Métodos de solução para o problema de escalonamento de médicos

Valdemar Abrão Pedro Anastácio Devesse

SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito:

Assinatura: _____

Valdemar Abrão Pedro Anastácio Devesse

Métodos de solução para o problema de escalonamento de médicos

Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional. *VERSÃO REVISADA*

Área de Concentração: Ciências de Computação e Matemática Computacional

Orientadora: Profa. Dra. Maristela Oliveira dos Santos

USP – São Carlos
Setembro de 2016

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Achille Bassi
e Seção Técnica de Informática, ICMC/USP,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

D489m Devesse, Valdemar Abrão Pedro Anastácio
 Métodos de solução para o problema de
 escalonamento de médicos / Valdemar Abrão Pedro
 Anastácio Devesse; orientadora Maristela Oliveira
 dos Santos. - São Carlos - SP, 2016.
 108 p.

 Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação
 em Ciências de Computação e Matemática Computacional)
 - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação,
 Universidade de São Paulo, 2016.

 1. Problema de Escalonamento de Médicos.
 2. Heurísticas baseadas na formulação Matemática.
 3. Programação Inteira. 4. Otimização Combinatória.
 I. Santos, Maristela Oliveira dos, orient. II.
 Título.

Valdemar Abrão Pedro Anastácio Devesse

Solution methods to physician scheduling problem

Master dissertation submitted to the Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-USP, in partial fulfillment of the requirements for the degree of the Master Program in Computer Science and Computational Mathematics. *FINAL VERSION*

Concentration Area: Computer Science and Computational Mathematics

Advisor: Profa. Dra. Maristela Oliveira dos Santos

USP – São Carlos
September 2016

*A ti, meu Senhor
que me entreteceste desde o ventre de minha mãe,
escreveste todos os dias da minha vida
e que me guias com tua poderosa mão.*

AGRADECIMENTOS

Ao único e poderoso Deus por me guiar em todos os momentos.

Aos meus pais Pedro e Esperança, meu irmão Estandislaui e minha tia Rita, por seu incondicional apoio e por mui grande amor.

A minha orientadora Maristela Oliveira dos Santos, por seu infindo apoio e comando.

Aos mais que colegas Artur Cunha, Landir Saviniec, Leandro Mundim, Luiz Henrique Bertolucci, Marcos Furlan, Rafael Bernardo Cirino e Willy de Oliveira Soler.

Aos professores do Laboratório de Otimização do ICMC da USP de São Carlos.

A banca examinadora desta dissertação composta por Ademir Aparecido Constantino, Maria Antónia Carravilla e Pedro Augusto Munari Junior.

Aos irmãos da Igreja Metodista de São Carlos.

A todo o time do futsal do CAASO em particular Anderson de Oliveira, Luis Mansor Basso e Diego da Silva.

Aos mui queridos amigos Baptista Bina, Carlos Valter, Daniel Zego, Felipe Aureliano, Guilerme Baldessin, Hipólito Mussagy, José Soares Castelo-Branco, Jullian Zan, Maria Adela Querol, Nuno Pina, Otis Selimane, Salomão Fonseca e Wozy Machava.

*“Depois disto, o Senhor,
do meio de um redemoinho,
respondeu a Jó:
Onde estavas tu,
quando eu fundava a terra?
Faze-mo saber, se tens inteligência.”
(Jó 38:1 e 4)*

RESUMO

DEVESSE, V. A. P. A.. **Métodos de solução para o problema de escalonamento de médicos.** 2016. 108 f. Dissertação (Mestrado em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC/USP), São Carlos – SP.

O Problema de Escalonamento de Médicos (*Physician Scheduling Problem*) consiste em atribuir tarefas a médicos num horizonte de planejamento respeitando regras laborais, contratuais e de preferências pessoais de modo a satisfazer a demanda de serviços de um hospital. O problema lida majoritariamente com o objetivo de maximizar o atendimento dos requisitos de preferência pessoal, respeitando as restrições laborais e organizacionais. Sobre esta classe de problemas, vários métodos de resolução e suas variantes têm sido propostos na literatura. Ademais, mais características têm sido agregadas ao problema, tornando-o mais complexo e deste modo fazendo-se mais necessária a aplicação de métodos mais elaborados para a sua resolução. Neste trabalho são estudados, reformulados e propostos métodos de resolução baseados em programação matemática para tratar o problema de escalonamento acíclico de médicos em departamento de emergência de hospitais. O primeiro modelo tem como objetivo a minimização da soma ponderada dos desvios das restrições de distribuição. O segundo modelo tem como objetivo, a minimização do máximo dos desvios obtidos nas restrições de distribuição, a fim de se obter escalas mais equilibradas entre os médicos. Foram também propostas heurísticas baseadas na formulação matemática cujos resultados não foram competitivos com as dos modelos.

Os modelos foram testados sobre um conjunto de instâncias fictícias resultantes de uma mescla entre instâncias *benchmark* e características do problema. Os resultados computacionais demonstram que formulação ponderada obteve solução ótima para grande parte das instâncias, embora os limitantes inferiores tenham sido majoritariamente fracos. Em relação ao segundo modelo, soluções ótimas não foram obtidas e os limitantes inferiores foram igualmente fracos. Relativamente a qualidade das escalas, o segundo modelo teve melhor comportamento comparando ao modelo de somas ponderadas. Dada a qualidade das soluções, nota-se a viabilidade da solução baseada em técnicas de otimização em detrimento da manual, pois esta ainda é mais suscetível de erros e acarreta um alto tempo para obtenção de solução.

Palavras-chave: Problema de Escalonamento de Médicos, Heurísticas baseadas na formulação Matemática, Programação Inteira, Otimização Combinatória.

ABSTRACT

DEVESSE, V. A. P. A.. **Métodos de solução para o problema de escalonamento de médicos.** 2016. 108 f. Dissertação (Mestrado em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC/USP), São Carlos – SP.

The Physician Scheduling Problem consists in task assignment to physicians in a planning horizon considering a set of organizational rules, work regulations and individual preferences in order to satisfy an hospital ward's work demand. The aim is to find a schedule which maximizes the satisfaction of individual preferences requirements while meeting work regulations and organizational rules. A plethora of solution methods and its variants have been proposed in the literature to solve this class of problem. Moreover, more features have been aggregated to the problem turning it into a more complex and thus stimulating the application of more elaborated methods to its decision. In this work we study, reshape and propose decision methods based in mathematical programming to handle non-cyclic physician scheduling problem in emergency wards. The first formulation targets the minimization of the weighted sum of distribution constraints deviations. The second formulation targets the minimization of the maximum deviations obtained at the distribution constraints aiming more balanced schedules between the physicians. Mathematical formulation heuristics were also proposed and the findings were not satisfactory as they were not competitive with the model.

Experiments with our models were performed over a set of dummy instances, as result a of a mixture of benchmark instances and the considered problems' features. From our experiments we have found that optimal solutions were obtained through the weighted sum model, despite the poor lower bounds. On the other hand, for the second model, no optimal solution was found and poor lower bounds were similarly obtained. Regarding to the schedules' quality, the min-max model had a better performance comparing to the weighted sum model. Given the solutions' quality we can assume that optimization based techniques are sustainable comparing to manual, because the latter is prone to errors and omissions and also critical in terms of solutions achievement time.

Keywords: Physician Scheduling Problem, Mathematical model based heuristics, Integer Programming, Combinatorial Optimization.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Etapas do Escalonamento.	29
Figura 2 – Etapas do Escalonamento.	30
Figura 3 – Escalonamento cíclico de funcionários-padrão.	30
Figura 4 – Escalonamento cíclico de funcionários-padrão no período de quatro semanas.	31
Figura 5 – Escalonamento Acíclico de Funcionários.	31
Figura 6 – Regra de Consecutividade de manhã e tarde no trecho de 5 dias.	48
Figura 7 – Regra de Consecutividade noturna no trecho de 5 dias.	49
Figura 8 – Etapas do relax and fix.	63
Figura 9 – Etapas da heurística fix and optimize.	64
Figura 10 – Comportamento dos limitantes do modelo de somas ponderadas sem aplicar a estratégia <i>populate</i> - instância <i>Instance40_4</i>	75
Figura 11 – Média de GAP por classe para o modelo de somas ponderadas sem aplicar a estratégia <i>populate</i>	75
Figura 12 – Comportamento dos limitantes do modelo de somas ponderadas aplicando a estratégia <i>populate</i> - instância <i>Instance40_4</i>	77
Figura 13 – Média de GAP por classe para modelo de somas ponderadas aplicando a estratégia <i>populate</i>	77
Figura 14 – Comportamento dos limitantes do modelo <i>min-max</i> sem aplicar a estratégia <i>populate</i> - instância <i>Instance40_4</i>	79
Figura 15 – Média de GAP por classe para o modelo <i>min-max</i> sem aplicar a estratégia <i>populate</i>	80
Figura 16 – Comportamento dos limitantes do modelo <i>min-max</i> aplicando a estratégia <i>populate</i> - instância <i>Instance40_4</i>	81
Figura 17 – Média de GAP por classe para modelo <i>min-max</i> aplicando a estratégia <i>populate</i>	82
Figura 18 – Horas em falta da semana 1 - instância <i>Instance40_4</i>	84
Figura 19 – Horas em falta da semana 2 - instância <i>Instance40_4</i>	84
Figura 20 – Horas em falta da semana 3 - instância <i>Instance40_4</i>	84
Figura 21 – Horas em falta da semana 4 - instância <i>Instance40_4</i>	85
Figura 22 – Comparação dos desvios dos turnos da manhã em falta - instância <i>Instance40_4</i>	85
Figura 23 – Comparação dos desvios dos turnos da tarde em falta - instância <i>Instance40_4</i>	85
Figura 24 – Comparação dos desvios dos turnos noturnos em falta - instância <i>Instance40_4</i>	86
Figura 25 – Comparação dos desvios dos plantões de dia em falta - instância <i>Instance40_4</i>	86

Figura 26 – Comparação dos desvios dos plantões de tarde em falta - instância <i>Instance40_4</i>	86
Figura 27 – Comparação das horas em falta da 1ª semana, aplicando a estratégia <i>populate</i> - instância <i>Instance40_4</i>	87
Figura 28 – Comparação das horas em falta da 2ª semana, aplicando a estratégia <i>populate</i> - instância <i>Instance40_4</i>	87
Figura 29 – Comparação das horas em falta da 3ª semana, aplicando a estratégia <i>populate</i> - instância <i>Instance40_4</i>	88
Figura 30 – Comparação das horas em falta da 4ª semana, aplicando a estratégia <i>populate</i> - instância <i>Instance40_4</i>	88
Figura 31 – Comparação dos desvios dos turnos da manhã em falta aplicando a estratégia <i>populate</i> - instância <i>Instance40_4</i>	88
Figura 32 – Comparação dos desvios dos turnos da tarde em falta aplicando a estratégia <i>populate</i> - instância <i>Instance40_4</i>	88
Figura 33 – Comparação dos desvios dos turnos noturnos em falta aplicando a estratégia <i>populate</i> - instância <i>Instance40_4</i>	89
Figura 34 – Comparação dos desvios dos plantões de dia em falta aplicando a estratégia <i>populate</i> - instância <i>Instance40_4</i>	89
Figura 35 – Comparação dos desvios dos plantões de tarde em falta aplicando a estratégia <i>populate</i> - instância <i>Instance40_4</i>	89
Figura 36 – GAP médio obtido pelas heurísticas <i>relax-and-fix</i> para o modelo de somas ponderadas	91
Figura 37 – GAP médio obtido pelas heurísticas <i>relax-and-fix</i> para o modelo <i>min-max</i>	92
Figura 38 – GAP médio obtido pelas heurísticas <i>fix-and-optimize</i> para o modelo de somas ponderadas	92
Figura 39 – GAP médio obtido pelas heurísticas <i>fix-and-optimize</i> sobre o modelo <i>min-max</i>	94

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Técnicas de solução aplicadas ao PEP.	33
Tabela 2 – Técnicas de solução aplicadas ao <i>PEF</i>	34
Tabela 3 – Categorias de obras da literatura segundo as aplicações.	36
Tabela 4 – Turnos do hospital em consideração	48
Tabela 5 – Demanda de médicos por turno	69
Tabela 6 – Duração dos Turnos	69
Tabela 7 – Características das Instâncias	70
Tabela 8 – Pesos por restrição	71
Tabela 9 – Soluções iniciais obtido no modelo de somas ponderadas sem aplicar a estratégia <i>populate</i>	74
Tabela 10 – Modelo de somas ponderadas sem aplicar a estratégia <i>populate</i>	74
Tabela 11 – Soluções iniciais obtido no modelo de somas ponderadas aplicando a estraté- gia <i>populate</i>	76
Tabela 12 – Modelo de somas ponderadas aplicando a estratégia <i>populate</i>	76
Tabela 13 – Soluções iniciais obtidas no modelo <i>min-max</i> sem aplicar a estratégia <i>populate</i>	78
Tabela 14 – Modelo <i>min-max</i> sem aplicar a estratégia <i>populate</i>	79
Tabela 15 – Soluções iniciais obtidas no modelo <i>min-max</i> aplicando a estratégia <i>populate</i>	80
Tabela 16 – Modelo <i>min-max</i> aplicando a estratégia <i>populate</i>	81
Tabela 17 – Solução do modelo de somas ponderadas como solução inicial para modelo <i>min-max</i> sem aplicar a estratégia <i>populate</i>	83
Tabela 18 – Solução do modelo de somas ponderadas como solução inicial para o modelo <i>min-max</i> aplicando a estratégia <i>populate</i>	87
Tabela 19 – <i>Relax-and-fix</i> sobre o modelo de somas ponderadas	90
Tabela 20 – <i>Relax-and-fix</i> sobre o modelo <i>min-max</i>	91
Tabela 21 – Heurística <i>fix-and-optimize</i> sobre o modelo de somas ponderadas	93
Tabela 22 – Heurística <i>fix-and-optimize</i> sobre o modelo <i>min-max</i>	93

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AG		Algoritmos Genéticos
AGIFORS		Airline Group of the International Federation of Operations Research
EF		Escalonamento de Funcionários
hEART	...	European Association for Research in Transportation
MAPA	...	multi-assignment problem-based algorithm
MIP		Mixed Integer Programming
MISTA	...	Multidisciplinary International Scheduling Conference
PATAT	...	The International Series of Conferences on the Practice and Theory of Automated Timetabling
PEE		Problema de Escalonamento de Enfermeiros
PEM		Problema de Escalonamento de Médicos
PEP		Problema de Escalonamento de Pessoal

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	23
1.1	Objetivos	24
1.1.1	<i>Objetivo Geral</i>	24
1.1.2	<i>Objetivo Específico</i>	24
2	REVISÃO DA LITERATURA	27
2.1	Problema de Escalonamento de Pessoal (PEP)	27
2.1.1	<i>Contextualização</i>	27
2.1.2	<i>A literatura sobre PEP</i>	32
2.1.3	<i>PEP no setor de transporte</i>	33
2.1.4	<i>PEP no setor da saúde</i>	36
2.1.4.1	<i>Problema de Escalonamento de Enfermeiros (PEE)</i>	38
2.1.4.2	<i>Problema de Escalonamento de Médicos (PEM)</i>	41
2.1.4.3	<i>Problema de Escalonamento de Médicos vs Problema de Escalonamento de Enfermeiros</i>	43
3	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	45
3.1	Descrição do Problema	45
3.1.1	<i>Características Gerais</i>	45
3.1.2	<i>O Problema em estudo</i>	47
3.2	Modelagem Proposta para o Problema	50
3.2.1	<i>Modelo de alocação de somas ponderadas</i>	52
3.2.2	<i>O modelo min-max</i>	58
4	MÉTODOS DE RESOLUÇÃO	61
4.1	Estratégias para obter soluções iniciais	61
4.1.1	<i>Heurísticas Construtivas</i>	61
4.1.1.1	<i>Relax-and-Fix</i>	61
4.2	Heurísticas de Melhoria	63
4.2.1	<i>Fix-and-Optimize</i>	63
5	EXPERIMENTOS	67
5.1	Instâncias de Teste	67
5.1.1	<i>Instancias dummyPSP</i>	67

5.1.2	<i>Estabelecimento dos custos</i>	70
5.2	Definição dos Parâmetros utilizados nos Testes Computacionais . .	71
5.3	Resultados Computacionais	72
5.3.1	<i>Resultados dos Modelos Matemáticos</i>	73
5.3.1.1	<i>Resultados do Modelo de Somas Ponderadas</i>	73
5.3.1.2	<i>Resultados do modelo min-max</i>	77
5.3.1.3	<i>Inserção da solução do modelo de somas ponderadas como solução inicial do modelo min-max</i>	83
5.3.2	<i>Resultados das Heurísticas</i>	89
5.3.2.1	<i>Resultados das Heurísticas Relax-and-Fix</i>	89
5.3.2.2	<i>Resultados das heurísticas Fix-And-Optimize</i>	91
6	CONCLUSÕES	95
	REFERÊNCIAS	97
APÊNDICE A	MODELOS NA LITERATURA	103
A.1	Modelos na Literatura	103
A.1.1	<i>Modelo Beaulieu et al. (2000)</i>	103

INTRODUÇÃO

O Problema de Escalonamento de Médicos (PEM) é uma variante do Problema de Escalonamento de Pessoal (PEP) e consiste em atribuir tarefas, cobertura de turnos ou plantões, a médicos num horizonte de planejamento respeitando regras laborais, contratuais e de preferências pessoais de modo a satisfazer a demanda de serviços de um hospital. O problema lida majoritariamente com objetivos qualitativos, sendo neste caso, produzir escalas de modo a maximizar o atendimento dos requisitos de preferência pessoal, respeitando as restrições laborais e organizacionais.

Devido a semelhança em formulação com o Problema de Escalonamento de Enfermeiros (PEE) é considerado NP-*hard*, complexidade atribuída pelo fato do problema ser equivalente ao problema de particionamento, com esta complexidade ([BRUCKER; QU; BURKE, 2011](#)).

A literatura que versa sobre Problemas de Escalonamento de Médicos é escassa e assim, a apresentação de mais estudos e soluções potenciam a exploração e desenvolvimento desta área. Há também a necessidade de formulação de modelos mais flexíveis para considerar a maior parte das práticas laborais. Entre os métodos mais usados para tratar este tipo de problema, destacam-se Programação Matemática e Metaheurísticas. Em situações em que as instâncias são pequenas, *solvers* de Otimização possam ser usados, enquanto que para problemas mais complexos, na maioria das vezes utilizam-se metaheurísticas híbridas ([BURKE *et al.*, 2004](#)).

Um ótimo planejamento de pessoal em qualquer entidade de qualquer setor é uma tarefa crucial para que as atividades procedentes, a realizar pelo seu pessoal, sejam bem sucedidas. Ambientes corporativos exigem em quase todos os níveis, ferramentas de auxílio à tomada de decisão.

No setor de serviços públicos, como é o caso de alguns hospitais, a automatização de escalonamento de médicos é muito bem vinda, de modo a agilizar o moroso processo que é geralmente executado manualmente por um perito da área, em regra geral, um médico sênior, segundo [Puentes *et al.* \(2009\)](#). O encarregado precisa com antecipação de informações relativas às

preferências dos médicos, designadamente: a relação de dias de folga, férias e turnos preferidos.

Todavia, não bastam estes quesitos, a elaboração do escalonamento também pode considerar o tipo de contrato, especialidade e nível de experiência do médico. Falhas durante o processo requerem reconstrução das escalas que podem implicar na perda de tempo, tempo este que poderia ser útil para outra atividade.

Ao elaborar escalas, a obtenção de soluções que garantam a redução de custos na alocação é a motivação primordial neste processo, segundo [Bergh et al. \(2013\)](#). A alocação dos recursos humanos competentes para a execução das tarefas é crucial, de modo que falhas nesta fase implicam redefinições das escalas e por conseguinte, perda de tempo do funcionário responsável de escalas, consecutivamente perda de tempo dos funcionários a alocar às tarefas, o que tem implicações na produtividade. Como alternativa aos atrasos na produtividade, recorre-se à produção excessiva em pouco tempo ou contratação de mão-de-obra extra e desse modo incorrendo-se gastos financeiros.

Outra forte motivação para a automação na criação de escalas é a garantia de conforto e equilíbrio dos médicos, pois estes pretendem ter suas preferências majoritariamente atendidas, a fim de possibilitar a conciliação dos serviços prestados aos hospitais contratados a serviços e vida extra-laboral.

O crescimento das áreas de aplicação bem como a complexidade do problema constitui uma motivação, na medida em que as áreas crescem e se tornam mais complexas, soluções eficazes devem ser elaboradas para tratar o problema.

Ademais, pretende-se tomar esta proposta acadêmica para inspirar mais iniciativas do gênero para aplicação na área de serviços de saúde, área prioritária de desenvolvimento social.

1.1 Objetivos

1.1.1 *Objetivo Geral*

Os objetivos deste projeto são: estudar, reformular modelos matemáticos para tratar o PEM e propor abordagens heurísticas baseadas no modelo.

1.1.2 *Objetivo Específico*

Os objetivos específicos são:

- Implementar métodos baseados na formulação matemática;
- Avaliar qualitativa e quantitativamente os métodos propostos;
- Produzir obras científicas a partir do trabalho desenvolvido, a fim de agregar mais obras à área de escalonamento de médicos.

O desenvolvimento trabalho foi desenvolvido seguindo a metodologia seguinte:

- Levantamento bibliográfico na grande área de PEP e na área do PEM, a fim de verificar do estado da arte;
- Consulta de legislação e entrevistas de estudo em algumas entidades hospitalares, a fim de consolidar a descrição do problema;
- Exploração de modelos matemáticos na literatura e adaptação às necessidades do problema em estudo. Aos modelos matemáticos foram combinadas também características do problema, colhidas em entrevistas a fim de se tornar mais realístico possível à realidade brasileira;
- Implementação de uma proposta de modelagem cujo objetivo consiste na minimização das ponderações dos desvios das restrições de distribuição. Da formulação inicial estendeu-se a mais uma formulação com um novo objetivo, a minimização do máximo dos desvios obtidos nas restrições de distribuição, a fim de se obter escalas mais equilibradas entre os médicos. Foram também propostas heurísticas baseadas na formulação matemática, designadamente heurísticas *relax-and-fix* e *fix-and-optimize*;
- Testes computacionais e escrita da dissertação paralela aos estudos e implementação.

Os modelos foram testados sobre um conjunto de instâncias fictícias e os resultados computacionais demonstram que a formulação ponderada obteve solução ótima para grande parte das instâncias, embora tenham se obtido limitantes inferiores fracos. Para o segundo modelo, soluções ótimas não foram obtidas e os limitantes inferiores foram tal como para o modelo ponderado, fracos. Relativamente a qualidade das escalas, o segundo modelo teve melhor comportamento quando comparado ao modelo com ponderações. A fim de melhorar a tendência de equilíbrio das escalas, foi feita a inserção das soluções do modelo com ponderações no segundo modelo e desse modo obtiveram-se escalas mais equilibradas que as obtidas pelo segundo modelo, todavia os limitantes se mantiveram fracos. Em relação às heurísticas, estas também não tiveram resultados interessantes tanto a nível da qualidade das soluções, quanto a nível da qualidade das escalas.

Esta dissertação está organizada da seguinte forma: No Capítulo 2 é apresentada uma revisão da literatura sobre Problemas de Escalonamento de Pessoal, Problema de Escalonamento de Enfermeiros e Problema de Escalonamento de Médicos. No Capítulo 3 é apresentada a descrição do problema em estudo, com também as formulações matemáticas baseadas em obras da literatura. No Capítulo 4 são apresentados os métodos de solução, suas caracterizações e ilustrações por intermédio de figuras. No capítulo 5 apresentados os resultados dos experimentos computacionais feitos sobre os métodos apresentados no capítulo 4. No capítulo 6 apresentadas as conclusões e perspectivas sobre o trabalho. No apêndice é apresentado no Capítulo A o modelo usado como base do modelo reformulado.

REVISÃO DA LITERATURA

Para melhor contextualização e compreensão sobre o tema, este capítulo foi dividido em três partes. Na primeira parte é feita uma introdução ao PEP. A segunda parte, subseção (2.1.4.1), aborda um de dois problemas bem conhecidos na área de serviços de saúde, o PEE, uma das derivações do PEP no setor de saúde. E na última parte, subseção (2.1.4.2), é apresentado o PEM, outra derivação do PEP no setor de saúde, que constitui o objeto desta dissertação.

2.1 Problema de Escalonamento de Pessoal (PEP)

2.1.1 Contextualização

A compreensão do PEP requer a compreensão dos termos *scheduling* e *rostering* que por tradução direta significam respectivamente, agendamento ou escalonamento e rodízio ou alistamento.

Valdes (2010) num trabalho direcionado ao setor de transportes, sobre os problemas *crew rostering* e *crew scheduling*, considera que problemas de *rostering* têm maior enfoque na qualidade de alocação em detrimento da redução de custos, enquanto que problemas de *scheduling* têm maior enfoque na redução de custos.

Assim, o PEP pode ser descrito como processo de planejamento ou organização de horários de trabalho de funcionários, considerando regulamentos laborais, organizacionais, contratuais ou sindicais (caso o contrato seja com o sindicato de trabalhadores). Ernst *et al.* (2004b) descrevem escalonamento de pessoal como: “o processo de construção de horários de trabalho para os funcionários de uma organização, satisfazendo a demanda de bens ou serviços”.

O Escalonamento de Tarefas (*Labor Scheduling*) é: “a alocação de pessoas certas à tarefas certas no período certo, satisfazendo a demanda de serviços e bens”, (THOMPSON, 2003).

O PEP é também definido como: “dado um conjunto de turnos para cada dia do horizonte de escalonamento, deve-se alocar cada funcionário ou grupo de funcionários para cumprir cada turno” (ROUSSEAU; PESANT; GENDREAU, 2002).

O Escalonamento de Pessoal é uma tarefa composta por várias etapas. Thompson (2003) identifica quatro etapas da criação de escalonamento que variam mediante a área de aplicação, a saber:

1. **Previsão de demanda de clientes aos serviços.** Consiste em definir qual a demanda de clientes ao serviço, traduzindo a demanda em qualificação da mão-de-obra, para posterior escalonamento e melhoria da escala de trabalho em tempo real. Esta primeira etapa envolve previsão das características de transação de serviço que variam com o tempo, particularmente, a taxa de chegadas de clientes. Para o caso de um hospital, a característica de transação pode ser a previsão de pessoas procurando atendimento em um turno do dia. Esta etapa é fundamental, pois os processos subsequentes estão profundamente associados. Técnicas para uma previsão de demanda aperfeiçoada devem ser bem selecionadas sob risco de obter resultados pouco favoráveis e de se comprometer todo o processo de escalonamento. Mais informações sobre esta etapa podem ser encontradas em Thompson (1998a).
2. **Cálculo da relação funcionário/hora para satisfazer a demanda.** Consiste em traduzir a demanda prevista na primeira etapa, na quantidade e qualificações dos funcionários para servir adequadamente num período de tempo, ou seja, dimensionar a mão-de-obra qualificada. O resultado deste processo será utilizado como dado de entrada para a terceira etapa. Thompson (1998b) aprofunda este tópico em seu artigo em que são indicados aspectos essenciais e sua implicação na obtenção de um bom cálculo da relação de funcionários/hora.
3. **Construção da escala de serviço.** Consiste em construir as escalas considerando as qualificações dos funcionários, preferências pessoais e decidindo que funcionário executará determinada tarefa. Esta etapa depara-se com algumas barreiras, como a disponibilidade, preferências, habilidades e custo de alocação dos funcionários. Estas questões são conflitantes com os objetivos da organização, pois a perspectiva da organização, geralmente, é maximizar atendimento da demanda reduzindo os custos de trabalho, satisfazendo estas regras laborais. Thompson (1999a) aborda detalhadamente os aspectos-chave e suas implicações no processo de construção da escala de trabalho.
4. **Ajuste do escalonamento dependendo da demanda.** Consiste em garantir um atendimento eficaz da demanda. Esta etapa, diferentemente das outras, consiste em controle e não planejamento, verificando se o plano está sendo cumprido ou não. Ela é executada em tempo real e desse modo deve ser cuidadosa, não correndo o risco de alterações desequilibradoras no plano, o que pode comprometer o funcionamento efetivo do escalonamento.

