SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito:

Assinatura : _____

Consultas por Similaridade Complexas em Gerenciadores Relacionais¹

Adriano Siqueira Arantes

Orientador: Prof. Dr. Caetano Traina Júnior

Tese apresentada ao ICMC-USP, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Ciências de Computação e Matemática Computacional.

USP - São Carlos
Fevereiro/2005

¹Este trabalho foi desenvolvido com o apoio financeiro da FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo).

Aluno: Adriano Siqueira Arantes

A Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Caetano Traina Junior

Prof. Dr. Luis Gustavo Nonato

Prof. Dr. Alberto Henrique Frade Laender

Profª. Dra. Marta Lima de Queiros Mattoso

Prof. Dr. Mauro Biajiz

À princesa Cássila e à princesinha Ana Carolina.
Aos meus pais Adalberto e Eliete.
Em memória de minha avó Ana Rita.

“Deus é forte e Deus é grande.
Quando Ele quer, não tem quem não queira.”
Ayrton Senna

Agradecimentos

A meu Pai, eu agradeço por estar sempre a meu lado, por me fazer parecer forte, por me fazer perseverar mesmo em momentos de extrema desesperança, e por jamais deixar de mostrar o meu caminho. Ó Pai, obrigado do fundo de meu coração.

A meu orientador, Prof. Dr. Caetano Traina Júnior, agradeço a oportunidade, o apoio, a confiança e a orientação concedidas a minha pessoa, tornando possível a realização deste trabalho. Obrigado também por me fazer entender melhor o significado da palavra perseverança.

À Profa. Dra. Agma Juci Machado Traina pelo conhecimento e ajuda oferecidos nestes anos de trabalho no Grupo de Base de Dados e Imagens (GBDI).

A Marcos Rodrigues Vieira agradeço pela disposição e colaboração nos trabalhos desenvolvidos juntos e também pelo apoio à realização dos experimentos durante este projeto doutorado. Obrigado pela amizade e confiança, principalmente no momentos difíceis.

Aos membros do GBDI, obrigado pela colaboração, amizade e paciência que tiveram comigo durante este doutorado. Um agradecimento especial ao cuiabano e “impressor” Josiel M. de Figueiredo.

Aos Professores Mauro Biajiz e Marina T. P. Vieira por fazerem despertar em mim o interesse pela área de Banco de Dados.

A meus tios e tias, padrinho e madrinha, irmão, irmã e demais familiares. Muito obrigado pelo carinho e amor dedicados a minha pessoa.

A meus amigos que torceram por mim mesmo não estando tão perto: ao grande Toshiba; ao pequeno Gnomo; aos compadres Leucir, Baiano, Aluísio, Mosquito; a Rubem Paulo e família; à pilota Alessandra; ao irmão gêmeo Maurício; ao Jovi, Okawa, Fernandão e André. Vocês sempre estarão em minha memória.

A todas as pessoas que, direta ou indiretamente, contribuíram para que eu chegasse até aqui.

À FAPESP, pelo apoio financeiro.

RESUMO

Em domínios de dados complexos (tais como, dados multimídia, seqüências genômicas, entre outros), a similaridade entre elementos surge naturalmente como a maneira mais adequada para consultar esses dados. Existem, basicamente, dois tipos de consulta por similaridade: por abrangência e aos k -vizinhos mais próximos. Com o aumento no volume de dados complexos armazenado em Sistemas de Gerenciamento de Bases de Dados (SGBD), também chamados neste trabalho de gerenciadores, torna-se necessário prover suporte a esses tipos de dados. Um modo de dar suporte a tipos de dados complexos nos gerenciadores atuais é incluir consultas por similaridade em seu processador de consultas, e conseqüentemente, na álgebra relacional. Este fato leva à produção de maneiras para expressar tais consultas na linguagem do gerenciador como predicados em operações de seleção. Como uma conseqüência, os principais tipos de consultas por similaridade podem ser compostos em expressões mais complexas por meio de conjunções e disjunções booleanas entre eles, isto é, consultas por similaridade complexas. Entretanto, para que um gerenciador processe consultas por similaridade complexas eficientemente, é necessário dar suporte as etapas de otimização e execução na arquitetura do processamento de consultas. Embora diversos trabalhos envolvam o desenvolvimento de algoritmos para responder a uma simples e específica consulta por similaridade, não há um algoritmo genérico apto a manipular eficientemente consultas por similaridade complexas. Além disso, a otimização de consultas por similaridade é um aspecto ainda pouco explorado na literatura. Esta tese propõe um método estruturado de como analisar consultas por similaridade complexas. Esse método é utilizado para estender a álgebra relacional por meio de regras algébricas e determinar um pequeno conjunto de algoritmos que podem ser utilizados para responder a qualquer consulta por similaridade complexa. O método proposto também permite formalizar regras para estimar a seletividade dessas consultas auxiliando na previsão de custo. Para validar os conceitos apresentados, experimentos são realizados com conjuntos de dados reais e sintéticos destacando os resultados obtidos. As regras algébricas, os algoritmos e as métricas para se estimar a seletividade podem ser utilizados por um gerenciador relacional na etapa de otimização, para derivar planos de execução eficientes para consultas por similaridade complexas. Portanto, os aspectos abordados nesta tese contribuem para permitir o uso prático de consultas por similaridade em gerenciadores relacionais.

ARANTES, A. S. *Consultas por Similaridade Complexas em Gerenciadores Relacionais*, São Carlos, 2005. 127 p. Tese de Doutorado - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - ICMC, USP.

ABSTRACT

The similarity among elements emerges naturally as the most adequate to ask about complex data (such as, multimedia and genomic sequences among others). There are two basic similarity queries: Range Query and k -Nearest Neighbor Query. The increasing volume of complex data stored in Database Management Systems (DBMS), makes it necessary to provide support for these data types. One way to support complex data types in current DBMS is to include similarity queries in its query processor, and consequently, in the relational algebra. This fact leads to produce ways to express such queries in the DBMS language as predicates in select operations. As a consequence, the two basic similarity queries can be combined in more complex expressions involving boolean conjunctions and disjunctions among them, i.e., complex similarity queries. However, for complex similarity queries to be processed efficiently in a DBMS, it is necessary to provide support in the optimization and runtime layers of the query processing. There are many works involving the development of algorithms to answer specific and simple similarity query whereas there is not a generic algorithm efficiently able to handle complex similarity queries. Furthermore, the similarity query optimization is a topic not frequently explored in the literature. This work establishes a structured method on how to analyze complex similarity queries. This method is used to extend the relational algebra through algebraic rules and to determine a small set of algorithms that can be used to answer any complex similarity query. In addition, the proposed method makes it possible to formalize rules for selectivity estimation of these queries thus assisting cost estimation. To validate the concepts presented, experiments are being performed on real and synthetic data sets that highlight meaningful results. The algebraic rules, algorithms and metrics to estimate the selectivity can be employed in the optimization process of a DBMS in order to derive efficient complex similarity query execution plans. Therefore, this work deals with essential points that enable the practical use of similarity queries in Relational Database Management Systems.

Lista de Figuras

1.1	Arquitetura descrevendo as etapas do processamento de consultas em um gerenciador relacional. Esta arquitetura é dividida em : Compilador , Otimizador e Executor	5
1.2	Pontos abordados nesta tese considerando as etapas do processamento de consultas em um gerenciador relacional - Arquitetura	8
2.1	Árvore de consulta abstrata gerada a partir da consulta expressa em SQL do Exemplo 2.1.	13
2.2	Plano de consulta inicial produzido a partir da árvore de consulta abstrata do Exemplo 2.1.	14
2.3	Plano de consulta inicial expresso na forma de árvore para a consulta SQL do Exemplo 2.2.	21
2.4	Plano de consulta alternativo movendo seleções para baixo na árvore de consulta.	21
2.5	Distribuição de valores do atributo idade da relação <i>Artista</i> considerando a distribuição uniforme (DU) e a distribuição não uniforme (DNU). . . .	26
2.6	Distribuição dos dados para o atributo idade da relação <i>Artista</i> usando histogramas <i>Equi-Width</i> e <i>Equi-Depth</i>	27
3.1	Representação dos pontos situados à distância r a partir do objeto s_q , considerando as diferentes métricas da família L_p e exemplos de consultas por abrangência utilizando essas métricas.	35
3.2	Exemplo de consultas por similaridade utilizando a função de distância L_2	37
3.3	Exemplo do uso da propriedade de desigualdade triangular no descarte (poda) de objetos.	38
3.4	Consultas Rq e suas seletividades considerando dados uniformemente distribuídos e dados agrupados.	42
3.5	Conjuntos M , N , e P compostos por dados pontuais distribuídos ao longo de uma linha e imersos em uma (M), duas (N) e três (P) dimensões.	44
3.6	<i>Distance plot</i> do conjunto de dados <i>MGCounty</i> , mostrando sua Dimensão de Correlação Fractal $\mathcal{D} \approx 1.81$	45
4.1	Regiões formadas pelos min-termos m_0^p , m_1^p e m_c^p em um espaço bidimensional com a métrica Euclidiana.	55

4.2	Regiões formadas pela expressão na forma normal disjuntiva $p_1 \vee (\neg p_2 \wedge p_3) \vee (\neg p_5 \wedge p_6) \vee (\neg p_4 \wedge p_7) \vee (\neg p_8 \wedge p_{10}) \vee (\neg p_9 \wedge p_{11}) \vee \neg p_{12}$, considerando predicados <i>range</i> e a função de distância Euclidiana em um espaço bidimensional. . . .	57
4.3	O min-termo m_a^{pq} em um espaço bi-dimensional com a métrica Euclidiana pertencente a uma expressão SCMP em DNF com pelo menos dois min-terms onde a Propriedade 12 pode ser aplicada.	62
4.4	Casos possíveis entre os valores limites dos predicados <i>range</i> e <i>k-nearest</i> , dada um conjunção entre eles usando a métrica Euclidiana em um espaço bi-dimensional e o operador $\theta = ' \leq '$	64
4.5	As três possibilidades que o min-termo m_a^{pq} pode assumir em uma expressão SCMP em DNF sendo ilustradas por regiões em um espaço métrico bi-dimensional com função de distância Euclidiana.	65
4.6	Casos possíveis entre os valores limites dos predicados <i>range</i> ou <i>k-nearest</i> , dada um disjunção entre eles usando a métrica Euclidiana em um espaço bi-dimensional e o operador $\theta = ' \leq '$	67
5.1	Como usar o <i>distance plot</i> de um conjunto de dados para estimar o número k_r de elementos.	75
5.2	Possibilidades de estimativas de seletividade para um min-termo SCMP em DNF	82
6.1	Distribuição dos conjuntos de dados utilizados nos experimentos no espaço métrico.	88
6.2	Avaliação da consulta SCSP $\sigma_{(k_e NN(s_q))} S \wedge \sigma_{(\neg k_i NN(s_q))} S$ para os conjuntos <i>Cidades</i> , <i>MetricHisto</i> e <i>MGCounty</i>	92
6.3	Avaliação da consulta SCSP $\sigma_{(k_e NN(s_q))} S \wedge \sigma_{(\neg k_i NN(s_q))} S$ para os conjuntos <i>Moedas</i> , <i>Sintético6D</i> e <i>Palavras</i>	93
6.4	Avaliação da consulta SCSP $\sigma_{(Rq(s_q, r_e))} S \wedge \sigma_{(\neg Rq(s_q, r_i))} S$ para os conjuntos <i>Cidades</i> , <i>MetricHisto</i> e <i>MGCounty</i>	94
6.5	Avaliação da consulta SCSP $\sigma_{(Rq(s_q, r_e))} S \wedge \sigma_{(\neg Rq(s_q, r_i))} S$ para os conjuntos <i>Moedas</i> , <i>Sintético6D</i> e <i>Palavras</i>	95
6.6	Comparação entre os algoritmos <i>Range()</i> e <i>RingRange()</i> com $r = r_e$ para o conjunto <i>Cidades</i>	95
6.7	Avaliação da consulta SCMP $\sigma_{(Rq(s_q, r))} S \wedge \sigma_{(k NN(s_q))} S$ ($\theta = ' \leq '$) para os conjuntos <i>Cidades</i> , <i>MetricHisto</i> e <i>MGCounty</i>	97
6.8	Avaliação da consulta SCMP $\sigma_{(Rq(s_q, r))} S \wedge \sigma_{(k NN(s_q))} S$ ($\theta = ' \leq '$) para os conjuntos <i>Moedas</i> , <i>Sintético6D</i> e <i>Palavras</i>	98
6.9	Avaliação da consulta SCMP $\sigma_{(Rq(s_q, r))} S \vee \sigma_{(k NN(s_q))} S$ ($\theta = ' \leq '$) para os conjuntos <i>Cidades</i> , <i>MetricHisto</i> e <i>MGCounty</i>	99
6.10	Avaliação da consulta SCMP $\sigma_{(Rq(s_q, r))} S \vee \sigma_{(k NN(s_q))} S$ ($\theta = ' \leq '$) para os conjuntos <i>Moedas</i> , <i>Sintético6D</i> e <i>Palavras</i>	100
6.11	Variações dos valores de k para expressões SCMP em DNF e CNF para o conjunto <i>MGCounty</i>	101
6.12	Avaliação da consulta MCMP $\left(\sigma_{(Rq(e_1, r))} S \cap \sigma_{(10 NN(e_1))} S \right) \cup \left(\sigma_{(Rq(e_2, r))} S \cap \sigma_{(10 NN(e_2))} S \right) \cup \left(\sigma_{(Rq(e_3, r))} S \cap \sigma_{(10 NN(e_3))} S \right)$ equivalente à consulta Q5 da Seção 1.3 para os conjuntos <i>Cidades</i> , <i>MetricHisto</i> e <i>MGCounty</i>	102

6.13	Avaliação da consulta MCMP $\left(\sigma_{(Rq(e_1,r))}S \cap \sigma_{(10NN(e_1))}S\right) \cup \left(\sigma_{(Rq(e_2,r))}S \cap \sigma_{(10NN(e_2))}S\right) \cup \left(\sigma_{(Rq(e_3,r))}S \cap \sigma_{(10NN(e_3))}S\right)$ equivalente à consulta Q5 da Seção 1.3 para os conjuntos <i>Moedas</i> , <i>Sintético6D</i> e <i>Palavras</i>	103
6.14	Avaliação da consulta MCMP $\left(\sigma_{(Rq(e_1,r))}S \cap \sigma_{(10NN(e_1))}S\right) \cup \left(\sigma_{(Rq(e_2,r))}S \cap \sigma_{(10NN(e_2))}S\right) \cup \left(\sigma_{(Rq(e_3,r))}S \cap \sigma_{(10NN(e_3))}S\right)$ equivalente à consulta Q5 da Seção 1.3 onde são comparados a execução da consulta MCMP completa com apenas um min-termo para o conjunto de dados <i>MetricHisto</i>	104
6.15	Escalabilidade do algoritmo <i>kAndRange()</i> utilizando tanto uma lista seqüencial (<i>SeqScan</i>) quanto a estrutura de indexação <i>Slim-tree</i> sobre o conjunto <i>Sintético30D</i>	106
6.16	Escalabilidade do algoritmo <i>kOrRange()</i> utilizando tanto uma lista seqüencial (<i>SeqScan</i>) quanto a estrutura de indexação <i>Slim-tree</i> sobre o conjunto <i>Sintético30D</i>	107
6.17	Avaliação das fórmulas de estimativa de seletividade usando o modelo baseado na teoria de fractais. Gráficos comparando a cardinalidade estimada, usando as fórmulas propostas com um erro de 30% e a cardinalidade real.	108
6.18	Avaliação das fórmulas de estimativa de seletividade usando o modelo baseado na teoria de fractais. Gráficos comparando a cardinalidade estimada, usando as fórmulas propostas e a cardinalidade real, considerando o desvio padrão.	109
A.1	Estrutura lógica dos nós índice (<i>indexNode</i>) e folha (<i>leafNode</i>) da <i>Slim-tree</i>	129
A.2	Exemplo da estrutura lógica de uma <i>Slim-tree</i> contendo 7 cadeias de caracteres com a função de distância L_{Edit}	129
A.3	Representação de uma <i>Slim-tree</i> contendo 17 objetos e sua correspondente estrutura lógica.	131
A.4	Exemplificação do mecanismo de quebra de nós segundo a política <i>MST</i> (<i>Minimal Spanning Tree</i>) em um conjunto de objetos.	132
A.5	Exemplo da aplicação do algoritmo <i>Slim-Down()</i> em três nós folha.	133

Lista de Tabelas

4.1	Consultas por similaridade e suas variações, seus respectivos predicados e algoritmos básicos utilizados para implementá-las.	49
4.2	Principais símbolos usados em expressões por similaridade complexas. . . .	50
4.3	Os algoritmos desenvolvidos e as expressões em que cada um deles é utilizado.	71
5.1	Principais símbolos utilizados neste capítulo.	74
5.2	As fórmulas de estimativa de seletividade desenvolvidas e as expressões em que cada um delas é utilizada.	85
6.1	Descrição dos conjuntos de dados reais e sintéticos utilizados nos experimentos.	87
6.2	Algoritmos normativos propostos e a respectiva composição dos algoritmos básicos para responder a consultas por similaridade complexas.	91

Siglas

CIRCE	<i>Content-based Image Retrieval Core Engine.</i>
CNF	<i>Conjunctive Normal Form</i> - Forma Normal Conjuntiva.
<i>DBM-tree</i>	<i>Density-Based Metric tree.</i>
DCF	Dimensão de Correlação Fractal.
DNF	<i>Disjunctive Normal Form</i> - Forma Normal Disjuntiva.
DNU	Distribuição Não Uniforme.
DU	Distribuição Uniforme.
<i>kNN</i>	<i>k-Nearest Neighbors Query</i> - Consulta por similaridade cujo tipo é aos <i>k</i> -Vizinhos Mais Próximos.
MAM	Método de Acesso Métrico.
MCMP	<i>Multiple Centers/Multiple Predicate types</i> - Múltiplos Centros/Tipos de Predicados Diferentes.
MST	<i>Minimal Spanning Tree</i> - Árvore de Caminho Mínimo.
<i>MVP-tree</i>	<i>Multi-Vantage Point tree.</i>
OID	<i>Object Identification</i> - código de identificação do objetos.
<i>Rq</i>	<i>Range Query</i> - Consulta por similaridade cujo tipo é por Abrangência.
SCMP	<i>Single Center/Multiple Predicate types</i> - Mesmo Centro/Tipos de Predicados Diferentes.
SCSP	<i>Single Center/Single Predicate</i> - Mesmo Centro/Mesmo Tipo de Predicado.
SGBD	Sistema de Gerenciamento de Bases de Dados.
SQL	<i>Structured Query Language.</i>
SQL/MM	<i>SQL Multimedia Spatial Standard.</i>

Tabela de Símbolos

$\mathbb{S}$	Conjunto de todos os elementos válidos no domínio de objetos.
S	Conjunto de dados onde as consultas são feitas. $S \subseteq \mathbb{S}$
ν	Número total de objetos de um conjunto de dados S .
$d(s_i, s_j)$	Função de distância métrica ou função de dissimilaridade. $d : \mathbb{S} \times \mathbb{S} \rightarrow \mathbb{R}^+, s_i, s_j \in \mathbb{S}$
s_q	Objeto de referência, objeto de busca ou objeto centro da consulta. $s_q \in \mathbb{S}$
r	Raio de uma consulta por abrangência. $r \geq 0$
k	Número de objetos que se deseja recuperar em uma consulta aos k -vizinhos mais próximos. $k \geq 1$
$Rq(s_q, r)$	Predicado de uma consulta por abrangência - predicado <i>range</i> .
$kNN(s_q)$	Predicado de uma consulta aos k -vizinhos mais próximos - predicado <i>k-nearest</i> .
p_i, q_i	Predicado do tipo p , onde p representa apenas predicados <i>range</i> ou <i>k-nearest</i> e q representa o outro tipo de predicado.
u_i, v_i	Valor limite do predicado p_i . Se $p_i = Rq(s_q, r) \Rightarrow u_i = r$, senão $u_i = k$, e v_i é o valor do outro tipo de predicado.
m_i^p, m_i^q	Conjunção de predicados de um tipo. Usado em expressões SCSP . $m_i^p = \neg p_g \wedge p_k \quad m_i^q = \neg q_h \wedge q_j$
m_i^{pq}	Conjunção envolvendo os predicados <i>range</i> e <i>k-nearest</i> . Usado em expressões SCMP . $m_i^{pq} = m_i^p \wedge m_i^q$
$^c m_i^p$	Conjunção de predicados no objeto de referência c . Usado em expressões MCMP .
m_1^p	O min-termo consistindo de um único predicado não complementado. $m_1^p = p_i$
m_0^p	O min-termo consistindo de um único predicado complementado. $m_0^p = \neg p_j$
$\mathcal{D}$	Dimensão de Correlação Fractal ou <i>distance exponent</i> .
R	Diâmetro do conjunto de dados S .
$PC(r)$	Número de pares de elementos dentro de uma distância r .
k_r	Número estimado de objetos a ser retornado por uma consulta por abrangência de raio r .

Sumário

Resumo	i
Abstract	ii
Lista de Figuras	iii
Lista de Tabelas	vi
Siglas	vii
Tabela de Símbolos	viii
1 Introdução	1
1.1 Considerações Iniciais	1
1.2 Definição do Problema	4
1.3 Motivação	5
1.4 Objetivos	7
1.5 Principais Contribuições	9
1.6 Organização do Trabalho	10
2 Processamento de Consultas	11
2.1 Introdução	11
2.2 Etapas do Processamento de Consultas	12
2.2.1 Compilador	12
2.2.2 Otimizador	13
2.2.3 Executor	15
2.3 Leis Algébricas	16
2.3.1 Leis envolvendo Seleção	18
2.4 Formas Normais	22
2.5 Estimando o Tamanho do Resultado	23
2.6 O Executor	28
2.6.1 Classificação dos Algoritmos	29
2.6.2 Materialização x <i>Pipelining</i>	29
2.7 Conclusão	30

3	Consultas por Similaridade	32
3.1	Introdução	32
3.2	Espaço Métrico	33
3.2.1	Espaço Vetorial	34
3.3	Consultas por Similaridade	35
3.4	Algoritmos para Consultas por Similaridade	38
3.5	Estimativa de Seletividade para Consultas por Similaridade	41
3.5.1	Dimensão de Correlação Fractal	43
3.6	Conclusão	46
4	Regras Algébricas e Algoritmos	47
4.1	Introdução	47
4.2	Variações dos Tipos de Predicados Básicos	48
4.3	Consultas por Similaridade Complexas com Mesmo Centro	50
4.3.1	Expressões SCSP	50
4.3.2	Expressões SCMP	59
4.4	Consultas por Similaridade Complexas com Múltiplos Centros	67
4.5	Conclusão	70
5	Estimativa de Seletividade	72
5.1	Introdução	72
5.2	Estimando o Número de Objetos Usando Fractais	73
5.3	Seletividade para Consultas por Similaridade	76
5.3.1	Seletividade para Expressões SCSP	76
5.3.2	Seletividade para Expressões SCMP	79
5.3.3	Seletividade para Expressões MCMP	83
5.4	Conclusão	84
6	Experimentos	86
6.1	Introdução	86
6.2	Materiais e Métodos	87
6.3	Resultados e Discussão	90
6.3.1	Algoritmos para Expressões SCSP	92
6.3.2	Algoritmos para Expressões SCMP	96
6.3.3	Algoritmos para Expressões MCMP	101
6.3.4	Escalabilidade dos Algoritmos Propostos	105
6.3.5	Fórmulas de Estimativa de Seletividade Propostas	105
6.4	Conclusão	111
7	Conclusão	113
7.1	Considerações Finais	113
7.2	Principais Contribuições	115
7.3	Proposta para Trabalhos Futuros	117
	Referências Bibliográficas	118
A	O MAM Slim-tree	128
A.1	Organização da <i>Slim-tree</i>	128
A.2	Construindo uma <i>Slim-tree</i>	129
A.3	O <i>Fat-Factor</i> e o <i>Slim-Down()</i>	132

B Desigualdade Triangular	135
---------------------------	-----

Introdução

1.1 Considerações Iniciais

O volume de dados armazenado e manipulado em **Sistemas de Gerenciamento de Bases de Dados** (SGBDs), também chamados neste trabalho simplesmente de **gerenciadores**, vem crescendo muito nos últimos anos. Esse crescimento, além de ocorrer quantitativamente, tem larga parcela qualitativa, pois novos tipos de dados mais complexos que os **dados convencionais** (números e textos curtos) estão sendo incorporados aos gerenciadores. Esses novos tipos de dados, chamados de **dados complexos**, incluem: dados multimídia (imagens, vídeo, áudio, texto longo), informações geo-referenciadas, seqüências temporais, dados de telemetria, dados de engenharia e estatísticos, dados genômicos, seqüências de proteínas e impressões digitais.

Os gerenciadores foram inicialmente desenvolvidos para manipular dados convencionais, aproveitando a relação de ordem total entre os elementos desses domínios de dados. Um domínio de dados tem relação de ordem total quando é possível comparar qualquer par de objetos distintos e definir pela precedência de um deles sobre o outro. Por exemplo, a relação de ordem numérica em domínios numéricos, ou a relação de ordem lexicográfica em domínios de cadeias curtas de caracteres são relações de ordem total. Os **gerenciadores tradicionais** ou **convencionais**, tais como os **gerenciadores relacionais**, usam a relação de ordem total para executar consultas e inserção/atualização nos dados.

Nesses gerenciadores, as consultas mais usuais sobre os dados são as que envolvem intervalo (faixa de valores), por exemplo, “obter as pessoas com idade **entre** 15 e 30 anos”, ou por igualdade, por exemplo, “obtenha os dependentes da pessoa de CPF **igual** a 999.999.999-99”. Os SGBDs tradicionais usam estruturas de indexação para agilizar a resposta para uma determinada consulta. Existem várias estruturas de indexação para

dados convencionais. Entre as mais importantes estão os índices simples (densos ou esparsos) para arquivos ordenados [Knuth, 1998], tabelas *Hash* [Fagin et al., 1979] e a *B-tree* e suas variantes [Comer, 1979]. Note-se que, mesmo quando uma consulta envolve apenas comparação por igualdade, as estruturas de indexação empregadas para agilizar a busca dependem das relações de ordem entre os dados.

Domínios de dados complexos geralmente não definem a relação de ordem total necessária para que consultas por intervalo possam ser realizadas. Além disso, consultas por igualdade têm aplicação restrita, uma vez que a existência de dois elementos exatamente iguais é rara [Faloutsos, 1996]. Porém, para esses dados, é possível estabelecer relações de **similaridade** entre pares de objetos, permitindo a realização de **consultas por similaridade**, mais natural a esses domínios de dados [Faloutsos, 1997]. Essas consultas retornam os objetos do conjunto de dados que atendam a certos critérios de similaridade em relação a um **objeto de referência**, também chamado de **objeto central** ou **centro** da consulta.

Para aplicar consultas por similaridade sobre um domínio de dados, uma **função de dissimilaridade**, também chamada de **função de distância**, deve ser definida. Uma função de distância $d(s_1, s_2) \rightarrow \mathbb{R}^+$ compara dois elementos s_1 e s_2 e retorna um valor positivo que expressa a “distância” entre os dois elementos. Isto é, quanto menor for a distância, mais próximos ou mais similares estão/são os elementos. Uma função de distância que atenda às propriedades de **simetria**, **não-negatividade** e **desigualdade triangular** é chamada de **função de distância métrica** ou simplesmente **métrica** [Chávez et al., 2001].

Domínios de dados que apresentam uma função de distância métrica são chamados **domínios métricos** ou **espaços métricos** os quais são adequados para se aplicar consultas por similaridade. Existem basicamente dois tipos de consultas por similaridade que podem ser expressas usando os predicados por similaridade correspondentes¹: **consulta por abrangência**² (*Range Query* - *Rq*) e **consulta aos k -vizinhos mais próximos** (*k-Nearest Neighbors Query* - *kNN*). Uma consulta por abrangência, cujo predicado é $Rq(s_q, r)$, recebe como parâmetros um elemento do domínio de dados (objeto central da consulta) e um grau de similaridade r , e obtém todos os elementos da base de dados que diferem do centro da consulta no máximo a similaridade indicada. Um exemplo de consulta por abrangência em uma base de dados de estrelas é: “selecione as estrelas que estão a até 10 anos luz do sol”. Uma consulta aos k -vizinhos mais próximos, cujo predicado é $kNN(s_q)$, recebe como parâmetros um elemento do domínio de dados e uma quantidade k , obtendo a quantidade k especificada de elementos do domínio de dados que estejam mais próximos ao centro da consulta. Um exemplo de consulta aos k -vizinhos mais próximos usando a mesma base de dados é “selecione as 5 estrelas mais próximas do sol”.

¹A descrição formal para os dois tipos de consultas por similaridade é apresentada no Capítulo 3 e suas variações são descritas no Capítulo 4.

²O termo em inglês *Range Query* é utilizado tanto para consultas por abrangência quanto para consultas por intervalo. No entanto, esta tese faz distinção entre esses dois termos por se tratarem de consultas envolvendo propriedades distintas.

As estruturas de indexação para dados convencionais não são adequadas para indexar dados complexos, nem para responder a consultas por similaridade. Esse fato levou ao desenvolvimento de estruturas de indexação capazes de realizar tais consultas. As três propriedades citadas anteriormente para a função de distância métrica $d()$ possibilitam a construção de estruturas de indexação baseadas em árvore, chamadas de Métodos de Acesso Métrico (**MAMs**). MAMs são fundamentais para agilizar buscas em grandes conjuntos de dados complexos, tendo apenas o conjunto de elementos a ser indexado e a função de distância. Alguns exemplos de MAM são: *MVP-tree* [Bozkaya & Özsoyoglu, 1997], *M-tree* [Ciaccia et al., 1997], *Slim-tree* [Traiana Jr. et al., 2002] e *DBM-tree* [Vieira et al., 2004] os quais podem melhorar e muito o desempenho de consultas por similaridade.

Consultas por similaridade têm sido consideradas por alguns autores [Beyer et al., 1999] [Natsev et al., 1999] [Yoshitaka & Ichikawa, 1999] como operações equivalentes ao operador de seleção (σ) em domínios de dados que suportam relações de ordem total, uma vez que ambas as operações recebem um objeto de consulta e retornam um subconjunto dos objetos da relação como resposta. Sendo assim, consultas por similaridade são tratadas neste trabalho como operações de seleção, onde o critério de seleção (predicado) utiliza a similaridade de dados em domínios métricos.

Para responder eficientemente aos operadores de seleção por similaridade, algoritmos e estruturas de indexação têm sido intensamente estudados e já poderiam ser utilizados com eficiência em ferramentas reais de consulta a dados complexos. Entretanto, apenas sistemas fechados, onde módulos de programação específicos são criados, têm sido construídos respondendo a consultas pré-definidas [Flickner & alli, 1995]. Um passo importante a ser dado é permitir que consultas por similaridade possam ser incorporadas em gerenciadores relacionais, incluindo as operações de seleção por similaridade na álgebra relacional na qual se embasa toda a teoria e a técnica de desenvolvimento desses gerenciadores.

Portanto, esta tese pretende contribuir para a incorporação de consultas por similaridade em gerenciadores relacionais. Algumas considerações iniciais para o bom entendimento ao longo do texto são apresentadas a seguir. O termo **consulta** é usado para expressar um modo de como se pretende recuperar os dados na linguagem do gerenciador ou em álgebra relacional. O termo **operador** é basicamente usado para representar um processo que é parte de uma expressão de consulta, geralmente em álgebra relacional. O termo **predicado** corresponde ao critério especificado em um operador como, por exemplo, o critério de seleção, e o termo **algoritmo** está relacionado à implementação do operador.

Um esclarecimento importante a ser feito é que, ao longo desta tese, os exemplos de conjuntos de dados complexos presentes em quase todas as figuras apresentam objetos pontuais em duas dimensões usando a métrica Euclidiana (ver Capítulo 3), tanto por causa da facilidade de representá-los graficamente, quanto pelo fato desse domínio de dados ser intuitivo e facilitar a compreensão de exemplos. Porém, a menos quando ressaltadas, as

explicações e exemplos poderão ser generalizados para quaisquer dimensões e quaisquer tipos de dados complexos.

1.2 Definição do Problema

A maioria dos trabalhos sobre consultas por similaridade considera cada consulta como uma operação isolada e não como parte de uma expressão mais complexa envolvendo mais de um predicado por similaridade. Além disso, os algoritmos existentes para responder a consultas por similaridade não levam em consideração que otimizações possam ser realizadas devido à combinação entre os predicados por similaridade. Esses algoritmos são otimizados para responder apenas a uma consulta específica. Portanto, a execução de consultas envolvendo mais de um predicado por similaridade por meio de conjunções e disjunções entre eles, isto é, **consultas por similaridade complexas**, tende a ser ineficiente, exigindo operações de união e/ou interseção para combinar os resultados intermediários obtidos de cada predicado por similaridade.

Um gerenciador com suporte a dados complexos precisa responder a consultas por similaridade complexas eficientemente. Uma procedimento natural para dar suporte a esses tipos de dados em gerenciadores relacionais é incluir consultas por similaridade na álgebra relacional. Isso implica em fornecer maneiras para processar eficientemente consultas por similaridade em cada uma das etapas do processamento de consultas de um gerenciador relacional, que estão ilustradas na Figura 1.1 e são detalhadas no Capítulo 2, sendo elas: **Compilador**, **Otimizador** e **Executor**.

Portanto, o gerenciador relacional deveria prover maneiras de: interpretar consultas por similaridade expressas como predicados na cláusula “where” do comando “select” na linguagem de consulta estruturada (*Structured Query Language - SQL*); traduzir as consultas por similaridade em expressões equivalentes em álgebra relacional; avaliar as possibilidades de otimização considerando regras algébricas, estimativa de seletividade e de custo; e, executar buscas em consultas por similaridade complexas por meio de algoritmos específicos.

Como uma consequência, consultas por similaridade poderiam ser utilizadas juntamente com outros predicados já existentes na álgebra relacional, tais como a busca exata e comparações baseadas em ordem usando atributos textuais/numéricos, ou seja, dados convencionais. Além disso, comparações entre dois ou mais predicados por similaridade também poderiam ser utilizados juntos usando conjunções e disjunções entre eles. Este último aspecto, denominado de consultas por similaridade complexas, é o assunto abordado nesta tese.

Consultas por similaridade complexas apresentam dois problemas principais que precisam ser tratados: como otimizar dois ou mais predicados por similaridade em uma mesma consulta; e como consultas por similaridade complexas frequentemente utilizadas podem ser respondidas por algoritmos específicos de uma forma mais eficiente que a

Figura 1.1: Arquitetura descrevendo as etapas do processamento de consultas em um gerenciador relacional. Esta arquitetura é dividida em : **Compilador**, **Otimizador** e **Executor**. Arquitetura adaptada de [Ioannidis, 1996], [García-Molina et al., 2000] e [Ramakrishnan & Gehrke, 2003].

execução de dois ou mais algoritmos básicos seguidos por operações sobre conjuntos (união e/ou interseção).

1.3 Motivação

A composição de mais de um predicado por similaridade torna-se freqüentemente necessária em sistemas reais. Alguns exemplos de consultas por similaridade complexas são descritas a seguir, onde os operadores de união ($\cup$), interseção ($\cap$) e negação ($\neg$) são utilizados para compor a consulta complexa realizada sobre o conjunto de dados S correspondente.

Q1) Em sistemas de informação geográfica (SIG): “Encontre os 10 restaurantes mais próximos do local onde estamos (lc), desde que eles estejam a no máximo 1 quilômetro.”

$$\sigma_{(10NN(lc))}S \cap \sigma_{(Rq(lc,1km))}S$$

Q2) Em sistemas de pesquisas genômicas: “Selecione pelo menos 20 seqüências de proteínas mais parecidas com a seqüência ζ , incluindo todas as que difiram dela por até 10 códonos.”

$$\sigma_{(20NN(\zeta))}S \cup \sigma_{(Rq(\zeta,10))}S$$

Q3) Em um processador de textos: “Quando uma palavra for digitada errada (pe), listar no máximo 10 palavras que difiram dela até dois caracteres.”

$$\sigma_{(10NN(pe))}S \cap \sigma_{(Rq(pe,2))}S$$

Q4) Em um sistema imobiliário: “Mostre as 10 casas disponíveis mais próximas de meu trabalho (mt) desde que elas estejam a no máximo 13 quilômetros dele, mas que também estejam a no máximo 15 quilômetros de trabalho de minha esposa (te).”

$$\left(\sigma_{(10NN(mt))}S \cap \sigma_{(Rq(mt,13km))}S \right) \cap \sigma_{(Rq(te,15km))}S$$

Q5) Em sistemas de informação para medicina: “Mostre os exames de Raio X de qualquer paciente que estão entre os 10 mais similares de cada um desses 3 exames e_1 , e_2 e e_3 de meu paciente atual, mas que não difiram deles mais que 5.”

$$\left(\sigma_{(Rq(e_1,5))}S \cap \sigma_{(10NN(e_1))}S \right) \cup \left(\sigma_{(Rq(e_2,5))}S \cap \sigma_{(10NN(e_2))}S \right) \cup \left(\sigma_{(Rq(e_3,5))}S \cap \sigma_{(10NN(e_3))}S \right)$$

Q6) Em SIG: “Encontre as cidades que distam entre 40 e 100 quilômetros da cidade sp .”

$$\sigma_{(\neg Rq(sp,40km))}S \cap \sigma_{(Rq(sp,100km))}S$$

Apesar da necessidade de compor operadores por similaridade em sistemas reais, como mostram os exemplos acima, na maioria dos trabalhos os algoritmos por similaridade são otimizados apenas para responder individualmente cada critério de consulta por similaridade. Além disso, não há no padrão SQL syntaxe para expressar critérios de seleção baseados em similaridade. Entretanto, existem diversas propostas para isso, incluindo o suporte específico na proposta de extensão para dados espaciais - SQL/MM (*SQL Multimedia Spatial Standard*) [Melton & Eisenberg, 2001, 13249-3:2001, 2001].

Existem também alguns sistemas já disponíveis que implementam a interpretação de comandos para consultas por similaridade, tais como o sistema CIRCE (*Content-based Image Retrieval Core Engine*) [Araujo et al., 2002], que visa a estender a SQL para responder a consultas por similaridade sobre conjuntos de imagens. Em todos os casos, múltiplos critérios devem ser expressos em comandos separados (através de *sub-select*) que podem ser combinados através de operações sobre conjuntos (união e intersecção).

Sendo assim, as consultas por similaridade complexas podem ser respondidas por algoritmos básicos de consulta por abrangência e aos k -vizinhos mais próximos seguidos de operações sobre conjuntos que combinam os resultados intermediários. Claramente, esta abordagem não oferece o melhor desempenho considerando, por exemplo, tempo de execução e número de acessos a disco.

Consultas por similaridade complexas poderiam ser mais eficientemente respondidas se dispuzessem de algoritmos específicos para esse tipo de consulta. Para ilustrar isso, considere a consulta **Q6**. Essa consulta por similaridade complexa poderia ser realizada por um algoritmo específico praticamente com o mesmo tempo da execução da consulta $\sigma_{(Rq(sp,100))}S$, ao passo que a inexistência desse algoritmo leva à execução de duas operações de consulta por abrangência e mais uma operação de interseção entre conjuntos.

Portanto, uma abordagem mais eficiente seria construir operadores mais gerais, ou seja, operadores compostos para consultas por similaridade complexas que seriam parametrizados pelo otimizador de consultas do gerenciador usando algoritmos específicos. Nesse caso, um pequeno conjunto de algoritmos deveriam ser construídos para que eles pudessem responder a qualquer consulta por similaridade complexa, empregando o **Otimizador** de consultas para parametrizá-los por meio de planos de consulta eficientes.

1.4 Objetivos

Este trabalho explora como os tipos de consultas por similaridade mais comuns, por abrangência e aos k -vizinhos mais próximos, podem ser utilizados em expressões complexas envolvendo mais de um predicado por similaridade por meio de conjunções e disjunções. O objetivo é definir um conjunto de operações compostas que sejam melhor implementadas por algoritmos específicos. Essas operações, juntamente com a descrição algébrica de suas propriedades, visam a permitir que um otimizador de consultas de um gerenciador relacional gere planos alternativos e possibilite a escolha de um plano de consulta eficiente para ser executado. Para que essa escolha possa ser feita de maneira efetiva, um ponto importante é adotar um modelo de seletividade para consultas por similaridade complexas, e a partir dele derivar fórmulas para estimar o resultado dos operadores compostos.

Esta tese pretende responder às seguintes questões:

1. Como escolher quais algoritmos são necessários para responder a consultas complexas, envolvendo conjunções e disjunções de predicados por similaridade?
2. Quais regras são necessárias para guiar o processo de otimização de consultas na geração de estratégias alternativas de execução para consultas por similaridade?
3. Como representar uma consulta em uma forma normal, adequada a ser submetida aos algoritmos de busca por similaridade?
4. Qual modelo de seletividade poderia ser adotado para consultas por similaridade complexas?
5. Quais fórmulas são necessárias para estimar a quantidade de objetos a ser recuperada pelos operadores compostos?

Figura 1.2: Pontos abordados nesta tese considerando as etapas do processamento de consultas em um gerenciador relacional - **Arquitetura**. Alguns módulos do **Otimizador** e o **Executor**, os quais estão destacados na figura por linha contínua mais grossa (representando um ponto totalmente abordado) e tracejada (representando um ponto parcialmente abordado), são o foco deste trabalho.

Portanto, a meta é fornecer regras algébricas para direcionar o otimizador de consultas de um gerenciador relacional a processar consultas por similaridade complexas, possibilitando-o escolher planos de consulta eficientes que possam ser executados por um conjunto de poucos algoritmos de busca por similaridade. Além disso, o modelo de seletividade adotado e as fórmulas que permitem estimar o número de elementos recuperados pelos algoritmos visam a auxiliar o processo de otimização de consultas por similaridade complexas. A Figura 1.2 destaca na arquitetura do processador de consultas de um gerenciador relacional os módulos que são abordados por esta tese. Entre as etapas do processamento de consultas apresentadas na figura, este trabalho se concentra no **Executor** e nos módulos **Espaço Algébrico** e **Estimador Tamanho-Distribuição** do **Otimizador** de consultas.

As soluções apresentadas para os assuntos tratados nesta tese consideram que as consultas por similaridade estão em espaços métricos, ou seja, existem apenas os elementos

de um conjunto de dados e a função de distância métrica³ usada para obter a similaridade entre eles.

1.5 Principais Contribuições

Como não há um algoritmo simples e genérico apto a manipular qualquer número de predicados em uma consulta por similaridade complexa, este trabalho contribui estendendo a álgebra relacional e determinando um conjunto de algoritmos que podem ser combinados para responder a qualquer consulta por similaridade complexa. A extensão dessa álgebra por meio de regras algébricas permite transformar qualquer expressão em uma forma adequada para ser submetida aos algoritmos desenvolvidos. Essas regras e algoritmos também levam em consideração que otimizações possam ser realizadas por um gerenciador relacional para derivar bons planos de execução de consultas.

Além disso, a escolha de um modelo de seletividade e a formalização de um conjunto de regras para estimar a quantidade de objetos a ser recuperada pelos operadores compostos possibilitam ao **Otimizador** de consultas alcançar planos de consulta eficientes, constituindo assim uma outra contribuição deste trabalho.

Para validar os conceitos apresentados aqui, foram realizados diversos experimentos. Nesses experimentos foram utilizados dados reais e sintéticos para avaliar a eficiência dos algoritmos desenvolvidos e as fórmulas de estimativas de seletividade propostas para consultas por similaridade complexas usando o modelo de seletividade adotado. Os algoritmos desenvolvidos e os algoritmos para responder consultas *Rq* e *kNN*, chamados de algoritmos básicos, estão implementados em uma lista seqüencial e na estrutura de indexação métrica *Slim-tree*.

A abordagem proposta nesta tese, não apenas possibilita dar o suporte necessário a consultas por similaridade complexas em gerenciadores relacionais, mas também fornece um modo eficiente para executá-las, obtendo vantagem das técnicas de otimização que um processador de consultas baseado em similaridade possa fazer.

Portanto, de maneira resumida, as principais contribuições desta tese são:

- a definição de regras algébricas seguindo a álgebra relacional para consultas por similaridade;
- a elaboração de algoritmos para responder a consultas por similaridade complexas;
- a formalização de estimativas de seletividade para consultas por similaridade complexas segundo o modelo de seletividade adotado.

