Eliminação de ruídos e retoque digital em imagens
com textura via difusão anisotrópica

Marcos Proença de Almeida

SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito:

Assinatura: _____

Marcos Proença de Almeida

Eliminação de ruídos e retoque digital em imagens com textura via difusão anisotrópica

Tese apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional. VERSÃO REVISADA

Área de Concentração: Ciências de Computação e Matemática Computacional

Orientador: Prof. Dr. Antonio Castelo Filho

Coorientador: Prof. Dr. António Gaspar Lopes da Cunha

USP – São Carlos
Fevereiro de 2017

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Achille Bassi
e Seção Técnica de Informática, ICMC/ USP,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

A447e Almeida, Marcos Proença de
Eliminação de ruídos e retoque digital em imagens
com textura via difusão anisotrópica / Marcos
Proença de Almeida; orientador Antonio Castelo Filho;
coorientador António Gaspar Lopes da Cunha. - São
Carlos - SP, 2017.
?? p.

Tese (Doutorado - Programa de Pós-Graduação em
Ciências de Computação e Matemática Computacional)
- Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação,
Universidade de São Paulo, 2017.

1. Eliminação de ruídos. 2. Retoque digital.
3. Difusão anisotrópica. 4. Síntese de textura.
5. Equações diferenciais. I. Castelo Filho, Antonio,
orient. II. Cunha, António Gaspar Lopes da, coorient.
III. Título.

Marcos Proença de Almeida

Denoising and inpainting on textured images via anisotropic diffusion

Doctoral dissertation submitted to the Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-USP, in partial fulfillment of the requirements for the degree of the Doctorate Program in Computer Science and Computational Mathematics. FINAL VERSION

Concentration Area: Computer Science and Computational Mathematics

Advisor: Prof. Dr. Antonio Castelo Filho

Co-advisor: Prof. Dr. António Gaspar Lopes da Cunha

USP – São Carlos
February 2017

À minha noiva, Amanda,
À minha amada família,
Aos meus queridos amigos,
Dedico.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos aqueles que me ajudaram em minha vida acadêmica e pessoal, pois o apoio e ajuda de vocês tornou possível esta conquista.

Foi um período de muito aprendizado e crescimento, com alegria e tristezas, mudanças e viagens, cafezinhos e mais cafezinhos, além de muitas amizades e momentos que serão lembrados com muito afeto.

Uma conquista nunca é fruto do trabalho individual. Há sempre contribuições diretas e indiretas que tornam possível a realização de nossas tarefas. Neste sentido, sou extremamente grato a todos aqueles me deram suporte e contribuíram na realização deste trabalho de doutoramento.

Contudo, acredito ser de grande valia e certamente muito merecido explicitar meu sentimento de gratidão para com algumas pessoas em particular.

Agradeço a Deus pelas oportunidades e, principalmente, pelas pessoas que encontrei em meu caminho, pois cada uma delas trouxe mais luz e significado à minha existência.

Agradeço também à minha noiva, Amanda Coto, uma pessoa forte e determinada que me ajudou imensamente durante todos os momentos desta etapa tão significativa de minha vida, sempre com muita atenção, dedicação e carinho.

Expresso também minha gratidão ao meu amigo, Prof. Dr. Wallace Casaca, pela amizade, companhia e auxílio prestado nas questões acadêmicas e nas experiências de vida.

À minha família, agradeço por todo apoio, suporte e carinho com o qual me recebem toda vez que retorno para casa. Afinal, mesmo distantes sempre estiveram presentes em minha vida.

Agradeço ao Prof. Dr. Antonio Castelo Filho pela orientação deste trabalho e também por todo apoio e ensinamentos oferecidos durante a execução deste trabalho e ao Prof. Dr. Antônio Gaspar-Cunha agradeço pela coorientação e auxílio prestado no decorrer de meu doutoramento. Além disso, agradeço ao Prof. Dr. Alexandre Delbem pela disponibilidade, atenção e auxílio no desenvolvimento deste trabalho.

Deixo também meus agradecimentos aos membros da banca, Prof. Dr. Aparecido Nilceu Marana, Prof. Dr. Alagacone Sri Ranga, Profa. Dra. Agma Traina, Prof. Dr. Moacir Antonelli Ponti e Prof. Dr. Rodrigo Fernandes de Mello pelas significantes sugestões e contribuições feitas a este trabalho.

Agradeços aos professores do IBILCE/UNESP, Maurílio Boaventura, Eliana Xavier e

Alagacone Sri Ranga pelas contribuições em minha vida acadêmica.

Agradeço aos amigos de pós-graduação e do LMACC/USP pela companhia e a todas as pessoas do ICMC/USP que trabalham para que a instituição possa oferecer sua contribuição à sociedade, em especial aos funcionários da Seção de Pós-graduação por todo auxílio com as questões burocráticas.

Preciso agradecer também ao IFTM e a todos os colegas de trabalho que me acolheram carinhosamente nesta minha nova casa. Em especial, agradeço aos amigos Leandro e Anderson pela disponibilidade e à Dani por me receber como um filho.

Aos amigos Juca e Josi deixo registrada minha gratidão pela ajuda e carinho com o qual sempre me acolheram, às amigas Alyne e Manu agradeço por todo apoio e amizade sempre disponível, mesmo que à distância, aos amigos Edinho, Marcão, Cokin e Juliana agradeço por serem os primeiros a me receberem e acolherem na cidade de São Carlos.

Agradeço por fim às agências de fomento, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo auxílio e financiamento financeiro deste trabalho.

RESUM O

ALMEIDA, M. P.. Eliminação de ruídos e retoque digital em imagens com textura via difusão anisotrópica. 2016. 101 f. Tese (Doutorado em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC/USP), São Carlos – SP.

