Data de Depósito: 24.11.2000

Assinatura:

Dimensionamento de Lotes em Máquinas Paralelas com Restrições de Capacidade em Sistemas Multiestágios

Maristela Oliveira dos Santos

Orientador: Prof. Dr. Marcos Nereu Arenales

Co-orientador: Prof. Dr. Vinícius Amaral Armentano

Tese apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - ICMC-USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ciências de Computação e Matemática Computacional.

USP – São Carlos
Novembro de 2000

A Deus.
A minha família
e aos amigos sempre presentes.

Agradecimentos

- A Marcos Nereu Arenales e Vinícius Amaral Armentano pela orientação, apoio e amizade durante o desenvolvimento deste trabalho.
- A Regina Esther Berretta pela amizade e ao grande apoio ao desenvolvimento desta pesquisa.
- Ao Prof. Dr. Jatinder Gupta pelo apoio durante o estágio na Ball State University, Muncie, Indiana, USA.
- Ao Prof. João Vitor Moccellin pelo estímulo a pesquisa.
- A Lilian, Luiz Fernando e Silvio pelo interesse, amizade e ajuda durante este trabalho.
- A Patrícia Teixeira pela presença e incentivo durante os momentos que mais precisei.
- A Fred Borges, Mary Shiraishi e Ana Paula Shiroma (amigos de longos anos).
- A Tatiana Sugeta e Marisa Back pela grande amizade.
- A Arzu Brumendi pelos momentos felizes em Muncie.
- Ao Mario Oleskovicz, Sadao, Ricardo Silveira e Cidinho pela presença em todos os momentos.
- Aos meus amigos Araxá, Lu de Maringá, Valéria (Maringá), Lu Martinez, Lu Grossi, Elisangela Meza, Heloisa, Thiago, Wellington, Maju, Cris Cris, Rubia, Juliana, Ro Ballini, Janaina & Zé, Valéria, Robinson, Claudia Satake, Nildinha, Chandler, Will, Enzo, Cláudia & Walter, Renato, Gedson, Kattiana, Fábio Melfi, Ju, Gisele, Selma, Claudinha, Rudi, Dani e Taboca por todos os momentos de descontração e conversas nada a ver com trabalho.
- A turminha da elétrica: Edmárcio, João Bosco & Meire, Arthur, Marcelo Cléo, Guilherme e Sereno pelo companheirismo.
- As secretárias Beth, Laura e Marília pela atenção, a todos professores do ICMC, as bibliotecárias pela disponibilidade e a todos funcionários de maneira geral.
- A FAPESP pelo suporte financeiro fundamental para a realização deste trabalho.
- Finalmente, agradeço a todos que ajudaram na elaboração deste trabalho.

Índice

Resumo.....	iv
Abstract.....	v
Capítulo 1 – Introdução.....	1
Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica.....	5
2.1. Introdução.....	5
2.2. O Problema de Dimensionamento de lotes	5
2.2.1. O Problema de Dimensionamento de Lotes Monoestágio.....	7
2.2.2. O Problema de Dimensionamento de Lotes Multiestágio.....	11
2.3. O Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes.....	21
2.3.1. O Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes Monoestágio.....	22
2.3.2. O Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes Multiestágio.....	25
2.3.3. O Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes (Macro Períodos).....	26
Capítulo 3 – Dimensionamento de Lotes em Ambiente de Produção Multiestágio com Limitações de Capacidade e Máquinas Paralelas (MCMP).....	29
3.1. Introdução.....	29
3.2. Definição do Problema.....	30
3.3. Simplificação do Problema.....	32

Capítulo 4 - Um Procedimento Heurístico para a Resolução do Problema MCMP.....	34
4.1. Introdução.....	34
4.2. Solução Inicial – Procedimento P1.....	35
4.2.1. WW-Paralelo.....	35
4.2.2. WW-Paralelo Penalizado.....	39
4.3. Heurística de Factibilização.....	45
4.3.1. Procedimento de Factibilização – Procedimento P2.....	51
4.3.1.1. Procedimento Auxiliar ao Processo de Factibilização.....	52
4.3.1.2. Conceitos Básicos de Busca Tabu.....	61
4.3.2. Procedimento para Reconfiguração da Solução – Procedimento P4.....	64
4.4. Heurística de Melhoria – Procedimento P3.....	66
4.5. Limitante Inferior.....	67
Capítulo 5 - Resultados Computacionais (MCMP).....	72
5.1. Geração dos Dados.....	72
5.2. Medidas de Auxílio à Análise.....	76
5.3. Heurísticas em Análise.....	78
5.4. Análise dos Resultados para os Exemplos do Grupo G1.....	80
5.4.1. Análise dos Resultados em Relação à Porcentagem de Soluções Factíveis Obtidas...80	
5.4.2. Análise dos Resultados em Relação à Qualidade das Soluções Obtidas.....83	
5.4.3. Análise dos Resultados Relacionados ao Consumo de Capacidade Gerada.....86	
5.5. Análise dos Resultados para os Exemplos do Grupo G2.....	89
5.5.1. Análise dos Resultados em Relação à Porcentagem de Soluções Factíveis Obtidas....89	
5.5.2. Análise dos Resultados Relacionados ao Uso da Capacidade Gerada.....108	
5.5.3. Análise dos Resultados com Relação as Infactibilidades.....119	
5.5.4. Análise dos Resultados em Relação à Qualidade das Soluções Obtidas.....128	

5.5.4.1. Qualidade das Soluções Fornecidas pela Heurística HT1.....	129
5.5.4.2. Qualidade das Soluções Fornecidas pela Heurística HT2.....	137
5.5.4.3. Comparação das Soluções Fornecidas pelas Heurísticas.....	143
Capítulo 6 - Um Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes e um Procedimento de Resolução.....	154
6.1. Introdução.....	154
6.2. Formulação do Problema.....	155
6.2. Solução Inicial (Seqüência Inicial).....	156
6.3. Procurando uma Solução Factível.....	157
6.3.1. Procedimento de Pré-factibilização.....	158
6.3.2. Procedimento de Factibilização.....	158
Capítulo 7 - Conclusões e Perspectivas Futuras.....	164
Bibliografia.....	168
Apêndice A - Notação Matricial e Formulações Equivalentes do Problema de Dimensionamento de Lotes Multiestágio: Estoque Convencional <i>versus</i> Estoque de Escalão.....	175
Apêndice B - Abordagens Equivalentes: Relaxação Lagrangiana Baseada na Formulação em Termos de Estoque Convencional <i>versus</i> Relaxação Lagrangiana Baseada na Formulação em Termos de Estoques de Escalão.....	185

RESUMO

Este trabalho considera o problema de dimensionamento de lotes em um sistema de produção multiestágio, onde cada estágio é composto por máquinas paralelas com capacidades limitadas. O problema consiste em determinar um plano de produção que atenda a demanda dos itens finais e de seus componentes em cada período de um horizonte finito de planejamento. Um tempo de preparação é considerado para começar a produção em qualquer máquina e período. O objetivo é determinar um plano de produção que minimize os custos de produção, preparação e de estoque. O problema é formulado como um programa inteiro misto e um método heurístico básico é proposto. A partir deste método básico, algumas heurísticas variantes foram desenvolvidas sendo que, algumas incorporam estratégias de Busca Tabu. A análise computacional foi feita com milhares de exemplos gerados aleatoriamente. Para os exemplos de dimensões pequenas, as soluções heurísticas foram comparadas com as soluções ótimas obtidas pelo pacote CPLEX 4.0. Para os exemplos maiores, os resultados obtidos foram analisados considerando o limitante inferior obtido através da técnica da Relaxação Lagrangiana e do método do subgradiente.

Uma proposta de resolução para um problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes também é apresentado nesta tese. Este problema é uma extensão do problema de dimensionamento de lotes, pois integra o dimensionamento de lotes e o sequenciamento de itens nas máquinas e períodos. O objetivo consiste em determinar o quanto produzir dos itens, em cada período e máquina e, em que ordem estes itens devem ser produzidos. O procedimento de resolução é baseado no método básico proposto para o problema de dimensionamento de lotes. As seqüências de produção em cada máquina e período podem ser interpretadas como rotas do caixeiro viajante. No apêndice, uma notação matricial é introduzida, permitindo mostrar facilmente a equivalência entre formulações alternativas para o problema de dimensionamento de lotes multiestágio, bem como entre abordagens de solução.

Palavras-chaves: Planejamento da Produção, Otimização Linear Inteira, Dimensionamento de Lotes, Multiestágio, Sequenciamento, Heurística.

ABSTRACT

This work addresses the lot-sizing problem in a multistage production system, each stage consisting of parallel machines with finite capacity. This problem lies in the determination of a production plan for the end items and their components in order to satisfy the demand in each period of a finite horizon. A setup time is considered to start production on any machine in a given period. The solution should minimize production, setup and inventory costs. The problem is formulated as a mixed integer programming model and a basic heuristic method is proposed. From this basic method, a few heuristic approaches were developed, and some of them encompass a short-term memory tabu search. The computational analysis was done with thousands of examples randomly generated. For small instances, the heuristic solutions are compared with optimal solutions obtained by CPLEX 4.0. For larger instances, the quality of the solution is evaluated using a lower bound provided by Lagrangean relaxation.

This work also presents an approach to lot sizing and scheduling. This problem is an extension of the lot sizing problem, since it integrates the lot sizing and scheduling of items on machines and periods. The goal is to determine the production plan for all items in each period and machine and in what order these items should be produced. The resolution procedure is based on the basic method for the lot sizing problem. The production sequences in each machine and period can be interpreted as a tour of the traveling salesman. In the appendix, a matrix notation is introduced, allowing to show the equivalence among alternative formulations for the multistage lot sizing problem easily, as well as among different approaches for this problem.

Keywords. Production Planning, Mixed Integer Programming, Lot Sizing, Multistage Systems, Heuristics.

CAPÍTULO 1

Introdução

Em termos gerais, a produção pode ser definida como o processo de conversão de matérias primas em produto final. Este processo deve ser gerenciado efetivamente para poder entregar o produto final com alta qualidade, dentro do tempo e com custos apropriados. Em uma empresa, o sistema responsável pelo gerenciamento da produção é denominado de planejamento e controle da produção (PCP), sendo este composto por um grande número de componentes que devem ser gerenciados. O PCP é responsável pela aquisição das matérias-primas até a entrega dos produtos finais. Este sistema também é responsável pelo gerenciamento dos recursos disponíveis à produção, disponibilidade de mão-de-obra, controle dos níveis de estoques, entre outros. A estrutura hierárquica de um sistema PCP pode ser dividida em três níveis de planejamento distintos: estratégico, tático e operacional (Anthony, 1965).

O planejamento estratégico envolve a definição de objetivos de longo prazo, e esta sob responsabilidade da alta direção da empresa. As decisões tomadas nesse nível, geralmente estão relacionadas a metas globais da empresa e ao estabelecimento de políticas para o cumprimento dessas metas.

O planejamento tático, de alcance de médio prazo, está relacionado com a utilização efetiva de recursos existentes, com o objetivo de cumprir os objetivos determinados no planejamento estratégico. Decisões típicas deste nível incluem a utilização do trabalho regular

e de horas extras, planejamento da produção, níveis de estoques, definição dos meios de distribuição e seleção dos transportes alternativos.

O planejamento operacional envolve ações de curto prazo, ou seja, está relacionado ao dia-a-dia da produção. Tem como objetivo definir e executar os planos detalhados de produção. Decisões deste nível incluem o sequenciamento da produção nos centros de trabalho, controle de materiais, a compra dos componentes, entre outros.

O interesse maior desta tese está relacionado com as decisões de médio prazo especificamente com o problema de dimensionamento de lotes em um sistema multiestágio. O dimensionamento de lotes é um problema de planejamento que envolve a determinação de quanto produzir em cada período, de forma a atender a demanda dos produtos (itens). Os produtos em um sistema multiestágio são constituídos de componentes que também devem ser produzidos ou comprados.

Um sistema utilizado neste problema de planejamento da produção é o sistema MRP (*Material Requirements Planning* ou Planejamento de Necessidades de Materiais) que surgiu na década 60. Um sistema MRP é uma coleção de procedimentos lógicos que tem sido amplamente utilizado para o planejamento da produção em sistema multiestágio, cujo objetivo é determinar um plano de produção dos produtos finais (itens finais) e dos seus componentes, sendo que estes podem ser comprados ou fabricados.

Para o funcionamento de um sistema MRP são essenciais as informações fornecidas pelo programa mestre da produção (*master production schedule*), que descreve um plano de produção para os produtos finais ao longo do horizonte de planejamento; pela lista de materiais (*bill of material*), que especifica os componentes para cada item final, sendo definida pela estrutura de produtos; pelos níveis de estoque; e pelas previsões de demanda para cada produto final em cada período de tempo (Baker, 1993 e Resende e Sacomano, 1997). Com estas informações, o MRP fornece um planejamento sincronizado da produção dos itens finais e de seus componentes, informando a quantidade específica a ser produzida (ou comprada) em cada período, de forma a atender a demanda prevista em cada período (Berretta, 1997).

No entanto, segundo Baker (1993), existem limitações na abordagem tradicional de um sistema MRP. Estas limitações estão relacionadas com a utilização da capacidade e nos custos envolvidos. Um sistema MRP pode utilizar módulos para verificar se um plano de produção está satisfazendo as capacidades disponíveis. Porém, estes módulos somente informam que os recursos disponíveis estão excedidos e que devem fazer um remanejamento de parte da produção ou adicionar mais capacidade para ajustar este plano. Além disto, os

planos de produção fornecidos pelos sistemas MRP não são projetados com o objetivo de alocar os recursos eficientemente no sentido de obter um plano com o menor custo possível, ou seja, não são considerados os custos envolvidos na produção, no estoque e na preparação das máquinas (Beker, 1993, Shapiro, 1993 e Berretta, 1997).

O problema de dimensionamento de lotes (*lot sizing*) com limitações de capacidade tenta superar as limitações de um sistema MRP, ou seja, seu objetivo é determinar um plano de produção de forma a minimizar os custos envolvidos, sujeito a um conjunto de restrições que incluem as limitações dos recursos disponíveis. Os custos envolvidos podem ser os custos de produção, estoque e de preparação das máquinas (*setup cost*). O custo de preparação é um custo fixo que deve ser cobrado quando houver a decisão de produzir um determinado lote de um item, em uma determinada máquina, num determinado período. Para levar em conta os recursos, supõe-se que estes são consumidos na produção e preparações (*setup time*) das máquinas.

A consideração dos custos e tempos de preparação faz com que o problema seja formulado matematicamente como um programa de programação inteira mista, de difícil resolução. Na literatura foi mostrado que somente o trabalho de determinar um plano de produção factível para este problema é muito difícil. Assim, devido à complexidade introduzida pelos tempos e custos de preparação, os métodos desenvolvidos para resolver otimamente este problema consideram casos particulares e exemplos de pequenas dimensões. Com o objetivo de resolver exemplos de dimensões médias e grandes, vários métodos heurísticos foram propostos.

Nesta tese são propostos procedimentos heurísticos para a resolução do problema de dimensionamento de lotes multiestágio, no qual cada estágio é composto de máquinas paralelas distintas com capacidade limitada. Os itens podem ser processados em cada uma das máquinas e para iniciar a produção ocorre um tempo de preparação da máquina. Os custos considerados são os custos de produção, estoque e de preparação (*setup cost*). Estes métodos heurísticos são extensões dos trabalhos de Berretta (1997) e Toledo (1998). No trabalho de Berretta (1997) é considerado o problema de dimensionamento de lotes multiestágio, no entanto, não considera máquinas paralelas. Já no trabalho de Toledo (1998) foi desenvolvida uma heurística para o problema de dimensionamento de lotes considerando máquinas paralelas, mas para o problema monoestágio. Assim, o problema estudado nesta tese difere destes dois trabalhos por considerar o problema multiestágio onde cada estágio é composto por máquinas paralelas.

Um outro problema abordado nesta tese é o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes (*lot sizing and scheduling problem*), o qual está integrando decisões de médio e curto prazo. Neste problema, além de tomar as decisões do quanto produzir para atender as demandas em cada período, deve-se determinar qual será a seqüência de produção dos itens para cada período de tempo, a qual interfere no cálculo dos custos (os custos e tempos de preparações dependem da seqüência de produção). As pesquisas sobre este problema ainda são escassas, sendo que a maioria dos trabalhos existente considera algumas condições especiais. Uma boa revisão bibliográfica para este problema pode ser encontrada em Drexel e Kimms (1997).

Este trabalho está dividido em outros seis capítulos e dois apêndices. No **Capítulo 2** é apresentada uma revisão bibliográfica dos trabalhos da área de dimensionamento de lotes e dimensionamento e sequenciamento de lotes. No **Capítulo 3** é definido e modelado o problema de dimensionamento de lotes enfocado nesta tese.

Um procedimento heurístico básico é proposto para o problema de dimensionamento de lotes multiestágio no **Capítulo 4** e, os resultados computacionais obtidos são descritos no **Capítulo 5**, bem como as variantes do procedimento básico.

No **Capítulo 6** é descrito o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes, e um método é proposto. Finalmente, as conclusões e as propostas futuras são apresentadas no **Capítulo 7**.

No **Apêndice A** é introduzida uma notação matricial e é mostrada a equivalência entre a formulação do problema de dimensionamento de lotes multiestágio em termos de estoque de convencional e estoque de escalão. Finalmente, no **Apêndice B** são apresentadas as relaxações Lagrangiana do problema formulado em termos de estoque convencional e em termos de estoque de escalão e mostrada sua equivalência.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Introdução

Neste capítulo são apresentados problemas de dimensionamento de lotes (*lot sizing*) e alguns trabalhos relacionados. O problema de dimensionamento de lotes trata da determinação de um plano de produção dos itens sobre um horizonte de planejamento de modo a atender uma demanda preestabelecida. Também são apresentados problemas, onde o sequenciamento é integrado ao problema de dimensionamento de lotes (*lot sizing and scheduling*) e alguns procedimentos de resolução são discutidos.

2.2. O Problema de Dimensionamento de Lotes

O problema de dimensionamento de lotes determina um plano de produção para vários itens com o objetivo de atender uma demanda conhecida (ou estimada) sem atrasos. Os itens a serem produzidos podem dividir recursos comuns, sendo estes recursos, na maioria das vezes escassos (capacidade limitada). Para este problema existem boas revisões na literatura, como as apresentadas em Billington *et al.* (1983), Bahl *et al.* (1987), Kuik *et al.* (1994) e Drexel e Kimms (1997).

Bahl *et al.* (1987) classificam os problemas de dimensionamento de lotes de acordo com a representação mostrada na Figura 2.1. Neste capítulo, considera-se esta classificação para apresentação destes problemas.

Figura 2.1 Classificação dos problemas de dimensionamento de lotes(Bahl *et al.*, 1987).

Esta classificação é simplista, enfatizando apenas dois aspectos dos problemas de dimensionamento de lotes: o número de estágios e a existência de limitações de capacidades. Um outro aspecto importante, que é desconsiderado, é a relevância das preparações de máquinas (*setup*).

Nesta tese é estudado o problema de dimensionamento de lotes multiestágio em um ambiente com máquinas paralelas distintas. Os itens podem ser produzidos em qualquer máquina e a decisão de produção em uma determinada máquina acarreta um tempo gasto para a preparação desta máquina. O objetivo do problema é determinar um plano de produção que minimize os custos de produção, estoque e preparação e que satisfaça as restrições do atendimento das demandas e as limitações das capacidades.

Considerar tempo e custo de preparação torna o problema difícil de resolver (Florian *et al.*, 1980 e Maes *et al.*, 1991). Na literatura, encontram-se trabalhos que discutem o fato de considerar ou não o tempo de preparação na formulação do problema, sendo que alguns autores dizem que os tempos de preparação já estão inclusos nos custos de preparação, portanto, os tempos gastos para as preparações podem ser desconsiderados (Maes *et al.* 1991). No entanto, Kuik *et al.* (1994) discutem a importância de considerar tempo de preparação na formulação do problema, para poder revelar o consumo real dos recursos e não apenas

considerar os tempos de preparação através dos custos. No trabalho de Tempelmeier (1997) mostram que, para o problema de dimensionamento de lotes multiestágio com limitações de capacidade, procedimentos que levam a planos que representam um real consumo de recursos, são aqueles desenvolvidos para os problemas que consideram tempos de preparação na formulação.

A seguir é apresentada uma breve revisão bibliográfica para o problema de dimensionamento de lotes.

2.2.1. O Problema de Dimensionamento de Lotes Monoestágio

O sistema de produção monoestágio ocorre quando os itens a serem produzidos são independentes, isto é, nenhum item depende da produção de outro item. O problema com um único item surge como um subproblema de problemas mais complexos, como os problemas estudados em Tempelmeier e Derstroff (1996) e França *et al.* (1997).

O Problema de Dimensionamento de Lotes Monoestágio sem Limitações de Capacidade

As primeiras pesquisas relacionadas com o problema de dimensionamento de lotes foram iniciadas considerando o modelo clássico EOQ (*Economic Order Quantity*), o qual foi proposto por F.W. Harris (Harris, 1915 e Harris, 1990). O modelo EOQ considera o processo de produção monoestágio e **capacidade ilimitada**, ou seja, considera o problema com um único item, sendo a demanda deste item estacionária, isto é, a demanda ocorre continuamente no tempo com uma taxa constante. O horizonte de planejamento para o modelo EOQ é infinito. Uma solução ótima para o modelo pode ser determinada facilmente.

Já o modelo de Wagner-Whitin (Wagner e Whitin, 1958), assume que o horizonte de planejamento é finito, sendo este dividido em vários períodos discretos. A demanda é determinística e dinâmica. O modelo de Wagner-Whitin considera o problema monoestágio com um único item sem limitações de capacidade. Este problema pode ser visto como o problema do caminho mínimo em um grafo direcionado, o que leva a conclusão que uma solução ótima existe e, é polinomialmente limitada. Algoritmos ótimos para este problema podem ser encontrados em Wagner e Whitin (1958), Ferdergruem e Tzur (1991), Walgelmans *et al.* (1992). Evans (1985) propôs uma implementação eficiente do algoritmo de Wagner e

Whitin (1958). Armentano e Toledo (1997) propuseram uma extensão do algoritmo proposto por Wagner e Whitin (1958) para a resolução do problema monoestágio com um único item e máquinas paralelas. O problema com máquinas paralelas ocorre quando, para cada período, deve-se tomar a decisão de onde produzir, ou seja, em qual máquina deve-se produzir. Este algoritmo (Armentano e Toledo, 1997) é utilizado no procedimento de resolução dos problemas propostos nesta tese. Uma breve revisão sobre o problema de dimensionamento monoestágio sem limitações de capacidade pode ser encontrada em Wolsey (1995).

O Problema de Dimensionamento de Lotes Monoestágio com Limitações de Capacidade

O problema de dimensionamento de lotes **com limitações de capacidade** (CLSP- *Capacitated Lot Sizing Problem*) pode ser visto como uma extensão do problema de Wagner-Whitin (Wagner e Whitin, 1958) considerando restrições de capacidade. O problema CLSP é um problema monoestágio com múltiplos itens com o horizonte de planejamento finito e, demanda dinâmica.

O modelo apresentado a seguir para o problema CLSP, encontra-se em Trigeiro *et al.* (1989), onde foi considerado a demanda conhecida sobre os T períodos do horizonte de planejamento, a capacidade disponível limitada e a existência de tempo e custo de preparação das máquinas (*setup time e setup cost*). O objetivo do modelo é determinar um plano de produção que minimize os custos, sujeito a um conjunto de restrições que inclui o atendimento de uma demanda preestabelecida.

Considere as seguintes variáveis de decisão para o problema CLSP:

l_{it} Estoque do item i no final do período t .

X_{it} Produção do item i no período t .

$Y_{it} = \begin{cases} 1 & \text{se o item } i \text{ é preparado no período } t \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$.

E os seguintes parâmetros:

Cap_t Capacidade disponível da máquina no período t .

d_{it} Demanda para o item i no período t .

c_{it} Custo de produzir uma unidade do item i no período t .

h_{it} Custo de estocar uma unidade do item i no período t .

b_i Tempo necessário para produzir uma unidade do item i .

cs_{it} Custo de preparação para o item i no período t .

ts_{it} Tempo de preparação para o item i no período t .

M Número grande.

$i = 1, \dots, N$ itens.

$t = 1, \dots, T$ períodos.

O problema CLSP pode ser formulado como um modelo de programação linear misto:

(CLSP)

$$\text{minimize } \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (h_{it} I_{it} + c_{it} X_{it} + cs_{it} Y_{it}) \quad (2.1)$$

Sujeito a:

$$I_{i,t-1} + X_{it} - I_{it} = d_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.2)$$

$$\sum_{i=1}^N (b_i X_{it} + ts_{it} Y_{it}) \leq CAP_t \quad t = 1, \dots, T \quad (2.3)$$

$$X_{it} - MY_{it} \leq 0 \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.4)$$

$$X_{it} \geq 0 \text{ e } I_{it} \geq 0 \quad Y_{it} = 0 \text{ ou } 1 \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.5)$$

A função objetivo (2.1) a ser minimizada representa os custos de produção, estoque e preparação dos N itens ao longo dos T períodos. As restrições (2.2) representam o balanceamento de estoque de cada item no final de cada período. As inequações (2.3) indicam as limitações de capacidade em cada período e (2.4) são restrições lógicas que indicam a necessidade de preparação quando há produção. As variáveis de preparação são garantidas a serem binárias por (2.5) que garantem também as condições de não-negatividade das variáveis de estoque e produção.

O problema CLSP é chamado de “*large bucket problem*” (Drexel e Kimms, 1997), porque vários itens podem ser produzidos por período. Um período usualmente representa uma quantidade de tempo, como por exemplo, uma semana no mundo real, assim, o horizonte de planejamento geralmente é menor do que seis meses.

Do ponto de vista computacional, quando os recursos são limitados, a consideração de custos das preparações das máquinas (*setup cost*) faz com que o problema com um único item seja *NP-difícil* (Florian *et al.*, 1980). Isto acontece mesmo para os casos especiais, nos quais todas as demandas são iguais e todos custos de estoques são nulos, logo o problema monoestágio com múltiplos itens também é considerado *NP-difícil*. Maes *et al.* (1991)

mostraram que o problema de identificar a existência de uma solução factível é *NP-Completo* quando se considera consumo de recursos para preparações das máquinas (*setup time*). No trabalho de Chen e Thuzy (1990) é discutido o modelo (2.1)-(2.5), a complexidade e ainda vários procedimentos de solução do problema.

Encontram-se na literatura métodos ótimos, quase ótimos e heurísticos para resolver o problema considerando algumas variações, principalmente em relação aos custos e tempos de preparação.

Dentre os que desenvolveram métodos heurísticos destacam-se: Trigeiro *et al.* (1989), Lozano *et al.* (1991) e Toledo (1998).

Trigeiro *et al.* (1989) desenvolveram um método heurístico que consiste em relaxar as restrições de capacidade (2.3) aplicando a técnica da relaxação Lagrangiana, obtendo deste modo N subproblemas sem limitações de capacidade, os quais foram resolvidos utilizando um algoritmo de programação dinâmica. Em seguida, se a solução for infactível, aplica-se um método de factibilização que transfere produção entre períodos, na tentativa de factibilizar a solução e, finalmente atualiza os multiplicadores duais utilizando o método do subgradiente (Held *et al.*, 1974).

Lozano *et al.* (1991) desenvolveram um algoritmo similar ao de Trigeiro *et al.* (1989), sendo que as diferenças estão no algoritmo do subgradiente e no procedimento utilizado para restaurar a factibilidade. Em Toledo (1998) propõe-se uma heurística Lagrangiana, baseada na relaxação das restrições de capacidade do problema e em otimização do subgradiente, para resolução do problema considerando máquinas paralelas. Primeiramente o problema Lagrangiano é resolvido e caso a solução obtida for infactível, aplica-se um procedimento de factibilização baseada nas transferências de produção entre máquinas e períodos. Se a solução obtida for factível, aplica-se um procedimento de melhoria visando a obtenção de uma solução de melhor qualidade. Observa-se aqui que o procedimento de factibilização é aplicado a cada k passos do método do subgradiente, sendo assim, a heurística é executada partindo de várias soluções diferentes.

No trabalho de Haase (1998) considera-se o problema (2.1)-(2.5) mas, foram introduzidas certas condições no modelo, para reduzir os custos de preparação entre períodos adjacentes, mas não consideraram os tempos gastos com preparações. Neste trabalho foi proposto um procedimento heurístico, onde as decisões sobre o tamanho do lote e das semi-sequências (pelo fato de estar considerando os períodos adjacentes) são baseadas numa regra de prioridade que consiste em uma combinação convexa dos custos de estoque e de preparação. Os resultados computacionais mostraram que o método proposto resolveu este

novo modelo de uma maneira mais eficiente do que aplicar primeiro ao problema sem considerar as ligações entre períodos, e num passo posterior considerá-las.

Dentre os que desenvolveram métodos ótimos e quase ótimos destacam-se: Diaby *et al.* (1992) e Armentano *et al.* (1999). Diaby *et al.* (1992) desenvolveram métodos ótimos/quase ótimos utilizando *branch-and-bound* no qual, os limitantes (*bounds*) foram gerados por relaxação Lagrangiana e os custos duais atualizados pelo método do subgradiente. Eles consideraram custo e tempo de preparação e também horas extras na formulação do problema. Armentano *et al.* (1999) como em Trigeiro *et al.* (1989) consideram o problema com custos e tempos de preparação, e representaram o problema como uma rede generalizada e desenvolveram um método ótimo. O método é um algoritmo *branch-and-bound* especializado, onde em cada nó é resolvido um problema de custo mínimo em uma rede generalizada.

2.2.2. O Problema de Dimensionamento de Lotes Multiestágio

O problema de dimensionamento de lotes multiestágio ocorre quando um item final possui itens predecessores (componentes), que também devem ser programados para produção ou compra. Os itens finais possuem suas próprias demandas, chamadas demandas independentes, enquanto que, os itens componentes podem possuir demanda dependente (utilizados para o consumo interno) e demanda independente.

A estrutura do processo de produção multiestágio, chamada de estrutura de produtos, pode ser representada por um grafo orientado acíclico $G(V,E)$, onde os elementos de V (nós) representam o conjunto de itens e os elementos de E (arcos) representam as relações entre eles. O arco (i,j) existe somente se, o item j depende da produção do item i , ou seja, j é um sucessor imediato do item i , $i > j$ (por convenção, na estrutura do produto os itens são numerados de 1 até N) (Afentakis e Gavish, 1986). Assim, as relações de precedência entre os itens definem a estrutura de produto que pode ser: geral, serial e montagem. Na Figura 2.2 estão representados exemplos de estruturas de produtos definidas a seguir.

- Serial: cada item, com exceção do primeiro e do último, tem exatamente um sucessor e um predecessor.
- Montagem: cada item pode ter vários predecessores, mas com a restrição de um único sucessor.

- Geral: não há restrição quanto ao número de sucessores e predecessores de um item, exceto os itens finais que não possuem sucessores.

Figura 2.2. Exemplos de três estruturas de produtos.

Este problema pode ser encontrado em situações industriais, o qual é usualmente, resolvido utilizando um sistema do tipo MRP (*Material Requirements Planning*). Sistemas do tipo MRP definem os tamanhos de lotes de produção dos itens finais e seus componentes com objetivo de atender a demanda. Entretanto, os sistemas MRP, em sua maioria, não incluem restrições de recursos para produção dos lotes, nem consideram os custos envolvidos nesta fase. Se este plano inicial é infactível, um procedimento (*Capacity Requirements Planning Procedure-CRP*) é aplicado para ajustá-lo (Tempelmeier, 1997 e Maes e Wassenhove, 1991). Geralmente, depois da aplicação destes procedimentos, ajustes manuais são necessários.

O modelo para o problema de dimensionamento de lotes multiestágios, apresentado a seguir, é uma simplificação do encontrado em Billington *et al.* (1983). Eles consideraram o problema de dimensionamento de lotes multiestágio com restrições de capacidade, *lead time* diferente de zero, tempo e custo de preparação. *Lead time* é o tempo decorrido entre o instante em que se formaliza uma solicitação e o instante em que o que foi solicitado se torna disponível, (Femandes, 1991). Os seguintes dados adicionais devem ser considerados:

L_i Mínimo *lead time* para o item i , (O mínimo é enfatizado porque L_i não deve incluir uma estimativa da demora devido os limites de capacidade.)

a_{ij} Quantidade do item i requerida para a produção de uma unidade do item j .

ts_{ik} Tempo de preparação para produzir o item i na máquina k .

b_{ik} Tempo necessário para produzir uma unidade do item i na máquina k .

CAP_{ik} Capacidade disponível (em unidades de tempo) no período t na máquina k .

$k=1,...,K$ Máquinas.

$S(i)$ - Conjunto dos sucessores imediatos do item i .

$P(i)$ - Conjunto dos predecessores imediatos do item i .

Para exemplificar como é determinado estes conjuntos, considere estrutura de produtos dada pela Figura 2.3. Esta figura exemplifica também a relação a_{ij} .

Figura 2.3. Estrutura de produtos exemplo e relação entre os itens.

$S(1)=\{\}$, $S(2)=\{1\}$, $S(3)=\{1\}$, $S(4)=\{2\}$ e $S(5)=\{2,3\}$.

$P(1)=\{2,3\}$, $P(2)=\{4,5\}$, $P(3)=\{5\}$, $P(4)=\{\}$, $P(5)=\{\}$.

Modelo Matemático

$$z = \min \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (h_{it} I_{it} + cs_{it} Y_{it}) \quad (2.6)$$

Sujeito a:

$$I_{i,t-1} + X_{i,t-L_i} - I_{it} - \sum_{j \in S(i)} a_{ij} X_{jt} = d_{it}, \quad i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T \quad (2.7)$$

$$\sum_{i=1}^N (b_{ik} X_{it} + ts_{ik} Y_{it}) \leq CAP_{tk}, \quad k = 1, \dots, K, t = 1, \dots, T \quad (2.8)$$

$$X_{it} - MY_{it} \leq 0, \quad i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T \quad (2.9)$$

$$Y_{it} \in \{0, 1\}, X_{it} \geq 0, I_{it} \geq 0. \quad i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T \quad (2.10)$$

A função objetivo (2.6) visa à minimização do custo total, que é formado por custos de estoque e preparação. As restrições (2.7) são restrições de balanço de estoque. O estoque final para cada item em cada período t é igual ao estoque inicial mais a produção líquida do item no período $t - L_i$ menos as demandas internas (demanda dependente é dada por: $\sum_{j \in S(i)} a_{ij} X_{jt}$) e externa (d_{it}) para o item nesse período. As restrições de capacidade e preparação são dadas pelas restrições (2.8) e (2.9). Observa-se que a diferença de um sistema de produção

monoestágio e multiestágio está na dependência entre os itens ($\sum_{j \in S(i)} a_{ij} X_j$) nas restrições (2.7).

O Problema de Dimensionamento de Lotes Multiestágio Sem Limitações de Capacidade

Muitos autores consideram o problema de dimensionamento de lotes multiestágio **sem limitações de capacidade**, ou seja, as restrições (2.8) não são consideradas.

Alguns algoritmos ótimos para obter soluções ótimas para o problema, quando consideram capacidade ilimitada, são baseados em programação dinâmica como em Veinott (1969). Zangwill (1969) utilizaram a formulação em redes e consideraram os problemas com estrutura serial. Crowston e Wagner (1973) desenvolveram um algoritmo baseado em programação dinâmica e outro do tipo *branch-and-bound* para os problemas com estrutura do tipo montagem. Nos trabalhos de Veinott (1969), Zangwill (1969) e Crowston e Wagner (1973) não foram considerados custos de preparações, ou seja, trataram com um problema de programação linear. Já nos trabalhos de Afentakis *et al.* (1984) e Afentakis e Gavish (1986), os quais apresentaram métodos ótimos para o problema sem limitações de capacidade, consideraram os custos de preparações não nulos.

Em Afentakis *et al.* (1984) o problema de dimensionamento de lotes sem limitações de capacidade é reformulado em termos de estoque de escalão, o que simplificou sua decomposição por itens. O conceito de estoque de escalão foi introduzido por Clark e Scarf (1960), sendo definido como a quantidade total do item presente no sistema, incluindo a quantidade do item em estoque mais a quantidade do item contida no estoque de seus sucessores. Neste trabalho foi considerada a estrutura de produtos de montagem e foi desenvolvido um algoritmo *branch-and-bound* onde os limitantes são gerados pela resolução do problema Lagrangiano. Afentakis e Gavish (1986) converteram a formulação do problema sem limitações de capacidade com estrutura geral de produto para uma estrutura de montagem com restrições adicionais, mas, esta transformação aumentou significativamente o número de variáveis. Resolveram o problema transformado utilizando o algoritmo apresentado em Afentakis *et al.* (1984).

Outros trabalhos que tratam o problema sem limitações de capacidade podem ser encontrados em Blackburn e Millen (1982), Afentakis (1987), Chiu e Lin (1989), Kuik e

Salomon (1990) e Dellaert e Jeunet (2000), os quais desenvolveram métodos heurísticos para a resolução do problema.

Blackburn e Millen (1982) desenvolveram um método de decomposição que considera implicitamente a inter-relação dos itens na estrutura de produtos através da modificação dos custos de preparação e de estoque. Eles consideram os problemas com estrutura de produtos tipo montagem, horizonte de planejamento infinito, e resolvem estes problemas utilizando um algoritmo para o problema monoestágio. Chiu e Lin (1989) desenvolveram uma heurística que obtém uma solução inicial utilizando um algoritmo de programação dinâmica. Consideram regras que utilizam a topologia da estrutura para incorporar as interdependências entre os itens, desconsideradas no momento da obtenção da solução inicial.

Kuik e Salomon (1990) propuseram uma heurística utilizando *Simulated Annealing*, onde primeiramente é utilizado o algoritmo proposto por McClain *et al.* (1989) para resolver o problema de programação linear obtido quando se ignora a condição de integralidade das variáveis de preparações. Depois de resolvido este problema linear, são definidas distintas vizinhanças (seis) envolvendo as variáveis binárias, para a aplicação do *Simulated Annealing*.

Dellaert e Jeunet (2000) desenvolveram um algoritmo genético híbrido que combina qualidades de algumas heurísticas e princípios de algoritmo genético para resolução do problema sem limitações de capacidade, onde foi considerado custo de preparação não nulo. Os resultados obtidos para exemplos de pequena dimensão foram comparados com as soluções ótimas obtidas pelo pacote GAMS. Os resultados mostram que a melhor versão do algoritmo genético obteve soluções com desvio do ótimo de 0.26%. Foram considerados exemplos de médio e grande porte, sendo que, os resultados obtidos pelo genético foram comparados com resultados obtidos por outras heurísticas desenvolvidas para resolução deste problema. Os resultados mostraram que o desempenho das versões do algoritmo genético foi superior aos obtidos pelas heurísticas consideradas.

O Problema de Dimensionamento de lotes Multiestágio Com Limitações de Capacidade

Muitos autores que consideram o problema com limitações de capacidade fazem algumas restrições, seja na variação das estruturas de produto e/ou na consideração dos custos e tempo de preparação para facilitar a resolução. O trabalho de Billington *et al.* (1983) apresenta uma boa revisão bibliográfica para o problema multiestágios e com limitações de

capacidade. Apresentam também uma técnica para a redução das estruturas de produtos, mas, não fornecem nenhum procedimento de resolução.

O trabalho de McClain *et al.* (1989) aborda o problema sem considerar tempos e custos de preparação, mas consideraram horas extras e vários recursos com capacidade limitada. O procedimento de resolução é um método de decomposição que explora a estrutura especial do programa linear quando os estoques são nulos. O problema Lagrangiano obtido com a dualização das restrições de capacidade possui uma estrutura especial, a estrutura de Leontief e, pode ser resolvido utilizando um algoritmo muito rápido, denominado algoritmo de “dois passos”. As propriedades e solução para o sistema de Leontief são discutidos em Dantzig (1955) e Veinott (1969).

Billington *et al.* (1986) propuseram um método heurístico para resolução do problema com apenas um estágio com limitações de capacidade e com custo e tempo de preparação, ou seja, consideram um único centro gargalo (um gargalo é um centro de trabalho que limita a taxa de produção da fábrica). O método proposto é um *branch-and-bound* com heurísticas. Em qualquer nó na árvore de ramificação um problema é definido com valores fixos para algumas variáveis X_{it} . Uma heurística Lagrangiana resolve o problema de dimensionamento de lotes em cada nó item a item. Um procedimento de factibilização ajusta a produção dentro da capacidade disponível, se possível, produzindo uma solução provisória. A seguir, os multiplicadores de Lagrange são atualizados de modo a desestimular a produção no centro de trabalho gargalo em período super utilizados. Os testes computacionais envolvem exemplos com capacidade ilimitada e limitada. No caso limitado foram consideradas estruturas seriais e de montagem com 5 itens. Os resultados obtidos com estes exemplos foram comparados com os valores ótimos. Para os exemplos com capacidade limitada foram consideradas estruturas paralelas (estruturas seriais em paralelo) com 1, 3 ou 5 itens finais, sendo que as limitações de capacidade ocorrem somente em um nível (um nível L dos itens em série). No caso de 1 item final e 5 níveis (5 itens em série) os resultados mostram 27% a 62% de *gap* comparando a solução heurística com o limitante inferior obtido pela relaxação Lagrangiana e, variando o nível que ocorre as limitações de capacidade. Convém observar aqui, que os piores valores de *gap* foram determinados quando as limitações encontravam-se nos níveis mais baixos, ou seja, mais próximos das matérias-primas (últimos itens componentes). Também é relatado que em 8 exemplos, onde a solução ótima foi obtida, a heurística obtém soluções a menos de 1% do ótimo, sendo que o *gap* comparado com o limitante inferior garantia 25%. Isto leva a crer o grande *gap* de dualidade existente.

Maes e Van Wassenhove (1991) consideraram o problema multiestágio com estrutura serial de produtos, custo de preparação não nulo e capacidade limitada. Investigam o desempenho de heurísticas que trabalham considerando cada nível na estrutura de produtos e, propõem uma extensão de uma heurística para o problema monoestágio para a resolução do problema multiestágio. Utilizaram para esta extensão, o método dos custos modificado proposto por Blackburn e Millen (1982) e Blackburn e Millen (1984) que consideram as interdependências entre os itens, sendo que em Blackburn e Millen (1984) são introduzidas, além das informações das interdependências entre os itens, informações sobre limitações das capacidades. Os resultados obtidos considerando exemplos de pequenas dimensões (com até 3 níveis) mostram que o desvio do ótimo é inferior a 7.50%.

Em Roll e Karni (1991) também é somente considerada uma máquina gargalo como em Billington *et al.* (1986), mas não consideram tempo de preparação. Na heurística proposta uma solução inicial é obtida através da aplicação do algoritmo de Wagner e Whitin (Wagner e Whitin, 1958) item a item sem considerar as restrições de capacidade e, uma heurística baseada nas transferências de produção entre períodos também é aplicada para obter um plano de produção factível. Os experimentos computacionais consideraram as dimensões dos exemplos gerados de (N=2, T=5) até (N=4, T=8), para os quais o desvio, em relação às soluções ótimas obtidas utilizando o LINDO, foi inferior a 6%.

O trabalho de Billington *et al.* (1995) compara um conjunto de heurísticas desenvolvidas para o problema monoestágio ao problema multiestágio com limitações de capacidade, mas, considera apenas estruturas seriais de produto e não considera tempo de preparação, como feito em Maes e Van Wassenhove (1991). Com a utilização do método dos custos modificado proposto por Blackburn e Millen (1982) e Blackburn e Millen (1984) estenderam estas heurísticas para a aplicação ao problema multiestágio. Para os testes computacionais, consideram os exemplos com 3 e 12 itens e, 10 e 12 períodos. Os resultados foram comparados com os valores ótimos obtidos pelo LINDO para os exemplos de pequena dimensão (3 itens), e também foi feita uma comparação entre as heurísticas. Os resultados mostram um desvio do ótimo inferior a 3%.

Tempelmeier e Helber (1994) estendem a formulação desenvolvida por Eppen e Martin (1987) para o problema monoestágio com limitações de capacidade, para o problema multiestágios com limitações de capacidade. Nesta formulação são considerados custos de preparação e estrutura geral de produtos, no entanto, desconsideram os tempos gastos com as preparações. Eles usam esta formulação para obter soluções ótimas para alguns exemplos e também para obtenção de limitantes inferiores. Eles comentam que ao considerar esta

reformulação obtém-se melhores limitantes inferiores, reduzindo assim o *gap* dualidade. O procedimento heurístico desenvolvido consiste em resolver vários problemas monoestágios com limitações de capacidade utilizando o algoritmo de Dixer e Silver (Dixon e Silver, 1981), e em um estágio final, uma heurística de factibilização é considerada para restaurar a factibilidade. O desempenho da heurística foi testado utilizando soluções ótimas de quatro conjuntos de exemplos de pequena dimensão (10 itens, 3 máquinas e 4 períodos), e os desvios destes quatro conjuntos foram de 4.87%, 3.79%, 2.21% e 2.44%, mostrando assim o bom desempenho da heurística. As soluções para exemplos de dimensões maiores foram comparadas com o limitante inferior calculado utilizando o problema reformulado (Eppen e Martin, 1987), com as soluções apresentando desvios de 2% até 26%.

Maes *et al.* (1991) apresentaram uma heurística baseada na programação linear para resolver o problema com múltiplos recursos com limitações de capacidade, com custo de preparação positivo e tempo de preparação nulo. Ignoraram as variáveis inteiras, resolveram o problema linear e em seguida testaram três heurísticas para “arredondar” as variáveis inteiras. O desempenho da heurística é testado utilizando exemplos de pequena dimensão (3 estruturas paralelas e 10 períodos), sendo que estas apresentaram um desempenho bom. Os resultados obtidos para os exemplos com até três níveis, mostram um desvio do ótimo inferior a 3%.

Em Kuik *et al.* (1993) é considerado o problema com restrições de capacidade em apenas um estágio como em Billington *et al.* (1986). Não consideraram tempo de preparação e nem estrutura geral. Compararam o desempenho das três heurísticas baseadas em programação linear de Maes *et al.* (1991) e as outras duas, baseadas em técnicas de busca heurística (*Simulated Annealing* e Busca Tabu). O desempenho das heurísticas com Busca Tabu e *Simulated Annealing* foi melhor do que as heurísticas somente com programação linear, no entanto, os desempenhos destas heurísticas foram melhorados quando considerados alguns elementos de Busca Tabu e *Simulated Annealing*.

A maioria dos trabalhos mencionada acima considera o problema sem tempo de preparação, somente em Billington *et al.* (1986) foi considerado o tempo de preparação positivo. Pesquisas desenvolvidas considerando custos e tempos de preparação são poucos. Além de Billington *et al.* (1986), os seguintes trabalhos consideram custo e tempo de preparação: Clark e Armentano (1995), Tempelmeier e Derstroff (1996), França *et al.* (1997), Berretta (1997), Tempelmeier (1997), Katok *et al.* (1998).

No trabalho de Clark e Armentano (1993) é apresentado um modelo utilizando o conceito de estoque de escalão, onde foram considerados os *lead times* não nulos e custos das preparações. Neste modelo as restrições de capacidade não foram consideradas. Em Clark e

Armentano (1995) é apresentado uma heurística para a resolução do problema em Clark e Armentano (1993), considerando a capacidade para produção e preparação limitada e os *lead times* não nulos. A heurística consiste na aplicação seqüencial do algoritmo de Wagner e Whitin (Wagner e Whitin, 1958) ao problema sem restrições de capacidade e, a seguir executa-se transferências de uma certa quantidade de produção entre períodos com o objetivo de obter a factibilidade. Nos testes computacionais foram considerados dois grupos de exemplos. No primeiro grupo foram gerados exemplos com 5 itens, estrutura geral de produtos, 12 períodos e 2 recursos limitados. Os resultados obtidos para estes exemplos foram comparados com o valor ótimo obtido pelo OSL (*Optimization Subroutines Library*) e com o valor do limitante inferior obtido pela relaxação Lagrangiana. Os resultados mostram que o desvio médio das soluções heurísticas com o ótimo foi de 4.92%, enquanto que, o desvio médio das soluções heurísticas com o limitante inferior, foi de 25.08%, indicando a existência de um *gap* dualidade de 20%. O outro grupo de exemplos foi gerado com $N=40$, $T=12$ e $K=2$, e os resultados foram comparados utilizando o valor do limitante inferior.

Em França *et al.* (1997) é desenvolvida uma heurística baseada na apresentada em Clark e Armentano (1995), para o problema com os *lead times* nulos. A heurística é composta por quatro procedimentos, solução inicial, factibilização, alteração e melhoria. Os testes executados mostraram que os resultados obtidos em Clark e Armentano (1995) foram melhorados. Berretta (1997) desenvolveu uma heurística baseada no trabalho de França *et al.* (1997), mas consideram o *lead time* diferente de zero. Nesta heurística são consideradas técnicas meta-heurísticas para obtenção de soluções de melhores qualidades.

Tempelmeier e Derstroff (1996) apresentam um procedimento baseado na relaxação Lagrangiana das restrições de capacidade e de balanço de estoque. O problema considerado neste trabalho difere de Billington *et al.* (1986), pois, consideraram restrições de capacidade em todas operações. Com a relaxação destas restrições, se obtém um problema decomponível por item, o qual pode ser resolvido eficientemente por um algoritmo de programação dinâmica (Ferdigruem e Tzur, 1991), para obtenção de um limitante inferior para o problema. O procedimento para obtenção de uma solução factível parte de uma solução inicial, a qual é factível para as restrições de balanço de estoques, executando transferências de produção dos recursos com sobrecarga em determinados períodos. O procedimento heurístico é testado usando exemplos de dimensões pequenas e grandes, considerando os exemplos com e sem tempo de preparação. As soluções dos exemplos de dimensões pequenas (10 itens, 4 períodos e 3 máquinas) estão, em média, próximas das ótimas, sendo que estas apresentam um desvio (*gap*) de 1.47% para os exemplos sem tempos de preparação e, 1.35%

para os exemplos com custo de preparação. Os resultados para os exemplos com dimensões maiores (40 itens, 16 períodos, 6 máquinas) são comparados com os valores dos limitantes inferiores obtidos através da relaxação Lagrangiana. Para estes exemplos, o desvio em relação ao limitante inferior, para os exemplos sem custo de preparação foi, em média, 17% e de 16.5% para os exemplos com custo de preparação. Eles também consideraram exemplos com 100 itens, 16 períodos e 10 máquinas e tempo de preparação nulos. Para estes exemplos, o desvio médio foi de 17.76%, comparados com o limitante inferior, sendo este resultado, semelhante aos dos problemas com 40 itens sem tempo de preparação.

Neste mesmo trabalho de Tempelmeier e Derstroff (1996), cuja formulação matemática é equivalente à estudada por Berretta (1997), existe o seguinte comentário: “...de nosso conhecimento, não existem procedimentos (exatos ou heurísticos) disponíveis que usem uma verdadeira relaxação Lagrangiana para o problema, que apliquem uma heurística sofisticada e que tenha feito testes computacionais considerando estrutura geral de produtos com vários recursos, utilizados por itens de diferentes níveis da estrutura de produto”. Deve-se observar que, a heurística desenvolvida por Berretta (1997) é aplicada ao problema considerando os *lead times* não nulos e, considera-se todas as particularidades comentadas no trabalho de Tempelmeier e Derstroff (1996). Também convém comentar que, o procedimento proposto para a resolução do problema desta tese considera todas as particularidades comentadas no trabalho de Tempelmeier e Derstroff (1996), além de considerar o problema em um ambiente de produção com máquinas paralelas.

Tempelmeier (1997) considera o planejamento de dimensionamento de lotes para a estrutura geral de produtos e discute sobre as principais deficiências dos sistemas MRP. Neste trabalho, utilizou vários problemas de dimensionamento de lotes para mostrar que o dimensionamento de lotes item por item deve ser substituído pela solução do problema de dimensionamento de lotes multiestágio com limitações de capacidade com tempo de preparação.

