UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação

Problema de Roteamento de Veículos Elétricos: otimização da vida útil das baterias

Allan Vinícius da Silva

Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ciências de Computação e Matemática Computacional (PPG-CCMC)

SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito:

Assinatura: _____

Allan Vinícius da Silva

Problema de Roteamento de Veículos Elétricos: otimização da vida útil das baterias

Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional. *VERSÃO REVISADA*

Área de Concentração: Ciências de Computação e Matemática Computacional

Orientadora: Profa. Dra. Franklina Maria Bragion de Toledo

USP – São Carlos
Novembro de 2020

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Achille Bassi
e Seção Técnica de Informática, ICMC/USP,
com os dados inseridos pelo(a) autor(a)

S586p Silva, Allan
Problema de roteamento de veículos elétricos:
otimização da vida útil das baterias / Allan Silva;
orientadora Franklina Toledo. -- São Carlos, 2020.
67 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação
em Ciências de Computação e Matemática
Computacional) -- Instituto de Ciências Matemáticas
e de Computação, Universidade de São Paulo, 2020.

1. Roteamento de veículos. 2. Veículos elétricos.
3. Otimização das baterias. I. Toledo, Franklina,
orient. II. Título.

Allan Vinícius da Silva

Battery optimization Vehicle Routing Problem

Master dissertation submitted to the Institute of Mathematics and Computer Sciences – ICMC-USP, in partial fulfillment of the requirements for the degree of the Master Program in Computer Science and Computational Mathematics. *FINAL VERSION*

Concentration Area: Computer Science and Computational Mathematics

Advisor: Profa. Dra. Franklina Maria Bragion de Toledo

USP – São Carlos
November 2020

AGRADECIMENTOS

Os agradecimentos principais são direcionados à CAPES, à FAPESP (processo nº 2018/02316-9 e CEPID 2013/07375-0) e ao CNPq (processo 132701/2018-9) que apoiaram este mestrado.

“O futuro pertence àqueles que acreditam na beleza de seus sonhos.”
(Eleanor Roosevelt)

RESUMO

SILVA, A. V. **Problema de Roteamento de Veículos Elétricos: otimização da vida útil das baterias**. 2020. 67 p. Dissertação (Mestrado em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2020.

Com o aumento das emissões de gases de efeito estufa, alternativas de transporte menos poluentes vêm sendo estudadas, dentre elas o uso de veículos elétricos. Porém, o uso desse tipo de veículo traz um desafio ecológico para o futuro: como tratar o descarte das baterias após o seu uso. Logo, prolongar a vida útil das baterias dos veículos é uma questão fundamental para que eles sejam de fato uma alternativa ecologicamente correta. O objetivo deste projeto de mestrado é apresentar o Problema de Roteamento de Veículos Elétricos visando minimizar o consumo de energia e o envelhecimento de suas baterias. Para tanto, descrevemos o problema comparando-o com outros trabalhos relacionados. Dois modelos matemáticos e um algoritmo memético foram desenvolvidos para lidar com o problema. Instâncias da literatura foram adaptadas e resolvidas utilizando o *solver* de otimização GUROBI e o algoritmo populacional. Os resultados obtidos indicam que um dos modelos e o algoritmo memético apresentam uma boa performance para as instâncias utilizadas. Além disso, o algoritmo memético se mostrou robusto e competitivo quando comparado aos modelos.

Palavras-chave: Roteamento de veículos, Veículos elétricos, Otimização das baterias.

ABSTRACT

SILVA, A. V. **Battery optimization Vehicle Routing Problem**. 2020. 67 p. Dissertação (Mestrado em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2020.

Due to the increase in greenhouse gas emissions, less polluting transport alternatives have been studied, among which is the use of electric vehicles. However, the use of such vehicles poses the ecological challenge of disposing the batteries after use. Therefore, extending the life of batteries is a crucial issue so that these vehicles become an eco friendly alternative. The aim of this master project is to present two mathematical models and a memetic algorithm to minimize energy consumption and the degradation of batteries for the Electric Vehicle Routing Problem. The methods developed were evaluated with instances adapted from the literature by using the GUROBI solver. The results show that one of the models and the memetic algorithm handle the problem well, extending batteries life. Furthermore, the memetic algorithm proved to be robust and competitive when compared to the models.

Keywords: Vehicle routing, Electric vehicles, Battery optimization.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Emissões de CO_2 provenientes da queima de combustíveis no Brasil.	21
Figura 2 – Exemplo de solução do E-VRP com múltiplas viagens.	26
Figura 3 – Vida útil da bateria em função de ΔSOC	27
Figura 4 – Exemplo de solução do E-VRP com o consumo desbalanceado.	27
Figura 5 – Exemplo de solução em que os clientes 1, 2 e 3 formam um subciclo proibido.	33
Figura 6 – Custos de degradação da bateria em função de ΔSOC	34
Figura 7 – Rotas $(0 - 1 - 2 - 3 - 0)$, $(0 - 4 - 5 - 6 - 0)$ realizadas por um mesmo veículo ($\sigma_{3,4} = 1$).	37
Figura 8 – Diagrama das forças que influenciam o consumo de energia. À esquerda o caso em que o veículo está subindo ($\alpha \geq 0$) e à direita o caso em que o veículo está descendo ($\alpha \leq 0$).	42
Figura 9 – Solução da instância A-n80-k10 adaptada encontrada utilizando o modelo 2-índices*.	47
Figura 10 – Representação das viagens como uma sequência sem as ocorrências do depósito.	51
Figura 11 – Exemplo com cinco clientes (demandas entre parênteses) e capacidade igual a 10 kg.	52
Figura 12 – Grafo gerado pelo procedimento <i>Split</i>	53
Figura 13 – Divisão das viagens a partir do procedimento <i>Split</i>	53
Figura 14 – Cromossomos que representam a solução do problema em um contexto havendo 9 clientes.	54
Figura 15 – Torneio para seleção de um indivíduo para reprodução.	55
Figura 16 – Herança das subsequências.	56
Figura 17 – Construção dos filhos f_1 e f_2	56
Figura 18 – Novo indivíduo obtido a partir da substituição dos dois arcos originais de uma viagem por dois novos.	57
Figura 19 – Indivíduo antes e depois de uma iteração da busca local utilizando a vizinhança <i>CROSS</i>	58

LISTA DE ALGORITMOS

Algoritmo 1 – Algoritmo Memético para o BO E-VRP	50
Algoritmo 2 – Algoritmo guloso para agrupamento das viagens	54

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Principais características dos artigos citados comparadas ao BO E-VRP.	30
Tabela 2 – Valores atribuídos aos parâmetros do problema.	40
Tabela 3 – Comparação das soluções obtidas pelos modelos para o conjunto de instâncias A.	45
Tabela 4 – Comparação das soluções obtidas pelos modelos para o conjunto de instâncias B.	46
Tabela 5 – Valores atribuídos aos parâmetros do AM.	59
Tabela 6 – Comparação das soluções obtidas pelo AM e pelo modelo 2-índices* para o conjunto de instâncias A.	60
Tabela 7 – Comparação das soluções obtidas pelo AM e pelo modelo 2-índices* para o conjunto de instâncias B.	61

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	Objetivos de pesquisa	22
1.2	Contribuições	24
1.3	Estrutura do texto	24
2	O PROBLEMA ESTUDADO	25
2.1	Problema de Roteamento de Veículos Elétricos	25
2.2	Revisão bibliográfica	28
2.2.1	<i>Problemas de Caminho Mínimo</i>	28
2.2.2	<i>Problemas de Roteamento de Veículos</i>	28
2.3	Considerações	29
3	MODELOS MATEMÁTICOS	31
3.1	Modelo BO E-VRP - três índices	31
3.1.1	<i>Modelagem Matemática</i>	35
3.2	Modelo BO E-VRP - 2 índices	36
3.2.1	<i>Modelagem Matemática</i>	38
3.3	Experimentos computacionais	39
3.3.1	<i>Instâncias</i>	40
3.3.2	<i>Consumo de energia</i>	41
3.3.3	<i>Testes computacionais</i>	44
4	ALGORITMO MEMÉTICO	49
4.1	Representação e geração dos indivíduos	50
4.2	Fitness dos indivíduos	51
4.2.1	<i>Cálculo do custo</i>	51
4.2.1.1	<i>Atribuição das viagens aos veículos</i>	53
4.2.2	<i>Cálculo da diversidade</i>	54
4.3	Seleção de indivíduos para reprodução	55
4.4	Reprodução	55
4.5	Educação	56
4.5.1	<i>2-opt</i>	57
4.5.2	<i>CROSS</i>	57
4.6	Operadores de diversificação	58

4.7 Experimentos Computacionais 58

5 CONCLUSÕES 63

REFERÊNCIAS 65

INTRODUÇÃO

Em grandes centros urbanos, é comum que haja altos níveis de poluição do ar. Um dos principais poluentes são os veículos à combustão, que emitem gases nocivos à saúde, inclusive o gás carbônico (CO_2) (TEIXEIRA; SODRÉ, 2016). Nos últimos anos, as emissões de CO_2 provenientes da queima de combustíveis cresceram significativamente no Brasil, como ilustra a Figura 1.

Figura 1 – Emissões de CO_2 provenientes da queima de combustíveis no Brasil.

Fonte: SEEG (2019).

Podemos observar que a emissão de CO_2 está diretamente relacionada à distância percorrida no transporte de cargas. Segundo a Empresa Brasileira de Comunicação (EBC, 2016), em 2015, o consumo de diesel diminuiu 7,1% com relação ao ano anterior devido à diminuição no transporte de cargas ocasionado pela crise. Além disso, ocorreu a substituição parcial do uso de combustíveis fósseis por renováveis, o que resultou em um aumento de 18,6% do uso de etanol e na queda de 9,4% no consumo de gasolina. Isso explica, em parte, a queda de 7,4% nas emissões relacionadas ao uso de combustíveis. De acordo com o Sistema de Estimativa de Emissões de Gases do Efeito Estufa (SEEG, 2019), o setor de transportes está entre os processos

que mais emitem gases, ficando atrás apenas do setor agropecuário.

A distribuição de mercadorias compõe uma parte significativa dos transportes nas cidades, o que é um problema em centros urbanos pois, como destacado pela [ONU \(2016\)](#), a atividade é responsável por uma grande parcela de emissão de CO_2 . Um dos desafios no escopo de entregas nas cidades é buscar meios de distribuição que minimizem a emissão de CO_2 e proporcionem um serviço eficiente. Esse tema também está em destaque quando o assunto é Cidades Inteligentes em que o foco é a utilização sustentável e eficiente de recursos.

O uso de veículos elétricos está se tornando muito relevante para a sustentabilidade dos serviços de entregas ([RANIERI et al., 2018](#)). Porém, a implantação de frotas com esses veículos encontra desafios como: o preço, a duração limitada das baterias e seu alto tempo de recarregamento. Vale ressaltar que, para que haja uma efetiva diminuição nas emissões de CO_2 , a energia elétrica deve ser obtida através de fontes com baixa taxa de emissão de gases. Este é o caso do Brasil, onde a principal fonte de geração de energia elétrica são as hidrelétricas ([TEIXEIRA; SODRÉ, 2016](#)).

Muitas empresas estão aderindo aos veículos elétricos. Dentre elas, a Coca-Cola incluiu esse tipo de veículo em sua frota de entrega nos EUA. Os veículos não emitem gases poluentes, além de terem autonomia de aproximadamente 160 quilômetros por carga de bateria e um tempo de recarga que varia de 6 a 8 horas ([COCA-COLA, 2011](#)). A Volvo anunciou que a partir de 2019 todos seus carros teriam motor elétrico. No Brasil, também estão sendo utilizados veículos elétricos. De acordo com a [Renault \(2015\)](#), há utilização desses veículos para entrega de encomendas por uma empresa de transportes na cidade de Belo Horizonte, MG e pelos Correios para entregas em Curitiba, PR e Brasília, DF. Também foram realizados testes por empresas como FedEx, Grupo TPC, Itaipu Binacional, CPFL e prefeitura de Curitiba.

Do ponto de vista governamental, autoridades internacionais anunciaram recentemente a intenção de proibir modelos movidos à combustão. Na França e na Inglaterra, a previsão é proibir o uso a partir de 2040, já na Alemanha a previsão é 2030, enquanto na Noruega e na Holanda a proibição deve ocorrer em 2025. No entanto, no Brasil, o processo de transição dos veículos convencionais para os elétricos é lento, um dos motivos destacados por [Vasconcelos \(2017\)](#) é a falta de uma política de incentivo do governo.

1.1 Objetivos de pesquisa

Em busca de reduzir os altos níveis de poluição atmosférica, novas variantes do problema de roteamento de veículos (VRP, do inglês, *vehicle routing problem*) estão sendo estudadas. O *Green-VRP* (G-VRP) é uma variante que foi introduzida por [Erdoğan e Miller-Hooks \(2012\)](#). A frota de veículos inclui veículos alternativos, ou seja, veículos que não agredem ou agredem em menores proporções o meio ambiente. Geralmente, esses veículos não possuem a autonomia de um veículo à combustão, sendo assim, estações de reabastecimento se fazem necessárias. Quando

esses veículos são elétricos, o problema passa a ser chamado de Problema de Roteamento de Veículos Elétricos (E-VRP, do inglês *Electric Vehicle Routing Problem*).