Neste trabalho são apresentadas, complementadas e melhoradas duas técnicas de restauração de imagens: uma abordando o problema de retoque digital/remoção de objetos enquanto a segunda é direcionada ao problema de eliminação de ruído. Em ambas as técnicas, a ideia é trabalhar com imagens contendo texturas e outras características de interesse para um observador humano como a preservação de padrões, bordas, estruturas e regiões de natureza oscilatória. A técnica descrita sobre retoque digital de imagens combina difusão anisotrópica, síntese de texturas, busca dinâmica e um novo termo empregado no mecanismo de atribuição da ordem de prioridade durante o processo de reconstrução. Assim, dada uma imagem com regiões a serem recompostas, uma técnica de difusão anisotrópica é aplicada à imagem a fim de se obter um mapa de saliência contendo bordas, estruturas e demais informações de baixa frequência da imagem. Na sequência, um mecanismo de prioridade baseado em um novo termo de confiabilidade regularizado é calculado a partir da combinação do mapa anteriormente gerado com a equação do transporte. Tal mecanismo é utilizado para determinar a ordem de preenchimento das partes faltantes da imagem. Para essa tarefa, a abordagem apresentada utiliza uma nova medida de similaridade entre blocos de pixels (amostrados dinamicamente para acelerar o processo), a fim de encontrar os melhores candidatos a serem alocados nas regiões danificadas. A técnica destinada à remoção de ruídos alia a teoria da difusão anisotrópica, técnicas de análise harmônica e modelos numéricos de discretização de EDPs não-lineares em uma equação diferencial parcial regularizada, a qual atua de forma incisiva em regiões mais homogêneas da imagem e de forma mais suave em regiões caracterizadas como textura e bordas, preservando, assim, essas regiões. Além da natureza anisotrópica, a EDP procura recompor partes texturizadas perdidas no processo de eliminação de ruído através da aplicação de técnicas robustas de análise harmônica. Uma validação teórica e experimental para esta EDP e um estudo do ajuste paramétrico do método de eliminação de ruído baseado nesta EDP foram realizados neste trabalho. A eficiência e a performance das técnicas propostas são atestadas por meio das análises experimentais quantitativas e qualitativas com outras abordagens clássicas da literatura.

Palavras-chave: Eliminação de ruídos, Retoque digital, Difusão anisotrópica, Síntese de textura, Equações diferenciais.

ABSTRACT

ALMEIDA, M. P.. Eliminação de ruídos e retoque digital em imagens com textura via difusão anisotrópica. 2016. 101 f. Tese (Doutorado em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC/USP), São Carlos – SP.

In this work two techniques of image restoration are presented, complemented and improved: one approaching the problem of image inpainting/object removal problem while the second one dealing with the image denoising problem. In both cases, the core idea is to process images containing textures and other features perceptible to a human observer such as patterns, contours, structures and oscillatory information. The image inpainting technique combines anisotropic diffusion, texture synthesis, dynamic search and a mechanism to set the order of priority during the image completion process. More precisely, given an image and target region to be inpainted, an anisotropic diffusion technique is applied in order to generate a saliency map containing edges, structures and other low frequency parts of the image. Next, a priority mechanism based on a new biased confidence term is computed from the map previously generated with the transport equation to define the level of priority of the pixels during the filling procedure. To accomplish this task, the presented approach employs a novel measure of similarity which measures the distance between blocks of pixels (sampled dynamically to speed up the process) in order to find the best candidates to be allocated in the damaged regions. The technique devoted to denoising an image combines the theory of anisotropic diffusion, harmonic analysis techniques and numerical models into a regularized partial differential equation, which diffuses the pixels more incisively on homogeneous regions of the image while still seeking to attenuate regions formed by textures and patterns, thus preserving those information. Moreover, the proposed PDE aims at recovering texturized regions which have been degraded during the denoising process by employing harmonic analysis tools. A theoretical and experimental validation for this EDP and a study of the parametric adjustment of the image denoising method based on this EDP were performed in this work. The effectiveness and performance of the proposed approaches are attested through a comprehensive set of comparisons against other representative techniques in the literature.

Key-words: Denoising, Inpainting, Anisotropic diffusion, Texture synthesis, Differential Equation.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Eixo para representação de imagens.	28
Figura 2 – Imagem colorida no espaço RGB e seus respectivos canais de cores.	29
Figura 3 – Exemplo de domínio de retoque e máscara.	30
Figura 4 – Exemplos do processo de síntese de textura. Fonte: (RECAS; HILSMANN; EISERT, 2011).	32
Figura 5 – Restauração inconsistente devido a problemas na amostragem, pois texturas de árvores foram introduzidas na região da uma parede de tijolos. (a) Imagem a ser reconstruída (faixa central). (b) Imagem restaurada com preenchimento incoerente. Fonte: (GROSSAUER, 2004).	32
Figura 6 – Exemplo de decomposição do tipo cartoon e textura: $f = u + v$. (b) Componente cartoon u . (c) Componente textura v	37
Figura 7 – Diagrama ilustrativo do método de retoque DTAS.	38
Figura 8 – Representação do campo de direções em uma imagem. (a) Imagem original f . (b) Componente cartoon u , (c) Região destacada em (a). (d) Região destacada em (b). (e) Campo de direção normalizados de (c) usando o versor de $-\perp f$. (f) Campos de direção normalizado de (d) com o versor de $-\perp u$. Fonte: (CASACA et al., 2014).	40
Figura 9 – (a) Imagem original. (b) Componente cartoon u . (c) Resultado do operador Laplaciano D quando aplicado na imagem original. (d) Operador Laplaciano D aplicado no componente cartoon u . (e) Comparação entre o termo de relevância R e o termo de dados de Criminisi et al. (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). (f), (g) e (h) Gráfico do termo de confiabilidade proposto C para $k = 0:5; 1:0; 1:5$, respectivamente, por número de iterações quando aplicamos o retoque na imagem (a). Fonte: (CASACA et al., 2014).	42
Figura 10 – Esquema para ilustrar a amostragem dinâmica e o processo de preenchimento do domínio de retoque W . (a) Os pixels candidatos em L_p estão destacados (região mais clara) dentro da região válida, dada pela interseção de $H_L(p)^1$ (quadrado verde) e W^c . (b) Comparação entre o conteúdo dos blocos $H_n(p)$ e $H_n(b)$ (bloco ótimo). (c) Resultado da restauração após preencher a região de interesse.	43

