SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito:

Assinatura:

Local branching aplicado ao problema de dimensionamento de lotes

Renato Andrade de Paiva

Orientadora: *Franklina Maria Bragion de Toledo*

Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - ICMC-USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências de Computação e Matemática Computacional.

USP – São Carlos
Fevereiro/2010

Local branching aplicado ao
problema de
dimensionamento de lotes

Renato Andrade de Paiva

Dedico, com prazer e satisfação, aos
meus pais, Osvaldo e Suzy.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente aos meus pais Osvaldo Leite Simões de Paiva e Suzy Moura de Andrade pela educação, incentivo e apoio durante os momentos difíceis.

Ao meu tio Marinho Gomes de Andrade e a Katiane Silva Conceição por todo o apoio, carinho, cuidado e ensinamentos. Agradeço por terem tomado conta de mim durante todo este tempo.

À minha orientadora Franklina Maria Bragion de Toledo por toda a paciência e dedicação que teve comigo durante estes dois anos de mestrado.

Aos meus familiares por estarem sempre na torcida pela minha vitória.

Aos amigos Otavio Carneiro Leão Neto, Luiz Armando e Jenifer Souza pelos momentos de força, nas horas de sufoco, de alegria e de vitórias.

Aos amigos José Maurício, Keylla Cristina, Roberto Xantre e a todos os outros, pelos conselhos e pela sincera amizade.

A todos os professores que contribuíram decisivamente para a minha, e nossa, formação acadêmica e profissional.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

E para não correr o risco de ser injusto, gostaria de agradecer a todos que de alguma forma participaram deste momento e contribuíram para a construção de quem eu sou hoje.

“A mente que se abre a uma nova
idéia jamais voltará ao seu tamanho
original”.

Albert Einstein

Resumo

O planejamento da produção é uma atividade que avalia decisões para um melhor uso dos recursos disponíveis, visando satisfazer aos objetivos produtivos da empresa ao longo de um horizonte de planejamento. Este trabalho enfoca o problema de dimensionamento de lotes com restrições de capacidade (PDLC), que é uma das tarefas centrais envolvidas no planejamento da produção. O PDLC visa determinar o tamanho dos lotes a serem produzidos em períodos de tempo de um horizonte de planejamento. Os PDLC estudados neste trabalho contemplam duas características importantes: a presença de múltiplos itens e a existência de tempos de preparação para as máquinas. Além disso, são consideradas restrições de capacidade e situações onde o atraso para atender a demanda é permitido (*backlogging*). Alguns dos modelos estudados permitem que a preparação do ambiente de produção para um dado item possa ser mantida de um período para o seguinte, o que propiciaria a economia de até uma preparação a cada período. Esta característica é chamada de preservação de preparação (*carry-over*). Também existem situações onde a preparação de uma máquina começa em um período e termina no período seguinte. Na literatura, esta característica é chamada de *set-up crossover*. Este trabalho tem três metas centrais: a) avaliar diferentes configurações do software comercial ILOG CPLEX 11 para a solução dos PDLC estudados; b) estudar a influência na solução dos PDLC quando se acrescenta a possibilidade de atraso na demanda, de preservação de preparação e de *set-up crossover*; c) aplicar *local branching* para resolver os problemas estudados. Para resolver as instâncias propostas, foram utilizados o software comercial ILOG CPLEX 11 e um programa em C++ que foi desenvolvido neste trabalho. Foram utilizados exemplos encontrados na literatura para avaliar as propostas, e bons resultados foram obtidos.

Palavras-chave: dimensionamento de lotes; *local branching*; crossover; carry-over.

Abstract

The production planning is an activity that evaluates the decision for a better use of the available resources, in order to satisfy the productive objectives of the company over a planning horizon. This work focuses on the capacitated lot-sizing problem (CLSP), which is one of the central tasks involved in production planning. The CLSP means to determine the size of the lots to be produced in time periods of a planning horizon. The CLSP studied in this work contemplate two complicating characteristics: the presence of multiple items and the existence of set-up times for the machines. Besides that, capacity constraints and situations where backlog of the demand is allowed are also considered (backlogging). Some of the studied models allow the set-up of the production environment for a given item to be carried over to the next period, which could result in economy of a set-up in each period (carry-over). There are situations where the set-up of a machine starts in one period and crosses over to the next period (set-up crossover). This work has three main goals: a) evaluate different configurations of the commercial software ILOG CPLEX 11 to solve the different kinds of CLSP studied; b) study the influence of the solution of the CLSP when you consider the possibility of backlogging, set-up carry-over and set-up crossover; c) apply local branching to solve the studied problems. To solve the proposed instances, we used the commercial solver ILOG CPLEX 11 and the program in C++ developed in this work. The examples used to test both programs are found in the literature, and good results were obtained.

Keywords: lotsizing; local branching; crossover; carry-over.

Sumário

1. Introdução	1
2. Alguns modelos para o PDL	5
2.1. PDL sem restrição de capacidade	7
2.2. PDL com restrições de capacidade	8
2.3. PDL com preservação de preparação	10
2.4. PDL com <i>set-up crossover</i>	17
3. <i>Local branching</i>	23
3.1. <i>Local branching</i> para o PDL	28
4. Testes Computacionais	31
4.1. Experimentos computacionais com o CPLEX	33
4.1.1. PDL com limite de capacidade e custo de preparação	34
4.1.2. PDL com atraso na demanda	38
4.1.3. PDL com preservação de preparação	41
4.1.4. PDL com preservação de preparação e <i>set-up crossover</i>	45
4.1.5. Conclusão	49
4.2. Experimentos computacionais para a implementação proposta	49
4.2.1. PDL com limite de capacidade e custo de preparação	50
4.2.2. PDL com atraso na demanda	51
4.2.3. PDL com preservação de preparação	51
4.2.4. PDL com preservação de preparação e <i>set-up crossover</i>	53
4.2.5. Conclusão	54
4.3. Efeito da solução inicial	55
4.4. Características do PDL	58
5. Conclusões e Pesquisas Futuras	63
Referências Bibliográficas	67
Apêndice A – Resultados Detalhados	71

Lista de Figuras

Figura 2.1 - Esquema de produção considerando tempo de preparação (Adaptada da fonte: Sung e Maravelias, 2008).	6
Figura 2.2 – Figura ilustrando produção excedendo o período de tempo (Adaptada da fonte: Sung e Maravelias, 2008).	6
Figura 2.3 - Esquema de produção de um item considerando tempo de preparação e <i>carry-over</i> (Adaptada da fonte: Sung e Maravelias, 2008).	7
Figura 2.4 - Casos que são abordados pelo modelo proposto em Sung e Maravelias, 2008. (Adaptado da fonte: Sung e Maravelias, 2008)	18
Figura 2.5 - Exemplo de condição em que o modo RP é ativado. (Adaptado da fonte: Sung e Maravelias, 2008).	20
Figura 2.6 - Exemplo de ocorrência do <i>set-up carry-over</i> . (Adaptado da fonte: Sung e Maravelias, 2008).	22
Figura 2.7 - Exemplo de ocorrência do <i>set-up crossover</i> . (Adaptado da fonte: Sung e Maravelias, 2008).	22
Figura 3.1 - Exemplo do funcionamento do <i>local branching</i> . (Adaptado da fonte: Fischetti e Lodi, 2003).	25
Figura 3.2 - Limite de tempo nos nós: caso 1. (Adaptado da fonte: Fischetti e Lodi, 2003).	26
Figura 3.3 - Limite de tempo nos nós: caso 2. (Adaptado da fonte: Fischetti e Lodi, 2003).	27
Figura 4.1 – Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “E”.	37
Figura 4.2 – Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “W”.	37
Figura 4.3 – Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “E”, considerando atraso na demanda.	40
Figura 4.4 – Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “W”, considerando atraso na demanda.	40
Figura 4.5 – Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “E”, considerando preservação de preparação.	44
Figura 4.6 – Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “W”, considerando	44

preservação de preparação.

Figura 4.7 – Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “E”, considerando preservação de preparação e <i>set-up crossover</i> .	48
Figura 4.8 – Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “W”, considerando preservação de preparação e <i>set-up crossover</i> .	48
Figura 4.9 – Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “E”.	50
Figura 4.10 – Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “W”.	51
Figura 4.11 – Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “E”, considerando preservação de preparação.	52
Figura 4.12 – Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “W”, considerando preservação de preparação.	52
Figura 4.13 – Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “E”, considerando preservação de preparação e <i>set-up crossover</i> .	53
Figura 4.14 – Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “W”, considerando preservação de preparação e <i>set-up crossover</i> .	54
Figura 4.15 – Comparação de tempo computacional da C++_PLB com e sem solução inicial para os exemplos dos grupos “E” e “W”.	56
Figura 4.16 – Comparação de tempo computacional nos exemplos do grupo “E”, considerando atraso na demanda.	57
Figura 4.17 – Comparação de tempo computacional nos exemplos do grupo “W”, considerando atraso na demanda.	57
Figura 4.18 – Comparação do valor da melhor solução obtida: Grupos “E” e “W”.	59
Figura 4.19 – Comparação do valor da melhor solução obtida: Grupo “F”.	60
Figura 4.20 – Comparação do valor da melhor solução obtida: Grupo “G”.	60
Figura 4.21 – Comparação do valor da melhor solução obtida: Grupo “X”.	61
Figura 5.1 - Comparação entre diferentes configurações do CPLEX 11.	61
Figura 5.2 - Comparação entre diferentes configurações da implementação em C++.	62
Figura 5.3 - Comparação entre desempenho do CPLEX e implementação em C++.	62

Figura 5.4 - Comparação de ganho resultante das características propostas no PDLC.	63
Figura 5.5 – Grau de melhoria das soluções obtidas em cada um dos grupos de exemplos utilizando a implementação em C++.	64
Figura A.1 – Valores da função objetivo dos exemplos dos grupos “E” e “W”, considerando atraso, preservação de preparação e <i>set-up crossover</i> .	77
Figura A.2 – Valores da função objetivo dos exemplos do grupo “F”, considerando atraso, preservação de preparação e <i>set-up crossover</i> .	77
Figura A.3 – Valores da função objetivo dos exemplos do grupo “G”, considerando atraso, preservação de preparação e <i>set-up crossover</i> .	78
Figura A.4 – Valores da função objetivo dos exemplos do grupo “X”, considerando atraso, preservação de preparação e <i>set-up crossover</i> .	78

Lista de Tabelas

Tabela 4.1 – Dados dos grupos de instâncias propostas em Trigeiro <i>et al.</i> 1989	32
Tabela 4.2 – Tabela de resultados dos exemplos do grupo “E”.	35
Tabela 4.3 – Tabela de resultados dos exemplos do grupo “W”.	36
Tabela 4.4 – Tabela de resultados dos exemplos do grupo “E”, considerando atraso na demanda.	38
Tabela 4.5 – Tabela de resultados dos exemplos do grupo “W”, considerando atraso na demanda.	39
Tabela 4.6 – Tabela de resultados dos exemplos do grupo “E”, considerando preservação de preparação.	41
Tabela 4.7 – Tabela de resultados dos exemplos do grupo “W”, considerando preservação de preparação.	43
Tabela 4.8 – Tabela de resultados dos exemplos do grupo “E”, considerando preservação de preparação e <i>set-up crossover</i> .	45
Tabela 4.9 – Tabela de resultados dos exemplos do grupo “W”, considerando preservação de preparação e <i>set-up crossover</i> .	47
Tabela 4.10 - Comparação entre diferentes configurações do CPLEX 11.	49
Tabela 4.11 - Comparação entre diferentes configurações da implementação em C++.	54
Tabela 4.12 - Comparação entre desempenho do CPLEX e implementação em C++	56
Tabela 4.13 - Comparação de ganho resultante das características propostas no PDLC.	61
Tabela 4.14 – Grau de melhoria das soluções obtidas em cada um dos grupos de exemplos utilizando a implementação em C++.	62
Tabela A.1 – Tabela de resultados do programa em C++ nos exemplos do grupo “E”.	71
Tabela A.2 – Tabela de resultados do programa em C++ nos exemplos do grupo “W”.	72
Tabela A.3 – Tabela de resultados dos exemplos do grupo “E”, considerando preservação de preparação.	73

Tabela A.4 – Tabela de resultados dos exemplos do grupo “W”, considerando preservação de preparação.	74
Tabela A.5 – Tabela de resultados dos exemplos do grupo “E”, considerando preservação de preparação e <i>set-up crossover</i> .	75
Tabela A.6 – Tabela de resultados dos exemplos do grupo “W”, considerando preservação de preparação e <i>set-up crossover</i> .	76

Capítulo 1

Introdução

O planejamento da produção é uma atividade que avalia decisões para um melhor uso dos recursos disponíveis, visando satisfazer aos objetivos produtivos da empresa ao longo de um horizonte de planejamento.

Este trabalho enfoca o problema de dimensionamento de lotes (PDL), que é uma das tarefas centrais envolvidas no planejamento da produção. O PDL clássico visa determinar o tamanho dos lotes a serem produzidos em um horizonte de planejamento finito. A literatura destinada ao PDL é bastante rica, contendo boas revisões enfocando diversos aspectos do problema. Em Bahl *et al.* (1987) os autores fazem uma revisão do problema de dimensionamento de lotes, focando em determinar os requisitos de cada aplicação. Em Kuik *et al.* (1994) são apresentadas a definição de *batching* e sua aplicação no problema de dimensionamento de lotes. Em seguida, são definidos e explicados os parâmetros utilizados na criação do modelo apresentado pelos autores. Wolsey (1995) também aborda o problema de dimensionamento de lotes envolvendo um único item apenas. Em Drexl e Kimms (1997) os autores focam o problema de dimensionamento de lotes, fazendo uma revisão e apresentando novas extensões e possibilidades de integração com o problema de sequenciamento (*scheduling*). Em Karimi *et al.* (2003) são destacadas características que influenciam a classificação, a modelagem e a complexidade das decisões do PDL. As características destacadas pelo autor, tais como, horizonte de planejamento, número de estágios, número de itens, restrições de capacidade, itens perecíveis, tipo de demanda, estoque e preparação para produção (*setup*), determinam o grau de dificuldade para a solução dos problemas. Em Brahimi *et al.* (2006), os autores abordam detalhadamente o problema de dimensionamento de lotes com um único item, apresentando uma definição e mostrando diferentes enfoques e modelagens. Jans e Degraeve (2008) apresentam uma descrição do problema de dimensionamento de lotes voltado às indústrias, propõem um modelo e indicam em que pontos o modelo pode ser estendido para atender diferentes aplicações.

De fato, no tocante à dificuldade de resolução, constata-se que várias versões do PDL com restrição de capacidade apresentam uma elevada complexidade teórica. Mesmo problemas com um único item podem ser de difícil resolução, como mostrado por Florian *et al.* (1980), que provaram que vários problemas com um único item com restrições de

capacidade e custos de preparação são *NP-Difícil*. Naturalmente, considerar a produção de mais de um item torna o problema mais complicado. Bitran e Yanasse (1992) provaram que vários casos de um único item que podem ser resolvidos em tempo polinomial tornam-se *NP-Difícil* quando um segundo item é introduzido.

Outro fator que dificulta o tratamento do PDLC é a consideração de tempos de preparação para as máquinas. O problema de encontrar uma solução factível quando se consideram os tempos de preparação das máquinas é *NP-Completo* (Maes *et al.*, 1991). Estes mesmos autores mostram que se os tempos de preparação são nulos, encontrar uma solução factível é um problema que pertence à Classe P. Devido à dificuldade em tratar problemas com restrições de capacidade, com custo e tempo de preparação, poucos métodos exatos foram propostos para sua solução (Armentano *et al.*, 1999; Diaby *et al.*, 1992a; Souza e Armentano, 1994). No entanto, várias heurísticas foram propostas, das quais podemos destacar as apresentadas por Toledo e Armentano (2006), Diaby *et al.* (1992b), Trigueiro *et al.* (1989), Lozano *et al.* (1991) e Jans e Degreave (2007).