Uma das principais limitações no uso de veículos elétricos está associada ao envelhecimento das baterias, pois grande parte de seu custo está associado às baterias (PELLETIER; JABALI; LAPORTE, 2016). Segundo Salvagni (2020), com a tecnologia atual, a bateria é uma parte fundamental do veículo, o que implica que quando sua vida útil chega ao fim, o veículo deve passar por uma reforma. Embora a utilização de veículos elétricos ofereça inúmeras vantagens do ponto de vista sustentável, o descarte das baterias, se não for realizado da maneira correta, pode gerar um grande impacto ambiental (GARDINER, 2017).

Os efeitos do envelhecimento da bateria limitam seu desempenho e reduzem sua vida útil. As duas principais consequências de tal deterioração são: i) a perda da capacidade, o que reduz a eficiência do veículo; e ii) a elevação de impedância, o que reduz a capacidade de armazenamento de energia da bateria (BARRÉ *et al.*, 2013).

Embora as baterias sejam caras e se tornem lixo eletrônico ao final de sua vida útil, ao nosso conhecimento, há poucos trabalhos na literatura que abordam esse tema. Arslan, Yıldız e Karaşan (2015) tratam a vida útil das baterias no contexto de um problema de caminho mínimo. Enquanto, Barco *et al.* (2017) consideram a vida útil das baterias em um cenário de transporte de pessoas. No entanto, embora haja a necessidade de tornar o serviço de distribuição a cada dia mais sustentável e eficiente, o E-VRP não é tratado de forma a minimizar os custos das rotas e prolongar a vida útil das baterias. Assim, diante da ausência de estudos detalhados e da relevância do E-VRP com estas características, nossos objetivos de pesquisa são:

- desenvolver um modelo matemático para o E-VRP visando minimizar os custos das rotas e prolongar a vida útil das baterias dos veículos elétricos. Consideramos o contexto de entregas de última milha, ou seja, o cenário de entrega é um cenário urbano em que veículos elétricos podem realizar as entregas com uma única carga de bateria, sem a necessidade de recarregamento;
- adaptar o problema estudado considerando que o consumo da bateria depende de fatores como o peso das mercadorias carregadas pelo veículo e a inclinação do trajeto percorrido;
- analisar a eficiência e as limitações dos modelos desenvolvidos;
- desenvolver um método heurístico para tratar o problema;
- analisar a eficiência e as limitações do método comparando-o aos resultados obtidos ao resolver o problema modelado utilizando um software de otimização.

1.2 Contribuições

Este trabalho traz contribuições relevantes para a área de roteamento de veículos, neste contexto, destacamos:

- o desenvolvimento de dois modelos matemáticos para o problema de roteamento de veículos elétricos em um cenário de última milha (última etapa do transporte das mercadorias, por exemplo, em centros urbanos) onde os veículos não recebem recargas rápidas e há preocupação com o prolongamento da vida útil das baterias. Os modelos consideram não só o consumo dependente de fatores como a carga transportada, mas também a degradação das baterias;
- a elaboração de um conjunto de instâncias para o problema estudado;
- o desenvolvimento de um algoritmo populacional baseado em [Vidal *et al.* \(2013b\)](#) para o E-VRP com o intuito de prolongar a vida das baterias.

1.3 Estrutura do texto

No Capítulo 2, apresentamos o problema estudado e uma revisão da literatura que tem como foco problemas semelhantes ao abordado. No Capítulo 3, definimos o problema estudado e os modelos matemáticos desenvolvidos, além de reportar testes computacionais realizados para compará-los. No Capítulo 4, apresentamos um Algoritmo Memético desenvolvido para o problema, bem como os resultados de testes computacionais realizados para avaliá-lo. Por fim, no Capítulo 5, apresentamos as considerações finais sobre o trabalho e algumas linhas para pesquisas futuras.

O PROBLEMA ESTUDADO

Grandes montadoras de veículos e fabricantes de baterias estão investindo significativamente em pesquisas de novas tecnologias para diminuir as limitações dos veículos elétricos, porém os resultados dessas pesquisas demoram para serem implantados no âmbito comercial. No entanto, como destacado por [Kantorovich \(1960\)](#), além de aprimorar a tecnologia utilizada, outra forma de melhorar a eficiência de uma empresa é melhorando seu processo de planejamento. Nesse sentido, uma nova variante do problema de roteamento de veículos que considera veículos elétricos vem sendo estudada na literatura, o problema de roteamento de veículos elétricos (E-VRP) ([MONTTOYA *et al.*, 2017](#)).

Neste capítulo, primeiramente, descrevemos a variante do E-VRP estudada e, em seguida, apresentamos uma revisão bibliográfica que tem como foco os trabalhos que abordam o problema de roteamento de veículos elétricos. Para uma revisão mais completa sobre o problema de roteamento de veículos e suas variantes sugerimos [Toth e Vigo \(2014\)](#) e [Laporte \(2009\)](#).

2.1 Problema de Roteamento de Veículos Elétricos

O E-VRP consiste em determinar rotas de entrega a partir de um depósito para um determinado número de clientes, de forma que a demanda desses clientes seja satisfeita. Mais especificamente, estudamos o problema no contexto de última milha, portanto um mesmo veículo pode realizar múltiplas viagens, isto é, após visitar um determinado número de clientes e voltar ao depósito, um veículo pode receber um novo carregamento de mercadorias para continuar atendendo as demandas. A cada vez que um veículo sai do depósito, visita clientes e volta ao depósito, dizemos que esse veículo realiza uma viagem. Sabendo disso, a rota realizada por um veículo é a composição de todas as viagens que ele realiza. Na Figura 2, apresentamos uma solução para um exemplo de E-VRP em um cenário com oito clientes e dois veículos. No exemplo, observamos que o veículo amarelo completa a primeira viagem e logo em seguida deixa novamente o depósito para realizar uma segunda viagem. Além de ter capacidade para

transportar a demanda total de cada viagem de sua rota, o veículo deve ter energia suficiente em sua bateria para completar a rota, pois não há a possibilidade de recarregamento entre viagens.

Figura 2 – Exemplo de solução do E-VRP com múltiplas viagens.

Fonte: Elaborada pelo autor na plataforma Canva.

No âmbito de veículos elétricos, uma questão importante é evitar o envelhecimento precoce das baterias, pois grande parte de seu custo de manutenção está associado a elas. Além disso, o descarte das baterias é ambientalmente custoso. Os principais fatores que influenciam seu envelhecimento são: a temperatura, a maneira e a frequência com que são recarregadas e descarregadas, e a variação do SOC (do inglês *State of Charge*). O SOC corresponde à carga atual da bateria como uma porcentagem de sua capacidade máxima (PELLETIER; JABALI; LAPORTE, 2016). Barré *et al.* (2013) mostraram que há maior degradação da bateria quando a variação do SOC é alta.

Com o objetivo de prolongar a vida útil das baterias, consideramos, neste trabalho, o custo de envelhecimento da bateria. Segundo Arslan, Yıldız e Karaşan (2015), o custo de envelhecimento é uma função não-linear que depende de ΔSOC . Na Figura 3, é ilustrado o número esperado de ciclos se a bateria for frequentemente utilizada até um dado valor de ΔSOC e o custo equivalente. O custo é calculado a cada ciclo, ou seja, a cada vez que a bateria é utilizada. Por exemplo, consideremos uma bateria que custa R\$10.600,00, e que frequentemente utilizamos 40% de sua capacidade ($\Delta SOC = 0,4$). De acordo com a Figura 3, o número esperado de ciclos é de aproximadamente 10.000. Desta forma, o custo de envelhecimento a cada ciclo é de R\$ 1,06 (ou seja, $\frac{10.600}{10.000}$).

Na Figura 4, ilustramos uma solução em que um dos clientes atendidos pelo veículo amarelo passa a ser atendido pelo veículo verde. Desta forma, o consumo fica desbalanceado quando comparado à Figura 2, pois um dos veículos economiza energia, enquanto o outro tem

Figura 3 – Vida útil da bateria em função de ΔSOC .

Fonte: Adaptado de [Arslan, Yıldız e Karaşan \(2015\)](#).

seu consumo aumentado. Sendo assim, a variação de energia ΔSOC do veículo verde é maior e mais próxima de 100%, consequentemente, o custo de envelhecimento da bateria também é maior. Como buscamos soluções em que a vida útil das baterias seja prolongada, a solução da Figura 2 seria considerada melhor.

Figura 4 – Exemplo de solução do E-VRP com o consumo desbalanceado.

Fonte: Elaborada pelo autor na plataforma Canva.

Em resumo, vamos estudar o problema de roteamento de veículos elétricos no contexto de entregas de última milha. As rotas dos veículos podem ser compostas por mais de uma viagem, ou seja, o veículo pode retornar ao depósito, receber um novo carregamento de mercadorias e realizar um novo conjunto de entregas. Nosso objetivo é minimizar os custos de transporte incluindo os custos relativos ao envelhecimento das baterias dos veículos.

2.2 Revisão bibliográfica

Como mencionado no início deste capítulo, restringimos esta revisão bibliográfica a artigos que abordam a distribuição de mercadorias utilizando veículos elétricos (VEs). Os trabalhos da literatura relativos a problemas que envolvem veículos alternativos (híbridos ou elétricos) podem, basicamente, ser divididos em dois tipos: (i) problemas de caminho mínimo, e (ii) problemas de roteamento de veículos. Destacamos três características dos trabalhos analisados: 1) entrega de última milha; 2) consumo de combustível/energia dependente da carga carregada pelos veículos; e 3) degradação das baterias, ou seja, relevância da vida útil das baterias dos veículos elétricos.

2.2.1 Problemas de Caminho Mínimo

Arslan, Yıldız e Karaşan (2015) e Abousleiman, Rawashdeh e Boimer (2017) abordam o problema de caminho mínimo utilizando veículos alternativos em que o consumo de energia é proporcional à distância percorrida. Arslan, Yıldız e Karaşan (2015) tratam o problema com um veículo híbrido em que o envelhecimento da bateria é considerado na definição do caminho. Nesse trabalho, foi desenvolvido um modelo matemático para o problema e dois métodos heurísticos. O primeiro tem a utilização de programação dinâmica para sua resolução que consiste em construir um grafo no qual os custos dos arcos seguem funções de transição definidas de acordo com possíveis reabastecimentos e recarregamentos das baterias dos veículos. Ao fim, os autores aplicam um algoritmo de Caminho Mínimo no grafo gerado. O segundo consiste em aplicar um método para a resolução do problema de caminho mínimo sem considerar o consumo de combustível e eletricidade, e então fornecer essa solução como *input* para o modelo com o objetivo de otimizar o reabastecimento e o recarregamento das baterias. Abousleiman, Rawashdeh e Boimer (2017) definem o problema para um veículo elétrico em que há recarregamento da bateria durante o processo de frenagem. Um algoritmo de colônia de formigas (ACO, do inglês *Ant Colony Optimization*) foi desenvolvido para resolver o problema. Os autores reportam que para as instâncias resolvidas, as soluções obtidas pelo ACO geram uma economia significativa de energia quando comparados aos caminhos recomendados pelo *Google Maps*.

2.2.2 Problemas de Roteamento de Veículos

O recarregamento total da bateria de um veículo elétrico não é realizado de forma rápida como o abastecimento de um veículo convencional. Por este motivo, alguns autores consideram a possibilidade de recargas rápidas das baterias em locais pré-determinados chamados de estações de recarregamento. Como os veículos estão em utilização, é comum que suas baterias não sejam totalmente carregadas nessas estações. Além disso, para que as baterias sejam carregadas mais rapidamente, a tensão utilizada é maior, o que acelera seu envelhecimento (PELLETIER; JABALI; LAPORTE, 2016). O E-VRP considerando a possibilidade de recargas rápidas foi

estudado por [Schneider, Stenger e Goeke \(2014\)](#), [Goeke e Schneider \(2015\)](#), [Lin, Zhou e Wolfson \(2016\)](#) e [Barco et al. \(2017\)](#).

[Schneider, Stenger e Goeke \(2014\)](#) abordaram o E-VRP com janelas de tempo para as entregas aos clientes e com custos de distribuição proporcionais à distância percorrida, ou seja, independente da carga transportada pelos veículos. Os autores modelaram o problema e desenvolveram um método heurístico híbrido para sua resolução. O método combina as metaheurísticas VNS (do inglês *Variable Neighborhood Search*) e a Busca Tabu.