Figura 11 – Comparação entre o uso da amostragem dinâmica e os métodos (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004) e (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007) na restauração de uma fotografia 1000 × 1300. O tempo de processamento é o mesmo para todos os métodos e foi considerado como o tempo gasto para o método DTAS concluir a tarefa de restauração. (a) Fotografia danificada. (b) Resultado do método DTAS. (c) Imagem obtida pelo método (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). (d) Restauração por meio do método (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007). Fonte: (CASACA et al., 2014).	44
Figura 12 – Características do método DTAS: transferência indevida de padrões e contribuição individual de cada termo C; R e P . Fonte: (CASACA et al., 2014).	46
Figura 13 – Características do método DTAS: passo-a-passo do método e efetividade do esquema de ordem de preenchimento. Fonte: (CASACA et al., 2014). . . .	47
Figura 14 – Características do método DTAS: explorando uma imagem com texturas ricas em detalhes. Fonte: (CASACA et al., 2014).	47
Figura 15 – Efeito da variação do parâmetro de janelamento da técnica DTAS x (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). Segunda linha, método DTAS com: (d) janelamento de 3; (e) janelamento de 5; (f) janelamento de 7. Terceira linha, (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004) com os níveis de: (g) janelamento de 3; (h) janelamento de 5; (i) janelamento de 7. Quarta linha, método DTAS com: (j) janelamento de 9; (k) janelamento de 11. Quarta e quinta linha, (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004) com os níveis de: (l) janelamento de 9; (m) janelamento de 11.	49
Figura 16 – Comparação com métodos do estado-da-arte considerando-se uma fotografia digital contendo textura e regiões homogêneas, a qual foi danificada artificialmente. (a) Imagem original. (b) Imagem danificada. (c) Síntese pura de textura (EFROS; LEUNG, 1999). (d) Mumford-Shad (SCHÖNLIEB, 2015). (e) Replicação por blocos (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). (f) Blocos com prioridade remodelada (L.J.; T.Z.; X.L., 2015). (g) Adobe CAW (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007; BARNES et al., 2009). (h) Método DTAS.	51
Figura 17 – Comparações qualitativas em imagens danificadas artificialmente. (a) Imagem original. (b) Imagem danificada. (c) Síntese pura de textura (EFROS; LEUNG, 1999). (d) Mumford-Shad (SCHÖNLIEB, 2015). (e) Replicação por blocos (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). (f) Blocos com prioridade remodelada (L.J.; T.Z.; X.L., 2015). (g) Adobe CAW (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007; BARNES et al., 2009). (h) Técnica DTAS.	51

Figura 18 – Comparações qualitativas visando a aplicação de remoção de objetos em imagens digitais. (a) Imagem original. (b) Imagem contendo os objetos delimitados. (c) Síntese pura de textura (EFROS; LEUNG, 1999). (d) Mumford-Shad (SCHÖNLIEB, 2015). (e) Replicação por blocos (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). (f) Blocos com prioridade remodelada (L.J.; T.Z.; X.L., 2015). (g) Adobe CAW (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007; BARNES et al., 2009). (e) Técnica DTAS.	52
Figura 19 – Comparações qualitativas visando a aplicação de remoção de objetos em imagens digitais. (a) Imagem original. (b) Imagem contendo o objeto delimitado (criança). (c) Síntese pura de textura (EFROS; LEUNG, 1999). (d) Mumford-Shad (SCHÖNLIEB, 2015). (e) Replicação por blocos (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). (f) Blocos com prioridade remodelada (L.J.; T.Z.; X.L., 2015). (g) Adobe CAW (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007; BARNES et al., 2009). (h) Técnica DTAS.	53
Figura 20 – Comparações qualitativas acerca da tarefa de remoção de objetos em imagens digitais. (a) Imagem original. (b) Imagem contendo o objeto delimitado (porta). (c) Síntese pura de textura (EFROS; LEUNG, 1999). (d) Mumford-Shad (SCHÖNLIEB, 2015). (e) Replicação por blocos (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). (f) Blocos com prioridade remodelada (L.J.; T.Z.; X.L., 2015). (g) Adobe CAW (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007; BARNES et al., 2009). (h) Técnica DTAS.	54
Figura 21 – Comparações qualitativas para a tarefa remoção de objetos em uma fotografia texturizada. (a) Imagem original. (b) Imagem contendo o objeto delimitado (janela). (c) Síntese pura de textura (EFROS; LEUNG, 1999). (d) Mumford-Shad (SCHÖNLIEB, 2015). (e) Replicação por blocos (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). (f) Blocos com prioridade remodelada (L.J.; T.Z.; X.L., 2015). (g) Adobe CAW (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007; BARNES et al., 2009). (h) Técnica DTAS.	55
Figura 22 – Comparações qualitativas levando-se em conta a remoção de um objeto em meio a diversas classes de texturas. (a) Imagem original. (b) Imagem contendo o objeto delimitado (pessoa). (c) Síntese pura de textura (EFROS; LEUNG, 1999). (d) Mumford-Shad (SCHÖNLIEB, 2015). (e) Replicação por blocos (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). (f) Blocos com prioridade remodelada (L.J.; T.Z.; X.L., 2015). (g) Adobe CAW (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007; BARNES et al., 2009). (h) Técnica DTAS.	56

Figura 23 – Comparações qualitativas considerando-se uma imagem contendo diversas regiões de textura. (a) Imagem original. (b) Imagem contendo região a ser restaurada. (c) Síntese pura de textura (EFROS; LEUNG, 1999). (d) Mumford-Shad (SCHÖNLIEB, 2015). (e) Replicação por blocos (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). (f) Blocos com prioridade remodelada (L.J.; T.Z.; X.L., 2015). (g) Adobe CAW (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007; BARNES et al., 2009). (h) Técnica DTAS.	57
Figura 24 – Comparação com métodos de retoque baseados em representação esparsa. (a) Imagens de entrada (“Tissue”, “Eaves”, “parte da Barbara” e “Fur”). (b) Guleryuz (GULERYUZ, 2006). (c) Elad et al. (ELAD et al., 2005). (d) Fadili et al. (FADILI; STARCK; MURTAGH, 2009). (e) Xu e Sun (XU; SUN, 2010). (f) Li (LI, 2011). (g) Método DTAS. (h) Imagem original. Fonte: (CASACA et al., 2014).	58
Figura 25 – Imagens com diferentes níveis de ruído e seus respectivos contornos.	62
Figura 26 – Exemplo de fotografia capturada com ruído.	63
Figura 27 – Alterações geradas em uma determinada imagem pela ação dos ruídos gaussiano e impulsivo. (a) Imagem original. (b) Representação no espaço RGB da imagem original com círculos vermelhos. (c) Imagem afetada pelo ruído gaussiano. (d) Visualização no espaço RGB da imagem com ruído gaussiano em círculos verdes. (e) Imagem deteriorada pelo ruído impulsivo. (f) Gráfico em coordenadas RGB da imagem com ruído impulsivo indicado por círculos azuis. Fonte: (ALMEIDA; BOAVENTURA, 2010)	64
Figura 28 – Exemplo clássico de imagem contendo informações geométricas e texturas complexas. (a) mostra a imagem original. (b) apresenta a imagem com ruído gaussiano.	66
Figura 29 – Representação dos vetores tangencial e ortogonal em uma determinada imagem. Fonte: (CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013)	68
Figura 30 – Exemplo de eliminação de ruído utilizando a abordagem EDP-NAR. (a) Fotografia ² com ruído; (b) imagem restaurada; (c) imagem residual (diferença entre a e b); e (d) representação gráfica do termo de h	74
Figura 31 – Ilustração do termo h . O mapeamento define a cor preta para valores próximos de zero e branco para o valor 1. (a) Fotografia ³ com texturas e regiões homogêneas. (b) Fator regularizador $h = h_m(x)$. (c) Termo t_S . (d) Termo t_U	76
Figura 32 – Diagrama ilustrando um algoritmo genético e suas principais etapas de execução na busca por soluções ótimas.	83
Figura 33 – Eliminação de ruído de imagem colorida. (a) Imagem original, (b) versão com ruído, (c) imagem restaurada pela EDP-NAR e (d) componente residual. Fonte: (CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013).	86