Katok *et al.* (1998) introduzem um procedimento heurístico para determinar boas soluções factíveis para problemas com estrutura de montagem. O desempenho da heurística é avaliado comparando as soluções ótimas obtidas para exemplos de pequena dimensão (8, 10, 12 e 14 itens e 4, 5 e 6 períodos), usando OSL versão 1.2 (*Optimization Subroutine Library*, IBM, 1991). Neste caso, a heurística obteve soluções, em média, 4% piores do que as soluções ótimas. Para os exemplos com dimensão média (entre 37 a 108 itens e períodos gerados aleatoriamente entre 13 e 26), os resultados obtidos pela heurística foram comparados utilizando os valores das soluções factíveis obtidas pelo pacote OSL, o qual foi executado

durante um tempo determinado. A heurística determinou neste caso, soluções, em média, 26% melhores do que as determinadas pelo OSL. Convém observar que o tempo utilizado para o OSL resolver os exemplos de dimensão média foi de 10.000 segundos de processamento, enquanto que, a heurística gastou 10% deste tempo para encontrar as soluções .

Este trabalho de doutorado aborda o problema de dimensionamento de lotes em ambiente multiestágio de produção, onde cada estágio é composto por máquinas paralelas com capacidade limitada. Os custos considerados são de produção, estoque e preparação, sendo este último um custo fixo caso ocorra produção. É suposto que os recursos são gastos com produção e preparação. Os seguintes trabalhos também consideram múltiplas máquinas, Stadler (1996), Tempelmeier e Derstroff (1996) e Tempelmeier e Helber (1994), França *et al.* (1997), Berretta (1997), Katok *et al.* (1998). No entanto, as decisões em qual máquina produzir um determinado item em um determinado período não são tomadas, dadas pelas variáveis X_{itk} (produção do item i na máquina k no período t) e Y_{itk} , (variáveis binárias que indicam a necessidade das preparações das máquinas caso ocorra produção). Na literatura, são encontrados poucos trabalhos que consideram o ambiente de produção com máquinas paralelas. Dentre os trabalhos que abordam o problema, podemos citar: Lasdon e Terjung (1971), Sabbag (1993), Toledo (1998) e Kang *et al.* (1999). Mas, tais trabalhos não consideram ambiente multiestágio de produção.

No Capítulo 3 é apresentado o modelo para o problema de dimensionamento de lotes multiestágio e máquinas paralelas para o qual é proposto um método de solução.

A seguir é apresentada uma breve revisão bibliográfica do problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes.

2.3. O Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes

Como pode ser visto nos modelos apresentados anteriormente, as decisões de sequenciamento não são tomadas. Uma abordagem usual no tratamento do problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes consiste na determinação dos lotes e a seguir, na resolução do problema de sequenciamento em cada período separadamente (Sikonora *et al.* 1996)

Os trabalhos sobre o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes são escassos, sendo que a maioria encontrada na literatura considera o problema monoestágio com algumas condições especiais. Nesta breve revisão são consideradas somente abordagens que consideram o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes integrado. Como feito

para o problema de dimensionamento de lotes, descreve-se primeiramente o problema monoestágio e a seguir, o multiestágio. Uma boa revisão bibliográfica sobre os problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes pode ser encontrada em Drexel e Kimms (1997), onde são apresentados vários modelos, dos quais, alguns são descritos nas próximas seções.

2.3.1. O Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes Monoestágio

Com a subdivisão dos (macro) períodos do problema (2.1)-(2.5) em vários (micro) períodos leva ao problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes discreto (DLSP). A principal suposição do problema DLSP é a produção “tudo-ou-nada”, ou seja, somente um item pode ser produzido por período e, se houver produção, a produção deste item usa toda a capacidade (Drexel e Kimms, 1997). Cada período no modelo DLSP corresponde a horas ou transferências, ao contrário do problema (2.1)-(2.5) onde o período pode corresponder a semanas. O DLSP é chamado a *small bucket problem* (Fleischmann, 1990), porque não há mais de um item sendo produzido por período. Neste modelo, a produção de um lote pode levar vários períodos e deverá ocorrer o custo de preparação somente se iniciar a produção de um novo item, e as preparações devem ocorrer somente no início dos períodos. Observe que no modelo (2.1)-(2.5) ocorre um custo de preparação em cada período que houve produção (restrições 2.4). Para que não ocorra preparação se o item continua sendo produzido entre períodos consecutivos, faz-se necessário introduzir uma nova variável de decisão que representará a preparação em um certo período. A nova variável de decisão a ser considerada é:

$$Z_{it} = \begin{cases} 1 & \text{se a máquina é preparada para o item } i \text{ no período } t \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}.$$

O novo dado para o problema DLSP é:

$$Z_{i0} = \begin{cases} 1 & \text{se a máquina é preparada para o item } i \text{ no início do período } 1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}.$$

É considerado que a restrição $\sum_{i=1}^N Z_{i0} \leq 1$ é válida.

Matematicamente o DLSP pode ser formulado como um problema de programação linear mista (Drexel e Kimms, 1997), o qual foi formulado por Fleischmann (1990):

$$\text{minimize } \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (h_{it} I_{it} + c_{it} X_{it} + cs_{it} Y_{it}) \quad (2.11)$$

Sujeito a:

$$I_{i,t-1} + X_{it} - I_{it} = d_{it} \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.12)$$

$$b_i X_{it} = C_t Z_{it} \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.13)$$

$$\sum_{i=1}^N Z_{it} \leq 1 \quad t = 1, \dots, T \quad (2.14)$$

$$Y_{it} \geq Z_{it} - Z_{i(t-1)} \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.15)$$

$$Z_{it} \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.16)$$

$$I_{it}, Y_{it}, X_{it} \geq 0 \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.17)$$

A função objetivo e algumas restrições são iguais as do problema (2.1)-(2.5). A suposição da produção “tudo-ou-nada” é representada na restrição (2.13), onde ao contrário da restrição (2.4) do problema CLSP, o lado direito e esquerdo devem ser iguais. As restrições (2.14) asseguram que somente um item pode ser produzido por período. As limitações de capacidade estão representadas pelas restrições (2.13) e (2.14) combinadas. O início de um novo lote a ser produzido é representado pela restrição (2.15). As restrições (2.16) garantem que as variáveis de preparação são binárias. Note também que ao contrário do problema CLSP, a não-negatividade das variáveis Y_{it} é suficiente. Isto é devido à combinação das restrições (2.15) e (2.16) com a função objetivo (2.11).

Trabalhos que tratam o problema DLSP podem ser encontrados em Fleischmann (1990), que propõe um algoritmo do tipo *branch-and-bound* usando a técnica da relaxação Lagrangiana para determinar limitantes inferiores e soluções factíveis; Fleischmann (1994) que considerou o problema com custo de preparação dependente da sequência como em Fleischmann (1990), no entanto, reformulou o problema como um problema do caixeiro viajante com janelas de tempo e apresentou uma heurística de melhoria, porém são resolvidos somente exemplos de dimensão média (máximo 10 itens e 150 períodos); Salomon *et al.* (1997) considera tempo e custo de preparação na formulação do problema e, generaliza a reformulação apresentada em Fleischmann (1994). O novo problema é resolvido pelo método proposto por Dumas *et al.* (1995); e Brüggenmann e Jahnke (2000) que apresenta um estudo sobre a complexidade do problema e um procedimento de solução baseado na meta-heurística *Simulated Annealing*.

Num outro problema, o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes contínuo, a suposição do “tudo-ou-nada” é abandonada, mas, somente um item pode ser produzido por período (Drexel e Kimms, 1997). A única diferença entre os modelos para o problema de dimensionamento de lotes e sequenciamento discreto e contínuo se encontra na restrição (2.13). Para o problema contínuo esta restrição torna-se:

$$b_i X_{it} \leq C_t Z_{it} \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.18)$$

Assim, o problema de dimensionamento e sequenciamento de lote contínuo é formado pelas restrições (2.11)-(2.12), (2.14)-(2.18). Observa-se que a preparação para um item é mantida entre períodos de folga, ou seja, se não houve produção deste item no período t' , e a máquina estava preparada para este item em $t'-1$ então, se a produção deste item ocorrer no período $t'+1$, não haverá custo de preparação adicional e, isto não ocorre no problema anterior.

Considerando a suposição de que somente um item é produzido por período e pela restrição (2.18) observe que, se a capacidade por período não for usada completamente, o restante da capacidade ficará ociosa. Uma tentativa de evitar isto é considerar o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes proporcional (PLSP), estudado por Drexel e Haase (1995). A idéia básica deste problema é usar a capacidade restante na máquina para produzir um segundo item num determinado período. Assim, no problema PLSP pode ocorrer produção de até dois itens no período, o que não ocorre nos dois problemas anteriores. Se dois itens são produzidos em um período, deve-se saber qual é a ordem de produção. Assim é necessário a introdução de uma nova variável, a variável de preparação Z_{it} , definida da seguinte maneira:

$$Z_{it} = \begin{cases} 1 & \text{se a máquina é preparada para o item } i \text{ no final período } t \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Observe que neste problema, a variável de preparação pode ser mudada no máximo uma vez por período. Assim, produção no período depende da preparação da máquina no início ou no final deste período. A seguir é dada a formulação matemática para o problema PLSP.

$$\text{minimize} \quad \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (h_{it} I_{it} + c_{it} X_{it} + cs_{it} Y_{it}) \quad (2.19)$$

Sujeito a:

$$I_{i,t-1} + X_{it} - I_{it} = d_{it} \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.20)$$

$$b_i X_{it} \leq C_t (Z_{i(t-1)} + Z_{it}) \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.21)$$

$$\sum_{i=1}^N b_i X_{it} \leq C_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.22)$$

$$\sum_{i=1}^N Z_{it} \leq 1 \quad t = 1, \dots, T \quad (2.23)$$

$$Y_{it} \geq Z_{it} - Z_{i(t-1)} \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.24)$$

$$Z_{it} \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.25)$$

$$I_{it}, Y_{it}, X_{it} \geq 0 \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.26)$$

As restrições (2.21) asseguram que a produção de um item em um certo período pode ocorrer somente se a máquina é preparada no início do período ou no final do período. As restrições (2.22) combinadas com (2.23) garantem as limitações de capacidade por período. Observe que se não houver produção em um determinado período, a preparação é preservada para a produção em um período para frente do horizonte de planejamento.

Nos trabalhos de Kimms (1996a), Kimms (1996b), Kimms (1997), Kimms e Drexel (1998a) e Kimms e Drexel (1998b), o problema proporcional é considerado, no entanto, consideram o sistema de produção multiestágio.

2.3.2. O Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes Multiestágio

Trabalhos sobre o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes multiestágio são escassos. Os trabalhos em que o dimensionamento e sequenciamento de lotes são feitos simultaneamente são os apresentados em Kimms (1996a), Kimms (1996b), Kimms (1997), Kimms e Drexel (1998a) e Kimms e Drexel (1998b), os quais consideram o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes proporcional. A mudança para a formulação do problema multiestágios consta de considerar a restrição (2.7), no lugar da restrição (2.20) e, assim a formulação é formada pelo grupo de restrições (2.19), (2.7), (2.21)-(2.26), onde a restrição 2.7 é dada por:

$$I_{i,t-1} + X_{i,t-L_i} - I_{it} - \sum_{j \in S(i)} a_{ij} X_{jt} = d_{it}, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T, \quad (2.7)$$

No trabalho de Kimms (1996a) duas heurísticas são apresentadas, uma baseada em estratégias de Busca Tabu e a outra em perdas aleatórias (*randomized regret*), as quais apresentam bom desempenho na obtenção de soluções de boa qualidade. Em Kimms (1996b)

é considerado o problema anterior com estoques iniciais não-nulos, e utiliza-se a heurística baseada em perdas aleatórias para resolver o problema. Kimms (1997) propõe um método que combina estrutura de dados, que afeta a construção de planos de produção, e transferências de demandas baseadas nesta estrutura de dados, cujo método é chamado de demanda *shuffle*. Em Kimms e Drexel (1998a) são consideradas algumas extensões do problema, como por exemplo, o problema com máquinas paralelas e apresentam um método genérico para construção de planos de produção. Refinando este esquema genérico de construção, um método baseado em perdas aleatórias é introduzido. O trabalho de Kimms e Drexel (1998b) fornece alguns *insights* sobre o problema, os quais podem ser úteis ao desenvolvimento de heurísticas ou de procedimentos exatos. No mesmo trabalho é apresentada uma formulação matemática para o problema e este modelo é relacionado com outros encontrados na literatura, discutindo as características que fazem a tarefa de resolver exemplos deste problema difícil.

2.3.3. O Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes (Macro Períodos)

Na literatura, existem poucos trabalhos que consideram o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com vários itens sendo produzidos num período. A maioria trata dos problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes discreto ou proporcional. Os trabalhos de Laguna (1999), Kang *et al.* (1999), Meyr (2000), Haase e Kimms (2000), Clark e Clark (2000), Clark (2000a) e Clark (2000b) consideram o problema com vários itens sendo produzidos por período, ou seja, consideram macro períodos. Dentre todos estes trabalhos, somente Clark (2000b) considera o problema multiestágio. Nestes trabalhos são apresentados formulações matemáticas e procedimentos de resolução, mas, estes não consideram exemplos de grandes dimensões.

Em Laguna (1999) o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes monoestágio, única máquina é formulado como um problema inteiro misto, onde restrições de eliminação de *subtour* são necessárias para garantir que as seqüências de produção em cada período formam um *tour*. Com a relaxação das restrições de *subtour* pode-se resolver o problema resultante para determinar um limitante inferior. O método heurístico proposto é baseado em um método de decomposição. O problema original é decomposto em dois subproblemas, um para determinar as produções e estoques e um problema do caixeiro viajante que trata com as seqüências de produção. A heurística usa estratégias baseadas na

memória de curto prazo do método de Busca Tabu para coordenar o problema de programação linear (produção e estoques) e o caixeiro viajante na busca de soluções factíveis.

Kang *et al.* (1999) consideram um modelo não convencional para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes monoestágio com máquinas paralelas, onde uma sequência de produtos produzidos em uma máquina ao longo do horizonte de planejamento é modelada como uma coleção de subsequências. O procedimento de resolução baseado em geração de colunas e na metodologia *branch-and-bound* é desenvolvido, o qual foi heurísticamente adaptado para resolver exemplos reais.

No trabalho de Meyr (2000), a formulação apresentada em Fleischmann e Meyr (1997) do problema geral de dimensionamento e sequenciamento de lotes é estendida para tratar o problema com tempo de preparação dependente da sequência de produção. Os lotes de produção devem ser determinados e sequenciados em uma única máquina com o objetivo de minimizar os custos de estoque e das preparações (dependentes da sequência). Um método para resolução do problema é apresentado, o qual combina técnicas de busca local (*Simulated Annealing* e *Threshold Accepting*) com um algoritmo de reotimização dual.

Haase e Kimms (2000) apresentam um modelo de programação inteira mista com custos e tempos das preparações não nulos, onde são consideradas somente sequências eficientes. A determinação das sequências eficientes é feita resolvendo-se um problema de caixeiro viajante. Para este problema é proposto um algoritmo do tipo *branch-and-bound* ótimo que inicia o procedimento do período T escolhendo a melhor sequência de produção para este período. Para os experimentos computacionais, são considerados exemplos de 2 até 10 itens com um número de períodos de 3 até 10, e ainda 15 e 20 períodos. Os resultados computacionais mostraram que o tempo de processamento cresce mais rápido com o número de itens do que com o número de períodos, sendo que o tempo limite foi de 3600 segundos e no pior caso, ou seja, o tempo máximo gasto para resolução de um exemplo foi de 3501 segundos.

Clark e Clark (2000) apresentaram um modelo para o problema monoestágio, onde permitem níveis de estoques negativos, ou sejam, admitem que as demandas podem ser atendidas com atrasos. Na formulação são considerados os tempos gastos com as preparações, no entanto, os custos das preparações são desconsiderados. O método desenvolvido considera o problema em um horizonte de tempo rolante e tem como objetivo determinar sequências eficientes para um conjunto de máquinas paralelas. Clark (2000a) apresenta um modelo para o problema monoestágio, onde considera tempo de preparação não nulo, no entanto, como em Clark e Clark (2000), os custos das preparações são desconsiderados e permitem níveis de

estoques negativos. O método heurístico proposto para resolução é semelhante ao desenvolvido por Laguna (1999), ou seja, resolve-se um problema de programação linear que determina os tamanhos dos lotes e um problema do caixeiro viajante assimétrico que fornece as seqüências eficientes.

Em Clark (2000b) é apresentada uma formulação matemática para o problema de dimensionamento de lotes multiestágio, onde cada estágio é composto por máquinas paralelas não idênticas. Na formulação matemática os tempos gastos com as preparações são considerados não nulos e os níveis de estoques podem ser negativos. Foi utilizado o CPLEX para resolver otimamente exemplos de pequenas dimensões. Um exemplo com 5 itens, 2 máquinas e 5 períodos foi gerado e depois de 8 horas de execução do CPLEX, não foi confirmada a otimalidade, o que indica o grau de dificuldade na obtenção de soluções ótimas para o problema.

Nesta tese é considerado o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes multiestágio, onde os tempos e custos das preparações são seqüências dependentes. Considera-se também que vários itens podem ser produzidos em um determinado período, ou seja, considera o problema com macro períodos. Para este problema é proposto um método de solução (“primeiros passos”), no entanto, os resultados computacionais não serão apresentados, por serem muito preliminares.

A seguir, no Capítulo 3, um modelo para o problema de dimensionamento de lotes multiestágio será apresentado.

CAPÍTULO 3

Dimensionamento de Lotes em Ambiente de Produção Multiestágio com Limitações de Capacidade e Máquinas Paralelas (*MCMP*)

3.1 Introdução

Neste capítulo é apresentada uma formulação matemática para um problema de dimensionamento de lotes considerando diversas características. Uma formulação simplificada foi considerada, porém, ainda bastante geral, para qual não foram encontrados estudos realizados.

Os trabalhos que consideram o ambiente de produção com máquinas paralelas distintas, ou tratam com o problema monoestágio (Lasdon e Terjung, 1971, Sabbag, 1993, Toledo, 1998 e Kang *et al.*, 1999) ou consideram decisões de sequenciamento no problema multiestágio (Kimms e Drexl, 1998a).

O trabalho de Kang *et al.* (1999) é um dos poucos trabalhos encontrados na literatura que considera máquinas paralelas e, adicionalmente uma variável venda, que é relacionada com a demanda a ser atendida em cada período. No entanto, o modelo apresentado não é um modelo convencional como é o apresentado neste capítulo.

Assim, nesta tese é considerado o problema de dimensionamento de lotes em ambiente multiestágio de produção, onde cada estágio é composto por máquinas paralelas com capacidade limitada. Na formulação matemática são considerados tempos e custos de

preparação, o que torna o problema da otimalidade NP-difícil (Florian *et al.*, 1980) e o problema da factibilidade NP-Completo (Maes *et al.*, 1991).

O problema com máquinas paralelas pode ser encontrado em muitos ambientes de produção, tais como indústrias de freios de automóveis, indústrias farmacêuticas, na produção de placas de plástico, engarrafamento de líquidos, instalação de computadores, indústria química, na indústria têxtil, entre outros (Graves, 1981, Akink, 1993 e Toledo, 1998).

3.2. Definição do Problema

O objetivo do problema consiste em determinar um plano de produção ótimo que maximize o lucro líquido composto por: preço de venda dos itens, custos de estoque, produção, preparação e de capacidade alocada em cada máquina. As capacidades das máquinas são variáveis de decisão (dependem, por exemplo, do número de pessoas alocadas) e a demanda ocorre dentro de um intervalo, isto é, ao invés de um valor determinado, há uma tolerância para o atendimento da demanda. Estas características surgiram de uma aplicação prática, embora tenha sido implementada uma versão simplificada, devido às dificuldades encontradas na coleta dos dados e resolução do problema.

Para a formulação do modelo original, foram observadas algumas particularidades do problema em questão. Durante esta fase, foi possível observar que a capacidade disponível em uma determinada máquina, em cada período de tempo, dependia do número de pessoas designadas para trabalhar nesta máquina. Uma máquina é considerada como sendo um centro de trabalho formado por vários equipamentos, onde itens são trabalhados e montados, para o qual podem ser alocadas várias pessoas. Foi estimado o valor da capacidade de uma máquina k , para cada pessoa alocada, dada por m_k . A capacidade total para cada máquina foi aproximada linearmente e dada por $H_{tk} = H_{tk}(N_{tk}) = m_k N_{tk}$, onde N_{tk} é o número de pessoas a ser alocadas para trabalhar na máquina k no período t . O aumento do número de pessoas alocadas para trabalhar numa máquina tende a saturar-se de modo a decair a produtividade. O ponto de saturação é suposto conhecido e modelado pela restrição $N_{tk} \leq \eta_{tk}$, para cada máquina k e período t , onde η_{tk} é o número máximo de pessoas alocáveis na máquina k no período t . Portanto, $MO_{tk} = m_k \eta_{tk}$ é a capacidade máxima alocável à máquina k no período t . Os seguintes dados adicionais são considerados para a apresentação do modelo.

Dados:

- $\underline{d}_{it}$ Demanda mínima prevista do item i no período t .
 $\bar{d}_{it}$ Demanda máxima prevista do item i no período t .
 α_{it} Preço de venda de uma unidade do item i no período t .
 ω_{tk} Custo por unidade de capacidade alocada na máquina k no período t .
 $Total_t$ Quantidade total de unidades de capacidade disponível no período t .
 MO_{tk} Quantidade máxima de capacidade alocável na máquina k no período t .
 c_{itk} Custo unitário de produção do item i no período t na máquina k .
 cs_{ik} Custo de preparação do item i na máquina k .

Variáveis:

- v_{it} Quantidade do item i a ser vendida no período t .
 H_{tk} Capacidade alocada no período t na máquina k .
 X_{itk} Quantidade do item i a ser produzida no período t na máquina k .
 $Y_{itk} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \text{ é produzido no período } t \text{ na máquina } k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$.

$$\text{Max } Z = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \alpha_{it} v_{it} - \left(\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K c_{itk} X_{itk} + \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T h_{it} I_{it} + \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K \left(\omega_{tk} H_{tk} + \sum_{i=1}^N cs_{ik} Y_{itk} \right) \right) \quad (3.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k=1}^K X_{itk} + I_{i(t-1)} = v_{it} + \sum_{j \in S(i)} a_{ij} \sum_{k=1}^K X_{jtk} + I_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (3.2)$$

$$\sum_{i=1}^N (b_{ik} X_{itk} + ts_{ik} Y_{itk}) \leq H_{tk} \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (3.3)$$

$$\sum_{k=1}^K H_{tk} \leq Total_t \quad t = 1, \dots, T \quad (3.4)$$

$$H_{tk} \leq MO_{tk} \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (3.5)$$

$$\underline{d}_{it} \leq v_{it} \leq \bar{d}_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (3.6)$$

$$X_{itk} - q Y_{itk} \leq 0 \quad i = 1, \dots, N \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (3.7)$$

$$I_{it} \geq 0, X_{itk} \geq 0, H_{tk} \geq 0 \quad Y_{itk} = 0 \text{ ou } 1 \quad i = 1, \dots, N \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (3.8)$$

A função objetivo (3.1) representa o lucro que deve ser maximizado, sendo este formado pelo preço de venda dos itens menos os custos com produção, estocagem, preparação e por unidade de capacidade alocada em cada máquina. As restrições (3.2) são restrições de balanço de estoque e de produção. Em (3.3) estão as restrições que garantem que a quantidade utilizada para produção dos itens deve ser limitada pela capacidade a ser alocada em cada máquina k e em cada período t . As restrições (3.4) garantem que as quantidades de capacidades alocadas às máquinas em um determinado período t , não excedam a quantidade total disponível no período (representando, por exemplo, o corpo de funcionários). A disponibilidade máxima de capacidade a ser alocada em cada máquina k é dada por (3.5). As restrições (3.6) garantem as limitações de mercado. Em (3.7) é indicada a necessidade de preparação das máquinas, caso ocorra produção e (3.8) são as restrições de não-negatividade das variáveis.

3.3. Simplificação do Problema

Com todas as características juntas, torna-se muito complicado determinar um procedimento de resolução para o modelo (3.1)-(3.8). Assim, é proposto um modelo simplificado e, numa fase posterior a esta tese, considerar as dificuldades gradativamente. A simplificação consiste em considerar fixas as capacidades e as demandas, com isso, eliminando-se um certo número de restrições e variáveis (variáveis v_{it} e H_{tk} , e restrições 3.4, 3.5 e 3.6). Denomina-se a capacidade fixada para cada máquina k no período t por CAP_{tk} e a demanda por d_{it} . Esta simplificação do problema resulta ainda num problema para o qual, não foram encontrados métodos de solução na literatura.

O problema simplificado consiste em determinar o tamanho do lote de produção de cada item em cada período em um horizonte de tempo finito de modo a atender uma demanda fixa e satisfazer restrições de balanceamento de estoques e de capacidade. Os custos considerados são de produção, estoque e preparação, sendo este último um custo fixo caso ocorra produção. É suposto que os recursos são gastos com produção e preparação.

O modelo matemático do problema simplificado pode ser escrito como

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \left(h_{it} I_{it} + \sum_{k=1}^K (c_{itk} X_{itk} + cs_{ik} Y_{itk}) \right) \quad (3.9)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k=1}^K X_{itk} + I_{i(t-1)} - I_{it} = d_{it} + \sum_{j \in S(i)} a_{ij} \sum_{k=1}^K X_{jtk}, \quad \forall i, t \quad (3.10)$$

$$\sum_{i=1}^N (b_{ik} X_{itk} + ts_{ik} Y_{itk}) \leq CAP_{tk}, \quad \forall k, t \quad (3.11)$$

$$X_{itk} \leq M Y_{itk} \quad \forall i, k, t \quad (3.12)$$

$$I_{it} \geq 0, X_{itk} \geq 0, Y_{itk} = 0 \text{ ou } 1 \quad \forall i, k, t \quad (3.13)$$

A função objetivo (3.9) minimiza os custos de produção, estoque e preparação. A restrições (3.10) representam as equações de balanço de estoque. As restrições (3.11) são as restrições de limitação de capacidade e, (3.12) assegura que $X_{itk}=0$, se $Y_{itk}=0$. Os estoques iniciais (I_{i0} , $\forall i$) e finais (I_{iT} , $\forall i$) de todos os itens são considerados nulos.

Observe que o problema inteiro misto (3.9)-(3.13) tem $(N \times T + N \times T \times K)$ variáveis reais e $N \times T \times K$ variáveis binárias, e $(N \times T + T \times K + N \times T \times K)$ restrições. Considerando, por exemplo, $N=40$, $T=18$ e $K=4$, obtém-se um problema com 3600 variáveis reais e 2880 variáveis binárias, sujeito ao atendimento de 3640 restrições. Dificilmente um *software* que resolva o problema otimamente conseguiria determinar uma solução ótima para um exemplo desta dimensão em um tempo razoável.

No Capítulo 4 é apresentando um método heurístico básico para resolução do problema (3.9)-(3.13), sendo que, os resultados computacionais são apresentados no Capítulo 5, juntamente com as variantes do método.

CAPÍTULO 4

UM PROCEDIMENTO HEURÍSTICO PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA *MCMP*

4.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo é descrito um método heurístico para o problema de dimensionamento de lotes multiestágio com máquinas paralelas, as quais possuem limitações de capacidade, definido no Capítulo 3. O método proposto pode ser representado pelos seguintes procedimentos no fluxograma dado pela Figura 4.1.

A heurística proposta utiliza, primeiramente, um procedimento P1, que constrói uma solução inicial que, geralmente, é infactível (infac). A seguir, caso a solução inicial seja infactível, um procedimento P2 tenta encontrar uma solução factível (fac), a partir dessa inicial. Se uma solução factível for encontrada, um procedimento P3 procura obter uma solução factível de melhor custo. No entanto, o procedimento de factibilização P2 pode falhar, ou seja, após um certo número de iterações nenhuma solução factível é encontrada. Se ocorrer a falha do procedimento P2, aplica-se um procedimento P4, o qual reconfigura a solução infactível dada pelo procedimento P2, obtendo um novo ponto de partida para o procedimento de factibilização (P2). O procedimento P2 será reaplicado a esta nova solução durante um certo número de iterações preestabelecido. Se após a reaplicação do procedimento P2 ainda não for obtida uma solução factível, então o método é interrompido com duas possibilidades:

1) o problema é infactível ou, 2) o método heurístico falha em determinar uma solução factível.

Figura 4.1. Fluxograma do procedimento heurístico para resolução do problema (3.9)-(3.13).

No próximo capítulo é apresentado o que ocorre com a heurística com relação ao número de soluções factíveis obtidas e também é feita uma análise das soluções, para as quais, o procedimento de factibilização P2 falhou em obter a factibilidade. Para estas soluções é verificado se são “recomendáveis”, apesar da infactibilidade.

4.2. SOLUÇÃO INICIAL – PROCEDIMENTO P1

Neste trabalho são desenvolvidos dois procedimentos para determinar soluções iniciais. Tais procedimentos são baseados no trabalho de Armentano e Toledo (1997).

4.2.1. WW-PARALELO

O algoritmo de Wagner e Whitin (1958) resolve o problema de dimensionamento de lotes com um único item, sem restrições de capacidade para uma única máquina. Armentano e Toledo (1997) estenderam este algoritmo para máquinas paralelas que pode ser facilmente estendido ao problema estudado neste trabalho para cada item separadamente, para a obtenção de uma solução inicial, possivelmente infactível.

Inicialmente as restrições de capacidade (3.11) são relaxadas (simplesmente abandonadas), obtendo-se um problema multiestágio com máquinas paralelas sem limitações de capacidade. A seguir, o algoritmo de Armentano e Toledo (1997) é utilizado para produzir

uma solução factível para problema multiestágio em relação às restrições de balanço de estoque da seguinte forma.

Para cada item i , $i=1,...,N$, resolve-se o seguinte problema, a partir dos itens finais, pois tais itens não possuem sucessores ($S(i) = \emptyset$), de modo que o lado direito da equação (4.2) reduz-se a d_{it} . Descendo a estrutura do produto, o termo do lado direito de (4.2) fica sempre determinado, porque as quantidades $\sum_{j \in S(i)} a_{ij} \sum_{k=1}^K X_{jtk}$ já foram determinadas para todos os itens sucessores do item i . Desta forma, obtém-se uma solução heurística para o problema (4.1)-(4.4).

$$\text{Minimize } Z_i = \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K c_{ik} X_{itk} + \sum_{t=1}^T h_{it} I_{it} + \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K cs_{ik} Y_{itk} \quad (4.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k=1}^K X_{itk} + I_{i(t-1)} - I_{it} = d_{it} + \sum_{j \in S(i)} a_{ij} \sum_{k=1}^K X_{jtk} \quad t = 1, \dots, T \quad (4.2)$$

$$X_{itk} - MY_{itk} \leq 0 \quad k = 1, \dots, K; t = 1, \dots, T \quad (4.3)$$

$$I_{it} \geq 0, X_{itk} \geq 0, Y_{itk} = 0 \text{ ou } 1 \quad k = 1, \dots, K; t = 1, \dots, T \quad (4.4)$$

A função objetivo (4.1) pode ser rescrita, definindo-se:

$$g_{ik}(X_{itk}) = \begin{cases} cs_{ik} + c_{ik} X_{itk} & \text{se } X_{itk} > 0 \\ 0 & \text{se } X_{itk} = 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

e, portanto,

$$Z_i = \sum_{t=1}^T \left(h_{it} I_{it} + \sum_{k=1}^K g_{ik}(X_{itk}) \right),$$

que consiste em uma função côncava.

Assim, pode-se rescrever o problema (4.1)-(4.4) do seguinte modo:

$$\text{Minimize } Z_i = \sum_{t=1}^T \left(h_{it} I_{it} + \sum_{k=1}^K g_{ik}(X_{itk}) \right) \quad (4.6)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k=1}^K X_{itk} + I_{i(t-1)} - I_{it} = D'_{it} \quad t = 1, \dots, T \quad (4.7)$$

$$I_{it} \geq 0, \quad X_{itk} \geq 0 \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (4.8)$$

onde: $D'_{it} = d_{it} + \sum_{j \in S(i)} a_{ij} \sum_{k=1}^K X_{jtk}$

Portanto, o problema (4.6)-(4.8) consiste em minimizar uma função objetiva côncava sobre um conjunto de restrições convexas, de modo que a solução deste problema ocorre em um dos pontos extremos da região definida por (4.6)-(4.8) (Luenberger, 1984). Conseqüentemente, a solução do problema (4.6)-(4.8) é composta por no máximo T variáveis não nulas (variáveis básicas, já que as restrições são lineares).

Armentano e Toledo (1997) observaram que se $D_{it}' > 0$, i fixo, para $t = 1, \dots, T$, então, ou $I_{i(t-1)} > 0$ ou $X_{itk} > 0$ para um ou mais $k \in \{1, \dots, K\}$. Isto significa que, ou a demanda no período t é atendida pela produção no próprio período t em uma ou mais máquinas e/ou pelo estoque proveniente do período $t-1$. Dado que existem somente T restrições, portanto existem no máximo T variáveis não nulas em um ponto extremo, ou seja, exatamente uma das variáveis $I_{i(t-1)} > 0$ ou $X_{itk} > 0$ para um único $k \in \{1, \dots, K\}$ poderá ser positiva. Então, para um i fixo, todo ponto extremo satisfaz a seguinte propriedade: $I_{i(t-1)} X_{itk} = 0$ para todo $k \in \{1, \dots, K\}$ e $t = 1, \dots, T$.

A seguir, é descrito o algoritmo proposto por Armentano e Toledo (1997), para o problema de dimensionamento de lotes de um único item produzido em máquinas paralelas (4.6)-(4.8), que deverá ser aplicado seqüencialmente, iniciando de $i=1$.

O ALGORITMO DE WW PARA MÁQUINAS PARALELAS

Seja $M_{i k \tau t}$, o custo de produção do item i , na máquina k , no período $\tau + 1$, para atender as demandas do período $\tau + 1$ até o período t , isto é, o custo de D'_{it} , onde $D'_{it} = D'_{i(\tau+1)} + \dots + D'_{it}$. Assim, $M_{i k \tau t}$ é o custo de preparação cs_{ik} , mais o custo de produção $c_{i(\tau+1)k} D'_{it}$, mais os custos de estoque $h_{i(\tau+1)} D'_{i(\tau+1)t} + h_{i(\tau+2)} D'_{i(\tau+2)t} + \dots$

$$\text{Então } M_{i k \tau t} = \begin{cases} cs_{ik} + c_{i(\tau+1)k} D'_{it} + \sum_{\gamma=\tau+1}^{t-1} h_{i\gamma} D'_{i\gamma t} & \text{se } D'_{it} > 0 \\ 0 & \text{se } D'_{it} = 0 \end{cases} \quad (4.9)$$

Seja F_{it} , o custo mínimo de produção do item i , no período 1 até o período t , dado que $I_{it} = 0$. Então F_{it} pode ser determinado recursivamente como :

$$F_{it} = \min \{ F_{i\tau} + M_{i k \tau t}, 0 \leq \tau \leq t, 1 \leq k \leq K \}, \text{ para } t = 1, \dots, T, \text{ e algum } j \text{ fixo.} \quad (4.10)$$

$$F_{j0} = 0. \quad (4.11)$$

A fórmula de programação dinâmica progressiva no tempo é equivalente ao problema de encontrar o caminho de custo mínimo em uma rede. Nesta rede, cada nó corresponde a um

período de tempo e ao item para o qual está sendo determinado o plano de produção, e um arco (τ, t) está associado à produção de $D'_{i\tau t}$ com custo $M_{ik\tau t}$. Um exemplo com 3 períodos e 2 máquinas, para um item i qualquer, é ilustrado na Figura 4.2. Foi implementado uma modificação proposta em Evans (1985), que consiste em escrever os custos $M_{ik\tau t}$ da seguinte forma:

$$M_{ik\tau(\tau+1)} = cs_{ik} + c_{i(\tau+1)k} D'_{i(\tau+1)} \quad k = 1, \dots, K, \quad l = 1, \dots, T-1 \quad (4.12)$$

$$M_{ik\tau t} = M_{ik\tau(t-1)} + D'_{it} (c_{ik} + CE_{i\tau t}) \quad t > \tau + 1 \quad (4.13)$$

onde:

$$CE_{i(\tau+1)(t-1)} = \sum_{\gamma=\tau+1}^{t-1} h_{i\gamma} \quad (4.14)$$

Figura 4.2. Rede representando o algoritmo para máquinas paralelas.

RESUMO DO ALGORITMO

Para $i=1...N$ faça

Início

Se $S(i) \neq \emptyset$ (i.e., i é um item componente) então faça $D'_{it} = d_{it} + \sum_{j \in S(i)} a_{ij} \sum_{k=1}^K X_{jtk}$

Determine $M_{ik\tau(\tau+1)} = cs_{ik} + c_{i(\tau+1)k} D'_{i(\tau+1)}$ $k = 1, \dots, K, \tau = 1, \dots, T-1$ e,

$M_{ik\tau t} = M_{ik\tau(t-1)} + D'_{it} (c_{ik} + CE_{i\tau t})$ $t > \tau + 1$;

Determine $F_{it} = \text{mínimo} \{ F_{i\tau} + M_{ik\tau t}, 0 \leq \tau \leq t, 1 \leq k \leq K \}$ para $t = 1, \dots, T$ e $F_{i0} = 0$.

Fim.

O algoritmo acima é aplicado item a item iniciando com $i=1$ (um item final, $S(i) = \emptyset$) até $i=N$.

Assim, as soluções dos N problemas formam uma solução para o problema original. Tal solução pode ser infactível em relação às restrições de capacidade (3.11) e, portanto, infactível para o problema original. Se este for o caso, uma heurística de factibilização, descrita a seguir, é aplicada. Caso a solução seja factível, a heurística de melhoria, descrita na seção 4.4., é aplicada.

O procedimento para obtenção da solução inicial baseada no trabalho de Armentano e Toledo (1997) é denominado de WW-Parelelo.

4.2.2. WW-PARALELO PENALIZADO

O procedimento WW-Parelelo Penalizado consistiu numa simples extensão do trabalho de Armentano e Toledo (1997) considerando a estrutura do problema. Entretanto, o procedimento de Armentano e Toledo (1997) (como também o algoritmo de Wagner e Whitin original) ignora restrições de capacidade. Nesta seção é proposta uma modificação na definição dos pesos dos arcos, de modo que máquinas sobrecarregadas sejam inibidas de produção, objetivando atenuar as violações. Considere novamente, $M_{i k \tau t}$ dado por (4.9)/ou (4.12)-(4.14).

Este custo, $M_{i k \tau t}$ (arco), é multiplicado por um valor penalidade $_{k \tau t}$ que incentiva a produção nos períodos e máquinas com menor utilização da capacidade para produção e preparação. O valor desta penalidade é dado por:

$$\text{penalidade}_{k \tau t} = \frac{\text{utilização}_{k(\tau+1)}}{\text{cap}_{(\tau+1)k}}$$

sendo que:

$$\text{utilização}_{k(\tau+1)} = \text{utilização_anterior}_{k(\tau+1)} + \text{utilização_agora}_{k(\tau+1)}$$

$$\text{utilização_anterior}_{k(\tau+1)} = \sum_{j < i} (b_{jk} X_{j(\tau+1)} + ts_{jk} Y_{j(\tau+1)k})$$

$$\text{utilização_agora}_{k(\tau+1)} = b_{ik} d'_{i(\tau+1)} + ts_{ik}$$

onde: $d'_{i(\tau+1)} = D'_{i\tau t}$, sendo que, $d'_{i(\tau+1)}$ é a demanda acumulada do período $\tau+1$ até o período t , como dada na definição de $D'_{i\tau t}$ ($D'_{i\tau t} = D'_{i(\tau+1)} + \dots + D'_{it}$).

A utilização $_{k(\tau+1)}$ contabiliza a quantidade de recursos gasto para produção e para as preparações de todos os itens produzidos anteriormente a i (sucessores, pois o algoritmo é aplicado sequencialmente), incluindo o tempo gasto para produção e preparação do item i , na máquina k e período $(\tau + 1)$. Observe que este valor é diferente para todos os pares (k, t) considerados. Este procedimento será denominado, daqui para frente, de WW-Paralelo Penalizado.

Observe também que, se $\text{penalidade}_{k\tau t} > 1$, indica que tal decisão produzirá uma violação da capacidade da máquina k , no período $(\tau + 1)$.

No capítulo de resultados computacionais são apresentadas experiências comparando as duas soluções iniciais. Porém, um exemplo é aqui apresentado para ilustrar os dois procedimentos na obtenção das soluções iniciais. A estrutura de produtos considerada é do tipo serial com dois itens. O horizonte de planejamento é de três períodos e duas máquinas e os parâmetros são descritos na Tabela 4.1. A resolução deste exemplo, para o item $i=1$, é apresentada na Tabela 4.2.

Tabela 4.1. Dados do Exemplo.

	t=1	t=2	t=3
d_{1t}	165	38	19
d_{2t}	9	2	4
h_{1t}	0.53	0.53	0.53
h_{2t}	0.22	0.22	0.22
cap_{1t}	656	435	435
cap_{2t}	654	435	435
	k=1	k=2	
$c_{1tk}=c_{1k}$	1.55	1.54	
$c_{2tk}=c_{2k}$	1.71	1.71	
cs_{1k}	11.27	76.9	
cs_{2k}	39.89	49.78	
b_{1k}	2.41	2.5	
b_{2k}	2.57	2.37	
ts_{1k}	227.11	241.03	
ts_{2k}	208.73	164.34	

Primeiramente, o exemplo é resolvido utilizando o algoritmo de WW-Paralelo e depois, é aplicado o algoritmo WW-Paralelo Penalizado.

Tabela 4.2. Aplicação do algoritmo de WW-Paralelo para o item 1 (item final).

M_{1101}	$cs_{11}+c_{11}d_{11}=267.02$
M_{1201}	$cs_{12}+c_{12}d_{11}=331$
M_{1112}	$cs_{11}+c_{11}d_{12}=70,2$
M_{1212}	$cs_{12}+c_{12}d_{12}=135.42$
M_{1123}	$cs_{11}+c_{11}d_{13}=40.72$
M_{1223}	$cs_{12}+c_{12}d_{13}=106.16$
M_{1102}	$cs_{11}+c_{11}(d_{11}+d_{12})+h_{11}d_{12}=346.06$
M_{1202}	$cs_{12}+c_{12}(d_{11}+d_{12})+h_{11}d_{12}=409.66$
M_{1103}	$cs_{11}+c_{11}(d_{11}+d_{12}+d_{13})+h_{11}(d_{12}+d_{13})+h_{12}d_{13}=395.65$
M_{1203}	$cs_{12}+c_{12}(d_{11}+d_{12}+d_{13})+h_{11}(d_{12}+d_{13})+h_{11}d_{13}=459.06$
M_{1113}	$cs_{11}+c_{11}(d_{12}+d_{13})+h_{12}d_{13}=109.69$
M_{1213}	$cs_{12}+c_{12}(d_{12}+d_{13})+h_{12}d_{13}=174.75$
F_{10}	0
F_{11}	$\min\{F_{10}+M_{1101}, F_{10}+M_{1201}\}=F_{10}+M_{1101}=267.02$
F_{12}	$\min\{F_{10}+M_{1102}, F_{10}+M_{1202}, F_{11}+M_{1112}, F_{11}+M_{1212}\}=F_{11}+M_{1112}=337.19$
F_{13}	$\min\{F_{10}+M_{1103}, F_{10}+M_{1203}, F_{11}+M_{1113}, F_{11}+M_{1213}, F_{12}+M_{1123}, F_{12}+M_{1223}\}=F_{11}+M_{1113}=376.71$
Produção	$X_{111}=165, X_{121}=57, X_{131}=0$ $X_{112}=0, X_{122}=0, X_{132}=0$
Estoques	$h_{11}=0, h_{12}=19, h_{13}=0$

Como o algoritmo é aplicado sequencialmente, determina-se agora, o plano de produção para o item 2. As demandas deste item são mudadas levando em consideração o plano de produção do item 1.

Definido a demanda do item $i=2$, em cada t por: D'_{it} , tem-se:

$$D'_{21} = d_{21} + X_{111} + X_{112} = 9 + 165 = 174$$

$$D'_{22} = d_{22} + X_{121} + X_{122} = 2 + 57 = 59$$

$$D'_{23} = d_{23} + X_{131} + X_{132} = 4 + 0 = 4$$

A aplicação do algoritmo para este item é dada na tabela seguinte.

Tabela 4.3. Aplicação do algoritmo de WW-Paralelo para o item 2 (item componente).

M_{2101}	$cs_{21}+c_{21}D'_{21}=337.4$
M_{2201}	$cs_{22}+c_{22}D'_{21}=347.3$
M_{2112}	$cs_{21}+c_{21}D'_{22}=140.8$
M_{2212}	$cs_{22}+c_{22}D'_{12}=150.7$
M_{2123}	$cs_{21}+c_{21}D'_{23}=46.7$
M_{2223}	$cs_{22}+c_{22}D'_{23}=56.6$
M_{2102}	$cs_{21}+c_{21}(D'_{21}+D'_{22})+h_{21}D_{12}=451.3$
M_{2202}	$cs_{22}+c_{22}(D'_{21}+D'_{22})+h_{21}D'_{22}=461.2$
M_{2103}	$cs_{21}+c_{21}(D'_{21}+D'_{22}+D'_{23})+h_{21}(D'_{22}+D'_{23})+h_{22}D'_{23}=459.9$
M_{2203}	$cs_{22}+c_{22}(D'_{21}+D'_{22}+D'_{23})+h_{21}(D'_{22}+D'_{23})+h_{21}D'_{23}=469.8$
M_{2113}	$cs_{21}+c_{21}(D'_{22}+D'_{23})+h_{22}D'_{23}=148.5$
M_{2213}	$cs_{22}+c_{22}(D'_{22}+D'_{23})+h_{22}D'_{23}=158.4$
F_{20}	0
F_{21}	$\min\{F_{20}+M_{2101}, F_{20}+M_{2201}\}=F_{20}+M_{2101}=337.4$
F_{22}	$\min\{F_{20}+M_{2102}, F_{20}+M_{2202}, F_{21}+M_{2112}, F_{21}+M_{2212}\}=F_{20}+M_{2102}=451.3$
F_{23}	$\min\{F_{20}+M_{2103}, F_{20}+M_{2203}, F_{21}+M_{2113}, F_{21}+M_{2213}, F_{22}+M_{2123}, F_{22}+M_{2223}\}=F_{20}+M_{2103}=459.9$
Produção	$X_{211}=237, \quad X_{221}=0, \quad X_{231}=0$ $X_{212}=0, \quad X_{222}=0, \quad X_{232}=0$
Estoques	$h_{11}=0, \quad h_{12}=0, \quad h_{13}=0$

As tabelas seguintes mostram a aplicação do algoritmo WW-Paralelo Penalizado para o exemplo dado na Tabela 4.1.

Tabela 4.4. Aplicação do algoritmo WW-Paralelo Penalizado para o item 1 (item final).

M_{1101}	utilização_anterior ₁₁ =0, utilização_agora ₁₁ = $b_{11}d_{11}+ts_{11}=624.76$, Penalidade ₁₀₁ =(624.76/656)=0.95 0.95 ($cs_{11}+c_{11}d_{11}$)=0.95(267.02)=254.3
M_{1201}	utilização_anterior ₂₁ =0, utilização_agora ₂₁ = $b_{12}d_{11}+ts_{12}=653.53$, Penalidade ₂₀₁ =0.9993 0.9993 ($cs_{12}+c_{12}d_{11}$)=0.9993(331)=330.76
M_{1112}	utilização_anterior ₁₂ =0, utilização_agora ₁₂ = $b_{11}d_{12}+ts_{11}=318.69$, Penalidade ₁₁₂ =0.73 0.73 ($cs_{11}+c_{11}d_{12}$)=0.73(70.2)=51.25
M_{1212}	utilização_anterior ₂₂ =0, utilização_agora ₂₂ = $b_{12}d_{12}+ts_{12}=336.03$, Penalidade ₂₁₂ =0.77 0.77 ($cs_{12}+c_{12}d_{12}$)=0.77(135.42)=104.3
M_{1123}	utilização_anterior ₁₃ =0, utilização_agora ₁₃ = $b_{11}d_{13}+ts_{11}=272.9$, Penalidade ₁₂₃ =0.63 0.63 ($cs_{11}+c_{11}d_{13}$)=0.63(40.72)=25.7
M_{1223}	utilização_anterior ₂₃ =0, utilização_agora ₂₃ = $b_{12}d_{13}+ts_{12}=288.53$, Penalidade ₂₃₃ =0.66 0.66($cs_{12}+c_{12}d_{13}$)=0.66(106.16)=70.1
M_{1102}	utilização_anterior ₁₂ =0, utilização_agora ₁₂ = $b_{11}(d_{11}+d_{12})+ts_{11}=716.34$, Penalidade ₁₀₂ =1.092 1.092 ($cs_{11}+c_{11}(d_{11}+d_{12})+h_{11}d_{12}$)=1.092(346.06)=377.9
M_{1202}	utilização_anterior ₂₂ =0, utilização_agora ₂₂ = $b_{12}(d_{11}+d_{12})+ts_{12}=748.53$, Penalidade ₂₀₂ =1.145 1.145 ($cs_{12}+c_{12}(d_{11}+d_{12})+h_{12}d_{12}$)=1.145(409.66)=469.06
M_{1103}	utilização_anterior ₁₃ =0, utilização_agora ₁₃ = $b_{11}(d_{11}+d_{12}+d_{13})+ts_{11}=762.13$, Penalidade ₁₀₃ =1.162 1.162($cs_{11}+c_{11}(d_{11}+d_{12}+d_{13})+h_{11}(d_{12}+d_{13})+h_{12}d_{13}$)=1.162(395.65)=459.75
M_{1203}	utilização_anterior ₂₃ =0, utilização_agora ₂₃ = $b_{12}(d_{11}+d_{12}+d_{13})+ts_{12}=796.03$, Penalidade ₂₀₃ =1.217 1.217($cs_{12}+c_{12}(d_{11}+d_{12}+d_{13})+h_{12}(d_{12}+d_{13})+h_{11}d_{13}$)=1.217(459.06)=558.68
M_{1113}	utilização_anterior ₁₃ =0, utilização_agora ₁₃ = $b_{11}(d_{12}+d_{13})+ts_{11}=364.48$, Penalidade ₁₁₃ =0.838 0.838($cs_{11}+c_{11}(d_{12}+d_{13})+h_{11}d_{13}$)=0.838(109.69)=91.92
M_{1213}	utilização_anterior ₂₃ =0, utilização_agora ₂₃ = $b_{12}(d_{12}+d_{13})+ts_{12}=383.53$, Penalidade ₂₁₃ =0.882 0.882($cs_{12}+c_{12}(d_{12}+d_{13})+h_{12}d_{13}$)=0.882(174.75)=151.13
F_{10}	0
F_{11}	$\min\{F_{10}+M_{1101}, F_{10}+M_{1201}\}=F_{10}+M_{1101}=254.3$
F_{12}	$\min\{F_{10}+M_{1102}, F_{10}+M_{1202}, F_{11}+M_{1112}, F_{11}+M_{1212}\}=F_{11}+M_{1112}=305.55$
F_{13}	$\min\{F_{10}+M_{1103}, F_{10}+M_{1203}, F_{11}+M_{1113}, F_{11}+M_{1213}, F_{12}+M_{1123}, F_{12}+M_{1223}\}=F_{12}+M_{1123}=331.25$
Produção	$X_{111}=165, X_{121}=38, X_{131}=19$ $X_{112}=0, X_{122}=0, X_{132}=0$
Estoques	$H_{11}=0, h_{12}=0, h_{13}=0$

Como se pode notar, o plano de produção para o item $i=1$ considerando o algoritmo WW-Paralelo Penalizado é diferente do fornecido pelo procedimento WW-Paralelo. Na tabela seguinte é apresentada a aplicação do algoritmo para o item 2 e, a seguir, mostra-se o consumo da capacidade das soluções fornecidas pelo dois procedimentos.

As demandas atualizadas para o item 2 são:

$$D'_{21} = d_{21} + X_{111} + X_{112} = 9 + 165 = 174$$

$$D'_{22} = d_{22} + X_{121} + X_{122} = 2 + 38 = 40$$

$$D'_{23} = d_{23} + X_{131} + X_{132} = 4 + 19 = 23$$

Tabela 4.5. Aplicação do algoritmo WW-Paralelo Paralelo para o item 2 (item componente).