Em um contexto mais realista, [Goeke e Schneider \(2015\)](#), [Murakami \(2017\)](#) e [Lin, Zhou e Wolfson \(2016\)](#) trataram o consumo de combustível/energia em função da carga transportada, da velocidade do veículo e da inclinação da estrada (isto é, subidas ou descidas). [Goeke e Schneider \(2015\)](#) e [Murakami \(2017\)](#) estudaram o problema com uma frota heterogênea composta por veículos elétricos e à combustão. Em [Goeke e Schneider \(2015\)](#), os autores desenvolveram um modelo matemático e uma heurística ALNS (do inglês, *Adaptive Large Neighborhood Search*) para resolver o problema. [Murakami \(2017\)](#) considerou variações ao longo do caminho entre os clientes, ou seja, no grafo que representa o problema, além dos vértices associados aos clientes, há também vértices (que não representam clientes) que conectam duas ou mais arestas com características distintas como, por exemplo, a inclinação e o coeficiente de atrito da superfície. Além disso, os autores apresentam desigualdades válidas para o problema. [Lin, Zhou e Wolfson \(2016\)](#) consideram apenas VEs. Ao tratar o custo de transporte dependente do peso da carga transportada, surgem restrições não lineares nos modelos matemáticos. Essas restrições são adaptadas pelos autores para obter um modelo linear. Os autores concluem que para o caso do estudo considerado, os VEs são competitivos com os veículos convencionais quanto à distância percorrida e aos tempos de viagem, porém o tempo total de operação é significativamente maior, pois o tempo de recarga das baterias é muito maior que o tempo de reabastecimento de um veículo convencional.

[Barco et al. \(2017\)](#) foram os primeiros a estudar o E-VRP considerando o envelhecimento das baterias. O problema foi abordado no contexto de transporte público de pessoas em um aeroporto. Os autores desenvolveram um modelo que coordena o roteamento, as recargas e os custos operacionais levando em consideração os efeitos de envelhecimento das baterias causados pelas recargas realizadas. Para isso, são considerados a temperatura, o *SOC* e a ΔSOC . Os autores desenvolveram um algoritmo evolutivo para a resolução do problema.

2.3 Considerações

Como discutido, o prolongamento da vida útil da bateria de veículos elétricos é extremamente relevante do ponto de vista econômico frente a seus altos custos e também do ponto de vista ambiental devido à dificuldade de descarte de forma apropriada.

Na Tabela 1, apresentamos um resumo dos artigos aqui referenciados destacando o

problema estudado e suas características: caminho mínimo (CM) ou roteamento de veículos (VRP); realização de entregas de última milha (LM); consumo de combustível/energia em função da massa transportada (CDM); e consideração da vida útil das baterias (BA). Na última linha da tabela, representamos o problema estudado BO E-VRP (do inglês *Battery Optimization E-VRP*).

Tabela 1 – Principais características dos artigos citados comparadas ao BO E-VRP.

Artigo		LM	CDM	BA
(ARSLAN; YILDIZ; KARAŞAN, 2015)	CM			✓
(ABOUSLEIMAN; RAWASHDEH; BOIMER, 2017)	CM			
(SCHNEIDER; STENGER; GOEKE, 2014)	VRP			
(GOEKE; SCHNEIDER, 2015)	VRP		✓	
(MURAKAMI, 2017)	VRP		✓	
(LIN; ZHOU; WOLFSON, 2016)	VRP		✓	
(BARCO <i>et al.</i> , 2017)	VRP		✓	✓
BO E-VRP	VRP	✓	✓	✓

Podemos observar que, dentre os artigos citados, a abordagem de Barco *et al.* (2017) é a mais próxima do problema estudado. Porém, como visto na Tabela 1, há algumas diferenças. Sendo assim, no melhor de nosso conhecimento, não encontramos na literatura abordagens que tratam todas as questões aqui abordadas.

MODELOS MATEMÁTICOS

Levando em consideração as características e as limitações das baterias elétricas, desenvolvemos dois modelos matemáticos para descrever o problema estudado que visa não só a minimizar os custos da energia consumida nas rotas pelos veículos, como também a minimizar o envelhecimento de suas baterias. O primeiro modelo é uma extensão do modelo clássico do VRP no qual são utilizadas variáveis de decisão com três índices para representar a movimentação dos veículos. O segundo é uma adaptação do modelo para VRP com drones de [Dorling et al. \(2017\)](#). Nessa modelagem, as variáveis possuem apenas dois índices. Com o objetivo de tornar a abordagem mais realista, tomamos o consumo de energia em função da carga transportada, para isso vamos considerar o modelo de consumo de energia conforme apresentado por [Goeke e Schneider \(2015\)](#).

3.1 Modelo BO E-VRP - três índices

O BO E-VRP pode ser representado por um grafo direcionado no qual $\mathcal{V} = \{0, 1, \dots, n\}$ é o conjunto de nós (sendo que 0 representa o depósito e $1, \dots, n$ os clientes) e $\mathcal{E} = \{(i, j) | i, j \in \mathcal{V}\}$ é o conjunto de arcos, em que (i, j) é um arco que representa o trajeto do nó i para o nó j . Além disso, cada cliente possui uma demanda conhecida. Vale ressaltar que permitimos que um mesmo veículo faça mais de uma viagem desde que haja carga suficiente em sua bateria. O conjunto de clientes é denotado por $\mathcal{C}$, em que $\mathcal{C} = \mathcal{V} \setminus \{0\}$ e a frota disponível por $\mathcal{K}$. A frota é composta por veículos elétricos idênticos, ou seja, temos uma frota homogênea. A seguir as restrições do problema e o modelo desenvolvido são apresentados.

- Restrições de fluxo:

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} s_i^k = 1, \quad \forall i \in \mathcal{C}; \quad (3.1)$$

$$\sum_{i:(i,j) \in \mathcal{E}} x_{ij}^k - \sum_{i:(i,j) \in \mathcal{E}} x_{ji}^k = 0, \quad \forall j \in \mathcal{V}, \forall k \in \mathcal{K}; \quad (3.2)$$

$$\sum_{i:(i,j) \in \mathcal{E}} x_{ij}^k - s_j^k = 0, \quad \forall j \in \mathcal{C}, \forall k \in \mathcal{K}. \quad (3.3)$$

em que: s_i^k é uma variável binária que assume o valor 1 se o veículo k atende o cliente i , e 0 caso contrário. Assim, as restrições (3.1) garantem que cada cliente é atendido por somente um veículo, ou seja, sua demanda não pode ser fracionada.

As variáveis de decisão x_{ij}^k indicam se o veículo k percorre a aresta (i, j) . Se o veículo k percorre a aresta (i, j) então $x_{ij}^k = 1$, caso contrário $x_{ij}^k = 0$. Dessa forma, as igualdades (3.2) asseguram a continuidade das viagens, isto é, o veículo k que entra em um nó i é o mesmo que sai desse nó. As restrições (3.3) estabelecem a relação entre os clientes e os veículos.

- Restrições de capacidade dos veículos:

$$d_j x_{ij}^k \leq y_{ij}^k \leq (Cap - d_i) x_{ij}^k, \quad \forall (i, j) \in \mathcal{E}, \forall k \in \mathcal{K}. \quad (3.4)$$

As variáveis y_{ij}^k representam a massa das mercadorias transportados pelo veículo k na aresta (i, j) . Sendo d_i a massa dos produtos demandados pelo cliente i , as restrições (3.4) asseguram que se o veículo k percorre a aresta (i, j) , então ele carrega pelo menos a demanda do cliente j . Por outro lado, garantem também que a massa na aresta (i, j) somada à demanda do cliente i respeita a capacidade do veículo. Além disso, y_{ij}^k é igual a zero, se o veículo k não percorre tal aresta.

- Restrições de demanda:

$$\sum_{j:(j,i) \in \mathcal{E}} y_{ji}^k - \sum_{j:(i,j) \in \mathcal{E}} y_{ij}^k = d_i s_i^k, \quad \forall i \in \mathcal{C}, \forall k \in \mathcal{K}. \quad (3.5)$$

As igualdades (3.5) impõem que a demanda do cliente i é atendida e também previne subciclos inválidos, ou seja, que um veículo complete um ciclo sem retornar ao depósito, como ilustra a Figura 5. Podemos observar que os clientes 1, 2 e 3 formam um subciclo que não contém o depósito (0).

- Restrições de consumo de energia:

$$\sum_{(i,j) \in \mathcal{E}} (g_{ij}^x x_{ij}^k + g_{ij}^y y_{ij}^k) \leq Be^k, \quad \forall k \in \mathcal{K}. \quad (3.6)$$

Figura 5 – Exemplo de solução em que os clientes 1, 2 e 3 formam um subciclo proibido.

Fonte: Elaborado pelo autor na plataforma Lucidchart.

Em (3.6), g_{ij}^x representa o consumo fixo de energia do veículo k para percorrer a aresta (i, j) , ou seja, o consumo do veículo vazio. O consumo variável na aresta (i, j) é representado por g_{ij}^y , que leva em consideração a massa transportada pelo veículo na aresta (i, j) . Detalhamos o cálculo de g_{ij}^x e g_{ij}^y na Seção 3.3.2. O parâmetro B representa a capacidade das baterias e a variável e^k representa o consumo de energia do veículo k como uma porcentagem da capacidade de sua bateria. Logo, esse conjunto de restrições assegura que a energia consumida pelo veículo não ultrapassa o total de energia disponível.

- Restrições de quebra de simetria:

$$\sum_{j:(0,j) \in \mathcal{E}} x_{0j}^{k-1} \geq \sum_{j:(0,j) \in \mathcal{E}} x_{0j}^k, \quad \forall k \in \mathcal{K} \setminus \{1\}. \quad (3.7)$$

Como a frota é homogênea, sem perda de generalidade, as restrições (3.7) impõem que os veículos com índices menores realizem mais viagens que os veículos com índices maiores.

- Função objetivo:

$$\text{minimizar } \sum_{k \in \mathcal{K}} \left(c_{el} e^k + c_{env}^k \right)$$

em que c_{el} representa o custo por kWh de energia elétrica e c_{env}^k o custo de envelhecimento da bateria do veículo k .

Para calcularmos o envelhecimento das baterias, consideramos δ (tal que $0 \leq \delta \leq 1$) igual ao valor de ΔSOC cujo custo de envelhecimento é aceitável, ou seja, não desejamos variações maiores que δ . De acordo com Arslan, Yıldız e Karaşan (2015), o custo de envelhecimento é dado por uma função não linear $c_{env}(\Delta SOC)$ e, sendo assim, propomos aproximá-lo por uma

Figura 6 – Custos de degradação da bateria em função de ΔSOC .

Fonte: Adaptado de [Arslan, Yıldız e Karaşan \(2015\)](#).

função linear por partes formada pelos segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$, onde $A = (0, 0)$, $B = (\delta, c_{env}(\delta))$ e $C = (1, c_{env}(1))$, como ilustra a Figura 6.

Segundo [Hoke et al. \(2011\)](#), o número total de ciclos realizados por uma bateria de lítio pode ser aproximado por:

$$N_{\Delta} = \left(\frac{\Delta}{145,71} \right)^{\frac{-1}{0,6844}}.$$

Além disso, para um dado valor Δ de ΔSOC , o custo de envelhecimento calculado para um ciclo é dado por:

$$c_{env}(\Delta) = c_{\Delta} = \frac{c_{bat}}{N_{\Delta}}.$$

em que c_{bat} representa o custo de aquisição de uma bateria.

Sendo assim, podemos definir os segmentos:

$$\overline{AB} = \left\{ \frac{1}{\delta} c_{\delta} \Delta \quad 0 \leq \Delta \leq \delta \right\}.$$

$$\overline{BC} = \left\{ \frac{1}{\delta - 1} (c_{\delta}(\Delta - 1) + c_1(\delta - \Delta)) \quad \delta < \Delta \leq 1 \right\}.$$

Realizando uma troca de variáveis, temos:

$$\overline{AB} = \left\{ \frac{1}{\delta} c_{\delta} z_1 \quad 0 \leq z_1 \leq \delta \right\}.$$

$$\overline{BC} = \left\{ \frac{1}{\delta - 1} (c_{\delta} - c_1) z_2 + c_{\delta} \quad 0 < z_2 \leq 1 - \delta \right\}.$$

$$c_{lin} = \frac{1}{\delta} c_{\delta} z_1 + \frac{1}{\delta - 1} (c_{\delta} - c_1) z_2.$$

em que z_1 representa a variação ΔSOC aceitável (abaixo de δ) e z_2 representa a variação do consumo acima de δ .

Em consequência disso, substituímos e^k pela soma $z_1^k + z_2^k$ nas restrições de consumo de energia (3.6). Além disso, podemos reescrever a função objetivo como:

$$\text{minimizar } \sum_{k \in \mathcal{K}} \left(c_{el} B(z_1^k + z_2^k) + e_1 z_1^k + e_2 z_2^k \right) \quad (3.8)$$

onde $e_1 = \frac{1}{\delta} c_{\delta}$ e $e_2 = \frac{1}{\delta - 1} (c_{\delta} - c_1)$.

3.1.1 Modelagem Matemática

Então, podemos representar o problema estudado pelo seguinte modelo matemático.

