UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação

Abordagens de solução para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com aceitação de pedidos

Rudivan Paixão Barbosa

Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ciências de Computação e Matemática Computacional (PPG-CCMC)

ICMC USP
SÃO CARLOS

SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito:

Assinatura: _____

Rudivan Paixão Barbosa

Abordagens de solução para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com aceitação de pedidos

Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional. *VERSÃO REVISADA*

Área de Concentração: Ciências de Computação e Matemática Computacional

Orientadora: Profa. Dra. Maristela Oliveira dos Santos

USP – São Carlos
Setembro de 2019

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Achille Bassi
e Seção Técnica de Informática, ICMC/USP,
com os dados inseridos pelo(a) autor(a)

P149a

Paixão Barbosa, Rudivan
Abordagens de solução para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes / Rudivan Paixão Barbosa; orientadora Maristela Oliveira dos Santos. -- São Carlos, 2019.
80 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Ciências de Computação e Matemática Computacional) -- Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, 2019.

1. Dimensionamento e sequenciamento de lotes. 2. Aceitação de pedidos. 3. Heurísticas. I. Oliveira dos Santos, Maristela , orient. II. Título.

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de catalogação da publicação de acordo com a AACR2:
Gláucia Maria Saia Cristianini - CRB - 8/4938
Juliana de Souza Moraes - CRB - 8/6176

Rudivan Paixão Barbosa

Solution approaches for lot sizing and scheduling problem with order acceptance

Master dissertation submitted to the Institute of Mathematics and Computer Sciences – ICMC-USP, in partial fulfillment of the requirements for the degree of the Master Program in Computer Science and Computational Mathematics. *FINAL VERSION*

Concentration Area: Computer Science and Computational Mathematics

Advisor: Profa. Dra. Maristela Oliveira dos Santos

USP – São Carlos
September 2019

“O importante é não parar de questionar.”

(Albert Einstein)

RESUMO

BARBOSA, R. P. **Abordagens de solução para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com aceitação de pedidos**. 2019. 80 p. Dissertação (Mestrado em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2019.

Nesta dissertação abordamos o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com aceitação de pedidos. As demandas dos clientes são agregadas em pedidos, os quais podem ou não ser aceitos e devem ser entregues dentro de uma janela de tempo. Os itens são perecíveis e podem permanecer no estoque somente por um tempo determinado *(shelf-life*). O objetivo do problema é maximizar a receita gerada pelo atendimento dos pedidos, descontando os custos de estoque e das preparações da máquina. Para tratar o problema são propostas formulações matemáticas e abordagens heurísticas contendo uma etapa construtiva seguida por uma heurística de melhoramento. Testes computacionais foram realizados e os resultados obtidos foram analisados. As heurísticas obtiveram desempenho superior ao *branch-and-cut* do *solver* de otimização na obtenção de soluções de boa qualidade, no limite de tempo estabelecido.

Palavras-chave: Dimensionamento e sequenciamento de lotes, aceitação de pedidos, heurísticas.

ABSTRACT

BARBOSA, R. P. **Solution approaches for lot sizing and scheduling problem with order acceptance**. 2019. 80 p. Dissertação (Mestrado em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2019.

In this dissertation, we approach the lot sizing and scheduling problem with order acceptance. Customers' demands are aggregated into orders, which may or may not be accepted and must be delivered within a time window. The items are perishable and can remain in inventory only for a limited time (shelf-life). The aim of the problem is profit maximizing generated by orders acceptance, discounting inventory and machine setups costs. To deal with this problem math formulations, constructive and improvement heuristics were proposed. Computational tests were performed and the results obtained were analyzed. The heuristics obtained superior performance then branch-and-cut of the optimization solver obtaining good quality solutions within the established time limit.

Keywords: Lot sizing and scheduling, order acceptance, heuristics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Esquema ilustrativo do problema desta dissertação. 39
Figura 2 – Ilustração da solução no modelo (3.18)-(3.30). 47
Figura 3 – Análise de desempenho dos modelos em relação aos limitantes duais. 56
Figura 4 – Análise de desempenho dos modelos em relação aos GAPs. 56
Figura 5 – Análise de desempenho dos modelos em relação aos limitantes primais. . . 57
Figura 6 – Variação do Nº médio de variáveis nos modelos pelo parâmetro N. 58
Figura 7 – Variação do Nº médio de restrições nos modelos pelo parâmetro N. 58
Figura 8 – Processo iterativo da heurística construtiva. 60
Figura 9 – Conjuntos de pedidos obtidos pelas heurísticas de melhoria. 66
Figura 10 – Análise de desempenho entre as heurísticas construtivas em relação aos limitantes primais. 71
Figura 11 – Análise de desempenho das heurísticas *fix-and-optmize* na fase 1 em relação aos limitantes primais. 71
Figura 12 – Análise de desempenho das heurísticas *fix-and-optmize* na fase 2 em relação aos limitantes primais. 72
Figura 13 – Análise de desempenho da heurística *fix-and-optmize* 3 e o modelo (3.18)-(3.30) em relação aos limitantes primais. 72

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Artigos da revisão bibliográfica e suas principais características 35
Tabela 2 – Resultado do exemplo da Subseção 3.2.1 no modelo (3.1)-(3.17). 43
Tabela 3 – Resultado do exemplo da Subseção 3.2.1 no modelo (3.18)-(3.30). 47
Tabela 4 – Parâmetros adotados na geração de dados. 48
Tabela 5 – Características das instancias em cada classe 49
Tabela 6 – Variação do número de pedidos (N) no modelo (3.1)-(3.17). 51
Tabela 7 – Variação do número de períodos (T) no modelo (3.1)-(3.17). 52
Tabela 8 – Variação do número de itens (J) no modelo (3.1)-(3.17). 52
Tabela 9 – Variação do número de pedidos(N) no modelo (3.18)-(3.30). 53
Tabela 10 – Variação do número de períodos(T) no modelo (3.18)-(3.30). 54
Tabela 11 – Variação do número de itens(J) no modelo (3.18)-(3.30). 54
Tabela 12 – Número médio de variáveis e restrições nos modelos LF e IP. 57
Tabela 13 – Resultados dos limitantes primais e GAP's das heurísticas construtivas. . . . 64
Tabela 14 – Tempos de execução das heurísticas construtivas. 65
Tabela 15 – Resultados dos limitantes primais do Cplex e das heurísticas *fix-and-optimize*. 68
Tabela 16 – Tempos de execução das heurísticas *fix-and-optimize*. 69
Tabela 17 – GAPs obtidos pelas heurísticas *fix-and-optimize*. 70

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO . . . 17
1.1 Objetivos gerais . . . 18
1.2 Objetivos específicos . . . 19

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA . . . 21
2.1 Problema de dimensionamento de lotes . . . 21
2.1.1 Problema monoestágio . . . 22
2.2 Dimensionamento e sequenciamento de lotes . . . 25
2.3 Problemas com aceitação de pedidos e(ou) perecibilidade dos produtos . . . 30
2.4 Considerações finais . . . 35

3 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E MODELAGEM MATEMÁTICA . . . 37
3.1 Definição do problema . . . 37
3.2 Modelo considerando idade do item . . . 40
3.2.1 Exemplo no modelo (3.1)-(3.17) . . . 43
3.3 Modelo baseado em localização de facilidades . . . 44
3.3.1 Exemplo . . . 47
3.4 Testes computacionais . . . 48
3.4.1 Geração dos dados . . . 48
3.4.2 Ambiente de teste . . . 50
3.4.3 Testes computacionais no modelo (3.1)-(3.17) . . . 51
3.4.4 Testes computacionais no modelo (3.18)-(3.30) . . . 53
3.5 Análise de desempenho . . . 55
3.5.1 Análise dos números de variáveis e restrições dos modelos . . . 57
3.5.1.1 Considerações finais . . . 58

4 MÉTODOS HEURÍSTICOS DE SOLUÇÃO . . . 59
4.1 Heurística construtiva . . . 59
4.1.1 Estratégias de fixação e simplificação de conjuntos . . . 60
4.1.2 Heurística construtiva 1 . . . 61
4.1.3 Heurística construtiva 2 . . . 62
4.1.4 Heurística construtiva 3 . . . 62
4.1.4.1 Custos reduzidos . . . 62

4.1.5 Heurística construtiva 4 . . . . . *62*
4.2 Resultados das heurísticas construtivas 64
4.3 Heurística de melhoria 66
4.3.1 Heurísticas de melhoria 1, 2 e 3 . . . . . *66*
4.3.2 Heurística de melhoria 4 . . . . . *67*
4.4 Resultados das heurísticas de melhoria 68
4.4.1 Melhoria na qualidade de solução nas heurísticas fix-and-optimize . *70*
4.5 Análise de desempenho das heurísticas 71

5 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS 73

REFERÊNCIAS 75

CAPÍTULO

1

INTRODUÇÃO

O planejamento da produção consiste no melhor uso dos recursos a fim de satisfazer objetivos da produção (KARIMI; GHOMI; WILSON, 2003). Empresas, no modo geral, têm como objetivo principal a lucratividade. Especialmente em empresas de manufatura, o melhor planejamento da produção fornece a possibilidade de minimizar custos ou maximizar o lucro. Neste tipo de situação, modelos matemáticos podem auxiliar no processo de tomada de decisão.

Na literatura, problemas de dimensionamento de lotes (*lot sizing problem*) são utilizados no planejamento da produção. O problema de dimensionamento de lotes visa determinar quando e quanto será produzido de cada item, visando o atendimento de uma demanda. Os objetivos podem ser diversos, como minimizar custos relacionados a produção ou maximizar a receita total da empresa com a produção dos itens. Em diversas industrias é importante considerar a ordem de produção dos itens, ou seja, é necessário fazer o sequenciamento da produção. A necessidade de considerar sequenciamento na produção pode ocorrer por diversos motivos, por exemplo, tempo de preparação da máquina, pois o tempo de produzir um item e depois outro, pode ser maior do que a produção na ordem inversa, como pode ser visto em Haase (1996) e Shim *et al.* (2011).

Problemas que consideram tanto dimensionamento de lotes quanto sequenciamento da produção, são conhecidos na literatura como problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes (*lot sizing and scheduling problem*). Este problema integrado fornece solução de melhor qualidade do que cada problema separadamente. Porém, essa integração aumenta a quantidade de variáveis e a complexidade dos modelos desenvolvidos para tratar o problema, o que impacta no tempo necessário para a resolução. Apesar de diversas abordagens de solução propostas na literatura, ainda é necessário diminuir o tempo computacional para resolver esse tipo de problema (GUIMARãES; KLABJAN; ALMADA-LOBO, 2014). Desta forma, fazem-se necessários estudos para propor (re)formulações melhores e outros métodos de solução (heurísticas, metaheurísticas e mateurísticas).

A distinção entre os pedidos dos clientes é um aspecto importante no planejamento de produção, pois mesmo para itens do mesmo tipo, os clientes podem fazer diferentes exigências no uso de matéria prima, qualidade dos itens e etc (BRAHIMI; AOUAM; AGHEZZAF, 2015). Considerando capacidade de produção limitada, pode ocorrer que no planejamento da produção seja possível atender somente alguns pedidos, ou atender todos parcialmente, porém a entrega parcial dos pedidos pode não ser tolerada pelos clientes. Para estudo do problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes, consideramos que pedidos podem ser recusados, e que todos pedidos aceitos devem ser entregues na sua totalidade, ou seja, não é permitida a entrega parcial dos pedidos. Formulações considerando pedidos podem ser vistas em Furtado (2012) e Brahimi *et al.* (2018).

Nesta dissertação, trataremos de um problema de planejamento da produção, que tem como base um problema de uma empresa alimentícia no interior do estado de São Paulo, a qual trabalha com produção de carnes. Trata-se de um problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes que tem como objetivo decidir quais pedidos de clientes serão aceitos e a ordem de produção dos itens, a fim de maximar o lucro de produção. Para isso deve-se respeitar as restrições de capacidade da produção e da perecibilidade dos itens, pois a produção de uma grande quantidade de itens pode acarretar a deterioração dos mesmos, o que causa prejuízo. Pahl, Voss e Woodruff (2011) mostram a importância de considerar perecibilidade em problemas de planejamento de produção, e apresentam modelos para o problema de dimensionamento de lotes considerando essa característica.

Para tratar o problema, duas formulações matemáticas são propostas bem como abordagens heurísticas de solução.

1.1 Objetivos gerais

Os objetivos gerais da dissertação são os seguintes:

- Propor formulações matemáticas para o problema estudado na dissertação;
- Desenvolver heurísticas para as formulações propostas;
- Determinar qual heurística das desenvolvidas obtém melhores soluções para o problema.

1.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos da dissertação são os seguintes:

- Analisar os resultados obtidos por métodos exatos, comparando-os com os resultados obtidos pelas heurísticas estudadas;
- Apresentar os resultados obtidos na dissertação em forma de artigos e/ou trabalhos em congressos.

Nesta dissertação, o Capítulo 2 apresenta uma breve revisão bibliográfica sobre problemas de dimensionamento de lotes, também são apresentados modelos matemáticos para problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes e alguns trabalhos relacionados. No Capítulo 3 é descrito o problema e os modelos desenvolvidos para o problema e resultados preliminares. No Capítulo 4 são apresentadas heurísticas. As conclusões e perspectivas estão presentes no Capítulo 5.

CAPÍTULO

2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Problema de dimensionamento de lotes

O problema de dimensionamento de lotes visa atender a demanda dos clientes em cada período de tempo, ao longo de um horizonte de planejamento, tendo como objetivo minimizar (ou maximizar) uma função, a qual chamamos de função objetivo. Um objetivo comum do problema consiste em minimizar os custos de produção, de preparação da máquina e de estoques.

O dimensionamento de lotes é um dos mais importantes e difíceis problemas do planejamento de produção (KARIMI; GHOMI; WILSON, 2003). Devido as particularidades/aplicações do problema, diversas variantes de modelagens foram propostas na literatura.

O horizonte de planejamento é um limitante superior de tempo no qual o planejamento da produção deve ocorrer, e este pode ser definido como finito ou infinito. No horizonte finito geralmente ocorre a divisão do horizonte em vários períodos discretos. Os períodos podem ser pequenos (*small bucket*), no qual é possível produzir apenas um tipo de item. O período também pode ser grande (*big bucket*), o que possibilita a produção de diferentes itens.

O problema dimensionamento de lotes pode ter um ou vários níveis de produção. Quando o sistema tem um único nível (monoestágio), significa que a produção de um item independe de outros itens, ou seja, quando a matéria prima é processada pela máquina o resultado é o produto final. Quando o sistema tem vários níveis (multiestágio), significa que para produzir um certo item final é necessário planejar a produção de outros itens (componentes). A produção multiestágio ocorre na industria química (CUNHA; SANTOS, 2017) e na industria de papel e celulose (FIGUEIRA; SANTOS; ALMADA-LOBO, 2013), por exemplo.

Existem dois tipos de preparação de máquina (*setup*): simples e complexo. Se os custos/tempos de preparações da máquina não dependem da ordem de produção dos itens, este é denominado *setup* simples, caso contrário, é dito *setup* complexo. O *setup* complexo ocorre na industria de alimentos, pois produzir um item A e depois um item B pode ser mais custoso do que

na ordem inversa. Também existem três subtipos de *setup* complexo. No primeiro subtipo, *setup carry-over*, é possível continuar a produção de itens de onde foi interrompida no período anterior. O segundo tipo, *family or major setup*, acontece quando itens possuem características semelhantes, por exemplo, tempos de produção. O terceiro tipo, *sequence-dependent setup*, ocorre quando o custo e tempo de produção dos itens dependem da ordem de produção. O estoque do problema de dimensionamento de lotes pode ser negativo matematicamente (*shortage*), e quando não é necessário atender a demanda no período ocorre o *backlogging*.

Outra característica que diferencia os problemas é a consideração de recursos/capacidade da produção. Para problemas que possuem esse tipo de limitação, é dado o nome de problema de dimensionamento de lotes com restrições de capacidade. Existem também restrições de deterioração dos itens, isto significa que, a partir de um determinado tempo os itens que estão no estoque são perdidos ou perdem valor (valor nutricional, lucro e etc). As demandas podem ser determinadas *a priori* (determinística) ou podem ser estimadas (probabilística), as demandas probabilísticas são estimadas por uma função de probabilidade. Além disso, as demandas determinísticas podem ser constantes ou dinâmicas ao longo do tempo. Outras características de problemas de dimensionamento de lotes podem ser vistas nos artigos de Karimi, Ghomi e Wilson (2003) e Copil *et al.* (2017).

2.1.1 Problema monoestágio

Um dos primeiros trabalhos a abordar o problema de dimensionamento de lotes monoestágio foi o de Wagner e Whitin (1958). Esses autores consideraram o problema sem limitações de capacidade e propuseram um método de programação dinâmica amplamente utilizado na literatura. Os autores Wagelmans, Hoesel e Kolen (1992) e Aggarwal e Park (1993) também propuseram algoritmos baseados em programação dinâmica para resolver esse problema. Wolsey (1995) descreveu uma solução aproximada para o problema e Stadtler (2000) desenvolveu um modelo matemático modificado que olha a demanda além do horizonte de planejamento.

Quando consideram limitações de capacidade, tem-se, como é conhecido na literatura anglo-saxônica, o *Capacitated lot sizing problem* (CLSP). Neste problema geralmente consideram-se vários itens, horizonte de planejamento finito, demanda dinâmica e restrições de capacidade. Neste problema é permitida a produção de diversos lotes em cada período, pois se trata de um *big bucket problem*. Os autores Eppen e Martin (1987) propuseram uma formulação matemática baseada em grafo para CLSP, que tem relaxação linear melhor do que a forma clássica Karimi, Ghomi e Wilson (2003).

Um modelo clássico amplamente estudado foi proposto por Trigeiro, Thomas e McClain (1989). No artigo é apresentada uma relaxação lagrangiana, a qual consiste em dualizar as restrições de capacidade. Assim, transformando o problema original em vários problemas com único item e sem limitações de capacidade, e esses novos problemas são resolvidos pelo método de programação dinâmica de Wagner e Whitin (1958).

O modelo no artigo de Trigeiro, Thomas e McClain (1989) pode ser apresentado da seguinte forma:

Índices e parâmetros	
J	número de itens;
T	número total de períodos;
M	número positivo grande;
h_{jt}	custo de estoque do item j no período t;
d_{jt}	demanda do item j no período t;
a_j	tempo de produção do item j;
b_j	tempo de preparação de máquina para o item j ;
sc_{jt}	custo de preparação da máquina para o item j no período t.

Variáveis de decisão	
x_{jt}	produção do item j no período t;
I_{jt}	estoque do item j ao final do período t;
y_{jt}	1 se a máquina está preparada para a produção do item j no período t e 0, caso contrário

Modelo

$$min \sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} (c_{jt} \cdot x_{jt} + h_{jt} \cdot I_{jt} + sc_{jt} \cdot y_{jt}) \tag{2.1}$$

Sujeito a:

$$I_{j_{t-1}} + x_{jt} = d_{jt} + I_{jt} \qquad \forall j,t; \tag{2.2}$$

$$\sum_{j=1}^{J} (a_j x_{jt} + b_j y_{jt}) \leq C_t \qquad \forall t; \tag{2.3}$$

$$x_{jt} \leq M \cdot y_{jt} \qquad \forall j,t; \tag{2.4}$$

$$y_{jt} \in \{0,1\} \qquad \forall j,t; \tag{2.5}$$

$$x_{jt}, I_{jt} \geq 0 \qquad \forall j,t. \tag{2.6}$$

A função objetivo (2.1) minimiza os custos de produção, dos estoques e das preparações da máquina. As restrições (2.2) são as equações de balanço de estoque, as restrições (2.3) representam a capacidade de produção em cada período de tempo. As restrições (2.4) associam a produção de item com a preparação de máquina, e as restrições (2.5) e (2.6) determinam os domínios das variáveis.