³Espaços métricos são formalmente apresentados no Capítulo 3.

1.6 Organização do Trabalho

Esta tese de doutorado apresenta a seguinte organização:

- O **Capítulo 2** apresenta definições e conceitos sobre o processamento de consultas em gerenciadores relacionais, sendo discutidos em mais detalhes as 3 principais etapas desse processamento;
- O **Capítulo 3** formaliza os dois tipos mais comuns de consultas por similaridade: consulta por abrangência e aos k -vizinhos mais próximos. Em seguida, são apresentadas as definições de espaço métrico e algumas funções de distância métricas. Além disso, são discutidos alguns aspectos relacionados a estimativas de seletividade para essas consultas e os algoritmos para implementá-las;
- O **Capítulo 4** apresenta as regras algébricas seguindo a álgebra relacional para consultas por similaridade complexas e um pequeno conjunto de algoritmos apto a respondê-las;
- O **Capítulo 5** define fórmulas para estimativa de seletividade em consultas por similaridade complexas;
- O **Capítulo 6** apresenta os resultados experimentais obtidos para: os algoritmos apresentados no Capítulo 4 comparando-os com os algoritmos básicos já existentes; e as estimativas de seletividade propostas no Capítulo 5.
- O **Capítulo 7** encerra esta tese de doutorado, apresentando as considerações finais, as principais contribuições e as propostas para trabalhos futuros.

Esta tese possui ainda 2 apêndices que trazem informações complementares para auxiliar no entendimento deste trabalho:

- O Apêndice A apresenta o Método de Acesso Métrico *Slim-tree*, usado na realização dos experimentos do Capítulo 6.
- Por fim, o Apêndice B ilustra o uso da desigualdade triangular no descarte (poda) de objetos e subárvores em árvores métricas.

Processamento de Consultas

2.1 Introdução

A maneira usual de representar operações para se armazenar e recuperar dados em Sistemas de Gerenciamento de Bases de Dados (SGBDs), ou simplesmente gerenciador, é por meio de uma linguagem. Linguagens de baixo nível em SGBDs legados [Taylor & Frank, 1976] obrigavam o usuário a escolher a estratégia para processar uma consulta no SGBD. Isto significava ao usuário expressar, não apenas quais informações ele desejava, mas também como isso deveria ser executado. Portanto, para uma determinada consulta, o usuário precisava decidir quais operações de baixo nível seriam necessárias para obter o resultado desejado e também em que ordem elas deviam ser executadas. Por possuir uma representação semântica mais baixa, essas linguagens podem ser classificadas como linguagens de baixo nível, onde uma “otimização” deveria ser feita pelo próprio usuário.

As linguagens dos gerenciadores relacionais possuem um nível semântico mais alto. Essas linguagens, tais como a *Structured Query Language - SQL*, são mais declarativas que suas predecessoras, pois nelas o usuário declara **o que** ele quer, e o gerenciador decide **como** isso pode ser realizado. A característica declarativa de uma linguagem de alto nível obriga ao próprio sistema (gerenciador) procurar maneiras para obter um melhor desempenho. Portanto, a otimização de consultas (“automática”) é assunto fundamental dentro do processamento de consultas que é a parte do gerenciador relacional responsável por avaliar como uma determinada consulta, expressa em SQL, deve ser executada.

Para obter um bom desempenho nas consultas, um gerenciador precisa estar apto a produzir, automaticamente, alternativas de execução para uma determinada consulta e escolher a de melhor desempenho entre elas. Para que isso possa ser feito de maneira

efetiva, o gerenciador utiliza várias informações armazenadas em tabelas especiais (metadados), chamadas de **catálogo** do sistema (ver Figura 1.1), as quais são usadas para escolher o melhor modo de executar uma consulta.

Consultas são geralmente compostas por vários operadores e esses operadores podem ser combinados, permitindo haver diversas maneiras para executar cada consulta. O processo de encontrar um bom plano de execução para uma consulta é feito pelo **Otimizador** de consultas do gerenciador (Figura 1.1). De maneira bem simples, o otimizador de consultas gera vários planos alternativos em relação ao plano de execução inicial considerando: conhecimento sobre os dados obtidos do catálogo do sistema; propriedades algébricas de cada operador (Seção 2.3); estimativas de tamanho do resultado de cada operador, usando estimativas de seletividade sobre atributos (Seção 2.5); estimativas de custo de execução dos operadores; e os algoritmos presentes no **Executor** (Seção 2.6). Após avaliar e decidir qual plano de uma determinada consulta possui o melhor desempenho (menor custo computacional), ele é passado ao **Executor** que utiliza os algoritmos, já previamente escolhidos pelo **Otimizador**, para responder à consulta.

Portanto, a arquitetura do processamento de consultas de um gerenciador, para responder a uma consulta expressa inicialmente em SQL, pode ser dividida em basicamente três etapas (camadas) que estão ilustradas na Figura 1.1, sendo elas: **Compilador**, **Otimizador** e **Executor**. Essas etapas são analisadas na seção seguinte.

2.2 Etapas do Processamento de Consultas

A essência do que um processador de consultas precisa fazer é um consenso entre os pesquisadores, porém os detalhes de cada camada e os módulos da arquitetura do processamento de consultas não são. Por isso, a arquitetura apresentada nesta tese para as etapas do processamento de consultas de um gerenciador relacional pode diferir quanto à nomenclatura dos módulos e sobre a divisão das camadas, mas mantém a funcionalidade geral do processo. Note-se que o processador de consultas de um gerenciador poderia ser construído baseado na arquitetura apresentada da Figura 1.1, porém em sistemas reais os módulos internos nem sempre têm limites bem definidos.

Este trabalho considera que há três camadas divididas em módulos internos e a primeira das três camadas pela qual passa uma consulta é o **Compilador**.

2.2.1 Compilador

Para que uma consulta expressa inicialmente em SQL seja considerada válida, o **Compilador** precisa fazer sua análise léxica, sintática e semântica. A análise léxica verifica os *tokens* (palavras-chave) da linguagem SQL. A análise sintática usa os *tokens* gerados no passo anterior, verificando se eles obedecem às regras da gramática da linguagem. E, por fim, a análise semântica envolve: verificar as relações usadas - cada relação mencionada na cláusula **FROM** deve ser uma relação ou visão no esquema; verificar e definir os atributos

Figura 2.1: Árvore de consulta abstrata gerada a partir da consulta expressa em SQL do Exemplo 2.1.

usados - se os atributos pertencem a uma entidade declarada na cláusula FROM e, caso pertençam, definir de qual entidade eles são; e fazer a verificação de tipos.

Após o **Compilador** passar por essas análises com êxito, a consulta é considerada válida e, como saída, é gerada a árvore de consulta abstrata. Essa árvore será utilizada como entrada na fase de otimização para que seja gerada uma expressão canônica em álgebra relacional, geralmente expressa em árvore, representando o plano de consulta inicial ainda sem sofrer as devidas otimizações. O exemplo a seguir ilustra o processo.

Exemplo 2.1 Considere o esquema relacional

```

Artista = {codigo, nome, estilo, idade}
CD = {numero, titulo, gravadora, ano, codart}

```

onde *codart* é chave estrangeira de CD, referindo-se à relação *Artista*, e a consulta expressa em SQL a seguir.

```

SELECT titulo
FROM CD
WHERE ano = 2000;

```

A partir da consulta SQL, o **Compilador**, após validá-la, produz a árvore de consulta abstrata representada na Figura 2.1¹, passando-a à camada seguinte, ou seja, ao **Otimizador**.

2.2.2 Otimizador

O **Otimizador** é a camada do processador de consultas que examina as alternativas e escolhe o plano de consulta a ser executado com menor custo computacional. Essa etapa

¹Por ser um exemplo ilustrativo a gramática que gerou a figura é omitida.

Figura 2.2: Plano de consulta inicial produzido a partir da árvore de consulta abstrata do Exemplo 2.1.

pode ser subdividida em: **Gerador de Planos** e **Estimador de Planos**.

O módulo **Gerador de Planos** inicialmente transforma a árvore de consulta abstrata, produzida na etapa anterior (**Compilador**), em um plano de consulta inicial, que é uma representação algébrica da consulta, geralmente na forma de árvore. Os nós folha dessa árvore são as relações e os nós internos as operações da álgebra relacional (ver Figura 2.2).

Dado o plano de consulta inicial, o **Gerador de Planos** produz vários planos alternativos para avaliar a expressão de consulta, empregando uma estratégia de busca. Essa estratégia explora o espaço de planos de acesso determinados pelo **Espaço Algébrico** e **Espaço Estrutura-Método**, considerando um subconjunto de todos os planos possíveis, pois o número de planos possíveis pode ser muito grande.

Espaço Algébrico

Esse módulo determina a ordem dos operadores necessários a serem considerados pelo **Gerador de Planos** para executar uma consulta, possibilitando a geração de planos de consulta equivalentes para cada operador segundo a álgebra relacional. Em uma expressão de consulta mais complexa, o número de ordenações possíveis dos operadores pode ser enorme. Para reduzir o tamanho do espaço que a estratégia de busca deve explorar, o gerenciador geralmente impõe várias restrições. Um exemplo de restrição tipicamente usada pelo gerenciador é nunca gerar produtos cartesianos desnecessários.

Espaço Estrutura-Método

Esse módulo determina as escolhas de implementação que existem para a execução de cada operador especificado pelo **Espaço Algébrico**. Essas escolhas estão relacionadas, por exemplo [Ioannidis, 1996] [Graefe, 1993], aos métodos de junção disponíveis para cada junção - junção de *loop* aninhado, *merge* e *hash*; se/quando duplicatas são eliminadas e as características de implementação determinadas pelo gerenciador; os índices disponíveis para acessar cada relação, entre outros.

Dado um plano de consulta em árvore pelo **Espaço Algébrico**, esse módulo pro-

duz todos os planos de acesso correspondentes os quais especificam a implementação de cada operador da álgebra e o uso de quais índices.

Dessa maneira, os planos alternativos gerados são comparados pelo **Gerador de Planos** baseados nas estimativas de seus custos obtidas do módulo **Estimador de Planos**, sendo escolhido para ser executado aquele que obteve o menor custo computacional.

O **Estimador de Planos** usa as informações obtidas do catálogo do sistema, com o objetivo de fornecer suporte aos módulos **Modelo de Custo** e **Estimador Tamanho-Distribuição** para a avaliação de um determinado plano (ver Figura 1.1).

Modelo de Custo

Esse módulo especifica as fórmulas usadas para estimar o custo para os planos de acesso que são passados pelo **Gerador de Planos**. Para cada método de junção diferente, estrutura de índice diferente existente, e em geral para cada tipo distinto de operador encontrado no plano de acesso, conforme descrito pelo **Espaço Estrutura-Método**, há uma fórmula para estimar o custo aproximado para ele.

Estimador Tamanho-Distribuição

Esse módulo estima os tamanhos de resultados intermediários de cada operador no plano de acesso, bem como as distribuições de frequência dos valores dos atributos desses resultados. Essas estimativas são usadas pelo módulo **Modelo de Custo**.

Várias técnicas têm sido propostas na literatura para estimar o tamanho do resultado de uma consulta e as suas distribuições de frequências [Selinger et al., 1979], [Mannino et al., 1988] como, por exemplo, usando amostragem dos dados [Lipton & Naughton, 1990b]. Entretanto, na maioria dos gerenciadores relacionais comerciais suas estimativas são baseadas em histogramas [Ioannidis, 2003]. O uso de histogramas em estimativas é discutido em maiores detalhes na Seção 2.5.

2.2.3 Executor

Após o **Otimizador** enumerar os vários planos alternativos para a execução de uma consulta, estimando o custo de cada plano e escolhendo entre eles o de mais baixo custo computacional, o plano de execução é enviado ao **Executor**.

Essa camada contém as várias implementações dos algoritmos de cada operador da álgebra relacional. A relação dos algoritmos existentes no **Executor** está presente no módulo **Espaço Estrutura-Método**, permitindo a esse módulo gerar os vários planos de acesso para uma determinada consulta. Portanto, quando o plano de execução para uma determinada consulta é escolhido pelo **Otimizador**, não há mais nenhuma outra tarefa a ser feita pelo **Executor**, além de executar o plano escolhido, produzindo a resposta para a consulta inicialmente expressa em SQL. Os algoritmos presentes no **Executor** são

discutidos em mais detalhes na Seção 2.6.

Há uma extensa bibliografia relacionada ao contexto de processamento de consultas em gerenciadores relacionais. Levantamentos sobre execução e otimização de consultas são encontrados nos trabalhos de [Graefe, 1993] e [Jarke & Koch, 1984] respectivamente. Uma visão geral sobre otimização de consultas SQL em gerenciadores relacionais pode ser encontrada em [Chaudhuri, 1998]. Este capítulo considera principalmente os aspectos levantados por esses trabalhos.

Portanto, devido à extensão deste assunto, as seções seguintes se restringem a discutir apenas os tópicos de processamento de consultas que são abordados por esta tese, como por exemplo, leis algébricas utilizadas pelo módulo **Espaço Algébrico** do otimizador de consultas apresentado a seguir.

2.3 Leis Algébricas

As leis algébricas são utilizadas para transformar um plano de consulta inicial em planos alternativos equivalentes usando o módulo **Espaço Algébrico** do **Otimizador**. As leis algébricas mais comuns utilizadas para simplificar expressões são as leis (propriedades ou postulados) oriundas da álgebra Booleana [Jarke & Koch, 1984], [Garcia-Molina et al., 2000].

Uma álgebra Booleana $B = [A, \wedge, \vee, \neg, O, I]$ é um conjunto A com duas operações binárias ($\wedge, \vee$), dois limites universais (O, I) e uma operação unária ($\neg$) tal que para todo $x, y, z \in A$, os seguintes postulados (axiomas) são atendidos [Birkhoff & Bartee, 1970]:

B_1 **Comutativa:**

- (a) $x \wedge y = y \wedge x$
- (b) $x \vee y = y \vee x$

B_2 **Associativa:**

- (a) $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$
- (b) $(x \vee y) \vee z = x \vee (y \vee z)$

B_3 **Distributiva:**

- (a) $x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$
- (b) $x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$

B_4 **Identidade/Limites Universais:**

- (a) $x \wedge I = x$ $x \wedge O = O$
- (b) $x \vee O = x$ $x \vee I = I$

B_5 **Complemento:**

- (a) $x \wedge \neg x = O$
- (b) $x \vee \neg x = I$

B_6 Absorção:

- (a) $x \wedge (x \vee y) = x$
- (b) $x \vee (x \wedge y) = x$

Um sistema algébrico constitui uma álgebra Booleana se, e somente se, ele tem dois operadores binários, um unário e duas operações (zero-árias) que satisfazem as igualdades especificadas nos postulados B_1 a B_6 ² [Birkhoff & Bartee, 1970].

Um exemplo de álgebra Booleana é o conjunto potência de qualquer inteiro positivo n , ou seja, todos os subconjuntos do conjunto $n = \{1, \dots, n\}$. Assim, dado o conjunto potência de n $P(n)$, $B^n = [P(n), \cap, \cup, \neg, \emptyset, n]$ constitui uma álgebra Booleana, onde $\cap$, $\cup$ e $\neg$ são, respectivamente, o conjunto interseção, união e complemento, com $\emptyset$ como o conjunto vazio e com $I = n$.

Portanto, dado que um conjunto satisfaz os postulados apresentados sobre dois operadores binários, um unário e dois zero-ários ele juntamente com seus operadores formam uma álgebra Booleana sem importar se seus elementos representam conjuntos, proposições lógicas, ou descrições matemáticas de hardware eletrônico [Birkhoff & Bartee, 1970], [Lipschutz, 1964]. Desde que conjuntos e proposições são exemplos clássicos de álgebra Booleana muitos textos denotam as operações da álgebra Booleana por $\vee$ e $\wedge$ ou por $\cup$ e $\cap$. Este trabalho também segue a mesma equivalência de representação.

A álgebra relacional é uma coleção de operadores sobre relações, e desde que relações são conjuntos, é possível aplicar os operadores de conjuntos sobre elas [Codd, 1970]. Assim, a álgebra relacional é dividida em duas classes [Jarke & Koch, 1984]: operadores sobre conjuntos tradicionais, tais como, produto cartesiano, união, interseção e diferença; e operadores da álgebra relacional especiais, tais como, projeção, junção, divisão e seleção.

Entre as leis da álgebra Booleana, as mais utilizadas para simplificar expressões da álgebra relacional são [Jarke & Koch, 1984], [Garcia-Molina et al., 2000]: a comutativa e a associativa. A lei **Comutativa** para um operador significa que, independente da ordem dos operandos, o resultado da operação é o mesmo. A lei **Associativa** para um operador informa que é possível agrupar seus operandos aos pares pela esquerda ou pela direita obtendo o mesmo resultado. Se um operador é associativo e comutativo qualquer número de operandos ligados por ele pode ser agrupado e ordenado da maneira como se deseja.

Vários operadores da álgebra relacional são comutativos e associativos, tais como [Garcia-Molina et al., 2000]: o produto cartesiano, a junção, a união, a interseção e a seleção³. Considerando que R , S e T são relações, as leis sobre as relações podem ser exemplificadas conforme a seguir:

²Existem dez postulados ou axiomas sobre a álgebra Booleana [Birkhoff & Bartee, 1970]. Entretanto, apenas seis postulados são apresentados nesta tese uma vez que os outros quatro são conseqüências deles.

³As leis envolvendo o operador de seleção são tratadas na Seção 2.3.1.

1) **Produto Cartesiano:** $R \times S = S \times R$;
 $(R \times S) \times T = R \times (S \times T)$;

2) **Junção:** $R \bowtie S = S \bowtie R$;
 $(R \bowtie S) \bowtie T = R \bowtie (S \bowtie T)$;

3) **União:** $R \cup S = S \cup R$;
 $(R \cup S) \cup T = R \cup (S \cup T)$;

4) **Intersecção:** $R \cap S = S \cap R$;
 $(R \cap S) \cap T = R \cap (S \cap T)$;

Como o objetivo desta tese é incorporar consultas por similaridade complexas em gerenciadores relacionais, e essas consultas correspondem a operações de seleção [Beyer et al., 1999] [Natsev et al., 1999] [Yoshitaka & Ichikawa, 1999] em domínios de dados complexos, apenas as leis envolvendo o operador de seleção da álgebra relacional são discutidas.

2.3.1 Leis envolvendo Seleção

Seleções são operações importantes para a otimização de consultas, uma vez que elas tendem a reduzir o tamanho das relações consideravelmente. Uma das regras mais importantes em termos de eficiência no processamento de consultas é mover seleções para o nível mais baixo possível na árvore de consulta [Wong & Youssefi, 1976]. Os otimizadores de consulta mais antigos usavam essa transformação e suas variantes como estratégia primária para selecionar bons planos de consulta [Selinger et al., 1979]. No entanto, muitas vezes essa estratégia não é suficiente para conseguir bons planos, mas a idéia de mover seleções para baixo na árvore ainda é uma das principais ferramentas utilizadas pelo otimizador de consulta.

Conhecendo as leis algébricas, as quais estão presentes no módulo **Espaço Algébrico**, para o operador da álgebra relacional seleção σ , o **Otimizador** gera planos alternativos equivalentes para uma consulta. Para exemplificar as leis envolvendo seleções, são utilizadas as relações R e S . Observe-se que, tanto a relação R quanto a relação S são conjuntos de tuplas. As leis sobre seleções apresentadas a seguir são baseadas no trabalho de [Garcia-Molina et al., 2000].

Considerem-se as duas leis seguintes envolvendo o operador de seleção quando a condição c (predicado) é complexa, ou seja, c , condições conectadas por **E** ($\wedge$) ou **OU** ($\vee$):

$$\sigma_{c_1 \wedge c_2}(R) = \sigma_{c_1}(\sigma_{c_2}(R)) = \sigma_{c_1}(R) \cap \sigma_{c_2}(R); \quad (2.1)$$

$$\sigma_{c_1 \vee c_2}(R) = \sigma_{c_1}(R) \cup \sigma_{c_2}(R). \quad (2.2)$$

Desmembrando a condição complexa c em suas partes constituintes tem-se que uma parte, envolvendo menos atributos que a condição inteira, pode ser movida para um local adequado no plano de consulta, tornando-o mais eficiente.

Além disso, a ordem das condições c_1 e c_2 é comutativa. Por exemplo, a primeira lei (Lei 2.1) poderia ter a condição c_2 aplicada após c_1 , como:

$$\sigma_{c_1 \wedge c_2}(R) = \sigma_{c_1}(\sigma_{c_2}(R)) = \sigma_{c_2}(\sigma_{c_1}(R)) \quad (2.3)$$

Outras leis permitem “empurrar” seleções para um nível mais baixo na árvore os quais envolvem operadores binários, tais como: produto cartesiano, junção, união e interseção. Essas leis associam a seleção para cada um dos argumentos ou não, onde o argumento corresponde à relação (R ou S). Por exemplo:

1. Para a união, a seleção deve ser associada a ambos os argumentos.

$$\sigma_c(R \cup S) = \sigma_c(R) \cup \sigma_c(S) \quad (2.4)$$

2. Para os outros operadores é apenas exigido que a seleção seja associada a apenas um argumento. Para junções e produto cartesiano, por exemplo, pode não fazer sentido associar a seleção para ambos os argumentos, já que um argumento pode ou não ter os atributos que a seleção exige.

Exemplificando o item 2 para os operadores produto cartesiano, junção e interseção. Se a seleção é σ_c , então é possível associar a seleção para a relação que possui todos os atributos mencionados em c . Considere-se que apenas a relação R possui todos os atributos mencionados em c . Assim, tem-se que:

$$\sigma_c(R \times S) = \sigma_c(R) \times S; \quad (2.5)$$

$$\sigma_c(R \bowtie S) = \sigma_c(R) \bowtie S; \quad (2.6)$$

$$\sigma_c(R \cap S) = \sigma_c(R) \cap S. \quad (2.7)$$

Se c tem apenas atributos de S , então pode-se escrever:

$$\sigma_c(R \times S) = R \times \sigma_c(S); \quad (2.8)$$

$$\sigma_c(R \bowtie S) = R \bowtie \sigma_c(S); \quad (2.9)$$

$$\sigma_c(R \cap S) = R \cap \sigma_c(S). \quad (2.10)$$

E, se c possui atributos de R e S , onde a condição c_1 tem apenas atributos de R e c_2 tem apenas atributos de S , e $c = c_1 \cup c_2$, então:

$$\sigma_c(R \times S) = \sigma_{c_1}(R) \times \sigma_{c_2}(S); \quad (2.11)$$

$$\sigma_c(R \bowtie S) = \sigma_{c_1}(R) \bowtie \sigma_{c_2}(S); \quad (2.12)$$

$$\sigma_c(R \cap S) = \sigma_{c_1}(R) \cap \sigma_{c_2}(S). \quad (2.13)$$

Empregando as leis algébricas para seleção, apresentadas até aqui, o **Otimizador** poderia gerar vários planos de consulta equivalentes ao plano de consulta inicial. Em geral há muitos planos de consulta diferentes em álgebra relacional e, conseqüentemente, muitas árvores de consulta que podem ser equivalentes, isto é, correspondem à mesma consulta. O **Otimizador**, por meio do módulo **Espaço Algébrico**, possui as regras de equivalência entre as expressões da álgebra relacional que podem ser aplicadas à árvore de consulta inicial. Para aplicar essas regras de equivalência e reescrever o plano de consulta inicial em planos equivalentes, o **Otimizador** usa algumas heurísticas (leis). Há várias heurísticas que tendem a melhorar os planos de consulta. As seguintes, envolvendo o operador de seleção, são as mais comumente utilizadas em otimizadores heurísticos [Smith & Chang, 1975], [Wong & Youssefi, 1976], [Selinger et al., 1979], [Garcia-Molina et al., 2000]:

- Seleções podem ser movidas para níveis inferiores (baixo) na árvore de expressões o máximo possível. Se a condição de seleção é o **E** ($\wedge$) de várias condições, então é possível dividir a condição e mover cada uma para baixo na árvore separadamente. Essa estratégia é provavelmente uma das técnicas mais efetivas;
- Certas seleções podem ser combinadas com um produto cartesiano para transformar o par de operações em uma junção, que geralmente é mais eficiente que as duas operações executadas separadamente.

Para ilustrar como essas leis podem ser usadas para melhorar um plano de consulta inicial considere-se o exemplo a seguir.

Exemplo 2.2 Dado o esquema relacional do Exemplo 2.1 e a consulta expressa em SQL.

```
SELECT nome, titulo
FROM Artista, CD
WHERE ano = 2000 and estilo = 'clássico' and codigo = codart;
```

Um plano de consulta inicial expresso na forma de árvore poderia ser o apresentado na Figura 2.3.

A partir do plano de consulta inicial, estratégias para otimizar a execução da consulta usando leis algébricas para seleção podem ser aplicadas, gerando um plano de consulta alternativo. Considerando o Exemplo 2.2, a Figura 2.4 ilustra um plano de

Figura 2.3: Plano de consulta inicial expresso na forma de árvore para a consulta SQL do Exemplo 2.2.

consulta alternativo ao plano inicial, o qual usou a heurística de mover seleções para baixo no plano de consulta inicial em árvore.

Figura 2.4: Plano de consulta alternativo movendo seleções para baixo na árvore de consulta. (a) plano de consulta inicial; (b) plano de consulta alternativo empurrando seleções para um nível inferior na árvore de consulta.

Para gerar o plano de consulta alternativo da Figura 2.4, o **Otimizador** utiliza a regra 2.12 para o operador de seleção sobre junção, apresentada anteriormente, onde R e S representam as relações **CD** e **Artista** e as condições $c_{R,S}$ são $\text{ano} = 2000$ e $\text{estilo} = \text{'clássico'}$.

Aplicando regras como as utilizadas nesse plano de consulta alternativo, o **Otimizador** tenta encontrar planos de consulta com menor custo computacional.

Um outro ponto interessante relacionado à geração de planos alternativos a um plano de consulta inicial é a reescrita desses planos numa forma padrão que é apresentada na seção seguinte.

2.4 Formas Normais

No Exemplo 2.1, ilustrado pela Figura 2.2, tem-se a condição de seleção (predicado) na forma $atr \text{ op } valor (R)$, onde atr é um atributo da relação R , por exemplo, $valor$ corresponde a um valor válido dentro do domínio de valores possíveis para o atributo atr como, por exemplo, o domínio de R , e **op** é um operador de comparação válido no domínio do atributo envolvido como, por exemplo, os operadores $<, \leq, >, \geq, =$ e $\neq$.

Entretanto, conforme é apresentado no Exemplo 2.2, a condição de seleção pode ser mais complexa. Na verdade, na maioria dos casos a condição de seleção é mais complexa, correspondendo a uma combinação Booleana, isto é, uma expressão usando os conectivos lógicos $\wedge$ e $\vee$ de **min-terms**. Esses **min-terms** têm a forma $atr \text{ op } constante$ ou $atr_1 \text{ op } atr_2$.

Para processar uma operação de seleção com uma condição de seleção complexa, é preciso expressar a condição na **Forma Normal Disjuntiva (DNF)** ou na **Forma Normal Conjuntiva (CNF)** para que ela possa ser executada [Jarke & Koch, 1984]. A **DNF** é uma coleção de conjunções conectadas pelo operador $\vee$. Cada **conjunção** consiste de um ou mais min-terms complementados ($\neg$) ou não e conectados pelo operador $\wedge$. A **CNF** é representada de maneira análoga à **DNF**. Assim, a **CNF** é uma coleção de disjunções conectadas pelo operador $\wedge$. Cada **disjunção** consiste de um ou mais min-terms complementados ($\neg$) ou não e conectados pelo operador $\vee$. Qualquer condição de seleção complexa pode ser expressa tanto em **DNF**, quanto em **CNF**. Textos padrões de lógica matemática, como por exemplo [Lipschutz, 1964] e [Birkhoff & Bartee, 1970], trazem maiores detalhes sobre o assunto.

Observe-se o exemplo a seguir sobre as formas normais. Nesse exemplo, apenas a **DNF** é utilizada a título de ilustração.

Exemplo 2.3 Considere-se a seguinte consulta expressa em SQL e o esquema relacional do Exemplo 2.1

```
SELECT titulo
FROM CD
WHERE (ano = 2000 or ano = 2002) and gravadora = 'Sony';
```

Considerando apenas a cláusula **WHERE**, ou seja, apenas o operador de seleção, a consulta do Exemplo 2.3 pode ser representada em álgebra relacional por $\sigma_{(ano=2000 \vee ano=2002) \wedge gravadora='Sony'}(CD)$. Reescrevendo essa condição de seleção usando a **DNF** tem-se a seguinte expressão $\sigma_{(ano=2000 \wedge gravadora='Sony') \vee (ano=2002 \wedge gravadora='Sony')}(CD)$. O processo de reescrita da consulta em **DNF** (ou **CNF**) é feito pelo módulo **Gerador de Planos** do **Otimizador**. Após a condição de seleção estar expressa em **DNF** (ou **CNF**) avaliam-se quais índices podem ser utilizados para responder à consulta.

Muitos trabalhos na literatura tratam de otimizações de consulta envolvendo expressões Booleanas complexas em gerenciadores relacionais usando a reescrita da consulta em uma expressão equivalente. Reescrever uma consulta considerando **DNF** [Cluet & Delobel, 1992] [Dayal, 1987] ou **CNF** [Selinger et al., 1979] usando um índice por expressão é uma técnica bem conhecida. Os trabalhos de [Mohan et al., 1990] e [Leslie et al., 1995] exploram múltiplos índices por expressão. Em Leslie et al. [Leslie et al., 1995] os autores mostram como usar eficientemente árvores *B⁺-tree* [Knuth, 1998] quando alguns campos da chave não estão presentes na consulta. Esse é um dos poucos trabalhos a explorar a otimização de disjunção (**OU**) entre os predicados, dado que a maioria se concentra em otimizar conjunções (**E**) devido à sua maior restritividade.

Outras abordagens envolvem a fatorização [Kemper et al., 1992], [Chaudhuri et al., 2003] e otimizam predicados definidos pelo usuário considerando seletividade e custo para expressões com vários **Es** [Hellerstein & Stonebraker, 1993], [Chaudhuri & Shim, 1999], [Seheufele & Moerkotte, 1998] e com vários **OUs** [Kemper et al., 1994], [Chaudhuri & Gravano, 1996]. As técnicas propostas pela abordagem de [Chaudhuri & Gravano, 1996] tentam reduzir o custo total de avaliar a expressão determinando uma ordem para avaliar os predicados definidos pelo usuário, levando em consideração a seletividade dos predicados e estimando os seus custos. Estimativas de seletividade e de tamanho de resultado são descritas a seguir.

2.5 Estimando o Tamanho do Resultado

O **Estimador de Planos** calcula o custo para cada plano de consulta produzido pelo **Gerador de Planos**. Tendo conhecimento desses custos, o **Otimizador** compara-os e escolhe o de melhor desempenho (menor custo computacional) para ser executado. Estimar o custo de execução total de um plano de consulta envolve, de maneira geral, os seguintes componentes [Järke & Koch, 1984] [Elmasri & Navathe, 2000]:

- *Custo de acesso à memória secundária*: é o custo de buscar, ler e escrever blocos de dados na memória secundária, principalmente no disco rígido;
- *Custo de armazenamento*: é o custo de armazenar dados intermediários que são gerados pela estratégia de execução da consulta;
- *Custo de computação*: é o custo de realizar operações em memória sobre os dados durante a execução da consulta;
- *Custo de acesso à memória principal*: é o custo relacionado ao número de blocos de memória acessados durante a execução da consulta;
- *Custo de transferência dos dados (comunicação)*: é o custo do tráfego em rede relacionado à consulta e seu resultado, do gerenciador ao local que a originou.

Avaliar o custo de todos esses componentes por meio de uma função que distribui os pesos para cada um desses custos de maneira adequada, a fim de obter uma estimativa de custo realística, é uma tarefa difícil. Por isso, por questões de simplicidade, na maioria dos casos⁴ (banco de dados centralizados) os gerenciadores consideram apenas o fator número de acessos a disco, pois considera-se que esse fator influencia todos os outros custos.

Portanto, estimar o custo de um plano de consulta significa basicamente avaliar para cada operador desse plano dois aspectos [Jarke & Koch, 1984] [Chaudhuri, 1998]:

1. Estimar o custo de realizar a operação correspondente, isto é, o número de acessos a disco em memória secundária;
2. Estimar o tamanho do resultado para cada operador, ou seja, o número de tuplas resultante após uma operação.

O número de acessos a disco para um plano de consulta é substancialmente afetado se relações temporárias são ou não criadas para armazenar o resultado de cada operador em disco (ver Seção 2.6.2). Além disso, o número de tuplas retornado por cada operador afetada diretamente a estimativa do plano total, já que este resultado é usado como entrada pelo operador seguinte no plano de consulta.

Exemplificando, considere-se um plano de consulta em árvore como o da Figura 2.4 do Exemplo 2.2. Para cada nó dessa árvore, os dois pontos acima citados são avaliados. Assim, para a seleção $\sigma_{(estilo='clássico')}(CD)$ são estimados o número de acessos a disco e o número de tuplas recuperadas por essa operação. De maneira análoga, isso é feito para os demais operadores da árvore de consulta. Assim, estimar o número de tuplas resultante para essa operação de maneira imprecisa afeta diretamente a estimativa de custo para o operador de junção e sucessivamente para os operadores nos níveis acima da árvore de consulta.

Para obter boas estimativas do tamanho de resultado e custo dos operadores, os gerenciadores utilizam informações mantidas no catálogo do sistema que são acessadas pelo **Otimizador**. Alguns exemplos dessas informações usadas para estimar o custo de um plano de consulta são [Selinger et al., 1979]: **número de registros (tuplas) - nr** de uma relação; **tamanho médio do registro - tr** de uma relação; **número de blocos de disco - nb** necessários para armazenar uma relação; informações sobre os métodos de acesso disponíveis para cada operador, bem como informações específicas sobre cada um deles (número de níveis de um índice por exemplo).

Além disso, outras informações relacionadas diretamente com a estimativa do tamanho de resultado são desejadas. Entre elas estão o **número de valores distintos - nvd** de um atributo e a sua **seletividade - sel**. A **seletividade** para um atributo

⁴Banco de dados distribuídos, onde vários locais podem estar envolvidos no processamento de consulta, é um exemplo típico em que mais de um fator deve ser considerado pelo gerenciador. Nesse caso, o custo de comunicação entre os locais para executar a consulta é até mais importante que o custo de acesso à memória secundária.

pode ser definida como a fração de registros que satisfaz uma condição de igualdade sobre ele. Usando esses valores é possível estimar a **cardinalidade** para um operador sobre um atributo, ou seja, o número de tuplas retornados por ele considerando o atributo em questão. Para o operador de seleção tem-se então a **cardinalidade de seleção - cs** que é o número médio de tuplas que satisfaz a condição de igualdade para o operador seleção sobre um determinado atributo. Assim, a cardinalidade de seleção sobre um atributo pode ser expressa por $cs = sel \times nr$.

Para um atributo não chave a seletividade pode ser estimada como $sel = \frac{1}{nvd}$. Já para um atributo chave, $nvd = nr$, $sel = \frac{1}{nr}$ e $cs = 1$ [Selinger et al., 1979]. Essa definição de seletividade assume que os dados estão uniformemente distribuídos, e foi a abordagem usada em gerenciadores relacionais mais antigos [Selinger et al., 1979].

Note que, como a seletividade é expressa por meio de uma condição de igualdade sobre um atributo, o valor **um** está freqüentemente presente no numerador das definições encontradas na literatura. Isso ocorre porque entre os valores distintos de um atributo é exigido apenas aquele da condição de igualdade, isto é, apenas **um** valor entre os valores possíveis. Portanto, a definição de seletividade pode ser vista como a probabilidade de encontrar o valor do atributo desejado entre os valores possíveis. Assim, uma definição mais geral de seletividade é

$$sel = \frac{nvp}{nvd} \quad (2.14)$$

onde nvp representa o número de valores possíveis de serem encontrados dada um condição. Em condições de igualdade para o operador de seleção $nvp = 1$ e a seletividade de um atributo é $sel = \frac{1}{nvd}$.

O Exemplo 2.4 ilustra os conceitos sobre estimativa de tamanho de resultado incluindo seletividade de atributos.

Exemplo 2.4 Assuma-se que algumas das informações mantidas no catálogo do gerenciador para as relações **Artista** e **CD** são apresentadas na tabela a seguir e que se deseja saber a cardinalidade de seleção para os atributos ano da relação **CD** e estilo da relação **Artista** do Exemplo 2.2.

Artista	CD
$nr(\text{Artista}) = 90$	$nr(\text{CD}) = 360$
$nvd(\text{estilo}) = 10$	$nvd(\text{ano}) = 20$
$nvd(\text{codigo}) = 90$	$nvd(\text{codart}) = 90$
$nvd(\text{idade}) = 15$	$nvd(\text{gravadora}) = 5$

A seletividade do atributo ano da relação **CD** para o operador de seleção é $sel(ano) = \frac{1}{nvd(ano)} = \frac{1}{20}$. A cardinalidade de seleção corresponde a $cs(ano) = sel(ano) \times nr(CD) \Leftrightarrow \frac{1}{20} \times 360$. Assim, $cs(ano) = 18$ e equivale o número estimado de tuplas para a operação de seleção $\sigma_{(ano=2000)}(CD)$ da Figura 2.4 do Exemplo 2.2. De maneira semelhante, obtém-se a cardinalidade de seleção para o atributo estilo da relação **Artista**.

onde $sel(estilo) = \frac{1}{nrd(estilo)} = \frac{1}{10}$, e $cs(estilo) = sl(estilo) \times nr(Artista) \Leftrightarrow \frac{1}{10} \times 90$. Assim, $cs(estilo) = 9$ e corresponde ao número estimado de registros obtidos pela seleção $\sigma_{(estilo='clássico')}(Artista)$ da mesma figura e exemplo anteriormente mencionados.

Os resultados obtidos para a seletividade dos atributos e suas respectivas cardinalidades para o operador de seleção do Exemplo 2.4 consideram que a distribuição dos dados seja uniforme [Selinger et al., 1979]. Portanto, desde que os valores do atributo estejam distribuídos uniformemente, boas estimativas podem ser obtidas usando informações estatísticas simples sobre os dados, como por exemplo, armazenando os valores mínimo e máximo de um atributo que é usado para obter o número de valores distintos. Porém, os valores de um determinado atributo podem possuir outras distribuições, diferente da distribuição uniforme, o que torna essa estimativa não muito adequada nesses casos. A Figura 2.5 ilustra um exemplo de distribuição uniforme (DU) e não uniforme (DNU) para o atributo idade da relação *Artista*. A DU aproxima a real distribuição para o atributo que é representada na DNU.

Figura 2.5: Distribuição de valores do atributo idade da relação *Artista*. O valor mínimo para esse atributo é 21 e o máximo 35. (a) Distribuição uniforme (DU); (b) distribuição não uniforme (DNU)

Esta figura mostra a frequência dos valores, ou seja, o número de tuplas de idade na relação *Artista* para cada valor possível desse atributo. O valor mínimo do atributo idade é 21 e o valor máximo é 35. Então, tem-se que a relação *Artista* possui para a idade igual a 21 quatro tuplas, considerando a DNU, e seis tuplas para a DU, conforme mostra a Figura 2.5. Como a distribuição do item (a) da Figura 2.5 é uniforme, a frequência para o atributo idade é a mesma para todos os valores desse atributo.

Considere-se a seguinte seleção sobre o atributo idade $\sigma_{(idade=35)}(Artista)$. Para a DNU (Figura 2.5 item (b)), é possível verificar que o tamanho de resultado tem dezoito tuplas ($cs(idade) = 18$). Porém, usando a DU, o qual aproxima a real distribuição dos dados, o tamanho de resultado estimado é $cs(idade) = \frac{1}{15} \times 90 = 6$ tuplas. Claramente, a estimativa usando a distribuição uniforme dos dados em alguns casos é bastante imprecisa.

Os histogramas [Ioannidis, 2003], [Muralikrishna & Dewitt, 1988], [Shapiro & Connell, 1984] foram desenvolvidos visando a obter uma maior precisão na estimativa de tamanho de resultado. Um histograma é uma estrutura de dados

mantida pelo gerenciador para aproximar a distribuição dos dados. Ele é formado particionando o domínio de um atributo em *buckets* (intervalos de valores) e assumindo uma distribuição uniforme dentro de cada *bucket*, isto é, todos os valores do atributo dentro de um *bucket* têm a mesma frequência. Observe-se que a distribuição uniforme dos dados pode ser considerada como um histograma de um único *bucket*, conforme mostra a Figura 2.5 (a). Usar histogramas com um número maior de *buckets* pode levar a estimativas mais precisas que a distribuição uniforme dos dados, a um custo de poucas centenas de *bytes* por histograma. A questão é como dividir o domínio de valores de um atributo formando *buckets*. Duas bem conhecidas estratégias são os histogramas *Equi-Width* e *Equi-Depth*, que estão ilustrados na Figura 2.6.

(a) *Equi-Width* (b) *Equi-Depth*

Figura 2.6: Distribuição dos dados para o atributo idade da relação **Artista** usando histogramas: (a) *Equi-Width* e (b) *Equi-Depth*.

Um histograma *Equi-Width* [Muralikrishna & Dewitt, 1988] divide o domínio de valores de um atributo em intervalos de igual tamanho. A Figura 2.6 (a) mostra um histograma *Equi-Width* para o atributo idade da relação **Artista** levando em consideração a **DNU** da Figura 2.5 (b). Observe-se que o domínio de valores desse atributo foi dividido em cinco partes (*buckets*) de igual tamanho, com cada parte tendo três valores distintos de idade. O valor constante dentro de cada *bucket* é obtido somando as frequências e dividindo pelo número de valores distintos dentro de cada parte. Assim, para a seleção $\sigma_{(idade=35)}(\text{Artista})$ usando este histograma, a cardinalidade da seleção poderia ser estimada em dez tuplas ($cs(idade) = 10$) uma vez que o *bucket* 5 tem um total de trinta tuplas com três valores distintos para idade. Portanto, a cardinalidade é obtida por $cs(idade) = sel(idade) \times nr(bucket\ 5) \Leftrightarrow \frac{1}{3} \times 30 = 10$ que representa um valor mais próximo à real distribuição do atributo quando comparado com a distribuição uniforme dos dados.

Uma outra possibilidade é dividir o domínio de valores de um atributo em intervalos de tal maneira que o número de tuplas dentro de cada *bucket* seja igual ou o mais próximo disso. Esse tipo de Histograma é chamado de *Equi-Depth* [Shapiro & Connell, 1984] e é ilustrado na Figura 2.6 (b). Nesse histograma, como os *buckets* são agrupados de modo a formar o mesmo número de tuplas, eles necessariamente não possuem o mesmo tamanho.

O valor constante dentro de cada *bucket* é obtido da mesma maneira que em histogramas *Equi-Width*. Usando esse histograma (*Equi-Depth*) para estimar o tamanho do resultado para a seleção $\sigma_{(idade=35)}(Artista)$, chega-se ao *bucket* 5. Esse *bucket* contém apenas valores para a idade 35, que corresponde à resposta exata para seleção, ou seja, dezoito tuplas ($cs = 18$).

Histogramas *Equi-Depth* produzem melhores estimativas que histogramas *Equi-Width* [Ioannidis, 1996]. A idéia é que *buckets* de valores que ocorrem com frequência possuem um ‘tamanho’ menor em histogramas *Equi-Depth*, e como a distribuição dos valores é uniforme dentro de um *bucket*, isso leva a melhores aproximações para valores frequentes [Ramakrishnan & Gehrke, 2003].

Além de histogramas, técnicas baseadas em amostragem [Lipton & Naughton, 1990b], [Lipton & Naughton, 1990a], [Haas et al., 1995], [Ling, 1995] e curvas paramétricas [Chen & Roussopoulos, 1994], [Sun et al., 1993] também são utilizadas obtendo uma melhor estimativa de seletividade e, conseqüentemente, estimativas de tamanho de resultado mais precisas para os dados. A combinação dessas técnicas para gerar histogramas mais precisos está presente nos trabalhos de [Poosala et al., 1996] e [König & Weikum, 1999]. Porém, a maioria dos gerenciadores relacionais atualmente usam histogramas *Equi-Depth* para a distribuição dos valores de atributos [Ioannidis, 2003], [Ramakrishnan & Gehrke, 2003].