Figura 34 – Eliminação de ruído de imagem colorida. (a) Imagem original, (b) imagem com ruído, (c) versão restaurada pela EDP-NAR e (d) componente residual. Fonte: (CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013).	87
Figura 35 – Eliminação de ruído de imagem colorida. (a) Imagem original, (b) versão com ruído, (c) imagem restaurada pela EDP-NAR e (d) componente residual. Fonte: (CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013).	88
Figura 36 – Resultados experimentais obtidos pelo método da EDP-NAR aplicado em uma fotografia com textura. (a) Imagem original, (b) versão deteriorada por ruído com grande intensidade e (c) imagem restaurada pela EDP-NAR. Fonte: (CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013).	89
Figura 37 – Resultados experimentais pelo método EDP-NAR. (a) Imagem original, (b) versão deteriorada por ruído com grande intensidade e (c) imagem restaurada pela EDP-NAR. Fonte: (CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013).	89
Figura 38 – Comparação dos resultados da fotografia Barbara. (a) Imagem alvo, (b) restaurada por curvelets, (c) por wave atoms, (d) por difusão com termo de fidelidade adaptativa, (e) por difusão TV combinada com curvelet e (f) pela EDP-NAR. Fonte: (CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013).	90

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Avaliação quantitativa usando PSNR (em dB) para os resultados sintéticos apresentados na seção anterior.	56
Tabela 2 – Avaliação quantitativa usando SSIM (Structural Similarity Metric) para os resultados sintéticos apresentados na seção anterior.	57
Tabela 3 – Avaliação quantitativa usando PSNR (em dB) para todas as comparações com as imagens da Figura 24.	59
Tabela 4 – Tabela contendo as propriedades das imagens utilizadas nos testes. Todas as imagens danificadas foram geradas artificialmente a partir da sua versão original sem ruído. O vetor v representa os parâmetros utilizados no modelo EDP-NAR (veja Equação (3.24)). Fonte: (CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013).	85
Tabela 5 – Medida quantitativa calculada para as imagens restauradas com todos os métodos, em comparação com a imagem original Barbara. PSNR entre a imagem original e a imagem com ruído é 22:69 dB. Fonte: (CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013).	89

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	23
1.1	Objetivos	24
1.2	Contribuições	25
1.3	Organização da tese	26
2	RETOQUE DIGITAL DE IMAGENS	27
2.1	Introdução	27
2.2	Métodos destinados ao retoque digital de imagens	31
2.2.1	Retoque digital baseado em replicação por blocos	32
2.2.2	Retoque digital baseado em EDPs	33
2.2.3	Retoque digital baseado em representação esparsa	34
2.2.4	Retoque digital baseado em métodos híbridos e outras abordagens	35
2.3	Método proposto	36
2.3.1	Retoque digital via EDP anisotrópica, equação de transporte e síntese de textura	37
2.3.2	Prioridade de preenchimento	38
2.3.3	Amostragem dinâmica	43
2.3.4	Replicação baseada em blocos	44
2.4	Resultados experimentais	46
2.4.1	Transferência de padrões e contribuições de $C;R$ e P	46
2.4.2	Preenchimento guiado por cartoon	46
2.4.3	retoque de texturas detalhadas	47
2.4.4	Robustez à variação de parâmetros	47
2.4.5	Resultados comparativos	48
2.5	Discussões e limitações	59
3	ELIMINAÇÃO DE RUÍDOS	61
3.1	Introdução	61
3.1.1	Motivação	65
3.1.2	Trabalhos relacionados em eliminação de ruído usando EDPs	67
3.2	Eliminação de ruídos via EDP não-linear anisotrópica regularizada	72
3.3	Discretização numérica	80
3.4	Resultados experimentais	84

3.5	Discussões e limitações	86
4	CONCLUSÕES	91
	Referências	93

INTRODUÇÃO

Reconstruir imagens digitais com precisão e significativa performance representa nos dias de hoje uma complexa tarefa investigada tanto por comunidades científicas diversas quanto por grandes conglomerados do setor privado e entidades governamentais. Corporações de grande renome nas áreas de tecnologia e visão como Google, Microsoft e o Adobe tem recrutado parte de seu efetivo para investigar o problema, as quais tem direcionado seus esforços para a criação de novos mecanismos de reconstrução como, também, no aprimoramento das tecnologias já existentes em seus softwares profissionais de edição de imagens tais como o PatchWorks (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2003; CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004) (Microsoft Photo Editor) e o PatchMatch (BARNES et al., 2009; NEWSON et al., 2013) (Adobe Photoshop 6), por exemplo.

O processo de recuperação de uma imagem danificada pode ser interpretado como um problema assistido de visão computacional onde o propósito final é obter uma imagem de boa qualidade levando-se em conta a percepção visual humana, isto é, de forma a minimizar possíveis imperfeições e o surgimento de artefatos na imagem restaurada (GU et al., 2009; MAHALINGAM, 2010; CASACA et al., 2014; CASTRO, 2015). De fato, tal processo requer habilidades artísticas por parte do usuário em termos de familiaridade com a interface gráfica e as ferramentas básicas do editor de imagem em uso, além de ser uma tarefa manualmente dirigida pelo usuário.