Existem vários métodos exatos usados para resolver esses modelos, os mais importantes apresentados na literatura são conhecidos como *branch-and-bound* (LAND; DOIG, 1960), *branch-and-cut* (MITCHELL, 1999) e *cut-generation techniques*. Um exemplo da utilização do método *branch-and-cut* para o problema pode ser visto em Miller, Nemhauser e Savelsbergh (2000), este método pode ser utilizado em qualquer problema inteiro ou inteiro misto e está presente nos resolvedores comerciais.

Além dos métodos exatos, várias heurísticas foram desenvolvidas para tratar o problema, tais como: heurística período por período (MAES; WASSENHOVE, 1986), heurística lote por lote (DOGRAMACI; PANAYIOTOPOULOS; ADAM, 1981), heurística item por item (KIRCA; KöKTEN, 1994), heurística Silver-Meal (SILVER; MEAL, 1973), heurística de relaxação (LORENA; NARCISO, 1996), heurística de relaxação Lagrangiana (TRIGEIRO; THOMAS; MCCLAIN, 1989; ARAUJO; ARENALES, 2000; THIZY; WASSENHOVE, 1985), heurística baseada em geração de colunas (BALDO, 2009), entre outras.

Na dissertação de Baldo (2009) foi abordado o problema de dimensionamento de lotes com restrições de capacidade. Baldo (2009) apresenta duas decomposições baseadas na decomposição de Dantzig e Wolfe (1960). A primeira decomposição é feita por itens, a segunda por períodos. Também são apresentados duas heurísticas lagrangianas, sendo uma baseada em Trigeiro, Thomas e McClain (1989) e a outra em Araujo e Arenales (2000).

Pimentel (2006) apresentou duas decomposições Dantzig-Wolfe (Dantzig e Wolfe (1960)) do problema de dimensionamento de lotes multi-itens com tempo de preparação não nulos. Na primeira, as restrições de capacidade são deixadas no problema mestre e é criado um subproblema para cada item, esta decomposição foi abordada também por Jans (2002). Na segunda, as restrições de equilíbrio de estoque são deixadas no problema mestre e é obtido um subproblema para cada período.

2.2 Dimensionamento e sequenciamento de lotes

A integração desses problemas pode fornecer soluções melhores do que aquelas obtidas ao resolver hierarquicamente, ou seja, decide-se primeiramente a sequência de produção e, em seguida, o tamanho dos lotes (GUIMARãES; KLABJAN; ALMADA-LOBO, 2014). Diversos modelos são apresentados na literatura para tratar variantes deste problema. Vamos descrever abaixo alguns modelos e pesquisadores que trabalham com esses problemas de forma integrada.

DLSP – *Discrete lot sizing and scheduling problem*
O problema DLSP considera o horizonte de planejamento finito divido em períodos por sua vez, são divididos em vários microperíodos e a demanda é dinâmica. Esse problema é do tipo *small bucket*. Uma característica importante do DLSP é conhecida como política do tudo ou nada (*all-or-nothing*), ou seja, se uma máquina é preparada para um produto, deve-se produzir a quantidade máxima desse item, respeitando as limitações de capacidade. Outra característica do problema é a não conservação de preparação da máquina, isso significa que, mesmo que sejam produzidos dois lotes do mesmo item dentro de um macroperíodo em micro períodos não adjacentes, é necessário preparar a máquina novamente para o item que já foi produzido. Autores como Drexl e Haase (1995),Ahmadi, Dasu e Tang (1992),Cattrysse *et al.* (1993), Fleischmann (1990) apresentaram abordagens de solução para este problema.

CSLP – *Continuous setup lot sizing problem*
As características gerais desse problema são as mesmas do DSLP, no entanto não existe a hipótese de "*all-or-nothing*".Mesmo assim, somente é permitida a produção de um único tipo de item por microperíodo, mas não é necessário produzir o máximo possível da capacidade de produção, como acontece no DLSP e, assim, a capacidade não utilizada é perdida. No artigo de Karmarkar e Schrage (1985) foi proposta uma formulação multi-item para o CSLP, nos artigos Pochet e Wolsey (1991), Matta e Guignard (1995) e Wolsey (1997) foram abordadas variantes desse problema.

PLSP - *Proportional lot sizing and scheduling problem*
O PLSP é uma variação do DLSP, em que a restrição de capacidade é relaxada, ou seja, não é necessário utilizar a capacidade total do microperíodo para produção exclusiva de apenas um lote de algum item. Ao produzir certa quantidade de algum item, se restar capacidade disponível outro item pode ser produzido. Inicialmente esse problema foi apresentado por Drexl e Haase (1995).

GLSP - *General lot sizing and scheduling problem*

O problemas GLSP é uma generalização dos problemas DLSP, PLSP, CLSP. Uma característica do GLSP é de permitir que o usuário defina o parâmetro que restringe a quantidade de lotes por período. Nesse problema um item pode ser produzido diversas vezes ao longo do período. O GLSP caracteriza-se pela subdivisão de cada período (macroperíodo) do horizonte de planejamento em diversos microperíodos. Em cada microperíodo apenas um item pode ser produzido e, desta forma, ao determinar os itens que serão produzidos, obtém-se automaticamente o sequenciamento da produção. Aspectos como controle das demandas, estoque e capacidade são realizados nos macro-períodos. Primeiramente o GLSP foi apresentado por Fleischmann e Meyr (1997), Wolsey (1997) formulou o GLSP como um problema de caminho mínimo e mostrou que essa formulação é mais apertada (menor espaço de busca de soluções). Outra formulação que é melhor do que a formulação original do GLSP foi apresentada em Clark e Clark (2000).

O modelo GLSP proposto por Fleischmann e Meyr (1997), pode ser apresentado como segue abaixo:

Índices e parâmetros	
$t \in \{1,\ldots,T\}$	índice dos períodos;
$j \in \{1,\ldots,J\}$	índice dos itens;
N	número de microperíodos;
N_t	número máximo de lotes no período t;
$F_t = 1 + \sum_{\tau=1}^{t-1} N_\tau$	define a primeira posição da produção de algum lote no período t;
$L_t = F_t + N_t - 1$	define a última posição da produção de algum lote no período t;
T	número total de períodos;
h_j	custo de estoque do item j;
d_{jt}	demanda do item i no período t;
a_j	tempo de produção do item j;
sc_j	custo de preparação de máquina para o item j;
C_t	capacidade no período t.

Variáveis de decisão	
q_{jn}	quantidade de produção do item j na posição n;
I_{jt}	estoque do item j ao final do período t;
x_{jn}	1, se a preparação de máquina para o item j ocorre na posição n e 0, caso contrário;
y_{jt}	1, se a máquina está preparada para a produção do item j na posição n e 0, caso contrário.

Modelo

$$min \sum_{j=1}^{J} \sum_{n=1}^{N} sc_j \cdot x_{jn} + \sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} h_j \cdot I_{jt} \tag{2.7}$$

Sujeito a:

$$I_{jt} = I_{j,t-1} + \sum_{n=F_t}^{L_t} q_{jn} - d_{jt} \qquad \forall j,t = 1; \tag{2.8}$$

$$q_{jn} \leq \frac{C_t}{a_j} y_{jn} \qquad \forall t,j,n; \tag{2.9}$$

$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{n=F_t}^{L_t} a_j q_{jn} \leq C_t \qquad \forall t; \tag{2.10}$$

$$\sum_{j=1}^{J} y_{jn} \leq 1 \qquad \forall n; \tag{2.11}$$

$$x_{jn} \geq y_{jn} - y_{j,n-1} \qquad \forall j,n; \tag{2.12}$$

$$y_{jn}, x_{jn} \in \{0,1\} \qquad \forall j,n; \tag{2.13}$$

$$I_{jt} \geq 0 \qquad \forall j,t; \tag{2.14}$$

$$q_{jt} \geq 0 \qquad \forall j,n. \tag{2.15}$$

A expressão (2.7) minimiza os custos de estoque e preparação de máquina. As restrições (2.8) são as equações de balanço de estoque, e as restrições (2.9) significam que só há produção do item j se a máquina estiver preparada para esse item. As restrições (2.10) são de capacidade de produção, as restrições (2.11) implicam que a máquina só pode estar preparada para produzir no máximo um item em cada microperíodo. As restrições (2.12) relacionam as variáveis de

setup com as variáveis que indicam se a máquina está preparada para produzir o item j, ou seja, garantem um único estado de *setup*. As restrições (2.13)-(2.15) definem os domínios das variáveis.

O modelo *Capacited lotsizing problem with sequence-dependent setups* (CLSD) difere do modelo GLSP pela forma utilizada na modelagem das decisões de sequenciamento da produção. Nesse modelo, os períodos não são subdivididos e as variáveis e restrições oriundas do problema do caixeiro viajante são utilizadas para capturar a ordem das preparações da máquina, ou seja, a ordem de produção dos itens. Esse modelo foi introduzido por Haase (1996) e pode ser apresentado da seguinte forma:

Índices e parâmetros	
$t \in \{1,\ldots,T\}$	índice dos períodos;
$j \in \{1,\ldots,J\}$	índice dos itens;
J	número total de itens;
C_t	capacidade no período t;
a_j	tempo necessário para produzir uma unidade do item j;
d_{jt}	demanda do item j no período t.

Variáveis de decisão	
V_{jt}	variável auxiliar;
x_{jt}	quantidade de produção do item j no período t;
z_{ijt}	variável binária, em que $x_{ijt} = 1$ indica que a máquina foi preparada para o item j depois de ter sido preparada para o item i, 0 caso contrário;
I_{jt}	estoque do item j ao final do período t;
y_{jt}	1, se a máquina está preparada no final do período t para a produção do item j (assim, a produção desse item ocorre no período $t+1$), e 0, caso contrário.

Modelo

$$min \sum_{j=1}^{J} c_{init,j} \cdot y_{j0} + \sum_{i=1}^{J} \sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} c_{ij} \cdot z_{ijt} + \sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} h_{jt} \cdot I_{jt} \tag{2.16}$$

Sujeito a:

$$I_{j,t-1} + x_{jt} = d_{jt} + I_{jt} \qquad \forall j,t; \tag{2.17}$$

$$\sum_{j=1}^{J} a_j x_{jt} \leq C_t \qquad \forall t; \tag{2.18}$$

$$x_{jt} \leq \frac{C_t}{a_j} (\sum_{i=1}^{J} z_{ijt} + y_{j,t-1}) \qquad \forall j,t; \tag{2.19}$$

$$\sum_{j=1}^{J} y_{jt} = 1 \qquad t = 1, \ldots, T; \tag{2.20}$$

$$\sum_{i=1}^{J} z_{ikt} + y_{k,t-1} = \sum_{j=1}^{J} z_{kjt} + y_{k,t} \qquad \forall k, j, t; \tag{2.21}$$

$$V_{jt} \geq V_{it} - J(1 - z_{ijt}) \qquad \forall i, j, t; \tag{2.22}$$

$$y_{jt} \in \{0, 1\} \qquad \forall j,t; \tag{2.23}$$

$$V_{jt}, x_{jt}, I_{jt} \geq 0 \qquad \forall j,t. \tag{2.24}$$

A expressão (2.16) minimiza o somatório relativo aos custos das preparações da máquina e dos estoques, e a primeira parcela da expressão (2.16) contabiliza os custos da primeira preparação da máquina para algum item. As restrições (2.17) são referentes ao balanço de estoque. As restrições (2.18) estão relacionadas a capacidade. As restrições (2.19) indicam que só existe produção do item j se a máquina estiver preparada para este item. As restrições (2.20) forçam que em cada período a máquina está preparada para apenas um único item. As restrições de (2.21) são condições de fluxo. As restrições (2.22) são responsáveis por eliminar os subciclos. Por fim, as restrições (2.23) e (2.24) são os domínios das variáveis.

2.3 Problemas com aceitação de pedidos e(ou) perecibilidade dos produtos

Furtado (2012) abordou um problema de dimensionamento de lotes baseado na fundição de ligas. Um dos objetivos é decidir quais demandas serão atendidas, e as que forem aceitas são gerenciadas via pedidos de clientes. O objetivo geral é decidir quais ligas devem ser fundidas nos fornos disponíveis e, quais itens devem ser vazados a partir das ligas fundidas. Também foi verificado se o atendimento parcial dos pedidos afeta a solução do problema. No trabalho foi proposta uma heurística do tipo *Relax-and-Fix* para esse problema integrado com pedidos.

Sheng-Yuan e Hsu (2013) apresentou um problema de dimensionamento de lotes com aceitação de pedidos dos clientes (*dynamic lot sizing with customer order problem*). Os atendimentos dos pedidos são feitos de forma integral, ou seja, as entregas são feitas apenas quando todos os itens dos pedidos estão prontos para serem entregues. Neste artigo é apresentada uma abordagem de solução do problema utilizando algoritmo genético.

Em Xu, Wang e Huang (2015) é apresentado um problema de sequenciamento e aceitação de pedidos com tempo de preparação de máquina dependente da sequência (*Dynamic order acceptance and scheduling problem with sequence-dependent setup time*). Novos pedidos chegam estocasticamente, ou seja, cada pedido tem uma probabilidade de chegar. Ao iniciar a produção de um pedido, este deve ser finalizado. Ao chegarem outros pedidos, um novo sequenciamento será realizado. O objetivo principal do problema é maximizar os lucros relacionados ao atendimento dos pedidos. Uma heurística gulosa é utilizada para resolução deste problema.

Li *et al.* (2016) abordam um problema de roteamento de estoque, onde o estoque e a demanda são desagregados por qualidade. A qualidade dos itens significa a idade (quantidade de períodos) do produto no estoque. As equações de balanço de estoque consideram o estoque ao final do período com todas idades possíveis, também consideram a quantidade produzida dentro do período e a quantidade de itens com diversas qualidades entregue pelos veículos no final do período. A função objetivo maximiza os ganhos de entrega de demanda com qualidade superior, descontando os custos de estoque, de preparação da máquina e uso de veículo.

Amorim, Costa e Almada-Lobo (2014) apresentam dois modelos de planejamento de produção, um com demanda determinística e outro com demanda estocástica, ambos considerando perecibilidade nos itens. Variáveis de idade do produto são utilizadas nesse modelo para determinar a quantidade de unidades no estoque com uma determinada idade e também para decidir a fração da demanda que será atendida com itens de diversas idades.

Em Kuik *et al.* (2015) são apresentados dois modelos de planejamento de produção, um sem restrições de perecibilidade e outro com essas restrições. Ao final do artigo são apresentados resultados computacionais e comparações feitas entre os modelos. Os produtos podem ser remanufaturados, isso significa que pode-se usar um produto pronto como matéria-prima de

outro, as equações de balanço de estoque consideram essa característica.

Em Amorim, Antunes e Almada-Lobo (2011) são abordados dois problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes multiobjetivo em linhas paralelas considerando perecibilidade. O primeiro tem demanda determinística e o outro tem demanda estocástica. Os modelos contêm macro e micro períodos, as demandas e estoques adquirem essa característica dos períodos. A perecibilidade dos itens é lidada na função objetivo, maximizando o atendimento da demanda com itens de menor idade (mais frescos) e por equações que forçam o atendimento da demanda apenas por itens não expirados.

O problema de dimensionamento de lotes apresentado em Acevedo-Ojeda, Contreras e Chen (2015) considera perecibilidade e deterioração da matéria-prima. Os tamanhos dos lotes são fixos, só existe um tipo de produto final. A perecibilidade e deterioração da matéria-prima é lidada na equação de balanço de estoque.

Nos artigos de Brahimi, Aouam e Aghezzaf (2015) e Brahimi, Aouam e Aghezzaf (2016) são apresentados modelos para o problema de dimensionamento de lotes com aceitação de pedidos e janelas de atendimento. Não é necessário atender os pedidos dentro da sua janela de atendimento, mas para cada pedido atendido fora da sua janela existe uma penalização na função objetivo. Os modelos apresentados nos artigos não consideram perecibilidade dos itens e, possuem apenas uma única variedade de item. Nestes artigos são utilizadas duas heurísticas baseadas em *relax-and-fix* como método de solução. A decomposição das variáveis na primeira heurística é por períodos; na segunda, por pedidos.

Em Brahimi *et al.* (2018) modelos são apresentados para o problema de planejamento de produção com aceitação de pedidos e incerteza na demanda . A carga de trabalho (*workload*), isto é, o quanto de produção de itens foi realizada dentro de um período, foi considerada em todos modelos, exceto no primeiro. Como método de solução é proposta uma abordagem heurística contendo duas fases. Na fase 1 é utilizada uma *relax-and-fix* por período, na fase 2 uma heurística *fix-and-optimize* é utilizada como forma de melhoria.

Outro trabalho que aborda o problema é o de Teixeira, Oliveira e Santos (2017). O problema em estudo foi motivado por uma indústria alimentícia no interior do estado de São Paulo. O objetivo é decidir quais pedidos de clientes serão aceitos a fim de maximizar o lucro total. Os produtos são perecíveis, ou seja, não podem ficar no estoque depois de uma certa quantidade de tempo, pois perdem seu valor nutricional. Neste modelo não é considerado idade do produto no estoque. Para a solução deste problema foi proposta uma heurística do tipo *fix-and-optimize*, os resultados obtidos pela heurística e por um *solver* comercial foram comparados.

O modelo matemático apresentado em Teixeira, Oliveira e Santos (2017) pode ser apresentado da seguinte forma:

Índices e parâmetros	
$n \in \{1, \ldots, N\}$	índice dos pedidos;
$i, j \in \{1, \ldots, J\}$	índice dos itens;
$t \in \{1, \ldots, T\}$	índice dos períodos;
N	número total de pedidos;
J	número total de produtos;
T	número total de períodos;
P_{nt}	receita associada ao pedido n no período t;
F_n	primeiro período da janela de entrega do pedido n;
L_n	último período da janela de entrega do pedido n;
h_j	custo de estoque do item j ;
a_j	tempo de produção do item j;
sc_{ij}	custo de troca da produção do item i para o item j;
st_{ij}	tempo de troca da produção do item i para o item j;
q_{jn}	demanda do item j no pedido n;
sl_j	tempo máximo de estoque do item j (*shelf-life*);
C_t	capacidade (tempo) de produção do período t.

