SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito... 03/05/99

Assinatura:..... Marili Andrade

**Comparação Entre as Soluções
de Malha Fechada e Semi-Aberta
Para Otimização da Operação de
Sistemas de Produção de Energia Elétrica**

SÔNIA CRISTINA POLTRONIERE SILVA

Orientador: PROF. DR. MARINHO GOMES DE ANDRADE FILHO

*Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, da
Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de
mestre, na área de "Ciências de Computação e Matemática Computacional"*

São Carlos
Maio de 1999

À minha filha:

Ana Paula Poltroniere da Silva

Ao meu marido:

Paulo Sérgio da Silva

Aos meus pais:

Antonio Florentino Poltroniere

Maria Rosa Furlan Poltroniere

por todo amor, compreensão e incentivo.

Sônia

Agradeço a Deus

por me conceder saúde,
por iluminar meu caminho,
por me abençoar na realização deste trabalho.

Tudo posso naquele que me fortalece.

(Filp 4, 13)

Agradecimentos

Ao *Prof. Dr. Marinho Gomes de Andrade Filho*, meu sábio e paciente orientador, por sua colaboração preciosa e indispensável na realização deste trabalho.

Aos professores da banca de qualificação:

Prof. Dr. Marcos Nereu Arenales

Prof. Dr. Adriano A. F. M. Carneiro

Aos professores do ICMC - USP, São Carlos:

Prof. Dr. Hermínio Cassago Jr.

Prof. Dr. Marcos Nereu Arenales

Prof. Dr. José Alberto Cuminato

Prof. Dr. Murilo Francisco Tomé

Prof. Dr. José Francisco Ferreira Ribeiro

Profa. Dra. Cassilda Maria Ribeiro

Às secretárias do Departamento de Pós- Graduação do ICMC, *Marília, Laura e Bete*, pela atenção e colaboração.

Aos professores da UNESP - São José do Rio Preto:

Prof. Dr. Geraldo Nunes Silva

Profa. Dra. Hermínia de Lourdes Campello Fanti

Aos amigos do ICMC - USP, São Carlos, em especial, *Veridiana, Vanessa, Juliana, Alessandra, Maria Cristina e Luciane*, por todo carinho e atenção.

Ao meu irmão, *Sérgio*, pela atenção e colaboração.

À minha cunhada, *Silvia*, pelo carinho e amizade.

Às amigas *Cristiane e Marielli*, pelos momentos de alegria.

À CNPq, pelo apoio financeiro na realização deste trabalho.

Sumário

1	Apresentação do problema	1
1.1	Problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos	1
1.1.1	Compromisso hidrotérmico e complexidade do problema	1
1.1.2	Decomposição do problema	4
1.2	Técnicas de otimização para o problema da operação de longo prazo	8
1.2.1	Uso de Programação Dinâmica Estocástica com Modelo Equivalente	9
1.2.2	Uso de técnicas de otimização determinística com modelos a usinas individualizadas	11
2	Modelos Matemáticos para Sistemas Hidrotérmicos	14
2.1	Modelo matemático de uma usina hidroelétrica	14
2.1.1	Sistemas constituídos de várias usinas hidroelétricas	21
2.2	Modelo a reservatório equivalente	22
3	Formulação do Problema de Otimização do Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos	28
3.1	Sistema constituído de uma única usina hidroelétrica	28
3.2	Sistemas constituídos por múltiplos reservatórios	32
4	Modelo Equivalente Certo	35
4.1	Método Gradiente de 2ª Ordem para Sistemas Dinâmicos	37
4.1.1	Descrição do método:	37
4.1.2	Convergência do algoritmo	43
4.2	A função custo terminal	44
5	Modelo para Previsão de Vazão	45
5.1	Modelo com sazonalidade determinística	46
5.2	Modelo com sazonalidade estocástica	50
5.3	Modelos com parâmetros periódicos	50

6 Resultados	57
6.1 Testes utilizando a MLT	58
6.1.1 Resultados para a usina de Furnas	59
6.1.2 Resultados para a usina de Emborcação	63
6.1.3 Resultados para a usina de Água Vermelha	67
6.2 Testes utilizando vazões previstas	71
6.2.1 Resultados para a usina de Furnas	71
6.2.2 Resultados para a usina de Emborcação	74
6.2.3 Resultados para a usina de Água Vermelha	76
6.3 Previsão das vazões afluentes	81
6.3.1 Usina de Furnas	81
6.3.2 Usina de Emborcação	82
6.3.3 Usina de Água Vermelha	84
Propostas Futuras	86
Referências Bibliográficas	87
Apêndice A	91
Apêndice B	93
Apêndice C	100

Resumo

O planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos mostra-se de grande interesse no Brasil, onde cerca de 90 % da energia elétrica é de geração hidráulica. Sendo assim, torna-se importante operar da melhor forma possível para minimizar o custo térmico e evitar vertimentos indesejados e outros tipos de perdas de energia hidroelétrica. Esta dissertação considera o problema de planejamento a longo prazo da operação de um sistema hidrotérmico e sua formulação. Para se obter a solução de tal problema apresenta-se o Modelo Equivalente Certo (EC), que utiliza uma técnica de otimização determinística acoplada a um modelo de previsão de vazões com atualização em tempo real (base mensal). São realizadas comparações entre as soluções obtidas por esta abordagem e por Programação Dinâmica Estocástica (PDE), considerando-se várias usinas do Sistema Sudeste Brasileiro, individualmente, e simulando-se a operação destas usinas para períodos de 2 anos do histórico de vazões. Os resultados obtidos mostram que a abordagem proposta consegue tratar as incertezas das vazões, no horizonte de planejamento de longo prazo, com a mesma potencialidade da PDE. Além disso, o Modelo Equivalente Certo não exige simplificações, tais como o uso do reservatório equivalente, para tratar sistemas com múltiplas usinas.

Abstract

The planning of operation of hydro-thermal power systems is of great interest in Brazil, where about 90 % of all electricity is hydraulic-generated. Therefore, it is important to run those power systems as efficiently as possible, minimizing thermal costs, avoiding undesirable water losses and other types of undesirable losses of hidro-electric energy. This work deals with the problem of long term operation planning of a hidro-thermal power system and its mathematical modeling. The Certainty Equivalent Model (CE) is introduced to get the solution of the problem. This approach uses a deterministic optimization technique compled with an inflow forecastting model in open-loop feedback framework in monthly basis. This work compares the solutions obtained by this approach and Stochastic Dynamic Programming (SDP), considering single plants of the Southeast Brazilian Power System and simulating the operation along period of 2 years under the historical inflow. Results obtained show that the proposed solution technique can handle uncertainty as effectively as SDP. Furthermore, it does not require modeling simplification, such as composite reservoirs, to deal with multi-hydro plant systems.

Capítulo 1

Apresentação do problema

1.1 Problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos

1.1.1 Compromisso hidrotérmico e complexidade do problema

O planejamento da operação de um sistema hidrotérmico de energia elétrica tem por objetivo determinar uma política de operação para as usinas hidroelétricas e termoeletricas do sistema que atenda a demanda de energia de forma econômica e confiável.

Em sistemas hidrotérmicos de geração, figura 1.1, como é o caso do sistema brasileiro, a geração hidroelétrica, de custo de operação relativamente baixo, é complementada pela geração termoeletrica, cujo custo de operação mostra-se elevado. Assim, o problema da operação hidrotérmica consiste em como utilizar, a cada instante de tempo, a disponibilidade de água para geração hidroelétrica de modo a reduzir ao máximo a geração termoeletrica.

FIGURA 1.1 - Sistema Hidrotérmico

A disponibilidade limitada de água armazenada nos reservatórios torna a operação de um sistema hidrotérmico complexa, pois estabelece uma ligação entre a decisão de operação imediata e as conseqüências futuras desta decisão. Esta ligação entre as decisões operativas no tempo faz com que o problema de planejamento da operação seja um problema dinâmico. Portanto, a questão básica é equilibrar o compromisso entre o ganho associado com a geração hidroelétrica imediata e a esperança de ganhos futuros advindos do armazenamento, tudo medido em termos de economia de combustível térmico.

Como estamos trabalhando com sistemas hidrotérmicos com predominância de geração hidroelétrica, situação do sistema brasileiro, com cerca de 90% de participação hidroelétrica, o planejamento da operação do sistema se torna imprescindível, pois, não havendo da parte do sistema termoelétrico capacidade suficiente para contornar situações críticas da operação do sistema hidroelétrico, as conseqüências de uma operação inadequada são graves.

A dificuldade do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos começa, portanto, pela necessidade de se analisar a operação ao longo de um "horizonte" de plane-

jamento que permita avaliar o impacto futuro das decisões imediatas. Este horizonte depende fundamentalmente da capacidade de regulação dos reservatórios e das características hidrológicas do sistema. Em geral, o horizonte deve ser de pelo menos um ano, que constitui o período natural do ciclo hidrológico. No caso do sistema brasileiro, em que existem reservatórios de capacidade de regulação plurianual, o planejamento da operação tem sido feito para o horizonte de alguns anos.

Além disso, o acoplamento hidráulico entre usinas hidroelétricas situadas num mesmo rio torna as condições de operação de cada usina dependente da operação das demais, de modo que suas operações devem ser coordenadas. Assim, o parque hidroelétrico constitui-se num sistema interconectado de geração, ao contrário do termoelétrico, cujas unidades são independentes entre si. A figura 1.2 mostra parte do Sistema Sudeste Brasileiro, abrangendo a grande bacia do rio Paraná constituído pelos rios Paranaíba, Grande e Paraná, onde operam várias usinas hidroelétricas interligadas.

FIG. 1.2 - Sistema Sudeste Brasileiro

Um outro aspecto que dificulta o planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos é a incerteza das vazões futuras e da demanda de energia. A aleatoriedade das vazões nos rios faz com que toda a operação corra o risco da ineficiência. Se a decisão tomada significa usar todo o estoque de energia hidroelétrica, economizando combustível térmico no presente, vindo a ocorrer vazões baixas, será necessária uma complementação termoelétrica maior e mais cara no futuro, ou mesmo poderá ser preciso cortar a carga através de políticas de racionamento. Por outro lado, se a decisão for manter os estoques de energia hidroelétrica e gerar mais intensamente com termoelétricas no presente, ocorrendo vazões altas no futuro, poderá haver vertimento no sistema, o que representa desperdício energético e ineficiência. Da mesma forma, embora em menor grau, alterações da demanda de energia elétrica prevista provocam desajustes na operação ótima do sistema. Sendo assim, o problema a ser abordado mostra-se essencialmente estocástico.

Por fim, dado que a característica de geração das usinas hidroelétricas, assim como o custo de geração das usinas termoelétricas, é não linear, o problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos pode ser classificado como um problema de otimização de um sistema dinâmico, interconectado, estocástico, não linear e de grande porte (Soares, 1987). Uma forma de facilitar a solução de um problema tão complexo como esse é optar pela sua decomposição.

1.1.2 Decomposição do problema

Das considerações anteriores, pode-se concluir que a operação econômica de sistemas hidrotérmicos resulta de um planejamento complexo: horizonte plurianual, forte interdependência entre as usinas, natureza aleatória das vazões.

A complexidade do problema exige sua decomposição em uma cadeia de planejamento que inclui as etapas de longo, médio e curto prazos. Assim, torna-se possível, em cada etapa, explorar as características físicas do sistema, o que permite uma simplificação dos modelos. As diversas propostas encontradas na literatura diferenciam-se na caracterização

de cada etapa e na modelagem utilizada (Soares, 1987; Pereira, 1985).

Analisando a aleatoriedade das vazões futuras, observa-se que a incerteza cresce com o tempo, segundo uma função do tipo ilustrada na figura 1.3. É possível distinguir três períodos quando as características do fenômeno se diferenciam:

1. Horizonte de curto prazo (uma semana): neste período, a incerteza sobre as vazões futuras apresenta-se muito pequena graças à capacidade de previsão obtida pelos modelos que utilizam informação meteorológica e pelos modelos baseados na relação chuva-vazão.
2. Horizonte de médio prazo (algumas semanas ou meses): neste período, a incerteza é crescente, porém, menor que a incerteza de longo prazo, devido à correlação entre a vazão futura e a presente (e passadas). Neste horizonte, são utilizados modelos de previsão das vazões baseados em séries temporais.
3. Horizonte de longo prazo (alguns meses ou anos): como, nesta etapa, torna-se necessário considerar as vazões num futuro mais remoto, a incerteza cresce até atingir uma saturação, o que representa a independência estocástica entre a vazão futura e a conjuntura presente. Geralmente, são utilizados modelos baseados em processos de Markov para as vazões.

FIG. 1.3 - Incerteza das vazões futuras

As faixas assinaladas no gráfico da Figura 1.3 terão distintas larguras, dependendo das características do ciclo hidrológico. Por exemplo, em bacias hidrográficas de baixa permeabilidade e comportamento hidrológico instável (Rio Iguaçu), as faixas 1 e 2 são mais reduzidas. Já em sistemas com comportamento hidráulico mais estável e regular (sistema sudeste), as faixas 1 e 2 são mais amplas, podendo-se trabalhar com previsões de vazão por horizonte de tempo maior.

Planejamento da operação de longo prazo

O planejamento de longo prazo se preocupa em avaliar a evolução principal dos reservatórios de forma a minimizar futuras faltas de energia e diminuir o valor esperado da geração térmica.

Em sistemas hidrotérmicos com grande capacidade de regulação, o estudo da operação a longo prazo deve abranger um horizonte de dois a cinco anos, com discretização em base mensal ou semanal. No Brasil, o Grupo Coordenador da Operação Interligada (GCOI), coordenado pela ELETROBRAS, adota um horizonte de cinco anos, com discretização em base mensal. Isto porque o volume total de afluência varia muito de um ano para outro, podendo ocorrer uma sequência de anos de baixa afluência (períodos secos).

O problema de determinar a política de operação ótima a longo prazo de um sistema hidroelétrico mostra-se como objeto de pesquisa há mais de meio século. No entanto, uma solução ótima global desse problema não se obtém facilmente, por causa das dificuldades computacionais para tratar o sistema com múltiplos reservatórios com um modelo estocástico adequado para as vazões dos rios.

Desde os trabalhos de Masse (1946) e Little (1955), muitos autores sugeriram o uso da Programação Dinâmica Estocástica para resolver o problema de um sistema com um único reservatório. Em muitos desses estudos (Yakowitz, 1982), as vazões são modeladas como um processo de Markov, ou como uma cadeia de Markov, quando o problema se coloca na sua forma discreta.

No caso de sistemas com múltiplos reservatórios, uma abordagem muito comum consiste em agregar o sistema em um reservatório equivalente de energia (Arvanitidis & Rosing, 1970a, 1970b). Essa manipulação é frequentemente sugerida por causa do problema conhecido como “maldição da dimensionalidade” (Bellman, 1957), o qual restringe a utilização da Programação Dinâmica a problemas com poucas variáveis de estado.

A principal limitação do uso do modelo equivalente é que as restrições locais na operação de reservatórios não são consideradas. Dessa forma, o efeito da cota de montante na produtividade dos reservatórios não é avaliado adequadamente. O GCOI utiliza essa abordagem. A política de decisão obtida é, posteriormente, desagregada entre as usinas individualizadas usando-se modelos de simulação baseados em regras empíricas de operação. Em virtude destas limitações, o método tem sido usado com sucesso somente para sistemas com condições hidrológicas homogêneas (Fortunato, 1985).

Planejamento da operação de médio prazo

No horizonte de médio prazo, as incertezas sobre as vazões são menores devido à proximidade com o presente e à correlação temporal entre as vazões.

Além disso, nesta etapa, torna-se importante obter uma política de operação em que as usinas são representadas individualmente, aproveitando, assim, as possíveis diversidades hidrológicas entre os vários rios, sem desrespeitar o acoplamento hidráulico da cascata. O planejamento de médio prazo determina as metas semanais de operação de cada usina ao longo do ano.

Mesmo não sendo possível, neste horizonte de planejamento, obter uma boa previsão das afluências e das demandas devido as suas aleatoriedades, a consideração destas variáveis como determinísticas ou estocásticas depende da metodologia adotada para sua resolução. Diversas técnicas de solução têm sido adotadas como, por exemplo, a otimização determinística do sistema hidroelétrico individualizado (programação linear, programação não linear, algoritmos de fluxo em redes), baseada em previsões de vazões

fornecidas por modelos de séries temporais (Gayer et al, 1993).

Planejamento da operação de curto prazo

O objetivo principal do planejamento de curto prazo é utilizar as metas semanais, fornecidas pelo planejamento de médio prazo, para construir regras de operação com base horária, respeitando todas as restrições hidráulicas (tempo de percurso da água entre as usinas da cascata, restrições operativas das usinas como faixas de cavitação, rampas de tomadas de carga, limites de variação na defluência, reserva girante, entre outros que não são considerados no planejamento a médio prazo) e elétricas (limites de transmissão das linhas) do sistema. Em razão do curto horizonte de planejamento, supõe-se disponível uma boa previsão de afluência e da demanda de carga ao longo da semana, podendo-se considerar o problema como um equivalente determinístico.