2.6 O Executor

O **Executor** contém os algoritmos para a execução dos operadores da álgebra relacional e alguns outros que não estão presentes nela, como por exemplo: agrupamento, ordenação e eliminação de duplicatas. Quando o **Otimizador** faz a enumeração de um plano de consulta, ele leva em consideração apenas os algoritmos que estão implementados nessa camada (**Executor**) do gerenciador. As estimativas de custo são feitas considerando as funções de custo pertinentes a cada um dos algoritmos relacionados a um operador [Ioannidis, 1996].

Esses algoritmos diferem em sua estratégia básica, onde examinar, misturar, classificar e indexar podem ser consideradas as abordagens mais importantes. Outra diferença entre esses algoritmos está na suposição de memória principal disponível para serem executados, o que implica em custos e estruturas significativamente diferentes.

O objetivo aqui não é apresentar ou descrever um determinado algoritmo específico que pode ser utilizado por um gerenciador, nem discutir as suas estruturas, mas sim apresentar uma classificação geral na qual os algoritmos implementados em um gerenciador se enquadram, bem como a maneira como os resultados (tuplas) desses algoritmos podem ser passados de um operador para outro.

2.6.1 Classificação dos Algoritmos

A escolha de um algoritmo para cada operador, que é feita pelo módulo **Espaço Estrutura-Método**, é um dos passos essenciais do processo de otimização de um plano de consulta. Embora muitos algoritmos para operadores tenham sido propostos, geralmente no **Executor** de um gerenciador são encontradas três classes de algoritmos [Graefe, 1993] [Garcia-Molina et al., 2000] [Antoshenkov & Ziauddin, 1996]:

1. Algoritmos baseados em classificação;
2. Algoritmos baseados em *hash*;
3. Algoritmos baseados em índices.

Além disso, é possível dividir os algoritmos para os operadores em três graus de dificuldade e custo [Graefe, 1993] [Garcia-Molina et al., 2000]:

- Alguns algoritmos envolvem a leitura dos dados apenas uma vez. Esses são os algoritmos de **uma passagem**. Em geral eles funcionam apenas quando pelo menos um dos argumentos da operação se encaixa na memória principal, embora haja exceções, como para seleção e projeção;
- Alguns algoritmos são mais adequados para grandes volume de dados que não cabem na memória principal disponível. Esses algoritmos são classificados como algoritmos de **duas passagens**. Eles são caracterizados por lerem os dados do disco uma primeira vez, processá-los de alguma forma, gravarem todos ou parte deles no disco, e depois fazerem uma segunda leitura para processamento adicional durante a segunda passagem pelos dados;
- Alguns algoritmos funcionam sem considerar um limite de tamanho para os dados. Esses métodos usam **três ou mais passagens** para obter a resposta desejada e podem ser considerados como generalizações dos algoritmos de duas passagens.

Portanto, dado um determinado operador, o módulo **Espaço Estrutura-Método** verifica quais são os algoritmos disponíveis para executá-lo, levando em consideração os dois aspectos apresentados nesta seção e enumerando essas possibilidades para serem avaliadas pelo módulo **Estimador de Planos**. Esse módulo também considera a maneira como o resultado é passado de um operador para o outro, por materialização ou *pipelining*.

2.6.2 Materialização x *Pipelining*

Na execução de um plano de consulta, um aspecto importante a ser tratado é como os resultados dos operadores são passados para o próximo operador. Esse aspecto influencia diretamente o custo de um operador a ser estimado pelo **Otimizador**. Assim, a maneira

como os resultados da seleção $\sigma_{(ano=2000)}(CD)$ da Figura 2.4 são passados para o operador de junção, que é o próximo operador a ser executado por esse plano de consulta, é um aspecto relevante a ser considerado. A escolha de como o resultado é passado de um operador para outro é feita pelo **Espaço Estrutura-Método** do **Otimizador** ficando como função do **Executor** apenas realizá-lo. Basicamente, existem 2 estratégias [Jarke & Koch, 1984]: materialização e *pipelining*.

Na materialização, o plano de consulta é executado ordenando as operações de forma apropriada e armazenando o resultado de cada operação em disco, até que esse resultado seja exigido por outra operação. A ordenação é feita para que uma operação não seja executada até que o resultado do operador anterior a ela tenha sido obtido. Essa estratégia é chamada de materialização, pois cada resultado proveniente de um operador na árvore de consulta é armazenado (“materializado”) em disco.

Na abordagem *pipelining* o plano de consulta é executado podendo possuir várias operações em execução ao mesmo tempo. As tuplas produzidas por uma operação são passadas diretamente para a próxima operação que as utiliza no plano de consulta, sem armazenar o resultado proveniente do operador em disco.

A abordagem *pipelining* é, em geral, mais eficiente que a materialização, pois economiza acessos à memória secundária já que não escreve os resultados de um operador em disco e, por conseqüência, também não tem que lê-los do disco para a próxima operação. Portanto, caso seja possível a um operador ter seu resultado passado ao próximo operador por meio de *pipelining*, o seu custo de execução é reduzido, bem como o custo total do plano de consulta em questão.

2.7 Conclusão

Toda consulta expressa em SQL passa obrigatoriamente por um processo automático de processamento que é feito pelo gerenciador em etapas. As etapas do processamento de consultas podem ser divididas basicamente em: **Compilador**, **Otimizador** e **Executor**.

A idéia é que, dada uma determinada consulta, existam diversas maneiras do gerenciador processá-la, produzindo a mesma resposta. Essas maneiras devem gerar o mesmo resultado final mas variam em custo computacional, especialmente quanto ao tempo necessário para executá-las. O gerenciador então examina as alternativas possíveis estimando o custo de cada uma delas e escolhe a que necessita da menor quantidade de tempo para ser executada. Esse processo automático de escolha é feito pela etapa **Otimizador** do processamento de consultas, usando informações sobre os dados, operadores e algoritmos.

Para fazer sua tarefa de maneira efetiva, isto é, enumerar vários planos alternativos equivalentes para se executar uma consulta e escolher entre eles o melhor, o **Otimizador** utiliza de: regras algébricas e de equivalência para os operadores da álgebra relacional; algoritmos presentes no **Executor** para cada operador; estimativas de custo de cada operador considerando as implementações presentes no **Executor**; estimativas de seletividade

e de tamanho de resultado necessárias para se estimar o custo de cada operador.

Para dados convencionais, a questão da otimização, bem como o processamento de consultas como um todo, está bem sedimentado apesar de haver alguns tópicos que não possuem respostas completas conforme discutido em [Ioannidis, 1996]. Entretanto, dar suporte a dados complexos nesses gerenciadores exige o desenvolvimento de maneiras para que esses dados possam ser consultados e armazenados do mesmo modo que os dados convencionais são, preenchendo todos os requisitos necessários para: sua representação na linguagem de consulta; otimização; e execução. Esta tese tem o intuito de abordar alguns desses requisitos para permitir que consultas por similaridade possam ser utilizadas em gerenciadores relacionais.

Consultas por Similaridade

3.1 Introdução

Os Sistemas de Gerenciamento de Bases de Dados (SGBDs) tradicionais realizam buscas sobre **dados convencionais** (números e textos curtos) por meio de relações de igualdade e de ordem existentes nesses dados. Entretanto, quando se utilizam SGBDs para armazenar **dados complexos**, como por exemplo dados multimídia (imagens, sons, etc), as buscas por igualdade ou por intervalo não se aplicam, ou simplesmente têm pouca utilidade. Exames de tomografia¹ são um bom exemplo disso. Dificilmente a tomografia do cérebro de um paciente é idêntica à de outro paciente, ou até mesmo duas tomografias do próprio paciente tomadas com alguns instantes de separação entre elas. Neste caso, o grau de similaridade entre os dados complexos é o fator mais importante [Faloutsos, 1997].

O tipo de busca denominado **consulta por similaridade** consiste em procurar em um conjunto por objetos que, segundo algum critério de similaridade, sejam mais “parecidos” ou mais “distintos” com/de um determinado objeto. Em outras palavras, consultas por similaridade comparam todos os objetos do conjunto com um objeto escolhido, selecionando apenas os elementos que atendam a um certo critério de similaridade. Por exemplo, procurando dar um diagnóstico mais preciso sobre o tumor no cérebro de um paciente, e até mesmo tentando encontrar subsídios para decidir como encaminhar o tratamento, um médico estaria interessado em encontrar as tomografias de cérebro que apresentem um tumor semelhante àquele em estudo. Esse tipo de consulta, que leva em consideração a informação inerente ao objeto de referência, é chamado de **Consulta Baseada em Con-**

¹Tomografia é considerada como qualquer exame radiológico que permita visualizar as estruturas anatómicas na forma de cortes [Houaiss & Villar, 2001].

teúdo (*Content-Based Query*). Ou seja, a consulta é feita a partir dos dados contidos no objeto, e não a partir de informações descritivas provavelmente associadas aos mesmos.

Para se determinar a similaridade entre os objetos, eles podem ser comparados diretamente ou a partir de vetores de características (cor, forma e textura por exemplo) extraídos dos mesmos. Nos dois casos, uma função de distância $d()$ é definida para calcular o grau de similaridade, retornando um valor numérico que quantifica o quão similares dois objetos são. Por definição, esses valores são sempre maiores ou iguais a zero, tendo valores próximos de zero para objetos muito similares (zero para objetos iguais) e valores maiores para objetos menos similares. Essa função é chamada de **função de dissimilaridade** ou de **função de distância** e deve sempre ser definida por um especialista no domínio em questão. Na realidade, a função de distância indica a dissimilaridade entre dois objetos, e convém colocar que a similaridade é medida pelo seu inverso. Para simplificar a compreensão do texto, muitas vezes os autores estabelecem que a função de distância indica a similaridade, já que esta é facilmente obtida pela dissimilaridade.

Existem vários tipos de consultas por similaridade, sendo a consulta por abrangência e a consulta aos k -vizinhos mais próximos as mais comuns (Seção 3.3). Para estimar a quantidade de objetos a serem recuperados pelas consultas mais comuns, algumas estimativas de seletividade têm sido propostas na literatura (Seção 3.5). Além disso, os pesquisadores possuem grande interesse na elaboração de algoritmos de busca para executar consultas por similaridade (Seção 3.4). A elaboração de algoritmos para esse tipo de consulta exige a existência de leis algébricas para reger o comportamento dos objetos no domínio e uma função de distância. A definição dessas leis gera **espaços** onde as consultas por similaridade podem ser aplicadas. Espaços métricos e vetoriais são detalhados a seguir.

3.2 Espaço Métrico

Inicialmente é apresentada a notação a ser utilizada que foi baseada nos trabalhos de [Burkhard & Keller, 1973], [Ciaccia et al., 1997] e [Chávez et al., 2001].

Seja $\mathbb{S}$ um domínio de objetos. O subconjunto finito $S \subseteq \mathbb{S}$ representa o conjunto de objetos no qual as consultas são efetuadas. A função $d()$:

$$d : \mathbb{S} \times \mathbb{S} \rightarrow \mathbb{R}^+ \quad (3.1)$$

corresponde à medida de “distância”, também chamada de “similaridade”, entre dois objetos. Isso significa que quanto menor a distância entre dois objetos, mais próximos ou semelhantes (similares) eles são. Se uma função de distância possuir as seguintes propriedades:

1. **Simetria:** $d(s_1, s_2) = d(s_2, s_1)$
2. **Não negatividade:** $0 < d(s_1, s_2) < \infty$ se $s_1 \neq s_2$ e $d(s_1, s_1) = 0$

3. Desigualdade triangular: $d(s_1, s_2) \leq d(s_1, s_3) + d(s_3, s_2)$

onde $\{s_1, s_2, s_3\} \in \mathbb{S}$, o espaço $\mathbb{M}$ definido pelo par $\langle \mathbb{S}, d() \rangle$ é chamado de **Espaço Métrico** e a função de distância é chamada **Função de Distância Métrica**, ou simplesmente **Métrica**. Note-se que nenhuma informação geométrica, como num domínio espacial, pode ser usada em um espaço métrico.

As funções métricas mais utilizadas são as métricas de **Minkowski** - (L_p) [Wilson & Martinez, 1997] (detalhadas na Seção 3.2.1), utilizadas em domínios multi-dimensionais, e de **Levenshtein** - (L_{Edit}) [Levenshtein, 1966], utilizada para o cálculo de similaridade entre cadeias de caracteres. A métrica $L_{Edit}(s_1, s_2)$ retorna o número mínimo de operações de edições (inserções, remoções e substituições de caracteres) necessárias para transformar a cadeia de caracteres s_1 na cadeia s_2 .

As propriedades dos espaços métricos, principalmente a desigualdade triangular, permitem a elaboração de técnicas de indexação capazes de responder a consultas por similaridade de modo eficiente. (ver Seção 3.3).

Uma característica dos espaços métricos é a possibilidade de englobar os espaços vetoriais, bem como espaços adimensionais (conjuntos de imagens, palavras, sons ou dados genômicos), desde que haja uma métrica adequada. Um espaço é adimensional quando o domínio dos objetos não pode ser identificado por um conjunto de coordenadas em eixos ortogonais numa dimensão finita.

3.2.1 Espaço Vetorial

Se os objetos do domínio $\mathbb{S}$ correspondem a vetores de valores numéricos então o espaço é chamado **Espaço Vetorial com Dimensão Finita**, ou simplesmente **Espaço Vetorial**. Os objetos de um espaço vetorial de dimensão n (ou n dimensional) são representados por n coordenadas de valores reais $(x_1, \dots, x_k)$. Diversas métricas podem ser aplicadas para comparar os objetos de $\mathbb{S}$, sendo as mais conhecidas as da família L_p (ou Minkowski), definidas por:

$$L_p((x_1, \dots, x_k), (y_1, \dots, y_k)) = \left(\sum_{i=1}^k |x_i - y_i|^p \right)^{1/p} \quad (3.2)$$

A Figura 3.1(a) ilustra, para diferentes casos da família L_p , o conjunto de pontos que estão à mesma distância r , a partir de um centro s_q . No exemplo da Figura 3.1(a), a métrica L_1 , também conhecida como **Bloco** ou **Manhattan**, corresponde ao somatório do módulo das diferenças entre as coordenadas. Nesse caso, o conjunto de pontos de mesma distância r forma um losango com os diâmetros paralelos aos eixos das coordenadas. A métrica L_2 , mais conhecida como distância **Euclidiana**, corresponde à função usual para distância entre vetores. O conjunto de pontos de mesma distância ao centro s_q para a métrica L_2 forma uma circunferência. Calculando-se o limite da métrica 3.2 quando p tende ao infinito, obtém-se a métrica L_∞ , também conhecida como **Chebychev**, dada pela Equação 3.3, na qual o conjunto de pontos com mesma distância formam um quadrado

Figura 3.1: (a) Representação dos pontos situados à distância r a partir do objeto s_q , considerando as diferentes métricas da família L_p . (b) Exemplos de consultas por abrangência em um conjunto de objetos: $\sigma_{(Rq(s_q, r))}$ sobre $\langle S, L_1 \rangle = \{s_6, s_9, s_{10}, s_{14}\}$; $\sigma_{(Rq(s_q, r))}$ sobre $\langle S, L_2 \rangle = \{s_4, s_6, s_9, s_{10}, s_{14}\}$; e $\sigma_{(Rq(s_q, r))}$ sobre $\langle S, L_\infty \rangle = \{s_1, s_2, s_4, s_6, s_9, s_{10}, s_{14}\}$.

com os lados paralelos aos eixos das coordenadas.

$$L_\infty((x_1, \dots, x_k), (y_1, \dots, y_k)) = \max_{i=1}^k |x_i - y_i| \quad (3.3)$$

A Figura 3.1(b) representa um conjunto de objetos (s_i) , um objeto de consulta s_q , o raio de consulta r e três métricas L_1 , L_2 e L_∞ para uma consulta que deseja obter quais são os objetos a uma distância $\leq r$ do objeto de referência s_q . O conjunto de objetos $\{s_6, s_9, s_{10}, s_{14}\}$ contido no losango de consulta da Figura 3.1(b) faz parte do conjunto resposta quando a métrica L_1 é utilizada; os objetos $\{s_4, s_6, s_9, s_{10}, s_{14}\}$ contidos na circunferência de consulta da Figura 3.1(b) fazem parte do conjunto resposta considerando a métrica L_2 ; e, os objetos $\{s_1, s_2, s_4, s_6, s_9, s_{10}, s_{14}\}$ contidos no quadrado de consulta da Figura 3.1(b) fazem parte do conjunto resposta, quando a métrica L_∞ é utilizada.

As três métricas citadas anteriormente foram escolhidas por serem muito utilizadas em consultas por similaridade.

3.3 Consultas por Similaridade

Considere-se um conjunto de objetos $S = \{s_1, s_2, s_3, \dots, s_n\}$ pertencentes a um domínio $\mathbb{S}$ e uma métrica $d()$. Os tipos mais comuns de consultas por similaridade são:

1. **Consulta por Abrangência (Range Query - Rq):** uma consulta por abrangência $\sigma_{(Rq(s_q, r))} S$, expressa pelo predicado *range* $Rq(s_q, r)$, recupera objetos que se encontram a uma distância máxima r (raio de busca), a partir do objeto de referência s_q (objeto de busca), onde $s_q \in \mathbb{S}$. Formalmente, pretende-se encontrar o subconjunto

$A \subseteq S$ que atenda:

$$Rq(s_q, r) = A = \{a | a \in S, d(s_q, a) \leq r\} \quad (3.4)$$

A Figura 3.2 (a) ilustra um exemplo de uma consulta por abrangência com a função de distância Euclidiana L_2 . Os objetos contidos na circunferência (cor cinza) pertencem ao subconjunto A .

Um exemplo de consulta Rq seria: “Selecione as proteínas que difiram da proteína ζ por até 5 bases purínicas”, no qual s_q é a proteína ζ , o universo $\mathbb{S}$ é o conjunto de proteínas, o subconjunto $S \subseteq \mathbb{S}$ é uma base de dados contendo as proteínas conhecidas, o raio de busca $r = 5$ bases purínicas e a métrica $d() \equiv L_{Edit}$. Essa consulta é representada por $\sigma_{(Rq(\zeta, 5))}S$. Note-se que nessa representação, a métrica utilizada não está explícita. Isso ocorre porque se considera o conjunto de dados S amostrado no domínio do espaço métrico onde a métrica está definida. Assim, a indicação do conjunto de dados S já inclui a indicação da métrica a ser utilizada.

2. Consulta aos k -Vizinhos Mais Próximos (k -Nearest Neighbor Query - kNN):

uma consulta aos k -vizinhos mais próximos, $\sigma_{(kNN(s_q))}S$, expressa pelo predicado k -nearest $kNN(s_q)$, recupera os k objetos mais próximos ao objeto de referência s_q , no qual $s_q \in \mathbb{S}$. Formalmente, pretende-se encontrar o subconjunto $A \subseteq S$ que atenda a:

$$kNN(s_q) = A = \{a | a \in S, \forall s_i \in S - A, d(s_q, a) \leq d(s_q, s_i), |A| = k\} \quad (3.5)$$

A Figura 3.2 (b) ilustra um exemplo de uma consulta aos k -vizinhos mais próximos com a função de distância Euclidiana L_2 . Os objetos conectados por uma linha ao objeto de consulta pertencem ao conjunto resposta.

Usando as mesmas definições para proteínas, um exemplo de consulta kNN seria: “Selecione as 3 proteínas mais semelhantes à proteína ζ ”, onde $k = 3$. Esse exemplo é representado por $\sigma_{(3NN(\zeta))}S$.

Vale observar que em caso de empate, muito comum quando o domínio de $d()$ é discreto, a resposta a uma consulta kNN pode conter muitos objetos encontrados à distância máxima. Essa possibilidade leva a duas variantes para uma consulta kNN . A primeira é que o número de objetos retornados pode ser maior do que k (consulta com lista de empate) [Arantes et al., 2003b] e a segunda retorna qualquer combinação dos k_i objetos empatados à distância máxima (consulta sem lista de empate) [Arantes et al., 2004]. O presente trabalho considera que empates em consultas kNN são quebrados de modo arbitrário, isto é, consultas sem lista de empate, como a maioria dos trabalhos encontrados na literatura.

Essas consultas por similaridade podem ser respondidas examinando ou não todo o conjunto de dados S . Se não existir um índice para os dados então a busca sequencial

Figura 3.2: Exemplo de consultas por similaridade utilizando a função de distância L_2 . O objeto s_q é o objeto de busca enquanto os objetos cinza constituem os objetos do conjunto resposta A . (a) Ilustra uma consulta por abrangência - $\sigma_{(Rq(s_q, r))}S$ e (b) ilustra uma consulta aos k -vizinhos mais próximos - $\sigma_{(3NN(s_q))}S$.

é a única maneira para responder às consultas. Caso contrário, pode-se obter um melhor desempenho na execução de consultas por similaridade, minimizando cálculos de distância, acessos a disco e tempo total de processamento. Nesse caso, o índice usa as propriedades inerentes ao domínio de dados para melhorar o tempo de resposta dessas consultas.

Para dados em espaços métricos, sendo chamados de **dados em domínios métricos**, índices² podem ser construídos por meio de **Métodos de Acesso Métricos** (MAMs). MAMs hierárquicos, isto é, compostos de nó raiz, nós intermediários e nós folhas são chamados de **árvores métricas**. A ideia geral da maioria dos MAMs consiste em selecionar um ou mais objetos e colocá-los como objetos representantes (s_{rep}) do conjunto. Quando um objeto s_i é inserido, as distâncias entre ele e cada um dos representantes são calculadas e armazenadas junto com seus dados (maiores detalhes no Apêndice A).

Como as distâncias entre todos os objetos armazenados e cada um dos objetos representantes são conhecidas, a propriedade de desigualdade triangular pode ser usada durante uma consulta por similaridade para descartar objetos que, com certeza, não fazem parte do conjunto resposta. A vantagem é que o descarte, também chamado de **poda**, pode ser feito sem a necessidade de calcular as distâncias entre os objetos armazenados e o objeto de consulta. Dessa maneira, a quantidade de cálculos de distância em uma consulta é reduzida, proporcionando um melhor desempenho para responder às consultas. Portanto, MAMs como *MVP tree* [Bozkaya & Özsoyoglu, 1997], *M-tree* [Ciaccia et al., 1997], *Slim-tree* [Traïna Jr. et al., 2000b] e *DBM-tree* [Vieira et al., 2004] podem melhorar o desempenho de consultas por similaridade sobre dados complexos em ordens de magnitude.

²Este trabalho faz a distinção entre índice e método de acesso. Método de acesso significa o conceito, a ideia em si, incorporando os algoritmos e a estrutura de dados que o implementa. Índice significa uma instância da estrutura de dados gerada por um método de acesso a partir de um determinado conjunto de dados de entrada.

Figura 3.3: Através da propriedade de desigualdade triangular é possível descartar qualquer objeto que esteja na região 1 ou 3, sem mesmo calcular a distância entre os objetos contidos nestas regiões e o objeto de referência da consulta. Já os objetos que estiverem na região 2 não podem ser descartados apenas com o uso da desigualdade triangular.

O descarte por desigualdade triangular é feito da seguinte maneira: dados o espaço métrico $\mathbb{M} = \langle \mathbb{S}, d() \rangle$, o conjunto de objetos $S \subseteq \mathbb{S}$, o objeto de consulta $s_q \in \mathbb{S}$, o raio de consulta r e um objeto representante $s_{rep} \in S$, um objeto $s_i \in S$ poderá ser descartado se, e somente se, uma das duas condições a seguir forem satisfeitas:

$$d(s_{rep}, s_i) < d(s_{rep}, s_q) - r \quad (3.6)$$

$$d(s_{rep}, s_i) > d(s_{rep}, s_q) + r \quad (3.7)$$

Note-se que $d(s_{rep}, s_i)$ foi previamente obtida e armazenada com s_i na estrutura de indexação. Na Figura 3.3, a região 1 equivale à condição 3.6 e a região 3 à condição 3.7. Qualquer objeto que estiver na região 1 ou 3 pode ser descartado através da propriedade de desigualdade triangular, sem calcular sua distância com o objeto da consulta. Já na região 2, há necessidade de se calcular a distância entre o objeto de consulta e os objetos pertencentes à região.

Nessa figura, os objetos $\{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$ pertencem ao conjunto S . Os objetos $\{s_2, s_3, s_5\}$ podem ser descartados sem nenhum cálculo de distância adicional; o objeto s_1 não pode ser descartado, mas não faz parte do conjunto resposta; e s_4 não pode ser descartado e faz parte do conjunto resposta. A prova do descarte utilizando a desigualdade triangular pode ser obtida em [Burkhard & Keller, 1973] e no Apêndice B.

3.4 Algoritmos para Consultas por Similaridade

Inicialmente, considere-se a descrição de algoritmos para consultas por similaridade sem utilizar uma estrutura de indexação específica. Algoritmos para responder a consultas por abrangência têm um raio limitante conhecido durante todo o processo de busca. Assim,

um algoritmo para consultas Rq , chamado de $Range(s_q, r)$, calcula a distância do objeto s_q com os s_i s objetos armazenados no conjunto de dados, e inclui no conjunto resposta todos aqueles que estão a uma distância menor ou igual a r .

Entretanto, em algoritmos para consulta aos k -vizinhos mais próximos não há um raio limitante conhecido desde o início da busca. Portanto, um algoritmo para consultas kNN , chamado de $Nearest(s_q, k)$, utiliza um raio dinâmico o qual inicia com um valor representando a maior distância possível entre os elementos do conjunto de dados S ou simplesmente infinito (∞). O algoritmo é executado calculando-se a distância do objeto s_q com os s_i s objetos armazenados. Ao encontrar um objeto s_i com distância inferior ao raio dinâmico, ele é inserido na resposta. A partir de k elementos na resposta, o raio dinâmico vai sendo ajustado, recebendo o valor do k -ésimo elemento (o mais distante encontrado até o momento). Quando um objeto s_i com distância inferior ao raio dinâmico é encontrado após haver k elementos na resposta, esse objeto é inserido, o objeto mais distante é retirado e o raio dinâmico é atualizado adequadamente.

Algoritmos para responder a consultas por similaridade utilizando estruturas de indexação têm motivado muitas pesquisas nos últimos anos. Algoritmos para responder a consultas por abrangência são implementados usando o raio limitante r , conhecido desde o início da busca. Assim, uma estrutura de indexação em árvore é percorrida da raiz até as suas folhas considerando: o raio limitante e as propriedades inerentes da estrutura de indexação e do domínio de dados para limitar o processo de busca. Em árvores métricas podadas, usando a propriedade de desigualdade triangular, são feitas para eliminar ramos (subárvores) durante uma busca. Portanto, uma subárvore é percorrida apenas quando ela se qualifica como candidata a conter a resposta para a consulta [Böhm et al., 2001], [Ciaccia et al., 1997]. Como há um raio limitante desde o início da busca, a ordem de busca das subárvores não é importante em um algoritmo $Range(s_q, r)$, pois ela não influencia o desempenho desse algoritmo.

Como o raio do k -ésimo elemento não é conhecido antecipadamente para a consulta kNN , a ordem de busca das subárvores (caminhos) em algoritmos $Nearest(s_q, k)$ é muito importante. Isso ocorre porque o raio de um algoritmo $Nearest()$ é dinâmico, sendo progressivamente reduzido à medida que objetos mais próximos são encontrados durante o processo de travessia da árvore. Conseqüentemente, caminhos que encontram objetos mais próximos primeiro proporcionam descartar mais subárvores durante o processo de busca. Escolher caminhos que levem a uma melhor capacidade de poda é um dos objetivos mais perseguidos no desenvolvimento de novos algoritmos para consultas kNN [Traina Jr. et al., 2002]. Para isso, os algoritmos $Nearest()$ usam listas de prioridade (local ou global) para percorrer os nós da estrutura de indexação procurando obter caminhos que levem primeiro aos objetos mais próximos [Hjalason & Samet, 2003]. Os algoritmos de $Range()$ e $Nearest()$ descritos até aqui, usando ou não uma estrutura de indexação, são chamados neste trabalho de **algoritmos básicos** para as consultas por similaridade³.

³Algumas variações das consultas por similaridade mais comuns são apresentadas na Seção 4.2. Uma flexibilização desses algoritmos básicos é usada para respondê-las.

Portanto, devido às características das consultas por similaridade mais comuns, o foco de interesse recai sobre a construção de algoritmos *Nearest()*. A fim de melhorar o desempenho de consultas *kNN*, vários algoritmos têm sido propostos por pesquisadores usando diferentes abordagens. Entre as abordagens existentes, a mais comum é a *branch-and-bound*. Na abordagem *branch-and-bound* a busca começa pela raiz da estrutura de indexação, e em cada passo são utilizadas heurísticas para se determinar quais nós devem ser examinados e quais podem ser descartados. As heurísticas consideram o domínio de dados em questão. Para dados em domínios métricos, a propriedade de desigualdade triangular é uma heurística utilizada. Alguns exemplos de trabalhos que propõem algoritmos para consultas *kNN*, segundo esta abordagem, são: [Roussopoulos et al., 1995], [Benetis et al., 2002], [Stanoi et al., 2000], [Arantes et al., 2003a];

A abordagem que se baseia no uso de algoritmos incrementais para consultas *kNN* é encontrada nos trabalhos de [Hjaltason & Samet, 1999], [Park & Kim, 2003] e [Hjaltason & Samet, 2003]. Esses algoritmos procuram calcular de maneira eficiente os $(k + 1)$ vizinhos mais próximos, dado que os k vizinhos já foram calculados. Para isso, eles utilizam uma lista de prioridade global e definem heurísticas que são usadas diretamente nessa lista. A manipulação dessa lista é feita de maneira que ela contenha os nós a serem percorridos e também a resposta para a consulta (objetos). As heurísticas definidas garantem que os k objetos mais próximos estão sempre no início da lista, e para obter o $k + 1$ -ésimo elemento não é necessário reiniciar a busca, bastando continuar percorrendo a lista de prioridade a partir do passo anterior, onde, nesse caso, foi obtido o k -ésimo elemento. O preço que se paga por essa facilidade é o custo de gerenciamento da lista de prioridade que pode ser muito elevado, degenerando assim o desempenho dessa técnica.

Outros algoritmos para responder a consultas *kNN* são os algoritmos *multi-step* propostos em [Korn et al., 1996], [Seidl & Kriegel, 1998] e o algoritmo paralelo proposto em [Berchtold et al., 1997]. Todos os algoritmos citados até aqui consideram apenas um único predicado por similaridade.

Consultas por similaridade executadas simultaneamente são propostas na literatura nos trabalhos de [Böhm et al., 2000], [Braunmüller et al., 2000] fornecendo um maior potencial para otimização do que apenas uma única consulta por similaridade. Em particular, esses algoritmos para responder a várias consultas *kNN* têm o objetivo de otimizar o desempenho de aplicações intensivas de mineração de dados reduzindo tempo e acessos a disco. Entretanto, apesar de várias consultas *kNN* serem executadas simultaneamente, esses trabalhos não consideram combinar as consultas por similaridade por meio de conjunções e disjunções entre os predicados.

Algoritmos para consultas por similaridade complexas compostas, por mais de um predicado, são destacadas nos trabalhos de [Chaudhuri & Gravano, 1996], [Fagin, 1996], [Ciaccia et al., 1998], [Böhm et al., 2001]. O trabalho de [Ciaccia et al., 1998] considera apenas uma única característica para avaliar a consulta envolvendo o dado complexo, enquanto que os demais trabalhos consideram mais de uma característica.

[Chaudhuri & Gravano, 1996] e [Fagin, 1996] consideram que os dados complexos possam estar armazenados em vários sistemas distintos. A idéia básica apresentada nesses trabalhos é que a avaliação dos predicados por similaridade da consulta não pode ser realizada independentemente desde que a consulta depende dos valores combinados de cada predicado em sistemas distintos. Já em [Böhm et al., 2001] e [Ciaccia et al., 1998] os autores propõem usar estruturas de indexação com o objetivo de acelerar as respostas de consultas por similaridade complexas. Todos esses trabalhos usam algum tipo de função de pontuação para avaliar os pontos obtidos pelos objetos em cada predicado por similaridade. Essa avaliação determina a pertinência de um objeto à resposta da consulta por similaridade complexa envolvendo mais de um predicado. Segundo os autores [Ciaccia et al., 1998], [Böhm et al., 2001] esse tipo de avaliação usando pontuação é o mais adequado para aplicações multimídia específicas, tais como, a realimentação por relevância (*relevance feedback*) [Porkaew et al., 1999].

Algoritmos para executar consultas por similaridade complexas entre os predicados *range* e *k-nearest* usando os operadores Booleanos **E** ($\wedge$) e **OU** ($\vee$) foram recentemente propostos em [Arantes et al., 2003b], [Arantes et al., 2004]. Esses algoritmos consideram uma única característica para avaliar a consulta por similaridade complexa e um mesmo objeto de referência. Um aspecto importante levantado por esses trabalhos é que regras algébricas seguindo a álgebra relacional podem ser aplicadas aos predicados por similaridade possibilitando-lhes serem otimizados. Portanto, a idéia é usar essas regras algébricas para dar suporte à incorporação de consultas por similaridade complexas no **Otimizador** de consultas de um gerenciador relacional.

Além de algoritmos de busca, estimativas de seletividade também têm sido propostas para consultas por similaridade. Esse tópico é tratado a seguir.

3.5 Estimativa de Seletividade para Consultas por Similaridade

Um objetivo importante para se estimar a seletividade de um determinado atributo (predicado) é conseguir prever quantas tuplas (objetos) podem ser retornadas por esse predicado, ou seja, a sua cardinalidade. Estimar a cardinalidade para cada predicado de uma consulta auxilia o **Otimizador** a determinar o custo computacional de toda a consulta antes de executá-la. Existindo opções diferentes para executar uma determinada consulta e sabendo antecipadamente quais serão os recursos utilizados por ela, o objetivo é escolher, usando estimativas de seletividade e custo, a opção de menor custo computacional (ver Capítulo 2).

Considerando estimativas de seletividade para consultas por similaridade, o foco de interesse está na consulta por abrangência (Rq). O ponto relevante em se estimar a seletividade de uma consulta Rq é poder estimar a cardinalidade cs_{Rq} de seu conjunto resposta, pois, dependendo do valor do raio r da consulta, o conjunto cs_{Rq} pode conter de

Figura 3.4: Consultas Rq e suas seletividades: (a) dados uniformemente distribuídos e as consultas $\sigma_{(Rq(s_1, r_1))} S$, $\sigma_{(Rq(s_2, r_2))} S$ com $s_1 \equiv s_2$ e $r_2 < r_1$; (b) dados agrupados e as consultas $\sigma_{(Rq(s_1, r_1))} S$, $\sigma_{(Rq(s_2, r_2))} S$; (c) dados agrupados e as consultas $\sigma_{(Rq(s_1, r_1))} S$, $\sigma_{(Rq(s_3, r_3))} S$ com objetos centrais diferentes e raios $r_1 = r_3$. Figura adaptada de [Santos Filho, 2003].

poucos objetos (inclusive vazio - $cs_{Rq} = 0$) até quase ou todo o conjunto S ($cs_{Rq} \equiv |S|$). Portanto, há casos em que a busca sequencial pode ter um custo computacional menor que uma estrutura de indexação. Um exemplo disso seria quando o raio de busca é relativamente grande, o que ocorre, em geral, quando o número de objetos retornados supera 10% do total de objetos de um conjunto de dados.

Alguns fatores influenciam estimativas de seletividade para consultas por similaridade. Entre eles o mais intuitivo é a quantidade de objetos no conjunto [Belussi & Faloutsos, 1998], [Korn et al., 2001], [Böhm et al., 2000], [Santos Filho, 2003]. Outros fatores que estão ilustrados pelas consultas por abrangência $\sigma_{(Rq(s_1, r_1))} S$, $\sigma_{(Rq(s_2, r_2))} S$ e $\sigma_{(Rq(s_3, r_3))} S$ na Figura 3.4 são: o tamanho do raio em relação ao diâmetro do conjunto, que corresponde à maior distância dentre todos os pares possíveis de objetos (Figura 3.4 itens (a) e (b)); a maneira como os objetos do conjunto de dados S estão distribuídos no espaço (Figura 3.4 itens (a) e (b)); e, por fim, a posição do objeto de busca em relação aos demais no conjunto de dados S (Figura 3.4 itens (b) e (c)). Portanto, o problema que surge é como modelar a distribuição dos objetos, ou seja, como considerar a distribuição desses objetos no espaço (métrico ou vetorial) para obter uma boa estimativa de seletividade, dada uma determinada consulta.

Considerando o espaço vetorial, vários trabalhos sobre estimativa de seletividade para consultas por similaridade pressupõem que os dados estão uniformemente distribuídos no espaço [Faloutsos et al., 1987], [Aref & Samet, 1991], [Weber et al., 1998], [Aggarwal et al., 2001], [Böhm et al., 2001]. Segundo [Korn et al., 2001] essa abordagem é freqüentemente utilizada pela sua facilidade de análise. Para esse caso, a estimativa de seletividade é facilmente obtida em função do número de objetos no conjunto e do hiper-volume do sólido gerado pela região de busca (densidade do conjunto).

Entretanto, alguns trabalhos encontrados na literatura contestam o fato de os dados estarem uniformemente distribuídos no espaço vetorial, como o trabalho de [Faloutsos & Kamel, 1994]. Nesse trabalho os autores argumentam que as coordenadas (dimensões) dos vetores em conjuntos de dados reais tendem a estar correlacionadas entre

si, tornando a distribuição não uniforme. Como alternativa, propõem aplicar a teoria de fractais [Schroeder, 1991] para a distribuição dos dados no espaço vetorial. Assim, os autores assumem que a distribuição dos dados possui um **comportamento fractal**, ou seja, uma **distribuição fractal** dos dados. A partir dos resultados apresentados em [Faloutsos & Kamel, 1994], Belussi e Faloutsos desenvolveram fórmulas de estimativa de seletividade para consultas em dados vetoriais [Belussi & Faloutsos, 1995], [Belussi & Faloutsos, 1998] apresentando resultados de testes que mostram a precisão de suas equações. Em consequência disso, trabalhos mais recentes, como os de [Böhm et al., 2000], [Korn et al., 2001], começaram a analisar os conjuntos de dados reais, assumindo que os dados estão distribuídos no espaço vetorial de maneira não uniforme, usando a teoria de fractais.

O trabalho proposto em [Traina Jr. et al., 2000a], para espaços métricos, também segue a tendência desses trabalhos desenvolvidos para o espaço vetorial mas usando a teoria de fractais para estimar a seletividade de consultas por similaridade no espaço métrico, onde essa distribuição se caracteriza pela **Dimensão Intrínseca** ou **Dimensão de Correlação Fractal** do conjunto.

3.5.1 Dimensão de Correlação Fractal

A **dimensão intrínseca** ou **Dimensão de Correlação Fractal - DCF** de um conjunto de dados é definida como o número mínimo de variáveis livres necessárias para representar esses dados [Camastra & Vinciarelli, 2001]. Note-se que o conceito de dimensão usual se refere à **dimensão de imersão** e corresponde ao número total de coordenadas que definem o espaço vetorial. Para exemplificar a diferença entre **dimensão de imersão** e **dimensão intrínseca**, considere-se a Figura 3.5. Essa figura apresenta os conjuntos M , N e P , compostos por dados pontuais alinhados, **imersos** em uma, duas e três dimensões. Entretanto, usar o valor três para caracterizar esses conjuntos transmite uma “idéia” muito maior de volume do que o realmente ocupado por eles. Assim, considerando o conceito de dimensão intrínseca tem-se que os conjuntos M , N e P podem ser representados por apenas uma variável e, portanto, possuem dimensão intrínseca **um**, independente de qual é a dimensão do espaço onde o conjunto de dados está imerso. Generalizando, um conjunto definido em um espaço n -dimensional (dimensão de imersão) possui dimensão intrínseca $\mathcal{D}$ ($\mathcal{D} \leq n$) se os dados “cabem” inteiramente (podem ser totalmente imersos, representados) em um subespaço $\mathcal{D}$ -dimensional [Camastra & Vinciarelli, 2001]. Assim, tem-se que a dimensão intrínseca dos conjuntos M , N e P da Figura 3.5 é um.

A distinção entre dimensão de imersão e dimensão intrínseca tem sido muito utilizada no contexto de dados espaciais como um modo de avaliar quanto a distribuição de um conjunto diverge da distribuição uniforme [Korn et al., 2001], uma vez que conjuntos de dados uniformemente distribuídos apresentam dimensão intrínseca igual à dimensão de imersão. A importância da dimensão intrínseca é ainda maior no contexto dos espaços métricos, onde não se aplica a definição de dimensão de imersão, pois têm-se apenas

Figura 3.5: Conjuntos M , N , e P compostos por dados pontuais distribuídos ao longo de uma linha e inersos em uma (M), duas (N) e três (P) dimensões.

objetos e distâncias.

Considerando espaços métricos, a distribuição de distâncias entre pares de elementos na maioria dos conjuntos de dados reais não segue qualquer distribuição estatística tradicional, tais como Gaussiana ou Poisson, porém essa distribuição possui um comportamento fractal [Traina Jr. et al., 1999], [Traina Jr. et al., 2000a], [Faloutsos et al., 2000].

Para conjuntos de dados que possuem comportamento fractal, dado um conjunto de dados com ν elementos e com função de distância métrica $d(s_i, s_j)$, o número médio k_r de vizinhos dentro de uma dada distância r é proporcional a r elevado a $\mathcal{D}$. Assim, a quantidade de pares de elementos dentro de uma distância r , isto é $PC(r)$, segue a lei de potência [Traina Jr. et al., 1999], [Traina Jr. et al., 2000a], [Arantes et al., 2003a]:

$$PC(r) = K_p \cdot r^{\mathcal{D}} \quad (3.8)$$

onde K_p é a constante de proporcionalidade, e $\mathcal{D}$ é a Dimensão de Correlação Fractal (DCF) do conjunto de dados.

Sempre que um conjunto de dados apresenta uma função de distância métrica entre pares de elementos, um gráfico descrevendo a distribuição de distâncias pode ser desenhado, mesmo se o conjunto de dados não está em um domínio dimensional. Esse gráfico contendo o número de pares dentro de um raio r , quando traçado em escala log-log, é chamado *distance plot* [Traina Jr. et al., 1999], e para a maioria dos conjuntos de dados reais resulta em uma linha quase reta para uma faixa significativa de distâncias.

O ângulo formado pela linha tangente à distribuição das distâncias no *distance plot* e a abscissa é o expoente da Equação 3.8, e é chamado *distance exponent*. Note-se que, $\mathcal{D}$ se aproxima muito da DCF de um conjunto de dados e, portanto, de sua dimensionalidade intrínseca [Traina Jr. et al., 2000c]. Conseqüentemente, isso pode ser visto como uma medida de como os elementos no conjunto de dados estão distribuídos, mesmo que o conjunto de dados não tenha propriedade espacial.

Figura 3.6: *Distance plot* do conjunto de dados *MGCounty*, mostrando sua Dimensão de Correlação Fractal $\mathcal{D} \approx 1.81$.

A Figura 3.6 ilustra o *distance plot* de um conjunto de dados cujos elementos são as coordenadas geográficas das intersecções de ruas e estradas do condado de *Montgomery* nos Estados Unidos (*MGCounty* - ver Capítulo 6). Observe-se que o gráfico é linear para um amplo intervalo de raios que corresponde às distâncias típicas envolvidas no conjunto de dados. As regiões de raios muito pequenos ou muito grandes não apresentam essa característica de linearidade. Essas regiões representam raios cujas distâncias muito raramente são desejadas por uma consulta por similaridade. Sendo assim, elas não são importantes para as consultas por similaridade que devem ser tipicamente respondidas e, portanto, a não linearidade pode ser desconsiderada.

Usando gráficos como esse, o *distance exponent* $\mathcal{D}$ de qualquer conjunto de dados pode ser calculado como o ângulo entre a linha tangente e a abscissa desse gráfico que melhor se adequa à curva resultante no *distance plot*. Portanto, considerando a Figura 3.6, a equação 3.8 pode ser expressa como

$$\log(PC(r)) = \mathcal{D} \cdot \log(r) + K_d, \quad K_d = \log(K_p) \quad (3.9)$$

O *distance exponent* tem outras propriedades interessantes derivadas da Dimensão de Correlação Fractal. A principal propriedade usada neste trabalho é que a Dimensão de Correlação Fractal $\mathcal{D}$ é invariante ao tamanho do conjunto de dados, desde que seja fornecido um número representativo de elementos para estabelecer o seu valor [Faloutsos et al., 2000]. Portanto, os ângulos das linhas correspondentes aos conjuntos de dados obtidos do mesmo domínio de dados são sempre os mesmos. Isto permite que, enquanto as características gerais dos dados armazenados se mantiverem estáveis, o *distance exponent* medido se mantém constante, mesmo após o conjunto de dados sofrer atualizações (inserções e/ou remoções).