Variáveis de decisão	
x_{jt}	produção do item j no período t;
I_{jt}	estoque do item j ao final do período t;
y_{jt}	1, se a máquina está preparada para a produção do item j no início do período t, e 0, caso contrário;
γ_{nt}	1, se o pedido n vai ser atendido no período t, e 0, caso contrário;
z_{ijt}	1, se ocorre troca da produção do item i para o item j durante o período t, e 0, caso contrário;
V_{jt}	variável auxiliar que representa a ordem de produção do item j no período t.

$$max \sum_{n=1}^{N} \sum_{t=F_n}^{L_n} P_{nt} \cdot \gamma_{nt} - \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J} h_j \cdot I_{jt} - \sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{J} \sum_{j=1}^{J} sc_{ij} \cdot z_{ijt} \tag{2.25}$$

Sujeito a:

$$I_{j_{t-1}} + x_{jt} = \sum_{n=1}^{N} q_{jn} \cdot \gamma_{nt} + I_{jt} \qquad \forall j,t; \tag{2.26}$$

$$\sum_{j=1}^{J} a_j \cdot x_{jt} + \sum_{i=1}^{J} \sum_{j=1}^{J} st_{ij} \cdot z_{ijt} \leq C_t \qquad \forall t; \tag{2.27}$$

$$\sum_{j=1}^{J} y_{jt} = 1 \qquad \forall t; \tag{2.28}$$

$$y_{jt} + \sum_{i=1}^{J} z_{ijt} = \sum_{i=1}^{J} z_{jit} + y_{j,t+1} \qquad \forall j,t; \tag{2.29}$$

$$V_{jt} \geq V_{it} + 1 - J(1 - z_{ijt}) \qquad \forall i, j \neq i, t; \tag{2.30}$$

$$I_{jt} \leq \sum_{n=1}^{N} \sum_{\alpha=t}^{t+sl_j} q_{jn} \cdot \gamma_{n\alpha} \qquad \forall j, \qquad t = 1, \ldots, T - sl_j; \tag{2.31}$$

$$x_{jt} \leq \frac{C_t}{a_j}(y_{jt} + \sum_{i=1}^{J} z_{ijt}) \qquad \forall j,t; \tag{2.32}$$

$$y_{jt} + \sum_{i=1}^{J} z_{ijt} \leq 1 \qquad \forall j,t; \tag{2.33}$$

$$\sum_{t=F_n}^{L_n} \gamma_{nt} \leq 1 \qquad \forall n; \tag{2.34}$$

$$\gamma_{nt} = 0; \qquad t < F_n \; e \; t > Ln; \tag{2.35}$$

$$\gamma_{nt} \in \{0,1\} \qquad \forall n,t; \tag{2.36}$$

$$y_{jt} \in \{0,1\} \qquad \forall j,t; \tag{2.37}$$

$$z_{ijt} \in \{0,1\} \qquad \forall i,j,t; \tag{2.38}$$

$$x_{jt}, I_{jt}, V_{jt} \geq 0 \qquad \forall j,t. \tag{2.39}$$

A função objetivo (2.25) refere-se à soma dos lucros obtidos com o atendimento dos pedidos reduzida pela soma dos custos de estoque e preparação para produção dependente da sequência. As restrições (2.26) são responsáveis pelo balanceamento de estoque, garantindo a existência de itens em quantidade necessária para compor todos os pedidos que serão atendidos em cada período, enquanto que as restrições (2.27) referem-se aos limites de capacidade produtiva em cada período. As restrições (2.28) garantem que um único item será o primeiro a ser produzido em cada período. As restrições (2.29) são restrições de conversão de fluxos entre preparações e troca de preparações da máquina, as restrições (2.30) capturam a ordem de produção de cada item em cada período, evitando subciclos desconexos, enquanto que as restrições (2.31) garantem que os itens não serão deteriorados pelo prazo de validade. As restrições (2.32) garantem que um item só pode ser produzido se a linha estiver preparada para a sua produção. As restrições (2.33) garantem que cada item será produzido, no máximo, uma vez em cada período e as restrições (2.34) garantem que cada pedido pode ser atendido, no máximo, uma vez durante o horizonte de planejamento. As restrições (2.35) introduzem as janelas de tempo para atendimento dos pedidos e, por fim, as restrições (2.36)-(2.39) definem os domínios das variáveis de decisão.

2.4 Considerações finais

As principais características dos artigos da revisão bibliográfica são apresentadas na Tabela 1. Na última linha desta tabela as características do problema dessa dissertação são dispostas, com o propósito de explicitar as características que diferem o problema dessa dissertação e os artigos da literatura. O trabalho que mais assemelha-se com o problema considerado nessa dissertação é o trabalho de Teixeira, Oliveira e Santos (2017), porém os autores não consideram idade dos produtos.

Tabela 1 – Artigos da revisão bibliográfica e suas principais características

	Características dos problemas						
Artigo	Sequenciamento de lotes	Múltiplos itens	Janelas de atendimento	Perebilidade dos itens	Idade dos itens	Incerteza na demanda	Aceitação de pedidos
Ahmadi, Dasu e Tang (1992)	✓	✓	✗	✗	✗	✗	✗
Amorim, Antunes e Almada-Lobo (2011)	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗
Amorim, Costa e Almada-Lobo (2014)	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗
Baldo (2009)	✗	✓	✗	✗	✗	✗	✗
Brahimi, Aouam e Aghezzaf (2015)	✗	✗	✓	✗	✗	✗	✓
Brahimi, Aouam e Aghezzaf (2016)	✗	✗	✓	✗	✗	✗	✓
Brahimi *et al.* (2018)	✗	✗	✓	✗	✗	✓	✓
Drexl e Haase (1995)	✓	✓	✗	✗	✗	✗	✗
Fleischmann (1990)	✓	✓	✗	✗	✗	✗	✗
Furtado (2012)	✗	✓	✗	✗	✗	✗	✓
Haase (1996)	✓	✓	✗	✗	✗	✗	✗
Kuik *et al.* (2015)	✗	✓	✗	✓	✗	✗	✗
Li *et al.* (2016)	✗	✓	✗	✓	✓	✗	✗
Teixeira, Oliveira e Santos (2017)	✓	✓	✓	✓	✗	✗	✓
Pahl, Voss e Woodruff (2011)	✓	✓	✗	✓	✗	✗	✗
Sheng-Yuan e Hsu (2013)	✗	✓	✗	✗	✗	✗	✓
Shim *et al.* (2011)	✓	✓	✗	✗	✗	✗	✗
Xu, Wang e Huang (2015)	✓	✓	✗	✗	✗	✗	✓
Wagner e Whitin (1958)	✗	✓	✗	✗	✗	✗	✗
Trigeiro, Thomas e McClain (1989)	✗	✓	✗	✗	✗	✗	✗
Karmarkar e Schrage (1985)	✗	✓	✗	✗	✗	✗	✗
Matta e Guignard (1995)	✓	✓	✗	✗	✗	✗	✗
Problema da dissertação	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓

Fonte: Elaborada pelo autor.

CAPÍTULO

3

DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E MODELAGEM MATEMÁTICA

Na Seção 3.1 desse capítulo é definido o problema de estudo e suas principais características. Nas Seções 3.2 e 3.3 são apresentados modelos matemáticos para o problema definido na Seção 3.1. Na Seção 3.4 é definido como os dados são gerados e testes computacionais são realizados a partir dos modelos. Por último, é feita uma análise de desempenho da qualidade de soluções obtidos nas modelagens matemática do problema.

3.1 Definição do problema

O problema de dimensionamento de lotes visa determinar um plano de produção que defina as quantidades de cada item a ser produzida em cada período dentro do horizonte de planejamento. Ao integrar o dimensionamento de lotes com o problema de sequenciamento de lotes, deve-se decidir a ordem de produção dos itens.

Nesta dissertação consideramos a aceitação dos pedidos, isso significa que, só existe a produção de algum pedido caso seja decidido aceitá-lo. Os lucros dos pedidos estão relacionados a quantidade de itens que os compõem, cada pedido é composto por diversos itens. Como os tempos das preparações da máquina para cada item são diferentes de zero e dependem da ordem escolhida, um pedido ter mais itens que outro não implica necessariamente que mais tempo será consumido para a sua produção.

Outra característica importante do problema é a perecibilidade dos itens. Itens perecíveis necessitam de armazenagem especial, por exemplo, ambientes refrigerados e isto acarreta em alto custo de estocagem. Nesta dissertação é considerado um número máximo de períodos que cada item pode permanecer no estoque (*shelf-life*) após serem produzidos devido a perecibilidade.

Cada pedido possui uma janela de atendimento distinta (intervalo de períodos em que cada pedido pode ser entregue). Os clientes não aceitam receber pedidos parciais, ou seja, todos itens que compõem o pedido devem ser entregues simultaneamente ao cliente. A entrega é permitida somente dentro da janela de tempo, ou seja, os clientes não admitem atrasos.

O problema possui limitações de capacidade produtiva em cada período que devem ser respeitadas. A capacidade em cada período nas instâncias de teste foi definida de forma que não seja possível aceitar todos pedidos dentro de um período (considerando suas janelas de atendimento). Assim, deve-se fazer o melhor uso da capacidade produtiva para que seja possível maximizar os lucros associados ao atendimento dos pedidos.

Para modelar o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com aceitação de pedidos assumimos diversas premissas, são elas:

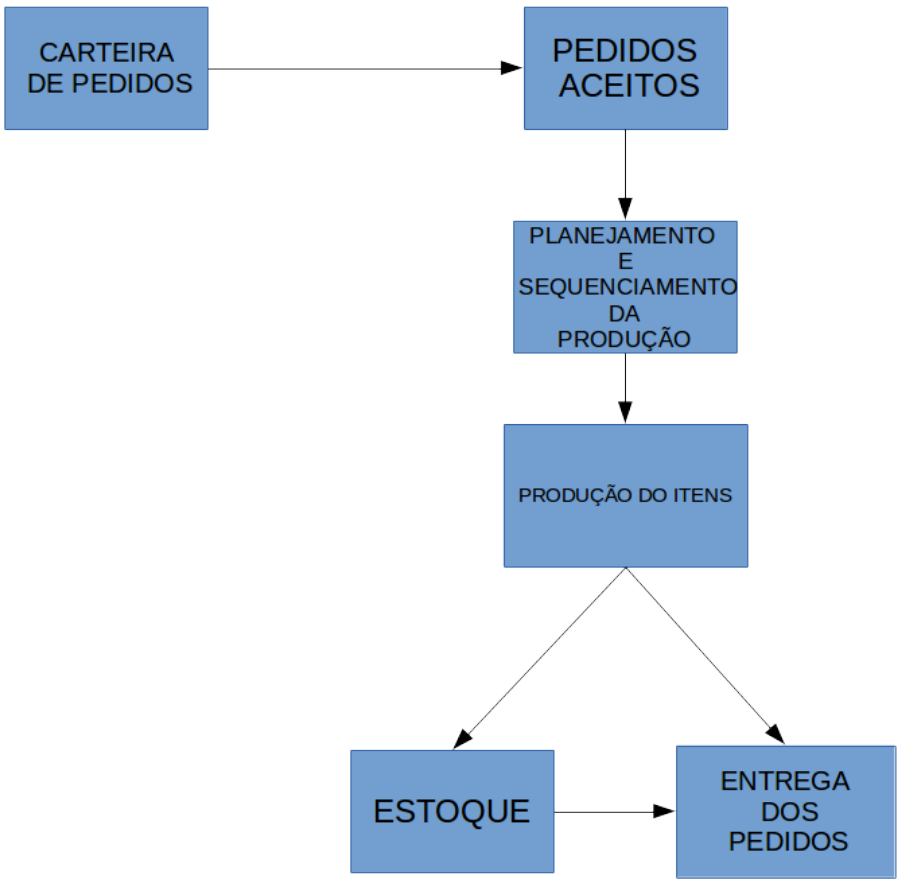
1. A demanda advém dos pedidos aceitos;
2. Os pedidos atendidos devem ser entregues sem atraso;
3. Cada item pode ter *shelf-life* distinto;
4. Existe apenas um máquina;
5. Há conservação de preparação da máquina em cada período;
6. Todos os itens podem ter idades distintas no estoque;
7. Não existe estoque inicial dos itens;
8. Os custos e tempos da troca de preparação da máquina dependem da sequência de produção.

Descritas as principais características do problema, devem ser tomadas diversas decisões, para que o objetivo de maximização do lucro associado ao atendimento dos pedidos seja alcançado, são elas:

1. Quais pedidos devem ser aceitos?
2. Quando os itens devem ser produzidos?
3. Quando os itens devem ser estocados?
4. Qual a melhor sequência de produção dos itens ?
5. Dentro das janelas de entrega dos pedidos aceitos, em quais períodos cada pedido deve ser entregue?

Na Figura 1 é apresentado um esquema ilustrativo do problema. A carteira de pedidos é obtida *a priori*, nesta carteira um conjunto os pedidos é escolhido para o atendimento. Após a decisão de quais pedidos serão atendidos, deve-se fazer o melhor planejamento da produção possível. A partir da produção dos itens que compõem os pedidos, pode-se estocar os itens para atender os pedidos em períodos posteriores ou utilizar os itens para atender imediatamente os pedidos.

Figura 1 – Esquema ilustrativo do problema desta dissertação.



Fonte: Elaborada pelo autor.

3.2 Modelo considerando idade do item

Para modelagem do problema consideramos o conceito de idade do produto no estoque, que é o tempo que o produto fica armazenado no estoque. Por exemplo, se algum item fica um período no estoque após sua produção, este tem idade 1. Nesta modelagem foi considerado que, se o item é produzido e estocado ao final do período, este item tem idade 0 neste período. Se o item em questão é entregue no próximo período, será entregue com idade 1 ($t+1$ - t = 1).

O modelo considerando idade do produto no estoque foi baseado inicialmente no trabalho de Teixeira, Oliveira e Santos (2017). A forma de modelagem das restrições do estoque com idade do produto foram baseadas na dissertação de Ribeiro (2017) e no artigo de Li *et al.* (2016), e é apresentado a seguir:

Índices e parâmetros	
$n \in \{1,\ldots,N\}$	índice dos pedidos;
$i,j \in \{1,\ldots,J\}$	índice dos itens;
$t \in \{1,\ldots,T\}$	índice dos períodos;
N	número total de pedidos;
J	número total de produtos;
T	número total de períodos;
P_{nt}	receita associada ao pedido n no período t;
F_n	primeiro período da janela de entrega do pedido n;
L_n	último período da janela de entrega do pedido n;
h_j	custo de estoque do item j ;
a_j	tempo de produção do item j;
sc_{ij}	custo de troca da produção do item i para o item j;
st_{ij}	tempo de troca da produção do item i para o item j;
q_{jn}	demanda do item j no pedido n;
sl_j	tempo máximo de estoque do item j (*shelf-life*);
C_t	capacidade (tempo) de produção do período t.

Variáveis de decisão	
x_{jt}	produção do item j no período t;
I_{jt}^{k}	estoque do item j com idade k ao final do período t;
Q_{jnt}^{k}	quantidade de itens j com idade k utilizados para atender o pedido n ao final do período t;
y_{jt}	1, se a máquina está preparada para a produção do item j no início do período t e 0, caso contrário;
γ_{nt}	1, se o pedido n vai ser atendido no período t e 0, caso contrário;
z_{ijt}	1, se ocorre troca da produção do item i para o item j durante o período t e 0, caso contrário;
V_{jt}	variável auxiliar que representa a ordem de produção do item j no período t.

A expressão (3.1) representa a função objetivo do modelo. A função maximiza os lucros associados ao atendimento dos pedidos (1ª parcela), descontando os custos envolvidos na estocagem (2ª parcela) e trocas de preparação da máquina para os itens (última parcela),

$$max \sum_{n=1}^{N} \sum_{t=F_n}^{L_n} P_{nt} \cdot \gamma_{nt} - \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{J} h_j \cdot \sum_{k=0}^{sl_j} I_{jt}^{k} - \sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{J} \sum_{j=1}^{J} sc_{ij} \cdot z_{ijt} \tag{3.1}$$

Sujeito a:

As restrições (3.2) referem-se ao balançamento de estoque. A demanda de algum item só existe se houver aceitação de um algum pedido que o contenha ($\gamma_{**} = 1$). O estoque foi desagregado por idade do produto,

$$\sum_{k=0}^{min(sl_j,t-1)} I_{j_{t-1}}^{k} + x_{jt} = \sum_{n=1}^{N} q_{jn} \cdot \gamma_{nt} + \sum_{k=0}^{min(sl_j,t)} I_{jt}^{k} \qquad \forall j,t; \tag{3.2}$$

As restrições (3.3) significam que os itens produzidos em um determinado período que não foram entregues ao final deste mesmo período, entram no estoque com idade zero,

$$I_{jt}^{0} = x_{jt} - Q_{jnt}^{0} \qquad \forall j,t; \tag{3.3}$$

As restrições (3.4) associam a entrega dos produtos com idade $k > 0$ ao estoque com essa idade,

$$I_{jt}^{k} = I_{j,t-1}^{k-1} - \sum_{n=1}^{N} Q_{jnt}^{k} \qquad \forall j \quad k = 1,\ldots,sl_j+1 \quad t = 2,\ldots,T; \tag{3.4}$$

As restrições (3.5) implicam que a demanda gerada pelo atendimento dos pedidos deve ser igual ao total de itens entregues com todas idades possíveis,

$$\sum_{k=0}^{sl_j} Q_{jnt}^{k} = q_{jn} \cdot \gamma_{nt} \qquad \forall j,n,t; \tag{3.5}$$

Não há estoque com idade igual ou superior ao *shelf-life* (3.6),

$$I_{jt}^{sl_j} = 0 \qquad \forall j,t; \tag{3.6}$$

As restrições (3.7) limitam a capacidade produtiva em cada período. São considerados os tempos de produção de cada item e as trocas de preparação da máquina de um item para outro,

$$\sum_{j=1}^{J} a_j \cdot x_{jt} + \sum_{i=1}^{J}\sum_{j=1}^{J} st_{ij} \cdot z_{ijt} \leq C_t \qquad \forall\, t; \tag{3.7}$$

Cada período inicia com a máquina preparada para produzir algum item (3.8),

$$\sum_{j=1}^{J} y_{jt} = 1 \qquad \forall\, t; \tag{3.8}$$

As restrições (3.9) são as equações clássicas de conservação de fluxo,

$$y_{jt} + \sum_{i=1}^{J} z_{ijt} = \sum_{i=1}^{J} z_{jit} + y_{j,t+1} \qquad \forall j,t; \tag{3.9}$$

As desigualdades (3.10) são responsáveis pela eliminação de *subtours* (produção de mais de um lote do mesmo item por período) e também definem a ordem de produção dos itens. Estas desigualdades são conhecidas com MTZ (MILLER; TUCKER; ZEMLIN, 1960),

$$V_{jt} \geq V_{it} + 1 - J(1 - z_{ijt}) \qquad \forall\, i,j \neq i,t; \tag{3.10}$$

As restrições (3.11) implicam que só existe produção de algum item, se a máquina estiver preparada ou se houver troca de preparação para esse item. Em relação a essa restrição da literatura, foi adicionada a última parcela com sinal de menos com intuito de melhoria da relaxação linear do problema,

$$x_{jt} \leq \frac{C_t}{a_j}(y_{jt} + \sum_{i=1}^{J} z_{ijt}) - \frac{st_{ij}}{a_j}\sum_{i=1}^{J} z_{ijt} \qquad \forall i,j,t; \tag{3.11}$$

O pedido só pode ser atendido uma vez dentro da janela de atendimento (3.12),

$$\sum_{t=F_n}^{L_n} \gamma_{nt} \leq 1 \qquad \forall n; \tag{3.12}$$

Fora da janela de atendimento, o pedido não pode ser atendido (3.13),

$$\gamma_{nt} = 0; \qquad t < F_n \; e \; t > Ln; \tag{3.13}$$

As restrições (3.14) - (3.17) são as definições dos domínios das variáveis,

$$\gamma_{nt} \in \{0,1\} \qquad \forall n,t; \tag{3.14}$$

$$y_{jt} \in \{0,1\} \qquad \forall j,t; \tag{3.15}$$

$$z_{ijt} \in \{0,1\} \qquad \forall i,j,t; \tag{3.16}$$

$$x_{jt}, V_{jt} \geq 0 \quad \forall j,t \quad I_{jt}^{k} \geq 0 \quad \forall j,k,t \quad Q_{jnt}^{k} \geq 0 \quad \forall j,k,n,t. \tag{3.17}$$

3.2.1 Exemplo no modelo (3.1)-(3.17)

Para exemplificar o modelo da Seção 3.2 e ajudar a compreensão do mesmo, um exemplo será apresentado nesta subseção. O problema consiste em decidir quais pedidos devem ser atendidos para maximizar os lucros associados a estes. Outra decisão é determinar a ordem de produção dos itens, pois o custos e tempos das preparações da máquina são dependentes da sequência. Existem 5 tipos de itens, 3 pedidos e 5 períodos no horizonte de planejamento. Cada pedido possível tem uma janela de tempo para o seu atendimento, todos itens são perecíveis e têm *shelf-life* diferentes. Os valores dos parâmetros são definidos abaixo:

$T = 5, J = 5, N = 3$, número total de períodos, itens e pedidos, respectivamente;
$q_{jn} = \begin{bmatrix} 40 & 0 & 45 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 0 & 64 & 40 \\ 63 & 0 & 59 & 0 & 69 \end{bmatrix}$, cada coluna da matriz q_{jn} representa a quantidade de um determinado item no pedido (linha da matriz);
$Cut = 0,8$, valor do parâmetro da relação demanda - capacidade produtiva;
$C_1 = 68,\ C_2 = 192,\ C_3 = 0, C_4 = 0, C_5 = 153$, capacidade produtiva dos períodos;
$P_{nt} = \begin{bmatrix} 670 & 670 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 808 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 832 \end{bmatrix}$, cada linha da matriz P_{nt} representa o lucro associado a um pedido em algum período (coluna da matriz);
$F_1 = 1$ e $L_1 = 2$, primeiro e último período da janela de tempo para o atendimento do pedido 1;
$F_2 = 2$ e $L_2 = 2$, primeiro e último período da janela de tempo para o atendimento do pedido 2;
$F_3 = 5$ e $L_3 = 5$, primeiro e último período da janela de tempo para o atendimento do pedido 3.