Sendo o sistema hidrotérmico predominantemente hidráulico, como acontece no sistema brasileiro, o ideal seria manter a geração das termoeletricas constante ao longo da semana. Tal fato assegura a operação mais econômica, além de evitar indesejadas alterações sucessivas do ponto de operação que aceleram o desgaste dos equipamentos, reduzindo sua vida útil (Soares,1987; Pereira,1985). Porém, essa situação só pode ser atingida se forem conhecidas as vazões afluentes deterministicamente, o que não é possível.

1.2 Técnicas de otimização para o problema da operação de longo prazo

Na seção 1.1, foi feita uma revisão geral do problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos em suas várias etapas: longo prazo, médio prazo e curto prazo. No entanto, este trabalho aborda somente o problema de planejamento da operação a longo prazo e as suas técnicas de solução.

1.2.1 Uso de Programação Dinâmica Estocástica com Modelo Equivalente

Nos modelos para o planejamento de longo prazo, o sistema hidráulico pode ser representado por um reservatório equivalente de energia e o parque térmico representado por uma térmica equivalente, o que apresenta-se satisfatório, pois, neste horizonte, interessa saber a proporção global entre a geração térmica e a geração hidráulica.

O modelo equivalente representa as principais características e capacidades do sistema; no entanto, esses modelos permitem somente a determinação da sequência de decisões mensais para o sistema como um todo, não permitindo a alocação dessa decisão entre as várias usinas do sistema. Sendo assim, ele geralmente é utilizado para atender outros objetivos além da geração de energia elétrica.

A idéia central para a construção de um reservatório equivalente é que toda a operação hidráulica do sistema pode ser traduzida em termos de operação energética de um único reservatório de energia. Três componentes básicas são consideradas: as vazões naturais, o volume dos reservatórios e as defluências de cada usina. Essas componentes são transformadas em energia e o sistema passa a ser representado por um único reservatório de energia e uma capacidade de geração igual à soma das capacidades das usinas individualizadas (Arvanitidis & Rosing, 1970a).

O registro histórico da energia afluenta permite levantar seu comportamento estocástico. Devido à correlação temporal das afluições, torna-se conveniente representar o fenômeno por um processo de Markov, utilizando-se a distribuição de probabilidades de energia afluenta no intervalo atual condicionada à energia afluenta no intervalo anterior.

Dessa forma, a solução do problema de planejamento a longo prazo pode ser obtida por Programação Dinâmica Estocástica (PDE), considerando-se duas variáveis de estado: a energia armazenada no intervalo atual e a energia afluenta no intervalo anterior. A decisão ótima para o problema representa o custo esperado futuro de operação do sistema,

dependendo da condição inicial de armazenamento, e é posteriormente desagregada em nível de usinas individualizadas, pro meio de modelos de simulação baseados em regras empíricas de operação (Cruz & Soares, 1995).

A desvantagem desse tipo de abordagem é exatamente o modelo equivalente, ou seja, com a agregação dos reservatórios em um único reservatório de energia, perdem-se as características individuais das usinas e do acoplamento entre elas, fato fundamental para a representação da não-linearidade da produção e para a identificação de vertimentos localizados. Além disso, pressupõe-se que, na construção do modelo equivalente, haja uniformidade hidrológica ao longo do sistema, o que em geral não acontece, como por exemplo, no caso dos sistemas sul e sudeste brasileiro. Dessa forma, essa técnica só fornece uma solução para o planejamento da operação do sistema como um todo, não sendo possível calcular, por exemplo, quanto cada usina hidroelétrica deve gerar individualmente. Outra limitação está na impossibilidade de levar em conta correlações de passos maiores que um mês nos modelos estocásticos das vazões. Portanto, a hipótese markoviana é adotada nos modelos estocásticos das vazões porque modelos mais refinados, baseados em correlações de alta ordem, requerem um indesejável crescimento da dimensão do espaço de estado do problema de Programação Dinâmica Estocástica.

Quando não há uniformidade hidrológica ao longo do sistema, como alternativa trabalha-se com reservatórios em paralelo, ou seja, cada cascata independente do sistema é representada por um reservatório equivalente.

Várias técnicas interessantes foram propostas para tentar resolver o problema de planejamento no caso de sistemas com múltiplos reservatórios em paralelo, tal como:

- A estratégia aplicada por Pronovost (1978) ao sistema Hydro-Quebec, no Canadá, e por Sherkat (1985) ao sistema da Colômbia. Esta técnica usa a Programação Dinâmica Estocástica com aproximação sucessiva.

- O modelo desenvolvido por Egeland (1982) para o sistema norueguês, também baseado em aproximações sucessivas, mas com uma melhor representação da relação entre cada

reservatório e o restante do sistema. Um modelo semelhante foi proposto por Araripe Neto (1984) para o planejamento da operação a longo prazo do sistema brasileiro.

- A técnica proposta por Turgeon (1980) chamada agregação/decomposição, em que cada reservatório é otimizado em conjunção com a representação agregada do sistema restante. Aplicações desta técnica incluem o sistema da Colômbia e o da França.

1.2.2 Uso de técnicas de otimização determinística com modelos a usinas individualizadas

Muitas pesquisas vem sendo realizadas no sentido de desenvolver métodos para o planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos que não apresentem problemas na dimensionalidade das variáveis envolvidas, como acontece na Programação Dinâmica Estocástica. Esses estudos propõem um método para avaliar a capacidade do sistema hidrotérmico no atendimento da demanda de energia elétrica, preservando a individualidade de cada usina e considerando, de alguma forma, a estocasticidade das vazões afluentes. Um desses métodos, conhecido como “métodos de aproximação sucessiva” utiliza a Programação Dinâmica Diferencial, como pode ser visto em Mayne (1966; 1973), e Murray e Yakowitz (1979) apud Trezos e Yeh (1987).

Em 1988, Carneiro et al propôs um modelo de Planejamento Adaptativo (PA) com representação individualizada das usinas. O PA consiste na obtenção das decisões operativas do sistema pela aplicação de um procedimento de previsão-otimização, feito a cada estágio de planejamento. As vazões são previstas através de modelos de séries temporais e a solução do problema obtida por um algoritmo de fluxo em redes com custo não linear, especialmente desenvolvido para sistemas hidroelétricos (Carvalho & Soares, 1987).

Este trabalho apresenta uma comparação entre a PDE e um modelo para o problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos com usinas individualizadas, chama-

do Modelo Equivalente Certo, que utiliza uma técnica de programação determinística específica para sistemas dinâmicos, acoplada a um modelo de previsão de vazão. Neste algoritmo, a cada mês, realiza-se uma previsão das vazões afluentes para cada usina do sistema hidroelétrico, utilizando o Modelo Auto-Regressivo Periódico (Hutter, 1998), e uma otimização determinística com representação individualizada das usinas.

Essa forma de abordagem tem a vantagem de, por um lado, permitir a exata representação das usinas hidroelétricas com sua produção não linear e seus vertimentos localizados, e, por outro lado, permitir uma melhor representação das vazões afluentes por meio de modelos estocásticos de qualquer ordem e específicos para cada usina, o que permite representar de forma mais precisa as vazões e sua diversidade hidrológica.

A única limitação dessa abordagem é que ela considera a estocasticidade das vazões afluentes de forma implícita, utilizando-se de previsões permanentemente atualizadas. Em outras palavras, a otimização equivalente determinística mostra-se como uma política de malha aberta, apresentando, assim, uma solução sub-ótima para o problema, ao passo que a programação dinâmica estocástica é uma política de malha fechada.

Este trabalho objetiva comparar os resultados obtidos, utilizando-se o modelo Equivalente Certo, com os resultados obtidos por Programação Dinâmica Estocástica, a qual vem sendo aceita por mais de duas décadas como a melhor solução para tratar o problema das incertezas das vazões no horizonte de longo prazo.

A comparação foi feita para o caso de sistemas constituídos de uma única usina hidroelétrica. Como não há necessidade de agregação do sistema hidroelétrico, a comparação visa somente avaliar as diferenças entre as políticas de malha fechada e de malha semi-aberta, que tratam de forma diferente a estocasticidade das vazões, e verificar até que ponto a representação individualizada das usinas e das suas afluições compensa a sub-otimalidade da política de malha semi-aberta. Os resultados numéricos foram obtidos por simulação, usando-se um histórico com mais de cinquenta anos de dados de vazões médias mensais.

Este trabalho está organizado como segue: O capítulo 2 apresenta o modelo matemático para uma usina hidroelétrica e também o modelo matemático para o sistema equivalente. O capítulo 3 apresenta a formulação do problema de otimização para o planejamento da operação de um sistema de múltiplos reservatórios e o problema de Programação Dinâmica Estocástica. No capítulo 4, tem-se a formulação do Modelo Equivalente Certo que se apresenta como uma abordagem vantajosa para resolver o problema estocástico, contornando as dificuldades computacionais. O capítulo 5 apresenta alguns modelos estocásticos para previsão de vazões e faz uma comparação entre eles. O capítulo 6 apresenta os resultados numéricos para sistemas com um único reservatório e a comparação desses resultados.

Capítulo 2

Modelos Matemáticos para Sistemas Hidrotérmicos

Os sistemas geradores de energia elétrica, no Brasil, são constituídos principalmente por usinas hidroelétricas que transformam a energia potencial gerada pela força da água em energia elétrica. As usinas termoeletricas assumem um papel complementar nestes sistemas, sendo utilizadas apenas quando o mercado de energia elétrica não pode ser atendido completamente pela geração das hidroelétricas. Outros componentes importantes que aparecem nos modelos matemáticos dos sistemas hidrotérmicos são os intercâmbios de energia (importação e exportação de energia) entre os sistemas vizinhos, o mercado primário de demanda e o corte de carga. A seguir, será apresentado o modelo matemático de uma usina hidroelétrica, bem como o modelo equivalente para sistemas hidroelétricos.

2.1 Modelo matemático de uma usina hidroelétrica

As usinas hidroelétricas podem ser classificadas em dois tipos: usinas com reservatório e usinas a fio d'água (sem reservatório).

As usinas com reservatório são compostas basicamente por:

- barragem: formadora do reservatório;
- casa de força: onde se encontram instalados os grupos turbina-gerador;
- conduto forçado: tubulação que leva água sob pressão do reservatório até as turbinas;
- vertedouro: por onde são liberadas as vazões excedentes;
- canal de fuga: por onde passa a água total liberada pela barragem;
- sub-estação elevadora de tensão: de onde partem as linhas de transmissão para os centros consumidores.

As usinas a fio d'água possuem um reservatório com pequena capacidade de armazenamento. Nos modelos matemáticos, esses pequenos reservatórios são desprezados permitindo duas simplificações: eliminar as restrições de capacidade de armazenamento e simplificar a função de geração da usina. Nestas usinas, a fração de vazão afluyente que não pode ser turbinada é vertida e, em vista da aleatoriedade da aflüência, a geração dessas usinas representa uma variável não controlável.

A figura 2.1 mostra simplifcadamente uma usina hidroelétrica com reservatório.

FIG. 2.1 - Usina com reservatório

As variáveis mais importantes em um modelo matemático de uma usina hidroelétrica são:

$y(t)$ - vazão incremental afluyente ao reservatório no instante t . Esta vazão independe da operação das usinas ou reservatórios a montante e constitui um processo estocástico;

$z(t)$ - vazão controlável afluyente ao reservatório no instante t , correspondente à água turbinada e vertida nas usinas imediatamente a montante;

$x(t)$ - volume de água armazenada no reservatório no instante t ;

$h(t)$ - altura de queda entre o nível superior do reservatório e o nível do canal de fuga;

$q(t)$ - vazão de água turbinada no instante t ;

$v(t)$ - vazão de água vertida no instante t ;

$u(t)$ - vazão defluente, que é a vazão total que sai do reservatório.

Essas variáveis estão sujeitas a limitações impostas pela capacidade física do sistema. O volume armazenado não pode exceder a capacidade máxima do reservatório (x_M), nem pode atingir valores abaixo de um limite inferior (x_m):

$$x_m \leq x(t) \leq x_M \quad (2.1)$$

A vazão turbinada possui um limite superior (q_M) devido à saturação da capacidade das turbinas e um limite inferior (q_m) imposto por restrições operativas:

$$q_m \leq q(t) \leq q_M \quad (2.2)$$

A água vertida não produz energia elétrica. Portanto, só deve haver vertimento quando o reservatório estiver cheio e a vazão afluyente total $y(t) + z(t)$ excederem o limite superior de turbinagem (q_M). Pode, também, ocorrer vertimento por motivos de segurança.

$$0 \leq v(t) \leq v_M \quad (2.3)$$

A vazão defluente é limitada pelas restrições de capacidade das turbinagens e vertimento. Na prática, torna-se comum limitar a vazão defluente a restrições mais rigorosas que as impostas pelos limites físicos do reservatório, devido aos problemas de controle de cheias a jusante do reservatório. De forma geral, restringe-se defluência entre os limites de defluência mínima u_m e máxima u_M).

$$u_m \leq u(t) \leq u_M \quad (2.4)$$

A vazão defluente pode ser calculada como segue:

$$u(t) = \begin{cases} q(t), & \text{se } q_m \leq q(t) \leq q_M \\ q(t) + v(t), & \text{se } q(t) \geq q_M \end{cases} \quad (2.5)$$

Calcula-se a altura de queda da usina pela diferença entre a altura de montante h_1 (cota do reservatório) e a altura de jusante h_2 (cota do canal de fuga). A cota de montante depende do volume de água armazenado no reservatório e é, geralmente, modelada como um polinômio $h_1(x_t)$, chamado polinômio cota×volume. A cota do canal de fuga, a qual depende da defluência $u(t)$, é representada por um polinômio $h_2(u_t)$, chamado polinômio turbinagem×cota. Desta forma, a altura de queda líquida do reservatório, quando o volume armazenado é $x(t)$ e a defluência é $u(t)$, pode ser calculada como:

$$h(x(t), u(t)) = h_1(x(t)) - h_2(u(t)) \quad (2.6)$$

Função de geração

A energia gerada na usina hidroelétrica consiste na conversão da energia potencial da água do reservatório em energia elétrica. Sendo assim, a potência instantânea produzida

pelo gerador e disponível para transmissão apresenta-se como função da altura de queda e da vazão turbinada:

$$H(x(t), u(t)) = \rho \cdot h(x(t), u(t)) \cdot q(t) \quad (2.7)$$

onde $\rho = \varphi \cdot \eta \cdot g$ é uma constante que depende do conjunto turbina/gerador, e conhecida como produtividade específica da usina, sendo:

φ - a densidade da água;

η - o rendimento do conjunto turbina/gerador;

g - a aceleração da gravidade.

Vários modelos matemáticos são usados para representar a função de geração $H(x(t), u(t))$. A razão dessa variedade está na diversidade das características das usinas (El-Hawary, 1979).

Equação de estado para uma usina hidroelétrica

A equação dinâmica que determina a evolução do volume de água armazenado no reservatório satisfaz o princípio de conservação da massa. Este princípio pode ser modelado pela equação diferencial:

$$\frac{dx(t)}{dt} = y(t) + z(t) - u(t) \quad (2.8)$$

Para trabalhar com problemas discretizados no tempo, toma-se a integral da equação acima entre dois instantes consecutivos, extremos de um intervalo de discretização constante $\Delta t = t_{n+1} - t_n$. Assim temos:

$$x(t_{n+1}) - x(t_n) = \int_{t_n}^{t_{n+1}} \frac{dx(t)}{dt} \cdot dt = \int_{t_n}^{t_{n+1}} [y(t) + z(t) - u(t)] dt \quad (2.9)$$

ou

$$x(t_{n+1}) - x(t_n) = \int_{t_n}^{t_{n+1}} y(t) dt + \int_{t_n}^{t_{n+1}} z(t) dt - \int_{t_n}^{t_{n+1}} u(t) dt \quad (2.10)$$

Dada a necessidade do uso de computadores digitais, as grandezas contínuas envolvidas na equação (2.12) devem ser discretizadas. Assim, essa equação pode ser reescrita na forma de equação à diferença, fazendo $t_n = t$ e $t_{n+1} = t + \Delta t$ e assumindo $\Delta t = 1$ unidade de tempo (mês):

$$x_{t+1} = x_t + \theta(y_t + z_t - u_t) \quad (2.11)$$

onde:

x_{t+1} - volume de água armazenada no reservatório no mês $t + 1$;

x_t - volume de água armazenada no mês t ;

y_t - afluência incremental no mês t ;

z_t - vazão controlada afluente no mês t ;

u_t - vazão defluente no mês t ;

θ - fator de conversão de unidade de vazão (m^3/s) para unidade de volume (hm^3).

