80	2,64	1,89	66,11	57,25	1,77	82,15	94,99
9	15,01	20,36	96,72	7,62	3,70	96,72	14,74	97,44	97,27	3,21	97,44	97,37
	1,87	7,11	88,33	1,81	3,78	88,33	28,45	76,90	96,01	9,39	15,69	98,58
	1,02	94,47	79,71	1,05	93,06	81,88	93,98	95,63	97,74	92,81	95,63	98,56
	3,40	95,70	46,61	3,30	95,70	16,83	8,85	85,68	80,71	12,94	85,68	92,64
	1,05	94,07	41,65	1,05	94,07	89,72	1,05	96,46	78,59	0,94	96,46	96,14

Tabela 22 – GAP(%) da ALNS (grupo B)

L	T = 10						T = 14					
	cut = 0,8			cut = 1,0			cut = 0,8			cut = 1,0		
	6L	8L	10L	6L	8L	10L	6L	8L	10L	6L	8L	10L
5	4,21	0,23	0,93	1,10	0,23	1,07	17,27	2,54	3,20	3,58	5,11	3,90
	1,43	1,30	1,40	0,07	1,30	1,40	4,37	0,50	0,00	13,32	7,91	7,60
	1,53	0,18	2,12	1,52	0,18	2,12	1,30	5,22	11,86	4,97	8,40	2,42
	0,00	0,38	0,70	0,00	0,38	1,81	4,38	1,62	4,20	3,55	4,26	3,60
	0,85	1,96	0,41	0,00	1,96	0,00	5,46	5,38	0,00	5,08	4,97	5,93
7	2,57	1,59	1,93	2,59	1,63	1,97	5,82	15,09	29,62	3,87	42,67	39,97
	1,71	0,07	1,93	2,72	0,09	2,46	0,16	22,41	38,34	0,21	10,97	94,30
	4,97	0,03	2,68	5,74	0,03	1,97	5,17	71,36	15,25	3,58	27,87	26,72
	1,73	3,01	4,40	1,82	2,87	3,30	1,73	16,50	56,79	9,46	92,37	30,93
	1,07	3,30	1,22	1,07	3,76	1,05	4,31	25,07	37,76	6,12	82,15	47,90
9	3,36	0,20	3,04	3,30	0,21	0,94	9,82	25,63	73,87	6,96	21,72	78,39
	1,75	4,35	5,34	1,88	4,73	25,55	4,36	51,01	97,84	5,49	15,69	97,46
	1,41	9,75	14,64	1,19	10,05	5,78	9,70	43,65	98,24	8,30	43,65	98,07
	3,25	7,19	4,45	3,68	4,74	14,88	4,56	0,00	97,46	4,66	52,19	97,96
	0,21	3,43	4,56	0,21	3,95	9,43	1,57	24,05	75,82	5,08	26,65	98,45

fornecida pelo CPLEX no total, isto é, somando-se os custos das instâncias com as dimensões representadas no *eixo-x*. Na Figura 33 temos a porcentagem de instâncias, que o ALNS obteve solução melhor que o CPLEX para cada dimensão do problema.

Figura 32 – Porcentagem de redução do custo do ALNS - grupo B (instâncias/custo(%))

Figura 33 – Porcentagem de instâncias que o ALNS obteve melhor desempenho - grupo B (instâncias/soluções)

Enquanto nos testes do grupo A os resultados da metaheurística ALNS e do CPLEX são similares, esse experimento mostra que a abordagem heurística pode ser vantajosa quando se trata da resolução de problemas mais complexos.

No total a metaheurística ALNS obteve soluções melhores que o CPLEX em 63% das 180 instâncias, com uma redução média de custo de 34,57% mostrando a competitividade do método, porém pelos resultados para as instâncias com nove linhas de produção a heurística ainda deve ser aperfeiçoada. Em relação aos grupos A e B, a heurística ALNS obteve soluções melhores em 71,5% das instâncias.

Nos testes 5 e 6 demonstramos a eficiência e competitividade da metaheurística ALNS sobre o plano de produção fornecido pelo CPLEX. Agora no teste 7 iremos explicitar o que essa redução impacta no plano de produção.

5.4.3 Teste 7. Análise das soluções II

Nessa seção faremos uma análise do plano de produção proposto pela heurística ALNS e o fornecido pelo CPLEX, dado pela resolução do modelo matemático CLSD-E. Para esse experimento utilizaremos como limite de tempo 1 hora para a heurística e 4 horas para o CPLEX.