Thompson (1999b) analisa e aprofunda os aspetos chave neste processo. A Figura 1 resume as etapas operacionais do escalonamento.

Figura 1 – Etapas do Escalonamento.

Fonte: Thompson (2003).

Ernst *et al.* (2004b), tal como Thompson (2003), também propõem etapas que compõem o escalonamento, algumas similares e outras exclusivas, a saber:

1. **Definição da Demanda.** Consiste em estimar a quantidade de funcionários necessários em diferentes dias do horizonte de planeamento. Esta estimação deve considerar também situações decorrentes de incidentes que possam ocorrer no horizonte de planeamento. Estes comportamentos anômalos são depois traduzidos em demanda de funcionários necessários para cumprir as tarefas.
2. **Escalação de Folgas.** Consiste em estimar a quantidade de folgas intercaladas entre os dias de trabalho. Quando o escalonamento é em função da demanda dos turnos e não da demanda de funcionários, esta etapa é considerada.
3. **Escalação de Turnos.** Consiste em estimar a quantidade de funcionários para satisfazer a demanda de turnos. De um conjunto potencialmente grande de candidatos, selecciona-se os turnos de serviço que possam ser alocados aos funcionários, cada grupo de funcionários aos turnos. Esta etapa toma em consideração os intervalos de refeição legalmente estabelecidos.
4. **Construção de Escalas de Serviço.** Consiste em expandir as escalas de serviço de um só funcionário, de um trecho do horizonte de planeamento para o horizonte de planeamento completo, isto é, de uma semana para um mês ou trimestre ou ano, conforme for o caso.
5. **Designação de Tarefas.** Consiste em associar tarefas as diferentes categorias de funcionário que houver e estas tarefas devem ser executadas na duração de cada turno.
6. **Designação de Pessoal.** Consiste em definir que funcionários estarão alocados às tarefas.

A diferença que existe entre estas duas abordagens é que as etapas indicadas por Ernst *et al.* (2004b) estão entre as etapas propostas por Thompson (2003), dividindo-se entre as etapas

Previsão de demanda de clientes e Construção de escala de serviço. Assim, esta caracterização faz do método de construção de escalas proposto por [Thompson \(2003\)](#) mais robusto. A Figura 2 apresenta a segunda abordagem de etapas de escalonamento.

Figura 2 – Etapas do Escalonamento.

Fonte: [Ernst et al. \(2004b\)](#).

Ainda nesta obra, [Ernst et al. \(2004a\)](#) classificam escalonamento como um processo dividido em 17 etapas, iniciando pela determinação da demanda e finalizando com as tarefas a cumprir no período de planejamento, em que dependendo do problema nem todas são cumpridas.

No PEP considera-se que funcionários cumprem tarefas, equivalentes a cobertura de turnos. Um turno de trabalho, cuja duração depende das regulamentações legais, corresponde a um bloco de períodos de trabalho que são executados consecutivamente, com ou sem intervalos de descanso ou refeição [Rocha \(2013\)](#). Sabendo-se os tipos de turno, é necessário saber que tipo de escalonamento é o ideal para determinado problema. Existem duas abordagens para escalonamento de funcionários, designadamente, escalonamento cíclico e de escalonamento acíclico.

O escalonamento cíclico considera que os funcionários são permutáveis, mas a ordem de turnos no período de planejamento mantém-se a mesma, isto é, os membros rodam a escala até que cada funcionário tenha sido designado a cada turno, segundo [Rousseau, Pesant e Gendreau \(2002\)](#). A Figura 3, ilustra um exemplo de escalonamento cíclico, considerando cinco funcionários e um horizonte de sete dias. Num horizonte mais extenso, de quatro semanas, com o mesmo número de funcionários, pode se observar a escala cíclica como na Figura 4.

Figura 3 – Escalonamento cíclico de funcionários-padrão.

Func/Dias	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sab	Dom
F1	M	M		N	N		T
F2	T			M	M		N
F3	N		T	T			M
F4	M		N	N		T	T
F5			M	M		N	N

Fonte: Adaptada de [Rocha, Oliveira e Carravilla \(2012\)](#).

Figura 4 – Escalonamento cíclico de funcionários-padrão no período de quatro semanas.

Func/Dias	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sab	Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sab	Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sab	Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sab	Dom
F1	M	M		N	N		T	T			M	M		N	N		T	T			M	M		N	N		T	T
F2	T			M	M		N	N		T	T			M	M		N	N		T	T			M	M		N	N
F3	N		T	T			M	M		N	N		T	T			M	M		N	N		T	T			M	M
F4	M		N	N		T	T			M	M		N	N		T	T			M	M		N	N		T	T	
F5			M	M		N	N		T	T			M	M		N	N		T	T			M	M		N	N	

Fonte: Adaptada de Rocha, Oliveira e Carravilla (2012).

Na Figura 3, partindo do funcionário *F1* no horizonte semanal e descendo para os demais funcionários, há um padrão em repetição. Há duas manhãs consecutivas sempre procedidas de folga de um dia que antecede duas noites consecutivas. Após estas duas noites, há folga de um dia que antecede a alocação consecutiva de duas tardes e após esta há dois dias de descanso para cumprir o padrão descrito acima. Beaulieu *et al.* (2000) consideram escalonamento cíclico elegível para situações em que a mesma escala possa acomodar todos os funcionários. Esta técnica não é muito vantajosa para casos em que se tem que trabalhar com um número não fixo de funcionários na escala.

Por sua vez, o escalonamento acíclico considera que várias combinações de turnos são atribuídas aos funcionários para cobrir o período de planejamento sem obedecer a um padrão de alocação de turnos. Considera-se mais fácil lidar com escalas acíclicas em relação às cíclicas, pois as primeiras são mais flexíveis na alocação, permitindo que funcionários possam assumir compromissos extra-profissionais com maior facilidade. Desvantagem do escalonamento acíclico é a não garantia de distribuição equitativa de tarefas, característica suprida pelo escalonamento cíclico. Um exemplo de escala acíclica segue na Figura 5.

Figura 5 – Escalonamento Acíclico de Funcionários.

Func/Dias	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sab	Dom
F1	N		N		T	T	T
F2		M	M		N	N	N
F3	M	M	M	M	M		
F4			T	T	T	M	M
F5	M	M	M	M	M		

Fonte: Adaptada de Rocha, Oliveira e Carravilla (2012).

Diferentemente do que sucede com as escalas cíclicas, neste tipo de escalas, apresentado na Figura 3, não se observa um padrão na sequência das escalas dos funcionários. Partindo do funcionário *F1* no horizonte semanal e descendo para os demais funcionários, observamos que este cumpre duas noites, separadas por um dia de folga e após cumprí-las, tem folga de um dia e em seguida três dias consecutivos no turno da tarde. Após a sua sequência, o funcionário *F2*

inicia a semana com uma folga e em seguida é alocado a duas manhãs consecutivas, estas são procedidas por um dia de folga e três noites consecutivas. O próximo, funcionário *F3*, é alocado a quatro manhãs consecutivas e em seguida tem três dias de folga. Por este comportamento, torna-se difícil a predição de ocorrências de turnos seguintes e deste modo deduz-se a denominada escala acíclica.

Na literatura estas escalas acíclicas são também conhecidas como Escalonamento de Viagens (*Tour Scheduling*), bastante aplicado no setor de Transportes, em que se escala tripulações de aviões, tripulações de ônibus e inclusive ônibus para viagens.

Sobre a duração dos turnos, é necessário considerar que varia mediante a região, pois as leis trabalhistas de cada país são diferentes. No seu caso de estudo *Hospital Geral Judeu* no Canadá, [Pécora \(2002\)](#) apresenta a divisão em turnos de semana laboral e turnos de final de semana diferente do Hospital estudado por [Puentes et al. \(2009\)](#), a título de exemplo.

2.1.2 A literatura sobre PEP

Segundo [Ernst et al. \(2004a\)](#), os estudos iniciais sobre PEP foram feitos por [Edie \(1954\)](#) que faz uma apreciação ao problema de atraso de trânsito em cabines de pedágio e propõe uma solução baseada em teoria de probabilidade. O problema de atraso de trânsito em cabines de pedágio consiste em escalonar o menor número de coletores de pedágio com a finalidade de garantir um bom serviço aos usuários e permitir que os coletores tenham períodos de descanso. O escalonamento era feito empiricamente, usando métodos não precisos, como por exemplo experiências individuais, e as soluções obtidas a partir destes métodos não eram satisfatórias. Deste modo, foi proposta uma abordagem de solução com métodos mais precisos para tratamento do problema em termos quantitativos, permitindo determinar a relação entre volume de tráfego, número de cabines de pedágio e horários de serviço. Os resultados obtidos pelo método proposto eram significativamente melhores quando comparados aos obtidos pelo método anteriormente usado, sendo que o tempo de atraso no processo de coleta diminuiu, deste modo abrindo-se espaço para mais estudos sobre o problema e a área no geral.

Na sequência do trabalho desenvolvido por [Edie \(1954\)](#), [Dantzig \(1954\)](#) apresentou um modelo de programação linear alternativo ao método baseado em teoria de probabilidade, desconsiderando as restrições de períodos de folga. Esta medida tornou o modelo mais eficiente, pois as restrições de períodos de folga aumentam o número de variáveis, assim dificultando a resolução do problema e por conseguinte a demora decorrente da eliminação do número excessivo de variáveis. O problema foi reformulado até ter uma estrutura similar ao problema de cobertura e desta obtiveram-se soluções no domínio inteiro. Ao final do processo, esta abordagem mostrou-se melhor, tal como os resultados, comparativamente aos apresentados pelo método proposto por [Edie \(1954\)](#).

Desde os trabalhos desenvolvidos por [Edie \(1954\)](#) e [Dantzig \(1954\)](#), várias modalidades

de PEP foram estudadas usando diversos métodos de resolução.

Brucker, Qu e Burke (2011) fazem apreciação sobre modelos genéricos para Escalonamento de Funcionários, considerando restrições de demanda e restrições de cobertura de turno.

Uma das mais importantes revisões sobre Escalonamento de Funcionários presente na literatura é Ernst *et al.* (2004a) que aborda algoritmos para geração de escalonamentos. Foram levantadas para revisão desta área aproximadamente 700 obras, classificadas consoante o tipo de problema de escalonamento, a área de aplicação e os métodos usados. Do levantamento feito, pode se constatar que maior aplicabilidade é encontrada na área de sistemas de transportes, comparativamente aos da saúde, hospitalidade, serviços de emergência e tele-atendimento.

Bergh *et al.* (2013) fazem também uma apreciação literária exaustiva relativa a PEP em continuidade ao trabalho desenvolvido por Ernst *et al.* (2004a). Neste artigo, os autores apresentam discussões sobre a classificação dos métodos aplicados e fazem uma apreciação técnica dos trabalhos desenvolvidos nas diversas áreas de aplicação. Aspectos como tipo de restrições, tipo de decisões e características de funcionários, são explorados, além das tendências das diversas áreas de aplicação. Apreciando estas revisões, pode se constatar que abordagens baseadas em Programação Matemática e heurísticas são as mais aplicadas na literatura. As Tabelas 1 e 2 apresentam informação sobre os métodos de resolução mais aplicados na literatura.

Tabela 1 – Técnicas de solução aplicadas ao PEP.

Método de Solução	Quantidade	Método de Solução	Quantidade
<i>Branch-and-Bound</i>	14	Relaxação Lagrangeana	32
<i>Branch-and-Cut</i>	9	Programação Linear	35
<i>Branch-and-Price</i>	30	Matching	36
Geração de Coluna	48	Programação Matemática	27
Programação por restrições lógicas	46	Fluxo de Rede	38
Heurísticas Constructiva	133	Outras Meta-Heurísticas	11
Programação Dinâmica	17	Outros Métodos	35
Enumeração	13	Teoria de filas	32
Evolução	4	Cobertura de Conjunto	58
Sistemas especialistas	15	Particionamento de Conjunto	72
Algoritmos Genéticos	28	Busca Local Simples	39
Programação por metas	19	Arrefecimento simulado	20
Programação Inteira	139	Simulação	31
Construção Aleatória Iterativa	5	Busca Tabu	16

Fonte: Ernst *et al.* (2004a).

2.1.3 PEP no setor de transporte

Em Sistemas de Transporte existe uma variante do PEP designada Problema de Escalonamento de Tripulações (*Crew Scheduling Problem*), pois o principal objeto do escalonamento são as tripulações. O objetivo deste problema é determinar uma sequência ótima, distribuindo

Tabela 2 – Técnicas de solução aplicadas ao PEF.

Método de Solução	Quantidade	Método de Solução	Quantidade
Programação Linear	14	Heurística Construtiva	42
Programação por Metas	9	Heurística de Melhoria	0
Programação Inteira	45	Arrefecimento simulado	8
Programação Inteira Mista	60	Busca Tabu	24
Geração de Coluna	11	Algoritmos Genéticos	27
<i>Branch-and-Price</i>	19	Outras Designações	85
Programação Dinâmica	3	Simulação	32
Relaxação Lagrangeana	2	Programação por Restrições	15
Teoria de Filas	11		

Fonte: Bergh *et al.* (2013).

equitativamente a carga de trabalho sobre a tripulação dado um conjunto de tarefas em escalas de trabalho, satisfazendo restrições operacionais definidas pela companhia e pelo contrato de trabalho Caprara *et al.* (1998).

Uma das maiores motivações para o estudo de problemas na área de transportes, especialmente rodoviários, é a sinistralidade, originada entre 15% - 20% pela fadiga dos tripulantes, (GOEL; VIDAL, 2014). Segundo os autores, se empresas tivessem um monitoramento melhor das tripulações, por intermédio de ferramentas de auxílio a tomada de decisão, estas estatísticas podiam ser significativamente melhoradas. Outra forte motivação para o estudo do Escalonamento de Tripulações, mas no setor de transportes aéreos, é que a componente designação de tarefas é a segunda mais custosa atividade operacional a seguir a gastos com combustível, (ANDERSSON *et al.*, 1998). Para Gopalakrishnan e Johnson (2005), embora haja desafios à comunidade de pesquisa operacional na resolução desta classe de problemas, simultaneamente há avanços na resolução dos mesmos à otimalidade, muito por conta do desenvolvimento das técnicas algorítmicas e heurísticas para resolver problemas de programação inteira bem como o grande avanço tecnológico que permite que computadores possam executar em menos tempo cálculos que outrora eram demorados ou impraticáveis.

Nesta área, destaca-se a revisão de Arabeyre *et al.* (1969), que fazem o levantamento de abordagens de solução usadas por companhias aéreas para resolver o Escalonamento de Tripulações de Vão (*Crew Scheduling*). Das abordagens levantadas, maior parte é baseada em Programação Inteira em que as matrizes de coeficientes têm uma estrutura especial.

Anbil, Tanga e Johnson (1992) apresentam as componentes do Problema de Emparelhamento de Tripulações (*Crew Pairing Problem*), revêm uma série de métodos elegíveis para tratamento do problema e aplicam um para a resolução do problema. Nesta obra, consideram que o processo de Emparelhamento de Tripulações divide-se em: Criação de Escalas, etapa em que as escalas são planejadas; Escalonamento da Frota, etapa em que as aeronaves são escalonadas; Emparelhamento de tripulação, etapa em que as tripulações são disponibilizadas para alocação

às aeronaves e; Escalonamento, em que os tripulantes são alocados às aeronaves. Cada uma das etapas do problema é formulada como um problema de Programação Inteira. A solução proposta combina soluções de relaxações lineares do problema original, geração de colunas e um método de ramificação especializado para o problema.

Andersson *et al.* (1998) fazem uma revisão resumida do *Crew Pairing Problem*, sintetizam os métodos de resolução usados e apresentam uma ferramenta de auxílio à tomada de decisão largamente usada em companhias aéreas europeias, *CARMEN*. O *CARMEN* é um sistema de construção de emparelhamento de tripulações usado em muitas companhias aéreas, este sistema pertence à *jeppesen*, uma companhia que se dedica a prestação de serviços de navegação, gestão de operações e otimização. Para mais sobre esta companhia, aconselha-se ao leitor a apreciação do portal *jeppesen* (2015). O principal alvo de estudo foi o sistema *CARMEN* e as características que fizeram deste um sistema de apoio a tomada de decisão para emparelhamento de tripulações de sucesso na Europa. As conclusões tiradas são que a integração do escalonamento manual e automático, a alta qualidade de obtenção de escalas otimizadas proporcionadas pelo *CARMEN* são a razão do seu sucesso e contínuo melhoria para aplicação.

Gopalakrishnan e Johnson (2005) fazem uma revisão sobre diferentes abordagens e métodos de resolução em Problemas de Escalonamento de Tripulações de Companhias Aéreas (*Airline Crew Scheduling*). O escalonamento em companhias aéreas comporta cinco etapas de planejamento, a saber: escalonamento de vôos, alocação das frotas, roteamento de aeronaves, emparelhamento de tripulações e escalonamento. Nesta obra são ainda apresentadas as metodologias de solução mais bem sucedidas aplicadas na literatura, entre as quais Emparelhamento de Viagens para Escalonamento de Tripulações de Companhias Aéreas (*Trip Pairing for Airline Crew Scheduling*), Programação Linear, Programação Inteira e Paralelização.

Caprara *et al.* (1998) fazem uma apreciação sobre o Problema de Rodízio de Tripulações (*Crew Rostering Problem*) em ferrovias. Para ferrovias, o objetivo é diferente do tradicional *Crew Rostering Problem*, sendo a minimização do número de tripulantes necessários para cumprir as tarefas. Para este problema propõe-se um modelo básico de Programação Inteira e descreve-se um limitante inferior lagrangeano baseado na solução do problema de designação de tarefas expresso por meio de um grafo. A informação obtida pelo cálculo do limitante inferior é usada para auxiliar um método para encontrar uma solução mais aproximada a do problema. Os resultados com instâncias reais foram obtidos em tempo computacional bem curto, com diferenças entre os limitantes superior e inferior bem pequenas.

Alfares (2004) faz uma revisão extensiva sobre Escalonamento de Viagens de Funcionários (*Employee Tour Scheduling*), na qual apresenta e compara os métodos de resolução frequentemente usados. Apresenta também os modelos matemáticos típicos, compara os diferentes métodos de resolução e identifica as tendências de investigação. Dos métodos mais aplicados, a solução manual está em primeiro e depois métodos de Programação Inteira. O problema pode ser formulado como Problema de Cobertura, Programação por Metas ou Modelagem Implícita.

Causmaecker *et al.* (2004) fazem uma classificação de problemas decorrentes do processo de escalonamento de funcionários baseada no modo em que companhias, consultadas para o estudo, elaboram seus escalonamentos. As companhias são de diversos setores de negócio entre serviços de saúde, armazéns e distribuidoras de equipamentos, serviços de segurança e emergências, agências de recrutamento de emprego, centro de tele-atendimento, entre outras. Embora a amostra não seja suficiente para apreciações quantitativas, a informação é um ponto de partida para apreciação qualitativa dos PEP. Ao longo do estudo, foram se caracterizando os problemas de modo que futuramente se possa construir ou deduzir modelos para sua resolução. Após o estudo, pode-se constatar que maior parte das companhias ainda processam o escalonamento de funcionários de modo manual, inclusive há reporte de alguns casos de companhias que o fazem com auxílio de planilhas.

A possibilidade de integração de escalonamento de tripulações e roteamento de aeronaves é uma forte motivação para o contínuo estudo de *Staff Scheduling* no setor de transportes com vista a obter soluções unificadas para estes dois problemas. Weide (2009) formula estes problemas em um modelo integrado. O modelo proposto gera solução para os dois problemas, onde a função objetivo é a soma das penalizações e do grau de robustez. Nesta obra propõe-se o uso da decomposição de Dantzig-Wolfe (DANTZIG; WOLFE, 1960), sendo que ambos os problemas são usados como subproblemas e com as restrições de ligação usadas como problema mestre.

A Tabela 3 apresenta a tendência de exploração das diferentes áreas de aplicação. Fazendo uma análise global, o setor de transportes é o mais abordado, seguido pelo setor da saúde (do qual se vai abordar uma derivação), *Call Centers*, Aplicações diversas, Linhas de Montagem, Trânsito, Hospitalidade e Turismo e os menos abordados comparativamente aos demais são claramente setor de Finanças e de Vendas.

Tabela 3 – Categorias de obras da literatura segundo as aplicações.

Aplicação	Qtd de obras da literatura	Aplicação	Qtd de obras da literatura
Ônibus	129	Serviços públicos	22
Escalonamento de enfermeiro	103	Gestão de hotelaria	19
Transporte aéreo	99	Serviços de emergência e proteção	16
Ferrovias	37	Aplicações diversas	14
Centros de Tele-atendimento	37	Sistemas de transporte	12
Geral	33	Hospitalidade e turismo	7
Linhas de montagem	29	Finanças	6
Trânsito em massa	28	Vendas	3
Sistemas de saúde	23		

Fonte: Ernst *et al.* (2004b).

2.1.4 PEP no setor da saúde

Rais e Viana (2010) fazem uma revisão de obras em pesquisa operacional aplicadas ao setor da saúde, apresentando as variedades de problemas em sistemas de saúde e os métodos de resolução mais usados para resolver estes problemas. Além de alocação de funcionários em sistemas de saúde, a distribuição de salas de cirurgia e alocação de camas ou atendimento de

pacientes são também casos de estudo pertinentes. Algumas soluções para o segundo caso de estudo podem ser encontradas em [Demeester et al. \(2010\)](#), [Ceschia e Schaerf \(2011\)](#), [Ceschia e Schaerf \(2012\)](#) e [Sauré et al. \(2012\)](#).

[Demeester et al. \(2010\)](#) propõem uma solução baseada em Busca Tabu híbrida para resolução do problema de alocação de pacientes à camas de hospital. Além desta solução, um modelo de Programação Inteira é usado para resolver o problema e no final, as soluções geradas pela resolução do modelo e pela Busca Tabu híbrida são comparadas de modo a apurar sua viabilidade. A primeira solução factível usando Programação Inteira foi encontrada após 13350 segundos de cálculo. Após uma semana de cálculos nenhuma solução ótima foi encontrada. A Busca Tabu obtém mais soluções factíveis em menos tempo comparativamente as soluções do modelo de Programação Inteira.

[Ceschia e Schaerf \(2011\)](#) propõem o uso de Busca Local para o Problema de Admissão de Pacientes usando um multi-*Variable Local Search* com alterações no operador de vizinhança para testar a eficácia sobre diferentes conjuntos de variáveis de custo da função objetivo. Nesta obra, é aplicado um modelo de programação matemática que fornece limitantes inferiores do problema relaxado a uma heurística de busca local em multi-vizinhança e os resultados são melhores que os obtidos por [Demeester et al. \(2010\)](#), que usa o mesmo modelo.

Em continuação a esta obra, [Ceschia e Schaerf \(2012\)](#) estendem o problema, considerando algumas características do mundo real, como imprevisibilidade da duração de internação do paciente, presença de pacientes em emergência e possibilidade de atendimento atrasado. Uma metaheurística baseada em Arrefecimento Simulado e uma estrutura de vizinhança complexa foram usadas para resolver dois cenários, estocástico e determinístico. Os resultados obtidos pela metaheurística são de qualidade tal, equiparável a de um modelo matemático e deste modo a metaheurística revelou-se alternativa válida para resolução de problemas no setor de saúde que envolvam estocasticidade.

Além do problema de alocação de médicos e enfermeiros, problemas como elaboração de escalas de cirurgia têm sido também objeto de estudo no setor da saúde. Modelos para construção de escalas cíclicas para salas de cirurgia com ocupação de camas são propostos e avaliados por [Belien e Demeulemeester \(2007\)](#).

[C e Iyer \(2013\)](#) elaboram uma revisão sobre aplicação de teoria de filas em serviços de saúde, apresentando entre contribuições e estatísticas, métodos de classificação para cada uma das áreas do setor da saúde, familiarizando os leitores menos esclarecidos com a área.

[Carello e Lanzarone \(2014\)](#) apresentam uma solução para o problema de alocação de enfermeiros para atendimento domiciliar. A peculiaridade a que está sujeito este tipo de problema torna-o relativamente difícil de tratar. Nesta obra desenvolvem um modelo de problema de alocação robusto tratável por meio da programação matemática. O modelo usado é *a posteriori* testado usando casos reais de serviços de atendimento domiciliar na Itália com o objetivo de

verificar a redução de custo de contratação de horas-extra de enfermeiros.

Peng, Qu e Shi (2014) apresentam em alternativa ao estudo Escalonamento de Sistemas Abertos, o estudo de modelos para problemas que consideram pacientes de atendimento imediato. Para solução deste problema propõem uma heurística baseada em *Discrete Event Simulation* e Algoritmos Genéticos (DES-AG) de modo a encontrar um escalonamento de boa qualidade. A solução controla escalonamentos de pacientes de atendimento imediato e de clientes que fizeram marcação de consulta, minimizando o custo médio de admissão para acesso aberto. O custo médio é medido pela soma dos tempos de espera dos pacientes, tempo de latência dos serviços e hora-extra prestada pelo hospital.

A Hospitalidade e Turismo é uma área pouco explorada comparativamente as demais. Ernst *et al.* (2004b) abordam em sua revisão, o escalonamento de pessoal no setor de Hospitalidade. Após esta obra, Rocha, Oliveira e Carravilla (2012) apresentam um estudo para a introdução, entendimento e exploração do potencial que esta área tem no domínio de PEP.

Além de estudos, conferências para apresentação de soluções de *Staff Scheduling* e *scheduling* em geral têm sido feitas, como é o caso de Multidisciplinary International Scheduling Conference (MISTA), The International Series of Conferences on the Practice and Theory of Automated Timetabling (PATAT), ambas de frequência bienal, em anos ímpar e par, respectivamente. Para mais informações sobre estas duas conferências, consultar os sites em MISTA (2012) e PATAT (2015). Particularmente para o setor de transportes, há conferências a fim de promover soluções, como é o caso de European Association for Research in Transportation (hEART) e Airline Group of the International Federation of Operations Research (AGIFORS), com frequência anual. Para mais informações sobre estas duas conferências, consultar os sites em Bierlaire (2015) e Forte (2014).

2.1.4.1 Problema de Escalonamento de Enfermeiros (PEE)

Por analogia com o PEP, do qual este deriva, pode se definir PEE como processo de planejamento de horários de trabalho de enfermeiros, respeitando regras laborais, contratuais e preferências da classe de enfermeiros. A alocação de enfermeiros pode ser integrada à alocação de salas de cirurgia ou não. Há alguns casos de estudo que envolvem esta componente, como é o caso de Belien e Demeulemeester (2008). O fato de enfermeiros estarem em maior número no quadro de funcionários dos serviços de saúde comparativamente aos médicos e geralmente estarem vinculado aos hospitais, urge o tratamento do PEE para esta classe Beaulieu *et al.* (2000) e Puente *et al.* (2009).