O PDLC estudado neste trabalho contempla duas características que tornam sua solução mais difícil: a presença de múltiplos itens e a existência de tempos de preparação para as máquinas. Alguns dos modelos apresentados permitem: que a demanda possa ser atendida com atraso (*backlogging*); que a preparação do ambiente de produção para um dado item possa ser mantida de um período para o outro, o que propicia a economia de até uma preparação a cada período (*carry-over*); e que a preparação de uma máquina possa começar em um período e terminar apenas no período seguinte (*set-up crossover*). Independente das características, o objetivo é encontrar um plano de produção que minimize os custos de produção, de preparação, de estoque e de atraso (caso seja permitido), respeitando os recursos disponíveis.

O problema estudado se insere na literatura no seguinte contexto: o problema com múltiplos itens, tempos de preparação e restrições de capacidade já foi estudado por Gopalakrishnan *et al.* (1995), Sox e Gao (1999), Gopalakrishnan *et al.* (2001), Porkka e Kuula (2003), Suerie e Stadtler (2003), Briskorn (2006) e Jans e Degreave (2008). Estes autores, porém, não consideram a possibilidade de *backlogging*. Já Karimi *et al.* (2006) abordaram o PDL com possibilidade de preservação de preparação e atraso na demanda. A modelagem mais recente foi a proposta em Sung e Maravelias (2008). Esta modelagem considera possibilidade de atraso, preservação de preparação e *set-up crossover*.

Neste trabalho são apresentadas diferentes modelagens para o PDLC com diferentes características. Estes problemas são estudados com três objetivos centrais. O primeiro é avaliar o desempenho de diferentes configurações do CPLEX quando aplicado à solução dos

problemas de dimensionamento de lotes estudados. O segundo é estudar o impacto das três características discutidas na resolução e na qualidade da solução dos problemas. O terceiro é resolver os problemas estudados utilizando *local branching*.

O restante deste trabalho é estruturado da seguinte forma. No Capítulo 2 é apresentada uma revisão de modelos propostos na literatura, com foco principal nos problemas de dimensionamento de lotes considerando restrições de capacidade e preservação de preparação. No Capítulo 3 é descrita a estratégia *local branching*. Os testes computacionais são apresentados e discutidos no Capítulo 4 e no Capítulo 5 são apresentadas as conclusões e propostas de para futuras pesquisas.

Capítulo 2

Alguns Modelos para o PDL

O problema de dimensionamento de lotes (PDL) consiste em planejar a produção de um ou mais itens para atender uma demanda (fixa ou dinâmica) em um determinado horizonte de planejamento. Para o problema estudado neste trabalho, o horizonte de planejamento é finito e é dividido em períodos, logo a quantidade produzida deve ser determinada a cada período. Cada item possui um custo associado à sua produção e antes que um item possa ser produzido é necessário fazer a preparação do ambiente produtivo para sua produção. A preparação está associada a um custo que pode ser constante ou variar de item para item. Há também a possibilidade de manter itens em estoque, o que gera custo associado a cada unidade estocada. Da mesma forma que os custos de preparação, os custos de estoque podem variar de item para item e de período para período. O estoque permite que haja a possibilidade de antecipar a produção de um período futuro, caso a relação entre o custo de estoque e o custo de preparação do período seguinte seja vantajoso. O objetivo é minimizar a soma dos custos de produção, de preparação e de estoque.

Alguns modelos apresentam restrições quanto à capacidade de produção de cada período, logo a quantidade de produtos que pode ser produzida é limitada. Em alguns casos, a preparação para produção de um item consome parte significativa da capacidade de produção e, portanto, deve também ser considerada no modelo. A capacidade pode, sem perda de generalidade, ser representada pelo tempo disponível para produção. Uma possibilidade para estes problemas é que o tempo de preparação seja tão curto que sequer seja levado em conta no planejamento da produção. Nestes casos, o tempo não é considerado no modelo. Porém, quando o tempo de preparação é significativo, é necessário contabilizá-lo ao produzir um produto. Este processo é ilustrado na Figura 2.1.

Figura 2.1 - Esquema de produção considerando tempo de preparação (Adaptada da fonte: Sung e Maravelias, 2008).

Note que o prazo para produção pode ser ultrapassado, ou seja, a demanda pode não ser atendida no período previsto devido ao tempo de preparação e à quantidade de preparações contidas no período, conforme visto na Figura 2.2.

Figura 2.2 – Figura ilustrando produção excedendo o período de tempo (Adaptada da fonte: Sung e Maravelias, 2008).

Para tentar evitar esta situação, muitos modelos consideram a preservação de preparação (*carry-over*). O esquema de produção considerando a preservação de preparação pode ser visualizado na Figura 2.3.

Figura 2.3 - Esquema de produção de um item considerando tempo de preparação e *carry-over* (Adaptada da fonte: Sung e Maravelias, 2008).

É importante enfatizar que o modelo escolhido para representar um problema deve sempre se adequar aos sistemas produtivos, podendo ser modificado e adaptado quando houver necessidade ou quando o grau de melhora for bastante significativo.

Como foi descrito anteriormente, para o PDL estudado são considerados: custos e tempos de preparação, custos de estoque e de atraso, restrições de capacidade, possibilidade de preservação de preparação e a possibilidade de iniciar uma preparação no final de um período e concluí-la no período seguinte. No entanto, nesta revisão bibliográfica, optou-se por primeiramente descrever o PDL sem restrições de capacidade, na sequência o PDL com restrições de capacidade (PDLC) e, finalmente, o PDLC estudado. A fim de tornar a leitura mais fácil, todos os modelos são escritos utilizando a notação encontrada em Karimi *et al.* (2003).

2.1. PDL sem restrição de capacidade

O problema de dimensionamento de lotes sem restrição de capacidade com múltiplos itens consiste em determinar a quantidade a ser produzida de cada item em cada período de forma que o custo total de produção seja mínimo, ou seja, a soma dos custos de preparação, de produção e de estoque seja mínima. Como a produção não está limitada, o planejamento de um item não interfere no planejamento de outro, logo o problema pode ser resolvido considerando apenas um item por vez. Desta forma, este problema se resume ao PDL com um único item. Este problema pode ser resolvido na otimalidade em tempo $O(n^2)$ pelo algoritmo proposto por Wagner e Within (1958). Uma revisão sobre este problema pode ser encontrada em Wolsey (1995). Mantendo a notação apresentada em Karimi *et al.* (2003), o PDL com um único item pode ser escrito pelo Modelo 1, cujas variáveis e parâmetros são:

T	=	número de períodos do horizonte de planejamento,
p_t	=	custo de produção unitário do item no período t ;
h_t	=	custo unitário de estoque do item no período t ;
K_t	=	custo de preparação para a produção do item no período t ;
$M_t = \sum_{k=t}^T d_k$	=	limite superior da produção no período t ;
x_t	=	quantidade do item produzida no período t (variável);
I_t	=	estoque do item no final do período t (variável);
z_t	=	1 se o item for produzido no período t e 0 caso contrário (variável).

Modelo 1.

$$\text{Min} \quad \sum_{t=1}^T (K_t z_t + p_t x_t + h_t I_t) \quad (2.1)$$

$$\text{s.a :} \quad x_t + I_{t-1} = d_t + I_t \quad t = 1 \dots T; \quad (2.2)$$

$$x_t \leq M_t z_t \quad t = 1 \dots T; \quad (2.3)$$

$$z_t \in \{0, 1\} \quad t = 1 \dots T; \quad (2.4)$$

$$x_t, I_t \geq 0 \quad t = 1 \dots T; \quad (2.5)$$

A função objetivo (2.1) visa minimizar a soma dos custos de preparação, de produção e de estoque. A restrição (2.2) representa o balanço de estoque, ou seja, o que foi produzido no período t mais o que estava em estoque no final do período $t - 1$ deve ser igual à demanda do período t mais o que ficará em estoque no período t . As restrições (2.3) implicam que um item só pode ser produzido se for considerada sua preparação. As restrições (2.4) e (2.5) representam o domínio e as condições de não-negatividade das variáveis.

2.2. PDL com restrições de capacidade

Muitos dos problemas estudados na literatura apresentam algum tipo de limitação quanto à capacidade de produção, seja quanto à mão-de-obra disponível, seja quanto ao tempo de produção de cada máquina, entre outras possibilidades. Este conjunto de restrições é definido na literatura como restrições de capacidade (*capacity constraints*). O PDL com restrições de capacidade (também conhecido como PDLC) representa um grupo significativo de problemas reais e por isso vem sendo muito estudado nas últimas décadas. Boas revisões

podem ser encontradas em Karimi et al. (2003), Drexl e Kimms (1997) e Bahl et al. (1987). Este problema, como discutido no Capítulo 1, é de difícil solução (Bitran e Yanasse, 1992).

O problema com restrições de capacidade é uma extensão do PDL da seção anterior, no entanto, quando a capacidade de produção é limitada, os vários itens que serão produzidos disputam os mesmos recursos e o problema não pode ser resolvido independentemente para cada um dos itens. Este problema pode ser modelado como apresentado no Modelo 2, cujos parâmetros e variáveis são:

N	=	número de itens,
C_t	=	capacidade disponível no período t ;
d_{it}	=	demandado item i no período t ;
p_{it}	=	custo de produção unitário caso o item i seja produzido no período t ;
h_{it}	=	custo de estoque do item i no final do período t ;
K_{it}	=	custo de preparação caso item i seja produzido no período t ;
a_i	=	recursos consumidos para a produção de uma unidade do item i ;
$M_{it} = \sum_{k=t}^T d_{ik}$	=	limite superior da produção do item i no período t ;
x_{it}	=	produção do item i no período t (variável);
I_{it}	=	estoque do item i no final do período t (variável);
z_{it}	=	1 se o item i foi produzido no período t e 0 caso contrário (variável)

Modelo 2.

$$\text{Min} \quad \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (K_{it} z_{it} + p_{it} x_{it} + h_{it} I_{it}) \quad (2.6)$$

$$\text{s.a :} \quad x_{it} + I_{it-1} = d_{it} + I_{it} \quad t = 1 \dots T; \quad (2.7)$$

$$x_{it} \leq M_{it} z_{it} \quad t = 1 \dots T, i = 1 \dots N; \quad (2.8)$$

$$\sum_{i=1}^N a_i x_{it} \leq C_t \quad t = 1 \dots T; \quad (2.9)$$

$$z_{it} \in \{0, 1\} \quad t = 1 \dots T, i = 1 \dots N; \quad (2.10)$$

$$x_{it}, I_{it} \geq 0 \quad t = 1 \dots T, i = 1 \dots N; \quad (2.11)$$

A função objetivo (2.6) e as restrições (2.7) e (2.8) equivalem, respectivamente, a (2.1), (2.2) e (2.3) do modelo anterior, porém contendo o índice i associado às variáveis, indicando múltiplos itens. As restrições (2.9) foram adicionadas para representar a limitação

de capacidade disponível em cada período. As restrições (2.10) e (2.11) representam o domínio e as condições de não-negatividade das variáveis.

Outra questão relevante para o PDL é que a preparação para produção pode, além de gerar custos adicionais, incorrer em tempos de preparação para a produção de cada um dos itens. Como discutido anteriormente, o PDL que considera os tempos de preparação das máquinas é um problema *NP-Completo* (Maes *et al.*, 1991). Esta característica é facilmente incorporada ao modelo substituindo-se as restrições (2.9) pelo seguinte conjunto de restrições:

$$\sum_{i=1}^N (a_i x_{it} + q_{it} z_{it}) \leq C_t \quad t = 1, \dots, T; \quad (2.9)$$

em que:

q_{it} = tempo de preparação para a produção do item i no período t .

2.3. PDL com preservação de preparação

Existe um ponto importante a ser observado no que diz respeito à produção. Se um item i é produzido no final de um período $t - 1$ e este mesmo item é o primeiro item a ser produzido no período t , é interessante considerar a possibilidade de preservar a preparação do item i para o período t , economizando, portanto, o tempo e o custo de preparação. Este procedimento é conhecido na literatura como preservação de preparação (*set-up carry-over*).

Em Gopalakrishnan *et al.* (1995), os autores estudam o problema de uma indústria de produção de papel, onde o tempo de preparação para realizar uma troca de famílias é de 36 horas, ou seja, muito significativo. Os autores afirmam que muitos problemas deste tipo não possuem planejamentos que apresentem soluções factíveis caso não seja considerada a preservação de preparação. Destaca-se, no entanto, que existem situações práticas em que a preservação de preparação não é aplicável como, por exemplo, numa fundição em que o forno deve ser aquecido para iniciar o processo de fusão da liga, neste caso não é viável preservar o forno aquecido de um dia para o outro.

O problema estudado pelos autores tem restrições de capacidade e o modelo proposto considera a possibilidade de preservar a preparação do último item produzido no período $t - 1$ caso este seja o primeiro item a ser produzido no período t . O modelo proposto pelos autores é descrito a seguir, em que:

α_{it} = 1 caso o item i seja o primeiro a ser produzido no período t e 0 caso contrário;
 β_{it} = 1 caso o item i seja o último a ser produzido no período t e 0 caso contrário;
 γ_{it} = 1 caso a máquina esteja preparada para a produção do item i no final do período t e 0 caso contrário;
 S_{it} = 1 caso $\gamma_{i,t-1} = 1$ e $\alpha_{it} = 0$, e 0 caso contrário;
 V_{it} = 1 caso $\beta_{it} = 1$ e $\gamma_{it} = 0$, e 0 caso contrário;
 O_{it} = 1 caso o período ocioso t seja utilizado para preparar o item i e 0 caso contrário,
 ω_t = 1 caso ocorra produção de ao menos um item no período t ,
 δ_t = 0 caso seja produzido exatamente um item no período t e ≥ 0 caso contrário.
 N_t = quantidade de preparações no período t ,
 F_t = custo fixo quando um item é produzido no período t ,
 q = tempo de preparação constante, independente do item.

Modelo 3.

$$\text{Min} \quad \sum_i \sum_t h_{it} I_{it} + F_t \sum_t N_t + \sum_i \sum_t K_t z_{it} \quad (2.17)$$

$$s.a: \quad (2.7); (2.8); (2.10); (2.11);$$

$$\sum_i a_i x_{it} + q N_t \leq C_t \quad t = 1 \dots T; \quad (2.18)$$

$$N_t = \sum_i z_{it} + \sum_i S_{it} + \sum_i V_{it} + \sum_i O_{it} - 1 \quad t = 1 \dots T; \quad (2.19)$$

$$S_{it} \geq \gamma_{i,t-1} - \alpha_{it} \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.20)$$

$$V_{it} \geq \beta_{it} - \gamma_{it} \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.21)$$

$$O_{it} \geq \gamma_{it} - \gamma_{i,t-1} - \omega_t \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.22)$$

$$z_{it} \leq \omega_t \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.23)$$

$$\sum_i z_{it} - 1 \leq (P - 1) \delta_t \quad t = 1 \dots T; \quad (2.24)$$

$$\omega_t \leq \sum_i \alpha_{it} \leq 1 \quad t = 1 \dots T; \quad (2.25)$$

$$\omega_t \leq \sum_i \beta_{it} \leq 1 \quad t = 1 \dots T; \quad (2.26)$$

$$\alpha_{it} \leq z_{it} \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.27)$$

$$\beta_{it} \leq z_{it} \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.28)$$

$$\alpha_{it} + \beta_{it} \leq 2 - \delta_t \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.29)$$

$$\sum_i \gamma_{it} = 1 \quad t = 1 \dots T; \quad (2.30)$$

$$V_{it}, O_{it} \geq 0 \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.31)$$

$$0 \leq \delta_t \leq 1 \quad t = 1 \dots T; \quad (2.32)$$

$$N_t, \omega_t \geq 0 \quad t = 1 \dots T; \quad (2.33)$$

$$S_{it}, \alpha_{it}, \beta_{it}, \gamma_{it} \in \{0, 1\} \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T. \quad (2.34)$$

A função objetivo (2.17) visa minimizar a soma dos custos de preparação e de estoque e, também, do custo fixo referente ao número total de preparações que ocorrem no horizonte de planejamento. As restrições (2.7), (2.8), (2.10) e (2.11) são as mesmas do modelo anterior. As restrições (2.18) garantem que a capacidade de produção seja respeitada. As restrições em (2.19) contabilizam a quantidade total de preparações ocorridas em cada período. O total inclui as preparações do primeiro e do último item do período (S_{it} e V_{it} , respectivamente) e de quaisquer itens produzidos durante o período (z_{it}), assim como as preparações feitas em tempo ocioso (O_{it}). Em (2.20) as restrições indicam se existirá ou não preservação de preparação no período t . Quando a preservação ocorre, a variável S_{it} assume o valor 0. Em (2.21), V_{it} assume o valor 1 apenas quando há a necessidade de realizar uma preparação no final do período. Nas

restrições (2.22), se não existe preparação no período atual (γ_{it}), não houve preservação de preparação do período anterior (γ_{it-1}) e nenhum item foi produzido ($\omega_t = 0$), significa que o período é ocioso e pode ser utilizado para preparar um item para o próximo período. Isto é representado quando a variável O_{it} assume o valor 1. As restrições (2.23) e (2.24) indicam que só vai existir preparação de um produto caso haja a produção de ao menos 1 item no período. Nas restrições (2.24) a variável P (um número inteiro grande) representa um limite superior da produção de itens. As restrições (2.25) indicam que apenas um item pode produzido primeiro e (2.26) indicam que apenas um pode ser produzido por último. As restrições (2.27) e (2.28) forçam o valor de α_{it} e β_{it} serem iguais a 0, caso não haja produção durante o período. Restrições (2.29) indicam que se apenas um item foi produzido no período, tanto α_{it} quanto β_{it} são iguais a 1 (forçando $\delta_t = 0$). Caso ocorra a produção de mais de um item no mesmo período, então $\alpha_{it} \neq \beta_{it}$, e, portanto, $\delta_t \geq 0$. As restrições (2.30) determinam que a máquina só poderá estar preparada para a produção de um único item no fim de um período. As restrições (2.31)-(2.34) garantem as condições de não-negatividade e domínio das variáveis.