M ₂₁₀₁	utilização_anterior ₁₁ =b ₁₁ X ₁₁₁ +ts ₁₁ =624.76, utilização_agora ₁₁ =b ₂₁ D' ₂₁ +ts ₂₁ =655.9, Penalidade ₁₀₁ =((624.76+655.9)/656)=1.952 1.952 (cs ₂₁ +c ₂₁ D' ₂₁)=1.952(337.43)=658.66
M ₂₂₀₁	utilização_anterior ₂₁ =0, utilização_agora ₂₁ =b ₂₂ D' ₂₁ +ts ₂₂ =576.72, Penalidade ₂₀₁ =0.882 0.882 (cs ₂₂ +c ₂₂ D' ₂₁)=0.882(347.32)=306.34
M ₂₁₁₂	utilização_anterior ₁₂ = b ₁₁ X ₁₂₁ +ts ₁₁ =318.69, utilização_agora ₁₂ =b ₂₁ D' ₂₂ +ts ₂₁ =311.53, Penalidade ₁₁₂ =1.449 1.449 (cs ₂₁ +c ₂₁ D' ₂₂)=1.449(107.29)=155.46
M ₂₂₁₂	utilização_anterior ₂₂ =0, utilização_agora ₂₂ =b ₂₂ D' ₂₂ +ts ₂₂ =259.14, Penalidade ₂₁₂ =0.596 0.596 (cs ₂₂ +c ₂₂ D' ₂₂)=0.596(118.18)=70.40
M ₂₁₂₃	utilização_anterior ₁₃ = b ₁₁ X ₁₃₁ +ts ₁₁ =272.19, utilização_agora ₁₃ =b ₂₁ D' ₂₃ +ts ₂₁ =267.84, Penalidade ₁₂₃ =1.241 1.241 (cs ₂₁ +c ₂₁ D' ₂₃)= 1.241 (79.22) = 98.31
M ₂₂₂₃	utilização_anterior ₂₃ =0, utilização_agora ₂₃ =b ₂₂ D' ₂₃ +ts ₂₂ =218.85, Penalidade ₂₃₃ =0.503 0.503(cs ₂₂ +c ₂₂ D' ₂₃)= 0.503 (89.11)=44.82
M ₂₁₀₂	utilização_anterior ₁₂ = b ₁₁ X ₁₁₁ +ts ₁₁ =624.76, utilização_agora ₁₂ =b ₂₁ (D' ₂₁ +D' ₂₂)+ts ₂₁ =758.71, Penalidade ₁₀₂ =2.109 2.109 (cs ₂₁ +c ₂₁ (D' ₂₁ +D' ₂₂)+h ₂₁ D' ₂₂)=2.109 (414.63) =874.46
M ₂₂₀₂	utilização_anterior ₂₂ =0, utilização_agora ₂₂ =b ₂₂ (D' ₂₁ +D' ₂₂)+ts ₂₂ =671.52, Penalidade ₂₀₂ =1.027 1.027(cs ₂₂ +c ₂₂ (D' ₂₁ +D' ₂₂)+h ₂₁ D' ₂₂)=1.027(424.52)=435.98
M ₂₁₀₃	utilização_anterior ₁₃ = b ₁₁ X ₁₁₁ +ts ₁₁ =624.76, utilização_agora ₁₃ =b ₂₁ (D' ₂₁ +D' ₂₂ +D' ₂₃)+ts ₂₁ =817.82, Penalidade ₁₀₃ =2.199 2.199 (cs ₂₁ +c ₂₁ (D' ₂₁ +D' ₂₂ +D' ₂₃)+h ₂₁ (D' ₂₂ +D' ₂₃)+h ₂₂ D' ₂₃)=2.199 (497.3)=1093.56
M ₂₂₀₃	Utilização_anterior ₂₃ =0, utilização_agora ₂₃ =b ₂₂ (D' ₂₁ +D' ₂₂ +D' ₂₃)+ts ₂₂ =726.03, Penalidade ₂₀₃ =1.11 1.11(cs ₂₂ +c ₂₂ (D' ₂₁ +D' ₂₂ +D' ₂₃)+h ₂₁ (D' ₂₂ +D' ₂₃)+h ₂₁ D' ₂₃)=1.11(514.3)=570.94
M ₂₁₁₃	Utilização_anterior ₁₃ = b ₁₁ X ₁₂₁ +ts ₁₁ =318.69, utilização_agora ₁₃ =b ₂₁ (D' ₂₂ +D' ₂₃)+ts ₂₁ =370.64, Penalidade ₁₁₃ =1.585 1.585(cs ₂₁ +c ₂₁ (D' ₂₂ +D' ₂₃)+h ₂₂ D' ₂₃)=1.585(152.68)=242.0
M ₂₂₁₃	utilização_anterior ₂₃ =0, utilização_agora ₂₃ =b ₂₂ (D' ₂₂ +D' ₂₃)+ts ₂₂ =313.65, Penalidade ₂₁₃ =0.721 0.721(cs ₂₂ +c ₂₂ (D' ₂₂ +D' ₂₃)+h ₂₂ D' ₂₃)=0.721(162.57)=117.21
F ₂₀	0
F ₂₁	min{F ₂₀ +M ₂₁₀₁ , F ₂₀ +M ₂₂₀₁ }=F ₂₀ +M ₂₂₀₁ =306.34
F ₂₂	min{F ₂₀ +M ₂₁₀₂ , F ₂₀ +M ₂₂₀₂ , F ₂₁ +M ₂₁₁₂ , F ₂₁ +M ₂₂₁₂ }=F ₂₁ +M ₂₂₁₂ =376.74
F ₂₃	min{F ₂₀ +M ₂₁₀₃ , F ₂₀ +M ₂₂₀₃ , F ₂₁ +M ₂₁₁₃ , F ₂₁ +M ₂₂₁₃ , F ₂₂ +M ₂₁₂₃ , F ₂₂ +M ₂₂₂₃ }=F ₂₂ +M ₂₂₂₃ =421.56
Produção	X ₂₁₁ =0, X ₂₂₁ =0, X ₂₃₁ =0 X ₂₁₂ =174, X ₂₂₂ =40, X ₂₃₂ =23
Estoques	h ₂₁ =0, h ₂₂ =0, h ₂₃ =0

Os consumos da capacidade em cada período máquina considerando as duas soluções iniciais são apresentados nas tabelas seguintes. Na Tabela 4.6 é apresentado o consumo da capacidade para a solução inicial obtida através da aplicação do algoritmo de WW-Paralelo. Na Tabela 4.7 é apresentado o consumo da capacidade da solução inicial obtida com o algoritmo WW-Paralelo Penalizado.

Tabela 4.6. Consumo da capacidade da solução inicial de WW-Paralelo

CAP_{ik}	$t=1$	$t=2$	$t=3$
CAP_{11}	656	435	435
$Consumo_{11}$	1442.56	364.48	0.0
CAP_{12}	654	435	435
$consumo_{12}$	0.0	0.0	0.0

Tabela 4.7. Consumo da capacidade da solução obtida pelo algoritmo WW-Paralelo Penalizado.

CAP_{ik}	$t=1$	$t=2$	$t=3$
CAP_{11}	656	435	435
$Consumo_{11}$	624.78	318.69	286.82
CAP_{12}	654	435	435
$consumo_{12}$	576.72	259.14	218.89

As tabelas 4.6 e 4.7 mostram que o procedimento para determinação da solução inicial WW-Paralelo Penalizado, obtém uma solução inicial factível, enquanto que, para a solução obtida utilizando o algoritmo WW-Paralelo, será necessário aplicar o procedimento de factibilização, detalhado a seguir.

4.3. HEURÍSTICA DE FACTIBILIZAÇÃO

Nesta seção é descrito um procedimento baseado em transferências de produção entre períodos e entre máquinas na tentativa de factibilizar soluções infactíveis, como por exemplo, uma solução infactível obtida por um dos procedimentos da seção 4.2.

O procedimento de factibilização é semelhante aos de França *et al.* (1997), Tempelmeier e Derstroff (1996), Sabbag (1993) e Toledo, (1998), sendo composto de dois passos principais: *regressivo* e *progressivo no tempo*.

Seja $\Delta_{kt} = \sum_{i=1}^N (b_{ik} X_{ik} + ts_{ik} Y_{ik}) - CAP_{ik}$ a variável de folga da restrição de capacidade (3.11). O excedente de recursos utilizado na máquina k no período t é dado por

$\text{excesso}(k, t) = \max\{0, \Delta_k\}$. Para eliminar o excedente ($\text{excesso}(k, t) > 0$), realiza-se a transferência de uma quantidade q de algum item i produzido no par (k, t) (máquina k , período t) para (k', t') com $k \neq k'$ ou $t \neq t'$. A quantidade q a ser transferida pode ser escolhida como:

$$q = \min\{Z_{ik}^{t'k'}, Q_{ik}\} \quad (4.15)$$

onde:

$Z_{ik}^{t'k'}$ é quantidade máxima do item i produzida na máquina k que pode ser transferida do período t para o período t' e para máquina k' sem violar as restrições de balanço de estoque.

$Q_{ik} = \frac{\text{excesso}(k, t)}{b_{ik}}$ é quantidade exata do item i que elimina o excesso da máquina k e período t .

A seguir será descrito como obter os valores de $Z_{ik}^{t'k'}$ nos passos progressivo e regressivo do procedimento de factibilização.

PASSO REGRESSIVO NO TEMPO

No passo regressivo, são analisados os períodos $T, \dots, 2$ e as máquinas $k=1, \dots, K$, nessa ordem. O período destino pode ser escolhido dentre $\tau \leq t' \leq t$ onde $\tau = \text{máximo}\{1, \text{último período em que há produção de } i \text{ antes do período } t\}$. Ou seja, se $X_{it'k} = 0$ para todo $t' < t$, considera-se $\tau=1$.

Mostra-se a seguir que ao transferir-se uma quantidade q de produção do item i para o período t' , $t' < t$, segue das equações de balanço de estoque (exemplificado a seguir), que os estoques dos itens predecessores imediatos do item i são reduzidos entre os períodos t' e $t-1$, enquanto que os estoques do item i são acrescidos de q unidades entre estes períodos. Assim, a quantidade máxima que pode ser transferida do item i do período t e máquina k para o período t' e máquina k' é dada por:

$$Z_{ik}^{t'k'} = \min\left\{X_{itk}, \min_{\substack{j \in P_i \\ t' \leq \tau \leq t-1}} \left\{\frac{I_{j\tau}}{a_{ji}}\right\}\right\} \quad \text{para } t' < t \quad (4.16)$$

Considere a estrutura de itens na Figura 4.3, e suponha que uma certa quantidade δ do item i seja transferida do período t e máquina k ($X_{itk} - \delta$) para o período t' , $t' < t$ e máquina k' ($X_{it'k'} + \delta$).

Figura 4.3. Estrutura de itens exemplo.

As restrições de balanço de estoque (3.10) do item i são satisfeitas pelas seguintes alterações nas variáveis de estoque e produção:

⋮

$$X_{it1} + \dots + (X_{itk} - \delta) + X_{it(k+1)} + \dots + (I_{i(t-1)} + \delta) = d_{it} + I_{it} + a_{in} \sum_h X_{n th}$$

$$X_{i(t-1)1} + \dots + X_{i(t-1)k} + X_{i(t-1)(k+1)} + \dots + (I_{i(t-2)} + \delta) = d_{i(t-1)} + (I_{i(t-1)} + \delta) + a_{in} \sum_h X_{n(t-1)h}$$

⋮

$$X_{i(t'+1)1} + \dots + X_{i(t'+1)k} + X_{i(t'+1)(k+1)} + \dots + (I_{i t'} + \delta) = d_{i(t'+1)} + (I_{i(t'+1)} + \delta) + a_{in} \sum_h X_{n(t'+1)h}$$

$$X_{i t'1} + \dots + X_{i t'k} + X_{i t'(k+1)} + \dots + (X_{i t'k'} + \delta) + \dots + I_{i(t'-1)} = d_{i t'} + (I_{i t'} + \delta) + a_{in} \sum_h X_{n t' h}$$

⋮

Ou seja, os estoques do item i são acrescidos de δ e não impõem limites sobre as transferências de δ , no entanto tem que garantir que $(X_{itk} - \delta) \geq 0 \Rightarrow \delta \leq X_{itk}$.

Estas transferências $(X_{itk} - \delta)$ e $(X_{i t'k'} + \delta)$ introduzem também alterações nos itens predecessores do item i . As restrições de balanço de estoque para o item $j \in P(i)$ são satisfeitas da seguinte forma:

⋮

$$X_{jt1} + \dots + X_{jtk} + \dots + (I_{j(t-1)} - a_{ji}\delta) = d_{jt} + I_{jt} + a_{ji}(X_{itk} - \delta) + a_{ji} \sum_{s \neq k} X_{its} + \sum_{o \in S(j), o \neq i} \sum_m a_{jo} X_{o t m}$$

$$X_{j(t-1)1} + \dots + X_{j(t-1)k} + \dots + (I_{j(t-2)} - a_{ji}\delta) = d_{j(t-1)} + (I_{j(t-1)} - a_{ji}\delta) + \sum_{o \in S(j)} \sum_m a_{jo} X_{o(t-1)m}$$

⋮

$$X_{j(t'+1)1} + \dots + X_{j(t'+1)k} + \dots + (I_{j t'} - a_{ji}\delta) = d_{j(t'+1)} + (I_{j(t'+1)} - a_{ji}\delta) + \sum_{o \in S(j)} \sum_m a_{jo} X_{o(t'+1)m}$$

$$X_{j,t'1} + \dots + X_{j,t'K} + I_{j(t'-1)} = d_{j,t'} + (I_{j,t'} - a_{ji}\delta) + a_{ji}(X_{i,t'k} + \delta) + \sum_{m \neq k'} X_{i,t'm} + \sum_{o \in S(j), o \neq i} \sum_m a_{jo} X_{o,t'm}$$

⋮

A transferência não pode causar estoques negativos para o item $j \in P(i)$, então:

$$(I_{j(t-1)} - a_{ji}\delta) \geq 0 \Rightarrow \delta \leq \frac{I_{j(t-1)}}{a_{ji}}, \dots, (I_{j,t'} - a_{ji}\delta) \geq 0 \Rightarrow \delta \leq \frac{I_{j,t'}}{a_{ji}}$$

A desigualdade acima é válida para todo $j \in P(i)$. Assim, a quantidade máxima do item i a ser transferida é dada por:

$$Z_{i,t'k}^{t'k'} = \min \left\{ X_{i,t'k}, \min \left(\frac{I_{j,t'}}{a_{ji}}, \dots, \frac{I_{j(t-1)}}{a_{ji}}, \frac{I_{p,t'}}{a_{pi}}, \dots, \frac{I_{p(t-1)}}{a_{pi}}, \dots \right) \right\}$$

Se $t=t'$, executa-se somente transferência entre máquinas, então $Z_{i,t'k}^{t'k'} = X_{i,t'k}$. Isto é válido também no passo progressivo.

PASSO PROGRESSIVO NO TEMPO

Neste passo, as transferências de produção são analisadas do período $t=1$ até $T-1$ e as máquinas de $k=1$ até K . Os períodos destino a serem analisados estão no intervalo $t \leq t' \leq \tau$, onde $\tau = \min\{T, \text{primeiro período em que existe produção do item } i \text{ após o período } t\}$. Neste caso a transferência de uma quantidade q de produção do item i acarreta uma diminuição do estoque deste item de q unidades do período t até o período $t'-1$, enquanto que, o estoque dos itens predecessores imediatos terá um aumento neste mesmo intervalo. Dessa forma, a quantidade máxima a ser transferida do item i do período t e máquina k para o período t' e máquina k' é dada por:

$$Z_{i,t'k}^{t'k'} = \min \left\{ X_{i,t'k}, \min_{t \leq \tau \leq t'-1} \{ I_{i\tau} \} \right\} \quad \text{para } t' > t \quad (4.17)$$

Considere novamente a estrutura de itens apresentada na Figura 4.3 e suponha que uma certa quantidade δ do item i é transferida do período t e máquina k ($X_{i,t,k} - \delta$) para o período t' ($t' > t$) e máquina k' ($X_{i,t',k'} + \delta$). Suponha também que o horizonte de planejamento seja de T períodos e que existam K máquinas.

As restrições de balanço de estoque (3.10) para o item i são então satisfeitas com as seguintes alterações nas variáveis de estoque e de produção:

⋮

$$X_{it1} + \dots + (X_{itk} - \delta) + \dots X_{itK} + I_{i(t-1)} = d_{it} + (I_{it} - \delta) + \sum_{o \in S(i)} a_{io} \sum_m X_{oitm}$$

$$X_{i(t+1)1} + \dots + X_{j(t+1)k} + \dots X_{j(t+1)K} + (I_{jt} - \delta) = d_{i(t+1)} + (I_{i(t+1)} - \delta) + \sum_{o \in S(i)} a_{io} \sum_m X_{oitm}$$

⋮

$$X_{i(t'-1)1} + \dots + X_{i(t'-1)k} + \dots X_{i(t'-1)K} + (I_{i(t'-2)} - \delta) = d_{i(t'-1)} + (I_{i(t'-1)} - \delta) + \sum_{o \in S(i)} a_{io} \sum_m X_{oitm}$$

$$X_{i t' 1} + \dots + (X_{i t' k} + \delta) + \dots X_{i t' K} + (I_{i(t'-1)} - \delta) = d_{i t'} + I_{i t'} + \sum_{o \in S(i)} a_{io} \sum_m X_{oit' m}$$

⋮

Os níveis de estoque dos itens predecessores imediatos são alterados para ajuste nas restrições de balanço, da seguinte maneira. Seja $j \in P(i)$:

⋮

$$X_{jt1} + \dots + X_{jtk} + \dots + I_{j(t-1)} = d_{jt} + (I_{jt} + a_{ji}\delta) + a_{ji}(X_{itk} - \delta) + a_{ji} \sum_{m \neq k} X_{itm} + \sum_{o \in S(j), o \neq i} a_{jo} \sum_m X_{oitm}$$

$$X_{j(t+1)1} + \dots + X_{j(t+1)k} + \dots + (I_{jt} + a_{ji}\delta) = d_{j(t+1)} + (I_{j(t+1)} + a_{ji}\delta) + \sum_{o \in S(j)} a_{jo} \sum_m X_{oitm}$$

⋮

$$X_{j(t'-1)1} + \dots + X_{j(t'-1)k} + \dots + (I_{j(t'-2)} + a_{ji}\delta) = d_{j(t'-1)} + (I_{j(t'-1)} + a_{ji}\delta) + \sum_{o \in S(j)} a_{jo} \sum_m X_{oitm}$$

$$X_{j t' 1} + \dots + X_{j t' k} + \dots + (I_{j(t'-1)} + a_{ji}\delta) = d_{j t'} + I_{j t'} + a_{ji}(X_{i t' k} + \delta) + a_{ji} \sum_{m \neq k'} X_{i t' m} + \sum_{o \in S(j), o \neq i} a_{jo} \sum_m X_{oit' m}$$

⋮

Analogamente para todos os itens predecessores imediatos do item i . Note que agora os níveis de estoque dos itens predecessores não impõem limites aos valores de δ . Assim, a quantidade máxima do item i a ser transferida é:

$$Z_{i t k}^{t' k'} = \min[X_{i t k}, \min(I_{i t}, I_{i(t+1)}, \dots, I_{i(t'-1)})]$$

AValiação das Transferências

Para avaliar as quádruplas (i, q, k', t') de possíveis transferências do par (k, t) violado, utiliza-se um valor chamado de razão. Este valor é calculado baseado na alteração dos custos que a transferência causa, e no excesso de utilização de recursos nos pares envolvidos. Assim, para cada par (k, t) , a quádrupla (i, q, k', t') escolhida é aquela que minimiza a seguinte razão (Toledo, 1998):

$$\text{razão} = \frac{\Delta \text{custo} + \text{FP.Penalidade}}{\Delta \text{redução}} \quad (4.18)$$

A variação dos custos (Δcusto) causada pela transferência da quantidade q do item i de (k, t) para (k', t') pode ser expressa como

$$\Delta \text{custo} = \frac{q \left(c_{i t' k'} - c_{i t k} \right) + \text{passo} \sum_{\tau} \hat{h}_{i \tau}}{\text{custo da solução corrente}} \quad (4.19)$$

onde,

$$\hat{h}_{i \tau} = h_{i \tau} - \sum_{j \in P(i)} a_{ji} h_{j \tau}$$

$$\tau = \begin{cases} t', \dots, t-1 & \text{se passo regressivo no tempo} \\ t, \dots, t'-1 & \text{se passo progressivo no tempo} \end{cases}$$

$$\text{passo} = \begin{cases} -1 & \text{se } t' > t \text{ (progressivo)} \\ 0 & \text{se } t' = t \\ 1 & \text{se } t' < t \text{ (regressivo)} \end{cases}$$

$$\text{su1} = \begin{cases} cs_{i, k'} & \text{se } X_{i, t', k'} = 0 \\ 0 & \text{se } X_{i, t', k'} > 0 \end{cases}$$

$$\text{su2} = \begin{cases} cs_{ik} & \text{se } q = X_{itk} \\ 0 & \text{se } q < X_{itk} \end{cases}$$

A penalidade é um termo não-negativo que pode ser interpretado como um custo pelo excesso em (k, t) e (k', t') , que é dado por:

$$\text{Penalidade} = \frac{\text{excesso_depois}(k, t)}{\text{CAP}_{kt}} + \frac{\text{excesso_depois}(k', t') - \text{excesso_antes}(k', t')}{\text{CAP}_{k't'}}$$

onde,

$$\text{excesso_depois}(k, t) = \max\{0, (\Delta_{kt} - (q b_{ik} + ts_{ik} v_1))\}$$

$$\text{excesso_depois}(k', t') = \max\{0, (\Delta_{k't'} + (q b_{ik'} + ts_{ik'} v_2))\}$$

$$\text{excesso_antes}(k', t') = \text{excesso}(k', t')$$

$$v_1 = \begin{cases} 1 & \text{se } q = X_{ik} \\ 0 & \text{se } q < X_{ik} \end{cases}$$

$$v_2 = \begin{cases} 1 & \text{se } X_{i't'k'} = 0 \\ 0 & \text{se } X_{i't'k'} > 0 \end{cases}$$

O fator FP em (4.18) representa um peso dado à penalidade, que pode ser aumentado de acordo com a dificuldade de obter uma solução factível. Nos primeiros passos regressivo e progressivo $FP = 1$, e $FP = n$, no n-ésimo passo regressivo e progressivo.

A variação da redução ($\Delta\text{redução}$) representa a diferença entre o $\text{Excesso_depois}(k, t)$, ou seja, o excesso após executar a transferência de q unidades do item i e, o excesso antes de executar a transferência, representado por $\text{Excesso_antes}(k, t)$. Assim,

$$\Delta\text{redução} = \frac{qb_{ik} + ts_{ik} v_1}{CAP_{tk}}.$$

4.3.1. PROCEDIMENTO DE FACTIBILIZAÇÃO – PROCEDIMENTO P2

Os passos regressivos e progressivos no tempo, descritos anteriormente, são aplicados sucessivamente até que uma solução factível seja obtida ou um número limite de iterações seja atingido. Uma iteração do procedimento de factibilização é contada quando se executa um passo regressivo e progressivo da heurística.

Note que podem existir pares (k, t) infactíveis onde não é possível efetuar transferências, pelo fato de $Z_{itk}^{t'k'} = 0$, para todos os itens produzidos na máquina k e período t . Este fato pode ocorrer em qualquer um dos passos de factibilização. Com o propósito de superar este obstáculo, foi proposto um procedimento para tentar tornar $Z_{itk}^{t'k'}$ não nulo.

4.3.1.1. PROCEDIMENTO AUXILIAR AO PROCESSO DE FACTIBILIZAÇÃO

Suponha que para um determinado par máquina-período (k,t) com excesso de produção, as quantidades $Z'_{i,t,k} = 0$ para todos os itens i que tenham produção no par (k,t) , ou seja, não há nenhuma possibilidade de transferência de produção de um único item i do par (k,t) (expressão (4.15)). Observando que o cálculo de $Z'_{i,t,k}$ se faz a partir dos níveis de estoque dos itens e da produção, (expressões (4.16) e (4.17)) então, para se obter um valor positivo de $Z'_{i,t,k}$, tenta-se aumentar os níveis de estoque e de produção dos itens e, conseqüentemente alterar o valor de $Z'_{i,t,k}$. Como $Z'_{i,t,k}$ é determinado de maneira distinta para transferências realizadas progressivamente e regressivamente no tempo, o procedimento para auxiliar o processo de factibilização é dividido do mesmo modo. Esse procedimento, denominado *cria_transferência*, foi baseado nos trabalhos de Berretta (1997) e Tempelmeier e Derstroff (1996), os quais não consideraram máquinas paralelas. Convém salientar aqui que o procedimento que será discutido a seguir é válido somente para $K \geq 2$.

O procedimento auxiliar ao processo de factibilização é composto de duas partes denominadas: procedimento *cria_transferência* progressivo no tempo e regressivo no tempo. Estes procedimentos são descritos detalhadamente a seguir.

PROCEDIMENTO CRIA_TRANSFERÊNCIA PROGRESSIVO NO TEMPO

Para explicar o procedimento *cria_transferência* progressivo no tempo, é considerado um exemplo. Suponha um problema do planejamento da produção de 3 itens em 3 períodos, sendo a estrutura de itens do tipo serial, (Figura 4.4), $a_{ij} = 1$, para todo i, j e, demanda sendo 10 para o item final 1 e zero para os demais itens e $K=2$ máquinas.

Figura 4.4. Estrutura de itens serial com 3 itens

Suponha que o plano de produção seja o representado pela Figura 4.5.

		t=1		t=2		t=3	
itens ↓	máquinas	Produção por máquina		Estoque			
		↓	↓	↓	↓	↓	↓
i=1	M1	10	0	10	0	10	0
	M2	0	0	0	0	0	0
i=2	M1	0	10	0	0	0	0
	M2	20	0	0	0	10	0
i=3	M1	20	0	0	0	10	0
	M2	0	0	0	0	0	0

Figura 4.5. Plano de produção para exemplificar o procedimento cria_transferência progressivo no tempo.

Suponha ainda que o par (máquina, período)=(1,1) esteja com excesso de produção e deseja-se reduzir este excesso com a transferência do item 3 para o período seguinte. Suponha também que esteja sendo feita a tentativa de transferir 10 unidades do item 3 do período 1 para o período 2, da máquina 1 para máquina 2. Note que é impossível fazer a transferência pois, X_{311} é a quantidade exata para suprir a demanda do item 2. No entanto, se for feita uma transferência de 10 unidades do item 2 do período 1 da máquina 2 para o período 2, então X_{311} pode ser reduzida de 10 unidades.

Como pode-se ver, a transferência de um item i para frente no tempo é impossível quando a produção deste item não for suficiente para atender a demanda dos seus itens sucessores imediatos (itens $j \in S(i)$) após a transferência. Assim, analisa-se uma possível transferência progressiva de algum item $j \in S(i)$. Quando a transferência progressiva do item j é impossível pelos mesmos motivos, o raciocínio se repete recursivamente.

Convém salientar aqui que o procedimento cria_transferência só executa transferência de produção entre dois períodos adjacentes, ou seja, se o período $t=3$ está sendo considerado, o período destino é o período $t=4$, caso esteja executando o procedimento cria_transferência progressivo. O mesmo procedimento é utilizado para o procedimento cria_transferência regressivo no tempo.

Suponha agora que $X_{i+k} > 0$, $l_{it} = 0$, $t' = t + 1$ e que o par (k,t) esteja com excesso de produção. Suponha ainda, que exista algum $j \in S(i)$ tal que $X_{jtm} > 0$, para algum

$m = 1, \dots, K$, $m \neq k$, e que $I_{jt} \neq 0$. Então, neste caso é possível criar uma transferência para o item i , com a transferência de uma certa quantidade de produção do item j , denominada q_j . Observa-se aqui que a máquina destino k' , máquina que receberá a produção de j , deverá ser determinada baseado nos custos de transferência.

Quando a restrição de balanço de estoque do item i no período t com violação é considerada, restrição (4.20), observa-se que o estoque do item i é aumentado de $a_{ij}q_j$, permitindo assim, a transferência de uma certa quantidade de produção do item i . A quantidade q_j no procedimento `cria_transferência` corresponde a $Z_{jtm}^{t'k'}$ e, independe da máquina que está produzindo o item i , no caso, foi considerado que m é a máquina da qual é transferida uma certa quantidade de produção do item j no período t .

$$X_{itk} + \sum_{n \neq k} X_{itn} + I_{it-1} = d_{it} + a_{ij}(X_{jtm} - q_j) + a_{ij} \sum_{s \neq m} X_{jts} + \sum_{o \in S(i)-\{j\}} \sum_p a_{io} X_{oitp} + (I_{it} + a_{ij}q_j) \quad (4.20)$$

Como demonstrado no início da seção 4.3, a quantidade q_j a ser transferida do item j é determinada como segue:

$$q_j = Z_{jtm}^{(t+1)k'} = \min\{X_{jtm}, I_{jt}\}$$

Note que podem existir outras máquinas ($m \neq k$) que estão produzindo o item $j \in S(i)$ no período t . Neste caso, deve-se adotar uma estratégia para determinar qual é a máquina origem. A estratégia adotada foi escolher a máquina com maior produção do item j . Foram pesquisadas outras estratégias e esta apresentou melhor desempenho. Assim a quantidade q_j é determinada do seguinte modo:

$$q_j = Z_{jtm}^{t'k'} = \min\left\{ \max_{s=1, \dots, K} \{X_{jts}\}, I_{jt} \right\} \quad (4.21)$$

O índice k' (máquina destino) deve ser escolhido de tal maneira que o custo seguinte seja mínimo. O custo causado pela transferência da quantidade $Z_{jtk}^{t'k'}$ do item j de (m,t) para (k',t') pode ser expressa como:

$$\text{Custo} = Z_{jtm}^{t'k'} \left[(c_{j,t',k'} - c_{j,t,m}) - (h_{jt} - \sum_{r \in P(j)} a_{rj} h_{rt}) \right] + \text{su1} - \text{su2} \quad (4.22)$$

onde:

$$\text{su1} = \begin{cases} c_{j,t',k'} & \text{se } X_{j,t',k'} = 0 \\ 0 & \text{se } X_{j,t',k'} > 0 \end{cases}$$

$$\text{su2} = \begin{cases} c_{j,t,m} & \text{se } Z_{jtm}^{t'k'} = X_{j,t,m} \\ 0 & \text{se } Z_{jtm}^{t'k'} < X_{j,t,m} \end{cases}$$

PROCEDIMENTO CRIA_TRANSFERÊNCIA REGRESSIVO NO TEMPO

Considere o problema de planejamento apresentado para o procedimento auxiliar de factibilização progressivo no tempo e suponha o plano de produção apresentado pela Figura 4.6.

		t=1		t=2		t=3	
itens	máquinas	Produção por máquina	Estoque	Produção por máquina	Estoque	Produção por máquina	Estoque
i=1	M1	10	0	10	0	10	0
	M2	0		0		0	
i=2	M1	0	0	0	0	0	0
	M2	10		10		10	
i=3	M1	10	0	10	0	10	0
	M2	0		0		0	

Figura 4.6. Plano de produção para exemplificar o procedimento de cria_transferência regressivo no tempo.

Suponha que o par máquina-período (2,3) esteja com excesso de produção. Suponha ainda que, durante a execução do procedimento de factibilização, esteja sendo feita uma tentativa de transferir regressivamente no tempo 5 unidades do item 2, do período 3 para o período 2 e, que $a_{ij} = 1$ para todo i, j . Como $I_{32} = 0$, esta transferência é impossível (veja

expressão (4.16)). Mas, se 5 unidades do item 3 forem transferidas do período 3 e da máquina 1, para o período 2, então I_{32} irá aumentar de 5 unidades, quantidade suficiente para tornar possível a transferência do item 2 do período 3 para o período 2.

Através do exemplo, pode-se observar que quando a transferência de um item i regressivamente no tempo de um par (k,t) com excesso de produção for impossível devido a produção dos seus itens predecessores imediatos (itens $j \in P(i)$) não serem capazes de suprir um aumento da demanda do item i , tenta-se aumentar a produção do item j ($j \in P(i)$). Se a transferência do item j não for possível, utiliza-se o mesmo raciocínio, analisando os itens predecessores imediatos deste e assim, recursivamente.

Para exemplificar como são feitas as transferências, considere uma tentativa de transferir uma quantidade de produção de um item i que está sendo produzida num par (k,t) com excesso de produção. Suponha então que $X_{i,k} > 0$ e $I_{it} = 0$, para todo j predecessor imediato de i ($j \in P(i)$), $t' = t - 1$. Suponha ainda que existe algum $j \in P(i)$ tal que $X_{jtm} > 0$, para algum $m = 1, \dots, K$, $m \neq k$ e que $I_{nt} \neq 0$, n predecessor imediato do item j ($n \in P(j)$). Então, neste caso é possível criar uma transferência para o item i , com a transferência de uma certa quantidade de produção do item j . Observa-se que a produção do item j é aumentada de q_j unidades. Esta quantidade é determinada como segue:

$$q_j = Z_{jtm}^{t'k'} = \min \left\{ \max_{s=1, \dots, K} \{X_{jts}\}, \min_{n \in P(j)} \left\{ \frac{I_{nt'}}{a_{nj}} \right\} \right\} \quad (4.23)$$

A máquina destino k' deve ser escolhida baseado nos custos de transferência. O índice k' deve ser escolhido de tal maneira que o custo seguinte seja mínimo. O custo causado pela transferência da quantidade $q_j = Z_{jtm}^{t'k'}$ do item j de (m,t) para (k',t') pode ser expresso como:

$$\text{Custo} = Z_{jtm}^{t'k'} \left[(c_{j,t',k'} - c_{j,t,m}) + (h_{jt} - \sum_{n \in P(j)} a_{nj} h_{nt}) \right] + su1 - su2 \quad (4.24)$$

onde:

$$sul = \begin{cases} c_{j,r,k'} & \text{se } X_{j,r,k'} = 0 \\ 0 & \text{se } X_{j,r,k'} > 0 \end{cases}$$

$$su2 = \begin{cases} c_{j,t,m} & \text{se } Z_{jtm}^{t'k'} = X_{j,t,m} \\ 0 & \text{se } Z_{jtm}^{t'k'} < X_{j,t,k} \end{cases}$$

Observe que os procedimentos regressivo e progressivo no tempo descritos acima, consideram a transferência de múltiplos itens. Estes procedimentos são interrompidos assim que se consegue transferir o primeiro item sucessor imediato ou não, do item i , no caso progressivo, ou quando se transfere o primeiro item predecessor, imediato ou não, do item i , no caso regressivo no tempo.

CICLAGEM

Um problema detectado durante o procedimento de factibilização foi à ciclagem de transferência entre máquinas num mesmo período e, entre os passos progressivos e regressivos no tempo. A ciclagem de transferências entre duas máquinas ocorre quando uma mesma quantidade q de um dado item é transferida indefinidamente entre duas máquinas. A ciclagem entre os passos regressivos e progressivos ocorre quando um passo regressivo desfaz as transferências executadas por um passo progressivo e vice-versa. Para evitar estas ciclagens foram implementadas duas estratégias:

1- Para evitar ciclagem de transferência entre máquinas num mesmo período, foi implementado um contador de ciclos que proíbe que se volte a executar uma transferência efetuada em um determinado período.

2- Para impedir que ocorra ciclagem entre os passos regressivos e progressivos foi necessário utilizar estratégias da metaheurística Busca Tabu baseadas na memória de curto prazo.

Estas duas estratégias foram testadas separadamente e os resultados relatados no Capítulo 5.

A Figura 4.7 ilustra as ciclagens entre máquinas. Na Figura 4.7, k e m representam duas máquinas e T_{mkn} representa a n -ésima transferência da máquina m para a máquina k . Para exemplificar as ciclagens entre máquina suponha que:

$$T_{121} \quad q = 6;$$

$$T_{122} \quad q = 3;$$

$$T_{211} \quad q = 3;$$

$$T_{212} \quad q = 3$$

Note que 6 unidades foram transferidas da máquina 1 para a máquina 2 na primeira transferência (T_{121}) e, apenas 3 unidades permaneceram na máquina 2 pois, na primeira transferência da máquina 2 para máquina 1, 3 unidades voltaram para máquina 1 (T_{211}). Na segunda transferência da máquina 1 para máquina 2, as 3 unidades que acabaram de ser transferidas na transferência T_{211} , são transferidas novamente (transferência T_{122}). A segunda transferência da máquina 2 para máquina 1 (T_{212}) é proibida através do contador de ciclos.

Figura 4.7. Transferências entre duas máquinas.

Se o limite de iterações é alcançado sem a obtenção de uma solução factível, aplica-se um procedimento P4 que visa obter uma nova configuração da solução infactível obtida. Esta solução servirá como um novo ponto de partida para o procedimento heurístico de factibilização P2. O procedimento de factibilização P2 é aplicado durante um certo número de iterações preestabelecido. Se após esta nova tentativa de factibilização, uma solução factível não for determinada, o método falha ou não existe uma solução factível.

A seguir, os pseudocódigos dos passos regressivo e progressivo da heurística de factibilização P2 são apresentados.

Passo Regressivo de Factibilização

```

Para t = T até 2 faça
  Para k = 1 até K faça
    Determine o Excesso(k,t)
    Se Excesso(k,t)>0 então
      pare = false
      Cria = false
      Custo_min = INFINITO
    Enquanto ( Excesso(k,t) >0 e não pare ) faça
      Para i = 1 até N faça
        Se  $X_{ik} > 0$ 
          Determine  $\tau$  = máximo {1, último período em que há produção de i antes do período t}
          Para tt = t até  $\tau$ 
            Para kk=1 até K
              Se ( tt  $\neq$  t ou kk  $\neq$  k ) e (transferência do item i para tt e kk for possível )
                Determine o valor de q
                Se q=0 então kk = K e tt =  $\tau$ 
                Senão
                  Se Custo_min > razão(q,i,tt,kk) (expressão (4.18) calculada para quádrupla (q,i,tt,kk))
                    k' = kk (máquina destino)
                    t' = tt (período destino)
                    q0 = q (quantidade a ser transferida)
                    i0 = i (item a ser transferido)
                    Custo_min = razão(q,i,tt,kk)
                  Fim { Se Custo_min }
                Fim { Senão }
              Fim { Se }
            Fim { Para kk }
          Fim { Para tt }
        Fim { Se  $X_{ik} > 0$  }
      Fim { Para i }
    Se existe q>0 então efetue a transferência ( q0, i0, t, k, t', k' )
    Senão
      Cria = cria_transferência regressiva no tempo
      Se Cria = true então pare=false
      Senão pare=true
    Fim { Enquanto }
  Fim { Para k }
Fim { Para t }

```

onde:

pare é uma variável lógica que indica a possibilidade de transferência no par (máquina,período) cuja capacidade está violada.

(q₀, i₀, t, k, t', k') é a transferência que obteve a menor razão(expressão 4.18), sendo que custo_min é o valor da menor razão. Se uma solução factível não é obtida, o passo progressivo é aplicado.

Passo Progressivo de Factibilização

```

Para t = 1 até T-1 faça
  Para k = 1 até K faça
    Determine o Excesso(k,t)
    Se Excesso(k,t)>0 então
      pare = false
      Cria = false
      Custo_min = INFINITO
    Enquanto ( Excesso(k,t) >0 e não pare ) faça
      Para i = 1 até N faça
        Se  $X_{itk} > 0$ 
          Determine  $\tau$  = mínimo {T, período em que há produção de i após o período t}
          Para tt = t até  $\tau$ 
            Para kk=1 até K
              Se ( tt  $\neq$  t ou kk  $\neq$  k ) e (transferência do item i para tt e kk for possível )
                Determine o valor de q
                Se q=0 então kk = K e tt =  $\tau$ 
                Senão
                  Se Custo_min > razão(q,i,tt,kk) (expressão (4.18) calculada para quádrupla (q,i,tt,kk))
                    k' = kk (máquina destino)
                    t' = tt (período destino)
                    qo = q (quantidade a ser transferida)
                    io = i (item a ser transferido)
                    Custo_min = razão(q,i,tt,kk)
                  Fim { Se Custo_min }
                Fim { Senão }
              Fim { Se }
            Fim { Para kk }
          Fim { Para tt }
        Fim { Se  $X_{itk} > 0$  }
      Fim { Para i }
    Se existe q>0 então efetue a transferência ( qo, io, t, k, t', k' )
    Senão
      Cria = cria_transferência progressiva no tempo
      Se Cria = true então pare=false
      Senão pare=true
    Fim { Enquanto }
  Fim { Para k }
Fim { Para t }
  
```

Se ao final do passo progressivo, não for obtida uma solução factível, o passo regressivo é aplicado novamente. Os dois passos são aplicados sucessivamente, até que uma solução factível seja obtida, ou um número máximo de iterações seja alcançado.

4.3.1.2. CONCEITOS BÁSICOS DE BUSCA TABU

A busca tabu, introduzida por Fred Glover (Glover, 1989 e Glover, 1990), é uma metaheurística que guia um procedimento de busca local a explorar o espaço de soluções além do ótimo local. Um procedimento de busca local é uma busca que usa uma operação chamada movimento para definir uma vizinhança de uma dada solução (Laguna, 1995). Como um método de busca local, a busca tabu seleciona o melhor dos movimentos possíveis em cada passo porém, permite mover-se até uma solução da vizinhança não tão boa quanto a solução atual para escapar dos ótimos locais e continuar estrategicamente a busca de soluções ainda melhores.

A característica principal da busca tabu é a exploração de mecanismos flexíveis de memória adaptativa para orientar a busca, a qual pode ser de curto ou longo prazo. O princípio básico nas estratégias que utilizam a memória de curto prazo é de restringir a busca, prevenindo que certas soluções de um passado recente sejam novamente visitadas. Seus elementos básicos são os “atributos”, “regra de ativação tabu”, “tempo de permanência tabu” e “critério de aspiração”.

Atributos são elementos que caracterizam soluções ou movimentos. A partir de sua definição, os atributos presentes em soluções (ou movimentos) recentemente visitadas são classificados como tabu e as soluções (ou movimentos) que contém os atributos tabus, ou uma combinação destes, ficam proibidos. Isto previne que certas soluções de um passado recentes sejam visitadas. A maneira de classificar quais movimentos estão proibidos a partir de um certo atributo marcado como tabu é a regra de ativação tabu.

Depois de um certo número de iterações, os atributos são liberados de sua condição tabu, sendo que o tempo de permanência tabu pode ser um número fixo ou algum valor associado com os dados do problema estudado. Após liberar os atributos de sua condição tabu, os movimentos (ou soluções) que possuem estes atributos podem ser executados.

Um movimento que contém atributos considerados tabus pode ser liberado de sua condição tabu a qualquer momento após uma avaliação chamada de critério de aspiração. Esse critério pode avaliar o quanto um movimento tabu pode ser atrativo, ou seja, se executar este movimento quanto o valor da solução pode ser melhorado ou algum outro critério previamente estabelecido for garantido.

IMPLEMENTAÇÃO DA BUSCA TABU PARA O PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES

Como dito anteriormente, as transferências executadas pelos passos regressivos e progressivos do procedimento de factibilização P2 tendem a ciclar, ou seja, uma transferência pode ser desfeita para o passo seguinte. Para evitar estas ciclagens e as ciclagens entre máquinas em um determinado período, foi feita uma implementação da busca tabu baseada na memória de curto prazo.

Um movimento é uma transferência de uma quantidade de produção de um item i de uma máquina k num período t para uma máquina k' e período t' , como mostra a Figura 4.8.

Figura 4.8. Representação de um movimento executado pela heurística.

Os atributos considerados para caracterizar este movimento são formados pelos elementos i , t , k , t' e k' . Foi considerada uma matriz tridimensional para classificar os atributos como tabu. Cada posição (i,t,k) dessa matriz representa um atributo e o valor armazenado nela indica se o atributo está classificado como tabu ou não. Inicia-se com zero todos os valores da matriz e a cada movimento realizado, a posição referente ao atributo deste movimento recebe um valor. Este valor é o tempo que este movimento vai ficar proibido, ou seja, o tempo de permanência tabu.

A regra de ativação tabu adotada foi proibir a produção do item i sair de (k', t') e voltar para (k, t) , uma vez que este movimento já foi efetuado em um passado recente ou, qualquer quantidade de produção do item i sair de qualquer outro par (k'', t'') para (k,t) ou para (k', t') . Dentre todas as regras de ativação testadas, a heurística apresentou melhor desempenho com esta, apesar de ser muito restritiva.

Para um melhor entendimento desta regra, suponha que esta sendo feita uma transferência $(q, i, t, k, t', k') = (10, 2, 2, 1, 3, 3)$, ou seja, está sendo executada uma transferência progressiva no tempo. Esta transferência é ilustrada na Figura 4.9.

Figura 4.9. Representação de uma transferência executada pela heurística.

Suponha também, que o procedimento de factibilização já tenha executado 10 iterações e que, o tempo de permanência tabu seja de 5 iterações. Após realizar esta transferência têm-se as posições $(i,t,k)=(2,2,1)$ e $(i,t',k')=(2,3,3)$ da matriz tridimensional atualizados com o valor 15 ($10+5$). Assim, até que o procedimento de factibilização atinja 16 iterações, os movimentos relacionados às posições $(2,2,1)$ e $(2,3,3)$ estão proibidos. Ou seja, ao executar um passo progressivo e regressivo no tempo, os movimentos relacionados a estas posições (atributos) estão proibidos durante um certo número de iterações (veja a ilustração dos movimentos considerados tabus na Figura 4.10).

Figura 4.10. Movimentos considerados tabus durante um certo número de iterações.

Convém salientar aqui que, se não existe nenhum item i com produção no par (k,t) com excesso de produção tal que $Z_{i,t,k}^{t',k'} > 0$, então pode ter ocorrido dois fatos:

- (1) todos os itens que são produzidos no par (k,t) são proibidos de sair deste par;
- (2) não existe $Z_{i,t,k}^{t',k'} > 0$ para itens que são produzidos em (k,t) e que são possíveis de serem transferidos.

Em ambos os casos, o procedimento *cria_transferência* é executado e, se for possível criar uma transferência para um item que é proibido de deixar o par (k,t), sua transferência é permitida. Observe mais uma vez que, no caso (1) todos as transferências possíveis contém atributos classificados como tabus, e estes são liberados desta condição, quando executa o procedimento *cria_transferência*.

4.3.2 PROCEDIMENTO PARA RECONFIGURAÇÃO DA SOLUÇÃO – PROCEDIMENTO P4

Caso o número máximo de iterações preestabelecido para executar o procedimento de factibilização (P2) for atingido e a uma solução factível não foi obtida, a solução atual é reconfigurada de modo a obter um novo ponto de partida para o procedimento de factibilização. Esta alteração é feita pelo procedimento P4 e consiste de transferências de produção considerando os dois períodos iniciais. A interação entre o procedimento P2 e P4 está representado pela Figura 4.11

Figura 4.11. Interação entre os procedimentos P2 e P4.

No procedimento P4 são feitas transferências considerando-se somente os dois períodos iniciais, pois durante os experimentos computacionais notou-se que a maioria das soluções infactíveis apresentava violações somente no primeiro período.

Neste procedimento, as máquinas no primeiro período são arranjadas em ordem decrescente de utilização de capacidade, ou seja, inicia-se com a máquina com maior utilização de capacidade até a máquina que tenha menor utilização. Com as máquinas assim

ordenadas, e iniciando-se com a máquina com maior excesso de produção, tenta-se primeiramente executar transferências de produção entre máquinas de $t=1$ para $t=2$.

Se após esta primeira tentativa, a máquina analisada ainda apresentar violação, tenta-se transferir produção entre máquinas em $t=1$. As transferências entre máquinas em $t=1$ são feitas sequencialmente, ou seja, das máquinas com maior excesso para as máquinas com menor excesso. Convém observar que as transferências entre máquinas são executadas sem verificar a existência de folga na máquina destino.

A transferência de produção entre $t=1$ e $t=2$ de um determinado item i somente é executada se houver produção do item em alguma máquina no período $t=2$. Esta medida serve para garantir a não existência de novas preparações em $t=2$. Caso haja mais de uma máquina que produza o item i no período $t=2$, escolhe-se a máquina com maior folga.

O item i que deverá ser transferido de $t=1$ para $t=2$ deve satisfazer a Expressão (4.25), ou seja, i

$$i = \text{índice do item } i \text{ tal que } q_i = \max\{q_j\} \quad (4.25)$$

onde:

$$q_j = \min\{\text{estoque}, X_{jlk}\} \text{ e } \text{estoque} = \begin{cases} I_{jl} & \text{se } \exists m \text{ tal que } X_{i2m} > 0 \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Assim, a quantidade a ser transferida de $t=1$ para $t=2$ é dada por: $q = q_i$. O índice da máquina destino, $t=2$, que receberá a produção do item i , será o índice da máquina que está produzindo o item i em $t=2$, como dito, e que tenha a maior folga. Pela expressão (4.25) pode-se observar a tentativa de transferir o máximo possível de produção entre períodos. Estas transferências têm o objetivo de deixar o período $t=1$ com folgas maiores.

Para transferências entre máquinas, tenta-se escolher o índice do item i a ser transferido que satisfaça a seguinte condição:

$$i / X_{ilk} > X_{i'lk} \text{ e } ts_{ik} > ts_{i'k} \quad \forall i' = 1, \dots, N \text{ e } i' \neq i. \quad (4.26)$$

Sendo que, a quantidade transferida da máquina k (máquina origem) para a máquina j (máquina destino), em $t=1$, é dada por:

$$q = X_{ilk} \quad (4.27)$$

Caso não exista nenhum item que satisfaça a expressão (4.26), escolhe-se aleatoriamente um item que tenha produção na máquina avaliada, com a quantidade a ser transferida dada por (4.27). Após as transferências de produção entre máquinas, uma máquina em $t=1$ que anteriormente não possuía excesso de produção, pode estar violada, pois as transferências em $t=1$ não levam em consideração as folgas.

Depois de executado o procedimento P4, se a solução obtida for infactível, executa-se o procedimento P2, como ilustrado na Figura 4.11. No procedimento P2 executa-se primeiramente o passo progressivo no tempo e, em seguida, o passo regressivo no tempo, durante um certo número de iterações. Se a solução obtida no final da reaplicação do procedimento P2 for factível, aplica-se o procedimento P3 na tentativa de melhorar a qualidade da solução obtida, caso contrário, o método falha em determinar uma solução factível e a solução é analisada quanto ao grau de infactibilidade.

4.4. HEURÍSTICA DE MELHORIA – PROCEDIMENTO P3

O procedimento de melhoria parte da solução factível obtida no passo de factibilização e tenta encontrar outra de custo menor. Isto é feito também baseado em transferências de partes da produção progressivamente e regressivamente no tempo. É similar aos passos regressivos e progressivos do procedimento de factibilização P2, porém respeitando-se a factibilidade da solução. Os passos da heurística de melhoria são aplicados sucessivamente até que um passo regressivo e outro progressivo sejam efetuados sem que nenhuma transferência seja executada, ou seja, até não existir qualquer transferência que melhore o valor solução atual.

PASSO PROGRESSIVO

Inicialmente escolhe-se um par destino (k', t') que tenha folga de capacidade, dada por: $-\Delta_{k't'} > 0$, onde $\Delta_{k't'} = \sum_{i=1}^N (b_{ik'} \hat{X}_{it'k'} + ts_{ik'} \hat{Y}_{it'k'}) - CAP_{t'k'}$. Os pares são analisados para as máquinas $k'=1, \dots, K$ e para os períodos $t'=2, \dots, T$, nesta ordem.

Uma vez determinado o par destino (k', t') , são considerados os pares de origem (k, t) , tal que, $k=1, \dots, K$ e os períodos $t=1, \dots, t'-1$. Para todos os itens com produção em $t < t'$, considera-se a seguinte quantidade q do item i a ser transferida de t para t'

$$q = \min \left\{ \frac{\max \{0, -(\Delta_{k't'} + v_2 \cdot ts_{ik'})\}}{b_{i,k'}}, Z_{itk'} \right\}$$

O primeiro termo na expressão acima representa a quantidade máxima do item i que pode ser transferida sem violar a capacidade em (k', t') . O segundo termo evita estoques negativos (expressão (4.17)).

