

---

**Programação de produção e  
dimensionamento de lotes para flowshop**

*Márcio Antônio Ferreira Belo Filho*

---



SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito: 08/10/2010

Assinatura: \_\_\_\_\_

# Programação de produção e dimensionamento de lotes para flowshop

*Márcio Antônio Ferreira Belo Filho*

Orientadora: *Profa. Dra. Maristela Oliveira dos Santos*

Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - ICMC-USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências - Ciências de Computação e Matemática Computacional.

USP - São Carlos  
Outubro/2010





# *Resumo*

O problema integrado de programação de produção e dimensionamento de lotes em ambiente *flowshop* consiste em estabelecer tamanhos de lotes de produção e alocar máquinas para processá-los dentro de um horizonte de planejamento, em uma linha de produção com máquinas dispostas em série. O problema considera que a demanda deve ser atendida sem atrasos, que a capacidade das máquinas deve ser respeitada e que as preparações de máquinas são dependentes da sequência de produção e preservadas entre períodos do horizonte de planejamento. O objetivo é determinar uma programação de produção visando minimizar os custos de preparação de máquina, de produção e de estoque. Um modelo matemático da literatura é apresentado assim como procedimentos para obtenção de limitantes inferiores. Além disso, abordamos o problema por meio de distintas versões da metaheurística Times Assíncronos (*A-Teams*). Os procedimentos propostos foram comparados com heurísticas da literatura baseadas em Programação Inteira Mista (*MIP*). As metodologias desenvolvidas e os resultados obtidos são apresentados nesta dissertação.

**Palavras-chave:** *flowshop*, dimensionamento de lotes, programação da produção, times assíncronos.



# *Abstract*

The integrated production scheduling and lot sizing problem in a flowshop environment consists in establishing production lot sizes and allocate machines to process them inside a planning horizon, in a production line with machines arranged in series. The problem considers that demand must be met without backlogging, the capacity of the machines must be respected, machine setup are sequence-dependent and preserved between periods of the planning horizon. The objective is to determine a production schedule to minimize the setup, production and inventory costs. A mathematical model from the literature is presented as well as procedures for obtaining lower bounds. In addition, we propose to address the problem through different versions of the metaheuristic Asynchronous Teams (*A-Teams*). The procedures were compared with literature heuristics based on Mixed Integer Programming (*MIP*). The developed methodologies and the obtained results are presented in this dissertation.

**Keywords:** flowshop, lot sizing, production scheduling, asynchronous teams.





# *Agradecimentos*

A Deus primeiramente, por ter me guiado através dos problemas de otimização da minha vida. Venho a muito tempo trilhando por pontos extremos, regiões factíveis e infactíveis e Ele, como grande otimizador que é, sempre me empresta alguns problemas que consigo suportar.

À minha família que sempre me deu carinho e suporte. Graças a ela aprendi virtudes importantes, como ter honra, expressar humildade, ser paciente e terno e acima de tudo, ser amigo.

À minha grande família, em especial meu avô Gerolino e minhas avós Maria Amélia e Anita, vocês são fontes de ternura e sempre lembro de vocês com lágrimas nos olhos. A todos os meus tios, primos, parentes distantes. Agradeço muito a minha prima, quase irmã, a Hérica. Você é uma das pessoas que mais me faz sentir bem.

À minha namorada, a Van, por tudo que trilhamos neste tempo que estamos juntos. A sua amizade, compreensão, alegria e beleza me fascinam.

À minha orientadora, professora doutora Maristela Oliveira dos Santos, que me iniciou nos estudos em otimização e me guiou por iniciações científicas e mestrado. A ela sou muito grato por ter me apresentado a área que me identifico e pretendo trabalhar futuramente.

Ao meu coorientador, o professor doutor Cláudio Nogueira de Meneses, que por meio de incontáveis conselhos, conversas fraternas e ensinamentos me proporcionou um grande e rico aprendizado.

Ao conjunto de professores que pacientemente me ensinaram diversos conhecimentos começando pela minha infância até aqueles professores que pacientemente me ensinarão no futuro. Espero poder em breve repassar esta sabedoria que a mim foi confiada tão bem quanto vocês me passaram.

Ao Laboratório de Otimização (LOT), por disponibilizar conhecimento, amizades e inspiração. Momentos passados no laboratório juntamente com as pessoas que o coabitam me fazem sempre querer estar neste local de trabalho. Dentre os companheiros do LOT, vale ressaltar alguns:

Ao Victor pelos conselhos amigos, pelos ensinamentos no laboratório, pelas corridas no kartodromo, pelos diversos espetinhos e cervejas que muitas vezes procuramos em São Carlos, pelas festas que fomos/fizemos (inclusive as chapas), pelas esfihas de espinafre do habib's, pelas viagens etc. Enfim, um grande amigo, com um grande futuro.

À Tamara por sempre fazer todos a sorrir, por dar conselhos amigos a qualquer hora, por me acompanhar sempre num chopp, pelas festas que fomos/fizemos, pelas viagens compartilhadas etc. Outra grande amiga, com um carisma imenso e um sorriso cordial.

À Marina, por tantas conversas, desde que éramos simples graduandos, quando fingia que dava monitoria de métodos numéricos. Adoro sempre conversar e ouvir os seus conselhos.

Aos companheiros Marcos Furlan, Aline (credo!), Douglas, Pedro, Mariá, Mayron, Felipe, Rafael, Scheila, Cláudia, Pâmela, Ana Paula, Gabriela, enfim, todos do LOT.

Aos professores do grupo de otimização e pertencentes ao LOT, Marcos Arenales, Franklina Toledo, Alysson Costa, Marina Andretta e o recente professor Elias. Espero ter muitos conhecimentos a compartilhar com estas pessoas após ter aprendido tanto.

Àqueles que estavam presentes na minha qualificação, especialmente banca, formadas pelos professores Reinaldo Morabito e Franklina Toledo. Suas sugestões foram essenciais para o meu trabalho.

À presente banca de mestrado, cujas sugestões, conselhos e correções serão com certeza essenciais e engrandecerão o meu trabalho.

À minha república que hoje é a minha atual família de São Carlos, por todos os seus moradores, desde aqueles que a formaram (Bruno Max, Dário, Alex, Rodrigo e eu), todos que já saíram (Márcio André, Giliarde, Albert, Hinnerk, Florian, Santiago, Juari) e todos aqueles que estão nela hoje (Brahma, Marcelão, Saulo, Maurício, Gabriel, Mehdi, Bixo). A todos que passaram por ela, um dia, uma semana, um mês ou mais. Carrego comigo toda a fraternidade e alegria contagiante que vocês representam.

Aos meus amigos de São Carlos, desde a época que comecei, como bixo em engenharia mecatrônica, aqueles que cursaram comigo matemática aplicada e aqueles que cursam comigo o doutorado. Toda a turma formada pelos Goianos.

A todos meus amigos que deixei em Goiânia quando parti para estudar aqui em São Carlos. Alguns laços se romperam, outros estão mais fortes. Em especial, Brunno Mendes, Sir Fabiano, Morenno (sim, esse é o nome dele), Maýra Tolentino, Rosalinda,

Verena, Gabriel, Flávio César, dentre outros tantos.

A todas pessoas que me deram uma estrutura para poder realizar a minha pesquisa. Todas as agências de fomento, em especial a CNPq que fornece a minha bolsa, todos aqueles que trabalham na instituição USP, desde professores capacitados, funcionários que mantêm um bom ambiente de estudos e trabalho e os alunos.

Agradeço por último a todos aqueles que não foram citados. Agradeço muito a todos que participaram de minha vida. Vocês contribuíram na minha formação e na minha vida, por isso sou muito grato a vocês.



# *Sumário*

<b>Lista de Figuras</b>	p. 1
<b>1 Introdução</b>	p. 3
<b>2 Revisão da Literatura</b>	p. 7
<b>3 Definição e Modelagem do Problema</b>	p. 15
3.1 Modelo Matemático para o Caso Permutacional . . . . .	p. 20
3.2 Modelo Matemático Reduzido . . . . .	p. 22
3.3 Exemplo Numérico . . . . .	p. 24
<b>4 Procedimentos de Solução da Literatura</b>	p. 29
4.1 Limitantes Inferiores . . . . .	p. 29
4.2 Heurísticas baseadas em Horizonte Rolante . . . . .	p. 31
4.2.1 Primeira Heurística de Horizonte Rolante ( <i>RH1</i> ) . . . . .	p. 31
4.2.2 Segunda Heurística de Horizonte Rolante ( <i>RH2</i> ) . . . . .	p. 32
4.2.3 Terceira Heurística de Horizonte Rolante ( <i>RH3</i> ) . . . . .	p. 32
4.3 Heurísticas <i>Relax-and-Fix</i> . . . . .	p. 33
4.3.1 Heurística <i>Relax-and-Fix</i> ( <i>RF</i> ) . . . . .	p. 34
<b>5 Procedimentos de Solução Propostos</b>	p. 35
5.1 Times Assíncronos . . . . .	p. 35
5.2 Times Assíncronos Proposto( <i>AT</i> ) . . . . .	p. 36
5.2.1 Estrutura de Dados e Formato de Representação . . . . .	p. 37

5.2.2	Agentes Construtores . . . . .	p. 39
5.2.3	Agentes Destruidores . . . . .	p. 41
5.2.4	Agentes de Melhoria . . . . .	p. 41
5.3	Times Assíncronos Híbrido ( <i>ATH</i> ) . . . . .	p. 46
5.3.1	Agentes Construtores . . . . .	p. 47
5.3.2	Agentes Destruidores . . . . .	p. 49
5.3.3	Agentes de Melhoria . . . . .	p. 49
<b>6</b>	<b>Experimentos Computacionais</b>	p. 51
6.1	Ambiente de Teste . . . . .	p. 51
6.2	Problemas-Teste Gerados . . . . .	p. 51
6.3	Parâmetros dos Procedimentos . . . . .	p. 54
6.4	Resultados Computacionais . . . . .	p. 54
6.4.1	Procedimentos da Literatura . . . . .	p. 55
6.4.2	Metaheurísticas Propostas . . . . .	p. 59
6.4.3	Resultados Finais . . . . .	p. 62
<b>7</b>	<b>Conclusões e Perspectivas</b>	p. 65
	<b>Referências Bibliográficas</b>	p. 67
	<b>Apêndice A – Gráficos de Gantt</b>	p. 73
	<b>Apêndice B – Perfil de Desempenho de Dolan e Moré (2002)</b>	p. 75
	<b>Apêndice C – Resultados Gerais</b>	p. 77
	<b>Apêndice D – Tempos Computacionais</b>	p. 87

# *Lista de Figuras*

1	Diagrama de Gantt representando interação vertical. . . . .	p. 20
2	Diagrama de Gantt da primeira solução. . . . .	p. 26
3	Diagrama de Gantt da segunda solução. . . . .	p. 26
4	Estratégia de horizonte rolante baseada em Mohammadi <i>et al.</i> (2010a). . .	p. 32
5	Exemplo de Arquitetura <i>A-Teams</i> . . . . .	p. 36
6	Estrutura de Dados do Problema. . . . .	p. 38
7	Representação Compacta de uma Solução para o Problema <i>MMP</i> . . . . .	p. 38
8	Representação da solução gerada pelo agente construtor 1 <i>AgC1</i> . . . . .	p. 40
9	Representação da solução gerada pelo agente construtor 2 ( <i>AgC2</i> ). . . . .	p. 41
10	Vizinhanças dos dois primeiros agentes de melhoria. . . . .	p. 42
11	Todas as soluções geradas pelo agente de melhoria 3 ( <i>AgBI</i> ). . . . .	p. 43
12	Solução gerada pelo agente de melhoria 4 ( <i>AgCO</i> ). . . . .	p. 43
13	Solução gerada pelo agente de melhoria 5 ( <i>AgAP</i> ). . . . .	p. 44
14	Solução gerada pelo agente de melhoria 6 ( <i>AgEP</i> ). . . . .	p. 45
15	Solução gerada pelo agente de melhoria 9 ( <i>AgAEP</i> ). . . . .	p. 46
16	Diagrama de Gantt apresentando a capacidade mínima. . . . .	p. 52
17	Perfil de Desempenho dos procedimentos avaliados. . . . .	p. 58
18	Perfil de Desempenho das metaheurísticas times assíncronos. . . . .	p. 61
19	Perfil de Desempenho das metaheurísticas times assíncronos híbridas. . .	p. 61
20	Perfil de Desempenho dos procedimentos avaliados. . . . .	p. 63
21	Rosto de Henry Gantt. . . . .	p. 73
22	Gráfico de Gantt representando uma linha de produção sem <i>blocking</i> . . .	p. 74



23 Gráfico de Gantt representando uma linha de produção com *blocking*. . . p.74

# 1 *Introdução*

As indústrias buscam melhorar o planejamento de produção para obter um melhor posicionamento na concorrência dos mercados, visando minimizar os custos produtivos e aumentar a eficiência de sua cadeia produtiva. De acordo com Pochet e Wolsey (2006) o planejamento de produção (*Production Planning*) é o planejamento de aquisição de recursos e matérias-primas, assim como o planejamento das atividades relacionadas à transformação da matéria-prima em produtos satisfazendo à demanda de consumidores da maneira mais eficiente e econômica possível. O planejamento de produção envolve decisões de dimensionamento de lotes (*lot sizing*), sequenciamento (*sequencing*) e programação da produção (*production scheduling*) (POCHET; WOLSEY, 2006). Assim os problemas de planejamento da produção abordam decisões de curto e médio prazo, ou seja, decisões dos níveis tático e operacional. Os problemas de programação da produção consistem na alocação de recursos a tarefas determinando seus instantes de início e término, num período de tempo. O problema de sequenciamento de lotes consiste em estabelecer seqüências dos lotes de produtos a serem produzidos. O problema de dimensionamento de lotes consiste em definir os tamanhos dos lotes de produção a serem produzidos ao longo do tempo, para que uma determinada demanda seja atendida. Diversos trabalhos na literatura tratam de cada problema separadamente.

O problema de programação da produção é dependente do ambiente de produção, já que os tempos de cada unidade de um determinado lote dependem da sua rota por meio dos estágios de produção, da disponibilidade desses estágios e dos tempos de outras unidades do mesmo lote ou mesmo de outros produtos. Existem vários tipos de linhas de produção definidos de acordo com a configuração das máquinas e das rotas dos produtos nas máquinas. Em Pinedo (2008) os ambientes de produção são classificados como: única máquina, máquinas paralelas, *flowshop*, *jobshop* e *openshop*, além das variações de máquinas paralelas que podem ser idênticas, uniformes e não-relacionadas, e de *flowshop* híbrido, *jobshop* híbrido e *openshop* híbrido, que envolvem estágios de máquinas paralelas. O ambiente de produção *flowshop* é caracterizado por lotes de produtos sendo produzidos

por uma quantidade de máquinas ligadas em série. Dessa forma, um fluxo unidirecional contínuo e ininterrupto de lotes de produtos passa através da série de máquinas. Os problemas de *flowshop* encontram aplicações na indústria automotiva, química, eletrônica, alimentícia, farmacêutica, têxtil, e em qualquer linha de produção onde uma rota definida por estágios em série para toda produção é a mesma.

O problema investigado nesta dissertação é baseado no trabalho de Mohammadi *et al.* (2010a) e consiste na determinação de uma programação de produção em um ambiente de produção do tipo *flowshop*, com uma demanda dinâmica determinística em um horizonte de planejamento finito. São consideradas restrições de capacidade de produção, estoques de produtos intermediários e acabados, tempos de preparação de máquinas dependentes da sequência de produtos, preparações de máquinas mantidas entre períodos (*setup carryover*). Dessa forma, decisões de dimensionamento de lotes e sequenciamento dos produtos têm de ser tomadas buscando programações de produção que minimizem o custo total de produção definido pelos custos de processamento de cada produto em cada estágio, o custo de preparação de máquinas e os custos relativos a estoque de produtos acabados e inacabados.

O problema proposto foi abordado de forma heurística, por meio de uma metaheurística denominada Times Assíncronos (*A-Teams*). A arquitetura do método Times Assíncronos faz com que agentes heurísticos atuem de forma concomitante em memórias de soluções, unindo-se assincronamente por meio de diferentes estratégias, visando encontrar soluções factíveis para então melhorá-las. O método A-Team foi proposto por de Souza e Talukdar (1993). A técnica é bem utilizada na solução de problemas combinatórios. A qualidade da heurística foi avaliada comparando os resultados obtidos com os resultados de métodos da literatura.

Em resumo, as contribuições desta dissertação são: 1) a análise de formulações matemáticas para o problema em questão, 2) a discussão acerca de limitantes inferiores para o problema, 3) o desenvolvimento de diversas heurísticas para o problema tratado neste trabalho e 4) a comparação dos procedimentos desenvolvidos com procedimentos da literatura.

O restante da dissertação é organizada da seguinte forma: no Capítulo 2 é apresentado uma revisão sobre o problema integrado de programação da produção sob o contexto de um ambiente de produção *flowshop*. No Capítulo 3, o problema abordado neste trabalho é definido e discutido. No Capítulo 4 os limitantes inferiores e as heurísticas da literatura são apresentados. No Capítulo 5, a abordagem metaheurística Times Assíncronos é apresen-

tada. No Capítulo 6, os experimentos computacionais e seus resultados são apresentados. Por fim, o Capítulo 7 apresenta as conclusões do trabalho seguidas de direções futuras de pesquisa. Ao final, os Apêndices A e B discutem técnicas gráficas de apresentação de resultados e os Apêndices C e D apresentam todos os resultados computacionais.



## 2 *Revisão da Literatura*

O planejamento de produção é o planejamento da aquisição de recursos e matéria-prima, assim como o planejamento das atividades produtivas, necessárias para transformar matéria-prima em produtos finais atendendo a demanda de consumidores da maneira mais eficiente e econômica. Em ambiente industriais, os problemas abordados necessitam de decisões de dimensionamento de lotes de produção de distintos produtos a serem fabricados ou processados (*lot sizing*), decisões acerca do tempo necessário para a produção de cada um desses lotes (*scheduling*) e decisões de sequenciamento dos lotes de produção (*sequencing*). O objetivo é geralmente atender a demanda com um custo mínimo. Esses problemas são tipicamente de curto a médio prazo, ou problemas de planejamento operacional a tático (POCHET; WOLSEY, 2006).

O problema de dimensionamento de lotes (*PDL*) é um problema clássico de planejamento de produção, e consiste em determinar o tamanho de lotes a serem produzidos, assim como a data dessa produção. Essa produção está inserida num horizonte de planejamento (*planning horizon*) e existe uma demanda de produtos a ser atendida. O objetivo é geralmente de cunho econômico, simulando custos de produção. Estes custos são tradicionalmente divididos em custos de estoque (*inventory holding costs*) e custos de produção (*production costs*), divididos em custos de processamento de tarefas (*processing costs*) e custos de preparação de máquinas (*setup costs*). Na literatura muitos trabalhos abordam o tema, dentre eles, Bodt *et al.* (1984), Bahl *et al.* (1987), Kuik *et al.* (1994), Drexl e Kimms (1997), Karimi *et al.* (2003), Brahimi *et al.* (2006), Quadt e Kuhn (2007), Jans e Degraeve (2007, 2008) são boas referências para estudo do problema, seu histórico, métodos de solução, distintos modelos e suas extensões.

Historicamente, o trabalho de Harris (1913) foi um dos precursores dessa área, com o conceito de *Economic Order Quantity*. De acordo com (BAHL *et al.*, 1987), o estudo apresentado por Harris (1913) é a primeira formulação quantitativa para dimensionamento de lotes. As condições desse problema são bastante simples, pois são considerados uma taxa de demanda constante e parâmetros de custos de produção estáticos num horizonte

de planejamento infinito. Para problemas de dimensionamento de lotes cuja demanda é dinâmica, um importante trabalho é relacionado a Wagner e Whitin (1958), que abordam o problema de dimensionamento de lotes de um único item e custos de produção dinâmicos. Os autores deste trabalho determinam por meio de programação dinâmica uma solução ótima para o problema. Porém, ambos trabalhos não consideram uma importante característica do sistema produtivo, as restrições de capacidade. O trabalho de Manne (1958) é um dos precursores do *PDL* que consideram restrições de capacidade e possui o objetivo de minimizar o uso de horas extras (*overtime*). A adição da restrição de capacidade torna o problema *NP-Difícil* de acordo com o trabalho de Bitran e Yanasse (1982).

Um aspecto fundamental do problema de dimensionamento de lotes reside na produção de distintos produtos num mesmo ambiente de produção. Conseqüentemente, as máquinas designadas a efetuar determinada tarefa devem estar preparadas para isso. A preparação das máquinas (*setup*) pode acarretar em custos (*setup costs*) e consumo da capacidade, geralmente tempo (*setup times*). As preparações de máquinas ainda podem ser dependentes ou independentes da sequência dependendo dos produtos e do ambiente de produção. Nos últimos anos, foi adicionado aos modelos matemáticos a possibilidade de preservar a preparação de máquina entre períodos, assim, uma máquina pode iniciar a produção em um período sem necessidade de preparação. Este procedimento é conhecido na literatura como preservação de preparação (*setup carryover*) e aproxima os modelos à realidade de linhas de produção ininterruptas ou mesmo aquelas que as máquinas estão prontas assim que iniciadas. Trabalhos que consideram essa característica são: Gopalakrishnan *et al.* (1995), Sox e Gao (1999), Gopalakrishnan *et al.* (2000, 2001), Porkka *et al.* (2003), Suerie e Stadler (2003), Karimi *et al.* (2006), Briskorn (2006) e Sung e Maravelias (2008).

Com o tempo, os modelos matemáticos de dimensionamento de lotes vão incorporando mais e mais aspectos de programação de produção. Esses modelos essencialmente determinam o início e fim das tarefas (programação - *scheduling*), a ordem na qual são processados (sequenciamento - *sequencing*) e a designação das tarefas às máquinas (carregamento - *loading*) (JANS; DEGRAEVE, 2008).

Problemas de sequenciamento são muito comuns. Eles existem sempre quando há uma decisão acerca da ordem que um determinado número de tarefas possam ser realizadas (CONWAY *et al.*, 1967). No contexto desta dissertação, o problema de sequenciamento consiste em determinar a ordem das operações a serem efetuadas em uma máquina. Na

literatura, alguns autores consideram a diferença entre *scheduling* e *sequencing* tão sutil que são considerados sinônimos, porém essa consideração não é compartilhada neste documento. O problema de sequenciamento é bem discutido em Conway *et al.* (1967), Ashour (1972), Baker (1974), Graham *et al.* (1979), Lawler *et al.* (1993) e Pinedo (2008).

O problema de programação da produção (*production scheduling* ou simplesmente *scheduling*) é um processo de tomada de decisões muito utilizado por indústrias de bens e serviços. Este problema trata da alocação de recursos a tarefas dentro de períodos de tempo e sua finalidade é otimizar um ou mais objetivos (PINEDO, 2008). Devido a sua aplicação direta na indústria, a teoria de *scheduling* é muito estudada na literatura, podendo ser vista em Conway *et al.* (1967), Tanaev *et al.* (1994), Pinedo (2008) e Baker e Trietsch (2009).

O problema de programação da produção é dependente do ambiente de produção (*shop*), já que os tempos de cada unidade de um determinado lote dependem da sua rota através dos estágios de produção, da disponibilidade desses estágios e dos tempos de outras unidades do mesmo lote ou mesmo de outros produtos. Existem vários tipos de linhas de produção definidos de acordo com a configuração das máquinas e a rota dos produtos nas máquinas. Em Pinedo (2008) os ambientes de produção são classificados como única máquina, máquinas paralelas, *flowshop*, *jobshop* e *openshop* e suas respectivas variações híbridas *flowshop* híbrido (*flowshop* flexível) e *jobshop* híbrido (*jobshop* flexível). A linha de produção correspondente a uma máquina implica que todas as tarefas devem ser alocadas nesta única máquina. Para ambientes de produção compostos de máquinas paralelas, estas podem ser de três tipos, idênticas, uniformes ou não-relacionadas. O ambiente de produção *flowshop* ou simplesmente *flowshop* é caracterizado por lotes de produtos sendo produzidos por uma quantidade de máquinas ligadas em série. Dessa forma, um fluxo unidirecional contínuo e ininterrupto de lotes de produtos passa através da série de máquinas. No ambiente *jobshop* cada produto possui sua própria rota de produção predeterminada, sendo possível até mesmo ser processado por um mesmo estágio de produção mais de uma vez (*recirculation*). No ambiente *openshop* não há restrições às rotas das tarefas nas máquinas. Os ambientes híbridos são aqueles que cada estágio de produção pode ser formado por máquinas em paralelo. No contexto desta dissertação, o ambiente de produção estudado é *flowshop*.

O primeiro problema de *flowshop scheduling* (*FSP*), resolvido polinomialmente por Johnson (1954), tratava de um problema de programação da produção com duas máquinas e com o objetivo de minimizar o instante de término da produção (*makespan*). Para um



número de máquinas maior que dois, o problema é NP-Difícil, de acordo com Garey *et al.* (1976). Cada estágio da linha produtiva pode possuir uma sequência diferente de produção, caracterizando o problema de *flowshop* não-permutacional. Porém é uma prática industrial e da literatura manter a mesma sequência para todos os estágios de produção, definido como *flowshop* permutacional. Esta prática é justificada pela restrição no número de programações possíveis, já que se considerada uma linha de produção não-permutacional de  $M$  máquinas e  $N$  produtos distintos existem  $(N!)^M$  programações para o caso não-permutacional e apenas  $N!$  programações para o caso permutacional.

Em Potts *et al.* (1991) os autores provam que a diferença entre programações permutacionais e não permutacionais pode variar por um fator maior que  $\frac{1}{2}\sqrt{M}$ , sendo  $M$  o número de máquinas, para o problema de *flowshop* com o objetivo de minimizar o instante de término da produção *makespan*, uma medida amplamente utilizada na área, pois ela sugere uma utilização eficiente de todas as máquinas (PINEDO, 2008).

Algumas características do problema de *flowshop scheduling* foram amplamente estudadas. Allahverdi *et al.* (1999), Cheng *et al.* (2000) revisaram o problema de *flowshop* munido de preparações de máquinas. Para o problema de *flowshop scheduling*, Gupta e Stafford Jr. (2006) fazem uma revisão histórica em comemoração aos 50 anos desde o artigo de Johnson (1954), agrupando os artigos cronologicamente, descrevendo as características das publicações científicas de cada uma delas, apresentando os estágios da pesquisa atual e futuras áreas de pesquisa. De acordo com este trabalho, a partir da década de 90, problemas de programação de produção envolvendo decisões integradas de dimensionamento e sequenciamento de lotes se tornaram mais frequentes. Até então a literatura de *scheduling* geralmente assumia que as decisões de dimensionamento de lotes já estavam decididas, enquanto os problemas de dimensionamento de lotes desconsideravam ou aproximavam os detalhes de sequenciamento.

Focando no problema integrado de programação da produção com dimensionamento e sequenciamento de lotes, e mais ainda, visando problemas do ambiente de produção *flowshop*, alguns trabalhos serão discutidos adiante. O problema integrado de programação de produção é abordado por Potts e Wassenhove (1992) para todo ambiente de produção. Os autores definem as decisões de *batching* como o agrupamento de produtos similares e de *lot sizing* como a divisão de um lote em sublotes, também conhecido na literatura como *lot splitting*. Essa quebra do lote em sublotes para sistemas de produção com múltiplos estágios faz com que partes do mesmo lote de produtos possam ser processados ao mesmo tempo em estágios diferentes, o que caracteriza o *lot streaming*.

Drexel e Kimms (1997) apresentam formulações de programação inteira mista focando o problema de dimensionamento de lotes. A partir do modelo clássico de dimensionamento de lotes com restrições de capacidade, são discutidas abordagens que subdividem os períodos em microperíodos (*small bucket problems*), abordagens de uso do tempo contínuo, com tempos de entrega para os itens e modelos que envolvem relações multiestágio, não focando em nenhum ambiente de produção.

Zhu e Wilhelm (2006) apresentam uma revisão de problemas que combinam *lot sizing* e *scheduling* com preparações de máquinas dependentes da sequência. Os problemas são categorizados por ambiente de produção e por abordagem de solução. Neste trabalho de Zhu e Wilhelm (2006), as referências do problema integrado de *lot sizing* e *scheduling* para problemas com múltiplos estágios são escassas, e há apenas três referências envolvendo máquinas paralelas, três para *flowshop* e nenhuma referência de *jobshop* com decisões integradas de dimensionamento e sequenciamento de lotes. As três referências de *flowshop* são Sikora *et al.* (1996), Sikora (1996) e Lee *et al.* (1997) e serão discutidas adiante.

Sikora *et al.* (1996) consideram um problema de dimensionamento de lotes em um ambiente *flowshop* com estoques intermediários, preparações de máquinas dependentes da sequência e restrições de capacidade, em uma fábrica de placas de circuito impresso. Os autores foram pioneiros em tratar este tipo de ambiente de produção com uma abordagem integrada dos problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes. A proposta desenvolvida foi uma heurística denominada *Integrated Approach* resultado da fusão adaptada de duas heurísticas, a de Silver e Meal (1973) que trata do dimensionamento de lotes e a de Palmer (1965) para o sequenciamento dos lotes. O objetivo foi minimizar o *makespan* dos períodos e os custos de estoque. Para o mesmo problema, Sikora (1996) propõe um algoritmo genético, obtendo melhores resultados em menor tempo, por meio de uma aproximação no recálculo do *makespan*, além do uso de seleção por torneio, agentes de mutação e cruzamento específicos para o dimensionamento e sequenciamento de lotes. Sikora (1996) compara os seus resultados com a heurística *Integrated Approach* e mostra que os resultados do algoritmo genético foram melhores. Em Lee *et al.* (1997) os autores desenvolveram uma metaheurística híbrida para o problema de Sikora (1996), baseada em algoritmos genéticos e *simulated annealing*. Os autores também consideram a divisão de lotes (*lot splitting*), assim no mesmo período são permitidos o processamento de vários lotes diferentes do mesmo produto. Assim como Lee *et al.* (1997), Ponnambalam e Reddy (2003) desenvolveram uma heurística híbrida, composta de algoritmo genético e *simulated annealing* para o problema de Sikora (1996). O algoritmo genético trata do dimensionamento de lotes, enquanto o *simulated annealing* faz buscas locais do sequenciamento.

Os agentes de mutação e de cruzamento do algoritmo genético são os mesmos de Sikora (1996) e não tratam soluções com *lot splitting*. Belo Filho *et al.* (2009) apresentam uma abordagem metaheurística utilizando a técnica Times Assíncronos para o mesmo problema de Sikora (1996). Os autores comparam os resultados com as técnicas de Sikora (1996) e Ponnambalam e Reddy (2003), obtendo bons resultados para o problema. Vale ressaltar que nenhum destes trabalhos apresentou um modelo matemático para o problema.

Modelos matemáticos para problemas de *flowshop* com decisões integradas de dimensionamento e sequenciamento de lotes são escassos, devido à complexidade do problema. Smith-Daniels e Ritzman (1988) apresentam modelos de programação inteira mista para o problema de *flowshop* envolvendo um horizonte de planejamento finito, permitindo famílias de produtos, dimensionamento de lotes, estoques de itens intermediários, *setup* dependente da sequência e *setup carryover*. Devido a enorme quantidade de variáveis no modelo matemático, este é útil apenas para resolver instâncias pequenas. Dauzère-Péres e Lasserre (1994) desenvolvem um modelo de dimensionamento e de sequenciamento de lotes integrado para a linha de produção *jobshop*. O problema de *flowshop* é um caso específico de *jobshop*, em que todos os itens possuem a mesma sequência de operações para ser finalizado. Não são considerados preparação de máquinas e estoques intermediários.

Recentemente, o trabalho de Mohammadi *et al.* (2008) apresentou o modelo matemático de programação inteira mista (*Mixed Integer Program – MIP*) utilizado nesta dissertação, combinando decisões de dimensionamento de lotes e de programação de produção para *flowshop* considerando preparações de máquinas dependentes da sequência, preservação de preparação e programações de produção não-permutacionais. Os autores desenvolveram dois limitantes inferiores, que, para pequenas instâncias, foram comparados com a solução ótima do MIP. Quatro heurísticas foram apresentadas, duas delas são heurísticas baseadas na estratégia de horizonte rolante, enquanto as outras são heurísticas do tipo *relax-and-fix*. As técnicas utilizadas nestas heurísticas são detalhadas ao longo desta dissertação. Algumas dessas heurísticas desconsideram soluções cuja programação de produção é não-permutacional.

O trabalho de Mohammadi *et al.* (2010a) é uma extensão do artigo de Mohammadi *et al.* (2008), onde os autores abordam o mesmo modelo, os mesmos limitantes inferiores e desenvolvem algumas heurísticas *relax-and-fix* e baseadas na estratégia de horizonte rolante. Todas as heurísticas são baseadas no problema inteiro-misto. Da mesma maneira que o artigo anterior, há heurísticas que consideram programações de produção não-permutacionais e aquelas onde apenas soluções permutacionais são consideradas. A

consideração da permutabilidade torna as heurísticas capazes de resolver um número de instâncias maior.

O trabalho de Mohammadi *et al.* (2010b) considera o mesmo MIP de Mohammadi *et al.* (2008), porém duas novas heurísticas são apresentadas. Ambas utilizam a estratégia de horizonte rolante, consideram apenas soluções permutacionais e determinam que a produção de todas as máquinas é a mesma para qualquer período. Assim, o número de variáveis e de restrições é diminuído, o que torna as heurísticas mais eficientes. As duas heurísticas são construtivas e se baseiam no procedimento heurístico utilizado por Nawaz *et al.* (1983), uma heurística bem conhecida da literatura de *flowshop*, mas que não considera o dimensionamento de lotes.



### *3 Definição e Modelagem do Problema*

O problema considerado nesta dissertação está situado num ambiente de produção do tipo *flowshop*, onde máquinas dispostas em série transformam matérias-primas em diversos produtos acabados. Decisões de sequenciamento e dimensionamento de lotes devem ser tomadas com o objetivo de uma produção eficiente e econômica. Desta forma, deve-se determinar a quantidade de produção de um produto em cada máquina e em cada período, assim como a sequência de produtos a serem processados em cada máquina, obtendo a partir desses dados uma programação de produção. Esta programação da produção deve satisfazer algumas condições, apresentadas adiante. Assume-se que:

- Produtos (itens) diferentes são produzidos pela linha de produção;
- Os produtos são independentes uns dos outros;
- O horizonte de planejamento é finito e dividido em períodos;
- Os estágios de produção (máquinas) estão dispostos em série;
- Cada máquina pode processar apenas um lote de algum produto ao mesmo tempo;
- Cada máquina é única no sentido de que seu processo ocupa a mesma posição na sequência de processos de transformação da matéria-prima ao produto final;
- Todas as máquinas possuem restrições de capacidade;
- Tempos e custos de preparação de máquina dependentes da sequência ocorrem ao se fazer uma troca de produção nas máquinas (*setup*);
- O *setup* de uma máquina deve iniciar e terminar no mesmo período (não se considera *setup crossover*);

- Os tempos e custos de preparação de máquina respeitam a desigualdade triangular, ou seja, o tempo (ou custo) de preparação de uma máquina de um produto para outro é sempre menor que utilizar *setups* de produtos intermediários;
- Não é necessária a preparação de máquina para tarefas de mesmo produto;
- As máquinas preservam sua preparação entre os períodos (*setup carryover*);
- No início do horizonte de planejamento as máquinas estão preparadas para um determinado produto;
- Para cada período é permitido  $N$  (número de produtos) preparações de máquina, que significa que a sequência de produção de cada máquina possui tamanho  $N$  (pode admitir lotes do mesmo produto no mesmo período);
- Há uma demanda externa apenas para produtos acabados (processados pelo último estágio produtivo);
- A demanda é sempre atendida (não há atrasos);
- Entre duas máquinas consecutivas há um estoque intermediário irrestrito onde produtos processados pela primeira máquina aguardam o início do processo na máquina seguinte;
- O tempo de transporte de produtos intermediários e outros processos entre as máquinas sucessivas é desprezível;
- Não há perda de produção, seja por perecibilidade ou por eventos não previstos;
- No início do planejamento, todos os recursos requeridos estão disponíveis, especialmente para a primeira máquina;
- Para as demais máquinas, o processamento de um lote só se inicia se todos os recursos necessários estão disponíveis para produção, ou seja, se todo lote já foi processado pela máquina anterior e está no estoque intermediário;
- Não há prioridade de produção nas máquinas entre produtos (*preemption*).

Para simular o tempo de espera (*idleness*) da máquina para produção, utiliza-se a abordagem de Fandel e Stammen-Hegene (2006), denominada produto fantasma (*shadow product*). Os tempos de processamento do produto fantasma são iguais aos tempos de processamento do produto original. Porém, a quantidade de produto fantasma existente

é variável, dependendo exclusivamente do tempo de espera da máquina para produção de determinado lote. Não há demanda para produtos fantasmas e nenhum custo é associado a existência deles.