O escalonamento é uma tarefa que pode ocorrer com frequência mensal, trimestral ou anual e esta tarefa quando bem executada tem efeitos positivos na estruturação do trabalho e consequente produtividade, o que acrescenta qualidade aos serviços prestados pelo hospital. Maior parte dos estudos sobre PEE consideram-no um problema multiobjetivo pois consiste em maximizar a satisfação das preferências pessoais e minimizar o custo de alocação (contratação).

Porque em sistemas de saúde não pode haver falta de enfermeiros, o processo de escalonamento divide-se em duas etapas. Primeiro é gerado um escalonamento em que se satisfaça as regras contratuais minimizando a escassez e excessos de pessoal. A escassez é em seguida suprida usando enfermeiros contratados a tempo parcial ou mesmo recorrendo à horas extra de alguns enfermeiros experientes (BEAULIEU *et al.*, 2000).

Soluções para automatizar o processo de construção de escalas têm sido aplicadas entre revisões extensivas à propostas de solução. Cheang *et al.* (2003) fazem uma revisão de obras sobre PEE motivado pela contínua necessidade de hospitais construírem escalas de serviço para seus enfermeiros. Esta revisão apresenta modelos e métodos usados para resolver o PEE. Os autores apresentam a modelagem do PEE consoante as representações seguintes: o *nurse-day view*, *nurse-task view* e *nurse-shift pattern*.

O *nurse-day view* é uma representação bi-dimensional que possui a relação entre os enfermeiros e os dias de trabalho destes no horizonte de planeamento, podendo também se representar tri-dimensionalmente, assim relacionando enfermeiros, dias de trabalho e turno de dia de trabalho. Por sua vez, o *nurse-task view*, que semelhante ao anterior consiste em uma representação bi-dimensional, consiste na relação entre os enfermeiros e tarefas no período de escalonamento. Finalmente, o *nurse-shift pattern* é uma representação também bi-dimensional que contém a relação entre os enfermeiros e padrões de turno. Esta variante é elegível para situações em que enfermeiros têm preferências sobre alguns padrões de turno, por exemplo, enfermeiros com contrato a tempo parcial têm preferência por fazer menor número de horas possível além do estipulado, nesse caso, existe um conjunto de padrões de horários factíveis para esses enfermeiros e a sua alocação será mediante estes padrões.

Para resolução deste problema, com estas variantes de representação, recorre-se majoritariamente à Programação Matemática, Heurísticas como métodos de resolução.

Além destas apreciações, são apresentadas as principais características consideradas no problema, a saber: carga de trabalho, dias ou turnos consecutivos de trabalho, preferências dos enfermeiros, quantidade consecutiva de dias de folga, quantidade de folgas entre os turnos, quantidade de alocações em determinado turno, finais de semana de trabalho e demanda de diferentes categorias de enfermeiros.

Burke *et al.* (2004) fazem uma das revisões mais importantes na literatura sobre PEE, apresentando os métodos de resolução aplicados e a viabilidade da expansão dos métodos de resolução para outras áreas de aplicação.

Diversas são as abordagens de solução também usadas para tratar o PEE, entre metaheurísticas e métodos exatos. Uma solução baseada em geração de colunas com recurso ao problema de caminho mais curto para resolver o PEE foi proposta por Jaumard, Semet e Vovor (1998). Nesta abordagem, o problema mestre minimiza o desvio da soma dos custos de salário, priorizando as preferências dos enfermeiros e equilíbrio de alocação de enfermeiros mais e

menos experientes, respeitando restrições de atendimento de demanda.

Dohn e Mason (2013) também propõem para o PEE uma abordagem baseada em geração de colunas. O problema proposto tem a forma de problema de cobertura generalizado, permitindo assim adequá-lo às diversas formas que o problema possa ter. Cada coluna corresponde a uma possível alocação de funcionário, enquanto que cada linha corresponde a restrição de demanda. O problema mestre combina as alocações de modo a satisfazer a demanda, enquanto que o subproblema deve gerar alocações. A abordagem foi aplicada a três PEE reais, sendo um caso de um hospital Nova Zelândia e em dois hospitais na Dinamarca. Nas três instâncias as soluções factíveis obtidas eram de boa qualidade e estas foram obtidas dentro de 15 minutos e em duas das instâncias foram obtidas soluções ótimas.

Constantino *et al.* (2014) tratam da geração de escalonamentos de trabalho de enfermeiros considerando preferências de turnos e outros pedidos. O objetivo é a maximização da satisfação das preferências dos enfermeiros, minimizando a violação das restrições fracas. É aplicada uma nova heurística determinística baseada na resolução sucessiva do problema de escalonamento designada multi-assignment problem-based algorithm (MAPA). Os resultados obtidos revelam que do MAPA obtêm-se mais soluções factíveis em comparação aos outros métodos aplicados na literatura, o que faz desta técnica robusta e eficiente.

Existe uma tendência na literatura em resolver problemas combinados, assim obtendo-se soluções unificadas para diversos problemas que se podem encontrar nos hospitais. A alocação de salas de cirurgia e enfermeiros é uma questão que mereceu atenção em algumas obras da literatura.

Belien e Demeulemeester (2008) propõem uma solução baseada em *Branch-and-Price* para resolver a alocação integrada de enfermeiras e de salas de cirurgia. Nesta obra aplica-se o método de geração de colunas sobre dois modelos de Programação Matemática, um simples e um genérico, considerando restrições de atendimento de demanda de enfermeiros para o primeiro e para o segundo, além das restrições de demanda, a disponibilidade da sala de cirurgia. Após a aplicação do método e obtenção das soluções, chega-se à conclusão que o tratamento do problema integrado é lucrativo em relação ao tratamento de cada um dos problemas isolados. Os problemas foram resolvidos em tempo computacional aceitável, sendo o tempo de execução da modelagem genérica para o problema superou ao da modelagem simples.

Além de abordagens baseadas em métodos exatos, existem outras baseadas em heurísticas como referido por Cheang *et al.* (2003). Soluções baseadas em Algoritmos Genéticos (AG), Busca Tabu e *Variable Neighbourhood Search* foram propostas para tratar PEE, por Aickelin e Dowsland (2004), Dowsland (1998) e Burke *et al.* (2008) respetivamente. Estudos sobre este problema têm sido relevantes para o avanço das técnicas usadas, exemplo de Aickelin e Dowsland (2008) que aplicam AG e apreciam ainda que características estes devem ter a fim de resolver modalidades mais genéricas do PEE.

2.1.4.2 Problema de Escalonamento de Médicos (PEM)

O PEM consiste em atribuir tarefas, geralmente consideradas cobertura de turnos, a médicos num horizonte de planejamento respeitando regras laborais, contratuais e de preferências pessoais de modo a satisfazer a demanda de serviços do hospital. Sua definição não se distancia da definição do PEE, podendo se definir também como: processo de planejamento de horários de trabalho de médicos, respeitando regras laborais, contratuais e preferências da classe de médicos.

Rousseau, Pesant e Gendreau (2002) consideram o PEM, um problema de programação inteira combinatória difícil de resolver, sendo que em algumas situações obtêm-se soluções factíveis que respeitem restrições de demanda e cobertura, contudo difícil de obter soluções factíveis quando se pretende combinar também preferências pessoais. Para tratar facilmente o problema em estudo, adotam-se restrições genéricas, como satisfação de demanda, e assim resolve-se a uma considerável porção de instâncias do PEM presentes na literatura ou a aplicar. Para resolução do problema, propõe-se um método híbrido usando um modelo de Programação por Restrições e técnicas de Busca Local complementando com alguns parâmetros dos AGs. Para resolver o modelo de Programação por Restrições, recorre-se à uma procura pelo *Branch and Bound*. Geradas as soluções pelo método de Programação por Restrições, notou-se que algumas eram de muito má qualidade e outras de boa. Para melhorar estas soluções de má qualidade optou-se por combinar as soluções de má e as de boa qualidade, o que melhorou significativamente a qualidade.

Segundo Belien e Demeulemeester (2006), o maior impasse em trabalhar com os PEM usando Programação Inteira está no tempo de cálculo para resolver maior parte das instâncias ou mesmo obter soluções factíveis. Uma das obras mais referenciadas no uso da programação inteira para resolver o PEM é Beaulieu *et al.* (2000), em que a aplicam para alocação de médicos em salas de emergência e o resolve usando *Branch and Bound*. Anteriormente à proposta, o processo de construção de escalas no hospital considerado era executado manualmente. Nesta obra, considerando uma instância real, esta abordagem gera escalonamentos melhores que os obtidos pelo método manual. A satisfação das regras impostas à criação dos escalonamentos é maior usando o modelo matemático comparativamente ao método manual.

Ainda em relação a escalonamento de médicos em salas de emergência, Topaloglu (2006) foi pioneira no estudo da componente que envolve somente médicos residentes e propôs a resolução de um modelo de programação por metas. O problema é descrito como complexo devido ao elevado número de regras a satisfazer. O objetivo do problema é minimizar a violação das restrições fracas do problema, que são pesadas por meio do processo analítico hierárquico. Comparativamente ao método aplicado no hospital, o método de resolução proposto satisfaz de forma mais eficaz às restrições fracas. Em vista disso, propõe-se a partir desta obra mais estudos usando a abordagem de solução proposta, para trabalhos relacionados.

Gendreau *et al.* (2007) dão sequência à obras sobre PEM em salas de emergência,

propondo um modelo genérico baseado nas características de cinco hospitais canadenses e em seguida revêem algumas técnicas e sua aplicabilidade. As técnicas são baseadas em Busca Tabu, Geração de coluna, Programação Matemática e Programação por Restrições e não se pode apurar qual melhor resolveria o problema pois não havia instância da literatura como base. Além da alocação de médicos residentes, também se fez estudos sobre médicos estagiários.

A diferença entre os médicos residentes e estagiários está no tempo de experiência, em regra geral, médicos residentes têm mais de cinco anos de experiência e os estagiários estão no final do curso de medicina ou têm menos que cinco anos. Este problema caracteriza-se pela satisfação de restrições de cobertura de demanda, formação, disponibilidade e de contratação. [Belien e Demeulemeester \(2006\)](#) propõem a aplicação do método *Branch and Bound* sobre o modelo matemático para resolução deste problema à otimalidade. Para estudo foi considerado um Hospital Universitário Belga.

[Topaloglu \(2009\)](#) faz também o estudo de PEM considerando vários níveis de experiência de médicos. Este problema possui muitas restrições e algumas conflitantes entre si e propõe-se para a sua resolução, um modelo multi-objetivo. O modelo foi implementado para o caso de Departamento Hospitalar de Pneumologia na Turquia e os resultados observados foram melhores comparativamente aos obtidos por meio do escalonamento manual e são obtidos em segundos.

Aplicações sobre escalonamentos cíclicos de médicos podem ser observadas [Ferrand et al. \(2011\)](#), [Puente et al. \(2009\)](#), [Belien e Demeulemeester \(2007\)](#).

[Ferrand et al. \(2011\)](#) propõem a resolução do PEM em Departamento de Emergência de um Hospital em Cincinnati (EUA) baseado em programação inteira para obter escalas cíclicas para o período de um ano. A motivação para o estudo do problema de escalonamento prendeu-se à existência de escalonamentos irregulares devido ao universo de regras contratuais, de preferência pessoal, legais e de operação a satisfazer. A partir dos escalonamentos cíclicos criados pode-se incluir períodos de folga, férias e alocação de turnos de trabalho. O modelo foi também inspirado em Programação por Metas, em que tanto às restrições fortes e às fracas acrescentou-se uma variável auxiliar que mede o desvio da satisfação. As restrições legais e contratuais, consideradas fortes, devem ser obrigatoriamente satisfeitas enquanto que as fracas podem ser violadas. As restrições de preferência pessoal são consideradas tanto fracas quanto fortes dependendo da ênfase dada pelo grupo de médicos para cada uma das preferências. O objetivo é minimizar a soma das violações das restrições fracas.

[Puente et al. \(2009\)](#) propõem a resolução do PEM em Departamento de Emergência de um Hospital na Espanha baseado em AG é com vista a obter escalas cíclicas, para períodos que variam de seis meses a um ano. A motivação para o estudo do problema prendeu-se ao crescimento do pessoal no setor da saúde na Espanha. Uma peculiaridade a considerar na construção de escalonamentos é a organização combinada com cobertura de turnos e plantões. As restrições legais e contratuais devem ser obrigatoriamente atendidas, enquanto as ergonômicas e de preferência pessoal podem ser violadas. A relação das restrições fortes e fracas é o ponto

inicial, pois depois desta, é aplicado uma heurística de construção de escalonamentos acoplado ao AG para definir a solução factível inicial que será tratada por meio do AG. O objetivo é gerar escalonamentos que satisfaçam as restrições fortes, procurando atender ao máximo as restrições fracas. A partir da solução inicial factível, o AG obtém novas soluções factíveis graças a um operador de cruzamento específico, que usa períodos completos da semana para simular a porção do cromossomo a cruzar. Ao atingir as soluções de boa qualidade, os resultados obtidos são discutidos em função do grau de satisfação das restrições.

2.1.4.3 Problema de Escalonamento de Médicos vs Problema de Escalonamento de Enfermeiros

Para vários casos, dependendo do departamento em que será aplicado, a formulação usada para o Problema de escalonamento de Médicos pode ser a mesma para o Problema de Escalonamento de Enfermeiros, contudo é importante destacar os pontos de diferença e de semelhança entre ambos. Aspectos a considerar na comparação destes dois problemas são: turnos, regulamentações contratuais, objetivo do problema e restrições.

Para alguns hospitais do Brasil, pode se constatar que os enfermeiros são contratados pelos hospitais, enquanto que os médicos fazem parte de um sindicato de médicos, aos quais os hospitais recorrem, este caso se dá se o hospital não for um hospital escola. Caso contrário o hospital recruta efetivo médico em regimes de contrato integral e parcial.

De entrevistas feitas e também de [Carter e Lapierre \(2001\)](#) reporta-se que no PEE as regras laborais são formais entre os enfermeiros e a entidade hospitalar, enquanto que no PEM as regras para médicos não são formalizadas. Tomando como exemplo as folgas de um enfermeiro, o hospital pode trabalhar com uma quantidade baixa de efetivo de enfermeiros. Enquanto que para o caso de médicos, entre os médicos existentes, pode-se fazer um pré-acordo para o período indicado de modo que um cubra o turno de outro e assim noutra altura haja uma compensação, seja financeira ou de cobertura em caso de folga.

Além das regulamentações contratuais, um aspecto que carece destaque é o objetivo de cada um dos problemas. Segundo [Beaulieu et al. \(2000\)](#), o objetivo no PEM é majoritariamente maximizar a satisfação das preferências pessoais, diferentemente do PEE, que consiste em além de maximizar preferências pessoais, minimizar custo de salário. [Jaumard, Semet e Vovor \(1998\)](#) é um exemplo de consideração multiobjetivo no PEE, sendo no seu caso minimizar o custo de salário e maximizar a qualidade de atendimento de serviço, satisfazendo a demanda. E para o PEM [Carter e Lapierre \(2001\)](#) consideram um problema mono-objetivo que é minimização do custo de alocação de médicos.

Por fim, importa destacar as restrições consideradas em cada um dos problemas. [Burke et al. \(2004\)](#) dividem as restrições do PEE em duas categorias: satisfação de demanda e restrições temporais (relacionadas a preferências pessoais, equilíbrio de horas de trabalho e de turno). [Gendreau et al. \(2007\)](#) por sua vez, considera as restrições do PEM divididas em quatro categorias: satisfação de demanda, carga de trabalho, ergonômicas e restrições de equilíbrio. É necessário

constatar que as restrições consideradas temporais no PEE incluem as consideradas restrições de equilíbrio no PEM, assim podendo-se notar a inclusão de mesmo conjunto de restrições para os dois problemas.

Em resumo, semelhanças entre estes dois tipos de problemas verificam-se no tipo de escalonamento e nas restrições de factibilidade. Em regra geral, ambos os problemas possuem escalonamento acíclico, de modo que possa abrigar maior parte dos funcionários, sejam enfermeiros ou médicos, com maior facilidade. Quanto às restrições de factibilidade, as comuns entre os dois problemas são: demanda e suprimento, não sobrecarga de trabalho e restrições de folgas e férias.

DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Neste capítulo é feita uma descrição do PEM, apresentando suas características e duas propostas de modelagem. Ao longo deste capítulo algumas características do problema são apresentadas e ilustradas por meio de figuras. Na Seção 3.1 define-se o problema e suas peculiaridades. A Seção 3.2 debruça-se sobre o PEM conjecturando ponderação, apresentado na Subseção 3.2.1 e em seguida uma extensão, considerando escalas mais equilibradas na Subseção 3.2.2. A conjectura de escalas equilibradas tem todas as características da primeira e a estas acrescentou-se mais um conjunto de restrições e foi alterado o objetivo, ao que se designou modelo *min-max*.

3.1 Descrição do Problema

3.1.1 Características Gerais

O Escalonamento de Funcionários (EF), de modo geral, requer a alocação de pessoal qualificado à medida das necessidades de demanda de serviço, respeitando regras sindicais ou de preferências pessoais, contratuais ou organizacionais e legais (TOPALOGU, 2009). Particularmente, o processo de criação de escalas de serviço de médicos é uma tarefa tediosa e complexa quando não se usam recursos computacionais. Tediosa porque pode demandar dias ou mesmo semanas na obtenção de uma solução factível.

Um escalonamento factível de boa qualidade para este problema caracteriza-se pela plena satisfação das regras sindicais, caso o contrato seja com um sindicato, ou de preferências pessoais, organizacionais e legais consideradas invioláveis. De outro lado, este problema considera-se complexo devido aos conflitos existentes entre estas regras (TOPALOGU, 2009).

Segundo Puente *et al.* (2009), o processo de elaboração de escalas médicas é geralmente executado por um perito da área, em regra geral, um médico sênior. O encarregado precisa antecipadamente de informações relativas às preferências dos médicos, designadamente: a

relação de dias de folga, férias e turnos preferidos. Nas vésperas do início do novo horizonte de planejamento, cada médico do efetivo submete suas preferências de folgas, férias, turnos preferenciais ou não, número de horas a trabalhar em cada mês, entre outras. Além destes quesitos, o processo do escalonamento considera a demanda de médicos a atender ao serviço, o tipo de contrato, nível de experiência do médico, horas de trabalho e periodicidade de turnos.

Quanto à demanda, a alocação de médicos em pronto socorro considera os médicos que vão atender *em porta*, isto é, médicos que estão no hospital e também considera médicos disponíveis a atender nesse dia, que podem não estar no hospital. No segundo caso é requisitada presença caso haja casos mais graves ou situações de substituição de médico. Para tratar essas situações pode ser considerada assim variando a demanda de médicos entre valores mínimos e máximos designados para atender ao serviço em um determinado dia.

Quanto ao tipo de contrato, os médicos podem ser contratados em regime integral ou parcial. Para o caso do Brasil, o regime de contrato integral é aquele cuja duração é de 40 horas semanais podendo se cumprir horas extraordinárias, enquanto que o regime de contrato a tempo parcial é aquele cuja duração não exceda a 25 horas semanais e não se possa prestar horas extras. No documento disponível no portal [Planalto \(2001\)](#), informações sobre leis trabalhistas no Brasil podem ser obtidas.

Outro fator determinante na elaboração do escalonamento é o nível de experiência, pois auxilia a alocação de um médico com determinado grau de experiência à uma determinada tarefa. Quanto ao nível de experiência um médico pode ser residente ou sênior. Médicos residentes têm entre 2 a 4 anos de experiência e médicos sêniores têm no mínimo 5 anos de experiência, conforme o portal [MÉDICA \(2005\)](#). Médicos com contrato a tempo integral e maior grau de experiência têm, majoritariamente, preferências atendidas em primeiro em relação aos com menor grau de experiência e contrato temporário. O grau de experiência é um fator importante para cobertura de turnos, como exemplo, turnos de final de semana ou feriados devem ter uma determinada quantidade de médicos sêniores a fim de proporcionar serviços de qualidade.

Há também situações em que médicos com contrato temporário são elegíveis para trabalhar em dias ou turnos específicos devido a demanda de atendimento de serviço e grau de qualidade exigido para aquela tarefa naquele dia. Por exemplo, médicos com contrato temporário são preferencialmente elegíveis para trabalhar somente nos plantões semanais e de finais de semana, devido às horas que deve cumprir no contrato estabelecido. Por outro lado, nos turnos comuns de dias de semana pelo menos 1 médico deve ser médico sênior ou com contrato a tempo integral para garantir melhor qualidade de serviço.

Baseando no caso de estudo de cinco hospitais, [Gendreau et al. \(2007\)](#) definem as principais restrições do problema de escalonamento de médicos, a saber:

- **Restrições de demanda e suprimento.** Este grupo de restrições visa garantir que assistência mínima seja satisfeita para manter um nível de trabalho de boa qualidade em cada

turno de cada dia do horizonte de planejamento;

- **Restrições de carga de trabalho.** Este grupo de restrições lida com o número de horas trabalhadas pelos médicos durante o período de planejamento. Visa garantir não sobrecarga dos médicos, evitando erros decorrentes do cansaço de muitas horas de trabalho, além de afetar a moral e o ciclo circadiano ¹ dos médicos;
- **Restrições de equilíbrio.** Este grupo visa garantir uma distribuição balanceada dos turnos de trabalho entre os médicos com mesmo nível de experiência;
- **Restrições ergonômicas.** Este grupo de restrições visa garantir alocações eficientes e cômodas aos médicos, permitindo por exemplo que se minimize número de noites trabalhadas, alocar no máximo um turno diurno no dia anterior ao da alocação noturna, entre outras;

3.1.2 O Problema em estudo

Neste trabalho propõe-se o estudo, baseado em trabalhos na literatura, do problema de determinação de escalas de médicos em departamentos de emergência.

O hospital em consideração presta serviços de cirurgia, ortopedia, pediatria, ginecologia e obstetrícia, cardiologia, neurocirurgia, nefrologia, anestesiologia, endocrinologia, estomatologia, oncologia, emergências, urologia, oftalmologia e otorrinolaringologia.

Destes departamentos importa considerar o de emergências (pronto socorro), que opera 24 horas por dia ininterruptamente com turnos de manhã, tarde, noite e plantões semanais e plantões de finais de semana ou de feriados. No departamento de emergências considera-se que há necessidade de um número de médicos com nível maior de experiência, assim garantindo serviço de qualidade. As manhãs e tardes têm duração de 7 horas cada e estão compreendidas entre 7:00 e 14:00 e 14:00 e 21:00, respectivamente. As noites têm duração mais longa, comparativamente aos outros turnos do dia, estendendo-se das 21:00 às 7:00. Além destes turnos existem plantões semanais, de finais de semana e de feriados. Os plantões têm duração de 12 horas cada. O primeiro com início às 7:00 horas e fim às 19:00 horas e o segundo com início às 19:00 e fim às 7:00 horas. Aos feriados e finais de semana somente se considera alocação aos plantões. Os turnos de trabalho e sua duração serão apresentados na Tabela 4.

Ao se elaborar a escala para períodos longos o responsável considera sempre uma fração do horizonte de planejamento anterior, assim tendo melhor noção dos reajustes a fazer e melhor distribuição da carga de trabalho de cada médico. Para o problema em estudo não foi feita esta consideração. Na confecção das escalas são tomadas em conta as características seguintes:

¹ Ciclo Circadiano é responsável pelo controle do biológico humano, com influência sobre o metabolismo, sono, renovação celular e o controle da temperatura do organismo.

Tabela 4 – Turnos do hospital em consideração

Tipo de Turno	Sigla do Turno	Designação	Extensão do Turno
Turno de Semana Laboral	M	Manhã	7:00 - 14:00
	T	Tarde	14:00 - 21:00
	N	Noite	21:00 - 7:00
	P1	Plantão Diurno Semanal	7:00 - 19:00
	P2	Plantão Noturno Semanal	19:00 - 7:00
Turno de Final de Semana/Feriado	F1	Plantão Diurno de Final de Semana	7:00 - 19:00, com início no sábado ou no dia de feriado
	F2	Plantão Noturno de Final de Semana	19:00 - 7:00

- **A Demanda:** Deve ser cumprida a demanda de atendimento, variando entre um valor mínimo e máximo de médicos designados para atender ao serviço num determinado dia e determinado turno.
- **Não sobrecarga:** Os médicos alocados para satisfazer a demanda, devem cumprir somente um turno por dia, assim não havendo sobrecarga de trabalho e evitando situações de estresse, baixo desempenho no posto de trabalho e consequentemente má prestação de serviço.
- **Mínimo de Turnos de Descanso:** se um médico tiver cumprido 1 turno comum do dia de semana (manhã, tarde ou noite), deve descansar pelo menos dois turnos e se tiver cumprido 1 turno de 24 horas de plantão semanal ou de feriado deve ter pelo menos 24 horas de descanso. Caso tenha cumprido 1 turno de 24 horas de plantão de final de semana, deve descansar na segunda-feira imediatamente a seguir.
- **Direito a folgas e férias:** todo o médico tem direito a férias ou folgas no período de escalonamento e estas devem ser obedecidas.
- **Consecutividade de dias de trabalho:** os médicos alocados devem cumprir um trecho máximo de dias de trabalho. A consecutividade exagerada pode resultar em estresses, tal como acontece com a sobrecarga de turnos vista anteriormente. Desse modo, se um médico trabalhar nos turnos de manhã ou tarde, pode cumprir um máximo de dias consecutivos ligeiramente maior que se trabalhar no turno da noite, pois noites são mais longas e mais pesadas para quem as cumpre.

Figura 6 – Regra de Consecutividade de manhã e tarde no trecho de 5 dias.

Func/Dias	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sab	Dom
F1	M	M	T	T			
F2		M	T	T	T		

As Figuras 6 e 7 ilustram cenários possíveis de consecutividade no trecho de 5 dias. Para a primeira, o médico pode cumprir até 5 dias consecutivos durante a semana nos turnos da manhã e tarde. No segundo cenário, o médico pode cumprir até 3 dias consecutivos de trabalho no turno noturno. As linhas em verde indicam que no intervalo de 5 dias não houve

violação da restrição. Caso contrário, uma linha vermelha é apresentada, significando que a restrição foi violada.

Figura 7 – Regra de Consecutividade noturna no trecho de 5 dias.