3.6 Conclusão

Com o crescente uso de gerenciadores para armazenar e recuperar dados complexos surge a necessidade deles responderem a consultas baseadas no conteúdo dos dados por meio de similaridade. Entre os diversos tipos de consultas por similaridade, as mais utilizadas são as por abrangência e aos k -vizinhos mais próximos.

Os espaços métricos constituem uma formulação matemática apropriada para abordar consultas por similaridade, pois para eles estas são operações naturais. Baseando-se apenas em uma função de distância métrica e em suas propriedades é possível elaborar técnicas de indexação eficientes capazes de responder a essas consultas. Porém, a definição de uma função de distância apropriada não é uma tarefa simples.

A seletividade para consultas por similaridade, bem como algoritmos para responder a essas consultas são tópicos discutidos por vários trabalhos na literatura. Para estimativas de seletividade, o foco de atenção se detém em consultas por abrangência, onde modelar a distribuição dos dados é o principal problema. Apesar de não haver um consenso sobre a modelagem dos dados entre os trabalhos encontrados na literatura, existe uma tendência recente em utilizar a teoria de fractais para caracterizar essa distribuição.

Algoritmos para responder a consultas por similaridade usam métodos de acesso, como por exemplo os MAMs, para melhorar o desempenho. Diversas abordagens já foram propostas, principalmente para acelerar a resposta a consultas aos k -vizinhos mais próximos. Entretanto, apesar da necessidade crescente de lidar com dados complexos em gerenciadores, poucos algoritmos têm sido desenvolvidos para manipular a combinação de consultas por similaridade em uma expressão mais complexa. Quando a combinação dos predicados por similaridade são considerados, a maioria dos algoritmos desenvolvidos compõe a resposta levando em consideração funções de pontuação obtidas sobre cada predicado e não operações booleanas entre eles.

Apesar dos trabalhos recentes de [Adali et al., 1998], [Atnafu et al., 2001] e [Penzo, 2005] para otimização de consultas por similaridade em base de dados multimídia, nenhum trabalho considera otimizações para os operadores de seleção por similaridade em expressões complexas usando operações Booleanas em **CNF** ou **DNF**. Operações booleanas entre predicados seguindo a álgebra relacional são operações típicas de gerenciadores tradicionais. Portanto, uma modo natural de prover suporte a consultas por similaridade é fornecer regras algébricas segundo essa álgebra e algoritmos de busca específicos para responder a uma consulta por similaridade complexa por meio de operadores Booleanos entre os predicados por similaridade. Esses aspectos estão entre os necessários para incorporar consultas por similaridade no processamento de consultas de gerenciadores relacionais atuais segundo a estrutura já existente e são apresentados no próximo capítulo.

Regras Algébricas e Algoritmos

4.1 Introdução

Regras algébricas são de suma importância para gerar planos alternativos para uma determinada expressão de consulta. Com essas regras, o **Otimizador** de consultas consegue produzir vários planos equivalentes a partir do plano de consulta inicial. Esses planos são avaliados pelo **Otimizador** levando em consideração os algoritmos presentes no **Executor** para escolher entre os planos o de menor custo computacional. O plano escolhido é então passado para o **Executor** que se encarrega de executar a consulta.

Consultas por similaridade são as mais adequadas para manipular dados em domínios complexos. Um gerenciador relacional que dê suporte a dados complexos deveria incorporar essas consultas seguindo os padrões já existentes no processamento de consultas. A maneira natural para isso é fornecer suporte a consultas por similaridade na álgebra relacional que representa a base das operações nos gerenciadores atuais e nas linguagens de consulta, tais como a SQL.

Dentro do ambiente necessário para dar suporte a consultas por similaridade no processamento de consultas de um gerenciador relacional, este capítulo apresenta regras algébricas e algoritmos para consultas por similaridade complexas compostas de dois ou mais predicados por similaridade combinados pelos operadores Booleanos $\wedge$ (**E**), $\vee$ (**OU**) e $\neg$ (**Negação**).

Para analisar as expressões representando consultas por similaridade complexas elas são divididas nesta tese em: aquelas tendo todos os predicados centrados um único objeto de referência (Seção 4.3); e aquelas expressões onde os predicados possuem objetos centrais diferentes, centros distintos ou múltiplos centros (Seção 4.4). Expressões onde

cada predicado tem um único centro são subdivididas em: apenas um único tipo de predicado; e tendo os dois tipos de predicados (*range* e *k-nearest*). Um único tipo de predicado significa apenas predicados do tipo *range* ou *k-nearest*, podendo incluir todas as suas variações (Seção 4.2).

Portanto, uma expressão por similaridade complexa é dividida em três classes: Mesmo Centro/Mesmo Tipo de Predicado (*Single Center/Single Predicate* - **SCSP**); Mesmo Centro/Tipos de Predicados Diferentes (*Single Center/Multiple Predicate types* - **SCMP**); e Múltiplos Centros/Tipos de Predicados Diferentes (*Multiple Centers/Multiple Predicate types* - **MCMP**). Vale lembrar que essas expressões são analisadas considerando que os predicados pertencem a um conjunto de dados $S \subseteq \mathbb{S}$ de um espaço métrico $\mathbb{S}$ e os objetos de referência pertencem ao espaço métrico, mas não necessariamente ao conjunto de dados armazenado ($s_q \in \mathbb{S}$). Essa análise também considera que uma única característica é utilizada para avaliar a expressão por similaridade envolvendo o dado complexo.

Como um ponto de partida para que possam ser definidas regras algébricas e algoritmos para consultas por similaridade complexas em gerenciadores relacionais, inicialmente torna-se necessário conhecer as variações dos tipos de predicados básicos e, por consequência, os seus algoritmos correspondentes.

4.2 Variações dos Tipos de Predicados Básicos

Esta tese considera que cada tipo de predicado básico por similaridade é implementado por um algoritmo básico, porém flexível, visando a cobrir o maior número de opções possíveis de consultas por similaridade. Assim, o predicado *range* $Rq(s_q, r)$ é implementado pelo algoritmo $Range(\theta, s_q, r)$ e o predicado *k-nearest* $kNN(s_q)$ é implementado pelo algoritmo $Nearrest(\theta, s_q, k)$.

O parâmetro θ pode ser qualquer um dos operadores relacionais $<, \leq, >, \geq, =$ e $\neq$. Esse parâmetro indica como a distância de cada elemento no conjunto de dados se compara com o raio r em relação ao objeto de referência s_q em predicados *range*. Para predicados *k-nearest*, o parâmetro θ determina a ordem dos elementos em relação ao objeto de referência s_q para obter o número de elementos desejados nesse tipo de predicado. Os predicados básicos *range* e *k-nearest* usam ' $\leq$ ' como θ nos algoritmos básicos correspondentes.

Há diversas variações de cada predicado por similaridade, e a maioria dessas variações podem ser implementadas usando os dois algoritmos básicos, parametrizando-os para se adequarem à consulta desejada. As primeiras variações dos predicados básicos são os casos limites dos predicados *range* e *k-nearest*, respectivamente, quando o raio é igual a zero ($r = 0$) e o número de vizinhos é igual a um ($k = 1$). O algoritmo $Range(\cdot \leq, s_q, 0)$ retorna o objeto de referência s_q do predicado *range* se ele está no conjunto de dados S , ou não retorna nenhum elemento em caso contrário. Assim, esse algoritmo pode ser usado para responder a uma consulta Pontual (*Point Query*) em um predicado $Pq(s_q)$. Já o

algoritmo $Nearest(\leq, s_q, 1)$ retorna o elemento mais próximo do objeto de referência s_q para o predicado $NN(s_q)$.

Outra variação dos predicados básicos corresponde a obter os elementos mais **distantes** ao invés dos mais próximos. Assim, o predicado *reversed range* $Rq^{-1}(s_q, r)$ retorna os elementos s_i no conjunto de dados S , tal que, $d(s_i, s_q) > r$. Isso é obtido quando o parâmetro θ no algoritmo $Range()$ é o operador $>$. O predicado *k-farthest* $kFN(s_q)$ retorna os k elementos mais distantes ao objeto de referência s_q . Da mesma maneira que o predicado *reversed range*, esse predicado usa o operador $>$ no parâmetro θ , agora no algoritmo básico $Nearest()$, para retornar os elementos mais distantes de s_q .

Além das variações apresentadas para os predicados básicos por similaridade é necessário definir um predicado que retorne nenhum elemento do conjunto de dados em questão, dado o objeto de referência s_q , ou seja, um predicado que retorne o conjunto vazio ($\emptyset$). Esse predicado é importante por ser utilizado nas regras algébricas apresentadas nas seções seguintes deste capítulo. Assim, tem-se que $O(s_q)$ retorna nenhum elemento do conjunto de dados, isto é, $O(s_q) = \emptyset$. O predicado $O(s_q)$ pode ser utilizado tanto com o predicado *range* quanto com o predicado *k-nearest* na formação de um sistema algébrico.

A Tabela 4.1 lista as consultas básicas por similaridade e suas variações, seus respectivos predicados, e como esses predicados são implementados usando os algoritmos básicos. Nesta tese são usados apenas os operadores $\leq$ e $>$ como θ para os algoritmos básicos por similaridade. A Tabela 4.2, para facilitar a leitura deste capítulo, sumariza os principais símbolos usados, envolvendo as expressões complexas por similaridade. Consultas por similaridade complexas envolvendo um único centro, considerando os predicados básicos por similaridade e suas respectivas variações são as primeiras expressões a serem analisadas.

Tabela 4.1: Consultas por similaridade e suas variações, seus respectivos predicados e algoritmos básicos utilizados para implementá-las.

Consultas	Predicados	Algoritmos
por Abrangência (<i>Range Query</i>)	$Rq(s_q, r)$	$Range(\leq, s_q, r)$
Pontual (<i>Point Query</i>)	$Pq(s_q)$	$Range(\leq, s_q, 0)$
por Abrangência Inversa (<i>Reversed Range Query</i>)	$Rq^{-1}(s_q, r)$	$Range(>, s_q, r)$
aos k -Vizinhos Mais Próximos (<i>k-Nearest Neighbor Query</i>)	$kNN(s_q)$	$Nearest(\leq, s_q, k)$
ao Vizinho Mais Próximo (<i>Nearest Neighbor Query</i>)	$NN(s_q)$	$Nearest(\leq, s_q, 1)$
aos k -Vizinhos Mais Distantes (<i>k-Farthest Neighbor Query</i>)	$kFN(s_q)$	$Nearest(>, s_q, k)$
ao Vizinho Mais Distante (<i>Farthest Neighbor Query</i>)	$FN(s_q)$	$Nearest(>, s_q, 1)$
	$O(s_q)$	—

Tabela 4.2: Principais símbolos usados em expressões por similaridade complexas.

Símbolos	Definições
p_i, q_i	Predicado do tipo p , onde p representa apenas predicados <i>range</i> ou <i>k-nearest</i> e q representa o outro tipo de predicado.
u_i, v_i	Valor limite do predicado p_i . Se $p_i = Rq(s_q, r) \Rightarrow u_i = r$, senão $u_i = k$, e v_i é o valor do outro tipo de predicado.
m_i^p, m_i^q	Conjunção de predicados de um tipo. Usado em expressões SCSP . $m_i^p = p_g \wedge p_k \quad m_i^q = \neg q_h \wedge q_j$
m_i^{pq}	Conjunção envolvendo os predicados <i>range</i> e <i>k-nearest</i> . Usado em expressões SCMP . $m_i^{pq} = m_i^p \wedge m_i^q$
$c m_i^p$	Conjunção de predicados no objeto de referência c . Usado em expressões MCMP .
m_1^p	O min-termo consistindo de um único predicado não complementado. $m_1^p = p_i$
m_0^p	O min-termo consistindo de um único predicado complementado. $m_0^p = \neg p_j$

4.3 Consultas por Similaridade Complexas com Mesmo Centro

Consultas por similaridade complexas com um único centro podem ser formadas apenas por predicados do tipo *range* e suas variações, apenas por predicados do tipo *k-nearest* e suas variações ou por composições entre esses predicados e suas respectivas variações. Inicialmente, considerem-se consultas por similaridade complexas envolvendo apenas predicados do tipo *range* ou *k-nearest*¹ e suas respectivas variações. Essas consultas formam expressões chamadas neste trabalho de expressões **SCSP**.

4.3.1 Expressões SCSP

Esta seção analisa expressões com mesmo centro e mesmo tipo de predicado, ou seja, expressões **SCSP**. A análise dessas expressões inicia-se considerando apenas um predicado básico por similaridade com o operador $-$. Seja ν a cardinalidade do conjunto de dados $S \subseteq \mathbb{S}$, quer dizer, $\nu = |S|$. Assim, as duas propriedades seguintes podem ser definidas.

Propriedade 1: *Complemento de Consulta por Abrangência* - O complemento de uma consulta por abrangência é a consulta por abrangência inversa com o mesmo objeto de referência e o mesmo raio de consulta, então tem-se:

$$\sigma_{(-Rq(s_q, r))} S \Leftrightarrow \sigma_{(Rq^{+}(s_q, r))} S$$

¹Ao longo do texto, por simplicidade, os termos *range* e *k-nearest* podem ser utilizados também para representar as variações de seus respectivos predicados. Isso é feito, geralmente, em frases onde o termo predicado está no plural. Por exemplo, a frase "... os predicados *range*...", se refere ao predicado básico *range* $Rq(s_q, r)$, como também as suas variações.

Propriedade 2: *Complemento de Consulta aos k -Vizinhos Mais Próximos* -

O complemento de uma consulta aos k -vizinhos mais próximos é uma consulta aos $\bar{k}$ -vizinhos mais distantes com o mesmo objeto de referência e o número de elementos desejados $\bar{k}$ igual ao número total de elementos ν no conjunto de dados S menos k . Então tem-se:

$$\sigma_{(\neg kNN(s_q))}S \Leftrightarrow \sigma_{((\nu-k)FN(s_q))}S$$

Conjunções e disjunções de predicados *range* satisfazem as seguintes propriedades, onde *min* representa o mínimo entre dois valores e *max* o máximo entre dois valores.

Propriedade 3: *(Rq e Rq) com mesmo centro* - A conjunção de dois predicados *range* é equivalente a um único predicado *range* tendo o menor valor entre os raios dos predicados como o raio do único predicado resultante; então tem-se que:

$$\begin{aligned} \sigma_{(Rq(s_q, r_1))}S \cap \sigma_{(Rq(s_q, r_2))}S &\Leftrightarrow \\ \sigma_{(Rq(s_q, r_1) \wedge Rq(s_q, r_2))}S &\Leftrightarrow \\ \sigma_{(Rq(s_q, \min(r_1, r_2)))}S \end{aligned}$$

Combinando com a Propriedade 1, a seguinte propriedade também é definida:

$$\begin{aligned} \sigma_{(Rq^{-1}(s_q, r_1))}S \cap \sigma_{(Rq^{-1}(s_q, r_2))}S &\Leftrightarrow \\ \sigma_{(Rq^{-1}(s_q, r_1) \wedge Rq^{-1}(s_q, r_2))}S &\Leftrightarrow \\ \sigma_{(Rq^{-1}(s_q, \max(r_1, r_2)))}S \end{aligned}$$

Propriedade 4: *(Rq ou Rq) com mesmo centro* - A disjunção de dois predicados *range* é equivalente a um único predicado *range*, tendo o maior valor entre os raios dos predicados como o raio do único predicado resultante. Assim, tem-se:

$$\begin{aligned} \sigma_{(Rq(s_q, r_1))}S \cup \sigma_{(Rq(s_q, r_2))}S &\Leftrightarrow \\ \sigma_{(Rq(s_q, r_1) \vee Rq(s_q, r_2))}S &\Leftrightarrow \\ \sigma_{(Rq(s_q, \max(r_1, r_2)))}S \end{aligned}$$

e combinando com Propriedade 1, resulta em:

$$\begin{aligned} \sigma_{(Rq^{-1}(s_q, r_1))}S \cup \sigma_{(Rq^{-1}(s_q, r_2))}S &\Leftrightarrow \\ \sigma_{(Rq^{-1}(s_q, r_1) \vee Rq^{-1}(s_q, r_2))}S &\Leftrightarrow \\ \sigma_{(Rq^{-1}(s_q, \min(r_1, r_2)))}S \end{aligned}$$

Considerando essas propriedades, é possível mostrar que os predicados *range* constituem uma álgebra Booleana sobre os operadores $\wedge$, $\vee$ e $\neg$, onde o predicado *range* com raio infinito é o elemento identidade sobre o operador $\wedge$, e o predicado $O(s_q)$ é o elemento identidade sobre o operador $\vee$. Portanto, o conjunto de predicados *range* com mesmo objeto de referência P_{Rq} constitui uma álgebra Booleana $B^{Rq} = [P_{Rq}, \wedge, \vee, \neg, O(s_q), Rq(s_q, \infty)]$ sobre os operadores $\wedge$, $\vee$ e $\neg$, e as seguintes propriedades se mantêm.

Comutatividade sobre $\wedge$:

$$\sigma(Rq(s_q, r_1) \wedge Rq(s_q, r_2))S \Leftrightarrow \sigma(Rq(s_q, r_2) \wedge Rq(s_q, r_1))S$$

Comutatividade sobre $\vee$:

$$\sigma(Rq(s_q, r_1) \vee Rq(s_q, r_2))S \Leftrightarrow \sigma(Rq(s_q, r_2) \vee Rq(s_q, r_1))S$$

Associatividade sobre $\wedge$:

$$\sigma((Rq(s_q, r_1) \wedge Rq(s_q, r_2)) \wedge Rq(s_q, r_3))S \Leftrightarrow \sigma(Rq(s_q, r_1) \wedge (Rq(s_q, r_2) \wedge Rq(s_q, r_3)))S$$

Associatividade sobre $\vee$:

$$\sigma((Rq(s_q, r_1) \vee Rq(s_q, r_2)) \vee Rq(s_q, r_3))S \Leftrightarrow \sigma(Rq(s_q, r_1) \vee (Rq(s_q, r_2) \vee Rq(s_q, r_3)))S$$

Distributividade de $\wedge$ sobre $\vee$:

$$\sigma((Rq(s_q, r_1) \vee Rq(s_q, r_2)) \wedge Rq(s_q, r_3))S \Leftrightarrow \sigma((Rq(s_q, r_1) \wedge Rq(s_q, r_3)) \vee (Rq(s_q, r_2) \wedge Rq(s_q, r_3)))S$$

Distributividade de $\vee$ sobre $\wedge$:

$$\sigma((Rq(s_q, r_1) \wedge Rq(s_q, r_2)) \vee Rq(s_q, r_3))S \Leftrightarrow \sigma((Rq(s_q, r_1) \vee Rq(s_q, r_3)) \wedge (Rq(s_q, r_2) \vee Rq(s_q, r_3)))S$$

Identidade sobre $\wedge$:

$$\sigma(Rq(s_q, r_1) \wedge Rq(s_q, \infty))S \Leftrightarrow \sigma(Rq(s_q, r_1))S$$

Identidade sobre $\vee$:

$$\sigma(Rq(s_q, r_1) \vee O(s_q))S \Leftrightarrow \sigma(Rq(s_q, r_1))S$$

Complemento sobre $\wedge$:

$$\sigma(Rq(s_q, r_1))S \wedge \sigma(\neg Rq(s_q, r_1))S \Leftrightarrow \sigma(O(s_q))S$$

Complemento sobre $\vee$:

$$\sigma_{(Rq(s_q, r_2))} S \vee \sigma_{(\neg Rq(s_q, r_1))} S \Leftrightarrow \sigma_{(Rq(s_q, \infty))} S$$

Absorção sobre $\wedge$:

$$\sigma_{(Rq(s_q, r_1))} S \wedge (\sigma_{(Rq(s_q, r_1) \vee Rq(s_q, r_2))} S) \Leftrightarrow \sigma_{(Rq(s_q, r_1))} S$$

Absorção sobre $\vee$:

$$\sigma_{(Rq(s_q, r_1))} S \vee (\sigma_{(Rq(s_q, r_1) \wedge Rq(s_q, r_2))} S) \Leftrightarrow \sigma_{(Rq(s_q, r_1))} S$$

Propriedades equivalentes às Propriedades 3 e 4 também podem ser definidas para o predicado *k-nearest*. Portanto, conjunções e disjunções de predicados *k-nearest* obedecem às propriedades a seguir.

Propriedade 5: (*kNN e kNN*) com mesmo centro - A conjunção de dois predicados *k-nearest* é equivalente a um único predicado *k-nearest* com o menor valor de *k* entre aqueles exigidos pelos dois predicados. Assim, tem-se:

$$\begin{aligned} \sigma_{(k_1 NN(s_q))} S \cap \sigma_{(k_2 NN(s_q))} S &\Leftrightarrow \\ \sigma_{(k_1 NN(s_q) \wedge k_2 NN(s_q))} S &\Leftrightarrow \\ \sigma_{(\min\{k_1, k_2\} NN(s_q))} S \end{aligned}$$

Tal propriedade, combinando com a Propriedade 2, resulta em

$$\begin{aligned} \sigma_{(\neg k_1 NN(s_q))} S \cap \sigma_{(\neg k_2 NN(s_q))} S &\Leftrightarrow \\ \sigma_{((\nu - k_1) FN(s_q) \wedge (\nu - k_2) FN(s_q))} S &\Leftrightarrow \\ \sigma_{(\nu - \max\{k_1, k_2\} FN(s_q))} S \end{aligned}$$

Propriedade 6: (*kNN ou kNN*) com mesmo centro - A disjunção de dois predicados *k-nearest* é equivalente a um único predicado *k-nearest* com o maior valor de *k* entre aqueles exigidos pelos dois predicados. Então tem-se:

$$\begin{aligned} \sigma_{(k_1 NN(s_q))} S \cup \sigma_{(k_2 NN(s_q))} S &\Leftrightarrow \\ \sigma_{(k_1 NN(s_q) \vee k_2 NN(s_q))} S &\Leftrightarrow \\ \sigma_{(\max\{k_1, k_2\} NN(s_q))} S \end{aligned}$$

Combinando com a Propriedade 2, tem-se

$$\begin{aligned} \sigma_{(\neg k_1 NN(s_q))} S \cup \sigma_{(\neg k_2 NN(s_q))} S &\Leftrightarrow \\ \sigma_{(\nu - k_1) FN(s_q) \vee (\nu - k_2) FN(s_q)} S &\Leftrightarrow \\ \sigma_{(\nu - \min\{k_1, k_2\}) FN(s_q)} S \end{aligned}$$

Da mesma maneira que os predicados *range*, os predicados *k-nearest* também constituem uma álgebra Booleana sobre os operadores $\wedge$, $\vee$ e $\neg$. Portanto, considerando o predicado $O(s_q)$ como o elemento identidade sobre o operador $\vee$, o predicado *k-nearest* com ν elementos $\nu NN(s_q)$ como o elemento identidade sobre o operador $\wedge$, e o conjunto de predicados *k-nearest* sobre um mesmo objeto de referência P_{kNN} , tem-se que $B^{kNN} = [P_{kNN}, \wedge, \vee, \neg, O(s_q), \nu NN(s_q)]$ constitui uma álgebra Booleana sobre os operadores $\wedge$, $\vee$ e $\neg$, e as propriedades B_1 a B_6 definidas na Seção 2.3 e apresentadas nesta seção para predicados *range* também se mantêm para predicados *k-nearest*.

Dado que o conjunto de predicados *range* e o conjunto de *k-nearest* definem, cada um deles, uma álgebra Booleana sobre os operadores $\wedge$, $\vee$ e $\neg$, qualquer expressão **SCSP** pode ser representada ou na forma normal disjuntiva, ou na forma normal conjuntiva (**DNF** ou **CNF** respectivamente). Tanto a **DNF** quanto a **CNF** compartilham propriedades correspondentes e, portanto, sem perda de generalidade, apenas a **DNF** é considerada nas discussões seguintes deste capítulo. Uma **DNF** consiste de uma disjunção de min-termos conjuntivos, onde cada min-termo conjuntivo é a conjunção de uma variável ou seu complemento (ver Seção 2.4). As variáveis usadas nas expressões são os predicados básicos por similaridade. Portanto, qualquer expressão **SCSP** sempre pode ser representada em **DNF**.

Para simplificar a notação para expressões **SCSP**², considere-se $p_i, i = 1 \dots n$ como o predicado por similaridade básico do tipo p , onde p é ou o predicado *range* ou o predicado *k-nearest*, e u_i como o valor limite do predicado p_i . Portanto, se o predicado por similaridade básico é *range*, então u_i é o raio r_i do predicado $p_i = Rq(s_q, r_i)$. Caso contrário, u_i é o número de vizinhos k_i do predicado *k-nearest* $p_i = k_i NN(s_q)$. Considere-se também que uma conjunção de predicados do tipo p é expressa por m_a^p . Portanto, qualquer expressão **SCSP** de predicados do tipo p , envolvendo os operadores Booleanos $\wedge$, $\vee$ e $\neg$ sempre pode ser expressa em **DNF** como $E = (\neg p_1 \wedge \dots \neg p_i \wedge \dots p_j \wedge \dots p_k) \vee (\neg p_x \wedge \dots p_y) \vee \dots = m_a^p \vee m_b^p \vee \dots$. Observe que se p_i representa o predicado *range* $p_i = Rq(s_q, r_i)$ então $\neg p_i = Rq^{-1}(s_q, r_i)$, e se p_i representa o predicado *k-nearest* $p_i = k_i NN(s_q)$ então $\neg p_i = (\nu - k_i) FN(s_q)$.

Considerando os predicados básicos **SCSP** como variáveis de uma expressão em

²A notação para a consulta **SCSP** é $\sigma_{(p)} S$, onde p é um dos predicados por similaridade básicos (*range* ou *k-nearest*). Porém, por questões de simplicidade, tanto o operador de seleção σ quanto o conjunto de dados S em questão podem ser omitidos da explicação.

DNF, as Propriedades 3 (para predicados *range*) e 5 (para predicados *k-nearest*) permitem que a expressão E ainda seja simplificada. De fato, as seguintes três propriedades se aplicam a min-termos conjuntivos e podem ser demonstradas usando as propriedades anteriores. Aqui essas propriedades são ilustradas referindo-se à Figura 4.1, que mostra as regiões formadas pelos min-termos m_0^p , m_1^p e m_c^p . Nessa figura, u_i representa o valor limite para os predicados *range* ou *k-nearest*.

Figura 4.1: Regiões formadas pelos min-termos m_0^p , m_1^p e m_c^p em um espaço bidimensional com a métrica Euclidiana. (a) o min-termo m_0^p - um único predicado básico complementado; (b) o min-termo m_1^p - um único predicado básico não complementado; (c) o min-termo m_c^p formando uma região em anel - dois predicados básicos, um complementado e ou outro não.

Propriedade 7: *Dois predicados básicos por min-termo* - Todo min-termo de uma expressão **SCSP** em **DNF** é composto de no máximo dois predicados básicos, um complementado e outro não complementado:

$$\sigma_{(p_1 \wedge \dots \wedge p_g) \wedge (\neg p_k \wedge \dots \wedge \neg p_k)} S \Leftrightarrow \sigma_{(p_i \wedge \neg p_j)} S$$

onde $u_i = \min(u_1, \dots, u_g)$ e $u_j = \max(u_h, \dots, u_k)$. Os min-termos que têm apenas um único predicado básico são aqueles que possuem apenas o predicado não complementado, representado por m_1^p , ou o predicado complementado, representado por m_0^p . Os min-termos m_0^p e m_1^p são mostrados respectivamente nos itens (a) e (b) da Figura 4.1.

Propriedade 8: *Min-termos como Anéis* - Em todo min-termo com dois predicados básicos, o valor limite do predicado complementado deve ser menor ou igual ao predicado não complementado, definindo uma região em forma de anel, caso contrário o min-termo pode ser eliminado da expressão **DNF**. Isto é:

$$\sigma_{(\neg p_i \wedge p_j) \wedge u_i > u_j} S \Leftrightarrow null$$

Na Figura 4.1(c) tem-se o min-termo $m_c^p = \neg p_i \wedge p_j$ que define uma região **não nula** devido aos limites de seus predicados $u_i \leq u_j$. Em uma situação oposta, ou seja, se $u_i > u_j$, as regiões definidas pelos predicados p_j e p_i não estariam se interceptando e, portanto, o min-termo formado por esses predicados nunca recuperaria qualquer elemento do conjunto de dados. Expressões em **DNF**, combinando os min-termos m_0^p , m_1^p e m_c^p , levam a expressões complexas, conforme ilustrado na Figura 4.2. Essa figura é útil para auxiliar a entender a propriedade seguinte.

Propriedade 9: *Sobreposição de Min-terms* - Min-terms com valores limites que se sobrepõem podem ser simplificados conforme apresentado a seguir:

$$\sigma((\neg p_q \wedge p_j) \vee (\neg p_i \wedge p_i) \mid u_q \leq u_h \leq u_i \leq u_j) S \Leftrightarrow \sigma(\neg p_q \wedge p_j) S$$

$$\sigma((\neg p_q \wedge p_i) \vee (\neg p_h \wedge p_j) \mid u_q < u_h \leq u_i \leq u_j) S \Leftrightarrow \sigma(\neg p_q \wedge p_j) S$$

A sobreposição pode ser total ou parcial. Na Figura 4.2, o min-termo $m_c^p = \neg p_4 \wedge p_7$ sobrepõe completamente o min-termo $m_b^p = \neg p_5 \wedge p_6$. Assim, apenas o min-termo m_c^p precisa ser mantido na expressão. Da mesma maneira, o min-termo $m_d^p = \neg p_9 \wedge p_{11}$ sobrepõe o min-termo $m_e^p = \neg p_8 \wedge p_{10}$, entretanto apenas parcialmente. Portanto, esses min-terms podem ser combinados em um único min-termo $m_d^p \vee m_e^p = \neg p_8 \wedge p_{11}$. Note-se que é possível verificar sobreposições para min-terms com apenas um predicado. Nesse caso, deve-se considerar que o predicado ausente é p_∞ com $u_\infty = \infty$ para o min-termo m_0^p , e p_0 com $u_0 = 0$ para o min-termo m_1^p . Usando a Propriedade 9, a expressão em **DNF** $p_1 \vee (\neg p_2 \wedge p_3) \vee (\neg p_5 \wedge p_6) \vee (\neg p_4 \wedge p_7) \vee (\neg p_8 \wedge p_{10}) \vee (\neg p_9 \wedge p_{11}) \vee \neg p_{12}$ mostrada na Figura 4.2 pode ser simplificada para $p_1 \vee (\neg p_2 \wedge p_3) \vee (\neg p_4 \wedge p_7) \vee (\neg p_8 \wedge p_{11}) \vee \neg p_{12}$.

Algoritmos para Executar Expressões SCSP

Expressões com mesmo centro e mesmo tipo de predicado (**SCSP**) em **DNF** não permitem mais simplificações após as Propriedades 7 a 9 serem empregadas. Portanto, um SGBD capaz de responder a consultas por similaridade deve possuir um conjunto de operadores para executar tais expressões. Há duas abordagens que podem ser criadas: uma combinação de algoritmos executando um min-termo por vez; um algoritmo específico capaz de executar a expressão completa de uma só vez.

A primeira abordagem pode utilizar os algoritmos já existentes $Range(\theta, s_q, r_q)$ e $Nearest(\theta, s_q, k)$, para os predicados *range* e *k-nearest*, respectivamente, para executar os min-terms m_1^p , m_0^p e até o min-termo $m_c^p (\neg p_i \wedge p_j)$. Entretanto, para avaliar eficientemente os min-terms compostos por dois predicados básicos (m_c^p), outros algoritmos devem ser desenvolvidos. Sendo assim, a definição da consulta por abrangência em anéis (*RingRange Query*) é apresentada a seguir.

Definição 1: *Consulta RingRange* - Dado um elemento $s_q \in \mathbb{S}$ e dois raios $r_i, r_e \in \mathbb{R}^+, r_i \leq r_e$, uma consulta *RingRange* recupera cada elemento $s_i \in S \mid r_i \leq d(s_q, s_i) \leq r_e$, onde r_i é chamado de raio interno e r_e de raio externo.

Uma consulta *RingRange* é executada pelo algoritmo $RingRange(s_q, r_i, r_e)$ (Algoritmo 4.3.1). Cada chamada ao algoritmo $RingRange()$ corresponde à execução de um min-termo m_i^p sobre predicados *range*, onde r_i é o limite do predicado complemen-

Figura 4.2: Regiões formadas pela expressão na forma normal disjuntiva $p_1 \vee (\neg p_2 \wedge p_3) \vee (\neg p_5 \wedge p_6) \vee (\neg p_4 \wedge p_7) \vee (\neg p_8 \wedge p_{10}) \vee (\neg p_9 \wedge p_{11}) \vee \neg p_{12}$, considerando predicados *range* e a função de distância Euclidiana em um espaço bidimensional.

tado e r_c é o limite do predicado não complementado. O processo de simplificação (Propriedades 1 a 9) garante que cada região coberta por um min-termo não se sobreponha a nenhuma outra região representada por outro min-termo. Portanto, a expressão **SCSP** completa pode ser avaliada chamando o algoritmo *RingRange()* uma vez para cada min-termo da expressão e em seguida concatenando os resultados parciais para produzir o resultado final. Note-se que $RingRange(s_q, 0, r_1) = Range(\leq, s_q, r_1)$ e $RingRange(s_q, r_0, \infty) = Range(>, s_q, r_0)$. Quando uma estrutura de indexação é usada, o passo 2 do Algoritmo 4.3.1 é mudado para buscar por elementos s_i apenas em páginas que não puderam ser podadas pela desigualdade triangular, nesse caso, considerando um espaço métrico.

Algoritmo 4.3.1 *RingRange*(s_q, r_i, r_c)

- 1: Inicializar *Answer* com *nulo*
 - 2: **para** cada s_i em S **faça**
 - 3: Calcular $d(s_i, s_q)$
 - 4: **se** $d(s_i, s_q) < r_c$ **e** $d(s_i, s_q) \geq r_i$ **então**
 - 5: *Answer*.Add(s_i)
-

Quando a busca sequencial é usada, os algoritmos *Range()* e *RingRange()* possuem o mesmo custo computacional, considerando tanto o número de acessos a disco

quanto o número de cálculos de função distância. Portanto, o algoritmo *RingRange()* é sempre melhor para responder a consultas *RingRange* que o algoritmo *Range()* porque é necessário executar o algoritmo *RingRange()* apenas uma vez contra duas execuções do algoritmo *Range()* e ainda a operação de interseção sobre os resultados. Em estruturas de indexação, o algoritmo *Range()* tem um custo ligeiramente superior ao algoritmo *RingRange()*, considerando que o raio externo r_e da consulta *RingRange* é igual ao raio r da consulta *Rq*. Portanto, uma consulta *RingRange* sempre pode ser respondida por um algoritmo *RingRange()* com um custo ligeiramente inferior a uma única execução do algoritmo *Range()* (ver experimentos no Capítulo 6).

A segunda abordagem para executar expressões **SCSP** consiste em definir um algoritmo mais geral que avalia toda a expressão de uma só vez. Para predicados *range*, o algoritmo é chamado de *GenericRange*($s_q, rLimit[]$) (Algoritmo 4.3.2), onde $rLimit[]$ é um vetor de pares $\langle r_i, r_e \rangle$ com raios em ordem crescente, cada par correspondendo a um min-termo. Esse algoritmo é similar ao algoritmo *RingRange()*, mas mudando o passo 4 para verificar se cada elemento s_i está dentro da região válida definida em $rLimit[]$.

Um algoritmo equivalente, chamado de *GenericNearest*($s_q, kLimit[]$) (Algoritmo 4.3.3), é definido para predicados *k-nearest*. O vetor de pares $\langle k_i, k_e \rangle$ em $kLimit[]$ está em ordem crescente de valores. Assim, esse algoritmo primeiro executa o algoritmo *Nearest()* usando o máximo valor k_e presente em $kLimit[]$. Cada elemento presente no resultado (*CoverObjSet*) está ordenado, baseado na distância ao objeto de referência s_q . Em seguida, são incluídos na resposta apenas aqueles elementos cuja posição está dentro da extensão definida pelos min-terms segundo os pares $\langle k_i, k_e \rangle$ em $kLimit[]$.

Algoritmo 4.3.2 *GenericRange*($s_q, rLimit[]$)

```

1: Inicializar Answer com nulo
2: para cada  $s_i$  em  $S$  faça
3:   Calcular  $d(s_i, s_q)$ 
4:   para cada  $j$  em  $rLimit[]$  faça
5:     se  $d(s_i, s_q) \leq rLimit[j].r_e$  e  $d(s_i, s_q) > rLimit[j].r_i$  então
6:       Answer.Add( $s_i$ )

```

A primeira abordagem não pode ser usada em expressões envolvendo predicados *k-nearest*, porque a ordem de cada elemento, considerando a sua proximidade ao objeto de referência s_q não pode ser determinada sem conhecer os outros elementos no conjunto. Expressões de consulta envolvendo apenas os min-terms m_l^p e/ou m_o^p sobre predicados *k-nearest* podem empregar o algoritmo *Nearest*(θ, s_q, k), concatenando os dois resultados parciais. Entretanto, quando um min-termo composto de dois predicados ocorre na expressão de consulta, um conjunto ordenado contínuo deve ser computado, impedindo o uso de um algoritmo que compute regiões em anéis para predicados *k-nearest*. Portanto, responder a consultas **SCSP** sobre predicados *k-nearest* sempre exige a segunda abordagem. Note-se que o custo de executar o algoritmo *GenericNearest()* é equivalente ao custo de uma única execução do algoritmo *Nearest()* usando o maior valor de k em $kLimit[]$.

Algoritmo 4.3.3 $GenericNearest(s_q, kLimit[])$

```

1: Inicializar Answer com nulo
2:  $CoverObjSet = Nearest(s_q, kLimit[MaxK], k_e)$ 
3: para cada  $j$  em  $CoverObjSet$  faça
4:   se  $j.rank()$  está em  $kLimit[]$  então
5:      $Answer.Add(j)$ 

```

Consultas com apenas um min-termo m_i^p são as mais comuns e, por isso, é interessante manter o algoritmo básico $Range(\theta, s_q, r)$ para executá-las, embora os algoritmos $RingRange(s_q, r_i, r_e)$ e $GenericRange(s_q, rLimit[])$ também possam ser utilizados no lugar do algoritmo básico.

Dado o conjunto de regras para expressões **SCSP** em **DNF**, vale salientar que apenas os algoritmos $GenericRange(s_q, rLimit[])$ e $GenericNearest(s_q, kLimit[])$ são suficientes para responder a consultas por similaridade complexas **SCSP** em **DNF**.

4.3.2 Expressões SCMP

Consultas por similaridade complexas envolvendo ambos os predicados por similaridade básicos centrados em um mesmo objeto, são chamadas de expressões **SCMP**. Para analisar uma expressão **SCMP**, é necessário estender a notação p_i/u_i de expressões **SCSP** para representar expressões **SCMP** da seguinte maneira. Se o predicado p_i é um predicado *range* com u_i como raio desse predicado, então q_j é um predicado *k-nearest* com valor limite $k = v_j$. Análogo a m_a^p , m_b^q representa o min-termo conjuntivo de predicados do tipo q . Os símbolos p_i e q_j podem ser atribuídos ao predicado *range* ou *k-nearest*, levando em consideração que eles são sempre distintos um do outro. Um predicado conjuntivo $p_i \wedge q_j$ com um mesmo objeto de referência s_q deve recuperar cada elemento que satisfaz a ambos os predicados. Portanto, se $p_i \wedge q_j = k_iNN(s_q) \wedge Rq(s_q, r_j)$, então $\sigma_{(p_i \wedge q_j)}S = \sigma_{(k_iNN(s_q))}S \cap \sigma_{(Rq(s_q, r_j))}S$, e a disjunção entre os dois predicados $(p_i \vee q_j)$ é obtida de maneira análoga. Sendo assim, a propriedade a seguir pode ser declarada.

Propriedade 10: O conjunto de predicados *range* e *k-nearest* com mesmo centro forma uma álgebra Booleana - A conjunção ou disjunção de um predicado *k-nearest* com um predicado *range* satisfaz os postulados B_1 a B_6 da álgebra Booleana, por isso as propriedades comutativa, associativa e distributiva sobre os operadores Booleanos $\wedge$ e $\vee$ se mantêm. Assim tem-se:

$$\begin{aligned} \text{comutativa: } p_i \vee q_j &\Leftrightarrow q_j \vee p_i \\ p_i \wedge q_j &\Leftrightarrow q_j \wedge p_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{associativa: } (p_h \vee p_i) \vee q_j &\Leftrightarrow p_h \vee (p_i \vee q_j) \\ (p_h \wedge p_i) \wedge q_j &\Leftrightarrow p_h \wedge (p_i \wedge q_j) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{distributiva: } (p_h \vee p_i) \wedge q_j &\Leftrightarrow (p_h \wedge q_j) \vee (p_i \wedge q_j) \\ (p_h \wedge p_i) \vee q_j &\Leftrightarrow (p_h \vee q_j) \wedge (p_i \vee q_j) \end{aligned}$$

Além dos axiomas listados (B_1 a B_3), os axiomas B_4 , B_5 e B_6 também são satisfeitos de maneira semelhante ao já apresentado para expressões **SCSP**. Por exemplo, dado que O e I são os limites inferior e superior dessa álgebra, o axioma B_4 (Identidade) pode ser mostrado da seguinte maneira.

$$\begin{aligned} (p_i \vee q_j) \vee O &\Leftrightarrow (p_i \vee O) \vee (q_j \vee O) \Leftrightarrow (p_i \vee q_j) \\ (p_i \vee q_j) \wedge I &\Leftrightarrow (p_i \wedge I) \vee (q_j \wedge I) \Leftrightarrow (p_i \vee q_j) \\ (p_i \wedge q_j) \vee O &\Leftrightarrow (p_i \vee O) \wedge (q_j \vee O) \Leftrightarrow (p_i \wedge q_j) \\ (p_i \wedge q_j) \wedge I &\Leftrightarrow (p_i \wedge I) \wedge (q_j \wedge I) \Leftrightarrow (p_i \wedge q_j) \end{aligned}$$

Os demais axiomas podem ser mostrados de maneira análoga. Portanto, o conjunto de predicados *range* e *k-nearest* constituem uma álgebra Booleana sobre os operadores binários $\wedge$ e $\vee$, o operador unário $\neg$, e os operadores zero-ários O e I , onde O é $O(s_q)$ e I é $Rq(s_q, \infty)$ ou $\nu NN(s_q)$.

Uma consequência importante desta propriedade é que ela possibilita representar cada expressão **SCMP** em **DNF** (ou **CNF**), onde cada min-termo conjuntivo (disjuntivo) é uma conjunção (disjunção) dos predicados *range* e *k-nearest*, complementados ou não. Isto quer dizer que, qualquer consulta por similaridade, onde cada predicado tem um mesmo objeto de referência s_q , pode ser simplificada a uma disjunção (ou conjunção) de min-termos, onde cada min-termo é uma conjunção (disjunção) de um predicado *reversed range*, um predicado *k-farthest*, um predicado *range* e um *k-nearest*. Considerando a **DNF** e a propriedade comutativa sobre $\wedge$, cada min-termo pode ser expresso como $m_a^{pq} = (m_b^p \wedge m_c^q) = (\neg p_b \wedge \neg q_b) \wedge (p_i \wedge q_j)$, e qualquer expressão pode ser representada como: $((\neg p_1 \wedge \neg q_1) \wedge (p_2 \wedge q_2)) \vee ((\neg p_3 \wedge \neg q_3) \wedge (p_4 \wedge q_4)) \vee \dots = m_a^{pq} \vee m_b^{pq} \vee \dots$

A conjunção de predicados $Rq(s_q, r)$ e $kNN(s_q)$ ou a conjunção de predicados $Rq^{-1}(s_q, r)$ e $kFN(s_q)$ com um mesmo objeto de referência s_q recupera todo elemento no conjunto de dados que satisfaz a ambos os predicados, e é equivalente à interseção dos resultados intermediários obtidos pelos algoritmos básicos correspondentes. Portanto, um novo algoritmo chamado de $kAndRange(\theta, s_q, k, r)$ pode ser criado para considerar os limites de ambos os predicados: *range* e *k-nearest*. Isto faz com que esse algoritmo insira um elemento no conjunto resposta da consulta por similaridade complexa apenas quando esse elemento satisfaz a ambos os critérios. Portanto, a seguinte propriedade pode ser definida.