Para cada par destino (k', t') com folga de capacidade, escolhe-se para transferência o par origem (k, t) que proporcione a maior redução no custo total da solução, dada por Δ_{custo} (expressão (4.19)).

Se o custo de transferência for negativo, então a transferência será efetuada, garantindo assim uma melhoria no valor da solução atual. Depois da transferência, caso ainda exista folga em (k', t') busca-se outro par origem capaz de diminuir o custo da solução corrente. Se não houver tal par, toma-se o próximo par destino e, repete-se o procedimento até o fim do horizonte de planejamento.

PASSO REGRESSIVO

Analogamente ao passo progressivo, escolhe-se um par destino (k', t') que tenha folga de capacidade. Os pares são analisados para as máquinas $k'=1, \dots, K$ e para os períodos $t'=T-1, \dots, 1$, nesta ordem.

Uma vez determinado um par destino (k', t') , são considerados os pares origens (k, t) que envolvam as máquinas $k=1, \dots, K$ e os períodos $t=T, \dots, t'+1$. Para todos os itens com produção em $t > t'$, quantidade q do item i a ser transferida de t para t' é análoga ao passo progressivo:

$$q = \min \left\{ \frac{\max \{0, -\Delta(k' t') - v_2 \cdot ts_{ik'}\}}{b_{ik'}}, Z_{ik t'}^{t' k'} \right\}$$

Como no caso anterior, o primeiro termo na expressão acima representa a quantidade máxima do item i que pode ser transferida sem violar a capacidade em (k', t') . O segundo termo garante que os estoques são não-negativos (expressão (4.16)).

Para cada par destino (k', t') com folga de capacidade, escolhe-se para transferência, a dupla origem que proporcione a maior diminuição do custo total da solução atual, dado por Δ_{custo} (4.19).

Os dois passos da heurística de melhoria são repetidos sucessivamente até que um passo regressivo e progressivo seja efetuado sem que nenhuma transferência seja executada.

4.5. LIMITANTE INFERIOR

O problema (3.9)-(3.13) pode ser reformulado em termos de estoque de escalão. O conceito de estoque de escalão foi introduzido por Clark e Scarf (1960) e utilizado por Afentakis *et al.* (1984). O problema (3.9)-(3.13) é reformulado em termos de estoque de

escalão com o intuito de “facilitar” uma decomposição por itens após a relaxação. Tendo o problema decomponível por itens, pode-se resolver os subproblemas utilizando procedimentos para resolução do problema com um único item. Por exemplo, o algoritmo de Wagner e Whitin pode ser utilizado para resolver cada subproblema. Nesta tese, o algoritmo proposto por Armentano e Toledo (1997) é utilizado para a resolução destes subproblemas.

O estoque de escalão de um item é a quantidade total do item presente no sistema, incluindo a quantidade do item em estoque mais a quantidade do item contida no estoque de seus sucessores. Matematicamente o estoque de escalão (E_{it}) é definido da seguinte maneira:

$$E_{it} = I_{it} + \sum_{j \in S(i)} a_{ij} E_{jt}$$

O custo de estoque de escalão ($\hat{h}_{it}$) é definido a partir do custo de estoque convencional, de modo que seja mantida a equivalência

$$\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \hat{h}_{it} E_{it} = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T h_{it} I_{it}$$

Assim, o custo unitário do estoque de escalão é obtido por:

$$\hat{h}_{it} = h_{it} - \sum_{j \in P(i)} a_{ij} h_{jt}$$

Para exemplificar como as restrições de balanço de estoque são reformuladas em termos de estoque de escalão, considere a estrutura de produtos serial com três itens representada na Figura 4.4 e a restrição de balanço de estoque para o item 2 (t fixo). Utilizando o estoque convencional, a restrição é dada por:

$$\sum_{k=1}^K X_{2tk} + I_{2(t-1)} - I_{2t} - a_{21} \sum_{k=1}^K X_{1tk} = d_{2t}$$

Por sua vez, $\sum_{k=1}^K X_{1tk}$ é determinada por $\sum_{k=1}^K X_{1tk} = I_{1t} + d_{2t} - I_{1(t-1)}$. Substituindo este

valor na restrição acima, obtém-se:

$$\sum_{k=1}^K X_{2tk} + I_{2(t-1)} + a_{21} I_{1(t-1)} - I_{2t} - a_{21} I_{1t} = d_{2t} + a_{21} d_{1t}. \quad (4.28)$$

Observe que:

$$E_{2(t-1)} = I_{2(t-1)} + a_{21} I_{1(t-1)} \text{ e,}$$

$$E_{2t} = I_{2t} + a_{21} I_{1t}.$$

Substituindo estas duas relações em (4.28) obtém-se:

$$\sum_{k=1}^K X_{2tk} + E_{2(t-1)} - E_{2t} = d_{2t} + a_{21}d_{1t} \quad (4.29)$$

Definido $D_{2t} = d_{2t} + a_{21}d_{1t}$ como a demanda de escalão para o item 2, a restrição de balanço de estoque (4.29), torna-se:

$$\sum_{k=1}^K X_{2tk} + E_{2(t-1)} - E_{2t} = D_{2t}$$

Os passos acima podem ser facilmente generalizados. Assim, definindo $D_{it} = d_{it} + \sum_{j \in S(i)} a_{ij}d_{jt}$ como a demanda de escalão para o item i , as restrições de balanço de estoque para cada item i tornam-se:

$$\sum_{k=1}^K X_{ik} + E_{i(t-1)} - E_{it} = D_{it}, t = 1, \dots, T$$

Da relação $E_{it} = I_{it} + \sum_{j \in S(i)} a_{ij}E_{jt}$, tem-se que, $I_{it} = E_{it} - \sum_{j \in S(i)} a_{ij}E_{jt}$. Como $I_{it} \geq 0$, segue que $E_{it} \geq \sum_{j \in S(i)} a_{ij}E_{jt}$. Observa-se que a inequação indica que o estoque de escalão do item i no período t deve ser suficiente para suprir o estoque de escalão de seus itens sucessores imediatos.

Assim, o modelo em termos de estoque convencional (3.9)-(3.13) pode ser reescrito como:

$$\text{Minimize } Z = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \left(\hat{h}_{it} E_{it} + \sum_{k=1}^K c_{ik} X_{ik} \right) + \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N cs_{ik} Y_{itk} \quad (4.30)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k=1}^K X_{ik} + E_{i(t-1)} - E_{it} = D_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (4.31)$$

$$E_{it} \geq \sum_{j \in S(i)} a_{ij} E_{jt} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (4.32)$$

$$\sum_{i=1}^N (b_{ik} X_{ik} + ts_{ik} Y_{itk}) \leq \text{cap}_{tk} \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (4.33)$$

$$X_{itk} - M Y_{itk} \leq 0 \quad i = 1, \dots, N \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (4.34)$$

$$E_{it} \geq 0, X_{itk} \geq 0, Y_{itk} = 0 \text{ ou } 1 \quad i = 1, \dots, N \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (4.35)$$

Observe que no modelo formulado em termos de estoque de escalão é retirado a dependência entre os itens das restrições de balanço de estoque (4.31). Esta dependência, entretanto, encontra-se nas restrições (4.32).

RELAXAÇÃO LAGRANGIANA – OBTENÇÃO DO LIMITANTE INFERIOR

Considere os multiplicadores duais $\mu_{tk} \geq 0$ ($t=1, \dots, T$ e $k=1, \dots, K$), associados às restrições (4.33) e $\lambda_{it} \geq 0$ ($t=1, \dots, T$ e $i=1, \dots, N$) associados às restrições (4.32). O problema Lagrangiano pode ser escrito como:

$$L(\mu, \lambda) = \text{minimize} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \left(ce_{it} E_{it} + \sum_{k=1}^K cp_{itk} X_{itk} \right) + \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N csr_{itk} Y_{itk} - \text{Const}$$

Sujeito a:

$$\sum_{k=1}^K X_{itk} + E_{i(t-1)} - E_{it} = D_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T$$

$$X_{itk} - MY_{itk} \leq 0 \quad i = 1, \dots, N \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T$$

$$E_{it} \geq 0, X_{itk} \geq 0, Y_{itk} = 0 \text{ ou } 1 \quad i = 1, \dots, N \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T$$

onde:

$$\text{Const} = \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K \mu_{tk} \text{Cap}_{tk}, \quad ce_{it} = \hat{h}_{it} - \lambda_{it} + \sum_{j \in P(i)} a_{ji} \lambda_{jt}$$

$$cp_{itk} = c_{itk} + b_{ik} \mu_{tk} e, \quad csr_{itk} = cs_{ik} + \mu_{tk} ts_{ik}$$

Observe que o problema acima se decompõe em N problemas de dimensionamento de lotes monoestágio e máquinas paralelas com capacidade infinita de produção. Utiliza-se o algoritmo de programação dinâmica (Armentano e Toledo, 1997) para resolver cada um dos N problemas.

A maximização da função dual $L(\mu, \lambda)$ é feita através do método do subgradiente, conforme proposto por Camerini *et al.* (1975). Foram utilizadas 200 iterações do método do subgradiente na tentativa de obtenção do melhor limitante inferior.

Uma questão que sempre surge sobre a utilização do modelo em termos de escalão para o cálculo do limitante é se este limitante é melhor ou pior ao limitante quando se utiliza a formulação em termos do estoque convencional. No trabalho de Tempelmeier e Derstroff (1996) foi utilizada a formulação em termos de estoque convencional para o cálculo do limitante inferior. Já no trabalho de Berretta (1997) foi utilizada a formulação em termos de estoque de escalão. Nos Apêndices A e B mostra-se a equivalência entre as formulações no sentido que obtêm o mesmo valor do limitante.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS COMPUTACIONAIS (*MCMP*)

5.1. Geração dos Dados

Foram gerados aleatoriamente dois grupos de exemplos denominados, G1 e G2. O grupo G1 é composto por 240 exemplos de dimensões pequenas, com 48 até 96 variáveis binárias e, para alguns deles, o pacote CPLEX 4.0¹ conseguiu encontrar a solução ótima. Os exemplos de dimensões médias estão no grupo G2, o qual é composto por 1080 exemplos, com 120 até 2880 variáveis binárias. As características destes grupos estão descritas na Tabela 5.1.

Os intervalos de valores utilizados para gerar os exemplos, os quais foram baseados nos trabalhos de França *et al.* (1997) e Toledo (1998), encontra-se na Tabela 5.2.

As heurísticas foram implementadas em linguagem C e os testes computacionais executados numa estação de trabalho SUN Ultra-1, utilizando o compilador gcc.

¹ Versão 4.0 de "Using the CPLEX Callable Library Including Using the CPLEX Base System with CPLEX Barrier and Mixed Integer Solvers", CPLEX Optimization, Inc. 1989-1995.

Tabela 5.1. Características dos exemplos

	Grupo G1	Grupo G2
Estrutura	Serial e geral	Serial e geral
N	5	10, 17,40
T	4	6,12,18
K	2,3,4	2,3,4
Custo de preparação	Baixo e alto	Baixo e alto
Capacidade	Folgada	Normal
Sementes	20	10
Total	240	1080

Tabela 5.2. Parâmetros utilizados para geração

Parâmetros	Intervalo
c_{ik}	$U[1,5,2]$
cs_{ik} para custo baixo de preparação	$U[5,95]$
cs_{ik} para custo alto de preparação	$U[50,950]$
$\hat{h}_{it}$	$U[0,2,0,4]$
b_{ik}	$U[2,3]$
ts_{ik}	$U[150,250]$
d_{it} para itens finais	$U[0,180]$
d_{it} para itens componentes	$U[0,18]$

(notação: $x \in U[a,b]$ significa que x foi gerado aleatoriamente segundo uma distribuição uniforme no intervalo $[a,b]$.)

Os custos de estoque convencional foram calculados utilizando-se a expressão $h_{it} = \hat{h}_{it} + \sum_{j \in P(i)} a_{ji} h_{jt}$, onde $\hat{h}_{it}$ é o custo de estoque de escalão. O parâmetro a_{ij} foi considerado constante com valor 1.

O valor da capacidade por período foi calculado de forma que estivesse relacionado com os tempos das preparações e os valores das demandas geradas. Foi aplicado um procedimento semelhante ao utilizado por Toledo (1998), para determinar a capacidade nos períodos $t \geq 2$, adaptado para o problema de dimensionamento de lotes mutiestágio com máquinas paralelas. A demanda de cada item em cada período ($t \geq 2$) é dividida igualmente entre máquinas. A política lote-por-lote é aplicada a cada uma das máquinas e, a seguir, toma-se à média sobre o número de períodos e máquinas.

$$Cap = \frac{\sum_{t=2}^T \sum_{j=1}^K \sum_{i=1}^N \left(\frac{D_{it}}{K} \right) b_{ik} + ts_{ik}}{K(T-1)}, \quad \text{onde } D_{it} = d_{it} + \sum_{j \in S(i)} a_{ij} D_{jt} \quad (5.1)$$

A capacidade foi então calculada, para $t \geq 2$, da seguinte maneira:

$$CAP_{tk} = ((10 - K)0.11) Cap \quad t \geq 2 \quad (5.2)$$

As capacidades para os períodos $t \geq 2$ foram ajustadas utilizando a expressão (5.2), enquanto que, as capacidades das máquinas em $t = 1$ foram determinadas de modo a sempre existir uma solução factível neste período. O procedimento para a determinação das capacidades para $t=1$ consiste em produzir cada item que tenha demanda em $t=1$ na máquina que possua o maior tempo de preparação, com o objetivo de gerar capacidades maiores neste período. Com a atribuição dos itens para máquinas que tenham maiores tempos de preparação, pode ser que algumas máquinas deixem de produzir neste período. Para evitar que estas capacidades sejam nulas, ou seja, se existe alguma máquina k' , em $t=1$, que $CAP_{1k'} = 0$, faz-se $CAP_{1k'} = \sum_k CAP_{1k} / K$.

Foram consideradas 4 estruturas gerais de produtos que são mostradas abaixo.

Figura 5.1. Estrutura Geral de produtos para $N=5$ (Clark e Armentano, 1995).

Figura 5.2. Estrutura Geral de produtos para N=10 (Clark, 1990).

Figura 5.3. Estrutura Geral de produtos para $N=17$ (Maes *et al.* 1991).

Figura 5.4. Estrutura Geral de Produtos para N=40
(Clark, 1990)

5.2. Medidas de Auxílio à Análise

A análise dos resultados obtidos pelas heurísticas é baseada em quatro medidas:

1. Soluções Factíveis Obtidas

Inicialmente o desempenho da heurística é analisado em relação à percentagem média de soluções factíveis obtida pela heurística. Este valor é definido como $FAC = 100 \left(\frac{nf}{ng} \right)$, onde, nf é o número de exemplos onde foi possível obter uma solução factível e, ng é o número de exemplos gerados.

2. Utilização Média da Capacidade

É também contabilizada a percentagem de recursos utilizados para produção e para preparação. A percentagem de recursos utilizados para a produção ($\hat{X}$) e preparação ($\hat{Y}$) por máquina e período é dado por:

$$uso_cap = 100 \left(\left(\sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N (b_{ik} \hat{X}_{itk} + ts_{ik} \hat{Y}_{itk}) / cap_{kt} \right) / K T \right). \quad (5.3)$$

As soluções iniciais são também analisadas em relação ao consumo de capacidade com o objetivo de verificar a variação de consumo das soluções iniciais em relação às soluções finais factíveis. É também determinada a percentagem da capacidade utilizada para as preparações.

$$uso_setup = 100 \left(\left(\sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N ts_{ik} \hat{Y}_{itk} / K T \right) / uso_cap \right). \quad (5.4)$$

3. Análise das Infactibilidades

Para os exemplos que a heurística não conseguiu obter uma solução factível, é contabilizada a quantidade média que está sendo utilizada além da capacidade por período que

é uma medida do grau de infactibilidade da solução. Assim, são calculados o maior excesso encontrado em um período (exc_max), a percentagem de períodos com excesso (exc_t) e, a percentagem de máquinas com excesso em um período t (exc_k). Estes valores são dados por:

- $$\text{exc_max} = \max_t \left\{ \frac{100 \text{ excesso}(t)}{K} \right\}, \quad (5.5)$$

onde:

$$\text{excesso}(t) = \sum_k \left(\frac{\text{excesso}(k, t)}{\text{cap}(t, k)} \right)$$

$$\text{excesso}(k, t) = \max \left\{ 0, \left(\sum_{i=1}^N (b_{ik} \hat{X}_{itk} + ts_{ik} \hat{Y}_{itk}) - \text{cap}_{kt} \right) \right\}$$

Esta medida serve para avaliar a violação média de capacidade por máquina, nos períodos que apresentam maiores violações.

- $$\text{exc_t} = 100 \left(\sum_t \text{Exc}_t / T \right), \quad (5.6)$$

onde:
$$\begin{cases} \text{Exc}_t = 1 & \text{se excesso}(t) > 0 \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$$

Esta medida serve para avaliar a percentagem de períodos que apresentam violações. Com esta medida é possível verificar a percentagem média de períodos com violações nas soluções iniciais e, nas soluções onde a heurística não determinou uma solução factível.

- $$\text{exc_k} = \max_t \left\{ 100 \left(\sum_k \text{excm}(k, t) / K \right) \right\}, \quad (5.7)$$

onde:
$$\text{excm}(k, t) = \begin{cases} 1 & \text{se excesso}(k, t) > 0 \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$$

Através dos valores de exc_k é possível ter uma estimativa da percentagem máxima de máquinas com violações ao longo dos períodos. Ou seja, dentre todos os períodos infactíveis de uma solução, verifica-se a percentagem máxima de máquinas com violações. Por exemplo, considere um determinado exemplo com T=3, K=2, dos quais dois períodos estão violados na solução final (t=1, t=2). Considerando-se que em t=1 uma máquina é violada

e, no período $t=2$ duas máquinas são violadas, então $Exc_k=100$, o que corresponde a duas máquinas violadas no período $t=2$.

4. Qualidade das Soluções Obtidas.

As soluções heurísticas obtidas pelas heurísticas são comparadas com as soluções ótimas (para os exemplos do grupo G1) e com o limitante inferior fornecido pela Relaxação Lagrangiana. Os valores de $GapO$ e $GapL$ são definidos como:

$$GapO = 100 \left(\frac{Z_H - Z_{otm}}{Z_{otm}} \right) \quad (5.8)$$

$$GapL = 100 \left(\frac{Z_H - Z_{LB}}{Z_{LB}} \right) \quad (5.9)$$

onde:

Z_H - é o valor da função objetivo dada por (3.9) calculado no ponto retornado pela heurística.

Z_{otm} - é o valor ótimo da função objetivo (3.9).

Z_{LB} - é o valor do limitante inferior gerado pela relaxação Lagrangiana.

5.3. Heurísticas em Análise

As quatro medidas dadas são apresentadas para os resultados obtidos pela a heurística com o procedimento de factibilização constando dos passos detalhados anteriormente, mas são consideradas quatro versões da heurística de factibilização descritas na tabela seguinte.

Tabela 5.3. Características das heurísticas HT1, HT2, HO1, HO2.

Heurística	Características da Heurística
HO1	<p>Passo P1- utiliza o algoritmo proposto por Armentano e Toledo (1998) (chamado de WW-Paralelo e denotado por SIW) para determinação solução inicial.</p> <p>Passo P2 - usa um contador de ciclos para evitar ciclagens entre máquinas num determinado período. Não evita as ciclagens entre os passos progressivos e regressivos do procedimento de factibilização.</p> <p>Passos P3 e P4 considerado sem modificações.</p>
HO2	<p>Passo P1- utiliza o algoritmo modificado de Armentano e Toledo (1998) (chamado de WW-Paralelo Penalizado e definido por SIP) para determinação solução inicial.</p> <p>Passo P2 - como considerado em HO1.</p> <p>Passos P3 e P4 considerado sem modificações.</p>
HT1	<p>Passo P1- utiliza o algoritmo WW-Paralelo para determinação solução inicial.</p> <p>Passo P2- são consideradas as estratégias baseadas em Busca Tabu para evitar ciclagens entre máquinas e entre os passos progressivo e regressivo do procedimento de factibilização.</p> <p>Passos P3 e P4 considerado sem modificações.</p>
HT2	<p>Passo P1- utiliza o algoritmo WW-Paralelo penalizado para determinação solução inicial.</p> <p>Passo P2- Como em HT1.</p> <p>Passos P3 e P4 considerado sem modificações.</p>

Foram utilizadas diferentes maneiras para determinar o tempo de permanência tabu nas heurísticas HT1 e HT2. De todas estratégias testadas para determinar o tempo de permanência tabu, foi escolhida a estratégia que apresentou melhor desempenho geral na determinação de soluções factíveis. Primeiramente tentou-se utilizar um valor fixo para o tempo de permanência tabu mas, isto não apresentou bons resultados. Também se tentou gerar o tempo de permanência tabu dentro um intervalo, onde pelo menos um extremo deste intervalo estivesse relacionado com os dados do problema. Foram testados vários intervalos, entre eles, os intervalos $([1,T], [1,T/2], [T/2,T], [1,N])$, no entanto, nenhum destes intervalos apresentou bons resultados gerais, isto é, para algumas dimensões apresentavam péssimos resultados. Finalmente, foram testados vários intervalos onde se pode perceber uma melhoria geral nos resultados. Dentre estes intervalos, foram testados $([1,3],[1,4],[1,5], [1,6], [1,7], [1,8])$, sendo que, para o intervalo $[1,5]$, as heurísticas apresentaram melhores desempenhos sobre todos os outros intervalos citados.

Foram consideradas 100 iterações para o procedimento de factibilização (P2) durante a primeira tentativa de factibilização, ou seja, durante 100 iterações são aplicados os passos regressivos e progressivos no tempo. Se este número de iterações for alcançado e nenhuma solução factível foi encontrada, aplica-se o procedimento (P4). Após a aplicação do procedimento (P4), o procedimento (P2) é novamente executado durante 50 iterações.

5.4. Análise dos Resultados para os Exemplos do Grupo G1

As soluções factíveis obtidas pelas heurísticas foram comparadas com as soluções ótimas obtidas pelo CPLEX 4.0. Os exemplos deste grupo foram gerados com a intenção de comparar as soluções ótimas obtidas utilizando o CPLEX 4.0 e as soluções heurísticas, portanto, as capacidades foram geradas folgadas, suficientemente para possibilitar o CPLEX 4.0 a obter soluções ótimas. As capacidades foram geradas 20 % mais folgadas do que, as capacidades para os exemplos do grupo G2 (aumento em CAP_{ik} de 20%).

5.4.1. Análise dos Resultados em Relação à Porcentagem de Soluções Factíveis Obtidas

Primeiramente, observa-se que as heurísticas HT1, HT2 e o CPLEX 4.0 determinaram soluções factíveis para todos os exemplos gerados, no entanto, as heurísticas HO1 e HO2 não obtiveram soluções factíveis para todos os exemplos. Apesar do CPLEX 4.0 ter determinado 100% de soluções factíveis, não determinou soluções ótimas para a maioria dos exemplos. A Tabela 5.4 mostra as porcentagens de exemplos para os quais o CPLEX 4.0 encontrou uma solução ótima (OTM), as porcentagens de exemplos onde as heurísticas HO1 e HO2 determinaram uma solução factível (FAC-HO1 e FAC-HO2) e, as porcentagens de exemplos onde as heurísticas HT1 e HT2 determinaram uma solução factível (FAC-HT1 e FAC-HT2). Convém observar mais uma vez que, foram gerados 20 exemplos para cada dimensão considerada, por exemplo, foram gerados 20 exemplos para estrutura geral de produtos, custo baixo de preparação e 2 máquinas.

Tabela 5.4. FAC-HO1, FAC-HO2, FAC-HT1, FAC-HT2 para as heurísticas e porcentagens de soluções ótimas obtidas pelo CPLEX 4.0

Estrutura	K	Custo baixo de preparação					Custo Alto de preparação				
		FAC-HT1	FAC-HT2	FAC-HO1	FAC-HO2	OTM	FAC-HT1	FAC-HT2	FAC-HO1	FAC-HO2	OTM
Serial	2	100.0	100.0	100.0	100.0	65.0	100.0	100.0	90.0	95.0	90.0
	3	100.0	100.0	100.0	100.0	15.0	100.0	100.0	65.0	95.0	25.0
	4	100.0	100.0	100.0	100.0	0.0	100.0	100.0	85.0	100.0	15.0
Média		100.0	100.0	100.0	100.0	40.0	100.0	100.0	80.0	96.7	43.3
Geral	2	100.0	100.0	100.0	100.0	75.0	100.0	100.0	100.0	100.0	85.0
	3	100.0	100.0	100.0	100.0	25.0	100.0	100.0	75.0	100.0	30.0
	4	100.0	100.0	100.0	100.0	0.0	100.0	100.0	95.0	100.0	15.0
Média		100.0	100.0	100.0	100.0	50.0	100.0	100.0	90.0	100.0	43.3

Observe que o CPLEX 4.0 não determinou soluções ótimas para todos os exemplos com custo baixo de preparação, estruturas serial e geral com 4 máquinas. Isto pode ter ocorrido porque, a produção é mais dividida entre as máquinas para os exemplos com custo baixo de preparação, o que possivelmente dificulta a enumeração implícita contida no CPLEX 4.0. Considerando esta mesma dimensão e custo alto de preparação, observa-se que, o CPLEX 4.0 foi capaz de determinar soluções ótimas para 15% dos exemplos gerados para ambas estruturas, o que corresponde a 3 exemplos para cada estrutura. Observe também que a heurística HO1 não foi eficiente na determinação de soluções factíveis para todos os exemplos gerados. A heurística HO1 obteve pior desempenho para os exemplos com estrutura serial e custo alto de preparação.

A heurística HO2 não determinou 100% de soluções factíveis para os exemplos com estrutura serial e custo alto de preparação, no entanto, apresentou melhor desempenho do que a heurística HO1. Como estes exemplos foram gerados folgados para possibilitar o CPLEX 4.0 a obter soluções ótimas e, para comparar estas soluções com as obtidas pelas heurísticas, então são consideradas as heurísticas que apresentam melhores desempenhos na obtenção de soluções factíveis, neste caso, as heurísticas HT1, HT2 e HO2. Assim, todas as comparações relacionadas à qualidade das soluções e utilização da capacidade são feitas utilizando os resultados obtidos por estas heurísticas.

Convém salientar aqui que, as heurísticas obtêm uma solução factível utilizando um tempo computacional médio de 0.11 segundos, enquanto que o CPLEX utiliza, em média, 410 segundos. Todos os parâmetros usados no CPLEX 4.0 foram os padrões.

A tabela seguinte mostra uma comparação entre os dois procedimentos de determinação de soluções iniciais em relação à porcentagem de soluções iniciais factíveis obtidas. Observe que o procedimento que considera o algoritmo WW-Paralelo Penalizado obtém uma porcentagem grande de soluções iniciais factíveis, sendo então necessário somente à aplicação do procedimento de melhoria a estas soluções.

Tabela 5.5. Porcentagem de soluções inicialmente factíveis.

Estruturas		custo baixo de preparação		Custo alto de preparação	
		HT1 e HO1	HT2 e HO2	HT1 e HO1	HT2 e HO2
Serial	K=2	15.0	75.0	0.0	20.0
	K=3	0.0	65.0	0.0	25.0
	K=4	0.0	40.0	0.0	55.0
Média		5.0	60.0	0.0	33.3
Geral	K=2	5.0	45.0	0.0	20.0
	K=3	5.0	20.0	0.0	15.0
	K=4	0.0	0.0	0.0	20.0
Média		3.3	21.7	0.0	18.3

Observe na Tabela 5.5 que, para os exemplos com custo baixo de preparação e estrutura serial, o procedimento para determinação das soluções iniciais que leva informações da utilização de capacidade, ou seja, o algoritmo WW-Paralelo Penalizado, determina, em média, 60% de soluções iniciais factíveis (HT2 e HO2), enquanto que, o procedimento que utiliza o algoritmo sem informações da utilização da capacidade, determina, em média, 5% de soluções iniciais factíveis.

5.4.2. Análise dos Resultados em Relação à Qualidade das Soluções Obtidas

A Tabela 5.6 mostra os valores dos *GapO*, *GapL* e *GapFac* para a heurística HT1. O *GapO* é somente calculado se o CPLEX 4.0 encontrar uma solução ótima, o *GapL* foi calculado apenas para os exemplos onde foi possível obter o *GapO* e, *GapFac* é calculado para os exemplos que o CPLEX 4.0 não determinou uma solução ótima, mas uma solução factível. O objetivo do *GapFac* é mostrar a qualidade das soluções obtidas pelas heurísticas em relação a soluções factíveis obtidas pelo CPLEX 4.0 e, é definido como:

$$GapFac = 100 \left(\frac{Z_H - Z_{FC}}{Z_{FC}} \right)$$

onde:

Z_{FC} - é o valor da função objetivo avaliada na melhor solução factível (não ótima) produzida pelo CPLEX 4.0.

• Heurística HT1

Tabela 5.6. *GapO*, *GapL* e *GapFac* para o grupo G1.

Estrutura	K	Custo baixo de preparação			Custo alto de preparação		
		<i>GapO</i>	<i>GapL</i>	<i>GapFac</i>	<i>GapO</i>	<i>GapL</i>	<i>GapFac</i>
Serial	2	0.6	1.7	0.4	19.8	34.0	13.2
	3	0.7	1.6	0.1	8.9	22.5	9.2
	4	***	***	-1.1	9.4	25.4	-2.0
Média		0.7	1.7	-0.2	13.0	27.3	6.8
Geral	2	0.9	2.0	0.6	13.0	22.9	11.3
	3	1.3	2.5	-0.3	7.2	17.4	4.4
	4	***	***	-0.3	13.7	26.1	2.4
Média		1.1	2.3	0.0	11.3	22.1	6.0

A Tabela 5.6 mostra que o limitante inferior para os exemplos com alto custo de preparação é ruim e, isto pode levar a falsas conclusões em relação à eficiência da heurística. Por exemplo, o *GapL* para estrutura serial e alto custo de preparação é 27.3%, enquanto que o *GapO* é 13.0%. Existem resultados na literatura que chegam à mesma conclusão (Billington *et al.*, 1986 e Clark e Armentano, 1995). Observe também nesta tabela, que para alguns

exemplos, a heurística HT1 apresenta soluções de melhor qualidade do que, as soluções factíveis obtidas pelo CPLEX 4.0. Por exemplo, para estrutura serial e custo baixo de preparação, a heurística HT1 apresenta soluções 0.2% melhores.

• Heurística HT2

Tabela 5.7. *GapO*, *GapL* e *GapFac* para o grupo G1.

Estruturas	K	Custo baixo de preparação			Custo alto de preparação		
		<i>GapO</i>	<i>GapL</i>	<i>GapFac</i>	<i>GapO</i>	<i>GapL</i>	<i>GapFac</i>
Serial	2	2.2	3.2	2.0	8.6	20.8	11.0
	3	0.7	1.6	2.5	10.2	20.2	3.6
	4	***	***	0.6	4.2	19.2	1.7
Média		1.5	2.4	1.7	7.7	20.1	5.4
Geral	2	0.9	2.0	0.6	9.1	18.6	5.7
	3	1.3	2.5	-0.3	10.6	21.4	0.9
	4	***	***	-0.3	17.0	30.4	4.6
Média		1.1	2.3	0.0	12.2	23.5	3.7

Pelas tabelas 5.7 e 5.8 pode-se notar que as heurísticas HT2 e HO2 apresentam, em média, para alguns exemplos com custo alto de preparação, valores de *GapO* e *GapL* inferiores aos apresentados pela heurística HT1. Estas duas heurísticas utilizam o mesmo procedimento para obtenção da solução inicial. Como a heurística HT1 utiliza o algoritmo WW-Paralelo, o qual é somente baseado nos custos, tende a fazer lotes maiores, o que pode ter influenciado os procedimentos de factibilização e melhoria. As heurísticas HT2 e HO2 provavelmente apresentaram soluções com produções “mais divididas” entre os períodos, o que pode ter causado a obtenção de soluções de melhor qualidade. As heurísticas HT2 e HO2 obtiveram soluções de melhor qualidade principalmente para os exemplos com custo alto de preparação com 2 máquinas.

- **Heurística HO2**

Tabela 5.8. *GapO*, *GapL* e *GapFac* para o grupo G1.

Estrutura	K	Custo baixo de preparação			Custo alto de preparação		
		<i>GapO</i>	<i>GapL</i>	<i>GapFac</i>	<i>GapO</i>	<i>GapL</i>	<i>GapFac</i>
Serial	2	2.4	3.4	2.0	8.8	20.8	11.0
	3	0.7	1.6	2.5	10.2	20.2	3.6
	4	***	***	0.6	4.2	19.2	1.7
Média		1.6	2.5	1.7	7.7	21.5	6.5
Geral	2	1.8	2.8	2.2	9.3	18.8	5.7
	3	1.7	2.8	1.6	10.6	21.4	2.1
	4	***	***	1.1	17.0	30.4	4.7
Média		1.8	2.8	1.6	12.3	23.5	4.2

Os valores de *GapO*, *GapL* e *GapFac* para alguns exemplos com custo baixo de preparação foram, em média, maiores para as heurísticas HT2 e HO2, do que para a heurística HT1. Assim, pode-se dizer que a heurística HT1, no geral, determina soluções com melhores qualidades do que as heurísticas HT2 e HO2 para os exemplos com custo baixo de preparação. No entanto, considerando custos altos de preparação, as heurísticas HT2 e HO2, apresentam, no geral, soluções melhores do que a heurística HT1. Na tabela seguinte é apresentado um resumo dos valores médios de *GapL*, *GapO* e *GapFac* com o objetivo de visualizar esta comparação dos resultados obtidos pelas três heurísticas. Os valores que aparecem nesta tabela são os valores médios apresentados nas tabelas anteriores.

Tabela 5.9. *GapO*, *GapL* e *GapFac* para o grupo G1 das heurísticas HO2, HT1 e HT2.

Estrutura	heurística	Custo baixo de preparação			Custo alto de preparação		
		<i>GapO</i>	<i>GapL</i>	<i>GapFac</i>	<i>GapO</i>	<i>GapL</i>	<i>GapFac</i>
Serial	HT1	0.7	1.7	-0.2	13.0	27.3	6.8
	HT2	1.5	2.4	1.7	7.7	20.1	5.4
	HO2	1.6	2.5	1.7	7.7	21.5	6.5
Geral	HT1	1.1	2.3	0.0	11.3	22.1	6.0
	HT2	1.1	2.3	0.0	12.2	23.5	3.7
	HO2	1.8	2.8	1.6	12.3	23.5	4.2

Vale a pena ressaltar, utilizando os valores médios apresentados na Tabela 5.9, que a heurística HO2 apresentou soluções, na média, de piores qualidades do que as heurísticas HT1 e HT2.

5.4.3. Análise dos Resultados Relacionados ao Consumo de Capacidade Gerada

Nas tabelas apresentadas a seguir são apresentadas as porcentagens médias de uso da capacidade gerada por máquina e, a quantidade desta capacidade que é utilizada para as preparações das máquinas das soluções obtidas pelas heurísticas HT1, HT2 e HO2.

- **Heurística HT1**

Tabela 5.10. Consumo médio da capacidade pelas soluções da heurística HT1.

Estrutura	K	Custo baixo de preparação		Custo alto de preparação	
		uso_cap	uso_setup	uso_cap	uso_setup
Serial	2	64.6	36.2	60.3	29.1
	3	58.6	35.7	51.6	24.6
	4	52.7	31.6	45.7	20.8
Média		58.6	34.5	52.5	24.8
Geral	2	65	33.8	59.2	25.1
	3	58.8	32.5	52.5	23.2
	4	54.6	32.3	46.1	20.8
Média		59.6	32.9	52.6	23.0

A utilização da capacidade para os exemplos com custo baixo de preparação e estrutura serial foi em média de 58.6% da capacidade gerada, sendo que 34.5% desta quantidade está sendo utilizada para preparação das máquinas. Para os exemplos com custo baixo de preparação e estrutura geral o uso da capacidade por máquina foi em média de 59.6%. Enquanto que, para os exemplos com custo alto de preparação, a utilização da capacidade média por máquina foi de 52.5% para os exemplos com estrutura serial e, de 52.6% para os exemplos com estrutura geral. Estes resultados mostram que apesar de que os exemplos serem folgados, obteve-se uma utilização média da capacidade por máquina e período superior a 50%.

- **Heurística HT2**

Tabela 5.11. Consumo médio da capacidade pelas soluções da heurística HT2.

Estrutura	K	Custo baixo de preparação		Custo alto de preparação	
		uso_cap	uso_setup	uso_cap	uso_setup
Serial	2	65.5	40.2	59.3	28.3
	3	61.4	41.6	54.1	30.2
	4	52.9	35.6	47.5	25.9
Média		59.9	39.1	53.6	28.1
Geral	2	66.0	37.7	59.3	28.5
	3	59.9	38.8	53.2	27.1
	4	54.3	35.0	49.7	26.9
Média		60.1	37.2	54.1	27.5

- **Heurística HO2**

Tabela 5.12. Consumo médio da capacidade pelas soluções da heurística HO2.

Estrutura	K	Custo baixo de preparação		Custo alto de preparação	
		uso_cap	uso_setup	uso_cap	uso_setup
Serial	2	65.5	40.2	59.3	27.8
	3	61.4	41.6	54.1	30.2
	4	52.9	35.6	47.5	25.9
Média		59.9	39.1	53.6	28.0
Geral	2	66.0	37.7	59.5	28.6
	3	59.9	38.8	53.4	27.4
	4	54.3	35.0	49.8	27.2
Média		60.1	37.2	54.2	27.7

Na Tabela 5.13 é apresentado um resumo do consumo médio da capacidade para produção e para preparação, com o objetivo de facilitar a comparação dos resultados obtidos pelas três heurísticas.

Tabela 5.13. Resumo do consumo médio da capacidade pelas soluções das heurísticas.

Estrutura	heurística	Custo baixo de preparação		Custo alto de preparação	
		uso_cap	uso_setup	uso_cap	uso_setup
Serial	HT1	58.6	34.5	52.5	24.8
	HT2	59.9	39.1	53.6	28.1
	HO2	59.9	39.1	53.6	28.0
Geral	HT1	59.6	32.9	52.6	23.0
	HT2	60.1	37.2	54.1	27.5
	HO2	60.1	37.2	54.2	27.7

Como pode ser visto, o consumo médio de capacidade apresentado pelas soluções obtidas pela heurística HT1 é um pouco inferior aos consumos médios das heurísticas HT2 e HO2. Nota-se também que a quantidade média utilizada para as preparações é maior para os exemplos resolvidos pelas heurísticas HT2 e HO2. Este comportamento deve-se ao fato de que o procedimento para obtenção da solução inicial destas heurísticas leva em consideração a utilização da capacidade, obtendo assim soluções de partida provavelmente com um maior número de preparação.

5.5. Análise dos Resultados para os Exemplos do Grupo G2

Para os exemplos do grupo G2 são apresentados primeiramente os resultados obtidos considerando a porcentagem de soluções factíveis obtidas pelas heurísticas originais (HO1 e HO2) e heurísticas com estratégias de Busca Tabu (HT1 e HT2). A seguir, as soluções são analisadas em relação ao uso da capacidade gerada por máquina. As soluções infactíveis são analisadas em relação ao grau de infactibilidade da solução inicial e das soluções heurísticas. São também apresentadas tabelas comparando as soluções heurísticas com os valores dos limitantes inferiores obtidos através da relaxação Lagrangiana.

5.5.1. Análise dos Resultados em Relação à Porcentagem de Soluções Factíveis Obtidas

As tabelas seguintes apresentam as porcentagens de soluções factíveis obtidas pelas heurísticas HT1, HT2, HO1 e HO2.

Os resultados obtidos para os exemplos considerando as estruturas seriais, com custo baixo e alto de preparação, são apresentados na Tabela 5.14. Na Tabela 5.15 estão os resultados para os exemplos com as estruturas gerais considerados e, com custo baixo e alto de preparação. Nestas tabelas têm-se as dimensões dos exemplos representados por: N-T-K, onde N é o número de itens, T é o número de períodos e K é o número de máquinas.

Tabela 5.14. Porcentagem de soluções factíveis obtidas pelas heurísticas para os exemplos com estruturas seriais.

FAC(%)	custo baixo de preparação				custo alto de preparação			
	HT1	HT2	HO1	HO2	HT1	HT2	HO1	HO2
10-6-2	100.0	100.0	80.0	60.0	100.0	100.0	0.0	20.0
10-6-3	100.0	100.0	50.0	60.0	100.0	100.0	10.0	40.0
10-6-4	100.0	100.0	70.0	90.0	100.0	100.0	0.0	100.0
10-12-2	90.0	80.0	30.0	70.0	80.0	90.0	10.0	10.0
10-12-3	100.0	100.0	70.0	80.0	100.0	100.0	0.0	70.0
10-12-4	90.0	100.0	40.0	90.0	100.0	100.0	0.0	40.0
10-18-2	90.0	90.0	30.0	60.0	90.0	90.0	0.0	20.0
10-18-3	100.0	100.0	50.0	70.0	100.0	100.0	0.0	50.0
10-18-4	100.0	90.0	50.0	80.0	100.0	90.0	10.0	60.0
Média	96.7	95.6	52.2	73.3	96.7	96.7	3.3	45.6
17-6-2	100.0	100.0	60.0	40.0	100.0	100.0	0.0	30.0
17-6-3	100.0	100.0	80.0	90.0	100.0	100.0	0.0	50.0
17-6-4	100.0	100.0	80.0	90.0	100.0	100.0	30.0	90.0
17-12-2	100.0	100.0	60.0	90.0	100.0	90.0	0.0	20.0
17-12-3	100.0	100.0	50.0	80.0	100.0	100.0	10.0	70.0
17-12-4	100.0	100.0	40.0	90.0	100.0	100.0	20.0	70.0
17-18-2	100.0	100.0	50.0	80.0	100.0	100.0	0.0	40.0
17-18-3	100.0	100.0	70.0	90.0	100.0	100.0	20.0	70.0
17-18-4	100.0	100.0	50.0	80.0	100.0	100.0	0.0	90.0
Média	100.0	100.0	60.0	81.1	100.0	98.9	8.9	58.9
40-6-2	100.0	100.0	70.0	90.0	100.0	100.0	10.0	40.0
40-6-3	100.0	100.0	80.0	90.0	90.0	100.0	50.0	100.0
40-6-4	100.0	100.0	90.0	80.0	90.0	100.0	40.0	90.0
40-12-2	80.0	80.0	50.0	10.0	90.0	80.0	0.0	60.0
40-12-3	100.0	100.0	50.0	30.0	100.0	100.0	10.0	70.0
40-12-4	100.0	100.0	30.0	20.0	90.0	100.0	10.0	50.0
40-18-2	100.0	100.0	30.0	50.0	90.0	90.0	10.0	30.0
40-18-3	100.0	100.0	40.0	60.0	90.0	100.0	0.0	70.0
40-18-4	100.0	100.0	10.0	50.0	100.0	100.0	0.0	40.0
Média	97.8	97.8	50.0	53.3	93.3	96.7	14.4	61.1
Média Total	98.1	97.8	54.1	69.3	96.7	97.4	8.9	55.2

A Tabela 5.14 mostra que as heurísticas HT1 e HT2 apresentam bons desempenhos na obtenção de soluções factíveis, o que não ocorre com as heurísticas HO1 e HO2. No geral, a heurística HO1 tem o pior desempenho em relação ao número de soluções factíveis obtidas. Esta heurística apresenta este comportamento devido ao problema de ciclagem, ou seja, um passo da heurística de factibilização desfaz o movimento executado pelo outro passo da heurística. Por exemplo, para os exemplos com 40 itens, 18 períodos, 2 máquinas e custo baixo de preparação, a heurística HO1 obteve 30% de soluções factíveis, enquanto que, as heurísticas HT1, HT2 e HO2 obtiveram 100%, 100% e 50%, respectivamente. Considerando todas as dimensões dos exemplos com 10 itens, custo alto de preparação e estrutura serial,

pode-se notar o péssimo desempenho da heurística HO1 e, isto provavelmente acontece porque, o algoritmo que determina a solução inicial tende a fazer lotes maiores influenciados pelo alto custo de preparação. Para estes exemplos, HO1 obteve 3.3% de soluções factíveis, o que corresponde a resolução de 3 exemplos dos 90 gerados. Convém salientar aqui que foram gerados 10 exemplos para cada dimensão considerada. A heurística HO2, não teve o mesmo comportamento das heurísticas HT1 e HT2 na determinação de soluções factíveis, no entanto, teve um desempenho razoável na obtenção de soluções factíveis. Para este mesmo grupo de exemplos, HO2 obteve 45.6% de soluções factíveis, sendo este o seu pior caso para os exemplos com estruturas seriais.

Analisando o desempenho das heurísticas HT1 e HT2, percebe-se que elas não apresentam grandes variações nas porcentagens médias de soluções obtidas, como é o caso dos exemplos considerando estrutura serial, 10 itens e custo baixo de preparação. A heurística HT1 obteve 96.7% de soluções factíveis e 95.6% para HT2.

Para os exemplos com estruturas gerais de produtos (Tabela 5.15), observe que as heurísticas HT1 e HT2 não apresentaram o mesmo desempenho na obtenção de soluções factíveis para os exemplos com 10 e 40 itens, como apresentaram para os exemplos com estruturas seriais, para os quais foram obtidas porcentagens superiores a 90%. No entanto, determinam 100% de soluções factíveis para os exemplos com 17 itens, tanto para os exemplos com custo baixo de preparação, quanto para os exemplos com alto custo de preparação. Observe que a estrutura geral com 17 itens (Figura 5.3), a interdependência entre os itens é menor que nas estruturas gerais para 10 e 40 itens (figuras 5.2 e 5.4) e, isto pode ter influenciado o procedimento de factibilização.

Pode-se notar que as heurísticas HT1 e HT2 apresentaram piores desempenhos na determinação de soluções factíveis para os exemplos com 40 itens, principalmente para os exemplos com alto custo de preparação. Observe que para os exemplos com 40 itens, 12 períodos e 2 máquinas, HT1 e HT2 obtiveram 60% de soluções factíveis para os exemplos com custo baixo de preparação, no entanto, obtiveram somente 30% e 40 % para os exemplos com custo alto de preparação. Porém, para estes exemplos, a heurística HT2 determinou 14.4% a mais de soluções factíveis do que a heurística HT1, pois HT1 determinou 51.1% de soluções factíveis, contra 65.6% de HT2.

Considerando todas as estruturas gerais de produtos, nota-se que a heurística HT2 apresentou um desempenho superior à heurística HT1 na determinação de soluções factíveis. Já as heurísticas HO1 e HO2 tiveram um mau desempenho na determinação de soluções

factíveis, sendo que, a heurística HO1 apresentou o pior desempenho geral, como aconteceu para os exemplos com estruturas seriais de produtos.

Tabela 5.15. Porcentagem de soluções factíveis para problemas com custo altos de preparação e estruturas gerais.

FAC (%)	custo baixo de preparação				custo alto de preparação			
N-T-K	HT1	HT2	HO1	HO2	HT1	HT2	HO1	HO2
10-6-2	70.0	70.0	40.0	60.0	70.0	60.0	0.0	40.0
10-6-3	100.0	100.0	10.0	80.0	90.0	100.0	0.0	40.0
10-6-4	100.0	100.0	90.0	100.0	100.0	100.0	20.0	80.0
10-12-2	60.0	70.0	50.0	60.0	70.0	60.0	0.0	20.0
10-12-3	70.0	70.0	40.0	70.0	80.0	70.0	20.0	60.0
10-12-4	80.0	90.0	10.0	70.0	80.0	80.0	20.0	60.0
10-18-2	60.0	60.0	40.0	60.0	50.0	60.0	10.0	50.0
10-18-3	90.0	100.0	60.0	80.0	100.0	100.0	10.0	40.0
10-18-4	100.0	80.0	50.0	80.0	80.0	90.0	10.0	60.0
Média	81.1	82.2	43.3	73.3	80.0	80.0	10.0	50.0
17-6-2	100.0	100.0	80.0	80.0	100.0	100.0	20.0	50.0
17-6-3	100.0	100.0	90.0	100.0	100.0	100.0	10.0	70.0
17-6-4	100.0	100.0	70.0	100.0	100.0	100.0	30.0	80.0
17-12-2	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	10.0	70.0
17-12-3	100.0	100.0	80.0	100.0	100.0	100.0	20.0	80.0
17-12-4	100.0	100.0	80.0	90.0	100.0	100.0	10.0	70.0
17-18-2	100.0	100.0	90.0	90.0	100.0	100.0	0.0	60.0
17-18-3	100.0	100.0	70.0	90.0	100.0	100.0	10.0	80.0
17-18-4	100.0	100.0	80.0	90.0	100.0	100.0	10.0	90.0
Média	100.0	100.0	82.2	93.3	100.0	100.0	13.3	72.2
40-6-2	40.0	40.0	30.0	40.0	40.0	20.0	0.0	0.0
40-6-3	100.0	100.0	50.0	60.0	70.0	90.0	0.0	30.0
40-6-4	100.0	100.0	50.0	70.0	70.0	90.0	0.0	10.0
40-12-2	60.0	60.0	40.0	40.0	30.0	40.0	0.0	0.0
40-12-3	80.0	80.0	60.0	60.0	50.0	80.0	0.0	20.0
40-12-4	80.0	80.0	50.0	60.0	50.0	80.0	0.0	40.0
40-18-2	60.0	60.0	50.0	40.0	40.0	60.0	0.0	10.0
40-18-3	80.0	80.0	50.0	60.0	40.0	60.0	0.0	20.0
40-18-4	80.0	80.0	50.0	50.0	70.0	70.0	0.0	20.0
Média	75.6	75.6	47.8	53.3	51.1	65.6	0.0	16.7
Média Total	85.6	85.9	57.8	73.3	77.0	81.9	7.8	46.3

Finalmente, analisando os resultados médios das porcentagens de soluções factíveis (FAC), agregados por períodos e máquinas, apresentados na Tabela 5.16, observa-se que as heurísticas conseguem obter um maior número de soluções factíveis para exemplos com custo baixo de preparação. Uma das razões é que as soluções iniciais obtidas por esses exemplos têm suas produções mais “distribuídas” entre períodos e máquinas, pois o custo de preparação é baixo. As soluções iniciais são obtidas por um procedimento que não considera as restrições de capacidade, porém, um dos procedimentos considera uma penalidade, que leva em

capacidade, apesar de não considerar explicitamente estas restrições. Nos exemplos com custo alto de preparação, a tendência foi de ter soluções com altos níveis de produção em alguns períodos-máquinas, o que dificulta o trabalho da heurística de factibilização. Pode-se notar que a heurística HT2, que utiliza um procedimento para determinação das soluções iniciais que leva informações sobre a utilização das capacidades, obtém uma maior porcentagem de soluções factíveis, em média, para os exemplos com custos altos de preparação do que a heurística HT1. O procedimento utilizado pela HT2 tende a distribuir melhor a produção entre períodos, apesar da tendência destes exemplos apresentarem altos níveis de produção em determinados períodos, e isto, provavelmente, explicaria o melhor desempenho de HT2 para os exemplos com custo alto de preparação.

Tabela 5.16. Porcentagem de soluções factíveis (FAC) obtido por cada heurística.

Estruturas		Seriais			Gerais		
		10	17	40	10	17	40
Custo baixo de preparação	HO1	52.2	60.0	50.0	43.3	82.2	47.8
	HO2	73.3	81.1	53.3	73.3	93.3	53.3
	HT1	96.7	100	97.8	81.1	100	75.6
	HT2	95.6	100	97.8	82.2	100	75.6
Custo alto de preparação	HO1	3.3	8.9	14.4	10.0	13.3	0.0
	HO2	45.6	58.9	61.1	50.0	72.2	16.7
	HT1	96.7	100	93.3	80.0	100	51.1
	HT2	96.7	98.9	96.7	80.0	100	65.6

Como ressaltado anteriormente, a heurística HO1 obteve um desempenho muito ruim na obtenção de soluções factíveis, principalmente para os exemplos com custo alto de preparação. Observe que para os exemplos com estrutura serial com 17 itens, custo alto de preparação, a heurística HO1 obteve uma porcentagem de soluções factíveis de 8.9%, que corresponde a 8 exemplos em 90, enquanto que as heurísticas HT1, HT2 e HO2 obtiveram 100%, 98.9% e 58.9% de soluções factíveis, respectivamente.