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } \sum_{k \in \mathcal{K}} \left(c_{el} B(z_1^k + z_2^k) + e_1 z_1^k + e_2 z_2^k \right) \\ & \text{sujeito a} \\ & \sum_{k \in \mathcal{K}} s_i^k = 1, \quad \forall i \in \mathcal{C}; \\ & \sum_{i:(i,j) \in \mathcal{E}} x_{ij}^k - \sum_{i:(i,j) \in \mathcal{E}} x_{ji}^k = 0, \quad \forall j \in \mathcal{V}, \forall k \in \mathcal{K}; \\ & \sum_{i:(i,j) \in \mathcal{E}} x_{ij}^k - s_j^k = 0, \quad \forall j \in \mathcal{C}, \forall k \in \mathcal{K}; \\ & d_j x_{ij}^k \leq y_{ij}^k \leq (Cap - d_i) x_{ij}^k, \quad \forall (i,j) \in \mathcal{E}, \forall k \in \mathcal{K} \\ & \sum_{j:(j,i) \in \mathcal{E}} y_{ji}^k - \sum_{j:(i,j) \in \mathcal{E}} y_{ij}^k = d_i s_i^k, \quad \forall i \in \mathcal{C}, \forall k \in \mathcal{K}; \\ & \sum_{(i,j) \in \mathcal{E}} (g_{ij}^x x_{ij}^k + g_{ij}^y y_{ij}^k) \leq B(z_1^k + z_2^k), \quad \forall k \in \mathcal{K}; \\ & \sum_{j:(0,j) \in \mathcal{E}} x_{0j}^{k-1} \geq \sum_{j:(0,j) \in \mathcal{E}} x_{0j}^k, \quad \forall k \in \mathcal{K} \setminus \{1\}; \\ & x_{ij}^k \in \{0, 1\}, \quad \forall (i,j) \in \mathcal{E}, \forall k \in \mathcal{K}; \quad (3.9) \\ & s_i^k \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in \mathcal{C}, \forall k \in \mathcal{K}; \quad (3.10) \\ & y_{ij}^k \geq 0, \quad \forall (i,j) \in \mathcal{E}, \forall k \in \mathcal{K}; \quad (3.11) \\ & 0 \leq z_1^k \leq \delta, \quad \forall k \in \mathcal{K}; \quad (3.12) \\ & 0 \leq z_2^k \leq 1 - \delta, \quad \forall k \in \mathcal{K}. \quad (3.13) \end{aligned}$$

Esta formulação visa minimizar a função objetivo (3.8) que corresponde à soma dos custos da energia total consumida e dos custos de envelhecimento das baterias.

3.2 Modelo BO E-VRP - 2 índices

Assim como o VRP, uma segunda forma de modelar o BO E-VRP é utilizar uma variável de decisão com dois índices. O modelo a seguir é uma adaptação do modelo de [Dorling et al. \(2017\)](#) desenvolvido para o VRP com drones. Nesta modelagem, também representamos o problema por um grafo direcionado como descrito anteriormente. Os conjuntos de restrições e o modelo desenvolvido são apresentados a seguir.

- Restrições de fluxo:

$$\sum_{j:(i,j) \in \mathcal{E}} x_{ij} = 1, \quad \forall i \in \mathcal{C}; \quad (3.14)$$

$$\sum_{j:(i,j) \in \mathcal{E}} x_{ij} - \sum_{j:(j,i) \in \mathcal{E}} x_{ji} = 0, \quad \forall i \in \mathcal{V}. \quad (3.15)$$

As variáveis binárias x_{ij} indicam se há um veículo que percorre o caminho de i para j . Assim, x_{ij} é igual a 1 se a aresta (i, j) é percorrida e igual a 0 caso contrário. Portanto, as igualdades (3.14) asseguram que cada cliente é atendido somente uma vez, enquanto as restrições (3.15) garantem a continuidade das rotas.

- Restrições de reutilização:

$$\sum_{j:(0,j) \in \mathcal{E}} \sigma_{ij} \leq x_{i0}, \quad \forall i : (i, 0) \in \mathcal{E}; \quad (3.16)$$

$$\sum_{i:(i,0) \in \mathcal{E}} \sigma_{ij} \leq x_{0j}, \quad \forall j : (0, j) \in \mathcal{E}; \quad (3.17)$$

$$\sum_{j:(0,j) \in \mathcal{E}} x_{0j} - \sum_{\substack{i:(i,0) \in \mathcal{E} \\ j:(0,j) \in \mathcal{E}}} \sigma_{ij} \leq K. \quad (3.18)$$

As restrições acima determinam se um veículo foi ou não reutilizado ao voltar para o depósito. As variáveis de reutilização são as variáveis binárias σ_{ij} , em que σ_{ij} é igual a 1 se um veículo retorna do cliente i para o depósito e parte para uma nova viagem que tem início no cliente j , caso contrário, $\sigma_{ij} = 0$.

As desigualdades (3.16) possibilitam a reutilização quando um veículo chega no depósito, enquanto que (3.17) garantem que, ao ser reutilizado, o veículo deve sair do depósito. O número de veículos disponíveis que podem operar simultaneamente é limitado por K em (3.18).

- Restrições de capacidade:

Esse conjunto de restrições é análogo ao do modelo anterior (3.4).

- Restrições de demanda:

$$\sum_{j:(j,i) \in \mathcal{E}} y_{ji} - \sum_{j:(i,j) \in \mathcal{E}} y_{ij} = d_i, \quad \forall i \in \mathcal{C}. \quad (3.19)$$

As igualdades (3.19) impõem que a demanda do cliente i seja atendida.

Para computar a energia total consumida por um veículo, agrupamos os arcos percorridos da seguinte forma:

- arco inicial e arcos interiores: o arco inicial é o primeiro a ser percorrido por um veículo e os arcos interiores são os que não possuem o depósito em nenhuma de suas extremidades. Representados por setas tracejadas na Figura 7;
- arcos de reutilização: são os arcos percorridos por um veículo ao ser reutilizado (entrada e saída do depósito). Representados pelas setas contínuas na Figura 7;
- arco final: é o arco final percorrido pelo veículo, quando este não é mais reutilizado. Representado pela seta pontilhada.

Figura 7 – Rotas $(0 - 1 - 2 - 3 - 0)$, $(0 - 4 - 5 - 6 - 0)$ realizadas por um mesmo veículo ($\sigma_{3,4} = 1$).

Fonte: Elaborada pelo autor na plataforma Lucidchart.

- Restrições de consumo de energia:

Para calcular a energia utilizada nos trechos iniciais e interiores temos as seguintes restrições:

$$f_0 = 0; \quad (3.20)$$

$$f_j \geq f_i + g_{ij}^x x_{ij} + g_{ij}^y y_{ij} - M_1(1 - x_{ij}), \quad \forall (i, j) \in \mathcal{E}, j \neq 0. \quad (3.21)$$

As variáveis f_i representam a energia acumulada utilizada por um veículo ao chegar no ponto i , as constantes g_{ij}^x e g_{ij}^y representam os consumos fixo e variável de energia entre i e j (essas constantes são detalhadas na Seção 3.3.2). B representa a capacidade da bateria. Sem perda de generalidade, a igualdade (3.20) determina que no início da operação os veículos não utilizaram energia, ou seja, estão totalmente carregados. Se o arco (i, j) é utilizado, as restrições (3.21) garantem que a energia consumida para chegar ao ponto j é pelo menos o consumo até o ponto i somada ao consumo no arco em questão. Em (3.21), M_1 é um número suficientemente grande.

Para os trechos de reutilização, as restrições de energia são:

$$f_j \geq f_i + [g_{i0}^x x_{i0} + g_{i0}^y y_{i0}] + [g_{0j}^x x_{0j} + g_{0j}^y y_{0j}] - M_2(1 - \sigma_{ij}), \quad \forall i : (i, 0) \in \mathcal{E}, \forall j : (0, j) \in \mathcal{E}. \quad (3.22)$$

Em (3.22), se houver reutilização do veículo, chegando do cliente i e partindo para um outro cliente j , então o consumo ao chegar em j é pelo menos a energia consumida ao chegar em i somada à energia consumida nos trechos de reutilização. Em (3.22), M_2 é um número suficientemente grande.

Para o trecho final temos:

$$B(z_1^i + z_2^i) \geq f_i + g_{i0}^x x_{i0} + g_{i0}^y y_{i0} - M_3 \left(1 - x_{i0} + \sum_{j: (0, j) \in \mathcal{E}} \sigma_{ij} \right), \quad \forall i : (i, 0) \in \mathcal{E}. \quad (3.23)$$

em que $(z_1^i + z_2^i)$ representa a variação ΔSOC da bateria do veículo se o último cliente a ser atendido por ele é o cliente i . As restrições (3.23) garantem que se um veículo retorna ao depósito e não é reutilizado então a energia total consumida é igual à energia consumida até i mais o que é consumido para retornar ao depósito. M_3 é um número suficientemente grande.

3.2.1 Modelagem Matemática

Consequentemente, o modelo pode ser escrito da seguinte forma:

$$\text{minimizar } \sum_{i \in \mathcal{C}} (c_{el} B(z_1^i + z_2^i) + e_1 z_1^i + e_2 z_2^i) \quad (3.24)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} \sum_{j:(i,j) \in \mathcal{E}} x_{ij} &= 1, & \forall i \in \mathcal{C}; \\ \sum_{j:(i,j) \in \mathcal{E}} x_{ij} - \sum_{j:(j,i) \in \mathcal{E}} x_{ji} &= 0, & \forall i \in \mathcal{V}; \\ \sum_{j:(0,j) \in \mathcal{E}} \sigma_{ij} &\leq x_{i0}, & \forall i : (i,0) \in \mathcal{E}; \\ \sum_{i:(i,0) \in \mathcal{E}} \sigma_{ij} &\leq x_{0j}, & \forall j : (0,j) \in \mathcal{E}; \\ \sum_{j:(0,j) \in \mathcal{E}} x_{0j} - \sum_{\substack{i:(i,0) \in \mathcal{E} \\ j:(0,j) \in \mathcal{E}}} \sigma_{ij} &\leq K; \\ d_j x_{ij} &\leq y_{ij} \leq (Cap - d_i) x_{ij}, & \forall (i,j) \in \mathcal{E}; \\ \sum_{j:(j,i) \in \mathcal{E}} y_{ji} - \sum_{j:(i,j) \in \mathcal{E}} y_{ij} &= d_i, & \forall i \in \mathcal{C}; \\ f_0 &= 0; \\ f_j &\geq f_i + g_{ij}^x x_{ij} + g_{ij}^y y_{ij} - M_1(1 - x_{ij}), & \forall (i,j) \in \mathcal{E}, j \neq 0; \\ f_j &\geq f_i + [g_{i0}^x x_{i0} + g_{i0}^y y_{i0}] + [g_{0j}^x x_{0j} + g_{0j}^y y_{0j}] - M_2(1 - \sigma_{ij}), & \forall i : (i,0) \in \mathcal{E}, \forall j : (0,j) \in \mathcal{E}; \\ B(z_1^i + z_2^i) &\geq f_i + g_{i0}^x x_{i0} + g_{i0}^y y_{i0} - M_3 \left(1 - x_{i0} + \sum_{j:(0,j) \in \mathcal{E}} \sigma_{ij} \right), & \forall i : (i,0) \in \mathcal{E}; \\ x_{ij} &\in \{0, 1\}, & \forall (i,j) \in \mathcal{E}; & (3.25) \\ \sigma_{ij} &\in \{0, 1\}, & \forall (i,j) \in \mathcal{C}; & (3.26) \\ y_{ij} &\geq 0, & \forall (i,j) \in \mathcal{E}; & (3.27) \\ f_i &\geq 0, & \forall i \in \mathcal{V}; & (3.28) \\ 0 &\leq z_1^i \leq \delta, & \forall i \in \mathcal{C}; & (3.29) \\ 0 &\leq z_2^i \leq 1 - \delta, & \forall i \in \mathcal{C}. & (3.30) \end{aligned}$$

Como a formulação anterior, esta também visa minimizar o custo da energia consumida somado aos custos de degradação das baterias (definidos como em (3.8)).

3.3 Experimentos computacionais

Nesta seção, descrevemos os experimentos computacionais realizados para analisar os modelos apresentados nas seções anteriores. Os modelos foram implementados em linguagem de programação Python versão 3.7.3 e os resultados foram obtidos utilizando o *software* de

otimização Gurobi versão 8.1.1. Os testes foram realizados em um computador com processador Intel(R) Core(TM) i7-7700 CPU @ 3.60GHz e 16 GB de memória RAM com o sistema operacional Ubuntu 18.04.1. As instâncias utilizadas são descritas na Seção 3.3.1, enquanto o cálculo para obter o consumo de energia adotado neste trabalho é apresentado na Seção 3.3.2. Por fim, na Seção 3.3.3 apresentamos os resultados obtidos.

3.3.1 Instâncias

As instâncias utilizadas para os testes foram adaptações das instâncias dos conjuntos A e B de Augerat e Christofides (1995). Essas instâncias são nomeadas segundo o padrão “T-nN-kD”, em que T representa o conjunto no qual ela está inserida, N representa o número de clientes incluindo o depósito e D representa o número de veículos disponíveis. No conjunto A de instâncias, os clientes são distribuídos de forma aleatória em uma região quadrada de lado igual a 100 unidades, enquanto em B os clientes são distribuídos formando pequenos agrupamentos. As demandas em ambos os conjuntos são definidas a partir de uma distribuição uniforme entre 1 e 30, porém, no conjunto B alguns clientes têm suas demandas triplicadas. Além disso, a capacidade dos veículos é igual a 100 unidades. Com base em dados de um veículo elétrico, as instâncias de Augerat e Christofides (1995) foram adaptadas. Primeiramente, a região em que os clientes se encontram foi reduzida para um quadrado cujos lados medem 80km, sendo assim, a área da região se aproxima da área total da Região Metropolitana de São Paulo. A capacidade do veículo é de 650kg, sendo assim, multiplicamos as demandas e a capacidade padrão dos veículos por 6,5 kg. Além disso, ao multiplicar as capacidades e demandas por um mesmo fator, mantêm-se as relações entre elas. Por fim, dado um ponto (x, y) na região de operação, consideramos sua elevação igual a $\frac{x}{20}$, para que a possibilidade de haver regeneração de energia seja maior. Na Tabela 5, resumimos os valores atribuídos aos parâmetros utilizados.