Propriedade 11: *Conjunção de predicados range e k-nearest com mesmo centro* - A conjunção de um predicado *range* e um predicado *k-nearest* é equivalente à interseção dos resultados obtidos dos operadores básicos, e é equivalente também à execução de um algoritmo $kAndRange(\theta, s_q, k, r)$. Considerando o conjunto de dados S , tem-se:

$$\sigma_{(Rq(s_q, r))} S \cap \sigma_{(kNN(s_q))} S \Leftrightarrow \sigma_{(Rq(s_q, r) \wedge kNN(s_q))} S \Leftrightarrow kAndRange(\theta, s_q, k, r)$$

Usar a propriedade comutativa para representar um min-termo $m_a^{pq} = m_b^p \wedge m_c^q = (\neg p_g \wedge p_i) \wedge (\neg q_h \wedge q_j)$, faz com que a expressão se torne uma conjunção entre predicados *range* juntamente com uma conjunção entre predicados *k-nearest*. Assim cada uma dessas conjunções pode ser simplificada usando as Propriedades 7, 8 e 9. Após a simplificação, os min-terms restantes podem ser rearranjados como $m_a^{pq} = (\neg p_g \wedge \neg q_h) \wedge (p_i \wedge q_j)$ e conseqüentemente respondidos, chamando o algoritmo $kAndRange(\theta, s_q, k, r)$ duas vezes, primeiro para processar $(\neg p_g \wedge \neg q_h)$ e, em seguida, para processar $(p_i \wedge q_j)$.

Observe-se que a interseção de elementos recuperados por dois min-terms distintos em uma expressão ou subexpressão **SCMP** em **DNF** pode não ser vazia. O algoritmo para processar tal expressão pode ser melhorado se os min-terms gerarem resultados parciais disjuntos. Assim, a propriedade declarada a seguir torna-se útil.

Propriedade 12: *Min-terms disjuntos em uma expressão SCMP em DNF* - Considere-se uma expressão **SCMP** em **DNF** com pelo menos dois min-terms $m_a^{pq} = ((\neg p_1 \wedge \neg q_2) \wedge (p_5 \wedge q_6))$ e $m_b^{pq} = ((\neg p_3 \wedge \neg q_4) \wedge (p_7 \wedge q_8))$. Se os valores limites $u_1 \leq u_3 \leq u_5$, então o min-termo m_a^{pq} pode ser substituído por dois min-terms

$$m_a^{pq} = ((\neg p_1 \wedge \neg q_2) \wedge (p_3 \wedge q_6)) \vee ((\neg p_3 \wedge \neg q_2) \wedge (p_5 \wedge q_6)).$$

e se os valores limites $u_3 \leq u_5 \leq u_7$, então o min-termo m_b^{pq} pode ser substituído por dois min-terms

$$m_b^{pq} = ((\neg p_3 \wedge \neg q_4) \wedge (p_5 \wedge q_8)) \vee ((\neg p_5 \wedge \neg q_4) \wedge (p_7 \wedge q_8)).$$

Quando uma expressão não tem um par de min-terms que permita qualquer uma dessas substituições, então cada min-termo gera resultados parciais disjuntos de qualquer outro min-termo. Essa expressão é chamada nesta tese de expressão **livre de sobreposição**, ou uma expressão O_f . Note-se que uma expressão ou é O_f , ou existe pelo menos um par de min-terms que permite a simplificação definida pela Propriedade 12. Assim, uma expressão **SCMP** em **DNF** sempre pode ser processada pelo algoritmo $kAndRange(\theta, s_q, k, r)$ e os resultados concatenados sem a necessidade de verificar a ocorrência de repetição.

Figura 4.3: O min-termo m_a^{pq} em um espaço bi-dimensional com a métrica Euclidiana pertencente a uma expressão **SCMP** em **DNF** com pelo menos dois min-termos. (a) o min-termo m_a^{pq} antes de ser aplicada a Propriedade 12 formando regiões não disjuntas; (b) o min-termo m_a^{pq} após ser aplicada a Propriedade 12 formando regiões disjuntas.

As substituições propostas pela Propriedade 12 podem ser aplicadas a ambos os tipos de predicado, porém aplicá-las a apenas um tipo já é suficiente para tornar a expressão O_f . Note-se que, embora essa propriedade aumente o número de predicados na expressão, ela proporciona o uso de algoritmos incrementais e possibilita a utilização da operação de concatenação ao invés da operação de união, que tem um custo computacional maior. A Figura 4.3 ilustra a utilização da Propriedade 12 para o min-termo m_a^{pq} .

Considerando expressões **SCMP** representadas em **CNF**, a disjunção de predicados $Rq(s_q, r)$ e $kNN(s_q)$ ou de predicados $Rq^{-1}(s_q, r)$ e $kFN(s_q)$ com um mesmo objeto de referência s_q recupera cada elemento no conjunto de dados que satisfaz a pelo menos um dos predicados. Isto é equivalente à união dos resultados intermediários obtidos pelos algoritmos básicos correspondentes. Portanto, expressões **SCMP** em **CNF** podem ser resolvidas por um novo algoritmo chamado de $kOrRange(\theta, s_q, k, r)$ e a seguinte propriedade pode ser definida.

Propriedade 13: *Disjunção de predicados range e k-nearest com mesmo centro*
 - A disjunção de um predicado *range* e um predicado *k-nearest* é equivalente à união posterior dos resultados intermediários obtidos dos operadores básicos, e também equivalente à execução do algoritmo $kOrRange(\theta, s_q, k, r)$. Considerando o conjunto de dados S , isto é definido como:

$$\sigma_{(Rq(s_q, r))} S \cup \sigma_{(kNN(s_q))} S \Leftrightarrow \sigma_{(Rq(s_q, r) \vee kNN(s_q))} S \Leftrightarrow kOrRange(\theta, s_q, k, r)$$

Algoritmos para Executar Expressões SCMP

As expressões **SCMP** em **DNF**, após sofrerem as devidas simplificações, podem ser executadas por meio de algoritmos de recuperação específicos. Um algoritmo importante para ser implementado é o relacionado à consulta por similaridade complexa envolvendo os predicados básicos por similaridade: *range* e *k-nearest*. Essa consulta, que corresponde a uma subexpressão **SCMP** em **DNF**, é definida a seguir.

Definição 2: *Consulta por Abrangência e aos k-Vizinhos Mais Próximos - kAndRange Query* - Dado um elemento $s_q \in \mathbb{S}$, o valor k definido no predicado *k-nearest*, a distância $r \in \mathbb{R}^+$ definida no predicado *range*, o operador relacional $\theta \in \{\leq, >\}$, uma consulta *kAndRange* recupera cada elemento $s_i \in S$ tal que $d(s_q, s_i) \theta r$ e $s_i \in \text{Nearest}(\theta, s_q, k)$.

Uma consulta *kAndRange* pode ser executada pelo algoritmo $kAndRange(\theta, s_q, k, r)$ (Algoritmo 4.3.4). Esse algoritmo executa a conjunção dos predicados *range* e *k-nearest*, complementados ou não, com um mesmo objeto de referência s_q . A conjunção exige que ambos os predicados satisfaçam a mesma condição θ . Este algoritmo é baseado no algoritmo $\text{Nearest}(\theta, s_q, k)$. A distância máxima, a qual qualifica um objeto pertencer à resposta, é representada por r_c . Devido à conjunção entre os predicados, r_c pode iniciar com r ao invés de ∞ e é reduzido (aumentado) conforme elementos mais próximos (mais distantes) são encontrados. A resposta é ordenada pela distância em relação ao objeto de referência da consulta. O algoritmo utiliza os métodos: *Add()* insere um novo elemento mantendo a lista ordenada; *Length()* retorna o número de elementos na lista; *DropLast()* remove o elemento mais distante (se $\theta = \leq$) ou mais próximo (se $\theta = >$) na lista; e *MaxDist()* retorna a distância ao elemento mais próximo ou mais distante (considerando θ) na lista. A Figura 4.4 ilustra as possibilidades existentes de uma conjunção entre os predicados básicos, considerando o operador θ como $\leq$ e que foram utilizadas na elaboração do algoritmo $kAndRange()$. Essas possibilidades são tratadas por esse algoritmo nas linhas 5 a 9 que verificam se um objeto está dentro da região definida pelo raio r_c e também se esse ele é um dos k objetos mais próximos ($\nu - k$ mais distantes), fazendo os ajustes em r_c e no conjunto resposta quando necessário.

Algoritmo 4.3.4 $kAndRange(\theta, s_q, k, r)$

```

1: Inicializar Answer com nulo
2: Inicializar  $r_c$  com  $r$ 
3: para cada  $s_i \in S$  faça
4:   Calcular  $d(s_i, s_q)$ 
5:   se  $d(s_i, s_q) \theta r_c$  então
6:     Answer.Add( $s_i, \theta$ )
7:   se  $\neg(\text{Answer.Length}() \theta k)$  então
8:     Answer.DropLast( $\theta$ )
9:   Atribuir Answer.MaxDist( $\theta$ ) a  $r_c$ 
10: Retornar Answer

```

O algoritmo $\text{UniSimDNF}(\text{minterms}[], s_q)$ (Algoritmo 4.3.5) responde a uma expressão O_f . Lembrando que uma expressão O_f é uma disjunção de min-terms $m_d^{pq} \vee$

Figura 4.4: Casos possíveis entre os valores limites dos predicados *range* e *k-nearest*, dada uma conjunção entre eles usando a métrica Euclidiana em um espaço bi-dimensional e o operador $\theta \in \{>, <, =\}$. A área cinza representa o conjunto resposta para a consulta complexa, considerando os valores limites dos predicados. (a) Valor limite do predicado *range* maior que o do predicado *k-nearest* ($u_i > v_i$); (b) Valor limite do predicado *range* menor que o do predicado *k-nearest* ($u_i < v_i$); (c) Valor limite do predicado *range* igual ao do predicado *k-nearest* ($u_i = v_i$).

$m_b^{pq} \vee \dots$ com o objeto de referência s_q , onde cada min-termo $m_a^{pq} = (\neg p_q \wedge \neg q_h) \wedge (p_i \wedge q_j)$ é resolvido pelo algoritmo $kAndRange(\theta, s_q, k, r)$ e não existe sobreposição entre nenhum par de min-termos da expressão. Assim, atribuindo o símbolo p a predicados *range* e q a predicados *k-nearest*, tem-se:

$\sigma(m_a^{pq})S = \sigma((\neg p_q \wedge \neg q_h) \wedge (p_i \wedge q_j))S = kAndRange(>, s_q, k_h, r_q) \cap kAndRange(\leq, s_q, k_j, r_i)$. E dado que m_a^{pq} e m_b^{pq} foram simplificados pela Propriedade 12, $m_a^{pq} \vee m_b^{pq} = m_a^{pq} | m_b^{pq}$, onde o símbolo '|' significa a concatenação entre dois resultados.

Os resultados intermediários de cada chamada ao algoritmo $kAndRange()$ é um conjunto de elementos ordenados pela distância em relação ao objeto de referência da consulta s_q . A resposta final de todo o min-termo é a interseção de ambos os resultados intermediários, mas como as respostas são ordenadas pela distância de cada elemento a s_q , essa operação é computada com complexidade computacional linear sobre o número de elementos envolvidos.

Uma expressão **SCMP** em **DNF** é enviada ao algoritmo $UniSimDNF()$ com o parâmetro $mintervals[]$. Após o cálculo de cada min-termo, o resultado é mantido em uma lista ordenada pela distância de cada elemento ao objeto de referência da consulta. Portanto, a união de cada min-termo com o resultado do min-termo anterior, para formar o resultado de toda a expressão, também pode ser executada com complexidade computacional linear em relação ao número de elementos envolvidos. A Figura 4.5 mostra os casos possíveis para o min-termo m_a^{pq} os quais são cobertos pelo algoritmo $UniSimDNF()$.

Note-se que algoritmos mais específicos que os propostos aqui para expressões **SCMP** em **DNF** ainda poderiam ser desenvolvidos. Para o caso específico do min-

Algoritmo 4.3.5 $UniSimDNF(minterms[, s_q])$

```

1: Inicializar Answer com nulo
2: para cada  $m_a^{pq} \in minterms$  faça
3:   se  $m_a^{pq} = (\neg p_g \wedge \neg q_h) \wedge (p_i \wedge q_j)$  então
4:     Atribuir  $Answer \cup (kAndRange(>, s_q, k_h, r_g) \cap kAndRange(\leq, s_q, k_j, r_i))$  a Answer
5:   senão
6:     se  $m_a^{pq} = (\neg p_g \wedge \neg q_h)$  então
7:       Atribuir  $Answer \cup (kAndRange(>, s_q, k_h, r_g))$  a Answer
8:     senão
9:       Atribuir  $Answer \cup (kAndRange(\leq, s_q, k_j, r_i))$  a Answer
10: retornar Answer

```

Figura 4.5: As três possibilidades que o min-termo m_a^{pq} pode assumir em uma expressão **SCMP** em **DNF** sendo ilustradas por regiões em um espaço métrico bi-dimensional com função de distância Euclidiana. (a) $m_a^{pq} = (p_i \wedge q_j)$; (b) $m_a^{pq} = (\neg p_g \wedge \neg q_h)$; (c) $m_a^{pq} = (\neg p_g \wedge \neg q_h) \wedge (p_i \wedge q_j)$.

termo $m_a^{pq} = (\neg p_g \wedge \neg q_h) \wedge (p_i \wedge q_j)$, por exemplo, um algoritmo de custo equivalente a uma única execução do algoritmo $kAndRange()$ pode ser implementado. Algoritmos mais específicos podem ser implementados caso seja possível ou necessário na camada **Executor** dos gerenciadores. Entretanto, como um dos objetivos desta tese é apresentar um pequeno número de algoritmos que sejam gerais o suficiente para responder a qualquer consulta por similaridade complexa, algoritmos mais específicos, como o discutido neste parágrafo, não foram desenvolvidos.

Considere-se agora uma expressão **SCMP** em **CNF**. Essas expressões também podem se beneficiar com a construção de algoritmos específicos para responder a consultas por similaridade complexas entre os predicados básicos. De maneira análoga à expressão em **DNF**, uma subexpressão comum em **CNF** é a que envolve a disjunção entre os predicados básicos por similaridade, definida a seguir.

Definição 3: *Consulta por Abrangência ou aos k-Vizinhos Mais Próximos - kOrRange Query* - Dado um elemento $s_q \in S$, o valor k definido no predicado $k-nearest$, a distância $r \in \mathbb{R}^+$ definida no predicado $range$, o operador relacional $\theta \in \{\leq, >\}$, uma consulta $kOrRange$ recupera cada elemento $s_i \in S$ $[d(s_q, s_i) \theta r$ ou $s_i \in Nearest(\theta, s_q, k)$.

O algoritmo $kOrRange(\theta, s_q, k, r)$ (Algoritmo 4.3.6) pode ser utilizado para res-

ponder a consultas $kOrRange$. Esse algoritmo executa a disjunção dos predicados $range$ e $k-nearest$ complementados ou não com um mesmo objeto de referência s_q . A disjunção permite que um elemento, para ser incluído no conjunto resposta, satisfaça a qualquer um dos predicados básicos segundo a condição θ . Note-se que esse algoritmo também é baseado no algoritmo $Nearest(\theta, s_q, k)$. Entretanto, diferente do que ocorre no Algoritmo 4.3.4, a distância máxima permitida na resposta (r_c) inicia com ∞ (zero) e é reduzida (aumentada) conforme elementos mais próximos (mais distantes) são encontrados. A resposta é ordenada pela distância ao objeto de referência da consulta. Os métodos utilizados são os mesmos descritos para o Algoritmo 4.3.4 e a Figura 4.6 ilustra as possibilidades existentes para a disjunção entre os predicados básicos, considerando que o operador θ seja $\leq$. Essa figura foi utilizada na elaboração do algoritmo $kOrRange()$, onde as linhas 8 a 15 representam o tratamento dado por esse algoritmo às possibilidades de resposta ilustradas nos itens (a), (b) e (c) da Figura 4.6, incluindo no conjunto resposta os objetos que estão dentro da região definida pelo raio r_c ou entre os k objetos mais próximos ($\nu - k$ mais distantes).

Algoritmo 4.3.6 $kOrRange(\theta, s_q, k, r)$

```

1: Inicializar Answer com nulo
2: se  $\theta$  é  $\leq$  então
3:   Atribuir  $\infty$  a  $r_c$ 
4: senão
5:   Atribuir zero a  $r_c$ 
6: para cada  $s_i \in S$  faça
7:   Calcular  $d(s_i, s_q)$ 
8:   se  $d(s_i, s_q) \theta r_c$  então
9:     Answer.Add( $s_i, \theta$ )
10:  se  $\neg(\text{Answer.Length}() \theta k)$  então
11:    Answer.DropLast( $\theta$ )
12:  se Answer.MaxDist( $\theta$ )  $\theta r$  então
13:    Atribuir  $r$  a  $r_c$ 
14:  senão
15:    Atribuir Answer.MaxDist( $\theta$ ) a  $r_c$ 
16: Retornar Answer

```

Ainda se torna necessário desenvolver um algoritmo correspondente ao Algoritmo 4.3.5 para responder a expressões **SCMP** em **CNF** mais complexas. Como este trabalho considera principalmente expressões em **DNF**, esse algoritmo não foi desenvolvido.

Vale salientar que o algoritmo $kAndRange()$ tem um custo equivalente ao algoritmo $Range()$ para um dado raio r , e um custo inferior ao algoritmo $kOrRange()$. Isto se deve à condição conjuntiva para a consulta por similaridade complexa implementada neste algoritmo. O Capítulo 6 discute em maiores detalhes os custos referentes aos algoritmos $kAndRange()$, $UniSimDNF()$ e $kOrRange()$ em relação aos algoritmos básicos para responder a uma consulta por similaridade complexa.

Retomando novamente a discussão sobre consultas por similaridade complexas em **DNF**, o caso mais geral para esse tipo de consulta, envolvendo diferentes objetos e diferentes predicados, é tratado a seguir.

Figura 4.6: Casos possíveis entre os valores limites dos predicados *range* ou *k-nearest*, dada uma disjunção entre eles usando a métrica Euclidiana em um espaço bi-dimensional e o operador $\theta = \cdot \leq'$. A área cinza representa o conjunto resposta para a consulta complexa, considerando os valores limites dos predicados. (a) Valor limite do predicado *range* maior que o do predicado *k-nearest* ($u_i > v_i$); (b) Valor limite do predicado *range* menor que o do predicado *k-nearest* ($u_i < v_i$); (c) Valor limite do predicado *range* igual ao do predicado *k-nearest* ($u_i = v_i$).

4.4 Consultas por Similaridade Complexas com Múltiplos Centros

A forma mais genérica de expressões envolvendo os predicados básicos por similaridade pode incluir predicados que possuem objetos centrais diferentes, chamadas neste trabalho de expressões **MCMP**. Conjunções e disjunções de predicados *range* ou *k-nearest* com objetos centrais diferentes não têm quaisquer propriedades especiais. Apenas as equivalências usuais entre composição de predicados usando os operadores Booleanos $\wedge$ e $\vee$ com os operadores sobre conjuntos união e interseção se mantêm. Assim, tem-se que:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{(Rq(s_{q1}, r_1))} S \cap \sigma_{(Rq(s_{q2}, r_2))} S &\Leftrightarrow \sigma_{(Rq(s_{q1}, r_1) \wedge Rq(s_{q2}, r_2))} S \\
 \sigma_{(Rq(s_{q1}, r_1))} S \cup \sigma_{(Rq(s_{q2}, r_2))} S &\Leftrightarrow \sigma_{(Rq(s_{q1}, r_1) \vee Rq(s_{q2}, r_2))} S \\
 \sigma_{(k_1 NN(s_{q1}))} S \cap \sigma_{(k_2 NN(s_{q2}))} S &\Leftrightarrow \sigma_{(k_1 NN(s_{q1}) \wedge k_2 NN(s_{q2}))} S \\
 \sigma_{(k_1 NN(s_{q1}))} S \cup \sigma_{(k_2 NN(s_{q2}))} S &\Leftrightarrow \sigma_{(k_1 NN(s_{q1}) \vee k_2 NN(s_{q2}))} S \\
 \sigma_{(Rq(s_{q1}, r_1))} S \cap \sigma_{(k_2 NN(s_{q2}))} S &\Leftrightarrow \sigma_{(Rq(s_{q1}, r_1) \wedge k_2 NN(s_{q2}))} S \\
 \sigma_{(Rq(s_{q1}, r_1))} S \cup \sigma_{(k_2 NN(s_{q2}))} S &\Leftrightarrow \sigma_{(Rq(s_{q1}, r_1) \vee k_2 NN(s_{q2}))} S
 \end{aligned}$$

Entretanto, as propriedades comutativa, associativa e distributiva sobre os operadores Booleanos $\wedge$ e $\vee$ também se mantêm para subexpressões com-

postas de predicados com objetos centrais diferentes. Assim, tem-se:
comutativa:

$$\begin{aligned}\sigma(Rq(s_{q1}, r_1) \wedge k_2 NN(s_{q2}))^S &\Leftrightarrow \sigma(k_2 NN(s_{q2}) \wedge Rq(s_{q1}, r_1))^S \\ \sigma(Rq(s_{q1}, r_1) \vee k_2 NN(s_{q2}))^S &\Leftrightarrow \sigma(k_2 NN(s_{q2}) \vee Rq(s_{q1}, r_1))^S\end{aligned}$$

associativa:

$$\begin{aligned}\sigma\left((k_1 NN(s_{q1}) \vee Rq(s_{q2}, r_2)) \vee Rq(s_{q3}, r_3)\right)^S &\Leftrightarrow \sigma\left(k_1 NN(s_{q1}) \vee (Rq(s_{q2}, r_2) \vee Rq(s_{q3}, r_3))\right)^S \\ \sigma\left((k_1 NN(s_{q1}) \wedge Rq(s_{q2}, r_2)) \wedge Rq(s_{q3}, r_3)\right)^S &\Leftrightarrow \sigma\left(k_1 NN(s_{q1}) \wedge (Rq(s_{q2}, r_2) \wedge Rq(s_{q3}, r_3))\right)^S\end{aligned}$$

distributiva:

$$\begin{aligned}\sigma\left((k_1 NN(s_{q1}) \vee Rq(s_{q2}, r_2)) \wedge Rq(s_{q3}, r_3)\right)^S &\Leftrightarrow \sigma(k_1 NN(s_{q1}) \wedge Rq(s_{q3}, r_3))^S \vee \sigma(Rq(s_{q2}, r_2) \wedge Rq(s_{q3}, r_3))^S \\ \sigma\left((k_1 NN(s_{q1}) \wedge Rq(s_{q2}, r_2)) \vee Rq(s_{q3}, r_3)\right)^S &\Leftrightarrow \sigma(k_1 NN(s_{q1}) \vee Rq(s_{q3}, r_3))^S \wedge \sigma(Rq(s_{q2}, r_2) \vee Rq(s_{q3}, r_3))^S\end{aligned}$$

Da mesma maneira que os predicados *range* ou *k-nearest* com objetos centrais diferentes satisfazem os postulados B_1 a B_3 , eles também satisfazem os postulados B_4 a B_6 que podem ser mostrados de forma análoga aos já apresentados para expressões **SCSP** e **SCMP**. Conseqüentemente, o conjunto de expressões **MCMP** também constitui uma álgebra Booleana sobre os operadores binários $\wedge$ e $\vee$, o operador unário $\neg$, e os operadores zero-ários O e I , onde O é $O(s_{q_i})$ e I é $Rq(s_{q_i}, \infty)$ ou $\nu NN(s_{q_i})$.

As propriedades para expressões **MCMP** podem ser usadas juntamente com as propriedades apresentadas para expressões **SCSP** e **SCMP** para representar expressões em um formato útil para melhorar algoritmos de consulta.

Expressões **MCMP** podem ser representadas em **DNF** (ou **CNF**), onde os min-terms conjuntivos (disjuntivos) são compostos por predicados *range* ou *k-nearest*, complementados ou não, cujos objetos de referência são iguais ou distintos. Este trabalho considera a **DNF**.

Suponha uma expressão de consulta que envolva predicados com nc objetos de referência diferentes $c_1, c_2, \dots, c_{nc}$, e considere ${}^k m_a^{pq}$ como a conjunção de predicados de ambos os tipos p e q cujo objeto de referência é c_k , ou seja, ${}^k m_a^{pq} = (\neg p_g \wedge \neg q_h) \wedge (p_i \wedge q_j)$, onde p_g, q_h, p_i e q_j são predicados com objeto de referência c_k . Portanto, cada min-termo de uma expressão **MCMP** tem a forma: ${}^{c_1} m_a^{pq} \wedge {}^{c_2} m_b^{pq} \wedge \dots \wedge {}^{c_{nc}} m_z^{pq}$.

Para avaliar a consulta **MCMP** em **DNF**, esta tese propõe fatorizá-la usando um de seus objetos de referência por vez. Assim, sem perda de generalidade, assume-se que o conjunto de objetos de referência é mantido em uma determinada ordem, de maneira que c_i precede c_j se $i < j$. Uma expressão fatorizada por seu centro c_1 tem a forma $({}^{c_1} m_a^{pq} \wedge E_{a,1}) \vee ({}^{c_1} m_b^{pq} \wedge E_{b,1}) \dots$ onde $E_{i,j}$ é a i -ésima subexpressão em **DNF** envolvendo os predicados com objetos de referência $c_{j+1}, \dots, c_{nc}$. Por exemplo, a expressão com dois objetos centrais c_1, c_2

$$(c_1 m_a^{pq} \wedge c_2 m_b^{pq}) \vee (c_1 m_c^{pq} \wedge c_2 m_d^{pq}) \vee (c_1 m_a^{pq} \wedge c_2 m_e^{pq})$$

pode ser fatorizada considerando o objeto central c_1 como

$$(c_1 m_a^{pq} \wedge (c_2 m_b^{pq} \vee c_2 m_c^{pq})) \vee (c_1 m_c^{pq} \wedge c_2 m_d^{pq}).$$

Cada expressão $E_{i,j}$ pode voltar a ser fatorizada considerando os centros restantes, em um processo recursivo. Cada subexpressão $E_{i,j}$ e toda a expressão pode ser simplificada usando as propriedades para expressões **SCMP** e **SCMP** em **DNF**.

Em seguida é necessário executar a expressão simplificada para recuperar a resposta da consulta complexa. Um algoritmo para executar consultas por similaridade complexas **MCMP** em **DNF**, chamado de $GenSimDNF(minterms[], centers[])$, está detalhado no Algoritmo 4.4.1. O parâmetro $minterms[]$ é um vetor com os min-terms (incluindo seus respectivos objetos de referência) da expressão simplificada a ser executada, e $centers[]$ é um vetor com os centros que ocorrem em pelo menos um predicado dos min-terms. A execução desse algoritmo é descrita a seguir. Se uma expressão tem apenas um centro c , ele retorna o resultado do algoritmo $UniSimDNF(minterms[], c)$. Caso contrário, ele escolhe um centro do conjunto de objetos de referência dos predicados como c , e fatoriza a expressão procurando cada termo $c m_i^{pq}$ distinto que ocorre no conjunto de min-terms. Para cada min-termo composto do termo $c m_i^{pq}$, ele calcula as subexpressões correspondentes dos termos restantes e recursivamente executa o algoritmo $GenSimDNF()$. Os objetos encontrados como respostas para cada subexpressão sofrem uma operação de interseção com aqueles objetos encontrados como resposta para cada termo $c m_i^{pq}$, gerando os resultados de cada min-termo, os quais são, na volta do processo recursivo, concatenados para obter o resultado final da expressão **MCMP** completa.

Algoritmo 4.4.1 $GenSimDNF(minterms[], centers[])$

```

1: Inicializar Answer com nulo
2: se  $centers[] > 1$  então
3:   Atribuir  $ChooseObject(centers[])$  a  $c$ 
4:   para cada  $c m_i^{pq} \in minterm[]$  faça
5:      $Prepare(minterms[], c m_i^{pq}, InnerMinterms[])$ 
6:     Atribuir  $Answer \cup$ 
        $(GenSimDNF(InnerMinterms[], centers[] - c) \cap UniSimDNF(c m_i^{pq}, c))$  a Answer
7:   Retornar Answer
8: senão
9:   Retornar  $UniSimDNF(minterms[], centers[1])$ 

```

O algoritmo $ChooseObject(center[])$ usado pelo algoritmo $GenSimDNF(minterms[], centers[])$ escolhe um centro do conjunto de objetos de referência dos predicados envolvidos e, por consequência, define uma ordem para o conjunto de objetos de referência a serem avaliados. Ele pode ser implementado considerando diferentes heurísticas para definir a ordem para o conjunto de objetos de referência. Alguns exemplos de heurísticas que podem ser consideradas são: tamanho relativo dos raios de consulta e diâmetro do conjunto de dados, número k de elementos

desejados e número de elementos no conjunto de dados. Uma heurística genérica útil em um ampla variedade de domínios de aplicação é a que obtém o objeto mais central no conjunto de objetos de referência restantes, da seguinte maneira. A soma das distâncias de cada objeto de referência para os outros é calculada e, então, seleciona-se aquele cuja soma é a menor. O algoritmo *Prepare*(*minterms*[], m_i^{pq} , *InnerMinterms*[]) seleciona do conjunto *minterms*[] o termo m_i^{pq} retirando-o desse conjunto, e em seguida armazena a subexpressão resultante em *InnerMinterms*[]. Ambos os algoritmos podem se beneficiar de otimizações devido a peculiaridades de um determinado domínio de aplicação.

Consultas por similaridade complexas envolvendo múltiplos centros, considerando o caso particular onde apenas predicados de um só tipo estão presentes na expressão, podem ser respondidas por algoritmos específicos, obtendo assim uma eficiência maior em relação ao apresentado nesta seção. Entretanto, conforme discutido em operadores para executar expressões **SCMP** da Seção 4.3.2 algoritmos mais específicos não são apresentados neste trabalho. A seguir é apresentada a conclusão deste capítulo.

4.5 Conclusão

Consultas por similaridade são necessárias para recuperar dados complexos em grandes conjuntos de dados. Entretanto, até agora não havia um estudo de como analisar uma expressão de consulta por similaridade envolvendo mais de um predicado. A principal contribuição deste capítulo é dividir o problema de analisar expressões por similaridade complexas em 3 passos: Mesmo Centro/Mesmo Tipo de Predicado (**SCSP**), Mesmo Centro/Tipos de Predicados Diferentes (**SCMP**), Centros Distintos/Tipos de Predicados Diferentes (**MCMP**). Seguindo esta abordagem, regras para simplificar expressões por similaridade complexas são obtidas diretamente.

Com o objetivo de incorporar consultas por similaridade em um gerenciador relacional, uma extensão à álgebra relacional e uma coleção de algoritmos de recuperação baseados em similaridade são apresentados. Esses algoritmos são simples e genéricos podendo ser construídos e usados para responder a consultas por similaridade complexas em um tempo linear. Note-se que apenas quatro algoritmos são suficientes para responder a qualquer consulta por similaridade complexa envolvendo os predicados *range* e *k-nearest*, sendo eles: *GenericRange*(), *GenericNearest*(), *UniSimDNF*(), e *GenSimDNF*(). Os algoritmos *RingRange*() e *kAndRange*() bem como o algoritmo *kOrRange*(), para expressões em **CNF**, também podem ser incluídos para melhorar o desempenho de respostas para tipos de consultas por similaridade mais simples que são freqüentemente utilizadas. A Tabela 4.3 mostra as expressões onde cada algoritmo é utilizado.

O conjunto de novos algoritmos propostos tem por finalidade responder a expressões de consulta por similaridade complexa representadas em forma normal. Assim, eles são denominados nesta tese de algoritmos para consultas por similaridade normativos, ou simplesmente algoritmos normativos, em contraposição aos algoritmos básicos que reque-

Tabela 4.3: Os algoritmos desenvolvidos e as expressões em que cada um deles é utilizado.

Algoritmo normativo	Expressão	Exemplos
<i>RingRange()</i>	SCSP	$\neg p_i \wedge p_j$
<i>GenericRange()/</i> <i>GenericNearest()</i>	SCSP	$p_i \vee (\neg p_i \wedge p_j) \vee (\neg p_g \wedge p_h) \vee \neg p_k$
<i>kAndRange()</i>	SCMP	$(\neg p_g \wedge \neg q_h) \text{ e } (p_i \wedge q_j)$
<i>kOrRange()</i>	SCMP	$(\neg p_g \vee \neg q_h) \text{ e } (p_i \vee q_j)$
<i>UniSimDNF()</i>	SCMP	$m_a^{pq} \vee m_b^{pq} \vee m_c^{pq}$
<i>GcuSimDNF()</i>	MCMP	$(c_1 m_a^{pq} \wedge c_2 m_b^{pq}) \vee (c_1 m_c^{pq} \wedge c_2 m_d^{pq}) \vee (c_1 m_a^{pq} \wedge c_2 m_e^{pq})$

rem algoritmos de união e interseção de conjuntos para gerarem as respostas solicitadas.

Os algoritmos normativos para consultas por similaridade apresentados neste capítulo estão em um formato geral, sem considerar uma estrutura de indexação específica. Dessa maneira, a implementação específica de cada algoritmo pode se favorecer das propriedades da estrutura utilizada, contribuindo para melhorar o processo de resposta da consulta de acordo com o método de acesso adotado. No Capítulo 6 são apresentados experimentos considerando o método de acesso métrico *Slim-tree* e uma implementação de lista sequencial, comparando os algoritmos normativos com os respectivos algoritmos básicos seguidos dos operadores sobre conjuntos união e interseção para responder a uma consulta por similaridade complexa.

O modo proposto para analisar expressões por similaridade complexas para operações de seleção e as regras derivadas a partir dessa análise podem manipular expressões por similaridade complexas sempre que os predicados básicos por similaridade são usados na álgebra relacional. As regras algébricas podem ser aplicadas a consultas por similaridade complexas, simplificando e preparando uma expressão por similaridade complexa para ser submetida aos algoritmos normativos propostos. Portanto, isto abre a possibilidade para dar suporte ao armazenamento e recuperação de dados complexos baseados em conteúdo, tais como, imagens, áudio, vídeo, dados biológicos e científicos, entre outros, em qualquer sistema baseado sobre a álgebra relacional e, principalmente, nos atuais gerenciadores relacionais baseados em SQL.

Estimativa de Seletividade

5.1 Introdução

O **Otimizador** de um Sistema de Gerenciamento de Bases de Dados (SGBD), tem como objetivo escolher, entre os planos gerados pelo módulo **Gerador de Planos**, aquele de menor custo computacional. A estimativa de custo feita pelo **Otimizador** utiliza a seletividade de cada predicado de uma consulta, juntamente com outras informações (ver Seção 2.5), para determinar o custo de execução de um determinado plano de consulta. Assim, a seletividade é utilizada pelo módulo **Estimador de Planos** para auxiliar o processo de estimativa de custo de um plano de consulta, e a sua precisão influencia diretamente o processo.

Para obter estimativas de seletividade cada vez mais precisas, diversos estudos têm sido realizados, tanto para dados convencionais quanto para dados complexos. Apesar de não haver um consenso entre os pesquisadores sobre qual modelo de estimativa de seletividade adotar para dados complexos (ver Seção 3.5), o modelo baseado na teoria de fractais tem sido adotado para a análise de conjuntos de dados complexos em trabalhos recentes, tais como [Böhm et al., 2000], [Korn et al., 2001], mostrando uma tendência em se utilizar esse modelo. Nesse modelo pressupõe-se que distribuição dos dados no espaço é não uniforme, caracterizando de maneira mais adequada conjuntos de dados reais [Belussi & Faloutsos, 1995], [Belussi & Faloutsos, 1998], [Traina Jr. et al., 2000a] (ver Seção 3.5). Assim, o modelo de seletividade adotado por esta tese para dados complexos em domínios métricos é baseado na teoria de fractais.

Utilizando o modelo adotado, este capítulo apresenta um conjunto de regras para derivar fórmulas de estimativa de seletividade para consultas por similaridade complexas. Essas fórmulas visam a fornecer estimativas para expressões por similaridade complexas

envolvendo os dois tipos de predicados básicos por similaridade, combinados pelos operadores Booleanos $\wedge$ (**E**), $\vee$ (**OU**) e $\neg$ (**Negação**). As regras utilizadas, para a partir delas derivar as fórmulas de estimativas de seletividades propostas, baseiam-se nas três classes em que uma expressão por similaridade complexa pode ser dividida (ver Capítulo 4). Assim, têm-se estimativas de seletividade para expressões **SCSP** (Seção 5.3.1), para expressões **SCMP** (Seção 5.3.2) e para expressões **MCMP** (Seção 5.3.3).

Para que as fórmulas de estimativas de seletividade para consultas por similaridade complexas possam ser obtidas, primeiro é necessário mostrar como o modelo de seletividade adotado pode ser utilizado para estimar o número de objetos considerando um determinado raio r .

5.2 Estimando o Número de Objetos Usando Fractais

Estimar o número de objetos ou elementos para uma consulta por similaridade básica significa “prever” a cardinalidade de uma consulta por abrangência (Rq), conforme discutido na Seção 3.5, uma vez que para a consulta aos k -vizinhos mais próximos (kNN) essa cardinalidade já está definida. A estimativa usando a teoria de fractais pode ser feita utilizando a Dimensão de Correlação Fractal (DCF) $\mathcal{D}$ (ver Seção 3.5.1) de um conjunto de dados.

É interessante notar que uma vez determinada a DCF de um conjunto de dados, a inserção ou eliminação de novos objetos no conjunto não afeta a dimensão $\mathcal{D}$, se as características gerais do conjunto forem preservadas. Por isso, se o *distance plot* for refeito, ele irá gerar uma nova reta com a mesma inclinação (ângulo) da anterior. Ou seja, a reta que define o *distance plot* de um conjunto de dados sobe ou desce conforme esse conjunto tenha mais ou menos elementos, porém ela sempre mantém o mesmo ângulo.

Usando o *distance plot* de um conjunto de dados e uma reta adequada com ângulo $\mathcal{D}$ (também chamado de *distance exponent*), é possível obter o número k_r de elementos dentro de um raio de cobertura r , definido por uma consulta Rq . Para isso, é usada a propriedade que o *distance exponent* $\mathcal{D}$ não se altera quando o conjunto de dados é atualizado.

Mesmo conhecendo a dimensão $\mathcal{D}$ de um conjunto de dados, isso não é suficiente para determinar uma reta em particular no *distance plot*, pois, para traçá-la com a inclinação $\mathcal{D}$ correspondente, é também necessário definir um ponto por onde a reta passa.

Portanto, a hipótese formulada é a seguinte. Quando uma consulta Rq for executada, para se estimar o número k_r de objetos, deve-se utilizar o *distance exponent* $\mathcal{D}$ como o ângulo da reta e as coordenadas (R, ν) para o ponto conhecido da reta, onde R é o diâmetro desse conjunto de dados e ν é o número total de objetos do conjunto de dados S naquele momento. O número total de objetos ν é facilmente obtido, e o diâmetro R pode ser estimado a partir da estrutura de indexação utilizada, obtendo o diâmetro do nó raiz da estrutura.

Tabela 5.1: Principais símbolos utilizados neste capítulo.

Símbolos	Definições
$\mathcal{D}$	Dimensão de Correlação Fractal ou <i>distance exponent</i> .
ν	Número total de objetos de um conjunto de dados S .
R	Diâmetro do conjunto de dados S .
$PC(r)$	Número de pares de elementos dentro de uma distância r .
k_r	Número estimado de objetos a ser retornado por uma consulta Rq de raio r .
$\bar{k}_r$	Número estimado de objetos a ser retornado por uma consulta $\neg Rq$ de raio r , onde $\bar{k}_r = \nu - k_r$.
k	Número de objetos recuperados por uma consulta kNN .
$\bar{k}$	Número de objetos retornados por uma consulta $\neg kNN$, onde $\bar{k} = \nu - k$.

O processo para se obter o valor estimado k_r , dado um determinado raio r , é descrito a seguir. A Equação 3.9, apresentada na Seção 3.5.1, usa o número de pares $PC(r)$ dentro de uma distância r . Porém, o que se deseja estimar é o número de elementos k_r dentro de um raio r e não o número de pares de elementos dentro de um raio conforme é definido pela equação. Assim, é preciso converter o número de pares em número de elementos k_r dentro de uma distância r . Portanto, dado um subconjunto de k_r elementos do conjunto de dados S , o número de pares que esses elementos geram é:

$$Pairs(k_r) = \frac{k_r(k_r - 1)}{2} \quad (5.1)$$

porque cada par deve ser contado apenas uma vez.

Em um conjunto de dados S com cardinalidade ν e diâmetro R , o número de pares separados por distâncias menores que o diâmetro do conjunto de dados é $PC(R) = Pairs(\nu) = \nu(\nu - 1)/2$. Assim, quando a consulta por similaridade é feita, a reta específica para o conjunto de dados S é determinada pelo ponto $\langle \log(R), \log(Pairs(\nu)) \rangle$ no gráfico do *distance plot* para esse conjunto de dados. Usando essa reta, o número de elementos k_r que formam pares a uma distância menor ou igual a r pode ser estimada usando $PC(r) = Pairs(k_r)$.

A Figura 5.1 ilustra essa idéia onde a **Reta 0** é a reta usada para calcular a dimensão intrínseca $\mathcal{D}$ do domínio de dados a partir de uma amostra representativa desse domínio. Essa reta aproxima o número médio de pontos (em escala log-log) sobre a variação total de distâncias que ocorrem no conjunto de dados. Observe-se que conjuntos de dados reais usualmente têm poucas distâncias com valores perto do diâmetro do conjunto; então, a quantidade de distâncias maiores aumenta em menor proporção que a quantidade de distâncias médias ou menores. Esta é a razão do platô típico em gráficos de *distance plot* para raios grandes em conjuntos de dados reais, tais como o conjunto de dados *MGCounty* nas Figuras 3.6 e 5.1.

Agora, considere-se a reta com ângulo de inclinação $\mathcal{D}$ passando pelo ponto $\langle \log(R), \log(Pairs(\nu)) \rangle$, identificado como **Ponto 1** na Figura 5.1. Essa reta, identificada como **Reta 1** na figura, representa o relacionamento entre os raios e o número de pares

Figura 5.1: Como usar o *distance plot* de um conjunto de dados para estimar o número k_r de elementos.

dentro de cada raio, em um conjunto de dados S específico do domínio $\mathbb{S}$. Portanto, ela é adequada para estimar o número de elementos k_r nesse conjunto a partir de um raio r . A constante K_d da Equação 3.9 para a **Reta 1** pode ser calculada considerando-se o **Ponto 1** como:

$$\begin{aligned}
 \log(PC(R)) &= \mathcal{D} \cdot \log(R) + K_d \\
 K_d &= \log(Pairs(\nu)) - \mathcal{D} \cdot \log(R) \\
 K_d &= \log\left(\frac{\nu(\nu-1)}{2}\right) - \mathcal{D} \cdot \log(R)
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

Combinando a Equação 5.2 com a Equação 3.9 que representa o número de pares de elementos dentro de um raio r , substituindo $PC(r)$ pela Equação 5.1, e simplificando a expressão tem-se

$$\begin{aligned}
 \log(PC(r)) &= \mathcal{D} \cdot \log(r) + K_d \Rightarrow \\
 \log(PC(r)) &= \mathcal{D} \cdot \log(r) + \log\left(\frac{\nu(\nu-1)}{2}\right) - \mathcal{D} \cdot \log(R) \Rightarrow \\
 \log\left(\frac{k_r(k_r-1)}{2}\right) &= \mathcal{D} \cdot \log(r) + \log\left(\frac{\nu(\nu-1)}{2}\right) - \mathcal{D} \cdot \log(R) \Rightarrow \\
 \log(k_r(k_r-1)) &= \mathcal{D} \cdot \log(r) + \log(\nu(\nu-1)) - \mathcal{D} \cdot \log(R)
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

Obtendo k_r a partir da Equação 5.3, tem-se a seguinte equação

$$\begin{aligned}
 k_r(k_r-1) &= \exp(\mathcal{D} \cdot \log(r) + \log(\nu(\nu-1)) - \mathcal{D} \cdot \log(R)) \Rightarrow \\
 k_r^2 - k_r - Num &= 0, Num = \exp(\mathcal{D} \cdot \log(r) + \log(\nu(\nu-1)) - \mathcal{D} \cdot \log(R))
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

Dado que k_r precisa ser um valor inteiro maior que zero, a equação do segundo grau (Equação 5.4) possui uma única raiz válida como valor de k_r para um determinado raio r . Assim, o valor estimado de k_r é expresso pela Equação 5.5, arredondando o seu valor, caso esse seja um valor fracionário.

$$k_r = \frac{1 + \sqrt{1 + 4 \cdot Num}}{2}, \quad k_r \geq 1 \quad (5.5)$$

Portanto, a Equação 5.5 é a equação final do processo que permite estimar o número de elementos que serão recuperados em uma consulta Rq dado r , podendo ser utilizada para prever a seletividade desse tipo de consulta. A Tabela 5.1 sumariza os principais símbolos utilizados neste capítulo.