Quando esse fato ocorre, deve-se entender que os valores considerados para essas grandezas são valores médios calculados no intervalo de tempo adotado. A equação dinâmica (2.13), chamada equação de transição de estado, representa a evolução do volume armazenado no reservatório da usina para intervalos discretos de tempo.

No restante desse trabalho, denotaremos uma variável x_t para descrever o valor médio dessa variável no mês t .

Custo de geração termoeétrica

As usinas termoeétricas produzem energia elétrica valendo-se da queima de combustíveis que não são renováveis (carvão, óleo, gás ou combustível nuclear). Tais recursos são de alto custo e, em geral, supõe-se que não são aleatórios pois suas reservas podem ser controladas. Dessa forma, desconsideramos o fato de que, a longo prazo, estes recursos são esgotáveis e que, mesmo a curto prazo, podem sofrer interferências de ordem político-econômica.

Obtêm-se a função de custo da geração termoeétrica baseando-se no levantamento do consumo de combustível para cada nível de geração, por meio de ajustes polinomiais. Portanto, qualquer que seja o tipo de combustível utilizado, o custo $g(.)$ é uma função da geração G , da termoeétrica e apresenta, geralmente, o aspecto típico de uma função convexa e crescente, aproximada por um polinômio do segundo grau (El-Hawary & Christensen, 1979), como ilustra a figura 2.2. Os parâmetros desse polinômio dependem das características da termoeétrica.

FIG. 2.2 - Custo da geração termoeétrica

Como a geração termoeletrica é usada para complementar a geração hidroeletrica, a função custo depende da demanda de energia D_t e da produção hidroeletrica H_t , pois quanto maior a produção hidroeletrica, menor será a complementação térmica necessária e, conseqüentemente, o custo de geração diminuirá.

Denotando por $G_t = D_t - H_t$ a complementação térmica, o custo associado a esta complementação é:

$$g(x_t, u_t) = C[D_t - H(x_t, u_t)] \quad (2.12)$$

Além disso, devem ser obedecidas as restrições operativas da termoeletrica, dadas por:

$$G_m \leq G \leq G_M$$

onde G_M é a capacidade máxima da termoeletrica e G_m é a energia mínima que a usina deve produzir por algum motivo operacional.

2.1.1 Sistemas constituídos de várias usinas hidroeletricas

Considerando agora um sistema constituído por N usinas hidroeletricas, que deve atender uma demanda de energia D_t , podemos escrever o modelo matemático desenvolvido neste capítulo para cada usina desse sistema. No entanto, a equação de transição de estado deve ser modificada de forma a considerar o acoplamento hidráulico entre os reservatórios. Desta forma temos:

$$x_{t+1}^i = x_t^i + \theta \left[y_t^i + \sum_{k \in \Omega_i} u_t^k - u_t^i \right] \quad (2.13)$$

onde Ω_i representa o conjunto de usinas a montante da usina i e u_t^k a vazão defluente da usina k .

2.2 Modelo a reservatório equivalente

Apesar de, neste trabalho, todas as aplicações se referirem a um único reservatório, vamos apresentar as componentes básicas para a construção de um modelo equivalente. Como mencionado no Capítulo 1, três componentes são consideradas na construção de um reservatório equivalente: as vazões naturais, o volume dos reservatórios e as defluências de cada usina. Apresenta-se, a seguir, um procedimento de cálculo de cada um dos componentes de um reservatório equivalente.

Consideremos os seguintes vetores:

$\underline{y}_{in}$ - vetor das afluências incrementais;

$\underline{y}_{nat}$ - vetor das afluências naturais;

$\underline{\delta}$ - vetor das produtividades médias;

$\underline{\delta}_a$ - vetor das produtibilidades médias acumuladas (produtibilidade de todas as usinas a jusante).

Estes vetores satisfazem as seguintes relações:

$$\delta_{a_k} = \sum_{i \in \Gamma_k} \delta_i y_{nat_k} = \sum_{j \in \Omega_k} y_{in_j} \quad (2.14)$$

onde

Γ_k - conjunto de todas as usinas a jusante de k ;

Ω_k - conjunto de todas as usinas a montante de k .

Energia afluenta

A energia afluenta a um sistema hidroelétrico pode ser obtida pela soma das energias geradas pelas vazões incrementais, supondo-se que esta vazão seja turbinada na própria usina e em todas as usinas a jusante dela:

$$y = \underline{\delta}_a^T \cdot \underline{y}_{in} \quad (2.15)$$

Energia armazenada

Os volumes úteis dos reservatórios podem ser expressos em termos de energia, calculando-se a quantidade de energia que se poderia gerar turbinando esse volume útil pela própria usina e por todas as usinas a jusante:

$$x = \underline{\delta}_a^T \cdot \underline{x} \quad (2.16)$$

onde $\underline{x}$ é o vetor dos volumes úteis.

Para calcular a capacidade energética máxima do reservatório equivalente (x_M), basta substituir o vetor $\underline{x}$ da equação acima pelo vetor dos volumes úteis máximos de cada reservatório. Mesmo caso para o limite energético mínimo (x_m). Assim, obtém-se:

$$x_m \leq x \leq x_M$$

Energia defluente

A conversão das vazões defluentes de cada usina em energia se faz de maneira análoga ao cálculo da energia afluente:

$$u = \underline{\delta}^T \cdot \underline{u} \quad (2.17)$$

onde $\underline{u}$ é o vetor das defluências nas usinas.

Os limites mínimo e máximo de defluência para o reservatório equivalente podem ser obtidos tomando-se por base a equação acima, substituindo-se o vetor $\underline{u}$ pelo vetor dos limites inferiores e superiores das usinas, respectivamente:

$$u_m \leq u \leq u_M$$

Função de geração

A função de geração de um reservatório equivalente relaciona a energia gerada com a energia armazenada e a energia defluente.

A produtibilidade de uma usina depende do volume de água armazenada e, portanto, da energia armazenada. Se esta energia é tal que a produtibilidade se iguala à produtibilidade média, então a energia gerada é igual a energia defluente. Por outro lado, se a energia armazenada for superior à energia armazenada correspondente à produtibilidade média, significa que a produtibilidade equivalente é superior à produtibilidade média e, portanto, a energia gerada é superior à energia defluente, que foi calculada supondo-se uma produtibilidade média. E vice-versa para o caso em que a energia armazenada é inferior à média.

Assim, pode-se representar a função de geração pela equação:

$$H(x_t, u_t) = f(x_t) \cdot u_t \quad (2.18)$$

onde $f(x_t)$ é uma função que corrige o erro na produtividade em função da energia armazenada no reservatório equivalente, e é dada por:

$$f(x_t) = ax_t^2 + bx_t + c \quad (2.19)$$

com a , b e c correspondentes à função quadrática côncava da figura 2.3.

FIG. 2.3 - Curva de correção da produtividade em função da energia armazenada no reservatório equivalente

Na figura 2.3, f_{max} e f_{min} são determinados em função das produtividades associadas às cotas máximas e mínimas dos reservatórios, respectivamente.

Equação de transição de estado

Define-se a equação de transição de estado (equação dinâmica do reservatório equivalente) com base na equação de conservação de energia:

$$x_{t+1} = x_t + y_t - u_t \quad (2.20)$$

Equação de balanço de carga

A equação de balanço de carga é dada por:

$$f(x_t).u_t + G_t = D_t \quad (2.21)$$

onde D_t é a carga (demanda) que o sistema deve atender no instante t e G_t é a geração da térmica equivalente no instante t .

Construção da térmica equivalente

A construção de uma térmica equivalente obedece o conceito de operação econômica, isto é, de que o sistema térmico está sempre operando da maneira mais econômica possível. Ilustra-se, a seguir, a construção da curva de custo marginal da térmica equivalente de um sistema constituído de duas unidades térmicas: Térmica1 e Térmica2. As curvas das figuras 2.4 e 2.5 são dos custos das térmicas individualmente, enquanto as das figuras 2.6 e 2.7 são as curvas dos custos marginais.

A operação econômica exige que as térmicas sempre operem com o mesmo custo marginal, portanto, supondo-se que a Térmica2 tem um custo marginal inicial inferior à Térmica1 ($b_1 > b_2$), somente a Térmica2 começa operando até atingir o ponto em que o seu custo marginal seja igual a b_1 , quando começa-se a operar também a Térmica1. A partir desse ponto, as duas térmicas passam a operar a mesmo custo marginal, até que a Térmica1 atinja a capacidade máxima (supõe-se que $G_1^M < G_2^M$). Assim que a Térmica1 atingir o seu máximo, qualquer geração adicional é realizada unicamente pela Térmica2.

A figura 2.8 representa o custo marginal da térmica equivalente.

FIG.2.4 - Custo de geração da Térmica1

FIG.2.5 - Custo de geração da Térmica2

FIG.2.6 - Custo marginal da Térmica1

FIG.2.7 - Custo marginal da Térmica2

FIG.2.8 - Custo marginal da térmica equivalente

Capítulo 3

Formulação do Problema de Otimização do Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos

3.1 Sistema constituído de uma única usina hidroelétrica

Usando a notação do capítulo anterior, um reservatório se modela como um sistema dinâmico estacionário, discreto no tempo, com equação de transição de estado dada por:

$$x_{t+1} = x_t - \theta(u_t - y_t), \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (3.1)$$

Consideremos o estado inicial do sistema x_1 conhecido e o estado x_t como um elemento do espaço S_t . A defluência u_t é a variável de controle e um elemento do espaço C_t e a vazão afluyente y_t é um processo estocástico definido no espaço de probabilidade $(A, \mathcal{F}, P)$, onde A é o espaço amostral, $\mathcal{F}$ é uma σ -álgebra de Borel e P é uma medida de probabilidade.

A política de operação do reservatório consiste em uma sequência de funções $\pi = \{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_T\}$, onde $\mu_t : S_t \rightarrow C_t$ são funções que atribuem uma decisão $u_t = \mu_t(x_t)$,

quando o estado corrente do sistema é x_t . O controle u_t é restrito a assumir valores somente em um subconjunto não vazio $U_t(x_t) \subset C_t$, o qual chamamos de conjunto de decisões admissíveis. A política π é chamada de política admissível. Denotaremos por Π o conjunto de todas as políticas admissíveis do sistema.

O problema de otimização do planejamento da operação a longo prazo de um sistema hidrotérmico pode ser formulado como se segue:

Dado o estado inicial x_1 e uma função custo $g : S_t \times C_t \rightarrow \mathbb{R}$, queremos achar a política admissível $\pi^* = \{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_T\}$ que minimiza o custo total da operação para um determinado horizonte de planejamento T . A política ótima de operação do sistema para o horizonte T pode ser calculada resolvendo-se o seguinte problema de programação dinâmica estocástica discreto:

$$\left\{ \begin{array}{l} J_{\pi^*}(x_1) = \min_{\pi \in \Pi} E \left\{ \sum_{t=1}^T \alpha^t g(x_t, u_t) + \psi_T(x_T) \right\} \\ s.a. \quad x_{t+1} = x_t - \theta(u_t - y_t), \quad t = 1, 2, \dots, T \\ \quad \quad \quad x_t \in S_t \quad u_t \in U_t(x_t) \quad x_1 \text{ dado} \end{array} \right. \quad (3.2)$$

onde $\psi_T(x_T)$ é uma função que atribui valor ao estado do sistema no último estágio do planejamento e $E\{.\}$ denota o valor esperado ou a esperança matemática do custo da operação, com relação à variável aleatória y_t . A avaliação desse valor esperado é feita por intermédio da medida de probabilidade conjunta $p(y_1, y_2, \dots, y_T)$.

Para resolver esse problema usa-se a equação recursiva dada por:

$$J_{\pi_i^*}(x_t) = \text{Min}_{\pi_i \in \Pi} \left\{ \alpha' g(x_t, u_t) + E \left\{ J_{\pi_{i+1}^*}(x_{t+1}) \right\} \right\} \quad (3.3)$$

onde o valor esperado pode ser calculado como:

$$E[J_{\pi_{i+1}^*}(x_{t+1})] = \int_0^{+\infty} \dots \int_0^{+\infty} J_{\pi_{i+1}^*}(x_t - \theta(u_t - y_t)) \cdot p(y_1, \dots, y_t) dy_1 \dots dy_t \quad (3.4)$$

Usando a definição de probabilidade condicional, tem-se:

$$p(y_1, \dots, y_t) = p(y_t | y_1, \dots, y_{t-1}) \cdot p(y_1, \dots, y_{t-1}) \quad (3.5)$$

Assim

$$E[J_{\pi_{i+1}^*}(x_{t+1})] = \int_0^{+\infty} J_{\pi_{i+1}^*}(x_t - \theta(u_t - y_t)) \cdot p(y_t | y_1, \dots, y_{t-1}) dy_t \int_0^{+\infty} \dots \int_0^{+\infty} p(y_1, \dots, y_{t-1}) dy_1 \dots dy_{t-1} \quad (3.6)$$

A segunda integral é igual a 1. Portanto:

$$E[J_{\pi_{i+1}^*}(x_{t+1})] = \int_0^{+\infty} J_{\pi_{i+1}^*}(x_t - \theta(u_t - y_t)) \cdot p(y_t | y_1, \dots, y_{t-1}) dy_t \quad (3.7)$$

Então:

$$J_{\pi_i^*}(x_t) = \text{Min}_{\pi_i \in \Pi} \left\{ \alpha' g(x_t, u_t) + \int_0^{+\infty} p(y_t | y_1, \dots, y_{t-1}) J_{\pi_{i+1}^*}(x_t - \theta(u_t - y_t)) dy_t \right\} \quad (3.8)$$

Quando y_t é conhecido somente na forma discreta, assumindo valores $y_t^{(j)}$, $j = 1, 2, \dots, M$, tem-se:

$$J_{\pi_t^*}(x_t) = \min_{\pi_t \in \Pi} \left\{ \alpha^t g(x_t, u_t) + \sum_{j=1}^M p(y_t^{(j)} | y_1, \dots, y_{t-1}) J_{\pi_{t+1}^*}(x_t - \theta(u_t - y_t^{(j)})) \right\} \quad (3.9)$$

Fazendo a hipótese de que $y_t^{(j)}$ pode ser bem modelado por uma cadeia de Markov, podemos rescrever (3.9) substituindo-se

$$p(y_t^{(j)} | y_1, \dots, y_{t-1}) = p(y_t^{(j)} | y_{t-1}) \quad (3.10)$$

Assim, tem-se:

$$J_{\pi_t^*}(x_t) = \min_{\pi_t \in \Pi} \left\{ \alpha^t g(x_t, u_t) + \sum_{j=1}^M p(y_t^{(j)} | y_{t-1}) J_{\pi_{t+1}^*}(x_t - \theta(u_t - y_t^{(j)})) \right\} \quad (3.11)$$

Neste caso, as variáveis de estado são x_t e y_{t-1} . Nota-se que, quando a hipótese de modelo Markoviano não pode ser adotada, devido a correlações entre a vazão no mês t e seus valores passados nos meses $1, 2, \dots, t-1$, a Programação Dinâmica Estocástica só pode ser resolvida aumentando-se o espaço de estado para $(x_t, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p})$, o que resulta em um crescimento muito grande dos cálculos necessários para encontrar a política ótima.

A decisão ótima da Programação Dinâmica Estocástica, supondo um modelo markoviano para as vazões, é calculada como mostra a figura 3.1:

FIG. 3.1 - Transição de estado na PDE

Considere, por exemplo, o problema em que o espaço de estado tem dimensão n e cada variável de estado é discretizada em cem pontos; isso resulta em uma grade com 100^n pontos, onde a função $J_{\pi^*}(x_t)$ deve ser minimizada numericamente. Além do grande tempo computacional para a realização desses cálculos, o armazenamento de todos esses dados representa também um problema a ser examinado. Este problema foi considerado por Bellman como “maldição da dimensionalidade”. O problema torna-se mais grave quando, além da correlação entre as variáveis y_t , deseja-se tratar sistemas com múltiplos reservatórios.