Func/Dias	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sab	Dom
F1	N	N	N		N		
F2		N	N	N	N		

- Alocação balanceada de turnos:** é desejável que se aloque médicos residentes ou médicos com contrato a tempo parcial em turnos plantões ou turnos noturnos, assim facilmente cobrindo as horas de trabalho mensais sem muitas alocações e equilibrando as alocações de médicos sêniores ou médicos com contrato em regime integral.
- Horas de trabalho:** deseja-se que os médicos cumpram as horas previstas para o contrato assinado. Médicos contratados a em regime integral devem cumprir 40 horas semanais e médicos contratados em regime parcial cumprem 25 horas semanais e não podem cumprir horas extra. Ao não se cumprir estas horas semanais previstas, as escalas podem abrigar equilíbrios com turnos de plantão ou noturnos. Caso haja um desvio de cumprimento de horas semanais, assume-se compensação de horas de trabalho mensais e assim sendo, um médico deve cumprir 160 ou 100 horas mensais, para integral ou parcial, respectivamente. A compensação pode ser feita mediante o cumprimento de plantões semanais, de feriado ou de final de semana.
- Cumprimento de turnos requisitados:** analogamente à requisição de folgas, o médico pode requisitar turnos preferenciais e é desejável que este cumpra o máximo de turnos requisitados, se a estes o médico for alocado.
- Alocação Noturna:** é desejável que no dia anterior ao da alocação noturna haja uma alocação no turno da manhã ou uma folga, para garantir maior comodidade ao médico.
- Distribuição balanceada de horas de trabalho, turnos normais e turnos antagônicos:** os turnos e horas requeridos são preferencialmente atribuídos a médicos com contrato a tempo integral que sejam sênior, mas é desejável que haja um balanceamento entre a alocação destes com os demais. Analogamente, é desejável que turnos antagônicos sejam atribuídos aos médicos com contrato a tempo parcial, mas haja também um balanceamento entre a alocação desta categoria de médicos e a dos médicos com contrato em regime integral.

3.2 Modelagem Proposta para o Problema

Para o problema em estudo foram propostas uma abordagem de modelagem e sua extensão. No primeiro modelo de alocação, denominado modelo de somas ponderadas, o objetivo é a minimização dos desvios das restrições flexíveis, quais serão detalhados adiante. O segundo modelo, designado *min-max*, tem como objetivo a minimização dos maiores desvios das restrições flexíveis. Este modelo, contém todas as restrições do primeiro e novos conjunto de restrições. A modelagem proposta é baseada nas desenvolvidas por [Beaulieu *et al.* \(2000\)](#), [Pécora \(2002\)](#), [Belien e Demeulemeester \(2007\)](#) e [Topaloglu \(2006\)](#).

Para este problema específico, as restrições dividem-se em 2 grupos de restrições, a saber:

Restrições Fortes

- Satisfação de demanda;
- Carga de trabalho;
- Mínimo de turnos de descanso;
- Direito a folgas e férias.
- Consecutividade de dias de trabalho;
- Horas de trabalho;
- Alocações aos Finais de Semana;

Restrições de Flexíveis

- Cumprimento de turnos requisitados;
- Distribuição balanceada de horas de trabalho;
- Distribuição mensal balanceada de turnos extraordinários;

Para o modelo *min-max*, além dos conjuntos de restrições acima:

Restrições de Flexíveis

- Máxima tolerância ao cumprimento de turnos requisitados;
- Máxima tolerância à distribuição balanceada de horas de trabalho;
- Máxima tolerância mensal balanceada de turnos extraordinários;

Os parâmetros, conjuntos, índices e as variáveis utilizadas na modelagem são apresentados a seguir.

Conjuntos e índices

I	Conjunto de médicos, $i \in \{1, \dots, I \}$;
I^{FT}	Conjunto de médicos com contrato a tempo integral, ($I^{FT} \subset I$);
I^{PT}	Conjunto de médicos com contrato a tempo parcial, ($I^{PT} \subset I$);
I^S	Conjunto de médicos sêniores, ($I^S \subset I$);
J	Conjunto de dias, $j \in \{1, \dots, J \}$. Considera-se que $ J $ é múltiplo de 28 e o primeiro dia do horizonte de planejamento é uma segunda-feira.
J_i^{HR}	Conjunto de dias de férias ou folgas requisitados pelo i -ésimo médico
J_i^R	Conjunto de dias de trabalho requisitados pelo i -ésimo médico
J_l^W	Conjunto de dias da l -ésima semana, ($J_l^W \subset J$) e $l \in \{1, \dots, J /7\}$. Para simplificação da notação, será usado J^W no lugar de J_l^W nas restrições do modelo associadas aos dias da l -ésima semana;
J_m^M	Conjunto de dias do m -ésimo mês, ($J_m^M \subset J$) e $m \in \{1, \dots, J /28\}$. Para simplificação da notação, será usado J^M no lugar de J_m^M nas restrições do modelo associadas aos dias do m -ésimo mês;
J_{im}^{RM}	Conjunto de dias requisitados pelo i -ésimo médico no m -ésimo mês.
$K(j)$	Conjunto de turnos do j -ésimo dia.
K	Conjunto de turnos no horizonte de planejamento; Para simplificação da notação, será usado K no lugar de $K(j)$ nas restrições do modelo associadas a um determinado dia. $k \in \{1, \dots, K \}$
K^M	Conjunto de turnos matutinos ($K^M \subset K$);
K^T	Conjunto de turnos vespertinos ($K^T \subset K$);
K^N	Conjunto de turnos noturnos ($K^N \subset K$);
K^D	Conjunto de plantões de dia ($K^D \subset K$);
K^E	Conjunto de plantões de noite ($K^E \subset K$);
K_i^{HR}	Conjunto de turnos requisitados pelo i -ésimo médico para períodos de férias ou folgas ($K_i^{HR} \subset K$).
K_i^R	Conjunto de turnos requisitados pelo i -ésimo médico ($K_i^R \subset K$).

Parâmetros

d_{jk}	Demanda mínima de médicos no k -ésimo turno do j -ésimo dia;
D_{jk}	Demanda máxima de médicos no k -ésimo turno do j -ésimo dia;
h_k	Horas a serem cumpridas no k -ésimo turno;
H_i	Número de horas semanais que se espera cumprir pelo i -ésimo médico;
S_{im}	Quantidade de turnos que se espera que o i -ésimo médico cumpra no m -ésimo mês.
F_{im}	Quantidade máxima de turnos requisitados que se espera cumprir nos dias do m -ésimo mês pelo i -ésimo médico;

U_{im}^D	Máximo de horas que podem ser cumpridas em plantões de dia no m -ésimo mês pelo i -ésimo médico;
U_{im}^N	Máximo de horas que podem ser cumpridas em plantões de tarde no m -ésimo mês pelo i -ésimo médico;
c	Número máximo de dias consecutivos;
α_i, β_i	penalização de violações das restrições de cumprimento de turnos extraordinários requisitados pelo i -ésimo médico, por falta e por excesso, respectivamente;
γ_i, δ_i	penalização de violações das restrições de cumprimento de horas pelo i -ésimo médico, por falta e por excesso, respectivamente;
π_i, ω_i	penalização de violações das restrições de distribuição de plantões requisitados pelo i -ésimo médico, por falta e por excesso, respectivamente;

Variáveis do Problema

x_{ijk}	Variável de alocação do i -ésimo médico no k -ésimo turno do j -ésimo dia; ($x_{ijk} = 1$, se i -ésimo médico for alocado no k -ésimo turno do j -ésimo dia; $x_{ijk} = 0$, caso contrário.);
ux_{im}	Turnos em falta do i -ésimo médico no m -ésimo mês;
vx_{im}	Turnos em excesso do i -ésimo médico no m -ésimo mês;
uk_{im}	Plantões em falta do i -ésimo médico no m -ésimo mês;
vk_{im}	Plantões em excesso do i -ésimo médico no m -ésimo mês;
uw_{il}	Horas em falta na l -ésima semana do i -ésimo médico;
vw_{il}	Horas em excesso na l -ésima semana do i -ésimo médico.

3.2.1 Modelo de alocação de somas ponderadas

Para este modelo, a função objetivo, apresentada em (3.1), consiste na minimização dos desvios das restrições de distribuição. O primeiro e segundo termos visam minimizar, respectivamente, as violações relacionadas com falta e excesso de turnos extraordinários a que o médico foi alocado. O terceiro e o quarto visam minimizar, respectivamente, as violações relacionadas com falta e excesso de horas extraordinárias trabalhadas. E por fim o quinto e o sexto visam minimizar, respectivamente, as violações relacionadas com falta e excesso de turnos comuns requisitados.

Inicialmente serão apresentadas as restrições do problema por categoria com fim de facilitar a compreensão. Vários conjuntos de restrições foram extraídos do modelo de [Beaulieu et al. \(2000\)](#) e adaptados de forma a tornar o modelo mais genérico, na descrição de cada restrição será feita referência a restrição original. Após serem apresentados os grupos de restrições, será

apresentado o modelo completo.

Função Objetivo: Soma Ponderada dos desvios às restrições de distribuição

$$\min \sum_{i \in I} \left(\sum_{m=1}^{|J|/28} \alpha_i u x_{im} + \sum_{m=1}^{|J|/28} \beta_i v x_{im} + \sum_{l=1}^{|J|/7} \gamma_i u w_{il} + \sum_{l=1}^{|J|/7} \delta_i v w_{il} + \sum_{m=1}^{|J|/28} \pi_i u k_{im} + \sum_{m=1}^{|J|/28} \omega_i v k_{im} \right) \quad (3.1)$$

Restrições Peremptórias

P1: Satisfação de Demanda

$$\sum_{i \in I} x_{ijk} \geq d_{jk} \quad j \in J, k \in K \quad (3.2)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ijk} \leq D_{jk} \quad j \in J, k \in K \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in I^S} x_{ijk} \geq 1 \quad j \in J, \quad k \in K^M \cup K^T \cup K^N \quad (3.4)$$

A satisfação de demanda mínima e máxima é garantida pelas restrições (3.2) e (3.3) para cada turno de cada dia do horizonte de planejamento. Já, o conjunto de restrições (3.4) visa garantir que pelo menos 1 médico do conjunto dos médicos sêniores seja alocado em cada turno que não de plantão, assim garantindo qualidade na prestação de serviço. Estas restrições foram adaptadas da restrição (A.1) de Beaulieu *et al.* (2000) que somente consideram que 1 médico possa ser alocado a cada turno do dia do horizonte de planejamento.

P2: Carga de Trabalho

$$\sum_{k \in K} x_{ijk} \leq 1 \quad i \in I, j \in J \quad (3.5)$$

Para que um médico cumpra somente um turno no dia de horizonte de planejamento, no conjunto de dias disponíveis, foi considerado este conjunto de restrições. Este conjunto de restrições permite que o médico não seja sobrecarregado em tarefas. Este conjunto de restrições foi extraído das restrições (A.2) de Beaulieu *et al.* (2000) e é compatível com práticas hospitalares na maior parte dos hospitais.

P3: Alocação consecutiva de turnos conflitantes

$$\sum_{k \in K^T} x_{i(j-1)k} + \sum_{k \in K^M} x_{ijk} \leq 1 \quad i \in I, j \in J \quad (3.6)$$

$$\sum_{k \in K^T} x_{i(j-1)k} + \sum_{k \in K^D} x_{ijk} \leq 1 \quad i \in I, j \in J \quad (3.7)$$

$$\sum_{k \in K^N} x_{i(j-1)k} + \sum_{k \notin K^N} x_{ijk} \leq 1 \quad i \in I, j \in J \quad (3.8)$$

$$\sum_{k \in K^E} x_{i(j-1)k} + \sum_{k \in K^M} x_{ijk} \leq 1 \quad i \in I, j \in J \quad (3.9)$$

$$\sum_{k \in K^E} x_{i(j-1)k} + \sum_{k \in K^T} x_{ijk} \leq 1 \quad i \in I, j \in J \quad (3.10)$$

$$\sum_{k \in K^E} x_{i(j-1)k} + \sum_{k \in K^N} x_{ijk} \leq 1 \quad i \in I, j \in J \quad (3.11)$$

$$\sum_{k \in K^E} x_{i(j-1)k} + \sum_{k \in K^D} x_{ijk} \leq 1 \quad i \in I, j \in J \quad (3.12)$$

O tratamento de não alocação em turnos conflitantes em dias consecutivos é feito pelas restrições (3.6) - (3.12). Em (3.6) e (3.7) tratam-se, respectivamente, a questão da alocação consecutiva de uma manhã regular e de plantão à uma tarde. Se o i -ésimo médico já tiver sido alocado na tarde do $(j-1)$ -ésimo dia, não poderá ser alocado na manhã regular ou de plantão do j -ésimo dia.

No conjunto de restrições (3.8), se o i -ésimo médico já tiver sido alocado na noite do $(j-1)$ -ésimo dia, não poderá ser alocado em qualquer turno que não o noturno no j -ésimo dia.

De modo similar ao conjunto de restrições em (3.6) e (3.7), considerou-se em (3.9), (3.10), (3.11) e (3.12), a não alocação após um plantão vespertino semanal de médicos no turno regular da manhã ou de plantão de manhã.

Isto permite que possa respeitar o número mínimo de horas de descanso. Generalizando, alocando um turno anterior no dia seguinte ao da alocação do turno superior², propicia o não cumprimento do número mínimo de horas de descanso. Além dos conjuntos de restrições em (A.3) e (A.4) considerados por Beaulieu *et al.* (2000), mais 5 foram considerados para o caso em estudo, seguindo o princípio de não sobrecarga de trabalho.

P4: Satisfação de folgas e férias

$$x_{ijk} = 0 \quad \forall i \in I, j \in J_i^{HR}, k \in K_i^{HR} \quad (3.13)$$

Para que médicos tenham direito a folgas e férias em determinado dia do conjunto de férias ou folgas requisitadas foram consideradas as restrições no conjunto (3.13).

² Considerando a sequência de turnos de um dia de semana: *Manhã, Tarde e Noite*. O turno da *Noite* é superior ao da *Tarde* que por sua vez é superior ao da *Manhã*. Isto é, um turno com predecessor na ordem dos turnos do dia considera-se superior.

Restrições Ergonômicas

E1: Limite de consecutividade de dias de trabalho

$$\sum_{f=j-c}^j \sum_{k \in K} x_{ifk} \leq c \quad i \in I, j \in J \quad (3.14)$$

As restrições em (3.14) visam garantir que um médico trabalhe um máximo de " c " dias consecutivos no horizonte de planejamento.

E2: Limite superior de horas mensais para turnos extraordinários

$$\sum_{j \in J^M} \sum_{k \in K^D} h_k x_{ijk} \leq U_{im}^D \quad i \in I, m \in \{1, \dots, |J|/28\} \quad (3.15)$$

$$\sum_{j \in J^M} \sum_{k \in K^E} h_k x_{ijk} \leq U_{im}^N \quad i \in I, m \in \{1, \dots, |J|/28\} \quad (3.16)$$

O limite máximo de horas trabalhadas em plantões cumpridos pelo i -ésimo médico no conjunto de dias do m -ésimo mês é garantido pelas restrições (3.15) e (3.16). Este conjunto de restrições foi também considerado por Beaulieu *et al.* (2000) como se pode ver no conjunto de restrições em (A.6).

E3: Alocação nos finais de semana e na segunda-feira seguinte

$$\sum_{k \in K} (x_{i(j-1)k} + x_{ijk}) \leq 1 \quad i \in I, j \in \{1, 8, \dots, |J| - 6\} \quad (3.17)$$

Dado que um médico cumpriu um turno no domingo, ele não poderá cumprir nenhum turno na segunda-feira seguinte. Esta conjunto de restrições é também considerada por Beaulieu *et al.* (2000) no conjunto de restrições em (A.13).

Restrições de Distribuição

D1: Cumprimento de turnos requisitados no mês

$$\sum_{j \in J_{im}^{RM}} \sum_{k \in K} x_{ijk} - vx_{im} + ux_{im} = F_{im} \quad i \in I^{FT}, m \in \{1, 2, \dots, |J|/28\} \quad (3.18)$$

É desejável que médicos com contrato a tempo integral cumpram os turnos requisitados. O tratamento desta restrição é feito mediante o grupo de restrições em (3.18). Considera-se que este grupo de restrições tolere desvios.

D2: Restrição de distribuição balanceada de horas semanais

$$\sum_{j \in J^W} \sum_{k \in K} h_k x_{ijk} - vw_{il} + uw_{il} = H_i \quad i \in I^{FT}, l \in \{1, \dots, |J|/7\} \quad (3.19)$$

$$\sum_{j \in J^W} \sum_{k \in K} h_k x_{ijk} + uw_{il} = H_i \quad i \in I^{PT}, l \in \{1, \dots, |J|/7\} \quad (3.20)$$

As restrições em (3.19) e (3.20) consideram horas trabalhadas por cada médico no horizonte de planeamento. Em (3.20), considera-se um desvio por excesso (horas extra) ou por falta ao número de horas trabalhadas no período, pelos médicos do conjunto de médicos com contrato em regime integral. Caso o contrato em regime parcial, considera-se somente a falta e caso não sejam cumpridas as horas de contrato, há uma penalização que se agrava à medida do não cumprimento das horas de contrato. [Beaulieu et al. \(2000\)](#) considera também este conjunto de restrições, como se pode ver em (A.28).

D3: Restrição de distribuição mensal balanceada de plantões

$$\sum_{j \in J^M} \sum_{k \in K^D \cup K^E} x_{ijk} - vk_{im} + uk_{im} = S_{im} \quad i \in I, m \in \{1, \dots, |J|/28\} \quad (3.21)$$

Uma distribuição mensal balanceada de médicos, considerando os turnos requisitados é desejável para todos os médicos. Em vista disso, criou-se o conjunto de restrições (3.21) que analogamente às restrições em (3.20), considera um desvio por excesso ou por falta. Caso a variável uk_{im} for positiva, significa que se atribuiu uma quantidade de turnos acima do desejável e caso vk_{im} seja positiva, significa que se atribuiu uma quantidade de turnos abaixo da desejável.

Domínio das Variáveis

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K \quad (3.22)$$

$$vx_{im}, ux_{im} \in \mathbb{R}_+ \quad \forall i \in I, m \in \{1, \dots, |J|/28\} \quad (3.23)$$

$$vw_{il}, uw_{il} \in \mathbb{R}_+ \quad \forall i \in I, l \in \{1, \dots, |J|/7\} \quad (3.24)$$

$$uk_{im}, vk_{im} \in \mathbb{R}_+ \quad \forall i \in I, m \in \{1, \dots, |J|/28\} \quad (3.25)$$

Em resumo, considerando as variáveis declaradas, as restrições e a função objetivo, o modelo de somas ponderadas é o considerado abaixo:

$$\min \sum_{i \in I} \left(\sum_{m=1}^{|J|/28} \alpha_i u x_{im} + \sum_{m=1}^{|J|/28} \beta_i v x_{im} + \sum_{l=1}^{|J|/7} \gamma_i u w_{il} + \sum_{l=1}^{|J|/7} \delta_i v w_{il} + \sum_{m=1}^{|J|/28} \pi_i u k_{im} + \sum_{m=1}^{|J|/28} \omega_i v k_{im} \right) \quad (3.1)$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{i \in I} x_{ijk} \geq d_{jk} \quad j \in J, k \in K \quad (3.2)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ijk} \leq D_{jk} \quad j \in J, k \in K \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in I^S} x_{ijk} \geq 1 \quad j \in J, \quad k \in K^M \cup K^T \cup K^N \quad (3.4)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ijk} \leq 1 \quad i \in I, j \in J \quad (3.5)$$

$$\sum_{k \in K^T} x_{i(j-1)k} + \sum_{k \in K^M} x_{ijk} \leq 1 \quad i \in I, j \in J \quad (3.6)$$

$$\sum_{k \in K^T} x_{i(j-1)k} + \sum_{k \in K^D} x_{ijk} \leq 1 \quad i \in I, j \in J \quad (3.7)$$

$$\sum_{k \in K^N} x_{i(j-1)k} + \sum_{k \notin K^N} x_{ijk} \leq 1 \quad i \in I, j \in J \quad (3.8)$$

$$\sum_{k \in K^E} x_{i(j-1)k} + \sum_{k \in K^M} x_{ijk} \leq 1 \quad i \in I, j \in J \quad (3.9)$$

$$\sum_{k \in K^E} x_{i(j-1)k} + \sum_{k \in K^T} x_{ijk} \leq 1 \quad i \in I, j \in J \quad (3.10)$$

$$\sum_{k \in K^E} x_{i(j-1)k} + \sum_{k \in K^N} x_{ijk} \leq 1 \quad i \in I, j \in J \quad (3.11)$$

$$\sum_{k \in K^E} x_{i(j-1)k} + \sum_{k \in K^D} x_{ijk} \leq 1 \quad i \in I, j \in J \quad (3.12)$$

$$x_{ijk} = 0 \quad \forall i \in I, j \in J_i^{HR}, k \in K_i^{HR} \quad (3.13)$$

$$\sum_{f=j-c}^j \sum_{k \in K} x_{ifk} \leq c \quad i \in I, j \in J \quad (3.14)$$

$$\sum_{j \in J^M} \sum_{k \in K^D} h_k x_{ijk} \leq U_{im}^D \quad i \in I, m \in \{1, \dots, |J|/28\} \quad (3.15)$$

$$\sum_{j \in J^M} \sum_{k \in K^E} h_k x_{ijk} \leq U_{im}^N \quad i \in I, m \in \{1, \dots, |J|/28\} \quad (3.16)$$

$$\sum_{k \in K} (x_{i(j-1)k} + x_{ijk}) \leq 1 \quad i \in I, j \in \{1, 8, \dots, |J| - 6\} \quad (3.17)$$

$$\sum_{j \in J_{im}^{RM}} \sum_{k \in K} x_{ijk} - v x_{im} + u x_{im} = F_{im} \quad i \in I^{FT}, m \in \{1, \dots, |J|/28\} \quad (3.18)$$

$$\sum_{j \in J^W} \sum_{k \in K} h_k x_{ijk} - v w_{il} + u w_{il} = H_i \quad i \in I^{FT}, l \in \{1, \dots, |J|/7\} \quad (3.19)$$

$$\sum_{j \in J^W} \sum_{k \in K} h_k x_{ijk} + u w_{il} = H_i \quad i \in I^{PT}, l \in \{1, \dots, |J|/7\} \quad (3.20)$$

$$\sum_{j \in J^M} \sum_{k \in K} x_{ijk} - v k_{im} + u k_{im} = S_{im} \quad i \in I, m \in \{1, \dots, |J|/28\} \quad (3.21)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad i \in I, j \in J, k \in K \quad (3.22)$$

$$vx_{im}, ux_{im} \in \mathbb{R}_+ \quad i \in I, m \in \{1, \dots, |J|/28\} \quad (3.23)$$

$$vw_{il}, uw_{il} \in \mathbb{R}_+ \quad i \in I, l \in \{1, \dots, |J|/7\} \quad (3.24)$$

$$uk_{im}, vk_{im} \in \mathbb{R}_+ \quad i \in I, m \in \{1, \dots, |J|/28\} \quad (3.25)$$

3.2.2 O modelo min-max

Este modelo tem objetivo de obter escalonamentos equilibrados de médicos, de modo que os desvios obtidos nas restrições flexíveis sejam minimizados todavia com maior suavidade em comparação com os obtidos na formulação anterior.

Função Objetivo: *Minimização do máximo desvio às restrições*

A função objetivo, em (3.26), considera seis componentes de custo: desvio por excesso de turnos requisitados em um mês, desvio por falta de turnos requisitados em um mês, desvio por excesso de horas trabalhadas por cada médico, desvio por falta de horas trabalhadas por cada médico, desvio por excesso dos turnos extraordinários cumpridos por cada médico e desvio por falta dos turnos extraordinários cumpridos por cada médico. Além das restrições apresentadas na subseção 3.2.1, são apresentadas as restrições de balanceamento entre as equações (3.28)-(3.33).

$$\text{minimize} \quad \sum_{i \in I} \left(\alpha_i \theta_i + \beta_i \iota_i + \gamma_i \mu_i + \delta_i \nu_i + \pi_i \kappa_i + \omega_i \lambda_i \right) \quad (3.26)$$

Restrições do problema

Todas as restrições consideradas no modelo de somas ponderadas de

$$(3.2) - (3.25) \quad (3.27)$$

Restrições de Balanceamento

B1: Balanceamento de turnos requisitados no mês

$$\theta_i \geq ux_{im} \quad \forall i \in I, m \in \{1, \dots, |J|/28\} \quad (3.28)$$

$$\iota_i \geq vx_{im} \quad \forall i \in I, m \in \{1, \dots, |J|/28\} \quad (3.29)$$

Estas restrições visam o balanceamento dos turnos requisitados no mês.

B3: Balanceamento de horas semanais

$$\mu_i \geq uw_{il} \quad \forall i \in I, l \in \{1, \dots, |J|/7\} \quad (3.30)$$

$$v_i \geq vw_{il} \quad \forall i \in I, l \in \{1, \dots, |J|/7\} \quad (3.31)$$

Estas restrições visam garantir balanceamento de horas semanais trabalhadas pelos médicos.

B5: Balanceamento da distribuição mensal de plantões

$$\kappa_i \geq uk_{im} \quad \forall i \in I, m \in \{1, \dots, |J|/28\} \quad (3.32)$$

$$\lambda_i \geq vk_{im} \quad \forall i \in I, m \in \{1, \dots, |J|/28\} \quad (3.33)$$

O balanceamento de turnos extraordinários é feito com base nos valores obtidos nas restrições (3.21). Este balanceamento como às outras restrições é feito com a minimização do desvio na função objetivos.

Apresentados o novo objetivo e as restrições complementares, segue-se o modelo *min-max* para o problema em consideração.

$$\min \sum_{i \in I} \left(\alpha_i \theta_i + \beta_i l_i + \gamma_i \mu_i + \delta_i v_i + \pi_i \kappa_i + \omega_i \lambda_i \right) \quad (3.26)$$

$$\text{sujeito a (3.1) – (3.25)} \quad (3.27)$$

$$\theta_i \geq ux_{im} \quad \forall i \in I, m \in \{1, \dots, |J|/28\} \quad (3.28)$$

$$l_i \geq vx_{im} \quad \forall i \in I, m \in \{1, \dots, |J|/28\} \quad (3.29)$$

$$\mu_i \geq uw_{il} \quad \forall i \in I, l \in \{1, \dots, |J|/7\} \quad (3.30)$$

$$v_i \geq vw_{il} \quad \forall i \in I, l \in \{1, \dots, |J|/7\} \quad (3.31)$$

$$\kappa_i \geq uk_{im} \quad \forall i \in I, m \in \{1, \dots, |J|/28\} \quad (3.32)$$

$$\lambda_i \geq vk_{im} \quad \forall i \in m \in \{1, \dots, |J|/28\} \quad (3.33)$$

MÉTODOS DE RESOLUÇÃO

Este capítulo faz a apresentação dos métodos heurísticos de solução propostos neste trabalho. Primeiramente, na Seção 4.1, será apresentada a estratégia usada para obter soluções iniciais, a heurística construtiva *relax-and-fix*. Na Seção 4.2 é descrita uma heurística de melhoria do tipo *fix-and-optimize*.

4.1 Estratégias para obter soluções iniciais

4.1.1 Heurísticas Construtivas

São métodos para obtenção de uma solução inicial de modo rápido e esta é explorada por uma heurística de melhoria. As heurísticas construtivas iterativamente constroem uma solução até que uma solução completa seja obtida. Os Problemas de Escalonamento de Médicos são como, avaliado no Capítulo 2, de difícil resolução, especialmente quando lidam com instâncias relativamente grandes. *Solvers* de otimização nem sempre obtêm soluções de boa qualidade em tempo razoavelmente curto e em consequência torna-se necessária a aplicação de alternativas mais eficientes. Deste modo, propõe-se a aplicação de métodos heurísticos de resolução. No nosso trabalho foi aplicada a heurística construtiva do tipo *Relax-and-fix* descrita no tópico 4.1.1.1.