Nesse experimento consideramos instâncias geradas conforme as Tabelas 23 e 24, que simulam as linhas de produção da indústria. A Fábrica A possui 38 itens distribuídos em 6 linhas e a fábrica B possui 70 itens distribuídos em 9 linhas. Consideramos o teste com capacidade normal e um horizonte de planejamento de 14 períodos (2 semanas).

Tabela 23 – Linhas da fábrica A

	Linha	No. de itens
L1	Temperados bovinos	10
L2	Temperados suínos	4
L3	Linguças	7
L4	Curados/Defumados	5
L5	Linha Premium	3
L6	Supergelados	9

Tabela 24 – Linhas da fábrica B

	Linha	No. de itens
L1	Linguças	6
L2	Curados/Defumados	6
L3	Cortes dianteiros	7
L4	Cortes ponta de agulha	7
L5	Cortes nobres	11
L6	Cortes porcionados	11
L7	Cortes suínos	6
L8	Cortes temperados	6
L9	Supergelados	10

Na indústria de alimentos não existe expediente em finais de semana e feriados. Portanto assumimos que não existe demanda nesses períodos ($d_{jt} = 0, j \in J, t \in T$). Assumindo que a semana inicia-se na segunda-feira ($t = 1$) temos um novo grupo de restrições no modelo matemático para impor a produção nula nos sábados e domingos, dado por (5.5). Observamos que mesmo que não haja atividades de manufatura na fábrica, é permitido a estocagem dos produtos, pois o depósito deve permanecer refrigerado todos os dias da semana.

$$\delta_{lt} = 0 \quad l \in L, t \in \{6, 7, 13, 14, 20, 21, \dots\} \quad (5.5)$$

Na literatura Asana e Ohta (1999) consideram o problema de sequenciamento de tarefas onde o trabalho das máquinas é interrompido (*shutdown*) durante janelas de tempo.

5.4.3.1 Fábrica A

O plano de produção da heurística ALNS apresentou um custo de 452728, (GAP de 0,22%), enquanto o CPLEX forneceu uma solução com custo de 454400 (GAP de 1,92%).

Nas Figuras 34, 35 e 36, temos a quantidade de itens em estoque, percentual de utilização da capacidade e trocas das linhas da fábrica A, respectivamente, durante o horizonte de planejamento.

O plano de produção da heurística ALNS força a maior utilização da capacidade das linhas de produção e consequentemente do estoque. Curiosamente nos dois planos de produção não houve uma linha que permaneceu aberta durante todos os dias úteis.

Em particular destacamos o uso do depósito durante o final de semana (períodos 6 e 7), ele foi utilizado somente para armazenar 2 famílias de produtos (L1 e L2). Esse resultado aponta para uma oportunidade de estudo da relação de custos do problema, afim de determinar soluções de interesse para a gerência durante o desligamento das linhas. Uma possibilidade de extensão para o problema seria impor um estoque mínimo dos produtos durante o horizonte de planejamento.

5.4.3.2 Fábrica B

O CPLEX forneceu uma solução com custo de 533943 (GAP de 33,12%), enquanto o plano de produção do ALNS apresentou um custo de 509529,64, (GAP de 13,47%) representando uma redução de 4,68% do custo.

Nas Figuras 37, 38 e 39, temos a quantidade de itens em estoque, percentual de utilização da capacidade e trocas para as linhas da fábrica B, respectivamente, durante o horizonte de planejamento.

A solução da ALNS não apresenta estoque durante o finais de semana, isso indica que uma estratégia para a resolução do problema seria considerar um planejamento tático semanal.

Figura 34 – Níveis de estoque - fábrica A (períodos/estoque)

Figura 35 – Níveis de capacidade - fábrica A (períodos/capacidade)

Figura 36 – Quantidade de trocas - fábrica A (períodos/trocas)

Figura 37 – Níveis de estoque - fábrica B (períodos/estoque)

Figura 38 – Níveis de capacidade - fábrica B (períodos/capacidade)

Figura 39 – Quantidade de trocas - fábrica B (períodos/trocas)

5.4.4 Teste 8. Instâncias da literatura

Concluimos com o estudo da aplicação da heurística ALNS nos problemas clássicos de planejamento da produção. Temos como objetivo demonstrar a eficiência do método e motivar a aplicação da ALNS em outros problemas de otimização.

Nessa seção apresentamos um experimento onde o ALNS e o CPLEX/CLSD foram aplicados na resolução de dois problemas clássicos de dimensionamento e sequenciamento de lotes. Os modelos matemáticos clássicos são apresentados no anexo A desta dissertação.

5.4.4.1 Problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes

Nesse experimento consideramos instâncias de Almada-Lobo et al. (2007). Na Tabela 25 temos os resultados, GAP, objetivo e tempo, obtidos pelo CPLEX e pela heurística ALNS para instâncias 15 e 25 itens com 10 períodos.