3.2 Sistemas constituídos por múltiplos reservatórios

Consideremos agora um sistema hidrotérmico constituído por vários reservatórios. Neste caso o problema (3.2) deve ser reescrito como:

$$\left\{ \begin{array}{l} J_{\pi^*}(x_1) = \min_{\pi \in \Pi} E \left\{ \sum_{t=1}^T \alpha^t g(\underline{x}_t, \underline{u}_t) + \psi_T(x_T) \right\} \\ \\ s.a. \quad x_{t+1}^i = x_t^i + \theta \left[y_t^i + \sum_{k \in \Omega_t} u_t^k - u_t^i \right] \\ \\ \underline{x}_t \in S_t \quad \underline{u}_t \in U_t(\underline{x}_t) \quad \underline{x}_1 \text{ dado} \\ \\ t = 1, 2, \dots, T \quad i = 1, 2, \dots, N \end{array} \right. \quad (3.12)$$

No problema 4.7 considera-se $\underline{x}_t = (x_t^1, \dots, x_t^N)$ o vetor n -dimensional cujas componentes x_t^i , $i = 1, 2, \dots, N$ são os volumes armazenados em cada reservatório, $\underline{u}_t = (u_t^1, \dots, u_t^N)$ o vetor n -dimensional das defluências e $S_t = S_t^1 \times \dots \times S_t^N$ e $U_t(\underline{x}_t) = U_t^1 \times \dots \times U_t^N$. A função custo $g : S_t^1 \times \dots \times S_t^N \times U_t^1 \times \dots \times U_t^N \rightarrow \mathbb{R}$ é agora definida como:

$$g(\underline{x}_t, \underline{u}_t) = C(D_t - H_t(\underline{x}_t, \underline{u}_t))$$

onde $H_t(\underline{x}_t, \underline{u}_t) = \sum_{i=1}^N \Phi_i(x_t^i, u_t^i)$ é a geração hidroelétrica total do sistema, sendo Φ_i a função de geração da usina hidroelétrica i . C denota o custo de geração térmica complementar $G_t = D_t - H_t$. Geralmente, adota-se $C = \frac{(D_t - H_t)^2}{2}$

Quando deseja-se resolver problemas dessa dimensão, deve-se considerar modelos de otimização que possam ser implementados na prática e que apresentem um desempenho adequado, ou seja, resolver o problema (3.7) levando em consideração a estocasticidade das vazões, mesmo com modelos simples do tipo markoviano, não é viável na prática. Para contornar essa dificuldade, o modelo pode ser simplificado de forma a obter uma solução

sub-ótima. No entanto, a sub-otimalidade deve ser avaliada cuidadosamente para que se possa garantir uma aproximação aceitável da solução ótima. Dentro deste contexto, adotamos um modelo determinístico denominado Equivalente Certo para aproximar a solução do problema com uma única usina, tendo em mente que esse método pode ser aplicado ao problema (3.7), que considera sistemas com múltiplos reservatórios.

Capítulo 4

Modelo Equivalente Certo

Diante das dificuldades apresentadas para resolver o problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos com múltiplos reservatórios, adotou-se um modelo chamado de Equivalente Certo, com o intuito de se obter um algoritmo que apresentasse um desempenho adequado, possibilitando uma solução próxima da solução ótima. Obtém-se o modelo Equivalente Certo fixando-se todas as variáveis aleatórias do problema original no seu valor esperado (Bertsekas, 1987). Quando essas variáveis são correlacionadas com seus valores passados, usa-se o valor esperado condicional. Dessa forma, trata-se o problema de otimização estocástico como se um princípio determinístico equivalente fosse válido. Considerando o problema de otimização formulado no capítulo anterior e supondo que o espaço de estado e o espaço de probabilidade onde estão definidas as variáveis aleatórias são subconjuntos convexos do espaço euclidiano de dimensão finita, então os valores esperados

$$\bar{y}_t = E(y_t | I_k), \quad t = k, k + 1, \dots, T$$

pertencem ao espaço de probabilidade, sendo I_k o conjunto de todas as informações passadas até o instante k . Assim, o modelo Equivalente Certo pode ser apresentado como o seguinte problema determinístico:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min} \left\{ \sum_{t=k}^T L(x_t, u_t) + \psi(x_{T+1}) \right\} \\ \text{s.a.} \quad x_{t+1} = f(x_t, y_t, u_t) \\ \quad u_t \in U(x_t) \\ \quad t = k, k+1, \dots, T \\ \quad x_k \text{ dado} \end{array} \right. \quad (4.1)$$

onde

$$f(x_t, y_t, u_t) = \begin{cases} x_M & \text{se } x_t \geq x_M + \theta(u_t - y_t) \\ x_m & \text{se } x_t \leq x_m + \theta(u_t - y_t) \\ x_t + \theta(y_t - u_t) & \text{caso contrário} \end{cases}$$

A função $\psi(x_{T+1})$, denominada função custo terminal, atribui valor ao estado do sistema no último estágio do planejamento.

Para resolver o problema de planejamento usando o modelo Equivalente Certo, denotamos por u_k a decisão de operação (defluência) a ser tomada no instante k . Essa decisão é calculada com o seguinte algoritmo:

1. Com as variáveis aleatórias já fixadas no seu valor esperado, encontra-se a sequência de decisões $\{u_k, u_{k+1}, \dots, u_T\}$ que resolve o problema determinístico (4.1).
2. Aplica-se a decisão u_k .

Observa-se que o problema de otimização determinístico deve ser resolvido para cada estágio k , no momento em que o estado x_k e as informações passadas I_k tornam-se conhecidas. Dessa forma, a solução para o modelo Equivalente Certo requer a solução de T problemas determinísticos em lugar da solução do problema de Programação Dinâmica Estocástica, mas, por outro lado, a implementação do Equivalente Certo evita a “maldição da

dimensionalidade" e não requer capacidade computacional do tipo requerida pela solução ótima em malha fechada. Para resolver cada um desses T problemas determinísticos, adotou-se o Método Gradiente de 2ª Ordem, especificamente desenvolvido para sistemas dinâmicos (Mayne, 1966).

4.1 Método Gradiente de 2ª Ordem para Sistemas Dinâmicos

O algoritmo do Método Gradiente, utilizado no modelo Equivalente Certo, utiliza a técnica de Programação Dinâmica Diferencial para calcular a decisão ótima de um problema de controle ótimo de um sistema dinâmico. A vantagem desse método em relação aos diversos métodos de programação não-linear é que ele foi desenvolvido especialmente para sistemas dinâmicos com equação de estado discreta no tempo, que é o caso do problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos. Neste método, inicialmente, gera-se uma trajetória de volume não ótima, usando uma sequência de controles qualquer e, então, em lugar de avaliar a função custo e suas derivadas (como é feito em otimizações convencionais e que requer imenso espaço de armazenamento), determina-se o efeito de pequenas variações da variável de estado na função custo (objetivo).

4.1.1 Descrição do método:

Considerando a equação de transição de estado

$$x_{t+1} = f(x_t, y_t, u_t) \quad (4.2)$$

e a função custo

$$V_k = \sum_{t=k}^T L(x_t, u_t) + \psi(x_{T+1}) \quad (4.3)$$

o problema de otimização consiste em determinar a sequência de controles $\{u_t, t = 1, \dots, T\}$ que otimize (minimize) V_1 dada a condição inicial x_1 .

Tomando uma sequência de controles qualquer $\{u_t, t = 1, \dots, T\}$, calcula-se a sequência de estados $\{x_t, t = 1, \dots, T\}$, usando a equação (4.2) e a condição inicial x_1 . Procedendo no tempo inverso de $t = T$ a $t = 1$, calcula-se a lei de controle incremental:

$$\delta u_t = g(\delta x_t) \quad (4.4)$$

válida para um pequena região da trajetória inicial.

Sendo, de (4.2), δx_{t+k} , para todo $k \geq 1$, uma função de $\delta x_t, \delta u_t, \dots, \delta u_{t+k-1}$, ΔV_t pode ser expressa como uma função de $\delta x_t, \delta u_t, \dots, \delta u_T$. Se ΔV é otimizada com respeito a $\delta u_t, \dots, \delta u_T$, a ΔV^0 resultante é uma função de δx_t apenas:

$$\Delta V^0(\delta x_t) = \text{Min}_{\delta u_t, \dots, \delta u_T} \Delta V(\delta x_t, \delta u_t, \dots, \delta u_T) \quad (4.5)$$

ΔV^0 é uma função de x_1 e da sequência inicial de controles $\{u_t\}$. Assume-se que δx_t é suficientemente pequeno e que ΔV^0 é suficientemente suave para justificar a expansão em série de potência até termos de segunda ordem apenas:

$$\Delta V^0 = \frac{1}{2} V_{xx_t} \delta x_t^2 + V_{x_t} \delta x_t + a_t \quad (4.6)$$

Usando a técnica de programação dinâmica:

$$\Delta V^0(\delta x_t) = \text{Min}_{\delta u_t, \dots, \delta u_T} [\Delta L(\delta x_t, \delta u_t) + \Delta V(\delta x_{t+1}, \delta u_{t+1}, \dots, \delta u_T)] \quad (4.7)$$

Pela equação (4.2) podemos escrever δx_{t+1} como uma função de δx_t e δu_t :

$$\delta x_{t+1} = \Delta f(\delta x_t, \delta y_t, \delta u_t) \quad (4.8)$$

Minimizando com respeito a $\delta u_{t+1}, \dots, \delta u_T$ obtêm-se:

$$\Delta V^0(\delta x_t) = \text{Min}_{\delta u_t} [\Delta L(\delta x_t, \delta u_t) + \Delta V^0(\delta x_{t+1}, \delta u_{t+1}, \dots, \delta u_T)] \quad (4.9)$$

onde δx_{t+1} é dado pela equação (4.8).

Assumindo inicialmente que x_t e u_t são variáveis escalares e expandindo ΔL e Δf até os termos de segunda ordem:

$$\Delta L(\delta x_t, \delta u_t) = \delta L(\delta x_t, \delta u_t) + \frac{1}{2} \delta^2 L(\delta x_t, \delta u_t) \quad (4.10)$$

onde

$$\delta L(\delta x_t, \delta u_t) = L_{x_t} \delta x_t + L_{u_t} \delta u_t$$

$$\delta^2 L(\delta x_t, \delta u_t) = L_{xx_t} \delta x_t^2 + 2L_{xu_t} \delta x_t \delta u_t + L_{uu_t} \delta u_t^2$$

$$c \quad L_{x_t} = \frac{\partial L_t(x_t, u_t)}{\partial x_t}, \quad L_{xu_t} = \frac{\partial^2 L_t(x_t, u_t)}{\partial x_t \partial u_t} \text{ etc}$$

Similarmente,

$$\Delta f(\delta x_t, \delta y_t, \delta u_t) = \delta f(\delta x_t, \delta y_t, \delta u_t) + \frac{1}{2} \delta^2 f(\delta x_t, \delta y_t, \delta u_t) \quad (4.11)$$

onde

$$\delta f(\delta x_t, \delta y_t, \delta u_t) = f_{x_t} \delta x_t + f_{u_t} \delta u_t$$

$$\delta^2 f(\delta x_t, \delta y_t, \delta u_t) = f_{xx_t} \delta x_t^2 + 2f_{xu_t} \delta x_t \delta u_t + f_{uu_t} \delta u_t^2$$

Substituindo as expressões (4.10) e (4.11) na equação (4.9) e considerando que

$$\Delta V^0(\delta x_{t+1}) = \frac{1}{2} V_{xx_{t+1}} \delta x_{t+1}^2 + V_{x_{t+1}} \delta x_{t+1} + a_{t+1}$$

obtêm-se, ignorando os termos de ordem maior que dois:

$$\begin{aligned} \Delta V^0(\delta x_t) = & \text{Min}_{\delta u_t} [(L_{x_t} + V_{x_{t+1}} f_x) \delta x_t + (L_{u_t} + V_{u_{t+1}} f_u) \delta u_t \\ & + \frac{1}{2} (L_{xx_t} + V_{x_{t+1}} f_{xx}) \delta x_t^2 + L_{xu_t} + V_{x_{t+1}} f_{xu}) \delta x_t \delta u_t \\ & + \frac{1}{2} L_{uu_t} + V_{x_{t+1}} f_{uu}) \delta u_t^2 \\ & + \frac{1}{2} V_{xx_{t+1}} f_x^2 \delta x_t^2 + V_{xx_{t+1}} f_x f_u \delta x_t \delta u_t \\ & + \frac{1}{2} V_{xx_{t+1}} f_u^2 \delta u_t^2] + a_{t+1} \end{aligned}$$

Introduzindo o Hamiltoniano:

$$H(x_t, u_t, V_{x_{t+1}}) = L(x_t, u_t) + V_{x_{t+1}} f(x_t, u_t)$$

obtêm-se:

$$\begin{aligned} \Delta V^0(\delta x_t) = & \text{Min}_{\delta u_t} [H_{x_t} \delta x_t + H_{u_t} \delta u_t \\ & + \frac{1}{2} H_{xx_t} \delta x_t^2 + H_{xu_t} \delta x_t \delta u_t + \frac{1}{2} H_{uu_t} \delta u_t^2 \\ & + \frac{1}{2} V_{xx_{t+1}} f_x^2 \delta x_t^2 + V_{xx_{t+1}} f_x f_u \delta x_t \delta u_t \\ & + \frac{1}{2} V_{xx_{t+1}} f_u^2 \delta u_t^2] + a_{t+1} \end{aligned} \tag{4.12}$$

Fazendo:

$$A_t = H_{xx_t} + V_{xx_{t+1}} f_x^2 \quad (4.13)$$

$$B_t = H_{xu_t} + V_{xx_{t+1}} f_x f_u \quad (4.14)$$

$$C_t = H_{uu_t} + V_{xx_{t+1}} f_u^2 \quad (4.15)$$

e substituindo na equação (4.12), obtêm-se a simplificação:

$$\begin{aligned} \Delta V^0(\delta x_t) = & \underset{\delta u_t}{\text{Min}} \left[H_{x_t} \delta x_t + H_{u_t} \delta u_t + \frac{1}{2} A_t \delta x_t^2 \right. \\ & \left. + B_t \delta x_t \delta u_t + \frac{1}{2} C_t \delta u_t^2 \right] + a_{t+1} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Otimizando o lado direito da equação (4.16) com respeito a δu_t , têm-se:

$$\delta u_t = \alpha_t + \beta_t \cdot \delta x_t \quad (4.17)$$

onde

$$\alpha_t = \frac{-H_{u_t}}{C_t} \quad (4.18)$$

$$\beta_t = \frac{-B_t}{C_t} \quad (4.19)$$

A equação (4.17) é a lei ótima de controle incremental para o instante t . Nota-se que δu_t dado por (4.17) pode ser grande dado que foram usados apenas os termos de até ordem dois; esse fato será discutido posteriormente. Substituindo a lei (4.17) em (4.16) obtêm-se:

$$\begin{aligned} \Delta V^0(\delta x_t) = & (H_{x_t} + \beta_t H_{u_t}) \delta x_t \\ & + \frac{1}{2} \left(A_t - \frac{B_t^2}{C_t} \right) \delta x_t^2 - \frac{H_{u_t}^2}{2C_t} + a_{t+1} \end{aligned} \quad (4.20)$$

Comparando a expressão (4.20) com a expressão (4.6) chega-se às seguintes igualdades:

$$V_{xx_t} = A_t - \frac{B_t^2}{C_t} \quad (4.21)$$

$$V_{x_t} = H_{x_t} + \beta_t H_{u_t} \quad (4.22)$$

$$a_t = a_{t+1} - \frac{H_{u_t}^2}{2C_t} \quad (4.23)$$

Sendo

$$\Delta V^0(\delta x_{T+1}) = L_{xx_{T+1}} \delta x_{T+1} + \frac{1}{2} L_{xx_{T+1}} \delta x_{T+1}^2$$

as condições limites para (4.21), (4.22) e (4.23) são:

$$V_{xx_{T+1}} = L_{xx_{T+1}} \quad (4.24)$$

$$V_{x_{T+1}} = L_{x_{T+1}} \quad (4.25)$$

$$a_{T+1} = 0 \quad (4.26)$$

Dessa maneira, têm-se o seguinte algoritmo para encontrar o controle ótimo u_t , $t = 1, 2, \dots, T$ do problema (4.2)-(4.3):

(i) Escolhe-se uma seqüência inicial de controles u_t , $t = 1, \dots, T$ e calcula-se a trajetória do estado x_t , $t = 1, \dots, T + 1$ usando (4.2).

(ii) Calcula-se, para $t = T + 1$ a $t = 1$, as seqüências $\{V_{xx_t}\}$, $\{V_{x_t}\}$ e $\{a_t\}$ usando as equações (4.21), (4.22) e (4.23) e as condições de limite (4.24), (4.25) e (4.26). As variáveis $\{\alpha_t\}$ e $\{\beta_t\}$ da lei de controle incremental são, então, calculadas e armazenadas.

(iii) Calcula-se as novas decisões u_t , $t = 1, \dots, T$ por:

$$u_t^{j+1} = u_t^j + \delta u_t$$

onde

$$\delta u_t = \alpha_t + \beta_t(x_t^{j+1} - x_t^j), \quad j = 0, 1, 2, \dots$$

e atualiza-se a trajetória de estado usando a equação (4.2). Repete-se (ii).

A melhora obtida durante um ciclo deste procedimento (se δu_t , δx_t , para todo t , forem suficientemente pequenos) é:

$$\Delta V_1^0 = a_1$$

já que $\delta x_1 = 0$.

O algoritmo do modelo Equivalente Certo foi desenvolvido utilizando o software MATLAB, versão 4.2.b (ver Apêndice B).