Ainda dentro deste contexto, a frente de remoção de objetos em imagens tem também ganhado ampla visibilidade na área de visão por computador. A ideia é extrair um objeto específico da imagem a fim de preservar o máximo possível seu aspecto natural visual. Embora tratar imagens danificadas e o processo de remover um dado objeto diferem em termos da natureza da aplicação, ambos os problemas podem ser tratados da mesma forma quanto à teoria matemática empregada e às ferramentas computacionais envolvidas. De fato, a única diferença aparece na análise quantitativa dos resultados, pois a imagem inicial (ground-truth) pode ser

usada como parâmetro de avaliação no caso da aplicação de remoção de objetos. Como, a maioria dessas imagens geralmente são fotografias, é natural esperar a presença de várias regiões compostas por diferentes texturas. Neste caso, a técnica de retoque digital escolhida deve ser capaz de retratar essas regiões adequadamente, visto que muitas abordagens da literatura não são projetadas para tratar regiões texturizadas.

Outro tópico de interesse relacionado à área de restauração de imagens é o de eliminação de ruídos, em particular o ramo que investiga imagens contendo texturas. De fato, tal problema pode ser interpretado como um problema inverso mal condicionado, já que a partir da imagem degradada (com ruído), tem-se como objetivo determinar uma estimativa da imagem inicial, na maioria das vezes sem ter, a priori, nenhuma informação do processo de contaminação por ruído. Em geral, nas aplicações práticas, parte-se da premissa de que a distribuição do ruído na imagem tem características isotrópicas, isto é, não assume-se que determinadas regiões da imagem tenha maior incidência de ruído do que nas demais. Neste caso, é razoável adotar um modelo gaussiano/normal para caracterizar o ruído tal como é relatado na literatura recorrente (PERONA; MALIK, 1990; AZZABOU; PARAGIOS; GUICHARD, 2007; CASACA, 2010; CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013; YIN; ZHOU, 2010).

Embora o problema de reconstrução de imagens com texturas tenha recebido contribuições importantes nos últimos anos (DEMANET; YING, 2007b; CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013; ZUO et al., 2014; CHANJUAN et al., 2015), a natureza do problema “textura + ruído” em si dificulta a utilização da maioria das técnicas tradicionais da literatura, pois do ponto de vista da classificação estatística, ruído e textura apresentam comportamentos bastante similares, ambos caracterizados como regiões de ampla oscilação local na imagem. Assim, técnicas de remoção de ruído que, de alguma forma, procuram diferenciar ruído de textura, como nos filtros anisotrópicos, são fundamentais para a obtenção de resultados satisfatórios, tanto em termos de preservação de texturas, bordas e outros elementos básicos da imagens como, também, da qualidade visual geral da reconstrução.

1.1 Objetivos

Esta tese tem como principal objetivo propor melhorias, estudar, investigar e avaliar duas novas técnicas de restauração de imagens: uma abordando o problema de retoque digital/remoção de objetos e a segunda direcionada ao problema de eliminação de ruído. Em ambas as abordagens, a ideia é trabalhar com imagens contendo texturas e outras características de interesse para um observador humano como a preservação de padrões, bordas, estruturas e regiões de natureza oscilatória.

A técnica sobre retoque digital de imagens, inicialmente descrita em (CASACA, 2010) e posteriormente complementada e aperfeiçoada com as melhorias propostas neste trabalho e descrita em (CASACA et al., 2014), combina difusão anisotrópica, síntese de texturas e

busca dinâmica. Assim, dada uma imagem com regiões a serem recompostas, a técnica de difusão anisotrópica é aplicada à imagem a fim de se obter um mapa de saliência contendo bordas, estruturas e demais informações de baixa frequência da imagem. Na sequência, um novo termo de prioridade baseado em um operador de produto interno é calculado a partir da combinação do mapa gerado anteriormente com a equação do transporte (BERTALMÍO et al., 2000). Tal mecanismo é utilizado para determinar a ordem de preenchimento das partes faltantes da imagem. Para essa tarefa, a abordagem em questão utiliza uma nova medida de similaridade entre blocos/exemplares de pixels (amostrados dinamicamente para acelerar o processo) a fim de encontrar os melhores candidatos a serem alocados nas regiões danificadas. A eficiência e performance da técnica proposta são atestadas por meio de análises experimentais qualitativas e quantitativas com outras metodologias da literatura.

No contexto de remoção de ruídos, a técnica apresentada inicialmente em (CASACA; BOAVENTURA, 2009) e posteriormente validada e complementada com os resultados obtidos neste trabalho e apresentados em (CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013), alia a teoria da difusão anisotrópica, técnicas de análise harmônica e modelos numéricos de discretização de Equações Diferenciais Parciais (EDPs) não-lineares em uma equação diferencial parcial regularizada, a qual atua de forma intensa em regiões mais homogêneas da imagem e de forma mais suave nas regiões caracterizadas como textura e/ou bordas, desse modo é possível preservar tais características presentes nessas regiões. Além da natureza anisotrópica, esta EDP procura recompor partes texturizadas perdidas no processo de eliminação de ruído por meio da aplicação de técnicas robustas de análise harmônica (Wave Atoms (DEMANET; YING, 2007b)).

No capítulo destinado à técnica de eliminação de ruído, é apresentada uma descrição em termos de um espaço de escalas para a técnica de eliminação de ruídos, aspectos teóricos e experimentais fundamentais da equação diferencial. Testes experimentais com métodos correlatos do estado-da-arte evidenciam a eficácia do método de eliminação de ruído quando aplicado em diversas imagens experimentais contendo texturas.

1.2 Contribuições

A relação a seguir sumariza as principais contribuições originadas durante a execução do doutorado e dos trabalhos publicados e apresentados em conferências sobre o tema pesquisado:

- (ALMEIDA, 2011; CASACA; BOAVENTURA; ALMEIDA, 2011; CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013; CASACA et al., 2014).

As principais contribuições desta tese compreendem duas novas metodologias de restauração de imagens digitais com texturas, sendo a primeira destinada ao problema de retoque digital e a segunda visando soluções sobre o tópico de eliminação de ruído.