Tabela 25 – GAP(%) da ALNS Vs. CPLEX - Almada-Lobo et al. (2007)

		Função objetivo		GAP		Tempo (s)	
J	T	CPLEX	ALNS	CPLEX	ALNS	CPLEX	ALNS
15	10	35322	35318	0,00	0,00	46	6
		34025	34042	0,00	0,06	216	3600
		34746	34770	0,00	0,08	704	3600
		34306	34303	0,00	0,00	2777	147
		35458	35454	0,00	0,00	221	39
Média		34771	34778	0,00	0,03	793	3600
25	10	56625	56626	0,08	0,08	3600	3600
		57579	57644	0,15	0,12	3600	3600
		60215	60258	0,09	0,16	3600	3600
		59065	59095	0,08	0,06	3600	3600
		54432	54498	0,41	0,53	3600	3600
Média		57583	57624	0,16	0,19	3600	3600

Os resultados do CPLEX e da heurística ALNS foram similares, sendo que a heurística ALNS obteve 2 soluções melhores que o CPLEX e em 3 exemplares a heurística conseguiu determinar a solução ótima do problema. Em relação ao tempo computacional em muitos casos a heurística determinou soluções com GAP inferior a 0,5%, em poucos segundos, porém consome-se o tempo limite sem redução ou atingir a otimalidade. O teste a seguir também apresentou este comportamento em relação ao tempo de execução da heurística ALNS.

5.4.4.2 Problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes em máquinas paralelas

Nessa seção consideramos o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com máquinas paralelas, como foi introduzido na revisão bibliográfica esse problema difere do anterior por apresentar várias máquinas para efetuar a produção dos itens, com diferentes

capacidades, tempos de preparação e produção entre produtos, além disso, a função objetivo computa custos de produção, que depende da máquina selecionada para fabricação dos lotes.

Nesse experimento utilizamos exemplares baseados nas instâncias de Mohammadi et al. (2010), que estudam um problema de dimensionamento de lotes onde vários produtos são dispostos em uma série de máquinas, sendo que cada máquina só pode processar os produtos de um determinado nível.

Na Tabela 26 temos os resultados obtidos pelo CPLEX e pela heurística ALNS onde J, T e L representam o número de produtos, períodos e máquinas, respectivamente.

Tabela 26 – GAP(%) da ALNS Vs. CPLEX - Mohammadi et al. (2010)

			Função objetivo		GAP		Tempo (s)	
J	T	L	CPLEX	ALNS	CPLEX	ALNS	CPLEX	ALNS
10	7	7	11049	11053	0,00	0,05	277	3600
			10028	10027	0,00	0,00	52	108
			9977	9976	0,00	0,00	269	21
			10678	10677	0,00	0,00	166	19
			11229	11237	0,00	0,08	241	3600
Média			10592	10594	0,00	0,03	201	1470
15	10	10	24068	24091	0,33	0,43	3600	3600
			22162	22176	0,08	0,14	3600	3600
			24218	24214	0,48	0,46	3600	3600
			19910	19946	0,34	0,52	3600	3600
			23399	23410	0,10	0,15	3600	3600
Média			22751	22767	0,27	0,34	3600	3600

Os resultados do CPLEX e da heurística ALNS foram similares, sendo que o ALNS obteve 3 soluções ótimas.

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

6.1 Resumo do trabalho

Nessa dissertação estudamos um problema dimensionamento e sequenciamento de lotes baseado em uma aplicação industrial. Feita uma revisão da literatura sobre problemas de planejamento da produção adotamos duas formulações para a modelagem matemática do problema (modelos matemáticos GLSP e CLSD). A modelagem matemática compreendeu estudos no chão-de-fábrica e de restrições para o tratamento da perecibilidade provenientes da literatura.

Foram realizados testes computacionais fundamentados em trabalhos de literatura pertinente para análise da performance do CPLEX na resolução dos modelos matemáticos propostos.

Os primeiros experimentos indicaram a necessidade de empregar uma abordagem heurística para a resolução de instâncias com grandes dimensões de variáveis. Foram propostas MIP-heurísticas e duas metaheurísticas. Após uma avaliação das heurísticas adotou-se a heurística ALNS como o método mais promissor para resolução do problema de programação da produção.

Encerramos o trabalho com uma análise do algoritmo ALNS aplicada a um conjunto de exemplares do problema com dimensões variadas, a fim de demonstrar a competitividade e vantagens da abordagem heurística sob o plano de produção fornecido pelo pacote comercial. Também testamos o método para os problemas clássicos de dimensionamento e sequenciamento de lotes (Almada-Lobo et al. (2007) e Mohammadi et al. (2010)).