Tabela 2 – Resultado do exemplo da Subseção 3.2.1 no modelo (3.1)-(3.17).

Período	Quantidade produzida	Estoque	Pedidos atendidos
1	$x_{21} = 7$	$I^0_{21} = 7$	
2	$x_{22} = 43, x_{32} = 42, x_{42} = 64, x_{52} = 40$	$I^0_{31} = 42$	2 $(\gamma_{22} = 1)$
3		$I^1_{32} = 42$	
4		$I^2_{33} = 42$	
5	$x_{15} = 63, x_{35} = 17, x_{55} = 69$		3 $(\gamma_{35} = 1)$

Fonte: Elaborada pelo autor.

3.3 Modelo baseado em localização de facilidades

O problema de localização de facilidades consiste em decidir os locais da instalação das facilidades a fim de otimizar algum objetivo. Um objetivo pode ser minimizar os custos relacionados a distribuição das demandas aos clientes. Esse tipo de formulação para problemas de dimensionamentos de lotes mostrou-se eficiente, como pode ser visto em Melega, Fiorotto e Araujo (2013) . Uma revisão que apresenta algumas variantes desse problema pode ser encontrada em Owen e Daskin (1998).

Para o nosso problema consideramos que instalar uma facilidade significa atender algum pedido em um determinado período. O custo total para atender o pedido (preparações da máquina para todos itens que compõem o pedido) está relacionado a soma dos custos para entregar as demandas aos clientes. Estes custos representam, no nosso modelo, os valores pagos da preparação de máquina para cada item, e os clientes representam os itens do nosso problema.

A formulação apresentada abaixo foi baseada nos trabalhos de Zhang e Zhang (2018) e Teixeira, Oliveira e Santos (2017). Observe que esse modelo também captura a idade dos produtos quando são entregues ao clientes. A idade do produto é dado pela diferença $p-t$, ou seja, a diferença entre o período que o item foi entregue e o período que o mesmo foi produzido.

Índices e parâmetros	
$n \in \{1,\ldots,N\}$	índice dos pedidos;
$i,j \in \{1,\ldots,J\}$	índice dos itens;
$t \in \{1,\ldots,T\}$	índice dos períodos;
N	número total de pedidos;
J	número total de produtos;
T	número total de períodos;
P_{nt}	lucro associado ao pedido n no período t;
F_n	primeiro período da janela de entrega do pedido n;
L_n	último período da janela de entrega do pedido n;
h_j	custo de estoque do item j ;
a_j	tempo de produção do item j;
sc_{ij}	custo de troca da produção do item i para o item j;
st_{ij}	tempo de troca da produção do item i para o item j;
q_{jn}	demanda do item j no pedido n;
sl_j	tempo máximo de estoque do item j (*shelf-life*);
C_t	capacidade (tempo) de produção do período t.

Variáveis de decisão	
x_{jtp}	quantidade do item j produzido no período t para ser entregue no período p.
I_{jt}	estoque do item j ao final do período t;
y_{jt}	1, se a máquina está preparada para a produção do item j no início do período t e 0, caso contrário;
γ_{nt}	1, se o pedido n vai ser atendido no período t e 0, caso contrário;
z_{ijt}	1, se ocorre troca da produção do item i para o item j durante o período t e 0, caso contrário;
V_{jt}	variável auxiliar que representa a ordem de produção do item j no período t.

Modelo

$$max \sum_{n=1}^{N} \sum_{t=F_n}^{L_n} P_{nt} \cdot \gamma_{nt} - \sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} \sum_{p=t+1}^{T} h_j \cdot (p-t) x_{jtp} - \sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{J} \sum_{j=1}^{J} sc_{ij} \cdot z_{ijt} \tag{3.18}$$

Sujeito a:

$$\sum_{t=max(1,p-sl_j)}^{p} x_{jtp} = \sum_{n=1}^{N} q_{jn} \cdot \gamma_{np} \qquad \forall j, p; \tag{3.19}$$

$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{p=t}^{T} a_j \cdot x_{jtp} + \sum_{i=1}^{J} \sum_{j=1}^{J} st_{ij} \cdot z_{ijt} \leq C_t \qquad \forall t; \tag{3.20}$$

$$\sum_{j=1}^{J} y_{jt} = 1 \qquad \forall t; \tag{3.21}$$

$$y_{jt} + \sum_{i=1}^{J} z_{ijt} = \sum_{i=1}^{J} z_{jit} + y_{j,t+1} \qquad \forall j, t; \tag{3.22}$$

$$V_{jt} \geq V_{it} + 1 - J(1 - z_{ijt}) \qquad \forall i, j \neq i, t; \tag{3.23}$$

$$\sum_{p=t}^{T} x_{jtp} \leq \frac{C_t}{a_j}(y_{jt} + \sum_{i=1}^{J} z_{ijt}) - \frac{st_{ij}}{a_j} \sum_{i=1}^{J} z_{ijt} \qquad \forall i, j, t; \tag{3.24}$$

$$\sum_{t=F_n}^{L_n} \gamma_{nt} \leq 1 \qquad \forall n; \tag{3.25}$$

$$\gamma_{nt} = 0; \qquad t < F_n \; e \; t > Ln; \tag{3.26}$$

$$\gamma_{nt} \in \{0,1\} \qquad \forall n,t; \tag{3.27}$$

$$y_{jt} \in \{0,1\} \qquad \forall j,t; \tag{3.28}$$

$$z_{ijt} \in \{0,1\} \qquad \forall i,j,t; \tag{3.29}$$

$$x_{jtp}, V_{jt} \geq 0 \qquad \forall j,t,p. \tag{3.30}$$

A função objetivo (3.18) refere-se à soma das receitas obtidas com o atendimento dos pedidos reduzida pela soma dos custos que são gerados na produção de um item para ser entregues em períodos posteriores, também os custos de preparação para produção dependente da sequência. As restrições (3.19) são responsáveis pela produção dos itens que compõem os pedidos aceitos. As restrições (3.20) referem-se aos limites de capacidade produtiva em cada período. As restrições (3.21) garantem que um único item será o primeiro a ser produzido em cada período. As restrições (3.22) são restrições de fluxos, as restrições (3.23) capturam a ordem de produção de cada item em cada período, evitando subciclos desconexos. As restrições (3.24) garantem que um item só pode ser produzido se a linha estiver preparada para a sua produção. As restrições (3.25) garantem que cada pedido pode ser atendido, no máximo, uma vez durante o horizonte de planejamento. As restrições (3.26) introduzem as janelas de tempo para atendimento dos pedidos e, por fim, as restrições (3.27)-(3.30) definem os domínios das variáveis de decisão.

3.3.1 Exemplo

A solução apresentada na Tabela 3 é referente ao mesmo exemplo da Subseção 3.2.1, considerando agora o modelo (3.18)-(3.30).

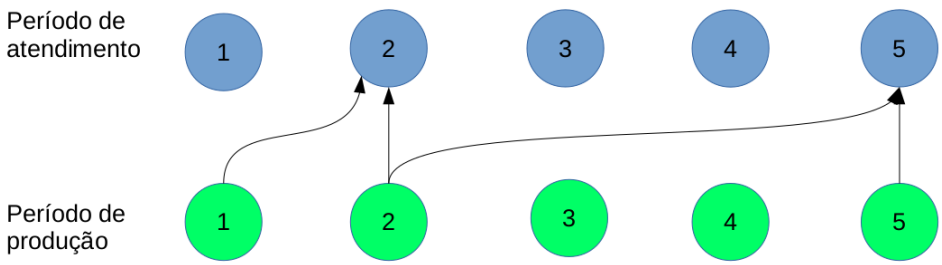
Tabela 3 – Resultado do exemplo da Subseção 3.2.1 no modelo (3.18)-(3.30).

Período	Quantidade produzida	Pedidos atendidos
1	$x_{212} = 7$	
2	$x_{222} = 43, x_{325} = 42, x_{422} = 64, x_{522} = 40$	2 ($\gamma_{22} = 1$)
3		
4		
5	$x_{155} = 63, x_{355} = 17, x_{555} = 69$	3 ($\gamma_{35} = 1$)

Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 2 apresenta uma ilustração da solução do exemplo da Subseção 3.3.1. O pedido atendido no período 2 recebe itens com idade 0 e 1. A idade do produto é definida como $p - t$, onde t é o período que o item foi produzido e p onde foi entregue. Analogamente, o pedido atendido no período 5 recebe itens com idade 0 e 3.

Figura 2 – Ilustração da solução no modelo (3.18)-(3.30).



Fonte: Elaborada pelo autor.

3.4 Testes computacionais

3.4.1 Geração dos dados

Os testes computacionais foram feitos a partir de 120 instâncias, que podem ser encontrada no *Data Set Mendeley* em Barbosa (2019). Os valores utilizados para os parâmetros J (número de itens), T (número de períodos), N (número de pedidos), Cut (relação entre a capacidade e a demanda) e Wdw (tamanho da janela de tempo para entrega dos pedidos) estão apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Parâmetros adotados na geração de dados.

Parâmetros	Variação
Número de itens (J)	{25,50}
Número de períodos (T)	{5,10,15}
Número de pedidos (N)	{30,50,70,90}
Cut	0,8
Tamanho da janela de tempo do atendimento dos pedidos (Wdw)	{1,2,3,4}
Capacidade produtiva em cada período (C_t)	equação 3.31

Fonte: Elaborada pelo autor.

Assim como em James e Almada-Lobo (2011), o parâmetro Cut foi introduzido para representar a relação entre a capacidade produtiva e as demandas por itens. Dessa forma, para cada período t, a capacidade produtiva (C_t) foi definida conforme a equação abaixo, onde S é o conjunto dos pedidos cuja janela de entrega contém t, isto é, $S = \{n \mid F_n \leq t \leq L_n\}$.

$$C_t = \left\lceil \frac{Cut \cdot (\sum_{n \in S} \sum_{j=1}^{J} a_j \cdot q_{jn})}{\overline{Wdw}} \right\rceil, \tag{3.31}$$

onde

$$\overline{Wdw} = \left\lceil \frac{(\sum_{n=1}^{N} L_n - F_n + 1)}{N} \right\rceil.$$

Outras características importantes para a geração das instâncias são:

- Cada pedido é composto por: $\{1, \ldots, \lceil \frac{J}{2} \rceil\}$;
- Quantidade de cada item em cada pedido sorteada entre 40 e 59 e fixada em zero nos demais itens. Sorteia-se primeiro o número de produtos que vai compor o pedido. Depois, sorteia-se as demandas para esses itens entre 40 e 59 e fixar as outras demandas em zero;
- Tempo de *setup*: $\{2, ..., 10\}$;

- Custo de *setup*: $sc_{ij} = \theta st_{ij}$, onde $\theta = 50$;
- Tempo de produção de cada item: fixado em 1;
- Tempo de vida (*shelf-life*) do produto no estoque: sorteio no conjunto $\{1,2,3\}$;
- Custo de estoque: sorteio no conjunto $\{2,...,9\}$;
- Lucro dos pedidos: 500 + 2*(quantidade total de itens no pedido).

Na Tabela 5 são apresentadas as 24 classes geradas, cada uma contendo 5 instâncias. Estas classes são utilizadas em todos os testes computacionais apresentados na dissertação.

Tabela 5 – Características das instancias em cada classe

	Parâmetros		
Classe	Nº de itens	Nº de períodos	Nº de pedidos
1	25	5	30
2	25	5	50
3	25	5	70
4	25	5	90
5	25	10	30
6	25	10	50
7	25	10	70
8	25	10	90
9	25	15	30
10	25	15	50
11	25	15	70
12	25	15	90
13	50	5	30
14	50	5	50
15	50	5	70
16	50	5	90
17	50	10	30
18	50	10	50
19	50	10	70
20	50	10	90
21	50	15	30
22	50	15	50
23	50	15	70
24	50	15	90

Fonte: Elaborada pelo autor.

3.4.2 Ambiente de teste

Os resultados das instâncias apresentados na tabela da Subseção 3.4.3 foram obtidos utilizando um algoritmo implementando em linguagem $C++$, foi utilizada a ferramenta *Concert Technology* e Cplex 12.6.0 com parametrização padrão. O algoritmo foi executado em um computador equipado com 2 Processadores Intel Xeon E5-2680v2 de 2.8 GHz e com 128 GB DDR3 1866MHz de memória RAM.

O GAP foi definido como a relação

$$\text{GAP} = \left(\frac{Limitante\ dual - Limitante\ primal}{Limitante\ dual}\right) \cdot 100\ .$$

Limitante dual (LD) é a melhor solução relaxada corrente, Limitante primal (LP) é a melhor solução primal (factível) corrente, Relaxação Linear (RL), C refere-se a classe, P representa o conjunto de parâmetros, TP é o tempo que o processo está sendo executado). O tempo máximo (TM) usado para comparar as soluções foi de 3600 segundos (uma hora).

3.4.3 Testes computacionais no modelo (3.1)-(3.17)

Nas tabelas 6, 7 e 8, são apresentados os resultados obtidos pela execução do resolvedor Cplex no modelo (3.1)-(3.17) considerando 35 instâncias.

Tabela 6 – Variação do número de pedidos (N) no modelo (3.1)-(3.17).

		CPLEX				
C	P	LP	LD	RL	TP	GAP(%)
1	J = 25	20680	21574.55	30913.91	TM	4.15
	T = 5	21828	21830.18	30741.79	3459.58	0.01
	N = 30	23828	25877.04	34123.64	TM	7.92
	Cut = 0.8	20400	20402.04	29208.65	2953.40	0.01
		19048	19988.22	28873.41	TM	4.70
Média		**21156.8**	**21934.40**	**30772.28**	**3442.59**	**3.35**
2	J = 25	37527	39138.56	48165.47	TM	4.12
	T = 5	38500	43221.45	50206.54	TM	10.92
	N = 50	39330	42934.31	50638.98	TM	8.39
	Cut = 0.8	36846	40027.87	47914.93	TM	7.95
		39306	43657.81	51180.22	TM	9.97
Média		**38301.8**	**41796**	**49621.22**	**TM**	**8.27**
3	J = 25	53770	56742.43	65820.38	TM	5.24
	T = 5	59298	62883.29	71409.46	TM	5.70
	N = 70	55946	59181.15	67786.21	TM	5.47
	Cut = 0.8	54754	58838.36	67265.27	TM	6.94
		56724	60491.09	69062.64	TM	6.23
Média		**56098.4**	**59627.26**	**68268.79**	**TM**	**5.91**
4	J = 25	78484	82329.04	89756.98	TM	4.67
	T = 5	75918	78806.91	87908.14	TM	3.67
	N = 90	77556	81395.32	90130.82	3347.07	4.72
	Cut = 0.8	80924	84848.28	93006.71	TM	4.63
		76540	80705.96	89363.80	3163.19	5.16
Média		**77884.4**	**81617.10**	**90033.29**	**3462.05**	**4.57**
Média Geral		**48360.35**	**51243.69**	**59673.89**	**3526.16**	**5.52**

Fonte: Elaborada pelo autor.

Na Tabela 6 são consideradas 4 classes, cada uma com 5 instâncias. Observe que o único parâmetro que muda de valor é o N. Mesmo com a mudança de valor do parâmetro dos pedidos, o GAP obtido nas instâncias é baixo.

Tabela 7 – Variação do número de períodos (T) no modelo (3.1)-(3.17).

		CPLEX				
C	P	LP	LD	RL	TP	GAP(%)
1	J = 25	20680	21574.55	30913.91	TM	4.15
	T = 5	21828	21830.18	30741.79	3459.58	0.01
	N = 30	23828	25877.04	34123.64	TM	7.92
	Cut = 0.8	20400	20402.04	29208.65	2953.40	0.01
		19048	19988.22	28873.41	TM	4.70
Média		**21156.8**	**21934.40**	**30772.28**	**3442.59**	**3.35**
5	J = 25	14070	18368.60	31436.74	TM	23.40
	T = 10	16781	17863.87	30799.99	TM	6.06
	N = 30	13994	16353.02	27151.33	TM	14.43
	Cut = 0.8	16251	16869.17	30360.10	TM	3.66
		13350	17310.84	29954.70	TM	22.88
Média		**14889.2**	**17353.1**	**29938.57**	**TM**	**14.08**
9	J = 25	10567	14736.83	27611.92	TM	28.30
	T = 15	7995	12969.67	28126.13	TM	38.36
	N = 30	7475	14515.89	28736.73	TM	48.50
	Cut = 0.8	10417	15490.10	31433.30	TM	32.75
		9324	13586.99	30267.98	TM	31.38
Média		**9155.6**	**14259.89**	**29235.21**	**TM**	**35.85**
Média Geral		**15067.2**	**17849.13**	**29982.02**	**3547.53**	**17.76**

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 8 – Variação do número de itens (J) no modelo (3.1)-(3.17).