• Influência dos Parâmetros T e K na Obtenção de Soluções Factíveis.

Os gráficos (5.1)-(5.6) foram gerados com o objetivo de avaliar a influência dos parâmetros K, T e N em relação à porcentagem de soluções factíveis obtidas pelas heurísticas, e para facilitar a análise dos resultados apresentados nas tabelas anteriores. Os gráficos 5.1, 5.2 e 5.3 representam os exemplos com estruturas seriais, os gráficos 5.4, 5.5 e 5.6

representam os exemplos com estruturas gerais. Os resultados são valores médios considerando os exemplos com custos baixos e altos de preparação agrupados.

Gráfico 5.1. FAC para os exemplos com estruturas seriais com 10, 17 e 40 itens (parâmetro T).

No Gráfico 5.1 pode-se observar que a heurística HO1 é mais sensível ao aumento do número de período pois, a percentagem de soluções factíveis obtidas por esta heurística diminui gradativamente com o aumento do número de períodos. As heurísticas HT1 e HT2 não apresentam variações significativas na percentagem de soluções factíveis obtidas.

Gráfico 5.2. FAC para os exemplos com 10, 17 e 40 itens com estruturas seriais (parâmetro K)

Como se pode observar no Gráfico 5.2, quando o número de máquinas aumenta, a percentagem de soluções factíveis obtidas pelas heurísticas aumenta, porém sendo mais significativa para a heurística HO2.

Gráfico 5.3. FAC para os exemplos com 10, 17 e 40 itens com estruturas seriais (parâmetro N)

O Gráfico 5.3 está representado os resultados considerando os exemplos com custo alto e baixo de preparação e estruturas seriais de produtos. Como visto anteriormente (Tabela 5.14), as heurísticas HT1 e HT2 não são tão sensíveis ao aumento do número de itens.

Gráfico 5.4. FAC para os exemplos com estruturas gerais com 10, 17 e 40 itens (parâmetro T).

O Gráfico 5.4 revela que as heurísticas HO1 e HO2 não são sensíveis ao aumento do número de períodos, pois as percentagens de soluções factíveis obtidas por estas heurísticas

são, em média, constantes com o aumento do número de períodos. O número de soluções factíveis obtidos pelas heurísticas HT1 e HT2 oscilam com o aumento do número de períodos.

Gráfico 5.5. FAC para os exemplos com estruturas gerais com 10, 17 e 40 itens (parâmetro K).

As heurísticas apresentam um sensível aumento no número de soluções factíveis obtidas para os exemplos com estruturas gerais, quando se aumenta o número de máquinas como mostrado no Gráfico 5.5.

Gráfico 5.6. FAC para os exemplos com estruturas gerais com 10, 17 e 40 itens (parâmetro N).

Como visto anteriormente na Tabela 5.15 e agora no Gráfico 5.6, houve um aumento da porcentagem de soluções factíveis dos exemplos com 10 itens para 17 itens, e um decréscimo considerável no valor de FAC, para os exemplos com 40 itens. Este comportamento ocorreu para todos as heurísticas. Pode-se concluir que com o aumento do número de itens e dependendo do aumento das relações entre os itens na estrutura de produtos (ver figuras 5.2, 5.3 e 5.4), a porcentagem de soluções factíveis obtidas tenderá a apresentar decréscimo.

• Influência do Procedimento Auxiliar ao Procedimento de Factibilização

A Tabela 5.17 ilustra a influência do procedimento cria_transferência no processo de factibilização da heurística HT1. Observa-se que o procedimento apresenta maior impacto para os exemplos com custo alto de preparação. Por exemplo, para os exemplos com 40 itens e custo alto de preparação e estrutura serial de itens, o procedimento cria_transferência é responsável por pelo menos 23.33% de soluções factíveis obtidas pela heurística HT1. Porém, para os exemplos com custo baixo de preparação, o procedimento cria_transferência tem pouca influência no procedimento factibilização. Embora não apresentados aqui, os experimentos computacionais mostraram que, o procedimento cria_transferência influenciou no processo de factibilização para a heurística HO1. Os resultados da influência do procedimento cria_transferência, para heurística HO1, não são apresentados devido ao baixo número de soluções factíveis obtidas (veja tabelas 5.14 e 5.15).

Tabela 5.17. Influência do procedimento cria_transferência na obtenção de soluções factíveis em HT1.

Estruturas		Seriais			Gerais		
		10	17	40	10	17	40
Custo baixo de preparação	HT1-Sem Cria	96.8	100	97.8	82.2	100	74.4
	HT1-Com Cria	96.8	100	97.8	81.1	100	75.6
Custo alto de preparação	HT1-Sem Cria	96.7	97.8	70.0	78.9	100	40.0
	HT1-Com Cria	96.7	100	93.3	80.0	100	51.1

Na tabela seguinte ilustra a influência do procedimento cria_transferência na determinação de soluções factíveis da heurística HT2.

Tabela 5.18. Influência do procedimento cria_transferência na obtenção de soluções factíveis em HT2.

Estruturas de produtos		Seriais			Gerais		
		10	17	40	10	17	40
Custo baixo de preparação	HT2-Sem Cria	94.4	100	97.8	82.2	100	75.6
	HT2-Com Cria	95.6	100	97.8	82.2	100	75.6
Custo alto de preparação	HT2-Sem Cria	94.4	100	96.7	82.2	100	63.3
	HT2-Com Cria	96.7	98.9	96.7	80.0	100	65.6

Os resultados apresentados na Tabela 5.18 mostram que o procedimento cria_transferência pouco influenciou na heurística HT2. Considerando os exemplos com estrutura geral, custo alto de preparação e 40 itens, verifica-se que a porcentagem de soluções factíveis obtidas com e sem o procedimento de cria_transferência é praticamente a mesma, o que não acontece na heurística HT1. Os resultados também mostram que para os exemplos com custo alto de preparação e estruturas seriais com 17 itens e gerais com 10 itens, este procedimento atrapalhou o procedimento de factibilização. Apesar dos resultados apresentados na Tabela 5.18, todas as comparações feitas entre as heurísticas neste capítulo, consideram-se as heurísticas com o procedimento cria_transferência.

A Tabela 5.19 mostra a influência do procedimento cria_transferência no auxílio ao procedimento de factibilização da heurística HO2.

Tabela 5.19. Influência do procedimento cria_transferência na obtenção de soluções factíveis em HO2.

Estruturas de produtos		Seriais			Gerais		
		10	17	40	10	17	40
Custo baixo de preparação	HO2-Sem Cria	73.3	81.1	53.3	73.3	93.3	53.3
	HO2-Com Cria	73.3	81.1	53.3	73.3	93.3	53.3
Custo alto de preparação	HO2-Sem Cria	45.6	58.9	61.1	50.0	72.2	16.7
	HO2-Com Cria	45.6	58.9	61.1	50.0	72.2	16.7

O procedimento cria_transferência não influencia na quantidade de soluções factíveis obtidas pela heurística HO2, como pode ser visto na Tabela 5.19. Algo similar acontece com a heurística HT2. Convém observar aqui que ambas heurísticas partem da mesma solução inicial, o que provavelmente ocasionou estes resultados.

Os resultados mostrados nas tabelas anteriores, relacionados à influência do procedimento cria_transferência na fase de factibilização, demonstram que as heurísticas que utilizam o procedimento WW-Paralelo Penalizado para obtenção da solução inicial, não são influenciadas na obtenção de soluções factíveis com a retirada deste procedimento.

A Tabela 5.20 mostra o número médio de iterações gasto para cada heurística, com e sem o procedimento cria_transferência, na obtenção de soluções factíveis. Os exemplos foram agrupados considerando o número de itens, períodos e máquinas.

Tabela 5.20. Número de iterações médias gasta para factibilização para cada heurística.

Estruturas	Custo baixo preparação		Custo alto preparação	
	Seriais	Gerais	Seriais	Gerais
HT1-Sem Cria	11.6	13.8	42.8	61.2
HT1-Com Cria	10.8	13.6	30.1	49.9
HT2-Sem Cria	7.9	7.9	16.2	23.0
HT2-Com Cria	7.9	7.9	13.4	22.0
HO2-Sem Cria	12.7	8.4	13.9	22.2
HO2-Com Cria	12.7	8.4	13.9	22.2

Como pode ser visto nas tabelas anteriores, a heurística que mais depende do procedimento de cria_transferência é a heurística HT1. Na Tabela 5.20, pode-se notar que os números médios de iterações para obtenção de soluções factíveis para as heurísticas HT2 e HO2 são pouco influenciados pelo procedimento cria_transferência. Já para heurística HT1, houve um acréscimo no número de iterações médio de até 42.2% (exemplos com estruturas seriais e custo alto de preparação) quando retirou o procedimento para auxiliar as transferências.

Embora não apresentados aqui, o número de chamadas do procedimento cria_transferência foi duas vezes maior na heurística HT1 do que na heurística HT2, sendo que para a heurística HO2, não houve chamadas a este procedimento na resolução dos exemplos com custo baixo de preparação. Para os exemplos com custo alto de preparação, a heurística HO2 apresentou pouquíssimas chamadas a este procedimento.

• Influência do Procedimento de Alteração (Procedimento P4)

Nesta seção é testada também a influência do procedimento (P4) na determinação de soluções factíveis, como foi feito anteriormente para o procedimento cria_transferência. Na Tabela 5.21 são apresentados os resultados para a heurística HT1 e, na Tabela 5.22, os resultados para a heurística HT2. Os resultados para as demais heurísticas não são apresentados pelos motivos apresentados anteriormente.

Tabela 5.21. Influência do procedimento (P4) na obtenção de soluções factíveis em HT1.

Estruturas		Seriais			Gerais		
		10	17	40	10	17	40
Custo baixo de preparação	HT1-Sem P4	95.6	100	96.7	81.1	98.9	72.2
	HT1-Com P4	96.8	100	97.8	81.1	100	75.6
Custo alto de preparação	HT1-Sem P4	92.2	100	83.3	74.4	97.8	32.2
	HT1-Com P4	96.7	100	93.3	80.0	100	51.1

A tabela seguinte ilustra a influência do procedimento de alteração (P4) na determinação de soluções factíveis da heurística HT2.

Tabela 5.22. Influência do procedimento (P4) na obtenção de soluções factíveis em HT2.

Estruturas de produtos		Seriais			Gerais		
		10	17	40	10	17	40
Custo baixo de preparação	HT2-Sem P4	94.4	100	97.8	78.9	100	75.6
	HT2-Com P4	95.6	100	97.8	82.2	100	75.6
Custo alto de preparação	HT2-Sem P4	94.4	98.9	96.7	78.9	100	57.8
	HT2-Com P4	96.7	98.9	96.7	80.0	100	65.6

Os resultados apresentados nas tabelas 5.21 e 5.22 mostram que o procedimento P4 é relevante para as duas heurísticas, sendo que, a heurística HT1 é mais dependente deste procedimento do que a heurística HT2. Observe os exemplos com 40 itens, estrutura geral e custo alto de preparação, a heurística HT1 apresentou perda de 37% no número de soluções factíveis, ou seja, com P4 obteve 51.1%, enquanto que, sem P4 obteve 32.2% de soluções factíveis. A heurística HT2 foi menos sensível a retirada deste procedimento, no entanto, apresentou uma perda de 11.9% no número de soluções factíveis obtidas para este mesmo grupo de exemplo, (veja Tabela 5.22).

• Utilização do CPLEX 4.0 para Verificação das Soluções Heurísticas

O problema de otimização linear obtido com a fixação das variáveis inteiras fornecidas pelas heurísticas HT1, HT2 foi resolvido utilizando o software CPLEX 4.0. O software CPLEX foi utilizado para verificar a possibilidade de obter uma solução de melhor qualidade, caso as heurísticas tenham obtido uma solução factível, ou para tentar obter uma solução factível, no caso em que a solução obtida é infactível. Os números de soluções factíveis obtidas pelas heurísticas HT1 e HT2 e pelo CPLEX 4.0 estão nas tabelas 5.23 e 5.24, nas quais, os resultados foram agrupados por máquinas e períodos.

Tabela 5.23. Porcentagem de soluções factíveis obtidas pela heurística HT1 e pelo CPLEX 4.0.

Estruturas		Seriais			Gerais		
		10	17	40	10	17	40
Custo baixo de preparação	CPLEX 4.0	96.7	100	97.8	81.1	100	75.6
	HT1	96.7	100	97.8	81.1	100	75.6
Custo alto de preparação	CPLEX 4.0	96.7	100	94.4	84.4	100	54.4
	HT1	96.7	100	93.3	80.0	100	51.1

Pode-se observar na Tabela 5.23 que o CPLEX 4.0, resolvendo o problema de otimização linear utilizando-se os valores das variáveis de preparação determinados pela heurística HT1, determinou uma porcentagem maior de soluções factíveis para alguns exemplos com custo alto de preparação, por exemplo, para os exemplos com custo alto de preparação e estrutura geral com 10 itens, a heurística HT1 obteve 80% de soluções factíveis, enquanto que o CPLEX 4.0 determinou 84.4% de soluções factíveis, o que leva a conclusão de que, o desempenho da heurística HT1, na obtenção de soluções factíveis, para os exemplos com custo alto de preparação pode ser melhorado.

Tabela 5.24. Porcentagem de soluções factíveis obtidas pela heurística HT2 e pelo CPLEX 4.0.

Estruturas		Seriais			Gerais		
		10	17	40	10	17	40
Custo baixo de preparação	CPLEX 4.0	95.6	100	97.8	82.2	100	75.6
	HT2	95.6	100	97.8	82.2	100	75.6
Custo alto de preparação	CPLEX 4.0	96.7	98.9	96.7	80.0	100	66.7
	HT2	96.7	98.9	96.7	80.0	100	65.6

Para os exemplos com custo alto de preparação e estrutura geral de produtos, o CPLEX4.0 apresentou uma pequena porcentagem a mais de soluções factíveis do que a heurística HT2, como mostrado na Tabela 5.24. Para os demais exemplos, o CPLEX 4.0 não aumentou o percentual de soluções factíveis obtidas pela heurística HT2.

Os resultados obtidos pelas heurísticas HO1 e HO2 não foram utilizados para execução do CPLEX 4.0 por não apresentarem um bom desempenho na determinação de soluções factíveis, principalmente para os exemplos com custo alto de preparação.

Os estudos que serão apresentados daqui para frente, sobre a porcentagem de soluções factíveis são relacionados somente com as heurísticas HT1 e HT2, pelo mesmo motivo citado acima, ou seja, por estas apresentarem bom desempenho na determinação de soluções factíveis.

- **Avaliação do Desempenho das Heurísticas na Obtenção de Soluções Factíveis com Ajustes da Capacidade.**

Foi feito também um estudo para verificar o desempenho das heurísticas HT1 e HT2 na obtenção de soluções factíveis, quando se mudavam os valores das capacidades geradas. Para todos os grupos de exemplos, foram consideradas três variações nos valores das capacidades geradas. Primeiramente, as capacidades foram reduzidas em 5% (redução em CAP_{ik} de 5%), obtendo exemplos que foram considerados “apertados” em relação a capacidade normal, em seguida, as capacidades foram aumentadas em 5% (aumento em CAP_{ik} de 5%), obtendo exemplos que foram considerados “folgados”.

Os resultados em relação ao número de soluções factíveis obtidas pela heurística HT1 estão ilustrados nas tabelas 5.25 e 5.26, onde foi utilizada 0.95 cap para representar os exemplos com capacidade apertada, 1.0 cap para os exemplos cujos resultados foram reportados anteriormente e, 1.05 cap, que representa os exemplos folgados.

Nota-se na Tabela 5.25, que o desempenho da heurística HT1 na obtenção de soluções factíveis é mais afetado para os exemplos com 40 itens. Para os exemplos com 40 itens e custo baixo de preparação, a heurística HT1 obteve 97.8% de soluções factíveis considerando a capacidade normal, mas quando a capacidade foi reduzida de 5%, a porcentagem de soluções factíveis caiu para 68.9%, uma redução de 29.6% no número de soluções factíveis, e, obteve 100% de soluções factíveis quando considerou a capacidade folgada. Já para os exemplos com 40 itens e custo alto de preparação, a heurística HT1 obteve 58.9% de soluções factíveis para os exemplos com capacidade apertada, 93.3% para os exemplos com capacidade normal e 91.1% para os exemplos folgados. Pode-se notar ainda que o desempenho da heurística na obtenção de soluções factíveis é dependente da capacidade gerada, pois se nota que uma redução de 5% na capacidade influenciou muito no número de soluções factíveis obtidas.

Tabela 5.25. FAC para os exemplos com capacidades apertada, normal e folgada e estruturas seriais (heurística HT1).

FAC	Custo baixo de preparação			Custo alto de preparação		
N-T-K	0.95 cap	1.0 cap	1.05 cap	0.95 cap	1.0 cap	1.05 cap
10-6-2	60.0	100.0	100.0	60.0	100.0	100.0
10-6-3	70.0	100.0	100.0	70.0	100.0	100.0
10-6-4	90.0	100.0	100.0	90.0	100.0	100.0
10-12-2	50.0	90.0	100.0	40.0	80.0	100.0
10-12-3	80.0	100.0	100.0	80.0	100.0	100.0
10-12-4	80.0	90.0	100.0	80.0	100.0	100.0
10-18-2	40.0	90.0	100.0	50.0	90.0	100.0
10-18-3	70.0	100.0	100.0	70.0	100.0	100.0
10-18-4	90.0	100.0	100.0	90.0	100.0	100.0
Média	70.0	96.7	100.0	70.0	96.7	100.0
17-6-2	40.0	100.0	100.0	30.0	100.0	100.0
17-6-3	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
17-6-4	90.0	100.0	100.0	90.0	100.0	100.0
17-12-2	50.0	100.0	100.0	60.0	100.0	100.0
17-12-3	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
17-12-4	100.0	100.0	100.0	70.0	100.0	100.0
17-18-2	60.0	100.0	100.0	60.0	100.0	100.0
17-18-3	90.0	100.0	100.0	90.0	100.0	100.0
17-18-4	90.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
Média	80.0	100.0	100.0	77.8	100.0	100.0
40-6-2	30.0	100.0	100.0	40.0	100.0	100.0
40-6-3	90.0	100.0	100.0	80.0	90.0	90.0
40-6-4	90.0	100.0	100.0	80.0	90.0	80.0
40-12-2	30.0	80.0	100.0	40.0	90.0	100.0
40-12-3	70.0	100.0	100.0	70.0	100.0	90.0
40-12-4	70.0	100.0	100.0	50.0	90.0	90.0
40-18-2	40.0	100.0	100.0	40.0	90.0	100.0
40-18-3	100.0	100.0	100.0	80.0	90.0	90.0
40-18-4	100.0	100.0	100.0	50.0	100.0	80.0
Média	68.9	97.8	100.0	58.9	93.3	91.1
Média Total	73.0	98.1	100.0	68.9	96.7	97.0

Tabela 5.26. FAC para os exemplos com capacidades apertada, normal e folgada e estruturas gerais (heurística HT1).

FAC	Custo baixo de preparação			Custo alto de preparação		
N-T-K	0.95 cap	1.0 cap	1.05 cap	0.95 cap	1.0 cap	1.05 cap
10-6-2	30.0	70.0	100.0	20.0	70.0	100.0
10-6-3	40.0	100.0	100.0	40.0	90.0	100.0
10-6-4	90.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
10-12-2	30.0	60.0	80.0	30.0	70.0	80.0
10-12-3	60.0	70.0	100.0	70.0	80.0	100.0
10-12-4	70.0	80.0	100.0	70.0	80.0	100.0
10-18-2	50.0	60.0	70.0	40.0	50.0	70.0
10-18-3	50.0	90.0	100.0	60.0	100.0	100.0
10-18-4	70.0	100.0	100.0	80.0	80.0	100.0
Média	54.4	81.1	94.4	56.7	80.0	94.4
17-6-2	50.0	100.0	100.0	50.0	100.0	100.0
17-6-3	100.0	100.0	100.0	40.0	100.0	100.0
17-6-4	100.0	100.0	100.0	90.0	100.0	100.0
17-12-2	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
17-12-3	90.0	100.0	100.0	70.0	100.0	100.0
17-12-4	90.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
17-18-2	90.0	100.0	100.0	80.0	100.0	100.0
17-18-3	100.0	100.0	100.0	60.0	100.0	100.0
17-18-4	90.0	100.0	100.0	90.0	100.0	100.0
Média	90.0	100.0	100.0	75.6	100.0	100.0
40-6-2	30.0	40.0	100.0	10.0	40.0	80.0
40-6-3	40.0	100.0	100.0	10.0	70.0	100.0
40-6-4	50.0	100.0	100.0	10.0	70.0	80.0
40-12-2	30.0	60.0	70.0	20.0	30.0	60.0
40-12-3	50.0	80.0	100.0	10.0	50.0	80.0
40-12-4	60.0	80.0	100.0	20.0	50.0	70.0
40-18-2	40.0	60.0	70.0	10.0	40.0	70.0
40-18-3	50.0	80.0	100.0	20.0	40.0	70.0
40-18-4	60.0	80.0	100.0	20.0	70.0	80.0
Média	45.6	75.6	93.3	14.4	51.1	76.7
Média Total	63.3	85.6	95.9	48.9	77.0	90.4

Na Tabela 5.26, pode-se mais uma vez comprovar que o desempenho da heurística, na obtenção de soluções factíveis, é dependente de como as capacidades são ajustadas. Note que, com a redução de 5% da capacidade, a percentagem de soluções factíveis caiu em até 71.8%, como aconteceu para os exemplos com custo alto de preparação e 40 itens, pois a heurística HT1, para os exemplos com 1.0 cap, obteve 51.1% de soluções factíveis e 14.4% para 0.95 cap. Já com o aumento de 5% na capacidade gerada, a percentagem de soluções factíveis

aumentou em 50.1%, para estes mesmos exemplos, pois a heurística HT1 obteve 76.7% de soluções factíveis para 1.05 cap.

Os resultados em relação ao número de soluções factíveis obtidas pela heurística HT2 estão ilustrados nas tabelas 5.27 e 5.28.

Tabela 5.27. FAC para os exemplos com capacidades apertada, normal e folgada e estruturas seriais (heurística HT2).

FAC	Custo baixo de preparação			Custo alto de preparação		
	0.95 cap	1.0 cap	1.05 cap	0.95 cap	1.0 cap	1.05 cap
10-6-2	70.0	100.0	100.0	50.0	100.0	100.0
10-6-3	70.0	100.0	100.0	60.0	100.0	100.0
10-6-4	100.0	100.0	100.0	80.0	100.0	100.0
10-12-2	50.0	80.0	100.0	40.0	90.0	100.0
10-12-3	90.0	100.0	100.0	90.0	100.0	100.0
10-12-4	90.0	100.0	100.0	70.0	100.0	100.0
10-18-2	40.0	90.0	100.0	50.0	90.0	100.0
10-18-3	80.0	100.0	100.0	60.0	100.0	100.0
10-18-4	90.0	90.0	100.0	100.0	90.0	100.0
Média	75.6	95.6	100.0	66.7	96.7	100.0
17-6-2	50.0	100.0	100.0	40.0	100.0	100.0
17-6-3	100.0	100.0	100.0	80.0	100.0	100.0
17-6-4	90.0	100.0	100.0	90.0	100.0	100.0
17-12-2	60.0	100.0	100.0	60.0	90.0	100.0
17-12-3	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
17-12-4	90.0	100.0	100.0	90.0	100.0	100.0
17-18-2	70.0	100.0	100.0	70.0	100.0	100.0
17-18-3	90.0	100.0	100.0	90.0	100.0	100.0
17-18-4	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
Média	83.3	100.0	100.0	80.0	98.9	100.0
40-6-2	30.0	100.0	100.0	30.0	100.0	100.0
40-6-3	90.0	100.0	100.0	90.0	100.0	100.0
40-6-4	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
40-12-2	30.0	80.0	100.0	30.0	80.0	100.0
40-12-3	60.0	100.0	100.0	70.0	100.0	100.0
40-12-4	90.0	100.0	100.0	70.0	100.0	100.0
40-18-2	50.0	100.0	100.0	40.0	90.0	100.0
40-18-3	100.0	100.0	100.0	80.0	100.0	100.0
40-18-4	90.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
Média	71.1	97.8	100.0	67.8	96.7	100.0
Média Total	76.7	97.8	100.0	71.5	97.4	100.0

Considerando os exemplos com 40 itens e custo baixo de preparação, observa-se que a heurística HT2 obteve 97.8% de soluções factíveis para os exemplos com capacidade normal, e com a redução da capacidade de 5%, a percentagem de soluções factíveis caiu para 71.1%, uma redução de 27.3% no número de soluções factíveis, um valor inferior ao apresentado pela heurística HT1 (veja Tabela 5.25).

Tabela 5.28. FAC para os exemplos com capacidades apertada, normal e folgada e estruturas gerais (heurística HT2).

FAC	Custo baixo de preparação			Custo alto de preparação		
N-T-K	0.95 cap	1.0 cap	1.05 cap	0.95 cap	1.0 cap	1.05 cap
10-6-2	30.0	70.0	100.0	20.0	60.0	100.0
10-6-3	40.0	100.0	100.0	40.0	100.0	100.0
10-6-4	90.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
10-12-2	30.0	70.0	80.0	30.0	60.0	80.0
10-12-3	70.0	70.0	100.0	70.0	70.0	100.0
10-12-4	70.0	90.0	100.0	60.0	80.0	100.0
10-18-2	50.0	60.0	80.0	50.0	60.0	80.0
10-18-3	50.0	100.0	100.0	60.0	100.0	100.0
10-18-4	90.0	80.0	100.0	80.0	90.0	100.0
Média	57.8	82.2	95.6	56.7	80.0	95.6
17-6-2	50.0	100.0	100.0	50.0	100.0	100.0
17-6-3	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
17-6-4	90.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
17-12-2	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
17-12-3	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
17-12-4	100.0	100.0	100.0	90.0	100.0	100.0
17-18-2	90.0	100.0	100.0	90.0	100.0	100.0
17-18-3	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
17-18-4	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
Média	92.2	100.0	100.0	92.2	100.0	100.0
40-6-2	30.0	40.0	100.0	10.0	20.0	80.0
40-6-3	30.0	100.0	100.0	30.0	90.0	100.0
40-6-4	60.0	100.0	100.0	60.0	90.0	100.0
40-12-2	30.0	60.0	70.0	10.0	40.0	70.0
40-12-3	60.0	80.0	100.0	50.0	80.0	100.0
40-12-4	70.0	80.0	100.0	40.0	80.0	90.0
40-18-2	30.0	60.0	70.0	20.0	60.0	70.0
40-18-3	50.0	80.0	100.0	30.0	60.0	100.0
40-18-4	60.0	80.0	100.0	60.0	70.0	100.0
Média	46.7	75.6	93.3	34.4	65.6	90.0
Média Total	65.6	85.9	96.3	61.1	81.9	95.2

Com o objetivo de verificar qual das heurísticas é mais sensível ao ajuste das capacidades, apresenta-se na tabela seguinte, um resumo com os valores médios das porcentagens de soluções factíveis obtidas para os exemplos agrupados por períodos, itens e máquinas. Apresenta-se também nesta tabela, o decréscimo da porcentagem de soluções factíveis obtidas quando é feito o aperto de 5% das capacidades, e o acréscimo desta porcentagem quando se aumenta em 5% a capacidade.

Tabela 5.29. Porcentagem de soluções factíveis obtidas pelas heurísticas HT1 e HT2.

Estruturas		Custo Baixo de preparação					Custo alto de preparação				
		0.95 cap	decrécimo	1.0 cap	acrécimo	1.05 cap	0.95 cap	decrécimo	1.0 cap	acrécimo	1.05 cap
Seriais	HT1	73.0	25.6%	98.1	1.9%	100.0	68.9	28.8%	96.7	0.3%	97.0
	HT2	76.7	21.6%	97.8	2.2%	100.0	71.5	26.6%	97.4	2.6%	100.0
Gerais	HT1	63.3	26.1%	85.6	10.7%	95.9	48.9	36.5%	77.0	14.8%	90.4
	HT2	60.0	25.0%	80.0	20.0%	100.0	60.0	14.3%	70.0	30.0%	100.0

Pela tabela acima, pode-se notar que o desempenho da heurística HT1 em obter soluções factíveis é mais sensível ao da heurística HT2, quando as capacidades são mais justas. Note que, para os exemplos com estruturas gerais, custo alto de preparação, a heurística HT1 apresentou um decréscimo de 36.5% no número de soluções obtidas, enquanto que a heurística HT2 apresentou 14.3% de decréscimo. Com o aumento da capacidade, a heurística HT2 obteve maiores acréscimos, em média, na porcentagem de soluções factíveis obtidas para os exemplos.

• Conclusões

Nesta seção foram apresentados resultados com relação ao número de soluções obtidas por quatro versões da heurística para resolução do problema de dimensionamento de lotes com máquinas paralelas descrito no Capítulo 3. Das quatro heurísticas consideradas, duas apresentaram nitidamente desempenho superior às demais, para as quais resultados foram apresentados para verificação da eficiência de alguns procedimentos na obtenção de soluções factíveis. Assim, para os exemplos gerados pode-se tirar as seguintes conclusões:

- A heurística HT2 tem melhor desempenho na obtenção de soluções factíveis.
- Os procedimentos *cria_transferência* e de alteração têm maior influência na heurística HT1.
- O número médio de iterações para obtenção de soluções factíveis é menor para a heurística HT2.
- Os tempos computacionais (apresentados na Seção 5.5.4) médios, gastos para resolução dos exemplos pela heurística HT2 são inferiores aos gastos pela heurística HT1.

Pelas observações acima, a heurística HT2 é a mais indicada para resolução do problema de dimensionamento de lotes, quando a medida de desempenho considerada é o número de soluções factíveis obtidas.

Na seção seguinte, as soluções obtidas pelas heurísticas HT1 e HT2 são analisadas em relação ao consumo da capacidade por máquina e período.

5.5.2. Análise dos Resultados Relacionados ao Uso da Capacidade Gerada

Nos gráficos a seguir, são apresentadas as porcentagens médias da utilização da capacidade, por máquina e período, para cada dimensão dos exemplos. São descritas as quantidades de capacidade utilizadas por máquina e período (`uso_cap`) para a solução inicial obtida pelo algoritmo de WW-Paralelo (denominadas nos gráficos por SIW), e para a solução inicial fornecida pelo algoritmo WW-Paralelo Penalizado (chamado de SIP). Sobre o valor da capacidade média utilizada, é calculada a porcentagem utilizada para as preparações de máquinas (`uso_setup`). São também comparadas as utilizações das capacidades para as soluções fornecidas pelas heurísticas HT1 (iniciada com SIW) e HT2 (iniciada com SIP).

Apesar da maioria das soluções iniciais serem infactíveis, elas apresentam utilização inferior ao total de capacidade disponível. No entanto, convém salientar que os valores apresentados são medidas médias considerando todas as máquinas e, como os exemplos considerados têm múltiplas máquinas, nem todas estarão violadas na solução inicial.

Não são apresentados os resultados referentes às soluções das heurísticas HO1 e HO2, por apresentarem consumos similares aos das heurísticas HT1 e HT2.

No Gráfico 5.7 são apresentados os consumos médios da capacidade para os exemplos com estruturas gerais e, a percentagem sobre a capacidade consumida utilizada para as preparações das máquinas. Os exemplos foram agrupados por itens e períodos. As expressões utilizadas para determinar a utilização da capacidade e percentagens utilizadas para as preparações são dadas por (5.3) e (5.4).

Gráfico 5.7. Consumo de capacidade para os exemplos com estruturas gerais e custo baixo de preparação (soluções iniciais)

Observe no Gráfico 5.7, que as soluções iniciais para os exemplos com estruturas gerais e duas máquinas apresentam maiores consumos da capacidade disponível para produções e preparações, e este consumo decresce pouco com o aumento do número de máquinas. Nota-se também que, as soluções iniciais SIW apresentam um consumo médio da capacidade superior ao consumo das soluções SIP.

Gráfico 5.8. Consumo da capacidade gerada para os exemplos com estruturas seriais e custo baixo de preparação (soluções iniciais)

Pode ser visto no Gráfico 5.8 que para os exemplos com estruturas seriais e custo baixo de preparação, as soluções iniciais SIW e SIP apresentam o mesmo comportamento do Gráfico 5.7.

Gráfico 5.9. Consumo da capacidade para os exemplos com estruturas gerais e custo alto de preparação (soluções iniciais).

Observe que as soluções iniciais para os exemplos com custo alto de preparação apresentam uma média de consumo da capacidade inferior aos exemplos com custo baixo de

preparação, (Gráfico 5.7). Este comportamento se deve ao fato que as soluções iniciais tendem a fazer um número menor de preparações e conseqüentemente, a utilização média de capacidade será menor do que para os exemplos com custo baixo de preparação. Observe também que as soluções iniciais SIW tendem a fazer um número menor de preparações do que as soluções iniciais SIP, como pode ser visto nos gráficos 5.9 e 5.10, porque o algoritmo SIW não leva nenhuma informação sobre a utilização da capacidade.

Gráfico 5.10. Consumo da capacidade para os exemplos com estruturas seriais e custo alto de preparação pelas soluções iniciais.

A seguir, os gráficos representando os percentuais da utilização da capacidade são apresentados detalhados por itens, períodos e máquinas para as soluções heurísticas HT1 e HT2. Estes resultados serão detalhados para ilustrar o consumo da capacidade por itens com o objetivo de tentar explicar, por exemplo, porque as heurísticas para os exemplos com 17 itens e estruturas gerais apresentaram um melhor desempenho na obtenção de soluções factíveis do que para os exemplos com 10 itens e 40 itens. Convém observar aqui que o consumo da capacidade é considerado somente se ambas as heurísticas determinam uma solução factível para o exemplo gerado.

Os percentuais de uso da capacidade obtidos para os exemplos considerando as estruturas gerais e seriais, com custo baixo de preparação, são apresentados nos gráficos 5.11 e 5.13, enquanto que, nos gráficos 5.13 e 5.14 ilustram os percentuais para custo alto de preparação.

Gráfico 5.11. Consumo da capacidade para os exemplos com estruturas gerais e custo baixo de preparação (heurísticas HT1 e HT2).

Nos gráficos 5.11 e 5.12, pode-se notar que as heurísticas apresentaram um consumo médio da capacidade para os exemplos com custo baixo de preparação similar. Observe também, no Gráfico 5.11 que, para os exemplos com estrutura geral e 17 itens ambas heurísticas apresentaram utilização média da capacidade inferior do que para os exemplos com 10 e 40 itens. Isto pode sugerir que estes exemplos são mais folgados, e conseqüentemente pode levar a conclusão porque das heurísticas obterem uma percentagem de maior de soluções factíveis para estes exemplos (veja Tabela 5.15).

Gráfico 5.12. Consumo da capacidade para os exemplos com estruturas seriais e custo baixo de preparação.

Para os exemplos com estruturas seriais de produtos e custo baixo de preparação, Gráfico 5.12, quanto maior o número de itens na estrutura de produtos, maior o consumo médio da capacidade por máquina. No entanto, este comportamento não afetou o desempenho das heurísticas na obtenção de soluções factíveis (veja Tabela 5.14).

Gráfico 5.13. Consumo da capacidade para os exemplos com estruturas gerais e custo alto de preparação.

Nota-se no Gráfico 5.13 que a heurística HT2 apresenta um consumo médio da capacidade superior ao da heurística HT1. Este comportamento foi comentado para os exemplos do Grupo G1 (veja Tabelas 5.10, 5.11, 5.12). Os exemplos com custo alto de preparação apresentam uma utilização média da capacidade gerada inferior aos exemplos com custo baixo de preparação. Este comportamento se deve ao fato de que ambas as heurísticas dependem das soluções iniciais, as quais são baseadas no algoritmo de Wagner e Whitin e, tendem a fazer um número menor de preparações do que para os exemplos com custo baixo de preparação.

Gráfico 5.14. Consumo da capacidade para os exemplos com estruturas seriais e custo alto de preparação.

A Tabela 5.30 apresenta um resumo da utilização média da capacidade por máquina, para ambas as heurísticas, onde os resultados foram agregados por períodos e máquinas, com o objetivo de facilitar a compreensão dos resultados apresentados nos gráficos (5.11)-(5.14). Mostra-se também nesta tabela, o quanto foi utilizado da capacidade e para as preparações.

Tabela 5.30. Porcentagem da utilização da capacidade para produção e preparação para as heurísticas HT1 e HT2.

Estruturas		Seriais			Gerais		
		10	17	40	10	17	40
Custo baixo de preparação	Uso_cap_HT1	81.5	80.5	89.0	77.9	70.5	85.7
	Uso_setup_HT1	39.2	34.8	24.8	33.8	36.7	27.6
	Uso_cap_HT2	75.3	80.2	89.1	77.5	71.4	85.7
	Uso_setup_HT2	40.5	34.9	24.8	35.6	38.1	27.2
Custo alto de preparação	Uso_cap_HT1	64.6	71.1	86.3	68.3	59.2	78.6
	Uso_setup_HT1	24.9	25.4	23.5	22.2	21.6	19.7
	Uso_cap_HT2	68.7	75.0	88.4	72.2	61.4	80.5
	Uso_setup_HT2	31.3	29.5	23.8	27.2	26.1	20.8

Da Tabela 5.30 pode-se observar novamente que os exemplos com custo alto de preparação apresentam uma utilização média da capacidade inferior aos exemplos com custo baixo de preparação. Por exemplo, para os exemplos com 17 itens e estrutura serial e custo baixo de preparação, o consumo médio da capacidade para produção e preparação, para a

heurística HT1, foi de 80.5%, sendo que, 34.8% desta quantidade foi utilizada para as preparações das máquinas. Para heurística HT2 o consumo foi de 80.2% sendo 34.9% para preparação. Considerando os mesmos exemplos com custo alto de preparação, observa-se que a utilização média da capacidade para a heurística HT1 (HT2) foi de 71.1% (75.0%), sendo que, 25.4% (29.5%) representa o quanto foi utilizado para as preparações das máquinas.

• Influência do Ajuste da Capacidade no uso_cap pelas Soluções Heurísticas

Foram feitos ajustes nas capacidades geradas para observar o desempenho das heurísticas em obter soluções factíveis e para verificar a qualidade das soluções fornecidas. As capacidades foram reduzidas e aumentadas em 5%. Nas tabelas seguintes são reportados os consumos médios da capacidade por máquina, considerando estes ajustes das capacidades. Convém observar aqui, que o consumo da capacidade média é calculado para todos os exemplos que as heurísticas HT1 e HT2 obtiveram soluções factíveis considerando os três ajustes da capacidade.

Tabela 5.31. Consumo de capacidade por máquina para os três ajustes da capacidade e estruturas seriais de produtos.

Itens		10			17			40		
Ajustes		0.95cap	1.0 cap	1.05 cap	0.95cap	1.0 cap	1.05 cap	0.95cap	1.0 cap	1.05 cap
custo baixo de preparação	uso_cap_HT1	78.8	75.0	71.5	83.9	80.5	77	92.8	89	85.1
	uso_setup_HT1	39.6	39.3	38.9	35.1	34.8	34.8	24.8	24.8	24.8
	uso_cap_HT2	79.0	75.3	71.9	83.6	80.2	76.7	92.8	89.1	85.2
	uso_setup_HT2	40.7	40.5	40.4	35	34.9	34.8	24.7	24.8	24.8
custo alto de preparação	uso_cap_HT1	68.3	64.7	61.1	75.5	71.1	67.2	90.4	86.3	82.4
	uso_setup_HT1	26.9	25	23.4	26.9	25.4	23.6	24	23.4	23.3
	uso_cap_HT2	71.8	68.7	65.3	79.1	75	71.3	92.4	88.3	84.3
	uso_setup_HT2	31.9	31.4	30.4	30.2	29.5	28.7	23.8	23.8	23.7

Pela Tabela 5.31 verifica-se que a variação da utilização da capacidade por máquina considerando os três ajustes da capacidade, para ambas as heurísticas, foi em torno de 5%, tal qual foi a redução e o aumento da capacidade. Por exemplo, para os exemplos com 10 itens e custo baixo de preparação, os resultados obtidos para a heurística HT1 para os exemplos com 0.95cap apresentaram um consumo médio de 78.8% (79.0% para HT2) e, para os exemplos com 1.0 cap o consumo foi de 75% (75.3% para HT2) e, para 1.05 cap apresentou um consumo médio por máquina de 71.5% da capacidade e 71.9% para HT2.

Tabela 5.32. Consumo de capacidade por máquina para os três ajustes da capacidade e estruturas gerais.

Itens		10			17			40		
Ajustes		0.95cap	1.0 cap	1.05 cap	0.95cap	1.0 cap	1.05 cap	0.95cap	1.0 cap	1.05 cap
custo baixo de preparação	uso_cap_HT1	81.6	77.9	74	74	70.5	67.1	89.9	85.7	82
	uso_setup_HT1	34.3	33.8	33.9	36.8	36.7	36.4	26.8	27.6	28.1
	uso_cap_HT2	81.2	77.4	73.8	75.1	71.4	68	89.7	85.7	82
	uso_setup_HT2	35.7	35.7	36	38.3	38.1	37.7	26.6	27.2	27.7
custo alto de preparação	uso_cap_HT1	71.7	68.5	65.2	62.7	59.2	56.2	84.7	78.4	74.7
	uso_setup_HT1	22.7	22.2	20.7	22.5	21.6	20.9	19.5	19.8	19.9
	uso_cap_HT2	74.8	71.9	68.5	65.1	61.4	58.2	84.9	80.6	76.6
	uso_setup_HT2	28.4	28	27.5	27	26.1	25.4	21.1	21.2	21.5

A Tabela 5.32 mostra o consumo médio da capacidade gerada para os exemplos com estruturas gerais de produtos e custo alto e baixo de preparação. Observa-se mais uma vez que os exemplos com 17 itens apresentam baixa utilização da capacidade principalmente para os exemplos com custo alto de preparação. Considerando ainda os exemplos com 17 itens e custo alto de preparação, observa-se que a variação do consumo da capacidade de 59.2% da heurística HT1 (1.0 cap) para 62.7% (0.95 cap) é aparentemente muito pequena. No entanto, a heurística HT1 obteve 75.6% de soluções factíveis para 0.95 cap, enquanto que, com 1.0 cap, a heurística HT1 obteve 100% de soluções factíveis (veja Tabela 5.26). Já para a heurística HT2, esta variação do consumo foi de 61.4% (1.0 cap) para 65.1% para (0.95 cap), na mesma proporção de HT1. No entanto, a heurística HT2 obteve 92.2% de soluções factíveis quando reduziu a capacidade, e com a capacidade normal (1.0 cap) obteve 100% de soluções factíveis (veja Tabela 5.28).

• Conclusões

Os resultados apresentados nesta seção mostram que, na média, as soluções fornecidas pela heurística HT2 apresentam consumos da capacidade superior as soluções de HT1. Como a heurística HT2 utiliza o algoritmo WW-Paralelo Penalizado para determinação das soluções iniciais, as soluções obtidas por esta heurística tende a consumir um percentual maior da capacidade para as preparações das máquinas, como visto nos gráficos (5.7)-(5.10).

Pelas tabelas 5.25 e 5.26, observa-se que o desempenho das heurísticas é sensível a variação da capacidade gerada. Pequenas variações das capacidades podem levar as heurísticas a obter um número menor de soluções factíveis, com a redução da capacidade ou,

a obtenção de um número maior de soluções factíveis, caso aumente a capacidade, no entanto, a variação da utilização da capacidade não altera em grandes porcentagens (Veja tabelas 5.31 e 5.32).

5.5.3. Análise dos Resultados com Relação as Infactibilidades

Nesta seção são feitas análises dos resultados em relação ao grau de infactibilidade das soluções iniciais (SIW e SIP) e das soluções infactíveis fornecidas pelas heurísticas.

São descritos os valores médios dos excessos máximos nos períodos apresentados pelas soluções infactíveis (exc_max), e os valores médios das porcentagens de períodos com violações (exc_t). Dentre todos os períodos infactíveis de uma solução, verifica-se a porcentagem máxima de máquinas com violações (exc_k). As expressões para o cálculo de exc_max , exc_t e exc_k , são descritas pelas expressões (5.5), (5.6) e (5.7).

Dentre todos os valores de exc_max (máximo excesso por período) para os exemplos que apresentam violações, é escolhido o exemplo que apresenta o valor máximo de exc_max e o exemplo com o valor mínimo de exc_max . Estes valores são descritos abaixo de exc_max nas tabelas seguintes. São apresentados também os valores máximos e mínimos de exc_t , ou seja, é escolhido o exemplo que apresenta o valor máximo de exc_t e o exemplo que apresenta o valor mínimo de exc_t .

Convém observar aqui que as comparações entre as heurísticas relacionadas às medidas médias acima não são feitas, pois os exemplos infactíveis não são os mesmos. No entanto, pode-se verificar quais heurísticas apresentam os maiores desvios, ou seja, que apresentam os exemplos com valores máximo e mínimo de excesso por período.

Dentre os resultados obtidos foram escolhidos, para cada estrutura de produtos, os piores casos em relação ao número de soluções factíveis obtidas. De outra forma, para os exemplos com estruturas gerais ou seriais com 10, 17 e 40 itens, escolhe-se a estrutura de produtos (para cada variação de custo de preparação) que apresentou os piores resultados em relação ao número de soluções factíveis obtidas. Por exemplo, para os exemplos com custo alto de preparação e estruturas gerais, observa-se na Tabela 5.15, que o grupo de exemplos que apresentou pior resultado em relação ao número de soluções factíveis, foi com 40 itens, pois as heurísticas HT1 e HT2 determinaram somente 51.1% e 65.6% de soluções factíveis, respectivamente.

Os resultados são apresentados primeiramente para os exemplos com custo baixo e alto de preparação e estruturas seriais, seguidas dos resultados para os exemplos com estruturas gerais com custo baixo e alto de preparação.

A Tabela 5.33 mostra o grau de infactibilidade das soluções obtidas pelas heurísticas HO1 e HT1 dos exemplos com estrutura serial com 10 itens e custo baixo de preparação pois,

dentre os exemplos com custo baixo de preparação e estruturas seriais com 10, 17 e 40 itens, os exemplos que apresentaram os piores resultados em relação ao número de soluções factíveis, foram os com 10 itens (veja Tabela 5.14). Os resultados das heurísticas HT1 e HO1 são apresentados na mesma tabela, pois estas utilizam a mesma solução inicial (SIW).

Tabela 5.33.-Excessos máximos para as soluções heurísticas HO1 e HT1 para os exemplos com estrutura serial com 10 itens e custo baixo de preparação.

N-T-K	SIW			HO1			HT1		
	exc_max	exc_k	exc_t	exc_max	exc_k	exc_t	exc_max	exc_k	exc_l
10-6-2	31.3 (6.6;93)	50	58.3 (33.3;100)	3.8 (3.3;4.2)	50	25 (16.7;33.3)	0 (0;0)	0	0 (0;0)
10-6-3	82.5 (18.6;156)	56.7	61.7 (50;83.3)	2.1 (0.8;5.3)	25	16.7 (16.7;16.7)	0 (0;0)	0	0 (0;0)
10-6-4	50.4 (5.4;121.7)	52.5	68.3 (33.3;100)	2.1 (0.6;3.7)	25	16.7 (16.7;16.7)	0 (0;0)	0	0 (0;0)
10-12-2	32.8 (15.7;55.3)	85	54.2 (25;66.7)	5.1 (0.1;10.8)	50	9.5 (8.3;16.7)	19.6 (19.6;19.6)	50	16.7 (16.7;16.7)
10-12-3	48.1 (16.2;109.6)	63.3	64.3 (41.7;91.7)	1.9 (0.7;3.4)	33.3	11.1 (8.3;16.7)	0 (0;0)	0	0 (0;0)
10-12-4	55.4 (12.4;161.3)	57.5	64.2 (50;75)	3.5 (1.8;5.4)	25	11.1 (8.3;16.7)	10.1 (10.1;10.1)	25	8.3 (8.3;8.3)
10-18-2	33.1 (18;55.3)	55	61.7 (44.4;77.8)	4.6 (1.7;8.7)	50	6.3 (5.6;11.1)	14.6 (14.6;14.6)	50	11.1 (11.1;11.1)
10-18-3	56.3 (20.2;95)	60	52.8 (38.9;83.3)	5.3 (2.6;8.9)	33.3	10 (5.6;16.7)	0 (0;0)	0	0 (0;0)
10-18-4	48 (18.9;72.4)	52.5	66.7 (38.9;94.4)	1.3 (0.1;3.6)	25	6.7 (5.6;11.1)	0 (0;0)	0	0 (0;0)

Observe na Tabela 5.33, que os exemplos com 12 períodos e 2 máquinas apresentam um excesso médio de 32.8% nas soluções iniciais, sendo que, o exemplo que apresenta maior excesso em um determinado período está utilizando 55.3% a mais de capacidade por máquina e, o exemplo que apresenta menor consumo entre os exemplos com violações, está utilizando 15.7% a mais de capacidade por máquina. Para este caso, pode-se verificar que as soluções iniciais apresentam soluções infactíveis com até 66.7% de períodos com violações de capacidade, o que corresponde a 8 períodos com violações. Na média, estas soluções iniciais apresentam 54.2% dos períodos excedendo a capacidade.

As soluções fornecidas pela heurística HO1 apresentam uma porcentagem baixa de excesso nos períodos com violações de capacidade. Por exemplo, considerando na Tabela 5.33, os exemplos com 12 períodos e 2 máquinas, pode-se perceber que o exemplo que apresenta o maior excesso por período, está utilizando 10.8% a mais de capacidade por máquina no período com maior excesso, enquanto que, o exemplo que apresenta menor

excesso está excedendo em 0.1%. Considerando todos os exemplos, com 12 itens e 2 máquinas, com violações de capacidade, observa-se que o valor médio de excesso, por período, apresentado pela heurística HO1 foi de 5.1%.

A heurística HT1 não encontrou uma solução factível somente para 3 exemplos, sendo um exemplo para cada uma das seguintes dimensões: 12 períodos e 2 máquinas, 12 períodos e 4 máquinas e, 18 períodos e 2 máquinas. Dentre estes exemplos, o que apresentou maior excesso foi o exemplo com 12 períodos e 2 máquinas e, está consumindo 19.6% a mais de capacidade por máquina.

A Tabela 5.34 mostra o grau de infactibilidade das soluções infactíveis obtidas pelas heurísticas HO2 e HT2 dos exemplos com estrutura serial com 10 itens e custo baixo de preparação, e mostra também uma análise da infactibilidade das soluções iniciais SIP.

Tabela 5.34. Excessos máximos para as soluções heurísticas HO2 e HT2 para os exemplos com estrutura serial com 10 itens e custo baixo de preparação.