6.2 Contribuições

- Nesse trabalho apresentamos um estudo de um problema de programação da produção, que considera perecibilidade do estoque e sincronização de recursos para operação das linhas de produção.
- Foi feito um estudo comparativo das restrições para o tratamento da perecibilidade propostas na literatura.
- Uma extensa análise computacional mostram os efeitos da perecibilidade e dos recursos sobre o plano de produção.
- Concluimos o trabalho com a implementação de heurísticas, dentre elas, a metaheurística ALNS tradicionalmente aplicada para resolução de problemas de logística.

6.3 Oportunidades de pesquisa

A seguir listamos algumas oportunidades de pesquisa ou perspectivas de trabalhos futuros.

Reformulação dos modelos matemáticos

Estudo de reformulações do problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes pode ser adotado, por exemplo, o modelo matemático de Clark e Clark (2000) e desigualdades válidas de Menezes et al. (2011) para o modelo matemático CLSD.

Estudo dos métodos de solução

Os métodos heurísticos devem continuar sendo explorados para esse problema. Uma alternativa a ser considerada seria adotar um procedimento construtivo para gerar uma solução inicial factível para as aplicações das heurísticas de melhoria ou metaheurísticas. Em relação ao método exato pode ser feito um estudo de parametrização do CPLEX.

Extensões do problema

Algumas extensões do problema podem ser exploradas, como por exemplo, considerar um custo associado à abertura das linhas de produção em cada período de planejamento. Assim, como considerar a possibilidade de fechamento da linha durante o expediente para a abertura de uma nova linha.

Outra oportunidade de pesquisa que foi apresentada no teste 7 do Capítulo anterior trata-se do desligamento da fábrica no término da semana. A questão de pesquisa levantada seria

se compensa pagar o custo de estocagem para armazenagem de poucos itens. Como mostra o resultado do teste 7 a possibilidade de desligamento pode levar a soluções com melhor qualidade.

Em relação ao problema de produção de carnes, no caso estudado a empresa compra a matéria-prima de fornecedores, mas o decisor pode atuar num sistema onde a indústria de carnes realiza também as funções de um matadouro. Esse fator acrescenta um novo desafio, dado o abate de um animal, seus derivados devem ser convertidos no maior volume possível de produtos, afim de evitar a perda da carne (Netto (1997)).

Problemas integrados

Dois importantes problemas de otimização podem ser considerados para resolução acoplada com o planejamento da produção - o problema de roteamento de veículos e de corte (Gilmore e Gomory (1961)).

O problema de roteamento de veículos consiste em determinar um conjunto de rotas para o atendimento dos clientes, respeitando a capacidade dos veículos e minimizando o custo de transporte. Para muitos produtos como vegetais e flores, por exemplo, o tempo e as condições de transporte são atividades que requerem uma atenção sobremaneira. Nessa linha de pesquisa temos, por exemplo, o trabalho de Belo-Filho et al. (2015) que aborda o problema integrado, com decisões de produção, sequenciamento e roteamento. Sobre esse estudo os autores consideram que existe um conjunto de produtos a serem entregues, porém nem todos os itens são perecíveis. Outro motivo que reforça o estudo desse problema é que o limite de perecibilidade do produto deve considerar o tempo de transporte até o cliente (Amorim et al. (2013)).