Retoque digital de imagens

O método de retoque destinado à restauração de imagens digitais combina:

- Um novo termo de confiabilidade regularizado usado para estabelecer a prioridade dos pixels no processo de restauração efetuada por meio da EDP não-linear anisotrópica regularizada;
- Uma nova métrica induzida por um produto interno para calcular a similaridade entre os blocos candidatos e a vizinhanças dos pixels a serem preenchidos.

Eliminação de ruído

O método para remover ruídos em imagens com texturas emprega uma equação diferencial parcial direcionada à restauração de imagens com grande nível de detalhes e contaminadas por ruído gaussiano:

- A qual é fundamentada e validada de modo teórico e experimental;
- Um estudo dos parâmetros empregados na EDP regularizada;
- Uma interpretação da técnica em termos de um espaço de escalas.

Na seção subsequente é apresentado a organização dos capítulos deste trabalho.

1.3 Organização da tese

1. Capítulo 2:: Apresenta os fundamentos e alguns conceitos preliminares necessários para um melhor entendimento dos tópicos centrais deste trabalho, a saber, retoque digital e eliminação de ruído.
2. Capítulo 3:: Descreve o método para retoque digital em imagens contendo texturas a partir de uma equação diferencial de difusão anisotrópica, bem como uma revisão bibliográfica do estado-da-arte, além de comparar o desempenho desta metodologia com demais técnicas presentes na literatura.
3. Capítulo 4:: Apresenta o método de eliminação de ruídos em imagens com texturas por meio de uma EDP regularizada, bem como uma revisão dos principais trabalhos nessa área e também uma avaliação dos resultados obtidos com a EDP regularizada.
4. Capítulo 5:: Sintiza os assuntos abordados nesta tese e suas principais contribuições, bem como as conclusões desta tese e os trabalhos futuros.

retoque digital

RETOQUE DIGITAL DE IMAGENS

O problema de retoque digital (inpainting) em imagens e as principais técnicas presentes na literatura dentro deste contexto são apresentadas neste capítulo. A Seção 2.3 descreve as ideias fundamentais presentes nos métodos de retoque digital. Nas Seções 2.3.1-2.3.4 são descritos todos os detalhes sobre o método de retoque digital que combina difusão anisotrópica, equação do transporte, amostragem dinâmica e síntese de textura (DTAS); na Seção 2.4 são apresentados os resultados experimentais realizados com a técnica DTAS e também comparações com diversas técnicas do estado da arte; Na Seção 2.5 são discutidas algumas características e limitações da técnica DTAS.

2.1 Introdução

Em 1964 iniciou-se a utilização de técnicas de computação para o melhoramento de imagens, produzidas por uma sonda espacial, quando imagens da Lua foram processadas para corrigir vários tipos de distorções inerentes às câmeras de televisão a bordo (GONZALEZ; WOODS, 2007). Com o crescimento da área de processamento de imagens, além de aplicações no programa espacial, técnicas de restauração de imagens vem sendo empregadas com sucesso para resolver uma grande variedade de problemas práticos. Alguns exemplos são os problemas presentes nas frentes de nanotecnologia, biologia, edição artística, e radiografia, entre outras mais. A fim de analisar e realizar uma interpretação dos resultados dessas aplicações, a intervenção humana geralmente se faz necessária para o auxílio e aprimoramento de técnicas capazes de melhorar a qualidade da informação presente em uma imagem.

Em termos matemáticos, uma imagem pode ser considerada como uma aplicação f de uma região do plano na reta. Cada ponto $(x; y)$ desta região do plano é associado a um pixel da imagem e cada valor $f(x; y)$ indica a intensidade luminosa (também chamada de brilho ou nível de cinza) da imagem. No caso de uma imagem colorida no espaço de cores RGB, sistema que utiliza como cores básicas o vermelho (R), o verde (G) e o azul (B), a aplicação f associa

cada ponto do domínio a uma intensidade luminosa para cada componente de cor. Dessa forma, podemos considerar uma imagem como uma aplicação

$$f : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^k; \quad (2.1)$$

na qual D é a região do plano onde a imagem está definida (em geral adota-se um retângulo de forma a ter uma analogia com a representação da imagem no computador). Para $k = 1$ temos uma imagem monocromática ou em escala de cinza e para $k = 3$ estamos lidando com uma imagem colorida no espaço RGB.

Figura 1 – Eixo para representação de imagens.

A Figura 1 ilustra uma imagem em escala de cinza, na qual um ponto $(x; y) \in D$ representa a localização, ou coordenadas espaciais, de um ponto na imagem e seu valor $f(x; y) \in \mathbb{R}$ indica o nível de cinza da imagem f do ponto $(x; y)$. Os eixos x e y utilizados na representação de uma imagem são trocados em relação ao eixo cartesiano usual, assim como o sentido crescente no eixo vertical.

No caso das imagens coloridas, os valores $f(x; y) = (f_1(x; y); f_2(x; y); f_3(x; y)) \in \mathbb{R}^3$ representam a intensidade luminosa da imagem f no ponto $(x; y)$. As componentes $f_1(x; y)$, $f_2(x; y)$ e $f_3(x; y)$ correspondem, respectivamente, ao brilho da imagem f para os canais vermelho, verde e azul no ponto $(x; y)$. Cada canal de cor é considerado como uma imagem em escala de cinza, isto é, $f_1; f_2; f_3 : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$. A Figura 2 mostra uma imagem colorida e seus canais representados por imagens em escala de cinza.

Para adequar o conceito de imagem ao processamento computacional, a aplicação f deve ser digitalizada tanto espacialmente quanto em brilho. A região na qual a imagem está definida geralmente é constituída por um retângulo com um vértice na origem e arestas nos eixos, como ilustra a Figura 1. Uma discretização usual deste retângulo é realizada com uma malha igualmente espaçada em ambas as coordenadas, utilizando-se um passo de comprimento igual a 1, isto é, $x_i = i - 1$, com $i = 1; 2; \dots; m$ e $y_j = j - 1$, com $j = 1; 2; \dots; n$. Os valores m e n referem-se, respectivamente, ao tamanho da imagem na vertical e na horizontal. A quantidade de níveis de cinza é dada geralmente em termos de potências de 2. Uma prática comum é utilizar

Figura 2 – Imagem colorida no espaço RGB e seus respectivos canais de cores.

256 níveis de cinza. Sua discretização é feita com uma malha de passo igual a um, na qual o valor 0 representa o nível de cinza correspondente a cor preta e o 255 a cor branca.