4.1.2 Convergência do algoritmo

Muitas vezes é necessário limitar a magnitude das variáveis δx_t e δu_t , pois, caso contrário, as expansões de até termos de segunda ordem apenas realizadas em ΔV^0 serão inexatas. Um caminho para tal limitação consiste em modificar a equação (4.17) para:

$$\delta u_t = \epsilon \alpha_t + \beta_t \delta x_t \tag{4.27}$$

onde $0 < \epsilon \leq 1$.

Se $\epsilon = 0$ então, como δx_1 , $\delta u_t = \delta x_t = 0$ para todo t . Substituindo a equação (4.27) em (4.16), a equação (4.20) é modificada para:

$$\begin{aligned} \Delta V^0(\delta x_t) = & (H_{x_t} + \beta_t H_{u_t}) \delta x_t \\ & + \frac{1}{2} \left(A_t - \frac{B_t^2}{C_t} \right) \delta x_t^2 \\ & - \left(\epsilon - \frac{\epsilon^2}{2} \right) \frac{H_{u_t}^2}{C_t} \end{aligned} \tag{4.28}$$

As expressões (4.21) e (4.22) não são alteradas, mas a equação (4.23) torna-se:

$$a_t = a_{t+1} - \left(\epsilon - \frac{\epsilon^2}{2} \right) \frac{H_{u_t}^2}{C_t} \quad (4.29)$$

A melhora total obtida durante um ciclo de otimização é:

$$a_1 = -\epsilon \left(1 - \frac{\epsilon}{2} \right) \sum_{t=1}^T \frac{H_{u_t}^2}{C_t} \quad (4.30)$$

4.2 A função custo terminal

No algoritmo do modelo Equivalente Certo, foi adotado como estado inicial de armazenamento do reservatório o seu volume máximo, liberando-se o estado final. No entanto, utilizou-se uma função custo terminal para valorizar o enchimento do reservatório no final do horizonte de planejamento. A função custo terminal foi aproximada por uma função quadrática $\psi(x) = ax^2 + bx + c$, onde $\psi(\cdot)$ é o custo associado ao volume do reservatório no último estágio. $\psi(\cdot)$ é chamado custo terminal.

Calcula-se o custo terminal ψ , nesse trabalho, considerando-se a solução do problema de planejamento por PDE, discretizando-se o volume do reservatório em 100 valores e adotando-se um modelo Markoviano para as vazões afluentes discretizadas em 10 faixas. Obtêm-se, assim, um vetor de dimensão 100×1 , onde cada componente desse vetor é a média dos dez valores esperados do custo de operação para cada um dos cem níveis do reservatório. O ajuste dessa função se fez pelo método dos mínimos quadrados (ver Apêndice A).

Adotamos para aplicações um horizonte de $T = 120$ meses (10 anos), dos quais são utilizados 24 meses (2 anos). O fato de se ter o término do horizonte de planejamento muito longe dos dois primeiros anos diminui o efeito do custo terminal, podendo em alguns casos ser desnecessário o uso desta função.

Capítulo 5

Modelo para Previsão de Vazão

No Modelo Equivalente Certo, adotamos como vazões afluentes $\bar{y}_t$ as previsões obtidas segundo algum modelo probabilístico ajustado aos dados históricos. Neste capítulo, apresentamos alguns modelos para as vazões, usando séries temporais.

As séries temporais hidrológicas geralmente apresentam um comportamento periódico (sazonal), como ilustra a figura 4.1, com as vazões afluentes de Furnas, no período de Maio de 1940 a Abril de 1990.

FIG. 4.1 - Série de vazões de Furnas de Maio de 1940 a Abril de 1990

Esse tipo de comportamento representa um caso particular de não estacionariedade da série. De forma geral, uma série temporal $\{y_t, t \in T\}$ com não estacionariedade sazonal é representada por duas componentes, uma sazonal s_t e outra estacionária z_t . Desta forma, a vazão y_t pode ser escrita como:

$$y_t = s_t + z_t \quad .$$

A componente sazonal de um processo pode ser considerada estocástica ou determinística. Em cada um desses casos, são adotados modelos diferentes como será mostrado a seguir.

5.1 Modelo com sazonalidade determinística

Quando adotamos a hipótese de que y_t tem uma componente sazonal determinística, podemos representar a componente s_t por uma função determinística periódica, que ajusta-se aos dados usando-se Série de Fourier. Dessa maneira, s_t é escrita como:

$$\hat{s}_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q (\alpha_i \cos 2\pi f_i t + \beta_i \sin 2\pi f_i t)$$

onde:

$$\alpha_0 = \bar{s}_t, \text{ com } \bar{s}_t = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N s_t$$

$$\alpha_i = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N y_t \cos 2\pi f_i t$$

$$\beta_i = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N y_t \sin 2\pi f_i t$$

N é o número de observações da série e $i = 1, 2, \dots, q$

$q = \frac{(N-1)}{2}$ quando N é ímpar ou $q = \frac{N}{2}$ quando N é par.

A grande dificuldade desse método está na identificação dos “harmônicos” ($f_i = \frac{i}{S}$, $i = 1, 2, \dots, q$) onde S é o período que melhor representa s_t .

Após o ajuste da componente sazonal da série, podemos isolar a componente estocástica estacionária por:

$$z_t = y_t - \hat{s}_t$$

Assim, z_t pode ser modelada como um processo auto-regressivo-média móveis - ARMA(p,q) (ver Box e Jenkins (1976)). Estes modelos são dados por:

$$\phi(B)z_t = \theta(B)a_t \quad (5.1)$$

onde $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$ é um operador auto-regressivo de ordem p AR(p) e $\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q$ é um operador média móveis de ordem q MA(q).

No modelo acima, B é o operador retardo tal que $B^k z_t = z_{t-k}$ e a_t é uma seqüência de variáveis aleatórias com:

$$E(a_t) = 0$$

$$Cov(a_t, a_{t+k}) = \begin{cases} \sigma_a^2, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases}$$

A seqüência $\{a_t, t \geq 0\}$ é conhecida como ruído branco.

Portanto, quando supomos uma componente sazonal determinística, o modelo completo da série temporal pode ser composto por duas equações:

$$\begin{cases} y_t = s_t + z_t \\ \phi(B)z_t = \theta(B)a_t \end{cases} \quad (5.2)$$

A previsão usando este modelo é feita, então, por:

$$\hat{y}_{t+h} = \hat{s}_{t+h} + \hat{z}_{t+h}$$

onde:

- $\hat{y}_{t+h}$ é a previsão de y_t para o instante $t + h$;
- $\hat{s}_{t+h}$ é o valor determinístico da função s_t no instante $t + h$;
- $\hat{z}_{t+h}$ é a previsão da componente estocástica z_t para o instante $t + h$, dada por:

$$\hat{z}_{t+h} = E(z_{t+h}|I_t), \quad I_t : \text{conjunto das informações até o instante } t.$$

Uma outra alternativa para ajustar e remover a sazonalidade da série de vazões considera a padronização recomendada por Phien e Twu (1984); neste caso, seja $y_{t(r,m)}$ a vazão no mês m ($m = 1, 2, \dots, 12$) do ano r ($r = 1, 2, \dots, N$), onde T é o número de anos considerado no histórico de vazões e $t(r, m) = 12(r - 1) + m$. Seja μ_m e S_m a média e o desvio padrão no mês m , respectivamente, dados por:

$$\mu_m = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N y_{t(r,m)}$$

$$S_m = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{r=1}^N (y_{t(r,m)} - \mu_m)^2}$$

Dessa forma, a série temporal $z_{t(r,m)}$ obtida por

$$z_{t(r,m)} = \frac{y_{t(r,m)} - \mu_m}{S_m}$$

pode ser convenientemente representada por modelos ARMA(p,q) não sazonais.

Neste caso, a previsão para o tempo $t+h$ é dada por:

$$\hat{y}_{t(r,m)+h} = \mu_m + S_m \hat{z}_{t(r,m)+h}, \quad t(r,m) = 12(r-1) + m$$

onde $r = N+1, N+2, \dots$, $m = 1, 2, \dots, 12$ e a previsão $\hat{z}_{t(r,m)+h}$ se obtém como antes, pelo valor esperado condicional $\hat{z}_{t(r,m)+h} = E(z_{t(r,m)+h} | I_t)$.

Para se chegar numa seleção apropriada, Box e Jenkins sugeriram um procedimento em três estágios: identificação, estimação e verificação. No estágio de identificação, seleciona-se um modelo, escolhendo-se, assim, os valores de p e q . Tal modelo é apenas experimental. Após ajustar os parâmetros do modelo selecionado, verifica-se se esse modelo é adequado. A adequação do modelo minimiza a variância do processo a_t (componente não previsível) e o número de parâmetros (as ordens p e q) dos modelos. Esse critério é denominado por Box e Jenkins como parcimoniosidade.

Vários critérios podem ser usados para a escolha do modelo mais parcimonioso. Os mais utilizados são:

- Critério de Informação de Akaike (AIC) (Akaike, 1974). A forma simplificada e mais usada do AIC é a seguinte:

$$\text{AIC} \cong \log \hat{\sigma}_a^2 + \frac{2m}{N} \quad (5.3)$$

com $m = p + q + 1$ e N : comprimento da série histórica.

De acordo com este critério, quando há vários modelos competindo, seleciona-se o que produz o valor mínimo de AIC.

- Critério de Informação Bayesiana (BIC) (Schwarz, 1978). O BIC é expresso como segue:

$$\text{BIC} \cong \log \hat{\sigma}_a^2 + \frac{m \log N}{N} \quad (5.4)$$

Da mesma maneira que no critério acima, quando há vários modelos, seleciona-se o que minimiza BIC. Recomenda-se o uso do BIC quando se tem séries muito grandes.

5.2 Modelo com sazonalidade estocástica

Suponhamos agora que a série de vazões y_t tem uma sazonalidade com período conhecido $s = 12$ meses.

No caso de séries de vazões, a natureza sazonal se deve às condições climáticas e estações do ano. Dessa forma, podemos supor que a observação y_t para um determinado mês deve estar correlacionada com as observações do mesmo mês de anos anteriores e com as vazões de meses anteriores do mesmo ano. Um modelo que representa essa relação é dado por:

$$\Phi(B^s)\phi_p(B)y_t = \Theta(B^s)\theta_q(B)a_{t(r,m)} \quad (5.5)$$

onde $\Phi(B^s)$ e $\Theta(B^s)$ são polinômios em B^s de graus P e Q , respectivamente, e $\phi(B)$ e $\theta(B)$ são polinômios de graus p e q , respectivamente.

Denominamos este modelo por SARMA(p,q)(P,Q) $_s$. O critério de Akaike (AIC) e o critério de Informação Bayesiano (BIC) para esses modelos podem ser calculados com $m = p + q + pP + qQ + P + Q + 1$.

5.3 Modelos com parâmetros periódicos

Uma outra classe de modelos para séries temporais a ser considerada são os modelos auto-regressivos periódicos - PAR(p_m). Estes modelos foram inicialmente propostos por (Jones & Brelsford, 1967), e posteriormente estudados por (Vecchia, 1985) e (Anderson & Vecchia, 1993).

Sejam $y_1, y_2, \dots, y_N$, N observações consecutivas de uma série temporal sazonal com

período s . Assumiremos $s = 12$ e que $n = \frac{N}{s}$ é um número inteiro, isto é, existem n anos completos de dados. Seja $t(r, m) = 12(r - 1) + m$ o índice de tempo, onde $r = 1, 2, \dots, n$ e $m = 1, 2, \dots, 12$ denotam os anos e os meses, respectivamente.

Se a média $\mu_m = E(y_{t(r,m)})$ e a função de auto-covariância $\gamma_{j,m} = \text{cov}(y_{t(r,m)}, y_{t(r,m)-j})$ existem e dependem somente de j e m , $j \geq 0$, então diz-se que y_t é periodicamente relacionada ou periódico estacionária com período s .

Os modelos $\text{PAR}(p_m)$, onde p_m é a ordem do modelo para cada mês m , $m = 1, 2, \dots, 12$, são expressos como:

$$y_{t(r,m)} = \mu_m + \sum_{i=1}^{p_m} \phi_{i,m}(y_{t(r,m)-i} - \mu_{m-i}) + a_{t(r,m)} \quad (5.6)$$

onde μ_m e $\phi_{i,m}$ são funções periódicas e $a_{t(r,m)}$ é um ruído branco com $N(0, \tau_m^{-1})$, $\tau_m^{-1} = \sigma_m^2$, $\tau_m > 0$.

Os parâmetros $\hat{\mu}_m$ podem ser estimados por:

$$\hat{\mu}_m = \frac{1}{n} \sum_{r=1}^n y_{t(r,m)} \quad (5.7)$$

ou seja, $\hat{\mu}_m$, $m = 1, 2, \dots, 12$, é a chamada média de longo termo da série de vazões.

Os modelos PAR definidos em (5.6) foram ajustados usando uma análise Bayesiana para estimar os parâmetros $\phi_{i,m}$. Nesta aproximação, define-se a função de verossimilhança por:

$$L_m(\Phi_m, \tau_m | Y_m) \propto \tau_m^{n_m/2} \exp \left\{ -\frac{\tau_m}{2} (Y_m - X_m \Phi_m)' (Y_m - X_m \Phi_m) \right\} \quad (5.8)$$

onde

$$n_m = \begin{cases} n - 1, & m = 1, \dots, p_m \\ n, & m = p_m + 1, \dots, s \end{cases}$$

$$Y_m = \begin{pmatrix} y_{l(1,m)} \\ y_{l(2,m)} \\ \vdots \\ y_{l(n,m)} \end{pmatrix}_{n \times 1} ; \quad \Phi_m = \begin{pmatrix} \phi_{1,m} \\ \phi_{2,m} \\ \vdots \\ \phi_{p_m,m} \end{pmatrix}_{p_m \times 1}$$

$$X_m = \begin{pmatrix} y_{l(1,m)-1} & \cdots & y_{l(1,m)-p_m} \\ y_{l(2,m)-1} & \cdots & y_{l(2,m)-p_m} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{l(n,m)-1} & \cdots & y_{l(n,m)-p_m} \end{pmatrix}_{n \times p_m}$$

Se $m \leq p_m$, o vetor Y_m terá $(n - 1)$ linhas e X_m será uma matriz de dimensão $(n - 1) \times p_m$, idêntica à definida acima, sem a primeira linha.

Quando não se tem informações sobre os parâmetros, a aproximação bayesiana sugere o uso de uma densidade de probabilidade a priori não informativa. Assumindo que os parâmetros ϕ_m e τ_m são variáveis independentes e usando a densidade não informativa de Jeffreys (Box & Tiao, 1973), a densidade a priori para ϕ_m e τ_m é da forma:

$$\pi_m^0(\Phi_m, \tau_m) \propto \frac{1}{\tau_m}, \quad \tau_m > 0 \quad (5.9)$$

Ajustando a função de probabilidade (Eq. 5.8) e a densidade a priori (Eq. 5.9), segue que a densidade a posteriori é dada por:

$$\pi_m(\Phi_m, \tau_m | Y_m) \propto L_m(\Phi_m, \tau_m | Y_m) \pi_m^0(\Phi_m, \tau_m)$$

Então, para $m = 1, 2, \dots, s$, a densidade a posteriori é como segue:

$$\prod_{m=1}^s \pi_m(\Phi_m, \tau_m | Y_m) \propto \prod_{m=1}^s \tau_m^{\frac{n_m}{2}-1} \exp \left\{ -\frac{\tau_m}{2} \left[(\Phi_m - \hat{\Phi}_m)' X_m' X_m \times (\Phi_m - \hat{\Phi}_m) + (Y_m - \hat{Y}_m)' (Y_m - \hat{Y}_m) \right] \right\}$$

A independência dos parâmetros ϕ_m e τ_m , $m = 1, \dots, s$, permite escrever as densidades de probabilidade condicional Normal e Gama, respectivamente, como segue:

$$\pi_m(\Phi_m | \tau_m, Y_m) \sim N \left(\hat{\Phi}_m, (\tau_m V_m)^{-1} \right)$$

$$\pi_m(\tau_m | \Phi_m, Y_m) \sim \Gamma \left(\frac{n_m}{2}, B_m \right)$$

onde

$$\hat{\Phi}_m = (X_m' X_m)^{-1} X_m' Y_m$$

$$V_m = (n_m - 2p_m) X_m' X_m \left[(Y_m - \hat{Y}_m)' (Y_m - \hat{Y}_m) \right]^{-1}$$

$$B_m = \frac{(Y_m - \hat{Y}_m)' (Y_m - \hat{Y}_m)}{2}$$

Neste trabalho, foi usado o algoritmo amostrador de Gibbs para gerar amostras dos parâmetros ϕ_m e τ_m .