Tabela 2 – Valores atribuídos aos parâmetros do problema.

Parâmetro	Descrição	Valor	Fonte
v	Velocidade média	50 km/h	
g	Aceleração da gravidade	$9,81 \text{ m/s}^2$	(GOEKE; SCHNEIDER, 2015)
c_r	Coefficiente de atrito de rolamento	0,01	(GOEKE; SCHNEIDER, 2015)
ρ	Densidade do ar	1,2041	(GOEKE; SCHNEIDER, 2015)
c_a	Coefficiente de resistência aerodinâmica	0,7	(GOEKE; SCHNEIDER, 2015)
A	Área frontal do veículo	$3,912 \text{ m}^2$	(GOEKE; SCHNEIDER, 2015)
m	Massa do veículo	650 kg	
ϕ	Coefficiente de rendimento do motor	1,184692	(GOEKE; SCHNEIDER, 2015)
γ	Coefficiente de rendimento da bateria	1,112434	(GOEKE; SCHNEIDER, 2015)
B	Capacidade das baterias	18 kWh	(GOEKE; SCHNEIDER, 2015)
Cap	Capacidade de carga dos veículos	650 kg	
c_{bat}	Custo médio de uma bateria nova	US\$ 15.000	(SALVAGNI, 2020)
c_{el}	Custo de 1 kWh de energia elétrica	US\$ 0,1106	(GOEKE; SCHNEIDER, 2015)
δ	Variação ΔSOC aceitável	0,5	
M_1	$BigM$ das restrições (3.21)	B	
M_2	$BigM$ das restrições (3.22)	$2B$	
M_3	$BigM$ das restrições (3.23)	B	

3.3.2 Consumo de energia

A seguir, apresentamos um exemplo para o cálculo dos parâmetros de consumo de energia g_{ij}^x e g_{ij}^y utilizados nos modelos. Como dito anteriormente, adotamos o cálculo do consumo conforme descrito por [Goeke e Schneider \(2015\)](#) por sua simplicidade e por ser, como afirmam os autores, uma boa representação do consumo real. Vale ressaltar que os modelos apresentados anteriormente não se restringem a esse cálculo.

O cálculo do consumo de energia pode ser realizado em três passos:

- Passo 1: Calcular a potência mecânica a ser desenvolvida pelo veículo.
- Passo 2: Escrever a potência elétrica em função da potência mecânica, que depende da eficiência do motor.
- Passo 3: Calcular a quantidade de energia utilizada pela bateria, que depende de sua eficiência.

Passo 1: Potência mecânica

A potência mecânica (P_M) é dada em função da força de atrito de rolamento (F_r), da força de resistência aerodinâmica (F_a) e da força gravitacional (F_g):

$$P_M = f(F_r, F_a, F_g).$$

Seja m_t a massa do veículo, g a aceleração da gravidade, c_r o coeficiente de atrito de rolamento (que depende de fatores como os pneus do veículo e da superfície da rua ou estrada por exemplo) e α o ângulo de inclinação da superfície, então a força de atrito de rolamento é dada por:

$$F_r = c_r m_t g \cos(\alpha).$$

A força gravitacional é dada por:

$$F_g = m_t g \sin(\alpha).$$

Sendo v a velocidade do veículo, c_a o coeficiente de resistência aerodinâmica, ρ a densidade do ar e A a área frontal do veículo, a força de resistência do ar é dada por:

$$F_a = \frac{1}{2} \rho A c_a v^2.$$

Considerando a aceleração a do veículo, podemos escrever a potência mecânica da seguinte forma:

$$P_M = \left(m_t a + c_r m_t g \cos(\alpha) + m_t g \sin(\alpha) + \frac{1}{2} \rho A c_a v^2 \right) v.$$

A Figura 8 ilustra a ação das forças de atrito de rolamento, gravitacional e de resistência do ar sobre o veículo.

Figura 8 – Diagrama das forças que influenciam o consumo de energia. À esquerda o caso em que o veículo está subindo ($\alpha \geq 0$) e à direita o caso em que o veículo está descendo ($\alpha \leq 0$).

Fonte: Elaborada pelo autor na plataforma Canva.

Vamos considerar que os veículos operam na mesma velocidade constante em qualquer arco, assim ($a = 0$). Logo, podemos reescrever:

$$P_M = \left(c_r m_t g \cos(\alpha) + m_t g \sin(\alpha) + \frac{1}{2} \rho A c_a v^2 \right) v.$$

ou ainda:

$$P_M = (c_r \cos(\alpha) + \sin(\alpha)) g v m_t + \frac{1}{2} \rho A c_a v^3. \quad (3.31)$$

Passo 2: Potência elétrica

O segundo passo é escrever a potência elétrica (P_E) em função da potência mecânica (P_M). Temos, a partir de uma regressão linear que:

$$P_E = \phi P_M.$$

em que ϕ é o coeficiente de regressão que representa a eficiência do motor.

Passo 3: Energia elétrica utilizada

Em seguida, calculamos a energia utilizada pela bateria:

$$P_B = \gamma P_E.$$

em que γ é o coeficiente de regressão e representa a eficiência da bateria.

Para computar o consumo de energia no grafo que representa o problema, vamos considerar as variáveis x_{ij} e y_{ij} sem perda de generalidade. A massa total do veículo que percorre o arco (i, j) pode ser escrita como a massa do veículo (m) somada à massa da carga transportada (y_{ij}). Então, para computar a parcela do consumo que depende da massa transportada basta substituir m_t por $m + y_{ij}$:

$$P_{ij} = (c_r \cos(\alpha_{ij}) + \sin(\alpha_{ij})) g v (m + y_{ij}) + \frac{1}{2} \rho A c_a v^3.$$

$$P_{ij} = (c_r \cos(\alpha_{ij}) + \sin(\alpha_{ij})) g v y_{ij} + (c_r \cos(\alpha_{ij}) + \sin(\alpha_{ij})) g v m + \frac{1}{2} \rho A c_a v^3.$$

Porém, a potência mecânica só será não nula quando o arco (i, j) é percorrido. Assim, escrevemos:

$$P_{ij} = (c_r \cos(\alpha_{ij}) + \sin(\alpha_{ij})) g v y_{ij} + \left[(c_r \cos(\alpha_{ij}) + \sin(\alpha_{ij})) g v m + \frac{1}{2} \rho A c_a v^3 \right] x_{ij}$$

pois se o arco (i, j) não é utilizado, então x_{ij} e y_{ij} são nulos e, consequentemente, P_{ij} é igual a zero. Por outro lado, se o arco é utilizado a potência mecânica é calculada como em (3.31).

Desta forma, a energia consumida no arco (i, j) é dada por:

$$\phi \gamma t_{ij} P_{ij}$$

em que t_{ij} representa o tempo de percurso entre os clientes i e j .

Além disso, podemos separar o consumo em duas parcelas: consumo fixo, que não depende da massa transportada; e consumo variável, que depende da massa transportada.

O consumo fixo é dado por:

$$g_{ij}^x x_{ij}$$

em que $g_{ij}^x = \phi \gamma t_{ij} [(c_r \cos(\alpha_{ij}) + \sin(\alpha_{ij})) g v m + \frac{1}{2} \rho A c_a v^3]$.

E o consumo variável é dado por:

$$g_{ij}^y y_{ij}$$

em que $g_{ij}^y = \phi \gamma t_{ij} (c_r \cos(\alpha_{ij}) + \sin(\alpha_{ij})) g v$.

Há situações em que a massa das mercadorias é irrelevante quando comparada à massa do veículo, logo, não afeta significativamente o consumo de energia. Para tratar esses casos, basta não considerar o consumo variável, ou seja, tomamos g_{ij}^y igual a zero para todo arco (i, j) .

3.3.3 Testes computacionais

Os resultados mostrados a seguir foram obtidos a partir dos dois modelos resolvidos impondo o tempo limite para cada instância igual a uma hora. Como veremos, o modelo de dois índices obteve limitantes nulos e consequentemente, gaps iguais a 100%. Tais valores são obtidos a partir da relaxação linear das restrições (3.23) em combinação com a função objetivo (3.24). Para evitar esta situação, adicionamos a restrição (3.32) que permite melhorar os limitantes inferiores do problema:

$$\sum_{i \in C} B(z_1^i + z_2^i) \geq \sum_{(i,j) \in \mathcal{E}} (g_{ij}^x x_{ij} + g_{ij}^y y_{ij}). \quad (3.32)$$

A restrição (3.32) reforça o fato de que a energia consumida pela bateria é maior ou igual à energia necessária para completar as rotas. Sendo assim, apresentamos nas Tabelas 3 e 4 o valor da função objetivo para a melhor solução encontrada (FO), o limitante inferior (LI) e o desvio relativo para cada instância ($gap = \frac{FO-LI}{FO}$) utilizando os modelos BO E-VRP 3-índices, BO E-VRP 2-índices e BO E-VRP 2-índices com a restrição (3.32) que chamaremos de BO E-VRP 2-índices*.

Tabela 3 – Comparação das soluções obtidas pelos modelos para o conjunto de instâncias A.

Instância	BO E-VRP 3-índices			BO E-VRP 2-índices			BO E-VRP 2-índices*		
	FO	LI	Gap	FO	LI	Gap	FO	LI	Gap
A-n32-k5	4,20	3,92	0,07	5,48	0,00	1,00	4,43	3,80	0,14
A-n33-k5	3,58	3,39	0,05	4,55	0,00	1,00	3,58	3,58	0,00
A-n33-k6	3,98	3,79	0,05	5,62	0,00	1,00	3,98	3,98	0,00
A-n34-k5	4,20	3,86	0,08	6,58	0,00	1,00	4,20	4,07	0,03
A-n36-k5	4,35	4,05	0,07	7,67	0,00	1,00	4,35	4,23	0,03
A-n37-k5	3,58	3,39	0,06	5,57	0,00	1,00	3,58	3,58	0,00
A-n37-k6	5,23	4,73	0,10	7,85	0,00	1,00	5,12	4,94	0,03
A-n38-k5	3,96	3,63	0,08	6,46	0,00	1,00	3,96	3,84	0,03
A-n39-k5	4,49	4,16	0,07	8,04	0,00	1,00	4,49	4,32	0,04
A-n39-k6	4,55	4,13	0,09	7,22	0,00	1,00	4,47	4,34	0,03
A-n44-k7	5,38	4,76	0,12	8,35	0,00	1,00	5,24	4,94	0,06
A-n45-k6	5,29	4,69	0,11	11,11	0,00	1,00	5,16	4,90	0,05
A-n45-k7	6,49	5,70	0,12	11,06	0,00	1,00	6,17	5,92	0,04
A-n46-k7	5,05	4,63	0,08	9,30	0,00	1,00	4,93	4,81	0,03
A-n48-k7	6,06	5,37	0,11	11,18	0,00	1,00	5,95	5,62	0,06
A-n53-k7	5,63	5,09	0,10	12,29	0,00	1,00	5,59	5,28	0,06
A-n54-k7	6,71	5,84	0,13	13,63	0,00	1,00	6,41	6,03	0,06
A-n55-k9	6,03	5,36	0,11	11,41	0,00	1,00	5,88	5,58	0,05
A-n60-k9	7,80	6,65	0,15	17,14	0,00	1,00	7,45	6,98	0,06
A-n61-k9	5,70	5,21	0,09	13,46	0,00	1,00	5,67	5,37	0,05
A-n62-k8	7,51	6,35	0,15	17,72	0,00	1,00	7,12	6,66	0,06
A-n63-k9	9,10	8,10	0,11	19,93	0,00	1,00	9,17	8,43	0,08
A-n63-k10	7,52	6,44	0,14	17,11	0,00	1,00	7,15	6,78	0,05
A-n64-k9	8,26	6,90	0,16	17,52	0,00	1,00	7,77	7,22	0,07
A-n65-k9	6,91	5,95	0,14	16,46	0,00	1,00	6,50	6,17	0,05
A-n69-k9	6,63	5,67	0,14	15,94	0,00	1,00	6,44	5,95	0,07
A-n80-k10	12,05	8,75	0,27	23,92	0,00	1,00	10,09	9,10	0,10
Média			0,11			1,00			0,05

Tabela 4 – Comparação das soluções obtidas pelos modelos para o conjunto de instâncias B.