4.1.1.1 Relax-and-Fix

A heurística *relax-and-fix* que foi inicialmente proposta por (DILLENBERGER *et al.*, 1994), funciona do seguinte modo: do problema principal (Q), o conjunto de variáveis inteiras é dividido em subconjuntos disjuntos R , podendo se representar cada conjunto como Q^r com $r = 1, \dots, R$. Desta forma $Q = Q^1 \cup \dots \cup Q^R$. A cada iteração um subproblema MIP^r é resolvido com $r = 1, \dots, R$. Tomando o primeiro subproblema MIP^1 as variáveis do subconjunto (Q^1) são definidas como inteira, enquanto que as dos demais subconjuntos ($Q^2 \dots Q^R$) são mantidas linearmente relaxadas e o subproblema é resolvido em função desta estrutura, tomando

em consideração a estratégia de particionamento selecionada. Após a resolução do MIP^1 , o subconjunto de variáveis inteiras, Q^1 , do problema é fixado com os valores obtidos, caso a solução seja factível e o processo é repetido para os demais conjuntos $Q^2 \dots Q^R$. A solução da MIP^R é a solução da heurística para o problema original. E caso em alguma iteração não se obtenha solução factível, o processo é abortado e desse modo não se encontra solução para o problema original usando a estratégia de particionamento selecionado.

Toledo *et al.* (2015) propõem a heurística *relax-and-fix* e a heurística *fix-and-optimize* para tratar do problema de dimensionamento de lote multi-estágios com *backlogging* e o problema de dimensionamento de lotes de dois estágios numa indústria de garrafas (recipientes) de vidro. A heurística *relax-and-fix* foi usada para a construção de solução inicial que posteriormente foi melhorada através da *fix-and-optimize*. Foram obtidos resultados competitivos com os da literatura para a maior parte das instâncias.

Ferreira, Morabito e Rangel (2008) propõem um modelo de otimização inteira mista para o problema de dimensionamento e sequenciamento dos lotes de produção em fábricas de refrigerantes de pequeno porte, com tempos e custos de *setup* de produção dependentes do sequenciamento dos lotes. Para tratar este problema, variações da heurística *relax-and-fix* são propostas e comparadas na solução de exemplares do modelo, gerados com dados reais. Os resultados revelam pertinência do uso das abordagens aplicadas em comparação com as usadas pela fábrica.

Uma ilustração para tornar mais clara a compreensão do comportamento desta heurística pode ser vista na Figura 8, para um exemplar com 4 médicos, 3 dias e 5 turnos. Com esta estrutura, tem-se a heurística *relax-and-fix* em 6 etapas, cada uma representada por uma letra. No primeiro estágio temos o na sua forma canônica, este é em seguida particionado, perfazendo o segundo estágio. No terceiro estágio a primeira partição é integralizada e as demais partições são consideradas relaxadas. No quarto estágio, a vermelho apresenta-se a partição das variáveis já fixadas, enquanto a preto encontram-se as partições das variáveis inteiras e as linearmente relaxadas logo em seguida. No quinto estágio, pode-se observar a vermelho as partições das variáveis fixadas e a preto a partição das variáveis relaxadas.

Neste trabalho, foram desenvolvidas duas heurísticas do tipo *relax-and-fix* com formas distintas de particionamento, a saber:

- **RFWP - *Relax-and-fix* com particionamento por semanas (*Relax-and-Fix with Week Partitioning*).**

Esta heurística *relax-and-fix* utiliza o particionamento por semanas. Este tipo de particionamento é baseado no particionamento por períodos do problema considerado por (FURLAN, 2011), contudo seguindo a estratégia *forward*.

Figura 8 – Etapas do relax and fix.

- **RFSP - Relax-and-fix com particionamento por turnos (Relax-and-Fix with Shift Partitioning).**

A segunda heurística aplicada para o problema em estudo utiliza o particionamento por turnos. A cada iteração, escolhe-se um determinado número de turnos a ser integralizado e fixado após a solução do subproblema.

4.2 Heurísticas de Melhoria

Após a obtenção de soluções iniciais por meio de heurísticas construtivas ou mesmo por métodos exatos, torna-se necessário melhorar a qualidade da solução obtida e as heurísticas de melhoria desempenham esse papel. As heurísticas de melhoria são estratégias de procura dotadas de inteligência visando obter soluções de alta qualidade para um problema proposto. A heurística *Fix-and-Optimize* foi aplicada em ambos os modelos e a subseção 4.2.1 debruça-se sobre ela.

4.2.1 Fix-and-Optimize

A heurística *fix-and-optimize*, apresentada na Figura 9, foi inicialmente proposta por (POCHET; WOLSEY, 2006) com a designação *exchange*. Tomando determinada estratégia de particionamento de variáveis inteiras nos conjuntos Q^r , com $r = 1, \dots, R$, todas as variáveis são fixadas com os valores da solução incumbente obtida por uma heurística de obtenção de solução inicial, com exceção das variáveis restritas ao domínio inteiro. O procedimento é repetido até alcançar o limite de tempo ou não melhoria após um determinado número de iterações. Pode

se constatar que ao se tomar a partição das variáveis que são liberadas, esta heurística pode ser considerada um algoritmo de busca local. Na heurística *fix-and-optimize* a escolha das variáveis a serem fixadas, bem como o número de variáveis a serem fixadas, têm implicações sobre o desempenho do algoritmo e na qualidade da solução final. Assim, a operação de particionamento pode variar em tipo e tamanho.

O uso da heurística *fix-and-optimize* combinando-a com *variable neighborhood descent method* para tratar o problema de definição de horários escolares é feito por [Dorneles, Araujo e Buriol \(2014\)](#). Usando três diferentes estratégias de particionamento: por dia, professor e turma, o método proposto obtém as melhores soluções para 7 instâncias estabelecidas. [Lang e Shen \(2011\)](#) propõem além de um modelo para o problema de dimensionamento de lotes mono-estágio com setup dependente de sequência, heurísticas *relax-and-fix* e *fix-and-optimize* aplicando decomposição por períodos. O uso de estratégia de sobreposição permitiu a obtenção de melhores resultados para as instâncias geradas.

A Figura 9 ilustra o comportamento da heurística. Esta é dividida em 3 grandes etapas. Na primeira etapa, estágio 1, temos o MIP construído a partir de uma heurística construtiva. No seguinte estágio, o MIP é particionado segundo uma estratégia de eleição favorável à sua melhoria. A partir da terceira etapa é que se dá a melhoria, em que um conjunto de variáveis é mantido livre para otimização e o conjunto remanescente fixado. Este processo se dá até que todas os conjuntos sejam otimizados ou até que se atinja o limite de tempo estabelecido. Se uma solução de melhor qualidade for obtida, então a solução incumbente é alterada.

Figura 9 – Etapas da heurística fix and optimize.

Os tipos de particionamento explorados foram:

- **FOWP - *Fix-and-optimize* com particionamento por semanas (*Fix-and-Optimize with Week Partitioning*)**

A primeira heurística do tipo *fix-and-optimize* aplica o particionamento por semanas, sendo que uma solução inicial pode ser gerada pela heurística *RFWP*. A cada iteração do método, uma determinada quantidade das variáveis inteiras considerando o número de semanas é liberado para ser otimizado, enquanto as demais mantêm-se com os valores da solução incumbente.

- **FOSP - *Fix-and-optimize* com particionamento por turnos (*Fix-and-Optimize with Shift Partitioning*)**

Com uma solução inicial gerada a partir da heurística *RFSP*, a segunda heurística do tipo *fix-and-optimize* aplica o particionamento por turnos. A cada iteração do método, todos os turnos são fixados de uma só vez, reproduzindo assim um particionamento por dia.

Foram combinadas as heurísticas de obtenção de soluções iniciais com as heurísticas de melhoria. Deste modo, nesta dissertação aplicamos também as combinações seguintes:

- **FOWSP - *Fix-and-optimize* com particionamento por turnos e construção por *RFWP* (*Fix-and-Optimize with shift partitioning - RFWP construction*)**

Esta heurística aplica o particionamento por turnos, tendo como solução de partida a heurística *RFWP*. Fixando uma determinada quantidade de turnos, as variáveis inteiras são liberadas para otimização, enquanto a parte do problema mantida livre mantém-se com os valores da solução incumbente.

- **FOSWP - *Fix-and-optimize* com particionamento por semanas e construção por *RFSP* (*Fix-and-Optimize with week partitioning - RFSP construction*)**

Esta heurística aplica o particionamento por turnos, tendo como solução de partida a heurística *RFSP*. Fixando uma determinada quantidade de semanas, as variáveis inteiras são liberadas para otimização, enquanto a parte do problema mantida livre mantém-se com os valores da solução incumbente.

EXPERIMENTOS

O presente capítulo apresenta os experimentos computacionais feitos sobre os métodos apresentados no Capítulo 4. O objetivo dos experimentos efetuados é verificar a qualidade de cada um dos métodos aplicados e qual melhor se adequa ao problema em estudo. As implementações dos métodos foram em C++, usando bibliotecas do solver *IBM ILOG CPLEX* 12.6 e compilados com o g++ versão 4.8.4 Ubuntu 14.04. Os testes foram feitos num computador *Intel Xeon E5-2680v2* de 2.8 GHz com 10 núcleos e 128 GB de memória, do projeto *CEPID/FAPESP* (processo 2013/073750).

Ao longo das seções apresentam-se as instâncias, parâmetros usados e os resultados dos experimentos computacionais efetuados por intermédio de tabelas e figuras sobre as soluções dos métodos propostos. Na Seção 5.1 são descritas e caracterizadas as instâncias usadas para efetuar os experimentos, bem como são apresentados os custos estabelecidos na avaliação dos objetivos na Subseção 5.1.2. A definição dos parâmetros do solver *CPLEX* é apresentada na Seção 5.2. Por fim, os resultados computacionais de cada um dos métodos aplicados são apresentados na Seção 5.3.

5.1 Instâncias de Teste

5.1.1 *Instancias dummyPSP*

Para avaliar os modelos propostos, foi usado grupo de instâncias fictícias denominado *dummyPSP* dividido em 5 classes com 4 instâncias cada, descritas na Tabela 7. Estas foram criadas baseando nas peculiaridades do problema. Para gerá-las, utilizou-se também instâncias de um *benchmark* a fim de torná-las mais realistas. As instâncias em *benchmark* podem ser encontradas no link ([PSZTC/NRP/](#),) e maior parte destas pertence a Problemas de Escalonamento de Enfermeiros. Das instâncias em *benchmark* foram extraídas os dados relativos a dias de folga/férias e preferências de trabalho.

Inicialmente foi elaborada uma escala manual factível correspondente a conjunto de 10 médicos distribuídos entre 5 turnos, sendo 3 regulares e 2 plantões durante uma semana. Foi estabelecida para a semana uma demanda de 2 médicos no turno da manhã, 1 no turno da tarde, 1 no turno da noite, 1 no plantão da manhã e 1 no plantão da tarde, ao passo que para o final de semana, foi estabelecida a demanda nula para os turnos regulares e para os plantões da manhã e da tarde a demanda de 2 médicos para cada um deles. Para cada um dos médicos nesse período consideraram-se folgas e também dias e turnos requeridos.

Após se obter a escala, replica-se as escalas para os demais períodos e acrescenta-se dias de folga e preferências de trabalho e assim elabora-se instâncias correspondentes aos períodos de 1, 2, 3, 6 e 9 meses. Por se tratar de uma instância extremamente restrita em quantidade de médicos, o número de dias de folga e férias para a instância de 10 médicos é percentualmente menor que para as demais instâncias.

Nas instâncias geradas, cada mês corresponde a uma classe de instância *dummyPSP*. As instâncias cuja nomenclatura é *InstanceND_NW*, *ND* indica número de médicos e *NW* indica número de semanas. As características das instâncias teste são as seguintes:

1. Demanda

A demanda de médicos varia entre valores mínimos e máximos mediante o turno, o dia e a quantidade de médicos disponível. A Tabela 5 apresenta as características de demanda, em que tanto para a coluna demanda mínima e quanto para a coluna demanda máxima são apresentadas as demandas durante a semana e ao final de semana. Observando a instância *Instance20_4* na coluna demanda mínima, tem-se as tuplas (4,4,2,1,1) e (4,4). Nesta tupla, o primeiro valor, 4, indica a demanda mínima para o turno da manhã, o segundo, 4, a da tarde; o terceiro, 2, a da noite; o quarto, 1, a do plantão diurno e o último, 1, a plantão da tarde. A segunda tupla apresenta a demanda mínima para o final de semana, em que para os três primeiros turnos são as demandas são nulas e para os plantões diurno e da tarde são 2 para ambos os casos. Em todos os exemplares a demanda mínima é equivalente à máxima.

2. Duração dos turnos

Os turnos foram divididos em turnos regulares e plantões. Para todas as instâncias consideraram-se as durações dos turnos as apresentadas na Tabela 6.

3. Horas de trabalho

Para todas as instâncias o número de horas de trabalho semanal foi estimado em 40 para médicos com contrato a tempo integral e 25 para médicos com contrato a tempo parcial.

4. Quantidade de turnos

Para todas as instâncias considerou-se 3 turnos regulares e 2 plantões com as durações descritas na Tabela 6. Aos finais de semana são somente observados os plantões.

Tabela 5 – Demanda de médicos por turno

CLASSE	INSTÂNCIA	DEMANDA MÍNIMA	DEMANDA MÁXIMA
dummyPSP1	Instance10_4	(2,1,1,1,1); (2,2)	(2,1,1,1,1);(2,2)
	Instance20_4	(4,4,2,1,1);(4,4)	(4,4,2,1,1);(4,4)
	Instance30_4	(5,5,2,2,2);(6,6)	(5,5,2,2,2);(6,6)
	Instance40_4	(7,7,3,3,3);(8,8)	(7,7,3,3,3);(8,8)
dummyPSP2	Instance10_8	(2,1,1,1,1); (2,2)	(2,1,1,1,1);(2,2)
	Instance20_8	(4,4,2,1,1);(4,4)	(4,4,2,1,1);(4,4)
	Instance30_8	(5,5,2,2,2);(6,6)	(5,5,2,2,2);(6,6)
	Instance40_8	(7,7,3,3,3);(8,8)	(7,7,3,3,3);(8,8)
dummyPSP3	Instance10_12	(2,1,1,1,1); (2,2)	(2,1,1,1,1);(2,2)
	Instance20_12	(4,4,2,1,1);(4,4)	(4,4,2,1,1);(4,4)
	Instance30_12	(5,5,2,2,2);(6,6)	(5,5,2,2,2);(6,6)
	Instance40_12	(7,7,3,3,3);(8,8)	(7,7,3,3,3);(8,8)
dummyPSP4	Instance10_24	(2,1,1,1,1); (2,2)	(2,1,1,1,1);(2,2)
	Instance20_24	(4,4,2,1,1);(4,4)	(4,4,2,1,1);(4,4)
	Instance30_24	(5,5,2,2,2);(6,6)	(5,5,2,2,2);(6,6)
	Instance40_24	(7,7,3,3,3);(8,8)	(7,7,3,3,3);(8,8)
dummyPSP5	Instance10_36	(2,1,1,1,1); (2,2)	(2,1,1,1,1);(2,2)
	Instance20_36	(4,4,2,1,1);(4,4)	(4,4,2,1,1);(4,4)
	Instance30_36	(5,5,2,2,2);(6,6)	(5,5,2,2,2);(6,6)
	Instance40_36	(7,7,3,3,3);(8,8)	(7,7,3,3,3);(8,8)

Tabela 6 – Duração dos Turnos

Turno	Dia	Manhã	Tarde	Noite	Plantão Manhã	Plantão Tarde
Duração	Semana	7h	7h	10h	12h	12h
Duração	Final de Semana/Feriado	0h	0h	0h	12h	12h

5. Número máximo de dias consecutivos

Para todas instâncias assumiu-se que o número máximo de dias consecutivos é 3.

6. Dias de Folga e Férias

Na sexta e sétima colunas da Tabela 7 são apresentados a quantidade média de dias de férias e de folgas. A definição destes valores foi feita baseando nos dados disponíveis nas instâncias em *benchmark*, acrescentando os dados à instância sem que esta deixasse de ser factível. Sucede que há médicos que podem ter férias ou folgas, como há médicos que podem não tê-las no horizonte de planeamento. Na tabela, tomando a instância *Instance10_4* como exemplo, temos que em média existem 2 dias de folga/férias para os médicos e foram requeridos em média 4 dias pelos médicos desta instância.

Nas classes *dummyPSP2* e *dummyPSP3*, somente duas instâncias consideram dias de folga/férias, pois ao se acrescentar dias de folga/férias às demais instâncias estas tornam-se infactíveis.

Tabela 7 – Características das Instâncias

CLASSE	INSTÂNCIA	QTD. DE MÉDICOS	QTD. DE TURNOS	QTD. DE DIAS	DIAS DE FÉRIAS	DIAS REQUERIDOS
dummyPSP1	Instance10_4	10	5	28	2	4
	Instance20_4	20	5	28	2	5
	Instance30_4	30	5	28	2	5
	Instance40_4	40	5	28	2	5
dummyPSP2	Instance10_8	10	5	56	-	8
	Instance20_8	20	5	56	-	8
	Instance30_8	30	5	56	-	10
	Instance40_8	40	5	56	2	5
dummyPSP3	Instance10_12	10	5	84	2	2
	Instance20_12	20	5	84	-	14
	Instance30_12	30	5	84	-	9
	Instance40_12	40	5	84	-	14
dummyPSP4	Instance10_24	10	5	168	2	33
	Instance20_24	20	5	168	5	30
	Instance30_24	30	5	168	8	24
	Instance40_24	40	5	168	1	11
dummyPSP5	Instance10_36	10	5	252	2	47
	Instance20_36	20	5	252	8	29
	Instance30_36	30	5	252	8	29
	Instance40_36	40	5	252	4	44

5.1.2 Estabelecimento dos custos

A definição dos pesos da função objetivo é feita mediante a prioridade de cada um dos objetivos. Como apresentado no Capítulo 3, a função objetivo consiste na minimização da soma dos desvios para o modelo de somas ponderadas e na minimização dos máximos desvios para o modelo *min-max*, em consequência disso, decidiu-se aplicar um método justo para o estabelecimento de pesos.

Inspirado no Processo Analítico Hierárquico aplicado por Topaloglu (2009) em um problema de escalonamento de médicos multi-objetivo, criou-se um critério de definição de prioridades entre as restrições do problema em estudo. Este processo consiste em comparar as restrições flexíveis, uma a uma, estabelecer um *ranking* e na ordem das prioritárias atribuir os maiores pesos.

Em vista disso, os pesos das restrições são os apresentados na Tabela 8. No caso, a prioridade 1 está relacionada à quantidade de horas trabalhadas pelos médicos, caso haja falta. A prioridade 2 é dada para cumprimento de horas de trabalho, caso haja excesso. A prioridade 3 é dada aos desvios às restrições que controlam o cumprimento de turnos num determinado mês e por fim, a prioridade 4 é dada aos desvios às restrições que controlam os turnos num determinado conjunto de dias.

Tabela 8 – Pesos por restrição

RESTRIÇÕES	VARIÁVEIS	PRIORIDADE	PESO	PENALIZAÇÃO
(3.18)	vx_{im}	3	0,05	β_i
(3.18)	ux_{im}	3	0,05	α_i
(3.19)	vw_{il}	1	0,5	δ_i
(3.19) - (3.20)	uw_{il}	2	0,45	γ_i
(3.21)	vk_{im}	4	0,015	ω_i
(3.21)	uk_{im}	4	0,015	π_i

5.2 Definição dos Parâmetros utilizados nos Testes Computacionais

Nesta seção apresentam-se os parâmetros do *solver* de otimização usados para o suporte na execução dos métodos aplicados e os parâmetros aplicados nos respectivos métodos. Os parâmetros aplicados foram, para cada método, os seguintes: tempo limite de execução, limite de memória, ênfase, número de soluções iniciais geradas pela estratégia *populate*. Em todas os métodos, o tempo limite (T_{max}) como 3600s e a memória foi limitada em 128 GB.

1. Modelo de Somas Ponderadas

- $emp = 0; 1; 2; 3$ (emp é o parâmetro de ênfase do *CPLEX* que pode assumir os valores 0, 1, 2 ou 3. Com 0¹ é a ênfase balanceada; 1² ênfase em factibilidade; 2³ é a ênfase em otimalidade; e 3⁴ ênfase no melhor limitante.)
- $PopulateLim = 20$ ($PopulateLim$ é o número de soluções iniciais da estratégia *populate*.)

2. Modelo *min-max*

- $emp = 0; 1; 2; 3$
- $PopulateLim = 20$

3. *RFWP* - (Heurística do tipo *relax-and-fix* com particionamento por semanas)

- $emp = 0; 1; 2; 3$
- $NP = 2$ (NP é o número de semanas que serão fixadas à cada iteração)

4. *RFSP* - (Heurística do tipo *relax-and-fix* com particionamento por turnos)

¹ O *CPLEX* usa estratégia com intuito de provar otimalidade o mais rápido possível, especialmente para problemas relativamente difíceis.

² O *CPLEX* empreende menos esforço computacional no início para as análises que auxiliam na eventual prova de otimalidade e maior esforço é empreendido nos cálculos que buscam soluções factíveis imediatamente.

³ Esta definição resulta num realce maior à otimalidade em relação à factibilidade

⁴ O *CPLEX* ocupa-se exclusivamente em melhorar o limitante.

- a) $emp = 0; 1; 2; 3$
 - b) $NT = 5$ (NT é o número de turnos que serão fixados à cada iteração)
5. *FOWP* - (Heurística do tipo *fix-and-optimize* com particionamento por semanas)
- a) $T_{const} = 1800s$. (T_{const} é o tempo máximo reservado à fase de construção.)
 - b) $emp = 0; 1; 2; 3$
 - c) $NP = 2$ (NP é o número de semanas que serão fixadas à cada iteração)
6. *FOSP* - (Heurística do tipo *fix-and-optimize* com particionamento por turnos)
- a) $T_{const} = 1800s$.
 - b) $emp = 0; 1; 2; 3$
 - c) $NT = 5$
7. *FOWSP* - (Heurística do tipo *fix-and-optimize* com particionamento por turnos e construção com particionamento por semanas)
- a) $T_{const} = 1800s$.
 - b) $emp = 0; 1; 2; 3$
 - c) $NP = 2$
 - d) $NT = 5$
8. *FOSWP* - (Heurística do tipo *fix-and-optimize* com particionamento por semanas e construção com particionamento por turnos)
- a) $T_{const} = 1800s$.
 - b) $emp = 0; 1; 2; 3$
 - c) $NT = 5$
 - d) $NP = 2$

5.3 Resultados Computacionais

Os resultados computacionais estão segmentados em cinco partes, relacionados a cada uma das abordagens de resolução propostas no Capítulo 4. Primeiramente é feita uma análise comparativa dos resultados em função dos parâmetros usados para cada uma das abordagens de solução. A fim de complementar a explicação dos resultados obtidos, gráficos e tabelas são apresentados.

5.3.1 Resultados dos Modelos Matemáticos

Com os parâmetros supracitados, foram efetuados os experimentos cujos resultados serão apresentados nesta seção. Nas Tabelas (10)-(14), além das colunas Classe e Instância, têm-se as colunas *Obj*, em que figura o melhor valor da função objetivo no tempo de execução e limite de memória estabelecidos. Em seguida, apresenta-se a coluna Limitante Inferior, que é obtido nas mesmas condições em que foi obtido o limitante superior.

Para todos os modelos e heurísticas, foi apurada a qualidade da solução por meio do GAP, expresso em porcentagem, que se obtém pela relação:
$$GAP = \frac{(\text{Obj-Limitante Inferior})}{\text{Obj}} \times 100.$$
 Particularmente para os modelos, são apresentados o número de variáveis, número total de iterações para resolver as relaxações do nó e número de restrições ao cabo da execução dos modelos.

Ademais, serão apresentados gráficos dos limitantes com o passar do tempo de execução dos modelos, a fim de se inferir sua qualidade para algumas instâncias. Para todas as abordagens de solução, os melhores resultados de cada classe são destacados em negrito.

5.3.1.1 Resultados do Modelo de Somas Ponderadas

O modelo de somas ponderadas foi testado com e sem a estratégia *populate*. Aplicando as diversas estratégias de ênfase, foram obtidos melhores limitantes para a ênfase em balanceamento e para ênfase em otimalidade. Para constatar qual destas estratégias obtém melhores resultados no geral, foi feita a classificação das que melhores resultados obtiveram para cada classe de instância e a melhor média foi obtida na estratégia de ênfase em balanceamento.

Na Tabela 9 apresentam-se as soluções iniciais obtidas no modelo de somas ponderadas sem aplicar a estratégia *populate* destacando-se os parâmetros, limitante inferior, valor da função objetivo, GAP e o tempo de obtenção destas soluções. Foram obtidas soluções em um tempo computacional muito reduzido para a classe *dummyPSP1*, em contrapartida, para as instâncias da classe *dummyPSP5*, foi necessário mais tempo. Ao observar a Figura 10, para a instância *Instance40_4*, nota-se que após poucos segundos a qualidade de solução é melhorada. Disto se pode inferir que o método que o *solver* aplica no início pode ter dificuldades para achar uma boa relaxação afim de obter um limitante superior razoável.

A Tabela 10 apresenta os resultados obtidos no modelo de somas ponderadas sem aplicar a estratégia *populate* do CPLEX no tempo limite de 3600s. Dentre as classes, a que melhores resultados obteve foi a *dummyPSP1* com média de GAP estimada em 2,05%, como se pode ver no gráfico dado pela Figura 11 onde são apresentadas as médias de GAP de todas as classes de instâncias. Observa-se que para as instâncias de 10 médicos houve maiores dificuldades para obter soluções de qualidade, pois destas obtêm-se em elevado número de iterações, soluções de menor qualidade no T_{max} .