Para os modelos matemáticos apresentados nesta dissertação, os índices, parâmetros e variáveis de decisão utilizados foram:

Índices	
$i, j, k$	Tipos de produtos
$n, n', n''$	Posição na sequência de produção
$m$	Máquinas
$t$	Períodos
Parâmetros	
$T$	Horizonte de planejamento
$N$	Número de produtos diferentes
$M$	Número de Máquinas
$bigM$	Um número grande
$C_{mt}$	Capacidade (tempo disponível) da máquina $m$ no período $t$
$d_{jt}$	Demanda externa do produto $j$ no período $t$
$h_{jm}$	Custo de estoque do produto $j$ na máquina $m$
$b_{jm}$	Tempo de produção do produto $j$ na máquina $m$
$p_{jmt}$	Custo de produção do produto $j$ na máquina $m$ no período $t$
$S_{ijm}$	Tempo de preparação de máquina do produto $i$ ao produto $j$ na máquina $m$
$W_{ijm}$	Custo de preparação de máquina do produto $i$ ao produto $j$ na máquina $m$
$j0_m$	Configuração inicial de preparação da máquina $m$
Variáveis	
$I_{jmt}$	Estoque do produto $j$ após processo na máquina $m$ ao final do período $t$
$x_{jmt}^n$	Quantidade do produto $j$ processada na máquina $m$ no período $t$ , na $n$ -ésima posição da sequência deste período
$q_{jmt}^n$	Tempo de espera para a produção do lote $x_{jmt}^n$ por meio do uso de <i>shadow product</i>
$y_{ijmt}^n$	$\begin{cases} 1 & \text{Se o } n\text{-ésimo } setup \text{ na máquina } m \text{ do período } t \text{ do produ-} \\ & \text{to } i \text{ ao produto } j \text{ é requerido} \\ 0 & \text{Caso contrário} \end{cases}$



O modelo matemático a seguir foi proposto por Mohammadi *et al.* (2010a), e será também denominado como *MMO* (modelo matemático original).

$$\text{Min} \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T W_{ijm} \cdot y_{ijmt}^n + \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T p_{jmt} \cdot x_{jmt}^n + \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T h_{jmt} \cdot I_{jmt} \quad (3.1)$$

Sujeito a:

$$d_{jt} = I_{jMt-1} + \sum_{n=1}^N x_{jMt}^n - I_{jMt} \quad j = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T \quad (3.2)$$

$$I_{jmt-1} + \sum_{n=1}^N x_{jmt}^n = I_{jmt} + \sum_{n=1}^N x_{jm+1t}^n$$

$$j = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M - 1, t = 1, \dots, T \quad (3.3)$$

$$\text{big}M \cdot \left( \sum_{i=1, i \neq j (n' > 1)}^N y_{ijmt}^{n'} - 1 \right) + \sum_{n=1}^{n'} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N S_{ikm} \cdot y_{ikmt}^n +$$

$$\sum_{n=1}^{n'} \sum_{k=1}^N b_{km} \cdot q_{kmt}^n + \sum_{n=1}^{n'} \sum_{k=1}^N b_{km} \cdot x_{kmt}^n \leq$$

$$\text{big}M \cdot \left( 1 - \sum_{i=1, i \neq j (n'' > 1)}^N y_{ijm+1t}^{n''} \right) + \sum_{n=1}^{n''} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N S_{ikm+1} \cdot y_{ikm+1t}^n +$$

$$\sum_{n=1}^{n''} \sum_{k=1}^N b_{km+1} \cdot q_{km+1t}^n + \sum_{n=1}^{n''-1} \sum_{k=1}^N b_{km+1} \cdot x_{km+1t}^n$$

$$j = 1, \dots, N, n' = 1, \dots, N, n'' = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M - 1, t = 1, \dots, T \quad (3.4)$$

$$\sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N S_{ijm} \cdot y_{ijmt}^n + \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N b_{jm} \cdot q_{jmt}^n + \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N b_{jm} \cdot x_{jmt}^n \leq C_{mt}$$

$$m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T \quad (3.5)$$

$$x_{jmt}^n \leq \left( \frac{C_{mt}}{b_{jm}} \right) \sum_{i=1, i \neq j (n > 1)}^N y_{ijmt}^n$$

$$n = 1, \dots, N, j = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T \quad (3.6)$$

$$q_{jmt}^n \leq \left( \frac{C_{mt}}{b_{jm}} \right) \sum_{i=1}^N y_{ijmt}^n$$

$$n = 1, \dots, N, j = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T \quad (3.7)$$

$$y_{jim1}^1 = 0 \quad j \neq j0_m, i = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M \quad (3.8)$$

$$\sum_{i=1}^N y_{j0_m i m 1}^1 = 1 \quad m = 1, \dots, M \quad (3.9)$$

$$\sum_{j=1}^N y_{j i m t}^n = \sum_{k=1}^N y_{i k m t}^{n+1} \quad n = 1, \dots, N-1, i = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T \quad (3.10)$$

$$\sum_{j=1}^N y_{j i m t-1}^N = \sum_{k=1}^N y_{i k m t}^1 \quad i = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M, t = 2, \dots, T \quad (3.11)$$

$$y_{i j m t}^n \in \{0, 1\} \quad (3.12)$$

$$I_{j m t}, x_{j m t}^n, q_{j m t}^n \geq 0 \quad (3.13)$$

$$I_{j m 0} = 0 \quad j = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M \quad (3.14)$$

A função 3.1 introduz a função objetivo do problema, que representa os custos de produção dessa linha de produção. Os custos envolvidos são custos de preparações de máquinas, de produção e de estoque. As equações 3.2 e 3.3 representam o fluxo de produção entre as máquinas, culminando na satisfação da demanda (3.2), sem atrasos.

As restrições 3.4 garantem que um produto só pode ser processado em determinada máquina se já foi previamente processado na máquina anterior, ou seja, garantem a interação vertical entre as máquinas. O lado esquerdo da restrição 3.4 representa o instante de término do processamento do  $n$ -ésimo produto na máquina  $m$ , enquanto o lado direito indica que o instante de início do processamento do mesmo lote na máquina  $m + 1$  (que pode estar em uma posição da sequência de produção da máquina diferente). As parcelas da restrição relacionadas ao  $bigM$  são utilizadas para ativar ou não a restrição, e esta só é ativada quando  $y_{i j m t}^{n'} = 1$  e  $y_{i j m t}^{n''} = 1$ . Por exemplo, na Figura 1, um gráfico de Gantt ilustrando uma programação de produção é apresentado. Mais informações acerca desse tipo de representação estão no Apêndice A. Neste exemplo, três tarefas são processadas nas máquinas  $M1$  e  $M2$ . No gráfico de Gantt, a parte mais escura representa os tempos de *setup*. As partes coloridas da barra são os tempos de processamento dos lotes. A restrição 3.4 garante que qualquer produto será processado na máquina  $M2$  após seu processo na máquina  $M1$ , por mais que a sequência de produção das máquinas  $M1$  e  $M2$  sejam diferentes.

As restrições 3.5 limitam o conjunto de soluções impondo uma capacidade máxima para cada máquina em cada período. As restrições 3.6 limitam a existência de determinado lote à existência da preparação de máquina correspondente. Note que, exceto para a primeira posição, a existência do lote também necessita da ocorrência de um *setup* não-

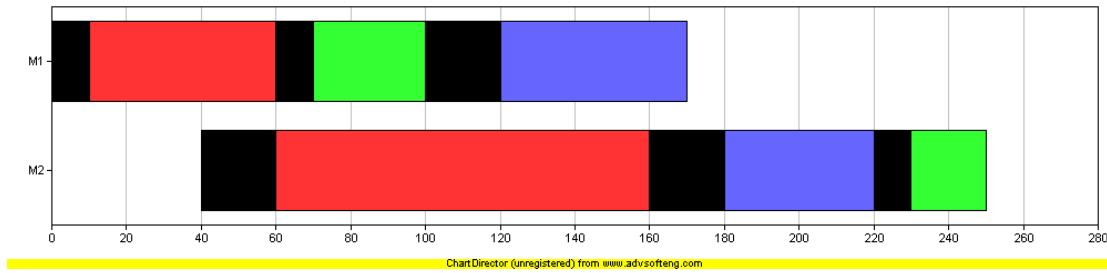


Figura 1: Diagrama de Gantt representando interação vertical.

nulo (que envolve a mudança da configuração da máquina). As restrições 3.7 são similar às restrições anteriores e também limitam o tempo de espera (quantidade de produto fantasma) à existência da preparação de máquina.

As restrições 3.8 e 3.9 impõem que a primeira preparação de máquina do primeiro período seja do produto no qual a máquina já está preparada para outro produto, e que qualquer outra configuração de *setup* é nula. As restrições 3.10 e 3.11 estão relacionadas ao sequenciamento dos produtos por meio da limitação entre *setups* sucessivos, inclusive no caso da preservação da preparação de máquina. As restrições 3.12 e 3.13 indicam o tipo das variáveis de decisão. Por último, não há estoque no início do horizonte de planejamento, como define a expressão 3.14.

### 3.1 Modelo Matemático para o Caso Permutacional

O problema anterior em um ambiente de produção *flowshop* permutacional assume que a sequência de produção em todas as máquinas é a mesma. Assim, restringe-se o número de soluções com relação ao problema em *flowshop* puro. Algumas alterações no modelo matemático de programação inteira mista anterior devem ser feitas para adaptação do mesmo. A primeira delas é que as variáveis binárias de *setup*,  $y_{ijmt}^n$ , podem ser reduzidas a  $y_{ijt}^n$ , pois a sequência é indiferente em todas as máquinas. Assim, o número de variáveis binárias é reduzido de  $N^3MT$  para  $N^3T$ . O parâmetro  $j0_m$  também é reduzido a  $j0$ , deixando todas as máquinas preparadas para o mesmo produto no início do horizonte de planejamento.

Uma adaptação nas restrições 3.4, responsável pela interação vertical, também é efetuada resultando na restrição 3.18. A restrição 3.4 é simplificada pois é desnecessária sua ativação devido a possíveis trocas de sequência de produção entre as máquinas (conforme restrição 3.4). O número de restrições de interação vertical é reduzido da ordem de  $O(N^3MT)$  para  $O(NMT)$ , o que deixa o modelo matemático menor. As restrições

restantes são análogas e a função objetivo é mantida, o que torna as soluções dos modelos matemáticos comparáveis.

O modelo matemático é original do trabalho de Mohammadi *et al.* (2010a) e aqui é denominado como *MMP* (modelo matemático permutacional). O *MIP* resultante é descrito adiante:

$$\text{Min} \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T W_{ijm} \cdot y_{ijt}^n + \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T p_{jmt} \cdot x_{jmt}^n + \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T h_{jmt} \cdot I_{jmt} \quad (3.15)$$

Sujeito a:

$$d_{jt} = I_{jMt-1} + \sum_{n=1}^N x_{jMt}^n - I_{jMt} \quad j = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T \quad (3.16)$$

$$I_{jmt-1} + \sum_{n=1}^N x_{jmt}^n = I_{jmt} + \sum_{n=1}^N x_{jm+1t}^n$$

$$j = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M - 1, t = 1, \dots, T \quad (3.17)$$

$$\sum_{n=1}^{n'} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N S_{ijm} \cdot y_{ijt}^n + \sum_{n=1}^{n'} \sum_{j=1}^N b_{jmt} \cdot q_{jmt}^n + \sum_{n=1}^{n'} \sum_{j=1}^N b_{jmt} \cdot x_{jmt}^n \leq$$

$$\sum_{n=1}^{n'} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N S_{ijm+1} \cdot y_{ijt}^n + \sum_{n=1}^{n'} \sum_{j=1}^N b_{jm+1t} \cdot q_{jm+1t}^n + \sum_{n=1}^{n'-1} \sum_{j=1}^N b_{jm+1t} \cdot x_{jm+1t}^n$$

$$n' = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M - 1, t = 1, \dots, T \quad (3.18)$$

$$\sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N S_{ijm} \cdot y_{ijt}^n + \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N b_{jmt} \cdot q_{jmt}^n + \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N b_{jmt} \cdot x_{jmt}^n \leq C_{mt}$$

$$m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T \quad (3.19)$$

$$x_{jmt}^n \leq \left( \frac{C_{mt}}{b_{jmt}} \right) \sum_{i=1, i \neq j (n > 1)}^N y_{ijt}^n$$

$$n = 1, \dots, N, j = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T \quad (3.20)$$

$$q_{jmt}^n \leq \left( \frac{C_{mt}}{b_{jmt}} \right) \sum_{i=1}^N y_{ijt}^n$$

$$n = 1, \dots, N, j = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T \quad (3.21)$$

$$y_{ji1}^1 = 0 \quad j \neq j0, i = 1, \dots, N \quad (3.22)$$

$$\sum_{i=1}^N y_{j0i}^1 = 1 \quad (3.23)$$

$$\sum_{j=1}^N y_{jit}^n = \sum_{k=1}^N y_{ikt}^{n+1} \quad n = 1, \dots, N-1, i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T \quad (3.24)$$

$$\sum_{j=1}^N y_{jit-1}^N = \sum_{k=1}^N y_{ikt}^1 \quad i = 1, \dots, N, t = 2, \dots, T \quad (3.25)$$

$$y_{ijt}^n \in \{0, 1\} \quad (3.26)$$

$$I_{jmt}, x_{jmt}^n, q_{jmt}^n \geq 0 \quad (3.27)$$

$$I_{jm0} = 0 \quad j = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M \quad (3.28)$$

## 3.2 Modelo Matemático Reduzido

Para obter um modelo matemático mais reduzido, pode-se considerar que ao final de cada período apenas estoques de produtos acabados são permitidos. Isso implica que todas variáveis de estoque  $I_{jmt}$  são reduzidas a  $I_{jt}$ , já que  $I_{jmt} = 0$ , para todo  $m < M$ . Conseqüentemente, a dimensão dos lotes não varia de uma máquina para outra, para a mesma posição  $n$ , produto  $j$  e período  $t$ . Dessa forma, as variáveis de decisão  $x_{jmt}^n$  são simplificadas para  $x_{jt}^n$ . No entanto, as variáveis de decisão  $q_{jmt}^n$ , que representam o tempo de espera das máquinas, não são alteradas, pois cada máquina tem seu próprio tempo de espera para o processamento de cada produto.

Comparando com o modelo matemático imediatamente anterior, nota-se que as restrições 3.17, que garantem o fluxo de produção entre as máquinas é desnecessária, a partir da hipótese assumida de que não há estoques intermediários ao final do período. Alterações são necessárias também nas restrições 3.1, que antes limitavam o tamanho dos lotes de acordo com a máquina, agora limitam o tamanho do lote pela menor razão  $\frac{C_{mt}}{b_{jm}}$ , considerando todas as máquinas ( $m = 1, \dots, M$ ), dependendo do período e do produto analisado. As outras restrições são análogas e a função objetivo é mantida, assim os resultados podem ser comparados. O modelo matemático resultante é apresentado a seguir e será denominado como modelo matemático reduzido (*MMR*), e foi apresentado por Mohammadi *et al.* (2010b).

$$\text{Min} \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T W_{ijm} \cdot y_{ijt}^n + \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T p_{jmt} \cdot x_{jt}^n + \sum_{j=1}^N \sum_{t=1}^T h_{jM} \cdot I_{jt} \quad (3.29)$$

Sujeito a:

$$d_{jt} = I_{jt-1} + \sum_{n=1}^N x_{jt}^n - I_{jt} \quad j = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{n'} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N S_{ijm} \cdot y_{ijt}^n + \sum_{n=1}^{n'} \sum_{j=1}^N b_{jmt} \cdot q_{jmt}^n + \sum_{n=1}^{n'} \sum_{j=1}^N b_{jmt} \cdot x_{jt}^n \leq \\ & \sum_{n=1}^{n'} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N S_{ijm+1} \cdot y_{ijt}^n + \sum_{n=1}^{n'} \sum_{j=1}^N b_{jm+1} \cdot q_{jm+1t}^n + \sum_{n=1}^{n'-1} \sum_{j=1}^N b_{jm+1} \cdot x_{jt}^n \\ & n' = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M-1, t = 1, \dots, T \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N S_{ijm} \cdot y_{ijt}^n + \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N b_{jmt} \cdot q_{jmt}^n + \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N b_{jmt} \cdot x_{jt}^n \leq C_{mt} \\ & m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} x_{jt}^n & \leq \left( \min_{m=1, \dots, M} \frac{C_{mt}}{b_{jm}} \right) \sum_{i=1, i \neq j (n>1)}^N y_{ijt}^n \\ n & = 1, \dots, N, j = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T \end{aligned} \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} q_{jmt}^n & \leq \left( \frac{C_{mt}}{b_{jm}} \right) \sum_{i=1}^N y_{ijt}^n \\ n & = 1, \dots, N, j = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$y_{ji1}^1 = 0 \quad j \neq j_0, i = 1, \dots, N \quad (3.35)$$

$$\sum_{i=1}^N y_{j_0 i 1}^1 = 1 \quad (3.36)$$

$$\sum_{j=1}^N y_{jit}^n = \sum_{k=1}^N y_{ikt}^{n+1} \quad n = 1, \dots, N-1, i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T \quad (3.37)$$

$$\sum_{j=1}^N y_{jit-1}^N = \sum_{k=1}^N y_{ikt}^1 \quad i = 1, \dots, N, t = 2, \dots, T \quad (3.38)$$

$$y_{ijt}^n \in \{0, 1\} \quad (3.39)$$

$$I_{jt}, x_{jt}^n, q_{jmt}^n \geq 0 \quad (3.40)$$

$$I_{j0} = 0 \quad j = 1, \dots, N \quad (3.41)$$

Os três modelos matemáticos de programação inteira mista (*MMO*, *MMP* e *MMR*) podem ser utilizados para obter soluções do problema apresentado. Com relação ao espaço de soluções, todas as soluções do espaço de soluções de *MMR* estão contidas no espaço

de soluções de  $MMP$ , que por sua vez, estão contidas no espaço de soluções de  $MMO$ . Por  $MMO$  ser um modelo mais abrangente, a sua resolução por meio de métodos exatos pode ser mais onerosa computacionalmente, assim, utilizando modelos matemáticos reduzidos, é possível obter boas soluções em tempo computacional aceitável, ou mesmo utilizar estas soluções como soluções iniciais para metaheurísticas. A seguir, um exemplo numérico é apresentado visando a melhor compreensão do problema e das diferenças entre as formulações matemáticas.

### 3.3 Exemplo Numérico

Um pequeno exemplo será apresentado nesta seção, com três produtos ( $P1, P2, P3$ ), duas máquinas ( $M1, M2$ ) e dois períodos ( $T1, T2$ ). Os parâmetros são dados pelas Tabelas 1 a 7

Tabela 1: Demandas de Produtos.

	$P1$	$P2$	$P3$
$T1$	150	40	120
$T2$	50	160	80

Tabela 2: Tempos de processamento de produtos.

	$P1$	$P2$	$P3$
$M1$	1.8	1.5	2.0
$M2$	1.8	1.5	2.0

Tabela 3: Custos de processamento de produtos.

	$M1$			$M2$		
	$P1$	$P2$	$P3$	$P1$	$P2$	$P3$
$T1$	1.6	1.5	2.0	1.6	1.5	2.0
$T2$	2.0	1.5	2.0	2.0	1.5	2.0

Tabela 4: Custos de estoque de produtos.

	$P1$	$P2$	$P3$
$M1$	0.2	0.4	0.2
$M2$	0.4	0.4	0.2

A Tabela 1 apresenta a demanda de cada produto em cada período. As Tabelas 2 e 3 indicam os tempos e custos de processamento dos produtos na linha de produção, respectivamente. Os custos de estoque dos produtos são dados pela Tabela 4. As preparações de máquinas possuem tempos e custos quantificados, respectivamente, pelas Tabelas 5 e

Tabela 5: Tempos de preparação dependentes da sequência.

	<i>M1</i>			<i>M2</i>		
	<i>P1</i>	<i>P2</i>	<i>P3</i>	<i>P1</i>	<i>P2</i>	<i>P3</i>
<i>P1</i>	0	50	35	0	50	35
<i>P2</i>	40	0	50	40	0	50
<i>P3</i>	70	35	0	70	35	0

Tabela 6: Custos de preparação dependentes da sequência.

	<i>M1</i>			<i>M2</i>		
	<i>P1</i>	<i>P2</i>	<i>P3</i>	<i>P1</i>	<i>P2</i>	<i>P3</i>
<i>P1</i>	0	50	35	0	50	35
<i>P2</i>	40	0	50	40	0	50
<i>P3</i>	70	35	0	70	35	0

Tabela 7: Capacidades das máquinas.

	<i>M1</i>	<i>M2</i>
<i>T1</i>	700	1000
<i>T2</i>	700	1000

6. Por último, as capacidades das máquinas são dadas pela Tabela 7. Todas as máquinas estão previamente preparadas para o produto 1.

O exemplo numérico foi resolvido pelo software de otimização IBM ILOG CPLEX, versão 12.1, sob a formulação matemática *MMP*. Para este exemplo, duas soluções ótimas foram encontradas e estão ilustradas nas Figuras 2 e 3. Os intervalos na cor preta representam as preparações de máquinas realizadas, enquanto os intervalos coloridos representam o processamento de alguma tarefa. Os produtos 1,2,3 são representados pelas cores vermelha, verde e azul, respectivamente. Ambas soluções possuem as mesmas sequências de produção para todos os períodos, mas outras variáveis de decisão são diferentes. A sequência de produção do primeiro período de ambas soluções é iniciada pelo processamento do Produto 1, seguida dos Produtos 3 e 2 (azul e verde), enquanto que no segundo período sua sequência de produção inicia-se pelo Produto 2 (dado a preservação de preparação de máquina), continua com o Produto 1 (vermelho) e finaliza o planejamento com a produção do Produto 3, ou seja, as sequências de produção são (1, 3, 2) e (2, 1, 3), respectivamente, em todas as máquinas. As dimensões dos lotes, os estoques necessários e a presença de produtos fantasmas são apresentados a seguir, nas Tabelas 8 e 9. As variáveis cujo valor é nulo foram ignoradas. Note que na primeira solução um estoque de produtos acabados ( $I_{121} = 25,00$ ) é gerado enquanto que na segunda solução, parte do estoque gerado é acabado ( $I_{121} = 16,67$ ) e parte do estoque é inacabado ( $I_{111} = 16,67$ ), tendo de ser pro-



cessado pela segunda máquina para assim atender a demanda. O valor da função objetivo das soluções ótimas resultam em um custo mínimo de 2360 unidades monetárias.

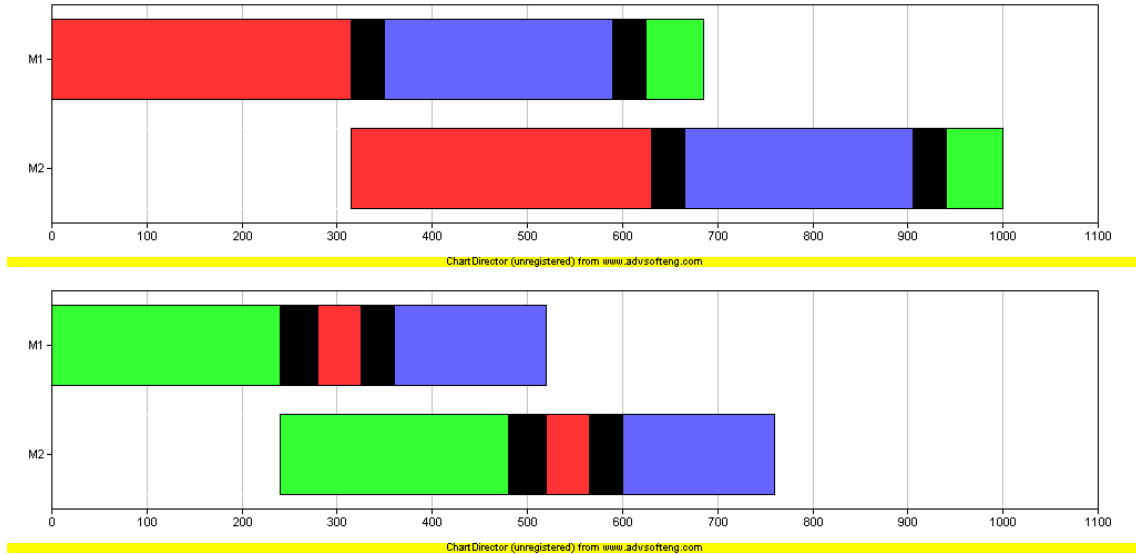


Figura 2: Diagrama de Gantt da primeira solução.

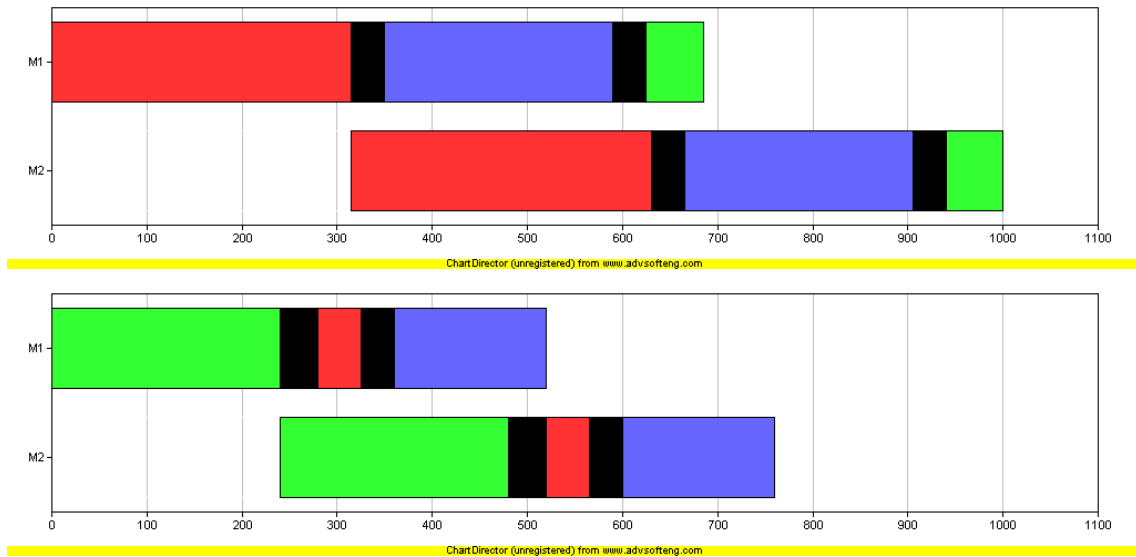


Figura 3: Diagrama de Gantt da segunda solução.

As duas soluções são válidas para as formulações matemáticas *MMO* e *MMP*, porém, para o modelo matemático *MMR*, apenas a primeira solução é válida, pois a segunda solução é infactível devido a utilização de estoque intermediário (variável  $I_{111} = 16,67$ ).

Tabela 8: Primeira solução ótima para o modelo *MMP*.

Sequência		
$y_{111}^1 = 1$	$y_{131}^2 = 1$	$y_{321}^3 = 1$
$y_{222}^1 = 1$	$y_{212}^2 = 1$	$y_{132}^3 = 1$
Dimensão dos Lotes		
$x_{111}^1 = 175,00$	$x_{121}^1 = 175,00$	$x_{311}^2 = 120,00$
$x_{321}^2 = 120,00$	$x_{211}^3 = 40,00$	$x_{221}^3 = 40,00$
$x_{212}^1 = 160,00$	$x_{222}^1 = 160,00$	$x_{112}^2 = 25,00$
$x_{122}^2 = 25,00$	$x_{312}^3 = 80,00$	$x_{322}^3 = 80,00$
Estoque		
$I_{121} = 25,00$		
Produto Fantasma		
$q_{121}^1 = 175,00$	$q_{222}^1 = 160,00$	

Tabela 9: Segunda solução ótima para o modelo *MMP*.

Sequência		
$y_{111}^1 = 1$	$y_{131}^2 = 1$	$y_{321}^3 = 1$
$y_{222}^1 = 1$	$y_{212}^2 = 1$	$y_{132}^3 = 1$
Dimensão dos Lotes		
$x_{111}^1 = 183,33$	$x_{121}^1 = 166,67$	$x_{311}^2 = 120,00$
$x_{321}^2 = 120,00$	$x_{211}^3 = 40,00$	$x_{221}^3 = 40,00$
$x_{212}^1 = 160,00$	$x_{222}^1 = 160,00$	$x_{112}^2 = 16,67$
$x_{122}^2 = 33,33$	$x_{312}^3 = 80,00$	$x_{322}^3 = 80,00$
Estoque		
$I_{111} = 16,67$	$I_{121} = 16,67$	
Produto Fantasma		
$q_{121}^1 = 183,33$	$q_{222}^1 = 160,00$	



## 4 *Procedimentos de Solução da Literatura*

A formulação matemática adotada nesta dissertação é o *MMP*, ou seja, um *MIP* cujas soluções possuem a característica da permutabilidade (modelo matemático (3.15)-(3.28)). É prática da literatura e da indústria utilizar a mesma sequência de produção em todos os estágios de produção para ambientes *flowshop*. Dessa forma, no contexto desta dissertação, esta prática será utilizada no desenvolvimento de procedimentos e nas abordagens da literatura. Diversos procedimentos de solução foram implementados, alguns deles estão descritos em Mohammadi *et al.* (2010a, 2010b) e foram implementados a título de comparação com a metodologia aqui proposta.

Os procedimentos deste capítulo estão divididos em seções distintas. A primeira seção expõe limitantes inferiores conhecidos da literatura. Eles podem indicar se uma solução factível é próxima de uma solução ótima do problema. As próximas seções descrevem heurísticas da literatura baseadas na estratégia de horizonte rolante e outras baseadas na estratégia *relax-and-fix*.

### 4.1 Limitantes Inferiores

A formulação matemática (3.15)-(3.28) foi, na prática, ineficiente, pois mesmo soluções factíveis para este modelo matemático podem não ser encontradas em tempo computacional razoável pelos *softwares* comerciais atualmente comercializados. Dessa forma, para promover a comparação entre os métodos, são utilizados limitantes (no caso deste problema, limitantes inferiores). Porém, bons limitantes inferiores (aqueles próximos a uma solução ótima do problema) podem ser difíceis de encontrar.

No trabalho de Mohammadi *et al.* (2010a) dois limitantes são apresentados para o modelo matemático *MMO* (3.1)-(3.14). O primeiro limitante inferior (*L1*) é obtido relaxando todas as variáveis binárias. Uma consequência de relaxar as variáveis binárias é

que a restrição 3.4, que garante interação vertical, é relaxada, pois o seu impacto sobre o conjunto de soluções pode ser nulo devido às parcelas que contêm o *BigM*. O segundo limitante inferior (*L2*) é derivado de *L1* e adiciona as expressões 4.1 e 4.2.

$$\sum_{i=1}^N y_{ijmt}^1 + \sum_{i=1, i \neq j}^N \sum_{n=2}^N y_{ijmt}^n = a_{jmt}$$

$$j = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T \quad (4.1)$$

$$a_{jmt} \in \{0, 1\} \quad (4.2)$$

A equação 4.1 utiliza a variável binária  $a_{jmt}$  para indicar a presença da preparação de máquina em alguma posição da sequência de produção dessa máquina, o que implica que se a máquina  $m$ , no período  $t$  processa o produto  $j$ , este só pode ser processado em uma única posição da sequência de produção, exceto no caso onde posições adjacentes na sequência de produção pertencem ao mesmo produto  $j$  (por isso o  $i \neq j$  no segundo somatório). A equação 4.1 só pode ser agregada à relaxação quando os tempos e custos de preparação de máquina obedecem à desigualdade triangular, pois, do contrário, tal equação acrescentaria uma restrição ao modelo, e dessa forma não seria mais um limitante.

Estes limitantes inferiores podem ser adaptados para o modelo matemático *MMP*. Assim, o primeiro limitante inferior (também denominado *L1*) relaxa todas as variáveis binárias, porém, admitindo apenas soluções permutacionais, a equação equivalente de interação vertical 3.18 deve ser considerada. Para o limitante equivalente a *L2*, a equação 4.1 é simplificada, pois a sequência de produção das máquinas é a mesma. A equação resultante (4.3) é apresentada abaixo.

$$\sum_{i=1}^N y_{ijt}^1 + \sum_{i=1, i \neq j}^N \sum_{n=2}^N y_{ijt}^n = a_{jt}$$

$$j = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T \quad (4.3)$$

$$a_{jt} \in \{0, 1\} \quad (4.4)$$

No restante desta dissertação, fica empregado os termos *L1* e *L2* como os limitantes para o modelo matemático *MMP* ((3.15)-(3.28)). O mesmo exemplo da Seção 3.3, cuja custo de uma solução ótima é de 2360, possui limitantes inferiores quantificados em 2111,89 para o *L1* e 2359,86 para *L2*.

## 4.2 Heurísticas baseadas em Horizonte Rolante

A estratégia de horizonte rolante para problemas que envolvem decisões de dimensionamento de lotes supõe que decisões de determinados períodos são pouco influentes para alguns períodos mais distantes. Dessa forma, sob uma perspectiva míope, o procedimento heurístico é dividido em iterações inspiradas nos períodos de tempo, iniciando-se nos primeiros períodos e avançando até os últimos. As heurísticas baseadas em horizonte rolante são vistas, de acordo com Mercé e Fontan (2003), como um procedimento iterativo que decompõe o horizonte de planejamento em três seções:

- A seção inicial é composta por períodos cujas decisões já foram tomadas por iterações anteriores e estão parcialmente ou totalmente fixas (congeladas);
- A seção central possui o conjunto de períodos a serem considerados para se tomar decisões;
- A seção final inclui os últimos períodos e que não são considerados para se tomar decisões. Algumas simplificações podem ser utilizadas para tornar o procedimento heurístico mais eficiente.

No início de uma heurística com horizonte rolante, geralmente não há variáveis congeladas, portanto, a seção inicial é vazia. A cada iteração um número de períodos é adicionado à seção inicial, enquanto períodos são subtraídos da seção final, sempre tendo de passar pela seção central. Nesta dissertação são apresentadas três heurísticas baseadas na estratégia de horizonte rolante.

### 4.2.1 Primeira Heurística de Horizonte Rolante (*RH1*)

A heurística *RH1* de Mohammadi *et al.* (2010a) tem como seção central apenas um único período, e toma decisões relativas a este período. Todas as variáveis de decisão dos períodos anteriores (seção inicial) estão fixas. Todas as variáveis inteiras são relaxadas na seção final. A Figura 4 apresenta a divisão do procedimento heurístico em  $T$  iterações. Como um conjunto de variáveis são relaxadas, a heurística resolve a cada iteração *MIPs* menores, tornando o método capaz de obter soluções de maneira mais eficiente.

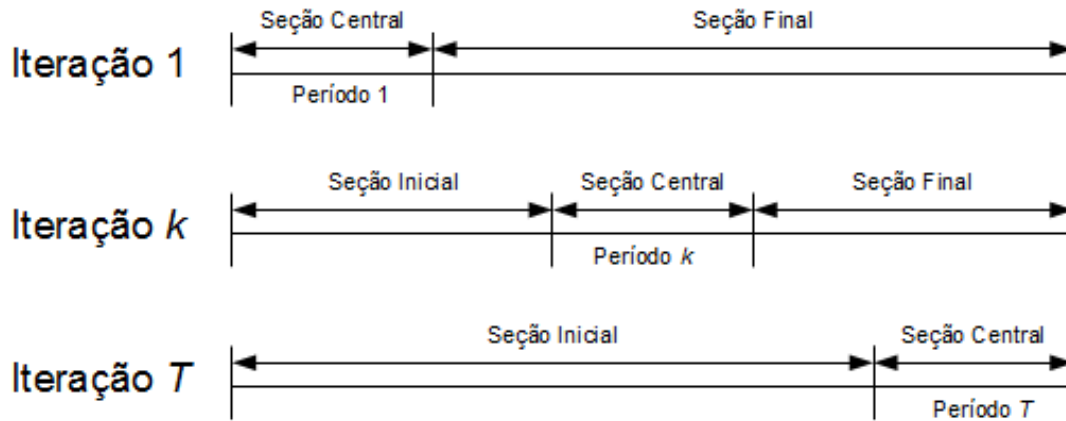


Figura 4: Estratégia de horizonte rolante baseada em Mohammadi *et al.* (2010a).

### 4.2.2 Segunda Heurística de Horizonte Rolante (*RH2*)

A heurística *RH2* de Mohammadi *et al.* (2010a) é análoga à heurística *RH1*, exceto pelo fato que as variáveis de decisão fixas na seção inicial são apenas as binárias. Ou seja, apenas as variáveis que definem o sequenciamento nas máquinas são congeladas, enquanto as decisões de dimensionamento de lotes, tamanho do estoque e quantidade de produtos fantasmas estão livres, permitindo que na tomada de decisão de outros períodos essas variáveis assumam valores diferentes.

### 4.2.3 Terceira Heurística de Horizonte Rolante (*RH3*)

A heurística *H3* de Mohammadi *et al.* (2010b) é uma adaptação da heurística desenvolvida por Nawaz *et al.* (1983) (denominada *NEH*), bastante utilizada na literatura do problema de *flowshop*, por ser uma heurística simples, flexível e eficiente. A heurística *NEH* é um procedimento construtivo de inserção onde a cada iteração múltiplas soluções parciais são testadas.

Um passo importante da *NEH* é a determinação de uma sequência de inserção. A heurística *RH3* determina essa ordem da seguinte maneira:

1. Calcula-se o custo total de preparação de máquinas para cada produto distinto  $j$ :  

$$W_j = \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^N W_{ijm}; j = 1, \dots, N;$$
2. A sequência de inserção da *NEH* é feita de acordo com a ordem decrescente de  $W_j$ ;
3. Para cada período que a ordem de inserção for feita (por enquanto a sequência de

inserção independe do período), produtos cuja produção naquele período estão previamente estocados são retirados da ordem de inserção. Assim, quando no período  $t$  para o produto  $j$ ,  $I_{jmt-1} \geq d_{jk}$  para todas as máquinas  $m$ , o produto é retirado da sequência de inserção;

4. Seja  $\delta$  a quantidade de produtos retirados da sequência de inserção;

Os próximos passos correspondem à parte de inserção e avaliação da heurística, e, ao final, uma sequência de produção é gerada.

1. Seja a sequência de inserção dada por  $\Pi = \{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{N-\delta}\}$ ;
2. Para cada iteração  $k$ , para  $k = 1, \dots, N - \delta$ :
  - Considere a inserção de  $\pi_k$  em todas as posições;
  - Calcule a soma dos custos de preparação de máquinas resultante;
  - Insira  $\pi_k$  na posição da sequência de produção com menor soma dos custos de preparação de máquina;
3. Como é necessário  $N$  posições na sequência de produção, completa-se as posições finais com o último produto produzido;

Assim, as seções da heurística são:

- A seção inicial é composta pelos períodos anteriores à seção central e possui suas variáveis binárias ( $y$ ) congeladas;
- A seção central é formada apenas pelo período  $t$ . A partir da sequência de inserção, gera-se a sequência de produção para o período  $t$ , define as variáveis de sequenciamento  $y$  de acordo com a sequência de produção e resolve-se o modelo de programação linear resultante;
- Na seção final as variáveis de decisão inteiras são relaxadas;

### 4.3 Heurísticas *Relax-and-Fix*

O método *relax-and-fix* é bem conhecido na literatura, e é bem descrito em Wolsey (1998). O método relaxa todas as variáveis inteiras, e depois, a cada passo do algoritmo,



determina que um conjunto dessas variáveis sejam novamente inteiras. A partir desse momento resolve-se o MIP com um número menor de variáveis. Fixa-se algumas dessas variáveis de decisão e inicia-se a próxima iteração. O objetivo do método é resolver diversos MIPs menores para alcançar uma solução factível ao final. Para conjuntos de instâncias de tamanho grande o método permite que se encontre soluções mais rapidamente.