Realiza-se a previsão de um passo a frente para o mês m , $\hat{y}_{t(n+1,m)}$, usando a função de densidade preditiva bayesiana, condicionada às observações anteriores $Y_m = (y_{t(1,m)}, \dots, y_{t(n,s)})$, como segue:

$$\begin{aligned} \Pi_m(y_{t(n+1,m)} | Y_m) &= \int_{\phi_{1,m}} \int_{\phi_{2,m}} \cdots \int_{\phi_{p_m,m}} \int_{\tau_m} \Pi_m(y_{t(n+1,m)} | \Phi_m, \tau_m, Y_m) \times \\ &\quad \times \Pi_m(\Phi_m, \tau_m | Y_m) d\phi_{1,m} d\phi_{2,m} \cdots d\phi_{p_m,m} d\tau_m \end{aligned} \quad (5.10)$$

onde $\Pi_m(y_{t(n+1,m)}|\Phi_m, \tau_m, Y_m)$ é a função de densidade de $y_{t(n+1,m)}$ condicionada aos parâmetros ϕ_m, τ_m e aos dados Y_m , e $\Pi_m(\Phi_m, \tau_m|Y_m)$ é a densidade a posteriori destes parâmetros.

A solução da equação (5.10) mostra-se difícil de ser obtida analiticamente. Como alternativa utiliza-se o método de integração Monte Carlo.

Além disso, a previsão de passo um é estimada considerando-se as amostras geradas pelo algoritmo amostrador de Gibbs, dada por:

$$E(y_{t(n+1,m)}|Y_m) = \int_{-\infty}^{+\infty} y_{t(n+1,m)} \Pi_m(y_{t(n+1,m)}|Y_m) dy_{t(n+1,m)} \quad (5.11)$$

Substituindo a equação (5.10) na equação (5.11) e mudando a ordem de integração, a equação (5.11) pode ser escrita como

$$\begin{aligned} E(y_{t(n+1,m)}|Y_m) = & \int_{\phi_{1,m}} \int_{\phi_{2,m}} \cdots \int_{\phi_{p_m,m}} \int_{\tau_m} E(y_{t(n+1,m)}|\Phi_m, \tau_m, Y_m) \times \\ & \times \Pi_m(\Phi_m, \tau_m|Y_m) d\phi_{1,m} d\phi_{2,m} \dots d\phi_{p_m,m} d\tau_m \end{aligned} \quad (5.12)$$

Portanto, uma estimativa de Monte Carlo para a equação (5.12) é dada por:

$$\hat{E}(y_{t(n+1,m)}|Y_m) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M E(y_{t(n+1,m)}|\Phi_m^{(j)}, \tau_m^{(j)}, Y_m) \quad (5.13)$$

Denotamos a previsão de $y_{t(n+1,m)}$ por $\hat{y}_{t(n+1,m)} = E(y_{t(n+1,m)}|Y_m)$, a qual é estimada pela equação (5.13), que apresenta cálculos simples de previsão devido ao uso do algoritmo de simulação de Monte Carlo em Cadeia de Markov (MCMC).

Usando o modelo $\text{PAR}(p_m)$, escrito como segue:

$$y_{t(n+1,m)} = \sum_{i=1}^{p_m} \phi_{i,m} y_{t(n+1,m)-i} + a_{t(n+1,m)}$$

onde $a_{t(n+1,m)} \sim N(0, \tau_m^{-1})$, a função densidade de probabilidade de $\hat{y}_{t(n+1,m)}$, condicionada aos parâmetros ϕ_m e τ_m e às observações anteriores, é dada por:

$$\Pi_m(y_{t(n+1,m)} | \Phi_m, \tau_m, Y_m) \propto$$

$$\tau_m^{\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{\tau_m}{2} (y_{t(n+1,m)} - \phi_{1,m} y_{t(n+1,m)-1} - \dots - \phi_{p_m,m} y_{t(n+1,m)-p_m})^2 \right\}$$

A densidade preditiva bayesiana do valor futuro $y_{t(n+1,m)}$ apresenta um valor esperado como segue:

$$E(y_{t(n+1,m)} | \Phi_m, \tau_m, Y_m) = \phi_{1,m} y_{t(n+1,m)-1} + \dots + \phi_{p_m,m} y_{t(n+1,m)-p_m}$$

Observa-se que $y_{t(n+1,m)} = y_{ns+1}$ e os valores anteriores são $y_{t(n+1,m)-1} = y_{ns}$, $y_{t(n+1,m)-2} = y_{ns-1}$, ..., $y_{t(n+1,m)-p_m} = y_{ns-p_m}$.

Dessa forma,

$$E(y_{t(n+1,m)} | \Phi_m^{(j)}, \tau_m^{(j)}, Y_m) = \phi_{1,m}^{(j)} y_{ns} + \dots + \phi_{p_m,m}^{(j)} y_{t(n+1,m)-p_m} \quad (5.14)$$

Substituindo a equação (5.14) na equação (5.13), a previsão de $\hat{y}_{t(n+1,m)}$ pode ser computada usando o MCMC.

Considerando que as vazões afluentes a um sistema hidrotérmico apresentam uma certa periodicidade, a utilização deste método para a previsão das vazões torna-se vantajosa. A correlação da medida presente com a medida imediatamente passada e com as médias passadas no mesmo ponto de períodos anteriores das séries hidrológicas pode tornar inade-

quando o uso de modelos auto-regressivos (AR). Daí, torna-se adequado o uso dos modelos auto-regressivos periódicos (PAR).

Neste trabalho, optamos pelo modelo auto-regressivo periódico de ordem 2 (PAR(2)) para fazer a previsão das vazões afluentes. O algoritmo de previsão foi desenvolvido utilizando o software MATLAB, versão 4.2.b (ver Apêndice C).

Capítulo 6

Resultados

Neste capítulo, são apresentadas as soluções para o problema de planejamento de sistemas hidrotérmicos obtidas pela política de malha fechada (PDE) e pela política de malha semi-aberta (modelo Equivalente Certo). Os estudos foram efetuados para três usinas, individualmente, sendo elas Furnas, Emborcação e Água Vermelha.

Adotou-se uma função de custo quadrática para representar o custo da geração complementar:

$$C_t(D_t - H_t) = \frac{(D_t - H_t)^2}{2}$$

onde D_t representa o mercado de energia elétrica a ser atendido e foi assumido como igual a 80 % da capacidade instalada na usina em estudo.

O estudo foi feito, inicialmente, calculando-se as tabelas de decisões ótimas pelo algoritmo da PDE, adotando-se um modelo markoviano para as vazões. Essa otimização foi feita para um horizonte de dez anos (120 meses) e selecionou-se as tabelas do primeiro ano (12 meses), uma vez que a demanda é a mesma para todos os anos. Então, simulou-se a operação da usina, adotando-se as tabelas de decisão de defluência ótima obtidas por PDE, para um horizonte de planejamento de dois anos (24 meses). Em seguida, escolheu-se períodos de dois anos desta simulação, em que o reservatório iniciou e terminou cheio,

e para estes períodos simulou-se a operação da usina, usando o modelo Equivalente Certo com as mesmas condições de contorno.

Os testes com o algoritmo do modelo Equivalente Certo foram realizados para vários cenários de vazão. Inicialmente, utilizou-se a média de longo termo (MLT) e, em seguida, selecionou-se, do histórico de 60 anos (1931-1990), períodos de vazões baixas (períodos secos) e de vazões altas (períodos chuvosos). Esses resultados são mostrados a seguir.

6.1 Testes utilizando a MLT

Apresentamos aqui os resultados obtidos, utilizando-se o modelo Equivalente Certo, considerando como vazões afluentes a média de longo termo do histórico de vazões (MLT) e variações da MLT, sendo utilizado um histórico de 60 anos (1931-1990). Foi adotado como início das otimizações o mês de maio, início do período seco, e como final o mês de abril, final do período de afluições mais elevadas, coincidindo com o ano hidrológico. Os gráficos nas figuras 6.1 a 6.24 mostram os dois anos do horizonte de planejamento para as usinas de Furnas, Emborcação e Água Vermelha.

O algoritmo do modelo Equivalente Certo considera como estado inicial do reservatório seu volume máximo, liberando o estado final. No entanto, adotou-se um custo terminal para valorizar o enchimento do reservatório no último estágio de armazenamento. O custo terminal foi calculado pelo método dos mínimos quadrados (ver Apêndice A).

Uma descrição das usinas é dada na tabela 6.1.

Usina	Vol. Mín. (hm^3)	Vol. Máx. (hm^3)	Turb. Mín. (m^3/s)	Turb. Máx. (m^3/s)	Pot. Instalada (MW)
Furnas	5733	22950	258	1719	1312
Emborcação	4669	17190	125	1098	1192
Água Vermelha	5856	11025	482	2922	1380

TABELA 6.1 - Dados das usinas de Furnas, Emborcação e Água Vermelha

6.1.1 Resultados para a usina de Furnas

Foram realizados testes do uso do algoritmo EC para Furnas, considerando-se variações nas vazões afluentes MLT. As figuras 6.1 e 6.2 apresentam as trajetórias de volume armazenado, turbinagem e geração obtidas, considerando-se como vazões afluentes a MLT.

FIG.6.1 - Trajetórias ótimas de volume e turbinagem da usina de Furnas

FIG.6.2 - Trajetórias ótimas de geração da usina de Furnas

Nota-se que o reservatório enche no final do primeiro ano e no final do segundo ano e depleciona até 60 % do volume útil.

As figuras 6.3 e 6.4 apresentam os resultados obtidos para vazões afluentes iguais a 80 % da MLT.

FIG.6.3 - Trajetórias ótimas de volume e turbinagem da usina de Furnas

FIG.6.4 - Trajetórias ótimas de geração da usina de Furnas

Observamos que, quando a afluência é diminuída (80 % da MLT), o volume armazenado mínimo, neste horizonte de planejamento de dois anos, representa 68 % do volume útil. Tal fato se deve às precauções do reservatório com relação à falta de água para recuperação do volume.

As figuras 6.5 e 6.6 apresentam resultados obtidos para vazões iguais a 60 % da MLT.

FIG.6.5 - Trajetórias ótimas de volume e turbinagem da usina de Furnas

FIG.6.6 - Trajetórias ótimas de geração da usina de Furnas

Considerando a afluência igual a 60 % da MLT, o volume armazenado mínimo é igual a 75 % do volume útil, como mostra a figura 6.5. Portanto, quando a afluência apresenta-se baixa, a tendência é armazenar o máximo de água para evitar problemas na recuperação do volume.

As figuras 6.7 e 6.8 apresentam os resultados obtidos para vazões afluentes iguais a 120 % da MLT.

FIG.6.7 - Trajetórias ótimas de volume e turbinagem da usina de Furnas

FIG.6.8 - Trajetórias ótimas de geração da usina de Furnas

Observamos que, quando a afluência é aumentada (120 % da MLT), o reservatório enche no final de cada ano, mas apresenta um deplecionamento de 48 % do volume útil, o que possibilita uma geração térmica pequena, como mostra a figura 6.8.

6.1.2 Resultados para a usina de Emborcação

Apresentamos os testes do uso do algoritmo EC para a usina de Emborcação, considerando como afluências variações da MLT.

As figuras 6.9 e 6.10 apresentam os resultados para vazões iguais a MLT.

FIG.6.9 - Trajetórias ótimas de volume e turbinagem da usina de Emborcação

FIG.6.10 - Trajetórias ótimas de geração da usina de Emborcação

Como pode ser visto na figura 6.9, o reservatório enche no final de cada ciclo e apresenta como volume mínimo 68 % do volume útil. Verifica-se que a operação ótima caracteriza-se pelo enchimento periódico do reservatório no final do ciclo hidrológico.

As figuras 6.11 e 6.12 apresentam os resultados obtidos para vazões afluentes iguais a 80 % da MLT.

FIG.6.11 - Trajetórias ótimas de volume e turbinagem da usina de Emborcação

FIG.6.12 - Trajetórias ótimas de geração da usina de Emborcação

Considerando uma afluência igual a 80 % da MLT, o volume mínimo armazenado no reservatório é de 75 % do volume útil, como mostra a figura 6.11.

As figuras 6.13 e 6.14 apresentam os resultados obtidos para vazões afluentes iguais a 60 % da MLT.

FIG.6.13 - Trajetórias ótimas de volume e turbinagem da usina de Emborcação

FIG.6.14 - Trajetórias ótimas de geração da usina de Emborcação

Observa-se que, considerando uma afluência baixa (60 % da MLT), a tendência é maximizar o armazenamento médio do reservatório, como pode ser visto na figura 6.13, que apresenta um deplecionamento de apenas 20 % do volume útil.

As figuras 6.15 e 6.16 apresentam os resultados obtidos para vazões afluentes iguais a 120 % da MLT.

FIG.6.15 - Trajetórias ótimas de volume e turbinagem da usina de Emborcação

FIG.6.16 - Trajetórias ótimas de geração da usina de Emborcação

Considerando uma afluência acima da MLT (120 % da MLT), o reservatório apresenta um volume mínimo armazenado de 62 % do volume útil no final do período seco e início do período chuvoso, o que proporciona uma menor geração térmica, como mostra a figura 6.16.

6.1.3 Resultados para a usina de Água Vermelha

As figuras 6.17 e 6.18 apresentam os resultados para a usina de Água Vermelha, considerando-se vazões iguais a MLT.

FIG.6.17 - Trajetórias ótimas de volume e turbinagem de Água Vermelha.

FIG.6.18 - Trajetórias ótimas de geração da usina de Água Vermelha.

Como mostra a figura 6.17, o reservatório permanece cheio em vários meses do horizonte de planejamento e apresenta um volume final igual ao volume máximo, deplecionando aproximadamente 50 % do volume útil nos meses que antecedem o período chuvoso. A geração térmica cai a zero nesse período, já que a afluência é alta e a capacidade do reservatório é pequena.

As figuras 6.19 e 6.20 apresentam os resultados obtidos para vazões afluentes iguais a 80% da MLT.

FIG.6.19 - Trajetórias ótimas de volume e turbinagem de Água Vermelha.

FIG.6.20 - Trajetórias ótimas de geração da usina de Água Vermelha.

Para vazões iguais a 80 % MLT, o reservatório depleciona mais de 90 % do volume útil nos meses que antecedem o período chuvoso e consegue recuperar o volume máximo no final de cada ciclo. Dessa maneira, a geração térmica cai a zero, como mostra a figura 6.20.

As figuras 6.21 e 6.22 apresentam os resultados obtidos para vazões afluentes iguais a 60% da MLT.

FIG.6.21 - Trajetórias ótimas de volume e turbinagem de Água Vermelha.

FIG.6.22 - Trajetórias ótimas de geração da usina de Água Vermelha.

Quando a vazão é diminuída para 60 % da MLT, o reservatório apresenta um volume mínimo armazenado de 5 % do volume útil e enche no final do horizonte de planejamento, como pode ser visto na figura 6.21.

As figuras 6.23 e 6.24 apresentam os resultados obtidos para vazões afluentes iguais a 120% da MLT.

FIG.6.23 - Trajetórias ótimas de volume e turbinagem de Água Vermelha.

FIG.6.24 - Trajetórias ótimas de geração da usina de Água Vermelha.

Para vazões iguais a 120 % da MLT, o reservatório permanece cheio durante vários meses do horizonte de planejamento, como mostra a figura 6.23, apresentando um volume mínimo armazenado de 65 % do volume útil. A vazão acima da MLT permite uma turbinagem máxima durante o período chuvoso, fazendo com que a geração térmica caia a zero nesse período.

6.2 Testes utilizando vazões previstas

Nestes testes, apresentamos a comparação entre as soluções obtidas por PDE e pelo EC, considerando vazões previstas para alguns anos do histórico de vazões. Utilizamos valores observados para as vazões para uma otimização a posteriori, visando a comparação desta solução com as soluções da PDE e do EC para vazões previstas.

6.2.1 Resultados para a usina de Furnas

Para a usina de Furnas, consideramos previsões para os anos de 1971-1973 (vazões baixas) e 1987-1989 (vazões altas).

As figuras 6.25 e 6.26 apresentam os resultados da aplicação da PDE e do EC para o período de vazões baixas.

FIG.6.25 - Trajetórias ótimas de volume e turb. de Furnas para vazões de 1971-1973.

FIG.6.26 - Trajetórias ótimas de geração de Furnas para vazões de 1971-1973.

Observamos, para esses anos de vazões baixas, que a PDE termina com um volume final inferior ao do EC, sendo igual a 76 % do volume útil. Este comportamento na trajetória de volume, inferior para a PDE, é observado nos 24 meses, como mostra a Figura 6.17. O EC apresenta um volume final igual a 93 % do volume útil, considerando-se vazões previstas, e enche o reservatório no final do segundo ano, no caso de vazões observadas. O fato da PDE terminar com um volume inferior leva a uma menor geração de energia térmica, quando comparada ao EC, como mostra a figura 6.26.

Para os anos de 1987-1989, os resultados são apresentados nas figuras 6.27 e 6.28.

FIG.6.27 - Trajetórias ótimas de vol. e turb. de Furnas para vazões de 1987-1989.

FIG.6.28 - Trajetórias ótimas de geração de Furnas para vazões de 1987-1989.