Instância	BO E-VRP 3-índices			BO E-VRP 2-índices			BO E-VRP 2-índices*		
	FO	LI	Gap	FO	LI	Gap	FO	LI	Gap
B-n31-k5	3,62	3,51	0,03	4,70	0,00	1,00	3,63	3,38	0,07
B-n34-k5	4,30	4,02	0,07	6,89	0,00	1,00	4,29	4,29	0,00
B-n35-k5	5,16	4,37	0,15	7,84	0,00	1,00	5,16	5,16	0,00
B-n38-k6	4,35	3,70	0,15	7,02	0,00	1,00	4,29	3,97	0,07
B-n39-k5	2,98	2,64	0,11	7,69	0,00	1,00	2,98	2,91	0,02
B-n41-k6	4,55	4,19	0,08	9,07	0,00	1,00	4,61	4,34	0,06
B-n43-k6	4,00	3,61	0,10	6,79	0,00	1,00	4,00	3,77	0,06
B-n44-k7	5,08	4,48	0,12	8,88	0,00	1,00	5,01	4,84	0,03
B-n45-k5	4,06	3,47	0,15	7,04	0,00	1,00	4,00	3,80	0,05
B-n45-k6	3,86	3,45	0,11	6,71	0,00	1,00	3,86	3,55	0,08
B-n50-k7	4,00	3,42	0,15	8,62	0,00	1,00	4,00	3,69	0,08
B-n50-k8	7,38	6,53	0,11	13,14	0,00	1,00	7,21	6,78	0,06
B-n51-k7	5,51	5,05	0,08	12,28	0,00	1,00	5,51	5,51	0,00
B-n52-k7	4,13	3,50	0,15	9,96	0,00	1,00	4,06	3,80	0,06
B-n56-k7	3,97	3,13	0,21	9,78	0,00	1,00	3,85	3,39	0,12
B-n57-k7	6,29	5,83	0,07	14,31	0,00	1,00	6,25	5,94	0,05
B-n57-k9	9,48	7,91	0,16	16,98	0,00	1,00	8,89	8,49	0,04
B-n63-k10	8,52	7,48	0,12	16,55	0,00	1,00	8,35	7,78	0,07
B-n64-k9	4,99	4,11	0,18	12,89	0,00	1,00	4,86	4,48	0,08
B-n66-k9	7,86	6,37	0,19	18,29	0,00	1,00	7,41	6,79	0,08
B-n67-k10	5,91	5,11	0,14	16,27	0,00	1,00	5,82	5,27	0,09
B-n68-k9	7,78	6,05	0,22	17,02	0,00	1,00	7,03	6,35	0,10
B-n78-k10	7,44	5,94	0,20	19,87	0,00	1,00	6,88	6,18	0,10
Média	0,14			1,00			0,06		

Quando adicionamos a restrição (3.32) ao modelo BO E-VRP 2-índices obtemos melhores limitantes inferiores, os quais ficam melhores que os limitantes do modelo BO E-VRP 3-índices para todas as instâncias, exceto as duas primeiras de cada conjunto. Além disso, a nova restrição influencia positivamente na qualidade das soluções encontradas. Consequentemente, obtém soluções melhores com menores gaps. Também podemos observar que em alguns casos o modelo BO E-VRP 3-índices encontra a mesma solução que o BO E-VRP 2-índices*, mas seu limitante é de pior qualidade. Em geral, o modelo BO E-VRP 2-índices* encontrou soluções muito próximas do limitante inferior, enquanto as soluções encontradas pelos outros dois modelos são piores e com gaps maiores.

Quanto a vida útil das baterias, vamos analisar a instância A-n80-k10. A Figura 9 ilustra a solução encontrada pelo modelo BO E-VRP 2-índices*. Nessa solução, os dez veículos são utilizados com variação ΔSOC entre 2 e 13% para realizar onze viagens. O custo da energia consumida é de 5,65 e o custo total 10,09. Nas instâncias originais de [Augerat e Christofides \(1995\)](#), o vértice 1 representa o depósito e, sendo assim, seguimos essa notação nas figuras a seguir.

Figura 9 – Solução da instância A-n80-k10 adaptada encontrada utilizando o modelo 2-índices*.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Agora vamos considerar uma solução para a mesma instância caso não levássemos em consideração o envelhecimento das baterias. Nessa outra solução, apenas um veículo é utilizado para realizar as mesmas viagens. A variação ΔSOC deste veículo será igual a 59,04%. Como a configuração das viagens é a mesma, o custo da energia consumida nesta solução também é de 5,65, porém o custo total seria de 10,60 se considerássemos o envelhecimento das baterias. Se considerarmos que essa operação é realizada todos os dias nas 15 regiões metropolitanas do Brasil, temos uma economia de 53,76 por semana, ou seja, em um ano a economia seria de 2.803,20. Como os custos de envelhecimento foram calculados para uma bateria que custa 15.000,00, concluímos que, em pouco mais de cinco anos, uma bateria, em média, deixaria de ser descartada. Para uma empresa de grande porte, essa economia não é muito grande. Por outro lado, se pensarmos na quantidade de empresas com potencial para utilizar VEs para entregas e cada uma delas levar em consideração a vida útil das baterias para que sejam prolongadas, no total, não teríamos uma quantidade muito grande de lixo eletrônico gerado. Ou seja, além da redução do custo, reduziríamos o dano ambiental causado pelo descarte de baterias.

ALGORITMO MEMÉTICO

Nesta seção, descrevemos um Algoritmo Memético (AM) desenvolvido para o problema com o intuito de possuir um método de solução alternativo aos modelos. Na literatura, os AMs também são chamados de Algoritmos Genéticos Híbridos por alguns autores ([MOSCATO; COTTA, 2003](#)).

O AM que desenvolvemos a seguir é fortemente baseado nos algoritmos de [Prins \(2004\)](#), [Prins \(2009\)](#) e [Vidal *et al.* \(2013b\)](#). Suas três principais características são:

- capacidade de exploração dos Algoritmos Genéticos (AG);
- procedimentos de melhoria utilizando buscas locais;
- controle da diversidade populacional.

A seguir, apresentamos um algoritmo resumido do método desenvolvido.

Algoritmo 1 – Algoritmo Memético para o BO E-VRP

Inicializa população de tamanho $TamMin$;

enquanto *tempo limite não foi atingido* **faça**

 Seleção de dois indivíduos p_1 e p_2 da população;

 Cruzamento dos dois indivíduos p_1 e p_2 gerando os indivíduos f_1 e f_2 ;

 Educação 1 - movimento na mesma viagem - Aplicação de uma busca local em f_1 e f_2 com probabilidade p ;

 Educação 2 - movimento em viagens distintas - Aplicação de uma busca local em f_1 e f_2 com probabilidade p^* ;

 Inserção de f_1 e f_2 na população;

se *tamanho da população* $\geq TamMax$ **então**

 | Seleção de sobreviventes para a próxima geração.

fim

se *não houve melhoria nas últimas iterações* **então**

 | Diversificação da população.

fim

fim

Resultado: o melhor indivíduo da população.

O primeiro passo do algoritmo é gerar uma população inicial de tamanho $TamMin$. Após isso, a cada iteração, são escolhidos dois indivíduos da população pelo método de torneio. Estes são cruzados para gerar dois novos indivíduos. O método utilizado para o cruzamento é o *Order Crossover* (OX). Há probabilidades p e p^* de os novos indivíduos serem educados, para então serem inseridos na população.

Sempre que o tamanho da população atingir o tamanho máximo $TamMax$, descartamos os piores indivíduos iterativamente, começando pelos clones, até que a população tenha tamanho $TamMin$. Por fim, se não houver melhoria do melhor indivíduo da população por muitas gerações, diversificamos a população, ou seja, descartamos os piores indivíduos até que o tamanho da população seja $\frac{1}{3}TamMin$ e então, inserimos novos indivíduos gerados aleatoriamente e educados com probabilidades p e p^* até que a população tenha tamanho $TamMin$.

4.1 Representação e geração dos indivíduos

Uma solução para o BO E-VRP pode ser vista como uma sequência de visitas aos clientes. Logo, para gerar a população inicial, geramos permutações aleatórias dos nós que representam os clientes. A Figura 10 ilustra uma sequência para uma problema com cinco clientes.

Figura 10 – Representação das viagens como uma sequência sem as ocorrências do depósito.

1	5	3	2	4
---	---	---	---	---

Fonte: Elaborada pelo autor.

4.2 Fitness dos indivíduos

É muito comum, em AMs, que a *fitness* dos indivíduos seja igual ao seu custo quanto à função objetivo. Porém, é sempre interessante gerar populações com diversidade razoável. Com esse objetivo, e baseado em Vidal *et al.* (2013a), definimos a *fitness* (4.1) de um indivíduo levando em consideração não só seu custo, mas também seu nível de semelhança com relação ao restante da população.

$$fit_i = rC(i) + P rD(i). \quad (4.1)$$

em que $rC(i)$ é o *rank* do indivíduo i na população quanto à função objetivo, $rD(i)$ é o *rank* com relação à diversidade e, $0 \leq P \leq 1$ é um parâmetro que define o impacto da diversidade na *fitness* da população.

4.2.1 Cálculo do custo

Para calcular o custo de uma solução, precisamos delimitar as viagens, ou seja, saber o primeiro e o último cliente de cada uma. Para isso, adaptamos o procedimento *Split* de Prins (2004) que é baseado no problema de caminho mínimo. O algoritmo gera um grafo que representa todas as possíveis combinações de viagens contidas em uma sequência e então encontra a combinação de custo mínimo. Como o custo das viagens é obtido a partir do consumo de energia, que por sua vez, depende da massa transportada pelo veículo, adaptamos o algoritmo para que o grafo gerado considere tais informações. A Figura 11 ilustra um problema com cinco clientes a serem atendidos por veículos cuja capacidade é 10 kg. Por simplicidade e sem perda de generalidade, consideramos que o único fator que influencia no consumo de energia é a massa transportada, portanto, $g_{ij}^x = g_{ji}^x$ e $g_{ij}^y = g_{ji}^y$. Os coeficientes de consumo fixo ($g_{i,j}^x$) e de consumo variável ($g_{i,j}^y$) estão representados entre colchetes.

Suponhamos que um veículo saia do depósito para atender o cliente 1 e em seguida o cliente 5 e volte ao depósito, então o consumo de energia nessa viagem será:

$$Cons_{(0-1-5-0)} = (g_{0,1}^x + g_{0,1}^y m_{0,1}) + (g_{1,5}^x + g_{1,5}^y m_{1,5}) + (g_{5,0}^x + g_{5,0}^y m_{5,0}).$$

Figura 11 – Exemplo com cinco clientes (demandas entre parênteses) e capacidade igual a 10 kg.

Fonte: Adaptado de Prins (2004).

Logo,

$$Cons_{(0-1-5-0)} = [25 + 1(6 + 3)] + [3 + 1(3)] + [19 + 3(0)] = 59.$$

Ressaltamos que os valores dos coeficientes de consumo são fictícios e são utilizados apenas para exemplificar o algoritmo *Split*.

Ao aplicarmos o algoritmo na sequência da Figura 10, obtemos o grafo da Figura 12 em que representamos somente os arcos factíveis, ou seja, que respeitam tanto a capacidade dos veículos quanto das baterias. Cada arco (i, j) representa o consumo de energia na viagem $(0 - prox(i) - j - 0)$, onde $prox(i)$ é o cliente que aparece imediatamente após i na sequência utilizada. Por exemplo, o arco $(0, 3)$ representa o consumo na viagem $(0-1-5-3-0)$.

Figura 12 – Grafo gerado pelo procedimento *Split*.

Fonte: Elaborada pelo autor na plataforma Lucidchart.

Após gerar o grafo, basta encontrar o caminho de menor custo entre 0 e o último cliente da sequência. No exemplo acima, o caminho de menor custo é o caminho formado pelos arcos (0,3) e (3,4) cujo custo é 125. As viagens resultantes são ilustradas na Figura 13.

Figura 13 – Divisão das viagens a partir do procedimento *Split*.

Fonte: Elaborada pelo autor na plataforma Lucidchart.

4.2.1.1 Atribuição das viagens aos veículos

Como permitimos que os veículos realizem múltiplas viagens, é necessário que as viagens sejam agrupadas de modo que cada agrupamento seja a rota a ser realizada por um veículo. Para obter esse agrupamento utilizamos o Algoritmo 2. O algoritmo consiste em designar a viagem com maior consumo que ainda não pertence a nenhuma rota ao veículo com menor consumo até o momento.

Algoritmo 2 – Algoritmo guloso para agrupamento das viagens

T = Viagens a serem agrupadas em ordem decrescente pelo consumo de energia;

C = Consumo de energia das viagens a serem agrupadas;

V = Veículos disponíveis;

R = Rotas dos veículos (inicialmente vazio);

$Cons$ = Consumo dos veículos (inicialmente nulo para todo veículo);

enquanto $T \neq \text{vazio}$ **faça**

 Escolha T_0 , a viagem com maior consumo que ainda não foi agrupada;

 Escolha o veículo V_i com o menor consumo (consequentemente, o menor custo de envelhecimento);

 Adicione a viagem V_0 à rota R_i ;

 Atualize o consumo do veículo $Cons_i \leftarrow Cons_i + C_0$;

 Remova T_0 de T ;

 Remova C_0 de C ;

fim

Resultado: Rotas dos veículos e seu consumo de energia.