Os autores também propõem uma modelagem abrangendo múltiplas máquinas, nas quais múltiplas famílias de itens são produzidas. Nesta situação, é possível a produção de múltiplos itens dentro de uma família em um mesmo período. Itens que pertencem à mesma família compartilham a mesma preparação; o tempo de preparação para os itens de uma mesma família não consome tempo significativo e, portanto, é ignorado. Para se produzir um item, é necessário usar uma ferramenta específica para cada item pertencente a uma família em uma máquina. Uma vez selecionada, a ferramenta fica fixa à máquina. Como este trabalho se restringe a uma máquina apenas, optou-se por não apresentar tal modelo.

Em Gopalakrishnan (2000), o autor propôs uma modificação do modelo proposto em Gopalakrishnan *et al.* (1995), de forma a abranger a produção de itens considerando preparações dependentes dos itens (q_i). O novo modelo, que utiliza as mesmas variáveis do modelo anterior, é apresentado a seguir:

Modelo 4

$$\text{Min} \quad \sum_i \sum_t h_{it} I_{it} + \sum_i \sum_t F_i N_{it} + \sum_i \sum_t K_t z_{it} \quad (2.35)$$

$$\text{s.a :} \quad (2.7); (2.8); (2.24) - (2.30); (2.32); (2.34)$$

$$\sum_i (a_i x_{it} + q_i N_{it}) \leq C_t \quad t = 1 \dots T; \quad (2.36)$$

$$N_{it} = z_{it} - S_{it} + V_{it} \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.37)$$

$$2S_{it} \geq \gamma_{it-1} - \alpha_{it} \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.38)$$

$$V_{it} \geq \gamma_{it} - \beta_{it} \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.39)$$

$$V_{it}, N_{it} \geq 0 \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.40)$$

$$\alpha_{it}, \beta_{it}, \gamma_{it}, S_{it} \in \{0, 1\} \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.41)$$

$$\omega_t \geq 0 \quad t = 1 \dots T; \quad (2.42)$$

Este modelo é muito semelhante ao anterior, as modificações se encontram na função objetivo (2.35) e nas restrições (2.36), (2.37), (2.38) e (2.39). A função objetivo visa minimizar a somatória dos custos de estoque, custos de preparação e custos fixos de produção. As restrições (2.36) foram modificadas e agora possuem um índice específico para o tempo de preparação de cada item. As restrições (2.37) representam a preservação de preparação para um item em um período em função do período anterior. As restrições (2.38) contabilizam o número de preparações de cada item em cada período, enquanto (2.39) indica a preparação no fim do período comparando o estado da máquina e o último item produzido em um período. As restrições (2.40)-(2.42) asseguram as condições de não-negatividade e o domínio das variáveis.

As modificações tornaram o novo modelo mais estruturado, uma vez que o autor remodelou as variáveis N_{it} , S_{it} e V_{it} de forma a acomodar preparações dependentes dos itens e dos custos de preparação. Em Gopalakrishnan *et al.* (2001) os autores apresentaram um método para resolver o problema proposto em Gopalakrishnan *et al.* (1995). O método consiste em uma busca tabu, chamada TABU-CLSPSC.

Sox e Gao (1999) propuseram um modelo com duas vezes menos variáveis que o modelo proposto em Gopalakrishnan *et al.* (1995) para o PDLC com preservação de preparação. O modelo proposto é apresentado a seguir. Além das variáveis descritas anteriormente, para este modelo, os autores definem:

$\zeta_{it} = 1$ caso a preparação do item i seja preservada do período $t - 1$ para o período t e 0 caso contrário.

Modelo 5

$$\text{Min} \quad \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (h_{it} I_{it} + p_{it} x_{it} + K_{it} z_{it}) \quad (2.6)$$

$$s.a : \quad (2.7); (2.9) - (2.11)$$

$$x_{it} \leq M(z_{it} + \zeta_{it}) \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.43)$$

$$\sum_{i=1}^N \zeta_{it} = 1 \quad t = 2 \dots T; \quad (2.44)$$

$$\zeta_{it} - z_{it} - \zeta_{it-1} \leq 0 \quad i = 1 \dots N, t = 2 \dots T; \quad (2.45)$$

$$\zeta_{it} + z_{j,t-1} + \zeta_{it-1} \leq 2 \quad i = 1 \dots N, t = 2 \dots T \text{ e } j \neq i; \quad (2.46)$$

$$\zeta_{it} \in \{0, 1\} \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.47)$$

As restrições (2.43) garantem que só há a produção de um produto em um período caso exista preparação neste período ou caso a preparação tenha sido preservada do período anterior. As restrições (2.44) asseguram que apenas uma preparação seja preservada por período. Em (2.45) é imposto que para um dado período t e um item i , uma preparação só pode ser preservada caso no período anterior $t - 1$ tenha ocorrido preparação para a produção do item i ou, se no período $t - 1$, somente o item i foi produzido e a preparação foi preservada do período $t - 2$. As restrições (2.46) estabelecem a sincronia caso uma mesma preparação seja preservada por mais de um período. As restrições (2.47) definem o domínio das variáveis de preservação de preparação.

Os autores discutem adaptações do modelo para outros tipos de PDL, tais como o problema em que apenas um item pode ser produzido por período. Como para o problema estudado vários itens podem ser produzidos em cada período, optou-se por não incluir tais modelos neste capítulo.

Além da modelagem, os autores propuseram uma reformulação do modelo, utilizando grafos. A partir desta reformulação, propuseram um método para resolver o problema baseado em programação dinâmica e em uma heurística de decomposição utilizando relaxação lagrangiana.

Briskorn (2005) propõe uma revisão do modelo de Sox e Gao (1999). O autor destaca que a preservação da preparação é uma possibilidade e não uma obrigatoriedade, logo as restrições (2.44) devem ser reescritas como:

$$\sum_{i=1}^N \zeta_{it} \leq 1 \quad t = 2, \dots, T.$$

O autor também destaca que quando Sox e Gao (1999) aplicam relaxação lagrangiana ao modelo para solução do problema, os subproblemas gerados são resolvidos utilizando o

algoritmo de Wagner e Whitin (1958). No entanto, como a preservação da preparação é permitida, as soluções ótimas geradas, na verdade, podem não ser ótimas. O autor propõe um novo algoritmo de programação dinâmica para a solução dos subproblemas.

Porkka *et al.* (2003) também apresentam uma modelagem alternativa para o PDLC com preservação de preparação. Os autores argumentam que, em casos onde o tempo de preparação é muito grande em relação ao tamanho dos períodos, a modelagem com preservação de preparação apresenta resultados significativamente melhores quando comparada ao modelo sem preservação. A modelagem é dada pelo Modelo 6, em que:

c = custo por unidade de capacidade utilizada.

Modelo 6.

$$\text{Min} \quad \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N [c(p_i x_{it} + q_i z_{it}) + h_{it} I_{it}] \quad (2.48)$$

$$s.a: \quad (2.7); (2.10); (2.11); (2.43); (2.45) - (2.47)$$

$$\sum_i (a_i x_{it} + q_i z_{it}) \leq C_t \quad t = 1 \dots T; \quad (2.49)$$

$$\sum_{i=1}^N \zeta_{it} \leq 1 \quad t = 1 \dots T. \quad (2.50)$$

O modelo apresentado é semelhante ao apresentado em Sox e Gao (1999), com algumas diferenças. A função objetivo (2.48) minimiza a soma dos custos de estoque, de produção e de preparação, levando em conta o custo da capacidade utilizada.

Outra modelagem do PDLC com preservação de preparação também pode ser encontrada em Suerie *et al.* (2003). Os autores inserem no modelo várias desigualdades válidas, de forma a torná-lo mais apertado. Para resolver o problema, os autores propõem alguns métodos exatos, como o *cut-and-branch* e o *branch-and-cut*, sendo o último mais eficiente. Também é proposta uma heurística de decomposição para resolução do problema.

Em Karimi *et al.* (2005), os autores apresentam uma modelagem do PDLC com preservação de preparação e atraso na demanda. Neste modelo, o tempo de preparação não é considerado, são contabilizados apenas os custos de preparação, de produção, de estoque e de atraso. A modelagem é apresentada no Modelo 7, em que:

I_{it}^+ = estoque do item i no final do período t (variável);

I^-_{it} = quantidade atrasada da demanda do item i no final do período i (variável).

Modelo 7.

$$\text{Min} \quad \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (h_{it} I^+_{it} + B_{it} I^-_{it} + p_{it} x_{it} + K_{it} z_{it}) \quad (2.51)$$

$$\text{s.a. :} \quad (2.9) - (2.10); (2.43) - (2.47)$$

$$I^+_{i,t-1} - I^-_{i,t-1} + x_{it} - I^+_{it} + I^-_{it} = d_{it} \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.52)$$

$$I^+_{it}, I^-_{it} \geq 0 \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.53)$$

$$\zeta_{i1} = 0 \quad i = 1 \dots N. \quad (2.54a)$$

$$I^-_{i0} = I^+_{i0} = I^+_{iT} = I^-_{iT} = 0 \quad i = 1 \dots N. \quad (2.54b)$$

A função objetivo (2.51) busca minimizar a soma dos custos de preparação, de produção, de estoque e de atraso. As restrições (2.52) representam o balanço de estoque. As restrições (2.53) definem as condições de não-negatividade das variáveis de estoque e atraso, enquanto as restrições (2.54a) e (2.54b) representam o estado inicial e final das variáveis.

O modelo utilizado nos testes realizados neste trabalho inclui as correções propostas em Briskorn (2005), substituindo o conjunto de restrições $\sum_{i=1}^N \zeta_{it} = 1$ por $\sum_{i=1}^N \zeta_{it} \leq 1$.

2.4. PDL com *set-up crossover*

Existem outras possibilidades que podem ser consideradas ao modelar o problema de dimensionamento de lotes com restrição de capacidade. Em Sung e Maravelias (2008), os autores apresentaram um modelo para o PDLC que inclui: a possibilidade de atraso ao atender a demanda e a possibilidade de preservação de preparação. O modelo inclui custos e tempos de preparação. Os autores consideraram também a possibilidade de existir tempos de preparação que excedem um período. São definidas então duas novas características ao PDLC para representar estas situações. Os autores definem *set-up crossover* quando o tempo de preparação começa em um período e termina no período seguinte. Nota-se que no *set-up crossover*, o tempo necessário para a preparação para a produção não excede um período, logo ela poderia ser realizada num único período sem dificuldades, caso exista um rearranjo de atividades. Outra característica é o *overlapping*. Para problemas com *overlapping*, o tempo necessário para preparar uma determinada máquina pode exceder um ou mais períodos. Para tratar estes casos, os autores propõem uma mudança nos períodos de tempo, fazendo com que

as preparações sempre acabem no mesmo período em que começam. Estas duas características são ilustradas na Figura 2.4.

Figura 2.4 - Casos que são abordados pelo modelo proposto em Sung e Maravelias, 2008.

(Adaptado da fonte: Sung e Maravelias, 2008).

A idéia da mudança no período de tempo é permitir que uma preparação que comece no período t e termine no período $t + 1$ (*cross-over*) passe a começar e terminar no período t . Para tratar estas situações, os autores definem uma representação do “período de tempo modificado”, onde o comprimento de um período de tempo é modificado. Desta forma, seria possível acomodar em t a preparação que seria prolongada até $t + 1$. A parte que seria usada para a preparação do item em $t + 1$ é transferida para o período t , reduzindo-se o comprimento do período $t + 1$ e ampliando o comprimento do período t .

É possível notar que no modelo que permita a modificação do tamanho dos períodos, as soluções de um modelo com períodos “normais” são factíveis, porém este modelo possibilita o tratamento da preservação de preparação e do atravessamento de preparação de forma efetiva.

O modelo também permite que um item seja produzido mais de uma vez no mesmo período. Isto caracteriza o que os autores chamam de modo RP (*return-product*).

Com relação à modelagem, primeiramente foi proposto um modelo de produção de múltiplos itens contendo apenas preparações curtas (que não ultrapassam um período). O modelo completo, assim como os índices, parâmetros e variáveis, são definidos a seguir:

TSC_t = custo total de preparação começando no período t .
 TST_t = tempo total de preparação começando no período t .
 $Idle_t$ = tempo no período t em que não ocorre produção (tempo ocioso).
 $Late_t$ = comprimento em que o final do período t é atrasado.
 δ = número positivo pequeno.
 G_t = comprimento do período T .
 α_{it} = número de preparações do item i que começam no período t .
 y_{it} = 1 caso o período t esteja operando em modo return product e 0 caso contrário.
 β_{it} = 1 caso i seja o estado final do período t .

Modelo 8.