5.3 Seletividade para Consultas por Similaridade

Para formalizar as estimativas de seletividade para consultas por similaridade, assume-se a definição para seletividade de um predicado (Equação 2.14) apresentada na Seção 2.5, onde nvp (número de valores prováveis) representa a quantidade de elementos a ser recuperada pelo predicado por similaridade. Considerando que a existência de dois elementos exatamente iguais é rara [Faloutsos, 1996], nvd (número de valores distintos) é igual a ν . Além disso, uma pequena mudança na notação para seletividade é feita, pois a partir daqui a seletividade é expressa por $sel(tipo\ de\ consulta)$ ao invés de $sel(atributo)$ da Seção 2.5.

Estimativas de seletividade para consultas por similaridade complexas podem ser formalizadas utilizando a mesma classificação para as expressões apresentada no Capítulo 4. Portanto, para consultas envolvendo a composição dos dois tipos de predicados básicos por operadores Booleanos, as suas seletividades também podem ser classificadas em expressões **SCSP**, **SCMP** e **MCMP**. A seguir são apresentadas as fórmulas derivadas para expressões **SCSP**, isto é, consultas formadas apenas por predicados do tipo *range* ou *k-nearest* com suas respectivas variações e composições.

5.3.1 Seletividade para Expressões SCSP

Inicialmente, considere-se estimar a seletividade para uma consulta aos k -vizinhos mais próximos expressa pelo predicado $kNN(s_q)$. A seletividade para esse tipo de consulta é obtida diretamente, uma vez que a quantidade k de elementos expressa pelo predicado, corresponde ao número de elementos a ser recuperado na consulta. Assim, a seletividade para esse predicado pode ser definida conforme descrito a seguir.

Seletividade 1: *Consulta kNN* - Sendo ν o número total de elementos em um conjunto de dados S , e k a quantidade de elementos definida no predicado $kNN(s_q)$, a

seletividade desse predicado é expressa por

$$sel(kNN) = \frac{k}{\nu}$$

De maneira semelhante e também direta, a seletividade correspondendo ao complemento de uma consulta aos k -vizinhos mais próximos expressa pelo predicado $\neg kNN(s_q)$ pode ser calculada da seguinte maneira.

Seletividade 2: *Complemento de kNN ($\neg kNN$)* - Sendo ν o número total de elementos em um conjunto de dados S , k a quantidade de elementos definida no predicado $\neg kNN(s_q)$, e $\bar{k}$ o número de elementos recuperados por esse predicado, onde $\bar{k}$ é igual a ν menos k , a seletividade desse predicado é expressa por

$$sel(\neg kNN) = \frac{\bar{k}}{\nu} \Rightarrow \frac{\nu - k}{\nu} \Rightarrow 1 - \frac{k}{\nu}$$

Em uma consulta Rq expressa pelo predicado $Rq(s_q, r)$ não é possível saber antecipadamente qual é o número de objetos a ser recuperado. Sendo assim, a seletividade para esse tipo de predicado não pode ser obtida de modo direto como as seletividades referentes à consulta aos k -vizinhos mais próximos e seu complemento, formalizadas em Seletividade 1 e 2 anteriormente. Portanto, este trabalho usa a teoria de fractais para estimar o provável número de objetos a ser recuperado quando uma consulta por abrangência é executada.

Esse valor, estimado pela Equação 5.5, é chamado nesta tese de k_r . Assim, a seletividade para a consulta por abrangência e seu complemento pode ser definida de maneira análoga a uma consulta aos k -vizinhos mais próximos da seguinte maneira.

Seletividade 3: *Consulta Rq* - Sendo ν o número total de elementos em um conjunto de dados S , e k_r a quantidade de elementos estimada a ser recuperada pelo predicado $Rq(s_q, r)$, a seletividade desse predicado é expressa por

$$sel(Rq) = \frac{k_r}{\nu}$$

A seletividade para o complemento da consulta por abrangência é descrita conforme a seguir.

Seletividade 4: *Complemento de Rq ($\neg Rq$)* - Sendo ν o número total de elementos em um conjunto de dados S , k_r o número de elementos estimado a partir do raio r do predicado $\neg Rq(s_q, r)$, e $\bar{k}_r$ a quantidade de elementos recuperados por esse predicado, onde $\bar{k}_r$ é igual a ν menos k_r , a seletividade desse predicado é expressa por

$$sel(\neg Rq) = \frac{\bar{k}_r}{\nu} \Rightarrow \frac{\nu - k_r}{\nu} \Rightarrow 1 - \frac{k_r}{\nu}$$

As seletividades descritas até aqui representam as seletividades correspondentes aos dois tipos principais de consultas por similaridade encontradas na literatura. Entretanto, composições desses operadores em uma expressão mais complexa também podem ser exigidas em um gerenciador relacional, conforme discutido no Capítulo 4. Assim, dado o min-termo **SCSP** em **DNF** $\neg p_i \wedge p_e$, esse min-termo forma regiões em anéis (ver Figura 4.1). Desse modo, é também necessário determinar a seletividade para o min-termo acima mencionado que define regiões não nulas. Portanto, considerando inicialmente que o predicado p é uma consulta aos k -vizinhos mais próximos, a seletividade para o min-termo **SCSP** $\neg p_i \wedge p_e$ pode ser definida por:

Seletividade 5: *Anéis kNN* - Sendo ν o número total de elementos em um conjunto de dados S , k_i e k_e as quantidades a serem recuperadas definidas respectivamente nos predicados $\neg p_i$ e p_e , e dado que $k_i < k_e$, a seletividade equivalente ao min-termo **SCSP** é definida por

$$sel(\odot kNN) = \frac{k_e}{\nu} - \frac{k_i}{\nu} \Rightarrow \frac{k_e - k_i}{\nu}$$

De maneira análoga, a seletividade para o min-termo $\neg p_i \wedge p_e$ dado que o predicado p é uma consulta por abrangência pode ser representada como:

Seletividade 6: *Anéis Rq* - Sendo ν o número total de elementos em um conjunto de dados S , k_{ri} e k_{re} respectivamente os valores estimados a partir dos raios r_i e r_e dos predicados $\neg p_i$ e p_e , e dado que $r_i < r_e$, e por consequência $k_{ri} < k_{re}$, a seletividade para o min-termo **SCSP** é definida por

$$sel(\odot Rq) = \frac{k_{re}}{\nu} - \frac{k_{ri}}{\nu} \Rightarrow \frac{k_{re} - k_{ri}}{\nu}$$

É importante notar que as Seletividades 5 e 6 são seletividades que se aplicam a regiões em anel formadas por min-terms conjuntivos em **DNF** para os dois tipos de predicados por similaridade básicos que foram simplificadas pelas Propriedades 7 a 9 e não podem ser mais simplificadas. Uma expressão **SCSP** em **DNF**, conforme a expressão representada pela Figura 4.1 da Seção 4.3.1, pode ter sua seletividade estimada, usando as Seletividades de 1 a 6 de maneira adequada para obter a seletividade resultante de uma consulta.

Essas expressões têm o conjunto de elementos recuperados por cada min-termo mutuamente disjuntos. Portanto, o conjunto total de objetos recuperados por uma expressão **SCSP** em **DNF** tem cardinalidade igual à soma das cardinalidades obtidas de cada min-termo.

Para exemplificar considere-se a expressão em **DNF** da Seção 4.3.1, isto é, $E = p_1 \vee (\neg p_2 \wedge p_3) \vee (\neg p_5 \wedge p_6) \vee (\neg p_4 \wedge p_7) \vee (\neg p_8 \wedge p_{10}) \vee (\neg p_9 \wedge p_{11}) \vee \neg p_{12}$, onde o predicado p corresponde apenas à consulta por abrangência ou à consulta aos k -vizinhos

mais próximos. Para se obter a seletividade total para essa expressão, é necessário somar as seletividades obtidas para cada min-termo dessa expressão. Assim, considerando que o predicado p seja uma consulta por abrangência, tem-se que:

$$sel(E) = sel(Rq) + sel(\odot Rq) + \dots + sel(\odot Rq) + sel(\neg Rq)$$

Portanto, a seletividade total para a expressão E corresponde à somatória das Seletividades 3, 4 e 6, lembrando que a Seletividade 6 ($sel(\odot Rq)$) é calculada para cada um dos cinco min-terms $\neg p_i \wedge p_e$ desta expressão.

Consultas por similaridade complexas com mesmo centro podem possuir tipos de predicados diferentes em uma mesma expressão. Assim, estimativas de seletividade para expressões **SCMP** tornam-se necessárias.

5.3.2 Seletividade para Expressões SCMP

Cada min-termo de uma expressão **SCMP** em **DNF** é uma conjunção entre os predicados *range* e *k-nearest*, complementados ou não. Conseqüentemente, o min-termo **SCMP** m_a^{pq} pode possuir: apenas a parte complementada ($m_a^{pq} = \neg p_g \wedge \neg q_h$); apenas a parte não complementada ($m_a^{pq} = p_i \wedge q_j$); ou ambas ($m_a^{pq} = (m_b^p \wedge m_c^q) = (\neg p_g \wedge \neg q_h) \wedge (p_i \wedge q_j)$). Para simplificar a discussão nesta seção, quando o min-termo m_a^{pq} possui ambas as partes (complementada e não complementada) ele é chamado de **min-termo total**.

Portanto, é necessário definir mais três estimativas de seletividade envolvendo os dois tipos de predicado por similaridade. Essas três estimativas cobrem as possibilidades de seletividade para um min-termo **SCMP**, sendo elas: a seletividade para a parte não complementada $p_i \wedge q_j$; a seletividade para a parte complementada $\neg p_g \wedge \neg q_h$, e a seletividade para o min-termo total **SCMP**. Além dessas três seletividades, esta seção formaliza também uma outra seletividade a qual se mostra útil para expressões **SCMP** em **CNF**. Note que esta seção utiliza a notação $p_i/u_i, q_j/v_j$ apresentada na Seção 4.3.2 para expressões do tipo **SCMP**.

A seletividade para conjunção entre os predicados por similaridade, isto é, $p_i \wedge q_j$, é declarada a seguir.

Seletividade 7: *Conjunção entre Rq e kNN ($Rq \wedge kNN$)* - Sendo ν o número total de elementos em um conjunto de dados S , k_r a quantidade de elementos estimada a ser recuperada pelo predicado $Rq(s_q, r)$, e k a quantidade de elementos definida no predicado $kNN(s_q)$, a seletividade para a conjunção entre os predicados é equivalente a

$$\begin{aligned} sel(Rq \wedge kNN) &= \min(sel(Rq), sel(kNN)) \Rightarrow \\ &= \frac{\min(k_r, k)}{\nu} \end{aligned}$$

onde $\min$ representa o valor mínimo entre os dois valores.

A Seletividade 7 pode ser utilizada para expressões **SCMP** em basicamente duas situações: quando o min-termo **SCMP** correspondente apenas à conjunção entre os pre-

dicados $p_i \wedge q_j$, e para compor a seletividade do min-termo total **SCMP**. Considerando neste momento apenas a primeira situação, a Seletividade 7 é usada de forma direta para obter a seletividade do min-termo **SCMP** m_a^{pq} . A Figura 5.2 (a) ilustra essa situação, onde a linha tracejada corresponde à região de resposta para a conjunção entre os predicados por similaridade $p_i \wedge q_j$ (Região 1) e a linha contínua representa a região de resposta para o min-termo **SCMP** m_a^{pq} (Região 3). Note-se que nesse caso a Região 1 é equivalente à Região 3, que define o conjunto resposta para o min-termo m_a^{pq} . Quando isso ocorre, a Seletividade 7 corresponde à seletividade do min-termo m_a^{pq} conforme o item (a) dessa figura ilustra.

De maneira análoga à Seletividade 7, a seletividade para a conjunção complementada entre os predicados, isto é, $\neg p_g \wedge \neg q_h$, também pode ser declarada.

Seletividade 8: *Conjunção complementada entre Rq e $kNN(\neg Rq \wedge \neg kNN)$* - Sendo ν o número total de elementos em um conjunto de dados S , k_r o número de elementos estimado a partir do raio r do predicado $\neg Rq(s_q, r)$, $\bar{k}_r$ a quantidade de elementos recuperados por esse predicado, onde $\bar{k}_r$ é igual a ν menos k_r e k a quantidade de elementos definida no predicado $\neg kNN(s_q)$, com $\bar{k}$ elementos recuperados por esse predicado, onde $\bar{k}$ é igual a ν menos k ; a seletividade para a conjunção complementada entre os predicados é equivalente a

$$\begin{aligned} sel(\neg Rq \wedge \neg kNN) &= \min(sel(\neg Rq), sel(\neg kNN)) \\ &= \frac{\min(\bar{k}_r, \bar{k})}{\nu} \\ &= \frac{\min(1 - k_r, 1 - k)}{\nu} \end{aligned}$$

É importante definir a Seletividade 8 para os casos onde a conjunção complementada entre os predicados por similaridade $\neg p_g \wedge \neg q_h$ corresponde ao min-termo m_a^{pq} . Nesses casos a seletividade do min-termo m_a^{pq} equivale a Seletividade 8 apresentada. A Figura 5.2 (b) ilustra essa situação, onde a linha pontilhada corresponde à região de resposta para a conjunção complementada entre os predicados $\neg p_g \wedge \neg q_h$ (Região 2) e a linha contínua representa a região de resposta para o min-termo **SCMP** m_a^{pq} (Região 3).

Ainda se faz necessário definir uma outra estimativa de seletividade para a situação em que se tem o min-termo total em **SCMP**, isto é, quando se tem a parte complementada e a não complementada entre os predicados por similaridade. Entretanto, antes de definir esta seletividade é interessante formalizar uma outra seletividade para expressões em **SCMP**, a qual envolve a disjunção entre os predicados por similaridade, isto é, $p_i \vee q_j$. Essa seletividade é importante para expressões **SCMP** em **CNF**. Portanto, a seletividade para a disjunção entre os predicados por similaridade é formalizada a seguir.

Seletividade 9: *Disjunção entre Rq e kNN ($Rq \vee kNN$)* - Sendo ν o número total de elementos em um conjunto de dados S , k_r a quantidade de elementos estimada a ser recuperada pelo predicado $Rq(s_q, r)$, k a quantidade de elementos definida no predicado $kNN(s_q)$, a seletividade para a disjunção entre os predicados é equivalente a

$$\begin{aligned} sel(Rq \vee kNN) &= \max(sel(Rq), sel(kNN)) \\ &= \frac{\max(k_r, k)}{\nu} \end{aligned}$$

onde $\max$ representa o valor máximo entre dois valores.

Considere-se agora como estimar a seletividade para o min-termo total **SCMP** em **DNF**. Esse min-termo, após sofrer às devidas simplificações usando as Propriedades 7, 8 e 9, gera uma região em forma de anel, conforme representado na Figura 5.2 (c). Assim, a maneira para se estimar a seletividade do min-termo total em expressões **SCMP** é a seguinte.

Seletividade 10: *Anéis entre Rq e kNN* - Dado o min-termo $m_a^{pq} = (\neg p_g \wedge \neg q_h) \wedge (p_i \wedge q_j) = (\neg Rq(s_q, r_i) \wedge \neg k_iNN(s_q)) \wedge (Rq(s_q, r_e) \wedge k_eNN(s_q))$, e sendo ν o número total de elementos em um conjunto de dados S , k_r a quantidade de elementos estimada a ser recuperada pelo predicado $Rq(s_q, r_e)$, k a quantidade de elementos definida no predicado $k_eNN(s_q)$, k_{r-} o número de elementos estimado a partir do raio r_i do predicado $\neg Rq(s_q, r_i)$, k_- a quantidade de elementos definida no predicado $\neg k_iNN(s_q)$, então a seletividade para o min-termo m_a^{pq} é equivalente a

$$\begin{aligned} sel(\odot(Rq \wedge kNN)) &= sel(Rq \wedge kNN) - \frac{\max(k_{r-}, k_-)}{\nu} \\ &= \max\left(0, \frac{\min(k_r, k) - \max(k_{r-}, k_-)}{\nu}\right) \end{aligned}$$

Note-se que, a Seletividade 7 pode ser usada diretamente para compor a estimativa da Seletividade 10, mas a Seletividade 8 não pode ser usada. Isso ocorre porque na Seletividade 8, além de obter os valores a serem recuperados pelos predicados, é necessário efetuar o seu complemento obtendo o valor mínimo entre eles. E, em se tratando da seletividade para anéis entre os predicados *range* e *k-nearest*, é exigido apenas obter o valor máximo entre os valores dos predicados $\neg p_g \wedge \neg q_h$ sem realizar o complemento deles. A Figura 5.2 (c) ilustra a situação para a Seletividade 10, onde a Região 1 corresponde à área onde se encontra o conjunto resposta para a parte não complementada do min-termo m_a^{pq} , sendo a seletividade dessa região calculada de maneira direta pela Seletividade 7. A Região 2 corresponde ao conjunto resposta para a parte complementada do min-termo

Figura 5.2: Possibilidades de estimativas de seletividade para um min-termo **SCMP** em **DNF**. (a) representação da estimativa de seletividade para o min-termo m_a^{pq} equivalente à conjunção entre os predicados por similaridade $p_i \wedge q_j$; (b) representação da estimativa de seletividade para o min-termo m_a^{pq} equivalente à conjunção complementada entre os predicados por similaridade $\neg p_g \wedge \neg q_h$; (c) representação da estimativa de seletividade para o min-termo total m_a^{pq} .

c, como pode ser visto no item (c) da figura, torna inviável seu uso direto para obter o conjunto resposta do min-termo que corresponde a Região 3. Nesse caso, a partir da parte complementada do min-termo m_a^{pq} , isto é, $\neg p_g \wedge \neg q_h$, deve-se obter apenas o valor máximo a ser recuperado pelos predicados, conforme ilustrado na figura pela parte achurada R4. Sendo assim, a seletividade para anéis entre os predicados *range* e *k-nearest* pode ser obtida usando a seletividade para a Região 1 e a partir dela subtrair a seletividade obtida de R4.

Definidas as Seletividades 7, 8 e 10 para o min-termo m_a^{pq} em **DNF** de uma expressão **SCMP** é possível estimar seletividades para expressões mais complexas desse tipo. Como os min-terminos de uma expressão **SCMP** em **DNF** são mutuamente disjuntos, a estimativa de seletividade para expressões **SCMP** mais complexas é feita por meio da soma das seletividades de cada min-termo conforme definidas nesta seção. Um exemplo de expressão **SCMP** em **DNF** mais complexa é a expressão apresentada na Seção 4.3.2, sendo ela $E = m_a^{pq} \vee m_b^{pq} = ((\neg p_1 \wedge \neg q_2) \wedge (p_5 \wedge q_6)) \vee ((\neg p_3 \wedge \neg q_4) \wedge (p_7 \wedge q_8))$. A seletividade para essa expressão é equivalente a

$$sel(E) = sel(\odot(Rq \wedge kNN)) + sel(\odot(Rq \wedge kNN))$$

A seletividade para a expressão E corresponde a somar duas vezes a Seletividade 10: uma para o min-termo m_a^{pq} e outra para m_b^{pq} .

Consultas por similaridade complexas tendo centros distintos geram expressões definidas nesta tese como expressões **MCMP**. A seletividade para esse tipo de expressão é discutida a seguir.

5.3.3 Seletividade para Expressões MCMP

A seletividade para expressões **MCMP** em **DNF** pode ser feita de modo incremental, isto é, utilizando as seletividades para expressões **SCSP** e **SCMP** já apresentadas para compor a seletividade da expressão **MCMP** desejada. Além de aplicar as seletividades definidas para expressões sobre um único centro, é também necessário realizar operações de união/interseção para formar a seletividade resultante em expressões **MCMP**.

Para exemplificar essa situação, utiliza-se a notação para expressões **MCMP**, onde um min-termo é representado por ${}^{c_1}m_a^{pq} \wedge {}^{c_2}m_b^{pq} \wedge \dots \wedge {}^{c_k}m_z^{pq}$ sendo que ${}^{c_k}m_a^{pq} = (\neg p_g \wedge \neg q_h) \wedge (p_i \wedge q_j)$, e p_g, q_h, p_i e q_j são predicados centrados no objeto c_k . E, considere-se também a seguinte expressão **MCMP** em **DNF**

$$E = ({}^{c_1}m_a^{pq} \wedge {}^{c_2}m_b^{pq}) \vee ({}^{c_1}m_c^{pq} \wedge {}^{c_2}m_d^{pq}) \vee ({}^{c_1}m_a^{pq} \wedge {}^{c_2}m_e^{pq})$$

Para estimar a seletividade dessa expressão, o processo é semelhante ao descrito para executar essa consulta (ver Seção 4.4). Portanto, primeiro aplicam-se propriedades algébricas entre os predicados dessa expressão para transformá-la em uma expressão equivalente e, em seguida, estima-se a sua seletividade. Assim, aplicando as propriedades algébricas sobre a expressão E , ela é equivalente a

$$\begin{aligned} E &= ({}^{c_1}m_a^{pq} \wedge ({}^{c_2}m_b^{pq} \vee {}^{c_2}m_e^{pq})) \vee ({}^{c_1}m_c^{pq} \wedge {}^{c_2}m_d^{pq}) \Rightarrow \\ E &= ({}^{c_1}m_a^{pq} \wedge E_{a,1}) \vee ({}^{c_1}m_c^{pq} \wedge {}^{c_2}m_d^{pq}) \end{aligned}$$

Note que, tanto o $E_{a,1}$ quanto cada ${}^{c_k}m_i^{pq}$ em E corresponde a uma expressão **SCMP** em **DNF**, e dessa maneira as suas seletividades são calculadas conforme descrito na Seção 5.3.2. Portanto, tendo a seletividade calculada para cada parte da expressão E , ainda resta definir como calcular a seletividade para a interseção e, posteriormente, a união entre elas. Essa interseção é um problema para espaços métricos, pois não há definição nem embasamento pela teoria de fractais de como calcular a sobreposição entre as regiões nesse espaço, ou seja, como calcular a interseção entre elas. Observe-se que esse problema se propaga também para a união entre regiões não disjuntas no espaço métrico, já que na união é necessário retirar os objetos que se repetem, isto é, que são comuns a duas regiões (obtido pela interseção).

Definir maneiras para se estimar a quantidade de objetos a ser recuperada por duas regiões que se interceptam em um espaço métrico é um assunto em aberto e está além do escopo deste trabalho. No entanto, esta tese apresenta uma proposta inicial que se baseia na adaptação de métodos desenvolvidos com outros propósitos, mas que podem fornecer subsídios para estudos futuros mais avançados. Existem alguns trabalhos para se determinar a sobreposição entre nós de uma estrutura de indexação métrica, tais como os [Traina Jr. et al., 2002] e [Vieira et al., 2004], que podem fornecer um direção para solucionar o problema para estimativas de seletividade. Esses trabalhos utilizam o

método de contagem de objetos entre os nós da estrutura (ver Apêndice A) para verificar a taxa de sobreposição entre eles. Portanto, uma possibilidade para abordar o problema é utilizar uma variação do método de contagem em estruturas de indexação métricas, o qual define uma taxa de sobreposição entre os nós, para determinar a possível sobreposição entre as respostas de uma expressão **MCMP**.

Assim, considere-se que o conjunto de dados esteja indexado por uma árvore métrica, por exemplo a *Slim-tree*, apresentando um grau de sobreposição (*fat-factor*) entre os nós igual a f , onde $0 \leq f \leq 1$.

O fator f é, na realidade, uma característica de sobreposição que ocorre entre os nós de uma estrutura de indexação métrica e não de uma consulta. Entretanto, ele representa uma estimativa de sobreposição que ocorre, em média, quando ne regiões de raio r_{re} estão a uma distância média r_{sc} , onde r_{re} é o valor médio dos raios de cobertura dos ne nós que formam as folhas de uma *Slim-tree* e, r_{sc} é a distância média entre todos os centros dessas folhas.

Portanto, define-se a constante K_d como o fator de densidade da seguinte maneira.

$$f = K_d \cdot \frac{r_{re}}{r_{sc}} \cdot ne \Rightarrow K_d = f \cdot \frac{1}{ne} \cdot \frac{r_{sc}}{r_{re}} \quad (5.6)$$

Considerando-se que uma consulta **MCMP** tenha nc centros a uma distância média r_{sc} e, que tenham um raio de cobertura médio equivalente r_{re} , então o fator de sobreposição correspondente à consulta **MCMP** com nc centros é:

$$f_c = K_d \cdot \frac{r_{re}}{r_{sc}} \cdot nc \quad (5.7)$$

Portanto, o fator f_c pode ser utilizado para calcular a sobreposição dos min-terms da expressão **MCMP** em **DNF**, e por consequência, de toda a expressão. Porém, por se tratar de uma proposta inicial, a qual proporciona que estudos mais avançados sejam feitos nessa direção, uma fórmula de estimativa para expressões **MCMP** em **DNF** não é apresentada.

5.4 Conclusão

A estimativa de seletividade tem um papel importante dentro do processamento de consultas de um gerenciador relacional, uma vez que ela é utilizada no processo de estimativa de custo de um plano de consulta. Para dados complexos, trabalhos recentes apontam para o uso do modelo de seletividade baseado na teoria de fractais como o mais adequado para consultas por similaridade.

Modelos de seletividade para dados complexos, bem como estimar a cardinalidade de consultas por abrangência têm sido propostos na literatura, porém estimativas de

seletividade para consultas por similaridade compostas pelos dois predicados básicos por meio de conjunções e disjunções entre eles ainda não tinham sido abordadas. A necessidade de definir fórmulas para estimar a seletividade para essas consultas torna-se necessária a partir do momento em que se deseja incorporar consultas por similaridade complexas em um gerenciador relacional.

Portanto, utilizando a teoria de fractais e a maneira de se analisar uma expressão por similaridade, são derivadas fórmulas para estimar a seletividade de consultas por similaridade complexas. Resumindo os resultados deste capítulo, a Tabela 5.2 mostra as fórmulas desenvolvidas para estimar a seletividade das expressões por similaridade complexas.

A avaliação das estimativas de seletividade desenvolvidas, bem como os algoritmos propostos no Capítulo 4, são analisados nos experimentos do próximo capítulo.

Tabela 5.2: As fórmulas de estimativa de seletividade desenvolvidas e as expressões em que cada um delas é utilizada.

Expressão	Tipo/ No. Select.	Fórmula - sel(E)
$\sigma_{(kNN(s_q))} S$	SCSP/1	$sel(E) = \frac{k}{\nu}$
$\sigma_{(\neg kNN(s_q))} S$	SCSP/3	$sel(E) = 1 - \frac{k}{\nu}$
$\sigma_{(Rq(s_q, r))} S$	SCSP/2	$sel(E) = \frac{k_r}{\nu}$
$\sigma_{(\neg Rq(s_q, r))} S$	SCSP/4	$sel(E) = 1 - \frac{k_r}{\nu}$
$\neg p_i \wedge p_e$	SCSP/5 e 6	$sel(E) = \frac{k_e - k_i}{\nu}$ e $sel(E) = \frac{k_{re} - k_{ri}}{\nu}$
$p_i \wedge q_j$	SCMP/7	$sel(E) = \min(\frac{k_r}{\nu}, \frac{k}{\nu})$
$\neg p_i \wedge \neg q_j$	SCMP/8	$sel(E) = \min(1 - \frac{k_r}{\nu}, 1 - \frac{k}{\nu})$
$p_i \vee q_j$	SCMP/9	$sel(E) = \max(\frac{k_r}{\nu}, \frac{k}{\nu})$
m_a^{pq}	SCMP/10	$sel(E) = \max(0, \min(\frac{k_r}{\nu}, \frac{k}{\nu}) - \max(\frac{k_{re}}{\nu}, \frac{k_{ri}}{\nu}))$

Experimentos

6.1 Introdução

Em domínios de dados complexos, a comparação baseada em experimentos é a abordagem mais freqüente encontrada na literatura para contrastar novos algoritmos de busca por similaridade com os já existentes. O processo envolve a coleta e a comparação de medidas de desempenho a partir de testes práticos usando Métodos de Acesso Métricos (MAMs).

Esse processo envolve a avaliação dos seguintes pontos: diferentes conjuntos de dados; a avaliação do novo algoritmo proposto com o algoritmo estado da arte correspondente; e o uso de valores diferentes para os parâmetros dos algoritmos (raio r e número de vizinhos k , por exemplo). As medidas de desempenho freqüentemente comparadas no contexto de MAMs são: número de cálculos de distância, número de acessos a disco e tempo total das consultas. É também necessário definir os objetos que serão usados como centro das regiões de busca. A técnica mais utilizada em MAMs para definir os objetos de consultas é a baseada na amostragem.

Como esta tese propõe algoritmos de busca por similaridade normativos para responder a consultas por similaridade complexas, torna-se necessário avaliar os pontos citados no parágrafo anterior, usando também uma lista seqüencial. Para uma consulta por similaridade complexa, a comparação é feita contrapondo os algoritmos normativos com a composição dos algoritmos básicos (consulta por abrangência e aos k -vizinhos mais próximos) seguidos da respectiva operação sobre conjuntos para obter a resposta da consulta. Um outro ponto avaliado para os algoritmos normativos nestes experimentos é a escalabilidade.

Além dos algoritmos normativos, as fórmulas de estimativa de seletividade desen-

volvidas para consultas por similaridade complexas utilizando o modelo de seletividade adotado são analisadas. Essa análise envolve a consulta por similaridade complexa em questão e os aspectos já discutidos para a avaliação dos algoritmos, isto é, diferentes conjuntos de dados e valores para raio e número de vizinhos mais próximos k . Os materiais e métodos utilizados nestes experimentos são apresentados a seguir.

6.2 Materiais e Métodos

A avaliação do desempenho dos novos algoritmos e das fórmulas para estimativas de seletividade para consultas por similaridade complexas envolve uma grande variedade de conjuntos, tanto reais quanto sintéticos, onde as principais diferenças são a dimensão, o tamanho dos objetos e do conjunto de dados, e a distribuição dos dados no espaço métrico. A Tabela 6.1 apresenta os conjuntos de dados utilizados nos experimentos. É indicado para cada conjunto: o nome, o número total de objetos (Nro. Objs), a dimensão de imersão (n), a dimensão intrínseca ($\mathcal{D}$), o tamanho da páginas em KB (Pg), a métrica de comparação ($d()$) e a descrição de sua origem e composição.

Tabela 6.1: Descrição dos conjuntos de dados reais e sintéticos utilizados nos experimentos.

Nome	Nro. Objs	n	$\mathcal{D}$	Pg (KB)	$d()$	Descrição
<i>Cidades</i>	5.507	2	1,79	1	L_2	Latitude, longitude e nome das cidades brasileiras. Fonte: www.ibge.gov.br .
<i>MetriHisto</i>	4.247	-	3,6	8	L_{MH}	Histogramas de tons de cinza de imagens médicas. Este conjunto é adimensional e foi gerado pelo GBDI-ICMC-USP. Maiores detalhes dos dados e da métrica utilizada, vide [Azevedo-Marques et al., 2002].
<i>MGCounty</i>	27.282	2	1,81	1	L_2	Latitude e longitude descrevendo as coordenadas das interseções de ruas e estradas em Montgomery County, Maryland, EUA. Fonte: www.census.gov .
<i>Sintético6D</i>	50.000	6	5,9	4	L_2	Vetores de dados sintéticos gerados aleatoriamente em um hipercubo 6-dimensional com valores entre $[0,1]$.
<i>Moedas</i>	2.511	6	2,6	4	L_2	Taxas de câmbio normalizadas de moedas de seis países usando o dólar canadense como referência em um período de dez anos.
<i>Palavras</i>	24.893	-	4,75	1	L_{Edit}	Conjunto de palavras extraídas do dicionário da Língua Inglesa.

Além disso, a fim de mostrar a distribuição dos objetos no espaço métrico para os conjuntos de dados utilizados nos experimentos, a visualização desses dados é ilustrada na Figura 6.1. A visualização de cada conjunto de dados foi gerada usando o algoritmo *FastMap* [Faloutsos & Lin, 1995], o qual visa preservar o máximo possível as distâncias existentes entre os objetos no espaço métrico original. Esse algoritmo, dado um conjunto de dados e uma função de distância, mapeia cada objeto no conjunto de dados em um ponto no espaço n -dimensional, geralmente um espaço euclidiano de 2 ou 3 dimensões, ten-

Figura 6.1: Distribuição dos conjuntos de dados utilizados nos experimentos no espaço métrico.

tando preservar as distâncias originais. Assim, aplicando o algoritmo para cada conjunto de dados foi obtida a visualização da Figura 6.1.

O computador utilizado nos testes possui a seguinte configuração: processador AMD Athlon 3GHz, com 1 GB de memória RAM e disco rígido de 120 GB usando o sistema operacional Microsoft Windows 2000. As estruturas utilizadas para comparar os algoritmos foram: o MAM *Slim-tree* (vide Apêndice A para maiores detalhes sobre este MAM) e a busca seqüencial *SeqScan*. O código dos algoritmos normativos e dos algoritmos básicos estão implementados tanto na *Slim-tree* quanto na *SeqScan* pertencentes à biblioteca de MAMs *Arboretum* (<http://gbdi.icmc.usp.br/arboretum>) compartilhando da

mesma arquitetura e otimizações. Para avaliar as fórmulas de estimativa de seletividade propostas, apenas o MAM *Slim-tree* foi utilizado.

Os principais aspectos relacionados à preparação dos testes são:

- Os objetos de cada conjunto de dados foram “embaralhados”, simulando a situação real de inserções de objetos que ocorrem em SGBDs (inserções de forma aleatória);
- Após a primeira fase, extraiu-se uma amostra de 500 objetos, o conjunto de busca, para cada conjunto de dados. Esses objetos, usados como centro da região de busca (objetos de referência), foram escolhidos aleatoriamente entre todos os pertencentes ao conjunto. Metade (250) desses 500 objetos foram removidos do conjunto de dados, e a outra metade foi mantida. Portanto, metade dos objetos do conjunto de busca pertencem ao conjunto indexado pelo MAM *Slim-tree* e pela *SeqScan*, e a outra metade não. A mesma amostra foi usada em todas as consultas para um mesmo conjunto de dados;
- O número de vizinhos k varia de 0,1% a 10% do conjunto de dados em questão para as consultas por similaridade complexas que envolvem o predicado *k-nearest*. Os valores absolutos de k dependem da quantidade de objetos presentes em um conjunto de dados. A exceção é para o conjunto de dados *Palavras* onde o número de vizinhos k é absoluto variando, de 1 a 6 em intervalos de uma unidade.
- O raio de abrangência r varia de 0,1% a 10% do diâmetro do conjunto de dados. O diâmetro de um conjunto de dados é a maior distância entre um par de elementos do conjunto. Em cada consulta por similaridade complexa, tendo o predicado *range*, o raio r varia conforme acima mencionado. A exceção é para o conjunto de dados *Palavras*, onde o raio r varia de 1 a 6 em intervalos de uma unidade;
- Cada ponto medido nos gráficos apresentados para uma consulta por similaridade complexa, que envolve os predicados *range* e *k-nearest*, corresponde a uma coordenada $(r, medida, k)$. Isso equivale a expressões do tipo **SCMP** ou **MCMP**, onde *medida* é ou uma das medidas de desempenho (número médio de acessos a disco, número médio de cálculos de distância e tempo total de processamento) ou a cardinalidade da resposta para a consulta complexa, em se tratando de avaliar as fórmulas de estimativa de seletividade. O valor de k nesses gráficos é fixo e, por isso, o conjunto de pontos é da forma $\{(0,1\%, medida, k), (0,2\%, medida, k), \dots, (10\%, medida, k)\}$;
- Para expressões do tipo **SCSP**, cada ponto no gráfico correspondente equivale ao raio r do predicado *range* ou ao número de vizinhos k do predicado *k-nearest*, assim, a coordenada para um ponto nesse gráfico é $(r \text{ ou } k, medida)$. Considerando consultas que formam regiões em anéis, o ponto indicado no gráfico corresponde sempre ao arco mais externo, isto é, r_e ou k_e . Os arcos internos (r_i e k_i) são formados tendo um

valor 30% menor do seu arco externo correspondente. Se $r_e = 0.5$ então $r_i = 0.35$, e se $k_e = 10$ então $k_i = 7$ formando desse modo os anéis. Para o conjunto de dados *Palavras*, $r_e - r_i$ ou $k_e - k_i$ é igual a 1, e tanto r quanto k , representados como abscissa nos gráficos, variam de 2 a 7 em intervalos de uma unidade;

- A dimensão de correlação fractal dos conjuntos de dados foi obtida utilizando o processo proposto em [Traina Jr. et al., 2000c];
- Para os gráficos avaliando as fórmulas de estimativa de seletividade, assume-se um erro de 30% (barras de erro nos gráficos) para a cardinalidade estimada utilizando as fórmulas propostas para consultas por similaridade complexas ou o desvio padrão sobre a cardinalidade real;
- Os gráficos estão em escala log-log. A exceção é para os gráficos que medem a escalabilidade dos algoritmos (escala linear) e para os gráficos do conjuntos *Palavras* (escala mono log).
- Estão implementados na biblioteca de MAMs *Arboretum* métodos para realizar a união e interseção entre conjuntos. Esses métodos são usados após a execução dos algoritmos básicos *Range()* e *Nearest()* e suas variações para compor a resposta de uma consulta por similaridade complexa. Note-se que esses métodos são executados em memória, sendo contabilizado apenas o seu tempo de processamento. Acessos a disco não são computados, mesmo que seja necessário usar o disco rígido para fazer as operações de união e/ou interseção.
- Estão codificados métodos para contabilizar e armazenar em arquivo texto, no padrão do *GNUPlot*¹, as seguintes medidas (considerando as 500 consultas): número médio de cálculos de distância; número médio de acessos a disco, incluindo acessos ao nó raiz do índice; e tempo total das consultas em segundos;
- A opção de construção da *Slim-tree* para os conjuntos de dados testados é a que apresenta os melhores resultados, segundo o artigo apresentado em [Traina Jr. et al., 2000b] e [Traina Jr. et al., 2002]. Todas as medidas foram feitas após a execução do algoritmo de pós-otimização *Slim-Down*. A ocupação mínima dos nós da *Slim-tree* foi de 25% da capacidade máxima dos nós, que é o padrão dessa estrutura.

Os resultados dos testes são apresentados e discutidos a seguir.

6.3 Resultados e Discussão

Os experimentos realizados consideram as consultas por similaridade complexas apresentadas na Seção 1.3, os algoritmos normativos propostos para avaliá-las no Capítulo 4,

¹Aplicação GNU para impressão de funções (<http://www.gnuplot.info/>).

as fórmulas para estimativa de seletividade desenvolvidas no Capítulo 5 e os conjuntos de dados listados na Seção 6.2. Os algoritmos normativos foram avaliados em consultas para expressões **SCSP**, **SCMP** e **MCMP**, e as fórmulas de estimativa de seletividade em consultas para expressões **SCSP** e **SCMP**.

Para estimativas de seletividade, os gráficos contrapõem a cardinalidade estimada, utilizando as fórmulas de estimativa de seletividade desenvolvidas, com a cardinalidade obtida após a execução da consulta por similaridade complexa (cardinalidade real). Nesses gráficos assume-se ou um erro em relação à cardinalidade estimada [Belussi & Faloutsos, 1995] ou o desvio padrão em relação à cardinalidade real medido no conjunto de 500 consultas [Traina Jr. et al., 2002] (Seção 6.3.5).

Para os algoritmos normativos, os gráficos dos experimentos compararam-os com a composição dos algoritmos básicos para responder a uma consulta por similaridade complexa usando o MAM *Slim-tree* e a lista seqüencial *SeqScan*. Para exemplificar, considere-se a seguinte consulta por similaridade complexa do tipo **SCMP**: $\sigma_{(Rq(s_q, r))} S \wedge \sigma_{(kNN(s_q))} S$. O gráfico correspondente contrapõe o algoritmo normativo para responder a essa consulta, que no caso é o algoritmo *kAndRange()*, com a composição dos algoritmos básicos equivalente. O processo de obtenção de resposta para essa consulta usando os algoritmos básicos implica em executar: o algoritmo *Range()*; o algoritmo *Nearest()*; e a operação de interseção sobre as respostas individuais de cada algoritmo, para compor a resposta da consulta complexa.

Para facilitar a descrição dos experimentos ao longo do texto, todo o processo de obtenção da resposta para a consulta por similaridade complexa pela composição dos algoritmos básicos é resumida em **algoritmos básicos** ou **respectivos algoritmos básicos**. Portanto, para descrever os resultados obtidos para a consulta do parágrafo anterior, um texto provável seria: "... o algoritmo *kAndRange()* faz até 2 vezes menos acessos a disco que os algoritmos básicos usando uma lista seqüencial para o conjunto ...". A Tabela 6.2 mostra alguns exemplos de consultas complexas e os algoritmos usados para respondê-las em cada caso.

Tabela 6.2: Algoritmos normativos propostos e a respectiva composição dos algoritmos básicos para responder a consultas por similaridade complexas.

Consulta	Algoritmos Normativos	Composição do conjunto-resposta usando os algoritmos básicos
$\sigma_{(Rq(s_q, r))} S \wedge \sigma_{(kNN(s_q))} S$	<i>kAndRange</i> ($\leq, s_q, k, r$)	<i>Range</i> ($\leq, s_q, r$) $\cap$ <i>Nearest</i> ($\leq, s_q, k$)
$\sigma_{(Rq(s_q, r))} S \vee \sigma_{(kNN(s_q))} S$	<i>kOrRange</i> ($\leq, s_q, k, r$)	<i>Range</i> ($\leq, s_q, r$) $\cup$ <i>Nearest</i> ($\leq, s_q, k$)
$\sigma_{(Rq(s_q, r_e))} S \wedge \sigma_{(-Rq(s_q, r_i))} S$	<i>GenericRange</i> ($s_q, rLimit[]$)	<i>Range</i> ($\leq, s_q, r_e$) $\cap$ <i>Range</i> ($>, s_q, r_i$)
$\sigma_{(k, NN(s_q))} S \wedge \sigma_{(-k, NN(s_q))} S$	<i>GenericNearest</i> ($s_q, kLimit[]$)	<i>Nearest</i> ($\leq, s_q, k_e$) $\cap$ <i>Nearest</i> ($>, s_q, k_i$)

Visando a ressaltar aspectos relevantes na comparação entre os algoritmos normativos e os algoritmos básicos, experimentos específicos foram realizados em algumas consultas por similaridade complexas. Para esses casos, a avaliação se restringe a apenas

Figura 6.2: Consulta **SCSP** $\sigma_{(k_{eNN}(s_q))} S \wedge \sigma_{(\neg k_{iNN}(s_q))} S$ comparando o número médio de acessos a disco (gráficos (a), (b) e (c)), número médio de cálculos de distância (gráficos (d), (e) e (f)) e tempo total de processamento (gráficos (g), (h) e (i)) para 500 consultas, utilizando a *Slim-tree* e a *SeqScan* nos conjuntos *Cidades*, *MetricHisto* e *MGCounty*.

alguns conjuntos de dados e uma das estruturas (o MAM *Slim-tree* ou a lista seqüencial). Os resultados alcançados pelos algoritmos para consultas por similaridade complexas do tipo **SCSP** são mostrados a seguir.