4.2.2 Cálculo da diversidade

Para definir quanto cada indivíduo contribui para a diversidade de população, utilizamos o método conhecido como *broken pairs distance*, proposto por [Prins \(2009\)](#), que compara o número de arcos não semelhantes entre indivíduos. Como citado por [Vidal et al. \(2013b\)](#), uma outra forma possível para definir a diversidade é a distância de Hamming. A Figura 14 apresenta dois cromossomos que representam a solução do problema em um contexto em que há 9 clientes.

Figura 14 – Cromossomos que representam a solução do problema em um contexto havendo 9 clientes.

9	3	6	2	8	7	5	1	4
4	9	3	6	2	8	7	5	1

Fonte: Elaborada pelo autor na plataforma Lucidchart.

Se utilizássemos a distância de Hamming para determinar a diversidade da população, teríamos o grau de diversidade entre esse dois cromossomos igual a 9, que é o número de visitas que não estão na mesma posição em ambos os indivíduos. Porém, podemos observar que esses cromossomos têm muitas semelhanças entre si, a única diferença é que trocamos a posição do cliente 4 de um para o outro. Logo, o grau de diversidade entre eles deveria ser menor. Utilizando o método *broken pairs distance*, obtemos o grau de diversidade igual a 1 pois só há um arco que difere os indivíduos: (1,4) no primeiro ou (4,9) no segundo. Ressaltamos que para esse cálculo, não consideramos os delimitadores de viagens.

4.3 Seleção de indivíduos para reprodução

A seleção de indivíduos para reprodução é realizada por meio de dois torneios. O primeiro torneio é realizado selecionando aleatoriamente 5% da população, e em seguida, escolhemos o melhor indivíduo dentre os selecionados para ser um dos pais. O segundo torneio é realizado analogamente para escolher o segundo indivíduo pai. A Figura 15 ilustra a seleção de um indivíduo em uma população de tamanho igual a 60. Cada retângulo representa um indivíduo da população. No interior dos retângulos estão representadas a identificação do indivíduo e sua *fitness*, por exemplo, o indivíduo 1 tem *fitness* igual a 1,5.

Figura 15 – Torneio para seleção de um indivíduo para reprodução.

Fonte: Elaborada pelo autor na plataforma Lucidchart.

4.4 Reprodução

Inicializada a população, é necessário atualizá-la para dar origem a novas gerações. Um dos operadores utilizados para a atualização da população é o operador de reprodução. O operador de reprodução utilizado é o operador da literatura conhecido como *Order Crossover* (OX). Esse operador constrói um cromossomo filho que herda uma subsequência de um dos cromossomos pais e mantém a ordem relativa do outro. Por exemplo, vamos considerar dois cromossomos pais $p_1 = (1, 3, 5, 7, 2, 4, 6, 8)$ e $p_2 = (8, 7, 6, 4, 5, 1, 3, 2)$. Em seguida, selecionamos uma subsequência de cada pai, ambas com mesmo tamanho. Então, os filhos f_1 e f_2 herdam essas subsequências, como mostra a Figura 16.

Figura 16 – Herança das subsequências.

Fonte: Elaborada pelo autor na plataforma Lucidchart.

Sem perda de generalidade, para completar o filho f_1 , consideramos a sequência de p_2 com início após a subsequência selecionada, ou seja, (1,3,2,8,7,6,4,5) e então removemos os clientes que já estão representados em f_1 obtendo (1,3,8,6,4). Feito isso, indexamos a sequência obtida ao final da subsequência herdada por f_1 , como mostra a Figura 17.

Figura 17 – Construção dos filhos f_1 e f_2 .

Fonte: Elaborada pelo autor na plataforma Lucidchart.

4.5 Educação

Um outro operador utilizado para atualizar a população é o operador de mutação que consiste em alterar um cromossomo já existente. Essa alteração, pode tanto melhorar quanto piorar sua qualidade. No nosso caso, o operador de mutação é aplicado enquanto houver melhoria da qualidade do cromossomo em questão, chamado na literatura de operador de educação. Dada uma sequência com os delimitadores de viagens (obtidos pelo procedimento de *Split* da Seção 4.1), aplicamos um algoritmo de busca local. Nesse método, utilizamos dois tipos de vizinhança: 2-opt e *CROSS-exchange*.

Quando um novo indivíduo é gerado, há probabilidade p que ele seja educado utilizando a vizinhança do tipo 2-opt e p^* de que se utilize vizinhança do tipo *CROSS*. Sendo assim, pode haver indivíduos que passam por duas, uma ou nenhuma busca local, ou seja, procedimentos de educação.

4.5.1 2-opt

Vizinhanças do tipo 2-opt consistem basicamente em remover os cruzamentos de uma viagem. Para isso, removem-se dois arcos e os insere novamente em outra posição. No caso do BO E-VRP, pode haver casos em que um cruzamento é a melhor opção, uma vez que a desigualdade triangular não é satisfeita. Sendo assim, cruzamentos podem também ser adicionados. Esse tipo de vizinhança tem como objetivo encontrar a melhor configuração de cada viagem. A Figura 18 ilustra um elemento da vizinhança obtida a partir de uma viagem.

Figura 18 – Novo indivíduo obtido a partir da substituição dos dois arcos originais de uma viagem por dois novos.

Fonte: Elaborada pelo autor na plataforma Lucidchart.

4.5.2 CROSS

Como as vizinhanças do tipo 2-opt, as vizinhanças do tipo *CROSS-exchange* também consistem em remover e inserir arcos. São escolhidas duas viagens v_1 e v_2 , e então removem-se dois arcos de cada uma delas. Assim, cada viagem é quebrada em três sequências de visitas. Então, novos arcos são inseridos, trocando as sequências “soltas” s_1 e s_2 de cada viagem. A Figura 19 ilustra um indivíduo obtido a partir dessa vizinhança.

Figura 19 – Indivíduo antes e depois de uma iteração da busca local utilizando a vizinhança *CROSS*.

Fonte: Elaborada pelo autor na plataforma Lucidchart.

4.6 Operadores de diversificação

Com o objetivo de manter a população com um nível razoável de diversidade, incluímos no AM operadores comumente chamados na literatura de operadores de diversificação ou operadores de sobrevivência. Esses operadores consistem em descartar uma parte da população e/ou substituí-la por novos indivíduos. Neste trabalho, temos basicamente dois desses operadores que foram fortemente baseados em [Vidal et al. \(2013b\)](#):

- o primeiro é utilizado quando a população atinge o tamanho máximo definido *TamMax*. Este operador descarta iterativamente os $TamMax - TamMin$ piores indivíduos (com pior *fitness*) da população, que passará a ter o tamanho mínimo *TamMin* previamente definido. Esta ação também é chamada por alguns autores de genocídio.
- o segundo operador de sobrevivência é utilizado quando após um número *It* de iterações do AM não há melhoria na melhor solução. Este operador descarta iterativamente os piores indivíduos até que a população tenha $\frac{1}{3}TamMin$ indivíduos. Após isso, são inseridos novos indivíduos gerados aleatoriamente até que a população atinja o tamanho mínimo *TamMin*. De acordo com [Vidal et al. \(2013b\)](#), esse é um método de renovação do material genético.

4.7 Experimentos Computacionais

O AM foi implementado em linguagem de programação Python versão 3.7.3. Os testes também foram realizados em um computador com processador Intel(R) Core(TM) i7-7700 CPU @ 3.60GHz e 16 GB de memória RAM com o sistema operacional Ubuntu 18.04.1. Vale ressaltar que os experimentos realizados para validar o método heurístico proposto foram realizados no mesmo computador citado na Seção 3.3, utilizando as mesmas instâncias adaptadas de [Augerat e Christofides \(1995\)](#). Na Tabela 5, apresentamos os valores atribuídos aos parâmetros do AM que foram calibrados com o auxílio da biblioteca *irace* (ver [López-Ibáñez et al. \(2016\)](#)) em

linguagem R. Ressaltamos que o tempo limite para o processo de calibração foi definido como 5 dias (432.000 segundos).

Tabela 5 – Valores atribuídos aos parâmetros do AM.

Parâmetro	Descrição	Valor	Fonte
p	Probabilidade de um novo indivíduo ser “educado” segundo a vizinhança 2-opt	0,6	irace
p^*	Probabilidade de um novo indivíduo ser “educado” segundo a vizinhança <i>Cross</i>	0,4	irace
It	Número de iterações utilizado pelo operador de sobrevivência	700	irace
$TamMax$	Tamanho máximo da população	65	Vidal <i>et al.</i> (2013b)
$TamMin$	Tamanho mínimo da população	25	Vidal <i>et al.</i> (2013b)
T_{exec}	Tempo de execução do algoritmo	1800 s	Vidal <i>et al.</i> (2013b)

Por possuir elementos aleatórios, o AM foi executado 5 vezes para cada instância. Nas Tabelas 6 e 7, mostramos o maior e o menor valor da função objetivo para cada execução e a média e a variância dos valores. Além disso, apresentamos os valores da solução encontrada pelo modelo BO E-VRP 2-índices* para efeitos de comparação, além do desvio de otimalidade do modelo. Por fim, na última coluna, apresentamos o desvio entre a solução do AM e a solução do modelo ($Gap_{(modelo, AM)} = \frac{solAM - FO_{modelo}}{FO_{modelo}}$, onde $solAM$ é a média das soluções encontradas pelo AM e FO_{modelo} é a melhor solução encontrada ao resolvermos as instâncias de acordo com o modelo BO E-VRP 2-índices*).

Tabela 6 – Comparação das soluções obtidas pelo AM e pelo modelo 2-índices* para o conjunto de instâncias A.

Instância	AM				BO E-VRP 2-índices*			
	Menor	Maior	Média	Variância	LI	FO	Gap	Gap _(modelo, AM)
A-n32-k5	4,20	4,20	4,20	0,00	3,80	4,43	0,07	-0,05
A-n33-k5	3,58	3,59	3,58	< 0,01	3,58	3,58	0,05	0,00
A-n33-k6	3,98	3,98	3,98	0,00	3,98	3,98	0,05	0,00
A-n34-k5	4,20	4,20	4,20	0,00	4,07	4,20	0,08	0,00
A-n36-k5	4,35	4,35	4,35	0,00	4,23	4,35	0,07	0,00
A-n37-k5	3,58	3,58	3,58	0,00	3,58	3,58	0,06	0,00
A-n37-k6	5,11	5,12	5,11	< 0,01	4,94	5,12	0,10	0,00
A-n38-k5	3,96	3,96	3,96	0,00	3,84	3,96	0,08	0,00
A-n39-k5	4,48	4,48	4,48	0,00	4,32	4,49	0,07	0,00
A-n39-k6	4,47	4,48	4,47	< 0,01	4,34	4,47	0,09	0,00
A-n44-k7	5,07	5,10	5,08	< 0,01	4,94	5,24	0,12	-0,03
A-n45-k6	5,14	5,16	5,16	< 0,01	4,90	5,16	0,11	0,00
A-n45-k7	6,17	6,20	6,17	< 0,01	5,92	6,17	0,12	0,00
A-n46-k7	4,93	4,93	4,93	0,00	4,81	4,93	0,08	0,00
A-n48-k7	5,84	5,89	5,87	< 0,01	5,62	5,95	0,11	-0,01
A-n53-k7	5,49	5,57	5,54	< 0,01	5,28	5,59	0,10	-0,01
A-n54-k7	6,36	6,38	6,37	< 0,01	6,03	6,41	0,13	-0,01
A-n55-k9	5,86	5,87	5,86	< 0,01	5,58	5,88	0,11	0,00
A-n60-k9	7,38	7,39	7,39	< 0,01	6,98	7,45	0,15	-0,01
A-n61-k9	5,63	5,66	5,64	< 0,01	5,37	5,67	0,09	-0,01
A-n62-k8	7,12	7,12	7,12	0,00	6,66	7,12	0,15	0,00
A-n63-k9	8,86	8,93	8,88	< 0,01	8,43	9,17	0,11	-0,03
A-n63-k10	7,10	7,12	7,10	< 0,01	6,78	7,15	0,14	-0,01
A-n64-k9	7,60	7,70	7,63	< 0,01	7,22	7,77	0,16	-0,02
A-n65-k9	6,44	6,49	6,46	< 0,01	6,17	6,50	0,14	-0,01
A-n69-k9	6,30	6,33	6,32	< 0,01	5,95	6,44	0,14	-0,02
A-n80-k10	9,64	9,98	9,78	0,01	9,10	10,09	0,27	-0,03
Média				0,0006				-0,01

Tabela 7 – Comparação das soluções obtidas pelo AM e pelo modelo 2-índices* para o conjunto de instâncias B.