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{i,t} h_i I_{it} + \sum_t TSC_t \quad (2.55) \\
 s.a : \quad & (2.7); (2.10); (2.11); (2.47) \\
 & \sum_i \beta_{it} = 1 \quad t = 1 \dots T; \quad (2.56) \\
 & \beta_{it-1} \leq z_{it} \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.57) \\
 & \beta_{it} \leq z_{it} \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.58) \\
 & y_{it} \leq \beta_{it-1} \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.59) \\
 & y_{it} \leq \beta_{it} \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.60) \\
 & y_{it} \leq \sum_{i' \neq i} z_{i't} \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.61) \\
 & y_{it} \geq \beta_{it-1} + \beta_{it} + z_{i't} - z_{it} - 1 \quad i = 1 \dots N, i' = 1 \dots T, \forall i, i' \neq i, t; \quad (2.62) \\
 & \alpha_{it} = z_{it} - \beta_{it-1} + y_{it} \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.63) \\
 & TSC_t = \sum_i K_i \alpha_{it} \quad t = 1 \dots T; \quad (2.64) \\
 & TST_t = \sum_i s_i \alpha_{it} \quad t = 1 \dots T; \quad (2.65) : \\
 & \sum_i \frac{x_{it}}{r_i} + TST_t + Idle_t = G_t - Late_{t-1} + Late_t \quad t = 1 \dots T; \quad (2.66) \\
 & Late_t \leq \sum_i (s_i - \delta) \varsigma_{it} \quad t = 1 \dots T; \quad (2.67) \\
 & \varsigma_{it} \leq \beta_{it} \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.68) \\
 & \varsigma_{it} \leq \alpha_{it} \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T \mid s_i \leq G_t; \quad (2.69) \\
 & y_{it} \leq \varsigma_{it} \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.70) \\
 & \frac{x_{it}}{r_i} \leq (z_{it} - \varsigma_{it} + y_{it}) G_t \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.71) \\
 & \beta_{it=T} = 0 \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.72) \\
 & Idle_t, Late_t, TST_t \geq 0 \quad t = 1 \dots T; \quad (2.73) \\
 & \beta_{it}, y_{it} \in \{0, 1\} \quad i = 1 \dots N, t = 1 \dots T; \quad (2.74) \\
 & TSC_t \geq 0 \quad t = 1 \dots T. \quad (2.75)
 \end{aligned}$$

A função objetivo (2.55) visa minimizar a soma dos custos de estoque e de produção.

$$\sum_i \beta_{it} = 1 \quad \forall t \quad (2.56)$$

$$\beta_{i,t-1} \leq z_{it} \quad \forall t \quad (2.57)$$

$$\beta_{it} \leq z_{it} \quad \forall t \quad (2.58)$$

As restrições (2.56), (2.57) e (2.58) realizam o controle de itens por período. O conjunto de restrições (2.56) indicam que, ao final de um período, apenas um estado pode ser o estado final. A variável $z_{it} = 1$ se o estado i é visitado durante o período de tempo modificado t . Restrições (2.57) declaram que o estado i foi alcançado no período t se ele for o estado inicial. De forma semelhante, as restrições (2.58) representam que o estado i foi alcançado em t caso ele seja o estado final.

$$y_{it} \leq \beta_{i,t-1}, \quad \forall i, t \quad (2.59)$$

$$y_{it} \leq \beta_{it}, \quad \forall i, t \quad (2.60)$$

$$y_{it} \leq \sum_{i' \neq i} z_{i't}, \quad \forall i, t \quad (2.61)$$

$$y_{it} \geq \beta_{i,t-1} + \beta_{it} + z_{i't} - z_{it} - 1, \quad \forall i, i' \neq i, t \quad (2.62)$$

As restrições (2.59), (2.60) e (2.61) definem se o modo RP está ou não ativado ($y_{it} = 1$). A ativação do modo RP se dá quando um item i é produzido no começo e no final do período (restrições (2.59) e (2.60), respectivamente) e, no meio do período, ocorre a produção de um ou mais itens i' , tal que $i' \neq i$, conforme descrito pelas restrições (2.61). Um exemplo das condições de ativação do modo RP é ilustrado na Figura 2.5. Caso estas três condições sejam satisfeitas, o conjunto de restrições (2.62) garante que y_{it} seja 1.

Figura 2.5 - Exemplo de condição em que o modo RP é ativado. (Adaptado da fonte: Sung e Maravelias, 2008).

$$\alpha_{it} = z_{it} - \beta_{i,t-1} + y_{it}, \quad \forall i, t \quad (2.63)$$

Restrições (2.63) indicam o total de preparações do item i no período t . O total é calculado levando em conta o primeiro item ($\beta_{i,t-1}$), as preparações que ocorreram durante o período (z_{it}) e a variável de RP (y_{it}), que é utilizada para controlar os casos onde há *carry-over* e modo RP ativados (no caso 2 produções do mesmo item com apenas 1 preparação). A Figura 2.6 ilustra a preservação de preparação de um item em um período para o período seguinte.

Figura 2.6 - Exemplo de ocorrência do *set-up carry-over*. (Adaptado da fonte: Sung e Maravelias, 2008).

Restrições (2.64) e (2.65) totalizam o custo total de preparação e o comprimento da preparação, respectivamente, em cada período de tempo modificado.

$$\sum_i \frac{x_{it}}{r_i} + TST_t + Idle_t = G_t - Late_{t-1} + Late_t, \quad \forall t \quad (2.66)$$

$$Late_t \leq \sum_i (s_i - \delta) \zeta_{it}, \quad \forall t \quad (2.67)$$

$$\zeta_{it} \leq \beta_{it}, \quad \forall i, t \quad (2.68)$$

$$\zeta_{it} \leq \alpha_{it}, \quad \forall i, t \mid s_i \leq G_t \quad (2.69)$$

$$Y_{it} \leq \zeta_{it}, \quad \forall i, t \quad (2.70)$$

As restrições (2.66), (2.67), (2.68) e (2.69) controlam os mecanismos de tempo ocioso, tamanhos de período não-uniformes (período de tempo modificado) e *set-up crossover*. Em (2.66), o tempo de produção, tempo de preparação e de máquina parada são iguais ao comprimento do período de tempo modificado. As restrições (2.67) fazem uma ligação entre o tempo de atraso e um item cuja preparação está continuando. As restrições (2.68) indicam que, se um estado i está sendo preservado do período t para o período $t + 1$, este estado é o estado final do período t . As restrições (2.69) indicam que uma preparação curta deve começar em t para atravessar o limite de tempo do período t e continuar no período seguinte. Restrições (2.70) indicam que se o período t está em modo RP, então a preparação do estado final deve

continuar até o período seguinte, fazendo com que i seja o estado inicial do período $t + 1$. Uma ilustração do *set-up crossover* encontra-se na Figura 2.7.

Figura 2.7 - Exemplo de ocorrência do *set-up crossover*. (Adaptado da fonte: Sung e Maravelias, 2008).

A produção x_{it} do item i é limitada nas restrições (2.71). Restrições (2.72) impedem que ocorra preparação após o horizonte de planejamento e, por fim, restrições (2.73)-(2.75) representam as condições de não-negatividade e domínio das variáveis.

Uma vez que neste trabalho optou-se por utilizar apenas instâncias em que o tempo de preparação é sempre menor que o tamanho dos períodos, decidiu-se não incluir o modelo que prevê situações onde o tempo de preparação pode ultrapassar o tamanho de um período (*overlapping*).

Capítulo 3

Local branching

O objeto de pesquisa deste projeto é o problema de dimensionamento de lotes com restrições de capacidade (PDLC). São consideradas neste trabalho variações do problema com relação à possibilidade de preservação de preparação, possibilidade de atraso ao atender a demanda e possibilidade da preparação para a produção iniciar em um período e terminar em outro (*set-up crossover*). Conforme discutido no Capítulo 2, o PDLC pertence à área de otimização combinatória e é, na maioria das vezes, intratável de maneira exata em situações reais.

Em Fischetti e Lodi (2003), os autores propuseram o uso de uma estratégia genérica para tratar problemas inteiros mistos. Esta estratégia busca explorar as vizinhanças das soluções factíveis obtidas, utilizando para isso a idéia de busca local. Na busca local proposta pelos autores, as vizinhanças são obtidas introduzindo-se diversos cortes no modelo inteiro, chamados *local branching cuts*.

A fim de facilitar a compreensão do método, considere o seguinte problema de programação inteira mista (PIM):

$$\min \quad c^T x \quad (3.1)$$

$$s.a : \quad Ax \geq b \quad (3.2)$$

$$x_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in B \neq \emptyset \quad (3.3)$$

$$x_j \geq 0, \text{ Inteiro} \quad \forall j \in G \quad (3.4)$$

$$x_j \geq 0 \quad \forall j \in C \quad (3.5)$$

No modelo acima, os índices das variáveis $N = \{1, \dots, N\}$ são divididos no conjunto (B , G e C), onde B representa o conjunto de índices das variáveis binárias, G representa o conjunto de índices das variáveis inteiras e C representa o conjunto de índices das variáveis contínuas.

Dada uma solução factível $\bar{x}$, define-se um conjunto $\bar{S}$ chamado de suporte binário de $\bar{x}$, tal que:

$$\bar{S} = \{j \in B \mid \bar{x} = 1\}$$

Ou seja, o conjunto $\bar{S}$ contém os índices de todas as variáveis binárias que possuem o valor 1. Também é introduzido um parâmetro k , a partir do qual é definida a vizinhança k -OPT $N(\bar{x}, k)$ de $\bar{x}$. A função $N(\bar{x}, k)$ representa todas as soluções factíveis do problema que satisfazem a restrição de *local branching*, dada por:

$$\Delta(x, \bar{x}) = \sum_{j \in \bar{S}} (1 - x_j) + \sum_{j \in B \setminus \bar{S}} x_j \leq k \quad (3.6)$$

Na restrição (3.6), os termos à esquerda representam as variáveis binárias que terão seus valores trocados de 1 para 0 ou de 0 para 1, respectivamente, ou seja, o número total de variáveis binárias as quais terão seu valor alterado. Quando esta restrição é acrescentada ao modelo, o espaço de soluções do problema original é reduzido, e pode-se buscar a melhor solução vizinha de $\bar{x}$. Por outro lado, é possível buscar a solução ótima que seja vizinha de $\bar{x}$ na vizinhança complementar a (3.6), definida por:

$$\Delta(x, \bar{x}) \geq k + 1 \quad (3.7)$$

Utilizando as restrições (3.6) e (3.7), é possível subdividir o espaço de busca por uma solução ótima em dois subproblemas, o primeiro acrescido da restrição (3.6) e o segundo de (3.7), semelhante ao critério de separação do *branch-and-bound*. Note que os subproblemas são problemas inteiros mistos que podem ser resolvidos por um algoritmo exato (por exemplo: *branch-and-bound*).

O parâmetro k define o tamanho da vizinhança a ser percorrida na ramificação à esquerda e é um parâmetro importante, pois deve ser escolhido de forma a tornar a vizinhança $N(\bar{x}, k)$ suficientemente grande para conter soluções melhores que a atual, e ao mesmo tempo suficientemente pequena, para que possa ser percorrida em tempo computacional aceitável, ou seja, para que o algoritmo exato consiga encontrar a solução ótima do subproblema. Em seus testes, os autores identificaram que uma boa faixa de valores para k seria um número no intervalo [10,20].

A idéia geral do *local branching* é a seguinte. Primeiramente, é introduzida no modelo a restrição de *local branching* (3.6), de forma a definir uma vizinhança. O novo problema é resolvido, na esperança de se encontrar uma solução melhor do que a atual. Caso uma solução inteira de melhor qualidade seja encontrada, ela passa a ser a solução atual, a restrição de *local branching* é removida e a restrição (3.7) é adicionada ao modelo. Em seguida, a restrição de *local branching* é novamente adicionada ao modelo, só que desta vez, partindo da nova

solução. O procedimento é repetido até que seja encontrado um subproblema cuja solução não seja melhor do que a solução atual.

Figura 3.1 - Exemplo do funcionamento do *local branching*. (Adaptado da fonte: Fischetti e Lodi, 2003).

A Figura 3.1 ilustra um exemplo de aplicação do *local branching*. Assume-se que o nó inicial é o nó em que $\bar{x}^1$ é uma solução factível do problema. O lado esquerdo contendo o nó (2) corresponde a otimização dentro da vizinhança k -OPT $N(\bar{x}, k)$, na qual é obtida uma solução (em tempo computacional aceitável) chamada $\bar{x}^2$. Caso esta solução seja melhor do que a atual, $\bar{x}^2$ se torna a nova solução. O procedimento é repetido com o nó da direita (3), onde a exploração de $N(\bar{x}^2, k) \setminus N(\bar{x}^1, k)$ no nó (4) produz uma nova solução atual $\bar{x}^3$. O nó (5) é então referenciado, o qual corresponde ao problema inicial com as duas restrições adicionais $\Delta(x, \bar{x}^1) \geq k + 1$ e $\Delta(x, \bar{x}^2) \geq k + 1$. No exemplo, o nó (6) produz um subproblema cuja solução não é melhor do que a solução atual. Nesta situação, a adição da constante $\Delta(x, \bar{x}^3) \geq k + 1$ leva ao nó (7), da direita.

O *local branching* é um método exato. Porém, o custo computacional pode ser muito alto uma vez que os subproblemas são problemas inteiros mistos que nem sempre são facilmente resolvidos. Este fato pode tornar o método inviável. Logo, Fischetti e Lodi (2003) propuseram algumas modificações para o método, tais como impor um limite de tempo nos nós da esquerda ou aplicar mecanismos de diversificação. Com estas modificações o *local branching* passa a se comportar como uma heurística, melhorando cada vez mais a solução atual e tentando se aproximar do valor ótimo.

Figura 3.2 - Limite de tempo nos nós: caso 1. (Adaptado da fonte: Fischetti e Lodi, 2003).

Considerando as modificações propostas pelos autores podemos ter duas situações distintas, apresentadas respectivamente nas Figuras 3.2 e 3.3. Analisando a primeira situação, representada na Figura 3.2, ao chegar ao nó (2) é possível que não seja encontrada nenhuma solução dentro do limite de tempo estabelecido. Isto significa que, apesar de nenhuma solução melhor que a atual ter sido encontrada, ainda é possível que esta solução exista, uma vez que as vizinhanças não foram totalmente exploradas. Para evitar que potenciais soluções sejam perdidas, o método realiza novamente a busca no nó (2'), porém com uma redução do k (que passaria a ser: $k/2$). Desta forma, com o tamanho da vizinhança reduzido, o *local branching* possui uma chance maior de pesquisar todas as soluções da nova vizinhança. Da mesma forma que o tamanho da vizinhança pode ser reduzido (visando uma busca local mais rápida), ele também pode ser aumentado, visando aumentar a diversidade. Isto pode ser feito aumentando o valor do k (que passaria a ser: $2k$). Este aumento na diversidade (que é caracterizado pelos

autores como “diversificação leve”) pode ser interessante sempre que for provado que o nó atual da esquerda não contém soluções melhores.

Figura 3.3 - Limite de tempo nos nós: caso 2. (Adaptado da fonte: Fischetti e Lodi, 2003).

A segunda situação que pode ocorrer, ilustrada na Figura 3.3, ocorre quando ao chegar ao nó (2), uma solução melhor $\bar{x}^2$ é encontrada, porém o método tem sua execução interrompida devido ao limite de tempo. Quando isto ocorre, a restrição $\Delta(x, \bar{x}^1) \leq k$ é substituída pela restrição $\Delta(x, \bar{x}^2) \leq k$ e o método volta a buscar a solução ótima no nó (2'). Caso todas as vizinhanças do nó (2') sejam pesquisadas dentro do limite de tempo, o método segue normalmente, com a melhor solução encontrada (no caso, $\bar{x}^3$).

Os autores mostraram que, ao utilizarem o *local branching*, em 23 dos 29 casos testados (os testes ocorreram em problemas inteiros de diferentes tipos), uma solução melhor foi encontrada em tempo computacional aceitável. Outras aplicações do *local branching* podem ser vistas em (Fischetti e Lodi, 2006 e Hansen *et al.* 2006).

3.1. Local branching para o PDL

Neste trabalho, o método proposto em Fischetti e Lodi (2003) foi codificado em linguagem C++ utilizando o Concert, que é um conjunto de bibliotecas com funções do software de otimização CPLEX.

Como descrito na seção anterior, a estratégia *local branching* está baseada no método *branch-and-bound* cuja eficiência está diretamente relacionada à obtenção de bons limitantes superiores e inferiores para o problema a ser resolvido. Para o PDLC, como o objetivo é minimizar a soma dos custos, a solução relaxada do problema fornece um limitante inferior e as soluções factíveis encontradas ao longo do processo são limitantes superiores do problema.

Como estratégia para obter a primeira solução factível para *local branching* e, por consequência, o primeiro limitante superior do problema, a proposta aqui apresentada foi obter a melhor solução para o PDLC padrão, ou seja, sem possibilidade de atraso, preservação ou *set-up crossover*. Nesta primeira etapa, o tempo de execução do CPLEX foi limitado em 50 segundos.

A partir desta solução a estratégia *local branching*, como proposto por Fischetti e Lodi (2003) é executada. Vale destacar que cada um dos subproblemas gerados é resolvido utilizando o software de otimização CPLEX e que três critérios de parada foram adotados. O primeiro critério de parada é atingido se a solução ótima do subproblema foi encontrada. A segunda condição ocorre quando o problema é infactível. A terceira condição é ativada quando um tempo limite de execução preestabelecido é atingido. O método adaptado para o problema estudado é resumido pelo algoritmo a seguir.