### 4.3.1 Heurística *Relax-and-Fix* (*RF*)

A heurística *RF* é dividida em  $T \cdot N$  iterações, onde a cada uma delas uma variável  $y_{ijt}^n$  é definida e fixada, ou seja, define-se a cada passo uma posição na sequência de produção de determinado período. A heurística inicia no primeiro período e termina no último período, assim, ao final, as sequências de produção de todos os períodos são definidas e uma solução factível pode ser gerada por meio da resolução de  $T \cdot N$  MIPs menores.

## 5 *Procedimentos de Solução Propostos*

Neste capítulo os métodos de resolução propostos são apresentados. As abordagens desenvolvidas são baseadas na metaheurística Times Assíncronos, cujos detalhes são vistos no decorrer deste capítulo.

### 5.1 Times Assíncronos

A metaheurística Times Assíncronos (*A-Teams*) foi proposta por de Souza e Talukdar (1993), porém em Talukdar *et al.* (1983) já há uma abordagem de solução parecida, proposta também por Talukdar. Um A-Teams é composto por agentes e memórias compartilhadas, e pode ser caracterizado predominantemente por três características:

- Agentes Autônomos: Os agentes tomam suas próprias decisões de seleção de soluções, o momento de uso das mesmas, e controle de alocação de memória;
- Comunicações Assíncronas: Os agentes podem ler e escrever informação nas memórias compartilhadas sem qualquer sincronização entre eles;
- Fluxo de dados cíclico: Os agentes tomam, modificam e salvam informações continuamente nas memórias compartilhadas.

A-Teams são efetivos na resolução de problemas combinatórios de difícil resolução, onde há vários algoritmos implementados, mas que nenhum deles é totalmente satisfatório. Chega-se a um meio termo combinando-os para obter melhores respostas em um tempo reduzido. Exemplos de uso do método são: Talukdar *et al.* (1983) para problemas não lineares, de Souza (1993) para o problema do caixeiro viajante, Meneses *et al.* (2008) para problemas de *probe selection*, dentre outros. Para uma leitura mais avançada no tema, Talukdar *et al.* (1998) e Talukdar *et al.* (2003) são boas referências.

Os agentes são normalmente heurísticas simples, mas metaheurísticas (busca tabu, algoritmo genético, *simulated annealing*, GRASP, dentre outras) também podem ser usadas. Os agentes são divididos em agentes construtores, destruidores e de melhoria. Os agentes construtores (*AgC*) são responsáveis pela criação e inclusão de soluções nas memórias compartilhadas. Os agentes de melhoria (*AgM*) lêem soluções das memórias compartilhadas e, após processamento, retornam soluções para as memórias, que são inseridas juntamente com a eliminação de soluções da memória feita pelos agentes destruidores (*AgD*). A Figura 5 representa um exemplo da técnica A-Teams com a estrutura de uma única memória compartilhada. Diversos agentes atuam assincronamente nesta memória. Qualquer agente pode ser excluído/incluído do/no conjunto de agentes facilmente. Assim, a heurística é bastante flexível, podendo os agentes ser adicionados ou retirados, inclusive de maneira adaptativa, melhorando o desempenho da heurística.

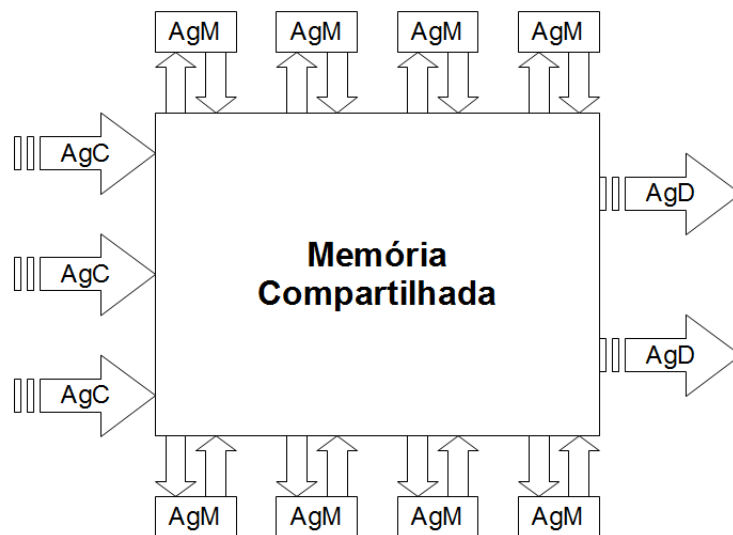


Figura 5: Exemplo de Arquitetura *A-Teams*.

## 5.2 Times Assíncronos Proposto(AT)

Nesta seção apresentamos a primeira estrutura da metaheurística Times Assíncronos utilizada nesta dissertação. Num primeiro instante são definidos o formato de representação de uma solução e a correspondente estrutura de dados utilizada. Por último, os agentes, classificados como construtores, destruidores e de melhoria, são apresentados.

### 5.2.1 Estrutura de Dados e Formato de Representação

A estrutura de dados é dividida em três tipos de dados distintos: tarefas, períodos e programações. Uma tarefa é composta de um identificador cujo valor representa o produto correspondente a esta tarefa e dois vetores de tamanho  $M$  (número de máquinas), sendo o primeiro vetor representando a dimensão do lote a ser processado em cada máquina e o segundo relativo aos instantes de término dos processos de cada máquina para a tarefa em questão. Os instantes de término são calculados visando diminuir o esforço computacional, já que agentes de melhoria que atuam ao final da sequência de produção não influenciam os instantes de término das tarefas anteriores.

Um período possui duas componentes, uma delas é uma matriz de estoque (de dimensão  $N \cdot M$ ), relativo ao estoque de cada produto após processamento em cada máquina ao final da programação do período em questão. A segunda componente é um vetor de ponteiros, onde cada posição deste vetor aponta para uma única tarefa. O número de posições deste vetor de ponteiros é  $N$ , pois por definição do problema matemático, cada período possui uma sequência de operações de  $N$  de tarefas. A segunda componente de um período foi assim escolhida para tornar mais rápido computacionalmente a manipulação dos dados pelos agentes da metaheurística.

Por último, uma programação é definida por três componentes, sendo a primeira relativa à função objetivo da programação (valor da solução), a segunda componente representa o somatório da capacidade extra necessária em todas as máquinas para factibilizar a solução, já que, dessa forma, pode-se tratar soluções infactíveis (os detalhes são descritos mais adiante). A componente final é um vetor de dimensão  $T$  de períodos. A Figura 6 ilustra a estrutura de dados utilizada. Os valores de alguns dados são relativos à primeira solução da Seção 3.3.

Para facilitar a leitura desta dissertação, representações mais compactas podem ser utilizadas para visualização dos dados de alguma solução do problema. Assim, a Figura 7 representa a primeira solução relativa ao exemplo da Seção 3.3, cujo valor da solução é 2360 unidades monetárias. Os blocos de dados representam períodos, e são subdivididos em tarefas, com a produção por máquina e os instantes de término do processamento de cada máquina. O estoque é apresentado abaixo dos blocos. Para os agentes explicados a seguir alguns dados podem ser suprimidos, como por exemplo os instantes de término, ou até mesmo a representação do tamanho dos lotes.

A memória compartilhada de soluções mantém uma população de soluções ordenadas

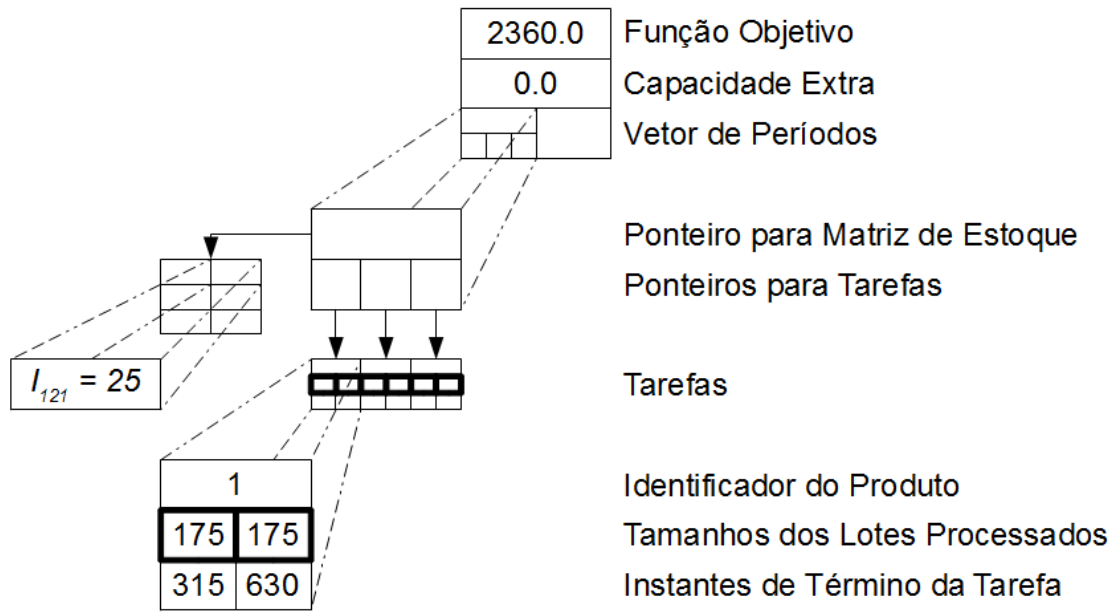


Figura 6: Estrutura de Dados do Problema.

1	3	2			
175	175	120	120	40	40
315	630	590	905	685	1000

$I_{121} = 25$

2	1	3			
160	160	25	25	80	80
240	480	325	555	520	760

Figura 7: Representação Compacta de uma Solução para o Problema *MMP*.

de acordo com a sua qualidade. A qualidade de uma solução é medida de acordo com dois critérios: a factibilidade e o valor da função objetivo. Uma solução factível é sempre melhor que uma infactível ou uma solução factível cujo valor da função objetivo é maior que a primeira. Entre soluções infactíveis, aquela que utilizar menos capacidade extra é a melhor. Os agentes atuam sobre a memória compartilhada e são responsáveis pela criação de soluções iniciais, pela melhoria e destruição de soluções. O Algoritmo 1 apresenta o funcionamento da metaheurística Times Assíncronos e de seus agentes. Os agentes **AgC**, **AgM** e **AgD** representam os agentes construtores, de melhoria e destruidores, respectivamente. Considere a memória compartilhada como **MEM**, e o tamanho máximo desta memória **MEMSIZE**. No início novas soluções são geradas pelos agentes construtores (**AgC**) até preencherem toda a memória compartilhada. Em seguida os agentes de melhoria (**AgM**) atuam nas soluções existentes, buscando por novas soluções (**sol1**). Enquanto isso, os agentes destruidores (**AgD**) controlam o número de soluções da memória compartilhada, definindo quais soluções serão inseridas ou retiradas da memória compartilhada. As

subseções seguintes detalham estes agentes. Para uma visualização resumida dos agentes desenvolvidos vide Tabela 11.

---

**Algoritmo 1:** Times Assíncronos aplicado ao problema

---

```

Leitura dos dados;
enquanto TAMANHO(MEM) < MEMSIZE faça
  | AgC();
fim
enquanto IT < MAXIT faça
  | Seleciona sol aleatoriamente;
  | sol 1 ← AgM(sol);
  | AgD(MEM,sol 1);
  | IT ++;
fim

```

---

## 5.2.2 Agentes Construtores

Dois agentes construtores foram utilizados pela metaheurística *AT* e são descritos a seguir:

**Agente Construtor 1 (*AgC1*):** O primeiro agente construtor dimensiona o número de lotes de cada período, tomando os valores que satisfazem a demanda do mesmo (política lote-por-lote). A sequência dos produtos é dada aleatoriamente. Dessa forma, estoques não são realizados nas soluções geradas. Seja o primeiro período do exemplo da Seção 3.3, com três produtos 1, 2, 3 e cujas demandas são, respectivamente, 150, 40 e 120 unidades. Dessa forma, o agente *AgC1* cria uma solução para o período de sequência aleatória, por exemplo uma sequência iniciando com o Produto 3, retornando ao Produto 1 e finalizando com o Produto 2, gerando a sequência de produção (3, 1, 2). Algumas variáveis dessa sequência de produção são descritas na Tabela 10 e o período é ilustrado na Figura 8.

Tabela 10: Valores positivos do primeiro período do exemplo.

Sequência		
$y_{131}^1 = 1$	$y_{311}^2 = 1$	$y_{121}^3 = 1$
Dimensão dos Lotes		
$x_{311}^1 = 120,00$	$x_{321}^1 = 120,00$	$x_{111}^2 = 150,00$
$x_{121}^2 = 150,00$	$x_{211}^3 = 40,00$	$x_{221}^3 = 40,00$

**Agente Construtor 2 (*AgC2*):** O segundo agente construtor também utiliza a política lote-por-lote para a geração de uma solução inicial. Porém, a sequência de produção de cada período é obtido de maneira análoga à heurística *NEH*, de Nawaz *et*

3		1		2	
120	120	150	150	40	40

Figura 8: Representação da solução gerada pelo agente construtor 1 *AgC1*.

*al.* (1983). Alguns detalhes adicionais como a preservação da preparação de máquina e possíveis demandas nulas são considerados. Como descrito anteriormente na heurística *RH3*, o procedimento heurístico *NEH* é um procedimento construtivo de inserção, onde a cada iteração múltiplas soluções parciais são testadas. A sequência de inserção utiliza a ordem decrescente do custo total das preparações de máquina para cada produto  $j$ ,  $W_j = \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^N W_{ijm}; j = 1, \dots, N$ . São retirados os produtos com demanda nula. O processo construtivo é iniciado inserindo o primeiro produto da sequência de inserção na sequência de produção. O processo prossegue adicionando produto a produto da sequência de inserção na sequência de produção, inserindo de maneira gulosa na melhor posição possível, aquela cujos custos de preparação de máquinas são menores (já que os outros custos são constantes). Observe que ao considerar o custo de preparação de máquinas, a preservação da preparação de máquina também é considerada.

Dado o exemplo numérico da Seção 3.3. O agente *AgC2* organiza primeiramente uma sequência de inserção, de acordo com  $W_j$ . No exemplo,  $W_1 = (0+40+70) + (0+40+70) = 220$ ,  $W_2 = 170$  e  $W_3 = 170$ . Assim, a sequência de inserção é  $(1, 2, 3)$ . Seja  $CS_{Seq}$ , o custo de *setup* da sequência *Seq*. Primeiramente inserimos o Produto 1 e obtemos  $CS_{(1)} = 0$ , já que a máquina está previamente preparada para esta tarefa, e só há uma posição de inserção possível. Continuando o processo, inserimos a segunda posição da sequência de inserção, o Produto 2 e obtemos  $CS_{(1,2)} = 0+50+50 = 100$  e  $CS_{(2,1)} = 50+50+40+40 = 180$ . Portanto, o produto é inserido na última posição da sequência de produção. Na última inserção, a sequência de produção escolhida é  $CS_{(1,3,2)} = 140$ , que obteve menor custo de preparação, dado que,  $CS_{(1,2,3)} = 200$  e  $CS_{(3,1,2)} = 310$ . Para o segundo período o raciocínio é análogo, entretanto a máquina inicia o período previamente preparada para o Produto 2. A sequência de produção  $(2, 1, 3)$  é obtida como resultado final para o segundo período. Com o emprego da política lote-por-lote para o dimensionamento de lotes, a solução inicial obtida pelo agente *AgC2* para o exemplo numérico é ilustrada na Figura 9.

1		3		2		2		1		3	
150	150	120	120	40	40	160	160	50	50	80	80

Figura 9: Representação da solução gerada pelo agente construtor 2 (*AgC2*).

### 5.2.3 Agentes Destruidores

**Agente de Destruição (*AgD*):** O agente de destruição considera a qualidade da solução. Se a solução gerada por um agente de melhoria é igual a uma das soluções pertencentes à memória compartilhada, então a memória compartilhada fica inalterada. Caso contrário, a solução gerada é inserida na memória compartilhada somente se esta solução é melhor do que a pior solução existente na memória compartilhada. A pior solução da memória compartilhada é removida e apagada.

### 5.2.4 Agentes de Melhoria

Todos os agentes de melhoria escolhem uma solução da memória compartilhada por meio de seleção por torneio de tamanho 2 (*Tournament Selection*). Assim, são escolhidas, aleatoriamente, duas soluções da memória compartilhada e a melhor delas é utilizada pelo agente de melhoria. Os primeiros agentes focam nas decisões de sequenciamento de tarefas, enquanto os outros agentes visam decisões relacionadas ao dimensionamento dos lotes de produção. Vários agentes de melhoria foram desenvolvidos, e apenas os agentes que obtiveram os melhores resultados estão aqui descritos. Cada agente atua com uma estratégia diferente, buscando por várias maneiras chegar a melhores soluções. Várias configurações destes agentes foram testadas e seus resultados serão apresentados na Seção 6.4.

**Agente de Melhoria 1 (*AgSw*):** O primeiro agente de melhoria adota a vizinhança definida por troca de dois produtos quaisquer na sequência de produção (*swap*). Uma solução inicial é escolhida e o agente analisa certa quantidade de soluções vizinhas, alterando a sequência de produção de um período aleatório, mantendo as decisões relacionadas ao dimensionamento de lotes. O agente retorna a melhor solução encontrada. A Figura 10, parte (a), mostra um exemplo de sequência e de seu vizinho. Neste exemplo, a partir da sequência de produção (4, 2, 3, 6, 5, 7, 1) e após a troca simples entre as posições 2 e 5, é gerada a sequência (4, 5, 3, 6, 2, 7, 1). Note que para o cálculo dos custos de produção, basta considerar apenas os custos de *setup*, já que os outros custos são in-



dependentes para este agente. Para o recálculo da utilização da capacidade da linha de produção, pode-se considerar apenas as posições da sequência de produção a partir das posições trocadas. Assim, no exemplo não é necessário recalculer os instantes de término da primeira tarefa (Posição 1, Produto 4).

**Agente de Melhoria 2 (*AgIn*):** O segundo agente de melhoria é análogo ao anterior, entretanto a vizinhança definida é de inserção simples, onde se escolhe um item da sequência e o insere em outra posição. Tomando o mesmo exemplo anterior (ilustrado na Figura 10, parte (b)), a sequência de produção (4, 2, 3, 6, 5, 7, 1), e realizando a inserção do produto 2 (que está na posição 2) na posição 5, a solução gerada possuirá a sequência de produção (4, 3, 6, 5, 2, 7, 1). Os mesmos detalhes quanto ao recálculo da função objetivo e da utilização da capacidade são considerados para aumentar a velocidade do agente.

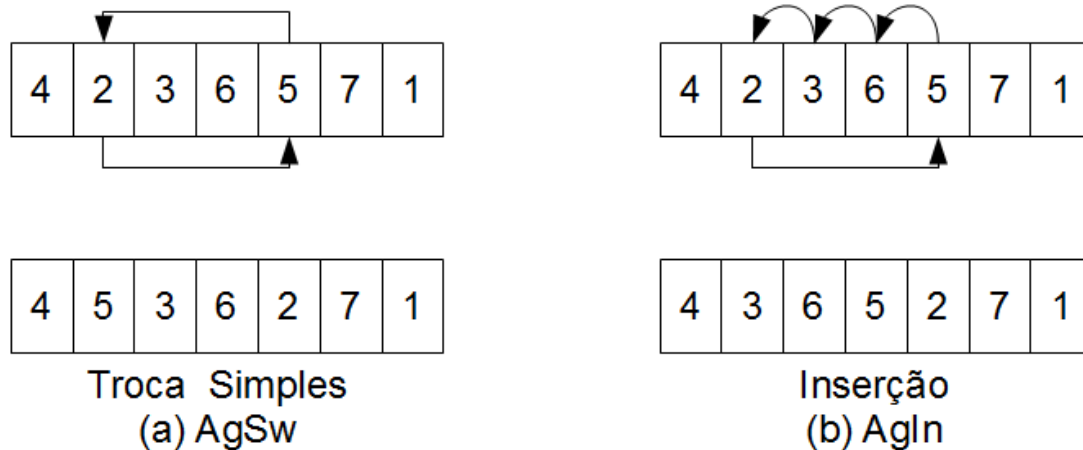


Figura 10: Vizinhanças dos dois primeiros agentes de melhoria.

**Agente de Melhoria 3 (*AgBI*):** Uma segunda estratégia de inserção é utilizada pelo terceiro agente de melhoria, que busca a melhor posição para inserção de um produto. Esse agente pode ser mais efetivo para problemas-teste com o número de produtos distintos maior. A partir de uma solução inicial, um período e uma tarefa deste período são escolhidos aleatoriamente. A tarefa é inserida em todas as posições possíveis da sequência de produção e a melhor posição (com relação à qualidade da solução) determina a solução final. Considere o exemplo na Figura 11, uma solução inicial com sequência de produção de um período qualquer (4, 2, 3, 1, 5). Caso seja escolhida a tarefa na quarta posição (Produto 1), são analisados quatro vizinhos, correspondentes a quatro inserções possíveis que modificam a solução inicial. As soluções estão apresentadas na Figura 11.

**Agente de Melhoria 4 (*AgCO*):** O quarto agente busca melhorar uma solução alterando a sequência de produção de dois períodos consecutivos, alterando o último pro-

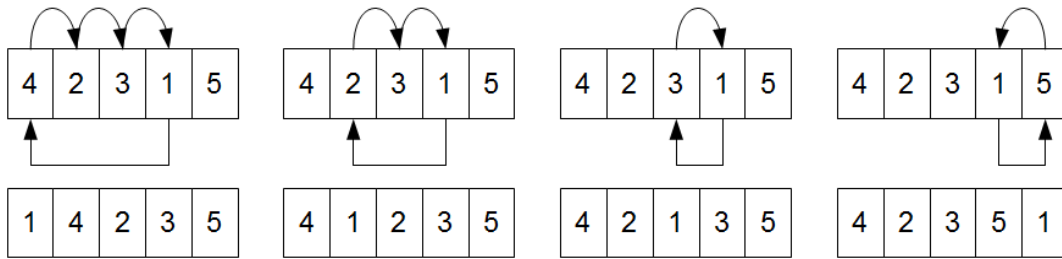


Figura 11: Todas as soluções geradas pelo agente de melhoria 3 (*AgBI*).

duto do primeiro dos períodos e a primeira posição da sequência de produção do período seguinte, de tal forma que os produtos que ocupam essas posições sejam os mesmos. As sequências são alteradas utilizando inserção simples. Esse agente aposta que a preservação da preparação das máquinas entre períodos gera melhores soluções. A Figura 12 apresenta um exemplo da ação deste agente. A solução inicial possui no seu período  $t$  a sequência de produção (4, 2, 3, 6, 5, 7, 1), e no período  $t + 1$  possui a sequência (1, 4, 7, 3, 6, 2, 5). Escolhendo o produto 6 para ser posicionado nas sequências de produção dos dois períodos de modo a máquina preservar a preparação de máquina, temos como resultado as sequências (4, 2, 3, 5, 7, 1, 6) e (6, 1, 4, 7, 3, 2, 5), para os dois períodos consecutivos.

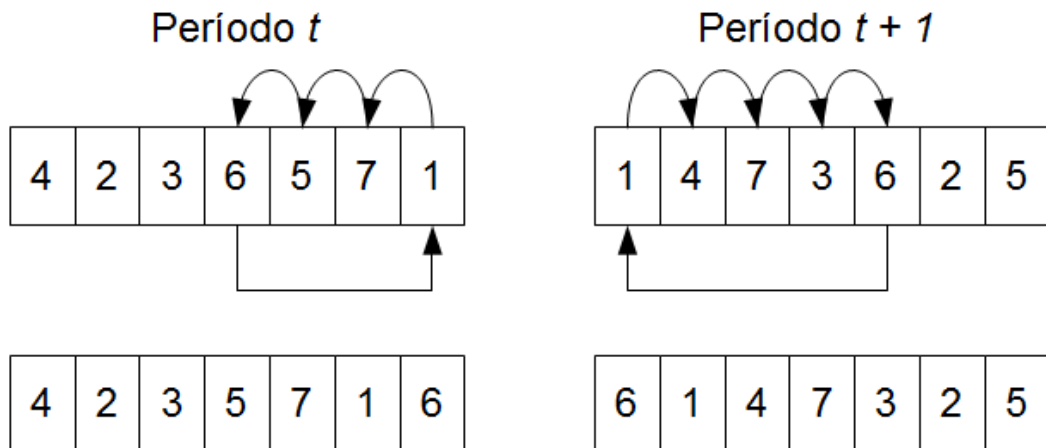


Figura 12: Solução gerada pelo agente de melhoria 4 (*AgCO*).

Os agentes de melhoria que tomam decisões de dimensionamento de lotes são apresentados adiante.

**Agente de Melhoria 5 (*AgAP*):** O agente *AgAP* posterga a produção excedente (com estoque positivo). O agente seleciona aleatoriamente um período com produção excedente de algum produto. Um produto com produção excedente é selecionado tam-

bém de maneira aleatória e tem toda sua produção excedente postergada para o período imediatamente posterior (período destino). A restrição de atendimento à demanda é respeitada e, por consequência, parte do estoque deste período é eliminada. Caso não haja produção do produto no período destino, a tarefa será inserida numa posição aleatória. A Figura 13 representa um exemplo da atuação do agente *AgAP*, que posterga a produção excedente de 20 unidades de produto acabado do tipo 2.

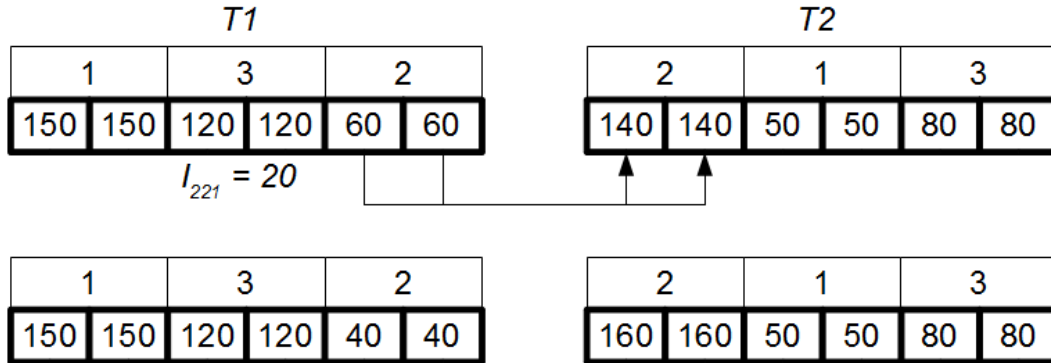


Figura 13: Solução gerada pelo agente de melhoria 5 (*AgAP*).

**Agente de Melhoria 6 (*AgEP*):** O segundo agente cuja estratégia foca nas decisões de dimensionamento de lotes adianta a produção de determinados produtos. Este agente analisa a capacidade restante das máquinas para que a solução final gerada não tenha capacidade extra utilizada. O agente *AgEP* determina dois períodos consecutivos aleatoriamente, tal que o primeiro período possua capacidade disponível para todas máquinas. Aleatoriamente uma tarefa do segundo período é escolhida para ter parte de sua produção adiantada (caso seja possível, a tarefa pode ser completamente adiantada). Caso não haja produção do produto escolhido, determina-se uma posição de maneira aleatória para inserir este produto e adiantar uma parte da produção. Com esse agente, apenas estoques de produtos acabados podem ser gerados. Um exemplo da atuação deste agente está representado na Figura 14. Nela, a partir da solução inicial gerada pelo agente *AgC2*, chega-se à solução final correspondente à primeira solução ótima no exemplo numérico da Seção 3.3.

**Agente de Melhoria 7 (*AgEP1*):** Alguns agentes similares aos segundo agente foram desenvolvidos, cujas estratégias envolvem o adiantamento da produção de determinados períodos. O agente de melhoria *AgEP1* foi desenvolvido com a finalidade de buscar soluções que priorizam o adiantamento da produção de produtos intermediários e consequentemente o estoque de produtos inacabados. Esse agente atua adiantando parte da produção de determinada tarefa máquina por máquina. Primeiramente, de maneira gu-

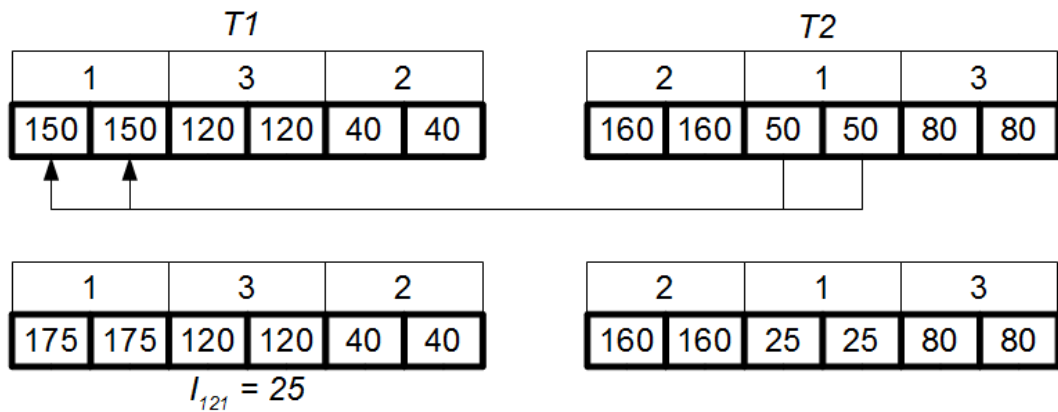


Figura 14: Solução gerada pelo agente de melhoria 6 (*AgEP*).

losa, ele visa utilizar a capacidade máxima de produção da primeira máquina, respeitando sempre as capacidades das máquinas posteriores. Esse processo gera estoque intermediário entre as duas primeiras máquinas da linha de produção. O procedimento continua na tentativa de adiantar produção para a segunda máquina, da mesma maneira que feito para a primeira máquina. O processo segue para todas as máquinas, enquanto houver capacidade disponível nas máquinas.

**Agente de Melhoria 8 (*AgEP2*):** Outro agente de melhoria análogo ao agente *AgEP*, denominado *AgEP2*, também busca as tomadas de decisão que adiantam parte da produção de uma tarefa, visando melhores soluções. O procedimento deste agente primeiramente define de maneira aleatória um período com capacidade de produção disponível, um produto produzido no período imediatamente seguinte que terá a sua produção adiantada e uma máquina específica. Esta última escolha especifica a última máquina cuja produção será adiantada, ou seja, o estoque produzido ao final da atuação do agente é após essa máquina. Assim, se a máquina escolhida for a última da linha de produção, a solução final do agente será idêntica a uma solução do agente *AgEP*. Isto torna o agente *AgEP2* mais geral que o agente *AgEP* no sentido de uma maior vizinhança a ser analisada.

**Agente de Melhoria 9 (*AgAEP*):** Uma outra estratégia utilizada é a combinação de agentes que postergam a produção excedente de um determinado produto e adiantam a produção de outro produto. Por exemplo, o agente de melhoria *AgAEP* considera a união dos agentes *AgAP* e *AgEP*. Este agente de melhoria é dividido em duas fases. Na primeira fase posterga-se a produção de um produto excedente do primeiro período escolhido, de maneira análoga ao agente *AgAP*. A segunda fase corresponde a adiantar parte da produção de um produto do segundo período assim como o agente *AgEP*, porém

o produto deve ser distinto daquele escolhido na fase anterior. Caso a transferência de produção tenha um período destino sem a produção do produto correspondente, insere-se este produto em uma posição aleatória. O agente busca possibilidades de melhorias no custo de produção, principalmente pela troca de produtos que estarão em estoque em determinado período, além de possíveis reduções no consumo da capacidade. Como exemplo, a Figura 15 mostra o agente *AgAEP* atuando sobre uma solução inicial e obtendo ao final a solução ótima do exemplo numérico da Seção 3.3.

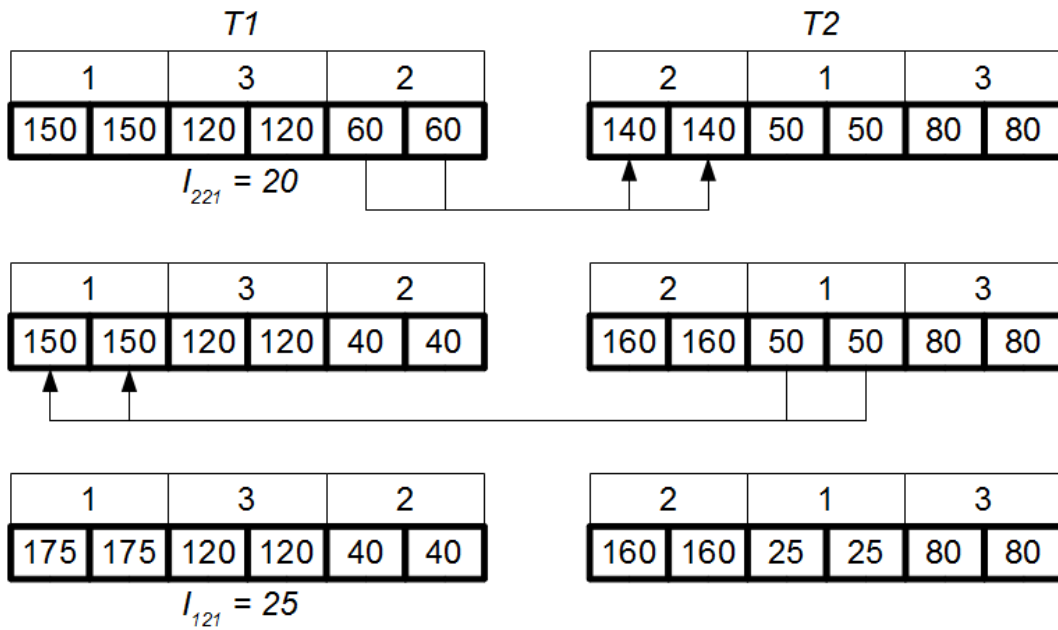


Figura 15: Solução gerada pelo agente de melhoria 9 (*AgAEP*).

**Agente de Melhoria 10 (*AgAEP1*):** Da mesma forma que o agente de melhoria *AgAEP*, agentes similares foram gerados a partir da fusão dos agentes *AgAP* e *AgEP1* resultando no agente *AgAEP1*.

**Agente de Melhoria 11 (*AgAEP2*):** Assim como os agentes anteriores, o agente *AgAEP2* é resultado da união dos agentes *AgAP* e *AgEP2*.

### 5.3 Times Assíncronos Híbrido (*ATH*)

Além da metaheurística Times Assíncronos vista anteriormente, propõe-se também a metaheurística Times Assíncronos híbrida. Dessa forma, não apenas procedimentos heurísticos são utilizados, como também são utilizados alguns procedimentos exatos como parte da metaheurística. O uso desses procedimentos pode influenciar a eficiência da

metaheurística de distintas maneiras. Da maneira como foi proposta, as soluções iniciais proporcionadas pelos novos agentes construtores tendem a ser melhores que do método anterior (*AT*), já que as decisões de dimensionamento de lotes são tomadas por meio de procedimentos exatos. A estrutura de dados da metaheurística é similar a anterior. Os agentes desenvolvidos são apresentados a seguir. A Tabela 11 apresenta um resumo destes agentes.

### 5.3.1 Agentes Construtores

**Agente Construtor Híbrido 1 (*HAgC1*):** O primeiro agente construtor do método *ATH* tem as sequências de produção para todos os períodos dadas aleatoriamente. Em seguida, começando pelo primeiro período, a primeira tarefa do período é modificada (por inserção simples) para manter a preservação da preparação de máquinas. O mesmo procedimento ocorre para todos os períodos. Fixada a sequência de produção, as decisões relativas ao dimensionamento de lotes são obtidas por meio da resolução exata do modelo matemático de programação linear *LP* resultante, dado pelas expressões (5.1)-(5.10).

**Agente Construtor Híbrido 2 (*HAgC2*):** O segundo agente construtor é similar ao agente construtor (*HAgC1*) no sentido de que as sequências de produção de todos os períodos são geradas e fixadas, e as decisões relativas ao tamanho dos lotes são obtidas por meio da resolução do *LP* resultante, também dado pelas expressões (5.1)-(5.10). A diferença dos dois agentes é com relação à geração da sequência de produção, que é análoga a do agente construtor *AgC2*, da metaheurística *AT*. Esse agente determina uma única solução, pois não possui elementos de aleatoriedade nele.

O problema de programação linear resultante de ambos agentes construtores é derivado da formulação matemática *MMP* (expressões (3.15)-(3.28)). Como as sequências de produção de todos os períodos são fixadas a priori, pode-se reduzir o modelo matemático *MMP* a um *LP*. Assim, seja a sequência de produção do período  $t$  dada por  $\Pi_t = \pi_t^1, \pi_t^2, \dots, \pi_t^N$ . Pode-se definir  $\pi_t^0$  como o produto no qual a máquina está previamente preparada no período  $t$ . As variáveis  $x_{jmt}^n$  e  $q_{jmt}^n$  são reduzidas às variáveis  $x_{mt}^n$  e  $q_{mt}^n$ , já que o índice  $j$  é sempre determinado a priori por  $\pi_t^n$ .

Para garantir que sempre sejam geradas soluções factíveis, a restrição de capacidade 5.5 foi modificada para admitir horas extras de produção. Isto foi feito adicionando a variável real  $e_{mt}$  que representa a capacidade extra utilizada pela máquina  $m$  no período  $t$ . Da mesma maneira, para coibir a utilização desta capacidade extra, foi adicionado à função objetivo uma parcela que pune esta utilização com um alto custo (*BigM*). As

restrições de atendimento da demanda e fluxo de produção (5.2 e 5.3 respectivamente) são válidas para todo produto  $j = 1, \dots, N$ . Como um mesmo produto pode ser produzido em mais de uma posição, deve-se considerar todas as posições da sequência de produção do período  $t$ ,  $\Pi_t$ , relativas ao produto  $j$ , ou seja, deve-se considerar apenas as posições em que  $\pi_t^n = j$ . O restante das restrições são análogas ao modelo matemático *MMP*. O *LP* resultante é apresentado a seguir.