Esses anos podem ser caracterizados como anos com vazões médias. Observa-se na figura 6.27 que a PDE apresenta um volume no último mês inferior ao do EC, sendo igual a 82 % do volume útil, o que leva a uma geração térmica menor que a apresentada pelo EC, como mostra a figura 6.20. No caso do EC, considerando-se vazões previstas, o reservatório termina o segundo ano com 94 % do volume útil, bem próximo do volume final obtido, considerando-se vazões observadas, que é de 98 % do volume útil.

6.2.2 Resultados para a usina de Emborcação

Para a usina de Emborcação, foram utilizadas vazões previstas para os anos de 1953-1955 (vazões baixas) e 1987-1989 (vazões altas).

As figuras 6.29 e 6.30 apresentam os resultados da aplicação da PDE e do EC para o período de vazões baixas.

FIG.6.29 - Trajetórias ótimas de volume e turbinagem de Emborcação para vazões de 1953-1955.

FIG.6.30 - Trajetórias ótimas de geração de Emborcação para vazões de 1953-1955.

Como pode ser observado na Figura 6.29, a PDE apresenta uma trajetória de volume inferior a do EC, sendo o volume final igual a 75 % do volume útil. Na otimização para vazões previstas, o EC apresenta uma trajetória de volume superior a da PDE no segundo ano, terminando com um volume final igual a 85 % do volume útil. Quando utilizamos as vazões observadas, o EC apresenta uma trajetória de volume que enche o reservatório no final de cada ano. Analisando as trajetórias de geração, observa-se que a PDE consegue uma geração térmica inferior a do EC.

Para os anos de 1987-1989 os resultados são apresentados nas figuras 6.31 e 6.32.

FIG.6.31 - Trajetórias ótimas de vol. e turb. de Emborcação para vazões de 1987-1989.

FIG.6.32 - Trajetórias ótimas de geração de Emborcação para vazões de 1987-1989.

No caso de vazões médias, as trajetórias de volume da PDE e do EC apresentam-se bem próximas durante o primeiro ano, como pode ser visto na Figura 6.31, sendo que a PDE não enche o reservatório no final desse ciclo, como acontece com o EC para vazões previstas e observadas. No segundo ano, a PDE apresenta uma trajetória de volume inferior à do EC, sendo o volume final igual a 81 % do volume útil. O EC apresenta um volume final próximo de 90 % do volume útil, considerando-se vazões previstas. No caso de vazões observadas, o reservatório atinge um volume final igual a 99 % do volume útil. Observa-se uma proximidade nas trajetórias de geração das duas abordagens, com a PDE apresentando uma geração térmica inferior à do EC.

6.2.3 Resultados para a usina de Água Vermelha

As figuras 6.33 e 6.34 apresentam os resultados da aplicação da PDE e do EC para a usina de Água Vermelha, considerando-se vazões previstas para os anos de 1987-1989 (vazões médias).

FIG.6.33 - Trajetórias ótimas de volume e turbinagem de Água Vermelha para vazões de 1987-1989.

FIG.6.34 - Trajetórias ótimas de geração de Água Vermelha para vazões de 1987-1989.

Como pode ser visto na figura 6.33, a trajetória de volume da PDE permanece acima de 80 % do volume útil. O EC apresenta um volume armazenado igual ou próximo ao volume mínimo no período chuvoso (Novembro a Março) e recupera o volume no final do primeiro ano hidrológico, mas não atinge o volume máximo no final do segundo ano. No caso de vazões observadas, o reservatório enche no final do horizonte de planejamento. O EC apresenta uma trajetória de geração térmica inferior à da PDE, como mostra a figura 6.34.

As Tabelas 6.2 e 6.3 apresentam a comparação dos resultados obtidos pela PDE e pelo modelo EC com as decisões ótimas de operação obtidas a posteriori, utilizando o histórico de vazões.

Usina	Período de planejamento	PDE (%)	EQ. CERTO (%)
Furnas	1971-1973	76,0	93,0
	1987-1989	82,3	94,4
Emborcação	1953-1955	74,6	84,6
	1987-1989	80,9	89,2
Água Vermelha	1987-1989	97,4	80,0

TABELA 6.2 - Volume final da PDE e do EC (% do volume útil)

Usina	Período de planejamento	PDE (%)	EQ. CERTO (%)
Furnas	1971-1973	82,7	99,7
	1987-1989	85,3	99,5
Emborcação	1953-1955	86,5	95,5
	1987-1989	83,1	93,6
Água Vermelha	1987-1989	275,8	89,0

TABELA 6.3 - Custo de geração obtido pela PDE e EC (% do ótimo global).

A tabela 6.2 mostra uma comparação entre o modelo EC e a PDE, analisando os volumes finais obtidos por essas duas técnicas comparados ao volume útil. Como pode ser observado, o modelo EC apresenta um volume final superior ao da PDE e bem próximo do volume útil. Assim, a PDE aparece em desvantagem, já que não consegue fechar o ciclo de dois anos com o reservatório próximo do volume máximo.

A tabela 6.3 apresenta a comparação entre os custos de gerações da PDE e do EC com relação ao custo ótimo da operação da usina, obtido a posteriori, supondo o perfeito conhecimento das vazões. Observa-se que o EC apresenta um custo de geração bem próximo do ótimo. Já a PDE oferece um custo de geração menor que o custo ótimo, no caso de Furnas e Emborcação. No entanto, deve-se considerar o fato de que a PDE termina o ciclo com um volume armazenado menor que o volume útil para essas usinas, como pôde ser visto em todos os testes realizados.

Além disso, a análise dos dados deve ser feita levando-se em consideração que o modelo EC utiliza modelos estocásticos para a previsão das vazões mais adequados que a PDE, que usa o modelo markoviano. Dessa forma, os valores previstos para um determinado período no modelo EC estão mais próximos dos valores reais das vazões neste período.

Considerando o efeito do volume final apresentado por cada uma das duas abordagens, temos um custo associado à geração que poderia ser obtida com esse volume. Essa geração pode ser calculada como:

$$g_v = \rho \cdot h_{ref} \cdot \frac{(vol_c)}{2.628}$$

onde ρ é produtividade específica da usina;

h_{ref} é a altura de queda de referência da usina;

vol_c é o complemento do volume final com relação ao volume útil;

g_v é dado em MW.

Os dados utilizados para cada usina estão na tabela 6.4.

Usina	ρ	$h_{ref}(m)$	Volume Útil (hm^3)
Furnas	0,88	88,4	17217
Emborcação	0,89	124,3	12521
Água Vermelha	0,90	53,5	5169

TABELA 6.4 - Dados das usinas de Furnas, Emborcação e Água Vermelha.

Utilizando os dados apresentados na tabela 6.4, o custo final de geração para cada usina em questão, que corresponde ao custo de operação durante os dois anos de planejamento mais o custo associado ao volume final, é mostrado na tabela 6.5.

Usina	Período de planejamento	PDE (%)	EQ. CERTO (%)
Furnas	1971-1973	35,0	4,6
	1987-1989	21,0	3,2
Emborcação	1953-1955	20,9	7,8
	1987-1989	8,6	1,2
Água Vermelha	1987-1989	175,8	-9,0 (*)

TABELA 6.5 - Custo final de geração obtido pela PDE e EC (% acima do ótimo global).

Nota-se, pela tabela 6.5, que a PDE e o EC apresenta um custo final de geração maior que o custo ótimo, quando considera-se o custo associado ao volume final do reservatório. Além disso, o modelo EC mostra-se vantajoso, em termos de minimização do custo de geração, já que apresenta um custo mais próximo do ótimo. Em (*), -9 % significa que o EC permite um custo final de geração 9 % abaixo do ótimo global para a usina de Água Vermelha. Já a PDE apresenta um custo muito acima do ótimo global (175,8 %), consequência de se manter o reservatório próximo ou igual ao volume máximo durante todo o horizonte de planejamento.

6.3 Previsão das vazões afluentes

Abaixo, apresentamos previsões para alguns anos do histórico de vazões de cada uma das usinas em estudo, utilizando o modelo PAR de ordem 2. Os gráficos mostram as trajetórias das vazões previstas e observadas.

Avalia-se o erro de previsão segundo dois critérios:

$$EMP = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{|y(t) - y_{obs}(t)|}{y_{obs}(t)}$$

$$EMQ = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y(t) - y_{obs}(t))^2$$

onde $y(t)$ é a vazão prevista para o mês t , $y_{obs}(t)$ é a vazão observada para o mês t , EMP denota o erro médio percentual e EMQ denota o erro médio quadrático.

6.3.1 Usina de Furnas

O gráfico 6.35 apresenta previsões para anos com vazões baixas e o gráfico 6.36 mostra previsões para anos com vazões médias e altas para a usina de Furnas.

FIG.6.35 - Previsão para a usina de Furnas nos anos de (a) 1953-1955 e (b) 1971-1973.

FIG.6.36 - Previsão para a usina de Furnas nos anos de (a) 1987-1989 e (b) 1983-1985.

O erro de previsão das vazões de Furnas, para cada um dos períodos são mostrados na tabela 6.6.

Período de previsão	EMP (%)	EMQ
1953-1955	23,6	$5,82 \times 10^4$
1971-1973	26,8	$6,78 \times 10^4$
1987-1989	16,6	$4,56 \times 10^4$
1983-1985	18,0	$1,33 \times 10^5$

TABELA 6.6 - Erro na previsão das vazões de Furnas.

6.3.2 Usina de Emborcação

O gráfico 6.37 apresenta previsões para anos com vazões baixas e o gráfico 6.38 mostra previsões para anos com vazões médias e altas, para a usina de Emborcação.

FIG.6.37 - Previsão para a usina de Emborcação nos anos de (a) 1953-1955 e (b) 1971-1973.

FIG.6.38 - Previsão para a usina de Emborcação nos anos de (a) 1987-1989 e (b) 1983-1985.

A tabela 6.7 apresenta o erro na previsão das vazões de Emborcação.

Período de previsão	EMP (%)	EMQ
1953-1955	34,2	$3,55 \times 10^4$
1971-1973	22,2	$3,46 \times 10^4$
1987-1989	10,6	$1,31 \times 10^4$
1983-1985	17,4	$2,69 \times 10^4$

TABELA 6.7 - Erro na previsão das vazões de Emborcação.

6.3.3 Usina de Água Vermelha

O gráfico 6.39 apresenta previsões para anos com vazões baixas e o gráfico 6.40 mostra previsões para anos com vazões médias e altas, para a usina de Água Vermelha.

FIG.6.39 - Previsão para a usina de A. Vermelha nos anos de (a) 1954-1956 e (b) 1969-1971.

FIG.6.40 - Previsão para a usina de A. Vermelha nos anos de (a) 1987-1989 e (b) 1983-1985.

A tabela 6.8 mostra o erro na previsão das vazões de Água Vermelha, para os vários períodos considerados.

Período de previsão	EMP (%)	EMQ
1954-1956	25,3	$2,58 \times 10^5$
1969-1971	31,7	$3,21 \times 10^5$
1987-1989	12,5	$1,57 \times 10^5$
1983-1985	17,6	$4,86 \times 10^5$

TABELA 6.8 - Erro na previsão das vazões de Água Vermelha.

Observa-se, pelos gráficos das figuras 6.35 a 6.40, que há um erro de previsão maior durante os meses chuvosos do ano (Novembro a Março), o que já era esperado, pois as vazões, durante esses meses, apresentam grande variância.

O modelo PAR(2) consegue uma boa previsão para as vazões afluentes. Ressalta-se que a adequação dos modelos de previsão é fundamental para o bom desempenho do modelo Equivalente Certo.

Propostas futuras

Trabalhos futuros serão realizados procurando um melhor desempenho e adequação do modelo Equivalente Certo para o problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos. Algumas propostas são:

1. Considerar outros modelos de previsão que possam ser utilizados no modelo EC, tais como modelos de redes neurais.
2. Pesquisar outras distribuições a serem utilizadas na previsão das vazões pelo modelo markoviano (PDE), que possam se mostrar mais adequadas aos dados de vazões.
3. O método de segunda ordem utilizado no EC apresenta problemas na derivada da função de transição de estado quando o reservatório atinge o volume máximo. É necessário contornar esses problemas para se obter um melhor desempenho do modelo EC. Uma alternativa é usar o algoritmo de Programação Dinâmica Determinística, mas isso pode levar a um grande esforço computacional para o EC.
3. Simular a operação da usina para um horizonte de planejamento maior que 2 anos, o que pode levar a uma análise mais precisa dos resultados.
4. Simular a operação para sistemas com várias usinas e verificar os efeitos do uso do modelo a reservatório equivalente.

Referências Bibliográficas

- [1] Akaike, H. (1974); *A new look at statistical model identification*, IEEE Trans. Auto. Contr. AC-19, pp. 716-722.
- [2] Anderson, P.L.; Vecchia, A.V. (1993); *Asymptotic Results for Periodic Autoregressive Moving-Average Processes*, J. Time Ser. Anal. 1, pp. 1-18.
- [3] Araripe Neto, T.A.; Cotia, C.B.; Pereira, M.V.F.; Kelman, J. (1984); *Comparison of Stochastic and Deterministic Approaches in Hydrothermal Generation Scheduling*, Centro de Pesquisas de Energia Elétrica - CEPEL , pp. 201-206, Rio de Janeiro, Brazil.
- [4] Arvanitidis, N.V.; Rosing, J. (1970a); *Composite Representation of Multireservoir Hydro-electric Power System*, IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-89, pp. 319-326.
- [5] Arvanitidis, N.V.; Rosing, J. (1970b); *Optimal Operation of Multireservoir Systems Using a Composite Representation*, IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-89, No 2, pp. 327-335.
- [6] Bellman, R. (1957); *Dynamic Programming*, Princeton University Press, Princeton.
- [7] Bertsekas, D.P. (1987); *Dynamic Programming: Deterministic and Stochastic Models*, Prentice-Hall.
- [8] Box, G.E.P.; Jenkins, G.M. (1976); *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Revised Edition, Holden-Day, San Francisco.
- [9] Box, G.E.P.; Tiao, G. C. (1973); *Bayesian Inference in Statistical Analysis*. Addison-Wesley, New York.
- [10] Carneiro, A.A.F.M.; Soares, S.; Carvalho, M.F.H. (1988); *Um Modelo Adaptativo para o Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Potência*, 7º Congresso Brasileiro de Automática, pp. 823-829, S. J. dos Campos/SP.

- [11] Carvalho, M.F.H.; Soares, S. (1987); *An Efficient Hydrothermal Scheduling Algorithm*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. PWRS-2, No 3, pp. 537-542.
- [12] Cruz, Jr.G.; Soares, S. (1995); *Non-Uniform Composite Representation of Hydroelectric Systems for Long-Term Hydrothermal Scheduling*, Power Industry Computer Applications Conference, Salt Lake City, Utah, USA.
- [13] Egeland, O.; Hegge, J.; Kylling, E.; Nes, J. (1982); *The Extended Power Pool Model. Operation Planning of a Multi-River and a Multi-Reservoir Hydro-Dominated Power Production System. A Hierarchical Approach*, CIGRE Meeting, Paris.
- [14] El-Hawary, M.E.; Christensen, G.S. (1979); *Optimal Economic Operation of Electric Power Systems*, Academic Press.
- [15] Fortunato, L.A.M.; Araripe Neto, T.A.; Barreto e Ferreira, C. (1985); *Operation Planning Studies of the Brazilian Generation System*, IFAC Symposium on Planning and Operation of Electric Energy Systems, Preprints, pp. 193-200, Rio de Janeiro, Brasil.
- [16] Gayer, V.; Val, J.B.R.; Andrade, M.G.; Soares, S. (1993); *Estudo sobre Modelos Estocásticos de Vazões no Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos*, XXV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, pp.638-642, Campinas/SP.
- [17] Hutter, C.L.T. (1998); *Uma abordagem Bayesiana para Modelos Auto-Regressivos Periódicos*, Tese de Mestrado, USP, ICMC, SCE, São Carlos/SP.
- [18] Jones, R.H.; Brelsford, W.M. (1967); *Time Series with periodic structure*, Biometrika 54, pp. 403-407.
- [19] Little, J.D.C. (1955); *The Use of Storage Water in a Hydroelectric System*, Operations Research, No 3, pp. 187-197.
- [20] MacLeod, A.I. (1995); *Diagnostic Checking of Periodic Autoregression Models with Application*, The University of Western Ontario.
- [21] Masse, P.B.D. (1946); *Les Reserves et la Régulation de l'Avenir*, Hermann, Paris.
- [22] Mayne, D. Q. (1966); *A Second-order Gradient Method for Determining Optimal Trajectories of Non-linear Discrete-time Systems*, Int. J. Control, Vol. 3, No 1, pp. 85-95.