N-T-K	SIP			HO2			HT2		
	exc_max	exc_k	exc_t	exc_max	exc_k	exc_t	exc_max	exc_k	exc_t
10-6-2	5.3 (0.0;13.5)	45	25 (0.0;50.0)	3.2 (1.1;5.1)	50	20.8 (16.7;33.3)	0	0	0
10-6-3	3.8 (0.0;7.2)	43.3	25 (0.0;50.0)	4.1 (2.9;5.7)	33.3	16.7 (16.7;16.7)	0	0	0
10-6-4	2.5 (0.0;5.2)	32.5	30 (0.0;66.7)	0.2 (0.2;0.2)	25.0	16.7 (16.7;16.7)	0	0	0
10-12-2	5.2 (0.0;17.7)	60	20 (0.0;33.3)	3.4 (1.6;5.4)	50	11.1 (8.3;16.7)	13.5 (8.5;17.7)	75	12.5 (8.3;16.7)
10-12-3	3.6 (0.0;7.7)	36.7	20.8 (0.0;41.7)	2.6 (1.4;3.8)	33.3	8.3 (8.3;8.3)	0	0	0
10-12-4	5.5 (1.7;9.1)	37.5	28.3 (8.3;41.7)	2.0 (2.0;2.0)	25.0	8.3 (8.3;8.3)	0	0	0
10-18-2	6.2 (0.3;18.1)	65	20.6 (5.6;33.3)	4.0 (0.8;8.2)	50	6.9 (5.6;11.1)	19.1 (19.1;19.1)	50	5.6 (5.6;5.6)
10-18-3	3.7 (1.3;9.8)	36.7	18.3 (5.6;27.8)	3.9 (1.7;6.3)	33.3	5.6 (5.6;5.6)	0	0	0
10-18-4	5.5 (0.0;14.8)	35	26.7 (0.0;44.4)	3.0 (2.7;3.3)	25.0	5.6 (5.6;5.6)	7.7 (7.7;7.7)	25	5.6 (5.6;5.6)

Os resultados apresentados na Tabela 5.34 mostram os valores médios dos excessos por período das soluções iniciais SIP são bem menores do que os excessos das soluções iniciais SIW (veja Tabela 5.33). Note também, que muitas soluções iniciais apresentam exemplos onde os excessos são nulos. Por exemplo, veja na tabela que os exemplos com 6 períodos e 2 máquinas apresentam 5.3% de excesso médio das soluções iniciais por período,

sendo que o exemplo que tem o menor excesso entre os exemplos utiliza 0% a mais de capacidade (uma solução factível) e, o exemplo com maior violação, está utilizando 13.5% a mais de capacidade por período e máquina. Para soluções iniciais, foram analisadas todas as soluções, assim, até as factíveis foram contabilizadas, porém, para as soluções obtidas pelas heurísticas, são contabilizadas apenas as infactíveis. Nas soluções iniciais SIW, Tabela 5.33, para este mesmo grupo de exemplos, pode ser visto que o exemplo, que apresenta o menor valor de exc_max , tem 6.6%, e o exemplo que apresenta o maior valor entre todos os valores de exc_max , tem 93% de excesso, um valor bem superior aos 13.5% fornecido pelas soluções iniciais SIP. Observe também que os valores mínimos e máximos de exc_t das soluções iniciais SIP são inferiores aos apresentados pelas soluções iniciais SIW.

As soluções infactíveis fornecidas pela heurística HO2 apresentam valores máximos de exc_max são inferiores aos apresentados pela solução inicial SIP, mostrando o desempenho da heurística em diminuir as infactibilidades. Por exemplo, considerando o grupo de exemplos com 18 períodos e 3 máquinas, as soluções iniciais apresentam violações no intervalo (1.3;9.8), enquanto que, as soluções da heurística HO2 apresentam violações no intervalo (1.7;6.3).

Já para a heurística HT2, o único exemplo, para o qual não foi capaz de determinar uma solução factível considerando 18 períodos e 2 máquinas, apresenta um período com maior utilização do que o valor apresentado inicialmente pela solução SIP. As soluções SIP apresentam excessos máximos dentro do intervalo (0.3, 18.1), e a heurística HT2 o intervalo (19.1;19.1), o que mostra que as transferências feitas pela heurística de factibilização, às vezes, podem aumentar o nível de produção em um determinado período, levando a soluções com excessos maiores em determinados períodos e máquinas do que os apresentados pelas soluções iniciais.

A Tabela 5.35 mostra o grau de infactibilidade das soluções dos exemplos com estrutura serial com 40 itens e custo alto de preparação fornecidas pelas heurísticas HO1 e HT1.

Tabela 5.35. Excessos máximos para estrutura serial com 40 itens e custo alto de preparação das heurísticas HO1 e HT1.

N-T-K	SIW			HO1			HT1		
	exc_max	exc_k	exc_t	exc_max	exc_k	exc_t	exc_max	exc_k	exc_t
40-6-2	43.5 (26.7;67.2)	80	61.7 (33.3;100)	19.1 (3.4;41.8)	50	25.9 (16.7;50.0)	0 (0;0)	0	0 (0;0)
40-6-3	36.6 (15.8;59.3)	70	75 (50;100)	10.5 (0.6;28.9)	53.3	23.3 (16.7;33.3)	6.3 (6.3;6.3)	33.3	16.7 (16.7;16.7)
40-6-4	35.4 (13.1;78.5)	62.5	80 (50;100)	10.9 (1.3;27.9)	29.2	19.4 (16.7;33.3)	9.8 (9.8;9.8)	50	16.7 (16.7;16.7)
40-12-2	59.9 (40.7;76.8)	100	60 (41.7;75)	15.9 (7.5;33.0)	50	26.7 (8.3;33.3)	5.8 (5.8;5.8)	50	16.7 (16.7;16.7)
40-12-3	42.4 (23.5;62)	93.3	65.8 (50;83.3)	17.2 (4.0;42.9)	51.9	21.3 (8.3;33.3)	0 (0;0)	0	0 (0;0)
40-12-4	41.4 (28.3;61)	87.5	73.3 (50;91.7)	11.5 (0.4;33.3)	41.7	20.4 (8.3;50)	8.2 (8.2;8.2)	25	8.3 (8.3;8.3)
40-18-2	53.4 (20.1;71.3)	95	62.2 (50;83.3)	18.3 (8.2;30.9)	50	23.5 (16.7;38.9)	3.1 (3.1;3.1)	50	5.6 (5.6;5.6)
40-18-3	59.2 (35.7;116.6)	90	65.6 (50;88.9)	22.3 (8.6;72.8)	56.7	16.1 (5.6;27.8)	1.2 (1.2;1.2)	33.3	5.6 (5.6;5.6)
40-18-4	47.3 (23.5;73.5)	85	70 (50;94.4)	11.9 (0.9;22.3)	47.5	26.1 (16.7;33.3)	0 (0;0)	0	0 (0;0)

Na Tabela 5.35 pode-se notar que, apesar das soluções iniciais apresentarem uma porcentagem alta de excesso da capacidade por período, as soluções heurísticas apresentam valores bem inferiores, o que mostra a eficácia das heurísticas em diminuir as infactibilidades. Considere os exemplos com 12 períodos e 4 máquinas, as soluções iniciais apresentam violações no intervalo (28.3, 61.0), a heurística HO1 apresenta excessos no intervalo (0.4; 33.3) por máquina, enquanto que, a heurística HT1 apresenta um único exemplo com violação de capacidade e, este está com um excesso de 8.2% por máquina no período que apresenta com maior violação.

Tabela 5.36. Excessos máximos para estrutura serial com 40 itens e custo alto de preparação das heurísticas HO2 e HT2.

N-T-K	SIP			HO2			HT2		
	exc_max	exc_k	exc_t	exc_max	exc_k	exc_t	exc_max	exc_k	exc_t
40-6-2	6.8 (2.2;13.1)	75	39.7 (16.7;66.7)	1.6 (0.4;5.2)	50	19.4 (16.7;33.3)	0.0	0.0	0.0
40-6-3	6.5 (1.6;13.6)	56.7	45 (16.7;66.7)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
40-6-4	5.4 (3.5;8.8)	57.5	50.0 (16.7;66.7)	1.3 (1.3;1.3)	25	16.7 (16.7;16.7)	0.0	0.0	0.0
40-12-2	7.2 (2.2;12.7)	90	29.2 (16.7;58.3)	5.3 (0.2;7.3)	50	12.5 (8.3;16.7)	4.1 (0.6;7.7)	50	16.7 (16.7;16.7)
40-12-3	5.1 (0.1;8.9)	66.7	31.7 (8.3;50)	0.9 (0.1;1.8)	33.3	8.3 (8.3;8.3)	0.0	0.0	0.0
40-12-4	8.4 (2.0;15.2)	60	54.2 (33.3;75.0)	0.7 (0.2;2.1)	25	13.3 (8.3;25.0)	0.0	0.0	0.0
40-18-2	7.8 (3.8;15.7)	80	35.6 (11.1;50)	3.8 (0.7;9)	50	7.9 (5.6;11.1)	3.0 (3.0;3.0)	50	11.1 (11.1;11.1)
40-18-3	8.1 (4.6;14.4)	70	36.7 (16.7;50)	2.0 (0.6;4.7)	33.3	5.6 (5.6;5.6)	0.0	0.0	0.0
40-18-4	8.2 (5.2;13.0)	70	51.7 (38.9;72.2)	0.6 (0.2;1.3)	25	9.3 (5.6;16.7)	0.0	0.0	0.0

Nas tabelas 5.35 e 5.36 pôde ser observado o mesmo comportamento apresentado pelas soluções iniciais SIP, as quais apresentam intervalos das violações inferiores aos apresentados pelas soluções iniciais SIW. Considerando as heurísticas HO1 e HO2 nestas duas tabelas, as quais utilizam o mesmo procedimento de factibilização e soluções iniciais diferentes, pode-se perceber que a heurística HO2 apresenta intervalos de violações com os valores máximos inferiores aos apresentados pela heurística HO1, como pode ser visto ao considerar os exemplos com 12 períodos e 2 máquinas, com os intervalos (7.5;33.0) de violações para HO1 (Tabela 5.35) e (0.2;7.3) para HO2 (Tabela 5.36). Uma vez mais, estes resultados demonstram a importância de um bom procedimento de inicialização.

Tabela 5.37. Excessos para os exemplos com estrutura geral com 40 itens e custo baixo de preparação para as heurísticas HO1 e HT1.

NTK	SIW			HO1			HT1		
	exc_max	exc_k	exc_t	exc_max	exc_k	exc_t	exc_max	exc_k	exc_t
40-6-2	29.2 (6.8;59.1)	75	61.7 (33.3;66.7)	8.7 (2.0;16.8)	50	21.4 (16.7;33.3)	9 (4.3;19.9)	66.7	30.6 (16.7;50.0)
40-6-3	24.1 (16.8;40.7)	83.3	60 (33.3;83.3)	4.9 (0.8;12.3)	33.3	16.7 (16.7;16.7)	0 (0;0)	0	0 (0;0)
40-6-4	30.2 (18.8;44.9)	57.5	71.7 (50.0;100.0)	4.7 (0.2;7.6)	25	16.7 (16.7;16.7)	0 (0;0)	0	0 (0;0)
40-12-2	40.9 (29;52.5)	95	54.2 (41.7;66.7)	13.4 (3.9;24.2)	50	12.5 (8.3;16.7)	14.4 (3.7;20.4)	87.5	16.7 (8.3;25.0)
40-12-3	32.4 (24;44.3)	83.3	19.4 (50.0;66.7)	8.1 (2.6;12.8)	33.3	12.5 (8.3;16.7)	5.4 (4.5;6.3)	66.7	16.7 (16.7;16.7)
40-12-4	34.6 (27;46)	75	63.3 (50.0;75.0)	8.0 (0.1;15.4)	30	10.0 (8.3;16.7)	3.1 (1.3;4.9)	25	12.5 (8.3;16.7)
40-18-2	37.8 (22.1;49.6)	90	53.9 (38.9;66.7)	21.3 (8.5;34.5)	60	7.8 (5.6;11.1)	26.4 (7.4;47.6)	75	12.5 (5.6;22.2)
40-18-3	38.4 (29.4;56.3)	80	55.6 (38.9;77.8)	10.7 (0.7;22.4)	33.3	6.7 (5.6;11.1)	10.5 (9.5;11.5)	83.3	13.9 (11.1;16.7)
40-18-4	37.2 (26.7;52.6)	82.5	63.9 (55.6;83.3)	11.4 (1.3;18.9)	30	8.9 (5.6;11.1)	5.7 (4.8;6.6)	25	5.6 (5.6;5.6)

Tabela 5.38. Excessos para os exemplos com estrutura geral com 40 itens e custo baixo de preparação para as heurísticas HO2 e HT2.

NTK	SIP			HO2			HT2		
	exc_max	exc_k	exc_t	exc_max	exc_k	exc_t	exc_max	exc_k	exc_t
40-6-2	11.8 (2.7;21.8)	95	39.3 (16.7;66.7)	9.3 (5.5;13.2)	58.3	27.8 (16.7;33.3)	10.1 (3.5;21.3)	75	25 (16.7;33.3)
40-6-3	8.3 (1.8;14.5)	73.3	33.3 (16.7;66.7)	5.3 (0.9;11.8)	33.3	16.7 (16.7;16.7)	0	0	0
40-6-4	8.8 (1.6;19.8)	70	38.3 (16.7;66.7)	4.0 (0.003;9.7)	25	22.2 (16.7;33.3)	0	0	0
40-12-2	16.0 (4.7;26.4)	90	31.7 (16.7;50)	11.1 (0.4;23.5)	58.3	9.7 (8.3;16.7)	19.5 (2.9;31.7)	87.5	16.7 (8.3;25)
40-12-3	11.6 (0.8;22)	90	26.7 (8.3;41.7)	6.6 (0.6;12.3)	41.7	10.4 (8.3;16.7)	9.2 (6.3;12.2)	66.7	8.3 (8.3;8.3)
40-12-4	12.5 (2.6;21.1)	82.5	35.8 (25;50)	7.9 (2.6;13.6)	25	8.3 (8.3;8.3)	4.2 (1;7.3)	50	8.3 (8.3;8.3)
40-18-2	20 (10;33.2)	100	35 (16.7;44.4)	15.8 (1.0;33.7)	66.7	8.3 (5.6;16.7)	20.2 (6.9;32.5)	75	12.5 (5.6;16.7)
40-18-3	14.8 (9.5;25.9)	96.7	36.1 (16.7;66.7)	6.2 (0.3;11.1)	33.3	6.9 (5.6;11.1)	15.3 (12;18.6)	66.7	5.6 (5.6;5.6)
40-18-4	15.4 (8.2;24.5)	90	34.4 (16.7;55.6)	6.5 (0.9;13.1)	25	5.6 (5.6;5.6)	8.1 (7.2;9)	25	5.6 (5.6;5.6)

Observe nas tabelas 5.37 e 5.38 que os excessos médios, por períodos, para as soluções iniciais SIW são bem mais altos do que os fornecidos pelas soluções iniciais SIP, veja os exemplos com T=18 e K=3. Esses exemplos apresentam um excesso médio de 38.4%

para SIW nos períodos que apresentam maiores violações, sendo que o caso que tem máximo excesso entre os dez exemplos gerados apresenta excesso máximo de 56.3% (25.9% para SIP), e o exemplo que tem excesso mínimo apresenta um excesso 29.4 % (9.5% para SIP). Considerando este mesmo exemplo, pode-se observar que as soluções iniciais apresentam em média, soluções com até 77.8 % (66.7% para SIP) de períodos com violações da capacidade disponível.

As próximas tabelas mostram os valores dos excessos das soluções iniciais e heurísticas considerando a estrutura geral com 40 itens e custo alto de preparação.

Tabela 5.39. Excessos para os exemplos com estrutura geral com 40 itens e custo alto de preparação para as heurísticas HO1 e HT1

N-T-K	SI			HO			HT1		
	Exc_max	Exc_k	Exc_t	Exc_max	Exc_k	Exc_t	Exc_max	Exc_k	Exc_t
40-6-2	94.7 (31.2;145.2)	90	45 (33.3;66.7)	32.8 (14.0;63.5)	60.0	23.3 (16.7;33.3)	10.7 (2.6;15.4)	75	30.6 (16.7;33.3)
40-6-3	74.8 (38.8;105.9)	86.7	48.3 (33.3;66.7)	35.4 (2.8;70.6)	53.3	23.3 (16.7;33.3)	6 (2.7;9.7)	44.4	27.8 (16.7;33.3)
40-6-4	70.5 (33.7;110.7)	85	51.7 (33.3;66.7)	24 (6.9;38.5)	37.5	20 (16.7;33.3)	7.2 (2.4;13.2)	33.3	16.7 (16.7;16.7)
40-12-2	113.4 (87.5;137.4)	100	41.7 (33.3;50.0)	36.8 (9.4;62.3)	50.0	11.7 (8.3;16.7)	19.8 (4.0;74.1)	71.4	13.1 (8.3;25)
40-12-3	92.8 (66.7;116.8)	93.3	46.7 (41.7;58.3)	30.6 (4.7;57.9)	60.0	10.0 (8.3;16.7)	6.7 (0.8;15.2)	53.3	15 (8.3;25.0)
40-12-4	86.7 (62.5;121.4)	95	51.7 (41.7;66.7)	31.0 (5.3;57.8)	50.0	9.2 (8.3;16.7)	8.4 (1.4;16.7)	40	15 (8.3;25.0)
40-18-2	112.8 (89.0;153.5)	100	44.4 (33.3;55.6)	38.8 (5.0;74.1)	60.0	7.8 (5.6;11.1)	18.1 (5.2;31.6)	75	9.3 (5.6;16.7)
40-18-3	106.4 (64.8;148.9)	100	44.4 (33.3;61.1)	35.1 (7.3;84.2)	56.7	6.7 (5.6;11.1)	8.5 (0.8;14.3)	50	9.3 (5.6;16.7)
40-18-4	88.3 (59.4;139.4)	95	50.6 (38.9;61.1)	29.7 (3.9;70.6)	42.5	6.1 (5.6;11.1)	13.2 (10.0; 14.9)	58.3	7.4 (5.6;11.1)

Observe também na Tabela 5.39 que as soluções iniciais apresentam altos excessos médios, mas, apesar dos altos excessos, a heurística HT1 foi capaz de diminuir os excessos médios, porém só determinou 51.1% de soluções factíveis (veja Tabela 5.15). Nota-se que alguns exemplos resolvidos pela heurística HT1 apresentaram excessos máximos por período inferiores a 1%, veja os problemas com 12 períodos e 3 máquinas. Na prática, estes exemplos por apresentarem um nível tão baixo de infactibilidade, provavelmente seriam considerados aplicáveis.

Tabela 5.40. Excessos para os exemplos com estrutura geral com 40 itens e custo alto de preparação para as heurísticas HO2 e HT2.

N-T-K	SIP			HO2			HT2		
	exc_max	exc_k	exc_t	exc_max	exc_k	exc_t	exc_max	exc_k	exc_l
40-6-2	24.2 (12.4;40.1)	100	35 (16.7;50)	15.1 (1.3;27.2)	50	18.3 (16.7;33.3)	11.5 (1.3;20)	68.8	27.1 (16.7;50)
40-6-3	12 (4.4;25.4)	83.3	38.3 (16.7;50)	6.3 (1.2;13.2)	42.9	19 (16.7;33.3)	7.1 (7.1;7.1)	66.7	16.7 (16.7;16.7)
40-6-4	9.4 (6.2;13.9)	72.5	45 (16.7;66.7)	2.8 (0.2;8.6)	30.6	18.5 (16.7;33.3)	1.3 (1.3;1.3)	25	16.7 (16.7;16.7)
40-12-2	25.3 (9.3;44)	100	20 (8.3;41.7)	16.5 (3.1;37.1)	50	10.8 (8.3;16.7)	15.2 (5.6;34.1)	75	15.3 (8.3;25)
40-12-3	12.6 (3.3;19.1)	86.7	25.8 (8.3;41.7)	8.3 (2;17.5)	45.8	10.4 (8.3;16.7)	18.2 (14.1;22.3)	66.7	12.5 (8.3;16.7)
40-12-4	12.2 (4.7;25.3)	82.5	34.2 (8.3;58.3)	8.5 (0.7;21.3)	33.3	8.3 (8.3;8.3)	7 (5.0;9.0)	37.5	12.5 (8.3;16.7)
40-18-2	25.1 (7.1;36.7)	95	20.6 (5.6;38.9)	21.4 (1.4;46.5)	61.1	6.8 (5.6;11.1)	26.5 (5.8;37.2)	75	12.5 (5.6;16.7)
40-18-3	16.9 (5.8;35.4)	86.7	26.7 (11.1;44.4)	11.5 (0.4;25.6)	41.7	6.2 (5.6;11.1)	8.6 (1.4;14.6)	66.7	9.7 (5.6;16.7)
40-18-4	12.3 (7.1;18.2)	77.5	38.9 (11.1;61.1)	6.3 (0.7;16.6)	31.2	6.2 (5.6;11.1)	6.6 (3.7;11.6)	58.3	5.6 (5.6;5.6)

Pode ser visto mais uma vez na Tabela 5.40 que as soluções iniciais SIP apresentam excessos inferiores aos fornecidos pelas soluções iniciais SIW. As soluções iniciais SIW (veja Tabela 5.39) apresentam excessos em intervalos de violações com os máximos valores superiores a 100%, enquanto que para as soluções iniciais SIP, estes intervalos nunca apresentaram valor superior a 50%. Pode-se notar que a porcentagem média de períodos com violações é bem inferior para as soluções iniciais SIP do que para as soluções SIW.

• Conclusões

No geral, as soluções iniciais fornecidas pelo algoritmo WW-Paralelo Penalizado (SIP) apresentam violações médias de capacidades inferiores aos apresentados pelas soluções iniciais fornecidas pelo algoritmo WW-Paralelo, soluções SIW. As soluções infactíveis fornecidas pelas heurísticas HT1 e HO2, algumas vezes apresentavam intervalos de violações inferiores aos apresentados pelas heurísticas HT2 e HO2. No entanto, na maioria das vezes, as heurísticas HT2 e HO2 apresentaram intervalos de violações inferiores. Em relação à porcentagem de períodos com violações (exc_t) e máquinas (exc_k), pode-se chegar à mesma conclusão anterior, de que o procedimento de obtenção de uma solução inicial influencia fortemente na qualidade das soluções obtidas, tendo SIP se mostrado mais eficaz que SIW, quando a medida em análise foi o grau de infactibilidade das soluções.

5.5.4. Análise dos Resultados em Relação à Qualidade das Soluções Obtidas

Nesta seção são comparados os valores das funções objetivos das soluções atingidas pelas soluções heurísticas HT1, HT2, HO1 e HO2. Os valores de *GapL*, apresentados nas tabelas seguintes, são as médias dos valores obtidos após aplicar o procedimento de melhoria em todos os exemplos factíveis determinados pelas heurísticas. Primeiramente, são apresentados os valores de *GapL* para as soluções determinadas pelas heurísticas HT1 e HT2 separadamente, sendo apresentado um estudo sobre a influência de alguns procedimentos na qualidade das soluções obtidas por estas heurísticas. Estas heurísticas foram escolhidas para análise por obterem um maior número de soluções factíveis do que as outras duas (veja tabelas 5.14 e 5.15). Após a apresentação dos resultados detalhados para as heurísticas HT1 e HT2, é feita uma comparação da qualidade das soluções obtidas pelas quatro heurísticas. Para isto, são consideradas somente as soluções em que todas as heurísticas determinaram uma solução factível, ou seja, os exemplos em que todas as heurísticas em comparação, falharam em obter uma solução factível são excluídos. O valor de *GapL* é determinado utilizando a expressão (5.9).

5.5.4.1. Qualidade das Soluções Fornecidas pela Heurística HT1

Tabela 5.41. Resultados dos *GapLs* do grupo G2 para heurística HT1

Estruturas	Seriais		Gerais	
	custo baixo de preparação	custo alto de preparação	custo baixo de preparação	custo alto de preparação
10-6-2	3.9	42.3	3.5	33.0
10-6-3	2.7	39.7	3.9	42.9
10-6-4	3.3	52.0	4.7	48.8
10-12-2	3.8	50.0	3.3	28.8
10-12-3	3.2	40.9	3.7	31.3
10-12-4	3.0	40.2	5.7	35.0
10-18-2	4.0	37.1	4.7	23.4
10-18-3	2.9	36.2	3.9	28.0
10-18-4	3.0	36.3	4.7	24.9
Média	3.3	41.6	4.2	32.9
17-6-2	3.0	35.8	1.9	23.5
17-6-3	1.6	34.7	1.8	21.5
17-6-4	1.7	38.1	1.7	18.9
17-12-2	2.6	37.6	1.5	14.8
17-12-3	2.4	32.9	1.9	16.6
17-12-4	2.0	31.0	1.6	14.8
17-18-2	3.5	36.9	1.8	14.7
17-18-3	2.1	33.4	1.5	13.0
17-18-4	2.0	28.9	1.4	12.8
Média	2.3	34.4	1.7	16.7
40-6-2	1.4	26.0	1.7	20.7
40-6-3	1.1	19.3	2.6	23.0
40-6-4	1.2	19.0	3.2	24.0
40-12-2	2.1	33.3	3.9	25.9
40-12-3	1.6	24.5	3.1	17.5
40-12-4	2.3	24.0	3.4	18.4
40-18-2	2.0	30.4	4.3	16.7
40-18-3	1.4	26.3	3.4	16.0
40-18-4	2.0	27.0	4.1	17.9
Média	1.7	25.5	3.3	20.0
Média Total	2.4	33.8	3.1	23.2

Observando a tabela 5.41, pode-se notar que os exemplos com alto custo de preparação possuem altos valores de *GapL*. Parte destas grandezas pode ser devido aos pobres valores dos limitantes inferiores. Por exemplo, considerando os exemplos com estrutura geral com 10 itens, 6 períodos e 4 máquinas com custo alto de preparação, pode-se observar que o

GapL foi de 48.8%, já para os exemplos com estrutura geral e custo baixo de preparação, o *GapL* foi de 4.7%. Observe também na Tabela 5.41, que para os exemplos com estrutura serial, 10 itens e custo baixo de preparação, o *GapL* médio foi 3.3%. Para todas as estruturas seriais consideradas, ou seja, para 10, 17 e 40 itens, e custo baixo de preparação, o *GapL* médio foi de 2.4%, enquanto que, para os exemplos com custo alto de preparação, o *GapL* médio foi de 33.8%. Convém salientar que os resultados apresentados podem ser melhores do que os que os números indicam, ou seja, o valor do limitante do limitante inferior pode incorporar um *gap* de dualidade do problema. Observe também que os valores dos *gaps* tendem a diminuir com o aumento do número de itens.

- **Influência do Procedimento Auxiliar ao Procedimento de Factibilização em HT1**

Na tabela seguinte, mostra-se a influência do procedimento *cria_transferência* na qualidade das soluções obtidas pela heurística HT1. Para cada estrutura de produto, apresenta-se o valor médio de *GapL*, onde os exemplos foram agrupados por períodos. A heurística HT1 sem o procedimento *cria_transferência* é denominada de HT1Sc e com o procedimento *cria_transferência* é denominada de HT1Cc. Os valores de *GapL* são computados se ambas as heurísticas determinaram uma solução factível para o exemplo considerado.

Tabela 5.42. Influência do procedimento *cria_transferência* na qualidade das soluções obtidas pela heurística HT1.

Estrutura	K	Custo baixo de preparação						Custo alto de preparação					
		N=10		N=17		N=40		N=10		N=17		N=40	
		HT1Sc	HT1Cc	HT1Sc	HT1Cc	HT1Sc	HT1Cc	HT1Sc	HT1Cc	HT1Sc	HT1Cc	HT1Sc	HT1Cc
Serial	2	3.8	3.9	3.0	3.0	1.8	1.8	38.7	43.1	37.2	36.7	28.0	28.7
	3	2.9	2.9	2.0	2.0	1.3	1.3	38.3	38.9	33.9	33.7	23.4	23.3
	4	3.1	3.1	1.9	1.9	1.9	1.9	40.1	42.8	32.6	32.7	23.0	23.0
Média		3.3	3.3	2.3	2.3	1.7	1.7	39.1	41.6	34.6	34.4	24.8	25.0
Geral	2	3.8	3.8	1.8	1.8	3.3	3.3	30.2	28.4	17.0	17.7	19.5	19.5
	3	3.9	3.8	1.7	1.7	3.0	3.0	31.5	33.1	16.0	17.0	16.2	16.2
	4	5.1	5.1	1.6	1.6	3.6	3.6	35.2	36.2	15.5	15.5	19.7	19.8
Média		4.3	4.2	1.7	1.7	3.3	3.3	32.3	32.6	16.2	16.7	18.5	18.5

Na Tabela 5.42, pode-se notar que o procedimento *cria_transferência* não teve grande influência na qualidade das soluções obtidas. A diferença percentual dos valores de *GapL* obtidos pela heurística HT1, com e sem o procedimento *cria_transferência*, foi menor que 3%. Por exemplo, para os exemplos com custo alto de preparação e estrutura serial com 10 itens, o *GapL* médio foi de 39.1% para as soluções fornecidas pela heurística HT1 sem o procedimento *cria_transferência*, e de 44.0% para a heurística com o *cria_transferência*. Porém, em geral, a heurística sem o procedimento *cria_transferência* fornece soluções de melhor qualidade, principalmente para os exemplos com custo alto de preparação. No entanto,

se considerar a porcentagem de soluções factíveis obtidas, este procedimento é importante, principalmente, para os exemplos com custo alto de preparação (veja Tabela 5.17).

- **Influência do Procedimento de Melhoria P3 em HT1**

A tabela seguinte apresenta os valores médios de melhoria da qualidade das soluções, após a aplicação do procedimento de melhoria P3. Esta quantidade, para cada exemplo, é fornecida pela seguinte expressão:

$$\%melhoria = 100 \left(\frac{Z_{H_P2} - Z_{H_P3}}{Z_{H_P3}} \right), \quad (5.10)$$

onde:

Z_{H_P2} é o valor da função objetivo fornecido pela heurística para a solução factível fornecido pelo procedimento de factibilização P2.

Z_{H_P3} é o valor da função objetivo calculado na solução fornecida pelo procedimento P3.

Pode-se observar, na Tabela 5.43, que o procedimento de melhoria P3 foi mais expressivo para os exemplos com custo alto de preparação, sendo que, para os exemplos com dimensões menores, apresentou melhor desempenho. Por exemplo, ao considerar os exemplos com 10 itens, 12 períodos e 3 máquinas, nota-se que foi obtida uma melhoria de 0.8% para os exemplos com custo baixo de preparação e estrutura serial de itens, e 17.7% para a mesma estrutura, considerando custo alto de preparação. Considerando as mesmas dimensões, custo baixo de preparação e estrutura geral obteve-se uma melhoria de 1.0%, enquanto que, para os exemplos com custo alto de preparação, a melhoria foi de 8.5%. Em geral, o procedimento de melhoria P3 foi mais eficiente para os exemplos com estrutura serial com 10 itens e custo alto de preparação, pois obteve 13.7 % na melhoria da qualidade das soluções.

Tabela 5.43. Porcentagens de melhoria relativa das soluções obtidas pela heurística HT1.

Heurística HT1	Estrutura Serial		Estrutura Geral	
	Custo baixo de preparação	Custo alto de preparação	Custo baixo de preparação	Custo alto de preparação
N-T-K				
10-6-2	0.8	12.0	0.7	12.5
10-6-3	0.6	17.6	1.6	11.1
10-6-4	0.5	17.4	1.5	11.1
10-12-2	1.2	14.2	0.5	11.0
10-12-3	0.8	17.7	1.0	8.5
10-12-4	0.6	13.7	1.4	7.6
10-18-2	1.0	8.4	1.2	7.8
10-18-3	0.9	9.5	1.3	6.5
10-18-4	0.6	12.7	1.1	9.8
Média	0.8	13.7	1.1	9.5
17-6-2	0.2	15.5	0.3	7.0
17-6-3	0.2	16.5	0.4	10.3
17-6-4	0.3	7.0	0.4	10.6
17-12-2	0.6	15.9	0.3	7.1
17-12-3	0.4	11.9	0.4	5.6
17-12-4	0.4	11.7	0.4	5.3
17-18-2	0.6	16.5	0.6	5.6
17-18-3	0.2	11.5	0.3	5.0
17-18-4	0.4	10.0	0.5	5.1
Média	0.4	12.9	0.4	6.8
40-6-2	0.02	5.7	0.2	7.3
40-6-3	0.04	3.3	0.2	4.7
40-6-4	0.1	3.7	0.2	3.7
40-12-2	0.2	8.7	0.4	4.4
40-12-3	0.2	7.1	0.4	3.4
40-12-4	0.2	4.7	0.4	2.7
40-18-2	0.1	8.3	0.4	3.6
40-18-3	0.2	5.1	0.3	4.1
40-18-4	0.2	5.5	0.5	3.6
Média	0.12	5.8	0.3	4.2
Média Total	0.4	10.8	0.6	6.8

- **Utilização do CPLEX 4.0 para Verificação das Soluções Fornecidas por HT1**

Os valores das funções objetivos das soluções factíveis obtidas pela heurística HT1 também foram comparados com as soluções obtidas pelo CPLEX 4.0, fixando-se as variáveis 0-1 conforme as soluções heurísticas. Os resultados são apresentados na Tabela 5.44, sendo que os valores nesta tabela podem ser expressos pela seguinte expressão:

$$100 \left(\frac{Z_H - Z_{FC}}{Z_{FC}} \right) \quad (5.11)$$

onde:

Z_{FC} - é o valor da função objetivo avaliada solução ótima produzida pelo CPLEX 4.0 na resolução do programa de programação linear.

Tabela 5.44. Melhoria percentual das soluções obtidas pela CPLEX 4.0 em relação às soluções obtidas pela heurística HT1.

Estruturas	Estruturas Seriais		Estruturas Gerais	
	Custo baixo de preparação	Custo alto de preparação	Custo baixo de preparação	Custo alto de preparação
10	0.03	0.04	0.14	0.06
17	0.03	0.05	0.008	0.02
40	0.04	0.04	0.18	0.06
Média Total	0.03	0.04	0.11	0.05

Da Tabela 5.44 nota-se que as soluções obtidas pela heurística HT1 apresentam boa qualidade, pois, o CPLEX 4.0 obteve, no melhor caso, soluções 0.11% melhores que as soluções obtidas pela heurística, exemplos com estruturas gerais, 10, 17 e 40 itens e custo baixo de preparação.

- **Avaliação da Qualidade das Soluções Fornecidas por HT1 com Ajustes da Capacidade**

As tabelas 5.45 e 5.46 mostram a influência da capacidade gerada na qualidade das soluções obtidas pela heurística HT1. As capacidades geradas foram reduzidas e aumentadas em 5%. Os exemplos gerados com as capacidades “folgadas” e “apertadas” foram resolvidos utilizando a heurística HT1, e os resultados obtidos foram comparados. Nas tabelas utiliza-se 0.95 cap para os exemplos apertados, 1.0 cap para os exemplos com capacidade normal e, 1.05 cap para os exemplos folgados. Observa-se que o valor de *GapL* é considerado se a heurística HT1 obteve uma solução factível para os três ajustes de capacidade.

Tabela 5.45. *GapL* para os exemplos com estruturas seriais e três ajustes de capacidade (heurística HT1).

<i>GapL</i>	Custo baixo de preparação			Custo alto de preparação		
N-T-K	0.95 cap	1.0 cap	1.05 cap	0.95 cap	1.0 cap	1.05 cap
10-6-2	4.7	4.1	2.4	42.8	41.0	36.9
10-6-3	3.9	2.8	2.3	46.9	36.4	36.8
10-6-4	4.4	3.1	2.3	59.1	46.0	37.3
10-12-2	4.6	3.4	2.9	47.1	46.6	39.4
10-12-3	3.7	2.9	2.3	43.2	35.7	36.1
10-12-4	4.6	3.0	2.3	49.7	39.6	34.2
10-18-2	5.7	4.9	3.0	36.9	37.9	29.2
10-18-3	4.3	2.8	2.3	36.3	36.2	27.5
10-18-4	4.5	3.0	2.5	41.8	36.0	32.7
Média	4.5	3.3	2.5	44.9	39.5	34.5
17-6-2	2.8	2.0	1.6	54.3	32.6	26.2
17-6-3	2.5	1.6	1.3	40.3	34.7	24.9
17-6-4	2.3	1.6	1.2	43.1	40.1	29.5
17-12-2	2.7	2.1	1.7	39.2	35.5	28.6
17-12-3	3.2	2.4	1.8	37.2	33.9	28.8
17-12-4	3.2	2.0	1.5	40.7	30.9	26.9
17-18-2	5.0	3.2	3.1	44.3	37.9	33.5
17-18-3	3.0	2.1	1.9	37.8	33.7	28.7
17-18-4	2.9	1.9	1.5	34.1	28.9	24.3
Média	3.1	2.1	1.7	41.2	34.2	27.9
40-6-2	1.3	0.6	0.5	29.4	27.5	25.4
40-6-3	2.3	1.1	0.8	23.5	18.3	18.1
40-6-4	3.0	1.3	0.8	26.7	17.3	15.0
40-12-2	3.6	2.3	1.7	37.9	36.5	30.2
40-12-3	2.8	1.5	1.0	29.5	24.3	22.3
40-12-4	3.8	2.3	1.4	28.8	21.3	19.0
40-18-2	2.9	1.3	0.8	38.3	29.1	26.7
40-18-3	2.8	1.4	0.8	31.6	26.7	22.1
40-18-4	3.9	2.0	1.1	33.7	26.1	22.0
Média	2.9	1.5	1.0	31.0	25.2	22.3
Média Total	3.5	2.3	1.7	39.0	33.0	28.2

Os resultados apresentados nas tabelas 5.45 e 5.46 mostram que os valores de *GapL* são dependentes do ajuste da capacidade. De outro modo, quanto maior a redução dos valores das capacidades, tem-se piores valores médios de *GapL*, enquanto que, quanto mais folgado o exemplo, menor o valor médio de *GapL*. Por exemplo, para os exemplos com estrutura serial de 10 itens e custo alto de preparação, tem-se os seguintes valores de *GapL* médio 44.9% para 0.95 cap, 39.5% para 1.0 cap e, 34.5 para 1.05 cap.

Tabela 5.46. *GapL* para os exemplos com estruturas gerais e três ajustes de capacidade (heurísticaHT1)

<i>GapL</i>	Custo baixo de preparação			Custo alto de preparação		
	0.95 cap	1.0 cap	1.05 cap	0.95 cap	1.0 cap	1.05 cap
10-6-2	3.1	1.8	1.5	33.3	34.4	23.1
10-6-3	3.7	3.2	2.4	36.5	41.0	29.4
10-6-4	8.3	4.9	3.1	54.0	48.8	38.2
10-12-2	3.2	2.9	2.4	33.7	28.0	30.7
10-12-3	4.8	3.6	2.8	34.5	28.7	25.4
10-12-4	7.7	6.0	4.9	40.3	34.6	27.4
10-18-2	5.9	4.6	3.7	27.3	25.2	20.7
10-18-3	5.5	3.5	2.4	25.6	23.8	19.4
10-18-4	5.8	4.4	3.3	27.6	24.9	20.8
Média	5.3	3.9	2.9	34.8	32.2	26.1
17-6-2	1.9	1.6	1.2	25.4	25.2	24.0
17-6-3	1.9	1.8	1.3	22.2	21.3	18.0
17-6-4	2.5	1.7	1.4	21.4	18.6	19.0
17-12-2	1.8	1.5	1.4	17.9	14.8	15.1
17-12-3	2.2	1.8	1.5	16.0	16.6	13.1
17-12-4	1.9	1.6	1.4	16.7	14.8	11.8
17-18-2	2.1	1.8	1.5	16.7	14.7	12.6
17-18-3	1.8	1.5	1.3	14.3	13.2	12.0
17-18-4	1.7	1.4	1.2	15.1	12.8	10.9
Média	2.0	1.6	1.6	18.4	16.9	15.2
40-6-2	2.6	1.4	1.1	17.0	16.9	14.5
40-6-3	2.2	1.4	1.0	19.4	17.3	12.8
40-6-4	3.9	2.6	1.4	25.8	19.0	12.5
40-12-2	6.0	4.5	3.5	23.9	23.0	22.1
40-12-3	4.5	3.1	2.1	24.6	17.5	15.5
40-12-4	5.0	3.2	2.2	19.4	18.0	16.2
40-18-2	4.9	2.9	2.1	20.1	15.7	14.8
40-18-3	6.1	4.0	2.8	19.8	17.4	15.9
40-18-4	6.7	4.3	2.8	19.9	17.7	14.9
Média	4.7	3.0	2.1	21.1	19.1	15.5
Média Total	4.0	2.9	2.1	24.8	22.4	18.9

Para facilitar a análise da qualidade das soluções fornecidas pela heurística HT1, um resumo dos resultados é apresentado. Apresenta-se também na Tabela 5.47, o decréscimo médio da qualidade das soluções obtidas quando é feito o aperto de 5% da capacidade, e o acréscimo da qualidade quando se aumenta em 5% a capacidade. Estes valores são calculados utilizando:

$$\text{decrécimo} = 100 * \frac{(GapL_{0.95\text{cap}} - GapL_{1.00\text{cap}})}{GapL_{1.00\text{cap}}}, \quad (5.12)$$

$$\text{acréscimo} = 100 * \frac{(GapL_{1.00\text{cap}} - GapL_{1.05\text{cap}})}{GapL_{1.00\text{cap}}} \quad (5.13)$$

Tabela 5.47. *GapL* para os exemplos resolvidos pela heurística HT1

Estruturas		Custo Baixo de preparação					Custo alto de preparação				
		0.95 cap	decrécimo	1.0 cap	acrécimo	1.05 cap	0.95 cap	decrécimo	1.0 cap	acrécimo	1.05 cap
Seriais	10	4.5	36%	3.3	32%	2.5	44.9	14%	39.5	14%	34.5
	17	3.1	48%	2.1	24%	1.7	41.2	20%	34.2	23%	27.9
	40	2.9	93%	1.5	50%	1.0	31.0	23%	25.2	13%	22.3
Média		3.5	59%	2.3	35%	1.7	39.0	19%	3.0	17%	28.2
Gerais	10	5.3	36%	3.9	34%	2.9	34.8	8%	32.2	23%	26.1
	17	2.0	25%	1.6	0%	1.6	18.4	9%	16.9	11%	15.2
	40	4.7	57%	3.0	43%	2.1	21.1	10%	19.1	23%	15.5
Média		4.0	39%	2.8	26%	2.2	24.8	9%	22.7	19%	18.9

Observe que os exemplos com estruturas seriais de produtos, na média, apresentaram uma variação maior dos valores de *GapL* do que os exemplos com estruturas gerais. Por exemplo, com o ajuste de 5%, os exemplos com custo baixo de preparação, estrutura serial com 40 itens, apresentou um *GapL* médio de 2.9% para 0.95 cap e 1.5% para 1.0 cap.

Nas tabelas seguintes são apresentados os resultados obtidos pela heurística HT2, como foi feito para os resultados obtidos pela heurística HT1.

5.5.4.2. Qualidade das Soluções Fornecidas pela Heurística HT2

Tabela 5.48. *GapL* para as soluções obtidas pela heurística HT2.

Heurística HT2	Estrutura Serial		Estrutura Geral	
<i>GapL</i> N-T-K	Custo baixo de preparação	Custo alto de preparação	Custo baixo de preparação	Custo alto de preparação
10-6-2	4.5	37	4.0	28.4
10-6-3	3.9	36.3	4.6	29.7
10-6-4	3.6	40.1	4.5	38.6
10-12-2	4.7	48.0	3.9	33.4
10-12-3	4.8	45.1	4.8	30.2
10-12-4	4.3	39.1	5.9	34.5
10-18-2	4.7	44.5	4.6	28.5
10-18-3	3.9	36.8	4.0	30.5
10-18-4	4.0	35.7	5.5	32.6
Média	4.3	40.3	4.6	31.8
17-6-2	3.7	35.9	2.3	23.0
17-6-3	2.4	27.2	2.2	14.2
17-6-4	2.5	27.3	2.2	16.4
17-12-2	2.7	35.7	2.2	17.6
17-12-3	3.1	33.1	2.5	15.5
17-12-4	2.5	30.0	2.2	17.3
17-18-2	3.4	41.8	2.4	19.8
17-18-3	2.6	32.0	2.0	15.6
17-18-4	2.5	26.4	2.1	14.6
Média	2.8	32.2	2.2	17.1
40-6-2	1.8	21.2	1.9	19.3
40-6-3	1.5	18.7	3.0	17.3
40-6-4	1.9	17.5	3.6	20.9
40-12-2	2.2	28.6	3.7	20.3
40-12-3	1.8	23.8	3.2	19.0
40-12-4	2.7	21.8	3.9	20.0
40-18-2	2.0	29.4	4.6	20.0
40-18-3	1.7	23.5	3.5	17.5
40-18-4	2.4	23.8	4.3	20.3
Média	2.0	23.1	3.5	19.4
Média Total	3.0	31.9	3.5	22.8

Mais uma vez pode ser observado na Tabela 5.48, que os exemplos com custo alto de preparação possuem um valor alto de *GapL*. Por exemplo, considerando os exemplos com estrutura geral com 10 itens, 6 períodos e 4 máquinas com custo alto de preparação, pode-se observar que o *GapL* foi de 38.6%, já para os exemplos com estrutura geral e custo baixo de preparação, o *GapL* foi de 4.5%. Para todas as estruturas seriais consideradas, ou seja, para 10, 17 e 40 itens, e custo baixo de preparação, o *GapL* médio foi de 3.0%, enquanto que, para os exemplos com custo alto de preparação, o *GapL* médio foi de 31.9%.

- **Influência do Procedimento Auxiliar ao Procedimento de Factibilização em HT2**

A Tabela 5.49 mostra a influência do procedimento cria_transferência na qualidade das soluções obtidas pela heurística HT2. Para cada estrutura de produto, apresenta-se o valor médio de *GapL*, onde os exemplos foram agrupados por períodos. A heurística HT2 sem o procedimento cria_transferência é denominada de HT2Sc e com o procedimento cria_transferência de HT2Cc. Os valores de *GapL* são computados se ambas as heurísticas determinaram uma solução factível para o exemplo considerado.

Tabela 5.49. Influência do procedimento cria_transferência na qualidade das soluções obtidas pela heurística HT2.

Estrutura	K	Custo baixo de preparação						Custo alto de preparação					
		N=10		N=17		N=40		N=10		N=17		N=40	
		HT2Sc	HT2Cc	HT2Sc	HT2Cc	HT2Sc	HT2Cc	HT2Sc	HT2Cc	HT2Sc	HT2Cc	HT2Sc	HT2Cc
Serial	2	4.5	4.5	3.3	3.3	2.0	2.0	42.4	41.8	36.8	37.8	26.4	26.4
	3	4.2	4.2	2.7	2.7	1.7	1.7	39.3	39.4	28.7	30.8	22.0	22.0
	4	4.0	4.0	2.5	2.5	2.3	2.3	38.3	38.3	27.9	27.9	21.0	21.0
Média		4.2	4.2	2.8	2.8	2.0	2.0	40.0	39.8	31.1	32.2	23.1	23.1
Geral	2	4.2	4.2	2.3	2.3	3.4	3.4	29.8	29.6	20.0	20.1	19.7	19.7
	3	4.5	4.5	2.2	2.2	3.2	3.2	30.1	30.1	15.1	15.1	17.9	17.9
	4	5.3	5.3	2.2	2.2	3.9	3.9	35.2	35.2	16.1	16.1	20.1	20.4
Média		4.7	4.7	2.2	2.2	3.5	3.5	31.7	31.6	17.1	17.1	19.2	19.3

Pela Tabela 5.49, pode-se notar que o procedimento cria_transferência teve menos influência na qualidade das soluções obtidas por HT2 do que para a heurística HT1 (veja Tabela 5.42). A diferença percentual dos valores de *GapL* obtidos pela heurística HT2, com e sem o procedimento cria_transferência, foi, em média, menor que 1.1%. Os valores de *GapL* para os exemplos com custo baixo de preparação não apresentaram variações quando este procedimento foi retirado. Para os exemplos com custo alto de preparação, os valores de *GapL* apresentaram uma diferença percentual muito pequena, sendo que às vezes, a heurística com o procedimento apresentava soluções de melhor qualidade e, outras vezes, a heurística sem o procedimento apresentava soluções de melhor qualidade. Considerando os exemplos com 10 itens e 2 máquinas, custo alto de preparação, pode ser visto que o valor de *GapL* fornecido pela heurística HT2Sc, foi em média, de 42.4% e pela heurística HT2Cc foi de 41.8%. Já para os exemplos com 10 itens e 2 máquinas, os valores de *GapL* foram de 39.3% para HT2Sc e 39.4% para HT2Cc.

- **Influência do Procedimento de Melhoria P3 em HT2**

A tabela seguinte apresenta os valores médios de melhoria da qualidade das soluções obtidas por HT2, após a aplicação do procedimento de melhoria P3.

Tabela 5.50. Porcentagens de melhoria causada por P3 na heurística HT2.

Heurística HT2	Estrutura Serial		Estrutura Geral	
	Custo baixo de preparação	Custo alto de preparação	Custo baixo de preparação	Custo alto de preparação
10-6-2	1.6	9.4	1.3	5.8
10-6-3	2.9	8.0	1.8	5.4
10-6-4	3.8	7.0	3.4	6.7
10-12-2	1.2	8.2	1.7	6.1
10-12-3	3.3	7.7	2.9	8.9
10-12-4	4.1	8.1	3.8	8.7
10-18-2	1.7	7.7	1.5	7.5
10-18-3	3.2	7.4	2.8	7.9
10-18-4	3.7	8.8	4.0	9.1
Média	2.8	8.0	2.6	7.3
17-6-2	1.4	6.8	2.3	5.8
17-6-3	2.4	6.9	4.0	11.7
17-6-4	3.6	5.2	5.5	10.5
17-12-2	1.6	7.5	3.3	11.6
17-12-3	3.3	6.4	5.3	13.3
17-12-4	4.2	7.5	5.5	11.2
17-18-2	1.9	6.2	3.3	10.4
17-18-3	2.3	5.5	4.4	11.6
17-18-4	3.6	8.1	6.0	14.3
Média	2.7	6.7	4.4	11.2
40-6-2	0.7	1.5	1.1	2.9
40-6-3	1.5	2.0	1.5	3.8
40-6-4	1.9	2.1	1.9	3.5
40-12-2	0.8	1.2	1.1	4.2
40-12-3	1.4	2.6	2.0	5.0
40-12-4	1.8	3.3	2.2	5.7
40-18-2	0.9	1.9	1.0	3.8
40-18-3	1.5	2.3	1.6	4.8
40-18-4	2.4	3.3	2.0	5.6
Média	1.4	2.2	1.6	4.4
Média Total	2.3	5.7	2.9	7.6

A melhoria da qualidade das soluções fornecidas pelo procedimento (P3) calculada pela expressão (5.10), foi mais expressivo para os exemplos com custo alto de preparação, à semelhança do ocorrido com a heurística HT1. Pode-se também notar que, o procedimento de melhoria para os exemplos com custo alto de preparação foi, em média, num percentual maior para as soluções fornecidas pela heurística HT1 (veja Tabela 5.43). O procedimento P3 foi mais efetivo para a heurística HT2 do que para HT1, quando se analisa os exemplos com custo baixo de preparação. Considere os exemplos com 17 itens e estrutura geral, a porcentagem de melhoria foi de 4.4% para a heurística HT2 e de 0.4% para a heurística HT1 (Tabela 5.43).

- Avaliação da Qualidade das Soluções Fornecidas por HT2 com Ajustes da Capacidade

As tabelas 5.51 e 5.52 mostram a influência do ajuste das capacidades na qualidade das soluções obtidas pela heurística HT2.

Tabela 5.51. *GapL* para os exemplos com estruturas seriais e três ajustes de capacidade (heurística HT2).

<i>GapL</i>	Custo baixo de preparação			Custo alto de preparação		
N-T-K	0.95 cap	1.0 cap	1.05 cap	0.95 cap	1.0 cap	1.05 cap
10-6-2	4.4	4.1	3.4	33.6	34.3	33.5
10-6-3	4.9	4.4	3.5	46.1	39.2	35.6
10-6-4	5.2	3.6	3.3	44.9	40.8	32.2
10-12-2	5.1	4.4	4.0	50.4	48.1	41.0
10-12-3	5.4	4.8	3.9	48.1	43.2	36.5
10-12-4	5.8	4.4	3.7	43.9	37.8	33.8
10-18-2	6.2	4.5	3.7	40.9	37.4	33.8
10-18-3	4.8	4.0	3.2	36.1	34.4	30.5
10-18-4	5.0	4.0	3.2	40.7	35.7	33.0
Média	5.2	4.2	3.5	42.7	39.0	34.4
17-6-2	3.7	3.2	2.4	52.9	40.5	35.9
17-6-3	3.3	2.4	1.9	30.0	27.3	24.5
17-6-4	3.2	2.3	1.6	35.5	28.7	27.2
17-12-2	3.3	2.4	2.1	37.0	32.4	28.1
17-12-3	4.0	3.1	2.2	37.0	33.1	30.2
17-12-4	3.4	2.5	1.9	33.7	30.6	29.1
17-18-2	5.8	3.6	3.1	46.8	42.2	38.1
17-18-3	3.3	2.6	2.0	34.5	31.4	28.7
17-18-4	3.6	2.5	1.9	30.2	26.4	24.5
Média	3.7	2.7	2.1	37.5	32.5	29.6
40-6-2	2.0	0.8	0.6	21.8	21.5	22.2
40-6-3	2.7	1.3	0.8	21.9	17.8	17.6
40-6-4	3.7	1.9	1.2	25.4	17.5	16.5
40-12-2	4.6	2.6	1.8	33.0	29.8	28.8
40-12-3	2.5	1.5	1.0	28.2	23.9	22.2
40-12-4	4.3	2.6	1.7	27.0	21.2	19.2
40-18-2	4.1	1.9	1.1	32.1	28.2	26.8
40-18-3	3.2	1.7	1.0	27.2	23.8	22.4
40-18-4	4.2	2.4	1.5	30.1	23.8	21.0
Média	3.5	1.9	1.2	27.4	23.1	21.9
Média Total	4.1	1.9	2.3	35.9	31.5	28.6

Os resultados apresentados nas tabelas 5.51 e 5.52 mostram mais uma vez que, os valores de *GapL* são dependentes do ajuste da capacidade.