		CPLEX				
C	P	LP	LD	RL	TP	GAP(%)
1	**J = 25**	20680	21574.55	30913.91	TM	4.15
	T = 5	21828	21830.18	30741.79	3459.58	0.01
	N = 30	23828	25877.04	34123.64	TM	7.92
	Cut = 0.8	20400	20402.04	29208.65	2953.40	0.01
		19048	19988.22	28873.41	TM	4.70
Média		**21156.8**	**21934.40**	**30772.28**	**3442.59**	**3.35**
13	**J = 50**	16988	33340.05	43481.38	TM	49.05
	T = 5	26340	36500.91	50296.98	TM	27.84
	N = 30	17514	32367.88	46772.67	TM	45.89
	Cut = 0.8	24864	31787.16	47433.51	TM	21.78
		9147	28751.93	40645.78	TM	68.19
Média		**18970.6**	**32549.58**	**45726.06**	**TM**	**42.55**
Média Geral		**20063.7**	**27241.99**	**38249.17**	**3521.29**	**22.95**

Fonte: Elaborada pelo autor.

Nas tabelas 7 e 8 as médias gerais dos GAPs foram de 17.76% e 22.95%, respectivamente. A maior variação de GAP entre classes foi observada na Tabela 8, assim, concluímos que o parâmetro J é o parâmetro que mais afeta o desempenho computacional do Cplex na resolução das instâncias no modelo (3.1)-(3.17).

3.4.4 Testes computacionais no modelo (3.18)-(3.30)

Os testes computacionais no modelo de localização de facilidades foram feitos utilizando o mesmo ambiente de teste e as mesmas instâncias do modelo considerado na Seção 3.2. Igualmente na Seção 3.3, foram escolhidas 35 instâncias (as mesmas da Seção 3.3) para analisar o desempenho computacional do Cplex em relação a variação dos parâmetros J (itens), T (períodos) e N (pedidos).

Tabela 9 – Variação do número de pedidos(N) no modelo (3.18)-(3.30).

		CPLEX				
C	P	LP	LD	RL	TP	GAP(%)
1	J = 25	20776	21306.33	30913.91	TM	2.49
	T = 5	21828	21830.18	30741.79	3175.55	0.01
	N = 30	23708	26293.47	34123.64	TM	9.83
	Cut = 0.8	20162	20870.02	29208.65	TM	3.39
		18880	19875.62	28873.41	TM	5.01
Média		**21070.8**	**22035.12**	**30772.28**	**3515.11**	**4.14**
2	J = 25	37279	39873.01	48165.47	TM	6.51
	T = 5	38856	42252.25	50206.54	TM	8.04
	N = 50	39662	42870.04	50638.98	TM	7.48
	Cut = 0.8	37070	39724.68	47914.93	TM	6.68
		39280	43445.04	51180.22	TM	9.59
Média		**38429.4**	**41633.00**	**49621.22**	**TM**	**7.66**
3	J = 25	53973	56314.95	65820.38	TM	4.16
	T = 5	59440	62199.77	71409.46	TM	4.44
	N = 70	56128	59358.36	67786.21	TM	5.44
	Cut = 0.8	55032	58722.67	67265.27	TM	6.28
		56351	60391.28	69062.64	TM	6.69
Média		**56184.8**	**59397.40**	**68268.79**	**TM**	**5.40**
4	J = 25	78172	81746.44	89756.98	TM	4.31
	T = 5	75960	78394.88	87908.14	TM	3.11
	N = 90	77752	80616.04	90130.82	TM	3.55
	Cut = 0.8	80768	84900.78	93006.71	TM	4.87
		76656	80067.68	89363.80	TM	4.26
Média		**77861.6**	**81145.16**	**90033.29**	**TM**	**4.02**
Média Geral		**48386.65**	**51050.17**	**59673.89**	**3578.77**	**5.30**

Fonte: Elaborada pelo autor.

Na Tabela 9 o maior GAP médio observado foi de 7.66% obtido pelas instâncias considerando 50 pedidos e, o GAP médio geral foi de 5.30% considerando a variação do parâmetro dos pedidos.

Tabela 10 – Variação do número de períodos(T) no modelo (3.18)-(3.30).

		CPLEX				
C	P	LP	LD	RL	TP	GAP(%)
1	J = 25	20776	21306.33	30913.91	TM	2.49
	T = 5	21828	21830.18	30741.79	3175.55	0.01
	N = 30	23708	26293.47	34123.64	TM	9.83
	Cut = 0.8	20162	20870.02	29208.65	TM	3.39
		18880	19875.62	28873.41	TM	5.01
Média		**21070.8**	**22035.12**	**30772.28**	**3515.11**	**4.14**
5	J = 25	14631	18039.18	31436.74	TM	18.89
	T = 10	16520	17841.39	30799.99	TM	7.41
	N = 30	14222	15857.15	27151.33	TM	10.31
	Cut = 0.8	16154	17095.62	30360.10	TM	5.51
		12865	18452.76	29954.70	TM	30.28
Média		**14878.4**	**17457.22**	**29940.57**	**TM**	**14.48**
9	J = 25	10280	14839.83	27611.92	TM	30.73
	T = 15	8470	12903.67	28126.13	TM	34.36
	N = 30	10099	14854.27	28736.73	TM	32.01
	Cut = 0.8	9418	15468.08	31433.30	TM	39.11
		10203	13701.98	30267.98	TM	25.54
Média		**9694**	**14353.56**	**29235.21**	**TM**	**32.35**
Média Geral		**15214.4**	**17948.63**	**29982.68**	**3571.70**	**16.99**

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 11 – Variação do número de itens(J) no modelo (3.18)-(3.30).

		CPLEX				
C	P	LP	LD	RL	TP	GAP(%)
1	**J = 25**	20776	21306.33	30913.91	TM	2.49
	T = 5	21828	21830.18	30741.79	3175.55	0.01
	N = 30	23708	26293.47	34123.64	TM	9.83
	Cut = 0.8	20162	20870.02	29208.65	TM	3.39
		18880	19875.62	28873.41	TM	5.01
Média		**21070.8**	**22035.12**	**30772.28**	**3515.11**	**4.14**
13	**J = 50**	17386	32168.57	43481.38	TM	45.95
	T = 5	23100	35239.71	50296.98	TM	34.45
	N = 30	21677	33174.96	46772.67	TM	34.66
	Cut = 0.8	20408	33212.32	47433.51	TM	38.55
		21919	27635.25	40645.78	TM	20.68
Média		**20898**	**32286.16**	**45726.06**	**TM**	**34.85**
Média Geral		**20984.4**	**27160.64**	**38249.17**	**TM**	**19.49**

Fonte: Elaborada pelo autor.

Nas Tabelas 10 e 11 a conclusão é a mesma das Tabelas 7 e 8, porém a média do GAP na classe 13 da Tabela 11 é de 34.85%, esse valor é menor do que obtido na classe 13 da Tabela 8, que foi de 42.55%.

3.5 Análise de desempenho

A seguir fazemos uma análise de desempenho da qualidade de solução das 120 instâncias nos modelos (3.1)-(3.17) e (3.18)-(3.30).

Os gráficos das Figuras 3 e 4 foram construídos de acordo com Dolan e Moré (2002). Para a interpretação destes gráficos, considere P sendo o conjunto das 120 instâncias analisadas, S o conjunto das modelagens que estão sendo testadas e comparadas e t a métrica de avaliação. Além disso, considere:

- a comparação do limitante dual (LD). O gráfico da Figura 3 mostra as curvas de desempenho referente aos valores dos limitantes duais encontrados por cada um dos modelos. Deste modo, t_{ps} denota o valor LD da modelagem s ao resolver a instância p e, definimos a qualidade do limitante dual de uma modelagem particular s para uma dada instância p como:
  $r_{ps} = \frac{t_{ps}}{min\{t_{ps}:s \in S\}}$.

- a comparação do GAP, definido na Subseção 3.4.2. A comparação é feita da mesma forma que a comparação do limitante dual.

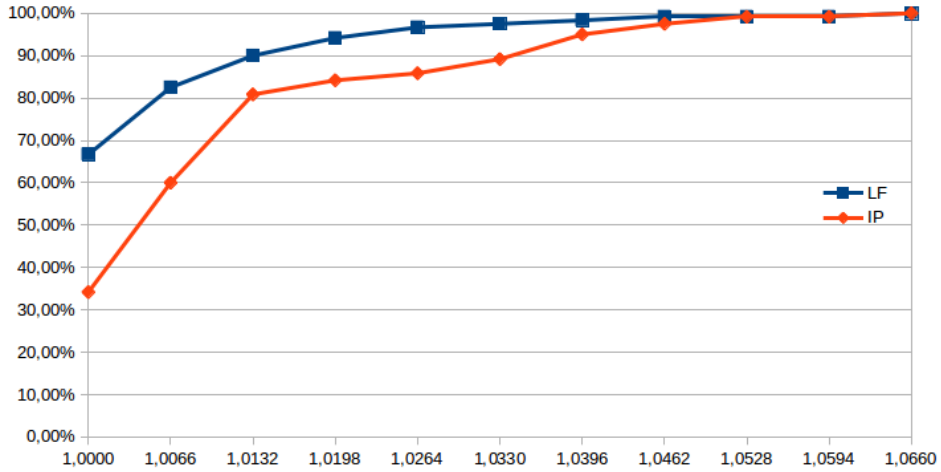
- a comparação do limitante primal (LP). O gráfico da Figura 5 mostra as curvas de desempenho referente aos valores dos limitantes primais encontrados por cada um dos modelos. Deste modo, t_{ps} denota o valor LP da modelagem s ao resolver a instância p e, definimos a qualidade do limitante primal de uma modelagem particular s para uma dada instância p como:
  $r_{ps} = \frac{max\{t_{ps}:s \in S\}}{t_{ps}}$.

Com estes valores, a probabilidade de que cada modelagem seja melhor ou igual a τ pode ser calculada por: $\frac{|p \in P: r_{ps} \leq \tau|}{NP}$, onde NP é o número de instâncias consideradas.

Nos gráficos das Figuras 3 e 4, o eixo das abscissas representa os valores de τ e o eixo das ordenadas representa as probabilidades de obter uma solução cuja qualidade é melhor ou igual a τ. Deste modo, o valor $\tau = 1$ indica a porcentagem de instâncias nas quais a modelagem s forneceu a melhor solução. As instâncias que estão entre 1 e 1,05 representam os 5% melhores limitantes primais obtidos nas modelagens. A ideia é a mesma para outros valores.

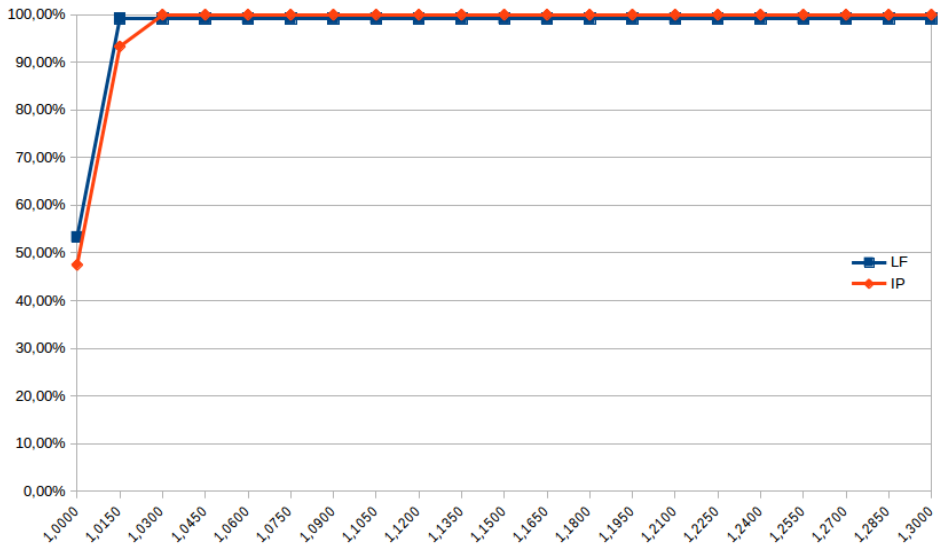
As figuras 3 e 4 mostram que o modelo baseado em localização de facilidades (LF), teve desempenho superior nos limitantes duais e GAPs do que o modelo com idade do produto no estoque (IP), considerando as 120 instâncias geradas. Na Figura 5, não é possível determinar qual modelo teve desempenho melhor. Observe que na Figura 5, as curvas de desempenho não tocam em 100%, pois para facilitar a compreensão do gráfico de desempenho desconsideramos algumas instâncias. Do total de instâncias, o modelo LF teve 64 instâncias com melhores limitantes primais contra 57 do modelo IP.

Figura 3 – Análise de desempenho dos modelos em relação aos limitantes duais.



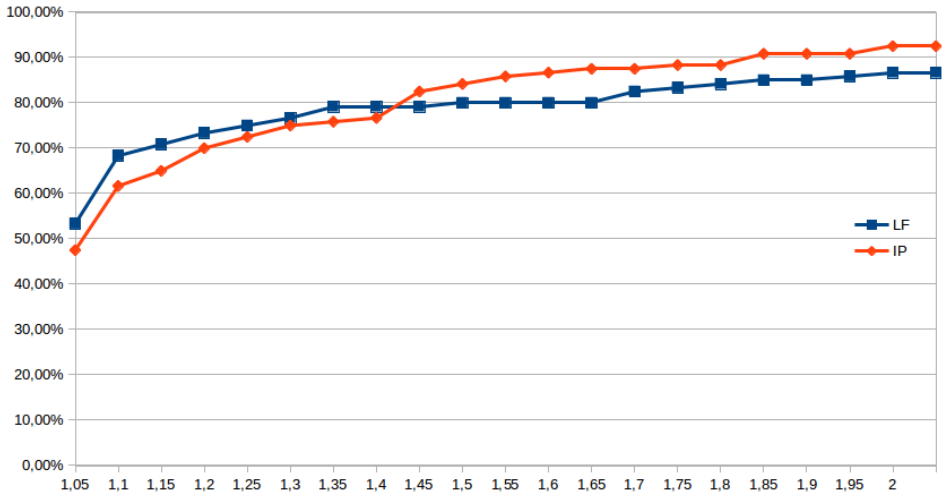
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4 – Análise de desempenho dos modelos em relação aos GAPs.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 5 – Análise de desempenho dos modelos em relação aos limitantes primais.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A relaxação linear nos dois modelos obtiveram os mesmos resultados para todas as instâncias. Por isso, o gráfico será omitido.

Com base nas figuras 3, 4 e 5, foi determinado que no geral, o modelo matemático baseado em localização de facilidades teve desempenho superior ao modelo com idade do produto no estoque. Assim, no Capítulo 4, as análises dos testes computacionais realizados serão feitas em relação as heurísticas e o modelo baseado em localização de facilidades.

3.5.1 Análise dos números de variáveis e restrições dos modelos

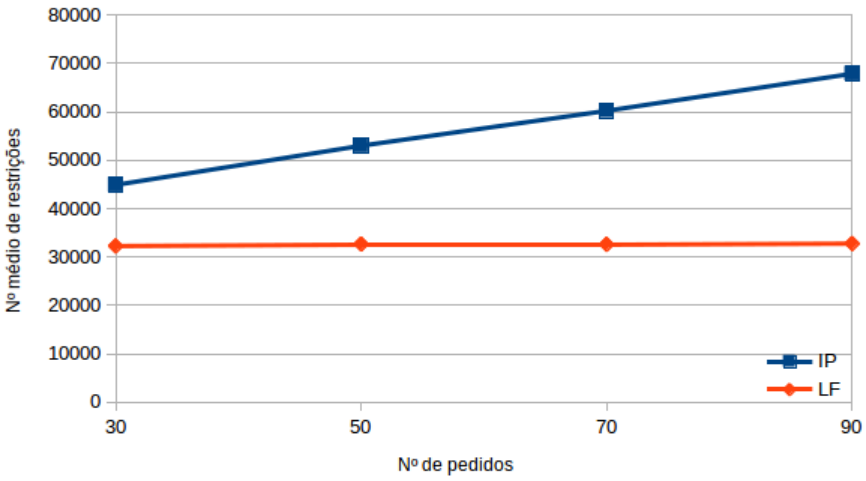
Outra comparação que pode ser feita entres os modelos, é entre o número de variáveis e restrições de cada formulação. Segue abaixo a Tabela 12, referente aos número médios de variáveis e restrições em relação as instâncias com número diferente de pedidos.

Tabela 12 – Número médio de variáveis e restrições nos modelos LF e IP.

Número de pedidos	Número de Variáveis		Número de Restrições	
	IP	LF	IP	IP
30	48601	21088	44903	32273
50	69113	21431	53010	32667
70	88764	21488	60236	32613
90	108472	21688	67902	32783

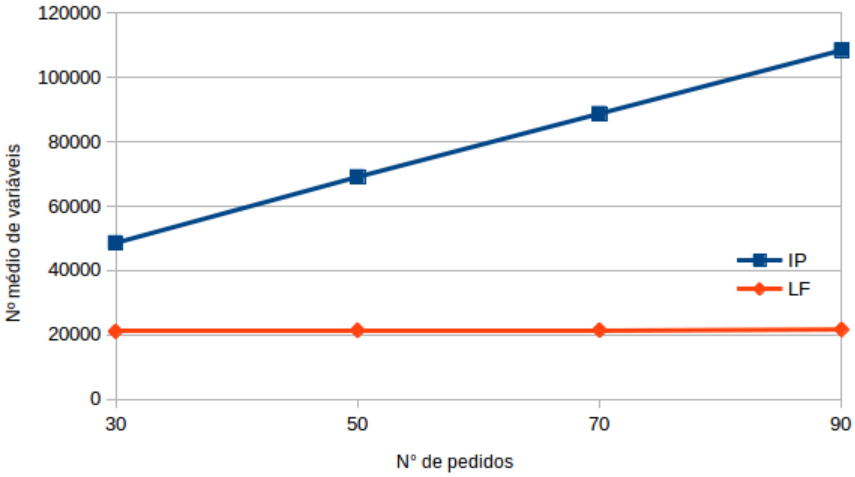
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 6 – Variação do Nº médio de variáveis nos modelos pelo parâmetro N.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 7 – Variação do Nº médio de restrições nos modelos pelo parâmetro N.



Fonte: Elaborada pelo autor.

3.5.1.1 Considerações finais

Pela Tabela 12 e figuras 6 e 7, é possível constatar que a medida que o número de pedidos cresce, o número de variáveis e restrições do modelo LF é praticamente constante. No modelo IP, a medida que o número de pedidos aumenta, o número de variáveis e restrições cresce consideravelmente. Observe que a média de variáveis nas instâncias de 90 pedidos, considerando o modelo IP, é de 108472. Esse número representa 223% do número médio de variáveis considerando as instâncias de 30 pedidos. Analogamente, se consideramos o modelo LF, o número médio de variáveis das instâncias de 90 pedidos é apenas 0,15% maior do que o número médio de várias das instâncias de 30 pedidos.