Instância	AM				BO E-VRP 2-índices*			
	Menor	Maior	Média	Variância	LI	FO	Gap	Gap _(modelo, AM)
B-n31-k5	3,61	3,61	3,61	0,00	3,38	3,63	0,03	-0,01
B-n34-k5	4,29	4,29	4,29	0,00	4,29	4,29	0,07	0,00
B-n35-k5	5,16	5,16	5,16	0,00	5,16	5,16	0,15	0,00
B-n38-k6	4,29	4,29	4,29	0,00	3,97	4,29	0,15	0,00
B-n39-k5	2,98	2,98	2,98	0,00	2,91	2,98	0,11	0,00
B-n41-k6	4,55	4,55	4,55	0,00	4,34	4,61	0,08	-0,01
B-n43-k6	4,00	4,00	4,00	0,00	3,77	4,00	0,10	0,00
B-n44-k7	5,01	5,01	5,01	0,00	4,84	5,01	0,12	0,00
B-n45-k5	4,00	4,00	4,00	0,00	3,80	4,00	0,15	0,00
B-n45-k6	3,74	3,90	3,84	< 0,01	3,55	3,86	0,11	0,00
B-n50-k7	4,00	4,00	4,00	0,00	3,69	4,00	0,15	0,00
B-n50-k8	7,18	7,20	7,18	< 0,01	6,78	7,21	0,11	0,00
B-n51-k7	5,51	5,51	5,51	0,00	5,51	5,51	0,08	0,00
B-n52-k7	4,05	4,06	4,05	0,00	3,80	4,06	0,15	0,00
B-n56-k7	3,83	3,84	3,83	< 0,01	3,39	3,85	0,21	-0,01
B-n57-k7	6,25	6,25	6,25	0,00	5,94	6,25	0,07	0,00
B-n57-k9	8,77	8,82	8,78	< 0,01	8,49	8,89	0,16	0,00
B-n63-k10	8,32	8,32	8,32	0,00	7,78	8,35	0,12	0,00
B-n64-k9	4,74	4,75	4,74	< 0,01	4,48	4,86	0,18	-0,02
B-n66-k9	7,21	7,27	7,23	< 0,01	6,79	7,41	0,19	-0,03
B-n67-k10	5,62	5,71	5,65	< 0,01	5,27	5,82	0,14	-0,03
B-n68-k9	6,99	7,01	6,99	< 0,01	6,35	7,03	0,22	-0,01
B-n78-k10	6,70	6,79	6,72	< 0,01	6,18	6,88	0,20	-0,03
Média				0,0003				-0,01

Analisando os resultados obtidos, podemos afirmar que o método é robusto para o conjunto de instâncias utilizado, pois a variância das soluções encontradas é baixa, menor ou igual a 0,01 para todas elas, além de a média ser de aproximadamente 0,0006 e 0,0003 para os conjuntos A e B, respectivamente. Também podemos observar que a média das soluções obtidas pelo AM têm custos iguais ou menores que as soluções encontradas pelo modelo, tanto para o conjunto de instâncias A quanto para o conjunto B, sendo, em média, 1% melhor nos dois conjuntos. Além disso, podemos afirmar que o AM encontrou a solução ótima para seis instâncias, sendo três do conjunto A, e três do conjunto B. Vale ressaltar também que com a utilização do AM, na grande maioria das vezes, encontramos soluções de qualidade igual ou superior do que quando utilizamos o modelo.

Uma outra vantagem de se utilizar o AM é que o tempo de execução é menor, correspondendo a metade do tempo de execução do modelo. Sendo assim, temos um método alternativo ao modelo de mesma qualidade que consome menos tempo e é independente de *softwares* comerciais.

CONCLUSÕES

É cada vez mais nítida a preocupação de autoridades internacionais com o meio ambiente. Um dos principais temas discutidos na atualidade é o aquecimento global causado pela destruição da camada de Ozônio. Essa destruição é consequência da emissão de gases poluentes na atmosfera. Além de emitir tais gases em grande escala, o setor de transportes também produz poluição sonora e está sujeito a congestionamentos nas cidades. Pensando nisso, este trabalho de mestrado teve como objetivo o estudo de uma nova variante do VRP, na qual há utilização de veículos elétricos para entrega de mercadorias em centros urbanos. Os objetivos são reduzir os custos provenientes da energia consumida e prolongar a vida útil das baterias utilizadas pelos veículos, que ao final de sua vida viram lixo eletrônico.

Inicialmente, foram propostos dois modelos matemáticos para uma abordagem exata do problema. Foi realizado um estudo para definir o custo de utilização das baterias, o qual foi minimizado como uma tentativa de prolongar a vida da bateria. Após a realização de testes computacionais, viu-se a oportunidade de se desenvolver um método heurístico para o problema, como uma segunda opção mais rápida e que retornasse soluções possivelmente melhores. Com base nisso, desenvolvemos um Algoritmo Memético baseado na literatura recente para o problema e obtivemos melhorias nas soluções encontradas pelos modelos.

Podemos concluir que essa abordagem do problema nos ajuda a diminuir o lixo eletrônico gerado ao longo do tempo, diminuindo também os custos operacionais quando se utilizam veículos elétricos. Como pesquisas futuras destacamos três pontos:

- considerar que a estrutura de recarregamento das baterias dos veículos é limitada, o que pode limitar o número de veículos que são carregados à noite. Assim, no início de cada dia, pode haver veículos que não estão totalmente carregados;
- considerar um planejamento de uso semanal ou mensal dos veículos;

- considerar a possibilidade de recargas rápidas. Segundo [Pelletier, Jabali e Laporte \(2016\)](#), esse tipo de recarga é prejudicial à saúde das baterias, porém para frotas com poucos veículos e estrutura limitada para o recarregamento, essa opção passa a ser necessária.

REFERÊNCIAS

- ABOUSLEIMAN, R.; RAWASHDEH, O.; BOIMER, R. Electric vehicles energy efficient routing using ant colony optimization. **SAE International Journal of Alternative Powertrains**, v. 6, p. 1–14, 2017. Citado nas páginas 28 e 30.
- ARSLAN, O.; YILDIZ, B.; KARAŞAN, O. E. Minimum cost path problem for plug-in hybrid electric vehicles. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, Elsevier, v. 80, p. 123–141, 2015. Citado nas páginas 23, 26, 27, 28, 30, 33 e 34.
- AUGERAT, P.; CHRISTOFIDES, E. **VRP problem instances**. 1995. Citado nas páginas 40, 46 e 58.
- BARCO, J.; GUERRA, A.; MUÑOZ, L.; QUIJANO, N. Optimal routing and scheduling of charge for electric vehicles: A case study. **Mathematical Problems in Engineering**, Hindawi, v. 2017, 2017. 16 pages. Disponível em: <<https://doi.org/10.1155/2017/8509783>>. Citado nas páginas 23, 29 e 30.
- BARRÉ, A.; DEGUILHEM, B.; GROLLEAU, S.; GÉRARD, M.; SUARD, F.; RIU, D. A review on lithium-ion battery ageing mechanisms and estimations for automotive applications. **Journal of Power Sources**, Elsevier, v. 241, p. 680–689, 2013. Citado nas páginas 23 e 26.
- COCA-COLA. **Coca-Cola's New All-Electric Trucks**. 2011. Acessado: 04/06/2018. Disponível em: <<http://www.coca-colacompany.com/press-center/press-releases/coca-colas-new-all-electric-trucks>>. Citado na página 22.
- DORLING, K.; HEINRICHS, J.; MESSIER, G. G.; MAGIEROWSKI, S. Vehicle routing problems for drone delivery. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems**, IEEE, v. 47, p. 70–85, 2017. Citado nas páginas 31 e 36.
- EBC. **Emissão de gases do efeito estufa sobe 3,5% no país**. 2016. Acessado: 12/11/2017. Disponível em: <<http://agenciabrasil.ebc.com.br/geral/noticia/2016-10/emissoes-de-gases-estufa-crescem-35-no-brasil-desmatamento-e-responsavel>>. Citado na página 21.
- ERDOĞAN, S.; MILLER-HOOKS, E. A green vehicle routing problem. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, Elsevier, v. 48, p. 100–114, 2012. Citado na página 22.
- GARDINER, J. The rise of electric cars could leave us with a big battery waste problem. **The Guardian**, 2017. Acessado: 04/06/2018. Disponível em: <<https://www.theguardian.com/sustainable-business/2017/aug/10/electric-cars-big-battery-waste-problem-lithium-recycling>>. Citado na página 23.
- GOEKE, D.; SCHNEIDER, M. Routing a mixed fleet of electric and conventional vehicles. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 245, p. 81–99, 2015. Citado nas páginas 29, 30, 31, 40 e 41.

- HOKE, A.; BRISSETTE, A.; MAKSIMOVIĆ, D.; PRATT, A.; SMITH, K. Electric vehicle charge optimization including effects of lithium-ion battery degradation. In: IEEE. **2011 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference**. [S.l.], 2011. p. 1–8. Citado na página 34.
- KANTOROVICH, L. V. Mathematical methods of organizing and planning production. **Management science**, Inform, v. 6, p. 366–422, 1960. Citado na página 25.
- LAPORTE, G. Fifty years of vehicle routing. **Transportation Science**, INFORMS, v. 43, p. 408–416, 2009. Citado na página 25.
- LIN, J.; ZHOU, W.; WOLFSON, O. Electric vehicle routing problem. **Transportation Research Procedia**, Elsevier, v. 12, p. 508–521, 2016. Citado nas páginas 29 e 30.
- LÓPEZ-IBÁÑEZ, M.; DUBOIS-LACOSTE, J.; CÁCERES, L. P.; BIRATTARI, M.; STÜTZLE, T. The irace package: Iterated racing for automatic algorithm configuration. **Operations Research Perspectives**, Elsevier, v. 3, p. 43–58, 2016. Citado na página 58.
- MONTOYA, A.; GUÉRET, C.; MENDOZA, J. E.; VILLEGAS, J. G. The electric vehicle routing problem with nonlinear charging function. **Transportation Research Part B: Methodological**, Elsevier, v. 103, p. 87–110, 2017. Citado na página 25.
- MOSCATO, P.; COTTA, C. A gentle introduction to memetic algorithms. In: **Handbook of metaheuristics**. [S.l.]: Springer, 2003. p. 105–144. Citado na página 49.
- MURAKAMI, K. A new model and approach to electric and diesel-powered vehicle routing. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, Elsevier, v. 107, p. 23–37, 2017. Citado nas páginas 29 e 30.
- ONU. **Relatório da ONU mostra formas de gerar investimentos para ação climática nas cidades**. 2016. Acessado: 27/06/2016. Disponível em: <<https://nacoesunidas.org/relatorio-da-onu-mostra-formas-de-gerar-investimentos-para-acao-climatica-nas-cidades/>>. Citado na página 22.
- PELLETIER, S.; JABALI, O.; LAPORTE, G. 50th anniversary invited article—goods distribution with electric vehicles: Review and research perspectives. **Transportation Science**, v. 50, p. 3–22, 2016. Citado nas páginas 23, 26, 28 e 64.
- PRINS, C. A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem. **Computers & Operations Research**, Elsevier, v. 31, p. 1985–2002, 2004. Citado nas páginas 49, 51 e 52.
- _____. Two memetic algorithms for heterogeneous fleet vehicle routing problems. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, Elsevier, v. 22, p. 916–928, 2009. Citado nas páginas 49 e 54.
- RANIERI, L.; DIGIESI, S.; SILVESTRI, B.; ROCCOTELLI, M. A review of last mile logistics innovations in an externalities cost reduction vision. **Sustainability**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 10, p. 782, 2018. Citado na página 22.
- RENAULT. **Coca-Cola utilizará Renault Kangoo 100% Elétrico em Curitiba**. 2015. Acessado: 04/06/2018. Disponível em: <<http://www.imprensa.renault.com.br/release/item/coca-cola-utilizara-renault-kangoo-100-eletrico-em-curitiba/pt>>. Citado na página 22.

- SALVAGNI, R. B. **Carros elétricos: e quando a bateria arriar?** 2020. Acessado: 05/04/2020. Disponível em: <<https://jornal.usp.br/artigos/carros-eletricos-e-quando-a-bateria-arriar/>>. Citado nas páginas 23 e 40.
- SCHNEIDER, M.; STENGER, A.; GOEKE, D. The electric vehicle-routing problem with time windows and recharging stations. **Transportation Science**, INFORMS, v. 48, p. 500–520, 2014. Citado nas páginas 29 e 30.
- SEEG. **Sistema de Estimativa de Emissões de Gases de Efeito Estufa**. 2019. Acessado: 25/11/2019. Disponível em: <<http://seeg.eco.br/>>. Citado na página 21.
- TEIXEIRA, A. C. R.; SODRÉ, J. R. Simulation of the impacts on carbon dioxide emissions from replacement of a conventional brazilian taxi fleet by electric vehicles. **Energy**, Elsevier, v. 115, p. 1617–1622, 2016. Citado nas páginas 21 e 22.
- TOTH, P.; VIGO, D. **Vehicle routing: problems, methods, and applications**. [S.l.]: SIAM, 2014. Citado na página 25.
- VASCONCELOS, Y. A ascensão dos elétricos. **Pesquisa FAPESP**, 2017. Acessado: 04/06/2018. Disponível em: <<http://revistapesquisa.fapesp.br/2017/08/15/a-ascensao-dos-eletricos/>>. Citado na página 22.
- VIDAL, T.; CRAINIC, T. G.; GENDREAU, M.; PRINS, C. Heuristics for multi-attribute vehicle routing problems: A survey and synthesis. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 231, p. 1–21, 2013. Citado na página 51.
- _____. A hybrid genetic algorithm with adaptive diversity management for a large class of vehicle routing problems with time-windows. **Computers & operations research**, Elsevier, v. 40, p. 475–489, 2013. Citado nas páginas 24, 49, 54, 58 e 59.