O problema de corte consiste em determinar um conjunto de planos de corte, de modo a obter o maior número de peças a partir de um material, tendo como objetivo minimizar os custos dos planos, perdas de material, etc. Nesse ramo Whitaker e Cammell (1990) apresentam um estudo de caso de uma indústria de carnes da Nova Zelândia, cujo objetivo é maximizar o retorno das vendas dos produtos e minimizar os custos dos planos de corte e de compra das carcaças, que são convertidas nos produtos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMADA-LOBO, B.; CLARK, A.; GUIMARÃES, L.; FIGUEIRA, G.; AMORIM, P. (2015). Industrial insights into lot sizing and scheduling modeling. *Pesquisa Operacional*, 35(3), 439-464.
- ALMADA-LOBO, B.; KLABJAN, D.; CARRAVILLA, M.; OLIVEIRA, J. (2010). Multiple machine continuous setup lot sizing with sequence-dependent setups. *Computational Optimization and Applications*, 47(3), 529–552.
- ALMADA-LOBO, B.; OLIVEIRA, J.; CARRAVILLA, M. (2008). Production planning and scheduling in the glass container industry: A VNS approach. *International Journal of Production Economics*, 114, 363–375.
- ALMEDER, C.; ALMADA-LOBO, B. (2011). Synchronisation of scarce resources for a parallel machine lot sizing problem. *International Journal of Production Research*, 49(24), 7315-7335.
- AMORIM, P.; ANTUNES, C. H.; ALMADA-LOBO, B. (2011). Multi-objective lot-sizing and scheduling dealing with perishability issues. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 50, 3371–3381.
- AMORIM, P.; BELO-FILHO, M.; TOLEDO, F.; ALMEDER, C.; ALMADA-LOBO, B. (2013). Lot sizing versus batching in the production and distribution planning of perishable goods. *International Journal of Production Economics*, 146(1), 208-218.
- AMORIM, P.; MEYR, H.; ALMEDER, C.; ALMADA-LOBO, B. (2013b). Managing perishability in production-distribution planning: a discussion and review. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 25(3), 389–413.
- AMORIM, P.; PINTO-VARELA, T.; ALMADA-LOBO, B.; BARBÓSA-PÓVOA, A. (2013c). Comparing models for lot-sizing and scheduling of single-stage continuous processes: Operations research and process systems engineering approaches. *Computers & Chemical Engineering*, 52, 177-192.

- ARAUJO, S.; ARENALES, M.; CLARK, A, (2007). Joint rolling-horizon scheduling of materials processing and lot sizing with sequence dependent. *Journal of Heuristics*, 13, 337–358.
- ARAUJO, S.; ARENALES, M.; CLARK, A, (2008). Lot sizing and furnace scheduling in small foundries. *Computers & Operations Research*. 35, 916– 932.
- ARAUJO, S.; CLARK, A, (2013). A priori reformulations for joint rolling-horizon scheduling of materials processing and lot-sizing problem. *Computers & Industrial Engineering*, 65 (4), 577-585.
- ASANO, M.; OHTA, H, (1999). Scheduling with shutdowns and sequence dependent setup times. *International Journal of Production Research*, 37(7), 1661-1676.
- BALDO, T.; SANTOS, M.; ALMADA-LOBO, B.; MORABITO, R, (2014). An optimization approach for the lot sizing and scheduling problem in the brewery industry. *Computers and Industrial Engineering*, 72, 58-71.
- BELO-FILHO, M.; AMORIM, P.; ALMADA-LOBO, B, (2015). An adaptive large neighbourhood search for the operational integrated production and distribution problem of perishable products. *International Journal of Production Research*, 53(20), 6040-6058.
- BELVAUX, G.; WOLSEY, L. A, (2001). Modelling practical lot-sizing problems as mixed-integer programs. *Management Science*, 47(7), 993–1007.
- BERALDI, P.; GHIANI, G.; GRIECO, A.; GUERRIERO, E, (2008). Rolling-horizon and fix-and-relax heuristics for the parallel machine lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent set-up costs. *Computers & Operations Research*, 35(11), 3644–3656.
- BERNARDES, E.; ARAUJO, S.; RANGEL, M, (2010). Reformulação para um problema integrado de dimensionamento e seqüenciamento de lotes. *Pesquisa Operacional*, 30(3), 637–655.
- BOONMEE, A.; SETHANAN, K, (2016). A GLNPSO for multi-level capacitated lot-sizing and scheduling problem in the poultry industry. *European Journal of Operational Research*, 250(2), 652–665.
- CAMARGO, V.; TOLEDO, F.; ALMADA-LOBO, B, (2012). Three time-based scale formulations for the two-stage lot sizing and scheduling in process industries. *Journal of the Operational Research Society*, 63(11), 1613–1630.
- CarneTec, (2016). Setor cárneo é responsável por 7% do desperdício de alimentos no Brasil. Disponível em: <http://www.beefworld.com.br/noticia/setor-carneo-e-responsavel-por-7-do-desperdicio-de-alimentos-no-brasil> Acessado em 04-03-2017.
- CLARK, A.; CLARK, S, (2000). Rolling-horizon lot-sizing when set-up times are sequence-dependent. *International Journal of Production Research*, 38(10), 2287–2307.

CLARK, A.; MORABITO, R.; TOSO, E, (2010). Production setup-sequencing and lot-sizing at an animal nutrition plant through ATSP subtour elimination and patching. *Journal of Scheduling*, 13(2), 111–121.

CNPC – Conselho Nacional da Pecuária de Corte. Balanço da pecuária. Disponível em: <http://cnpq.org.br/> Acessado em 04-03-2017.

COSTA, A.; R. dos SANTOS, L.; ALEM, D.; SANTOS, R, (2014). Sustainable vegetable crop supply problem with perishable stocks. *Annals of Operations Research*, 219(1), 265–283.