- [23] Mayne, D. Q.; (1973) *Differential Dynamic Programming - A Unified Approach to the Optimization of Dynamic Systems*, Control and Dynamic Systems (Advances in Theory and Applications), Academic Press, Vol. 10, pp. 179-254.
- [24] Oliveira, G.; Soares, S. (1995); *A Second Order Network Flow Algorithm for Hydrothermal Scheduling*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10, No 3, pp. 1635-1641.
- [25] Pereira, M.V.F. (1985); *Optimal Scheduling of Hydrothermal Systems - An Overview*, IFAC Electric Energy Systems, pp. 1-9, Rio de Janeiro, Brasil.
- [26] Phien H.N.; Twu, C.T. (1984); *Forecasting of Seasonal Streamflows with Box-Jenkins Models*, Water SA, Vol. 10, No 3, Asian Institute of Technology, Thailand.
- [27] Pronovost, R.; Bulva, J. (1978); *Long-Range Operation Planning of a Hydrothermal System: Modelling and Optimization*, Conference of the Electrical Canadian Association, Toronto.
- [28] Schwarz, G. (1978); *Estimating the dimension of a model*, Ann. Statist, pp. 461-468.
- [29] Sherkat, V.R.; Campo, R.; Moslehi, K.; Lo, E.O. (1985); *Estochastic Long-Term Hydrothermal Optimization for a Multireservoir System*, IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-104, No 8, pp.2040-2050.
- [30] Soares, S. (1987); *Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos*, Revista SBA: Controle e Automação, Vol.1, No 2, pp. 122-127.
- [31] Trezos, T.; Yeh, W. W-G. (1987); *Use of Stochastic Dynamic Programming for Reservoir Management*, Water Resources Research, Vol.23, No 6, pp. 983-996.
- [32] Turgeon, A. (1980); *Optimal Operation of Multireservoir Power Systems with Stochastic Inflows*, Water Resources Research, Vol. 16, No 2, pp. 275-283.
- [33] Vecchia, A.V. (1985); *Maximum Likelihood Estimation for Periodic Autoregressive Moving Average Models*, Technometrics, Vol. 27, No 4, pp. 375-384.
- [34] Yakowitz, S. (1982); *Dynamic Programming Applications in Water Resources*, Water Resources Research, Vol. 18, No 4, pp. 673-696.

Trabalhos Publicados

- [35] S. C. Poltroniere; M. G. de Andrade (1997); *Aplicação do Método Gradiente para Sistemas a Tempo Discreto no Planejamento a Longo Prazo da Operação de um Sistema Hidrotérmico*, Anais do XX Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional - Gramado/RS.
- [36] M. G. Andrade; S. C. Poltroniere; C. F. F. Hutter (1998); *Comparação entre as Soluções de Malha Fechada e Semi-Aberta para Otimização da Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica*, Anais do XII Congresso Brasileiro de Automática - Uberlândia/MG.

Apêndice A

Ajuste de mínimos quadrados da função custo terminal

O ajuste da função $\psi(x) = ax^2 + bx + c$ é feito pelo método dos mínimos quadrados como segue.

Seja $S(a, b, c) = \sum_{n=1}^{100} (C - ax^2 - bx - c)^2$ o erro no ajuste da função ψ . Minimizando esta função erro otêm-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} a \sum_{n=1}^{100} x^4 + b \sum_{n=1}^{100} x^3 + c \sum_{n=1}^{100} x^2 = \sum_{n=1}^{100} Cx^2 \\ a \sum_{n=1}^{100} x^3 + b \sum_{n=1}^{100} x^2 + c \sum_{n=1}^{100} x = \sum_{n=1}^{100} Cx \\ a \sum_{n=1}^{100} x^2 + b \sum_{n=1}^{100} x + 100c = \sum_{n=1}^{100} C \end{array} \right.$$

que pode ser escrito na forma matricial:

$$A.V = B$$

onde

$$A = \begin{pmatrix} \sum_{n=1}^{100} x^4 & \sum_{n=1}^{100} x^3 & \sum_{n=1}^{100} x^2 \\ \sum_{n=1}^{100} x^3 & \sum_{n=1}^{100} x^2 & \sum_{n=1}^{100} x \\ \sum_{n=1}^{100} x^2 & \sum_{n=1}^{100} x & 100c \end{pmatrix} \quad e \quad B = \begin{pmatrix} \sum_{n=1}^{100} Cx^2 \\ \sum_{n=1}^{100} Cx \\ \sum_{n=1}^{100} C \end{pmatrix}$$

O vetor $V = (a \ b \ c)^T$ contém os parâmetros da função quadrática ajustada. Dessa forma, os parâmetros a, b e c são encontrados fazendo-se:

$$V = A^{-1}.B$$

A tabela 1 contém os parâmetros da função custo terminal ajustada para as usinas de Furnas, Emborcação e Água Vermelha.

Usina	a	b	c
Furnas	0.0010705481	-47.0056474815	555544.3575347356
Emborcação	0.0002763037	-28.1418005320	434656.9933532336
Água Vermelha	0.0133887485	-259.0434224084	1251954.6676812520

TABELA 6.2 - Parâmetros da função quadrática ajustada pelo método dos mínimos quadrados.

Apêndice B

Algoritmo do Modelo Equivalente Certo

```
clear;
format long e

%-----
% Leitura dos coeficientes dos polinômios cota x volume e turbinagem x cota:

entr1=fopen('poli.txt');
PV=fscanf(entr1,'%f',inf)
PU=fscanf(entr1,'%f',inf)
fclose(entr1)

%-----
% Leitura dos dados:
% Horizonte de planejamento (meses).
% Rendimento turbina/gerador
% Volume máximo (hm3).
% Volume mínimo (hm3).
% Turbinagem máxima (m3/s).
% Turbinagem mínima (m3/s).
% Defluência máxima (m3/s).
% Parâmetro de convergência do algoritmo ( $0 < w < 1$ )
% (É necessário ajustar o parâmetro para cada afluência
  e usina considerada).

entr2=fopen('dado.txt');
dado=fscanf(entr2,'%f',inf)
fclose(entr2)

T=dado(1);
ro=dado(2)*9,81e-3;
xmax=dado(3);
xmin=dado(4);
Q=dado(5);
```

```

umin=dado(6);
umax=dado(7);
w=dado(8);

%-----
% Volume inicial do reservatório:
x(1)=xmax;

%-----
% Leitura dos coeficientes da função custo terminal:

entr3=fopen('coef.txt');
CO=fscanf(entr3,'%f',inf)
fclose(entr3)

%-----
% 'for' de otimização:
j=1;

%-----
% Leitura da demanda:

entr4=fopen('dema.txt');
DM=fscanf(entr4,'%g',[24,120]);
fclose(entr4)

DMM=DM(:,5*(j-1)+1:5*j);
d=DMM(:);

%-----
% Leitura das vazões afluentes:
% baixa.txt, media.txt, alta.txt (previstas)
% baixar.txt, mediar.txt, altar.txt (observadas)
% mlt.txt (média de longo termo)
% mlt80.txt (80% da MLT)
% mlt60.txt (60% da MLT)
% mlt120.txt (120% da MLT)

entr5=fopen('baixa.txt');
AF=fscanf(entr5,'%g',[24,120]);
fclose(entr5)

AFF=AF(:,5*(j-1)+1:5*j);
y=AFF(:);

%-----
% Vetor das turbinagens iniciais:

```

```

u=y;

%-----
% Início da otimização:
v0=0;
for i=1:T-1
    x(i+1)=x(i)+2.628*(y(i)-u(i));
    if x(i+1)>xmax
        x(i+1)=xmax;
        u(i)=y(i)+(x(i)-xmax)/2.628;
    elseif x(i+1)<xmin
        x(i+1)=xmin;
        u(i)=y(i)+(x(i)-xmin)/2.628;
    end
    h1(i)=PV(1)+PV(2)*x(i)+PV(3)*x(i)^2+PV(4)*x(i)^3+PV(5)*x(i)^4;
    h2(i)=PU(1)+PU(2)*u(i)+PU(3)*u(i)^2+PU(4)*u(i)^3+PU(5)*u(i)^4;
    if u(i)<Q
        l(i)=(d(i)-ro*(h1(i)-h2(i))*u(i))^2/2;
    else
        l(i)=(d(i)-ro*(h1(i)-h2(i))*Q)^2/2;
    end
    v0=v0+l(i);
end
%-----
% Função custo terminal:
CT=1;
IT=CT*(CO(1)*x(T)^2 + CO(2)*x(T) + CO(3));
%-----
v0=v0+IT;
a(T)=0;
%-----
% Iterações:
% -----
for k=1:1000;
    IT=CT*(CO(1)*x(T)^2 + CO(2)*x(T) + CO(3));
    lxT=CT*(2*CO(1)*x(T) + CO(2));
    lxxT=2*CO(1)*CT;

% -----
% 'for' para o cálculo de alfa e beta, utilizados na atualização das
% variáveis de controle u(i).
% -----
    for i=T-1:-1:1,
% -----
% Cálculo das sequências {vx} e {vxx}.
% -----
        if i==T-1

```

```

        vx(i+1)=lxT;
        vxx(i+1)=lxxT;
    end
% -----
% Polinômio cota x volume (h1(x(i))) e turbinagem x cota (h2(u(i))).
% -----
    h1(i)=PV(1)+PV(2)*x(i)+PV(3)*x(i)^2+PV(4)*x(i)^3+PV(5)*x(i)^4;
    h2(i)=PU(1)+PU(2)*u(i)+PU(3)*u(i)^2+PU(4)*u(i)^3+PU(5)*u(i)^4;
% -----
% Derivadas primeiras e segundas de h1 e h2
% -----
    dh1(i)=PV(2)+2*PV(3)*x(i)+3*PV(4)*x(i)^2+4*PV(5)*x(i)^3;
    ddh1(i)=2*PV(3)+6*PV(4)*x(i)+12*PV(5)*x(i)^2;
    dh2(i)=PU(2)+2*PU(3)*u(i)+3*PU(4)*u(i)^2+4*PU(5)*u(i)^3;
    ddh2(i)=2*PU(3)+6*PU(4)*u(i)+12*PU(5)*u(i)^2;
    if (x(i)<=xmax+2.628*(u(i)-y(i))) & (x(i)>=xmin+2.628*(u(i)-y(i)))
        fx=1;fu=-2.628;
    elseif x(i)>xmax+2.628*(u(i)-y(i))
        fx=0;fu=0;
    elseif x(i)<xmin+2.628*(u(i)-y(i))
        fx=0;fu=0;
    end
    fxx=0;fuu=0;fux=0;
% -----
    if u(i)<Q
        hx(i)=-ro*(d(i)-ro*(h1(i)-h2(i))*u(i))*dh1(i)*u(i)+vx(i+1)*fx;
        hu(i)=ro*(d(i)-ro*(h1(i)-h2(i))*u(i))*(dh2(i)*u(i)-h1(i)+h2(i))+vx(i+1)*fu;
        hxx(i)=ro^2*u(i)^2*(dh1(i)^2+(h1(i)-h2(i))*ddh1(i))-
        ro*u(i)*d(i)*ddh1(i)+vx(i+1)*fxx;
        huu(i)=ro^2*((dh2(i)*u(i)-h1(i)+h2(i))^2)+ro*(d(i)-ro*(h1(i)-
        h2(i))*u(i))*(ddh2(i)*u(i)+2*dh2(i))+vx(i+1)*fuu;
    else
        hx(i)=-ro*(d(i)-ro*(h1(i)-h2(i))*Q)*dh1(i)*Q+vx(i+1)*fx;
        hu(i)=ro*Q*(d(i)-ro*(h1(i)-h2(i))*Q)*dh2(i)+vx(i+1)*fu;
        hxx(i)=ro^2*Q^2*(dh1(i)^2+(h1(i)-h2(i))*dh1(i))-ro*Q*d(i)*ddh1(i)+vx(i+1)*fxx;
        huu(i)=ro^2*Q^2*dh2(i)^2+ro*Q*(d(i)-ro*(h1(i)-h2(i))*Q)*ddh2(i)+vx(i+1)*fuu;
    end
    hux(i)=vx(i+1)*fux;
% -----
% Cálculo A(i), B(i) e C(i), utilizados para calcular as sequências {vx} e {vxx}.
% -----
    A(i)=hxx(i)+fx*vxx(i+1)*fx;
    B(i)=hux(i)+fu*vxx(i+1)*fx;
    C(i)=huu(i)+fu*vxx(i+1)*fu;
% -----
% Cálculo das variáveis {alfa(i)} e {beta(i)}, e também da sequência {a(i)}.

```



```

% -----
alfa(i)=-inv(C(i))*hu(i);
beta(i)=-inv(C(i))*B(i);
a(i)=a(i+1)-(w-(w^2)/2)*(hu(i)*inv(C(i))*hu(i));
if i<=T-1
    vx(i)=hx(i)+beta(i)*hu(i);
    vxx(i)=A(i)-B(i)*inv(C(i))*B(i);
end
end

% -----
% Atualização das leis de controle u(i).
% -----
xn(1)=x(1);
v=0;
for i=1:T-1
    dx(i)=xn(i)-x(i);
    du(i)=w*alfa(i)+beta(i)*dx(i);
%   if du(i)>(umax-u(i));
%       du(i)=umax-u(i);
%   elseif du(i)<(umin-u(i))
%       du(i)=umin-u(i);
%   end
    u(i)=u(i)+du(i);
    xn(i+1)=xn(i) + 2.628*(y(i)-u(i));

% -----
% Polinômio cota x volume (h1(x(i))) e turbinagem x cota (h2(u(i))).
% -----
h1(i)=PV(1)+PV(2)*x(i)+PV(3)*x(i)^2+PV(4)*x(i)^3+PV(5)*x(i)^4;
h2(i)=PU(1)+PU(2)*u(i)+PU(3)*u(i)^2+PU(4)*u(i)^3+PU(5)*u(i)^4;

% -----
% Cálculo do custo de geração.
% -----
if u(i)<Q
    q(i)=u(i);
else
    q(i)=Q;
end
gh(i)=ro*(h1(i)-h2(i))*q(i);
gt(i)=d(i)-gh(i);
if gt(i)<0
    gt(i)=0;
    gh(i)=d(i);
end
l(i)=0.5*(d(i)-gh(i))^2;

```


%-----
% Trajetórias ótimas de volume, defluência, turbinagem, geração térmica e hidráulica.

```
figure
plot((x(1:25)-xmin)*100/(xmax-xmin))
xlabel('Meses')
ylabel('Volume (% V.U.)')
axis([0 25 0 100])
```

```
figure
plot((u(1:24)-umin)*100/(umax-umin))
axis([0 24 0 100])
xlabel('Meses')
ylabel('Defluência (m3/s - % umax-umin)')
```

```
figure
plot((q(1:24))*100/Q)
axis([0 24 0 100])
xlabel('Meses')
ylabel('Turbinagem (m3/s - % Q)')
```

```
figure
plot(gh(1:24)*100/max(d))
hold on
plot(d(1:24)*100/max(d),'g')
axis([0 24 0 100])
ylabel('Demanda e Geracao Hidráulica (MW-Mes - % max(d))')
```

```
figure
plot(gt(1:24)*100/max(d))
axis([0 24 0 100])
xlabel('Meses')
ylabel('Geracao Térmica (MW-Mes - % max(d))')
```

```
figure
plot(vf)
figure
plot(melhora)
```

Apêndice C

Algoritmo do modelo PAR(2)

```
clear
```

```
%-----  
% Leitura dos parâmetros do modelo PAR:
```

```
entr1=fopen('para.txt');  
fi=fscanf(entr1,'%f',[12,2])  
fclose(entr1)
```

```
fi1=fi(12,1)  
fi2=fi(12,2)
```

```
%-----  
% 2 anos de previsão
```

```
%-----  
% Leitura do histórico de vazões (1931-1990, JAN-DEZ):
```

```
entr2=fopen('vazao.txt');  
histo=fscanf(entr2,'%g',[12,60])  
fclose(entr2)
```

```
h=histo(:);  
-----
```

```
s=12;
```

```
%-----  
% linha da matriz que contém o primeiro mês a ser previsto
```

```
n=?
```

```

%-----
% Média de longo termo da série de vazões

mu=mean(h);

%-----
% Desvio padrão da série de vazões

sig=std(h);

%-----
% Previsão das vazões

for k=1:12
    hs(:,k)=(h(:,k)-mu(k))/sig(k);
end
ht=hs';
z=ht(:);
for i=1:24
    zp=z;
    for m=i+4:23+i+4; %m=i+4:11+i+4
        if m<=12
            j=m;
        elseif m>12 & m<=24
            j=m-12;
        elseif m>24 & m<=36
            j=m-24;
        elseif m>36 & m<=48
            j=m-36;
        elseif m>48
            j=m-48;
        end
        zp((n-1)*s+m) = fi1(j)*zp((n-1)*s+m-1) + fi2(j)*zp((n-1)*s+m-2);
        AF(i,m+1-i-4) = sig(j)*zp((n-1)*s+m) + mu(j);
    end
end

%-----
% Impressão dos valores previstos:

fid=fopen('baixa.txt','w. ');
for p=1:24
    aux=AF(p,:);

```