Passo 1.	Resolva o PDLC sem as características: <i>backlogging</i> , <i>carry-over</i> e <i>set-up crossover</i> . Utilize a solução obtida como solução inicial para o <i>local branching</i> . Os vetores que armazenam as variáveis de produção, estoque e preparação são atualizados (X , I e Y , respectivamente).
Passo 2.	Definimos então o valor das variáveis: K (tamanho da vizinhança), $nodeTimeLimit$ (limite de tempo em cada nó) e $timeLimit$ (tempo limite total do problema). O tempo gasto na obtenção da solução inicial é deduzido do tempo total.
Passo 3.	<p>Divida o problema em dois subproblemas, M^1 e M^2, onde M^1 representa o lado esquerdo da árvore <i>do local branching</i> e M^2 representa o lado direito.</p> <ul style="list-style-type: none"> Restrição 1: M^1: $\Delta(x, \bar{x}) = \sum_{j \in S} (1 - x^1_j) + \sum_{j \in B \setminus \bar{S}} x^1_j \leq k$ Restrição 2: M^2: $\Delta(x, \bar{x}) = \sum_{j \in S} (1 - x^1_j) + \sum_{j \in B \setminus \bar{S}} x^1_j \geq k + 1$
Passo 4.	Faça o subproblema atual igual a M^1 .
Passo 5.	Resolva o subproblema atual.
Passo 6.	Avalie as seguintes possibilidades:
Passo 6a.	<p>Caso a solução ótima (X^2) do subproblema atual seja encontrada dentro do limite de tempo estabelecido e seu valor seja melhor que o limitante superior atual, atualize os valores de X, I e Y e o valor do limitante.</p> <p>Remova a Restrição 1 do subproblema atual. Faça o problema atual igual ao subproblema M^2. Em seguida, adicione a Restrição 1 ao subproblema atual, porém utilizando X^2 como solução inicial. Adicione ao subproblema M^2 a Restrição 2 utilizando X^2. Volte ao Passo 5.</p>
Passo 6b.	<p>Caso o limite de tempo seja atingido e uma solução factível melhor do que a solução atual tenha sido encontrada (X^2), substitua a Restrição 1 do subproblema atual por:</p> $\Delta(x, \bar{x}) = \sum_{j \in S} (1 - x^2_j) + \sum_{j \in B \setminus \bar{S}} x^2_j \leq k \quad .$ <p>Volte ao Passo 5.</p>
Passo 6c.	<p>Caso o limite de tempo seja atingido e nenhuma solução factível tenha sido encontrada, substitua a Restrição 1 do subproblema atual por:</p> $\Delta(x, \bar{x}) = \sum_{j \in S} (1 - x^1_j) + \sum_{j \in B \setminus \bar{S}} x^1_j \leq k / 2 \quad .$ <p>Volte ao Passo 5.</p>
Passo 6d.	Caso o subproblema atual seja infactível faça:
Passo 6d1.	Se $M^2 \neq \emptyset$, faça o subproblema atual igual a M^2 e $M^2 = \emptyset$.
	Volte ao Passo 5.
Passo 6d2.	PARE.

Em resumo, primeiramente, é resolvido o PDLC sem *backlogging*, *carry-over* e *crossover*. Uma vez que este é um problema relativamente fácil de ser resolvido computacionalmente, a solução ótima é obtida. Esta solução é armazenada nas variáveis X, Y e I, onde X representa o total produzido de cada item ao final de cada período, Y representa as preparações de cada item em cada período e I representa a quantidade em estoque de cada item no final de cada período. Em seguida, é aplicado o método *local branching*.

Conforme explicado anteriormente, é necessário definir o valor de alguns dos parâmetros. O parâmetro *K* foi fixado no valor 13, dentro do intervalo sugerido pelos autores. O parâmetro *nodeTimeLimit* representa o tempo limite de cada nó, e foi fixado em 50 segundos. Já o parâmetro *timeLimit* representa o tempo total do método, e foi fixado em 200 segundos. Quando o valor da variável *timeLimit* é excedido, o método resolve mais uma vez o problema, atribuindo como solução base a melhor solução encontrada. Desta forma, o tempo máximo de execução de cada problema é fixado em 250 segundos.

Capítulo 4

Testes Computacionais

Neste capítulo são resumidos os testes computacionais realizados para validação das propostas apresentadas. Para realizar os testes, foi desenvolvido um programa em C++ a partir da estratégia *local branching* proposta em Fischetti e Lodi (2003), que para resolver os problemas inteiros mistos utiliza as bibliotecas do CPLEX 11 (ILOG, 2007). O computador utilizado para testar as instâncias foi um PC Core 2 Duo 2.33 GHz, 3GB de memória RAM e sistema operacional Linux Debian 4.

Como discutido anteriormente, este trabalho tem três objetivos principais. O primeiro consiste em avaliar o desempenho de diferentes configurações do software CPLEX quando utilizado para resolver os PDLC estudados, utilizando para isto os **Modelos 7 e 8**. O segundo foi avaliar os benefícios da estratégia *local branching* para resolver os problemas estudados, tanto no CPLEX quanto para o programa em C++ especialmente desenvolvido a partir desta estratégia. O terceiro objetivo dos testes foi avaliar o comportamento dos problemas quando são consideradas diferentes características para os problemas de dimensionamento de lotes, tais como possibilidade de atraso na demanda, de preservação de preparação e de *set-up crossover*.

Os testes foram realizados em quatro diferentes etapas, que foram organizadas e discutidas em subseções específicas. A primeira etapa teve como objetivo mostrar o comportamento do software comercial CPLEX 11 (ILOG, 2007) diante de diferentes configurações, tais como uso de cortes, de heurísticas e, mais especificamente, de *local branching*, para diferentes problemas de dimensionamento de lotes. Na segunda etapa, os mesmos testes foram realizados para o programa em C++ desenvolvido neste trabalho. No final desta etapa, foram selecionadas a melhor configuração do CPLEX e a melhor configuração do programa em C++. A terceira etapa consiste em analisar o comportamento da estratégia *local branching* quando uma solução inicial é fornecida como ponto de partida para o problema. Os testes foram realizados para as duas configurações selecionadas no final da primeira fase dos testes. No final desta etapa, foi selecionada a melhor configuração dentre as duas. Na quarta etapa, o objetivo foi verificar a influência na resolução dos problemas de diferentes características do problema de dimensionamento de lotes, tais como a possibilidade

de atraso na demanda, de preservação de preparação e de *set-up crossover*. Foram avaliados: valor da função objetivo, tempo computacional e grau de complexidade do problema.

Os testes foram realizados utilizando as instâncias propostas em Trigeiro *et al.* (1989) com as adaptações necessárias. As instâncias propostas pelos autores estão divididas em cinco grupos: E, W, F, G e X. O número de itens e períodos de cada grupo de instâncias é descrito na Tabela 4.1. Deve-se destacar que as instâncias dos grupos “E” e “W”, segundo os autores, têm características diversas e foram criadas para testar a heurística por eles proposta. Os grupos F e G contém instâncias mais complexas do que os do grupo EW, sendo cinco das instâncias do grupo G de difícil resolução. Os problemas do grupo X são os mais difíceis dentre as instâncias testadas. Neste trabalho, por questões de tempo de execução, em algumas circunstâncias os testes foram restringidos a esses dois grupos.

Instâncias	Nº de Itens	Nº de Períodos	Nº de instâncias
E	6	15	58
W	4	15	6
	6	15	6
F	6	15	70
G	6	15	46
	12	15	5
	24	15	5
	6	30	5
	12	30	5
	24	30	5
X	10	20	180
	20	20	180
	30	20	180

Tabela 4.1 - Dados dos grupos de instâncias propostas em Trigeiro *et al.* 1989.

Para todos os exemplos estudados, o formato dos arquivos de dados é o mesmo, variando apenas os dados numéricos. Conforme descrito pelos autores, os tempos de preparação foram gerados uniformemente no intervalo de 5 a 150. Os custos de preparação foram gerados no intervalo de 200 a 1500, enquanto os custos de estoque foram gerados no intervalo de 0,8 a 5,0. O número de máquinas utilizadas é sempre igual a 1 para todas as instâncias. Para os problemas que consideram atraso na demanda, optou-se por calcular o custo de atraso multiplicando-se o custo de estoque por 1,5. O tempo computacional dedicado à resolução de cada exemplar foi limitado em 250 segundos.

4.1. Experimentos computacionais com o CPLEX

Nesta seção são apresentados os resultados dos testes computacionais realizados para definir uma configuração adequada do software comercial CPLEX 11 (ILOG, 2007) quando aplicado para resolver os problemas de dimensionamento de lotes estudados. Foram estudadas algumas configurações possíveis do CPLEX e dentre as quais foi indicada a que melhor se adapta aos problemas abordados.

Primeiramente são discutidos os testes com o CPLEX que foram realizados usando apenas os problemas estudados nos grupos “E” e “W”, uma vez que, como destacado anteriormente, em Trigeiro *et al.* (1989) estes foram criados especialmente para definir os parâmetros da heurística proposta pelos autores. Os problemas foram resolvidos a partir de cinco configurações diferentes. É importante destacar que, em sua configuração padrão, o CPLEX possui cortes e heurísticas ativados. As configurações testadas foram:

1. CPLEX sem cortes, sem *local branching* e sem heurísticas (CPLEX_S).
2. CPLEX sem cortes, com *local branching* e sem heurísticas (CPLEX_LB).
3. CPLEX com cortes e sem heurísticas (CPLEX_CC).
4. CPLEX com cortes, com *local branching* e sem heurísticas (CPLEX_CCLB).
5. CPLEX padrão com *local branching* (CPLEX_PLB).

Tais configurações foram testadas para os seguintes problemas de dimensionamento de lotes:

1. Problema com custo de preparação e limite de capacidade (PDLC) – **Modelo 7**.
2. PDLC com possibilidade de atender a demanda com atraso – **Modelo 7**.
3. PDLC com possibilidade de preservação de preparação – **Modelo 7**.
4. PDLC com possibilidade de preservação de preparação e *set-up crossover* – **Modelo 8**.

Os três primeiros tipos de problema foram modelados conforme proposto em Karimi *et al.* (2005), enquanto o quarto tipo foi modelado de acordo com a proposta de Sung e Maravelias (2008).

Para uma melhor leitura, ambos os modelos serão apresentados novamente a seguir, respectivamente. Os resultados dos testes são discutidos nas subseções seguintes.

4.1.1. PDL com limite de capacidade e custo de preparação

Os problemas discutidos nesta subseção se referem ao problema estudado em Trigeiro *et al.* (1989), ou seja, o problema de dimensionamento de lotes com custos e tempos de preparação e com restrições de capacidade, para os quais a preservação de preparação e o atraso para atender a demanda não são permitidos. As cinco configurações do CPLEX discutidas foram utilizadas e uma análise dos resultados obtidos é apresentada.

Para facilitar a visualização dos resultados, foram gerados gráficos comparando o resultado das cinco configurações do CPLEX estudadas. Para completar os dados apresentados nos gráficos, incluímos também as tabelas com os resultados obtidos para cada um dos exemplares. Nas tabelas, a coluna que possui o valor em negrito representa a configuração que apresentou o melhor resultado para o exemplar. Algumas instâncias estão com o valor *NaN*, indicando que nenhuma solução factível foi encontrada dentro do limite de tempo de 250 segundos, estabelecido anteriormente. Nas Tabela 4.2 e 4.3 são reportados os valores da função objetivo obtidos para cada configuração, no grupo de exemplos “E” e “W”, respectivamente. As Figuras 4.3 e 4.4 ilustram os gráficos construídos conforme a proposta apresentada em Dolan e Moré (2002). Para estes exemplos (grupos “E” e “W”), o gráfico compara os valores das funções objetivos de cada configuração, mostrando qual delas se sobressaiu. É importante lembrar que os problemas estudados são de minimização, então quanto menor for o valor da função objetivo, melhor.

Tanto as Tabelas 4.2 e 4.3 quanto os gráficos das Figuras 4.3 e 4.4 mostram que, como esperado, a CPLEX_S não apresentou bons resultados para ambos os grupos de problemas. Ao considerarmos a estratégia *local branching* (CPLEX_LB), os resultados melhoram de forma significativa para os exemplos do Grupo “W”, porém não tendo um bom desempenho para os exemplos do Grupo “E”. As versões CPLEX_CC e CPLEX_CCLB geram bons resultados, o que nos leva a concluir que para o PDL o uso de cortes é adequado. No entanto, como podemos observar, a melhor configuração é a CPLEX_PLB que além dos cortes possibilita também o uso de heurísticas do CPLEX.

Instâncias	CPLEX_S	CPLEX_LB	CPLEX_CC	CPLEX_CCLB	CPLEX_PLB
E01	35621	34393	34393	34393	34393
E02	29551	28836	28836	28836	28836
E03	43281	42057	42253	42057	42057
E04	36630	35581	36237	35600	35581
E05	42021	41345	41129	41129	41129
E06	42725	41449	41553	41449	41449
E07	33575	32621	32952	32621	32621
E08	38331	37632	37632	37632	37632
E09	39552	38369	38369	38369	38369
E10	30461	30120	30120	30120	30120
E11	46028	44876	44761	44735	44715
E12	31446	29432	29736	29432	29432
E13	31526	29085	29085	29085	29085
E14	35096	33123	33123	33123	33123
E15	38624	36704	36704	36704	36704
E16	31793	30272	30754	30581	30257
E17	33590	31666	32085	31574	31520
E18	46595	43093	43389	43119	42895
E19	44351	41996	42425	41262	41148
E20	32493	32116	32135	31842	31543
E21	36468	34951	35774	35017	34951
E22	37708	35888	36470	35919	35888
E23	31668	30528	30528	30528	30528
E24	40052	37874	37725	37585	37585
E25	35871	35710	35710	35710	35710
E26	30446	27417	27846	27310	27228
E27	41870	40266	40266	40266	40266
E28	28261	27355	27351	27289	27276
E29	45430	41273	41421	41273	41273
E30	31988	30341	30524	30341	30341
E31	38845	37863	39447	37863	37863
E32	41045	39411	39822	39202	39202
E33	37599	35801	36451	35801	35801
E34	40620	38812	39778	38491	38130
E35	51930	51061	51274	51061	51061
E36	41491	39719	40430	39882	39719
E37	41406	40154	39313	38736	38736
E38	36994	35498	36169	35345	35127
E39	39286	38139	38801	38139	38128
E40	49059	47864	47988	47949	47638
E41	39692	37932	38076	37932	37932
E42	34642	32898	33453	32504	32330
E43	29093	27536	28781	27536	27536
E44	26507	23866	24504	23617	23555

Tabela 4.2 - Tabela de resultados dos exemplos do grupo "E".

E45	24568	23281	23286	23281	23281
E46	36160	34086	35392	33068	33002
E47	44521	41946	41328	40249	40207
E48	41971	39791	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	37571
E49	32987	31060	31362	30819	30819
E50	41120	37484	38764	37345	37175
E51	53371	49003	52339	49153	48826
E53	37283	33656	35140	33384	33214
E54	45546	42806	43930	41790	41255
E55	48076	43216	44767	43195	41965
E56	39243	34428	39202	34251	34251
E57	36709	34541	35853	34501	34157
E59	46681	43210	44813	43751	42975
E60	32631	29647	29743	29490	29290

Tabela 4.2 - Tabela de resultados dos exemplos do grupo "E" (continuação).

Instâncias	CPLEX_S	CPLEX_LB	CPLEX_CC	CPLEX_CCLB	CPLEX_PLB
W13	66165	61723	64704	61994	61422
W14	61580	60146	62002	59906	59495
W15	60285	58217	60694	58217	57809
W16	53114	48757	51186	49129	48662
W17	48209	45074	47089	44916	44916
W18	46194	43990	45782	43903	43903
W19	151962	143549	152969	142974	141817
W20	142187	138232	144165	138946	137641
W21	140642	138739	150182	138743	137473
W22	98048	91482	96638	91359	90489
W23	92331	88495	91240	88780	87943
W24	88592	86418	89482	86279	86279

Tabela 4.3 - Tabela de resultados dos exemplos do grupo "W".