CAPÍTULO

4

MÉTODOS HEURÍSTICOS DE SOLUÇÃO

Neste capítulo serão apresentadas heurísticas baseada em modelos matemáticos. Dos modelos apresentados no Capítulo 3, foi o escolhido o modelo (3.18)-(3.30) para ser utilizado como base nas heurísticas. Serão apresentados resultados obtidos com a execução das heurísticas em algumas instâncias, e também será feita uma análise de desempenho destas heurísticas.

4.1 Heurística construtiva

As heurísticas construtivas desenvolvidas nesta dissertação são semelhantes as utilizadas em Mercé e Fontan (2003). Estas heurísticas possuem duas principais estratégias: a primeira estratégia consiste em fixar conjuntos de variáveis dos pedidos; a segunda em simplificar os demais conjuntos de interesse.

Para desenvolver as heurísticas construtivas apresentadas nesta dissertação, foi feita uma decomposição do conjunto das variáveis binárias dos pedidos em diversos subconjuntos. Como em Pochet e Wolsey (2006), considere R como o conjunto das variáveis binárias do modelo. O conjunto R é particionado em L subconjuntos distintos, onde cada subconjunto é representado por R^l com $l = 1, \ldots, L$.

Assim,

$$R = R^1 \cup R^2 \cup R^l \cup \cdots \cup R^L \;\text{ e }\; R^1 \cap R^2 \cap R^l \cap \cdots \cap R^L = \emptyset.$$

4.1.1 Estratégias de fixação e simplificação de conjuntos

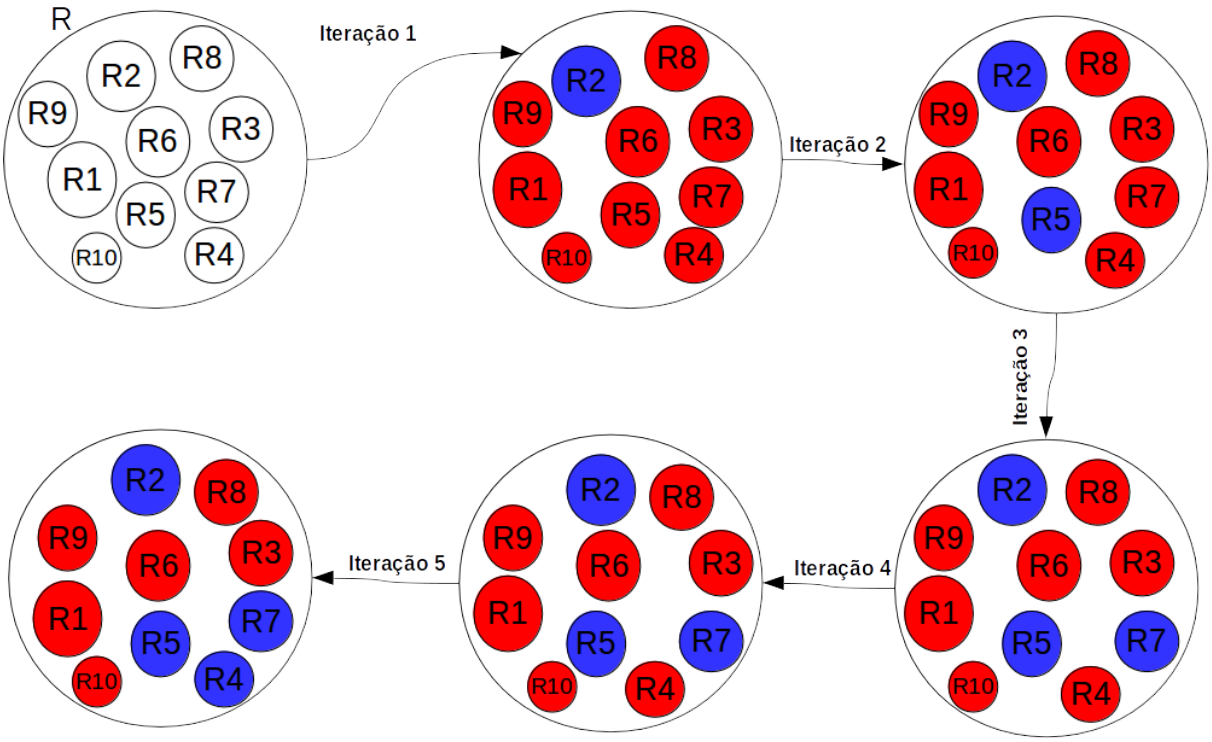
Em cada iteração da heurística deve-se fixar um conjunto de variáveis em seus valores incumbentes. Este conjunto é escolhido por algum critério de qualidade (lucro do pedido, última janela de atendimento ou custos reduzidos dos pedidos), e os demais conjuntos com características semelhantes são desconsiderados na iteração corrente.

Considere os conjuntos $R_1, R_2, \ldots, R_{10}$ sendo os conjuntos de pedidos. Por algum critério de qualidade, os conjuntos foram ordenados em ordem não descrente:

$$R_2 \leq R_5 \leq R_7 \leq R_9 \leq R_4 \leq R_1 \leq R_6 \leq R_3 \leq R_8 \leq R_{10}$$

Como a Figura 8 mostra, nas iterações 1, 2 e 3 foram fixados os conjuntos R_2, R_5 e R_7 (conjuntos em azuis), respectivamente. Os conjuntos em vermelho foram desconsiderados em cada iteração (fixados em zero), e o conjunto é fixado somente se o limitante primal melhorar. Observe que, na iteração 4 o conjunto R_9 não foi fixado, isso significa o limitante primal obtido nesta iteração foi inferior ao obtido na iteração anterior.

Figura 8 – Processo iterativo da heurística construtiva.



Fonte: Elaborada pelo autor.

4.1.2 Heurística construtiva 1

A heurística proposta foi baseada na ideia de *Most Profitable First* apresentada no artigo de Brahimi, Aouam e Aghezzaf (2016). A heurística construtiva 1 visa atender os pedidos que retornam os maiores lucros. Inicialmente, todos os pedidos são ordenados em ordem não-crescente em relação ao seu lucro (P_{nt}). Em seguida, para o pedido mais lucrativo, adicionamos uma restrição ($\sum_{t=F_n}^{L_n} \gamma_{nt} = 1$) no modelo (3.18) - (3.30) que força o atendimento deste pedido, dentro da sua respectiva janela de atendimento. A ordem de inserção das restrições respeita a ordenação dos pedidos.

Para esta heurística faremos a decomposição do conjunto R das varáveis dos pedidos (γ_{nt}) em N (número de pedidos) subconjuntos, ou seja, $R = R^1 \cup R^2 \cup R^n \cup \cdots \cup R^N$. A cada passo da heurística os conjuntos não considerados até o momento ou os conjuntos que forneceram limitantes primais piores do que o encontrado na iteração anterior, estes conjuntos têm suas variáveis fixadas em zero ($\forall \gamma_{nt} \in R^k \cup R^n \cup \cdots \cup R^N \implies \gamma_{nt} = 0$).

Ao adicionarmos alguma dessas restrições ($\sum_{t=F_n}^{L_n} \gamma_{nt} = 1$) que forçam o atendimento de algum pedido, pode ocorrer infactibilidade, neste caso, retiramos a restrição recém adicionada. Também pode acontecer que ao adicionarmos este tipo de restrição, a solução piore em relação a melhor solução já encontrada na iteração anterior, neste caso também retiramos a restrição.

Os pedidos que não estão sendo forçados a serem atendidos, obrigatoriamente não são atendidos na iteração corrente. Isso significa que, no modelo, as variáveis desses pedidos são fixadas em zero. Com fixação de várias partições das variáveis dos pedidos em zero, pelos testes computacionais realizados, foi observado que a heurística obteve soluções iniciais mais rapidamente. As heurísticas tendem a encontrar soluções melhores do que o resolvedor Cplex em instâncias grandes, isso ocorre pela redução do número de variáveis binárias no modelo.

Considere VetorLucro sendo vetor dos índices dos pedidos, ordenados em ordem não-crescente em relação ao lucro, P é o conjunto dos pedidos e inicializado como $P = \emptyset$, F_n e L_n são a primeiro e último período da janela de atendimento do pedido n, respectivamente.

4.1.3 Heurística construtiva 2

Na heurística construtiva 1 a inserção de novas restrições que forçam o atendimento do pedido é feita ordenando os pedidos pelos lucros. Enquanto que, na heurística construtiva 2, a inserção dessas restrições é feita ordenando os pedidos pelo maior período do final da janela de atendimento. Isso significa que as primeiras restrições que serão adicionadas são referentes aos pedidos que podem ser atendidos mais tardiamente dentro do horizonte de planejamento.

Definimos VetorTime como o vetor de índices de todos os pedidos, ordenado em ordem não-crescente, em relação aos últimos períodos das janelas de atendimento. As demais definições dos parâmetros são iguais a da heurística construtiva 1.

4.1.4 Heurística construtiva 3

4.1.4.1 Custos reduzidos

Os custos reduzidos de um problema de otimização indicam quais variáveis que, ao serem introduzidas na matriz básica, oferecem melhoria para a função objetivo (ARENALES *et al.*, 2015). Ao resolvermos o modelo (3.18)-(3.30) considerando todas variáveis contínuas e capturamos todos custos reduzidos das variáveis dos pedidos. Para cada pedido capturamos o maior custo reduzido relacionado a P_{nt} de todos os períodos. Esses valores são adicionados em um vetor de custos reduzidos (VetorRC) e ordenados em ordem não-crescente. Uma ideia semelhante foi utilizada em Guimarães, Klabjan e Almada-Lobo (2013), onde foram capturados os custos reduzidos das sequências possíveis do problema. Essas sequências pertenciam a um conjunto de sequências, semelhante ao conjunto de pedidos considerado nos modelos do Capítulo 3.

A única diferença entre as heurísticas construtivas 1, 2 e 3 são os valores de VetorLucro, VetorTime e VetorRC. Assim, no Algoritmo 1 é apresentado o pseudocódigo das heurísticas construtivas 1, 2 e 3.

4.1.5 Heurística construtiva 4

A heurística construtiva 4 também utiliza os custos reduzidos, igualmente a heurística da Subseção 4.1.4. A diferença entre as heurísticas construtivas 3 e 4, se dá pelo fato de que a heurística desta seção não fixa as variáveis dos pedidos. Isso significa que todos pedidos atendidos nas iterações anteriores podem alterar o período de atendimento escolhido anteriormente.

Algoritmo 1 – Heurísticas construtivas 1, 2 e 3

Requer: AtualSolução, MelhorSolução, N, TempoLimite,VetorLucro, P.

1: $P = \emptyset$
2: MelhorSolução $= -\infty$
3: **para** n = $VetorLucro[n]/VetorTime[n]/VetorRC[n]$: N **faça**
4: $P = P \cup n$.
5: **se** $n \in P$ **então**
6: Adicione $\sum_{t=F_n}^{L_n} \gamma_{nt} = 1$.
7: **senão**
8: Adicione $\sum_{t=F_n}^{L_n} \gamma_{nt} = 0$.
9: **fim se**
10: **se** Problema factível (Solução via CPLEX) **então**
11: **se** AtualSolução > MelhorSolução **então**
12: MelhorSolução = AtualSolução.
13: Remova $\sum_{t=F_n}^{L_n} \gamma_{nt} = 0$.
14: **se** $\gamma_{nt} = 1$ **então**
15: $Fixe\ \gamma_{nt} = 1$.
16: **fim se**
17: **senão**
18: Remova $\sum_{t=F_n}^{L_n} \gamma_{nt} = 1$.
19: Remova $\sum_{t=F_n}^{L_n} \gamma_{nt} = 0, \forall n \notin P$.
20: $P = P - \{n\}$.
21: **fim se**
22: **fim se**
23: **se** Problema Infactível (Solução via CPLEX) **então**
24: Remova $\sum_{t=F_n}^{L_n} \gamma_{nt} = 1$.
25: Remova $\sum_{t=F_n}^{L_n} \gamma_{nt} = 0, \forall n \notin P$;
26: $P = P - \{n\}$.
27: **fim se**
28: **fim para**
29: Exiba MelhorSolução.

4.2 Resultados das heurísticas construtivas

A Tabela 13 apresenta as médias dos limitantes primais e dos tempos de execução obtidos pelas heurísticas construtivas em cada classe. Os valores dos limitantes primais obtidos pelas heurísticas construtivas 1, 2, 3 e 4 são apresentados nas colunas HC1, HC2, HC3 e HC4, respectivamente. O GAP é obtido através da divisão $(LD - HC*)/LD$, onde LD é o menor limitante dual obtido entre os modelos (3.1)-(3.17) e 3.18)-(3.30) em cada instância e HC* é o limitante primal obtido pelas heurísticas, logo * pode assumir os valores de 1 a 4. Todos os valores relacionados as 24 classes apresentadas nas tabelas (13) - (17) são médias aritméticas, essas classes são definidas na Tabela 5, cada classe contêm 5 instâncias.

Tabela 13 – Resultados dos limitantes primais e GAP's das heurísticas construtivas.

	Heurísticas construtivas (limitante primal)				GAP médio(%)			
C	HC1	HC2	HC3	HC4	HC1	HC2	HC3	HC4
1	15211.2	17306.2	19013	20311.2	30.53	20.87	13.03	6.99
2	27296.6	31049.4	35028.4	37489.2	34.27	25.26	15.53	9.57
3	42982.4	45612	53277	55626.2	27.65	23.27	10.25	6.29
4	60984	63559.2	74494.6	77258	24.83	21.65	8.18	4.76
5	10098.8	12392.2	13134.8	13717.8	41.23	27.97	23.58	20.08
6	20497.8	25517.2	27422.6	25976.8	44.95	31.17	26.04	29.56
7	35801.2	39161.2	45121.8	41294	37.98	32.14	21.81	28.53
8	49896.2	51701.6	62787.4	58603	34.71	32.35	17.83	23.32
9	7013.8	8577	8633.8	8268.2	50.74	39.60	39.33	41.67
10	16338.6	20197.6	21917.6	19156	48.21	35.61	30.17	38.53
11	25136.6	28463.4	36709.2	26176	52.63	46.31	30.94	50.80
12	34261.6	37106.8	53029	39841.8	50.77	46.46	23.56	42.35
13	20418.6	22710.6	24219	19458	36.32	28.76	24.19	38.56
14	39016.4	41916.8	48263.2	41677.6	32.52	27.49	16.43	27.63
15	63676.8	66005	75532.2	59652.8	29.56	27.00	16.46	33.81
16	94371.8	85582.4	108316.2	91968.4	24.14	31.19	12.92	25.88
17	12352	15038.4	16335.6	10225	52.47	42.29	37.37	60.41
18	27171.6	31074.4	36053.6	22174	49.88	42.66	33.33	58.70
19	38012.6	33848.6	51222.2	32381.8	53.77	58.66	37.22	60.14
20	58481.6	44859.8	68466.6	45639.4	49.78	61.56	41.16	60.69
21	8901.8	9570.8	10150.6	7768.6	63.68	61.08	57.38	67.22
22	19367.8	18010.2	23563	15017.2	61.10	63.57	53.25	69.84
23	27051.6	27032.4	35680	24398.6	65.15	65.02	53.93	68.21
24	36572.2	32020.8	46782.8	35246.2	66.44	70.66	57.04	67.65
Média Geral	**32954.73**	**33679.75**	**41464.76**	**34555.24**	**44.30**	**40.11**	**29.21**	**39.22**

Fonte: Elaborada pelo autor.

A heurística construtiva 3 obteve maior média geral dos limitantes primais do que as demais heurísticas desta seção, também obteve melhor média geral dos tempos de execução, conforme mostrado na Tabela 14.

Tabela 14 – Tempos de execução das heurísticas construtivas.

	Tempo de execução (segundos)			
C	HC1	HC2	HC3	HC4
1	171.67	240.19	92.87	628.88
2	227.82	501.20	206.38	1336.77
3	733.61	826.60	407.27	1664.52
4	602.23	857.78	344.07	2477.03
5	1393.26	999.56	612.86	1287.31
6	2168.84	2207.51	1173.49	2808.72
7	3183.22	3209.79	1886.26	3576.06
8	3146.73	3600	1438.12	3600
9	1572.56	1320.85	993.65	1857.78
10	3370.33	3174.51	2093.54	3110.95
11	3600	3600	3229.21	3600
12	3600	3600	3148.54	3600
13	1021.65	1519.31	730.15	1960.80
14	1867.86	2677.57	1326.37	2819.89
15	2588.62	3577.59	2083.09	3600
16	2813.51	3600	2622.43	3600
17	2279.66	1883.35	1656.00	2211.08
18	3248.95	3600	3003.02	3584.76
19	3600	3600	3558.46	3600
20	3600	3600	3600	3600
21	2480.38	2395.16	2089.24	2442.57
22	3600	3600	3558.44	3600
23	3600	3600	3600	3600
24	3600	3600	3600	3600
Média Geral	**2419.62**	**2557.96**	**1960.56**	**2823.63**

Fonte: Elaborada pelo autor.

4.3 Heurística de melhoria

Nessa seção serão apresentadas heurísticas de melhoria desenvolvidas para trabalhar o problema da dissertação. A razão da proposta dessas heurísticas é verificar se uma fase de melhoria traz ganhos significativos na qualidade de solução obtidas pelas heurísticas construtivas apresentadas na Seção 4.1.

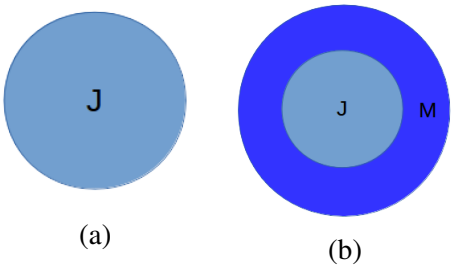
Abordagens do tipo *fix-and-optimize* são consideradas heurísticas de melhoria, pois são inicializadas utilizando soluções incumbentes adquiridas anteriormente por algum outro processo. Ao fixar variáveis dos pedidos, heurísticas construtivas podem permanecer em um ótimo local, assim o objetivo das técnicas *fix-and-optimize* é melhorar as soluções já obtidas, isso é feito na tentativa de sair do ótimo local, ou seja, mudando de vizinhança nas variáveis de interesse. Alguns artigos utilizando esse tipo de abordagem são Lang e Shen (2011), Sel e Bilgen (2014), Helber e Sahling (2010) e James e Almada-Lobo (2011).

4.3.1 Heurísticas de melhoria 1, 2 e 3

As heurísticas *fix-and-optimize* 1, 2, 3 têm duas fases. Na fase 1, Figura 9a, utiliza-se os critérios estabelecidos na heurística construtivas 1, 2 e 3 para decidir quais pedidos serão atendidos inicialmente, alterando o tempo máximo de execução. Na fase 2 existem três etapas de mudança das vizinhanças das variáveis binárias que são consideradas para melhorar a qualidade da solução obtida na fase 1.

• Na primeira etapa da fase 2 com conjunto de pedidos fixados, obtidos na fase 1 (solução inicial), busca-se um conjunto M de pedidos, Figura 9b, com melhor limitante primal.

Figura 9 – Conjuntos de pedidos obtidos pelas heurísticas de melhoria.



Fonte: Elaborada pelo autor.

• Na segunda etapa fixa-se as variáveis y_{jt} e z_{ijt} nos seu valores incumbentes.