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T W_{\pi_t^{n-1} \pi_t^n m} + \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T p_{\pi_t^n m} \cdot x_{mt}^n + \\ & \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T h_{jm} \cdot I_{jmt} + \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T \text{Big}M \cdot e_{mt} \end{aligned} \quad (5.1)$$

Sujeito a:

$$d_{jt} = I_{jMt-1} + \sum_{n=1, \pi_t^n=j}^N x_{Mt}^n - I_{jMt} \quad j = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T \quad (5.2)$$

$$\begin{aligned} I_{jmt-1} + \sum_{n=1, \pi_t^n=j}^N x_{mt}^n &= I_{jmt} + \sum_{n=1, \pi_t^n=j}^N x_{m+1t}^n \\ j = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M-1, t = 1, \dots, T \end{aligned} \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{n'} S_{\pi_t^{n-1} \pi_t^n m} + \sum_{n=1}^{n'} b_{\pi_t^n m} \cdot q_{mt}^n + \sum_{n=1}^{n'} b_{\pi_t^n m} \cdot x_{mt}^n &\leq \\ \sum_{n=1}^{n'} S_{\pi_t^{n-1} \pi_t^n m+1} + \sum_{n=1}^{n'} b_{\pi_t^n m+1} \cdot q_{m+1t}^n + \sum_{n=1}^{n'-1} b_{\pi_t^n m+1} \cdot x_{m+1t}^n & \\ n' = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M-1, t = 1, \dots, T \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N S_{\pi_t^{n-1} \pi_t^n m} + \sum_{n=1}^N b_{\pi_t^n m} \cdot q_{mt}^n + \sum_{n=1}^N b_{\pi_t^n m} \cdot x_{mt}^n &\leq C_{mt} + e_{mt} \\ m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T \end{aligned} \quad (5.5)$$

$$x_{mt}^n \leq \left( \frac{C_{mt}}{b_{\pi_t^n m}} \right)$$

$$n = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T, \pi_t^{n-1} \neq \pi_t^n \quad (5.6)$$

$$x_{mt}^n = 0$$

$$n = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T, \pi_t^{n-1} = \pi_t^n \quad (5.7)$$

$$q_{mt}^n \leq \left( \frac{C_{mt}}{b_{\pi_t^n m}} \right)$$

$$n = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T \quad (5.8)$$

$$I_{jmt}, x_{mt}^n, q_{mt}^n, e_{mt} \geq 0 \quad (5.9)$$

$$I_{jm0} = 0 \quad j = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M \quad (5.10)$$

### 5.3.2 Agentes Destruidores

O agente de destruição é análogo ao agente da metaheurística *AT* e considera a qualidade da solução.

### 5.3.3 Agentes de Melhoria

Os agentes de melhoria são os mesmos da metaheurística *AT*. São eles os agentes de melhoria *AgSw*, *AgIn*, *AgBI*, *AgCO* e os agentes de melhoria que focam na tomada de decisões relacionadas ao dimensionamento de lotes, os agentes *AgEP*, *AgAP* e *AgAEP*. Segue a Tabela 11, que apresenta de forma resumida as funções de cada agente desenvolvido para as metaheurísticas *AT* e *ATH*.

Tabela 11: Resumo dos agentes desenvolvidos.

Agentes	Descrição
Agentes Construtores	
<i>AgC1</i>	Sequência de produção aleatória, política lote-por-lote
<i>AgC2</i>	Sequência de produção obtida como a heurística <i>NEH</i> , política lote-por-lote
<i>HAgC1</i>	Sequência de produção aleatória, dimensionamento de lotes por <i>LP</i>
<i>HAgC2</i>	Sequência de produção obtida como a heurística <i>NEH</i> , dimensionamento de lotes por <i>LP</i>
Agentes Destruidores	
<i>AgD</i>	Substitui a pior solução da memória compartilhada com relação a qualidade
Agentes de Melhoria	
<i>AgSw</i>	Busca sequências de produção melhores na vizinhança de troca simples
<i>AgIn</i>	Busca sequências de produção melhores na vizinhança de inserção simples
<i>AgBI</i>	Busca sequências de produção melhores na vizinhança de inserção simples, para todas posições possíveis
<i>AgCO</i>	Busca sequências de produção melhores para períodos consecutivos, promovendo a preservação do <i>setup</i>
<i>AgAP</i>	Posterga produção excedente de um produto
<i>AgEP</i>	Adianta a produção, visa estoque de produtos acabados
<i>AgEP1</i>	Adianta a produção de maneira gulosa, máquina a máquina
<i>AgEP2</i>	Adianta a produção, visa estoque de produtos intermediários em uma máquina aleatória
<i>AgAEP</i>	Fusão dos agentes <i>AgAP</i> e <i>AgEP</i>
<i>AgAEP1</i>	Fusão dos agentes <i>AgAP</i> e <i>AgEP1</i>
<i>AgAEP2</i>	Fusão dos agentes <i>AgAP</i> e <i>AgEP2</i>





## 6 Experimentos Computacionais

### 6.1 Ambiente de Teste

O algoritmo usado para a geração de números aleatórios é uma implementação do *multiplicative linear congruential generator*, com parâmetros 16807 (multiplicador) e  $2^{31} - 1$  (número primo). Este algoritmo é descrito em (PARK; MILLER, 1988). Todos os testes foram feitos usando um Intel Core 2 Duo E7500 com velocidade de  $2.93GHz$ , memória L2 cache de  $3MB$  e  $3,2GB$  de RAM sob o sistema operacional Windows 7. Todos os algoritmos foram implementados em C/C++. Para resolução dos problemas de programação linear e programação linear inteira mista, o software IBM ILOG CPLEX, na versão 12.1 foi utilizado, por meio da biblioteca de classes e funções *CPLEX Concert Technology*.

### 6.2 Problemas-Teste Gerados

Os problemas-teste foram gerados de acordo com os experimentos propostos no artigo de (MOHAMMADI *et al.*, 2010a). Considerando as combinações do número de produtos, máquinas e períodos como  $(N, M, T)$ , os problemas-teste possuem as configurações distintas consideradas:  $(3, 3, 3)$ ,  $(5, 3, 3)$ ,  $(3, 5, 3)$ ,  $(3, 3, 5)$ ,  $(5, 5, 5)$ ,  $(7, 5, 5)$ ,  $(5, 7, 5)$ ,  $(5, 5, 7)$ ,  $(7, 7, 7)$ ,  $(10, 5, 5)$ ,  $(5, 10, 5)$ ,  $(5, 5, 10)$ ,  $(10, 7, 7)$ ,  $(7, 10, 7)$ ,  $(7, 7, 10)$ ,  $(10, 10, 10)$ ,  $(15, 10, 10)$ ,  $(10, 15, 10)$ ,  $(10, 10, 15)$  e  $(15, 15, 15)$ .

Os parâmetros de produção são gerados de maneira uniforme, utilizando a função aleatória descrita por (PARK; MILLER, 1988), de acordo com intervalos e valores propostos em (MOHAMMADI *et al.*, 2010a). Dessa forma, definido  $U(min; max; passo)$  como a escolha aleatória no intervalo fechado entre  $min$  e  $max$ , dado o  $passo$ , que restringe o número de elementos disponíveis no intervalo ao conjunto  $\{min; min + passo; \dots; max - passo; max\}$  e considerando que o  $max - min$  é divisível pelo  $passo$ , os parâmetros são gerados como a seguir:

- Demanda  $d_{jt}$ :  $U(0; 180; 10)$
- Custos de estoque  $h_{jm}$ :  $U(0, 2; 0, 4; 0, 1)$
- Tempos de processamento  $b_{jm}$ :  $U(1, 5; 2, 0; 0, 1)$
- Custos de processamento  $p_{jmt}$ :  $U(1, 5; 2, 0; 0, 1)$
- Tempos de *setup*  $S_{ijm}$ :  $U(35; 70; 5)$
- Custos de *setup*  $W_{ijm}$ :  $U(35; 70; 5)$

Ao início da programação de produção todas as máquinas estarão configuradas para determinado produto ( $j_{0m} = U(1, N, 1), m \in \{1, \dots, M\}$ ). O último parâmetro, a capacidade das máquinas, é gerado de acordo com a capacidade mínima necessária no caso crítico (onde todos os parâmetros assumem os valores máximos). Assim, considerando uma linha de produção de  $N$  produtos,  $M$  máquinas e  $T$  períodos, o caso crítico teria demanda máxima  $d_{jt} = 180; j = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T$ , tempos de processamento  $b_{jm} = 2, 0; j = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M$  e tempos de preparação de máquina  $S_{ijm} = 70; j, i = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M$ . Dessa forma o cálculo da capacidade necessária para esse caso é dado de acordo com a Figura 16.

Na Figura 16,  $m_m$  representam as máquinas,  $j_j$  as tarefas (a ordem das tarefas é independente, já que os tempos de processamento são da mesma magnitude) e  $C_{mt}$  representa a capacidade mínima necessária para o caso crítico em um período qualquer  $t$ . Alguns instantes são especificados para a compreensão:

- O intervalo  $(0, t_1)$  representa o tempo de preparação de máquina da primeira tarefa (dado que o produto desta tarefa não é o mesmo que a máquina já está preparada) e  $t_1 = 70$ ;

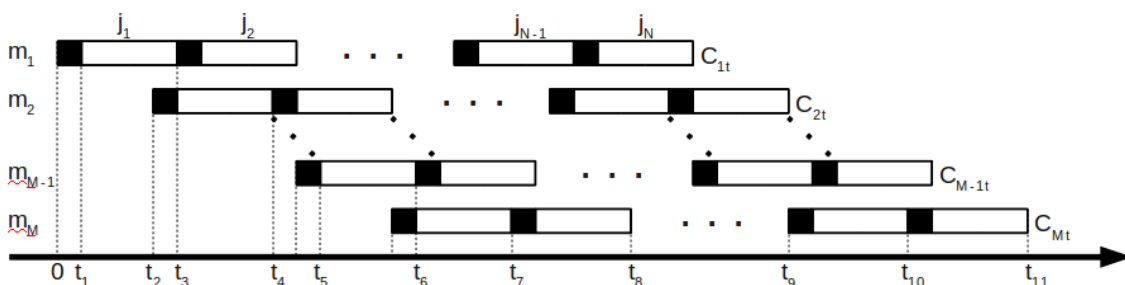


Figura 16: Diagrama de Gantt apresentando a capacidade mínima.

- O intervalo  $(t_1, t_3)$  denota o tempo de processamento da tarefa  $j_1$  na máquina  $m_1$ , assim,  $t_3 - t_1 = 2 \cdot 180 = 360$  e  $t_3 = 430$ ;
- O instante  $t_2$  é o início do *setup* na máquina  $m_2$ . As preparações de máquina são antecipatórias;
- $t_4$  é o instante de término da tarefa  $j_1$  na máquina  $m_2$ ,  $t_4 = 70 + 360 + 360 = 70 + 2 * 360 = 790$ ;
- Adiante,  $t_6$  é o instante de término da tarefa  $j_1$  na máquina  $m_{M-1}$ ,  $t_6 = 70 + (M - 1) * 360$ ;
- Analogamente,  $t_7 = 70 + M * 360$ ;
- $t_8$  é o instante de término da tarefa  $j_2$  na máquina  $m_M$ ,  $t_8 = t_7 + 70 + 360 = (M - 1) * 360 + 2 * 70 + 2 * 360$ ;
- $t_{10}$  é o instante de término da tarefa  $j_{N-1}$  na máquina  $m_M$ ,  $t_{10} = (M - 1) * 360 + (N - 1) * 70 + (N - 1) * 360$ ;
- $t_{11}$  é o instante de término da tarefa  $j_N$  na máquina  $m_M$ ,  $t_{11} = (M - 1) * 360 + N * 70 + N * 360$ ;
- Assim, a capacidade mínima da máquina  $m_M$ ,  $C_{Mt}$ , equivale a  $(M - 1) * 360 + N * 70 + N * 360$ . Pode-se inferir, dessa maneira, que para a máquina  $m_m$ , sua capacidade mínima requerida pelo caso crítico é de

$$C_{mt} = (m - 1) * 360 + N * 70 + N * 360 = (m - 1) * 360 + N * 430$$

Para a combinação  $(5, 3, 3)$ , no caso crítico, as capacidades mínimas das máquinas seriam:  $C_{1t} = 2150$ ,  $C_{2t} = 2510$  e  $C_{3t} = 2870$ . Foram realizados testes que consideram desde 60% dessas capacidades, até 80% das mesmas, com o passo de 10%, visando analisar a robustez do algoritmo, tanto para casos com capacidades reduzidas quanto casos com capacidades maiores. Vale ressaltar que, para alguns problemas-teste, menores capacidades tornam o exemplar infactível.

Para cada classe de problemas-teste, representada por sua combinação  $(N, M, T)$ , cinco exemplares incompletos (sem os dados das capacidades das máquinas) foram gerados. Como são três distintos valores para as capacidades das máquinas, cada problema-teste incompleto resultou em três exemplares completos, portanto cada classe possui um total de quinze problemas-teste. Como são vinte classes, variando de  $(3, 3, 3)$  a  $(15, 15, 15)$ ,

um total de trezentos problemas-teste foram gerados e utilizados para testar todos os procedimentos desenvolvidos.

### 6.3 Parâmetros dos Procedimentos

Para todos os procedimentos foi imposto um tempo máximo de resolução de 7200 segundos (2 horas). As heurísticas da literatura são divididas em iterações em que cada uma delas resolve um problema de programação inteira mista de tamanho reduzido comparado ao tamanho original. Para essas heurísticas, o tempo máximo de resolução é igualmente dividido para cada iteração. Assim, o procedimento heurístico *RF*, baseado na estratégia *relax-and-fix*, cujo número total de iterações é dado por  $N \cdot T$  (número de posições da sequência de produção em um período pelo número de períodos), possui para cada iteração um tempo de  $\frac{7200}{N \cdot T}$  segundos. Por exemplo, para um problema-teste da classe (10, 5, 5), onde *RF* utiliza 50 iterações, cada iteração possui tempo de 144 segundos. A cada iteração, caso uma solução factível tenha sido encontrada, o procedimento continua, caso contrário, o procedimento é finalizado.

As metaheurísticas desenvolvidas para o problema (do tipo *AT* e *ATH*) possuem uma única memória compartilhada com capacidade de vinte soluções. Testes também foram feitos com capacidade da memória compartilhada de dez soluções para a metaheurística *ATH*. A precisão utilizada nos procedimentos heurísticos foi fixada em  $10^{-4}$ , ou seja, qualquer número real menor (em módulo) que  $10^{-4}$  é considerado zero. Uma iteração para as metaheurísticas foi definida como o processo de cálculo da função objetivo e da capacidade extra utilizada, dada uma programação de produção (solução). Assim, agentes podem consumir uma ou mais iterações. Para determinados agentes foi instituído que o número máximo de soluções a serem consideradas em uma vizinhança de busca é dez soluções vizinhas. O número de iterações das metaheurísticas foi fixado em cem mil. Todos os testes computacionais de metaheurísticas, por possuírem elementos aleatórios, foram simulados cinco vezes.

### 6.4 Resultados Computacionais

Os resultados completos de todos os problemas-teste são apresentados nos Apêndices C e D, respectivamente os valores das soluções encontradas e os tempos computacionais consumidos. Nesta seção os resultados são apresentados e as principais características re-

sultantes são descritas adiante. Para tanto, a seção foi subdividida em algumas subseções de resultados: Procedimentos da Literatura, Metaheurísticas Propostas e Resultados Finais.

### 6.4.1 Procedimentos da Literatura

As abordagens da literatura são compostas de procedimentos de resolução exata, limitantes inferiores e alguns procedimentos heurísticos. A resolução do modelo matemático de maneira exata geralmente consome muito tempo computacional, sendo assim, resolve-se de maneira ótima apenas algumas poucas classes de problemas-teste. A partir de problemas-teste da classe (5, 5, 5) os resultados computacionais demonstraram que já não há garantias de que uma solução ótima seja encontrada pelo método exato. Com relação aos limitantes inferiores, no tempo computacional máximo de 7200 segundos, é viável obter o limitante  $L1$  para a maioria dos problemas-teste.

Na Tabela 12 é apresentada uma comparação entre os limitantes e os valores de soluções ótimas para as classes de problemas-teste. Os valores representam a média das soluções encontradas. A coluna  $MIP$  considera todas as soluções do procedimento exato, enquanto a coluna  $MIP^*$  somente aquelas que são comprovadamente ótimas. As colunas seguintes apresentam a média das soluções dos limitantes inferiores  $L1$  e  $L2$  e as últimas colunas apresentam a média da diferença relativa ( $gap$ ) entre essas soluções. O símbolo “-” é utilizado quando não ocorre nenhuma comparação entre as abordagens, ou quando nenhuma solução de determinada classe foi encontrada.

Com relação a Tabela 12, pode-se inferir que o segundo limitante inferior ( $L2$ ) é notadamente superior ao limitante  $L1$ , porém para muitos problemas-teste não foi possível obter  $L2$  no tempo máximo permitido (lembre-se que o limitante  $L2$  considera variáveis binárias). Para alguns problemas-teste a solução do limitante  $L2$  é uma solução ótima do problema original.

Além disso, a partir da Tabela 12, podemos deduzir uma classificação para as classes relacionando os resultados ao tamanho das classes. As classes de problemas-teste de pequeno porte são aquelas cujas soluções ótimas foram sempre encontradas pela resolução do  $MIP$  correspondente. As classes classificadas como grande porte são aquelas que nem mesmo uma solução factível foi encontrada pela resolução do  $MIP$ . Assim, os problemas-teste de pequeno porte são aqueles das classes (3, 3, 3), (5, 3, 3), (3, 5, 3) e (3, 3, 5) enquanto os problemas-teste de grande porte pertencem às classes (10, 7, 7), (10, 10, 10), (15, 10, 10), (10, 15, 10), (10, 10, 15) e (15, 15, 15). O restante dos problemas-teste pertencem a classes

Tabela 12: Comparação entre os limitantes inferiores e a solução exata.

	<i>MIP</i>	<i>MIP*</i>	<i>L1</i>	<i>L2</i>	<i>L1/MIP*</i>	<i>L2/MIP*</i>	<i>L1/MIP</i>	<i>L2/MIP</i>	<i>L1/L2</i>
(3, 3, 3)	5379, 03	5379, 03	4812, 51	5327, 10	10, 86%	1, 42%	10, 86%	1, 42%	9, 69%
(5, 3, 3)	7880, 49	7880, 49	6920, 98	7783, 99	12, 45%	1, 62%	12, 45%	1, 62%	11, 13%
(3, 5, 3)	6654, 18	6654, 18	6158, 35	6897, 65	11, 86%	1, 10%	11, 86%	1, 10%	10, 82%
(3, 3, 5)	7582, 30	7582, 30	6948, 29	7670, 00	9, 87%	0, 31%	9, 87%	0, 31%	9, 56%
(5, 5, 5)	22468, 82	21726, 89	20484, 24	22329, 28	10, 55%	1, 20%	11, 25%	1, 87%	9, 57%
(7, 5, 5)	30164, 79	—	26478, 75	29386, 02	—	—	12, 20%	2, 56%	9, 90%
(5, 7, 5)	30353, 46	22853, 62	27539, 68	30556, 66	11, 78%	1, 62%	11, 79%	2, 69%	9, 91%
(5, 5, 7)	30563, 22	—	27313, 94	29796, 01	—	—	10, 62%	2, 49%	8, 33%
(7, 7, 7)	58605, 56	—	51627, 12	57531, 28	—	—	13, 81%	3, 17%	8, 81%
(10, 5, 5)	49626, 11	—	41471, 23	46578, 87	—	—	16, 47%	6, 55%	10, 39%
(5, 10, 5)	41033, 56	33169, 87	37428, 99	41331, 12	12, 04%	2, 10%	12, 37%	3, 35%	9, 52%
(5, 5, 10)	44465, 56	—	39691, 09	42673, 26	—	—	10, 71%	2, 84%	7, 84%
(10, 7, 7)	—	—	75770, 10	—	—	—	—	—	—
(7, 10, 7)	86716, 43	—	75805, 19	—	—	—	17, 47%	—	—
(7, 7, 10)	91582, 87	—	77710, 68	—	—	—	14, 18%	—	—
(10, 10, 10)	—	—	160720, 20	—	—	—	—	—	—
(15, 10, 10)	—	—	232200, 17	—	—	—	—	—	—
(10, 15, 10)	—	—	242476, 20	—	—	—	—	—	—
(10, 10, 15)	—	—	240603, 78	—	—	—	—	—	—
(15, 15, 15)	—	—	523849, 45	—	—	—	—	—	—

Tabela 13: Média dos tempos computacionais por classe de problema-teste.

	<i>MIP</i>	<i>L1</i>	<i>L2</i>	<i>RH1</i>	<i>RH2</i>	<i>RH3</i>	<i>RF</i>
(3, 3, 3)	0, 43	0, 04	0, 15	0, 44	0, 50	0, 09	0, 60
(5, 3, 3)	17, 07	0, 07	0, 63	1, 94	2, 17	0, 14	1, 79
(3, 5, 3)	0, 51	0, 04	0, 26	0, 67	0, 65	0, 10	0, 72
(3, 3, 5)	0, 90	0, 04	0, 40	0, 71	0, 87	0, 15	1, 25
(5, 5, 5)	4878, 90	0, 24	26, 73	16, 15	20, 58	0, 52	6, 23
(7, 5, 5)	7200, 08	0, 73	274, 22	357, 43	356, 12	1, 19	25, 59
(5, 7, 5)	5772, 33	0, 46	42, 36	45, 08	46, 94	0, 72	9, 79
(5, 5, 7)	7200, 06	0, 41	250, 97	35, 93	39, 80	1, 04	13, 18
(7, 7, 7)	7200, 12	2, 77	4702, 02	1844, 37	2062, 68	5, 06	116, 47
(10, 5, 5)	7200, 14	2, 58	3834, 31	5028, 66	4043, 58	3, 39	143, 89
(5, 10, 5)	6538, 41	0, 90	97, 56	147, 78	159, 12	1, 13	18, 02
(5, 5, 10)	7200, 07	0, 64	3664, 74	70, 43	79, 83	2, 17	25, 51
(10, 7, 7)	—	12, 55	—	5975, 86	5382, 82	13, 83	971, 11
(7, 10, 7)	7200, 16	7, 01	—	3856, 73	4069, 53	10, 08	303, 33
(7, 7, 10)	7200, 07	4, 79	—	3590, 78	3300, 00	11, 13	333, 43
(10, 10, 10)	—	77, 60	—	6487, 27	—	145, 01	4427, 21
(15, 10, 10)	—	445, 71	—	—	—	1097, 77	—
(10, 15, 10)	—	316, 93	—	—	—	502, 90	—
(10, 10, 15)	—	198, 28	—	—	—	608, 59	—
(15, 15, 15)	—	3484, 73	—	—	—	6548, 57	—

Tabela 14: Número de problemas-teste não resolvidos por classe.

	<i>MIP</i>	<i>L1</i>	<i>L2</i>	<i>RH1</i>	<i>RH2</i>	<i>RH3</i>	<i>RF</i>	<i>Inf</i>
(3, 3, 3)	1	0	0	4	1	2	2	1
(5, 3, 3)	1	0	0	1	1	1	1	1
(3, 5, 3)	4	1	1	4	4	4	4	4
(3, 3, 5)	3	0	0	4	3	3	3	3
(5, 5, 5)	3	0	1	4	3	4	4	2
(7, 5, 5)	0	0	0	0	0	1	0	0
(5, 7, 5)	8	0	0	8	8	8	8	8
(5, 5, 7)	0	0	0	2	0	1	1	0
(7, 7, 7)	8	0	12	4	3	3	3	1
(10, 5, 5)	10	0	2	3	2	1	1	0
(5, 10, 5)	4	0	0	5	4	4	4	3
(5, 5, 10)	1	0	5	6	1	2	2	1
(10, 7, 7)	15	0	15	11	11	4	4	0
(7, 10, 7)	13	0	15	8	5	5	5	0
(7, 7, 10)	14	0	15	5	2	4	3	0
(10, 10, 10)	15	0	15	14	15	6	13	0
(15, 10, 10)	15	0	15	15	15	0	15	0
(10, 15, 10)	15	0	15	15	15	8	15	0
(10, 10, 15)	15	0	15	15	15	4	15	0
(15, 15, 15)	15	4	15	15	15	12	15	0
Total	160	5	141	143	123	77	118	24

de médio porte.

A Tabela 13 apresenta a média dos tempos computacionais dos procedimentos da literatura por classe. Apenas os tempos computacionais dos testes que obtiveram soluções factíveis são contabilizados. Enquanto isso, a Tabela 14 eem umera os problemas-teste não resolvidos de cada procedimento da literatura por classe de problema-teste. A última coluna da Tabela 14, a coluna *Inf*, indica os problemas-teste comprovadamente infactíveis enquanto a última linha da Tabela 14 apresenta a soma total de todas os problemas-teste não resolvidos, por procedimento. A infactibilidade de alguns problemas-teste foi constatada por meio do software *IBM ILOG CPLEX* em um tempo menor que 7200 segundos.

A abordagem exata para problemas de pequeno porte é eficiente, dado o tempo computacional gasto (em média, tempo máximo de 17,07 segundos), todavia, para problemas de grande porte, não consegue em geral encontrar soluções factíveis no tempo máximo permitido. Para muitas classes de médio porte o procedimento de resolução exata tem média de tempo computacional gasto maior do que o tempo limite de 7200 segundos, o que implica que as soluções dessas classes não são comprovadamente ótimas. Com relação aos limitantes, nota-se a grande vantagem do limitante *L1*, que salvo a classe (15, 15, 15), precisa de menos de 10 minutos em média para encontrar um limitante.

As abordagens heurísticas da literatura possuem, de maneira geral, tempos computacionais melhores que o procedimento de resolução exata, com destaque para a heurística *RH3* principalmente para os problemas-teste de grande porte, quando as outras heurísticas não são tão eficientes. A heurística *RH3* deixou de determinar soluções factíveis em 77 dos 300 problemas-teste, sendo que 24 são notadamente infactíveis, enquanto outras heurísticas resolveram um menor número de problemas-teste. Nas classes de pequeno e médio porte a eficiência das heurísticas com relação ao número de soluções factíveis é próxima, exceto para *RH1*. Os resultados implicam que ao se fixar as decisões de dimensionamento de lotes de uma iteração para as seguintes pode não ser vantajoso, já que *RH2* obtêm mais soluções factíveis que *RH1*.

Por último, pode-se inferir dos dados apresentados na Tabela 14 que a maneira como os problemas-teste foram gerados implica em problemas-teste mais restritos quando a combinação  $(N, M, T)$  apresenta  $M > N$  e  $M > T$ . O fato do conjunto de problemas-teste apresentar exemplares infactíveis (consequência das capacidades das máquinas utilizadas) implica que foram testados de problemas-teste mais restritos até aqueles cujas capacidades são mais “folgadas”. Vale ressaltar que para problemas-teste cujo fator de capacidade é



de 80% da capacidade mínima para o pior caso, todos os problemas-teste são factíveis.

Para uma comparação dos resultados computacionais dos procedimentos da literatura, utilizou-se os gráficos de perfil de desempenho descritos no trabalho de Dolan e Moré (2002) e também no Apêndice B. A Figura 17 apresenta o perfil de desempenho dos procedimentos: *MIP*, *RH1*, *RH2*, *RH3* e *RF*. Os procedimentos que obtiveram as melhores razões de desempenho um maior número de vezes têm como melhor procedimento a própria resolução exata do problema (*MIP*), seguida dos procedimentos *RH2* e *RH3*. O procedimento que mais encontrou soluções factíveis (ao final do perfil de desempenho) foi notadamente o procedimento *RH3*, que tem uma eficiência maior para obter soluções para classes de problemas-teste de grande porte. Vale ressaltar que o procedimento de resolução exata do problema resolve menos da metade dos problemas-teste, enquanto *RH3* resolve cerca de 75% dos problemas-teste. Se analisada a inclinação das curvas de desempenho de cada procedimento, pode-se inferir que o procedimento *RH2* tem razões de desempenho mais próximas da melhor razão, dada a inclinação de sua curva, para um valor de  $\tau$  reduzido, diferentemente da curva de desempenho dos procedimentos *RH1*, *RH3* e *RF*.

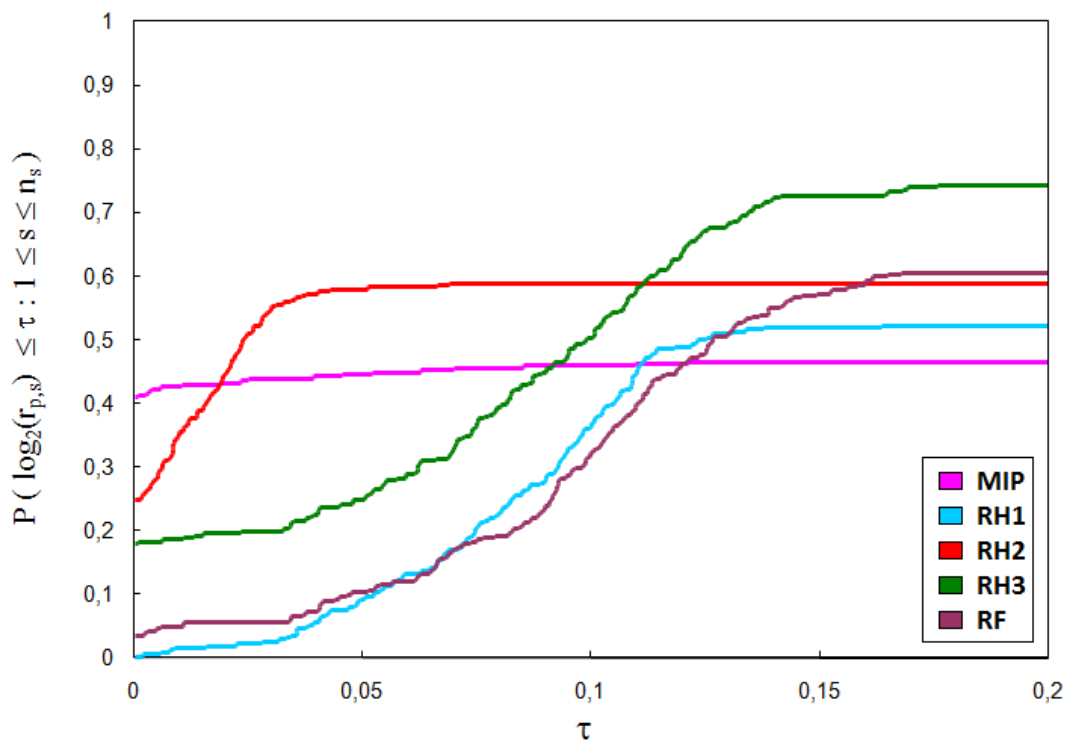


Figura 17: Perfil de Desempenho dos procedimentos avaliados.

## 6.4.2 Metaheurísticas Propostas

Na Seção 5 dois tipos de metaheurísticas são propostos, uma das metaheurísticas se utiliza apenas de procedimentos heurísticos enquanto a outra é híbrida e possui procedimentos heurísticos e exatos (*AT* e *ATH* respectivamente). Diversos agentes são apresentados, com ênfase em agentes construtores e de melhoria. Os agentes construtores são dados pelos agentes: *AgC1*, *AgC2*, *HAgC1* e *HAgC2*. Vale ressaltar que os dois últimos agentes construtores se utilizam de procedimentos exatos. Os agentes de melhoria são divididos de acordo com o foco do agente de melhoria. Agentes de melhoria que tomam decisões relacionadas à sequência de produção são dados por: *AgSw*, *AgIn*, *AgBI* e *AgCO*. Outra divisão de agentes de melhoria tem foco nas decisões de dimensionamento de lotes e são representados pelos agentes: *AgAP*, *AgEP*, *AgAEP*, *AgEP1*, *AgAEP1*, *AgEP2* e *AgAEP2*.

Pela diversidade dos agentes, várias configurações foram utilizadas visando obter uma metaheurística mais robusta. As configurações testadas são apresentadas na Tabela 15. Seis metaheurísticas do tipo *AT* e duas do tipo *ATH* são testadas. A diferença entre as heurísticas do tipo *AT* reside na configuração dos agentes de melhoria com foco no problema de dimensionamento de lotes. Por exemplo a metaheurística *AT6* utiliza todos os agentes de melhoria apresentados, enquanto a metaheurística *AT3* apenas dos agentes *AgEP* e *AgAEP*. A diferença entre as metaheurísticas *ATH1* e *ATH2* está na capacidade das memórias compartilhadas. Por utilizar procedimentos exatos, as metaheurísticas híbridas tendem a consumir mais tempo computacional. Por isso, a metaheurística *ATH2* utilizou vinte soluções na memória compartilhada enquanto *ATH1* utilizou apenas dez. A metaheurística *AT4* utiliza os mesmos agentes de *AT3*, porém, os procedimentos *AgEP* e *AgAEP* têm uma pequena modificação que possibilita o término da atuação do agente mais cedo.

Perfis de desempenho também foram utilizados para comparar as metaheurísticas propostas entre si. O primeiro perfil de desempenho, ilustrado na Figura 18, apresenta uma comparação entre as metaheurísticas propostas *AT1*, *AT2*, *AT3*, *AT4*, *AT5* e *AT6*. O perfil de desempenho da Figura 18 demonstra que o procedimento *AT3* domina os outros procedimentos, tanto por ser o procedimento que mais vezes obteve melhor desempenho frente aos outros, como é aquele que encontra mais soluções factíveis dentre todos os procedimentos. Dessa forma, a metaheurística *AT3* é a melhor configuração de *AT*, para os problemas-teste apresentados. Com relação à factibilidade das soluções finais, a metaheurística *AT3* encontrou em 78% dos problemas-teste uma solução factível.

Tabela 15: Configuração geral das principais metaheurísticas.

Agentes	<i>AT1</i>	<i>AT2</i>	<i>AT3</i>	<i>AT4</i>	<i>AT5</i>	<i>AT6</i>	<i>ATH1</i>	<i>ATH2</i>
<i>AgC1</i>	x	x	x	x	x	x		
<i>AgC2</i>	x	x	x	x	x	x		
<i>HAgC1</i>							x	x
<i>HAgC2</i>							x	x
<i>AgD</i>	x	x	x	x	x	x	x	x
<i>AgSw</i>	x	x	x	x	x	x	x	x
<i>AgIn</i>	x	x	x	x	x	x	x	x
<i>AgBI</i>	x	x	x	x	x	x	x	x
<i>AgCO</i>	x	x	x	x	x	x	x	x
<i>AgAP</i>	x	x	x	x	x	x	x	x
<i>AgEP</i>			x	x	x	x	x	x
<i>AgAEP</i>			x	x	x	x	x	x
<i>AgEP1</i>		x				x		
<i>AgAEP1</i>		x				x		
<i>AgEP2</i>	x				x	x		
<i>AgAEP2</i>	x				x	x		

O perfil de desempenho apresentado na Figura 19 relaciona as metaheurísticas híbridas propostas *ATH1* e *ATH2* com a metaheurística *AT3*. Comparando apenas as metaheurísticas Times Assíncronos híbridas, um domínio do procedimento *ATH2* sobre *ATH1* é apresentado. A única diferença entre esses procedimentos é o número de soluções presentes na memória compartilhada. Dessa forma, pode-se inferir que um número maior de soluções na memória compartilhada apresenta melhores soluções. Porém, há um gasto maior com o tempo de construção de todas as soluções iniciais. Se comparado os procedimentos *ATH2* e *AT3*, ou as melhores metaheurísticas propostas, percebe-se que *AT3* obteve, para um maior número de problemas-teste, mais vezes um melhor desempenho, entretanto a metaheurística *ATH2* consegue encontrar uma solução factível para um número maior de problemas-teste. A metaheurística *ATH2* obteve soluções factíveis em 82% dos problemas-teste. Dado que 24 são infactíveis, ou 8% dos 300 problemas-teste, 10% dos problemas-teste não se sabe se são factíveis ou não.

Como dito anteriormente, todos os testes computacionais de metaheurísticas foram simulados cinco vezes. O tempo computacional do procedimento é dado pela somatória dos tempos de cada simulação. A Tabela 16 apresenta a média dos tempos computacionais das metaheurísticas com relação às classes de problemas-teste. O tempo computacional gasto pela metaheurística *ATH1* é menor que o tempo consumido por *ATH2*. Esse resultado era esperado pois o número de soluções geradas pelos agentes construtores em *ATH1* é menor. As metaheurísticas não-híbridas consomem tempo geralmente menor que a

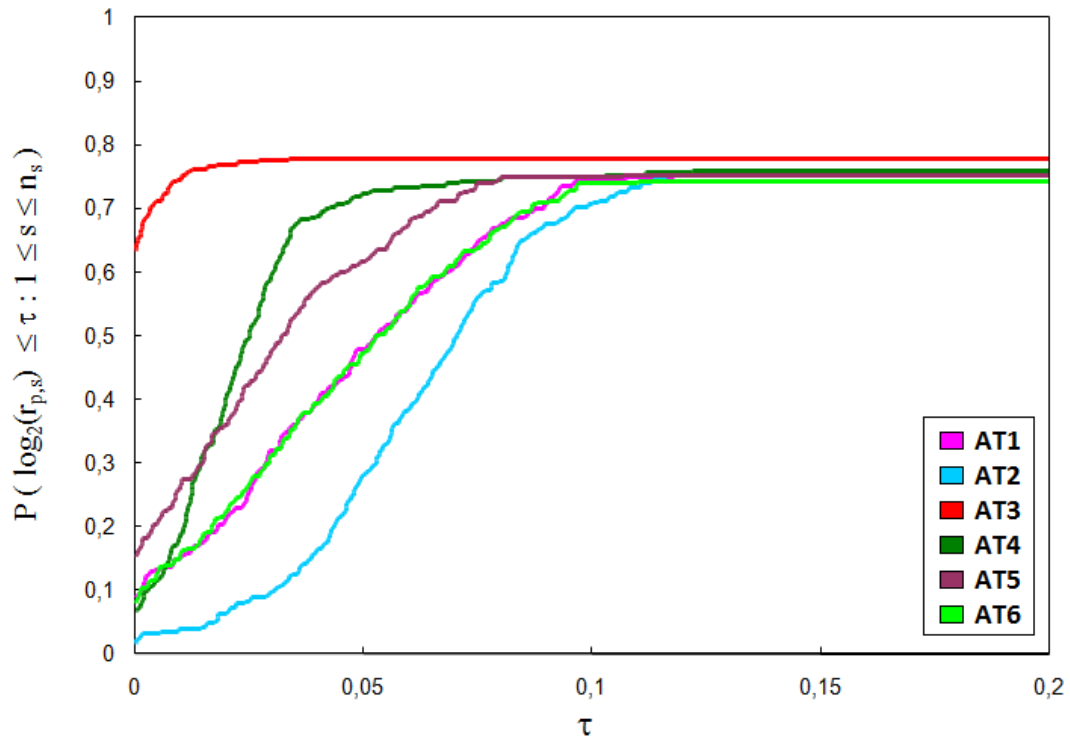


Figura 18: Perfil de Desempenho das metaheurísticas times assíncronos.