DREXL, A.; KIMMS, A, (1997). Lot sizing and scheduling - Survey and extensions. *European Journal of Operational Research*, 99, 221-235.

ENTRUP, L.; GÜNTHER, H.-O.; VAN BEEK, P.; GRUNOW, M.; SEILER, T, (2005). Mixed-Integer Linear Programming approaches to shelf-life-integrated planning and scheduling in yoghurt production. *International Journal of Production Research*, 43(23), 5071-5100.

FERREIRA, D.; CLARK, A.; ALMADA-LOBO, B.; MORABITO, R, (2012). Single stage formulations for synchronised two-stage lot sizing and scheduling in soft drink production. *International Journal of Production Economics*, 136, 255–265.

FERREIRA, D.; MORABITO, R.; RANGEL, S, (2009). Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 196(2), 697-706.

FLEISCHMANN, B, (1990). The discrete lot-sizing and scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 44(3), 337-348.

FLEISCHMANN, B.; MEYER, H, (1997). The general lotsizing and scheduling problem. *OR Spektrum*, 19, 11-21.

GHARE, P.; SCHARADER, G, (1963). A model for exponentially decaying inventory. *Journal of Industrial Engineering*, 14(5).

GILMORE, P.; GOMORY, R, (1961). A Linear Programming Approach to the Cutting-Stock Problem. *Operations research*, 9(6), 849-859.

GOUVEIA, L, (1999). Using Hop-Indexed Models For Constrained Spanning and Steiner Tree Models. *Telecommunications Network Planning*, 21-32.

GRANVILLE, V.; KRIVÁNEK, M.; RASSON, J, P, (1994). *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 16(6), 652-656.

GUIMARÃES, L.; KLABJAN, D.; ALMADA-LOBO, B, (2014). Modeling lotsizing and scheduling problems with sequence dependent setups. *European Journal of Operational Research*, 239(3), 644–662.

HAASE, K, (1994). *Lotsizing and Scheduling for Production Planning. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, 408, Springer, Berlin.

- HAASE, K. (1996). Capacitated lot-sizing with sequence dependent setup costs. *OR Spectrum*, 18(1), 51–59.
- JAMES, R.; ALMADA-LOBO, B. (2011). Single and parallel machine capacitated lotsizing and scheduling: New iterative MIP-based neighborhood search heuristics. *Computers & Operations Research*, 38(12), 1816–1825.
- JANS, R.; DEGRAEVE, Z. (2007). Modeling industrial lot sizing problems: a review. *Journal International Journal of Production Research*, 46(6), 1619-1643.
- KARMAKAR, U.; SCHRAGE, L. (1985). The deterministic dynamic product cycling problem. *Operations Research*, 33, 326-345.
- KIRKPATRICK, S.; GELATT, C.; VECCHI, M. (1983). Optimization by simulated annealing. *Science*, 220, 671-680.
- KOPANOS, G.; PUIGJANER, L.; GEORGIADIS, M. (2010). Optimal production scheduling and lot-sizing in dairy plants: The yogurt production line. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 49, 701–718.
- KOPANOS, G.; PUIGJANER, L.; GEORGIADIS, M. (2011). Production scheduling in multiproduct multistage semicontinuous food processes. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 50(10), 6316–6324.
- KRARUP, J.; BILDE, O. (1977). Plant location, set covering and economic lot size: An O(mn)-algorithm for structured problems. In *Numerische Methoden bei Optimierungsaufgaben, Band 3: Optimierung bei Graphentheoretischen Ganzzahligen Problemen*, 155–186.
- LANG, J.; SHEN, Z. (2011). Fix-and-optimize heuristics for capacitated lotsizing with sequence-dependent setups and substitutions. *European Journal of Operational Research*, 214, 595-605.
- LAPORTE, G. (1992). The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European Journal of Operational Research*, 59(3), 345-358.
- LUCHE, J.; MORABITO, R.; PUREZA, V. (2009). Combining process selection and lot sizing models for the production scheduling of electrofused grains. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, 26, 421–443.
- MARINELLI, F.; NENNI, M.; SFORZA, A. (2007). Capacitated lot sizing and scheduling with parallel machines and shared buffers: a case study in a packaging company. *Annals of Operations Research*, 150, 177-192.
- MENEZES, A.; CLARK, A.; ALMADA-LOBO, B. (2011). Capacitated lot-sizing and scheduling with sequence-dependent, period-overlapping and non-triangular setups. *Journal of Scheduling*, 14(2), 209–219.
- MERCÉ, C.; FONTAN, G. (2003). Mip-based heuristics for capacitated lotsizing problems.