A Figura 10 mostra o comportamento dos limitantes ao longo do tempo para instância

Tabela 9 – Soluções iniciais obtido no modelo de somas ponderadas sem aplicar a estratégia *populate*

Classe	Instância	Obj	Limitante Inferior	GAP (%)	Tempo de Execução (s)
DummyPSP1	Instance10_4	86,8	7,89	90,91	0,02
	Instance20_4	235,4	54,24	76,96	0,3
	Instance30_4	411	201,1	51,07	0,36
	Instance40_4	513,5	108,5	78,87	2,23
DummyPSP2	Instance10_8	275,1	16,89	93,86	1,19
	Instance20_8	497,7	109,8	77,94	2,4
	Instance30_8	963,5	402,3	58,25	0,91
	Instance40_8	1050	221,4	78,91	7,12
DummyPSP3	Instance10_12	392,9	44,03	88,79	0,47
	Instance20_12	768,8	171,6	77,68	0,93
	Instance30_12	1423	618,1	56,56	1,67
	Instance40_12	1682	333,2	80,19	2,8
DummyPSP4	Instance10_24	782,7	95,35	87,82	8,62
	Instance20_24	1627	281	82,73	2,03
	Instance30_24	2876	1168	59,39	3,75
	Instance40_24	3332	604,8	81,85	73,75
DummyPSP5	Instance10_36	1271	153,2	87,95	17,38
	Instance20_36	2393	475,3	80,14	21,8
	Instance30_36	4414	1907	56,80	5,91
	Instance40_36	5141	1072	79,15	127,2

Tabela 10 – Modelo de somas ponderadas sem aplicar a estratégia *populate*

Classe	Instância	Obj	Limitante Inferior	GAP (%)	Número de Iterações	Número de variáveis	Número de restrições	Tempo de Execução (s)
DummyPSP1	Instance10_4	15,6	14,32	8,22	420525723	1593	3755	3600
	Instance20_4	54,24	54,24	0	670482	3171	7132	12,74
	Instance30_4	201,12	201,12	0	3914	4763	10743	2,91
	Instance40_4	108,53	108,53	0	4636196	6341	14250	214,51
DummyPSP2	Instance10_8	32,21	26,89	16,50	234584344	3065	7596	3600
	Instance20_8	109,77	109,77	0	2663811	6111	14492	153,34
	Instance30_8	402,28	402,28	0	4490	9175	21363	6,36
	Instance40_8	221,38	221,38	0	9590339	12221	28700	3600
DummyPSP3	Instance10_12	61,13	44,03	27,97	127315341	4537	11404	3600
	Instance20_12	171,6	171,6	0	4790400	9051	21855	215,71
	Instance30_12	618,11	618,11	0	15067	13587	32225	13,73
	Instance40_12	354,53	333,22	6,01	48938010	18101	42655	3600
DummyPSP4	Instance10_24	130,27	123,93	4,86	72536234	8953	23019	3600
	Instance20_24	304,06	281,06	7,56	32579478	17871	44039	3600
	Instance30_24	1168,24	1168,19	0,004	352728	26823	65410	60,81
	Instance40_24	639	604,8	5,35	14446404	35741	85533	3600
DummyPSP5	Instance10_36	215,45	189,61	11,99	69840553	13369	34703	3600
	Instance20_36	514,3	475,25	7,59	20255459	26691	66291	3600
	Instance30_36	1906,79	1906,79	0	1191528	40059	97928	827
	Instance40_36	1581,54	1072,09	32,21	5522964	53381	129597	3600

Instance40_4, da qual se pode obter solução ótima no tempo de execução definido. A instância *Instance40_4* servirá como ilustração para as diferentes análises ao longo do capítulo. Observe nesta figura que o limitante superior decai rapidamente no início e estabiliza após 50s, enquanto que o limitante inferior não melhora ao longo do tempo. A tendência de rápida descida da função objetivo e não crescimento do limitante inferior é a mesma para as demais instâncias.

Figura 10 – Comportamento dos limitantes do modelo de somas ponderadas sem aplicar a estratégia *populate* - instância *Instance40_4*

Figura 11 – Média de GAP por classe para o modelo de somas ponderadas sem aplicar a estratégia *populate*

Ainda para o modelo de somas ponderadas, foi considerada a estratégia *populate*. As soluções iniciais obtidas aplicando esta estratégia estão na Tabela 11. Diferentemente do sucedido na situação representada na Tabela 9, as soluções iniciais obtidas aplicando esta estratégia são de melhor qualidade. Veja o caso das instâncias *Instance20_4* e *Instance40_4* que sem a *populate* se obteve uma solução em 0,03s e 2,23s com 76,96% e 78,87% de GAP respectivamente, enquanto que com a estratégia, em 0,02s e 0,05s obtém uma solução com 0,28% e 3,47% de GAP respectivamente.

Ao comparar as soluções apresentadas nas Tabelas 12 e 10, observa-se uma melhoria na média de qualidade das soluções quando aplicada a estratégia *populate* para as classes *dummyPSP2*, *dummyPSP3* e *dummyPSP5*, com destaque para a melhoria significativa do limitante inferior para a instância *Instance10_36*.

Tabela 11 – Soluções iniciais obtido no modelo de somas ponderadas aplicando a estratégia *populate*

Classe	Instância	Obj	Limitante Inferior	GAP (%)	Tempo de Execução (s)
DummyPSP1	Instance10_4	19,28	7,89	59,08	0,02
	Instance20_4	54,39	54,24	0,28	0,03
	Instance30_4	411	201,1	51,07	0,37
	Instance40_4	112,4	108,5	3,47	0,05
DummyPSP2	Instance10_8	39,87	26,63	33,21	0,04
	Instance20_8	120,2	109	9,32	0,05
	Instance30_8	963,5	402	58,28	0,9
	Instance40_8	252,7	221	12,54	0,11
DummyPSP3	Instance10_12	98,18	44,03	55,15	0,04
	Instance20_12	188,8	171,6	9,11	0,07
	Instance30_12	1423	618,1	56,56	1,72
	Instance40_12	374,3	333,2	10,98	0,14
DummyPSP4	Instance10_24	197	95,39	51,58	0,07
	Instance20_24	544,2	281	48,36	0,16
	Instance30_24	1168,24	1168	0,02	0,21
	Instance40_24	651,3	604,8	7,14	0,32
DummyPSP5	Instance10_36	364,4	154,5	57,60	0,11
	Instance20_36	975,3	475,25	51,27	0,22
	Instance30_36	1919,79	1906	0,72	0,34
	Instance40_36	5141	1072	79,15	125,4

Tabela 12 – Modelo de somas ponderadas aplicando a estratégia *populate*

Classe	Instância	Obj	Limitante Inferior	GAP (%)	Número de Iterações	Número de variáveis	Número de restrições	Tempo de Execução (s)
DummyPSP1	Instance10_4	15,6	14,31	8,27	413700579	1593	3755	3600
	Instance20_4	54,24	54,24	0	670415	3171	7132	11,1
	Instance30_4	201,12	201,12	0	17863	4763	10743	9,96
	Instance40_4	108,53	108,53	0	4610126	6341	14250	214,52
DummyPSP2	Instance10_8	32,21	26,99	16,18	235384775	3065	7596	3600
	Instance20_8	109,77	109,77	0	2948494	6111	14492	154,91
	Instance30_8	402,28	402,28	0	535041	9175	21363	59,42
	Instance40_8	221,38	221,38	0	58736499	12221	28700	3600
DummyPSP3	Instance10_12	61,13	44,03	27,97	119873352	4537	11404	3600
	Instance20_12	171,6	171,6	0	4353066	9051	21855	272,29
	Instance30_12	618,11	618,11	0	45302	13587	32225	18,05
	Instance40_12	333,22	333,22	0	57610196	18101	42655	3600
DummyPSP4	Instance10_24	130,17	122,3	6,05	124305687	8953	23019	3600
	Instance20_24	301,27	281,06	6,71	33319829	17871	44039	3600
	Instance30_24	1168,24	1168,19	0,004	352728	26823	65410	61,68
	Instance40_24	650,4	604,8	7,01	40574159	35741	85533	3600
DummyPSP5	Instance10_36	219,25	203,29	7,28	75953094	13369	34703	3600
	Instance20_36	507,85	475,25	6,42	24656733	26691	66291	3600
	Instance30_36	1906,79	1906,79	0	1034343	40059	97928	873,69
	Instance40_36	1418,19	1072,09	24,40	6005917	53381	129597	3600

A Figura 12 apresenta a evolução dos limitantes com o decorrer do tempo de execução considerando a estratégia *populate* para a instância *Instance40_4*. Com esta estratégia, a solução ótima foi obtida em um tempo inferior ao apresentado na Figura 10. A solução decresce vertiginosamente nos primeiros 50s e nos seguintes 90s decresce lentamente até atingir o valor do limitante inferior.

Figura 12 – Comportamento dos limitantes do modelo de somas ponderadas aplicando a estratégia *populate* - instância *Instance40_4*

Em média, para estratégia *populate* obtêm-se resultados melhores na média e em um tempo computacional maior. Na Figura 13 observa-se a média de GAP obtido seguindo esta aproximação.

Figura 13 – Média de GAP por classe para modelo de somas ponderadas aplicando a estratégia *populate*

Em resumo, ao observar os resultados obtidos pelas duas estratégias, pode-se afirmar que, para as instâncias consideradas, a estratégia *populate* apresenta um desempenho melhor, em termos de qualidade das soluções, na média, para o modelo de somas ponderadas.

5.3.1.2 Resultados do modelo min-max

Tal como o modelo de somas ponderadas, para o modelo *min-max* foi considerada a utilização da estratégia *populate*. Após os testes feitos com as diferentes estratégias de ênfase, também neste foram obtidos melhores limitantes usando ênfase em balanceamento.

Na Tabela 13 apresentam-se as soluções iniciais obtidas sem a utilização da estratégia *populate*. As melhores soluções iniciais foram obtidas para a classe *dummyPSP1*, com média de GAP aproximada a 54,73% e para as instâncias da classe *dummyPSP5*, as piores, com média de GAP aproximada a 85,23%. Relativamente ao tempo para obter as soluções iniciais, a melhor média de tempo foi obtida nas instâncias da classe *dummyPSP2*, que foi aproximadamente igual a 0,98s e as piores da classe *dummyPSP4* que foi aproximadamente igual a 47,17s.

Tabela 13 – Soluções iniciais obtidas no modelo *min-max* sem aplicar a estratégia *populate*

Classe	Instância	Obj	Limitante Inferior	GAP (%)	Tempo de Execução (s)
<i>DummyPSP1</i>	Instance10_4	40,33	0,86	97,87	0,51
	Instance20_4	81,3	3,96	95,13	0,31
	Instance30_4	95,25	9,75	89,76	0,42
	Instance40_4	1000	3,98	100	5,73
<i>DummyPSP2</i>	Instance10_8	111,8	2,11	98,11	0,51
	Instance20_8	168,1	8,03	95,22	0,68
	Instance30_8	216,7	19,89	90,82	1,07
	Instance40_8	183,8	8,36	95,45	1,69
<i>DummyPSP3</i>	Instance10_12	195,4	6,17	96,84	0,5
	Instance20_12	237,5	13,03	94,51	1,03
	Instance30_12	311,7	30,57	90,19	1,82
	Instance40_12	301,5	13,89	95,39	3,34
<i>DummyPSP4</i>	Instance10_24	444,2	13,95	96,86	16,36
	Instance20_24	499,1	31,85	93,62	2,35
	Instance30_24	678,6	90,09	86,72	4,19
	Instance40_24	598,9	42,53	92,90	165,8
<i>DummyPSP5</i>	Instance10_36	698,4	29,3	95,80	25,58
	Instance20_36	729,4	53	92,73	4,5
	Instance30_36	991,2	102,6	89,65	9
	Instance40_36	957	61,37	93,59	18,42

A Figura 14 mostra a evolução dos limitantes com o decorrer de tempo tomando a instância *Instance40_4*, da qual se pode obter solução de qualidade relativamente boa. Repare que a solução inicial é obtida instantaneamente com um valor alto e no início, até aproximadamente 100s, observa uma queda acentuada no valor do limitante superior e tende a decrescer suavemente deste ponto até os 750s. A partir deste momento mantém-se constante até o término de execução, enquanto que o limite inferior mantém-se constante desde o início.

A Tabela 14 apresenta os resultados obtidos para todas as instâncias no tempo limite de 3600s sem aplicar a estratégia *populate*. Segundo esta abordagem, a classe para qual os resultados de melhor qualidade foram obtidos é *dummyPSP1*, com uma média de GAP aproximado a 43,72%. De um modo geral, os resultados não foram satisfatórios no quesito qualidade de

Figura 14 – Comportamento dos limitantes do modelo *min-max* sem aplicar a estratégia *populate* - instância *Instance40_4*

solução, vistas as médias de GAP. O maior destaque é para instâncias *Instance20_4*, *Instance30_4*, *Instance40_4*, *Instance30_8*, *Instance20_12*, *Instance30_12* e *Instance30_24*, das quais se obtiveram GAP na margem de 30% a 50%. O CPLEX com as configurações utilizadas, obteve soluções factíveis para todas as instâncias no T_{max} para o modelo, embora com os limitantes inferiores extremamente baixos e que não apresentam significativa melhoria no decorrer do tempo.

Tabela 14 – Modelo *min-max* sem aplicar a estratégia *populate*

Classe	Instância	Obj	Limitante Inferior	GAP (%)	Número de Iterações	Número de variáveis	Número de variáveis	Tempo de Execução (s)
<i>DummyPSP1</i>	<i>Instance10_4</i>	6,05	1,11	81,64	283487956	1539	3877	3600
	<i>Instance20_4</i>	7,75	4	48,37	95449690	3061	7376	3600
	<i>Instance30_4</i>	14,25	9,76	31,46	43821432	4535	11061	3600
	<i>Instance40_4</i>	4,25	3,98	6,13	234614644	6117	14750	3600
<i>DummyPSP2</i>	<i>Instance10_8</i>	13,28	2,11	84,11	172440498	3055	7872	3600
	<i>Instance20_8</i>	16,76	8,03	52,11	87888334	6057	14996	3600
	<i>Instance30_8</i>	29,76	19,89	33,16	39380069	9009	22053	3600
	<i>Instance40_8</i>	19,59	8,37	57,27	56473920	12013	29700	3600
<i>DummyPSP3</i>	<i>Instance10_12</i>	21,24	6,21	70,76	126149897	4481	11668	3600
	<i>Instance20_12</i>	32,27	13,03	59,64	78029693	8999	22545	3600
	<i>Instance30_12</i>	62,02	30,57	50,71	16300625	13427	33171	3600
	<i>Instance40_12</i>	53,19	13,89	73,89	63379925	17883	43965	3600
<i>DummyPSP4</i>	<i>Instance10_24</i>	65,14	14,34	77,99	54393688	8977	23689	3600
	<i>Instance20_24</i>	80	31,91	60,11	31365271	17857	45427	3600
	<i>Instance30_24</i>	150,87	90,21	40,2	15760634	26757	67522	3600
	<i>Instance40_24</i>	216,9	42,53	80,39	12013626	35379	87219	3600
<i>DummyPSP5</i>	<i>Instance10_36</i>	90,96	29,3	67,79	128382778	13475	35917	3600
	<i>Instance20_36</i>	221,52	53	76,07	10727422	26761	68563	3600
	<i>Instance30_36</i>	279,07	102,58	63,24	3995448	40087	101392	3600
	<i>Instance40_36</i>	481,21	61,37	87,25	1111496	53383	134271	3600

Observe nas tabelas 14 e 16 que para todas as instâncias chega-se ao tempo limite e não se obtêm soluções com boa qualidade.

Para o modelo *min-max*, foi também aplicada a estratégia *populate* e os melhores resultados obtidos foram também para as estratégias de ênfase em otimalidade e ênfase em balanceamento. Para manter a norma de comparação, elegeu-se a estratégia de ênfase em

Figura 15 – Média de GAP por classe para o modelo *min-max* sem aplicar a estratégia *populate*

balanceamento. As soluções iniciais estão apresentadas na Tabela 15. Estas são obtidas em média, em menor tempo que não aplicando a estratégia *populate*. Ademais, não se observa para esta estratégia limitantes superiores iniciais melhores.

Tabela 15 – Soluções iniciais obtidas no modelo *min-max* aplicando a estratégia *populate*

Classe	Instância	Obj	Limitante Inferior	GAP (%)	Tempo de Execução (s)
DummyPSP1	Instance10_4	9,65	0,86	91,09	0,02
	Instance20_4	14,39	3,99	72,27	0,03
	Instance30_4	19,33	9,77	49,47	0,04
	Instance40_4	39,9	3,99	90	0,12
DummyPSP2	Instance10_8	16,89	2,11	87,51	0,05
	Instance20_8	37,66	8,03	78,68	0,05
	Instance30_8	44,42	19,89	55,22	0,08
	Instance40_8	57,39	8,36	85,43	0,1
DummyPSP3	Instance10_12	42,34	6,17	85,43	0,04
	Instance20_12	62,92	13,03	79,29	0,09
	Instance30_12	81,12	30,57	62,32	0,11
	Instance40_12	156,5	13,89	91,12	0,14
DummyPSP4	Instance10_24	218,2	14,21	93,49	0,08
	Instance20_24	168,2	31,91	81,03	0,17
	Instance30_24	314,4	90,14	71,33	0,224
	Instance40_24	346,2	42,53	87,72	0,32
DummyPSP5	Instance10_36	384	29,3	92,37	0,11
	Instance20_36	347,4	53	84,74	0,23
	Instance30_36	374,4	102,6	72,6	0,35
	Instance40_36	698,2	61,37	91,21	0,43

Para ilustrar o comportamento dos limitantes no decorrer do tempo para estratégia *populate* apresenta a Figura 16 para a mesma instância considerada anteriormente. Pode-se

Tabela 16 – Modelo *min-max* aplicando a estratégia *populate*

Classe	Instância	Obj	Limitante Inferior	GAP (%)	Número de Iterações	Número de variáveis	Número de restrições	Tempo de Execução (s)
DummyPSP1	Instance10_4	6,05	1,22	79,83	296089839	1539	3877	3600
	Instance20_4	7,75	4	48,39	106992855	3061	7376	3600
	Instance30_4	16,43	9,77	40,54	51028607	4535	11061	3600
	Instance40_4	4,25	3,99	6,12	99450191	6117	14750	3600
DummyPSP2	Instance10_8	12,38	2,11	82,96	162567631	3055	7872	3600
	Instance20_8	16,63	8,03	51,71	52997944	6057	14996	3600
	Instance30_8	30,13	19,89	33,99	17128163	9009	22053	3600
	Instance40_8	34,74	8,36	75,94	44284365	12013	29700	3600
DummyPSP3	Instance10_12	20,34	6,21	69,47	122215907	4481	11668	3600
	Instance20_12	25,36	13,03	48,62	175411305	8999	22545	3600
	Instance30_12	43,89	30,57	30,35	134039335	13427	33171	3600
	Instance40_12	59,04	13,89	76,47	33018385	17883	43965	3600
DummyPSP4	Instance10_24	59,7	14,34	75,98	86757055	8977	23689	3600
	Instance20_24	93,42	31,91	65,84	30454744	17857	45427	3600
	Instance30_24	119,55	90,25	24,51	18386407	26757	67522	3600
	Instance40_24	346,24	42,53	87,72	4824054	35379	87219	3600
DummyPSP5	Instance10_36	103,02	29,3	71,56	108210772	13475	35917	3600
	Instance20_36	163,99	53	67,68	11455178	26761	68563	3600
	Instance30_36	222,77	102,6	53,94	3737585	40087	101392	3600
	Instance40_36	698,16	61,37	91,21	2129333	53383	134271	3600

notar que o limitante inferior, tal qual no caso do modelo de somas ponderadas, não evoluiu e o limitante superior teve um decaimento rápido nos instantes iniciais e manteve-se inalterado por longo tempo até ao final da execução. Contrariamente ao que sucede na Figura 14 a qualidade da solução inicial é bem superior.

Figura 16 – Comportamento dos limitantes do modelo *min-max* aplicando a estratégia *populate* - instância *Instance40_4*.

Ao comparar as soluções apresentadas nas Tabelas 16 e 14, nota-se que a estratégia *populate* revelou-se competitiva para maior parte das instâncias, particularmente para as de maior horizonte de planeamento, a partir de 24 semanas, ademais, aplicando esta estratégia, houve uma significativa melhoria dos limitantes inferiores, tendo somente a instância *Instance20_24* tido melhor limitante inferior para a abordagem sem *populate*. Porém, apesar da melhoria, a qualidade das soluções são ruins devido aos limitantes inferiores de qualidade ruim. As melhores soluções para esta consideração foram obtidas na classe *dummyPSP1*, da qual se pode obter uma

média de GAP igual a 53,66% e a pior média, 70,60%, para a classe *dummyPSP5* como se pode observar na Figura 17.

Figura 17 – Média de GAP por classe para modelo *min-max* aplicando a estratégia *populate*

5.3.1.3 Inserção da solução do modelo de somas ponderadas como solução inicial do modelo *min-max*

Esta medida foi tomada afim de melhorar os resultados, isto é, melhorar a qualidade das alocações. Devido a disparidade entre as escalas obtidas pelos dois modelos, tornou-se necessária a criação de uma medida para suavizar a tendência encontrada nas escalas geradas pelo modelo *min-max*. Tal medida foi a inserção da solução do modelo de somas ponderadas como solução de partida do modelo *min-max* após um certo tempo de execução a fim de se obter soluções melhores.

Executou-se o modelo de somas ponderadas em $\frac{1}{3}$ do tempo total de execução e a solução obtida é inserida como solução inicial do modelo *min-max* que opera nos remanescentes $\frac{2}{3}$ do T_{max} . Esta aplicação foi feita com e sem o uso da estratégia *populate*. Os melhores resultados foram obtidos considerando o parâmetro de ênfase em balanceamento.

A Tabela 17 mostra que para quase todas as classes, as soluções obtidas foram melhores que as obtidas no modelo *min-max* sem a inserção das soluções e sem a estratégia *populate*. Vide que para o modelo *min-max*, somente as instâncias *Instance10_4* e *Instance20_24* tiveram soluções melhores. Os limitantes inferiores melhoraram com a inserção das soluções do modelo ponderado no modelo *min-max*, nas instâncias *Instance20_4*, *Instance40_4*, *Instance10_8*, *Instance40_8*, *Instance10_24* e *Instance30_36*.

Tabela 17 – Solução do modelo de somas ponderadas como solução inicial para modelo *min-max* sem aplicar a estratégia *populate*

Classe	Instância	Obj	Limitante Inferior	GAP (%)	Número de Iterações	Número de variáveis	Número de variáveis	Tempo de Execução (s)
<i>DummyPSP1</i>	Instance10_4	9,65	1,25	87	140281299	1593	3755	3600
	Instance20_4	8,23	4,01	51,28	670482	3171	7132	3600
	Instance30_4	14,23	9,76	31,43	3914	4763	10743	3600
	Instance40_4	8,25	4,02	51,21	4636196	6341	14250	3600
<i>DummyPSP2</i>	Instance10_8	19,58	2,11	89,22	76421208	3065	7596	3600
	Instance20_8	17,68	8,06	54,41	2663811	6111	14492	3600
	Instance30_8	28,76	19,89	30,84	4490	9175	21363	3600
	Instance40_8	45,89	8,37	81,76	9590339	12221	28700	3600
<i>DummyPSP3</i>	Instance10_12	29,84	6,21	79,19	43082255	4537	11404	3600
	Instance20_12	28,24	13,03	53,87	4790400	9051	21855	3600
	Instance30_12	50,64	30,57	39,63	15067	13587	32225	3600
	Instance40_12	105,69	13,92	86,83	19222466	18101	42655	3600
<i>DummyPSP4</i>	Instance10_24	67,04	14,21	78,8	23422974	8953	23019	3600
	Instance20_24	99,66	31,93	67,96	11829205	17871	44039	3600
	Instance30_24	199,66	90,24	54,81	352728	26823	65410	3600
	Instance40_24	309,4	42,53	86,25	1274305	35741	85533	3600
<i>DummyPSP5</i>	Instance10_36	114,46	29,3	74,4	12320852	13369	34703	3600
	Instance20_36	230,27	53	76,98	8334197	26691	66291	3600
	Instance30_36	425,71	102,58	75,9	1191528	40059	97928	3600
	Instance40_36	601,31	61,37	89,79	2999295	53381	129597	3600

A fim de avaliar cada um dos modelos e as soluções geradas por estes, foram efetuadas comparações tomando em conta os desvios por falta nas horas de trabalho semanais e os desvios por falta nos turnos cumpridos pelos médicos, provenientes das restrições (3.18), (3.19) e (3.20).

A instância tomada para a comparação foi a instância *Instance40_4*, da qual se obtiveram resultados bons para ambos os modelos. Os gráficos nas Figuras (18) - (21) foram construídos para analisar estas soluções, com respeito ao desvio por horas semanais e os gráficos nas Figuras (22) - (26) apresentam os desvios obtidos para os turnos regulares por cada médico. Na legenda de todas as figuras tem-se Ponderado_Min-max representando os desvios da inserção da solução do modelo ponderado no modelo *min-max*; Min-max, representando os desvios da solução do modelo *min-max* e Ponderado, representando os desvios do modelo de somas ponderadas.

Figura 18 – Horas em falta da semana 1 - instância *Instance40_4*.

Figura 19 – Horas em falta da semana 2 - instância *Instance40_4*.

Figura 20 – Horas em falta da semana 3 - instância *Instance40_4*.

Dos desvios de horas de trabalho, nas Figuras (19) - (21), podemos ver que a solução do modelo *min-max* com solução inicial proveniente do modelo ponderado possui desvios reduzidos, e mais equilibrados entre os médicos. Por sua vez, tomando somente o modelo *min-max*, apesar da suavização, tem-se valores maiores dos desvios de horas e o modelo de somas ponderadas permite desvios maiores ainda e díspares entre si. Estes resultados pressupõem que as soluções geradas a partir da inserção da solução do modelo ponderado no modelo *min-max* são melhores

Figura 21 – Horas em falta da semana 4 - instância *Instance40_4*.

comparativamente às soluções dos modelos considerados separadamente em termos de equilíbrio de horas.

Relativamente ao desvio em falta de turnos nota-se que, embora haja suavização, esta é menor comparativamente à consideração das horas de trabalho, devido a penalização que foi atribuída a este conjunto de restrições que controlam os turnos regulares no mês. Vide os gráficos nas Figuras (22) - (26).

Figura 22 – Comparação dos desvios dos turnos da manhã em falta - instância *Instance40_4*. Figura 23 – Comparação dos desvios dos turnos da tarde em falta - instância *Instance40_4*.

Foram efetuados testes também considerando a estratégia *populate*. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 18. Feitos os experimentos, em média, os melhores resultados foram obtidos aplicando a estratégia *populate* nas classes *dummyPSP1* a *dummyPSP3*. Destes resultados, pode se observar que analogamente à não aplicação da estratégia *populate*, a melhor média de GAP foi obtida para a classe *dummyPSP1*, aproximando-se a 55,17%.

Figura 24 – Comparação dos desvios dos turnos noturnos em falta - instância *Instance40_4*. Figura 25 – Comparação dos desvios dos plantões de dia em falta - instância *Instance40_4*. Figura 26 – Comparação dos desvios dos plantões de tarde em falta - instância *Instance40_4*.

Em relação aos limitantes superiores, houve melhorias para as instâncias *Instance10_4*, *Instance40_4*, *Instance20_8*, *Instance40_8*, *Instance40_12* e *Instance20_24* assim permitindo melhoria na qualidade das soluções, visto que os limitantes inferiores não se alteraram na maioria.

A comparação das escalas obtidas por cada um dos métodos foi feita tal como na abordagem anterior. Observe-se os gráficos nas Figuras (27) - (30) a comparação dos desvios por falta das horas semanais e a comparação dos desvios em falta dos turnos mensais para cada médico nos gráficos nas Figuras (31) - (35). Este comportamento é rotineiro ao longo das instâncias. Para exemplo, tomou-se a instância *Instance40_4*, qual foi usada também para a não consideração da estratégia *populate*.