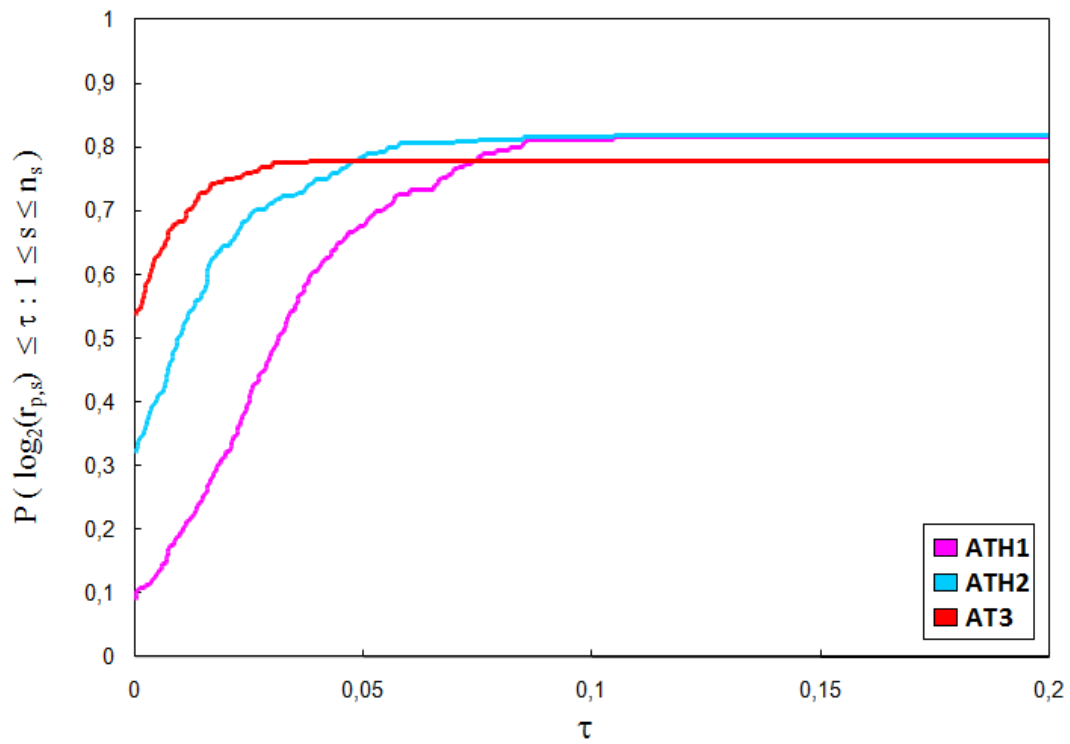


Figura 19: Perfil de Desempenho das metaheurísticas times assíncronos híbridas.

metaheurística híbrida. De acordo com os resultados, os agentes de melhoria *AgEP1* e *AgAEP1* consomem muito tempo computacional, e as suas soluções não são tão boas. Os agentes que determinam o adiantamento da produção de produtos acabados (*AgEP* e *AgAEP*) obtiveram melhores resultados que os agentes que atuam com a geração de soluções com estoques intermediários (*AgEP1*, *AgEP2*, *AgAEP1* e *AgAEP2*).

Tabela 16: Média dos tempos computacionais por classe de problema-teste.

	<i>AT1</i>	<i>AT2</i>	<i>AT3</i>	<i>AT4</i>	<i>AT5</i>	<i>AT6</i>	<i>ATH1</i>	<i>ATH2</i>
(3, 3, 3)	7, 78	8, 33	18, 41	13, 09	6, 94	7, 93	2, 98	17, 36
(5, 3, 3)	10, 00	16, 31	12, 47	17, 32	9, 14	11, 99	2, 13	17, 59
(3, 5, 3)	8, 84	13, 27	9, 71	13, 16	8, 49	11, 26	4, 28	20, 30
(3, 3, 5)	13, 53	14, 08	18, 12	20, 08	10, 77	12, 23	2, 87	23, 23
(5, 5, 5)	23, 44	45, 59	25, 62	31, 05	21, 51	35, 13	3, 81	54, 62
(7, 5, 5)	37, 40	73, 93	28, 32	39, 84	33, 24	80, 41	5, 09	53, 09
(5, 7, 5)	37, 11	76, 75	28, 12	32, 70	32, 10	57, 35	4, 26	35, 67
(5, 5, 7)	31, 79	68, 45	41, 82	50, 52	32, 40	43, 86	5, 76	86, 02
(7, 7, 7)	86, 86	192, 29	47, 58	69, 79	59, 49	142, 87	8, 75	74, 23
(10, 5, 5)	59, 54	134, 64	43, 54	59, 21	58, 53	102, 74	8, 41	97, 71
(5, 10, 5)	44, 23	190, 65	24, 32	34, 11	33, 03	155, 86	6, 35	55, 87
(5, 5, 10)	48, 67	98, 81	66, 00	77, 45	37, 39	86, 52	12, 17	72, 68
(10, 7, 7)	111, 75	312, 48	67, 47	90, 41	93, 77	216, 51	13, 93	102, 60
(7, 10, 7)	111, 14	305, 19	51, 55	82, 70	76, 04	261, 70	12, 75	98, 49
(7, 7, 10)	103, 29	211, 18	66, 81	99, 78	74, 93	173, 52	15, 50	127, 90
(10, 10, 10)	217, 78	790, 29	98, 71	168, 78	195, 08	619, 88	33, 50	195, 83
(15, 10, 10)	414, 44	1419, 17	147, 80	232, 60	342, 29	1217, 40	68, 54	329, 42
(10, 15, 10)	291, 35	1279, 23	116, 91	193, 69	289, 43	1669, 11	69, 02	329, 39
(10, 10, 15)	347, 27	1403, 18	159, 19	256, 11	295, 49	1117, 90	73, 10	372, 53
(15, 15, 15)	738, 45	3919, 19	323, 44	499, 10	707, 08	4419, 41	457, 95	1494, 76

### 6.4.3 Resultados Finais

Nesta seção os procedimentos principais da literatura são confrontados com as metaheurísticas propostas. O perfil de desempenho final, ilustrado na Figura 20, compara os procedimentos *MIP*, *RH2*, *RH3* e os melhores procedimentos propostos (metaheurísticas *AT3* e *ATH2*). Dentre os procedimentos que obtiveram as melhores razões de desempenho um maior número de vezes, se destaca a própria resolução exata do problema *MIP*, seguida dos procedimentos *RH2*, *AT3* e *ATH2*. Se observado os procedimentos que mais encontraram soluções factíveis, as metaheurísticas propostas são mais robustas, seguidas do procedimento *RH3*. Se analisada a inclinação das curvas de desempenho de cada procedimento, pode-se inferir que os procedimentos *RH2*, *AT3* e *ATH2* têm razões de desempenho mais próximas da melhor razão, dada a inclinação de suas curvas, para um valor de  $\tau$  reduzido, diferentemente da curva de desempenho do procedimento *RH3*.

Com relação ao tempo computacional de todos os procedimentos vistos nas Tabelas 13 e 16, a heurística *RH3* possui um bom tempo computacional para problemas-teste de pequeno e médio porte, comparado aos outros procedimentos, porém, para problemas de grande porte os tempos computacionais das metaheurísticas, principalmente o procedimento *AT3*, são mais competitivos. Em geral, os tempos dos procedimentos propostos *AT3* e *ATH2* não são bons para problemas-teste de pequeno porte.

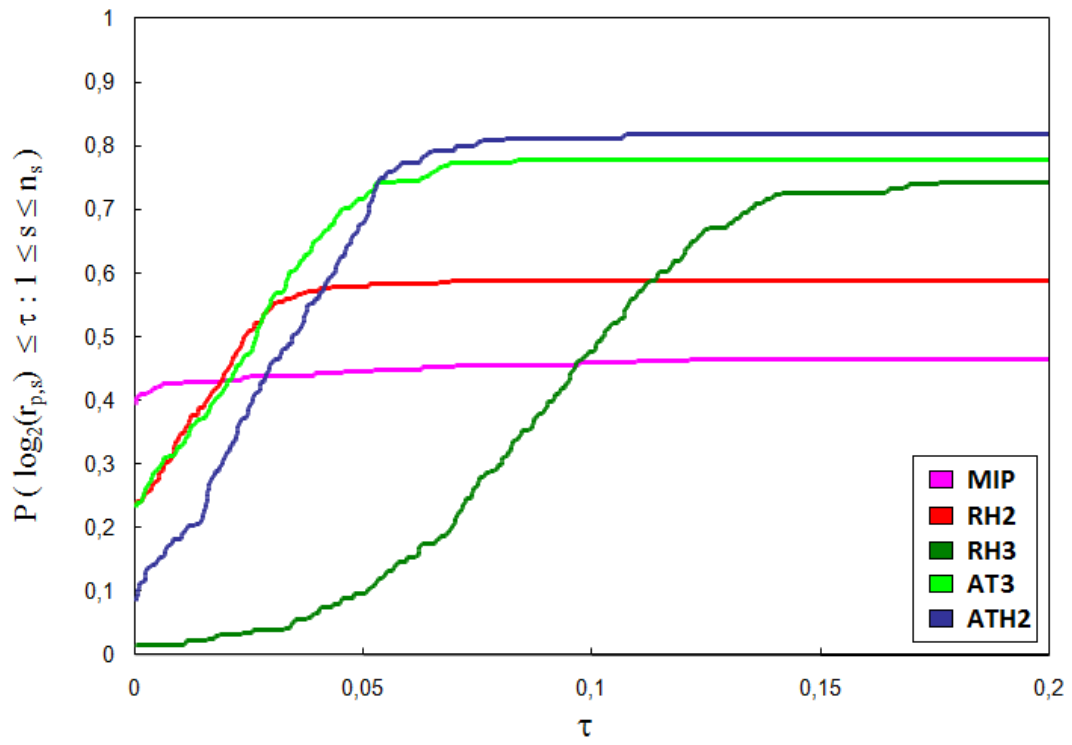


Figura 20: Perfil de Desempenho dos procedimentos avaliados.



## 7 *Conclusões e Perspectivas*

Neste trabalho o problema integrado de programação da produção e dimensionamento de lotes em um ambiente de produção *flowshop* é tratado. O problema considera que a demanda deve ser atendida sem atrasos, que as capacidades das máquinas devem ser respeitadas, que as preparações de máquinas são dependentes da sequência e são também preservadas entre períodos do horizonte de planejamento. O objetivo é a minimização do custo de produção, preparação de máquinas e estoque. Modelos matemáticos propostos por Mohammadi *et al.* (2010a) e Mohammadi *et al.* (2010b) abordam esse problema. Estas formulações foram analisadas e foi escolhido o modelo matemático cujas soluções abordam apenas soluções permutacionais, já que são prática na indústria e na literatura.

Limitantes e heurísticas presentes na literatura foram revistos, avaliados, adaptados e comparados. As heurísticas abordadas utilizam procedimentos distintos, como a estratégia *relax-and-fix* e a estratégia do horizonte rolante. Todas heurísticas da literatura possuem procedimentos exatos inclusos, o que faz com que algumas delas não sejam tão eficientes para problemas de grande porte, no sentido de que mesmo soluções factíveis não são encontradas em tempo hábil.

Procedimentos de solução metaheurísticos, baseados na metaheurística Times Assíncronos, foram propostos e, juntamente com procedimentos da literatura, avaliados com um conjunto de problemas-teste gerado. Primeiramente, uma metaheurística baseada em Times Assíncronos foi proposta. Diversos agentes heurísticos foram implementados e diversas configurações testadas. As principais configurações foram apresentadas nesta dissertação e obtiveram bons resultados. Feito isto, foi proposta a hibridização desta metaheurística a partir da utilização de agentes com uma estratégia que envolve algum tipo de procedimento exato. Isso tornou a metaheurística proposta mais robusta, conseguindo obter mais soluções factíveis em tempo computacional um pouco pior que a metaheurística não-híbrida.

Ao se comparar as metaheurísticas propostas entre si, duas se destacaram, as meta-



heurísticas *AT3* e *ATH2*. Ao contrário do que se esperava, agentes que buscavam soluções com estoques intermediários não se destacaram. Comparando as metaheurísticas propostas com os procedimentos da literatura, concluiu-se que as metaheurísticas *AT3* e *ATH2*, principalmente para problemas-teste de médio e grande porte, obtiveram bons resultados, dado que ambas resolveram muitos problemas não resolvidos pelos procedimentos da literatura, além de obter soluções com qualidades equivalentes à qualidade das soluções obtidas pelos métodos da literatura. Assim, a utilização das metaheurísticas deve ser encorajada, o que atesta uma das perspectivas futuras dos trabalhos relacionados Mohammadi *et al.* (2010a, 2010b).

Como perspectivas futuras, novas características podem ser agregadas ao modelo matemático original de Mohammadi *et al.* (2010a), produzindo formulações matemáticas derivadas e estendendo o modelo matemático para se tornar mais fiel à realidade. Por exemplo, linhas de produção que consideram o bloqueio de máquinas (*blocking*) por falta de espaço para estoques intermediários, ambientes produtivos que permitem a divisão de um lote de produtos (*lot splitting*) ou mesmo considerar um problema de *flowshop* flexível, em que cada estágio de produção pode ter mais do que somente uma máquina.

Além disso, métodos de solução heurísticos sempre podem ser alterados e melhorados. Outras estratégias podem ser avaliadas, como por exemplo a utilização de hiperheurísticas, outros procedimentos exatos, dentre outros. Uma maneira de tornar a metaheurística mais sofisticada, por exemplo, é utilizar todos os recursos disponíveis de processamento distribuído, como processadores de vários núcleos, ou mesmo a utilização de unidades de processamento gráfico, as *GPUs*.

## *Referências Bibliográficas*

- ALLAHVERDI, A.; GUPTA, J.; ALDOWAISAN, T. A survey of scheduling research involving setup considerations. *OMEGA, International Journal of Management Science*, v. 27, p. 219–239, 1999.
- ASHOUR, S. *Sequencing Theory*. [S.l.]: Springer Verlag, Berlin, 1972.
- BAHL, H. C.; RITZMAN, L. P.; GUPTA, J. N. Determining lot sizes and resource requirements: A review. *Oper. Res.*, INFORMS, Institute for Operations Research and the Management Sciences (INFORMS), Linthicum, Maryland, USA, v. 35, n. 3, p. 329–345, 1987.
- BAKER, K. R. *Introduction to Sequencing and Scheduling*. [S.l.]: John Wiley, 1974.
- BAKER, K. R.; TRIETSCH, D. *Principles of Sequencing and Scheduling*. [S.l.]: John Wiley and Sons, 2009.
- BELO FILHO, M.; SANTOS, M.; MENESES, C. Times assíncronos aplicados ao problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produtos em um ambiente do tipo flow shop com estoques intermediários e restrições de capacidade. *Revista de Iniciação Científica do Centro de Tecnologia Educacional para Engenharia da Escola de Engenharia de São Carlos - USP*, v. 8, p. 75–82, 2009.
- BITRAN, G.; YANASSE, H. Computational complexity of the capacitated lot size problem. *Management Science*, v. 28, n. 10, p. 1174–1186, 1982.
- BODT, M. A. D.; GELDERS, L. F.; WASSENHOVE, L. N. V. Lot sizing under dynamic demand conditions: A review. *Engineering Costs and Production Economics*, v. 8, p. 165–187, 1984.
- BRAHIMI, N.; DAUZERE-PERES, S.; NAJID, N. M.; NORDLI, A. Single item lot sizing problems. *European Journal of Operational Research*, v. 168, n. 1, p. 1–16, 2006.
- BRISKORN, D. A note on capacitated lot sizing with setup carry over. *IIE Transactions*, v. 38, n. 11, p. 1045–1047, 2006.
- CHENG, T. C. E.; GUPTA, J. N. D.; WANG, G. A review of flowshop scheduling research with setup times. *Production and Operations Management*, v. 9, n. 3, p. 262–282, 2000.
- CONWAY, R. L.; MAXWELL, W. L.; MILLER, L. W. *Theory of Scheduling*. Reading, MA: Addison Wesley, 1967.
- DAUZÈRE-PÉRES, S.; LASSERRE, J. Integration of lotsizing and scheduling decisions in a job-shop. *European Journal of Operational Research*, v. 75, p. 413–426, 1994.

- DE SOUZA, P.; TALUKDAR, S. Asynchronous organizations for multialgorithm problems. *ACM Symposium on Applied Computing, Indianapolis*, 1993.
- DE SOUZA, P. S. *Asynchronous organizations for multi-algorithm problems*. Tese (Doutorado), Pittsburgh, PA, USA, 1993.
- DOLAN, E. D.; MORÉ, J. J. Benchmarking optimization software with performance profiles. *Mathematical Programming*, v. 91, n. 2, p. 201–213, 2002.
- DREXL, A.; KIMMS, A. Lot sizing and scheduling: Survey and extensions. *European Journal of Operational Research*, v. 99, n. 2, p. 221–235, 1997.
- FANDEL, G.; STAMMEN-HEGENE, C. Simultaneous lot sizing and scheduling for multi-product multi-level production. *International Journal of Production Economics*, v. 104, n. 2, p. 308–316, 2006.
- GAREY, M. R.; JOHNSON, D. S.; SETHI, R. The complexity of flowshop and jobshop scheduling. *Mathematics of Operations Research*, v. 1, n. 2, p. 117–129, 1976.
- GOPALAKRISHNAN, M.; DING, K.; BOURJOLLY, J.-M.; MOHAN, S. A tabu-search heuristic for the capacitated lot-sizing problem with set-up carryover. *Management Science*, v. 47, p. 851–863, 2001.
- GOPALAKRISHNAN, M.; MILLER, D.; SCHMIDT, C. P. A framework for modelling setup carryover in the capacitated lot sizing problem. *International Journal of Production Research*, v. 38, p. 3421–3424, 2000.
- GOPALAKRISHNAN, M.; MILLER, D. M.; SCHMIDT, C. P. A framework for modelling setup carryover in the capacitated lot sizing problem. *International Journal of Production Research*, v. 33, p. 1973–1988, 1995.
- GRAHAM, R. L.; LAWLER, E. L.; LENSTRA, J. K.; KAN, A. H. G. R. Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey. *Annals of discrete Mathematics*, v. 5, p. 287–326, 1979.
- GUPTA, J.; STAFFORD JR., E. Flowshop scheduling research after five decades. *European Journal of Operational Research*, v. 169, p. 699–711, 2006.
- HARRIS, F. How many parts to make at once. *The Magazine of Management*, v. 10, p. 135–136, 1913.
- JANS, R.; DEGRAEVE, Z. Meta-heuristics for dynamic lot sizing: A review and comparison of solution approaches. *European Journal of Operational Research*, v. 177, p. 1855–1875, 2007.
- JANS, R.; DEGRAEVE, Z. Modeling industrial lot sizing problems: a review. *International Journal of Production Research*, v. 46, p. 1619–1643, 2008.
- JOHNSON, S. M. Optimal two- and three-stage production schedules with setup times included. *Naval Research Logistics Quarterly*, v. 1, p. 61–68, 1954.
- KARIMI, B.; FATEMI GHOMI, S. M. T.; WILSON, J. M. The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. *Omega*, v. 31, p. 365–378, 2003.

- KARIMI, B.; FATEMI GHOMI, S. M. T.; WILSON, J. M. A tabu search heuristic for solving the clsp with backlogging and set-up carry-over. *Journal of the Operational Research Society*, v. 57, p. 140–147, 2006.
- KUIK, R.; SALOMON, M.; WASSENHOVE, L. N. V. Batching decisions: structure and models. *European Journal of Operational Research*, v. 75, p. 243–263, 1994.
- LAWLER, E. L.; LENSTRA, J. K.; KAN, A. H. G. R.; SHMOYS, D. B. Handbooks in operations research and management science. In: \_\_\_\_\_. [S.l.]: Elsevier Science Publishers, Amsterdam, 1993. v. 4, cap. Sequencing and scheduling: Algorithms and complexity, p. 445–552.
- LEE, I.; SIKORA, R.; SHAW, M. J. A genetic algorithm-based approach to flexible flow-line scheduling with variable lot sizes. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, v. 27, n. 1, p. 36–54, 1997.
- MANNE, A. Programming of economic lot sizes. *Management Science*, v. 4, p. 115–135, 1958.
- MENESES, C. N.; PARDALOS, P. M.; RAGLE, M. Asynchronous teams for probe selection problems. *Discrete Optimization*, v. 5, n. 1, p. 74 – 87, 2008.
- MERCÉ, C.; FONTAN, G. Mip-based heuristics for capacitated lotsizing problems. *International Journal of Production Economics*, v. 85, n. 1, p. 97–111, 2003. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6VF8-48VW9PS-4/2/7390d27d3d3cd6cccd305b663393983b>>.
- MOHAMMADI, M.; FATEMI GHOMI, S.; KARIMI, B.; TORABI, S. Rolling-horizon and fix-and-relax heuristics for the multi-product multi-level capacitated lotsizing problem with sequence-dependent setups. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 2008. Disponível em: <<http://www.springerlink.com/content/025pv712736nv585>>.
- MOHAMMADI, M.; FATEMI GHOMI, S.; KARIMI, B.; TORABI, S. Mip-based heuristics for lotsizing in capacitated pure flow shop with sequence-dependent setups. *International Journal of Production Research*, Taylor & Francis, v. 48, n. 10, p. 2957–2973, 2010. Disponível em: <<http://www.informaworld.com/10.1080/00207540902796016>>.
- MOHAMMADI, M.; FATEMI GHOMI, S.; KARIMI, B.; TORABI, S. A new algorithmic approach for capacitated lot-sizing problem in flow shops with sequence-dependent setups. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, v. 49, p. 201–211, 2010. Disponível em: <<http://www.springerlink.com/content/nr7424nj74l61532>>.
- MORRIS, P. W. G. *The management of projects*. [S.l.]: Thomas Telford, 1997.
- NAWAZ, M.; ENSCORE JR., E. E.; HAM, I. A heuristic algorithm for the m-machine, n-job flow-shop sequencing problem. *Omega - The International Journal of Management Science*, v. 1, p. 91–95, 1983.
- PALMER, D. S. Sequencing jobs through a multistage process in the minimum total time: a quick method of obtaining a near optimum. *Operations Research Quarterly*, v. 16, p. 101–107, 1965.

- PARK, S.; MILLER, K. Random number generators: Good ones are hard to find. *Communications of the ACM*, v. 31, p. 1192–1201, 1988.
- PINEDO, M. *Scheduling: Theory, Algorithms and Systems*. 3rd edition. ed. [S.l.]: Springer, 2008.
- POCHET, Y.; WOLSEY, L. *Production Planning by Mixed Integer Programming*. [S.l.]: Springer, 2006.
- PONNAMBALAM, S. G.; REDDY, M. M. A ga-sa multiobjective hybrid search algorithm for integrating lot sizing and sequencing in flow-line scheduling. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, v. 21, p. 126–137, 2003.
- PORKKA, P.; VEPSÄLÄINEN, A. P. J.; KUULA, M. Multiperiod production planning carryign over set-up time. *International Journal of Production Research*, v. 41, p. 1133–1148, 2003.
- POTTS, C.; WASSENHOVE, L. V. Integrating scheduling with batching and lot-sizing: a review of algorithms and complexity. *Journal of Operational Research Society*, v. 43, n. 5, p. 395–406, 1992.
- POTTS, C. N.; SHMOYS, D. B.; WILLIAMSON, D. P. Permutation vs. non-permutation flow shop schedules. *Operations Research Letters*, v. 10, p. 281–284, 1991.
- QUADT, D.; KUHN, H. A taxonomy of flexible flow line scheduling procedures. *European Journal of Operational Research*, v. 178, p. 686–698, 2007.
- SIKORA, R. A genetic algorithm for integrating lot-sizing and sequencing in scheduling a capacitated flow line. *Computers and Industrial Engineering*, v. 30, n. 4, p. 969–981, 1996.
- SIKORA, R.; CHHAJED, D.; SHAW, M. J. Integrating the lot-sizing and sequencing decisions for scheduling a capacitated flow line. *Computers and Industrial Engineering*, v. 30, n. 4, p. 659–679, 1996.
- SILVER, E. A.; MEAL, H. C. A heuristic selecting lot size requirement for the case of a deterministic time varying demand rate and discrete opportunities for replenishment. *Production and Inventory Management*, v. 14, p. 64–74, 1973.
- SMITH-DANIELS, V.; RITZMAN, L. A model for lot sizing and sequencing in process industries. *International Journal of Production Research*, v. 26, p. 647–674, 1988.
- SOX, C. R.; GAO, Y. The capacitated lot sizing problem with setup carry-over. *IIE Transactions*, v. 31, p. 173–181, 1999.
- SUERIE, C.; STADLER, H. The capacitated lot-sizing problem with linked lot sizes. *Management Science*, v. 49, p. 1039–1054, 2003.
- SUNG, C.; MARAVELIAS, C. T. A mixed-integer programming formulation for the general capacitated lot-sizing problem. *Computers & Chemical Engineering*, v. 32, p. 244–259, 2008.

TALUKDAR, S.; BAERENTZEN, L.; A., G.; SOUZA, P. de. Asynchronous teams: Cooperation schemes for autonomous agents. *Journal of Heuristics*, v. 4, p. 295–321, 1998.

TALUKDAR, S.; MURTHY, S.; AKKIRAJU, R. Handbook of metaheuristics. In: \_\_\_\_\_. [S.l.]: Springer, 2003. cap. Asynchronous Teams, p. 537–556.

TALUKDAR, S.; PYO, S.; GIRAS, T. Asynchronous procedures for parallel processing. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-102, n. 11, p. 3652–3659, Nov. 1983.

TANAIEV, V. S.; SOTSKOV, Y.; STRUSEVICH, V. *Scheduling Theory: Multi-stage Systems*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994.

WAGNER, H. M.; WHITIN, T. Dynamic version of the economic lot size model. *Management Science*, v. 5, p. 89–96, 1958.

WOLSEY, L. *Integer Programming*. [S.l.]: New York: Wiley, 1998.

ZHU, X.; WILHELM, W. E. Scheduling and lot sizing with sequence-dependent setup: A literature review. *IIE Transactions*, v. 38, p. 987–1007, 2006.



## APÊNDICE A – Gráficos de Gantt

O gráfico de Gantt (*Gantt Chart*), desenvolvido por Henry Laurence Gantt (Figura 21) nos Estados Unidos para a programação da produção no *Frankford Arsenal* em 1917, é comumente conhecido e utilizado atualmente de maneira essencialmente inalterada (MORRIS, 1997).



Figura 21: Rosto de Henry Gantt.

O gráfico de Gantt é uma representação análoga de uma programação. Na sua forma básica, o gráfico de Gantt exhibe a alocação de recursos no tempo, com recursos específicos distribuídos no eixo vertical e uma escala de tempo no eixo horizontal. O gráfico de Gantt serve tanto como um auxílio para comparações entre programações como para visualização de detalhes do problema por meio da análise das relações geométricas presentes no gráfico (BAKER; TRIETSCH, 2009). Esse tipo de gráfico ilustra os instantes de início e término de elementos da programação. O gráfico de Gantt é muito utilizado em gerenciamento de projetos e no planejamento de produção.

Exemplos de gráficos de Gantt estão ilustrados na figuras 22 e 23, que mostram a produção de três produtos em duas linhas de produção *flowshop* distintas. Cada estágio de produção (máquina) realiza uma tarefa representada por uma barra horizontal finita. Um produto é representado por uma única cor em todas as tarefas nas máquinas. Na primeira linha de produção (Figura 22) há um espaço intermediário entre as máquinas na qual produtos inacabados provenientes de tarefas completas podem esperar para serem produzidas na máquina seguinte. A segunda linha de produção (Figura 23) não possui



tal espaço, determinando que a máquina cuja tarefa está completa seja bloqueada até que a máquina seguinte esteja disponível para realizar outra tarefa. O bloqueio de máquina é conhecida na literatura como *blocking*. Nesse exemplo, a terceira tarefa da segunda máquina da primeira linha de produção tem início no instante 60 e término no instante 90 e possui um tempo de processamento de 30 unidades de tempo. Na segunda programação, a mesma tarefa é atrasada pelo bloqueio da máquina *M2* (representada pela barra horizontal escura), assim, seu início é no instante 70. Uma visão global da programação de produção é facilmente visualizado. Nesse caso, podemos perceber que o tempo total de produção *makespan* é de 100 e 110 unidades de tempo, para as respectivas linhas de produção.

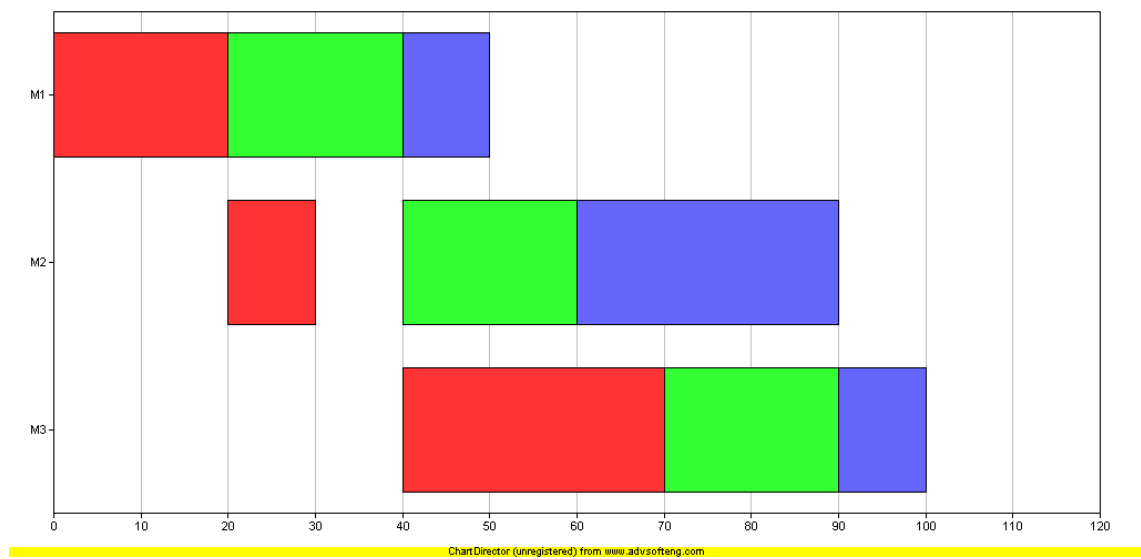


Figura 22: Gráfico de Gantt representando uma linha de produção sem *blocking*.

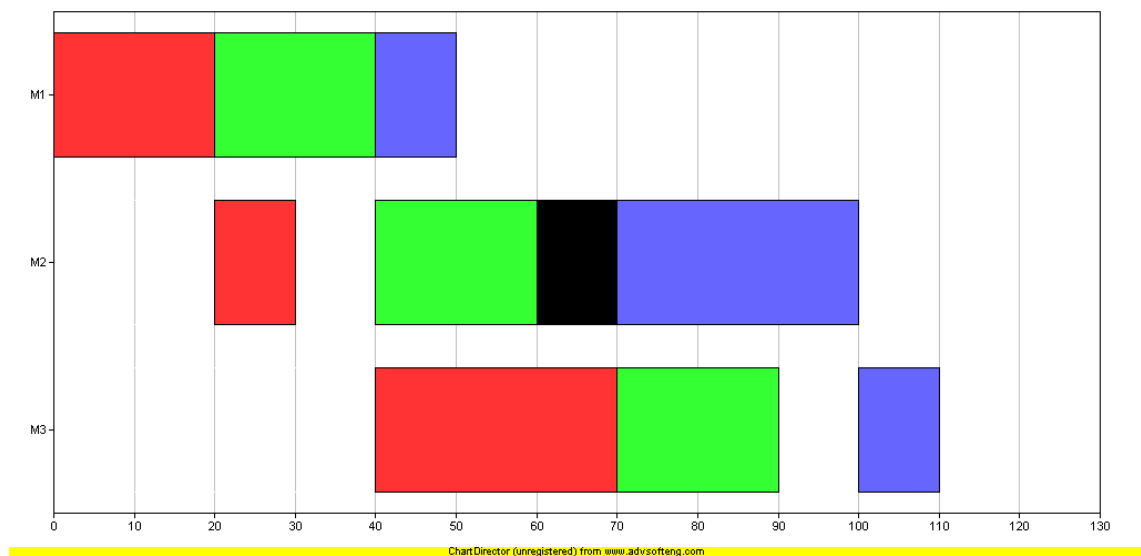


Figura 23: Gráfico de Gantt representando uma linha de produção com *blocking*.

## *APÊNDICE B – Perfil de Desempenho de Dolan e Moré (2002)*

O perfil de desempenho de Dolan e Moré é um gráfico onde métodos de solução podem ser comparados dado um conjunto de problemas-teste e uma medida de desempenho. Este tipo de gráfico está bem definido em Dolan e Moré (2002).

Seja  $\mathcal{P}$  um conjunto de problemas-teste com  $n_p$  elementos e  $\mathcal{S}$  um conjunto de procedimentos de solução do conjunto  $\mathcal{P}$  com  $n_s$  procedimentos. Para se comparar esses procedimentos de solução utiliza-se uma medida de desempenho, por exemplo, tempo computacional gasto ou valor da solução encontrada. Definida a medida de desempenho, seja  $t_{p,s}$  o resultado dessa medida no procedimento  $s$  para o problema-teste  $p$ . A razão de desempenho pode ser obtida, para todo  $p \in \mathcal{P}$ ,  $s \in \mathcal{S}$  por meio da Equação B.1.

$$r_{p,s} = \frac{t_{p,s}}{\min \{t_{p,s} : s \in \mathcal{S}\}} \quad (\text{B.1})$$

Assim, todos os procedimentos de solução são comparados para todos os problemas-teste. Os problemas-teste nos quais algum procedimento não possui medida de desempenho tem sua razão de desempenho  $r_{p,s} = r_M$ , sendo  $r_M \geq r_{p,s}$  para todo  $p \in \mathcal{P}$ ,  $s \in \mathcal{S}$ . Ou seja,  $r_M$  é a razão de desempenho máxima de um conjunto de problemas-teste  $\mathcal{P}$ . Com isso, pode-se definir a função de distribuição acumulada da razão de desempenho  $\rho_s(\tau)$ , dada pela Equação B.2.

$$\rho_s(\tau) = \frac{1}{n_p} |p \in \mathcal{P} : r_{p,s} \leq \tau| \quad (\text{B.2})$$

$\rho_s(\tau)$  pode ser visto como a probabilidade que a razão de desempenho  $r_{p,s}$  do procedimento  $s \in \mathcal{S}$  seja menor que fator  $\tau$ . Assim, a Equação B.2 pode ser reescrita como a Equação B.3.

$$\rho_s(\tau) = P(r_{p,s} \leq \tau : 1 \leq s \leq n_s) \quad (\text{B.3})$$

Para algumas comparações, por exemplo quando  $\max\{r_{p,s} : s \in \mathcal{S}, p \in \mathcal{P}\}$  é muitas vezes maior que 1 (e conseqüentemente  $r_M$  também é muitas vezes maior), a probabilidade  $\rho_s(\tau)$  pode utilizar a escala logarítmica para facilitar a visualização.

O primeiro detalhe que o perfil de desempenho apresenta é com relação ao eixo vertical, quando o parâmetro  $\tau$  é mínimo. Nele está a porcentagem das vezes que o procedimento apresenta o melhor desempenho entre os procedimentos concorrentes. Obviamente que quanto maior o “início” das curvas de desempenho, melhor o procedimento. Outro detalhe é que a medida que o valor de  $\tau$  aumenta, as curvas de desempenho de cada procedimento tendem a crescer, dado que os procedimentos cujas curvas são mais inclinadas têm seu desempenho mais próximo do melhor desempenho. Por último, ao final do gráfico de perfil de desempenho a porcentagem de problemas-teste resolvidos pelo procedimento é apresentada. Assim, pode-se analisar capacidade do procedimento de se encontrar soluções factíveis, por exemplo.

## APÊNDICE C – Resultados Gerais

As tabelas de resultados das heurísticas da literatura e das metaheurísticas propostas foram divididas por classe de problemas-teste. As Tabelas 17-36 apresentam os resultados das heurística da literatura enquanto as Tabelas 37-56 apresentam os resultados das principais metaheurísticas propostas. Em todas tabelas, a primeira coluna define o código do problema-teste, dado por  $\beta\_num$ , sendo  $\beta$  a porcentagem da capacidade máxima utilizada e  $num$  a identificação do problema-teste. As colunas posteriores são relativas aos resultados das abordagens utilizadas, desde procedimentos exatos, cálculo de limitantes e resultados de heurísticas da literatura e das metaheurísticas propostas. O símbolo “-” é utilizado quando uma solução não é obtida para determinada abordagem.

Tabela 17: Problemas-teste da classe (3, 3, 3).

	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060_000	5251,70	4410,95	5075,85	-	5257,09	5251,70	5251,70
060_001	5340,88	4557,93	5036,94	-	5340,88	-	-
060_002	-	5017,68	5655,10	-	-	-	-
060_003	6115,74	5618,28	6108,80	6424,62	6115,74	6261,22	6261,22
060_004	5288,71	4646,79	5135,07	-	5294,92	5438,10	5438,10
070_000	4892,34	4360,38	4892,34	5081,15	4923,95	4892,34	4892,34
070_001	5037,96	4527,47	4950,58	5342,51	5219,94	5181,11	5181,11
070_002	5629,75	4969,73	5480,60	5791,42	5629,75	5782,63	5792,63
070_003	6099,12	5561,06	6099,12	6251,13	6099,12	6245,48	6245,48
070_004	5119,00	4613,02	5119,00	5125,06	5141,00	5119,00	5119,00
080_000	4891,00	4332,20	4821,68	4910,48	4970,00	4891,00	4901,00
080_001	4955,08	4509,60	4887,83	5032,32	5031,00	5172,90	5172,90
080_002	5472,00	4949,75	5472,00	5632,84	5627,00	5627,00	5472,00
080_003	6094,12	5524,26	6052,60	6246,13	6094,12	6240,48	6240,48
080_004	5119,00	4588,57	5119,00	5119,00	5141,00	5119,00	5119,00

Tabela 18: Problemas-teste da classe (5, 3, 3).