International Journal of Production Economics, 85, 97–111.

METROPOLIS, A.; ROSENBLUTH, M.; ROSENBLUTH, A.; TELLER, E, (1953). Equation of State Calculations by Fast Computing Machines. *Journal of Chemical Physics*, 21(6), 1087–1092.

MOHAMMADI, M.; FATEMI, G.; KARIMI, B.; TORABI, S, (2010). MIP-based heuristics for lotsizing in capacitated pure flow shop with sequence-dependent setups. *International Journal of Production Research*, 48(10), 2957-2973.

MULLER, L.; SPOORENDONK, S, (2011). A hybrid adaptive large neighborhood search algorithm applied to a lot-sizing problem. *European Journal of Operational Research*, 218(3), 614-623.

MULLER, L.; SPOORENDONK, S.; PISINGER, D, (2012). A hybrid adaptive large neighborhood search heuristic for lot-sizing with setup times. *European Journal of Operational Research*, 218(3), 614-623.

NETTO, M, (1997). Tecnologia das Decisões: Planejamento integrado da Produção Avícola. *Revista agrosoft*, 2, junho/julho.

NORMAN, B, (1999). Scheduling flowshops with finite buffers and sequence-dependent setup times. *Computers & Industrial Engineering*, 36(1), 163-177.

PAHL, J.; VOß, S, (2014). Integrating deterioration and lifetime constraints in production and supply chain planning: A survey. *European Journal of Operational Research*, 238(3), 654–674.

PAHL, J.; VOß, S.; WOODRUFF, D, (2011). Discrete Lot-Sizing and Scheduling with Sequence-Dependent Setup Times and Costs including Deterioration and Perishability Constraints. In IEEE, HICSS-44.

POCHET, Y.; WOLSEY, L, (2006). *Production Planning by Mixed Integer Programming*. Springer, New York.

RAAFAT, F, (1991). Survey of Literature on Continuously Deteriorating Inventory Models. *Journal of the Operational Research Society*, 42(1), 27–37.

ROPKE, S.; PISINGER, D, (2006). An Adaptive Large Neighborhood Search Heuristic for the Pickup and Delivery Problem with Time Windows. *Transportation Science*, 40(4), 455-472.

SAHLING, F.; BUSCHKUHL, L.; TEMPELMEIER, H.; HELBER, S, (2009). Solving a multilevel capacitated lot sizing problem with multi-period setup carry-over via fix-and-optimize heuristic. *Computers & Operations Research*, 36, 2546-2553.

SANTOS, M.; ALMADA-LOBO, B, (2012). Integrated pulp and paper mill planning and scheduling. *Computers & Industrial Engineering*, 63, 1–12.

SEL, C.; BILGEN, B.; BLOEMHOF-RUWAARD, J.; VAN DER VORST, J, (2015). Multi-bucket optimization for integrated planning and scheduling in the perishable dairy supply

chain. *Computers and Chemical Engineering*, 77, 59–73.

SHAW, P, (1998). Using constraint programming and local search methods to solve vehicle routing problems. In Maher, M. and Puget, J.-F., editors, *Principles and Practice of Constraint Programming - CP98*, volume 1520 of *Lecture Notes in Computer Science*, 417-431, Springer Berlin Heidelberg.

SILVA, C.; MAGALHAES, J, (2006). Heuristic lot size scheduling on unrelated parallel machines with applications in the textile industry. *Computers & Industrial Engineering*, 50, 76–89.

TANG, O, (2004). *International Journal of Production Economics*, 88(2), 173-181.

TEMPELMEIER, H.; COPIL, K, (2016). Capacitated lot sizing with parallel machines, sequence-dependent setups, and a common setup operator. *OR Spectrum*, 38, 819–847

TOSO, E.; MORABITO, R.; CLARK, A (2009). Lot sizing and sequencing optimisation at an animal-feed plant. *Computers and Industrial Engineering*, 57(3), 813–821.

WAGNER, H.; WHITIN, T, (1958). Dynamic version of the economic lot size model. *Management Science*, 5, 89-96.

WHITAKER, D.; CAMMELL, S (1990). A Partitioned Cutting-stock Problem Applied in the Meat Industry. *Journal of the Operational Research Society*, 41(9), 801-807.

WOLSEY, L, (1998). *Wiley-Interscience Series in Discrete Mathematics and Optimization, Integer Programming*, Wiley.

WOLSEY, L, (2002). Solving multi item lot sizing problems with an MIP solver using classification and reformulation. *Management Science*, 12(48), 1587–1602.