Tal como não aplicando a estratégia *populate*, verifica-se que apesar de serem altos, há uma tendência, através do modelo *min-max* e também pela inserção da solução do modelo ponderado no modelo *min-max*, em equilibrar a carga de turnos entre os médicos, ao passo que através do modelo ponderado os desvios não são tão equilibrados. Deste modo, com os métodos

Tabela 18 – Solução do modelo de somas ponderadas como solução inicial para o modelo *min-max* aplicando a estratégia *populate*

Classe	Instância	Obj	Limitante Inferior	GAP (%)	Número de Iterações	Número de variáveis	Número de restrições	Tempo de Execução (s)
<i>DummyPSP1</i>	Instance10_4	9,65	1,25	87,02	139204355	1593	3755	3600
	Instance20_4	8,23	4,01	51,29	670482	3171	7132	3600
	Instance30_4	14,18	9,76	31,19	3914	4763	10743	3600
	Instance40_4	8,25	4,02	51,21	4636196	6341	14250	3600
<i>DummyPSP2</i>	Instance10_8	19,58	2,11	89,22	75805497	3065	7596	3600
	Instance20_8	17,68	8,06	54,41	2663811	6111	14492	3600
	Instance30_8	28,76	19,89	30,84	4490	9175	21363	3600
	Instance40_8	37,74	8,37	77,82	9590339	12221	28700	3600
<i>DummyPSP3</i>	Instance10_12	26,64	6,21	76,67	43111160	4537	11404	3600
	Instance20_12	28,64	13,03	54,51	4790400	9051	21855	3600
	Instance30_12	50,64	30,57	39,63	15067	13587	32225	3600
	Instance40_12	101,09	13,92	86,23	19226533	18101	42655	3600
<i>DummyPSP4</i>	Instance10_24	67,04	14,21	78,8	23390784	8953	23019	3600
	Instance20_24	99,66	31,93	67,96	12213466	17871	44039	3600
	Instance30_24	199,66	90,24	54,81	352728	26823	65410	3600
	Instance40_24	309,4	42,53	86,25	1282095	35741	85533	3600
<i>DummyPSP5</i>	Instance10_36	112,57	29,3	73,98	12342161	13369	34703	3600
	Instance20_36	267,69	53	80,2	8040676	26691	66291	3600
	Instance30_36	425,71	102,58	75,9	1191528	40059	97928	3600
	Instance40_36	463,36	61,37	86,76	2925476	53381	129597	3600

Figura 27 – Comparação das horas em falta da 1ª semana, aplicando a estratégia *populate* - instância *Instance40_4*. Figura 28 – Comparação das horas em falta da 2ª semana, aplicando a estratégia *populate* - instância *Instance40_4*.

propostos obteve-se escalas próximas ao nível desejado.

Figura 29 – Comparação das horas em falta da 3ª semana, aplicando a estratégia *populate* - instância *Instance40_4*.

Figura 30 – Comparação das horas em falta da 4ª semana, aplicando a estratégia *populate* - instância *Instance40_4*.

Figura 31 – Comparação dos desvios dos turnos da manhã em falta aplicando a estratégia *populate* - instância *Instance40_4*.

Figura 32 – Comparação dos desvios dos turnos da tarde em falta aplicando a estratégia *populate* - instância *Instance40_4*.

Figura 33 – Comparação dos desvios dos turnos noturnos em falta aplicando a estratégia *populate* - instância *Instance40_4*.

Figura 34 – Comparação dos desvios dos plantões de dia em falta aplicando a estratégia *populate* - instância *Instance40_4*.

Figura 35 – Comparação dos desvios dos plantões de tarde em falta aplicando a estratégia *populate* - instância *Instance40_4*.

5.3.2 Resultados das Heurísticas

5.3.2.1 Resultados das Heurísticas Relax-and-Fix

Para estas heurísticas, foram aplicados todos os parâmetros de ênfase e destes, o que melhores resultados demonstrou foi o parâmetro de ênfase em factibilidade, contudo a comparação com as demais abordagens de solução será em função do parâmetro de ênfase em balanceamento. Em todas as heurísticas não se utiliza a estratégia *populate*.

As Tabelas 19 e 20 apresentam os resultados do modelo executado no solver *CPLEX* e relativamente as heurísticas, estas apresentam o limitante superior, qualidade da solução de cada uma das heurísticas e tempo de execução representado por T_{max} . Inicialmente apresentam-se as soluções para o modelo de somas ponderadas e depois para o modelo *min-max*.

Modelo de Somas Ponderadas

Relativamente ao modelo de somas ponderadas, as soluções geradas pela heurística *RFSP* (Heurística do tipo *relax-and-fix* com particionamento por turnos) se mostraram competitivas às geradas pelo modelo, tanto em qualidade das soluções, bem como em tempo computacional. Não obstante, a heurística *RFPW* (Heurística do tipo *relax-and-fix* com particionamento por semanas) não se revelou tão competitiva quanto a *RFSP*, de qualquer modo, a partir destas heurísticas se puderam encontrar soluções factíveis e elegíveis para melhoria. Em suma, destas heurísticas, foram obtidas soluções de qualidade razoável e algumas soluções ótimas para algumas instâncias em tempo computacional até inferior ao do modelo, como se pode observar na Tabela 19.

Uma apreciação sobre o GAP médio obtido sobre o modelo de somas ponderadas é apresentada na Figura 36. A heurística *RFSP* empatou no quesito qualidade média das soluções em duas classes, a saber: *dummyPSP1* e *dummyPSP3*, sendo que para a última classe, o tempo computacional médio foi quase a metade do obtido pelo modelo e em relação à primeira classe a diferença foi muito pequena. Em relação à heurística *RFPW*, as soluções factíveis foram obtidas em média de tempo menor que as do modelo, embora sua menor qualidade.

Tabela 19 – *Relax-and-fix* sobre o modelo de somas ponderadas

Classe	Instância	CPLEX			RFPW			RFSP		
		Limitante Inferior	GAP (%)	Tempo de Execução (s)	Obj	GAP (%)	Tempo de Execução (s)	Obj	GAP (%)	Tempo de Execução (s)
<i>DummyPSP1</i>	Instance10_4	14,32	8,21	3600	15,6	8,21	2348,87	15,6	8,21	3600
	Instance20_4	54,24	0	12,74	54,24	0	34,51	54,24	0	13,61
	Instance30_4	201,12	0	2,91	201,18	0,03	6,58	201,12	0	3,69
	Instance40_4	108,53	0	214,51	108,53	0	534,39	108,53	0	208,6
<i>DummyPSP2</i>	Instance10_8	26,89	16,52	3600	32,34	16,85	3600	32,205	16,5	3600
	Instance20_8	109,77	0	153,34	109,78	0,009	226,99	109,77	0	152,59
	Instance30_8	402,28	0	6,36	402,28	0	37,3	402,28	0	6,89
	Instance40_8	221,38	0	624,18	223,29	0,86	2525,88	221,38	0	627,81
<i>DummyPSP3</i>	Instance10_12	44,03	27,97	3600	61,13	27,97	3600	61,13	27,97	3600
	Instance20_12	171,6	0	215,71	171,6	0	300,362	171,6	0	211,67
	Instance30_12	618,11	0	13,73	618,16	0,008	125,33	618,11	0	14,15
	Instance40_12	333,22	6,01	3600	376,97	11,61	3086,92	343,02	2,86	3600
<i>DummyPSP4</i>	Instance10_24	123,93	4,87	3600	134,02	7,53	3600	130,27	4,87	3600
	Instance20_24	281,06	7,56	3600	337,35	16,69	2842,47	304,06	7,56	3600
	Instance30_24	1168,19	0,004	60,81	1174,94	0,57	1139,38	1168,24	0,004	61,54
	Instance40_24	604,8	5,35	3600	2042,18	70,38	3176,69	644,7	6,19	3600
<i>DummyPSP5</i>	Instance10_36	189,61	11,99	3600	215,45	11,99	3600	215,45	11,99	3600
	Instance20_36	475,25	7,59	3600	580,75	18,17	3100,62	518,95	8,42	3600
	Instance30_36	1906,79	0	827	1909,67	0,15	1204,25	1906,79	0	909,9
	Instance40_36	1072,09	32,21	3600	1581,54	32,21	3600	1581,54	32,21	3600

Modelo *min-max*

Na Tabela 20 são apresentados os resultados das heurísticas sobre o modelo *min-max*. Analogamente às heurísticas aplicadas sobre o modelo de somas ponderadas, nestas o melhor desempenho do parâmetro de ênfase foi em factibilidade, mas serão apresentados para comparação os resultados do parâmetro de ênfase em balanceamento.

As heurísticas *RFSP* e *RFPW* aplicadas o modelo *min-max* apresentaram soluções factíveis no tempo limite. É interessante constatar que para a heurística *RFSP* foram inclusive encontradas soluções melhores que as do modelo para as instâncias *Instance20_4*, *Instance30_4*,

Figura 36 – GAP médio obtido pelas heurísticas *relax-and-fix* para o modelo de somas ponderadas

Instance20_8, Instance40_8, Instance10_12, Instance20_12, Instance10_24, Instance20_24 e Instance10_36.

Tabela 20 – *Relax-and-fix* sobre o modelo *min-max*

Classe	Instância	CPLEX			RFWP			RFSP		
		Limitante Inferior	GAP (%)	Tempo de Execução (s)	Obj	GAP (%)	Tempo de Execução (s)	Obj	GAP (%)	Tempo de Execução (s)
<i>DummyPSP1</i>	<i>Instance10_4</i>	1,22	79,83	3600	6,05	79,83	3600	6	79,67	3600
	<i>Instance20_4</i>	4	48,39	3600	7,75	48,39	3600	7,25	44,83	3600
	<i>Instance30_4</i>	9,77	40,54	3600	16,43	40,54	3600	14,2	31,2	3600
	<i>Instance40_4</i>	3,99	6,12	3600	4,25	6,12	3600	7,15	44,2	3600
<i>DummyPSP2</i>	<i>Instance10_8</i>	2,11	82,96	3600	15,09	86,02	3600	12,39	82,97	3600
	<i>Instance20_8</i>	8,03	51,71	3600	17,88	55,09	3600	13,56	40,78	3600
	<i>Instance30_8</i>	19,89	33,99	3600	30,14	34,01	3600	33,76	41,08	3600
	<i>Instance40_8</i>	8,36	75,94	3600	27,99	70,13	3600	34,59	75,83	3600
<i>DummyPSP3</i>	<i>Instance10_12</i>	6,21	69,47	3600	20,34	69,47	3600	19,89	68,78	3600
	<i>Instance20_12</i>	13,03	48,62	3600	25,86	49,61	3600	25,08	48,05	3600
	<i>Instance30_12</i>	30,57	30,35	3600	43,88	30,33	3600	53,89	43,27	3600
	<i>Instance40_12</i>	13,89	76,47	3600	59,04	76,47	3600	94,54	85,31	3600
<i>DummyPSP4</i>	<i>Instance10_24</i>	14,34	75,98	3600	59,7	75,98	3600	49,6	71,09	3600
	<i>Instance20_24</i>	31,91	65,84	3600	93,92	66,02	3600	88,87	64,09	3600
	<i>Instance30_24</i>	90,25	24,51	3600	119,55	24,51	3600	273,42	66,99	3600
	<i>Instance40_24</i>	42,53	87,72	3600	346,24	87,72	3600	464,24	90,84	3600
<i>DummyPSP5</i>	<i>Instance10_36</i>	29,3	71,56	3600	101,52	71,14	3600	99,07	70,42	3600
	<i>Instance20_36</i>	53	67,68	3600	174,04	69,55	3600	225,41	76,49	3600
	<i>Instance30_36</i>	102,6	53,94	3600	205,77	50,14	3600	513,31	80,01	3600
	<i>Instance40_36</i>	61,37	91,21	3600	698,16	91,21	3600	755,71	91,88	3600

A média de GAP obtido é apresentada na Figura 37. Aqui as melhores médias de GAP são majoritariamente obtidas através do modelo *min-max* e somente em uma classe é que se obteve melhor média de GAP através das heurísticas, designadamente a classe *dummyPSP2*.

5.3.2.2 Resultados das heurísticas *Fix-And-Optimize*

A heurística *fix-and-optimize* foi aplicada afim de se obter limitantes superiores melhores. Estas heurísticas iniciam-se com a solução obtida pela heurística *relax-and-fix* depois de um determinado tempo. O parâmetro de ênfase usado foi o de ênfase em balanceamento, tal foi com os modelos. Os resultados são apresentados nas Tabelas 21 e 22, em que constam o limitante

Figura 37 – GAP médio obtido pelas heurísticas *relax-and-fix* para o modelo *min-max*

inferior obtido pelo modelo através do *solver CPLEX*, a qualidade da solução e o tempo de execução. Cada heurística apresenta o limitante superior obtido, a qualidade da solução e o tempo de execução.

Analisando a aplicação destas heurísticas sobre o modelo de somas ponderadas na Tabela 21, a heurística da qual melhores resultados se obtiveram foi a *FOSWP* cujas soluções se mostraram competitivas às do modelo. Note que as diferenças destacam-se para as classes *DummyPSP4* e *DummyPSP5*. De todas as estratégias, a que piores resultados obteve, na sua média foi a heurística *FOWP*, segundo a Figura 38.

Figura 38 – GAP médio obtido pelas heurísticas *fix-and-optimize* para o modelo de somas ponderadas

Na Tabela 22 são apresentados os resultados em relação ao modelo *min-max*, cuja fase de construção pelas heurísticas *relax-and-fix* foi em tempo limite.

Para as heurísticas, os limitantes e qualidade da solução oferecidos não foram muito satisfatórios. Isto acontece porque as heurísticas derivam da relaxação linear do problema, que

Tabela 21 – Heurística *fix-and-optimize* sobre o modelo de somas ponderadas

Classe	Instância	CPLEX			FOWP			FOSP			FOSWP			FOWSP		
		Limitante Inferior	GAP (%)	Tempo de Execução (s)	Obj	GAP (%)	Tempo de Execução [s]	Obj	GAP (%)	Tempo de Execução (s)	Obj	GAP (%)	Tempo de Execução (s)	Obj	GAP (%)	Tempo de Execução (s)
<i>DummyPSP1</i>	Instance10_4	14,32	8,21	3600	15,6	8,21	2250	15,6	8,21	1928,57	15,6	8,21	1807,74	15,6	8,21	2250
	Instance20_4	54,24	0	12,74	54,24	0	34,9	54,24	0	34,73	54,24	0	13,54	54,24	0	13,54
	Instance30_4	201,12	0	2,91	201,18	0,03	6,93	201,18	0,03	1928,57	201,12	0	3,47	201,18	0,03	3,47
	Instance40_4	108,53	0	214,51	108,53	0	532,41	108,53	0	543,36	108,53	0	215	108,53	0	215
<i>DummyPSP2</i>	Instance10_8	26,89	16,52	3600	32,34	16,85	2025	32,34	16,85	1864,29	32,21	16,52	1864,29	32,34	16,85	2025
	Instance20_8	109,77	0	153,34	109,78	0,009	225,16	109,78	0,009	224	109,77	0	152819	109,78	0,009	152,82
	Instance30_8	402,28	0	6,36	402,28	0	38,03	402,28	0	40,89	402,28	0	7,86	402,28	0	7,86
	Instance40_8	221,38	0	624,18	227,18	2,55	1420,03	224,28	1,29	1842,86	221,38	0	631,73	227,18	2,55	2025
<i>DummyPSP3</i>	Instance10_12	44,03	27,97	3600	62,13	29,13	1950	62,13	29,13	1842,86	61,13	27,97	1842,86	62,13	29,13	1950
	Instance20_12	171,6	0	215,71	171,6	0	300,83	171,6	0	296,89	171,6	0	241,907	171,6	0	212,39
	Instance30_12	618,11	0	13,73	618,16	0,008	127,41	618,16	0,008	1842,86	618,11	0	13,5	618,16	0,008	18,8
	Instance40_12	333,22	6,01	3600	375,02	11,15	1950	377,92	11,83	1842,86	371,42	10,28	1842,86	377,91	11,83	1950
<i>DummyPSP4</i>	Instance10_24	123,93	4,87	3600	144,42	14,19	1875	144,42	14,19	1821,43	151,95	18,44	1821,43	140,75	11,95	1875
	Instance20_24	281,06	7,56	3600	353,77	20,55	1875	353,77	20,55	1821,43	307,04	8,46	1821,43	365,25	23,05	1875
	Instance30_24	1168,19	0,004	60,81	1192,24	2,02	952,387	1192,24	2,02	1821,43	1168,24	0,004	78,77	1192,24	2,02	78,77
	Instance40_24	604,8	5,35	3600	2359,48	74,37	1875	2363,28	74,41	1821,43	735,9	17,81	1821,43	2364,23	74,42	1875
<i>DummyPSP5</i>	Instance10_36	189,61	11,99	3600	247,18	23,29	1860	215,45	11,99	1860	247,18	23,29	1814,29	215,45	11,99	1860
	Instance20_36	475,25	7,59	3600	702,33	32,33	1860	702,33	32,33	1725,41	587,48	19,10	1814,29	702,33	32,33	1860
	Instance30_36	1906,79	0	827	1921,05	0,74	986,278	1921,05	0,74	975833	1906,79	0	870,11	1921,05	0,74	870,11
	Instance40_36	1072,09	32,21	3600	1581,54	32,21	1860	1581,54	32,21	1860	1581,54	32,21	1814,29	1581,54	32,21	1860

não é boa. Os resultados resumidos estão na Figura 39.

Quanto à heurística *FOWP*, as soluções foram de qualidade pior comparativamente às demais e piores que as do modelo, na maioria. Repare-se para a classe *dummyPSP4* e *dummyPSP5*, as diferenças de qualidade foram maiores ao comparar com as demais classes, do que se pode inferir que houve dificuldades tanto na construção como na melhoria de soluções no tempo estimado.

Tabela 22 – Heurística *fix-and-optimize* sobre o modelo *min-max*

Classe	Instância	CPLEX			FOWP			FOSP			FOSWP			FOWSP		
		Limitante Inferior	GAP (%)	Tempo de Execução (s)	Obj	GAP (%)	Tempo de Execução (s)	Obj	GAP (%)	Tempo de Execução (s)	Obj	GAP (%)	Tempo de Execução (s)	Obj	GAP (%)	Tempo de Execução (s)
<i>DummyPSP1</i>	Instance10_4	1,22	79,83	3600	6	79,67	1928,57	6	79,67	2250	6,05	79,83	1928,57	6	79,67	2250
	Instance20_4	4	48,38	3600	7,75	48,39	1928,57	7,75	48,39	2250	7,75	48,39	1928,57	7,75	48,39	2250
	Instance30_4	9,77	40,54	3600	14,2	31,20	1928,57	14,2	31,20	2250	17,4	43,85	1928,57	14,2	31,2	2250
	Instance40_4	3,99	6,12	3600	7,25	44,97	1928,57	7,25	44,97	2250	4,25	6,12	1928,57	7,25	44,97	2250
<i>DummyPSP2</i>	Instance10_8	2,11	82,96	3600	12,38	82,96	1864,29	12,38	82,96	2025	15,99	86,80	1864,29	12,38	82,96	2025
	Instance20_8	8,03	51,71	3600	14,13	43,17	1864,29	14,13	43,17	2025	17,43	53,93	1864,29	14,13	43,17	2025
	Instance30_8	19,89	33,99	3600	33,76	41,08	1864,29	33,76	41,08	2025	34,68	42,65	1864,29	33,76	41,08	2025
	Instance40_8	8,36	75,94	3600	74,39	88,76	1864,29	74,39	88,76	2025	36,04	76,80	1864,29	61,54	86,42	2025
<i>DummyPSP3</i>	Instance10_12	6,21	69,47	3600	19,89	68,78	1842,86	19,89	68,78	1950	21,24	70,76	1842,86	19,89	68,78	1950
	Instance20_12	13,03	48,62	3600	28,96	55,01	1842,86	28,96	55,01	1950	25,86	49,61	1842,86	28,96	55,01	1950
	Instance30_12	30,57	30,35	3600	55,84	45,25	1842,86	54,84	44,26	1950	45,89	33,38	1842,86	55,84	45,25	1950
	Instance40_12	13,89	76,47	3600	107,39	87,07	1842,86	102,74	86,48	1950	83,09	83,28	1842,86	102,69	86,47	1950
<i>DummyPSP4</i>	Instance10_24	14,34	75,98	3600	53,3	73,10	1821,43	52,4	72,63	1875	59,7	75,98	1821,43	54,04	73,46	1875
	Instance20_24	31,91	65,84	3600	97,02	67,11	1821,43	97,47	67,26	1875	101,67	68,61	1821,43	97,47	67,26	1875
	Instance30_24	90,25	24,51	3600	327,72	72,46	1821,43	362,07	75,07	1875	146,25	38,29	1821,43	357,57	74,76	1875
	Instance40_24	42,53	87,72	3600	486,34	91,26	1821,43	486,34	91,26	1875	419,44	89,86	1821,43	486,34	91,26	1875
<i>DummyPSP5</i>	Instance10_36	29,3	71,56	3600	125,53	76,66	1814,29	125,53	76,66	1860	114,77	74,47	1814,29	126,88	76,91	1860
	Instance20_36	53	67,68	3600	393,26	86,52	1814,29	393,26	86,52	1860	211,19	74,90	1814,29	393,26	86,52	1860
	Instance30_36	102,59	53,94	3600	735,41	86,05	1814,29	735,41	86,05	1860	259,67	60,49	1814,29	735,41	86,05	1860
	Instance40_36	61,37	91,21	3600	816,71	92,49	1814,29	816,71	92,49	1860	843,16	92,72	1814,29	816,71	92,49	1860

Figura 39 – GAP médio obtido pelas heurísticas *fix-and-optimize* sobre o modelo *min-max*

CONCLUSÕES

Nesta dissertação de mestrado foi abordado o problema de escalonamento de médicos por meio de duas modelagens matemáticas que visam elaboração de escalas. O modelo matemático base é fortemente baseado no proposto por [Beaulieu et al. \(2000\)](#), cujo objetivo é minimização dos desvios obtidos nas restrições de distribuição. O modelo que mais se aproxima de [Beaulieu et al. \(2000\)](#) é o modelo de somas ponderadas. Outra proposta de tratamento do problema envolve equilíbrio na elaboração das escalas designado modelo *min-max* que consiste na minimização dos máximos desvios obtidos nas restrições de distribuição.

Para obtenção de soluções para tais problemas, os modelos foram resolvidos pelo solver de otimização *CPLEX* com ajustes de parâmetros e métodos heurísticos baseados nas formulações matemáticas propostas. Para cada uma das formulações, foram analisadas as soluções obtidas pelos métodos de solução, discutindo as vantagens de cada abordagem por meio de gráficos.

Relativamente a qualidade das soluções, do modelo ponderado pode-se obter soluções de melhor qualidade, enquanto que do modelo *min-max* devido a inclusão de restrições de balanceamento, obteve-se soluções de pior qualidade. A ponderação atribuída na função objetivo teve também implicações, embora que escassos na qualidade das soluções, pois havia uma grande diferença entre as atribuídas ao conjunto de restrições de distribuição de horas e as demais.

Quanto à qualidade das escalas, sob ponto de vista de equilíbrio, o modelo *min-max* pela presença das restrições de balanceamento, teve melhor desempenho em relação ao modelo ponderado, suavizando-se entre os médicos as escalas. A consideração de horas foi a que mais ganhos teve em equilíbrio, devido à ênfase atribuída, comparativamente às demais considerações.

Um comportamento comum para os modelos são os limitantes inferiores extremamente fracos que não evoluem com o passar do tempo. Este fato se deve a relaxação linear fraca obtida em virtude do grande número de restrições de factibilidade.

A fim de se melhorar as soluções, estima-se que a criação de novas estratégia de partição

e melhoria sejam ideias para amenizar os impasses observados. Em relação à construção de soluções iniciais, heurísticas construtivas devem ser investigadas. Estas heurísticas de construção permitirão maior tempo às estratégias de melhoria e possibilidade de se obter melhores soluções.

Novas estratégias de particionamento nas heurísticas *fix-and-optimize* podem ser aplicadas, combinando a sobreposição e aleatoriedade na otimização. Esta estratégia já foi aplicada em problemas com estrutura similar e seus resultados foram promissores. A combinação possível seria o particionamento por semanas, usando uma janela de sobreposição maior que a usada para definir o tamanho da partição.

O investimento em novas formulações para o problema, pela criação de desigualdades válidas e eliminação de redundâncias a fim de melhorar a relaxação linear do problema e consequentemente o limitante inferior é um caminho que se pretende seguir. Tomando em consideração períodos longos, o problema pode ter para algumas instâncias 40719 restrições $\times$ 17 817 variáveis, apontando um problema de grande dimensão e assim, suscitando a aplicação da técnica de geração de colunas, um investimento possível para um problema desta dimensão e característica. Além da geração de colunas, outra consideração é a aplicação de técnicas de busca local usando *Variable Neighborhood Search*, numa abordagem similar a aplicada por [Dorneles, Araujo e Buriol \(2014\)](#).

Em resumo, o subsídio que esta dissertação oferece foi o estudo de métodos heurísticos já existentes na literatura, os métodos de particionamento propostos, seu desempenho ante as formulações propostas, bem como a apresentação de uma formulação nova para este tipo de problema, o *min-max*, e a consideração da inserção do modelo ponderado no *min-max* a fim de obter soluções mais desejadas no cenário real.

REFERÊNCIAS

AICKELIN, U.; DOWSLAND, K. A. An indirect genetic algorithm for a nurse-scheduling problem. **Computers and Operations Research**, Elsevier Science Ltd., Oxford, UK, UK, v. 31, n. 5, p. 761–778, abr. 2004. Citado na página 40.

_____. Exploiting problem structure in a genetic algorithm approach to a nurse rostering problem. **CoRR**, abs/0802.2001, 2008. Citado na página 40.

ALFARES, H. K. Survey, categorization and comparison of recent tour scheduling literature. **Annals of Operations Research**, Kluwer Academic Publishers, v. 127, n. 1-4, p. 145–175, 2004. Citado na página 35.

ANBIL, R.; TANGA, R.; JOHNSON, E. L. A global approach to crew-pairing optimization. **IBM Systems Journal**, v. 31, n. 1, p. 71–78, 1992. Citado na página 34.

ANDERSSON, E.; HOUSOS, E.; KOHL, N.; WEDELIN, D. Crew pairing optimization. In: YU, G. (Ed.). **Operations Research in the Airline Industry**. [S.l.]: Springer US, 1998, (International Series in Operations Research and Management Science, v. 9). p. 228–258. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 35.

ARABEYRE, J. P.; FEARNLEY, J.; STEIGER, F. C.; TEATHER, W. The airline crew scheduling problem: A survey. **Transportation Science**, v. 3, n. 2, p. 140–163, 1969. Citado na página 34.

BEAULIEU, H.; FERLAND, J. A.; GENDRON, B.; MICHELON, P. A mathematical programming approach for scheduling physicians in the emergency room. **Health Care Management Science**, n. 2, p. 193–200, 2000. Citado 14 vezes nas páginas 22, 31, 38, 39, 41, 43, 50, 52, 53, 54, 55, 56, 95 e 103.

BELIEN, J.; DEMEULEMEESTER, E. Scheduling trainees at a hospital department using a branch-and-price approach. **European Journal of Operational Research**, v. 175, n. 1, p. 258 – 278, 2006. ISSN 0377-2217. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 42.

_____. Building cyclic master surgery schedules with leveled resulting bed occupancy. **European Journal of Operational Research**, v. 176, n. 2, p. 1185 – 1204, 2007. ISSN 0377-2217. Citado 3 vezes nas páginas 37, 42 e 50.

_____. A branch-and-price approach for integrating nurse and surgery scheduling. **European Journal of Operational Research**, v. 189, n. 3, p. 652 – 668, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 40.

BERGH, J. Van den; BELIEN, J.; BRUECKER, P. D.; DEMEULEMEESTER, E.; BOECK, L. D. Personnel scheduling: A literature review. **European Journal of Operational Research**, v. 226, n. 3, p. 367–385, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 24, 33 e 34.

BIERLAIRE, F. **Symposium of the European Association for Research in Transportation**. [S.l.], 2015. <"<http://www.heart-web.org/>>. Citado na página 38.