	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060_005	-	7224,76	8297,10	-	-	-	-
060_006	5839,00	5063,35	5772,96	6055,02	5860,00	6055,00	6300,53
060_007	8854,73	7580,76	8679,02	9223,51	8854,73	9244,24	9334,42
060_008	8474,46	7445,16	8155,46	8798,22	8573,68	8778,66	8887,31
060_009	8635,24	7407,97	8435,34	8836,54	8667,48	8846,00	9051,00
070_005	8256,20	7199,67	8146,34	8491,15	8351,19	8576,79	8720,38
070_006	5762,00	5050,73	5732,28	6055,00	5860,00	6055,00	6292,00
070_007	8649,90	7551,18	8494,25	9183,37	8799,78	9200,20	9284,10
070_008	8346,15	7420,05	8144,00	8637,21	8356,53	8481,53	8609,77
070_009	8431,00	7364,69	8339,20	8836,54	8554,00	8846,00	9051,00
080_005	8146,00	7185,34	8022,99	8363,97	8146,00	8573,00	8397,09
080_006	5749,00	5041,27	5715,87	6055,00	5775,00	6055,00	6292,00
080_007	8539,20	7535,10	8394,54	9029,30	8682,36	9065,60	9096,16
080_008	8239,00	7403,05	8142,14	8486,21	8376,00	8466,42	8474,00
080_009	8405,00	7341,58	8288,38	8836,00	8512,00	8846,00	8944,00

Tabela 19: Problemas-teste da classe (3, 5, 3).

	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060.010	6913,60	6216,44	6868,14	7150,71	6913,60	7146,72	7403,97
060.011	—	—	—	—	—	—	—
060.012	6278,31	5518,50	6096,63	6783,01	6278,31	6517,63	6685,45
060.013	—	6882,82	7708,36	—	—	—	—
060.014	5897,00	5006,31	5894,48	6605,05	5897,00	6608,25	6327,25
070.010	6872,22	6178,90	6826,75	7132,81	6872,22	7122,22	7127,22
070.011	—	7890,28	8858,63	—	—	—	—
070.012	6165,08	5490,02	6022,71	6513,37	6267,51	6494,14	6639,21
070.013	—	6828,93	7608,00	—	—	—	—
070.014	5876,38	4975,39	5863,02	6323,66	5876,38	6587,63	6572,63
080.010	6854,54	6159,62	6822,00	7330,12	6926,91	7319,54	7109,54
080.011	8818,00	7856,20	8763,94	9028,92	8884,24	9019,00	8884,24
080.012	6016,73	5466,35	5967,27	6501,37	6016,73	6482,14	6624,86
080.013	7659,87	6800,10	7492,35	7707,32	7706,97	7716,97	7659,87
080.014	5844,25	4947,05	5774,83	6303,03	5855,75	6567,00	6552,00

Tabela 20: Problemas-teste da classe (3, 3, 5).

	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060.015	8653,17	7909,83	8609,22	—	8653,17	9130,70	9224,33
060.016	—	6651,20	7355,80	—	—	—	—
060.017	—	7428,63	8196,53	—	—	—	—
060.018	5627,68	4978,63	5627,68	5783,00	5891,90	5903,00	5902,32
060.019	—	7992,03	8816,62	—	—	—	—
070.015	8591,91	7833,21	8546,88	8874,27	8591,91	9082,88	9136,85
070.016	7333,24	6620,99	7281,42	7659,65	7333,93	7659,65	7695,60
070.017	8199,78	7358,59	8124,85	8745,18	8310,06	8739,08	8432,82
070.018	5623,00	4968,11	5623,00	5783,00	5676,88	5903,00	5888,79
070.019	8751,42	7911,66	8728,80	9101,45	8751,42	9260,32	9156,94
080.015	8531,31	7806,74	8503,73	8932,08	8666,08	8930,72	9058,21
080.016	7263,24	6605,56	7262,81	7652,65	7263,24	7652,65	7580,65
080.017	8086,33	7325,13	8064,21	8299,74	8086,33	8441,37	8409,37
080.018	5623,00	4961,97	5623,00	5963,00	5665,85	5903,00	5884,92
080.019	8703,53	7872,00	8685,38	8799,70	8703,53	8932,00	8932,00

Tabela 21: Problemas-teste da classe (5, 5, 5).

	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060.020	—	23457,00	26017,80	—	—	—	—
060.021	18246,34	16075,70	17875,84	19374,33	18576,40	19149,50	19835,70
060.022	—	20040,39	22131,52	—	—	—	—
060.023	21963,66	18968,66	21201,40	22838,83	22292,47	—	—
060.024	—	24470,47	—	—	—	—	—
070.020	26273,94	23302,15	25666,94	27207,17	26525,59	27157,51	27501,05
070.021	18106,52	15995,61	17735,82	19336,36	18367,12	19120,23	19527,96
070.022	22248,36	19934,40	21984,19	23847,71	22834,43	24345,26	24169,83
070.023	21302,47	18860,76	20933,23	22168,24	21582,69	22522,88	22391,51
070.024	27621,08	24217,63	26826,41	—	28179,17	28784,15	28525,70
080.020	25846,22	23207,19	25530,60	26923,85	26170,28	26844,34	27221,31
080.021	17838,29	15960,55	17696,11	18654,00	17986,43	18884,00	19637,66
080.022	22135,11	19857,36	21927,83	23829,64	22382,96	24344,00	23883,36
080.023	20990,91	18804,78	20716,24	21970,87	21276,82	22299,37	22263,24
080.024	27052,89	24111,02	26365,95	28596,19	27576,69	28656,15	28418,26

Tabela 22: Problemas-teste da classe (7, 5, 5).

	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060.025	29467,89	25602,43	28623,07	31526,44	29539,29	30948,24	31480,53
060.026	31084,41	26910,32	30049,75	32924,96	31247,66	33199,57	33267,94
060.027	29702,40	25490,70	28395,06	31619,64	29777,51	32226,48	32044,85
060.028	31201,56	26863,00	29932,55	33113,40	31414,90	33506,14	34064,69
060.029	32540,11	28007,55	31058,18	34171,51	32451,57	—	34493,31
070.025	28986,80	25506,91	28373,44	31023,77	29091,84	30882,87	31170,84
070.026	30517,03	26796,84	29857,93	32913,62	30766,42	33168,80	33421,92
070.027	28757,02	25394,94	28176,27	31321,65	29273,14	31564,69	32090,01
070.028	30447,63	26757,60	29797,81	32879,55	31108,98	32891,31	33346,45
070.029	31547,92	27874,68	30503,46	33905,84	31726,34	34003,27	34431,30
080.025	28652,47	25440,25	28287,09	30622,48	29387,43	30691,00	30531,95
080.026	30099,22	26720,44	29723,99	32861,18	30686,88	33149,02	33382,56
080.027	28489,96	25345,86	27993,23	30836,33	29087,21	31168,00	31289,11
080.028	29997,91	26685,00	29689,70	32348,08	30122,60	32618,64	33549,96
080.029	30979,55	27784,73	30328,85	33041,23	31392,83	33703,32	34280,33

Tabela 23: Problemas-teste da classe (5, 7, 5).

	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060.030	—	30588,42	34164,86	—	—	—	—
060.031	—	29742,57	33343,98	—	—	—	—
060.032	—	20315,88	22790,86	—	—	—	—
060.033	—	25404,74	28510,82	—	—	—	—
060.034	—	32602,94	37003,68	—	—	—	—
070.030	35009,10	30262,36	33258,86	37043,31	35072,62	37042,17	37113,22
070.031	—	29519,66	32546,41	—	—	—	—
070.032	22958,25	20188,17	22596,45	24920,03	24081,35	24803,07	25647,78
070.033	—	25209,94	28025,36	—	—	—	—
070.034	—	32350,67	35538,59	—	—	—	—
080.030	33829,60	30051,41	32789,67	35673,97	34303,77	36500,34	36575,75
080.031	33085,96	29390,56	32293,11	35272,74	33685,27	35570,85	35253,47
080.032	22748,98	20133,43	22369,00	24210,56	23164,11	24747,14	25554,43
080.033	28329,78	25118,31	27875,12	30899,08	28884,94	30880,04	30908,27
080.034	36512,54	32216,08	35243,14	38264,92	36619,24	38469,57	38849,53

Tabela 24: Problemas-teste da classe (5, 5, 7).

	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060.035	32148, 29	28657, 54	31101, 46	34472, 87	32486, 50	34654, 63	34319, 72
060.036	32312, 73	28223, 23	30973, 36	—	32486, 66	34216, 73	34408, 10
060.037	30804, 71	27099, 34	29466, 36	32893, 44	31102, 58	—	—
060.038	30963, 80	27304, 76	30063, 72	33797, 29	31414, 49	34014, 42	33899, 38
060.039	29439, 79	25940, 33	28421, 80	—	29893, 55	31572, 72	31179, 71
070.035	31537, 61	28497, 15	30763, 51	33842, 66	31961, 19	33195, 88	33378, 66
070.036	31619, 41	28059, 81	30664, 78	33722, 36	31922, 33	33901, 82	33964, 03
070.037	30059, 45	26944, 56	29256, 87	32710, 56	30261, 50	32986, 14	32528, 64
070.038	30333, 36	27160, 28	29917, 01	32704, 97	30827, 41	32971, 58	33517, 97
070.039	28871, 75	25818, 12	28216, 56	30529, 88	29087, 36	30961, 31	31088, 61
080.035	31031, 29	28395, 62	30620, 31	33202, 54	31644, 86	32783, 04	32577, 80
080.036	31136, 41	27958, 70	30565, 27	32962, 84	31581, 49	33603, 23	33633, 29
080.037	29628, 99	26835, 48	29100, 01	32442, 44	29703, 49	32676, 45	32703, 32
080.038	30055, 66	27077, 15	29763, 76	32724, 04	30797, 91	32937, 42	33488, 10
080.039	28505, 06	25736, 97	28045, 41	30431, 44	29192, 81	30919, 43	30834, 32

Tabela 25: Problemas-teste da classe (7, 7, 7).

	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060.040	61817, 64	51563, 90	—	63154, 09	59192, 00	63222, 97	63814, 84
060.041	—	54615, 31	—	—	—	—	—
060.042	—	46955, 38	—	58807, 68	54975, 25	59036, 09	59472, 79
060.043	—	52135, 93	57927, 31	—	—	—	—
060.044	—	53862, 62	—	—	62575, 71	65712, 45	67015, 42
070.040	58722, 98	51348, 82	—	62435, 78	57711, 74	62686, 60	63230, 25
070.041	—	54402, 89	—	65482, 40	61886, 28	65514, 62	66119, 04
070.042	55876, 88	46728, 29	—	57225, 56	54376, 68	58787, 72	58525, 94
070.043	—	51934, 26	—	—	—	—	—
070.044	—	53606, 33	—	65459, 65	61832, 07	65470, 33	66312, 51
080.040	57832, 77	51206, 16	—	60921, 72	57738, 46	62285, 17	62357, 58
080.041	63899, 88	54244, 86	—	65037, 28	60869, 02	65074, 65	65975, 81
080.042	53614, 13	46559, 74	—	56679, 44	53229, 45	58275, 54	58052, 18
080.043	58474, 61	51792, 53	56620, 30	64335, 02	59189, 23	64226, 27	64499, 18
080.044	—	53449, 75	58046, 24	64072, 14	59862, 32	65053, 54	66525, 11

Tabela 26: Problemas-teste da classe (10, 5, 5).

	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060.045	51790, 92	41231, 39	45959, 33	49650, 13	47998, 84	50017, 99	51020, 08
060.046	—	43683, 55	48739, 02	52419, 02	51288, 17	53256, 31	53228, 90
060.047	—	40221, 41	45235, 19	—	—	—	—
060.048	—	39591, 90	44686, 67	48624, 73	46140, 36	49015, 38	49201, 35
060.049	—	43285, 55	48829, 74	52604, 83	51596, 75	53226, 65	53838, 12
070.045	—	41108, 31	45839, 92	49097, 00	46945, 52	49017, 43	50417, 56
070.046	—	43521, 94	48182, 73	51501, 15	49996, 82	51773, 59	51797, 29
070.047	—	40064, 95	44517, 26	—	46161, 83	49499, 74	49235, 75
070.048	—	39459, 48	—	48046, 34	45081, 34	48651, 57	48408, 31
070.049	50781, 04	43114, 02	48011, 32	—	—	52646, 97	53172, 17
080.045	—	41020, 74	45772, 50	48876, 34	46410, 33	48944, 75	49867, 82
080.046	51014, 59	43427, 23	47935, 40	51261, 28	49432, 38	51006, 68	51082, 25
080.047	48909, 31	39970, 13	—	48006, 26	46107, 39	48558, 21	48274, 89
080.048	45634, 67	39371, 39	44053, 85	47757, 35	44903, 29	48611, 00	48753, 13
080.049	—	42996, 47	47762, 31	51696, 62	49321, 21	51782, 29	52315, 28

Tabela 27: Problemas-teste da classe (5, 10, 5).

	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060.050	—	49028, 64	54915, 90	—	—	—	—
060.051	49327, 37	41415, 71	45565, 34	51165, 21	48687, 93	50662, 36	50845, 71
060.052	34054, 80	29384, 99	33122, 34	—	34258, 35	36851, 96	36495, 95
060.053	—	35773, 65	40002, 90	—	—	—	—
060.054	—	32583, 78	36243, 18	—	—	—	—
070.050	—	48625, 07	53255, 50	—	—	—	—
070.051	47065, 36	41139, 40	45113, 09	50550, 34	47828, 33	50377, 28	50142, 95
070.052	33328, 72	29230, 36	32625, 16	35995, 60	33757, 12	36721, 78	36467, 70
070.053	40460, 42	35596, 84	39067, 06	43758, 52	41379, 88	43190, 26	43337, 85
070.054	36945, 27	32391, 01	35949, 58	39593, 10	37165, 62	41539, 77	41066, 05
080.050	54514, 10	48411, 23	52602, 56	55872, 26	54834, 53	56881, 88	57011, 97
080.051	46136, 83	40984, 54	44853, 48	49802, 67	46860, 41	49266, 04	50122, 11
080.052	33011, 02	29122, 45	32319, 20	35400, 18	33649, 17	36189, 71	36343, 17
080.053	39814, 90	35485, 36	38583, 30	43681, 02	41017, 38	43092, 92	43936, 40
080.054	36710, 42	32261, 81	35748, 14	39614, 31	37105, 00	41466, 44	41017, 88

Tabela 28: Problemas-teste da classe (5, 5, 10).

	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060.055	43458, 33	38557, 35	—	—	43929, 42	46532, 67	46565, 45
060.056	46693, 99	41435, 91	—	—	46972, 82	49511, 98	49439, 09
060.057	42405, 91	36843, 40	40452, 80	—	42894, 88	45143, 68	45133, 54
060.058	—	39489, 15	—	—	—	—	—
060.059	49060, 34	43252, 06	—	—	49233, 39	—	—
070.055	43057, 29	38327, 15	41547, 90	46327, 72	43037, 47	46655, 31	46366, 70
070.056	45727, 15	41175, 35	44575, 33	48952, 20	45995, 78	48577, 49	48890, 76
070.057	41282, 58	36589, 87	40027, 56	44442, 23	42142, 88	44958, 60	45012, 75
070.058	44078, 32	39232, 74	—	—	44364, 08	47307, 06	47645, 32
070.059	47960, 91	42976, 92	46147, 77	50654, 95	48124, 23	50424, 79	51248, 63
080.055	42110, 97	38173, 16	41345, 31	45436, 98	42354, 25	45474, 05	45928, 04
080.056	45032, 21	41005, 11	44353, 92	48429, 45	45703, 03	48095, 53	48420, 72
080.057	40914, 61	36449, 55	39856, 62	44166, 20	41771, 98	44850, 61	44868, 64
080.058	43384, 27	39068, 36	42414, 33	46583, 57	43737, 21	46726, 69	47115, 22
080.059	47351, 04	42790, 22	46011, 05	49689, 30	47249, 51	50105, 42	50814, 94

Tabela 29: Problemas-teste da classe (10, 7, 7).

	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060_060	—	79281, 88	—	—	—	—	—
060_061	—	71913, 34	—	—	—	—	—
060_062	—	71184, 48	—	—	—	90814, 21	89865, 82
060_063	—	77070, 64	—	—	—	—	—
060_064	—	80763, 67	—	—	—	—	100853, 47
070_060	—	78933, 47	—	—	—	97722, 24	97665, 94
070_061	—	71630, 41	—	—	—	91123, 93	91418, 26
070_062	—	70970, 97	—	88186, 97	81788, 92	88018, 90	88591, 06
070_063	—	76654, 09	—	96376, 38	—	95860, 88	—
070_064	—	80484, 57	—	99373, 70	93220, 86	99344, 63	100445, 06
080_060	—	78713, 43	—	—	90121, 17	97053, 61	97345, 07
080_061	—	71438, 77	—	89431, 42	83130, 93	90315, 95	90420, 67
080_062	—	70821, 50	—	—	—	87419, 76	88082, 55
080_063	—	76403, 10	—	—	—	95078, 79	94223, 86
080_064	—	80287, 12	—	—	—	98835, 36	98417, 95

Tabela 30: Problemas-teste da classe (7, 10, 7).

	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060_065	—	74372, 11	—	—	—	95028, 28	—
060_066	—	76604, 67	—	—	—	—	—
060_067	85761, 68	66507, 67	—	—	78857, 50	—	84097, 16
060_068	—	77318, 02	—	—	—	—	—
060_069	—	86071, 91	—	—	—	—	—
070_065	—	73888, 86	—	91245, 04	86752, 10	93490, 68	92901, 42
070_066	—	76122, 57	—	95782, 44	90408, 82	94804, 42	95147, 34
070_067	—	66256, 41	—	83340, 07	76995, 34	82963, 21	82090, 10
070_068	—	76968, 08	—	93819, 23	89631, 08	95285, 90	95190, 70
070_069	—	85546, 44	—	—	—	—	—
080_065	—	73558, 75	—	—	84163, 07	91749, 67	92530, 32
080_066	—	75847, 53	—	—	88364, 80	94481, 54	94207, 18
080_067	—	66089, 90	—	81330, 95	75420, 26	82283, 96	82740, 37
080_068	87671, 18	76720, 85	—	92960, 89	87327, 17	95085, 73	94393, 66
080_069	—	85204, 08	—	100980, 27	97673, 94	103184, 75	100198, 49

Tabela 31: Problemas-teste da classe (7, 7, 10).

	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060_070	—	80626, 84	—	—	—	—	—
060_071	—	69186, 39	—	85918, 31	80031, 03	85801, 32	85350, 66
060_072	—	79229, 44	—	—	91484, 63	98306, 60	98761, 85
060_073	—	81102, 75	—	—	—	—	—
060_074	—	80199, 32	—	—	92985, 96	—	—
070_070	—	80174, 90	—	98624, 94	91378, 83	98143, 35	98708, 48
070_071	—	68878, 22	—	84334, 77	79008, 45	84793, 92	85460, 89
070_072	—	78856, 84	—	—	89660, 03	97694, 40	97673, 95
070_073	—	80639, 57	—	96743, 32	91882, 83	—	99752, 58
070_074	—	79801, 43	—	97274, 27	90684, 42	98006, 76	98653, 51
080_070	—	79859, 28	—	97187, 75	91077, 83	96940, 51	97632, 36
080_071	—	68692, 76	—	83162, 87	77470, 98	84044, 46	84516, 98
080_072	91582, 87	78599, 68	—	95161, 34	88337, 54	97190, 88	97551, 11
080_073	—	80303, 40	—	95521, 14	91163, 76	98853, 01	97975, 18
080_074	—	79509, 41	—	95833, 81	89410, 57	97133, 62	97602, 07

Tabela 32: Problemas-teste da classe (10, 10, 10).

	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060_075	—	146028, 23	—	—	—	—	—
060_076	—	151020, 34	—	—	—	—	—
060_077	—	166593, 44	—	—	—	—	—
060_078	—	175942, 64	—	—	—	—	—
060_079	—	166936, 77	—	—	—	—	—
070_075	—	145520, 82	—	—	—	181440, 92	—
070_076	—	150469, 95	—	—	—	192865, 35	—
070_077	—	165767, 85	—	—	—	—	—
070_078	—	175116, 39	—	—	—	217331, 34	—
070_079	—	166376, 79	—	—	—	206680, 01	—
080_075	—	145182, 16	—	—	—	180119, 79	—
080_076	—	150096, 96	—	—	—	190684, 93	191452, 31
080_077	—	165194, 62	—	211513, 99	—	201700, 56	—
080_078	—	174579, 96	—	—	—	214362, 19	—
080_079	—	165976, 04	—	—	—	204992, 70	205303, 58

Tabela 33: Problemas-teste da classe (15, 10, 10).

	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060_080	—	246526, 79	—	—	—	309241, 28	—
060_081	—	227968, 98	—	—	—	290872, 54	—
060_082	—	247479, 14	—	—	—	311117, 33	—
060_083	—	202790, 72	—	—	—	261156, 86	—
060_084	—	239026, 58	—	—	—	300505, 06	—
070_080	—	245825, 59	—	—	—	306655, 83	—
070_081	—	227392, 97	—	—	—	286342, 55	—
070_082	—	246851, 35	—	—	—	308752, 57	—
070_083	—	202220, 95	—	—	—	257792, 97	—
070_084	—	238384, 88	—	—	—	296177, 78	—
080_080	—	245373, 47	—	—	—	301919, 17	—
080_081	—	226975, 68	—	—	—	284902, 60	—
080_082	—	246418, 09	—	—	—	306024, 59	—
080_083	—	201818, 81	—	—	—	256894, 11	—
080_084	—	237948, 47	—	—	—	293546, 25	—

Tabela 34: Problemas-teste da classe (10, 15, 10).

	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060.085	—	232317, 11	—	—	—	—	—
060.086	—	234591, 45	—	—	—	—	—
060.087	—	257840, 18	—	—	—	—	—
060.088	—	243604, 53	—	—	—	—	—
060.089	—	249144, 21	—	—	—	—	—
070.085	—	231101, 88	—	—	—	—	—
070.086	—	233490, 25	—	—	—	292461, 29	—
070.087	—	256719, 34	—	—	—	—	—
070.088	—	242574, 80	—	—	—	—	—
070.089	—	247803, 53	—	—	—	311014, 90	—
080.085	—	230411, 01	—	—	—	288893, 21	—
080.086	—	232704, 69	—	—	—	291446, 41	—
080.087	—	256070, 69	—	—	—	315132, 79	—
080.088	—	241877, 98	—	—	—	299341, 69	—
080.089	—	246891, 28	—	—	—	307823, 69	—

Tabela 35: Problemas-teste da classe (10, 10, 15).

	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060.090	—	256460, 30	—	—	—	—	—
060.091	—	225559, 97	—	—	—	—	—
060.092	—	258993, 41	—	—	—	—	—
060.093	—	226217, 44	—	—	—	—	—
060.094	—	239995, 80	—	—	—	301650, 65	—
070.090	—	255240, 91	—	—	—	315168, 45	—
070.091	—	224769, 28	—	—	—	283373, 17	—
070.092	—	257940, 87	—	—	—	317176, 51	—
070.093	—	225382, 30	—	—	—	282971, 08	—
070.094	—	239194, 02	—	—	—	298429, 08	—
080.090	—	254468, 71	—	—	—	312242, 72	—
080.091	—	224191, 92	—	—	—	280131, 97	—
080.092	—	257223, 42	—	—	—	314408, 95	—
080.093	—	224796, 90	—	—	—	281817, 73	—
080.094	—	238621, 44	—	—	—	296173, 60	—

Tabela 36: Problemas-teste da classe (15, 15, 15).

	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060.095	—	514191, 54	—	—	—	—	—
060.096	—	—	—	—	—	—	—
060.097	—	—	—	—	—	—	—
060.098	—	—	—	—	—	—	—
060.099	—	—	—	—	—	—	—
070.095	—	512517, 52	—	—	—	—	—
070.096	—	528497, 33	—	—	—	—	—
070.097	—	537031, 99	—	—	—	—	—
070.098	—	508313, 32	—	—	—	—	—
070.099	—	540678, 11	—	—	—	—	—
080.095	—	511378, 82	—	—	—	649163, 25	—
080.096	—	527131, 49	—	—	—	666285, 78	—
080.097	—	535857, 98	—	—	—	—	—
080.098	—	507275, 86	—	—	—	645142, 43	—
080.099	—	539469, 96	—	—	—	—	—

Tabela 37: Problemas-teste da classe (3, 3, 3).

	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060.000	5258, 80	5258, 80	5258, 80	5258, 80	5258, 80	5253, 47	5251, 70	5251, 70
060.001	5346, 50	5346, 50	—	—	5343, 50	5346, 50	5340, 88	5340, 88
060.002	—	—	—	—	—	—	—	—
060.003	6281, 69	6490, 06	6302, 41	6301, 83	6275, 92	6476, 44	6271, 90	6271, 90
060.004	5301, 61	5440, 30	5293, 89	5300, 31	5293, 71	5297, 14	5438, 10	5438, 10
070.000	4892, 34	4910, 53	4932, 21	5252, 80	4892, 34	4892, 34	4895, 06	4895, 06
070.001	5037, 96	5037, 96	5037, 96	5322, 18	5037, 96	5037, 96	5037, 96	5037, 96
070.002	5654, 95	5644, 73	5644, 21	5644, 21	5644, 21	5644, 21	5642, 52	5642, 52
070.003	6099, 12	6245, 49	6113, 00	6448, 01	6099, 12	6099, 12	6245, 49	6245, 49
070.004	5119, 00	5272, 91	5119, 00	5119, 00	5119, 00	5129, 28	5119, 00	5119, 00
080.000	4891, 00	4891, 00	4915, 00	4916, 93	4891, 00	4891, 00	4891, 00	4891, 00
080.001	4955, 08	5031, 00	4955, 08	4955, 08	4955, 08	4955, 08	4955, 08	4955, 08
080.002	5472, 00	5477, 00	5477, 00	5477, 00	5472, 00	5472, 00	5472, 00	5472, 00
080.003	6094, 12	6094, 12	6113, 00	6113, 00	6094, 12	6094, 12	6113, 00	6100, 00
080.004	5119, 00	5266, 00	5119, 00	5119, 00	5119, 00	5119, 00	5119, 00	5119, 00

Tabela 38: Problemas-teste da classe (5, 3, 3).

	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060.005	—	—	—	—	—	—	—	—
060.006	5868, 67	5998, 00	5860, 00	5860, 00	5872, 00	5860, 00	5860, 00	5860, 00
060.007	9224, 24	9224, 24	9022, 83	9221, 67	9021, 83	9224, 24	9220, 07	9022, 83
060.008	8509, 50	8764, 82	8509, 50	8588, 40	8509, 50	8718, 64	8764, 82	8764, 82
060.009	8750, 00	8836, 00	8690, 53	8843, 00	8750, 00	8750, 00	8750, 00	8750, 00
070.005	8368, 56	8563, 00	8351, 40	8372, 65	8288, 25	8402, 65	8372, 65	8368, 72
070.006	5834, 00	5977, 00	5762, 00	5762, 00	5834, 00	5762, 00	5833, 00	5762, 00
070.007	8649, 90	8801, 00	8649, 90	8801, 00	8649, 90	8649, 90	8702, 00	8693, 50
070.008	8474, 88	8474, 88	8474, 88	8474, 88	8474, 88	8523, 00	8474, 88	8474, 88
070.009	8561, 00	8736, 00	8561, 00	8843, 00	8561, 00	8590, 00	8561, 00	8561, 00
080.005	8216, 98	8408, 00	8146, 00	8300, 00	8216, 98	8170, 42	8197, 00	8158, 78
080.006	5749, 00	5977, 00	5749, 00	5749, 00	5749, 00	5762, 00	5749, 00	5749, 00
080.007	8588, 00	8774, 00	8539, 20	8702, 00	8539, 20	8678, 00	8621, 20	8588, 00
080.008	8239, 00	8321, 00	8239, 00	8239, 00	8239, 00	8239, 00	8239, 00	8239, 00
080.009	8561, 00	8662, 00	8561, 00	8843, 00	8469, 00	8578, 00	8564, 00	8523, 00



Tabela 39: Problemas-teste da classe (3, 5, 3).

	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060_010	7156, 23	7358, 88	7161, 59	7161, 59	7146, 72	7146, 72	7146, 72	7146, 72
060_011	—	—	—	—	—	—	—	—
060_012	6541, 75	6776, 34	6454, 16	6459, 73	6493, 58	6515, 50	6538, 22	6472, 67
060_013	—	—	—	—	—	—	—	—
060_014	6072, 25	6328, 25	6106, 68	6365, 68	6072, 25	6072, 25	6072, 25	6072, 25
070_010	6872, 22	7127, 22	6878, 53	6878, 53	6872, 22	6872, 22	6872, 22	6872, 22
070_011	—	—	—	—	—	—	—	—
070_012	6165, 08	6322, 00	6165, 08	6165, 08	6239, 14	6239, 14	6494, 14	6494, 14
070_013	—	—	—	—	—	—	—	—
070_014	6051, 63	6069, 13	5885, 00	6359, 00	6051, 63	6051, 63	6051, 63	5885, 00
080_010	6854, 54	7109, 54	6862, 47	6862, 47	6854, 54	6854, 54	6854, 54	6854, 54
080_011	8818, 00	8818, 00	8818, 00	8818, 00	8818, 00	8818, 00	8818, 00	8818, 00
080_012	6227, 14	6236, 87	6027, 94	6027, 94	6027, 94	6227, 14	6482, 14	6482, 14
080_013	7660, 51	7660, 75	7683, 00	7683, 00	7662, 53	7661, 13	7672, 02	7672, 02
080_014	6031, 00	6048, 50	5885, 00	6359, 00	5848, 25	5844, 25	5885, 00	5885, 00

Tabela 40: Problemas-teste da classe (3, 3, 5).

	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060_015	9038, 38	8971, 11	8876, 05	9009, 67	9091, 38	9020, 77	8919, 79	8919, 79
060_016	—	—	—	—	—	—	—	—
060_017	—	—	—	—	—	—	—	—
060_018	5707, 94	5843, 20	5737, 42	5737, 42	5631, 00	5689, 00	5631, 00	5631, 00
060_019	—	—	—	—	—	—	—	—
070_015	8591, 91	8870, 74	8604, 56	8604, 56	8735, 88	8594, 85	8755, 44	8755, 15
070_016	7597, 00	7669, 65	7561, 07	7594, 00	7552, 88	7597, 00	7598, 00	7598, 00
070_017	8306, 95	8361, 95	8365, 21	8479, 73	8468, 95	8307, 00	8367, 95	8341, 21
070_018	5631, 00	5783, 00	5679, 83	5679, 83	5631, 00	5631, 00	5631, 00	5631, 00
070_019	9104, 89	8960, 15	8991, 02	9104, 89	8852, 39	9025, 89	9090, 24	9090, 24
080_015	8571, 31	8850, 87	8596, 52	8596, 52	8561, 72	8578, 52	8578, 52	8578, 52
080_016	7413, 00	7561, 00	7413, 00	7413, 00	7413, 00	7425, 00	7322, 00	7413, 00
080_017	8142, 80	8231, 80	8142, 80	8142, 80	8142, 80	8217, 32	8233, 37	8142, 80
080_018	5631, 00	5709, 00	5659, 00	5659, 00	5631, 00	5631, 00	5631, 00	5631, 00
080_019	8828, 00	8828, 00	8725, 00	8912, 00	8718, 45	8819, 00	8828, 00	8725, 00

Tabela 41: Problemas-teste da classe (5, 5, 5).

	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060_020	—	—	—	—	—	—	—	—
060_021	18938, 04	19328, 69	18599, 08	18999, 08	18816, 84	18786, 08	18874, 92	18749, 13
060_022	—	—	—	—	—	—	—	—
060_023	22742, 21	22852, 94	—	—	22663, 88	22570, 74	22678, 27	22678, 91
060_024	—	—	—	—	—	—	—	—
070_020	26966, 94	27684, 55	26754, 13	26730, 90	26737, 20	27140, 74	27408, 84	27232, 75
070_021	18512, 00	19164, 00	18260, 28	18694, 04	18331, 04	18448, 17	18689, 74	18344, 98
070_022	23214, 58	23724, 00	22824, 68	23975, 84	23495, 46	23361, 61	23059, 00	23052, 22
070_023	22072, 11	22207, 35	21697, 67	21884, 67	21737, 70	22291, 88	21864, 34	21849, 19
070_024	29178, 50	29145, 63	28290, 05	28681, 27	28689, 89	28985, 19	28422, 80	28422, 54
080_020	26866, 45	26648, 19	26001, 89	26262, 12	26556, 38	26558, 66	26450, 27	26287, 59
080_021	18177, 00	18870, 00	18088, 00	17974, 00	17974, 00	18290, 00	18469, 00	18021, 00
080_022	23028, 00	23020, 00	22539, 42	22846, 00	22614, 04	22555, 00	22440, 00	22555, 42
080_023	21593, 00	21875, 88	21161, 89	21608, 00	21433, 65	21579, 00	21581, 00	21533, 44
080_024	27696, 37	28354, 97	27281, 94	27523, 24	27574, 55	28111, 86	28126, 29	27456, 11

Tabela 42: Problemas-teste da classe (7, 5, 5).

	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060_025	31524, 00	31110, 27	30347, 88	30407, 85	30932, 39	30673, 00	30831, 78	30376, 13
060_026	32676, 97	33395, 83	31923, 64	32134, 08	33426, 40	32146, 51	32488, 09	32083, 98
060_027	30932, 69	31968, 50	30159, 45	30519, 75	30707, 05	31822, 00	31985, 36	31985, 36
060_028	32760, 19	33714, 35	31939, 57	32542, 92	32681, 24	33321, 21	32398, 19	31947, 11
060_029	—	—	—	—	—	—	—	—
070_025	30110, 86	30480, 08	29463, 20	29317, 49	30234, 48	30109, 59	30031, 84	29387, 04
070_026	32115, 00	32658, 84	31415, 85	32043, 60	31414, 00	31597, 21	31600, 91	31141, 96
070_027	29736, 27	30918, 47	29219, 89	29704, 38	29533, 77	30252, 00	29894, 51	29396, 51
070_028	32050, 00	32042, 81	31146, 79	31584, 00	31088, 00	31528, 82	31792, 49	31460, 44
070_029	32639, 01	33642, 96	32402, 63	32883, 89	32540, 11	32500, 63	32612, 23	32099, 33
080_025	29471, 00	30028, 65	29166, 00	29639, 00	29607, 19	29762, 00	29342, 00	29000, 39
080_026	31480, 00	31887, 00	30932, 00	31545, 00	31571, 63	31232, 00	31219, 99	30974, 43
080_027	29745, 00	29834, 00	29059, 00	30215, 00	29080, 12	29163, 00	28875, 00	28624, 00
080_028	31021, 04	31587, 60	30688, 60	31151, 13	30768, 00	30898, 67	31188, 76	30783, 33
080_029	32042, 82	33078, 39	31618, 23	31996, 23	32102, 02	32574, 36	31917, 05	31455, 66

Tabela 43: Problemas-teste da classe (5, 7, 5).

	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060_030	—	—	—	—	—	—	—	—
060_031	—	—	—	—	—	—	—	—
060_032	—	—	—	—	—	—	—	—
060_033	—	—	—	—	—	—	—	—
060_034	—	—	—	—	—	—	—	—
070_030	36799, 25	37001, 00	35485, 17	35943, 94	35997, 41	35986, 98	36190, 17	35164, 07
070_031	—	—	—	—	—	—	—	—
070_032	24644, 25	24912, 80	24308, 83	23932, 63	23751, 06	24102, 74	24059, 15	23807, 32
070_033	—	—	—	—	—	—	—	—
070_034	—	—	—	—	—	—	—	—
080_030	35220, 51	35837, 86	34520, 07	34992, 92	34510, 66	35324, 03	34948, 31	34365, 52
080_031	34646, 24	35270, 00	33712, 74	33958, 67	34062, 69	35334, 00	34405, 44	33959, 00
080_032	24349, 00	24848, 20	23406, 40	24184, 88	24036, 94	24266, 65	23979, 69	23769, 64
080_033	28908, 40	30222, 04	28823, 34	29332, 27	28982, 94	29306, 63	29500, 45	28897, 87
080_034	37648, 36	38423, 29	36958, 49	37118, 57	37388, 98	37466, 57	38108, 69	37041, 46

Tabela 44: Problemas-teste da classe (5, 5, 7).

	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060_035	34693,90	34706,91	33592,83	34082,32	34946,42	35265,02	33765,04	33568,54
060_036	33712,33	33784,72	33304,85	33784,85	33793,03	34292,62	33201,35	33503,25
060_037	33379,28	33474,46	32303,22	32890,14	32899,88	33359,46	32614,32	32467,00
060_038	33220,93	33763,41	32330,35	32501,72	32364,91	32888,09	32825,67	32081,96
060_039	—	31836,45	30826,00	31436,21	31362,15	—	30827,45	30477,42
070_035	33823,39	33112,65	32534,66	32793,01	32720,11	32913,90	32880,27	32451,14
070_036	32888,33	33549,49	32230,00	32956,95	33060,93	32843,05	32877,18	32605,27
070_037	31131,66	32194,74	30547,96	31662,38	31163,13	32356,00	31364,36	31790,96
070_038	31985,84	32649,29	30943,13	31633,38	30933,13	31922,14	31612,43	31343,71
070_039	29844,89	30360,54	29735,53	30318,73	29917,86	29935,64	30053,53	29949,86
080_035	32722,96	32873,15	32171,35	32627,81	32472,33	32484,32	32321,33	32185,15
080_036	32173,00	32918,42	31718,81	31964,00	32223,54	32427,96	32154,00	31772,90
080_037	31069,39	31579,85	30397,89	31211,61	30473,82	30635,48	31092,33	30530,48
080_038	31216,24	32311,73	30911,74	31142,51	31032,39	31327,60	30975,84	30369,16
080_039	29496,41	30233,78	29454,03	29750,57	29659,44	29900,89	29395,87	29385,70

Tabela 45: Problemas-teste da classe (7, 7, 7).