• Por fim, na terceira etapa da fase 2 o objetivo é encontrar um conjunto Q com as variáveis y_{jt} e z_{ijt} da etapa 2 fixadas que melhore o limitante primal.

4.3.2 Heurística de melhoria 4

A heurística *fix-and-optimize* 4, tem como fase 1 a heurística construtiva 3, apresentada na Subseção 4.3.1. Porém, as variáveis dos pedidos atendidos na iteração corrente não são fixadas da fase 1, mas sim apenas ao final desta fase. Assim, a cada nova iteração é possível mudar os períodos que os pedidos das iterações anteriores foram atendidos. A fase 2 é iniciada fixando as variáveis dos pedidos que foram atendidos na fase 1. As variáveis dos pedidos fixadas em zero na fase 1 são liberadas para otimização. Na próxima etapa, se houver melhoria na qualidade da solução, as variáveis dos pedidos que foram atendidos são fixadas. O problema é resolvido novamente a fim de encontrar uma melhor ordem de preparações e trocas das preparações da máquina no subproblema, se a solução melhorar, as variáveis y_{jt} e z_{ijt} são fixadas nos seus valores incumbentes. Por fim, novamente são liberadas as variáveis γ_{nt} em busca de melhores períodos dentro da janelas de atendimento.

Algoritmo 2 – *fix-and-optimize* 4 (fase 2)

1: Resolva o problema via CPLEX considerando os pedidos fixados do Algoritmo 1;
2: **para** n = 1: N **faça**
3: **para** t = 1: T **faça**
4: **se** $\gamma_{nt} = 1$ **então**
5: Fixe $\gamma_{nt} = 1$;
6: **fim se**
7: **fim para**
8: **fim para**
9: Resolva o problema via CPLEX considerando as linhas 2:8 do Algoritmo 2;
10: **para** j = 1: J **faça**
11: **para** t = 1: T **faça**
12: **se** $y_{jt} = 1$ **então**
13: Fixe $y_{jt} = 1$;
14: **fim se**
15: **fim para**
16: **fim para**
17: **para** i= 1: J **faça**
18: **para** j = 1: J **faça**
19: **para** t = 1: T **faça**
20: **se** $z_{ijt} = 1$ **então**
21: Fixe $z_{ijt} = 1$;
22: **fim se**
23: **fim para**
24: **fim para**
25: **fim para**
26: Libere as variáveis γ_{nt} $\forall n, t$ para otimização;
27: Resolva o problema via CPLEX considerando as linhas 2:26 do Algoritmo 2;
28: Exiba MelhorSolução.

4.4 Resultados das heurísticas de melhoria

A Tabela 15 apresenta as médias dos limitantes primais em cada classe (5 instâncias), obtidos pelas heurísticas do tipo *fix-and-optimize* e pelo Cplex no modelo (3.18)-(3.30). As soluções da *fix-and-optimize* 1, 2, 3 e 4 serão denotadas por $HM1$, $HM2$, $HM3$ e $HM4$, respectivamente. O tempo máximo de execução de cada fase é de 1800 segundos. A fase 2 destas heurísticas têm 3 etapas, cada etapa é executado por no máximo 600 segundos.

Tabela 15 – Resultados dos limitantes primais do Cplex e das heurísticas *fix-and-optimize*.

	CPLEX	FASE 1				FASE 2			
C	FO	HM1	HM2	HM3	HM4	HM1	HM2	HM3	HM4
1	21156.8	15211.2	17306.2	19013	20524.4	18580	18556.4	19333.2	20645.4
2	38301.8	27296.6	31049.4	35028.4	37583.4	34401.2	34713	36451.2	38250.4
3	56098.4	42982.4	45616.6	53277	54480.6	50268	51265.4	53449.6	55981.4
4	77884.4	60984	63559.2	74494.6	69413	69922.6	72435.4	75887	77469.6
5	14889.2	10088.8	12379.2	13134.8	13330	10515.6	12439.6	13230.2	13888.6
6	27750.2	20004.6	23229.4	27598.4	23536.4	23644	27205	28229.4	29281.4
7	38084	31375	33159.6	41848.8	34511.8	42163.6	44715.6	46284.4	48156
8	47718.4	45613.4	40958	61334.8	45008.8	63657.2	64595.6	65658.8	67035.6
9	9155.6	6820	8565.6	8643.4	7909.2	7279.8	8609.8	8693.2	9405.8
10	18352.4	13460.6	15559.6	20570.2	16980.4	19508.6	21552.2	22365	23078.4
11	22163.4	18643	18608.2	30684.2	22441.4	32451	33800	37087.2	36014
12	32431.2	26546.8	26173.2	46339.4	32313.6	45592	38377.4	54416	49758.6
13	18970.6	20398.8	22552.6	24415.4	20734.2	23350.8	22750.8	24716	25514.8
14	36811.8	39150	36543.2	47412.2	35797	47298	46991.2	49334.2	49552.6
15	27113.6	59751.4	50363	71133	49052	75654.4	78712.8	78860	80028.6
16	31606	79804.2	61830.4	97060	73328.2	112136.6	112651.8	113073.2	103162
17	5425.6	11058.8	13538.2	15945.8	10283.4	13728	14260.4	16552.6	12820.8
18	9091.4	21752.6	19493.4	27269.6	19541.2	33468.8	34054.4	36472	34707.8
19	11515.4	29219.2	21196.8	37763	27680	55974.6	25667.8	56259.2	56917.8
20	14911.2	38846.8	32158.4	50757.6	33173.6	88649.8	32158.4	83763.6	41884.2
21	5344	6357.4	8021.6	10229.8	6868	9251.4	10824.6	11413.6	8751
22	5834	12564.4	11440.6	18152.4	13232.6	20663.8	12488.6	23002	14928.4
23	6516.2	22923	18914.6	25423.4	20151	42684.6	18914.6	27667.4	20151
24	7521.4	27814.8	21418.2	31773.4	27741.6	27814.8	21418.2	31773.4	27741.6
Média Geral	**24360.29**	**28694.49**	**27234.80**	**37054.28**	**29817.33**	**40360.80**	**35798.29**	**42248.85**	**39380.24**

Fonte: Elaborada pelo autor.

Nas classes de instâncias apresentadas na Tabela 15, a heurística *fix-and-optimize* 3 forneceu melhores limitantes primais na fase 1 e, a heurística *fix-and-optimize* 4 forneceu melhores limitantes primais na fase 2.

Na Tabela 16 são apresentados os tempos médios de execução de todas as heurística de melhoria em cada classe.

Tabela 16 – Tempos de execução das heurísticas *fix-and-optimize*.

	FASE 1 (segundos)				FASE 2 (segundos)			
C	HM1	HM2	HM3	HM4	HM1	HM2	HM3	HM4
1	217.62	213.10	102.76	712.07	778.03	715.90	241.20	16.16
2	283.25	467.69	238.81	1399.46	547.79	829.82	73.62	23.19
3	795.25	789.88	447.28	1532.69	340.70	894.18	242.66	28.28
4	761.15	819.40	356.71	1762.50	1487.81	640.35	226.49	315.50
5	1408.90	978.89	624.67	1397.05	1121.97	335.56	431.41	147.58
6	1761.45	1802.28	1118.46	1832.25	1498.23	1105.12	566.49	638.94
7	1826.10	1873.98	1558.22	1835.99	1617.55	1260.38	965.46	689.18
8	1843.57	1835.04	1345.30	1830.46	1504.14	1284.78	909.86	666.16
9	1645.13	1327.48	1035.71	1811.68	1460.06	551.44	969.91	533.64
10	1857.09	1846.14	1849.40	1843.15	1758.08	1135.84	961.38	842.12
11	1869.88	1831.96	1829.96	1821.56	1758.76	1345.75	1316.09	1036.75
12	1849.41	1848.69	1858.68	1840.43	1766.22	1345.45	1197.95	1214.01
13	1051.68	1436.24	791.20	1867.85	2167.17	1506.35	1655.61	610.92
14	1834.13	1843.40	1351.22	1876.41	1623.06	1323.50	1135.06	1077.38
15	1823.49	1865.15	1805.04	1869.06	1685.73	1317.73	1057.11	1069.73
16	1828.62	1839.64	1684.08	1845.78	1788.86	1160.87	1010.75	959.53
17	1838.74	1774.82	1673.24	1847.51	1668.95	1353.65	945.00	1209.51
18	1838.62	1853.54	1841.32	1853.21	1782.18	1274.55	1286.54	1146.51
19	1870.36	1848.46	1857.42	1868.36	1758.10	1349.27	1325.94	1326.99
20	1873.88	1844.46	1836.84	1846.08	1659.31	1346.40	1342.60	1342.25
21	1831.55	1859.99	1782.12	1849.44	1361.10	1020.18	1109.21	1243.33
22	1865.78	1885.42	1860.51	1843.51	1773.81	1343.75	1268.84	1359.74
23	1843.91	1844.46	1852.08	1855.22	1776.85	1404.75	1347.30	1362.43
24	1835.45	1859.74	1840.16	1829.28	1817.93	1345.95	1346.74	1364.70
Média Geral	**1560.63**	**1557.91**	**1355.88**	**1744.63**	**1520.93**	**1132.98**	**955.55**	**842.69**

Fonte: Elaborada pelo autor.

A média geral de tempo de execução da heurística *fix-and-optimize* 3, na fase 1, foi menor dos que outras heurísticas consideradas. Na fase 2, a heurística *fix-and-optimize* 4 teve média geral de tempo de execução menor que as outras.

4.4.1 Melhoria na qualidade de solução nas heurísticas fix-and-optimize

Nesta seção são apresentado na Tabela 17 os ganhos na qualidade de solução em relação a fase 1, obtidas pela fase 2 de cada heurística.

GAP e GAP* são valores de GAPs relacionados as heurísticas *fix-and-optimize* 1, 2, 3 e 4.

Definimos GAP, GAP* e GANHO, como

$$\text{GAP} = \frac{FO - Sol.fase1}{FO} \cdot 100$$

$$\text{GAP*} = \frac{FO - Sol.fase2}{FO} \cdot 100$$

$$\text{GANHO} = \left(\frac{Sol.fase2}{Sol.fase1} - 1\right) \cdot 100$$

onde FO é o o valor da função objetivo (limitante primal) obtido pelo resolvedor Cplex.

Tabela 17 – GAPs obtidos pelas heurísticas *fix-and-optimize*.

	FASE 1 (GAP %)				FASE 2 (GAP* %)				GANHO (%)			
C	HM1	HM2	HM3	HM4	HM1	HM2	HM3	HM4	HM1	HM2	HM3	HM4
1	28.30	18.35	10.29	3.02	12.19	12.42	8.79	2.44	22.67	7.38	1.65	0.60
2	28.79	18.99	8.54	1.88	10.17	9.41	4.81	0.14	26.74	12.26	4.08	1.77
3	23.43	18.81	5.03	2.80	10.39	8.62	4.74	0.19	17.00	13.08	0.30	2.76
4	21.70	18.38	4.35	10.82	10.13	7.03	2.57	0.52	14.87	13.98	1.85	11.94
5	32.04	16.71	11.86	10.52	29.33	16.31	11.26	6.64	3.75	0.51	0.68	4.34
6	27.79	15.45	-0.02	14.18	14.49	1.08	-2.48	-6.42	19.09	19.20	2.57	25.41
7	16.66	11.60	-10.72	8.31	-12.40	-18.93	-23.04	-27.94	34.81	35.10	11.98	40.86
8	-3.96	6.59	-39.71	-1.10	-44.31	-46.18	-49.09	-52.18	40.07	58.71	7.25	49.68
9	24.60	4.37	3.93	10.97	18.84	3.89	3.35	-4.84	7.52	0.54	0.59	19.66
10	25.58	13.94	-13.40	6.33	-7.89	-19.15	-23.39	-27.43	51.14	46.21	8.95	36.32
11	15.38	15.37	-39.73	-1.99	-47.22	-52.39	-67.71	-63.53	79.96	92.21	23.84	63.96
12	-1.78	-1.34	-69.26	-14.04	-77.81	-55.87	-103.98	-84.83	70.56	42.71	17.57	56.48
13	-14.91	-30.96	-42.10	-23.93	-35.23	-31.92	-43.77	-49.68	15.92	0.85	1.32	24.54
14	-9.68	-1.01	-32.60	0.25	-32.52	-31.76	-38.05	-38.74	20.92	31.20	4.32	39.05
15	-160.18	-116.32	-203.56	-102.23	-224.93	-234.60	-235.45	-241.92	26.93	58.69	11.18	64.35
16	-326.66	-185.92	-375.01	-251.77	-450.36	-454.40	-455.50	-384.54	43.21	89.34	17.28	40.04
17	-111.99	-157.48	-202.62	-96.42	-163.27	-169.67	-214.17	-147.00	26.38	5.16	3.91	22.13
18	-176.03	-140.79	-252.84	-156.67	-328.31	-335.71	-362.92	-340.23	55.05	75.92	34.80	82.26
19	-205.74	-121.12	-291.72	-189.04	-466.87	-193.26	-470.63	-476.35	92.56	19.32	50.92	108.22
20	-179.72	-125.13	-255.78	-133.94	-530.00	-125.13	-494.16	-189.74	129.49	0.00	70.31	22.99
21	-53.20	-117.23	-147.54	-67.68	-118.99	-182.14	-170.05	-98.98	55.74	38.92	11.95	29.27
22	-317.72	-192.03	-542.21	-380.75	-701.78	-201.36	-628.61	-406.34	67.20	6.01	34.98	17.67
23	-384.57	-303.21	-420.53	-311.47	-800.56	-303.21	-461.73	-311.47	89.66	0.00	7.34	0.00
24	-364.52	-251.81	-407.96	-358.07	-364.52	-251.81	-407.96	-358.07	0.00	0.00	0.00	0.00
Média Geral	**-86.10**	**-66.07**	**-137.64**	**-84.17**	**-179.23**	**-110.36**	**-175.72**	**-137.51**	**42.14**	**27.80**	**13.73**	**31.85**

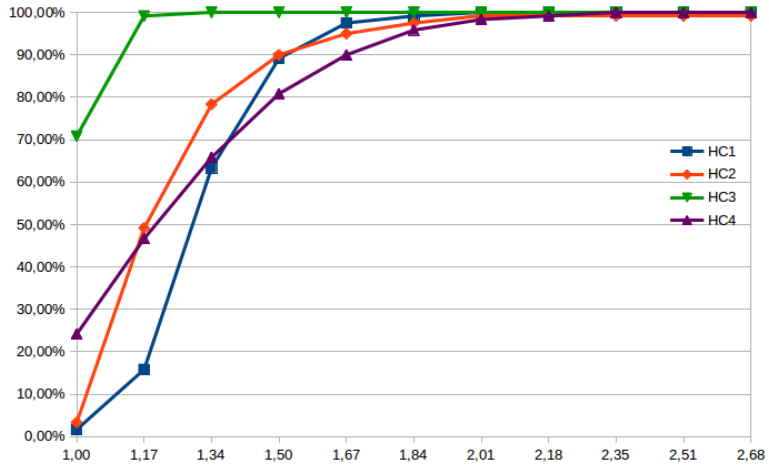
Fonte: Elaborada pelo autor.

Os ganhos médios na qualidade de solução, referente a fase 2 das heurísticas *fix-and-optimize* 1, 2, 3 e 4 foram de 42.14%, 27.80%, 13.73% e 31.85%, respectivamente.

4.5 Análise de desempenho das heurísticas

Novamente, para a análise de desempenho usaremos Dolan e Moré (2002), conforme apresentado na seção 3.5 do Capítulo 3, considerando os limitantes primais obtidos pelas heurísticas. Na Figura 10 a análise de desempenho foi feita considerando os resultados obtidos pelas heurísticas construtivas. Nas figuras 11 e 12 são apresentados os gráficos das heurísticas *fix-and-optimize* 1, 2, 3 e 4 considerando a fase 1 e 2, respectivamente. Na Figura 13 é a feita a comparação entre a heurística *fix-and-optimize* 3 e os resultados do (3.18)- (3.30) pelo Cplex.

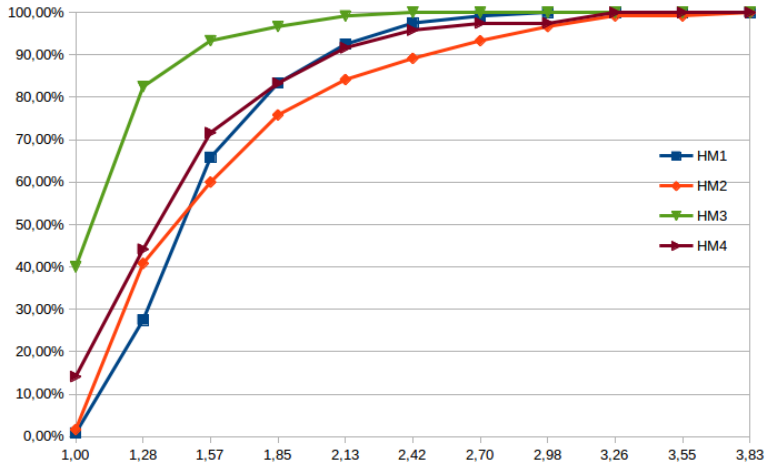
Figura 10 – Análise de desempenho entre as heurísticas construtivas em relação aos limitantes primais.



Fonte: Elaborada pelo autor.

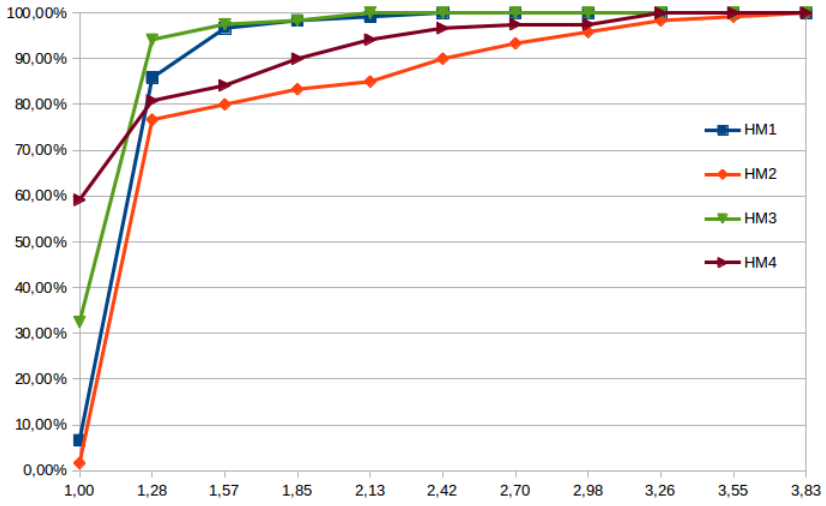
Pela Figura 10 é possível observar que a heurística construtiva 3 tem desempenho superior em relações as demais heurísticas desta seção, como foi apresentado na Tabela 13.

Figura 11 – Análise de desempenho das heurísticas *fix-and-optmize* na fase 1 em relação aos limitantes primais.