Dessa forma, uma imagem digital em escala de cinza pode ser considerada como uma matriz $[f_{ij}]_{m \times n}$, cujos índices das linhas e das colunas identificam a posição de um ponto na imagem e o correspondente valor do elemento indica o seu nível de cinza, como ilustra a Equação (2.2).

$$f_{ij} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 2 \\ 6 \\ 0 \\ 4 \end{matrix} & \begin{matrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \cdots & f_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{m1} & f_{m2} & \cdots & f_{mn} \end{matrix} & \begin{matrix} 3 \\ 7 \\ 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \begin{bmatrix} 60 & 00 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 60 & 01 \end{bmatrix} \end{matrix} & = & \begin{matrix} \begin{matrix} 2 \\ 6 \\ 0 \\ 4 \end{matrix} & \begin{matrix} f(x_1; y_1) & f(x_1; y_2) & \cdots & f(x_1; y_n) \\ f(x_2; y_1) & f(x_2; y_2) & \cdots & f(x_2; y_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f(x_m; y_1) & f(x_m; y_2) & \cdots & f(x_m; y_n) \end{matrix} & \begin{matrix} 3 \\ 7 \\ 5 \end{matrix} \end{matrix} & (2.2) \end{matrix}$$

Para uma imagem digital colorida, cada canal de cor é representado por uma matriz. Os métodos descritos neste trabalho partem do princípio de que as imagens consideradas são imagens digitais discretizadas.

Conceitos básicos de retoque digital de imagens

O termo retoque refere-se à prática artística de restaurar pinturas antigas, quando geralmente era necessário completar uma determinada região cujas informações foram perdidas. Assim, a ideia chave do retoque digital é traduzir o conceito de retoque para o âmbito digital, de forma a simular o processo de restauração manual por meio de um programa de computador.

Com o intuito de utilizar técnicas de retoque em imagens digitais, é importante descrever alguns conceitos básicos destas abordagens (GONZALEZ; WOODS, 2007):

- Borda, beira ou extremidade: é o limite entre duas regiões com propriedades distintas de brilho/luminosidade, diretamente relacionadas à mudanças bruscas dos níveis de cinza entre tais regiões;

- Fronteira ou contorno: é a linha que “fecha” ou “limita” exteriormente uma determinada região R , que é denotada por ∂R ;
- Domínio de retoque: é a região que deverá ser restaurada/recomposta por meio do processo de retoque, a qual será denotada por W ;
- Máscara: é uma imagem auxiliar binária que delimita apenas a região do domínio de retoque (1 na região de retoque e 0 no restante da imagem).

Na Figura 3a tem-se a famosa fotografia de Abraham Lincoln tirada por Alexander Gardner, em 1865. Nesta imagem, um provável domínio de retoque é a marca presente na parte superior da foto. A Figura 3b ilustra a máscara desse domínio de retoque, na qual a região de cor branca representa a região a ser restaurada.

(a) Fotografia com vinco.

(b) Máscara da região danificada.

Figura 3 – Exemplo de domínio de retoque e máscara.

Retoque digital por equações diferenciais parciais

Em geral, modelos de retoque digital formulados a partir de equações diferenciais têm se destacado nesse cenário na intenção de produzir algoritmos práticos para tratar problemas de recomposição, desocclusão ou edição de imagens e fotografias digitais. Matematicamente, o retoque por equações diferenciais fundamenta-se no processo de evolução temporal dessas equações, isto é, a partir da imagem inicial f , calcula-se a solução da equação em sucessivos instantes da escala temporal, gerando assim, versões subseqüentes da imagem f “melhoradas” a cada nível progredido no tempo. Numericamente, este problema pode ser interpretado da seguinte forma:

Seja f uma imagem discreta em níveis de cinza. O objetivo do retoque digital é gerar uma família de imagens $f_{ij}(t) : D \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que

$$f_{ij}(0) = f_{ij} \quad \text{e} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} f_{ij}(t) = f_{ij}^R; \quad (2.3)$$

em que f_{ij}^R é a imagem obtida após aplicarmos um determinado processo recursivo originado a partir de um modelo de retoque. De modo geral, esses algoritmos assumem a forma

$$f_{ij}(t + Dt) = f_{ij}(t) + Dt L; \quad (2.4)$$

na qual L é um operador que envolve a equação central do modelo a ser considerado.

Dessa forma, após ser aplicado um número considerável de iterações, isto é, para t suficientemente grande, obtemos

$$f_{ij}(t) = f_{ij}^R; \quad (2.5)$$

sendo f_{ij}^R a imagem restaurada gerada pelo modelo de retoque a partir da imagem inicial f .

2.2 Métodos destinados ao retoque digital de imagens

O problema de retoque digital de imagens tem recebido grande atenção por parte da comunidade científica na última década, principalmente devido ao crescimento de importantes aplicações no cenário foto-artístico, tais como reconstituição e edição de imagens, as quais dependem fortemente de mecanismos de retoque para serem eficazes. As técnicas de retoque podem ser organizadas de diferentes formas, isto é, de modo a levar em conta características intrínsecas tanto da modelagem matemática associada quanto à interface de interação com o usuário para a execução final do retoque ([SUN et al., 2005](#); [KWOK](#); [WANG, 2009](#); [CASACA et al., 2014](#); [CASACA et al., 2015](#)). Neste trabalho, vamos separar os métodos de retoque em quatro grupos principais:

- Métodos baseados em replicação por blocos;
- Métodos baseados em EDP e modelagem variacional;
- Métodos baseadas na transformação do espaço e em representação esparsa; e
- Outros métodos e técnicas que combinam as abordagens anteriores.

A seguir, apresentamos uma visão geral dos métodos de retoque organizados de acordo com os grupos citados.

2.2.1 Retoque digital baseado em replicação por blocos

O objetivo na síntese de textura é restaurar as informações perdidas da imagem por meio de uma estratégia de “copiar e colar” realizada após buscar por padrões de textura presentes na imagem segundo uma medida de similaridade entre os pixels (EFROS; LEUNG, 1999; EFROS; FREEMAN, 2001; ASHIKHMIN, 2001; WEI, 2002). A avaliação de texturas sintetizadas é feita, em geral, de forma subjetiva, uma vez que não há um critério formal bem definido para sua avaliação em abordagens práticas. A Figura 4 ilustra o processo de síntese de textura em imagens digitais ao considerá-lo como sendo a tarefa de criar uma nova textura, de qualquer tamanho, que quando apreciada por um observador pareça ter sido obtida a partir de uma textura inicial (WEI, 2002).