Tabela 5.52. *GapL* para os exemplos com estruturas gerais e três ajustes de capacidade (heurística HT2)

Estrutura Geral						
<i>GapL</i>	Custo baixo de preparação			Custo alto de preparação		
N-T-K	0.95 cap	1.0 cap	1.05 cap	0.95 cap	1.0 cap	1.05 cap
10-6-2	3.5	3.2	2.3	21.7	22.9	15.4
10-6-3	5.5	4.6	3.3	42.3	29.7	27.1
10-6-4	6.3	4.2	3.6	48.2	38.6	28.5
10-12-2	3.9	4.0	3.2	39.9	34.8	31.3
10-12-3	5.8	4.8	3.9	34.6	30.2	27.5
10-12-4	7.2	5.9	4.6	40.1	36.0	30.4
10-18-2	5.9	4.6	3.9	30.9	27.0	24.8
10-18-3	5.3	4.1	3.2	33.4	28.6	25.2
10-18-4	6.7	5.5	4.5	34.0	30.8	27.7
Média	5.6	4.5	3.6	36.1	31.0	26.4
17-6-2	2.4	1.9	1.7	21.9	22.8	13.2
17-6-3	2.5	2.2	1.7	18.5	14.2	12.1
17-6-4	2.9	2.2	1.9	21.5	16.4	15.7
17-12-2	2.8	2.2	2.0	21.2	17.6	14.6
17-12-3	3.0	2.5	2.3	18.9	15.5	13.6
17-12-4	2.6	2.2	2.0	21.7	17.7	16.1
17-18-2	2.9	2.4	2.2	22.2	20.3	16.8
17-18-3	2.3	2.0	1.8	17.9	15.6	13.5
17-18-4	2.4	2.1	1.8	16.9	14.6	13.6
Média	2.6	2.2	1.9	20.1	17.2	14.4
40-6-2	2.4	1.6	1.3	22.1	22.1	19.4
40-6-3	2.9	1.8	1.3	19.8	14.9	13.2
40-6-4	4.9	2.8	1.8	23.1	18.9	14.2
40-12-2	5.2	3.8	3.1	23.1	21.2	19.0
40-12-3	4.4	3.3	2.6	21.1	18.2	16.1
40-12-4	5.6	3.7	2.6	20.7	16.3	15.1
40-18-2	6.0	3.9	2.7	21.6	18.9	17.5
40-18-3	6.2	3.8	2.8	19.2	15.8	14.8
40-18-4	6.7	4.4	3.2	21.3	18.5	16.7
Média	4.9	3.2	2.4	21.3	18.3	16.2
Média Total	4.4	3.3	2.6	25.8	22.2	19.0

Na próxima tabela é apresentado um resumo dos valores dos *GapL* para a heurística HT2 quando são feitos os ajustes da capacidade (tabelas 5.51 e 5.52). Nesta tabela são apresentados os valores percentuais da melhoria da qualidade das soluções quando as capacidades são “folgadas” em 5% e, o quanto piorou quanto às capacidades são “apertadas”. As expressões para determinar o decréscimo e o acréscimo são dadas por (5.12) e (5.13), respectivamente.

Tabela 5.53. *GapL* para os exemplos resolvidos pela heurística HT2

Estruturas		Custo Baixo de preparação					Custo alto de preparação				
		0.95 cap	decréscimo	1.0 cap	acrécimo	1.05 cap	0.95 cap	decréscimo	1.0 cap	acrécimo	1.05 cap
Seriais	10	5.2	24%	4.2	20%	3.5	42.7	10%	39.0	13%	34.4
	17	3.7	37%	2.7	29%	2.1	37.5	15%	32.5	10%	29.6
	40	3.5	84%	1.9	56%	1.2	27.4	19%	23.1	5%	21.9
Média		4.1	48%	2.9	35%	2.3	35.9	15%	31.5	9%	28.6
Gerais	10	5.6	22%	4.5	26%	3.6	36.1	17%	31.0	17%	26.4
	17	2.6	21%	2.2	13%	1.9	20.1	17%	17.2	20%	14.4
	40	4.9	52%	3.2	36%	2.4	21.3	17%	18.3	13%	16.2
Média		4.4	32%	3.3	25%	2.6	25.8	17%	22.2	17%	19.0

Observe que, em geral, a deterioração da qualidade da solução é maior quando se aperta a capacidade, do que quando se relaxa. Observe o que acontece para os exemplos com 40 itens, estrutura geral e custo alto de preparação. Para 1.00 cap, o valor médio de *GapL* é de 18.3%, mas quando se aperta a capacidade em 5%, o valor de *GapL* decresce 17%; já para 1.05 cap, o valor médio de *GapL* melhorou de 13%.

- **Utilização do CPLEX 4.0 para Verificação das Soluções fornecidas por HT2**

Os valores apresentados na Tabela 5.54 mostram que as soluções obtidas pela heurística HT2 apresentam boa qualidade. Observe que CPLEX 4.0 melhorou muito pouco a qualidade das soluções. No entanto, poderia acrescentar novas estratégias no procedimento de melhoria da heurística para tentar encontrar soluções melhores do que as encontradas pelo CPLEX 4.0, como por exemplo, investir em estratégias da Busca Tabu baseada na memória de longo prazo para procurar novas regiões de busca.

Tabela 5.54. Melhoria percentual das soluções obtidas pela CPLEX 4.0 em relação às soluções obtidas pela heurística HT2.

Estruturas	Estruturas Seriais		Estruturas Gerais	
Itens (N)	Custo baixo de preparação	Custo alto de preparação	Custo baixo de preparação	Custo alto de preparação
10	0.01	0.02	0.07	0.04
17	0.01	0.02	0.001	0.01
40	0.02	0.01	0.12	0.03
Média Total	0.02	0.02	0.06	0.03

5.5.4.3. Comparação das Soluções Fornecidas pelas Heurísticas

Nas tabelas seguintes as soluções fornecidas pelas heurísticas são comparadas para verificar a qualidade destas soluções.

Qualidade das Soluções Heurísticas HT1 *Versus* Qualidade das Soluções Heurísticas HT2

Nas tabelas seguintes são apresentadas as comparações entre as soluções fornecidas pelas heurísticas HT1 e HT2. É também apresentado o quanto melhora uma solução em relação à outra para os exemplos com custo alto e baixo de preparação. Esta melhoria é expressa por:

$$\text{Melhoria} = 100 * \left(\frac{\text{GapL}_{\text{HT1}} - \text{GapL}_{\text{HT2}}}{\text{GapL}_{\text{HT2}}} \right)$$

Os resultados da Tabela 5.55 mostram que a heurística HT1 apresenta soluções de melhor qualidade que a heurística HT2 para os exemplos com custo baixo de preparação, isto considerando o *GapL* como uma medida de qualidade. Para todos os exemplos com 10 itens e custo baixo de preparação, a heurística HT2 obteve soluções com o *GapL* médio de 4.3% e a heurística HT1 obteve soluções com um *GapL* médio de 3.3. Para os exemplos com custo alto de preparação, pode ser verificado que a heurística HT2 apresenta, em média, soluções melhores do que a heurística HT1. Considere os exemplos com 10 itens e custo alto de preparação, a heurística HT1 obteve um *GapL* médio de 41.6% enquanto que, HT2 obteve um *GapL* médio de 40.3%, uma melhoria média de 3% para HT2.

Tabela 5.55. *GapL* para os exemplos com estruturas seriais obtidos pelas heurísticas HT1 e HT2.

<i>GapL</i>	Custo baixo de preparação			Custo alto de preparação		
N-T-K	HT1	HT2	Melhoria	HT1	HT2	Melhoria
10-6-2	3.9	4.5	-13%	42.3	37.0	14%
10-6-3	2.7	3.9	-31%	39.7	36.3	9%
10-6-4	3.3	3.6	-8%	52.0	40.1	30%
10-12-2	4.0	4.7	-15%	50.0	48.4	3%
10-12-3	3.2	4.8	-33%	40.9	45.1	-9%
10-12-4	3.0	4.4	-32%	40.2	39.1	3%
10-18-2	4.0	4.7	-15%	37.1	44.5	-17%
10-18-3	2.9	3.9	-26%	36.2	36.8	-2%
10-18-4	3.0	4.0	-25%	36.0	35.7	1%
Média	3.3	4.3	-22%	41.6	40.3	3%
17-6-2	3.0	3.7	-19%	35.8	35.9	0%
17-6-3	1.6	2.4	-33%	34.7	27.2	28%
17-6-4	1.7	2.5	-32%	38.1	27.3	40%
17-12-2	2.6	2.7	-4%	35.9	35.7	1%
17-12-3	2.4	3.1	-23%	32.9	33.1	-1%
17-12-4	2.0	2.5	-20%	31.0	30.0	3%
17-18-2	3.5	3.4	3%	36.9	41.8	-12%
17-18-3	2.1	2.6	-19%	33.4	32.0	4%
17-18-4	2.0	2.5	-20%	28.9	26.4	9%
Média	2.3	2.8	-18%	34.2	32.2	6%
40-6-2	1.4	1.8	-22%	26.0	21.2	23%
40-6-3	1.1	1.5	-27%	19.3	18.1	7%
40-6-4	1.2	1.9	-37%	19.0	16.8	13%
40-12-2	2.1	2.2	-5%	34.8	28.6	22%
40-12-3	1.6	1.8	-11%	24.5	23.8	3%
40-12-4	2.3	2.7	-15%	24.0	21.6	11%
40-18-2	2.0	2.0	0%	30.4	29.4	3%
40-18-3	1.4	1.7	-18%	26.3	23.3	13%
40-18-4	2.0	2.4	-17%	27.0	23.8	13%
Média	1.7	2.0	-16%	25.7	23.0	12%
Média Total	2.4	3.0	-19%	33.8	31.8	6%

Tabela 5.56. *GapL* para os exemplos com estruturas gerais obtidos pelas heurísticas HT1 e HT2.

<i>GapL</i>	Custo baixo de preparação			Custo alto de preparação		
N-T-K	HT1	HT2	Melhoria	HT1	HT2	Melhoria
10-6-2	3.7	3.5	6%	34.4	28.4	21%
10-6-3	3.9	4.6	-15%	42.9	27.8	54%
10-6-4	4.7	4.5	4%	48.8	38.6	26%
10-12-2	3.3	4.1	-20%	27.5	33.4	-18%
10-12-3	3.7	4.8	-23%	28.7	30.2	-5%
10-12-4	5.7	5.9	-3%	35.0	34.5	1%
10-18-2	4.7	4.6	2%	23.4	27.0	-13%
10-18-3	3.9	4	-3%	28.0	30.5	-8%
10-18-4	4.6	5.5	-16%	24.9	30.8	-19%
Média	4.2	4.6	-8%	32.6	31.2	4%
17-6-2	1.9	2.3	-17%	23.5	23.0	2%
17-6-3	1.8	2.2	-18%	21.5	14.2	51%
17-6-4	1.7	2.2	-23%	18.9	16.4	15%
17-12-2	1.5	2.2	-32%	14.8	17.6	-16%
17-12-3	1.9	2.5	-24%	16.6	15.5	7%
17-12-4	1.6	2.2	-27%	14.8	17.3	-14%
17-18-2	1.8	2.4	-25%	14.7	19.8	-26%
17-18-3	1.5	2	-25%	13.1	15.6	-16%
17-18-4	1.4	2.1	-33%	12.8	14.6	-12%
Média	1.7	2.2	-25%	16.7	17.1	-2%
40-6-2	1.7	1.9	-11%	18.3	19.3	-5%
40-6-3	2.6	3	-13%	23.0	17.1	35%
40-6-4	3.2	3.6	-11%	24.0	18.1	33%
40-12-2	3.9	3.7	5%	23.0	22.2	4%
40-12-3	3.1	3.2	-3%	17.5	18.2	-4%
40-12-4	3.4	3.9	-13%	18.5	18.5	0%
40-18-2	4.3	4.6	-7%	16.7	19.3	-13%
40-18-3	3.4	3.5	-3%	16.0	17.8	-10%
40-18-4	4.1	4.3	-5%	17.9	20.3	-12%
Média	3.3	3.5	-6%	19.4	19.0	2%
Média Total	3.1	3.5	-11%	22.9	22.4	2%

Na Tabela 5.56 pode ser notado mais uma vez que, a heurística HT1 fornece soluções de melhor qualidade para os exemplos com custo baixo de preparação. No entanto, para os exemplos com estruturas gerais de produtos, em geral, esta quantidade é inferior do que para os exemplos com estruturas seriais e custo baixo de preparação (Veja Tabela 5.55). Para os exemplos com custo alto de preparação, a heurística HT2 obteve, em média, soluções

melhores para 10 e 40 itens. Para os exemplos com 17 itens e custo alto de preparação, a heurística HT1 apresentou melhor desempenho do que HT2. Apesar dos valores mostrados nas tabelas 5.55 e 5.56 de que, para um grande número de exemplos, HT1 fornece soluções melhores do que as soluções fornecidas pela heurística HT2, porém, a heurística HT2, em geral, determina um número maior de soluções factíveis (veja tabelas 5.14 e 5.15).

A seguir é apresentada uma tabela com os tempos computacionais médios que as heurísticas HT1 e HT2 gastaram para resolver os exemplos, para os quais os valores de *GapL* foram apresentados nas tabelas 5.55 e 5.56.

Tabela 5.57. Tempos computacionais médios em segundos gastos por HT1 e HT2

Estruturas	N	Custo baixo de preparação		Custo alto de preparação	
		HT1	HT2	HT1	HT2
Seriais	10	1.3	1.2	1.8	1.3
	17	2.2	2.3	3.7	2.4
	40	9.3	9.1	18.1	8.2
Média		4.3	4.2	7.9	4.0
Gerais	10	1.4	1.3	1.7	1.3
	17	2.2	2.3	2.7	2.4
	40	11.8	10.4	17.3	10.1
Média		5.1	4.7	7.2	4.6

Note que para os exemplos com custo baixo de preparação, a diferença no valor dos tempos gastos, em média, pelas as heurísticas HT1 e HT2 é pequena (menor que 0.4). Já para os exemplos com custo alto de preparação, esta diferença é maior. Para os exemplos com estruturas seriais de itens e custo alto de preparação, a diferença no valor dos tempos é, em média, de 3.9 segundos. Como foi comentado anteriormente para os exemplos do grupo G1, a heurística HT2 encontra uma solução factível utilizando um tempo médio menor do que a heurística HT1. Embora não apresentados aqui (pois são apresentadas apenas as médias), o tempo máximo gasto pela heurística HT2 para resolver um exemplo foi de 53.31 segundos, para o exemplo com estrutura geral de produtos com 40 itens, custo alto de preparação, 18 períodos e 4 máquinas. A heurística HT1 utilizou um tempo máximo de 103.81 segundos para resolver um exemplo com estrutura serial de produtos com 40 itens, 18 períodos e 4 máquinas.

Observando mais uma vez a Tabela 5.57, pode ser notado que, com o aumento do número de itens, o tempo computacional aumenta também. Isto também ocorre quando se fixa o número de itens e aumenta o número de períodos. Quando aumenta o número de máquinas e fixa o número de itens e períodos, o tempo computacional também aumenta, no entanto, numa

razão menor. Para um melhor esclarecimento, considere os dois gráficos seguintes, onde é fixado o número de itens em 40.

O Gráfico 5.15 apresenta os tempos computacionais médios para os exemplos com custo alto de preparação e estruturas seriais com 40 itens. Neste gráfico pode-se notar o comportamento citado acima. Quando se aumenta o número de períodos, o tempo computacional cresce sensivelmente. Para o número de máquinas, houve um aumento menos significativo sendo que, os exemplos com 6 períodos, houve um decréscimo no tempo computacional.

Gráfico 5.15. Tempos computacionais médios em segundos para exemplos com estruturas seriais com 40 itens e custo alto de preparação

Os tempos médios apresentados no Gráfico 5.16 servem para reafirmar que com o aumento do número de períodos e máquinas, os tempos computacionais tendem a aumentar também.

Gráfico 5.16. Tempos computacionais médios em segundos para exemplos com estruturas gerais com 40 itens e custo alto de preparação

Qualidade das Soluções Heurísticas HT2 *Versus* Qualidade das Soluções Heurísticas HO2

Nesta seção são comparadas as soluções fornecidas pelas heurísticas HT2 e HO2. Ambas heurísticas consideram o mesmo procedimento para obtenção da solução inicial, sendo que a diferença está no procedimento de factibilização. Na heurística HT2 são consideradas estratégias da Busca Tabu baseada na memória de curto prazo para evitar as ciclagens que ocorrem durante o procedimento de factibilização. Na heurística HO2 é considerado um contador de ciclos para evitar ciclagens, no entanto, este contador de ciclos tenta evitar ciclos somente entre máquinas dentro de um mesmo período, não evitando as ciclagens que ocorrem entre os passos progressivos e regressivos do processo de factibilização, como foi dito anteriormente. Esta comparação tem como objetivo verificar se as soluções fornecidas pela heurística com estratégias da Busca Tabu (HT2) apresentam qualidades superiores as soluções fornecidas por HO2.

Nas tabelas seguintes, as soluções fornecidas pelas heurísticas HT2 e HO2 são comparadas. É também apresentado o quanto melhora uma solução em relação à outra para os exemplos com custo alto e baixo de preparação. Esta melhoria é expressa por:

$$\text{Melhoria} = 100 * \left(\frac{\text{GapL}_{\text{HO2}} - \text{GapL}_{\text{HT2}}}{\text{GapL}_{\text{HT2}}} \right)$$

Tabela 5.58. *GapL* para os exemplos com estruturas seriais obtidos pelas heurísticas HT2 e HO2

<i>GapL</i> N-T-K	Custo baixo de preparação			Custo alto de preparação		
	HT2	HO2	Melhoria	HT2	HO2	Melhoria
10-6-2	4.5	3.8	-16%	31.1	28.5	-8%
10-6-3	3.6	3.6	0%	34.2	32.9	-4%
10-6-4	3.4	3.4	0%	40.1	38.3	-4%
10-12-2	4.9	4.9	0%	36.6	35.0	-4%
10-12-3	4.6	4.6	0%	42.4	39.9	-6%
10-12-4	4.4	4.4	0%	38.8	38.8	0%
10-18-2	4.6	4.4	-4%	32.0	31.6	-1%
10-18-3	3.7	3.7	0%	35.5	35.5	0%
10-18-4	3.7	3.7	0%	34.4	34.3	0%
Média	4.2	4.1	-2%	36.1	35.0	-3%
17-6-2	3.0	2.9	-3%	29.6	25.6	-14%
17-6-3	2.3	2.2	-4%	26.1	26.1	0%
17-6-4	2.3	2.3	0%	27.3	27.6	1%
17-12-2	2.5	2.4	-4%	27.6	27.2	-1%
17-12-3	3.0	2.9	-3%	31.7	31.6	0%
17-12-4	2.5	2.5	0%	30.2	29.9	-1%
17-18-2	3.3	3.3	0%	35.0	35.5	1%
17-18-3	2.6	2.6	0%	31.3	30.6	-2%
17-18-4	2.4	2.4	0%	26.2	26.4	1%
Média	2.7	2.6	-2%	29.4	28.9	-2%
40-6-2	1.8	1.6	-11%	19.3	19.4	1%
40-6-3	1.4	1.4	0%	18.7	17.9	-4%
40-6-4	1.7	1.6	-6%	16.8	16.7	-1%
40-12-2	2.1	2.1	0%	29.6	29.5	0%
40-12-3	1.6	1.5	-6%	23.1	23.0	0%
40-12-4	2.3	2.3	0%	19.7	19.9	1%
40-18-2	1.3	1.4	8%	27.5	27.5	0%
40-18-3	1.7	1.6	-6%	23.0	23.0	0%
40-18-4	2.0	2.0	0%	22.0	21.8	-1%
Média	1.8	1.7	-3%	22.2	22.1	-1%
Média Total	2.9	2.8	-2%	29.3	28.7	-2%

Os resultados apresentados na Tabela 5.58 mostram que a heurística HO2 apresenta soluções de melhor qualidade que a heurística HT2, isto considerando o *GapL* como uma medida de qualidade. No entanto, a heurística HT2 determina um número maior de soluções factíveis (veja Tabela 5.14) e, as diferenças nos valores dos *gaps* entre as heurísticas são muito pequenas.

Tabela 5.59. *GapL* para os exemplos com estruturas gerais obtidos pelas heurísticas HT2 e HO2.

<i>GapL</i>	Custo baixo de preparação			Custo alto de preparação		
	HT2	HO2	Melhoria	HT2	HO2	Melhoria
10-6-2	3.6	3.8	6%	20.5	19.4	-5%
10-6-3	4.8	4.5	-6%	29.7	29.7	0%
10-6-4	4.5	4.5	0%	33.7	33.4	-1%
10-12-2	4.1	4.1	0%	31.3	32.1	3%
10-12-3	4.8	4.8	0%	30.6	30.1	-2%
10-12-4	5.9	5.9	0%	34.0	31.9	-6%
10-18-2	4.6	4.6	0%	27.0	26.0	-4%
10-18-3	4.1	4.2	2%	27.7	28.0	1%
10-18-4	5.5	5.5	0%	30.3	29.2	-4%
Média	4.7	4.7	0%	29.4	28.9	-2%
17-6-2	2.0	2.0	0%	20.0	18.5	-8%
17-6-3	2.2	2.2	0%	12.1	12.3	2%
17-6-4	2.2	2.2	0%	15.3	15.3	0%
17-12-2	2.2	2.2	0%	16.4	15.2	-7%
17-12-3	2.5	2.5	0%	14.3	14.2	-1%
17-12-4	2.3	2.3	0%	16.8	17.0	1%
17-18-2	2.5	2.5	0%	18.3	17.1	-7%
17-18-3	2.0	2.0	0%	16.4	16.0	-2%
17-18-4	2.0	2.0	0%	14.8	14.9	1%
Média	2.2	2.2	0%	16.0	15.6	-3%
40-6-2	1.9	1.9	0%	***	***	***
40-6-3	2.2	2.2	0%	14.4	13.8	-4%
40-6-4	2.7	2.7	0%	18.2	17.9	-2%
40-12-2	3.6	3.6	0%	***	***	***
40-12-3	3.3	3.4	3%	17.8	17.9	1%
40-12-4	3.3	3.3	0%	16.3	15.7	-4%
40-18-2	3.6	3.6	0%	19.1	19.1	0%
40-18-3	3.6	3.6	0%	15.6	15.4	-1%
40-18-4	3.4	3.4	0%	19.6	19.4	-1%
Média	3.1	3.1	0%	17.3	17.0	-1%
Média Total	3.3	3.3	0%	21.2	20.8	-2%

Os resultados da Tabela 5.59 mostram a tendência da heurística HO2 de fornecer soluções de melhor qualidade do que a heurística HT2. No entanto, a diferença nos valores dos *gaps* entre as soluções heurísticas para os exemplos com custo baixo de preparação é mínima, sendo mais expressiva para os exemplos com custo alto de preparação. Veja também que para os exemplos com custo alto de preparação, 40 itens, 2 máquinas e com 6 e 12 períodos, não foi possível a comparação porque a heurística HO2 não determinou soluções factíveis para estes exemplos.

A tabela seguinte mostra os tempos computacionais médios que ambas as heurísticas gastaram para resolver os exemplos, para os quais os valores dos *GapL* foram apresentados nas tabelas 5.58 e 5.59.

Tabela 5.60. Tempos computacionais médios em segundos gastos por HO2 e HT2.

Estruturas	N	Custo baixo de preparação		Custo alto de preparação	
		HO2	HT2	HO2	HT2
Seriais	10	1.3	1.1	1.6	1.2
	17	2.4	2.2	2.8	2.1
	40	9.3	8.2	7.5	7.0
Média		4.3	3.8	4.0	3.4
Gerais	10	1.4	1.3	1.6	1.2
	17	2.3	2.3	2.8	2.1
	40	9.4	8.8	10.4	9.5
Média		4.4	4.1	4.9	4.3

Como era de se esperar, a heurística com estratégias de Busca Tabu encontra uma solução factível num tempo menor do que a heurística HO2. Veja os exemplos com 40 itens, custo alto de preparação e estrutura geral, a heurística HT2 utilizou um tempo médio de 9.5 segundos, enquanto que, a heurística HO2 utilizou 10.4 segundos.

Soluções Fornecidas pelas Heurísticas HO1, HO2, HT2 e HT1

Apesar do baixo número de soluções factíveis obtidas pela heurística HO1 é feita uma comparação para verificar a qualidade das soluções fornecidas pelas quatro versões heurísticas. Convém observar aqui que, a heurística HO1 não obteve soluções factíveis para os exemplos com custo alto de preparação e estruturas gerais com 40 itens, sendo neste caso, impossível fazer a comparação para estes exemplos. Para os outros exemplos, com custo alto de preparação, a percentagem de soluções factíveis obtidas foi muito baixa (veja tabelas 5.14 e 5.15). Assim, as comparações podem levar a conclusões erradas da qualidade das soluções, principalmente para os exemplos com custo alto de preparação.

Tabela 5.61. *GapL* para os exemplos com estruturas gerais obtidos pelas heurísticas HT2, HT1, HO1 e HO2.

Estruturas	itens	custo baixo de preparação				custo alto de preparação			
		HO1	HO2	HT2	HT1	HO1	HO2	HT2	HT1
Seriais	10	2.7	3.9	4.0	2.8	32.2	36.6	36.9	43.1
	<i>Desvio padrao</i>	0.4	0.5	0.5	0.4	10.0	4.7	6.8	18.2
	17	1.9	2.5	2.8	1.9	22.1	29.0	28.9	26.7
	<i>Desvio padrao</i>	0.4	0.4	0.4	0.4	9.8	4.4	4.5	4.4
	40	1.3	1.6	1.7	1.4	18.1	19.3	19.1	18.9
	<i>Desvio padrao</i>	0.3	0.6	0.4	0.3	8.6	4.5	4.7	4.1
GapL médio		2.0	2.7	2.8	2.0	24.1	28.3	28.3	29.6
Gerais	10	3.7	4.6	4.5	3.7	17.8	28.1	28.5	22.5
	<i>Desvio padrao</i>	0.8	0.8	0.7	0.8	5.7	3.1	3.4	7.3
	17	1.5	2.2	2.2	1.6	12.8	14.2	14.5	13.3
	<i>Desvio padrao</i>	0.2	0.3	0.3	0.2	5.0	2.4	2.0	3.5
	40	2.9	3.1	3.1	2.9	***	***	***	***
	<i>Desvio padrao</i>	1.0	0.9	0.9	1.0	***	***	***	***
GapL médio		2.7	3.3	3.3	2.7	15.3	21.2	21.5	17.9

Os resultados apresentados na Tabela 5.61 mostram que a heurística HO1 fornece soluções de melhor qualidade, no entanto, o desempenho desta heurística é péssimo quando se considera factibilidade (veja tabelas 5.14 e 5.15). Para os exemplos com custo baixo de preparação, a diferença nos valores dos *gaps* é mínima quando se compara a heurística HO1 e HT1; já para os exemplos com custo alto de preparação esta diferença é maior. Observe também que, para os exemplos com custo alto de preparação, a heurística HT1 fornece soluções melhores do que a heurística HT2, no entanto, quando utilizou um número maior de exemplos para comparação foi notado que, às vezes, a heurística HT2 fornecia soluções melhores (veja tabelas 5.55 e 5.56).

• Conclusões

Neste capítulo foram apresentadas quatro variantes de uma heurística para resolução do problema de dimensionamento de lotes proposto nesta tese. Entre as quatro heurísticas, duas apresentaram desempenho melhor sobre as outras na determinação das soluções factíveis. As heurísticas que tiveram o pior desempenho não utilizavam estratégias baseadas na memória de curto prazo da Busca Tabu, para evitar as ciclagens, que ocorre entre as máquinas dentro de um certo período e, entre os passos do procedimento de factibilização. Os resultados computacionais, realizados com um conjunto grande de exemplos, permitiram comprovar a eficiência desta estratégia no controle dos ciclos e, com isto, obteve um grande número de soluções factíveis para os exemplos gerados.

As duas melhores heurísticas HT1 e HT2 diferem apenas no procedimento da determinação das soluções iniciais. A heurística HT2, que utiliza o algoritmo WW-Paralelo Penalizado, pode ser considerada a heurística mais indicada para resolução do problema considerado, apesar de não ter conseguido, em média, soluções de melhor qualidade do que HT1 para algumas dimensões dos exemplos gerados. Os fatores que levaram a considerar a heurística HT2, como a heurística mais indicada, foram:

- ☛ Em média, apresentava maior porcentagem de soluções factíveis .
- ☛ Utiliza um número menor de iterações.
- ☛ Utiliza menos tempo computacional.
- ☛ Solicita menos chamadas ao procedimento cria_transferência.
- ☛ Solicita menos chamadas do procedimento de alteração (P4).
- ☛ Apresenta soluções iniciais com menores excessos da capacidade.

A seguir, no Capítulo 6 é apresentada uma proposta de resolução para um problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes.

CAPÍTULO 6

UM PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO E SEQUENCIAMENTO DE LOTES E UM PROCEDIMENTO DE RESOLUÇÃO

6.1. Introdução

Neste capítulo é considerado o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes em um sistema de produção multiestágio, onde cada estágio é composto por máquinas paralelas com capacidade limitada. O problema consiste em determinar um plano de produção que atenda a demanda dos itens finais e de seus componentes em cada período de um horizonte finito de planejamento. Os tempos (custos) das preparações são dependentes da sequência de produção dos itens.

O objetivo do problema é determinar qual a melhor sequência de produção para cada período e máquina que minimize os custos de produção, preparação e de estoque. Um método heurístico para a resolução deste problema é proposto. Relaxando-se as restrições de capacidade, uma solução inicial (sequência inicial), possivelmente infactível, para cada período e máquina é obtida utilizando um algoritmo de programação dinâmica (Armentano e Toledo, 1997). Este algoritmo é aplicado primeiramente aos itens finais, e a seguir, para os seus itens componentes. Em seguida, se a solução obtida for infactível, tenta-se obter um plano de produção factível em relação às restrições de capacidade. O procedimento de

factibilização consta de dois passos principais: pré-factibilização e factibilização final. O procedimento de pré-factibilização consiste na resolução do problema do caixeiro viajante para cada período e máquina na tentativa de obter uma seqüência melhor de produção dos itens, em relação aos tempos de preparação (uma seqüência alternativa pode diminuir os tempos de preparação e até factibilizar a solução). Após o procedimento de pré-factibilização, faz-se transferências de produção entre períodos e máquinas na tentativa de encontrar uma solução factível.

6.2. Formulação do Problema

A formulação do problema não será apresentada aqui, mas as variáveis e os dados necessários são definidos para uma futura formulação do modelo. Estas definições são necessárias para o entendimento do procedimento de resolução proposto.

O problema consiste em determinar o tamanho dos lotes de produção de cada item e uma seqüência de produção, em cada período e máquina, em um horizonte de tempo finito. É considerado que vários itens podem ser produzidos em um determinado período, assim, este problema é considerado como um "*large bucket problem*" (Haase e Kimms, 2000). Os custos considerados são os de produção, estoque e preparação, sendo este último dependente da seqüência de produção na máquina e período. É suposto que os recursos são gastos com produção e preparação (dependente da seqüência de produção).

Como em Haase e Kimms (2000) é assumido que as preparações são preservadas entre períodos de folga. Isto é, se um determinado item i foi produzido no final do período t numa máquina k , e se não houver produção de nenhum item até um certo período t'' nesta máquina ($t \rightarrow t+1 \rightarrow \dots \rightarrow t''$), então não há a necessidade de uma nova preparação se ocorrer a decisão de produzir o item i na máquina k no início do período t'' .

A seguinte notação adicional é considerada e a notação anterior, apresentadas nos capítulos 2 e 3, será mantida.

Índices adicionais

$i, j, r = 0, \dots, N$ Número de itens (0 é um item artificial, que deverá estar programado em cada máquina no início do planejamento).

Dados adicionais

cs_{ijk} - Custo de preparação do item i para o item j , no período t , na máquina k .

ts_{jtk} - Tempo de preparação do item i para o item j , no período t , na máquina k .

Variáveis adicionais

$seq(k,t)$ - Seqüência ordenada de índices dos itens que são produzidos na máquina k e período t .

$$Y_{jtk} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \text{ é produzido após o item } j \text{ no período } t \text{ na máquina } k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$Z_{itk} = \begin{cases} 1, & \text{se a máquina } k \text{ é preparada para a produção do item } i \text{ no final do período } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Supõem-se que os custos (tempos) das preparações devem satisfazer a desigualdade triangular, isto é, para todo, $i, j, n=1, \dots, N$, tem-se:

$$cs_{jtk} \leq cs_{jntk} + cs_{nitk} \quad (ts_{jtk} \leq ts_{jntk} + ts_{nitk}).$$

Neste trabalho assume-se que os custos e tempos de preparações devem satisfazer a desigualdade triangular, no entanto, em Kang *et al.* (1999) comenta-se que em alguns casos, podem existir certos itens para os quais a desigualdade triangular não precisa ser satisfeita. Neste caso, pode ocorrer preparação para um determinado item sem que ocorra produção. Este é o caso de um “*rinsing*” produto que pode ocorrer em uma indústria química (Fleischmann, 1994).

No trabalho de Haase e Kimms (2000) é considerado $cs_{jtk} = f_i + f_{sc} * ts_{jtk}$, onde f_i é um custo fixo e f_{sc} é um custo de oportunidade por unidade de tempo de preparação. Para o cálculo dos custos das preparações, pretende-se adotar esta mesma expressão. Os estoques iniciais e finais, para cada item i , são considerados nulos para o problema em estudo.

Convém observar também que, para cada item i a ser produzido em um determinado período t e máquina k , é permitido fazer somente uma preparação dentro deste período, ou seja, a produção de um lote de cada item i deve ocorrer somente uma vez em um determinado período e máquina.

6.2. Solução Inicial (Seqüência Inicial)

Novamente o algoritmo para a resolução do problema de dimensionamento de lotes, único item e máquinas paralelas, proposto por Armentano e Toledo (1997), é utilizado para obtenção de uma solução inicial. Para isto, primeiramente as restrições de capacidade são abandonadas, obtendo-se um problema multiestágio e seqüência dependente com máquinas

paralelas sem limitações de capacidade. A seguir, o algoritmo de Armentano e Toledo (1997) é utilizado para produzir uma solução factível para problema em relação às restrições de balanço de estoque da seguinte forma.

Supondo conhecido qual item j antecede o item i , nas seqüências para cada máquina e período, resolve-se, para cada item i , $i=1,...,N$, o problema de dimensionamento de lotes multiestágio sem limitações de capacidade, a partir dos itens finais, pois tais itens não possuem sucessores ($S(i) = \emptyset$), de modo que o lado direito da equação (3.10) reduz-se a d_{it} e, descendo a estrutura do produto o termo do lado direito de (3.10) fica sempre determinado, como apresentado no Capítulo 4.

A resolução do problema para o primeiro item final $i=1$ determina a primeira posição da seqüência inicial para cada máquina e período. Os custos de preparação para este item, neste procedimento, será $cs_{1tk} = cs_{01tk}$ (0 é o item artificial) uma vez que ele vai ocupar a primeira posição das seqüências, caso seja produzido.

O próximo item $i=2$ a ser produzido terá o custo $cs_{2tk} = cs_{12tk}$, já que pode ter ocorrido a produção do item $i=1$ no período t na máquina k e, será $cs_{2tk} = cs_{02tk}$, se não houve produção do item $i=1$ no período t , na máquina k . Resolvendo o problema multiestágio seqüencialmente para $i=1$ até $i=N$, as seqüências de produção são determinadas para cada máquina e período.

As preparações são preservadas entre períodos ociosos, ou seja, se estiver determinando o plano de produção para o item i no período t e máquina k , verifica-se qual é o item que está sendo produzido na máquina k no período $t-1$. Caso a máquina k esteja ociosa no período $t-1$, verifica-se qual é o item que está sendo produzido no período $t-2$ e assim por diante.

Esta solução inicial (seqüência inicial) é construída de modo que é factível em relação às restrições de balanceamento de estoques e produção, ou seja, que o plano de produção atenda as demandas sem atrasos.

6.3. Procurando uma Solução Factível

Depois de determinada a seqüência inicial, caso a solução inicial seja infactível, tenta-se determinar uma solução factível. O procedimento da busca de uma solução factível consiste de dois passos: pré-factibilização e factibilização. No procedimento de pré-factibilização tenta-se obter uma seqüência melhor para cada par (máquina, período), a partir da inicial, através da resolução do problema do caixeiro viajante para o par (máquina,

período) considerado. Como os custos e tempos de preparação são gerados tal que $cs_{ijk} \neq cs_{jik}, \forall i, j$ e máquina k , devem ser aplicados métodos para resolução do problema do caixeiro viajante assimétrico (Kanellakis e Papadimitriou, 1980 e Lysgaard, 1999). O procedimento de factibilização é aplicado à seqüência obtida no procedimento de pré-factibilização, onde se tenta transferir produção de um determinado item i que está sendo produzido numa posição $p(i)$ no período t e máquina k , para um período t'' e máquina k'' numa posição $p''(i)$. As transferências entre períodos e máquinas são executadas de maneira análoga às transferências descritas no Capítulo 4.

6.3.1. Procedimento de Pré-factibilização

O primeiro procedimento denominado pré-factibilização, consiste na resolução do problema do caixeiro viajante para cada máquina e período de maneira a determinar uma seqüência com menores tempos de preparação, caso a solução inicial seja infactível. Assim, com a resolução de TxK problemas de caixeiros viajantes, espera-se uma diminuição dos excessos da utilização da capacidade em cada máquina e período. Neste procedimento também é considerada a preparação das máquinas entre os períodos, por exemplo, se a máquina k estiver produzindo o item i no final do período $t-1$, e se esta máquina produzir o item i no início do período t , então o tempo (custo) de preparação para este item na máquina k e período t será nulo, uma vez que a máquina estava preparada para este item no final do período $t-1$. Convém observar aqui, que neste procedimento o objetivo é melhorar a seqüência inicial em relação à utilização da capacidade. Para isto, os TxK problemas de caixeiros viajantes são resolvidos considerando como custo, os tempos de preparação, que também são seqüências dependentes.

6.3.2. Procedimento de Factibilização

Nesta seção é descrito um procedimento baseado em transferências de produção entre períodos e entre máquinas na tentativa de obter uma solução factível. O procedimento é semelhante ao apresentado no Capítulo 4, sendo também composto de dois passos principais: *regressivo e progressivo no tempo*.

Seja $\Delta_{kt} = \sum_{i=1}^N \left(b_{ik} \hat{X}_{itk} + \sum_{(i,j) \in \text{seq}(t,k)} ts_{jitk} \right) - CAP_{tk}$ a variável de folga da restrição de

capacidade, para cada (k,t) onde, $\text{seq}(k,t)$ é a seqüência determinada no procedimento de pré-factibilização. O excedente de recursos utilizado na máquina k no período t é dado por $\text{excesso}(k,t) = \max\{0, \Delta_{kt}\}$. Para eliminar o excedente ($\text{excesso}(k,t) > 0$), realiza-se a transferência de uma quantidade q de algum item i produzido no par (k,t) (máquina k , período t) para (k',t') com $k \neq k'$ ou $t \neq t'$. A quantidade q a ser transferida pode ser escolhida como apresentado anteriormente, ou seja:

$$q = \min\{Z_{itk}^{t'k'}, Q_{itk}\},$$

onde:

- $Z_{itk}^{t'k'}$ é quantidade máxima do item i produzida na máquina k que pode ser transferida do período t ($\text{seq}(k,t)$) para o período t' e para máquina k' ($\text{seq}(k',t')$) sem violar as restrições de balanço de estoque.
- $Q_{itk} = \frac{\text{excesso}(k,t)}{b_{ik}}$ é quantidade exata do item i que elimina o excesso da máquina k e período t .

Os valores de $Z_{itk}^{t'k'}$ nos passos progressivo e regressivo do procedimento de factibilização são determinados como no Capítulo 4 e, representados pelas expressões:

- **Passo Regressivo no tempo**

$$Z_{itk}^{t'k'} = \min\left\{X_{itk}, \min_{\substack{j \in P_i \\ t' \leq t \leq t'-1}} \left\{ \frac{I_{jt}}{a_{ji}} \right\}\right\} \text{ para } t' < t$$

Se $t=t'$, executa-se somente transferência entre máquinas, então $Z_{itk}^{t'k'} = X_{itk}$. Isto é válido também no passo progressivo.

- **Passo Progressivo no tempo**

$$Z_{itk}^{t'k'} = \min\{X_{itk}, \min_{t \leq t' \leq t'-1} \{I_{it}\}\} \text{ para } t' > t$$

Avaliação das transferências

Para avaliar as quádruplas (i, q, k', t') de possíveis transferências dos itens pertencentes a $seq(k, t)$ do par (k, t) com violações de capacidade, utiliza-se o valor chamado de razão. Este valor é calculado baseado na alteração dos custos que a transferência causa e no excesso de utilização de recursos nos pares envolvidos. Assim, para cada par (k, t) , a quádrupla (i, q, k', t') escolhida é aquela que minimiza a seguinte razão:

$$razão = \frac{\Delta custo + FP.Penalidade}{\Delta redução} \quad (6.1)$$

Para um melhor entendimento de como é determinada a variação dos custos ($\Delta custo$), suponha que está sendo feita a avaliação da seguinte transferência do item i , que ocupa uma posição $p(i)$ na $seq(k, t)$ para o par destino (k', t') , ocupando neste par, uma posição $p'(i)$ da $seq(k', t')$:

Observe que o item i , candidato a ser transferido para o par (k', t') , pode ocupar $(N-1)$ posições na $seq(k', t')$, caso não haja produção deste item no par (k', t') destino. Como o objetivo deste procedimento é determinar uma solução factível, o item irá ocupar uma posição na $seq(k', t')$ onde o tempo de preparação seja o mínimo possível. Assim, resolve-se o problema do caixeiro viajante considerando os itens na sequência $seq(k', t')$ e acrescentado o item i . Portanto, uma sequência é determinada com o menor tempo de preparação. Assim, o custo de preparação, do par (k', t') destino, causado pela possível transferência do item i para a sequência $seq(k', t')$ é dado pela diferença entre o custo desta nova sequência ($seq'(k', t')$) e o custo da sequência atual sem o item i ($seq(k', t')$), então:

$$\Delta c_{setup_destino} = \begin{cases} \text{custo de } seq'(k', t') - \text{custo de } seq(k', t'), & \text{caso não haja produção no par } (k', t') \text{ do item } i \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Agora, considere que está sendo feita uma tentativa de transferir toda a produção do item i do par origem (k,t) com violação de capacidade. O custo de preparação no par (k,t) é dado pela diferença do custo de preparação da sequência atual ($seq(k,t)$), e da sequência obtida após a transferência do item i ($seq'(k,t)$). A sequência $seq'(k,t)$ é obtida através da resolução do problema do caixeiro viajante para o par (k,t) retirado o item i , e considerando os tempos de preparação. Então,

$$\Delta c_{setup_origem} = \begin{cases} \text{custo de } seq(k,t) - \text{custo de } seq'(k,t), & \text{(caso ocorra a transferência de toda a produção do item } i \text{ do par } (k,t) \text{ origem)} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

A variação do custo de preparação (Δc_{setup}) ocorrido pela possível transferência é dado por:

$$\Delta c_{setup} = \Delta c_{setup_destino} + \Delta c_{setup_origem}.$$

Assim, a variação dos custos (Δc_{custo}) causada pela transferência da quantidade q do item i da $seq(k,t)$ para a $seq(k',t')$ pode ser expressa como:

$$\Delta c_{custo} = \frac{q \left((c_{i t' k'} - c_{i t k}) + \text{passo} \sum_{\tau} \hat{h}_{i\tau} \right) + \Delta c_{setup}}{\text{custo da solução corrente}}$$

onde,

- $\hat{h}_{i\tau} = h_{i\tau} - \sum_{r \in P(i)} a_{ri} h_{r\tau}$
- $\tau = \begin{cases} t', \dots, t-1 & \text{se passo regressivo no tempo} \\ t, \dots, t'-1 & \text{se passo progressivo no tempo} \end{cases}$
- $\text{passo} = \begin{cases} -1 & \text{se } t' > t \text{ (progressivo)} \\ 0 & \text{se } t' = t \\ 1 & \text{se } t' < t \text{ (regressivo)} \end{cases}$

A penalidade em (6.1) é um termo não-negativo, que pode ser interpretado como um custo pelo excesso da produção da $seq(k,t)$ e da $seq(k',t')$, dada:

$$\text{Penalidade} = \frac{\text{excesso_depois}(k,t)}{CAP_k} + \frac{\text{excesso_depois}(k',t') - \text{excesso_antes}(k',t')}{CAP_{k',t'}}$$

onde,

$$\text{excesso_depois}(k, t) = \begin{cases} \left\{ \max \left\{ 0, \left(\sum_{r=1}^N b_{rk} X_{rtk} - b_{ik} q + \sum_{j, i \in \text{seq}(k, t)} ts_{jitek} Y_{jitek} \right) - CAP_{tk} \right\}, \text{ se } q \neq X_{itk} \right. \\ \left. \left\{ \max \left\{ 0, \left(\sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^N b_{rk} X_{rtk} - b_{ik} q + \sum_{j, i \in \text{seq}(k, t)} ts_{jitek} Y_{jitek} \right) - CAP_{tk} \right\}, \text{ se } q = X_{itk} \right. \end{cases}$$

$$\text{excesso_depois}(k', t') = \begin{cases} \left\{ \max \left\{ 0, \left(\sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^N b_{rk'} X_{rt'k'} + b_{ik'} q + \sum_{j, i \in \text{seq}'(k', t')} ts_{ji t'k'} Y_{ji t'k'} \right) - CAP_{t'k'} \right\}, \text{ se } X_{it'k'} = 0 \right. \\ \left. \left\{ \max \left\{ 0, \left(\sum_{r=1}^N b_{rk'} X_{rt'k'} + b_{ik'} q + \sum_{j, i \in \text{seq}'(k', t')} ts_{ji t'k'} Y_{ji t'k'} \right) - CAP_{t'k'} \right\}, \text{ se } X_{it'k'} > 0 \right. \end{cases}$$

$$\text{excesso_antes}(k', t') = \text{excesso}(k', t')$$

O fator FP em (6.1) representa um peso dado à penalidade, que pode ser aumentado de acordo com a dificuldade de obter uma solução factível. No primeiro passo regressivo e progressivo $FP = 1$, e $FP = n$ no n -ésimo passo.

A variação da redução ($\Delta\text{redução}$) representa a diferença entre o $\text{Excesso_depois}(k, t)$, ou seja, o excesso após executar a transferência de q unidades do item i e o excesso antes de executar a transferência, representado por $\text{Excesso_antes}(k, t)$. Assim,

$$\Delta\text{redução} = \frac{qb_{ik} + t\text{setup}}{cap_{tk}},$$

onde:

$$t\text{setup} = \begin{cases} \text{tempo de preparação da seqüência } \text{seq}(k, t) - \text{tempo de preparação da seqüência } \text{seq}'(k, t) \\ \quad \text{(se houve transferência de toda produção do item } i \text{ do par } (k, t)) \\ 0, \quad \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Este método para a resolução do problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes está sendo implementado e os resultados computacionais não serão apresentados por serem muito preliminares. Os parâmetros como geração da capacidade e geração dos custos e

tempos de preparação obedecendo a desigualdade triangular também deverão ser feitos numa fase posterior.

Inicialmente um algoritmo desenvolvido por Glenn Dicus, Bart Jaworski e Joseph Ou-Yang (Referência encontrada na *Internet*) para o problema do caixeiro viajante assimétrico (ATSP) está sendo utilizado. O procedimento para resolução do problema ATSP utiliza *Simulated Annealing* e o algoritmo *3-opt* (ver Helsgaun, 2000).

Como continuação deste trabalho, também pretende-se determinar o modelo e resolvê-lo utilizando o CPLEX 4.0 e, comparar as soluções obtidas com as soluções heurísticas. Provavelmente, esta comparação será feita para exemplos de pequenas dimensões. Ainda está em discussão qual será o parâmetro de comparação para as soluções dos exemplos de maior porte. Uma possibilidade seria comparar uma solução factível obtida pelo CPLEX depois de um número fixo de iteração ou mesmo, após um tempo determinado. Outra possibilidade seria comparar as soluções obtidas com um limitante fornecido pela relaxação linear, apesar deste ser pobre.

A seguir, no Capítulo 7, são apresentadas as conclusões e as propostas futuras para continuação dos procedimentos apresentados nesta tese.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

Nesta tese foram propostas heurísticas para resolver um *problema de dimensionamento de lotes* em ambiente *multiestágio* de produção, onde cada estágio é composto por *máquinas paralelas* com recursos limitados, e analisadas seus desempenhos computacionais. No modelo matemático foram incluídos custos e tempos de preparações, o que torna o problema extremamente complexo do ponto de vista computacional, justificando o emprego de heurísticas especializadas.

As heurísticas são variantes de um procedimento, o qual é uma extensão dos trabalhos de Berretta (1997) e Toledo (1998). No trabalho de Berretta (1997) foi considerado o problema de dimensionamento de lotes *multiestágio*, no entanto, não considera máquinas paralelas. Já no trabalho de Toledo (1997), foi desenvolvido uma heurística para o problema de dimensionamento de lotes considerando máquinas paralelas, mas para o ambiente *monoestágio*. Assim, o problema estudado nesta tese difere desses dois trabalhos por considerar o problema *multiestágio* onde cada estágio é composto por máquinas paralelas.

Não foi encontrado trabalho na literatura que apresentasse um método de resolução para o problema aqui estudado, de modo que, as comparações foram feitas apenas com a solução ótima obtida pelo CPLEX 4.0 no grupo de problemas de dimensões pequenas. Para os problemas maiores, o tempo de execução do CPLEX 4.0 tornou-se insuportável e os valores obtidos pelas heurísticas foram comparados com limitantes inferiores obtidos através da

aplicação de Relaxação Lagrangiana. Foi possível observar nos problemas menores, onde as soluções ótimas foram determinadas, que tal limitante era pobre, produzindo *gaps* bem maiores do que os reais (diferença entre a solução heurística e a ótima). Entretanto, há evidências numéricas de que estas diferenças são melhores para exemplos maiores.

Os resultados obtidos permitiram concluir que a heurística mais indicada para a resolução do problema é a heurística HT2, pelos motivos discutidos no Capítulo 5. Esta heurística foi capaz de obter soluções factíveis para 97.6% dos exemplos gerados com estruturas seriais e 83.9% dos exemplos com estruturas gerais (veja a Tabela 7.1). No entanto, a heurística HT1 obteve também um bom desempenho da obtenção de soluções factíveis. A heurística HO1 teve o pior desempenho dentre todas as heurísticas, obtendo apenas 31.5% de soluções factíveis para os exemplos gerados com estruturas seriais e, 32.8% dos exemplos gerados com estruturas gerais.

Tabela 7.1. Porcentagens médias de FAC e *GapL** para as heurísticas

Heurística	Estruturas Seriais		Estruturas Gerais	
	FAC	<i>GapL</i>	FAC	<i>GapL</i>
HO1	31.5	13.1	32.8	9.0
HT1	97.4	15.8	81.3	10.3
HO2	62.2	15.5	59.8	12.2
HT2	97.6	15.6	83.9	12.4

*Calculados apenas para os exemplos onde todas heurísticas obtiveram uma solução factível.