6.3.1 Algoritmos para Expressões SCSP

As Figuras 6.2, 6.3, 6.4 e 6.5 mostram, respectivamente, os resultados obtidos ao se executar uma consulta **SCSP** utilizando os algoritmos normativos e os respectivos algoritmos básicos para os predicados *k-nearest* e *range*, onde são avaliadas três medidas de desempenho (número médio de acessos a disco, número médio de cálculos de distância e tempo total de processamento) sobre os conjuntos apresentados na Seção 6.2. As Figuras 6.4 e 6.5 apresentam os resultados experimentais do algoritmo *GenericRange()* e as Figuras 6.2 e 6.3 do algoritmo *GenericNearest()*.

O algoritmo normativo *GenericNearest()*, para a consulta $\sigma_{(k_{eNN}(s_q))} S \wedge$

Figura 6.3: Consulta **SCSP** $\sigma_{(k_e NN(s_q))} S \wedge \sigma_{(\neg k_i NN(s_q))} S$ comparando o número médio de acessos a disco (gráficos (a), (b) e (c)), número médio de cálculos de distância (gráficos (d), (e) e (f)) e tempo total de processamento (gráficos (g), (h) e (i)) para 500 consultas, utilizando a *Slim-tree* e a *SeqScan* nos conjuntos *Moedas*, *Sintético6D* e *Palavras*.

$\sigma_{(\neg k_i NN(s_q))} S$, possui um desempenho superior em todos os conjuntos testados quando comparado com os respectivos algoritmos básicos, utilizando tanto a *SeqScan* quanto a *Slim-tree*. Para a *SeqScan* o algoritmo *GenericNearest()* faz a metade do número de acessos a disco (gráficos (a), (b) e (c) das Figuras 6.2 e 6.3) e cálculos de distância (gráficos (d), (e) e (f) das Figuras 6.2 e 6.3) em relação aos algoritmos básicos. Considerando tempo total de processamento (gráficos (g), (h) e (i) das Figuras 6.2 e 6.3) os ganhos obtidos pelo algoritmo normativo são maiores, sendo pelo menos 5 vezes mais rápido que os algoritmos básicos. Para a *Slim-tree* o algoritmo *GenericNearest()* reduz de 5 a até 15 vezes o número de acessos a disco, de 3 a até 30 vezes o número de cálculos de distância e é no mínimo 15 vezes mais rápido que os algoritmos básicos.

As Figuras 6.4 e 6.5 ilustram o desempenho para se executar uma consulta **SCSP** semelhante a consulta **Q6** da Seção 1.3, isto é $\sigma_{(Rq(s_q, r_e))} S \wedge \sigma_{(\neg \tilde{Rq}(s_q, \tilde{r}_i))} S$, onde o algoritmo normativo *GenericRange()* e os respectivos algoritmos básicos são utilizados para respondê-la.

Figura 6.4: Consulta **SCSP** $\sigma_{(Rq(s_n, r_e))} S \wedge \sigma_{(\neg \text{Inq}(s_q, r_i))} S$ comparando o número médio de acessos a disco (gráficos (a), (b) e (c)), número médio de cálculos de distância (gráficos (d), (e) e (f)) e tempo total de processamento (gráficos (g), (h) e (i)) para 500 consultas, utilizando a *Slim-tree* e a *SeqScan* nos conjuntos *Cidades*, *MetricHisto* e *MGCounty*.

O algoritmo *GenericRange()* também possui um melhor desempenho em relação aos respectivos algoritmos básicos. Esse desempenho superior foi verificado em todos os conjuntos de dados testados e aspectos medidos. Para a *SeqScan* o algoritmo *GenericRange()* reduz à metade tanto o número médio de acessos a disco (gráficos (a), (b) e (c) das Figuras 6.4 e 6.5) quanto o número médio de cálculos de distância (gráficos (d), (e) e (f) das Figuras 6.4 e 6.5). No tempo total de processamento (gráficos (g), (h) e (i) das Figuras 6.4 e 6.5) o algoritmo normativo é em média 8 vezes mais rápido que os algoritmos básicos. Para a *Slim-tree* o algoritmo *GenericRange()* faz até 2 vezes e meia menos acessos a disco e cálculos de distância e é em média 9 vezes mais rápido que os algoritmos básicos.

A maioria dos conjuntos de dados testados tiveram um comportamento semelhante em relação aos ganhos obtidos tanto para o algoritmo *GenericNearest()* quanto para o algoritmo *GenericRange()* em relação aos respectivos algoritmos básicos considerando

Figura 6.5: Consulta **SCSP** $\sigma_{(Rq(s_q, r_e))} S \wedge \sigma_{(\neg Rq(s_q, r_e))} S$ comparando o número médio de acessos a disco (gráficos (a), (b) e (c)), número médio de cálculos de distância (gráficos (d), (e) e (f)) e tempo total de processamento (gráficos (g), (h) e (i)) para 500 consultas, utilizando a *Slim-tree* e a *SeqScan* nos conjuntos *Moedas*, *Sintético6D* e *Palavras*.

Figura 6.6: Comparação entre os algoritmos *Range()* e *RingRange()* com $r = r_e$ medindo: o número médio de acessos a disco (gráfico (a)); número médio de cálculos de distância (gráfico (b)); e tempo total de processamento (gráfico (c)) para 500 consultas, utilizando a *Slim-tree* no conjunto *Cidades*.

os aspectos medidos. Em se tratando de acessos a disco e cálculos de distância, ganhos mais expressivos são obtidos para valores pequenos de raio e número de vizinhos. Já para tempo total de processamento, o comportamento é semelhante, considerando o algoritmo *GenericNearest()*, porém para o algoritmo *GenericRange()*, geralmente, desempenhos melhores são obtidos para valores de raio e número de vizinhos maiores. Isso ocorre principalmente porque o algoritmo para a parte complementada do predicado *k-nearest* é mais oneroso que o do predicado *range* para valores menores, fazendo com que ganhos maiores sejam obtidos nessa faixa de valores.

Um outro aspecto interessante avaliado nos experimentos foi comparar o desempenho de uma consulta por abrangência com uma consulta **SCSP** formando regiões em anel para o predicado *range*. Essa comparação é feita utilizando os algoritmos *Range()* e *RingRange()*, onde o raio externo r_e do algoritmo *RingRange()* é igual ao raio r do algoritmo *Range()*. A obtenção do raio interno para o algoritmo *RingRange()* é feito conforme a descrição da Seção 6.2. Esse teste foi feito para todos os conjuntos de dados avaliados nos experimentos, porém como eles apresentam resultados semelhantes apenas o conjunto de dados *Cidades* é mostrado.

A Figura 6.6 ilustra a comparação entre os algoritmos *Range()* e *RingRange()*. O algoritmo *RingRange()* faz menos acessos a discos, cálculos de distância e tempo total de processamento que o algoritmo *Range()*, tanto para valores menores quanto maiores de raio. Para valores menores de raio isso não é perceptível nos gráficos, pois eles são muito próximos um do outro, tendo o algoritmo *RingRange()* um desempenho ligeiramente melhor. Apenas para valores maiores de raio é possível visualizar o melhor desempenho do algoritmo *RingRange()*. Em termos práticos, esse experimento especificamente nos mostra que para valores pequenos de raio, onde a maioria das consultas são freqüentemente realizadas, o custo de se executar um algoritmo de *RingRange()* é equivalente ao de se executar um algoritmo *Range()* com $r = r_e$.

6.3.2 Algoritmos para Expressões SCMP

Os algoritmos normativos *kAndRange()* e *kOrRange()* e os respectivos algoritmos básicos são utilizados para avaliar expressões **SCMP** em **DNF** e **CNF**. As Figuras 6.7, 6.8, 6.9 e 6.10 ilustram os resultados experimentais desses dois algoritmos para os conjuntos de dados descritos na Seção 6.2, considerando o tempo total de processamento, o número médio de acessos a disco e o número médio de cálculos de distância para a *Slim-tree* e *SeqScan*. Para ambos os algoritmos normativos (*kAndRange()* e *kOrRange()*), quando a *SeqScan* é utilizada o ganho obtido para as medidas acessos a disco e cálculos de distância é o mesmo, isto é, esses algoritmos reduzem à metade o número de acessos a disco e cálculos de distância em relação aos respectivos algoritmos básicos. Isso ocorre porque os algoritmos normativos varrem o conjunto de dados apenas uma única vez, enquanto que os algoritmos básicos precisam varrer duas vezes o conjunto de dados para responder à mesma consulta por similaridade complexa.

Figura 6.7: Consulta **SCMP** $\sigma_{(\tilde{r}q(s_q, r))} S \wedge \sigma_{(kNN(s_q))} S$ ($\theta = \leq$) comparando o número médio de acessos a disco (gráficos (a), (b) e (c)), número médio de cálculos de distância (gráficos (d), (e) e (f)) e tempo total de processamento (gráficos (g), (h) e (i)) para 500 consultas, utilizando a *Slim-tree* e a *SeqScan* nos conjuntos *Cidades*, *MetricHisto* e *MGCounty* com k igual a 0,1% ($k=0,001$ nos gráficos).

As Figuras 6.7 e 6.8 ilustram o desempenho para se executar uma consulta **SCMP** em **DNF** semelhante às consultas **Q1** e **Q3** da Seção 1.3, isto é $\sigma_{(\tilde{r}q(s_q, r))} S \wedge \sigma_{(kNN(s_q))} S$, onde o algoritmo *kAndRange()* e os algoritmos básicos são utilizados para respondê-las.

Os gráficos das Figuras 6.7 e 6.8 mostram que o algoritmo *kAndRange()* faz menos acessos a disco (gráficos (a), (b) e (c)), cálculos de distância (gráficos (d), (e) e (f)) e possui um tempo de processamento (gráficos (g), (h) e (i)) menor que os respectivos algoritmos básicos. Utilizando a estrutura de indexação *Slim-tree*, o algoritmo *kAndRange()* reduz até 8 vezes o número de acessos a disco, até 14 vezes o número de cálculos de distância e é, em média, 10 vezes mais rápido que os algoritmos básicos. Para a *SeqScan*, o algoritmo *kAndRange()* é, em média, 2 vezes e meia mais rápido que os algoritmos básicos.

Os gráficos das Figuras 6.9 e 6.10 ilustram o comportamento do algoritmo

Figura 6.8: Consulta **SCMP** $\sigma_{(\hat{r}q(s_q, r))} S \wedge \sigma_{(kNN(s_q))} S$ ($\theta = \leq$) comparando o número médio de acessos a disco (gráficos (a), (b) e (c)), número médio de cálculos de distância (gráficos (d), (e) e (f)) e tempo total de processamento (gráficos (g), (h) e (i)) para 500 consultas, utilizando a *Slim-tree* e a *SeqScan* nos conjuntos *Moedas* ($k=0,005$), *Sintético6D* ($k=0,005$) e *Palavras* ($k=2$).

$kOrRange()$ e dos respectivos algoritmos básicos para responder a uma consulta **SCMP** em **CNF** semelhante à consulta **Q2** $\sigma_{(\hat{r}q(s_q, r))} S \vee \sigma_{(kNN(s_q))} S$ da Seção 1.3. Nesses gráficos, usando a estrutura de indexação *Slim-tree* o algoritmo $kOrRange()$ faz até 90% menos acessos a disco, 81% menos cálculos de distância e é até 2 vezes e meia mais rápido que os algoritmos básicos. Para a *SeqScan*, o algoritmo $kOrRange()$ é, em média, 2 vezes mais rápido que os algoritmos básicos.

Nos gráficos das Figuras 6.7, 6.8, 6.9 e 6.10 os valores de k para o predicado k -nearest das expressões **SCMP** são constantes, porém diferentes para cada conjunto de dados. Esses valores são de 0,1% ($k=0,001$ nos gráficos) para os conjuntos *Cidades*, *Metri-cHisto* e *MGCounty*, 0,5% ($k=0,005$ nos gráficos) para os conjuntos *Moedas* e *Sintético6D* e $k=2$ para o conjunto *Palavras*.

Um outro aspecto importante avaliado nos experimentos realizados para expressões

Figura 6.9: Consulta **SCMP** $\sigma_{(Rq(s_q, r))} S \vee \sigma_{(kNN(s_n))} S$ ($\theta = \leq$) comparando o número médio de acessos a disco (gráficos (a), (b) e (c)), número médio de cálculos de distância (gráficos (d), (e) e (f)) e tempo total de processamento (gráficos (g), (h) e (i)) para 500 consultas, utilizando a *Slim-tree* e a *SeqScan* nos conjuntos *Cidades*, *MetricHisto* e *MGCounty* com k igual a 0,1% ($k=0,001$ nos gráficos).

SCMP é que os valores de k e do raio r variam, de maneira independente, apesar dos valores de k não serem mostrados variando nos gráficos até aqui. Esse aspecto permite ressaltar bem as diferenças entre os algoritmos *kAndRange()* e *kOrRange()*. A Figura 6.11 ilustra essa situação. Nessa figura são apresentadas variações dos valores de k e do raio r para o conjunto *MGCounty*, tanto para o algoritmo *kAndRange()* (gráficos (a), (b) e (c)) quanto para o algoritmo *kOrRange()* (gráficos (d), (e) e (f)) utilizando o MAM *Slim-tree* para as medidas de desempenho, número médio de acessos a disco (gráficos (a) e (d)), número médio de cálculos de distância (gráficos (b) e (e)) e tempo total de processamento (gráficos (c) e (f)).

A Figura 6.11 mostra que o algoritmo *kAndRange()* obtém o menor valor entre o raio r ou o número de objetos k , e o algoritmo *kOrRange()* o maior valor. Os gráficos (a), (b) e (c) ilustram essa afirmação para o algoritmo *kAndRange()*. Note-se que, para

Figura 6.10: Consulta $\text{SCMP } \sigma_{(\tilde{r}q(s_q, r))} S \vee \sigma_{(kNN(s_n))} S$ ($\theta = \leq$) comparando o número médio de acessos a disco (gráficos (a), (b) e (c)), número médio de cálculos de distância (gráficos (d), (e) e (f)) e tempo total de processamento (gráficos (g), (h) e (i)) para 500 consultas, utilizando a *Slim-tree* e a *SeqScan* nos conjuntos *Moedas* ($k=0,005$), *Simético6D* ($k=0,005$) e *Palavras* ($k=2$).

valores de raio pequenos, o raio é o menor valor (até o terceiro ponto) e, por isso, as curvas representando os valores diferentes de k nos gráficos estão juntas. A medida que o raio aumenta, o valor de k passa a ser o menor valor entre os dois e as curvas para cada k nos gráficos tendem a se estabilizar uma após a outra em ordem crescente. Para o algoritmo *kOrRange()* ocorre o oposto. Cada curva representando um valor diferente de k é constante até um determinado ponto, pois o valor de k é maior que o raio r . O valor medido em cada curva, isto é, acessos a disco, cálculos de distância e tempo, só é alterado quando o raio supera o valor de k correspondente com uma tendência das curvas representando os valores de k se unirem.

Figura 6.11: Variações dos valores de k para expressões SCMP em DNF e CNF para o conjunto *MGCounty*. (a), (b) e (c) representam, respectivamente, o número médio de acessos a disco, número médio de cálculos de distância e tempo total de processamento para o algoritmo *kAndRange()*; (d), (e) e (f) representam, respectivamente, o número médio de acessos a disco, número médio de cálculos de distância e tempo total de processamento para o algoritmo *kOrRange()*.

6.3.3 Algoritmos para Expressões MCMP

Os resultados experimentais das Figuras 6.12 e 6.13 avaliam o algoritmo normativo e os respectivos algoritmos básicos, considerando o número médio de acessos a disco (gráficos (a), (b) e (c)), o número médio de cálculos de distância (gráficos (d), (e) e (f)) e tempo total de processamento (gráficos (g), (h) e (i)) para a expressão de consulta MCMP correspondendo a consulta Q5 da Seção 1.3, utilizando a *Slim-tree* e a *SeqScan*. Essa expressão de consulta é composta de três min-termos, cada um deles com objetos de referência diferentes, tendo o seguinte formato $(\sigma_{(Rq(e_1,r))}S \cap \sigma_{(10NN(e_1))}S) \cup (\sigma_{(Rq(e_2,r))}S \cap \sigma_{(10NN(e_2))}S) \cup (\sigma_{(Rq(e_3,r))}S \cap \sigma_{(10NN(e_3))}S)$. Assim, o algoritmo *UniSimDNF()* é equivalente a uma única chamada ao algoritmo *kAndRange()*. Neste experimento o número de vizinhos mais próximos é fixo em 10 e os outros 2 conjuntos de objetos de referência (objetos centrais) para essa consulta foram escolhidos de maneira semelhante ao já descrito na Seção 6.2, porém sem extrair mais objetos dos respectivos conjuntos.

Utilizando a estrutura de indexação *Slim-tree*, o algoritmo normativo reduz em no mínimo 3 vezes os acessos a disco e cálculos de distância e é, em média, 15 vezes mais rápido que os algoritmos básicos. Para a *SeqScan* o algoritmo proposto reduz em 2 vezes os acessos a disco e cálculos de distância e é, em média, 2 vezes e meia mais rápido que os algoritmos básicos.

Além da avaliação utilizando uma lista sequencial e a estrutura de indexação *Slim-*

Figura 6.12: Consulta **MCMP** $(\sigma_{(Rq(e_1,r))}S \cap \sigma_{(10NN(e_1))}S) \cup (\sigma_{(Rq(e_2,r))}S \cap \sigma_{(10NN(e_2))}S) \cup (\sigma_{(Rq(e_3,r))}S \cap \sigma_{(10NN(e_3))}S)$ equivalente à consulta **Q5** da Seção 1.3 onde são comparados o número médio de acessos a disco (gráficos (a), (b) e (c)), número médio de cálculos de distância (gráficos (d), (e) e (f)) e tempo total de processamento (gráficos (g), (h) e (i)) para 500 consultas, utilizando a *Slim-tree* e a *SeqScan* nos conjuntos *Cidades*, *MetricHisto* e *MGCounty* com k igual a 10.

tree para os conjuntos de dados testados, neste experimento, ilustrado na Figura 6.14, é comparado a execução da consulta **MCMP** completa com a execução de um min-termo e seus componentes para o conjunto de dados *MetricHisto* utilizando o MAM *Slim-tree*. Essa figura mostra as medidas de desempenho para executar apenas um min-termo por meio do algoritmo *kAndRange()* e dos algoritmos básicos (gráficos (b), (d) e (f)) e a execução da consulta completa (gráficos (a), (c) e (e)). A curva do algoritmo *kAndRange()* é utilizada como referência nos gráficos, representando a execução de apenas um min-termo, uma vez que os três min-terms possuem resultados similares.

Considerando os algoritmos básicos (ver gráficos (b), (d) e (f)), o algoritmo *Nearest()* tem um valor constante, pois o valor de k é fixo. Assim, as medidas de desempenho para se executar um min-termo (*Range()* interseção *Nearest()*), aumentam à

Figura 6.13: Consulta MCMP $(\sigma_{(Rq(e_1,r))}S \cap \sigma_{(10NN(e_1))}S) \cup (\sigma_{(Rq(e_2,r))}S \cap \sigma_{(10NN(e_2))}S) \cup (\sigma_{(Rq(e_3,r))}S \cap \sigma_{(10NN(e_3))}S)$ equivalente à consulta Q5 da Seção 1.3 onde são comparados o número médio de acessos a disco (gráficos (a), (b) e (c)), número médio de cálculos de distância (gráficos (d), (e) e (f)) e tempo total de processamento (gráficos (g), (h) e (i)) para 500 consultas, utilizando a *Slim-tree* e a *SeqScan* nos conjuntos *Moedas*, *Sintético6D* e *Palavras* com k igual a 10.

medida que o raio r aumenta, porque o algoritmo *Range()* recupera mais elementos.

Para o algoritmo normativo, é interessante notar que ele (algoritmo *kAndRange()*) melhora a execução do min-termo da consulta, limitando o número de elementos a ser recuperado já que esse algoritmo se prevalece da condição mais restritiva entre os predicados *range* e *k-nearest*. Nos gráficos, enquanto o algoritmo *Range()* aumenta continuamente, até ultrapassando a curva correspondendo ao algoritmo *Nearest()* (gráficos (d) e (f)), o algoritmo *kAndRange()* tende a permanecer constante à medida que o número de elementos recuperados, determinados pelo raio r no início, aproxima-se de k . Note-se que a sua curva se mantém sempre abaixo da curva dos algoritmos básicos (*Range()* interseção *Nearest()*). Isso se reflete nas medidas de desempenho apresentadas para a execução da consulta completa (gráficos (a), (c) e (e)), obtendo ganhos mais expressivos à medida que

Figura 6.14: Avaliação da consulta $MCMP \left(\sigma_{(Rq(e_1,r))} S \cap \sigma_{(10NN(e_1))} S \right) \cup \left(\sigma_{(Rq(e_2,r))} S \cap \sigma_{(10NN(e_2))} S \right) \cup \left(\sigma_{(Rq(e_3,r))} S \cap \sigma_{(10NN(e_3))} S \right)$ equivalente à consulta **Q5** da Seção 1.3 onde são comparados a execução da consulta **MCMP** completa com apenas um min-termo considerando o número médio de acessos a disco (gráficos (a) e (b)), número médio de cálculos de distância (gráficos (c) e (d)) e tempo total de processamento (gráficos (e) e (f)) para 500 consultas, utilizando a *Slim-tree* no conjunto de dados *MetricHisto* com o valor de k igual a 10.

o raio r é maior.

6.3.4 Escalabilidade dos Algoritmos Propostos

Nesta última bateria de testes relacionados aos algoritmos propostos é avaliado o comportamento dos algoritmos para consultas por similaridade complexas formando expressões **SCMP** em relação ao tamanho do conjunto. Assim, os algoritmos $kAndRange()$ e $kOrRange()$ são avaliados utilizando a *Slim-tree* e a *SeqScan* para o conjunto de dados *Sintético30D* com 1.000.000 de objetos no espaço 30-dimensional comparando-os com os respectivos algoritmos básicos. O processo utilizado para gerar esse conjunto é descrito em [Santos Filho, 2003], onde a única diferença é o número total de objetos².

Todos os objetos do conjunto foram considerados durante o processo de amostragem dos dados para escolher os objetos de referência (500 objetos foram escolhidos aleatoriamente). O conjunto foi dividido em 20 partes e, após cada um vinte avós inserido (50.000 objetos), a amostra foi utilizada para efetuar 500 consultas com diferentes raios e valores de k . O comportamento das diferentes opções se mostrou semelhante para os diferentes valores de raio r e de k e, portanto, é apresentado apenas um exemplo de cada tipo de consulta por similaridade complexa **SCMP**, com número de vizinhos igual a 15 ($k=15$) e raio igual a 0,02 ($r=0,02$).

As Figuras 6.15 e 6.16 ilustram, respectivamente, a escalabilidade para os algoritmos $kAndRange()$ e $kOrRange()$ em relação aos algoritmos básicos, considerando os três aspectos medidos nos experimentos desta tese.

Como pode ser observado nos gráficos das Figuras 6.15 e 6.16, os algoritmos $kAndRange()$ e $kOrRange()$ apresentam um comportamento sub-linear em relação ao tamanho do conjunto de dados em todos os aspectos medidos para a *Slim-tree* e um comportamento linear para a *SeqScan*. Isso mostra que os algoritmos normativos propostos são adequados até mesmo para grandes conjuntos de dados.

6.3.5 Fórmulas de Estimativa de Seletividade Propostas

As Figuras 6.17 e 6.18 contrapõem a cardinalidade estimada utilizando as fórmulas propostas nesta tese e a cardinalidade real obtida após a execução da consulta por similaridade complexa para os conjuntos de dados testados. As fórmulas de estimativa de seletividade utilizadas nos testes são:

- **Seletividade 6** para consultas **SCSP** em **DNF** do tipo $\sigma_{(Rq(s_q, r_c))} S \wedge \sigma_{(\neg Rq(s_q, r_i))} S$ semelhantes à consulta **Q6** da Seção 1.3;

²Basicamente o vetor *Sintético30D* é construído da seguinte maneira. As 5 primeiras coordenadas (de 0 a 4) correspondem a pontos uniformemente distribuídos ao longo da diagonal de um hipercubo 5-dimensional; as 4 seguintes (de 5 a 8) correspondem a coordenadas de pontos uniformemente distribuídos ao longo da diagonal de um hipercubo 4-dimensional; os valores da coordenada seguinte (a 9) foram gerados aleatoriamente; as 20 restantes (de 10 a 29) correspondem a combinações lineares de suas antecessoras.

Figura 6.15: Escalabilidade do algoritmo `kAndRange()` utilizando tanto uma lista sequencial (*SeqScan*) quanto a estrutura de indexação *Slim-tree* sobre o conjunto *Sintético30D* com $k=15$ e $r=0.02$. Em (a) e (b) é mostrada a escalabilidade, considerando acessos a disco; em (c) e (d) tem-se a escalabilidade para cálculos de distância; e, em (e) e (f) a escalabilidade para tempo total de processamento.

Figura 6.16: Escalabilidade do algoritmo $kOrRange()$ utilizando tanto uma lista seqüencial (*SeqScan*) quanto a estrutura de indexação *Slim-tree* sobre o conjunto *Sintético30D* com $k=15$ e $r=0.02$. Em (a) e (b) é mostrada a escalabilidade, considerando acessos a disco; em (c) e (d) tem-se a escalabilidade para cálculos de distância; e, em (e) e (f) a escalabilidade para tempo total de processamento.

Figura 6.17: Avaliação das fórmulas de estimativa de seletividade usando o modelo baseado na teoria de fractais. Gráficos comparando a cardinalidade estimada, usando as fórmulas propostas com um erro de 30% e a cardinalidade real. Em (a) e (b) a **Seletividade 6** foi utilizada para obter a cardinalidade estimada de uma consulta **SCSP**, respondida pelo algoritmo *RingRange()*; Em (c) e (d) a **Seletividade 7** foi utilizada para obter a cardinalidade estimada de uma consulta **SCMP** em **DNF**, respondida pelo algoritmo *kAndRange()*; e, em (e) e (f) a **Seletividade 9** foi utilizada para obter a cardinalidade estimada de uma consulta **SCMP** em **CNF**, respondida pelo algoritmo *kOrRange()*.

Figura 6.18: Avaliação das fórmulas de estimativa de seletividade usando o modelo baseado na teoria de fractais. Gráficos comparando a cardinalidade estimada, usando as fórmulas propostas e a cardinalidade real, considerando o desvio padrão. Em (a) e (b) a **Seletividade 6** foi utilizada para obter a cardinalidade estimada de uma consulta SCSP, respondida pelo algoritmo *RingRange()*; Em (c) e (d) a **Seletividade 7** foi utilizada para obter a cardinalidade estimada de uma consulta SCMP em DNF, respondida pelo algoritmo *kAndRange()*; e, em (e) e (f) a **Seletividade 9** foi utilizada para obter a cardinalidade estimada de uma consulta SCMP em CNF, respondida pelo algoritmo *kOrRange()*.

- **Seletividade 7** para consultas **SCMP** em **DNF** do tipo $\sigma_{(Rq(s_q, r))} S \wedge \sigma_{(kNN(s_q))} S$ semelhantes às consultas **Q1** e **Q3**;
- **Seletividade 9** para consultas **SCMP** em **CNF** do tipo $\sigma_{(Rq(s_q, r))} S \vee \sigma_{(kNN(s_q))} S$ semelhantes à consulta **Q2**.

Este conjunto de experimentos foi realizado da seguinte forma. No eixo das abscissas está o número de vizinhos k que varia. Isso foi feito para que, em consultas **SCMP**, o conjunto de 500 consultas fosse igualmente dividido nos três casos possíveis ilustrados pelas Figuras 4.4 e 4.6. Portanto, medidas preliminares foram realizadas em todos os conjuntos para que os raios de consulta fossem definidos em função do número de objetos desejados para cada consulta. Por exemplo, para uma consulta **SCSP** avaliada, primeiro foi determinado o valor do raio r_e para que ela retornasse 0,1% dos objetos do conjunto de dados. Em seguida, o raio interno r_i foi determinado em função de r_e , conforme descrito na Seção 6.2, e, após isso, a consulta foi executada. Isso foi feito para o conjunto de 500 consultas em todos os pontos medidos. Para consultas **SCMP**, a idéia é que, obtendo o raio do k -ésimo elemento desejado, pode-se ajustar o raio do predicado *range* de modo a contemplar os três casos possíveis entre os valores limites dos predicados *range* e *k-nearest* (u_i/v_i) para uma consulta **SCMP**, isto é, $u_i < v_i$, $u_i > v_i$ e $u_i = v_i$. Isso foi feito com o objetivo de tornar a comparação mais justa, uma vez que dessa maneira o conjunto de 500 consultas contempla os três casos possíveis.

A Figura 6.17 ilustra a comparação entre as cardinalidades estimada considerando um erro de 30% e a cardinalidade real, num processo de avaliação semelhante ao apresentado em [Belussi & Faloutsos, 1995]. Os gráficos (a) e (b) mostram os resultados obtidos para as consultas executadas pelo algoritmo *RingRange()* sobre os conjuntos de dados *Moedas* e *MGCounty*, (c) e (d) para as consultas executadas pelo algoritmo *kAndRange()* sobre os conjuntos de dados *Cidades* e *Palavras*, e (e) e (f) para as consultas executadas pelo algoritmo *kOrRange()* sobre os conjuntos de dados *MetricHisto* e *Sintético6D*.

As estimativas feitas para as consultas executadas pelo algoritmo *kAndRange()* obtiveram os melhores resultados, alcançando um erro médio de 3% para o conjunto *Cidades* e de 9% para o conjunto *Palavras* (gráficos (c) e (d)). Para os demais conjuntos de dados, a estimativa, usando a **Seletividade 7** para as consultas, obteve resultados tão bons quanto os apresentados. Para as consultas **SCMP** em **CNF**, as estimativas utilizando a **Seletividade 9** também foram boas, porém não uniformes para todos os conjuntos como a anterior. Os gráficos (e) para o conjunto *MetricHisto* e (f) para o conjunto *Sintético6D* são uma amostra disso, pois para o conjunto *MetricHisto* o erro médio é de 5% e para o *Sintético6D* é de 70%, com estimativas abaixo dessa média para valores maiores de k (10% para $k=0,1$ por exemplo).

Já para consultas **SCSP** em **DNF**, em todos os conjuntos testados a curva referente à cardinalidade estimada teve um comportamento semelhante aos gráficos (a) e (b) dos conjuntos *Moedas* e *MGCounty* das Figuras 6.17 e 6.18. Para valores menores de k , os resultados não são tão precisos, enquanto que para valores maiores as estimativas en-

tram dentro da faixa de erro, obtendo um erro de apenas 9% para o conjunto *MGCounty* ($k=0,05$). Os erros médios da cardinalidade estimada em relação à real são de 350% para o conjunto *Moedas* e de 200% para o conjunto *MGCounty*.

A Figura 6.18 apresenta as cardinalidades estimada e a cardinalidade real considerando o desvio padrão em relação à cardinalidade real, mostrando um processo de avaliação semelhante ao apresentado em [Traina Jr. et al., 2002]. Os valores de cardinalidade tanto estimada quanto real são os mesmos nas Figuras 6.17 e 6.18 e os conjuntos de dados também. Na Figura 6.18, é interessante notar que os valores de cardinalidade estimada estão dentro do desvio padrão mesmo para consultas **SCSP**. Isso mostra que a densidade dos objetos do conjunto de amostra é bem diversificada, pois o desvio padrão foi alto em todos os conjuntos testados tanto que o seu valor mínimo é próximo de zero. Essa não é a melhor configuração para obter resultados com menores taxas de erro, tais como os apresentados em [Belussi & Faloutsos, 1995], porém correspondem a situações reais. No trabalho de [Belussi & Faloutsos, 1995] resultados muito bons foram obtidos considerando que uma amostra do conjunto de objetos está em uma região de alta densidade e, por consequência, com um desvio padrão bem menor do que o apresentado nesta tese.

Os resultados mostram que as estimativas feitas para as consultas por similaridade complexas nos conjuntos testados estão dentro de uma faixa prevista (ver Figura 6.18), mesmo aquelas que apresentaram um erro muito grande nos testes, mostrados na Figura 6.17. Isso ilustra que as consultas apresentam muita variabilidade e, para um modelo de seletividade que considera as propriedades gerais do conjunto como um todo, como é o caso do modelo adotado nesta tese, é difícil alcançar resultados mais precisos do que o obtido. Uma possível solução pode vir de modelos que considerem a densidade local. Embora estudos iniciais tenham sido feitos nessa direção [Arantes et al., 2003b], esse assunto está além do escopo dessa tese e não é tratado.

Portanto, como o objetivo desta tese não é medir a precisão do modelo baseado na teoria de fractais, mas sim validar os conceitos que proporcionaram derivar as fórmulas de estimativa de seletividade para consultas por similaridade complexas, apenas a amostra diversificada apresentada nesses testes foi considerada e os resultados alcançados são satisfatórios.

6.4 Conclusão

Os resultados experimentais dos algoritmos normativos para consultas por similaridade complexas, bem como das fórmulas de estimativa de seletividade desenvolvidas para essas consultas estão apresentadas neste capítulo.

Nesses experimentos, os algoritmos normativos são comparados com os respectivos algoritmos básicos para responder a consultas por similaridade complexas do tipo **SCSP**, **SCMP** e **MCMP**, utilizando uma lista seqüencial e a estrutura de indexação métrica

Slim-tree para conjuntos de dados reais e sintéticos. Os resultados alcançados mostraram que os algoritmos normativos para consultas por similaridade complexas são bem mais eficientes que os algoritmos básicos em todos os aspectos medidos para todos os conjuntos de dados testados. Alguns aspectos específicos são ressaltados nos experimentos, tais como: a comparação de desempenho entre o algoritmo *Range()* e *RingRange()* para expressões **SCSP**; a comparação entre os algoritmos *kAndRange()* e *kOrRange()* para valores diferentes de números de vizinhos *k*, tendo como objetivo ressaltar o aspecto da reestruturabilidade entre eles (expressões **SCMP**); e a comparação entre a expressão **MCMP** completa e apenas um min-termo dessa expressão, mostrando onde o algoritmo normativo proposto consegue obter um desempenho melhor em relação aos algoritmos básicos. Além disso, os testes confirmam que os algoritmos normativos *kAndRange()* e *kOrRange()* são escaláveis em relação ao tamanho do conjunto de dados, apresentando um comportamento sub-linear, para a *Slim-tree* conforme mostrado.

Para as fórmulas de estimativa de seletividade desenvolvidas, os experimentos comparam a cardinalidade estimada obtida por essas fórmulas com a cardinalidade real da consulta por similaridade complexa em expressões **SCSP** e **SCMP**, considerando um erro médio e o desvio padrão. Resultados expressivos são alcançados para expressões **SCMP** enquanto que resultados não tão precisos são obtidos para expressões **SCSP** devido à variabilidade da amostra do conjunto de consultas, conforme discutido na Seção 6.3.5.

Em resumo, os experimentos mostraram que os algoritmos normativos propostos para consultas por similaridade complexas são eficientes e escaláveis e, as fórmulas desenvolvidas para essas consultas usadas em estimativas de seletividade apresentam resultados aceitáveis, podendo ambos serem utilizados em um gerenciador relacional com suporte a dados complexos.

7.1 Considerações Finais

Atualmente, tipos de dados mais complexos que os convencionais, tais como dados multimídia, cadeias de DNA, entre outros, estão sendo armazenados em gerenciadores. Para esses dados, a similaridade entre pares de elementos é a relação mais natural, possibilitando a realização de consultas utilizando este fator. Domínios métricos admitem consultas por similaridade que podem ser respondidas de maneira eficiente utilizando MAMs. Os tipos de consultas por similaridade mais comuns são: por abrangência e aos k -vizinhos mais próximos.

Consultas por similaridade têm sido consideradas como equivalentes ao operador de seleção para dados convencionais, porém para que essas consultas possam ser incorporadas em gerenciadores relacionais, além de algoritmos eficientes específicos para cada uma dessas consultas usando métodos de acesso para dados complexos, é necessário fornecer suporte a consultas por similaridade no processamento de consultas de um gerenciador relacional.

Isso implica em permitir que: consultas por similaridade sejam expressas na linguagem nativa do gerenciador possibilitando a sua composição em expressões mais complexas; as expressões envolvendo os dois tipos de predicados por similaridade possam ser otimizadas; e algoritmos respondam às consultas por similaridade complexas eficientemente.

Dentro do contexto necessário para dar suporte a consultas por similaridade complexas em gerenciadores relacionais, esta tese responde a cinco questões principais, apresentadas na Seção 1.4. O ponto fundamental para responder às questões da Seção 1.4 é como analisar uma consulta por similaridade envolvendo mais de um predicado básico por similaridade. Partindo desse princípio, as questões levantadas são resolvidas conforme se

discute a seguir.

A terceira questão, “Como representar uma consulta em uma forma normal, adequada a ser submetida aos algoritmos de busca por similaridade”, é resolvida dividindo o problema de analisar expressões por similaridade complexas em três passos: Mesmo Centro/Mesmo Tipo de Predicado (*Single Center/Single Predicate* - **SCSP**); Mesmo Centro/Tipos de Predicados Diferentes (*Single Center/Multiple Predicate types* - **SCMP**); e Múltiplos Centros/Tipos de Predicados Diferentes (*Multiple Centers/Multiple Predicate types* - **MCMP**).

Seguindo esta abordagem, regras para simplificar uma expressão por similaridade complexa são obtidas diretamente, resolvendo a segunda questão “Quais regras são necessárias para guiar o processo de otimização de consultas na geração de estratégias alternativas de execução para consultas por similaridade”. Essas regras permitem representar qualquer expressão de consulta por similaridade complexa de tal modo que algoritmos podem ser executados com uma complexidade linear em relação ao número de elementos envolvidos.

De fato, utilizando essas regras para desenvolver algoritmos para consultas por similaridade complexas, foi possível identificar que quatro algoritmos, entre os apresentados no Capítulo 4, são suficientes para responder a qualquer consulta por similaridade complexa envolvendo os predicados *range* e *k-nearest* com suas respectivas variações, resolvendo assim a primeira questão, “Como escolher quais algoritmos são necessários para responder a consultas complexas, envolvendo conjunções e disjunções de predicados por similaridade”.

Portanto, uma extensão à álgebra relacional para fornecer suporte a consultas por similaridade é apresentada, juntamente com um pequeno conjunto de algoritmos baseados em similaridade os quais são simples e genéricos, e podem ser construídos para responder a qualquer consulta por similaridade complexa em um tempo linear.

As regras algébricas apresentadas para simplificar uma expressão por similaridade complexa permitem que o **Otimizador**, mais especificamente o **Gerador de Planos**, possa gerar múltiplas representações para uma consulta. O **Otimizador**, tendo as várias representações equivalentes de uma consulta, pode estimar o custo de cada uma delas, escolhendo o de menor custo computacional. Dentro desse processo, esta tese aborda estimativas de seletividade que são utilizadas pelo módulo **Estimador de Planos** do **Otimizador** para avaliar o custo de um plano de consulta, visando a responder às últimas duas questões levantadas na Seção 1.4 para consultas por similaridade complexas.

Entre os modelos de seletividade propostos na literatura, o baseado na teoria de fractais tem sido adotado por trabalhos recentes para a análise de conjunto de dados reais e, por isso, foi escolhido como o modelo de seletividade desta tese, resolvendo assim a quarta questão, “Qual modelo de seletividade poderia ser adotado para consultas por similaridade complexas”.

O modo proposto para analisar expressões por similaridade complexas envolvendo

os operadores de seleção por similaridade permite também que fórmulas de estimativa de seletividade para consultas por similaridade complexas sejam definidas. Essas fórmulas são então apresentadas, segundo essa abordagem e utilizando o modelo de seletividade adotado, para resolver a quinta e última questão, “Quais fórmulas são necessárias para estimar a quantidade de objetos a ser recuperada pelos operadores compostos”.

Finalmente, os experimentos realizados mostram a eficiência e escalabilidade dos novos algoritmos propostos, bem como avaliam as fórmulas de estimativa de seletividade para consultas por similaridade complexas, validando os conceitos aqui apresentados.

Portanto, esta tese contribui para a incorporação de consultas por similaridade complexas em gerenciadores relacionais, pois fornece suporte às camadas **Otimizador** e **Executor** do processamento de consultas de um gerenciador relacional por meio de regras algébricas, fórmulas de estimativa de seletividade e algoritmos específicos, tornando factível a inclusão dessas consultas para dados complexos no núcleo interno de um gerenciador relacional.

7.2 Principais Contribuições

As principais contribuições desta tese de doutorado são:

- Classificação das expressões por similaridade complexas para o operador de seleção em três classes: Mesmo Centro/Mesmo Tipo de Predicado (**SCSP**); Mesmo Centro/Tipos de Predicados Diferentes (**SCMP**); e Múltiplos Centros/Tipos de Predicados Diferentes (**MCMP**);
- Definição de regras algébricas para transformações de expressões compostas pelos dois tipos básicos de predicado por similaridade *range* e *k-nearest*. Essas regras podem ser utilizadas na otimização de consultas por similaridade complexas, considerando expressões **SCSP**, **SCMP** e **MCMP** em **DNF** (Forma Normal Disjuntiva), formando assim o **Espaço Algébrico** de um **Otimizador** de consultas baseado em similaridade;
- Definição de um conjunto pequeno de algoritmos, mas abrangente o suficiente, para responder a qualquer consulta por similaridade complexa envolvendo os predicados *range* e *k-nearest*. Esses algoritmos, que podem estar presentes no **Executor** de um gerenciador relacional, são: *GenericRange()*, *GenericNearest()*, *UniSimDNF()* e *GenSimDNF()*;
- Definição de fórmulas de estimativa de seletividade para expressões **SCSP** e **SCMP** em **DNF** utilizando o modelo de seletividade baseado na teoria de fractais.
- Implementação dos algoritmos normativos propostos para expressões **SCSP** e **SCMP** para o MAM *Slim-tree* e para a lista sequencial na biblioteca de MAMs *Arboretum*;

As principais contribuições desta tese de doutorado podem ser detalhadas nos seguintes itens:

- Definição de uma representação formal para as variações dos tipos de predicados básicos e de algoritmos correspondentes para executá-los;
- Demonstração de que os operadores de seleção por similaridade básicos formam uma álgebra Booleana e, assim, podem ser incluídos na álgebra relacional;
- Proposta de uso dos principais operadores de seleção por similaridade como parte da álgebra relacional;
- Definição de min-terms em **DNF** para consultas por similaridade complexas em expressões **SCSP**, **SCMP** e **MCMP**;
- Definição da consulta *RingRange* para expressões **SCSP** e desenvolvimento do algoritmo *RingRange()* para essa consulta;
- Desenvolvimento do algoritmo *GenericRange()* apto a responder uma expressão de consulta genérica **SCSP** em **DNF** para os predicados *range*;
- Desenvolvimento do algoritmo *GenericNearest()* o qual responde a uma expressão de consulta genérica **SCSP** em **DNF** para os predicados *k-nearest*;
- Definição da consulta *kAndRange* para expressões **SCMP** em **DNF** e desenvolvimento do algoritmo *kAndRange()* para essa consulta;
- Desenvolvimento do algoritmo *UniSimDNF()* para responder a uma expressão de consulta genérica **SCMP** em **DNF**;
- Definição da consulta *kOrRange* para expressões **SCMP** em **CNF** e desenvolvimento do algoritmo *kOrRange()* para essa consulta;
- Uso de fatoração para simplificar uma expressão por similaridade complexa em **MCMP**;
- Desenvolvimento do algoritmo *GenSimDNF()* para responder a uma expressão de consulta genérica **MCMP** em **DNF**;
- Utilização da teoria de fractais como modelo de seletividade adotado para expressões por similaridade complexas que poderia ser incluído no módulo **Estimador Espaço-Distribuição** de um gerenciador relacional;

7.3 Proposta para Trabalhos Futuros

O trabalho realizado por esta tese de doutorado proporciona que novas frentes de pesquisa possam ser desenvolvidas, entre elas estão:

- Extensão do **Espaço Algébrico** proposto para a incorporação de operador de junção por similaridade;
- Extensão do **Espaço Algébrico** proposto para consultas, envolvendo operadores de seleção por similaridade e por relação de ordem num mesmo comando;
- Definição de estimativas de custo para as novas consultas propostas neste trabalho: *RingRange*, *kAndRange* e *kOrRange*;
- Desenvolvimento de algoritmos mais específicos para consultas por similaridade complexas para expressões **SCMP** em **DNF**;
- Desenvolvimento de algoritmos específicos para consultas por similaridade complexas com múltiplos centros e mesmo tipo de predicado;
- Definição de um conjunto de heurísticas para simplificar expressões **MCMP** além da já proposta. Essas heurísticas seriam utilizadas na preparação da expressão a ser executada pelo algoritmo *GenSimDNF()*;
- Desenvolvimento de algoritmos para expressões por similaridade complexas em **CNF**;
- Desenvolvimento de algoritmos específicos para dar suporte à composição de operações de seleção por similaridade e por relação de ordem num mesmo comando;
- Utilização do modo de análise e dos algoritmos desenvolvidos nesta tese para aplicações envolvendo realimentação por relevância (*Relevance Feedback*);
- Estudo mais detalhado sobre as operações de união e interseção em espaços métricos visando desenvolver fórmulas de estimativa de seletividade para expressões **MCMP**;
- Desenvolvimento do módulo **Gerador de Planos** de um gerenciador para consultas por similaridade complexas envolvendo o operador de seleção;
- Desenvolvimento de um **Otimizador** de consultas baseado em similaridade considerando os operadores de seleção e junção;
- Incorporação dos pontos abordados nesta tese em um gerenciador relacional.