- BRUCKER, P.; QU, R.; BURKE, E. Personnel scheduling: Models and complexity. **European Journal of Operational Research**, v. 210, n. 2, p. 467–473, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 33.
- Burke, E.; Curtois, T.; Post, D. G.; Qu, R.; Veltman, D. B. A hybrid heuristic ordering and variable neighbourhood search for the nurse rostering problem. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, Amsterdam, v. 188, n. 2, p. 330–341, July 2008. Citado na página 40.
- BURKE, E. K.; CAUSMAECKER, P. D.; BERGHE, G. V.; LANDEGHEM, H. V. The state of the art of nurse rostering. **J. of Scheduling**, Kluwer Academic Publishers, Hingham, MA, USA, v. 7, n. 6, nov. 2004. Citado 3 vezes nas páginas 23, 39 e 43.
- C, L.; IYER, S. A. Application of queueing theory in health care: A literature review. **Operations Research for Health Care**, v. 2, n. 1 - 2, p. 25 – 39, 2013. ISSN 2211-6923. Citado na página 37.
- CAPRARA, A.; FISCHETTI, M.; TOTH, P.; VIGO, D. Modeling and solving the crew rostering problem. v. 46, p. 820–830, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 35.
- CARELLO, G.; LANZARONE, E. A cardinality-constrained robust model for the assignment problem in home care services. **European Journal of Operational Research**, v. 236, n. 2, p. 748 – 762, 2014. ISSN 0377-2217. Citado na página 37.
- CARTER, M.; LAPIERRE, S. Scheduling emergency room physicians. **Health Care Management Science**, Kluwer Academic Publishers, v. 4, n. 4, p. 347–360, 2001. Citado na página 43.
- CAUSMAECKER, P. D.; DEMEESTER, P.; BERGHE, G. V.; VERBEKE, B. Analysis of real-world personnel scheduling problems. In: **Proceedings of the 5th International Conference on Practice and Theory of Automated Timetabling (Patat 2004), International conference PATAT 2004, Pittsburgh, USA, August 18-20, 2004**. [S.l.]: Carnegie Mellon University, 2004. p. 183–197. Citado na página 36.
- CESCHIA, S.; SCHAERF, A. Local search and lower bounds for the patient admission scheduling problem. **Computers and Operations Research**, v. 38, n. 10, p. 1452 – 1463, 2011. ISSN 0305-0548. Citado na página 37.
- _____. Modeling and solving the dynamic patient admission scheduling problem under uncertainty. **Artificial Intelligence in Medicine**, v. 56, n. 3, p. 199 – 205, 2012. ISSN 0933-3657. Citado na página 37.
- CHEANG, B.; LI, H.; LIM, A.; RODRIGUES, B. Nurse rostering problems: a bibliographic survey. **European Journal of Operational Research**, v. 151, n. 3, p. 447 – 460, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 40.
- CONSTANTINO, A. A.; LANDA-SILVA, D.; MELO, E. L. de; MENDONÇA, C. F. X. de; RIZZATO, D. B.; aO, W. R. A heuristic algorithm based on multi-assignment procedures for nurse scheduling. **Annals of Operation Research**, v. 218, n. 3, p. 165–183, 2014. Citado na página 40.
- DANTZIG, G. B. A comment on edie's "traffic delays at toll booths". **Journal of the Operations Research Society of America**, v. 2, n. 3, p. 339–341, 1954. Citado na página 32.

DANTZIG, G. B.; WOLFE, P. Decomposition principle for linear programs. **Operations Research**, n. 8, p. 101–111, 1960. Citado na página 36.

DEMEESTER, P.; SOUFFRIAU, W.; CAUSMAECKER, P. D.; BERGHE, G. V. A hybrid tabu search algorithm for automatically assigning patients to beds. **Artificial Intelligence in Medicine**, v. 48, n. 1, p. 61–70, 2010. ISSN 0933-3657. Citado na página 37.

DILLENBERGER, C.; ESCUDERO, L. F.; WOLLENSAK, A.; ZHANG, W. Lotsizing models for production planning on practical resource allocation for production planning and scheduling with period overlapping setups. **European Journal of Operational Research**, v. 75, n. 2, p. 275 – 286, 1994. Citado na página 61.

DOHN, A.; MASON, A. Branch-and-price for staff rostering: An efficient implementation using generic programming and nested column generation. **European Journal of Operational Research**, v. 230, n. 1, p. 157 – 169, 2013. Citado na página 40.

DORNELES, A.; ARAUJO, O. de; BURIOL, L. A fix-and-optimize heuristic for the high school timetabling problem. **Computers and Operations Research**, v. 52, p. 29 – 38, 2014. ISSN 0305 - 0548. Citado 2 vezes nas páginas 64 e 96.

DOWSLAND, K. A. Nurse scheduling with tabu search and strategic oscillation. **European Journal of Operational Research**, v. 106, n. 2–3, p. 393 – 407, 1998. Citado na página 40.

EDIE, L. C. Traffic delays at toll booths. **Journal of the Operations Research Society of America**, v. 2, n. 2, p. 107–138, 1954. Citado na página 32.

ERNST, A.; JIANG, H.; KRISHNAMOORTHY, M.; OWENS, B.; SIER, D. An annotated bibliography of personnel scheduling and rostering. **Annals of Operations Research**, Kluwer Academic Publishers, v. 127, n. 1-4, p. 21–144, 2004. Citado 3 vezes nas páginas 30, 32 e 33.

ERNST, A.; JIANG, H.; KRISHNAMOORTHY, M.; SIER, D. Staff scheduling and rostering: A review of applications, methods and models. **European Journal of Operational Research**, v. 153, n. 2, p. 3–27, 2004. Citado 5 vezes nas páginas 27, 29, 30, 36 e 38.

FERRAND, Y.; MAGAZINE, M. J.; RAO, U. S.; GLASS, T. F. Building cyclic schedules for emergency department physicians. **Interfaces**, v. 41, n. 6, p. 521–533, 2011. Citado na página 42.

FERREIRA, D.; MORABITO, R.; RANGEL, S. Um modelo de otimização inteira mista e heurísticas relax and fix para a programação de produção de fábricas de refrigerantes de pequeno porte. **Production**, scielo, v. 18, p. 76 – 88, 00 2008. Citado na página 62.

FORTE, G. **International Federation of Operational Research Societies**. [S.l.], 2014. <"<http://www.agifors.org/>>. Citado na página 38.

FURLAN, M. **Métodos Heurísticos para o problema de dimensionamento de lotes multietapio com limitacao de capacidade**. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Sao Paulo, 2011. Citado na página 62.

GENDREAU, M.; FERLAND, J.; GENDRON, B.; HAIL, N.; JAUMARD, B.; LAPIERRE, S.; PESANT, G.; SORIANO, P. Physician scheduling in emergency rooms. In: BURKE, E.; RUDOVÁ, H. (Ed.). **Practice and Theory of Automated Timetabling VI**. [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2007, (Lecture Notes in Computer Science, v. 3867). p. 53–66. Citado 3 vezes nas páginas 41, 43 e 46.

GOEL, A.; VIDAL, T. Hours of service regulations in road freight transport: An optimization-based international assessment. **Transportation Science**, v. 48, n. 3, p. 391–412, 2014. Citado na página 34.

GOPALAKRISHNAN, B.; JOHNSON, E. Airline crew scheduling: State-of-the-art. **Annals of Operations Research**, Kluwer Academic Publishers, v. 140, n. 1, p. 305–337, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 35.

JAUMARD, B.; SEMET, F.; VOVOR, T. A generalized linear programming model for nurse scheduling. **European Journal of Operational Research**, v. 107, n. 1, p. 1 – 18, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 43.

JEPPESEN. JEPPESEN. [S.l.], 2015. <<http://www.jepesen.com/index.jsp>>. Citado na página 35.

LANG, J. C.; SHEN, Z.-J. M. Fix-and-optimize heuristics for capacitated lot-sizing with sequence-dependent setups and substitutions. **European Journal of Operational Research**, v. 214, n. 3, p. 595 – 605, 2011. Citado na página 64.

MÉDICA, R. RESOLUÇÃO CFM Nº 1.763/2005. [S.l.], 2005. <http://www.portalmedico.org.br/resolucoes/cfm/2005/1763_2005.htm>. Citado na página 46.

MISTA. **Multidisciplinary International Conference on Scheduling: Theory and Applications**. [S.l.], 2012. <<http://www.schedulingconference.org/forum/about/>>. Citado na página 38.

PATAT. **The International Series of Conferences on the Practice and Theory of Automated Timetabling (PATAT)**. [S.l.], 2015. <<http://www.patatconference.org/>>. Citado na página 38.

PÉCORA, J. E. **Esquematização de médicos em salas de emergências: Uma abordagem Híbrida**. Dissertação (thesis) — Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 50.

PENG, Y.; QU, X.; SHI, J. A hybrid simulation and genetic algorithm approach to determine the optimal scheduling templates for open access clinics admitting walk-in patients. **Computers And Industrial Engineering**, v. 72, n. 0, p. 282–296, 2014. ISSN 0360-8352. Citado na página 38.

PLANALTO, P. MEDIDA PROVISÓRIA Nº 2.164-41, DE 24 DE AGOSTO DE 2001. [S.l.], 2001. <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/MPV/2164-41.htm#art2>. Citado na página 46.

POCHET, Y.; WOLSEY, L. A. **Production Planning by Mixed Integer Programming**. [S.l.]: Springer-Verlag New York, 2006. (Springer Series in Operations Research and Financial Engineering). ISBN 978-0-387-29959-4. Citado na página 63.

PSZTC/NRP/ www.cs.nott.ac.uk/. **Benchmark Instances**. [S.l.]. <<http://www.cs.nott.ac.uk/~psztc/NRP/>>. Citado na página 67.

PUENTE, J.; GÓMEZ, A.; FERNÁNDEZ, I.; PAOLO, P. Medical doctor rostering problem in a hospital emergency department by means of genetic algorithms. **European Journal of Operational Research**, v. 56, n. 2, p. 1232–1242, 2009. Citado 5 vezes nas páginas 23, 32, 38, 42 e 45.

RAIS, A.; VIANA, A. Operations research in healthcare: a survey. **International Transactions in Operational Research**, v. 18, n. 2, p. 1–31, 2010. Citado na página 36.

ROCHA, M.; OLIVEIRA, J. F.; CARRAVILLA, M. A. Quantitative approaches on staff scheduling and rostering in hospitality management: An overview. **American Journal of Operations Research**, v. 2, n. 1, p. 137–145, 2012. Citado 3 vezes nas páginas 30, 31 e 38.

ROCHA, M. S. F. d. S. **The staff scheduling problem: a general model and applications**. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2013. Citado na página 30.

ROUSSEAU, L.-M.; PESANT, G.; GENDREAU, M. A general approach to the physician rostering problem. **Annals of Operations Research**, Kluwer Academic Publishers, v. 115, n. 1-4, p. 193–205, 2002. ISSN 0254-5330. Citado 3 vezes nas páginas 28, 30 e 41.

SAURÉ, A.; PATRICK, J.; TYLDESLEY, S.; PUTERMAN, M. L. Dynamic multi-appointment patient scheduling for radiation therapy. **European Journal of Operational Research**, v. 223, n. 2, p. 573 – 584, 2012. ISSN 0377-2217. Citado na página 37.

THOMPSON, G. Labor scheduling, part 1: forecasting demand. **The Cornell Hotel and Restaurant Administration Quarterly**, v. 39, n. 2, p. 22–31, 1998. Citado na página 28.

_____. Labor scheduling, part 2: Knowing how many on-duty employees to schedule. **The Cornell Hotel and Restaurant Administration Quarterly**, v. 39, n. 2, p. 26–37, 1998. Citado na página 28.

_____. Labor scheduling, part 3: Developing a workforce schedule. **The Cornell Hotel and Restaurant Administration Quarterly**, v. 40, n. 2, p. 86–96, 1999. Citado na página 28.

_____. Labor scheduling, part 4: Controlling workforce schedules in real time. **The Cornell Hotel and Restaurant Administration Quarterly**, v. 40, n. 2, p. 85–96, 1999. Citado na página 29.

_____. Labor scheduling: A commentary. **The Cornell Hotel and Restaurant Administration Quarterly**, v. 44, n. 2, p. 149–155, 2003. Citado 4 vezes nas páginas 27, 28, 29 e 30.

TOLEDO, C. F. M.; ARANTES, M. S.; HOSSOMI, M. Y. B.; FRANÇA, P. M.; AKARTUNALI, K. A relax-and-fix with fix-and-optimize heuristic applied to multi-level lot-sizing problems. **Journal of Heuristics**, v. 21, n. 5, 2015. Citado na página 62.

TOPALOGLU, S. A multi-objective programming model for scheduling emergency medicine residents. **Computers and Industrial Engineering**, v. 51, n. 4, p. 375–388, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 50.

_____. A shift scheduling model for employees with different seniority levels and an application in healthcare. **European Journal of Operational Research**, v. 198, n. 3, p. 943–957, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 42, 45 e 70.

VALDES, V. A. V. **Integrating Crew Scheduling and Rostering Problems**. Tese (Doutorado) — Alma Mater Studiorum Universit‘a di Bologna, 2010. Citado na página 27.

WEIDE, O. **Robust and integrated airline scheduling**. Tese (Doutorado) — The University of Auckland, 2009. Citado na página 36.

MODELOS NA LITERATURA

Este capítulo apresenta o trabalho na literatura que serviu de base para o modelo reformulado na presente dissertação de mestrado.

A.1 Modelos na Literatura

A.1.1 *Modelo Beaulieu et al. (2000)*

Beaulieu et al. (2000) fizeram um estudo de caso em um departamento de emergências de um hospital em Montreal, Canadá. Para este departamento as escalas são elaboradas para períodos semestrais e uma escala especial é preparada para o período que compreende a semana do Natal. Este departamento é composto por um efetivo de 20 médicos incluindo 15 que trabalham em regime de contrato a tempo integral e 5 médicos residentes, i.e, com menos de 3 anos de experiência. Aproximadamente 2 meses antes do início de um novo horizonte de planejamento, cada médico submete uma lista de preferências que inclui férias, folgas, número de horas semanais, turnos desejados ou sequência de turnos. O responsável por elaborar a escala considera primeiro a alocação nos finais de semana, seguida das noites e por fim outros turnos. Este processo requer uma semana de dedicação, pois é manual e envolve reajustes sucessivos das escalas. O problema mais tedioso neste processo é o seguinte: acontece frequentemente que não há entre disponíveis, médicos que sejam alocados que não violem as restrições. Assim, um desafio lançado é que se obtenha uma solução que respeite a mais regras que o responsável pela elaboração possa obter e não tomar muito tempo. A abordagem proposta é baseada em um modelo de programação matemática, dividido em quatro categorias, denominadas: restrições mandatórias, restrições ergonômicas, restrições de distribuição e restrições de objetivo. Primeiro é apresentado o conjunto de conjuntos e índices.

Conjuntos e índices

I Conjunto de médicos;

- J** Conjunto de dias do horizonte de planejamento $J = \{1, \dots, n\}$. Assume-se que o dia 1 é uma segunda feira e o dia n é um domingo e $n \geq 28$, senão algumas restrições relacionadas aos turnos de final de semana não poderão ser modeladas. Neste caso considera-se o conjunto $J_p = \{-m+1, \dots, -1, 0\}$ que inclui m dias do período anterior. Para garantir a continuidade do planejamento a alocação durante esses dias é requerida.
- K** Conjunto de turnos. Na descrição do modelo, são considerados vários subconjuntos, a saber: K_D - turnos de dia, K_E - turnos da tarde, K_N turnos da noite, K_R turnos regulares, K_T turnos de trauma.

Variáveis do Problema

- x_{ijk} Variável de alocação do i -ésimo médico no k -ésimo turno do j -ésimo dia;
 $(x_{ijk} = 1$, se i -ésimo médico for alocado no k -ésimo turno do j -ésimo dia
 $x_{ijk} = 0$, caso contrário.);

Restrições mandatórias

$$\sum_{i \in I} x_{ijk} = 1 \quad j \in J, \quad k \in K(j) \quad (\text{A.1})$$

Um médico deve ser alocado a cada turno do período. Onde $K(j)$ é o conjunto de turnos a ser concluído durante o dia j . De forma a simplificar a notação, assume-se $K(j)$. Um conjunto fictício de médicos deve ser adicionado ao conjunto I , que será alocado aos turnos que não podem ser atribuídos aos médicos regulares.

$$\sum_{k \in K} x_{ijk} \leq 1 \quad i \in I, j \in J \quad (\text{A.2})$$

Um médico não pode ser alocado a mais que um turno por dia.

$$\sum_{k \in K_E} x_{i(j-1)k} + \sum_{k \in K_D} x_{ijk} \leq 1 \quad i \in I, j \in J \quad (\text{A.3})$$

Um médico alocado ao turno da tarde num determinado dia, não poderá ser alocado ao turno de dia no dia seguinte.

$$\sum_{k \in K_N} x_{i(j-1)k} + \sum_{k \notin K_N} x_{ijk} \leq 1 \quad i \in I, j \in J \quad (\text{A.4})$$

Um médico alocado ao turno da noite não deve ser alocado a outro turno que não seja noturno no dia seguinte.

$$x_{ijk} = 1(0) \quad i \in I, j \in \tilde{J}, k \in \tilde{K} \quad (\text{A.5})$$

Médicos têm direito de férias, folgas e de trabalhar em turnos requeridos. $\tilde{J} \subset J$ e $\tilde{K} \subset K$ representam tanto os dias requeridos como os dias de folgas ou férias requeridos pelo médico.

Restrições ergonômicas

$$\sum_{j \in \tilde{J}} \sum_{k \in \tilde{K}} h_k x_{ijk} \leq U(\tilde{J}, \tilde{K}) \quad i \in I, j \in J \quad (\text{A.6})$$

Há um limite no número de horas semanais ou mensais para alguns turnos. Onde h_k representa o numero de horas correspondentes ao turno k . $\tilde{J} \subset J$ e $\tilde{K} \subset K$ relacionam-se as semanas ou meses e tipos de turnos, respectivamente. $U(\tilde{J}, \tilde{K})$ é o limite superior no número de horas correspondente aos $\tilde{J}$ dias e $\tilde{K}$ turnos.

$$\sum_{l=j-d}^j \sum_{k \in K} x_{ilk} \leq d \quad i \in I, j \in J \quad (\text{A.7})$$

Número limite de dias consecutivos de trabalho. Onde $d \leq m$ representa o número máximo de dias consecutivos. Normalmente considera-se $d = 4$, mas um limite de 5 dias pode ser usado durante o período de férias, quando 4 ou mais médicos está ausente simultaneamente.

$$\sum_{k \in K_N} x_{ijk} = \sum_{k \in K_N} x_{i(j+1)k} = \sum_{k \in K_N} x_{i(j+2)k} \quad i \in I, j \in \{5, 12, \dots, n-2\} \quad (\text{A.8})$$

$$\sum_{k \in K_E \cap K_T} x_{ijk} = \sum_{k \in K_E \cap K_R} x_{i(j+1)k} = \sum_{k \in K_E \cap K_T} x_{i(j+2)k} \quad i \in I, j \in \{5, 12, \dots, n-2\} \quad (\text{A.9})$$

$$\sum_{k \in K_E \cap K_R} x_{ijk} = \sum_{k \in K_E \cap K_T} x_{i(j+1)k} = \sum_{k \in K_E \cap K_R} x_{i(j+2)k} \quad i \in I, j \in \{5, 12, \dots, n-2\} \quad (\text{A.10})$$

$$\sum_{k \in K_D \cap K_T} x_{ijk} = \sum_{k \in K_D \cap K_R} x_{i(j+1)k} = \sum_{k \in K_D \cap K_T} x_{i(j+2)k} \quad i \in I, j \in \{5, 12, \dots, n-2\} \quad (\text{A.11})$$

$$\sum_{k \in K_D \cap K_R} x_{ijk} = \sum_{k \in K_D \cap K_T} x_{i(j+1)k} = \sum_{k \in K_D \cap K_R} x_{i(j+2)k} \quad i \in I, j \in \{5, 12, \dots, n-2\} \quad (\text{A.12})$$

A partir das restrições (A.8) a (A.12) tem se que turnos de manhã, tarde ou noite são atribuídos em finais de semana consecutivos ao mesmo médico e turnos de trauma ou regulares são atribuídos em finais de semana alternados.

$$\sum_{k \in K} \{x_{i(j-1)k} + x_{ijk}\} \leq 1 \quad i \in I, j \in \{1, 8, \dots, n-6\} \quad (\text{A.13})$$

Após trabalhar em um domingo, um médico não deve trabalhar na segunda-feira seguinte.

$$\sum_{k \in K_N} \{x_{i(j-1)k} - x_{ijk}\} = 0 \quad i \in \tilde{I}, j \in \{2, 9, \dots, n-5\} \quad (\text{A.14})$$

$$\sum_{k \in K_N} \{x_{ijk} - x_{i(j-1)k} - x_{i(j+2)k}\} = 0 \quad i \in \tilde{I}, j \in \{2, 9, \dots, n-5\} \quad (\text{A.15})$$

Das restrições (A.14) e (A.15) tem-se que sempre que um médico trabalha em uma noite, ele pode cumprir até três noites consecutivas. Onde $\tilde{I} \subset I$ é o conjunto de médicos que requer trabalhar 3 noites consecutivas depois de ter sido alocado a uma. Estas restrições só precisam ser definidas para terça-feira, uma vez que as restrições correspondentes aos dias de final de semana foram consideradas nas restrições em (A.13).

$$s_{ij}^1 - \sum_{k \in K} x_{i(j-2)k} \leq 0 \quad i \in I, j \in J \quad (\text{A.16})$$

$$s_{ij}^1 - \sum_{k \in K_N} x_{i(j-1)k} \leq 0 \quad i \in I, j \in J \quad (\text{A.17})$$

$$s_{ij}^1 - \sum_{k \in K_N} x_{i(j-2)k} - \sum_{k \in K_N} x_{i(j-1)k} + \sum_{k \in K_N} x_{ijk} \geq -1 \quad i \in I, j \in J \quad (\text{A.18})$$

$$s_{ij}^1 + \sum_{k \in K_N} x_{ijk} \leq 1 \quad i \in I, j \in J \quad (\text{A.19})$$

Se um médico é alocado ao turno da noite após ter concluído qualquer turno no dia anterior, então ele deve ter pelo menos dois dias de folga antes de ser alocado a qualquer outro turno que não seja o da noite. Assim, é introduzida a variável de sucessão s_{ij}^1 para formular as restrições associadas a esta regra. A partir destas restrições, pode-se então notar que:

$$s_{ij}^1 = \begin{cases} 1 & \text{if médico } i \text{ trabalha no dia } j-2, \\ & \text{se cumpre um turno da noite no dia } j-1 \text{ e} \\ & \text{se não é alocado ao turno da noite no dia } j \\ 0 & \text{if } n \text{ caso contrário} \end{cases}$$

E assim, tem-se que:

$$s_{ij}^1 + \sum_{k \in K} x_{i(j-3)k} + \sum_{k \in K_N} x_{i(j-2)k} + \sum_{k \notin K_N} x_{i(j-1)k} + \sum_{k \in K} x_{ijk} \leq 3 \quad i \in I, j \in J \quad (\text{A.20})$$

$$s_{ij}^2 - \sum_{k \in K_N} x_{i(j-3)k} \leq 0 \quad i \in I, j \in J \quad (\text{A.21})$$

$$s_{ij}^2 - \sum_{k \in K_N} x_{i(j-2)k} \leq 0 \quad i \in I, j \in J \quad (\text{A.22})$$

$$s_{ij}^2 - \sum_{k \in K_N} x_{i(j-1)k} \leq 0 \quad i \in I, j \in J \quad (\text{A.23})$$

$$s_{ij}^2 - \sum_{k \in K_N} \{x_{i(j-3)k} + x_{i(j-2)k} + x_{i(j-1)k}\} + \sum_{k \in K_N} x_{ijk} \geq -2 \quad i \in I, j \in J \quad (\text{A.24})$$

$$s_{ij}^2 - \sum_{k \in K_N} x_{ijk} \leq 1 \quad i \in I, j \in J \quad (\text{A.25})$$

Se um médico completa um turno da noite em três dias consecutivos, então ele deve ter folga pelos três próximos dias consecutivos. Para isso é que foi introduzido o segundo tipo de variáveis de controle de consecutividade, s_{ij}^2 .

$$s_{ij}^2 = \begin{cases} 1 & \text{if médico } i \text{ é alocado ao turno noturno} \\ & \text{nos dia } j-3, j-2, j-1, \text{ mas não no } j \\ 0 & \text{if } n \text{ caso contrário} \end{cases}$$

Através da definição de s_{ij}^2 tem-se que:

$$\begin{aligned} & s_{i(j-2)}^1 + s_{i(j-2)}^2 + \sum_{k \in K_N} \{x_{i(j-5)k} + x_{i(j-4)k} + x_{i(j-3)k}\} \\ & + \sum_{k \in K_N} \{x_{i(j-2)k} + x_{i(j-1)k} + x_{ijk}\} \leq 5 \quad i \in I, j \in J \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

É importante reparar que os dois últimos conjuntos de restrições juntamente com as restrições mandatórias em (A.4), implicam na seguinte regra: após $n \leq 3$ noites consecutivas, qualquer médico deve ter pelo menos n dias de folga.

Restrições de distribuição

$$\sum_{j \in \tilde{J}} \sum_{k \in \tilde{K}} x_{ijk} \leq (\geq) F_i(\tilde{J}, \tilde{K}) \quad i \in \tilde{I} \quad (\text{A.27})$$

Onde $F_i(\tilde{J}, \tilde{K})$ é a frequência mínima ou máxima para qualquer subconjunto de turnos $\tilde{K} \subset K$ e para qualquer subconjunto de dias $\tilde{J} \subset J$, que pode ser especificado pelo médico $i \in \tilde{I}$.

Restrições de distribuição

$$\sum_{j \in J(l)} \sum_{k \in K} h_k x_{ijk} + uw_{il} - vw_{il} = TW_i, \quad i \in I, l \in \{1, 2, \dots, n/7\} \quad (\text{A.28})$$

Segundo as restrições em (A.28), é desejável que um médico trabalhe o número de horas especificado por semana. TW_i representa o número de horas especificado pelo médico i , $J(l)$ é subconjunto de dias da semana l , uw_{il} e vw_{il} são as variáveis de desvio.

$$\sum_{j \in J} x_{ijk} + uk_{ik} - vk_{ik} = TK_{ik}, \quad i \in I, k \in K_R \quad (\text{A.29})$$

É desejável que determinados tipos de turno (tarde, noite ou acompanhamento) sejam equilibradamente distribuídos entre os médicos. Onde TK_{ik} é o número de turnos do tipo $k \in K$ requerido pelo médico i , uk_{ik} e vk_{ik} são variáveis de desvio.

$$N_2 \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_1} x_{ijk} - N_1 \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_2} x_{ijk} + ur_i - vr_i = N_1 P_{2i} - N_2 P_{1i} \quad i \in I \quad (\text{A.30})$$

É desejável que dois tipos de turnos incompatíveis (manhã e noite, regular e trauma) sejam equilibradamente distribuídos entre os médicos. Onde where K_1 e K_2 são subconjuntos de K representando turnos incompatíveis, N_1 e N_2 são o número de turnos do tipo K_1 e K_2 a ser concluídos em cada horizonte de planejamento, P_{1i} e P_{2i} são os números de turnos do tipo K_1 e K_2 concluídos nos horizontes de planejamento anteriores, ur_i e vr_i são variáveis de desvio.