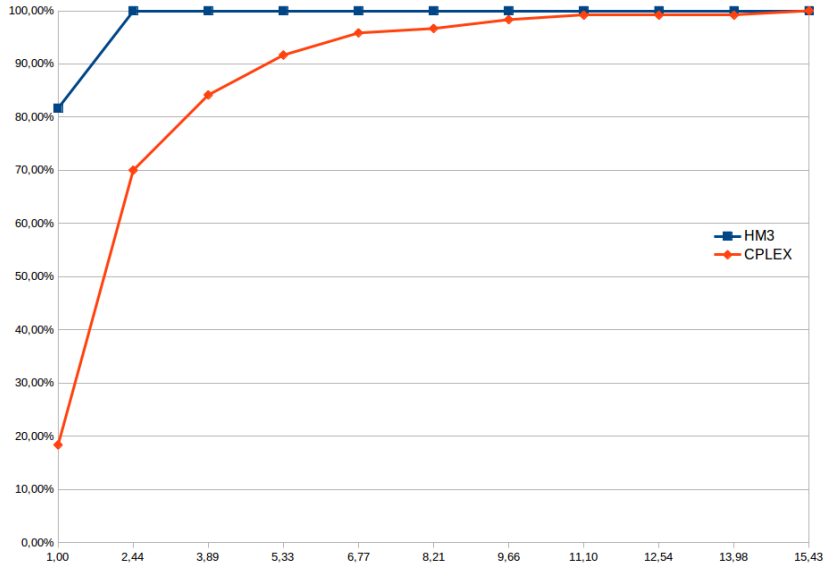
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 12 – Análise de desempenho das heurísticas *fix-and-optmize* na fase 2 em relação aos limitantes primais.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 13 – Análise de desempenho da heurística *fix-and-optmize* 3 e o modelo (3.18)- (3.30) em relação aos limitantes primais.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Pelas figuras 11 e 12 observa-se que o desempenho da heurística *fix-and-optimize* 3 em relação aos limitantes primais são superiores do que o desempenho obtido pelas outras heurísticas consideradas na dissertação. A Figura 13 mostra que no geral a heurística *fix-and-optimize* 3 encontrou melhores limitantes primais do que o modelo (3.18)- (3.30) pelo resolvedor Cplex.

CAPÍTULO

5

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Nesta dissertação abordamos o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com aceitação de pedidos. Foi feita uma breve revisão bibliográfica dos modelos clássicos na literatura, tais como: DLSP, CSLP, PLSP, CLSD e GSLP e de problemas relacionados como Brahimi, Aouam e Aghezzaf (2015), Brahimi, Aouam e Aghezzaf (2016), Brahimi *et al.* (2018) e Furtado (2012)

Para tratar o problema foram desenvolvidas duas propostas de formulações: a primeira utilizando a ideia de idade do produto no estoque baseado nos trabalhos de Ribeiro (2017) e Li *et al.* (2016), a segunda formulação foi baseada em localização de facilidades (ZHANG; ZHANG, 2018).

Nas abordagens de solução, todas heurísticas obtiveram desempenho superior ao resolvedor Cplex, especialmente a heurística de melhoria 3 (Subseção 4.1.4), que utiliza informações dos custos reduzidos. Em relação aos métodos exatos, ainda é necessário fazer uma melhor análise estatística para determinar quais das formulações desenvolvidas têm um desempenho computacional significativamente melhor.

Até onde sabemos, não existem muitos artigos que apresentam problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes considerando aceitação de pedidos. Assim, investir em novas formulações para este problema faz-se necessário. Novas heurísticas, metaheurísticas e mateurísticas podem ser desenvolvidas para este problema, para encontrar melhores limitantes primais pode ser utilizado o algoritmo genético. Em relação ao limitantes duais do problema, podem ser utilizados algoritmos do tipo *relax-and-fix*, geração de colunas e relaxação lagrangiana.

REFERÊNCIAS

ACEVEDO-OJEDA, A.; CONTRERAS, I.; CHEN, M. Two-level lot-sizing with raw-material perishability and deterioration. **International Journal of Production Research**, 2015. Disponível em: <https://users.encs.concordia.ca/~icontrer/web/IJORmanuscript.pdf>. Citado na página 31.

AGGARWAL, A.; PARK, J. K. Improved algorithms for economic lot size problems. **Operations Research**, v. 41, n. 3, p. 549–571, 1993. Disponível em: <https://doi.org/10.1287/opre.41.3.549>. Citado na página 22.

AHMADI, R. H.; DASU, S.; TANG, C. S. The dynamic line allocation problem. **Management Science**, v. 38, n. 9, p. 1341–1353, 1992. Disponível em: <https://doi.org/10.1287/mnsc.38.9.1341>. Citado nas páginas 25 e 35.

AMORIM, P.; ANTUNES, C. H.; ALMADA-LOBO, B. Multi-objective lot-sizing and scheduling dealing with perishability issues. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 50, n. 6, p. 3371–3381, 2011. Disponível em: <https://doi.org/10.1021/ie101645h>. Citado nas páginas 31 e 35.

AMORIM, P.; COSTA, A. M.; ALMADA-LOBO, B. Influence of consumer purchasing behaviour on the production planning of perishable food. **OR Spectrum**, v. 36, n. 3, p. 669–692, Jul 2014. ISSN 1436-6304. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s00291-013-0324-9>. Citado nas páginas 30 e 35.

ARAUJO, S.; ARENALES, M. Problema de dimensionamento de lotes monoestágio com restrição de capacidade : modelagem, método de resolução e resultados computacionais. **Pesquisa Operacional**, v. 20, n. 2, p. 287–306, Dezembro 2000. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-74382000000200010&lng=en&nrm=iso>. Citado na página 24.

ARENALES, M.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R.; YANASSE, H. **Pesquisa Operacional: Para cursos de engenharia**. 2. ed. [S.l.]: Elsevier, 2015. Citado na página 62.

BALDO, T. **Geração de colunas para o problema de dimensionamento de lotes com limitações de capacidade**. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2009. Citado nas páginas 24 e 35.

BARBOSA, R. P. Instâncias para dimensionamento e sequenciamento de lotes com aceitação de pedidos. **Mendeley Data**, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.17632/2g9nw3pnmg.1>. Citado na página 48.

BRAHIMI, N.; AOUAM, T.; AGHEZZAF, E. Integrating order acceptance decisions with flexible due dates in a production planning model with load-dependent lead times. **International Journal of Production Research**, 2015. Citado nas páginas 18, 31, 35 e 73.

____. Production planning and order acceptance: an integrated model with flexible due dates. In: **Xème Conférence Internationale : Conception et Production Intégrées**. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01260649: [s.n.], 2016. Citado nas páginas 31, 35, 61 e 73.

BRAHIMI, N.; AOUAM, T.; GERYL, K.; KUMAR, K. Production planning with order acceptance and demand uncertainty. **Computers and Operations Research**, v. 91, p. 145–159, 2018. Citado nas páginas 18, 31, 35 e 73.

CATTRYSSE, D.; SALOMON, M.; KUIK, R.; WASSENHOVE, L. N. V. A dual ascent and column generation heuristic for the discrete lotsizing and scheduling problem with setup times. **Management Science**, v. 39, n. 4, p. 477–486, 1993. Disponível em: <https://doi.org/10.1287/mnsc.39.4.477>. Citado na página 25.

CLARK, A.; CLARK, S. Rolling-horizon lot-sizing when set-up times are sequence-dependent. **International Journal of Production Research**, v. 38, n. 10, p. 2287–2307, 2000. Citado na página 26.

COPIL, K.; WÖRBELAUER, M.; MEYR, H.; TEMPELMEIER, H. Simultaneous lotsizing and scheduling problems: a classification and review of models. **OR Spectrum**, v. 39, n. 1, p. 1–64, Jan 2017. ISSN 1436-6304. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s00291-015-0429-4>. Citado na página 22.

CUNHA, A. L.; SANTOS, M. O. Mathematical modelling and solution approaches for production planning in a chemical industry. **Pesquisa Operacional**, scielo, v. 37, p. 311 – 331, 08 2017. ISSN 0101-7438. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-74382017000200311&nrm=iso>. Citado na página 21.

DANTZIG, G.; WOLFE, P. Decomposition principle for linear programs. **Operations Research**, v. 8, n. 1, p. 101–111, 1960. Disponível em: <https://doi.org/10.1287/opre.8.1.101>. Citado na página 24.

DOGRAMACI, A.; PANAYIOTOPOULOS, J. C.; ADAM, N. R. The dynamic lot-sizing problem for multiple items under limited capacity. **A I I E Transactions**, Taylor & Francis, v. 13, n. 4, p. 294–303, 1981. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/05695558108974565>. Citado na página 24.

DOLAN, E.; MORé, J. Benchmarking optimization software with performance profiles. **Math. Program**, n. 91, p. 201–213, 2002. Citado nas páginas 55 e 71.

DREXL, A.; HAASE, K. Proportional lotsizing and scheduling. **International Journal of Production Economics**, v. 40, n. 1, p. 73–87, Junho 1995. Citado nas páginas 25 e 35.

EPPEN, G.; MARTIN, R. Solving multi-item capacitated lot-sizing problems using variable redefinition. **Oper Res 35**, 1987. Citado na página 22.

FIGUEIRA, G.; SANTOS, M. O.; ALMADA-LOBO, B. A hybrid vns approach for the short-term production planning and scheduling: A case study in the pulp and paper industry. **Computers & Operations Research**, v. 40, n. 7, p. 1804 – 1818, 2013. ISSN 0305-0548. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054813000233>. Citado na página 21.

FLEISCHMANN; MEYR. The general lotsizing and scheduling problem. **OR Spectr**, 1997. Citado na página 26.

FLEISCHMANN, B. The discrete lot-sizing and scheduling problem. **European Journal of Operational Research**, v. 44, n. 3, p. 337 – 348, 1990. ISSN 0377-2217. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0377221790902457>. Citado nas páginas 25 e 35.

FURTADO, M. **O planejamento da produção de pedidos em fundições de pequeno porte**. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2012. Citado nas páginas 18, 30, 35 e 73.

GUIMARãES, L.; KLABJAN, D.; ALMADA-LOBO, B. Pricing, relaxing and fixing under lot sizing and scheduling. **European Journal of Operational Research**, v. 230, p. 399–411, april 2013. Citado na página 62.

____. Modeling lotsizing and scheduling problems with sequence dependent setups. **European Journal of Operational Research**, v. 239, n. 3, p. 644 – 662, 2014. ISSN 0377-2217. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221714004251>. Citado nas páginas 17 e 25.

HAASE, K. Capacitated lot-sizing with sequence dependent setup costs. **Operations-Research-Spektrum**, v. 18, n. 1, p. 51–59, Mar 1996. ISSN 1436-6304. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/BF01539882>. Citado nas páginas 17, 28 e 35.

HELBER, S.; SAHLING, F. A fix-and-optimize approach for the multi-level capacitated lot sizing problem. **International Journal Production Economics**, n. 123, p. 247–256, 2010. Citado na página 66.

JAMES, R. J.; ALMADA-LOBO, B. Single and parallel machine capacitated lotsizing and scheduling: New iterative mip-based neighborhood search heuristics. **Computers & Operations Research**, 2011. Citado nas páginas 48 e 66.

JANS, R. Capacitated lot sizing problems: New applications, formulations and algorithms, phd thesis, katholieke universiteit. 2002. Citado na página 24.

KARIMI, B.; GHOMI, S. F.; WILSON, J. The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. **Omega, The internacional Journal of Management Science**, 2003. Citado nas páginas 17, 21 e 22.

KARMARKAR, U.; SCHRAGE, L. The deterministic dynamic product cycling problem. **Oper Res 33**, 1985. Citado nas páginas 25 e 35.

KIRCA Ömer; KöKTEN, M. A new heuristic approach for the multi-item dynamic lot sizing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 75, n. 2, p. 332 – 341, 1994. ISSN 0377-2217. Lotsizing models for production planning. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0377221794900787>. Citado na página 24.

KUIK, S. S.; KAIHARA, T.; FUJII, N.; KOKURYO, D. An integrated production planning model with obsolescence and lifecycle considerations in a reverse supply chain. In: UMEDA, S.; NAKANO, M.; MIZUYAMA, H.; HIBINO, N.; KIRITSIS, D.; CIEMINSKI, G. von (Ed.). **Advances in Production Management Systems: Innovative Production Management Towards Sustainable Growth**. Cham: Springer International Publishing, 2015. p. 680–688. ISBN 978-3-319-22756-6. Citado nas páginas 30 e 35.

LAND, A. H.; DOIG, A. G. An automatic method of solving discrete programming problems. **The Econometric Society**, v. 28, n. 3, p. 497–520, Julho 1960. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/1910129>. Citado na página 24.

LANG, J. C.; SHEN, Z.-J. M. Fix-and-optimize heuristics for capacitated lot-sizing with sequence-dependent setups and substitutions. **European Journal of Operational Research**, 2011. Citado na página 66.

LI, Y.; CHU, F.; YANG, Z.; CALVO, R. W. A production inventory routing planning for perishable food with quality consideration. **IFAC-PapersOnLine**, v. 49, n. 3, p. 407 – 412, 2016. ISSN 2405-8963. 14th IFAC Symposium on Control in Transportation SystemsCTS 2016. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896316302646>. Citado nas páginas 30, 35, 40 e 73.

LORENA, L. A.; NARCISO, M. G. Relaxation heuristics for a generalized assignment problem. **European Journal of Operational Research**, n. 91, p. 600–610, 1996. Citado na página 24.

MAES, J.; WASSENHOVE, L. N. V. A simple heuristic for the multi item single level capacitated lotsizing problem. **Operations Research Letters**, v. 4, n. 6, p. 265 – 273, 1986. ISSN 0167-6377. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0167637786900271>. Citado na página 24.

MATTA, R.; GUIGNARD, M. The performance of rolling production schedules in a process industry. **IIE Transactions**, Taylor & Francis, v. 27, n. 5, p. 564–573, 1995. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/07408179508936772>. Citado nas páginas 25 e 35.

MELEGA; FIOROTTO; ARAUJO. Formulações fortes para o problema de dimensionamento de lotes com várias plantas. **TEMA**, v. 14, n. 3, p. 305–318, 2013. Citado na página 44.

MERCé, C.; FONTAN, G. Mip-based heuristics for capacitated lotsizing problems. **International Journal Production Economics**, 2003. Citado na página 59.

MILLER, A. J.; NEMHAUSER, G. L.; SAVELSBERGH, M. Solving multi-item capacitated lot-sizing problems with setup times by branch-and-cut. **CORE Discussion Papers**, n. 39, 2000. Citado na página 24.

MILLER, C.; TUCKER, A.; ZEMLIN, R. Integer programming formulation of traveling salesman problems. 1960. Citado na página 42.

MITCHELL, J. E. Branch-and-cut algorithms forcombinatorial optimization problems. **Mathematical SciencesRensselaer Polytechnic Institute**, 1999. Disponível em: <http://eaton.math.rpi.edu/faculty/Mitchell/papers/bc_hao.pdf>. Citado na página 24.

OWEN, S.; DASKIN, M. Strategic facility location: A review. **European Journal of Operational Research**, v. 111, n. 3, p. 423–447, Abril 1998. Citado na página 44.

PAHL, J.; VOSS, S.; WOODRUFF, D. L. Discrete lot-sizing and scheduling with sequence-dependent setup times and costs including deterioration and perishability constraints. In: **2011 44th Hawaii International Conference on System Sciences**. [s.n.], 2011. p. 1–10. ISSN 1530-1605. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/HICSS.2011.169>. Citado nas páginas 18 e 35.

PIMENTEL, C. Algoritmos de partição e geração de colunas para dimensionamento de lotes de produção. 2006. Citado na página 24.

POCHET, Y.; WOLSEY, L. Solving multi-item lot-sizing problems using strong cutting planes. **Manag Sci 37**, 1991. Citado na página 25.

POCHET, Y.; WOLSEY, L. A. **Production Planning by Mixed Integer Programming**. [S.l.]: New York, 2006. Citado na página 59.

RIBEIRO, R. S. **Problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes em linhas paralelas: uma aplicação em uma indústria de alimentos**. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, Agosto 2017. Disponível em: <www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55134/tde.../RafaelSoaresRibeiro_revisada.pdf>. Citado nas páginas 40 e 73.

SEL Çağrı; BILGEN, B. Hybrid simulation and mip based heuristic algorithm for the production and distribution planning in the soft drink industry. **Journal of Manufacturing Systems**, 2014. Citado na página 66.

SHENG-YUAN; HSU. Genetic algorithms for dynamic lot sizing with customer order probem. 2013. Disponível em: <http://ir.lib.ctu.edu.tw/handle/310909700/6320>. Citado nas páginas 30 e 35.

SHIM, I.-S.; KIM, H.-C.; DOH, H.-H.; LEE, D.-H. A two-stage heuristic for single machine capacitated lot-sizing and scheduling with sequence-dependent setup costs. **Computers & Industrial Engineering**, v. 61, n. 4, p. 920–929, November 2011. Citado nas páginas 17 e 35.

SILVER; MEAL. A heuristic for selecting lot size quantities for the case of a deterministic time varying demand rate and discrete opportunities for replenishment. **Production and Inventory Management**, n. 14:2, p. 64–74, 1973. Citado na página 24.

STADTLER, H. Improved rolling schedules for the dynamic single-level lot-sizing problem. **Management Science**, 2000. Citado na página 22.

TEIXEIRA, V.; OLIVEIRA, W.; SANTOS, M. Um problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção com gerenciamento da demanda via pedidos e com tempos/custos de preparação dependentes da sequência. 2017. Citado nas páginas 31, 32, 35, 40 e 44.

THIZY, J. M.; WASSENHOVE, L. N. V. Lagrangean relaxation for the multi-item capacitated lot-sizing problem: A heuristic implementation. **IIE Transactions**, Taylor & Francis, v. 17, n. 4, p. 308–313, 1985. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/07408178508975308>. Citado na página 24.

TRIGEIRO, W.; THOMAS, J.; MCCLAIN, J. **Capacitated lot sizing with setup times**. [S.l.]: Management Science, 1989. v. 35. Citado nas páginas 22, 23, 24 e 35.

WAGELMANS, A.; HOESEL, S. van; KOLEN, A. Economic lotsizing: an o(n log n) algorithm that runs in linear time in the wagner– whitin case. **Operations Research**, 1992. Citado na página 22.

WAGNER, H. M.; WHITIN, T. M. Dynamic version of the economic lot size model. **Management Science**, v. 5, n. 1, p. 89–96, 1958. Disponível em: <https://doi.org/10.1287/mnsc.5.1.89>. Citado nas páginas 22 e 35.

WOLSEY, L. Progress with single-item lot-sizing. **European Journal of Operational Research**, 1995. Citado na página 22.

____. Mip modelling of changeovers in production planning and scheduling problems. **European Journal of Operational Research 99**, p. 154–165, 1997. Disponível em: <http://www.di.univaq.it/~oil/didattica/corsi/gia/EJOR_99_1997.pdf>. Citado nas páginas 25 e 26.

XU, L.; WANG, Q.; HUANG, S. Dynamic order acceptance and scheduling problem with sequence-dependent setup time. **International Journal of Production Research**, v. 53, n. 19, p. 5797–5808, 2015. ISSN 0020-7543. Citado nas páginas 30 e 35.

ZHANG, D.; ZHANG, C. Study on column generation for the lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup time. In: **MATEC Web of Conferences**. https://www.matec-conferences.org/: [s.n.], 2018. v. 189, n. 06002, p. 1–6. Citado nas páginas 44 e 73.

ICMC USP
SÃO CARLOS