	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060_040	64167,00	64416,63	61385,02	62199,65	66097,08	65235,83	62147,01	61310,69
060_041	—	—	—	—	—	—	—	—
060_042	57900,90	58588,95	57540,46	—	57250,97	59698,21	56968,97	56355,38
060_043	—	—	—	—	—	—	—	—
060_044	—	—	65465,17	66186,63	—	—	65965,53	65150,52
070_040	62706,31	63295,84	59492,07	60983,00	59871,56	61925,56	61016,94	59830,72
070_041	65259,90	65859,00	63011,90	64113,76	64055,87	65582,52	64680,23	63830,23
070_042	57126,28	56360,48	54517,89	55397,66	55799,47	55975,22	55971,89	55346,90
070_043	—	—	—	—	—	—	—	—
070_044	64476,75	65319,58	62405,38	63235,99	63063,67	65129,77	63728,59	62800,34
080_040	59496,55	60807,17	58204,03	60235,03	58795,35	59980,28	59749,08	59089,76
080_041	64475,31	64471,33	61780,02	63772,63	63011,00	63357,00	63550,16	62164,39
080_042	57277,27	56845,72	54271,50	54721,50	54902,20	56141,17	54653,25	53777,73
080_043	61337,37	62857,25	59548,66	61001,06	59894,24	61471,84	60413,29	59483,25
080_044	62775,01	64380,65	61250,16	61782,67	61864,12	62506,11	62261,52	61180,52

Tabela 46: Problemas-teste da classe (10, 5, 5).

	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060_045	50012,88	50614,12	49016,63	49332,90	49526,52	50701,17	49535,99	48943,56
060_046	—	54972,39	51964,64	52662,18	—	—	52109,82	52273,06
060_047	50616,00	49910,01	48244,39	48709,01	49188,73	49448,29	49226,63	48263,96
060_048	48169,54	49048,58	47130,18	47498,57	47901,16	49128,11	47390,25	46966,91
060_049	54085,76	54648,92	52147,22	52822,31	53364,54	54041,00	52526,24	52147,15
070_045	48999,90	49190,02	47224,25	47458,20	47273,10	49573,34	47583,67	47307,07
070_046	52145,58	51868,29	50452,47	51433,99	51534,04	52200,39	51242,50	50895,94
070_047	49190,00	49180,38	46802,41	46757,24	47491,50	48485,44	47530,42	46713,20
070_048	47325,50	47766,41	45889,31	46725,26	46200,51	46931,09	46279,30	45602,74
070_049	51878,82	52498,10	50614,70	51217,84	51682,63	51621,89	51565,59	51152,67
080_045	47274,00	48511,00	47000,00	47198,00	47289,21	48341,63	47248,00	47212,00
080_046	50984,00	50839,66	50127,28	50555,54	50586,00	50334,92	50067,26	49454,30
080_047	46817,18	47678,00	45724,57	46332,31	46667,00	46668,88	45833,00	45747,50
080_048	45690,49	46904,95	45431,78	46408,38	45584,42	46470,97	46095,73	45789,00
080_049	51084,06	51275,90	49690,54	50357,00	50510,97	50263,56	50457,56	49877,29

Tabela 47: Problemas-teste da classe (5, 10, 5).

	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060_050	—	—	—	—	—	—	—	—
060_051	—	—	—	—	—	—	50362,56	49852,53
060_052	35613,69	36031,95	34661,59	34235,41	35640,92	35688,02	35596,55	35570,41
060_053	—	—	—	—	—	—	—	—
060_054	—	—	—	—	—	—	—	—
070_050	—	—	—	—	—	—	—	—
070_051	49221,09	50774,86	48340,35	48321,19	48870,88	49723,66	49922,29	48687,39
070_052	34078,66	35116,11	34166,48	34166,48	34166,48	34658,55	34584,52	33845,39
070_053	42965,00	42362,50	41838,74	42348,05	41991,06	43710,91	41389,82	41364,59
070_054	38172,56	40040,44	38323,61	38322,07	38478,39	38121,68	38637,66	38143,66
080_050	56299,97	56737,71	55552,09	55324,18	56548,70	56386,90	55599,41	55130,93
080_051	47323,22	49590,75	47216,61	47601,53	47330,81	47251,43	48104,79	47479,69
080_052	34114,00	35431,78	33446,60	33714,42	34199,96	34905,00	34678,00	33989,91
080_053	42270,55	42308,24	40900,12	41733,58	41537,92	41486,00	40887,95	40222,58
080_054	38151,30	39942,00	37397,20	38020,20	38007,58	37849,53	38103,81	38035,81

Tabela 48: Problemas-teste da classe (5, 5, 10).

	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060_055	48235,81	48116,34	45437,17	46732,18	47241,19	—	45796,27	45098,21
060_056	—	—	—	—	—	—	49197,65	48840,61
060_057	—	—	44430,16	—	—	—	44039,36	43599,58
060_058	—	—	—	—	—	—	—	—
060_059	—	—	—	—	—	—	—	—
070_055	45298,38	47075,33	44483,72	45037,85	45001,48	46023,45	44665,68	44591,71
070_056	48153,26	49082,95	47375,31	48970,27	48916,89	49361,66	48136,89	47750,75
070_057	44128,98	44000,90	42674,94	44216,29	44220,86	44363,32	43592,02	43153,96
070_058	46112,58	47051,78	45346,55	45892,77	46175,76	47996,37	46479,04	45696,00
070_059	51050,12	51467,00	49425,60	49807,23	50090,80	50931,43	49584,84	49699,02
080_055	44152,73	45119,00	43084,66	44108,35	43783,42	43778,98	44049,97	43614,16
080_056	47396,59	47877,76	46701,40	47413,26	46993,33	47662,06	47118,56	46195,23
080_057	42701,90	43996,71	41876,92	42795,70	42753,37	42909,33	42245,02	42560,72
080_058	45562,33	45973,00	44757,60	45479,68	45076,50	44899,90	45618,12	44967,93
080_059	49194,60	49877,16	48239,17	48650,40	49390,54	49389,21	48432,94	47775,41

Tabela 49: Problemas-teste da classe (10, 7, 7).

	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060_060	—	—	—	—	—	—	—	—
060_061	92408, 14	—	88256, 59	—	91894, 73	92704, 55	91678, 06	89219, 95
060_062	90784, 41	91728, 72	85280, 22	86594, 32	90099, 94	91184, 40	88175, 46	84932, 11
060_063	—	—	—	—	—	—	—	—
060_064	101342, 76	103207, 76	98025, 08	99833, 29	102919, 51	101918, 92	99837, 98	96910, 09
070_060	99095, 00	98868, 83	93100, 11	93871, 67	94906, 32	98646, 06	95057, 78	94439, 47
070_061	89123, 03	90241, 17	84619, 07	85883, 23	88157, 00	88671, 00	85935, 84	84905, 06
070_062	84272, 36	87029, 22	82697, 69	83571, 00	83864, 37	84461, 07	85495, 86	83232, 87
070_063	95483, 64	94258, 66	91526, 87	92629, 93	92040, 65	95219, 20	93086, 34	91547, 84
070_064	99420, 33	99661, 60	93919, 43	94334, 27	96481, 79	98017, 15	96606, 24	94737, 91
080_060	93514, 70	94993, 12	91492, 47	93065, 74	92787, 12	93769, 88	93622, 66	92709, 24
080_061	84621, 60	88593, 63	82465, 18	84537, 75	84623, 57	85521, 47	85084, 59	83300, 48
080_062	82628, 19	86153, 28	81947, 77	83900, 68	83870, 10	82920, 91	84869, 21	82302, 56
080_063	93322, 45	92179, 59	87846, 50	90545, 46	89901, 78	90525, 91	90056, 54	89242, 67
080_064	94569, 30	97132, 51	93060, 13	94560, 68	93510, 33	96432, 23	95336, 78	93803, 74

Tabela 50: Problemas-teste da classe (7, 10, 7).

	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060_065	—	—	92222, 97	—	—	—	90360, 74	89842, 79
060_066	—	—	—	—	—	—	—	—
060_067	—	—	—	—	—	—	—	—
060_068	—	—	—	—	—	—	—	—
060_069	—	—	—	—	—	—	—	—
070_065	91522, 95	91464, 41	88888, 87	89650, 30	89819, 52	90617, 02	89028, 85	89197, 36
070_066	95045, 15	95230, 31	91219, 96	91949, 81	93050, 40	94778, 54	92412, 45	91084, 71
070_067	83983, 54	85178, 43	78592, 46	80767, 86	81684, 02	82933, 53	79384, 60	77975, 09
070_068	95316, 00	94996, 65	90948, 16	92477, 36	92641, 61	95121, 55	92638, 81	91777, 01
070_069	—	—	—	—	—	—	—	—
080_065	88808, 19	90419, 02	87557, 58	88940, 42	87655, 01	89765, 15	87970, 81	87322, 28
080_066	91918, 05	93117, 06	88749, 74	88871, 33	91178, 19	91385, 00	91497, 31	89752, 48
080_067	79485, 50	80748, 10	76346, 58	77033, 45	78054, 68	78766, 13	78170, 31	76834, 18
080_068	92241, 52	93837, 86	88299, 67	90936, 88	89227, 94	90560, 42	91421, 34	88469, 09
080_069	101654, 25	102838, 96	98727, 09	100015, 67	100357, 25	101412, 30	98366, 06	97976, 09

Tabela 51: Problemas-teste da classe (7, 7, 10).

	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060_070	—	—	—	—	—	—	—	—
060_071	84814, 28	86590, 44	81841, 96	83599, 99	86189, 36	86246, 43	84593, 74	84262, 17
060_072	—	—	96939, 35	—	—	—	96915, 11	96029, 17
060_073	—	—	—	—	—	—	—	—
060_074	—	—	—	—	—	—	98380, 84	96692, 21
070_070	97775, 70	97750, 43	94301, 20	94940, 26	96915, 70	97949, 16	96105, 89	94525, 54
070_071	83138, 55	83642, 84	80084, 78	80447, 64	79912, 72	82803, 00	82351, 98	80077, 29
070_072	96103, 99	97349, 32	91926, 24	94019, 11	94398, 15	97877, 42	94704, 41	91994, 81
070_073	98224, 00	98611, 33	94165, 44	95985, 69	96125, 00	97721, 86	96335, 95	94021, 86
070_074	98830, 26	97655, 79	93880, 23	93905, 21	96198, 56	98842, 90	96034, 06	93605, 05
080_070	94876, 82	95129, 56	92437, 46	94183, 16	92275, 72	93884, 87	94843, 70	93127, 71
080_071	80094, 51	82634, 00	78768, 65	79271, 42	79313, 73	79049, 92	80613, 31	78881, 98
080_072	93063, 48	94730, 80	90415, 12	92190, 00	91278, 49	92449, 85	92750, 33	90598, 00
080_073	94319, 59	95884, 22	92205, 24	93835, 09	93819, 18	93845, 44	93274, 73	92323, 68
080_074	93538, 20	94669, 02	91458, 52	91964, 92	93817, 20	93413, 29	93060, 69	91762, 19

Tabela 52: Problemas-teste da classe (10, 10, 10).

	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060_075	—	—	—	—	—	—	182179, 97	178128, 20
060_076	—	—	—	—	—	—	191228, 94	190292, 86
060_077	—	—	—	—	—	—	—	—
060_078	—	—	—	—	—	—	—	—
060_079	—	—	—	—	—	—	—	—
070_075	180594, 62	179929, 74	172100, 72	176118, 49	179995, 45	180401, 68	178245, 64	174003, 33
070_076	186535, 30	191606, 17	179431, 52	180928, 14	188891, 46	190538, 42	189127, 14	183894, 26
070_077	206546, 05	208205, 64	196251, 53	200651, 71	206435, 12	209451, 20	203368, 89	200246, 91
070_078	216377, 05	219608, 59	209490, 33	210559, 93	216925, 94	218946, 22	213771, 75	211378, 38
070_079	208021, 53	208258, 15	197998, 56	201732, 67	205685, 06	211180, 67	201540, 03	200210, 85
080_075	176182, 46	178088, 39	169215, 75	173220, 05	173466, 62	173237, 84	174760, 34	171059, 55
080_076	182541, 06	189421, 36	175172, 07	179408, 51	179342, 87	178302, 16	185844, 77	176988, 71
080_077	199777, 04	202632, 23	192419, 91	195361, 09	194065, 21	198286, 51	200054, 23	194607, 38
080_078	210164, 31	214854, 52	202751, 81	204820, 24	205825, 11	212832, 04	209225, 53	206824, 27
080_079	201159, 10	204334, 24	192907, 21	195180, 30	199592, 12	202720, 72	200715, 97	193759, 70

Tabela 53: Problemas-teste da classe (15, 10, 10).

	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060_080	—	—	—	—	—	—	307991, 47	305883, 94
060_081	—	—	286586, 29	—	—	—	286675, 09	281968, 44
060_082	—	—	308353, 62	312675, 94	—	—	310679, 91	307196, 27
060_083	265487, 17	267056, 60	251169, 54	253281, 72	259424, 43	268556, 48	256991, 22	253919, 15
060_084	—	—	297592, 96	302779, 83	—	—	298063, 88	296898, 51
070_080	310764, 63	311403, 73	291404, 36	296121, 72	306242, 46	310748, 10	303059, 63	300954, 02
070_081	288289, 50	289809, 67	267631, 16	273422, 17	277624, 04	288855, 85	283262, 63	277963, 71
070_082	308857, 75	310951, 14	293849, 62	295985, 25	302223, 45	310047, 64	304693, 38	303329, 98
070_083	257800, 00	260369, 25	241166, 69	245636, 34	248537, 85	250841, 84	252858, 17	246301, 28
070_084	295664, 66	295714, 26	281228, 56	282520, 86	284296, 06	297153, 02	294574, 25	290541, 25
080_080	302178, 29	306504, 70	284852, 91	290470, 66	291194, 26	301103, 08	300034, 47	290690, 17
080_081	282984, 42	285106, 45	264550, 09	272287, 87	276931, 30	274097, 65	279400, 28	274450, 20
080_082	305200, 24	309265, 96	286408, 91	290312, 94	301635, 06	298632, 85	300494, 06	293801, 35
080_083	246803, 83	256105, 53	238739, 95	243230, 98	248806, 08	247972, 14	250735, 17	239142, 86
080_084	290565, 76	287904, 62	275266, 76	279626, 44	283558, 42	289871, 52	288827, 97	279229, 90

Tabela 54: Problemas-teste da classe (10, 15, 10).

	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060_085	—	—	—	—	—	—	—	—
060_086	—	—	—	—	—	—	—	—
060_087	—	—	—	—	—	—	—	—
060_088	—	—	—	—	—	—	—	—
060_089	—	—	—	—	—	—	—	—
070_085	295729, 32	295907, 93	281110, 32	283924, 11	291179, 85	—	288118, 22	286274, 11
070_086	294947, 07	294804, 71	281989, 51	286120, 48	293154, 79	298963, 93	289288, 09	283531, 71
070_087	325323, 13	—	316663, 96	318319, 56	—	—	317763, 75	316123, 79
070_088	—	—	—	—	—	—	—	—
070_089	—	—	305522, 07	309899, 15	—	—	308027, 56	306906, 86
080_085	289485, 92	285387, 12	271492, 86	274983, 81	278150, 72	282577, 35	284077, 16	275556, 80
080_086	289898, 81	291703, 61	275279, 42	280637, 75	282244, 66	283201, 47	283016, 81	279728, 62
080_087	320715, 65	320996, 06	300647, 87	307635, 33	310919, 91	313230, 68	316384, 22	311149, 68
080_088	301048, 05	303540, 69	287819, 76	293283, 00	296434, 97	301448, 96	292681, 03	289860, 10
080_089	310688, 65	312903, 53	292753, 29	298867, 80	305220, 64	309944, 65	305171, 84	301561, 01

Tabela 55: Problemas-teste da classe (10, 10, 15).

	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060_090	—	—	—	—	—	—	—	—
060_091	—	—	—	—	—	—	283205, 78	282199, 17
060_092	—	—	—	—	—	—	—	—
060_093	—	—	—	—	—	—	—	—
060_094	—	—	—	—	—	—	300772, 63	299368, 72
070_090	317965, 83	317186, 03	304063, 40	308257, 58	311961, 08	320837, 41	310396, 88	308825, 91
070_091	284500, 77	286381, 50	270742, 16	274664, 49	282228, 63	285880, 45	280033, 44	273366, 13
070_092	322115, 60	321323, 16	307793, 67	310054, 73	319772, 74	321754, 16	313312, 34	311167, 22
070_093	277188, 12	283400, 58	265864, 83	267871, 28	277466, 08	284329, 73	276503, 69	270461, 35
070_094	301769, 06	300567, 37	283617, 68	286382, 74	293965, 80	301180, 03	296969, 78	292563, 50
080_090	311928, 44	312055, 42	297027, 73	303976, 63	308676, 67	307312, 05	307652, 16	303694, 80
080_091	279450, 25	282239, 48	262660, 11	268910, 78	277582, 25	280480, 11	275037, 69	265458, 78
080_092	315547, 16	315110, 78	299175, 72	303083, 84	310236, 91	312885, 54	308811, 75	306477, 53
080_093	270562, 85	274570, 84	259298, 69	262877, 84	263278, 37	267341, 18	272559, 84	262153, 70
080_094	295557, 75	297058, 10	277184, 50	282936, 79	286358, 12	288278, 12	292785, 66	290954, 05

Tabela 56: Problemas-teste da classe (15, 15, 15).

	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060_095	—	—	—	—	—	—	—	—
060_096	—	—	—	—	—	—	—	—
060_097	—	—	—	—	—	—	—	683110, 18
060_098	—	—	—	—	—	—	—	—
060_099	—	—	—	—	—	—	692243, 88	684813, 33
070_095	661279, 29	660556, 61	621030, 30	628129, 61	652229, 08	657786, 04	649802, 56	640407, 83
070_096	678175, 42	680383, 68	645696, 66	652011, 61	675924, 09	677016, 50	665094, 94	653477, 80
070_097	685645, 44	690837, 81	653841, 70	656114, 20	681973, 74	689015, 04	679452, 56	671119, 20
070_098	656852, 79	660459, 46	616674, 15	622644, 94	641246, 09	654995, 84	642814, 25	637367, 14
070_099	692125, 60	694422, 50	656756, 75	661828, 50	689689, 85	692696, 76	682974, 56	674900, 81
080_095	642555, 69	655327, 76	608232, 42	612107, 45	642306, 32	638814, 48	644892, 50	629835, 55
080_096	664823, 60	665453, 81	628564, 21	635308, 20	656675, 74	660334, 48	657977, 88	645398, 57
080_097	670280, 29	678047, 38	635320, 30	645675, 09	651413, 89	662295, 57	668725, 13	657187, 61
080_098	651920, 64	649890, 17	600816, 11	614459, 59	628663, 53	641512, 95	637594, 00	624139, 51
080_099	679122, 38	679498, 81	641768, 53	647587, 72	670626, 40	678887, 39	673426, 81	667941, 33



## *APÊNDICE D – Tempos Computacionais*

As tabelas de tempos computacionais das heurísticas da literatura e das metaheurísticas propostas, analogamente aos resultados computacionais, foram divididos por classe de problemas-teste. Em todas tabelas, a primeira coluna define o código do problema-teste e as colunas seguintes apresentam os tempos computacionais das abordagens propostas e da literatura. Nesse caso, todo teste tem seu tempo computacional apresentado, mesmo que nenhuma solução tenha sido encontrada.

Tabela 57: Problemas-teste da classe (3, 3, 3).

Tempo	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060_000	0,87	0,02	0,19	0,37	0,69	0,14	0,58
060_001	0,66	0,05	0,16	0,34	0,78	0,05	0,48
060_002	0,45	0,06	0,22	0,45	0,53	0,06	0,66
060_003	0,53	0,03	0,27	0,61	0,69	0,12	0,69
060_004	0,72	0,06	0,16	0,61	0,44	0,12	0,72
070_000	0,34	0,05	0,14	0,31	0,47	0,11	0,67
070_001	0,36	0,03	0,14	0,41	0,39	0,08	0,67
070_002	0,34	0,05	0,14	0,39	0,47	0,08	0,69
070_003	0,30	0,02	0,16	0,30	0,30	0,06	0,76
070_004	0,30	0,05	0,14	0,30	0,37	0,09	0,69
080_000	0,39	0,03	0,14	0,64	0,55	0,09	0,50
080_001	0,28	0,00	0,14	0,37	0,44	0,08	0,45
080_002	0,30	0,05	0,09	0,47	0,66	0,05	0,44
080_003	0,30	0,03	0,12	0,61	0,41	0,09	0,50
080_004	0,28	0,02	0,12	0,39	0,37	0,05	0,39

Tabela 58: Problemas-teste da classe (5, 3, 3).

Tempo	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060_005	6,71	0,09	0,80	3,53	3,51	0,09	0,76
060_006	12,71	0,11	0,72	1,73	1,64	0,11	2,11
060_007	36,60	0,08	0,61	2,61	2,76	0,12	2,48
060_008	37,66	0,09	0,47	2,32	2,67	0,16	2,14
060_009	49,20	0,06	0,84	2,15	2,18	0,16	1,81
070_005	14,13	0,06	1,00	1,76	2,85	0,16	1,87
070_006	4,40	0,05	0,70	1,61	1,64	0,12	1,39
070_007	17,99	0,06	0,50	2,09	2,64	0,16	1,79
070_008	20,42	0,08	0,41	2,03	2,96	0,12	1,81
070_009	3,92	0,06	0,67	1,36	1,79	0,16	1,95
080_005	12,42	0,06	0,69	1,83	1,83	0,16	1,58
080_006	1,79	0,05	0,51	1,87	1,31	0,12	1,54
080_007	9,08	0,05	0,51	1,81	2,12	0,17	1,79
080_008	4,20	0,06	0,48	2,00	1,76	0,14	1,31
080_009	14,46	0,05	0,56	1,97	2,18	0,14	1,45

Tabela 59: Problemas-teste da classe (3, 5, 3).

Tempo	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060_010	0,70	0,05	0,39	0,66	0,64	0,17	0,87
060_011	0,11	0,05	0,09	0,05	0,09	0,03	0,08
060_012	0,90	0,09	0,37	0,97	0,80	0,08	0,80
060_013	0,16	0,08	0,25	0,11	0,14	0,06	0,23
060_014	0,64	0,08	0,30	0,84	0,69	0,12	0,72
070_010	0,48	0,03	0,30	0,36	0,67	0,06	1,26
070_011	0,05	0,05	0,20	0,06	0,06	0,06	0,23
070_012	0,48	0,02	0,23	0,67	0,56	0,11	0,67
070_013	0,16	0,03	0,23	0,19	0,17	0,08	0,31
070_014	0,34	0,03	0,25	0,55	0,55	0,11	0,61
080_010	0,44	0,02	0,20	0,64	0,50	0,11	0,78
080_011	0,42	0,05	0,31	0,55	0,61	0,09	0,59
080_012	0,45	0,05	0,19	0,75	0,56	0,11	0,64
080_013	0,33	0,03	0,20	0,69	0,76	0,09	0,48
080_014	0,41	0,02	0,20	0,69	0,78	0,08	0,53

Tabela 60: Problemas-teste da classe (3, 3, 5).

Tempo	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060_015	1,39	0,08	0,41	0,67	1,22	0,14	1,47
060_016	0,48	0,05	0,51	0,19	0,22	0,06	0,14
060_017	0,17	0,06	0,66	0,14	0,12	0,08	0,33
060_018	0,73	0,06	0,30	0,64	0,81	0,17	1,84
060_019	0,16	0,06	0,36	0,12	0,11	0,08	0,33
070_015	0,87	0,03	0,37	0,75	0,97	0,14	1,39
070_016	0,78	0,05	0,33	0,51	0,66	0,17	1,15
070_017	1,44	0,03	0,55	0,86	1,01	0,16	1,54
070_018	0,72	0,02	0,39	0,47	0,78	0,16	1,54
070_019	1,15	0,05	0,37	0,59	0,78	0,16	1,67
080_015	0,76	0,02	0,31	1,12	1,08	0,14	0,98
080_016	0,56	0,05	0,31	0,80	0,80	0,14	0,84
080_017	0,80	0,05	0,47	0,69	0,76	0,16	0,86
080_018	0,59	0,03	0,28	0,78	0,73	0,11	0,80
080_019	0,97	0,02	0,31	0,61	0,90	0,14	0,92

Tabela 61: Problemas-teste da classe (5, 5, 5).

Tempo	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060_020	7200,04	0,31	13,45	45,71	42,00	0,98	2,95
060_021	7200,05	0,23	64,10	20,30	17,53	0,42	6,85
060_022	3303,01	0,31	17,22	45,12	43,98	0,28	2,20
060_023	7200,05	0,20	16,26	28,38	26,07	0,30	2,29
060_024	35,55	0,30	10,09	36,07	36,15	0,36	3,63
070_020	7200,02	0,23	23,04	17,28	22,54	0,58	6,90
070_021	7200,02	0,19	28,91	11,29	11,15	0,56	4,91
070_022	1611,55	0,27	32,34	19,34	18,66	0,58	5,82
070_023	5981,59	0,27	26,40	11,15	12,59	0,50	6,19
070_024	7200,12	0,27	27,85	62,62	55,69	0,72	7,92
080_020	3704,62	0,23	22,99	13,65	15,02	0,55	6,88
080_021	769,66	0,14	17,14	6,82	6,51	0,41	5,23
080_022	2161,41	0,23	31,51	9,34	9,19	0,39	6,02
080_023	1117,70	0,19	28,00	12,60	13,67	0,44	5,77
080_024	7200,01	0,27	25,01	27,46	38,36	0,56	6,04

Tabela 62: Problemas-teste da classe (7, 5, 5).

Tempo	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060_025	7200,10	0,73	321,95	302,58	329,22	1,22	23,03
060_026	7200,04	0,86	444,52	393,62	354,65	1,22	27,13
060_027	7200,09	0,86	223,38	249,12	294,36	1,59	23,38
060_028	7200,05	1,00	365,84	448,78	476,08	1,50	31,70
060_029	7200,10	1,05	349,65	1196,51	908,04	0,95	43,71
070_025	7200,09	0,55	207,42	223,69	228,73	1,12	21,11
070_026	7200,05	0,80	354,40	247,14	307,60	1,06	25,66
070_027	7200,30	0,66	194,27	438,35	483,63	1,15	20,36
070_028	7200,09	0,61	367,44	348,79	330,58	1,23	25,83
070_029	7200,04	0,72	265,81	373,90	575,49	1,25	29,61
080_025	7200,04	0,58	211,12	219,20	241,82	1,01	18,63
080_026	7200,10	0,61	253,84	293,06	257,60	1,01	23,88
080_027	7200,02	0,61	160,95	167,12	184,08	1,14	19,69
080_028	7200,07	0,67	230,93	230,10	183,52	1,11	24,52
080_029	7200,07	0,61	161,71	229,43	186,44	1,11	25,65

Tabela 63: Problemas-teste da classe (5, 7, 5).

Tempo	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060_030	125,83	0,58	30,73	77,70	77,59	0,97	3,96
060_031	105,83	0,59	30,17	121,70	121,40	0,66	5,02
060_032	109,09	0,41	19,92	54,93	54,96	0,51	4,07
060_033	30,11	0,47	16,74	19,69	19,58	0,48	4,24
060_034	77,69	0,62	21,53	8,60	8,47	0,19	3,24
070_030	7200,09	0,56	16,68	61,28	70,22	0,92	12,40
070_031	205,30	0,45	51,65	75,02	74,94	0,50	3,79
070_032	1868,95	0,37	32,89	27,35	26,94	0,70	8,83
070_033	130,73	0,42	57,13	63,18	63,23	0,50	4,49
070_034	173,04	0,45	60,59	79,75	79,59	0,56	2,68
080_030	7200,02	0,34	28,28	64,21	68,58	0,69	10,44
080_031	7200,07	0,34	34,80	43,06	51,37	0,76	8,81
080_032	2537,11	0,34	70,89	37,38	38,33	0,51	7,60
080_033	7200,04	0,36	99,08	23,01	20,37	0,66	9,98
080_034	7200,02	0,53	64,38	59,26	52,76	0,78	10,47

Tabela 64: Problemas-teste da classe (5, 5, 7).

Tempo	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060_035	7200,07	0,55	162,07	43,87	64,46	1,22	15,51
060_036	7200,05	0,55	783,03	60,65	83,63	1,29	16,30
060_037	7200,02	0,47	227,04	43,73	44,41	0,45	5,34
060_038	7200,09	0,48	341,36	42,45	45,71	1,31	15,30
060_039	7200,07	0,50	375,10	77,36	52,43	1,12	16,10
070_035	7200,09	0,37	104,43	40,67	30,11	0,95	12,82
070_036	7200,05	0,39	324,17	45,01	58,28	1,15	14,04
070_037	7200,02	0,36	169,93	38,41	33,59	1,06	13,35
070_038	7200,02	0,37	400,69	43,70	29,31	1,03	11,65
070_039	7200,05	0,33	203,69	24,68	31,98	0,98	12,09
080_035	7200,04	0,33	80,57	29,19	27,74	0,90	12,48
080_036	7200,13	0,41	172,99	24,68	22,50	0,95	11,76
080_037	7200,01	0,39	114,04	31,61	23,10	0,90	11,11
080_038	7200,07	0,27	192,88	34,29	28,36	0,78	10,83
080_039	7200,07	0,33	112,48	24,79	21,36	0,94	11,22

Tabela 65: Problemas-teste da classe (7, 7, 7).

Tempo	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060_040	7200,05	3,31	7200,12	2956,42	3129,24	7,49	181,37
060_041	7200,04	3,96	7200,09	1028,84	1029,11	6,57	54,40
060_042	7200,04	3,40	7200,02	2515,30	2445,21	4,96	121,85
060_043	461,01	3,17	2283,76	172,04	172,15	1,37	33,49
060_044	7200,12	3,42	7200,04	2057,20	3614,78	8,66	188,34
070_040	7200,13	2,51	7200,38	2014,28	1532,83	5,46	131,48
070_041	7200,07	2,54	7200,09	1611,69	3154,73	4,35	122,43
070_042	7200,07	2,34	7200,15	1899,45	2220,42	3,92	76,61
070_043	7200,15	1,97	7200,04	1028,64	1028,61	3,63	29,53
070_044	7200,13	2,48	7200,09	2692,94	2419,28	5,69	127,92
080_040	7200,09	2,26	7200,04	1386,44	1120,88	4,38	104,30
080_041	7200,16	2,59	7200,05	1351,30	1316,84	3,56	92,91
080_042	7200,10	3,06	7200,05	1314,53	1508,31	3,85	71,84
080_043	7200,21	1,90	7148,96	1212,39	1023,69	3,49	77,30
080_044	7200,13	2,67	4673,34	1333,31	1265,93	4,91	101,32

Tabela 66: Problemas-teste da classe (10, 5, 5).

Tempo	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060_045	7200,12	3,09	1975,88	5764,07	5363,36	3,78	148,45
060_046	7200,18	3,45	4557,48	4907,96	5887,62	5,43	199,77
060_047	7200,04	3,06	5633,85	1440,06	1440,06	5,99	77,92
060_048	7200,05	2,31	3856,49	7200,02	3249,39	3,18	149,01
060_049	7200,09	3,93	3627,58	5763,58	5796,01	6,18	268,01
070_045	7200,09	2,32	3032,04	5444,87	4120,19	3,20	119,65
070_046	7200,02	2,40	6037,69	4527,93	4570,61	3,10	134,38
070_047	7200,35	2,36	6005,96	1440,37	3652,26	2,87	154,25
070_048	7200,24	2,18	7200,05	5390,68	3150,47	2,92	121,85
070_049	7200,34	2,20	2116,33	1440,06	1440,06	3,10	144,63
080_045	7200,12	2,15	4997,93	3089,40	2663,39	2,51	101,31
080_046	7200,04	2,56	4483,73	4583,08	4407,59	2,75	117,11
080_047	7200,13	2,37	7200,09	5277,65	3493,72	2,68	109,87
080_048	7200,05	1,70	1453,93	2619,51	2557,95	2,57	113,16
080_049	7200,16	2,62	2067,17	5775,20	3654,00	3,17	132,98

Tabela 67: Problemas-teste da classe (5, 10, 5).

Tempo	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060_050	96,50	1,47	32,65	49,89	49,92	4,77	23,01
060_051	7200,04	1,01	257,14	215,52	297,81	1,54	25,66
060_052	7200,04	0,86	122,18	163,29	97,28	1,09	16,46
060_053	7200,01	1,22	66,82	775,03	775,12	1,09	10,45
060_054	339,61	0,97	19,97	299,13	298,99	1,23	13,21
070_050	558,53	1,22	155,66	288,96	289,27	1,61	12,85
070_051	7200,05	0,89	147,25	233,66	208,54	1,42	22,93
070_052	4096,63	0,64	80,73	68,17	61,18	0,98	12,95
070_053	7200,07	0,78	62,15	249,35	295,51	1,03	16,49
070_054	7200,02	0,86	65,85	163,57	175,33	1,00	19,98
080_050	7200,05	1,26	171,13	89,51	120,62	1,51	24,02
080_051	7200,04	0,69	129,11	184,99	180,31	0,95	16,38
080_052	3025,42	0,48	57,89	89,72	87,77	0,90	11,31
080_053	7200,05	0,66	31,75	112,41	139,42	1,14	15,72
080_054	7200,07	0,56	63,07	70,90	86,52	0,86	16,35

Tabela 68: Problemas-teste da classe (5, 5, 10).

Tempo	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060_055	7200,04	0,64	7200,05	120,85	156,87	2,61	27,85
060_056	7200,10	0,83	7200,05	125,92	100,53	3,10	31,50
060_057	7200,07	0,64	4512,13	82,60	130,49	2,22	28,55
060_058	218,03	0,80	7200,07	94,40	94,29	0,97	4,35
060_059	7200,09	1,03	7200,07	200,40	128,59	1,09	6,86
070_055	7200,07	0,53	3130,25	71,40	80,93	2,18	27,49
070_056	7200,13	0,62	3976,95	101,37	69,23	2,40	27,55
070_057	7200,04	0,58	1839,19	73,65	76,36	1,84	22,99
070_058	7200,05	0,67	7200,04	19,19	57,66	2,29	24,21
070_059	7200,02	0,69	5911,83	64,88	71,73	2,25	26,27
080_055	7200,07	0,55	1312,81	61,60	47,71	1,79	24,06
080_056	7200,09	0,50	1507,14	86,46	58,87	1,98	24,99
080_057	7200,04	0,41	1837,22	61,23	46,96	1,62	21,43
080_058	7200,07	0,50	6721,01	69,37	36,50	1,95	22,73
080_059	7200,09	0,67	5898,88	43,95	55,22	1,97	22,01



Tabela 69: Problemas-teste da classe (10, 7, 7).

Tempo	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060.060	7200, 21	16, 75	7200, 23	1028, 72	1028, 83	37, 61	595, 78
060.061	7200, 24	14, 31	7200, 32	1028, 76	1028, 76	54, 37	469, 16
060.062	7200, 13	13, 14	7200, 13	2057, 25	2057, 39	22, 50	1219, 19
060.063	7200, 18	24, 43	7200, 21	1028, 90	1028, 67	73, 29	578, 53
060.064	7200, 18	10, 89	7200, 16	1028, 76	1028, 75	36, 80	1681, 91
070.060	7200, 12	14, 82	7200, 29	3085, 82	2057, 26	17, 32	1115, 98
070.061	7200, 15	12, 98	7200, 10	1028, 62	1028, 65	13, 76	868, 33
070.062	7200, 09	8, 60	7200, 18	5357, 29	4900, 94	13, 07	986, 38
070.063	7200, 09	9, 58	7200, 15	6192, 43	2057, 28	16, 99	399, 52
070.064	7200, 26	7, 08	7200, 18	6177, 66	5254, 75	14, 55	1030, 14
080.060	7200, 13	12, 89	7200, 21	2057, 22	6173, 72	11, 37	738, 88
080.061	7200, 21	11, 73	7200, 10	6176, 06	5201, 87	9, 31	732, 92
080.062	7200, 43	6, 72	7200, 19	1028, 72	1028, 65	10, 84	708, 43
080.063	7200, 29	14, 06	7200, 21	1028, 69	1028, 64	11, 50	904, 42
080.064	7200, 10	10, 36	7200, 15	1028, 72	1028, 62	10, 97	695, 59

Tabela 70: Problemas-teste da classe (7, 10, 7).

Tempo	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060.065	7200, 38	8, 27	7200, 12	2057, 20	2057, 25	14, 12	381, 61
060.066	7200, 12	12, 21	7200, 13	1028, 67	1028, 72	50, 68	171, 62
060.067	7200, 18	6, 30	7200, 07	6171, 74	4737, 97	13, 15	397, 69
060.068	7200, 12	8, 13	7200, 13	1028, 64	1028, 65	13, 07	193, 24
060.069	7200, 16	12, 99	7200, 09	1028, 65	1028, 72	41, 89	207, 54
070.065	7200, 18	6, 99	7200, 09	4260, 89	4930, 60	10, 30	348, 55
070.066	7200, 26	5, 19	7200, 10	5281, 10	4643, 21	12, 95	352, 44
070.067	7200, 12	4, 34	7200, 05	3732, 89	3565, 37	9, 27	238, 93
070.068	7200, 07	5, 16	7200, 16	3753, 87	4544, 43	10, 67	383, 97
070.069	7200, 04	8, 91	7200, 09	1028, 69	1028, 65	7, 16	216, 48
080.065	7200, 13	5, 16	7200, 12	1028, 81	2512, 94	6, 79	210, 91
080.066	7200, 13	5, 13	7200, 15	1028, 75	4385, 06	7, 00	262, 14
080.067	7200, 12	4, 20	7200, 10	2977, 61	3526, 86	7, 04	202, 07
080.068	7200, 15	5, 88	7200, 04	3486, 12	4214, 69	10, 62	279, 35
080.069	7200, 41	6, 33	7200, 12	3504, 66	3634, 17	12, 01	357, 20

Tabela 71: Problemas-teste da classe (7, 7, 10).

Tempo	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060.070	7200, 19	7, 63	7200, 12	720, 12	720, 15	10, 83	168, 12
060.071	7200, 15	4, 40	7200, 12	3796, 81	3839, 12	11, 50	379, 22
060.072	7200, 16	7, 52	7200, 16	2160, 07	5358, 31	17, 64	502, 09
060.073	7200, 13	7, 47	7200, 16	720, 15	720, 07	29, 34	76, 24
060.074	7200, 09	5, 52	7200, 12	1440, 08	3941, 72	6, 65	81, 82
070.070	7200, 10	4, 90	7200, 07	5025, 04	4352, 40	14, 43	570, 76
070.071	7200, 09	2, 84	7200, 13	2847, 49	2509, 00	8, 11	250, 91
070.072	7200, 13	4, 38	7200, 10	3593, 36	3598, 82	13, 88	356, 34
070.073	7200, 13	5, 04	7200, 19	3501, 30	3900, 13	9, 53	365, 48
070.074	7200, 19	4, 37	7200, 04	3165, 93	3799, 56	10, 48	291, 78
080.070	7200, 18	3, 88	7200, 13	4358, 47	3101, 44	10, 48	352, 34
080.071	7200, 18	2, 46	7200, 10	2194, 53	1560, 31	6, 43	207, 04
080.072	7200, 07	3, 71	7200, 09	4127, 77	2427, 16	9, 91	239, 91
080.073	7200, 04	4, 62	7200, 13	3323, 29	2645, 71	10, 00	252, 08
080.074	7200, 37	3, 10	7200, 10	3567, 18	1866, 35	9, 53	233, 14

Tabela 72: Problemas-teste da classe (10, 10, 10).