Nas Figuras 4.3 e 4.4 são exibidos os gráficos gerados conforme a proposta de Dolan e Moré (2002). Estes gráficos mostram o percentual de instâncias em que cada método obteve o melhor resultado, assim como a quantidade de instâncias em que a solução ótima foi encontrada (quando esta foi atingida). Analisando o gráfico dos exemplos “E”, podemos observar que a configuração CPLEX_S não obteve o melhor resultado em nenhuma instância, enquanto a CPLEX_CC obteve o melhor resultado em aproximadamente 20% das instâncias, a CPLEX_LB obteve melhor resultado em 50% das instâncias e a CPLEX_CCLB em aproximadamente 60%. Estes percentuais contêm as instâncias para as quais todas as configurações obtiveram o mesmo resultado, o que resulta na possibilidade de mais de uma

configuração achar a melhor solução para um determinado exemplo. A configuração CPLEX_PLB obteve o melhor resultado em 100% das instâncias. Para o grupo “W”, as configurações CPLEX_S, CPLEX_CC e CPLEX_LB apresentaram melhores resultados em apenas 10% das instâncias, a CPLEX_CCLB gerou os melhores resultados para 25% das instâncias, enquanto a CPLEX_PLB obteve, novamente, o melhor resultado em 100% das instâncias.

Figura 4.1 - Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “E”.

Figura 4.2 - Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “W”.

4.1.2. PDL com atraso na demanda

Nesta seção, o problema resolvido foi o PDL considerando a possibilidade de atraso para atender a demanda. Foram avaliadas as cinco configurações apresentadas anteriormente.

É possível notar uma descontinuidade para as versões CPLEX_CC e CPLEX_CCLB, decorrentes do fato de nenhuma solução factível ter sido encontrada dentro do tempo limite de 250 segundos. Estas descontinuidades podem ser verificadas nas Tabelas 4.4 e 4.5 que contêm os valores da melhor solução obtida para os exemplares respeitando o tempo limite estipulado.

Instâncias	CPLEX_S	CPLEX_LB	CPLEX_CC	CPLEX_CCLB	CPLEX_PLB
E01	34909	34308	34713	34307	34305
E02	29434	28836	28836	28836	28836
E03	42087	40939	45084	40689	40592
E04	35971	35305	37723	34785	34785
E05	42148	40739	41800	40739	40739
E06	39544	38617	42650	38530	38511
E07	32770	31444	33626	31134	31062
E08	38038	37181	37181	37181	37181
E09	39316	38048	39973	38048	38048
E10	30602	29656	31859	29612	29558
E11	46548	44411	45286	44185	44099
E12	30599	28631	46868	28963	28159
E13	31332	29031	29402	29031	29031
E14	34893	33026	33148	33026	33026
E15	38966	35775	36366	35775	35775
E16	32063	29804	32240	29432	29432
E17	34019	30972	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	30652
E18	46052	42063	46883	42156	41730
E19	44463	39570	40673	39349	39349
E20	33562	31968	38204	31697	30935
E21	36079	34033	36264	33994	33994
E22	37289	34994	37097	34736	34736
E23	32484	30247	31370	30247	30247
E24	42701	37404	39189	37445	37404
E25	35789	35710	35742	35710	35710
E26	31449	27076	29720	26899	26817
E27	42371	40073	40917	40073	40073
E28	28329	26847	27448	26871	26847
E29	43995	40482	43007	40489	40482

Tabela 4.4 - Tabela de resultados dos exemplos do grupo "E", considerando atraso na demanda.

E30	32456	29620	30669	29620	29620
E31	37700	36593	42930	36721	36593
E32	40096	37915	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	37312
E33	40197	35285	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	35227
E34	39159	37584	62420	35484	34858
E35	52076	50858	53754	50757	50757
E36	40187	38320	42396	38158	38135
E37	39993	37687	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	37543
E38	36497	34668	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	34104
E39	38922	36093	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	35917
E40	47316	45878	49586	45953	45855
E41	38061	35680	39237	35961	35613
E42	35133	31855	37514	31956	31767
E43	28852	27177	28877	27149	27149
E44	25200	22951	27598	22845	22834
E45	24569	23116	25071	23116	23116
E46	37640	31685	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	31624
E47	45902	39369	44298	39549	39113
E48	44304	36596	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	36023
E49	32487	29980	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	29939
E50	42187	36382	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	36232
E51	56554	47525	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	47230
E53	37374	32603	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	32469
E54	44006	37835	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	37285
E55	52370	41626	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	41249
E56	44503	34169	39287	33794	33598
E57	42447	33846	39052	33761	33500
E59	47449	42552	52471	42630	42033
E60	33595	28927	29868	28927	28900

Tabela 4.4 - Tabela de resultados dos exemplos do grupo "E", considerando atraso na demanda (continuação).

Instâncias	CPLEX_S	CPLEX_LB	CPLEX_CC	CPLEX_CCLB	CPLEX_PLB
W13	68376	60132	69262	60305	59916
W14	65088	58339	62869	58291	58291
W15	61144	57354	62270	57089	57089
W16	54092	46312	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	46216
W17	47378	43569	45346	43569	43569
W18	45953	42836	45964	42836	42836
W19	163081	139814	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	138017
W20	147696	135710	162679	135726	135139
W21	142816	135313	147959	135560	134606
W22	109048	87053	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	86738
W23	91375	85159	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	85054
W24	88734	83692	91260	84295	83692

Tabela 4.5 - Tabela de resultados dos exemplos do grupo "W", considerando atraso na demanda.

Nas Figuras 4.7 e 4.8 encontram-se os gráficos gerados conforme a proposta de Dolan e Moré (2002) para ambos os grupos. Observando a Figura 4.7, é possível ver que nas configurações CPLEX_CC e CPLEX_CCLB a linha não atinge o ponto 1, indicando que houve instâncias em que estas configurações não encontraram nenhuma solução factível. Entre estas duas, a CPLEX_CCLB apresentou melhores resultados. As configurações CPLEX_S e CPLEX_LB encontraram soluções factíveis para todas as instâncias, com a CPLEX_LB apresentando resultados melhores. Porém, a mais eficiente foi, novamente, a CPLEX_PLB, que obteve resultados iguais ou superiores às outras configurações para 100% das instâncias. O mesmo pode ser concluído analisando a Figura 4.8.

Figura 4.3 - Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “E”, considerando atraso na demanda.

Figura 4.4 - Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “W”, considerando atraso na demanda.

Devido aos resultados não-satisfatórios das configurações CPLEX_S e CPLEX_CC para os testes anteriores, os próximos testes foram restringidos apenas para as configurações CPLEX_LB, CPLEX_CCLB e CPLEX_PLB.

4.1.3. PDL com preservação de preparação

Nesta seção, estudamos o PDL sem a possibilidade de atraso para atender a demanda, porém admitindo a preservação de preparação. Para este problema, nenhuma das configurações do CPLEX avaliadas encontrou uma solução comprovadamente ótima para todas as instâncias de ambos os grupos, no entanto, a estratégia CPLEX_PLB apresentou os melhores resultados. Nas Tabelas 4.6 e 4.7 são apresentados os resultados obtidos para os grupos “E” e “W”, respectivamente.

Instâncias	CPLEX_LB	CPLEX_CCLB	CPLEX_PLB
E01	35718	35740	34099
E02	30982	30735	28671
E03	43187	42629	41623
E04	38663	37297	35812
E05	43633	43465	40737
E06	42210	43268	40312
E07	32356	34895	31928
E08	38923	39225	37393
E09	39833	40704	37957
E10	32282	30910	29679
E11	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	44512
E12	31820	31378	28768
E13	30464	30420	27866
E14	35618	34153	33085
E15	<i>NaN</i>	39473	35694
E16	<i>NaN</i>	31732	30327
E17	33101	32206	31485
E18	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	42895
E19	<i>NaN</i>	42771	40593
E20	<i>NaN</i>	33185	31592
E21	39130	<i>NaN</i>	34615
E22	38478	37199	35997
E23	32735	31336	30528

Tabela 4.6 - Tabela de resultados dos exemplos do grupo "E", considerando preservação de preparação.

E24	40786	39197	37906
E25	37161	36498	35338
E26	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	27310
E27	43007	41788	39674
E24	40786	39197	37906
E25	37161	36498	35338
E26	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	27310
E27	43007	41788	39674
E28	29378	27655	26776
E29	42895	44001	41273
E30	31961	30561	29819
E31	<i>NaN</i>	38097	37884
E32	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	39410
E33	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	35801
E34	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	38176
E35	54223	<i>NaN</i>	51424
E36	42031	<i>NaN</i>	39826
E37	<i>NaN</i>	41967	38882
E38	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	35675
E39	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	38380
E40	51387	51266	47638
E41	39258	<i>NaN</i>	36916
E42	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	32574
E43	<i>NaN</i>	28213	27432
E44	27243	<i>NaN</i>	23555
E45	<i>NaN</i>	24403	22958
E46	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	33427
E47	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	40524
E48	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	38388
E49	34001	<i>NaN</i>	30923
E50	44997	<i>NaN</i>	37785
E51	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	49387
E53	36218	<i>NaN</i>	33803
E54	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	41297
E55	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	42887
E56	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	34251
E57	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	34157
E59	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	43025
E60	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	29290

Tabela 4.6 - Tabela de resultados dos exemplos do grupo "E", considerando preservação de preparação (continuação).

Instâncias	CPLEX_LB	CPLEX_CCLB	CPLEX_PLB
W13	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	61621
W14	62323	61568	59266
W15	59760	<i>NaN</i>	57267
W16	49071	50023	46201
W17	46453	44815	43062
W18	49735	43551	41976
W19	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	143887
W20	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	139691
W21	144292	143251	138403
W22	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	90879
W23	92405	<i>NaN</i>	89126
W24	89657	88694	86948

Tabela 4.7 - Tabela de resultados dos exemplos do grupo "W", considerando preservação de preparação.

As Figuras 4.11 e 4.12 ilustram os gráficos gerados como proposto por Dolan e Moré (2002) para ambos os grupos. Conforme se pode observar, as configurações CPLEX_LB e CPLEX_CCLB não apresentam bons resultados. Isto pode ser notado pela quantidade de instâncias em que estes métodos não obtiveram soluções factíveis. No grupo “E” o CPLEX_CCLB apresentou resultados melhores que o CPLEX_LB, enquanto no grupo “W” ocorreu o inverso. Quanto à qualidade da solução, mais uma vez o CPLEX_PLB obteve os melhores resultados, sendo superior às outras configurações em 100% das instâncias, para ambos os grupos.

Figura 4.5 - Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “E”, considerando preservação de preparação.

Figura 4.6 - Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “W”, considerando preservação de preparação.

Como esperado, a configuração CPLEX_PLB encontrou os melhores resultados. Concluimos, portanto, que as heurísticas disponíveis no CPLEX e os cortes são essenciais para a obtenção de soluções factíveis.

4.1.4. PDL com preservação de preparação e *set-up crossover*

Nesta seção, o problema resolvido foi o PDL sem a possibilidade de atraso para atender a demanda, porém considerando preservação de preparação e *set-up crossover*. Para que estas características fossem incorporadas, foi utilizado o **Modelo 8**. Novamente, foram consideradas apenas as configurações CPLEX_LB, CPLEX_CCLB e CPLEX_PLB. As Tabelas 4.8 e 4.9 apresentam os resultados dos grupos “E” e “W”, respectivamente.

Instâncias	CPLEX_LB	CPLEX_CCLB	CPLEX_PLB
E01	27208	27322	27030
E02	21825	<i>NaN</i>	21825
E03	34422	35837	33455
E04	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	28287
E05	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	32675
E06	33924	34872	33441
E07	26065	25814	25554
E08	28265	<i>NaN</i>	28265
E09	30717	<i>NaN</i>	30600
E10	24595	23993	23789
E11	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	35085
E12	24236	24166	23879
E13	22297	22297	22297
E14	25607	<i>NaN</i>	25607
E15	29519	<i>NaN</i>	29314
E16	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	23098
E17	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	25008
E18	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	34039
E19	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	32814

Tabela 4.8 - Tabela de resultados dos exemplos do grupo "E", considerando preservação de preparação e *set-up crossover*.

E20	26080	<i>NaN</i>	25387
E21	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	27018
E22	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	28205
E23	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	24082
E24	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	28616
E25	<i>NaN</i>	27984	27862
E26	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	21240
E27	<i>NaN</i>	31414	31412
E28	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	20143
E29	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	32022
E30	23940	<i>NaN</i>	23266
E31	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	29523
E32	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	31268
E33	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	28322
E34	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	30527
E35	42294	<i>NaN</i>	42061
E36	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	32153
E37	<i>NaN</i>	33239	31599
E38	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	27800
E39	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	29945
E40	<i>NaN</i>	39318	37250
E41	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	28700
E42	34671	25824	25337
E43	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	20471
E44	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	17628
E45	<i>NaN</i>	18456	18051
E46	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	25313
E47	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	32706
E48	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	30125
E49	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	23990
E50	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	29447
E51	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	38364
E53	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	26854
E54	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	32200
E55	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	32696
E56	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	25995
E57	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	25644
E59	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	33913
E60	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	21890

Tabela 4.8 - Tabela de resultados dos exemplos do grupo "E", considerando preservação de preparação e *set-up crossover* (continuação).

Instâncias	Cplex_LB	Cplex_CCLB	Cplex_PLB
W13	47430	<i>NaN</i>	47282
W14	45689	<i>NaN</i>	44937
W15	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	43075
W16	36203	35447	35287
W17	<i>NaN</i>	33588	32798
W18	31872	31675	31664
W19	<i>NaN</i>	123828	121366
W20	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	118033
W21	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	117350
W22	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	74949
W23	74894	<i>NaN</i>	72252
W24	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	71405

Tabela 4.9 - Tabela de resultados dos exemplos do grupo "W", considerando preservação de preparação e *set-up crossover*.

As Figuras 4.15 e 4.16 ilustram os gráficos gerados conforme a proposta de Dolan e Moré (2002) para ambos os grupos. É possível notar que pouquíssimas instâncias foram resolvidas pelas configurações Cplex_LB e Cplex_CCLB. As instâncias resolvidas apresentaram resultados de boa qualidade, principalmente pela Cplex_LB. A Cplex_PLB continua sendo mais eficiente, obtendo solução factível para 100% das instâncias de ambos os grupos com os melhores resultados em todas.

Figura 4.7 - Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “E”, considerando preservação de preparação e *set-up crossover*.

Figura 4.8 - Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “W”, considerando preservação de preparação e *set-up crossover*.

4.1.5. Conclusão

Analizando todos os gráficos, percebe-se que CPLEX_PLB apresentou os melhores resultados quando comparada as outras configurações. Na **Tabela 4.10** são resumidos os resultados obtidos. A primeira coluna da tabela descreve a configuração do CPLEX, em cada uma das demais colunas são destacados os modelos. Em cada uma das linhas são marcadas com X as configurações que foram testadas para os diferentes problemas. Destacamos em negrito a configuração do CPLEX_PLB por ter gerado os melhores resultados para todos os problemas avaliados.

Parâmetros CPLEX	Características			
	PDLC	<i>Backlogging</i>	<i>Carry-Over</i>	<i>Carry-Over, Set-up Crossover</i>
CPLEX_S	x	x		
CPLEX_LB	x	x	x	x
CPLEX_CC	x	x		
CPLEX_CCLB	x	x	x	x
CPLEX_PLB	x	x	x	x

Tabela 4.10 - Comparação entre diferentes configurações do CPLEX 11.

4.2. Experimentos computacionais para a implementação proposta

Os testes apresentados na Seção 4.1 foram repetidos utilizando como método de solução a implementação da estratégia *local branching* para os problemas de dimensionamento de lotes estudados. Estes testes tiveram como objetivo avaliar o desempenho do programa desenvolvido em C++ e do *local branching* implementado.

Da mesma forma que os testes anteriores, apenas os grupos de exemplos “E” e “W” foram utilizados. Os problemas foram resolvidos apenas pelas três configurações que geraram os melhores resultados, ou seja:

1. C++ sem cortes e com *local branching* (C++_LB).
2. C++ com cortes e com *local branching* (C++_CCLB).
3. C++ com cortes, com heurísticas e com *local branching* (C++_PLB).