O objetivo inicial deste trabalho foi de desenvolver uma heurística para encontrar soluções factíveis para os exemplos gerados com boa qualidade (HO1). Porém, o índice do fracasso na obtenção de soluções factíveis foi muito alto (veja Tabela 7.1), levando-nos a introduzir estratégias de Busca Tabu para evitar ciclos (HT1), o que permitiu encontrar um maior número de soluções factíveis, porém com a perda da qualidade (veja Tabela 5.61). Tendo em mente partir de uma solução inicial que considerasse algumas informações sobre a utilização dos recursos, foi introduzido o algoritmo WW-Paralelo Penalizado, surgindo assim, as heurísticas HO2 e HT2. Com este algoritmo foi possível melhorar as soluções em vários aspectos, tais como: diminuição no número de iterações para obtenção de soluções factíveis, conseqüentemente diminuição do tempo computacional, no entanto perdeu-se um pouco em qualidade (veja tabelas 5.55, 5.56 e 5.61). (Convém observar aqui que, os valores de *GapL* apresentados na Tabela 7.1, são os valores médios dos valores apresentados na Tabela 5.61.)

Podemos observar também que o tempo computacional médio utilizado pelas melhores heurísticas (HT1 e HT2) para resolução dos exemplos de porte médio foi razoável, sendo que o tempo médio foi inferior a 20 segundos (veja Tabela 5.57). Convém observar também que, este é um resultado médio para 10, 17 e 40 itens, mas o tempo computacional máximo utilizado para as heurísticas HT1 e HT2 resolverem um exemplo foram de 103.81 segundos e 53.31 segundos, respectivamente.

Um dos passos na continuação deste trabalho, é o desenvolvimento de novas estratégias para melhorar a qualidade das soluções obtidas pelas heurísticas, principalmente em exemplos com custo alto de preparação. Estas estratégias devem ser adicionadas aos procedimentos P2, P3 e P4 do método heurístico. Assim, as principais propostas de pesquisas futuras são:

- Melhoria das heurísticas através da aplicação de meta-heurísticas, com o objetivo de reduzir os *gaps*, principalmente para os exemplos com custo alto de preparação. A aplicação da meta-heurística Busca Tabu foi baseada no uso da memória de curto prazo. A implementação da busca tabu melhorou o desempenho da heurística original na obtenção de soluções factíveis. Como proposta futura, poderiam ser implementadas estratégias baseadas no uso da memória de longo prazo, com o objetivo de diversificar e intensificar a busca realizada pela heurística. Uma outra meta-heurística que poderia ser investigada para o auxílio da heurística, seria o *Simulated Annealing*, ou o desenvolvimento de um procedimento híbrido que combinasse estas duas metaheurísticas (algo semelhante ao que foi feito em Berretta (1997)).
- Comparação da qualidade das soluções obtidas através das heurísticas com soluções factíveis obtidas utilizando o CPLEX 4.0. A idéia aqui é utilizar o CPLEX 4.0 para buscar uma solução factível utilizando parâmetros preestabelecidos. Os parâmetros poderiam ser o tempo de execução, o número de nós gerados, ou o número de iterações. Uma outra estratégia seria utilizar a solução obtida pela heurística com uma solução inicial de partida para o CPLEX e, assim, possibilitando a busca de soluções melhores.
- Heurísticas Lagrangianas: a cada n iterações do método do subgradiente, aplicam-se as heurísticas HT1 e HT2 partindo-se das soluções infactíveis dos problemas Lagrangianos.

Também deve ser continuada a investigação de procedimentos de resolução para o problema inicialmente proposto no projeto de doutorado (3.1)-(3.8). Este modelo considera aspectos que até então não foram encontrados na literatura.

Para o problema de dimensionamento de lotes e sequenciamento, deve continuar a implementação do procedimento proposto. Como foi visto na revisão bibliográfica, as pesquisas de métodos de resolução para este problema estão numa fase inicial, sendo assim muito promissora para investigações futuras.

Bibliografia

- Afentakis, P., Gavish, B. e Karmakar, U. (1984), "Computationally Efficient Optimal Solutions to the Lot-Sizing Problem in Multistage Assembly Systems", *Management Science*, 30 (2): 222-239.
- Afentakis, P. e Gavish, B. (1986), "Optimal Lot-sizing Algorithms for Complex Product Structures", *Operations Research*, 34 (2): 237-249.
- Afentakis, P. (1987), "A Parallel Heuristic Algorithm for Lot-Sizing in Multistage Production Systems", *IIE Transactions*, 19 (1): 34-42.
- Akink, U. (1993), "A Practical Approach to Lot and Setup Scheduling at a Textile Firm", *IIE Transactions*, 25(2): 54-64.
- Anthony, R. N. (1965), *Planning and Control Systems: A Framework for Analysis*, Harvard University Press, Cambridge, Mass, *apud* em [Hox e Candea, 1984].
- Armentano, V. A. e Toledo, F. M. B. (1997), "Dynamic Programming Algorithms for the Parallel Machine Lot Sizing Problem", *Pesquisa Operacional*, 17:137-149.
- Armentano, V. A., França, P. M. e Toledo, F. M. B. (1999), "A Network Flow Model for de Capacitated Lot-sizing Problem", *Omega*, 27: 275-284.
- Bahl, H. C., Ritzman, L. P. e Gupta, J. N. D., (1987), "Determining Lot Sizes and Resource Requirements : A Review", *Operations Research*, 35 (3): 329-345.
- Baker, K. R. (1993), "Requirements Planning", em "Graves, S.C., Rinnooy Kan, A. H. G e Zipkin, P. H. (1993), *Logistic of Production and Inventory* (Handbooks in Operations Research and Management Science, 4), Amsterdam, North Holland.
- Berretta, R. E. (1997), "Heurísticas para Otimização do Planejamento da Produção em Sistemas MRP", Tese de Doutorado, FEEC-UNICAMP.

- Billington, P. J., McClain, J. O. e Thomas, L. J. (1983), "Mathematical Programming Approaches to Capacity MRP Systems: Review, Formulation and Problem Reduction," *Management Science*, 29 (10): 1126-1141.
- Billington, P. J., McClain, J. O. e Thomas, L. J. (1986), "Heuristics for Multilevel Lot-Sizing with a Bottleneck," *Management Science*, 32 (8): 989-1006.
- Billington, P. J., Blackburn, J., Maes, J., Millen, R. e Wassenhove, L. N. V. (1995), "Multi-Item Lotsizing Capacited Multi-Stage Serial Systems", *IIE Transactions*, 26 (2): 12-18.
- Blackburn, J. D. e Millen, R. A (1982), "Improved Heuristics for Multi-Stage Requirements Planning Systems", *Management Science*, 28(1):44-56.
- Blackburn, J. D. e Millen, R. A (1984), "Simultaneous Lot-Sizing and Capacity Planning in Multi-Stage Assembly Process", *European Journal of Operational Research*, 16:84-93.
- Brüggemann, W. e Jahnke, H. (2000), "The Discrete Lot-Sizing and Scheduling Problem: Complexity and Modification for Batch Availability", *European Journal of Operational Research*, 124: 511-528.
- Camarini, P. M., Fratta L. e Maffioli, F. (1975), "On Improving relation methods by modified Gradient Techniques", *Mathematical Programming Study* 3: 26-54.
- Chen, W.H. e Thizy, J. M. (1990), " Analysis of Relaxations for the Multi-item Capacitated Lot-Sizing Problem", *Annals of Operations Research*, 26: 29-72.
- Chiu, H. N e Lin, T. M (1989), "An Optimal Model and a Heuristic Technique for Multi-Stage Lot-Sizing Problems: Algorithms and Performance Tests", *Engineering Costs and Production Economics*, 16: 151-160.
- Clark, A. J. e Scarf, H. (1960), "Optimal Policies for a Multi-Echelon Inventory Problem", *Management Science*, 6: 475-490.
- Clark, A. R. (1990), "Problemas Multiestágios de Dimensionamento de Lotes com Tempo Não-Zero de Produção e Capacidade Finita", Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica, UNICAMP.
- Clark, A. R. e Armentano, V. A. (1993), "Echelon Stock Formulation for Multi-Stage Lot-Sizing With Component Lead Times", *International Journal Of Systems Sciences*, 24(9): 1759-1775.
- Clark, A. R. e Armentano, V. A. (1995), "A Heuristic Resource-Capacitated Multi-Stage Lot-Sizing Problem with Lead Times," *Journal of the Operational Research Society*, 46(10): 1208-1222.
- Clark, A. R. e Clark, S. J. (2000), "Rolling- Horizon Lot-Sizing When Setup Times are Sequence-Dependent", *International Journal of Production Research*, 38(10): 2287-2307.

- Clark, A. R. (2000a), "A Local Search Approach to Lot Sequencing and Sizing", working paper.
- Clark, A. R. (2000b), "Capacity Optimization in Master Production Scheduling", working paper.
- Crowston, W. B. e Wagner, M. H. (1973), "Dynamic Lot Sizing Models for Multi-Stage Assembly Systems", *Management Science*, 20(1):14-21.
- Dantzig, G. (1955), "Optimal Solution to a Dynamic Leontief Model with Substitution", *Econometrica*, 23: 295-302.
- Dellarert, N. e Jeunet, J. (2000), "Solving Large Unconstrained Multilevel Lot-sizing Problems Using a Hybrid Genetic Algorithm", *International Journal of Production Research*, 38(5):1083-1099.
- Diaby, M. Bahl H., Karwan, M. H. e Ziont, S., (1992), "Capacitated Lot-Sizing and Scheduling by Lagrangean Relaxation", *European Journal Of Operational Research*, 59: 444-458.
- Dixon, P. e Silver, E. A. (1981), "A Heuristic Solution for the Multi-Item, Single-Level, Limited Capacity, Lot-Sizing Problem", *Journal Of Operations Management*, 2(1):23-39.
- Drexel A. e Kimms, A. (1997), "Lot sizing and Scheduling – Survey and Extension", *European Journal of Operation Research*, 99: 221-235.
- Drexel, A. e Haase, K. (1995), "Proportional Lotsizing and Scheduling", *International Journal Of Production Economics*, 40: 73-87.
- Dumas, Y., Desrosiers, J., Gelinas, E. e Salomon, M. M. (1995), "An Optimal Algorithm for the Travelling Salesman Problem with Time Windows", *Operations Research*, 43(2), 367-371.
- Eppen, G. D. e Martin, R. K. (1987), "Solving Multi-item Capacitated Lot-Sizing Problems Using Variable Redefinition", *Operations Research*, 35(6):832-848.
- Evans, James R. (1985), "An Efficient Implementation of the Wagner-Whitin Algorithm for Dynamic Lot-Sizing", *Journal Of Operations Management*, 5(2): 229-235.
- Ferdergruen, A. e Tzur M. (1991), "A Simple Forward Algorithm to Solve General Dynamic Lot Sizing Models with n Periods in $O(n \log n)$ or $O(n)$ time", *Management Science*, 37: 909-925.
- Fernandes, F. C. F. (1991), "Concepção de um Sistema de Controle da Produção para uma Manufatura Celular", (Tese de Doutorado - EESC/USP).
- Fleischmann, B. (1990), "The Discrete Lot-Sizing and Scheduling Problem", *European Journal Of Operational Research*, 44: 337-348.

- Fleischmann, B. (1994), "The Discrete Lot-Sizing and Scheduling Problem with Sequence-Dependent Setup Costs", *European Journal Of Operational Research*, 75: 395-404.
- Fleischmann, B. e Meyr, H. (1997), "The General Lotsizing and Scheduling Problem", *OR Spektrum*, 19: 11-21.
- Florian, M., Lenstra, J. K. e Rinnoy Kan, A. H. G. (1980), "Deterministic Production Planning Algorithms and Complexity," *Management Science*, 26 (7): 669-679.
- França, P. M., Armentano, V. A., Berretta, R. E. e Clark, A. R (1997), "A Heuristic Method for Lot-Sizing in Multi-Stage Systems", *Computers & Operations Research*, 24 (9): 861-874.
- Glover, F. (1989), Tabu Search – Part I, *Orsa Journal on Computing*, 1 (3): 190-206.
- Glover, F. (1990), Tabu Search – Part II, *Orsa Journal on Computing*, 2 (1): 4-32.
- Graves, S. C. (1981), "A Review of Production Scheduling", *Operations Research*, 29(4): 646-675.
- Haase, K. (1998), "Capacitated Lot-Sizing with Linked Production Quantities of Adjacent Periods, in: Drexl, A., Kimms, A. (Hrsg.), Beyond Manufacturing Resource Planning (MRP II) - Advanced Models and Methods for Production Planning, Springer, Berlin, S. 127-146
- Haase, K. e Kimms, A. (2000), " Lot Sizing and Scheduling with Sequence Dependent Setup Costs and Times and Efficient Rescheduling Opportunities", *International Journal of Production Economics*, 66: 159-169.
- Harris, F. W. (1913), "How Many Parts to Make at Once", *Factory, The Magazine of Management*, 10(2):135-136, 152.
- Harris, F. W., (1990), "How Many parts to make at once", *Operations Research* 38: 947-950 (reprint from *Factory, The Magazine of Management*, 10(2):135-136, 152)
- Held, M., Wolfe, P., e Crowder, H.. (1974), "Validation of Subgradient Optimization", *Mathematical Programming*, 6: 62-68.
- Helsgaun, K. (2000), "An Effective Implementation of the Lin-Kernighan Traveling Salesman Heuristic", *European Journal of Operational Research* 126: 106-130.
- Hox, A. C. e Candea, D. (1984), *Production and Inventory Management*, Prentice-Hall, Inc.
- Johnson, L. A. e Montgomery, D. C. (1974), "Operations Research in Production Planning, Scheduling and Inventory Control", New York: John Wiley & Sons.
- Kanellakis, Paris-C. e Papadimitriou, C. H. (1980), "Local Search for the Asymmetric Traveling Salesman Problem", *Operations Research*, 28(5): 1086-1099.
- Kang, S., Malik, K. e Thomas, L. J. (1999), "LotSizing and Scheduling on Parallel Machines with Sequence-Dependent Setup Costs", *Management Science*, 45(2): 273-289.

- Katok, E., Lewis, S. H. e Harrison, T. P. (1998), "Lot-Sizing in General Assembly Systems with *Setup* Costs, *Setup* Times and Multiple Constrained Resources", *Management Science*, 44 (6):859-877.
- Kimms, A. (1996a), "Competitive Methods for Multi-Level Lot Sizing and Scheduling: Tabu Search and Randomized Regrets", *Int. J. Prod. Res.*, 34 (8): 2279-2298.
- Kimms, A. (1996b), "Multi-level, Single Machine Lot Sizing and Scheduling (with Initial Inventory)", *European Journal of Operational Research*, 89: 86-99.
- Kimms, A. (1997), "Demand Shuffle- A Method for Multilevel Proportional Lot Sizing and Scheduling", *Naval Research Logistics*, 44: 319-340.
- Kimms, A. e Drexel, A. (1998a), "Proportional Lot Sizing and Scheduling: Some Extensions", *Networks* 32: 85-101.
- Kimms, A. e Drexel, A. (1998b), "Some Insights into Proportional Lot Sizing and Scheduling", *Journal of the Operational Research Society*, 49: 1196-1205.
- Kuik, R., Salomon, M. (1990), "*Multi-level Lot-sizing Problem: Evaluation of a Simulated-annealing Heuristic*", *European Journal of Operational Research*, 45: 25-37.
- Kuik, R., Salomom, M., Van Wassenhose, L. N. e Maes, J. (1993), "Linear Programming, Simulated Annealing and Tabu Search Heuristics for Lotsizing in Bottleneck Assembly Systems", *IIE Transactions*, 25(1): 62-72.
- Kuik, R., Salomon, M. e Van Wassenhove, L. N. (1994), "Batching Decisions: Structure and Models", *European Journal of Operational Research*, 75: 243-263.
- Laguna, M. (1995), "Tabu Search Tutorial", II Escuela de Verano Latino-Americana de Investigation Operativa, Rio de Janeiro, 1995.
- Laguna, M. (1999), "A Heuristic for Production Scheduling and Inventory Control in the Presence of Sequence-Dependent Setup Times", *IIE Transactions* 31: 125-134.
- Lasdon, L. S. e Terjung, R. C. (1971), "An Efficient Algorithm for Multi-Item Scheduling", *Operations Research*, 19: 946-969.
- Lozano, S., Larraneta, J. e Onieva, L. (1991), "Primal-dual Approach to the Single Level Capacitated Lot-Sizing Problem", *European Journal of Operational Research* 51: 354-366.
- Luenberger, D. G. (1984), "Introduction to Linear and Non-Linear Programming", Second Edition, Addison-Wesley, Reading, Mass.
- Lysgaard, J. (1999), "Cluster Based Branching for the Asymmetric Traveling Salesman Problem", *European Journal of Operational Research*, 119: 314-325.

- Maes, J., McClain, J. O. e Van Wassenhove, L. N. (1991), "Multilevel Capacitated LotSizing Complexity and LP based Heuristics," *European Journal of Operational Research*, 53: 131-148.
- Maes, J. e Van Wassenhove, L. N. (1991), "Capacitated Dynamic Lotsizing Heuristics for Serial Systems", *International Journal of Production Research*, 29(6): 1235-1249.
- McClain, J. O., Thomas, L. J. e Weiss, R. N. (1989), Efficient Solutions to a Linear Programming Model for Production Scheduling With Capacity Constraints and No Initial Stock, *IIE Transactions*, 21(2): 144-152.
- Meyr, H. (2000), "Simultaneous Lotsizing and Scheduling by Combining Local Search with Dual Reoptimization", *European Journal of Operational Research*, 120:311-326.
- Resende, M. O. e Sacomano, J. B. (1997), "Princípios dos Sistemas de Planejamento e Controle da Produção", Escola de Engenharia de São Carlos, USP (Editora da USP).
- Roll, Y. e Karni, R. (1991), "Multi-item, Multi-level Lot Sizing With an Aggregate Capacity Constraint", *European Journal Of Operation Research*, 51:73-87.
- Sabbag, Z. (1993), "Planejamento da Produção em Máquinas Paralelas Sob Restrições de Capacidade", Dissertação de Mestrado, FEE-UNICAMP.
- Salomon, M., Salomon, M. M., Van Wassenhove, L. N., Dumas Y. e Dauzere-Peres, S. (1997), "Solving the Discrete Lotsizing and Scheduling Problem with Sequence Dependent Set-up Costs and Set-up Times Using the Travelling Salesman Problem with Time Windows", *European Journal Of Operational Research*, 100: 494-513.
- Shapiro, J. F. (1993), "Mathematical Programming Models and Methods for Production Planning and Scheduling", em "Graves, S.C., Rinnooy Kan, A. H. G e Zipkin, P. H. (1993), Logistic of Production and Inventory (Handbooks in Operations Research and Management Science, 4), Amsterdam North Holland.
- Sikora, R., Chhajed, D. e Shaw, M.J. (1996), "Integrating the Lot-Sizing and Sequencing Decisions for Scheduling a Capacitated Flow Line", *Computers Ind. Engng*, 4(30): 659-679.
- Stadler, H. (1996), "Mixed Integer Programming Model Formulations for Dynamic Multi-Item Multi-Level Capacitated Lotsizing", *European Journal of Operational Research*, 94:561-581.
- Tempelmeier, H. and Derstroff, M. (1996), "A Lagrangean-based Heuristic for Dynamic Multilevel Multiitem Constrained Lotsizing with Setup Times", *Management Science*, 42(5): 738-757.

- Tempelmeier, H. e Helber, S. (1994), "A Heuristic for Dynamic Multi-item Multi-level Constrained Lotsizing for General Product Structures", *European Journal of Operation Research*, 75: 296-311.
- Tempelmeier, H. (1997), " Resource-Constrained Material Requirements Planning - MRP rc", *Production Planning & Control*, 8(5): 451-461.
- Toledo, F. M. B. (1998), "Dimensionamento de Lotes em Máquinas Paralelas", Tese de Doutorado, FEEC-UNICAMP.
- Trigeiro, W. W., Thomas, L. J. e McClain, J. O. (1989), "Capacitated Lot Sizing With Setup Times", *Management Science*, 35(3), 353-366.
- Veinott Jr., A F. (1969), "Minimum Concave-cost Solution of Leontief Substitution Models of Multi-facility Inventory Systems", *Operations Research*, 17: 262-291.
- Wagelmans, A , Van Hoesel, S. e Kolen, A. (1992), "Economic Lot Sizing: na $O(n \log n)$ Algorithm that Runs in Linear Time in the Wagner-Whitin Case", *Operations Research*, 40: 145-156.
- Wagner, H. M. e Whitin, T. M. (1958), "Dynamic Version of the Economic Lot Size Model," *Management Science*, 5 (1): 89-96.
- Wolsey, L. A., (1995), "Progress with Single-Item lot-Sizing", *European Journal of Operational Research*, 86: 395-401.
- Zangwill, W. I. (1969), "A Backlogging Model and a Multiechelon Model of a Dynamic Economic Lot Size Production System – a Network Approach", *Management Science*, 15(9):506-527.

APÊNDICE A

Notação Matricial e Formulações Equivalentes do Problema de Dimensionamento de Lotes Multiestágio: Estoque Convencional *versus* Estoque de Escalão

Introdução

Neste apêndice é considerado o problema de dimensionamento de lotes formulado em termos de estoque convencional e em termos de estoque de escalão. O estoque de escalão, a despeito de sua interpretação econômica, é interpretado como uma mudança de variável, definida por uma transformação linear. Este ponto de vista, permite mostrar mais facilmente a equivalência entre as formulações. Relembrando que a estrutura do processo de produção multiestágio pode ser representada por um grafo orientado $G(V,E)$, onde os nós em V representam o conjunto de itens e, os arcos em E representam as relações entre eles. O arco (i,j) existe somente se o item j depende da produção do item i , ou seja, j é um sucessor imediato do item i e, $i > j$ (na estrutura do produto os itens são numerados de 1 até N , dos itens finais às matérias primas). Existem várias representações possíveis para um grafo. Uma representação, considerada neste trabalho, usa o conjunto $S(i)$, $\forall i \in V$, como o conjunto de sucessores imediatos do item i e, o conjunto $P(i)$, $\forall i \in V$, o conjunto dos itens predecessores imediatos do item i (Afentakis e Gavish, 1986).

Notação Matricial para o Problema de Dimensionamento de Lotes

A formulação matemática do problema de dimensionamento de lotes aqui apresentada é uma abreviação, por simplicidade de notação, do modelo descrito no Capítulo 3, mas suficientemente geral para nossos propósitos de introduzir uma notação matricial.

Modelo Matemático do Problema de dimensionamento de lotes multiestágio:

$$z = \min \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (c_{it} X_{it} + h_{it} I_{it} + cs_{it} Y_{it}) \quad (A1)$$

Sujeito a:

$$I_{i(t-1)} + X_{it} - I_{it} - \sum_{j \in S(i)} a_{ij} X_{jt} = d_{it}, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T, \quad (A2)$$

$$\sum_{i=1}^N (b_{ik} X_{it} + ts_{ik} Y_{it}) \leq CAP_{tk}, \quad k = 1, \dots, K, \quad t = 1, \dots, T, \quad (A3)$$

$$X_{it} - M Y_{it} \leq 0, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T, \quad (A4)$$

$$Y_{it} \in \{0, 1\}, \quad X_{it} \geq 0, \quad I_{it} \geq 0. \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T. \quad (A5)$$

Com a finalidade de introduzir uma notação matricial para o problema (A1)-(A5), considere a seguinte notação:

Dados:

$b^k = [b_{1k} \quad b_{2k} \quad \dots \quad b_{Nk}]$ é o vetor-linha das necessidades de recursos para cada máquina k ;

$ts^k = [ts_{1k} \quad ts_{2k} \quad \dots \quad ts_{Nk}]$ vetor-linha dos tempos de preparação para cada máquina k ;

$c^t = [c_{1t} \quad c_{2t} \quad \dots \quad c_{Nt}]$ vetor-linha dos custos de produção para cada período t ;

$cs = [cs_1 \quad cs_2 \quad \dots \quad cs_N]$ vetor-linha dos custos de preparação;

$d^t = [d_{1t} \quad d_{2t} \quad \dots \quad d_{Nt}]$ vetor-coluna das demandas para cada período t ;

$h^t = [h_{1t} \quad h_{2t} \quad \dots \quad h_{Nt}]$ vetor dos custos de estoque convencional para cada período t ;

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & 0 & \dots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & 0 \end{bmatrix} \text{ matriz de requerimentos.}$$

Obs. A matriz R tem um valor simbólico na apresentação do modelo, devendo ser armazenada na ordem de grandeza de $G=(V,E)$, uma vez que $a_{ij} \neq 0$ se e somente se $(i,j) \in E$, isto é, a_{ij} é um peso associado a cada arco (i,j) (ou, analogamente, se $j \in S(i)$).

Variáveis:

$I^t = [I_{1t} \ I_{2t} \ \dots \ I_{Nt}]$ vetor-coluna dos estoques convencionais para cada t ;

$E^t = [E_{1t} \ E_{2t} \ \dots \ E_{Nt}]$ vetor-coluna dos estoques de escalão para cada t ;

$X^t = [X_{1t} \ X_{2t} \ \dots \ X_{Nt}]$ vetor-coluna das produções em cada t ;

$Y^t = \{0,1\}^N$ vetor-coluna que indica se houve preparação para o item i em t .

Com esta notação o modelo (A1)-(A5) pode ser rescrito como:

$$\text{Minimize } \sum_{t=1}^T (c^t X^t + h^t I^t + cs Y^t) \quad (A6)$$

Sujeito a:

$$(I - R) X^t + I^{(t-1)} - I^t = d^t \quad t = 1, \dots, T, \quad (A7)$$

$$b^k X^t + ts^k Y^t \leq CAP_{tk} \quad t = 1, \dots, T, k = 1, \dots, K, \quad (A8)$$

$$X^t - qY^t \leq 0 \quad t = 1, \dots, T, \quad (A9)$$

$$X^t \geq 0, I^t \geq 0, Y^t = \{0,1\}^N \quad t = 1, \dots, T. \quad (A10)$$

Note que a matriz $(I - R)$, que definirá adiante a mudança de variável entre o estoque convencional e o estoque de escalão, é uma matriz inversível (note que: $\det(I - R) = 1$):

$$(I - R) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ -a_{21} & 1 & \dots & 0 \\ -a_{31} & -a_{32} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{N1} & -a_{N2} & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix}. \quad (A11)$$

Observe que os elementos não nulos em cada linha i de R , representam a quantidade de requerimentos necessários do item i para produção dos itens sucessores ($a_{ij} \neq 0$, se

$j \in S(i)$). E, cada coluna j de R representa a quantidade de requerimentos necessários para a produção do item j ($a_{ij} \neq 0$, se $i \in P(j)$).

Assim, $\sum_{i \in P(j)} a_{ij} y_i$ é o j -ésimo elemento do vetor-linha yR , onde $y = (y_1, y_2, \dots, y_N)$ é um vetor-linha qualquer, enquanto que, $\sum_{j \in S(i)} a_{ij} z_j$ é o i -ésimo elemento do vetor-coluna Rz , onde $z = (z_1, z_2, \dots, z_N)$ é um vetor-coluna qualquer.

Uma linha j de R será nula se o item j é um item final, pois não possui itens sucessores e uma coluna será nula se o item não possuir itens predecessores. Pela numeração dos itens na estrutura de produto, as primeiras linhas da matriz R serão sempre nulas, dependendo naturalmente, da quantidade de itens finais.

Multiplicando a matriz $(I - R)^{-1}$ a esquerda em ambos lados da equação (A7), segue:

$$X^t + (I - R)^{-1} I^{(t-1)} - (I - R)^{-1} I^t = (I - R)^{-1} d^t \quad t = 1, \dots, T \quad (A12)$$

Definindo-se uma nova variável por:

$$E^t = (I - R)^{-1} I^t, \quad t = 1, \dots, T \quad (A13)$$

e um novo vetor de demanda como:

$$D^t = (I - R)^{-1} d^t \quad t = 1, \dots, T, \quad (A14)$$

a equação de balanceamento de estoque (A7) é equivalentemente escrita por:

$$X^t + E^{t-1} - E^t = D^t \quad t = 1, \dots, T. \quad (A15)$$

A equação (A13) é também equivalente a:

$$I^t = (I - R) E^t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (A16)$$

isto é,

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I_{1t} \\ I_{2t} \\ I_{3t} \\ \vdots \\ I_{Nt} \end{bmatrix}}_{I^t} = \underbrace{\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & 0 \end{bmatrix} \right)}_{(I-R)} \underbrace{\begin{bmatrix} E_{1t} \\ E_{2t} \\ E_{3t} \\ \vdots \\ E_{Nt} \end{bmatrix}}_{E^t}$$

de onde segue que, $I_{it} = E_{it}$ para todos itens finais (uma vez que as primeiras linhas são linhas da matriz identidade) e,

$$I_{it} = E_{it} - \sum_{j \in S(i)} a_{ij} E_{ij} \quad i=1, \dots, N, t=1, \dots, T \quad (A17)$$

ou,

$$E_{it} = I_{it} + \sum_{j \in S(i)} a_{ij} E_{ij} \quad i=1, \dots, N, t=1, \dots, T \quad (A18)$$

o que coincide com a definição de estoque de escalão dada no Capítulo 4, e representa o total de itens do tipo i em estoque no sistema no período t . Note também que os mesmos passos, usando (A14), leva à definição de demanda de escalão, conforme o Capítulo 4:

$$D_{it} = d_{it} + \sum_{j \in S(i)} a_{ij} D_{jt} \quad i=1, \dots, N, t=1, \dots, T.$$

Note que as novas variáveis de escalão E_{it} e a demanda de escalão surgiram naturalmente aqui, a partir de uma manipulação algébrica com as equações de conservação de estoque, que embora simples não seria trivial, não fosse a notação matricial introduzida.

Embora sejam equivalentes a formulações, tanto em estoque convencional I_{it} como em estoque de escalão E_{it} , pode haver vantagens (em geral, de notação, já que são equivalentes) de se trabalhar com uma ou outra formulação. Um atrativo que o estoque de escalão oferece é que as restrições de balanceamento de estoque (A7) passa a ser decomponível por item no estoque de escalão (A15), como se fosse vários problemas monoestágios.

Para escrever um problema equivalente a (A6)-(A10), em termos do estoque de escalão, é necessário ainda analisar a alterações na função objetivo, quando escrita em termos das variáveis E^t . Isto é facilmente obtido, substituindo-se (A16) em (A6). Assim,

$$\sum_{t=1}^T (c^t X^t + h^t I^t + cs Y^t) = \sum_{t=1}^T (c^t X^t + h^t (I - R) E^t + cs Y^t) \quad (A19)$$

e definindo-se $\hat{h}^t = [\hat{h}_{1t} \ \hat{h}_{2t} \ \dots \ \hat{h}_{Nt}]$, vetor dos custos de estoque de escalão em cada período t , segue que

$$\hat{h}^t = h^t (I - R). \quad (A20)$$

Uma vez mais, desenvolvendo o produto em (A20), a equação que define os custos na formulação em estoque de escalão coincide com a apresentada no Capítulo 4:

$$\hat{h}_{jt} = h_{jt} - \sum_{i \in P(j)} a_{ij} h_{it} \quad i=1, \dots, N, t=1, \dots, T,$$

cuja dedução, como encontrada na literatura, requer demasiadas manipulações algébricas.

Além disso, a restrição de não-negatividade de I^t , com (A16) produz:

$$(I - R)E^t \geq 0 \quad t=1, \dots, T. \quad (A21)$$

A restrição (A21) devolve a interdependência que havia entre as variáveis de produção X_{it} em (A7), agora nas variáveis de estoque E_{it} . A seguir, o modelo (A6)-(A10) é equivalentemente rescrito em termos do estoque de escalão.

O MODELO REFORMULADO EM TERMOS DE ESTOQUE DE ESCALÃO

$$\text{Minimize } \sum_{t=1}^T (c^t X^t + \hat{h}^t E^t + cs Y^t) \quad (A22)$$

Sujeito a:

$$X^t + E^{(t-1)} - E^t = D^t \quad t = 1, \dots, T \quad (A23)$$

$$(I - R)E^t \geq 0 \quad t = 1, \dots, T \quad (A24)$$

$$b^k X^t + ts^k Y^t \leq CAP_{tk} \quad t = 1, \dots, T, k = 1, \dots, K \quad (A25)$$

$$X^t - qY^t \leq 0 \quad t = 1, \dots, T \quad (A26)$$

$$X^t \geq 0, E^t \geq 0, Y^t = \{0, 1\}^N \quad t = 1, \dots, T. \quad (A27)$$

REFORMULAÇÃO SEM AS VARIÁVEIS DE ESTOQUE

Tempelmeier e Derstroff (1996) rescreveram o modelo (A6)-(A10), eliminando as variáveis de estoque para aplicar a relaxação Lagrangiana, que será objeto de estudo do Apêndice B, onde será mostrada a equivalência com uma abordagem alternativa, baseada na formulação de estoque de escalão.

Por simplicidade de exposição, considere $T=2$ e $K=1$ no modelo (A6)-(A10), o qual pode ser escrito da seguinte forma (a extensão para o caso geral é direta):

$$\text{Minimize } c^1 X^1 + c^2 X^2 + h^1 I^1 + h^2 I^2 + cs Y^1 + cs Y^2 \quad (A28)$$

Sujeito a:

$$\begin{bmatrix} (I-R) & 0 \\ 0 & (I-R) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^1 \\ X^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I & 0 \\ -I & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I^1 \\ I^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d^1 \\ d^2 \end{bmatrix} \quad (A29)$$

$$b^1 X^1 + ts^1 Y^1 \leq CAP_{11} \quad (A30)$$

$$b^1 X^2 + ts^1 Y^2 \leq CAP_{21} \quad (A31)$$

$$X^1 - qY^1 \leq 0 \quad (A32)$$

$$X^2 - qY^2 \leq 0 \quad (A33)$$

$$X^1 \geq 0, \quad X^2 \geq 0, \quad Y^1 = \{0,1\}^N, \quad Y^2 = \{0,1\}^N \quad (A34)$$

$$I^1 \geq 0, \quad I^2 \geq 0. \quad (A35)$$

Note que a matriz coeficiente das variáveis de estoque tem inversa dada por:

$$\begin{bmatrix} I & 0 \\ -I & I \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ I & I \end{bmatrix}.$$

Multiplicando ambos os termos da equação (A29) por esta inversa, segue:

$$\begin{bmatrix} I & 0 \\ I & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (I-R) & 0 \\ 0 & (I-R) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^1 \\ X^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I^1 \\ I^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ I & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d^1 \\ d^2 \end{bmatrix}$$

ou,

$$\begin{bmatrix} I^1 \\ I^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (I-R) & 0 \\ (I-R) & (I-R) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^1 \\ X^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} d^1 \\ d^1 + d^2 \end{bmatrix} \quad (A36)$$

Devido a não-negatividade das variáveis de estoque $I^i \geq 0$, (A36) é equivalente a:

$$(I-R) X^1 \geq d^1$$

$$(I-R) X^1 + (I-R) X^2 \geq d^1 + d^2.$$

Além disso, as variáveis I^i podem ser eliminadas da função objetivo, substituindo-se (A36) em (A28):

$$c^1 X^1 + c^2 X^2 + h^1 ((I-R) X^1 - d^1) + h^2 ((I-R) X^1 + (I-R) X^2 - d^1 - d^2) + cs Y^1 + cs Y^2.$$

Desta forma, o modelo (A28)-(A35) é equivalentemente rescrito por:

$$\text{Min } (c^1 + (h^1 + h^2)(I-R))X^1 + (c^2 + h^2(I-R))X^2 - (h^1 + h^2)d^1 - h^2 d^2 + cs Y^1 + cs Y^2$$

(A37)

Sujeito a:

$$(I - R) X^1 \geq d^1 \quad (A38)$$

$$(I - R) (X^1 + X^2) \geq d^1 + d^2 \quad (A39)$$

$$b^1 X^1 + ts^1 Y^1 \leq CAP_{11} \quad (A40)$$

$$b^1 X^2 + ts^1 Y^2 \leq CAP_{21} \quad (A41)$$

$$X^1 - qY^1 \leq 0 \quad (A42)$$

$$X^2 - qY^2 \leq 0 \quad (A43)$$

$$X^1 \geq 0, \quad X^2 \geq 0, \quad Y^1 = \{0,1\}^N, \quad Y^2 = \{0,1\}^N. \quad (A44)$$

Observe que as restrições (A35) e (A36) são equivalentes a (A38) e (A39). Entretanto, (A38) e (A39) não são equivalentes a (veja (A14)):

$$X^1 \geq (I - R)^{-1} d^1 = D^1 \quad (A45)$$

$$X^1 + X^2 \geq (I - R)^{-1} (d^1 + d^2) = D^1 + D^2, \quad (A46)$$

uma vez que a propriedade de não-negatividade das variáveis de estoque não é recíproca, isto é, apesar da não-negatividade do estoque convencional levar à não-negatividade do estoque de escalão, a recíproca não é válida. As restrições (A45) e (A46) poderiam ser deduzidas erroneamente a partir de (A36), da seguinte maneira: multiplicando-se cada equação em (A36) por $(I - R)^{-1}$ e usando (A13), segue:

$$E^1 = (I - R)^{-1} I^1 = X^1 - (I - R)^{-1} d^1 \quad (A47)$$

$$E^2 = (I - R)^{-1} I^2 = X^1 + X^2 - (I - R)^{-1} (d^1 + d^2), \quad (A48)$$

Agora, pressupondo erroneamente que $E^1 \geq 0$ se e somente se $I^1 \geq 0$, então (A45) e (A46) seriam equivalentes a (A38) e (A39). De outra forma, (A45) e (A46) garantem que $E^1 \geq 0$ (definido por (A47) e (A48)), porém, $I^1 \geq 0$ não necessariamente será satisfeita.

O exemplo seguinte ilustra a afirmação acima. Considere um problema com $N=3$ itens e estrutura de produtos serial, $a_{ij}=1$, e o horizonte de planejamento $T=2$ períodos :

Tabela A1. Demandas por período.

Item	t=1	t=2
1	10	10
2	10	10
3	10	10

182

Tabela A2. Demandas de escalão por período.

Item	t=1	t=2
1	10	10
2	20	20
3	30	30

Observe que o plano de produção dado na Tabela A3 satisfaz as restrições (A45) e (A46). Entretanto, ao considerar as restrições de balanço nos estoques convencionais, por exemplo: $X_{21} + I_{20} = d_{21} + X_{11} + I_{21}$, ($I_{20}=0$) do que segue: $I_{21} = -10$. Portanto, as restrições (A45) e (A46) garantem somente que o estoque de escalão seja não-negativo, mas os níveis de estoques convencionais podem ser negativos. De outra forma,

$$E^1 = X^1 - D^1 = \begin{pmatrix} 20 \\ 20 \\ 30 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

logo:

$$I^1 = (I - R)E^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -10 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ e, portanto, } I_{21} = -10.$$

A3.Tabela com uma solução do exemplo (X_{it}).

Item	t=1	t=2
1	20	0
2	20	20
3	30	30

Por outro lado, considere $E_{it} = I_{it} + \sum_{j \in S(i)} a_{ij} E_{jt}$ e $I_{it} \geq 0$, $i=1, \dots, N$, $t=1, \dots, T$. Se o item i é um item final, então $E_{it} = I_{it}$, pois $S(i) = \emptyset$. Assim, $E_{it} \geq 0$, para todo item final. Suponha agora que $E_{jt} \geq 0$, para todo j pertencente aos níveis $0, 1, \dots, L-1$ de uma estrutura de produtos e que E_{it} esteja no nível L . Assim, $E_{it} = I_{it} + \sum_{j \in S(i)} a_{ij} E_{jt}$ é uma soma de termos

não-negativos, uma vez que E_{jt} está num nível menor que L . Consequentemente $E_{it} \geq 0$. Isto mostra a seguinte propriedade.

Propriedade. Sejam I^t e E^t relacionados por (A13) e (A16). Então, se $I^t \geq 0$ segue que $E^t \geq 0$. No entanto, $E^t \geq 0$ não garante que $I^t \geq 0$.

APÊNDICE B

Abordagens Equivalentes: Relaxação Lagrangiana Baseada na Formulação em Termos de Estoque Convencional *versus* Relaxação Lagrangiana Baseada na Formulação em Termos de Estoques de Escalão

Introdução

Utilizando a notação e as relações entre as formulações do problema de dimensionamento de lotes apresentadas no Apêndice A, é mostrado, neste apêndice, a equivalência da relaxação Lagrangiana do modelo formulado em termos de estoque convencional e de escalão.

Primeiramente será feita a relaxação do modelo usando a formulação equivalente sem as variáveis de estoque (A37)-(A44), conforme Tempelmeier e Derstroff (1996) e, em seguida, a relaxação usando a formulação equivalente em termos do estoque de escalão. Por fim, será mostrada a equivalência das duas abordagens.

Relaxação do Modelo Reformulado sem as variáveis de Estoque

Considere a reformulação equivalente do problema de dimensionamento de lotes sem as variáveis de estoque ((A(37) – (A44))):

$$\text{Min } (c^1 + (h^1 + h^2)(I - R))X^1 + (c^2 + h^2(I - R))X^2 - (h^1 + h^2)d^1 - h^2d^2 + cs Y^1 + cs Y^2 \quad (B1)$$

Sujeito a:

$$(I - R) X^1 \geq d^1 \quad (B2) : v^1$$

$$(I - R) (X^1 + X^2) \geq d^1 + d^2 \quad (B3) : v^2$$

$$b^1 X^1 + ts^1 Y^1 \leq CAP_{11} \quad (B4) : \mu_{11}$$

$$b^1 X^2 + ts^1 Y^2 \leq CAP_{21} \quad (B5) : \mu_{21}$$

$$X^1 - qY^1 \leq 0 \quad (B6)$$

$$X^2 - qY^2 \leq 0 \quad (B7)$$

$$X^1 \geq 0, X^2 \geq 0, Y^1 = \{0,1\}^N, Y^2 = \{0,1\}^N \quad (B8)$$

Considere $v^1 \geq 0$ e $v^2 \geq 0$, os vetores multiplicadores de Lagrange associados às restrições (B2) e (B3). Considere também $\mu_{11} \geq 0$ e $\mu_{21} \geq 0$, os vetores multiplicadores associados às restrições (B4) e (B5). O problema Lagrangiano é então definido por:

$$\begin{aligned} \text{Min } & (c^1 + (h^1 + h^2)(I - R))X^1 + (c^2 + h^2(I - R))X^2 - (h^1 + h^2)d^1 - h^2d^2 + cs Y^1 + cs Y^2 + \\ & -v^1((I - R) X^1 - d^1) - v^2((I - R) X^1 + (I - R) X^2 - d^1 - d^2) + \mu_{11}(b^1 X^1 + ts^1 Y^1 - CAP_{11}) + \\ & + \mu_{21}(b^1 X^2 + ts^1 Y^2 - CAP_{21}) \end{aligned} \quad (B9)$$

Sujeito a:

$$X^1 - qY^1 \leq 0$$

$$X^2 - qY^2 \leq 0$$

$$X^1 \geq 0, X^2 \geq 0, Y^1 = \{0,1\}^N, Y^2 = \{0,1\}^N.$$

Tempelmeier e Derstroff (1996) consideraram este problema demasiadamente relaxado para produzir bons limitantes e incluíram as restrições (B11) e (B12) com o objetivo de garantir estoques não-negativos, já que as condições de não-negatividade das variáveis de estoque foram relaxadas (restrições (B2) e (B3)). No entanto, como demonstrado no Apêndice A, as restrições (B11) e (B12) garantem somente a não-negatividade dos estoques de escalão,

o que não implica que os estoques convencionais sejam não-negativos. Estas observações não invalidam o referido trabalho, pois para toda solução factível tem-se que $I^t \geq 0$, o que implica $E^t \geq 0$, de modo que as restrições adicionadas não excluem qualquer solução factível. A rigor, para se ter a não-negatividade das variáveis de estoque convencionais, isto é: $I^t \geq 0$, dever-se-ia ser incluído a restrição: $(I-R)E^t \geq 0$ (veja (A16)). Porém, esta restrição introduziria dificuldades na resolução do problema Lagrangiano abaixo.

$$\begin{aligned} \text{Min } & (c^1 + (h^1 + h^2)(I-R) - (v^1 + v^2)(I-R) + \mu_{11}b^1)X^1 + \\ & (c^2 + b^2(I-R) - v^2(I-R) + \mu_{21}b^1)X^2 + (cs + \mu_{11}ts^1)Y^1 + (cs + \mu_{21}ts^2)Y^2 + \\ & -(h^1 + h^2)d^1 - h^2d^2 + (v^1 + v^2)d^1 + v^2d^2 - \mu_{11}CAP_{11} - \mu_{21}CAP_{21} \end{aligned} \quad (B10)$$

Sujeito a:

$$X^1 \geq (I-R)^{-1}d^1 \quad (B11)$$

$$X^1 + X^2 \geq (I-R)^{-1}(d^1 + d^2) \quad (B12)$$

$$X^1 - qY^1 \leq 0 \quad (B13)$$

$$X^2 - qY^2 \leq 0 \quad (B14)$$

$$X^1 \geq 0, \quad X^2 \geq 0 \quad Y^1 = \{0,1\}^N, Y^2 = \{0,1\}^N \quad (B15)$$

Observe que este problema pode ser decomposto em N subproblemas com um único item, os quais podem ser resolvidos otimamente pelo algoritmo de Wagner e Whitin (Wagner e Whitin, 1958). Em outras palavras, os autores lançaram mão do estoque de escalão para desacoplar as variáveis de produção. Além disso, utilizam o método do subgradiente para maximização da função dual (dada pelo valor ótimo de (B10)), onde os subgradientes são determinados da seguinte maneira:

- Componentes do subgradiente relacionadas às restrições de balanço de estoques.

$$\begin{pmatrix} (I-R)X^1 - d^1 \\ (I-R)X^1 + (I-R)X^2 - d^1 - d^2 \end{pmatrix}, \text{ que, por (A36), é igual a } \begin{pmatrix} I^1 \\ I^2 \end{pmatrix}. \quad (B16)$$

- Componentes do subgradiente relacionadas às restrições de capacidades.

$$\begin{pmatrix} B^1X^1 + ts^1Y^1 - CAP_{11} \\ B^1X^2 + ts^1Y^2 - CAP_{21} \end{pmatrix} \quad (B17)$$

Relaxação do Modelo Reformulado em Termos de Estoque de Escalão

Considere o modelo (A22)-(A27) e, por simplicidade de exposição, $T=2$ e $K=1$. Considere também o vetor $\lambda^t \geq 0$, o vetor multiplicador de Lagrange associado às restrições (A24) e $\mu_t \geq 0$ o vetor multiplicador de Lagrange associado às restrições (A25).

O problema Lagrangiano é dado abaixo:

$$\begin{aligned} \text{Min } & c^1 X^1 + c^2 X^2 + \hat{h}^1 E^1 + \hat{h}^2 E^2 + cs Y^1 + cs Y^2 - \lambda^1 (I - R)E^1 - \lambda^2 (I - R)E^2 + \\ & \mu_1 (b^1 X^1 + ts^1 Y^1 - CAP_{11}) + \mu_2 (b^1 X^2 + ts^1 Y^2 - CAP_{21}) \end{aligned} \quad (B18)$$

Sujeito a:

$$X^1 - E^1 = D^1 \quad (= (I - R)^{-1} d^1) \quad (B19)$$

$$X^2 + E^1 - E^2 = D^2 \quad (= (I - R)^{-1} d^2) \quad (B20)$$

$$X^1 - qY^1 \leq 0 \quad (B21)$$

$$X^2 - qY^2 \leq 0 \quad (B22)$$

$$X^1 \geq 0, \quad X^2 \geq 0 \quad Y^1 = \{0, 1\}^N, \quad Y^2 = \{0, 1\}^N \quad (B23)$$

$$E^1 \geq 0, \quad E^2 \geq 0. \quad (B24)$$

Considerando novamente as restrições (B19) e (B20), porém adicionando-se (B19) a (B20), obtém-se:

$$X^1 - E^1 = D^1$$

$$X^1 + X^2 - E^2 = D^1 + D^2.$$

De (B24), segue:

$$X^1 \geq D^1$$

$$X^1 + X^2 \geq D^1 + D^2,$$

que são equivalentes às restrições (B11) e (B12), que foram introduzidas por Tempelmeier e Derstroff (1996) com o objetivo de garantir a não-negatividade dos estoques. Considerando os termos relacionados às variáveis de estoque e produção na função objetivo (B18) e, substituindo-se as expressões $E^t = (I - R)^{-1} I^t$ e $\hat{h}^t = h^t (I - R)$, na função objetivo, segue:

$$c^1 X^1 + c^2 X^2 + \hat{h}^1 (I - R)^{-1} I^1 + \hat{h}^2 (I - R)^{-1} I^2 - \lambda^1 (I - R)(I - R)^{-1} I^1 - \lambda^2 (I - R)(I - R)^{-1} I^2$$

$$= c^1 X^1 + c^2 X^2 + h^1 I^1 + h^2 I^2 - \lambda^1 I^1 - \lambda^2 I^2 \quad (B25)$$

Substituindo-se ainda a relação (A36) para eliminar as variáveis de estoque, tem-se:

$$c^1 X^1 + c^2 X^2 + h^1 ((I - R) X^1 - d^1) + h^2 ((I - R)(X^1 + X^2) - d^1 - d^2) + \\ - \lambda^1 ((I - R) X^1 - d^1) - \lambda^2 ((I - R)(X^1 + X^2) - d^1 - d^2)$$

Reorganizando-se os termos da função objetivo acima, que o problema Lagrangiano (B18)-(B24) é equivalente a:

$$\text{Min } (c^1 + (h^1 + h^2)(I - R) - (\lambda^1 + \lambda^2)(I - R) + \mu_{11} b^1) X^1 + \\ (c^2 + h^2(I - R) - \lambda^2(I - R) + \mu_{21} b^1) X^2 + (cs + \mu_{11} ts^1) Y^1 + (cs + \mu_{21} ts^2) Y^2 + \\ - (h^1 + h^2) d^1 - h^2 d^2 + (\lambda^1 + \lambda^2) d^1 + \lambda^2 d^2 - \mu_{11} CAP_{11} - \mu_{21} CAP_{21} \quad (B26)$$

Sujeito a:

$$X^1 \geq D^1 \quad (B27)$$

$$X^1 + X^2 \geq D^1 + D^2 \quad (B28)$$

$$X^1 - qY^1 \leq 0 \quad (B29)$$

$$X^2 - qY^2 \leq 0 \quad (B30)$$

$$X^1 \geq 0, \quad X^2 \geq 0 \quad Y^1 = \{0, 1\}^N, \quad Y^2 = \{0, 1\}^N \quad (B31)$$

Observe também que este problema pode ser decomposto em N subproblemas com um único item e resolvido otimamente pelo algoritmo de Wagner e Whitin. Também, os subgradientes são determinados da seguinte maneira:

- Componentes do subgradiente relacionados às restrições de balanço de estoques:

$$\begin{pmatrix} (I - R) E^1 \\ (I - R) E^2 \end{pmatrix} \text{ que, por (A16), é igual a: } \begin{pmatrix} I^1 \\ I^2 \end{pmatrix} \quad (B32)$$

- Componentes do subgradiente relacionados as restrições de capacidades.

$$\begin{pmatrix} B^1 X^1 + ts^1 Y^1 - CAP_{11} \\ B^1 X^2 + ts^1 Y^2 - CAP_{21} \end{pmatrix} \quad (B33)$$

De onde pode-se concluir que o subgradiente dado por (B32) e (B33), obtido a partir da formulação do problema em termos de estoque de escalão, é idêntico ao subgradiente (B25) e (B26), obtido para o problema formulado sem as variáveis de estoque. As funções objetivos também são iguais, pois os multiplicadores duais são atualizados da mesma maneira. Portanto, pode-se concluir que os limitantes fornecidos por ambas relaxações são os mesmos, ou as abordagens são equivalentes.

Data	28 / 05 / 2001
Proc.	Daqui
Ped.	
Liv.	
RS	