Tempo	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060.075	7200, 57	86, 53	7200, 30	720, 32	720, 30	203, 58	72, 24
060.076	7200, 30	125, 57	7200, 21	720, 27	720, 18	401, 16	72, 29
060.077	7200, 38	88, 69	7200, 30	720, 43	720, 30	260, 27	72, 40
060.078	7200, 37	100, 61	7200, 21	720, 24	720, 23	1157, 84	72, 24
060.079	7200, 49	104, 21	7200, 48	720, 15	720, 24	267, 21	72, 46
070.075	7200, 35	65, 74	7200, 19	720, 13	720, 37	110, 81	72, 12
070.076	7200, 77	71, 11	7200, 60	720, 15	720, 18	185, 38	72, 29
070.077	7200, 27	76, 53	7200, 52	720, 15	720, 24	85, 86	72, 32
070.078	7200, 52	81, 84	7200, 21	720, 32	720, 30	192, 12	72, 23
070.079	7200, 19	83, 51	7200, 35	720, 23	720, 21	235, 84	72, 26
080.075	7200, 37	43, 20	7200, 24	720, 18	720, 24	94, 04	288, 27
080.076	7200, 41	62, 03	7200, 21	720, 18	720, 41	130, 49	4118, 74
080.077	7200, 37	65, 35	7200, 41	6487, 27	1440, 23	91, 09	72, 21
080.078	7200, 32	66, 44	7200, 34	720, 27	720, 33	141, 95	144, 24
080.079	7200, 37	42, 60	7200, 29	720, 24	720, 26	123, 41	4735, 69

Tabela 73: Problemas-teste da classe (15, 10, 10).

Tempo	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060.080	7201, 19	635, 88	7201, 05	721, 02	720, 93	2850, 67	48, 89
060.081	7200, 96	507, 03	7200, 74	720, 85	720, 80	1468, 83	49, 08
060.082	7200, 77	669, 09	7200, 82	720, 90	720, 83	1785, 54	48, 67
060.083	7200, 65	400, 83	7201, 04	720, 93	720, 88	1002, 56	48, 84
060.084	7200, 88	995, 46	7201, 16	720, 87	720, 76	1651, 83	49, 00
070.080	7201, 16	312, 86	7201, 68	720, 87	720, 96	1430, 03	48, 83
070.081	7201, 99	267, 88	7201, 10	720, 66	721, 04	746, 62	48, 78
070.082	7201, 12	331, 72	7200, 88	721, 04	721, 26	928, 75	48, 84
070.083	7200, 63	349, 68	7202, 55	720, 79	721, 02	576, 36	48, 73
070.084	7201, 16	363, 01	7200, 79	720, 69	720, 68	915, 90	48, 80
080.080	7201, 16	254, 20	7200, 99	720, 83	720, 87	667, 84	48, 75
080.081	7202, 36	229, 21	7201, 12	721, 29	720, 68	521, 28	48, 80
080.082	7200, 91	270, 74	7201, 21	720, 72	721, 13	547, 08	48, 94
080.083	7201, 19	878, 16	7201, 02	721, 32	721, 75	594, 47	49, 02
080.084	7200, 74	219, 85	7200, 80	721, 02	720, 69	778, 77	48, 91

Tabela 74: Problemas-teste da classe (10, 15, 10).

Tempo	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060.085	7200, 34	450, 56	7200, 49	720, 57	720, 43	537, 49	72, 48
060.086	7200, 63	391, 09	7200, 46	720, 43	720, 24	889, 92	72, 84
060.087	7200, 41	465, 09	7200, 24	720, 27	720, 62	2389, 92	72, 21
060.088	7200, 49	541, 78	7200, 44	720, 33	720, 33	967, 42	72, 46
060.089	7200, 52	453, 32	7200, 62	720, 41	720, 23	824, 70	72, 35
070.085	7200, 88	249, 38	7200, 57	720, 26	720, 44	759, 24	72, 43
070.086	7200, 99	280, 22	7200, 55	720, 46	720, 40	555, 57	72, 38
070.087	7200, 46	310, 04	7200, 62	720, 38	720, 46	936, 19	72, 67
070.088	7200, 85	321, 14	7200, 40	720, 41	720, 37	556, 95	72, 45
070.089	7201, 12	215, 28	7200, 29	720, 30	720, 27	690, 01	72, 43
080.085	7200, 87	193, 27	7200, 35	720, 35	720, 46	415, 35	72, 43
080.086	7200, 41	295, 81	7200, 29	720, 35	720, 46	437, 99	72, 31
080.087	7200, 40	136, 80	7200, 54	720, 48	720, 52	458, 60	72, 71
080.088	7200, 69	220, 84	7200, 46	720, 23	720, 35	486, 55	72, 26
080.089	7200, 40	229, 27	7200, 46	720, 29	720, 41	476, 27	72, 35

Tabela 75: Problemas-teste da classe (10, 10, 15).

Tempo	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060.090	7200, 54	373, 23	7200, 43	480, 26	480, 39	1496, 00	48, 72
060.091	7200, 37	254, 38	7200, 48	480, 25	480, 48	463, 88	48, 24
060.092	7200, 51	341, 42	7200, 51	480, 39	480, 37	646, 75	48, 33
060.093	7200, 83	268, 24	7200, 58	480, 30	480, 53	591, 06	48, 63
060.094	7200, 66	256, 64	7200, 62	480, 33	480, 28	1070, 60	48, 70
070.090	7201, 02	216, 72	7200, 74	480, 39	480, 41	744, 75	48, 53
070.091	7200, 38	130, 51	7200, 37	480, 33	480, 30	512, 82	48, 36
070.092	7200, 48	219, 85	7200, 48	480, 42	480, 20	865, 93	48, 52
070.093	7200, 66	116, 63	7200, 48	480, 64	480, 45	511, 09	48, 45
070.094	7200, 46	157, 83	7201, 43	480, 22	480, 42	578, 20	48, 72
080.090	7200, 85	178, 03	7200, 49	480, 30	480, 25	544, 58	48, 30
080.091	7200, 63	112, 49	7200, 41	480, 48	480, 36	431, 51	48, 44
080.092	7200, 79	147, 76	7200, 35	480, 36	480, 41	626, 47	48, 36
080.093	7200, 41	109, 39	7200, 63	480, 33	480, 28	406, 06	48, 45
080.094	7200, 51	91, 09	7200, 43	480, 39	480, 30	402, 50	49, 06

Tabela 76: Problemas-teste da classe (15, 15, 15).

Tempo	MIP	LB1	LB2	RH1	RH2	RH3	RF1
060.095	7201, 80	4417, 54	7201, 54	482, 12	482, 21	7202, 07	32, 00
060.096	7201, 82	7204, 36	7201, 79	481, 98	591, 66	7203, 63	32, 00
060.097	7202, 30	7202, 99	7202, 05	481, 90	482, 20	7201, 91	32, 00
060.098	7202, 32	7209, 79	7201, 90	482, 01	481, 87	7201, 79	32, 00
060.099	7202, 10	7671, 52	7201, 63	481, 75	482, 15	7202, 88	32, 00
070.095	7202, 02	2789, 34	7201, 91	482, 15	488, 81	7203, 10	32, 00
070.096	7202, 35	2449, 47	7201, 88	481, 90	481, 90	6226, 12	32, 00
070.097	7202, 38	4033, 41	7201, 83	482, 12	481, 81	7202, 89	32, 00
070.098	7202, 69	5746, 67	7201, 80	481, 70	481, 89	7202, 29	32, 00
070.099	7201, 90	3199, 42	7201, 60	482, 42	482, 17	7202, 82	32, 00
080.095	7200, 77	1623, 35	7201, 68	481, 84	481, 89	5949, 91	32, 00
080.096	7201, 72	6719, 52	7201, 88	481, 87	481, 50	6887, 71	32, 00
080.097	7200, 58	3310, 50	7201, 85	481, 79	481, 86	7202, 96	32, 00
080.098	7202, 14	2035, 70	7201, 90	481, 54	481, 81	6808, 10	32, 00
080.099	7201, 83	2007, 06	7202, 19	481, 54	481, 68	7202, 89	32, 00

Tabela 77: Problemas-teste da classe (3, 3, 3).

Tempo	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060.000	4, 29	7, 68	13, 45	15, 35	3, 23	5, 10	5, 79	23, 57
060.001	8, 44	14, 63	11, 37	16, 54	9, 55	8, 53	5, 48	23, 59
060.002	3, 09	10, 37	10, 61	15, 62	3, 59	3, 29	5, 73	23, 90
060.003	6, 80	5, 23	12, 31	15, 99	7, 55	6, 72	5, 46	20, 39
060.004	7, 75	5, 49	10, 70	14, 66	3, 81	3, 43	5, 60	24, 01
070.000	4, 70	5, 09	10, 73	13, 29	5, 30	5, 23	2, 08	15, 20
070.001	9, 64	7, 44	25, 19	12, 25	6, 60	9, 75	1, 81	14, 66
070.002	4, 03	5, 20	64, 46	12, 90	6, 44	6, 97	1, 92	14, 62
070.003	6, 75	23, 32	9, 89	19, 16	7, 78	14, 51	2, 05	20, 02
070.004	10, 31	5, 23	38, 89	11, 25	5, 66	6, 94	2, 00	15, 02
080.000	8, 55	4, 82	9, 33	9, 92	9, 08	10, 06	2, 00	14, 80
080.001	9, 70	4, 77	8, 44	10, 66	8, 24	7, 94	1, 76	13, 21
080.002	9, 49	9, 80	10, 39	12, 29	5, 51	9, 69	1, 89	14, 04
080.003	7, 82	12, 00	16, 82	12, 17	8, 31	10, 08	2, 03	16, 10
080.004	10, 69	5, 88	8, 69	10, 34	10, 08	6, 07	1, 81	13, 82

Tabela 78: Problemas-teste da classe (5, 3, 3).

Tempo	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060.005	13, 18	14, 28	12, 72	17, 97	6, 97	10, 00	3, 31	20, 72
060.006	10, 66	11, 83	10, 23	13, 17	6, 49	7, 80	2, 96	17, 00
060.007	8, 55	9, 45	17, 29	24, 32	7, 71	12, 01	3, 90	23, 82
060.008	10, 97	12, 40	16, 41	20, 59	7, 46	8, 24	4, 26	28, 07
060.009	11, 79	12, 04	14, 62	18, 77	6, 24	11, 16	3, 42	21, 68
070.005	5, 37	9, 58	13, 65	14, 23	5, 26	6, 66	1, 61	16, 71
070.006	8, 91	17, 24	10, 56	13, 18	10, 30	13, 87	1, 42	14, 85
070.007	10, 61	19, 34	11, 72	18, 10	11, 97	12, 12	1, 58	15, 82
070.008	13, 11	23, 59	12, 11	13, 64	16, 07	19, 98	1, 47	16, 90
070.009	9, 36	29, 27	11, 62	17, 30	6, 80	8, 24	1, 62	16, 75
080.005	8, 16	19, 86	11, 45	15, 55	10, 44	10, 94	1, 50	15, 21
080.006	8, 33	19, 61	9, 77	13, 48	7, 74	13, 60	1, 37	13, 18
080.007	10, 89	11, 90	13, 71	24, 70	9, 58	11, 97	1, 73	16, 47
080.008	10, 42	11, 26	8, 28	13, 65	8, 10	16, 65	1, 26	13, 09
080.009	12, 92	21, 03	13, 14	21, 87	13, 79	14, 68	1, 72	16, 66

Tabela 79: Problemas-teste da classe  $(3, 5, 3)$ .

Tempo	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060.010	4, 46	24, 73	10, 36	16, 36	7, 39	18, 99	8, 46	23, 98
060.011	5, 68	23, 49	7, 96	14, 12	8, 58	17, 00	7, 89	21, 00
060.012	5, 23	8, 94	11, 33	12, 29	6, 12	7, 89	9, 10	24, 30
060.013	8, 02	12, 09	10, 44	14, 45	6, 69	11, 65	7, 94	22, 76
060.014	9, 05	8, 61	8, 66	13, 14	9, 28	9, 39	8, 80	24, 68
070.010	6, 85	15, 12	8, 46	11, 86	3, 38	5, 24	2, 40	17, 19
070.011	7, 30	18, 25	8, 78	12, 96	5, 60	12, 79	2, 09	15, 15
070.012	9, 50	20, 64	8, 69	11, 43	10, 84	9, 72	3, 14	26, 58
070.013	6, 93	7, 39	10, 08	13, 73	11, 20	11, 76	2, 45	17, 38
070.014	13, 06	11, 36	8, 16	17, 05	11, 78	14, 60	2, 34	16, 51
080.010	10, 55	15, 79	9, 36	11, 14	11, 37	14, 21	2, 54	15, 30
080.011	3, 56	4, 57	10, 75	12, 57	3, 34	4, 54	2, 26	16, 22
080.012	11, 71	14, 87	10, 67	10, 64	5, 80	16, 71	3, 23	26, 71
080.013	10, 20	12, 79	10, 84	11, 81	13, 10	12, 45	2, 39	16, 63
080.014	13, 07	8, 53	9, 53	16, 50	10, 94	10, 14	2, 39	15, 19

Tabela 80: Problemas-teste da classe  $(3, 3, 5)$ .

Tempo	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060.015	9, 63	19, 02	18, 78	26, 77	10, 72	14, 57	4, 49	28, 63
060.016	14, 15	16, 76	14, 84	19, 48	11, 89	14, 46	4, 10	23, 14
060.017	9, 44	14, 98	19, 10	23, 98	12, 11	8, 00	4, 59	30, 36
060.018	10, 78	8, 89	17, 35	17, 43	5, 76	7, 00	7, 52	27, 49
060.019	14, 69	13, 82	18, 67	20, 44	16, 04	8, 03	5, 90	33, 52
070.015	14, 77	16, 51	17, 02	19, 98	7, 50	10, 95	2, 03	23, 49
070.016	17, 80	19, 05	17, 94	19, 64	17, 11	16, 99	2, 01	21, 58
070.017	10, 26	6, 72	17, 66	25, 01	6, 10	9, 50	2, 51	24, 51
070.018	23, 46	17, 97	17, 88	18, 14	17, 05	15, 87	2, 59	19, 86
070.019	6, 49	6, 57	22, 04	22, 81	7, 25	6, 33	2, 56	29, 20
080.015	16, 91	10, 84	16, 90	20, 62	12, 06	17, 08	1, 86	20, 65
080.016	11, 40	19, 87	15, 88	18, 02	7, 33	6, 12	1, 94	19, 36
080.017	8, 03	13, 07	14, 66	17, 57	4, 65	9, 19	2, 03	21, 06
080.018	19, 56	18, 88	23, 14	16, 69	23, 63	22, 25	2, 67	20, 58
080.019	13, 29	11, 59	18, 22	18, 33	10, 08	10, 92	2, 18	22, 34

Tabela 81: Problemas-teste da classe  $(5, 5, 5)$ .

Tempo	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060.020	24, 13	38, 89	26, 07	40, 89	13, 84	39, 14	5, 26	54, 85
060.021	23, 51	69, 30	19, 55	29, 48	17, 07	29, 69	4, 56	34, 85
060.022	16, 55	35, 69	24, 52	38, 86	17, 02	29, 11	4, 68	46, 51
060.023	26, 41	27, 19	25, 16	35, 51	29, 16	23, 63	5, 04	112, 84
060.024	38, 72	36, 80	34, 23	42, 32	33, 43	35, 80	5, 70	117, 70
070.020	17, 21	39, 98	29, 73	43, 06	11, 64	61, 65	3, 81	50, 50
070.021	26, 72	63, 66	24, 73	27, 69	41, 73	33, 03	3, 25	28, 47
070.022	21, 79	42, 34	21, 61	30, 50	20, 98	49, 84	3, 01	31, 65
070.023	16, 61	38, 77	29, 58	31, 84	15, 85	18, 89	3, 42	88, 84
070.024	15, 21	37, 97	36, 85	40, 76	15, 88	37, 11	4, 28	159, 65
080.020	22, 54	47, 53	19, 78	31, 87	20, 36	22, 43	4, 57	32, 78
080.021	19, 77	25, 44	17, 29	23, 38	25, 40	50, 39	3, 00	23, 12
080.022	24, 90	45, 96	19, 67	29, 30	29, 34	39, 20	3, 10	29, 25
080.023	28, 94	23, 07	23, 14	26, 15	16, 38	27, 69	3, 76	31, 23
080.024	37, 72	85, 83	39, 90	27, 52	14, 29	28, 02	3, 90	32, 28

Tabela 82: Problemas-teste da classe  $(7, 5, 5)$ .

Tempo	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060.025	20, 20	51, 78	36, 85	37, 74	40, 28	88, 95	6, 01	45, 55
060.026	22, 42	102, 98	48, 42	54, 60	36, 65	24, 27	6, 62	64, 09
060.027	21, 95	70, 45	32, 29	45, 16	22, 12	28, 91	8, 77	240, 69
060.028	32, 49	39, 03	34, 26	45, 10	24, 13	94, 88	5, 77	39, 73
060.029	39, 52	142, 12	49, 40	47, 49	31, 96	83, 88	7, 21	146, 17
070.025	54, 90	111, 01	25, 02	52, 46	42, 01	78, 00	4, 70	37, 38
070.026	33, 93	63, 12	30, 20	39, 06	43, 74	107, 20	4, 42	41, 14
070.027	45, 32	41, 70	23, 48	34, 66	37, 81	77, 44	4, 37	35, 35
070.028	36, 88	62, 95	20, 83	37, 74	32, 68	111, 85	4, 32	36, 93
070.029	32, 40	87, 13	26, 54	36, 74	16, 10	55, 88	4, 77	38, 95
080.025	41, 68	57, 95	24, 63	32, 76	26, 41	71, 93	4, 32	32, 12
080.026	40, 90	148, 17	26, 89	33, 81	19, 94	109, 20	4, 40	34, 74
080.027	21, 20	76, 35	24, 68	35, 74	44, 15	74, 04	3, 98	31, 47
080.028	71, 40	74, 51	19, 10	32, 53	37, 47	64, 01	4, 54	32, 31
080.029	47, 92	47, 88	23, 32	39, 73	41, 82	139, 11	4, 31	32, 82

Tabela 83: Problemas-teste da classe  $(5, 7, 5)$ .

Tempo	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060.030	37, 67	58, 49	39, 36	46, 14	19, 70	41, 57	9, 42	120, 65
060.031	18, 39	51, 12	31, 14	42, 70	20, 75	46, 99	8, 61	263, 73
060.032	28, 94	93, 87	30, 53	33, 39	27, 27	64, 10	5, 68	36, 07
060.033	30, 30	41, 36	27, 44	42, 04	17, 25	87, 13	8, 00	39, 45
060.034	40, 72	30, 39	36, 71	46, 04	25, 71	66, 50	7, 41	127, 06
070.030	40, 86	96, 30	23, 12	37, 61	24, 09	52, 37	4, 81	42, 90
070.031	49, 33	93, 83	35, 96	42, 23	21, 58	107, 83	4, 65	123, 76
070.032	22, 03	31, 09	23, 70	26, 46	22, 37	42, 82	3, 78	33, 52
070.033	41, 22	52, 18	21, 03	36, 22	21, 43	70, 86	3, 96	34, 40
070.034	26, 29	85, 05	28, 59	48, 75	22, 25	61, 84	7, 13	96, 60
080.030	42, 21	91, 68	20, 42	31, 43	55, 02	43, 56	4, 31	36, 27
080.031	45, 90	108, 75	27, 11	29, 80	20, 16	73, 60	4, 43	31, 32
080.032	27, 78	47, 39	32, 96	36, 13	25, 37	48, 66	3, 85	34, 05
080.033	36, 99	50, 67	33, 49	27, 22	41, 84	40, 61	4, 04	33, 46
080.034	43, 99	111, 34	36, 05	40, 22	35, 90	99, 84	4, 59	38, 17

Tabela 84: Problemas-teste da classe (5, 5, 7).

Tempo	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060.035	19,27	102,79	67,64	69,09	44,43	41,11	7,18	157,56
060.036	25,26	53,62	49,03	51,50	15,41	24,51	10,26	113,35
060.037	41,20	82,84	53,13	56,89	33,93	45,15	7,33	281,29
060.038	21,78	90,36	49,17	58,88	36,88	49,34	6,44	146,02
060.039	25,43	58,80	40,53	54,69	29,53	52,59	8,22	99,12
070.035	53,88	41,12	42,06	42,81	36,41	31,71	4,35	44,54
070.036	22,43	47,83	47,30	56,99	22,14	24,34	4,80	48,67
070.037	20,69	46,74	52,31	60,92	26,71	68,24	5,16	114,69
070.038	37,99	89,95	29,25	41,68	26,36	31,22	4,88	45,40
070.039	28,03	67,46	29,78	44,09	29,53	53,26	4,71	41,67
080.035	35,55	69,80	35,76	47,56	27,94	33,65	4,31	40,19
080.036	44,71	46,25	29,36	40,79	37,80	61,42	4,49	38,83
080.037	28,28	82,63	44,76	50,06	46,18	43,45	5,05	44,32
080.038	23,84	87,38	27,81	39,67	39,48	55,10	4,96	40,39
080.039	42,11	59,17	29,38	42,21	33,21	51,61	4,26	34,29

Tabela 85: Problemas-teste da classe (7, 7, 7).

Tempo	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060.040	220,15	69,89	102,12	64,30	173,41	9,33	103,04	
060.041	76,55	97,69	86,53	31,01	150,18	11,75	205,44	
060.042	89,31	49,39	74,05	52,53	74,23	10,25	157,28	
060.043	269,38	77,10	101,92	50,75	160,31	9,70	260,57	
060.044	152,82	53,43	103,02	34,40	194,78	11,39	113,37	
070.040	263,86	45,16	64,18	62,45	211,23	10,42	56,57	
070.041	157,16	51,64	74,96	54,02	86,70	8,74	72,09	
070.042	194,22	43,06	60,11	69,11	126,06	7,11	53,40	
070.043	145,83	49,02	72,24	67,46	127,56	8,86	62,68	
070.044	168,08	48,80	78,97	61,59	110,21	8,83	64,82	
080.040	266,42	37,30	60,84	57,24	73,49	7,83	55,10	
080.041	172,49	51,48	56,75	45,93	143,04	8,19	57,14	
080.042	143,83	43,62	51,90	62,11	136,72	7,15	52,60	
080.043	134,85	38,02	52,07	54,69	159,04	7,85	53,06	
080.044	304,80	39,22	62,82	70,48	277,39	7,94	52,32	

Tabela 86: Problemas-teste da classe (10, 5, 5).

Tempo	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060.045	63,73	59,19	59,56	78,05	33,32	60,29	18,11	301,25
060.046	22,76	107,19	57,21	72,26	52,81	63,31	13,11	230,94
060.047	45,32	37,39	93,54	82,84	40,19	64,16	8,74	59,65
060.048	65,37	100,25	43,90	91,82	73,70	65,77	7,85	50,39
060.049	42,89	96,00	50,18	84,19	43,91	78,28	11,42	270,12
070.045	33,49	258,62	36,24	47,39	54,48	76,52	5,93	47,14
070.046	45,44	79,28	38,34	53,26	68,97	156,31	8,68	120,85
070.047	27,19	53,70	34,28	46,02	46,27	74,07	7,52	47,07
070.048	58,08	114,77	32,87	48,47	62,53	39,75	6,35	45,38
070.049	68,35	105,80	51,46	59,11	55,30	179,42	7,41	64,83
080.045	121,76	116,22	29,38	42,17	107,33	167,78	6,30	43,57
080.046	66,69	224,84	34,71	43,57	73,09	191,90	6,15	45,66
080.047	73,26	228,84	29,48	43,43	56,94	90,39	6,10	42,04
080.048	67,52	268,18	31,44	47,84	36,52	70,75	6,63	49,03
080.049	54,48	169,26	30,59	47,78	66,93	123,04	5,82	47,75

Tabela 87: Problemas-teste da classe (5, 10, 5).

Tempo	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060.050	46,02	43,63	46,10	42,98	41,47	40,34	17,77	57,08
060.051	43,77	208,67	28,59	49,66	34,27	27,10	11,08	145,42
060.052	37,33	131,85	23,92	32,75	25,21	129,25	9,28	36,68
060.053	28,27	90,03	34,24	42,37	22,45	102,15	13,34	53,88
060.054	36,83	260,96	27,22	43,63	42,23	131,07	8,13	44,30
070.050	69,73	297,17	35,38	44,33	48,80	381,77	8,52	71,76
070.051	56,25	232,79	26,60	37,22	31,98	237,61	8,39	85,65
070.052	31,95	279,56	21,09	26,90	30,50	185,89	4,74	40,33
070.053	56,69	216,25	27,33	34,29	31,06	90,28	5,18	42,59
070.054	54,54	82,82	24,29	32,32	46,80	124,74	4,77	40,06
080.050	46,83	211,83	25,65	37,39	46,75	114,44	5,93	44,48
080.051	38,24	466,96	22,73	36,04	36,49	289,79	5,38	59,67
080.052	33,15	126,24	20,22	33,18	27,07	214,00	5,18	37,36
080.053	43,74	100,26	29,20	36,12	22,75	87,95	5,21	39,69
080.054	43,56	57,99	22,21	34,91	31,68	84,66	4,73	42,67

Tabela 88: Problemas-teste da classe (5, 5, 10).

Tempo	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060.055	34,10	106,63	77,11	87,08	36,21	63,98	10,44	66,13
060.056	45,66	85,29	48,00	102,71	41,76	74,87	39,11	96,32
060.057	29,08	43,46	64,12	91,53	27,71	57,07	12,15	85,78
060.058	54,34	41,31	66,88	92,07	31,61	30,50	54,73	84,37
060.059	41,43	137,66	67,27	84,22	45,97	103,88	40,05	95,43
070.055	40,76	167,30	62,70	65,41	29,94	97,20	8,39	67,33
070.056	45,52	119,58	77,11	120,14	40,42	72,42	10,16	87,95
070.057	32,45	54,23	67,38	74,97	33,23	47,16	7,77	70,37
070.058	51,03	70,31	78,53	76,58	33,95	61,39	12,18	66,07
070.059	52,53	97,81	78,80	103,46	44,63	106,60	12,04	103,71
080.055	33,01	92,76	70,50	57,39	34,82	109,89	7,22	51,89
080.056	53,35	95,66	58,47	78,33	31,26	61,23	8,05	68,19
080.057	49,66	100,06	52,53	60,76	46,54	65,15	9,28	64,44
080.058	92,73	88,44	46,83	61,42	40,11	64,16	11,47	58,64
080.059	50,25	94,19	57,89	66,38	40,17	180,00	9,94	58,05

Tabela 89: Problemas-teste da classe (10, 7, 7).

Tempo	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060_060	122,07	142,13	81,48	131,82	78,75	180,38	14,95	146,17
060_061	122,34	240,88	74,62	134,10	62,28	112,71	16,86	124,43
060_062	71,57	228,95	78,77	117,61	91,07	165,00	15,63	105,07
060_063	80,39	241,66	84,10	123,12	95,13	227,73	16,80	238,12
060_064	99,50	218,99	83,13	120,37	49,75	243,80	16,40	170,49
070_060	84,18	324,61	71,28	90,48	63,80	105,69	11,87	87,81
070_061	151,77	275,87	66,13	89,62	110,17	197,33	16,04	89,95
070_062	70,92	187,00	64,23	90,61	73,77	176,36	11,45	83,60
070_063	102,80	153,97	66,91	93,17	115,00	88,42	15,07	153,90
070_064	121,35	222,21	63,09	82,96	120,35	214,27	11,97	89,33
080_060	89,58	629,96	61,79	80,36	74,69	302,52	12,06	89,59
080_061	153,49	420,63	67,47	82,12	161,96	287,84	13,35	83,52
080_062	83,80	334,23	53,20	89,27	124,02	303,78	12,90	84,08
080_063	107,39	391,86	58,17	71,78	77,70	340,29	15,83	89,23
080_064	194,00	361,45	68,30	76,55	94,46	276,62	11,69	82,74

Tabela 90: Problemas-teste da classe (7, 10, 7).

Tempo	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060_065	72,57	176,73	59,73	91,87	49,45	84,29	16,61	240,37
060_066	84,80	369,60	70,82	98,37	75,33	231,65	21,51	121,46
060_067	106,27	185,59	70,33	92,96	72,98	379,04	17,36	90,34
060_068	75,30	367,93	60,54	101,15	102,15	238,90	14,87	163,27
060_069	83,31	206,22	62,57	105,05	97,86	204,17	15,84	136,22
070_065	138,64	333,16	60,87	143,97	53,80	283,58	10,59	129,65
070_066	80,97	156,30	55,04	75,61	62,14	88,92	24,43	81,06
070_067	92,54	730,18	44,99	69,37	59,36	245,16	10,95	67,84
070_068	76,61	304,17	56,77	67,89	57,14	317,88	13,53	103,13
070_069	82,15	78,67	70,51	108,75	67,33	331,50	11,70	171,41
080_065	136,22	359,85	54,91	70,95	105,02	185,47	10,36	76,99
080_066	152,88	124,05	46,60	68,00	78,45	265,81	11,56	78,84
080_067	101,56	208,04	35,94	55,78	104,32	211,27	9,59	65,71
080_068	99,79	61,67	38,25	67,00	80,75	244,66	9,89	65,75
080_069	121,06	469,28	62,35	125,71	83,41	512,57	10,00	75,58

Tabela 91: Problemas-teste da classe (7, 7, 10).

Tempo	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060_070	197,11	283,95	80,40	143,44	74,27	432,18	17,77	199,65
060_071	71,89	135,04	78,31	155,57	64,72	205,69	14,91	246,06
060_072	142,21	260,49	76,49	143,24	62,43	161,59	16,94	159,78
060_073	70,45	266,90	72,34	128,14	108,53	327,49	18,60	253,28
060_074	78,48	362,08	71,46	115,53	92,01	173,05	19,61	204,28
070_070	96,80	236,40	83,62	98,31	58,44	205,91	15,37	132,90
070_071	111,79	119,04	58,31	77,70	123,37	333,36	12,86	88,66
070_072	99,17	265,12	65,22	119,82	82,13	105,39	16,88	94,46
070_073	74,99	128,41	69,79	104,60	68,94	220,20	15,07	172,74
070_074	58,11	193,49	68,13	94,63	52,85	110,71	14,98	107,50
080_070	84,08	204,13	72,32	105,58	59,22	155,14	15,19	109,84
080_071	140,51	266,67	51,42	74,91	98,31	89,53	14,07	78,13
080_072	133,99	370,36	56,41	95,08	59,53	142,04	12,00	84,33
080_073	107,91	249,85	61,00	85,49	78,20	197,42	20,98	92,18
080_074	156,92	154,49	60,70	85,83	78,56	143,38	12,62	91,79

Tabela 92: Problemas-teste da classe (10, 10, 10).

Tempo	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060_075	120,01	480,61	108,61	188,61	238,40	512,74	37,68	242,79
060_076	139,15	388,30	116,52	198,20	101,90	567,36	51,09	303,06
060_077	237,28	493,24	117,33	202,40	139,68	583,66	44,35	327,31
060_078	163,26	880,94	123,07	210,48	169,22	1137,73	58,11	305,78
060_079	93,91	618,00	117,62	192,13	254,64	172,54	53,01	362,59
070_075	251,22	468,33	122,04	194,71	167,16	303,69	31,08	158,37
070_076	213,47	361,16	100,23	191,98	167,28	373,72	37,77	205,41
070_077	157,62	578,26	115,77	192,58	165,42	739,04	31,56	191,74
070_078	182,09	1111,07	107,73	208,03	211,21	344,50	38,61	226,54
070_079	156,61	909,14	105,11	188,39	151,04	137,48	35,37	209,88
080_075	191,34	1102,10	84,33	143,69	130,68	979,02	23,18	145,74
080_076	337,65	958,39	91,31	138,08	231,69	846,24	31,57	168,70
080_077	268,56	433,95	83,56	142,41	252,46	769,37	24,26	163,24
080_078	243,55	983,12	88,75	148,43	146,08	1422,12	31,33	172,30
080_079	175,69	997,39	88,30	139,47	327,74	283,63	28,55	162,15

Tabela 93: Problemas-teste da classe (15, 10, 10).

Tempo	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060.080	314,64	1201,83	190,60	317,43	527,24	801,28	117,17	520,09
060.081	229,40	790,66	176,05	312,50	265,03	1918,89	86,74	379,55
060.082	158,89	735,31	181,98	305,53	161,96	2487,98	101,20	383,43
060.083	342,19	1660,59	157,14	244,94	329,04	1145,86	67,53	305,79
060.084	246,01	572,35	170,98	280,62	222,18	1119,99	94,88	412,81
070.080	429,16	707,20	160,38	244,92	328,52	1130,43	69,70	353,79
070.081	432,48	704,92	145,74	233,49	458,78	1288,91	61,00	321,71
070.082	272,85	1081,51	155,07	233,91	274,28	1298,24	63,96	367,51
070.083	297,85	1112,19	133,87	212,24	284,13	1635,50	50,87	273,81
070.084	370,89	2486,80	147,61	235,01	274,02	1126,80	68,55	324,62
080.080	531,96	1645,98	131,51	222,82	454,56	806,14	53,46	261,99
080.081	547,69	2385,40	128,69	209,62	443,33	1212,91	49,20	286,73
080.082	469,56	856,07	126,38	198,51	228,35	1133,08	49,31	267,00
080.083	234,13	1901,23	124,47	194,24	351,03	1583,05	45,26	240,41
080.084	630,04	1068,97	129,37	207,98	339,15	1030,48	49,31	242,08

Tabela 94: Problemas-teste da classe (10, 15, 10).

Tempo	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060.085	228,26	1259,65	175,20	250,41	270,91	517,92	133,60	440,73
060.086	202,52	737,09	152,87	226,23	184,64	768,51	106,72	385,35
060.087	194,67	1584,99	172,96	252,54	192,13	1067,33	189,62	648,20
060.088	261,01	753,88	195,72	222,79	221,09	1019,67	152,99	579,01
060.089	319,12	297,45	346,03	324,31	300,76	289,51	175,84	853,06
070.085	328,66	1487,27	119,37	191,16	234,61	321,92	66,32	322,92
070.086	198,25	1462,85	114,91	198,61	203,43	1255,73	63,24	304,81
070.087	254,05	2773,37	132,43	217,12	285,67	1251,04	100,11	438,19
070.088	365,34	2323,62	126,88	236,75	243,53	2128,68	83,68	367,55
070.089	309,09	1262,05	127,34	210,24	266,23	606,94	88,44	459,86
080.085	375,20	1685,45	103,15	164,21	268,74	1486,14	52,50	257,36
080.086	330,08	916,90	109,26	170,03	254,48	1968,76	51,57	261,97
080.087	225,87	784,28	114,24	189,34	342,13	1492,28	73,57	317,54
080.088	389,02	1035,71	119,92	214,41	242,63	1669,93	59,27	275,75
080.089	229,66	1582,16	111,60	188,11	479,98	2141,83	66,21	326,12

Tabela 95: Problemas-teste da classe (10, 10, 15).

Tempo	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060.090	268,04	1116,20	221,19	332,78	204,99	361,92	123,66	546,22
060.091	364,12	1177,06	188,50	333,78	236,59	533,90	94,71	418,80
060.092	407,34	1266,70	217,05	352,92	266,42	1050,17	143,75	626,10
060.093	158,12	1701,63	176,55	324,81	217,59	1624,49	84,54	388,16
060.094	231,74	1004,93	204,33	358,41	273,44	641,07	112,95	578,95
070.090	363,09	1231,44	176,25	263,75	215,24	1167,23	82,26	405,59
070.091	238,59	1666,47	158,33	283,44	265,47	1870,64	62,43	322,64
070.092	325,68	952,79	176,42	272,27	253,78	1000,06	91,06	420,58
070.093	518,13	1639,71	163,19	244,20	313,05	1375,82	57,94	288,79
070.094	224,53	532,31	169,92	251,80	251,55	1209,23	81,04	447,80
080.090	365,28	1620,23	162,60	256,31	335,98	891,78	59,52	303,86
080.091	308,31	2830,95	136,16	253,16	291,24	708,85	49,33	256,89
080.092	227,93	1727,48	169,87	246,76	309,54	1484,83	67,42	344,73
080.093	422,58	984,84	135,22	239,24	300,05	585,63	49,64	257,37
080.094	478,56	845,57	143,96	250,12	418,99	884,88	68,88	424,34

Tabela 96: Problemas-teste da classe (15, 15, 15).

Tempo	AT1	AT2	AT3	AT4	AT5	AT6	ATH1	ATH2
060.095	760,82	2926,22	421,78	688,60	598,28	3816,19	901,90	2534,25
060.096	824,20	10878,32	446,38	647,98	530,12	1918,84	821,30	2712,67
060.097	476,47	1651,47	428,91	706,47	492,29	3187,16	839,29	2843,10
060.098	557,02	2268,58	404,84	674,97	865,99	1486,80	704,44	2255,23
060.099	367,10	4228,83	460,20	694,14	473,46	2069,37	886,62	2479,89
070.095	298,31	2574,36	328,60	539,79	313,97	3685,59	500,34	1480,82
070.096	870,00	2899,47	330,75	488,48	786,51	4327,55	488,63	1348,41
070.097	374,28	2809,28	352,67	537,03	637,14	2527,39	494,55	1528,81
070.098	684,02	4013,47	344,15	577,69	942,78	2982,71	472,04	1443,82
070.099	506,30	4142,75	364,04	547,80	686,70	4792,68	554,79	1568,53
080.095	1111,49	3797,05	298,21	445,93	617,05	3953,46	325,93	1025,94
080.096	969,51	4128,93	298,60	437,19	792,63	5323,41	316,79	1003,79
080.097	1013,18	8291,28	315,43	491,28	608,54	3219,41	319,23	1047,47
080.098	646,94	3090,47	307,93	469,58	1118,93	5877,42	318,62	1052,80
080.099	910,44	3444,83	293,97	456,18	566,53	7504,46	359,96	1113,69