Referências Bibliográficas

- [13249-3:2001, 2001] 13249-3:2001, I. (2001). Information technology – Database Languages – SQL Multimedia and Application Packages – part 3: Spatial – ISO/IEC.
- [Adali et al., 1998] Adali, S., Bonatti, P. A., Sapino, M. L., e Subrahmanian, V. S. (1998). A multi-similarity algebra. In *Proceedings of the ACM International Conference on Management of Data (SIGMOD)*, pp. 402–413, Washington, EUA. ACM Press.
- [Aggarwal et al., 2001] Aggarwal, C. C., Hinneburg, A., e Keim, D. A. (2001). On the surprising behavior of distance metrics in high dimensional spaces. In *International Conference on Database Theory (ICDT)*, pp. 420–434, Londres, UK. Springer Verlag.
- [Antoshenkov & Ziauddin, 1996] Antoshenkov, G. e Ziauddin, M. (1996). Query processing and optimization in oracle rdb. *The International Journal on Very Large Data Bases (The VLDB Journal)*, 5(4):229–237.
- [Arantes et al., 2003a] Arantes, A. S., Vieira, M. R., Traina, A. J. M., e Jr., C. T. (2003a). The fractal dimension making similarity queries more efficient. In *II Workshop on Fractals, Power Laws and Other Next Generation Data Mining Tools. In conjunction with 9th ACM International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (SIGKDD)*, pp. 12–17, Washington, EUA. ACM Press.
- [Arantes et al., 2003b] Arantes, A. S., Vieira, M. R., Traina Jr., C., e Traina, A. J. M. (2003b). Operadores de seleção por similaridade em sistemas de gerenciamento de bases de dados relacionais. In *XVIII Simpósio Brasileiro de Banco de Dados (SBBD)*, pp. 341–355, Manaus, Brasil. UFAM.
- [Arantes et al., 2004] Arantes, A. S., Vieira, M. R., Traina Jr., C., e Traina, A. J. M. (2004). Efficient algorithms to execute complex similarity queries in rdbms. *Journal of the Brazilian Computer Society (JBCS)*, 9(1):5–24.
- [Araujo et al., 2002] Araujo, M. R. B., Traina, A. J. M., e Traina, Cactano, J. (2002). Extending SQL to support image content-based retrieval. In *Proceedings of the IASTED*

- International Conference on Information Systems and Databases (ISDB)*, pp. 19-24, Tóquio, Japão. Acta Press.
- [Arcf & Samet, 1991] Aref, W. G. e Samet, H. (1991). Optimization strategies for spatial query processing. In *Proceedings of the International Conference on Very Large Data Bases (VLDB)*, pp. 81-90, Barcelona, Espanha. Morgan Kaufmann.
- [Atnafu et al., 2001] Atnafu, S., Brunie, L., e Kosch, H. (2001). Similarity-based operators and query optimization for multimedia database systems. In *Proceedings of the International Database Engineering & Applications Symposium (IDEAS)*, pp. 346-355, Grenoble, França. IEEE Computer Society.
- [Azevedo-Marques et al., 2002] Azevedo-Marques, P. M., Traina, A. J. M., Jr., C. T., e Bueno, J. M. (2002). The metric histogram: A new and efficient approach for content-based image retrieval. In *IFIP Working Conference on Visual Database Systems (VDB)*, pp. 297-311, Brisbane, Austrália. Kluwer.
- [Belussi & Faloutsos, 1995] Belussi, A. e Faloutsos, C. (1995). Estimating the selectivity of spatial queries using the 'correlation' fractal dimension. In *Proceedings of the International Conference on Very Large Data Bases (VLDB)*, pp. 299-310, Zurich, Suíça. Morgan Kaufmann.
- [Belussi & Faloutsos, 1998] Belussi, A. e Faloutsos, C. (1998). Self-spacial join selectivity estimation using fractal concepts. *ACM Transactions on Information Systems (TOIS)*, 16(2):161-201.
- [Benctis et al., 2002] Benetis, R., Jensen, C. S., Karciauskas, G., e Saltenis, S. (2002). Nearest neighbor and reverse nearest neighbor queries for moving objects. In *Proceedings of the International Database Engineering & Applications Symposium (IDEAS)*, pp. 44-53, Edmonton, Canadá. IEEE Computer Society.
- [Berchtold et al., 1997] Berchtold, S., Böhm, C., Braunmüller, B., Keim, D. A., e Kriegel, H.-P. (1997). Fast parallel similarity search in multimedia databases. In *Proceedings of the ACM International Conference on Management of Data (SIGMOD)*, pp. 1-12, Tucson, EUA. ACM Press.
- [Beyer et al., 1999] Beyer, K., Godstein, J., Ramakrishnan, R., e Shaft, U. (1999). When is "nearest neighbor" meaningful? In *Proceedings of the International Conference in Database Theory (ICDT)*, pp. 217-235, Jerusalém, Israel. Springer.
- [Birkhoff & Bartee, 1970] Birkhoff, G. e Bartee, T. C. (1970). *Modern Applied Algebra*. McGraw-Hill Book Company, New York.
- [Bozkaya & Özsoyoglu, 1997] Bozkaya, T. e Özsoyoglu, Z. M. (1997). Distance-based indexing for high-dimensional metric spaces. In *Proceedings of the ACM International*

- Conference on Management of Data (SIGMOD)*, pp. 357–368, Tucson, EUA. ACM Press.
- [Braunnüller et al., 2000] Braunnüller, B., Ester, M., Kriegel, H.-P., e Sander, J. (2000). Efficiently supporting multiple similarity queries for mining in metric databases. In *Proceedings of the International Conference on Data Engineering (ICDE)*, pp. 256–267, San Diego, EUA. IEEE Computer Society.
- [Burkhard & Keller, 1973] Burkhard, W. A. e Keller, R. M. (1973). Some approaches to best-match file searching. *Communications of the ACM*, 16(4):230–236.
- [Böhm et al., 2001] Böhm, C., Berchtold, S., e Keim, D. (2001). Searching in high-dimensional spaces - index structures for improving the performance of multimedia databases. *ACM Computing Surveys (CSUR)*, 33(3):322–373.
- [Böhm et al., 2000] Böhm, C., Berchtold, S., e Keim, D. A. (2000). Cost model for query processing in high dimensional data spaces. *ACM Transactions On Database Systems (TODS)*, 25(2):129–178.
- [Camastra & Vinciarelli, 2001] Camastra, F. e Vinciarelli, A. (2001). Intrinsic dimension estimation of data: An approach based on grassberger-procaccia's algorithm. *Neural Processing Letters*, 14(31):27–34.
- [Chaudhuri, 1998] Chaudhuri, S. (1998). An overview of query optimization in relational systems. In *Proceedings of the ACM SIGACT-SIGMOD-SIGART Symposium on Principles of Database Systems (PODS)*, pp. 34–43, Seattle, EUA. ACM Press.
- [Chaudhuri et al., 2003] Chaudhuri, S., Ganesan, P., e Sarawagi, S. (2003). Factorizing complex predicates in queries to exploit indexes. In *Proceedings of the ACM International Conference on Management of Data (SIGMOD)*, pp. 361–372, San Diego, EUA. ACM Press.
- [Chaudhuri & Gravano, 1996] Chaudhuri, S. e Gravano, L. (1996). Optimizing queries over multimedia repositories. In *Proceedings of the ACM International Conference on Management of Data (SIGMOD)*, pp. 91–102, Montreal, Canadá. ACM Press.
- [Chaudhuri & Shim, 1999] Chaudhuri, S. e Shim, K. (1999). Optimization of queries with user-defined predicates. *ACM Transactions on Database Systems (TODS)*, 24(2):177–228.
- [Chávez et al., 2001] Chávez, E., Navarro, G., Baeza-Yates, R., e Marroquín, J. L. (2001). Searching in metric spaces. *ACM Computing Surveys (CSUR)*, 33(3):273–321.
- [Chen & Roussopoulos, 1994] Chen, C. M. e Roussopoulos, N. (1994). Adaptive selectivity estimation using query feedback. In *Proceedings of the ACM International Conference on Management of Data (SIGMOD)*, pp. 161–172, Minneapolis, EUA. ACM Press.

- [Chino, 2004] Chino, F. J. T. (2004). *Visualizando a organização e o comportamento de estruturas métricas: Aplicações em consultas por similaridade*. Dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, São Carlos, Brasil.
- [Ciaccia et al., 1997] Ciaccia, P., Patella, M., e Zezula, P. (1997). M-tree: An efficient access method for similarity search in metric spaces. In *Proceedings of International Conference on Very Large Data Bases (VLDB)*, pp. 426–435, Atenas, Grécia. Morgan Kaufmann.
- [Ciaccia et al., 1998] Ciaccia, P., Patella, M., e Zezula, P. (1998). A cost model for similarity queries in metric spaces. In *Proceedings of the ACM SIGACT-SIGMOD-SIGART Symposium on Principles of Database Systems (PODS)*, pp. 59–68, Seattle, EUA. ACM Press.
- [Cluet & Delobel, 1992] Cluet, S. e Delobel, C. (1992). A general framework for the optimization of object-oriented queries. In *Proceedings of the ACM International Conference on Management of Data (SIGMOD)*, pp. 383–392, San Diego, EUA. ACM Press.
- [Codd, 1970] Codd, E. F. (1970). A relational model of data for large shared data banks. *Communications of the ACM*, 13(6):377–387.
- [Comer, 1979] Comer, D. (1979). The ubiquitous b-tree. *ACM Computing Surveys (CSUR)*, 11(2):121–137.
- [Dayal, 1987] Dayal, U. (1987). Of nests and trees: A unified approach to process queries that contain nested subqueries, aggregates and quantifiers. In *Proceedings of the International Conference on Very Large Data Bases (VLDB)*, pp. 197–208, Brighton, Inglaterra. Morgan Kaufmann.
- [Elmasri & Navathe, 2000] Elmasri, R. e Navathe, S. B. (2000). *Fundamentals of Database Systems*. Addison-Wesley, third edition.
- [Fagin, 1996] Fagin, R. (1996). Combining fuzzy information from multiple systems. In *Proceedings of the ACM SIGACT-SIGMOD-SIGART Symposium on Principles of Database Systems (PODS)*, pp. 216–226, Montreal, Canadá. ACM Press.
- [Fagin et al., 1979] Fagin, R., Nievergelt, J., Pippenger, N., e Strong, H. R. (1979). Extendible hashing -- A fast access method for dynamic files. *ACM Transactions on Database Systems (TODS)*, 4(3):315–344.
- [Faloutsos, 1996] Faloutsos, C. (1996). *Searching Multimedia Databases by Content*, v. 3. Kluwer Academic Publishers, Boston, EUA.
- [Faloutsos, 1997] Faloutsos, C. (1997). Indexing of multimedia data. In *Multimedia Databases in Perspective*, pp. 219–245. Springer Verlag.

- [Faloutsos & Kamel, 1994] Faloutsos, C. e Kamel, I. (1994). Beyond uniformity and independence: Analysis of r-trees using the concept of fractal dimension. In *Proceedings of the ACM SIGACT-SIGMOD-SIGART Symposium on Principles of Database Systems (PODS)*, pp. 4–13, Minneapolis, EUA. ACM Press.
- [Faloutsos & Lin, 1995] Faloutsos, C. e Lin, K.-I. D. (1995). FastMap: A fast algorithm for indexing, data-mining and visualization of traditional and multimedia datasets. In *Proceedings of the ACM International Conference on Management of Data (SIGMOD)*, pp. 163–174, San Jose, EUA. ACM Press.
- [Faloutsos et al., 2000] Faloutsos, C., Seeger, B., Traina, A. J. M., e Traina Jr., C. (2000). Spatial join selectivity using power laws. In *Proceedings of the ACM International Conference on Management of Data (SIGMOD)*, pp. 177–188, Dallas, EUA. ACM Press.
- [Faloutsos et al., 1987] Faloutsos, C., Sellis, T., e Roussopoulos, N. (1987). Analysis of object oriented spatial access methods. *ACM SIGMOD Record*, 16(3):426–439.
- [Flickner & alli, 1995] Flickner, M. e alli, c. (1995). Query by image and video content: The qbic system. *IEEE Computer*, 28(9):23–32.
- [Garcia-Molina et al., 2000] Garcia-Molina, H., Ullman, J. D., e Widow, J. (2000). *Database System Implementation*. Prentice Hall, first edition.
- [Graefe, 1993] Graefe, G. (1993). Query evaluation techniques for large databases. *ACM Computing Surveys (CSUR)*, 25(2):98.
- [Haas et al., 1995] Haas, P., Seshadri, J. F. N. S., e Stokes, L. (1995). Sampling-based estimation of the number of distinct values of an attribute. In *Proceedings of the International Conference on Very Large Data Bases (VLDB)*, pp. 311–322, Zurich, Suíça. Morgan Kaufmann.
- [Hellerstein & Stonebraker, 1993] Hellerstein, J. M. e Stonebraker, M. (1993). Predicate migration: Optimizing queries with expensive predicates. In *Proceedings of the ACM International Conference on Management of Data (SIGMOD)*, pp. 267–276. Washington, EUA. ACM Press.
- [Hjaltason & Samet, 1999] Hjaltason, G. R. e Samet, H. (1999). Distance browsing in spatial databases. *ACM Transactions on Database Systems (TODS)*, 24(2):265–318.
- [Hjaltason & Samet, 2003] Hjaltason, G. R. e Samet, H. (2003). Index-driven similarity search in metric spaces. *ACM Transactions Database Systems (TODS)*, 28(4):517–580.
- [Houaiss & Villar, 2001] Houaiss, A. e Villar, M. d. S. (2001). *Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa*. Objetiva, Rio de Janeiro, Brasil.

- [Ioannidis, 1996] Ioannidis, Y. E. (1996). Query optimization. *ACM Computer Surveys (CSUR)*, 28(1):121–123.
- [Ioannidis, 2003] Ioannidis, Y. E. (2003). The history of histograms (abridged). In *Proceedings of the International Conference on Very Large Data Bases (VLDB). Ten-Year Best Paper Award*, pp. 19–30, Berlim, Alemanha. Morgan Kaufmann.
- [Jarke & Koch, 1984] Jarke, M. e Koch, J. (1984). Query optimization in database systems. *ACM Computing Surveys (CSUR)*, 16(2):111–152.
- [Johnson & Shasha, 1989] Johnson, T. e Shasha, D. (1989). Utilization of B-trees with inserts, deletes and modifies. In *Proceedings of the ACM SIGACT-SIGMOD-SIGART Symposium on Principles of Database Systems (PODS)*, pp. 235–246, Filadélfia, EUA. ACM Press.
- [Kemper et al., 1994] Kemper, A., Moerkotte, G., Peithner, K., e Steinbrunn, M. (1994). Optimizing disjunctive queries with expensive predicates. In *Proceedings of the ACM International Conference on Management of Data (SIGMOD)*, pp. 336–347, Minneapolis, EUA. ACM Press.
- [Kemper et al., 1992] Kemper, A., Moerkotte, G., e Steinbrunn, M. (1992). Optimizing boolean expressions in object-bases. In *Proceedings of the International Conference on Very Large Data Bases (VLDB)*, pp. 79–90, Vancouver, Canadá. Morgan Kaufmann.
- [Knuth, 1998] Knuth, D. E. (1998). *The Art of Computer Programming*, v. 3. Addison-Wesley, third edition.
- [Korn et al., 2001] Korn, F., Pagel, B., e Faloutsos, C. (2001). On the 'dimensionality curse' and the 'self-similarity blessing'. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering (TKDE)*, 13(1):96–111.
- [Korn et al., 1996] Korn, F., Sidiropoulos, N., Faloutsos, C., Siegel, E., e Protopapas, Z. (1996). Fast nearest neighbor search in medical image databases. In *Proceedings of the International Conference on Very Large Data Bases (VLDB)*, pp. 215–226, Mumbai (Bombay), Índia. Morgan Kaufmann.
- [Kruskal, 1956] Kruskal, J. B. (1956). On the shortest spanning subtree of a graph and the traveling salesman problem. *Proceedings of the American Mathematical Society*, 7:48–50.
- [König & Weikum, 1999] König, A. C. e Weikum, G. (1999). Combining histograms and parametric curve fitting for feedback-driven query result-size estimation. In *Proceedings of the International Conference on Very Large Data Bases (VLDB)*, pp. 423–434, Edinburgo, Escócia. Morgan Kaufmann.

- [Leslie et al., 1995] Leslie, H., Jain, R., Birdsall, D., e Yaghmai, H. (1995). Efficient search of multidimensional B-tree. In *Proceedings of the International Conference on Very Large Data Bases (VLDB)*, pp. 710-719, San Francisco, EUA. Morgan Kaufmann.
- [Levenshtein, 1966] Levenshtein, V. I. (1966). Binary codes capable of correcting deletions, insertions, and reversals. *Cybernetics and Control Theory*, 10(8):707-710.
- [Ling, 1995] Ling, Y. (1995). An evaluation of sampling-based size estimation methods for selections in database systems. In *Proceedings of the International Conference on Data Engineering (ICDE)*, pp. 532-539, Taipei, Taiwan. IEEE Computer Society.
- [Lipschutz, 1964] Lipschutz, S. (1964). *Set Theory and Related Topics*. Schaum Publishing Co., New York.
- [Lipton & Naughton, 1990a] Lipton, R. J. e Naughton, J. F. (1990a). Practical selectivity estimation through adaptive sampling. In *Proceedings of the ACM International Conference on Management of Data (SIGMOD)*, pp. 1-11, Atlantic City, EUA. ACM Press.
- [Lipton & Naughton, 1990b] Lipton, R. J. e Naughton, J. F. (1990b). Query size estimation by adaptive sampling. In *Proceedings of the ACM SIGACT-SIGMOD-SIGART Symposium on Principles of Database Systems (PODS)*, pp. 40-46, Nashville, EUA. ACM Press.
- [Mannino et al., 1988] Mannino, M. V., Chu, P., e Sager, T. (1988). Statistical profile estimation in database systems. *ACM Computer Surveys (CSUR)*, 20(3):192-221.
- [Melton & Eisenberg, 2001] Melton, J. e Eisenberg, A. (2001). SQL multimedia and application packages (SQL/MM). *ACM SIGMOD Record*, 30(4):97-102.
- [Mohan et al., 1990] Mohan, C., Haderle, D. J., Wang, Y., e Cheng, J. M. (1990). Single table access using multiple indexes: Optimization, execution, and concurrency control techniques. In *Proceedings of the International Conference on Extending Database Technology on Advances in Database Technology (EDBT)*, pp. 29-43, Venezia, Itália. Springer-Verlag.
- [Muralikrishna & Dewitt, 1988] Muralikrishna, M. e Dewitt, D. J. (1988). Equi-depth histograms for estimating selectivity factors for multi-dimensional queries. In *Proceedings of the ACM International Conference on Management of Data (SIGMOD)*, pp. 28-36, Chicago, EUA. ACM Press.
- [Natsev et al., 1999] Natsev, A., Rastogi, R., e Shim, K. (1999). WALRUS: a similarity retrieval algorithm for image databases. In *Proceedings of the ACM International Conference on Management of Data (SIGMOD)*, pp. 395-406, Filadélfia, EUA. ACM Press.

- [Park & Kim, 2003] Park, D.-J. e Kim, H.-J. (2003). An enhanced technique for k-nearest neighbor queries with non-spatial selection predicates. *Multimedia Tools and Applications*, 19(1):79–103.
- [Penzo, 2005] Penzo, W. (2005). Rewriting rules to permeate complex similarity and fuzzy queries within a relational database system. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering (TKDE)*, 17(2):255 – 270.
- [Poosala et al., 1996] Poosala, V., Ioannidis, Y. E., Haas, P. J., e Shekita, E. J. (1996). Improved histograms for selectivity estimation of range predicates. In *Proceedings of the ACM International Conference on Management of Data (SIGMOD)*, pp. 294–305, Montreal, Canadá. ACM Press.
- [Porkaew et al., 1999] Porkaew, K., Mehrotra, S., e Ortega, M. (1999). Query reformulation for content based multimedia retrieval in MARS. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Multimedia Computing and Systems (ICMCS)*, v. 2, pp. 747–751. IEEE Computer Society.
- [Ramakrishnan & Gehrke, 2003] Ramakrishnan, R. e Gehrke, J. (2003). *Database Management System*. McGraw-Hill, third edition.
- [Roussopoulos et al., 1995] Roussopoulos, N., Kelley, S., e Vincent, F. (1995). Nearest neighbor queries. In *Proceedings of the ACM International Conference on Management of Data (SIGMOD)*, pp. 71–79, San Jose, EUA. ACM Press.
- [Santos Filho, 2003] Santos Filho, R. F. (2003). *Métodos de Acesso Métricos para Suporte a Consultas por Similaridade: Apresentação da Técnica Omni*. Tese de doutorado, Universidade de São Paulo, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação.
- [Scheufele & Moerkotte, 1998] Scheufele, W. e Moerkotte, G. (1998). Efficient dynamic programming algorithms for ordering expensive joins and selections. In *Proceedings of the International Conference on Extending Database Technology on Advances in Database Technology (EDBT)*, pp. 201–215, Valência, Espanha. Springer-Verlag.
- [Schroeder, 1991] Schroeder, M. (1991). *Fractals, Chaos, Power Laws: Minutes from an Infinite Paradise*. Freeman, New York.
- [Seidl & Kriegel, 1998] Seidl, T. e Kriegel, H.-P. (1998). Optimal multi-step k-nearest neighbor search. In *Proceedings of the ACM International Conference on Management of Data (SIGMOD)*, pp. 154–165, Seattle, EUA. ACM Press.
- [Selinger et al., 1979] Selinger, P. G., Astrahan, M. M., Chamberlin, D. D., Lorie, R. A., e Price, T. G. (1979). Access path selection in a relational database management system. In *Proceedings of the ACM International Conference on Management of Data (SIGMOD)*, pp. 23–34, Boston, EUA. ACM Press.

- [Shapiro & Connell, 1984] Shapiro, G. P. e Connell, C. (1984). Accurate estimation of the number of tuples satisfying a condition. In *Proceedings of the ACM International Conference on Management of Data (SIGMOD)*, pp. 256–276, Boston, EUA. ACM Press.
- [Smith & Chang, 1975] Smith, J. M. e Chang, P. Y.-T. (1975). Optimizing the performance of a relational algebra database interface. *Communications of the ACM*, 18(10):568–579.
- [Stanoi et al., 2000] Stanoi, I., Agrawal, D., e Abbadi, A. E. (2000). Reverse nearest neighbor queries for dynamic databases. In *ACM SIGMOD Workshop on Research Issues in Data Mining and Knowledge Discovery*, pp. 44–53, Dallas, EUA. ACM Press.
- [Sun et al., 1993] Sun, W., Ling, Y., Rishé, N., e Deng, Y. (1993). An instant and accurate size estimation method for joins and selections in a retrieval-intensive environment. In *Proceedings of the ACM International Conference on Management of Data (SIGMOD)*, pp. 79–88, Washington, EUA. ACM Press.
- [Taylor & Frank, 1976] Taylor, R. W. e Frank, R. L. (1976). Codasyl data-base management systems. *ACM Computing Surveys (CSUR)*, 8(1):67–103.
- [Traina Jr. et al., 1999] Traina Jr., C., Traina, A. J. M., e Faloutsos, C. (1999). Distance exponent: a new concept for selectivity estimation in metric trees. Research Paper CMU-CS-99-110, Carnegie Mellon University - School of Computer Science.
- [Traina Jr. et al., 2000a] Traina Jr., C., Traina, A. J. M., e Faloutsos, C. (2000a). Distance exponent: a new concept for selectivity estimation in metric trees. In *Proceedings of the International Conference on Data Engineering (ICDE)*, pp. 195–195, San Diego, EUA. IEEE CS Press.
- [Traina Jr. et al., 2002] Traina Jr., C., Traina, A. J. M., Faloutsos, C., e Seeger, B. (2002). Fast indexing and visualization of metric datasets using Slim-trees. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering (TKDE)*, 14(2):244–260.
- [Traina Jr. et al., 2000b] Traina Jr., C., Traina, A. J. M., Seeger, B., e Faloutsos, C. (2000b). Slim-trees: High performance metric trees minimizing overlap between nodes. In *Proceedings of the International Conference on Extending Database Technology on Advances in Database Technology (EDBT)*, pp. 51–65, Konstanz, Alemanha. Springer.
- [Traina Jr. et al., 2000c] Traina Jr., C., Traina, A. J. M., Wu, L., e Faloutsos, C. (2000c). Fast feature selection using fractal dimension. In *XV Simpósio Brasileiro de Banco de Dados (SBBD)*, pp. 158–171, João Pessoa, Brasil. CEFET-PB.
- [Vieira et al., 2004] Vieira, M. R., Traina, C., J., Chino, F. J. T., e Traina, A. J. M. (2004). Dbm-tree: A dynamic metric access method sensitive to local density data. In *XIX Simpósio Brasileiro de Banco de Dados (SBBD)*, pp. 163–177, Brasília - DF.

-
- [Weber et al., 1998] Weber, R., Schek, H.-J., e Blott, S. (1998). A quantitative analysis and performance study for similarity-search methods in high-dimensional spaces. In *Proceedings of the International Conference on Very Large Data Bases (VLDB)*, pp. 194–205, Nova York, EUA. Morgan Kaufmann.
- [Wilson & Martinez, 1997] Wilson, D. R. e Martinez, T. R. (1997). Improved heterogeneous distance functions. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 6:1–34.
- [Wong & Youssefi, 1976] Wong, E. e Youssefi, K. (1976). Decomposition - a strategy for query processing. *ACM Transactions on Database Systems (TODS)*, 1(3):223–241.
- [Yoshitaka & Ichikawa, 1999] Yoshitaka, A. e Ichikawa, T. (1999). A survey on content-based retrieval for multimedia databases. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering (TKDE)*, 11(1):81–93.

O MAM Slim-tree

O MAM *Slim-tree* [Traina Jr. et al., 2000b] é uma árvore multivias balanceada pela altura, dinâmica, e que tem todos os objetos armazenados nas folhas. A interseção das regiões definidas pelos nós de um mesmo nível desse MAM pode não ser vazia. Ou seja, a divisão do espaço métrico não gera regiões disjuntas, admitindo sobreposição.

A estrutura tem ainda recursos para a avaliação do grau de sobreposição entre seus nós (*Fat-Factor*) e um algoritmo de pós-otimização da árvore (*Slim-Down()*).

A.1 Organização da *Slim-tree*

A *Slim-tree* agrupa os objetos do conjunto em páginas de tamanho fixo que representam os nós da árvore. Os agrupamentos são construídos em torno de objetos especialmente selecionados, chamados de objetos representantes, que definem os centros de regiões delimitadas por um raio de cobertura. Os objetos podem ser associados ao nó do objeto representante se eles forem cobertos pelo raio de cobertura associado ao objeto representante em questão. Dessa forma, esta organização permite minimizar tanto o número de acessos a disco (leituras de páginas) quanto o número de cálculos de distância necessários para responder a consultas.

Os nós da *Slim-tree* podem ser de dois tipos: nó índice (*indexNode*); e nó folha (*leafNode*), que possuem cardinalidade igual ao seu grau. Todos os nós da estrutura, exceto o nó raiz, possuem um objeto representante e um raio de cobertura que engloba todas as suas subárvores. A Figura A.1 ilustra a estrutura lógica do nó índice e folha da *Slim-tree*.

Cada entrada no nó folha é composta pelos atributos que compõem o objeto (s_i);

Figura A.1: Estrutura lógica dos nós (a) índice (*indexNode*) e (b) folha (*leafNode*) da *Slim-tree* [Traina Jr. et al., 2002].

Figura A.2: Exemplo da estrutura lógica de uma *Slim-tree* contendo 7 cadeias de caracteres com a função de distância L_{Edit} .

pelo identificador do objeto (Old_i); e pelo valor da distância entre este objeto e o representante do nó ($d(s_{rep}, s_i)$). Essa estrutura pode ser representada como:

$$leafNode \text{ [vetor } [1..C] \text{ de } < s_i, Old_i, d(s_{rep}, s_i) >]$$

Cada entrada em um nó índice é composta pelo objeto (s_i) que é o representante (centro) da subárvore apontada por Ptr_i ; pelo valor da distância entre este objeto e o representante do nó ($d(s_{rep}, s_i)$); por uma ligação para sua subárvore (Ptr_i); um raio de cobertura abrangendo toda a sua subárvore (R_i); e pelo número de entradas ($NEnt_i$) presentes na subárvore apontado por Ptr_i . Essa estrutura pode ser representada como:

$$indexNode \text{ [vetor } [1..C] \text{ de } < s_i, d(s_{rep}, s_i), Ptr_i, R_i, NEnt_i >]$$

A Figura A.2 ilustra a estrutura lógica de uma *Slim-tree* contendo 7 cadeias de caracteres, cuja função de distância é a L_{Edit} .

A.2 Construindo uma *Slim-tree*

A *Slim-tree* é construída do nível folha em direção ao nível raiz (*bottom-up*), igual à *B-tree*. Como a *Slim-tree* é um MAM dinâmico, não é necessário que todos os objetos

estejam presentes para a construção da árvore. Novos objetos podem ser inseridos depois da estrutura já construída.

O algoritmo de inserção começa a partir do nó raiz, percorrendo a estrutura até encontrar um nó folha, onde a inserção do novo objeto realmente ocorre. O algoritmo tenta localizar um nó que possa receber o novo objeto sem a necessidade de aumento do raio de cobertura. Se mais de um nó pode receber o novo objeto, o algoritmo *ChooseSubtree()* é executado para selecionar em qual deles será inserido o novo objeto. Se não existir nenhum nó que possa receber o novo objeto nestas condições, é selecionado um cujo centro está mais próximo do novo objeto. Esse processo é aplicado recursivamente para todos os níveis da árvore até chegar em um nó folha.

A *Slim-tree* possui três opções para o algoritmo *ChooseSubtree()*:

- **Aleatório** (*random*): seleciona aleatoriamente um dos nós que podem receber o novo objeto sem aumento do raio de cobertura;
- **Distância Mínima** (*minDist*): seleciona, entre os nós que podem receber o novo objeto, aquele cuja distância entre seu representante (centro) e o novo objeto for mínima;
- **Ocupação Mínima** (*minOccup*): seleciona, entre os nós que podem receber o novo objeto, aquele cujo número de objetos armazenados seja mínimo. Isso é verificado através do atributo *NEnt*. Esta opção é a padrão para a *Slim-tree*.

A escolha da opção para o algoritmo *ChooseSubTree()* influencia bastante as características da árvore resultante. A opção *minOccup* do algoritmo *ChooseSubtree()* tende a gerar árvores com maior taxa de ocupação dos nós, como explicitado em [Traina Jr. et al., 2000b], resultando em árvores mais baixas, porém ao custo de um maior grau de sobreposição. A opção *minDist* tende a criar árvores com uma taxa de ocupação menor dos nós e com um grau menor de sobreposição, conseqüentemente as árvores resultantes são mais altas. Surpreendentemente, a opção *random* consegue gerar árvores quase tão boas quanto as outras duas, porém sua eficiência e resultados não são determinísticos. Este fenômeno pode indicar que o verdadeiro responsável pelas características da árvore seja mesmo o algoritmo de redistribuição dos objetos entre os nós.

A Figura A.3(a) apresenta a disposição de 17 objetos $\{s_1, \dots, s_{17}\}$ de uma *Slim-tree* com capacidade máxima de 3 objetos por nó. Os objetos $\{s_1, s_4, s_{10}\}$ estão em um mesmo nó folha e o objeto representante deste nó é o s_1 , por isto ele aparece no nó índice do nível superior. Os círculos brancos da Figura A.3(a) representam nós folha, e o de cor cinza os nós índice, onde o tamanho é proporcional ao raio de cobertura e as regiões de sobreposição são indicadas pela intersecção de dois ou mais círculos. Os pontos pretos da Figura A.3(b) indicam os objetos representantes do respectivo nó. Note que o nó raiz não possui nenhum objeto representante.

Durante o processo de inserção de um novo objeto, pode ocorrer que o nó escolhido para inserção já esteja com a sua taxa de ocupação máxima preenchida. Neste caso, deve

Figura A.3: Representação de uma *Slim-tree* contendo 17 objetos em (a), e sua correspondente estrutura lógica em (b). Os círculos brancos em (a) representam os nós folha, enquanto os de cor cinza representam os nós índice. Os pontos pequenos dos objetos, preenchidos de cor preta, representam os objetos representantes do nó.

ser alocado um novo nó e as entradas que estavam no nó anterior (com a taxa de ocupação preenchida) devem ser redistribuídos entre os dois nós, respeitando a taxa de ocupação mínima dos nós. Os dois objetos escolhidos como representantes dos dois nós (novo e antigo) e seus respectivos raios de cobertura devem ser inseridos no nó pai. O atributo *NEnt* também deve ser atualizado nos nós dos níveis superiores. Este processo de divisão, se necessário, pode ser repetido árvore acima. No pior caso, o processo de divisão propaga até o nó raiz e a árvore aumenta a sua altura em uma unidade.

A *Slim-tree* possui três políticas para efetuar a redistribuição dos objetos entre os dois nós, sendo elas:

- **Alcatório** (*random*): seleciona aleatoriamente dois objetos representantes, um para cada nó (novo e antigo), e os demais objetos são distribuídos entre os dois nós pela menor distância entre o objeto e o representante do nó. É o mais rápido, porém seus resultados são os menos satisfatórios;
- **Mínimo dos Maiores Raios** (*minMax*): cada possível par de objetos são considerados candidatos a representantes dos dois nós. Para cada par possível, os demais objetos são inseridos no nó cuja distância ao respectivo representante for a menor. Serão escolhidos como representantes o par de objetos que minimizar o raio de cobertura, ou seja, o menor dos maiores raios de cobertura. A complexidade deste algoritmo é $O(C^3)$, onde C é a cardinalidade do nó, pois para cada objeto escolhe-se dentre os demais quem será seu par, e para cada par possível, verifica-se em qual dos nós centrados em um dos elementos do par cada objeto restante será armazenado. Apesar dele ser extremamente custoso, ele é apontado em [Ciaccia et al., 1998] como o que consegue obter árvores que possibilitam consultas mais eficientes;
- **Minimal Spanning Tree** (*MST*): baseado na *Minimal Spanning Tree* de [Kruskal, 1956]. A árvore de caminho mínimo é construída e um dos arcos mais longos da árvore é removido. Dessa forma, dois agrupamentos são obtidos e cada um é associado a um nó. O objeto representante é o objeto central de cada agrupamento. Este algoritmo possibilita a construção de árvores praticamente equivalentes

Figura A.4: Exemplificação do mecanismo de quebra de nós segundo a política *MST* (*Minimal Spanning Tree*) em um conjunto de objetos: (a) estrutura do nó antes da divisão; (b) *MST* construída sobre os objetos do nó; (c) organização dos objetos depois da divisão do nó.

às construídas utilizando o algoritmo de quebra de nós *minMax*, porém com custo de processamento bem menor, resultando em um menor tempo total de construção. Isso ocorre devido à complexidade do algoritmo ser $O(C^2 \log C)$. Esta opção é a padrão para a *Slim-tree* redistribuir os objetos. A Figura A.4 ilustra o mecanismo de quebra de nós utilizando o algoritmo *MST*. Em (a) é representada a disposição dos objetos antes da divisão; em (b) é ilustrada a árvore de caminho mínimo para os objetos do nó corrente; já em (c) é ilustrada a nova distribuição para os dois novos nós.

Na opção *MST* não existe garantia que os nós resultantes da divisão tenham ocupação mínima de entradas, podendo até existir nós com apenas uma única entrada (apenas o objeto representante com raio nulo para os nós folha). Nestes casos, a probabilidade de inserção de novos objetos, para a opção *minDist* do algoritmo *ChooseSubtree()*, é baixa devido ao raio do objeto representante ser nulo.

Embora ainda não exista a implementação da remoção de objetos na *Slim-tree*, ela pode ser tratada de uma maneira similar como ocorre na *B⁺-tree*, onde os objetos nos nós índices são “marcados” como removidos [Johnson & Shasha, 1989]. Porém nesta abordagem, mesmo quando um grande número de objetos for removido, a altura da árvore continua a mesma. Além disso, há a possibilidade de existirem nós folha com menos entradas que a capacidade mínima dos nós.

A.3 O *Fat-Factor* e o *Slim-Down()*

A sobreposição entre os nós das árvores métricas é um efeito indesejável, pois obriga a busca em profundidade em diversas subárvores para a localização dos objetos solicitados pelas consultas. Isso ocorre porque mais nós da árvore serão consultados (todos os que têm região se sobrepondo à região de consulta), e o descarte de subárvores fica prejudicado. Sua

Figura A.5: Exemplo da aplicação do algoritmo *Slim-Down()* em três nós folha. Em (a) estão os três nós antes da otimização, e uma consulta por abrangência localizada na região de sobreposição. Em (b) é ilustrado a nova configuração dos nós depois da execução do *Slim-Down()*. A troca de apenas três objetos entre os nós foi suficiente para diminuir quase toda a sobreposição entre eles. As linhas interligando os objetos ao representante de cada nó indicam a que nó eles pertencem.

influência no desempenho das buscas pode ser até maior que a altura total das árvores. Para ilustrar, considere a Figura A.5(a). Nela estão representados 3 nós com os seus respectivos representantes $\{s_{rep1}, s_{rep2}, s_{rep3}\}$, e uma consulta na região de sobreposição, no qual s_q é o objeto de consulta e r é o raio. Note que as regiões escuras são as sobreposições dos nós. Nenhum dos 3 nós podem ser descartados nessa consulta por abrangência, tendo que ser percorridos, mesmo que só o nó do objeto representante s_{rep3} realmente tenha objetos cobertos pela consulta.

Visando evitar essa deficiência, a *Slim-tree* foi desenvolvida com o objetivo de diminuir a sobreposição entre os nós da árvore, bem como oferecer mecanismos para verificação da porcentagem de sobreposição existente na árvore. Para isso, em [Traina Jr. et al., 2000b], foi definido o fator de sobreposição *Fat-Factor* e o algoritmo de reorganização da árvore *Slim-Down()*.

O *Fat-Factor* é uma medida para avaliar o grau de sobreposição entre os nós da árvore. Ela foi usada para desenvolver um algoritmo de reorganização dos nós, chamado *Slim-Down()*. Esse algoritmo visa reduzir o grau de sobreposição entre os nós através da troca de objetos apenas entre os nós folha. Os objetos são transferidos de um nó origem para um destino caso o nó destino tenha espaço para o armazenamento da entrada, e ainda, a inserção da entrada não causa aumento do raio de cobertura, podendo diminuir o raio de cobertura do nó origem. Esse processo é realizado até que não seja mais possível realizar trocas de objetos entre os nós envolvidos ou que passe de um certo valor limite de número de trocas. Este processo de reorganização das entradas pode diminuir a sobreposição dos nós e, conseqüentemente, diminuir o número de acesso a disco para responder a consultas.

Por ser um processo relativamente custoso, é recomendado que o *Slim-Down()* seja executado apenas quando o grau de sobreposição, definido através do *Fat-Factor*, ultrapasse um certo limite para toda a árvore, ou que uma grande quantidade de objetos já

tenha sido inserida na *Slim-tree*. Maiores detalhes sobre o *Fat-Factor* e o algoritmo *Slim-Down()* podem ser encontrados em [Traina Jr. et al., 2000b] e [Traina Jr. et al., 2002]. A Figura A.5 representa visualmente o processo do algoritmo *Slim-Down()*: em (a) é ilustrado a distribuição dos objetos em três nós antes do processo. Os objetos pertencentes a um nó estão interligados por uma linha com o representante do nó em questão; e em (b) é ilustrada a nova configuração dos nós depois da execução do algoritmo *Slim-Down()*. Note que a sobreposição entre os nós diminuiu, proporcionando que consultas localizadas nestas regiões, como a consulta por abrangência da figura, precisem analisar menos nós que anteriormente.

Através desses conceitos, o MAM *Slim-tree* permite realizar consultas por similaridade minimizando tanto o número de cálculos de distâncias quanto o de acessos a disco.

Desigualdade Triangular

Dado um domínio de objetos $\mathbb{S}$, uma função de distância $d : \mathbb{S} \times \mathbb{S} \rightarrow \mathbb{R}^+$ e os objetos $\{s_1, s_2, s_3\} \in \mathbb{S}$, temos a inequação da desigualdade triangular:

$$d(s_1, s_2) \leq d(s_1, s_3) + d(s_3, s_2) \quad (\text{B.1})$$

Esta inequação permite inferir os limites superior e inferior de uma das três distâncias envolvidas conhecendo apenas os valores das outras duas distâncias.

Suponha que as distâncias $d(s_1, s_3)$ e $d(s_2, s_3)$ são conhecidas e deseja-se inferir o valor da distância $d(s_1, s_2)$, que será denotada por x para facilitar a compreensão. Usando a Equação B.1 temos:

$$x \leq d(s_1, s_3) + d(s_3, s_2) \quad (\text{B.2})$$

mas também:

$$d(s_1, s_3) \leq x + d(s_3, s_2) \Rightarrow x \geq d(s_1, s_3) - d(s_3, s_2) \quad (\text{B.3})$$

e

$$d(s_3, s_2) \leq d(s_1, s_3) + x \Rightarrow x \geq d(s_3, s_2) - d(s_1, s_3) \quad (\text{B.4})$$

Sabendo que $x \geq 0$, as Equações B.3 e B.4 podem ser combinadas, formando:

$$x \geq |d(s_1, s_3) - d(s_3, s_2)| \quad (\text{B.5})$$

pois se $d(s_1, s_3) > d(s_3, s_2)$, o limite inferior será a Equação B.4, caso contrário, será a Equação B.3.

Combinando as Equações B.2 e B.5, temos:

$$|d(s_1, s_3) - d(s_3, s_2)| \leq x \leq d(s_1, s_3) + d(s_3, s_2) \quad (\text{B.6})$$

ou seja:

$$|d(s_1, s_3) - d(s_3, s_2)| \leq d(s_1, s_2) \leq d(s_1, s_3) + d(s_3, s_2) \quad (\text{B.7})$$

A Equação B.7 pode ser utilizada para descartar objetos pertencentes a consultas realizadas em MAMs. Considerando uma consulta por abrangência com raio r , objeto central da consulta s_1 , objeto candidato s_2 e o representante de uma região c , temos:

$$d(s_1, s_2) \leq r, s_2 \in \text{resposta} \quad (\text{B.8})$$

$$d(s_1, s_2) > r, s_2 \notin \text{resposta} \quad (\text{B.9})$$

Sabendo apenas $d(s_1, s_3)$ e $d(s_3, s_2)$ é possível afirmar que s_2 só pode ser candidato a resposta desta consulta se, e somente se:

$$|d(s_1, s_3) - r| \leq d(s_3, s_2) \leq d(s_1, s_3) + r \quad (\text{B.10})$$

partindo disto, sabe-se que $d(s_3, s_2)$ não se encontrar dentro deste intervalo, $d(s_1, s_2)$ certamente será maior que r e portanto pode ser descartado sem a necessidade de calcular seu valor. Caso contrário, o limite superior de $d(s_1, s_2)$ será $2d(s_1, s_3) + r$. Neste caso, $d(s_1, s_2)$ deve ser calculado para que possa ser comparado com r , descartando ou não o objeto da resposta dependendo de seu valor.