Estas configurações foram testadas para os seguintes problemas de dimensionamento de lotes:

1. Problema com custo de preparação e limite de capacidade (PDL) – **Modelo 7**
2. PDL com atraso - **Modelo 7**.
3. PDL com preservação de preparação - **Modelo 7**.
4. PDL com preservação de preparação e *set-up crossover* - **Modelo 8**.

Por serem mais ilustrativos, restringimos a apresentação dos resultados aos gráficos gerados segundo a proposta de Dolan e More (2002). As tabelas e os demais gráficos estão disponíveis no Apêndice A.

4.2.1. PDL com limite de capacidade e custo de preparação

Os problemas discutidos nesta subseção se referem ao problema de dimensionamento de lotes com custos e tempos de preparação e com restrições de capacidade, para os quais a preservação de preparação e o atraso para atender a demanda não são considerados.

As três configurações do programa em C++ apresentadas foram utilizadas e uma análise dos resultados obtidos é apresentada nas Figuras 4.19 e 4.20. No grupo “E” os exemplos apresentam resultados muito próximos, como se pode ver na Figura 4.19. Nos exemplos “W” a diferença nos resultados foi mais aparente. Em ambos os grupos, a configuração C++_CCLB obteve resultados superiores aos da C++_LB, porém os melhores resultados foram obtidos pela C++_PLB.

Figura 4.9 - Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “E”.

Figura 4.10 - Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “W”.

Conforme observado nos gráficos, as três configurações apresentaram resultados muito próximos, mostrando que não houve muita influência dos cortes e das heurísticas para o problema. Ainda assim, a configuração CPLEX_PLB apresentou os melhores resultados.

4.2.2. PDL com atraso na demanda

Nesta seção, o problema resolvido foi o PDL considerando atraso na demanda, porém sem preservação de preparação. Foram testadas as três configurações descritas anteriormente. Os grupos de exemplos utilizados nos testes foram os grupos “E” e “W”.

As três configurações apresentaram o mesmo resultado, no entanto, utilizando as configurações C++_LB e C++_CCLB não foi possível provar a otimalidade das soluções, os dois métodos foram interrompidos ao atingir o tempo limite. Destacamos, no entanto, que para configuração CPLEX_PLB as soluções encontradas estavam a no máximo 0,01% do ótimo.

4.2.3. PDL com preservação de preparação

Nesta seção, foi avaliado o PDL considerando a possibilidade de preservação de preparação. Mais uma vez, as três configurações foram comparadas. Nenhuma solução comprovadamente ótima foi encontrada pelas configurações do programa em C++.

É importante notar que, embora a configuração C++_PLB não tenha obtido a melhor solução em todas as instâncias, ela se mostrou mais eficiente em aproximadamente 90% dos problemas de ambos os grupos (ver Figuras 4.23 e 4.24).

Figura 4.11 - Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “E”, considerando preservação de preparação.

Figura 4.12 - Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “W”, considerando preservação de preparação.

4.2.4. PDL com preservação de preparação e *set-up crossover*

Nesta seção, foi testado o PDL considerando a possibilidade de preservação de preparação e de *set-up crossover*. Neste problema, várias instâncias de ambos os grupos foram resolvidas em sua otimalidade.

Os gráficos gerados conforme proposto em (Dolan e Moré, 2002) para cada grupo são ilustrados nas Figuras 4.27 e 4.28. A C++_LB se mostrou pouco eficiente, obtendo o melhor resultado em apenas 11% das instâncias do grupo “E” e 8% do grupo “W”. Enquanto isso, a C++_CCLB obteve um resultado melhor, encontrando melhores soluções em aproximadamente 58% das instâncias do grupo “E” e 42% do grupo “W”. Conforme esperado, a configuração C++_PLB obteve os melhores resultados, chegando a ser superior em aproximadamente 85% das instâncias do grupo “E” e 100% do grupo “W”.

Figura 4.13 - Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “E”, considerando preservação de preparação e *set-up crossover*.

Figura 4.14 - Gráfico de Dolan e Moré para o grupo de exemplos “W”, considerando preservação de preparação e *set-up crossover*.

4.2.5. Conclusão

As configurações foram avaliadas para os problemas de dimensionamento de lotes apresentados na Tabela 4.11. Em negrito, destacamos a configuração que gerou os melhores resultados para as instâncias testadas.

Parâmetros CPLEX	Características			
	PDLC	<i>Backlogging</i>	<i>Carry-Over</i>	<i>Carry-Over, Set-up Crossover</i>
C++_LB	x	x	x	x
C++_CCLB	x	x	x	x
C++_PLB	x	x	x	x

Tabela 4.11 - Comparação entre diferentes configurações da implementação em C++.

4.3. Efeito da solução inicial

A estratégia *local branching* proposta em Fischetti e Lodi (2003) assume que se tenha em mãos uma solução inicial como ponto de partida. Embora esta solução inicial não precise ser necessariamente factível, conforme visto em Fischetti e Lodi (2006), todas as soluções iniciais fornecidas para o *local branching* neste trabalho foram factíveis.

Embora não seja obrigatório possuir uma solução inicial, fazer uso dela pode resultar em ganho de tempo computacional. Para comprovar esta afirmação, foram realizados testes nos grupos “E” e “W”, tanto usando o CPLEX quanto o programa em C++. Os problemas testados consideram atraso na demanda, sem preservação de preparação.

A solução inicial fornecida aos programas foi obtida resolvendo as instâncias dos grupos “E” e “W” sem atraso e sem preservação, utilizando as melhores configurações para cada programa, no caso a CPLEX_PLB e a C++_PLB. Nestes problemas, as soluções ótimas foram encontradas rapidamente, sendo então utilizadas como ponto de partida para o *local branching*. O tempo computacional necessário para encontrar as soluções iniciais é deduzido do tempo limite de 250 segundos atribuído à solução de cada exemplar.

Conforme os resultados obtidos, existiu ganho em tempo computacional de ambas as partes (CPLEX_PLB e C++_PLB). O ganho no tempo computacional no CPLEX foi muito pequeno, indicando que o uso de uma solução inicial (para os problemas testados) não é significativo. Já para o programa em C++ esta diferença foi significativa, chegando a melhorar o tempo computacional em aproximadamente 60% indicando que é promissor investir na busca de uma solução inicial de boa qualidade para tornar o método mais eficiente. A diferença entre as configurações C++_PLB com e sem solução inicial pode ser observada no gráfico da Figura 4.29, onde a linha em azul representa a configuração C++_PLB com solução inicial e a linha rosa representa a configuração C++_PLB sem solução inicial.

Figura 4.15 - Comparação de tempo computacional da C++_PLB com e sem solução inicial para os exemplos dos grupos “E” e “W”.

Ao comparar o tempo computacional das instâncias resolvidas pelas configurações CPLEX_PLB e C++_PLB, ambas partindo de uma solução inicial, confirmamos que C++_PLB apresenta tempo computacional menor do que CPLEX_PLB, tanto nas instâncias do grupo “E” quanto do grupo “W”. A configuração C++_PLB chega a ser superior em 87% das instâncias do grupo “E” e 92% das instâncias do grupo “W”. Os resultados da comparação podem ser visualizados nos gráficos das Figuras 4.30 e 4.31. A linha em azul representa a configuração C++_PLB, enquanto a linha em rosa representa a CPLEX_PLB.

Na Tabela 4.12 são resumidos os resultados da comparação do valor da função objetivo obtidas pelo CPLEX 11 e pela implementação em C++. Os resultados apresentados na tabela mostram o percentual de soluções ótimas obtidas em cada um dos grupos de exemplos. Destacamos em negrito os melhores resultados para cada um dos grupos.

Grupos de Exemplos	Melhores Soluções (PDLC com <i>backlogging</i> , <i>carry-over</i> e <i>crossover</i>)	
	CPLEX_PLB	C++_PLB
EW	43%	100%
F	26%	100%
G	23%	96%
X	55%	91%

Tabela 4.12 - Comparação entre desempenho do CPLEX e implementação em C++.

Figura 4.16 - Comparação de tempo computacional nos exemplos do grupo “E”, considerando atraso na demanda.

Figura 4.17 - Comparação de tempo computacional nos exemplos do grupo “W”, considerando atraso na demanda.

4.4. Características do PDL

Esta seção tem como objetivo discutir os resultados obtidos e as diferenças no grau de dificuldade dos exemplos quando são consideradas características como a possibilidade de atender a demanda com atraso, de preservação de preparação e de *set-up crossover*.

Foram avaliadas as seguintes variações do problema de dimensionamento de lotes:

1. Problema com custo de preparação e limite de capacidade (PDLC_S) – **Modelo 7**.
2. PDLC com possibilidade de atraso para atender a demanda (PDLC_A) - **Modelo 7**.
3. PDLC com possibilidade de preservação de preparação (PDLC_PP) - **Modelo 7**.
4. PDLC com possibilidade de atraso e de preservação de preparação (PDLC_APP) - **Modelo 7**.
5. PDLC com possibilidade de atraso, de preservação de preparação e *set-up crossover* (PDLC_APPO) - **Modelo 7**.

O modelo adotado nestes testes foi o modelo proposto em Karimi *et al.* (2005) para as Variações de 1 a 4, para a Variação 5 o modelo utilizado foi o proposto em Sung e Maravelias (2008). A configuração utilizada nos testes foi a C++_PLB, pois apresentou os melhores resultados.

Primeiramente, foram testadas as 70 instâncias dos grupos “E” e “W”. Os resultados são ilustrados no gráfico da Figura 4.32. A linha rosa representa o PDLC_S, a linha azul representa o PDLC_A, a linha vermelha representa o PDLC_PP, a linha verde representa o PDLC_APP e a linha roxa representa o PDLC_APPO. Para facilitar a leitura, todos os gráficos nesta subseção seguirão esta mesma notação.

Figura 4.18 - Comparação do valor da melhor solução obtida: Grupos “E” e “W”.

O PDLC_S e o PDLC_A puderam ser resolvidos na otimalidade, enquanto o PDLC_PP e o PDLC_APP tiveram sua execução interrompida ao atingir o limite de tempo. O PDLC_APPO encontrou solução ótima em 90% das instâncias e obteve os melhores resultados para todas as instâncias, mostrando que, para os problemas estudados, considerar a possibilidade de atraso para atender a demanda, de preservação de preparação e de *set-up crossover* é vantajoso, uma vez que existe redução significativa do custo total de produção.

Os mesmos testes foram realizados para as instâncias dos grupos “F”, “G” e “X”. Os resultados são ilustrados nos gráficos das Figuras 4.33, 4.34 e 4.35. Para todos os grupos de exemplos, o modelo PDLC_APPO apresentou os melhores valores da função objetivo para quase todas as instâncias, teve um desempenho pior apenas em 2% dos casos. Estes resultados confirmam a vantagem de incorporar estas características ao ambiente de produção.

Figura 4.19 - Comparação do valor da melhor solução obtida: Grupo “F”.

Figura 4.20 - Comparação do valor da melhor solução obtida: Grupo “G”.

Figura 4.21 - Comparação do valor da melhor solução obtida: Grupo “X”.

Além dos gráficos, foi feita uma comparação visando determinar o ganho de cada uma das características, com relação ao PDLC padrão (sem *backlogging*, *carry-over* e *set-up crossover*). Os resultados obtidos estão resumidos na Tabela 4.13. Para esta comparação, foram utilizados os exemplos dos grupos “E” e “W” e a implementação do *local branching* em C++, visto que esta apresentou resultados melhores do que o CPLEX.

Características	% Soluções Factíveis	% Soluções Ótimas	% Melhor Solução	% Ganho em relação ao PDLC		
				Médio	Mínimo	Máximo
PDLC	100%	100%	2%	-	-	-
PDLC_B	100%	100%	7%	19%	12%	25%
PDLC_C	86%	0%	1%	3%	0%	6%
PDLC_BC	99%	0%	9%	11%	1%	32%
PDLC_BCS	96%	52%	85%	23%	16%	32%

Tabela 4.13 - Comparação de ganho resultante das características propostas no PDLC.

O PDLC com *backlogging*, *carry-over* e *crossover* (PDDL_CBS) foi o que apresentou o maior grau de melhoria, obtendo um percentual de ganho médio de 23%. Desta

forma, esta configuração foi testada com os outros grupos de exemplos, visando determinar o percentual de ganho em relação ao PDLC em todas as instâncias testadas. Os resultados são apresentados na Tabela 4.14.

Exemplos	PDLC com <i>backlogging</i> , <i>carry-over</i> e <i>crossover</i> (PDLC_BCS)		
	% médio de ganho em relação ao PDLC	% mínimo de ganho em relação ao PDLC	% máximo de ganho em relação ao PDLC
EW	23%	16%	32%
F	27%	18%	63%
G	22%	2%	31%
X	10%	2%	30%

Tabela 4.14 – Grau de melhoria das soluções obtidas em cada um dos grupos de exemplos utilizando a implementação em C++.

Capítulo 5

Conclusões e Pesquisas Futuras

Neste trabalho foi abordado o problema de dimensionamento de lotes com custo de preparação e limite de capacidade (PDL), considerando possibilidade de preservação de preparação, de atraso para atender a demanda e de *set-up crossover*.

A dissertação foi desenvolvida tendo como meta três objetivos. O primeiro foi avaliar o desempenho de diferentes configurações do CPLEX quando aplicado à solução dos problemas de dimensionamento de lotes estudados. Neste sentido, se buscou verificar o grau de influência dos cortes, das heurísticas e da estratégia *local branching* para a solução dos PDL estudados. Os testes computacionais realizados permitiram definir a melhor configuração para o CPLEX.

O segundo objetivo foi desenvolver um método a partir do *local branching* para resolver os PDL estudados e comparar os resultados obtidos com a melhor configuração definida para o CPLEX. Para tanto, foi feita uma implementação em C++ do *local branching* proposto em Fischetti e Lodi (2003), que para resolver os problemas inteiros mistos utiliza as bibliotecas do CPLEX (ILOG, 2007). O programa foi testado com diferentes configurações, as mesmas testadas para o CPLEX. A implementação que apresentou o melhor resultado foi selecionada. Esta configuração foi comparada com a melhor configuração do CPLEX e mostrou-se mais eficiente para os PDL estudados.

O terceiro objetivo foi avaliar a influência de diversas características no PDL na qualidade da solução dos problemas e no tempo necessário para que uma solução seja encontrada. Foram avaliadas: a possibilidade de preservação de preparação, de atraso na demanda e de *set-up crossover*.

As instâncias utilizadas para os testes foram propostas por Trigeiro *et al.* (1989). Para resolvê-las foram utilizados os dois programas acima citados. Conforme os testes computacionais realizados, concluímos que os cortes e as heurísticas do CPLEX são essenciais para que a resolução dos problemas de dimensionamento de lotes estudados ocorra de forma mais rápida e eficiente, uma vez que a qualidade da solução e dos limitantes (e por consequência o desvio da solução ótima) melhoram de forma significativa, conforme visto no Capítulo 4. A configuração do CPLEX que apresentou o melhor resultado foi a que utilizou

heurísticas, cortes e *local branching* (CPLEX_PLB). No programa em C++, a melhor configuração foi a que utilizou heurísticas, cortes e *local branching* (C++_PLB).

Para a resolução dos problemas, ter uma boa solução inicial como ponto de partida reduz bastante o tempo computacional necessário para resolvê-los. Logo, foi utilizada uma estratégia para obter uma solução inicial, o que em algumas instâncias, levou a redução no tempo computacional de aproximadamente 60%.

Analisando o problema quanto às características, percebe-se que o PDL com possibilidade de atraso na demanda apresenta resultados iguais ou melhores que o PDL padrão com praticamente o mesmo custo computacional. Ao ser acrescida a possibilidade de preservação de preparação, o tempo computacional necessário para solução dos problemas aumenta, fazendo com que todas as instâncias tivessem sua execução interrompida ao atingir o limite de tempo, indicando que a solução ótima não foi encontrada. Apesar das soluções obtidas neste caso não serem comprovadamente ótimas, são melhores do que as do PDL original. Esta melhoria se acentua quando as possibilidades de atraso e de preservação de preparação são consideradas simultaneamente. Porém, a combinação de características que resultou nos melhores resultados para a maioria das instâncias foi o PDL com possibilidade de atraso, preservação de preparação e *set-up crossover*. Considerar estas características resultou em melhorias consideráveis no custo total da solução, para alguns casos foi obtida uma redução de até 32% no valor da função objetivo.