MODELOS CLÁSSICOS

Os modelos matemáticos apresentados a seguir são muito semelhantes as formulações desenvolvidas no Capítulo 3, logo iremos apresentar apenas as expressões necessárias nas definições dos modelos, sem justificar as finalidades das restrições, entretanto fazemos as seguintes considerações.

Observamos que o modelo CLSD clássico pode ser representado no nosso problema, considerando apenas uma linha de produção e excluindo as restrições de trabalhadores, máquinas e de perecibilidade dos produtos. Além disso, modifica-se a restrição de capacidade, que agora não depende da condição de abertura da linha de produção.

A respeito da modelagem do CLSD com máquinas paralelas, ela pode ser feita acrescentando um novo índice as variáveis de decisão, índice l , que indica em qual máquina l estão ocorrendo as operações de manufatura. Outra característica do modelo clássico, que difere dos modelos tratados nessa dissertação é que a função objetivo considera custos de produção dependentes da máquina selecionada para produção.

A.1 CLSD

$$\text{Min} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} h_j I_{jt} + \sum_{t \in T} \sum_{i \in J} \sum_{j \in J} c s_{ij} y_{ijt} \quad (\text{A.1})$$

sujeito a

$$I_{jt} = I_{j,t-1} + x_{jt} - d_{jt} \quad j \in J, t \in T \quad (\text{A.2})$$

$$\sum_{j \in J} a_j x_{jt} + \sum_{i \in J} \sum_{j \in J} t s_{ij} y_{ijt} \leq K_t \quad t \in T \quad (\text{A.3})$$

$$x_{it} \leq M \left(\sum_{h \in J, h \neq i} y_{hit} + z_{it} \right) \quad i \in J, t \in T \quad (\text{A.4})$$

$$\sum_{i \in J} z_{it} = 1 \quad t \in T \cup \{T+1\} \quad (\text{A.5})$$

$$\sum_{h \in J, h \neq i} y_{hit} + z_{it} = \sum_{h \in J, h \neq i} y_{iht} + z_{i,t+1} \quad i \in J, t \in T \quad (\text{A.6})$$

$$vd_{kt} \geq vd_{it} + 1 - |J| (1 - y_{ikt}) \quad i, k \in J, i \neq k, t \in T \quad (\text{A.7})$$

$$x_{jt}, I_{jt}, vd_{jt} \geq 0 \quad j \in J, t \in T \quad (\text{A.8})$$

$$z_{it} \in \{1, 0\} \quad i \in J, t \in T \cup \{T+1\} \quad (\text{A.9})$$

$$y_{ijt} \in \{1, 0\} \quad i, j \in J, t \in T \quad (\text{A.10})$$

A.2 CLSD com máquinas paralelas

$$\text{Min} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} h_j I_{jt} + \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} \sum_{i \in J} \sum_{j \in J} c s_{lij} y_{lijt} + \sum_{i \in J} \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} x_{ilt} \quad (\text{A.11})$$

sujeito a

$$I_{jt} = I_{j,t-1} + \sum_{l \in L} x_{jlt} - d_{jt} \quad j \in J, t \in T \quad (\text{A.12})$$

$$\sum_{j \in J} a_{jl} x_{jlt} + \sum_{i \in J} \sum_{j \in J} t s_{ijl} y_{lijt} \leq K_l \quad l \in L, t \in T \quad (\text{A.13})$$

$$x_{ilt} \leq M \left(\sum_{h \in J, h \neq i} y_{lhit} + z_{ilt} \right) \quad l \in L, i \in J, t \in T \quad (\text{A.14})$$

$$\sum_{i \in J} z_{ilt} = 1 \quad l \in L, t \in T \cup \{T+1\} \quad (\text{A.15})$$

$$\sum_{h \in J, h \neq i} y_{lhit} + z_{ilt} = \sum_{h \in J, h \neq i} y_{liht} + z_{i,l,t+1} \quad l \in L, i \in J, t \in T \quad (\text{A.16})$$

$$vd_{klt} \geq vd_{ilt} + 1 - |J| (1 - y_{likt}) \quad i, k \in J, i \neq k, l \in L, t \in T \quad (\text{A.17})$$

$$x_{jlt}, vd_{jlt} \geq 0 \quad l \in L, j \in J, t \in T \quad (\text{A.18})$$

$$I_{jt} \geq 0 \quad j \in J, t \in T \quad (\text{A.19})$$

$$z_{ilt} \in \{1, 0\} \quad l \in L, i \in J, t \in T \cup \{T+1\} \quad (\text{A.20})$$

$$y_{lijt} \in \{1, 0\} \quad l \in L, i, j \in J, t \in T \quad (\text{A.21})$$