Com relação ao tempo computacional, para a maioria das instâncias dos grupos “E” e “W” (em torno de 90% dos problemas) o programa em C++ obteve tempos computacionais menores do que o CPLEX, ou seja, os problemas foram resolvidos mais rapidamente. Este resultado se deve a diversos fatores, tais como linguagem utilizada, implementação, entre outros. Para obter maiores detalhes, é necessário realizar uma análise mais profunda destes fatores.

Quanto à qualidade das soluções obtidas, nos grupos de exemplos “E”, “W” e “F” o programa em C++ obteve um desempenho superior para todas as instâncias. Para o Grupo “G” o CPLEX obteve resultados melhores que o programa em C++ em apenas três instâncias. Nos exemplos do Grupo “X” os resultados do programa em C++ foram melhores em quase todas as instâncias (perdendo apenas em 27 das 540 instâncias). Para algumas instâncias (seis instâncias no total) o programa em C++ conseguiu encontrar soluções factíveis, enquanto o CPLEX não obteve nenhuma solução factível. Houve 19 instâncias em que nem o programa em C++ e nem o CPLEX conseguiram encontrar uma solução factível.

Como indicam os resultados apresentados, considerar *set-up crossover*, preservação de preparação e permitir atender a demanda com atraso geram uma economia significativa com relação aos custos da empresa. Logo, é possível concluir que, caso seja viável, é indicado adaptar o modelo para que essas características sejam consideradas no ambiente produtivo.

Como os problemas são de difícil solução, sugerem-se como pesquisas futuras o desenvolvimento de heurísticas e/ou metaheurísticas para resolvê-los. Considerar a hipótese de tratar produtos perecíveis é outra questão importante para algumas aplicações, e, portanto, é outra sugestão para pesquisas futuras, uma vez que esta questão é pouco explorada na literatura.

Referências Bibliográficas

- Armentano, V.A., França, P.M. & Toledo, F.M.B. A network flow model for the capacitated lot-sizing problem. *Omega*, 1999, **v. 27**, p. 275-284.
- Bahl, H. C., Ritzman, L. P. & Gupta, J. N. D. Determining lot sizes and resources requirements: a review. *Operations Research*, 1987, **v. 35**, p. 329-345.
- Bitran, G. R. & Yanasse, H. H. Computational complexity of the capacitated lot size problem. *Management Science*, 1982, **v. 28**, p. 1174-1186.
- Brahimi, N., Dauzere-Peres, S., Najid, N. M. & Nordli, A. Single item lot sizing problems. *European Journal of Operational Research*, 2006, **v. 168**, p. 1-16.
- Briskorn, D. A note on capacitated lot-sizing with set-up carry-over. *IIE Transactions*, 2006, **v. 38**, p. 1045-1047.
- Diaby, M., Bahl, H., Karwan, M. H. & Ziont, S. Capacitated Lot-Sizing and Scheduling by Lagrangean Relaxation. *European Journal of Operational Research*, 1992a, **v. 59**, p. 444-458.
- Diaby, M., Bahl, H., Karwan, M. H. & Ziont, S. A Lagrangean Relaxation Approach for Very-Large-Scale Capacitated Lot-Sizing. *Management Science*, 1992b, **v. 59**, p. 1329-1340.
- Drexl, A. & Kimms, A. Lot sizing and scheduling - Survey and extensions. *European Journal of Operational Research*, 1997, **v. 99**, p. 221-235.
- Dolan, E. D. & Moré, J. J. Benchmarking optimization software with performance profiles. *Mathematical Programming*, 2002, **v. 91**, p. 201-213.
- Fischetti, M. & Lodi, A. Local branching. *Mathematics Programming*, 2003, **ser. B 98**, p. 23-47.
- Fischetti, M. & Lodi, A. Repairing MIP infeasibility through local branching. *Computers & Operations Research*, 2006, **v. 35**, p. 1436-1445.
- Florian, M., Lenstra, J. K. & Rinnoy Kan, A. H. G. Deterministic Production Planning Algorithms and Complexity. *Management Science*, 1980, **v. 26**, p. 669-679.
- Gopalakrishnan, M., Miller, D.M. & Schmidt, C.P. A framework for modeling set-up carry-over in the capacitated lot-sizing problem. *International Journal of Production Research*, 1995, **v. 33**, p. 1973-1988.

- Gopalakrishnan, M. A modified framework for modeling set-up carry-over in the capacitated lot-sizing problem. *International Journal of Production Research*, 2000, **v. 33**, p. 1973-1988.
- Gopalakrishnan, M., Ding, K., Bourjolly, J. & Mohan, S. A tabu-search heuristic for the capacitated lot-sizing problem with set-up carry-over. *Management Science*, 2001, **v. 47**, p. 851-863.
- Hansen, P., Mladenovic, N. & Urošević, D. Variable neighborhood search and local branching. *Computers & Operations Research*, 2006, **v. 33**, p. 3034-3045.
- IBM ILOG Inc. Solver CPLEX. <http://www.ilog.com/products/cplex/>, 2007.
- Jans, R. & Degreave, Z. Meta-heuristics for dynamic lot sizing: A review and comparison of solution approaches. *European Journal of Operational Research*, 2007, **v. 177**, p. 1855-1875.
- Jans, R. & Degreave, Z. Modeling industrial lot-sizing problems: a review. *International Journal of Production Research*, 2008, **v. 46**, p. 1619-1643.
- Karimi, B., Fatemi Ghomi, S.M.T. & Wilson, J.M. The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. *Omega*, 2003, **v. 31**, p. 365-378.
- Karimi, B., Fatemi Ghomi, S.M.T. & Wilson J.M. A tabu search heuristic for solving the CLSP with backlogging and set-up carry-over. *Journal of the Operational Research Society*, 2005, p. 1-8.
- Kuik, R., Salomon, M. & Van Wassenhove, L. N. Batching decisions: structure and models. *European Journal of Operational Research*, 1994, **v. 75**, p. 243-263.
- Maes, J., McClain, J. O. & Van Wassenhove, L. N. Multilevel Capacitated Lot-sizing Complexity and LP Based Heuristic. *European Journal of Operational Research*, 1991, **v. 53**, p. 131-148.
- Porkka, P., Vepsäläinen, A.P.J. & Kuula, M. Multiperiod production planning carrying over set-up time. *International Journal of Production Research*, 2003, **v. 41**, p. 1133-1148.
- Souza, K. X. S. & Armentano, V. A. Multi-Item Capacitated Lot-Sizing by a Cross Decomposition Based Algorithm. *Annals of Operations Research*, 1994, **v. 50**, p. 557-574.
- Sox, C.R. & Gao, Y. The capacitated lot-sizing problem with set-up carry-over. *IIE Transactions*, 1999, **v. 31**, p. 173-181.
- Suerie, C. & Stadtler, H. The Capacitated lot-sizing problem with linked lot sizes. *Management Science*, 2003, **v. 49**, p. 1039-1054.

- Sung, C. & Maravelias, C.T. A mixed-integer programming formulation for the general capacitated lot-sizing problem. *Computers and Chemical Engineering*, 2008, **v. 32**, p. 244-259.
- Toledo, F. M. B. & Armentano, V.A. A Lagrangian-based heuristic for the capacitated lot-sizing problem in parallel machines. *European Journal of Operational Research*, 2006, **v. 175**, p. 1070–1083.
- Trigeiro, W. W., Thomas L. J. & McClain J. O. Capacitated Lot Sizing With Setup Times. *Management Science*, 1989, **v. 35**, p. 353-366.
- Wagner, H. M. & Within, T.M. Dynamic version of the economic lot size model. *Management Science*, 1958, **v. 5**, p. 89-96.
- Wolsey, L. A. Progress with single-item lot-sizing. *European Journal of Operational Research*, 1995, **v. 86**, p. 395-401.

Apêndice A – Resultados Detalhados

Apresentamos a seguir os resultados detalhados obtidos para os problemas estudados no Capítulo 4.

Instâncias	C++_LB	C++_CCLB	C++_PLB
E01	34393	34393	34393
E02	28836	28836	28836
E03	42057	42057	42057
E04	35581	35581	35581
E05	41129	41129	41129
E06	41449	41449	41449
E07	32621	32621	32621
E08	37632	37632	37632
E09	38369	38369	38369
E10	30120	30120	30120
E11	44715	44715	44715
E12	29432	29432	29432
E13	29085	29085	29085
E14	33123	33123	33123
E15	36704	36704	36704
E16	30257	30257	30257
E17	31520	31520	31520
E18	42915	42895	42895
E19	41210	41170	41148
E20	31543	31543	31543
E21	34951	34951	34951
E22	35888	35888	35888
E23	30528	30528	30528
E24	37585	37585	37585
E25	35710	35710	35710
E26	27228	27228	27228
E27	40266	40266	40266
E28	27276	27276	27276
E29	41273	41273	41273
E30	30341	30341	30341
E31	37918	37863	37863
E32	39335	39202	39202
E33	35801	35801	35801
E34	38130	38130	38130
E35	51064	51061	51061
E36	39719	39719	39719

Tabela A.1 - Tabela de resultados do programa em C++ nos exemplos do grupo "E".

E37	38736	38736	38736
E38	35127	35127	35127
E39	38128	38128	38128
E40	47638	47638	47638
E41	37932	37932	37932
E42	32330	32330	32330
E43	27536	27536	27536
E44	23555	23555	23555
E45	23281	23281	23281
E46	33002	33002	33002
E47	40207	40207	40207
E48	37945	37919	37571
E49	30819	30819	30819
E50	37175	37175	37175
E51	48869	48941	48826
E53	33379	33214	33214
E54	41852	41255	41255
E55	42059	41965	41939
E56	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	25995
E57	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	25644
E59	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	33913
E60	<i>NaN</i>	<i>NaN</i>	21890

Tabela A.1 - Tabela de resultados do programa em C++ nos exemplos do grupo "E"
(continuação).

Instâncias	C++_LB	C++_CCLB	C++_PLB
W01	61621	61621	61422
W02	59708	59708	59495
W03	57951	57951	57809
W04	48889	48889	48662
W05	45108	45108	44916
W06	44042	44042	43903
W07	142321	141817	141817
W08	138989	137641	137641
W09	137908	137688	137473
W10	91369	90489	90489
W11	87944	87943	87943
W12	86520	86279	86279

Tabela A.2 - Tabela de resultados do programa em C++ nos exemplos do grupo "W".

Instâncias	C++_LB	C++_CCLB	C++_PLB
E01	34393	34034	33985
E02	28487	28331	28362
E03	40911	41216	40295
E04	35501	35581	35581
E05	41129	40642	40259
E06	40271	40132	39585
E07	31910	31717	31502
E08	37632	37409	37632
E09	37899	37196	37177
E10	30120	29480	30120
E11	44715	44715	44715
E12	29161	28675	28588
E13	28289	27642	27642
E14	33123	33123	32958
E15	35738	35668	35596
E16	30257	30257	30257
E17	31369	30939	30728
E18	42915	42895	42743
E19	41282	40602	40022
E20	31543	31543	31543
E21	35017	34951	34186
E22	35888	35888	35888
E23	30528	30528	30528
E24	37585	37585	37585
E25	35471	35346	35710
E26	27228	27228	27228
E27	39708	39630	39630
E28	26754	26787	26602
E29	41273	41273	41273
E30	29513	29023	29003
E31	37937	36014	36522
E32	39431	39202	39202
E33	35904	35734	35801
E34	38180	38130	38130
E35	51061	51061	51061
E36	39125	39719	38832
E37	38736	38736	38361
E38	35227	35127	35127
E39	38128	37676	37297
E40	47091	47001	46757
E41	37139	37161	36576
E42	32519	32330	32330
E43	27536	27536	27536

Tabela A.3 - Tabela de resultados dos exemplos do grupo "E", considerando preservação de preparação.

E44	23555	23555	23303
E45	23281	22977	22958
E46	33121	33002	33002
E47	40450	40207	40207
E48	38402	37571	37571
E49	30819	30819	30819
E50	37175	37175	37175
E51	49177	48881	48826
E53	33379	33214	33214
E54	41992	41325	41255
E55	42283	42233	41939
E56	34251	34251	34251
E57	34157	34157	34157
E59	42992	42975	42975
E60	29290	29290	29290

Tabela A.3 - Tabela de resultados dos exemplos do grupo "E", considerando preservação de preparação (continuação).

Instâncias	C++_LB	C++_CCLB	C++_PLB
W01	61621	61621	61179
W02	59708	59708	59246
W03	56918	56252	55726
W04	46174	46220	46003
W05	43435	43188	43225
W06	41703	41944	41528
W07	143224	141921	141817
W08	140047	137641	137641
W09	138368	137473	137473
W10	91646	90489	90489
W11	87944	87943	87943
W12	86520	86279	86279

Tabela A.4 - Tabela de resultados dos exemplos do grupo "W", considerando preservação de preparação.

Instâncias	C++_LB	C++_CCLB	C++_PLB
E01	27277	27030	27030
E02	22310	21825	21825
E03	34339	33984	33979
E04	29605	28447	28287
E05	33331	32730	32675
E06	34402	33538	33536
E07	26057	25677	25615
E08	28265	28265	28265
E09	31417	30600	30600
E10	24417	23881	23881
E11	35368	35085	35085
E12	24328	23913	23879
E13	22589	22297	22297
E14	25607	25607	25607
E15	29826	29314	29314
E16	23244	23098	23098
E17	25483	25310	24937
E18	34343	34005	34084
E19	33166	32934	32767
E20	25983	25655	25387
E21	27344	27034	27018
E22	28576	28347	28205
E23	24082	24082	24082
E24	28874	28616	28616
E25	28083	27862	27862
E26	21506	21240	21240
E27	31506	31412	31412
E28	20143	20143	20143
E29	32196	32022	32022
E30	23521	23266	23266
E31	30118	29510	29371
E32	33262	32182	31403
E33	29230	28405	28400
E34	31321	30911	30767
E35	42910	42206	42230
E36	33005	32144	32201
E37	32808	31859	31641
E38	28701	27664	27981
E39	30289	30098	30312
E40	37506	37250	37250
E41	28925	28700	28700
E42	26339	25444	25337
E43	20671	20471	20471

Tabela A.5 - Tabela de resultados dos exemplos do grupo "E", considerando preservação de preparação e *set-up crossover*.

E44	17896	17640	17628
E45	18332	18051	18051
E46	26321	25375	25328
E47	33294	33010	32654
E48	31209	30390	29904
E49	24389	23990	23990
E50	30119	29625	29630
E51	39969	38500	38364
E53	27426	27173	26911
E54	33351	32397	32694
E55	34516	33668	33018
E56	25995	25995	25995
E57	25644	25644	25644
E59	34155	33953	33913
E60	21890	21890	21890

Tabela A.5 - Tabela de resultados dos exemplos do grupo "E", considerando preservação de preparação e *set-up crossover* (continuação).

Instâncias	C++_LB	C++_CCLB	C++_PLB
W01	47579	47462	47462
W02	45121	45080	45080
W03	43837	43185	43185
W04	35424	35424	35424
W05	33607	32944	32912
W06	32282	31766	31766
W07	123857	122256	121529
W08	120647	120034	118033
W09	120218	118458	117350
W10	77468	76613	75695
W11	73594	73085	72314
W12	73014	71628	71439

Tabela A.6 - Tabela de resultados dos exemplos do grupo "W", considerando preservação de preparação e *set-up crossover*.

Figura A.1 - Valores da função objetivo dos exemplos dos grupos “E” e “W”, considerando atraso, preservação de preparação e *set-up crossover*.

Figura A.2 - Valores da função objetivo dos exemplos do grupo “F”, considerando atraso, preservação de preparação e *set-up crossover*.

Figura A.3 - Valores da função objetivo dos exemplos do grupo “G”, considerando atraso, preservação de preparação e *set-up crossover*.

Figura A.4 - Valores da função objetivo dos exemplos do grupo “X”, considerando atraso, preservação de preparação e *set-up crossover*.