Figura 4 – Exemplos do processo de síntese de textura. Fonte: (RECAS; HILSMANN; EISERT, 2011).

Neste contexto, uma medida da similaridade entre um grupo de pixels da imagem e os pixels que estão no limite do domínio de retoque pode ser utilizada para descobrir um grupo de pixels que melhor se encaixa em uma determinada região a ser preenchida. Técnicas de síntese de textura são eficazes quando a imagem é formada por um único padrão de textura, mas são propensas a falhar quando a imagem contém mais de um padrão de textura ou ainda, quando a mesma apresenta estruturas e regiões de naturezas mais homogêneas. Além disso, o custo computacional envolvido nos algoritmos baseados em síntese de textura também é um obstáculo em aplicações práticas na área.

Figura 5 – Restauração inconsistente devido a problemas na amostragem, pois texturas de árvores foram introduzidas na região da uma parede de tijolos. (a) Imagem a ser reconstruída (faixa central). (b) Imagem restaurada com preenchimento incoerente. Fonte: (GROSSAUER, 2004).

Algoritmos de síntese de textura foram modernizados significativamente pelas técnicas de retoque baseadas em replicação de blocos. Esta classe de técnicas utiliza o mecanismo de síntese de textura em blocos de pixels, além de também impor uma ordem de prioridade durante o processo de restauração, conforme descrito em (KOMODAKIS; TZIRITAS, 2007; LI; ZHAO, 2011; CAO et al., 2011; CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004; SUN et al., 2005).

Um bloco (também chamado de vizinhança ou janela), de modo geral, é um conjunto contendo elementos de uma matriz quadrada com dimensão pequena, ou seja, uma vizinhança de tamanho n centrado no pixel $p = f_{ij}$ é um bloco com dimensões $m \times m$, com $n = (m - 1) = 2$. O tamanho m do bloco é tomado como sendo um número natural ímpar para que o pixel p seja o centro do bloco. Desse modo, um bloco de dimensões $m \times m$ centrado no pixel p é o conjunto de pontos

$$H_m(p) = \{f_{i+k_1, j+k_2} : -n \leq k_1, k_2 \leq n\} \quad (2.6)$$

No trabalho clássico (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004), os autores definem a ordem de preenchimento com base nas isófitas da imagem (linhas de mesma tonalidade na imagem). Dado o domínio de retoque W e o pixel $p \in \partial W$ a ser restaurado, o algoritmo realiza uma busca global em toda a extensão válida da imagem W^c para selecionar o bloco de pixels mais adequado para preencher a vizinhança de p . Melhorias em (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004) foram propostas em diversos trabalhos da literatura tais como (CHENG et al., 2005; CHEN; ZHANG; LIU, 2007; CAI; CHAN; SHEN, 2008). Apesar das técnicas baseadas em replicação por blocos conseguirem produzir bons resultados, elas são mais suscetíveis a gerar incongruências visuais ao executar uma busca em toda extensão da imagem, como ilustra a Figura 5 (GROSSAUER, 2004). Além disso, o mecanismo de busca é oneroso em termos computacionais e propenso a obter resultados não-realistas, uma vez que blocos de pixels que estão longe do domínio de retoque também são considerados na etapa de busca.

2.2.2 Retoque digital baseado em EDPs

Ao contrário das abordagens baseadas em síntese de textura, métodos baseados em EDPs são eficazes quando aplicados em imagens não texturizadas, apresentando também um custo computacional menos restritivo. O uso de equações diferenciais no contexto de retoque foi introduzido por Bertalmio et al. (BERTALMIÓ et al., 2000), propondo uma equação diferencial de terceira ordem que simula o processo manual de restauração realizado por restauradores artísticos profissionais em obras de arte. A EDP transporta informações por meio de curvas isófitas da imagem ao aplicar um filtro de difusão anisotrópica para corrigir a evolução da direção do retoque. Na linha de (BERTALMIÓ et al., 2000), os autores em (SHEN; CHAN, 2002) apresentaram uma EDP de difusão usando o princípio de minimização da variação total

(TV), a qual minimiza os gradientes da imagem de forma a preservar o padrão de tonalidade dos pixels periféricos do domínio de restauração. Uma melhoria de (SHEN; CHAN, 2002) foi proposta em (DEMANET; SONG; CHAN, 2003) a fim de resolver o problema relacionado com o Princípio de Conectividade (KANIZSA, 1979), o qual alega que linhas quebradas tendem a ser ligadas de uma forma inconsciente pela mente humana. Dessa forma, os autores fazem uso do fluxo de curvatura média para modificar o coeficiente de condutividade da EDP resultante da modelagem tradicional de (SHEN; CHAN, 2002).

Outras abordagens baseadas em EDP também foram propostas, como o método descrito em (TSCHUMPERLÉ; DERICHE, 2005), o qual produz bons resultados quando aplicado em pequenas regiões de retoque, mas é muito sensível à escolha de parâmetros. Em (BORNEMANN; MÄRZ, 2007), foi proposta uma técnica rápida e eficaz combinando uma equação de transporte não iterativa e um algoritmo de “marcha rápida” (fast marching scheme). No entanto, esta técnica exige o ajuste adequado de um grande número de parâmetros. Uma abordagem baseada na variação total de subgradiente que resulta em uma boa recuperação da imagem foi apresentada em (BURGER; HE; SCHÖNLIEB, 2009), mas seu uso é limitado à imagens em tons de cinza. Em (WEN-ZE; ZHI-HUI, 2008) foi proposta uma EDP bastante interessante que preserva muito bem as bordas ao restaurar imagens não texturizadas, porém, tais resultados satisfatórios são apenas atingidos para essa classe de imagens.

Uma desvantagem comum dos métodos baseados em EDPs é o efeito intensivo de suavização introduzido na região restaurada. De fato, esses métodos são mais eficazes quando aplicados em regiões pequenas de retoque, mas costumam falhar em áreas de dimensões moderadas ou grandes.

2.2.3 Retoque digital baseado em representação esparsa

Os chamados métodos baseados em representação esparsa foram introduzidos com grande aceitação no contexto de retoque. Este grupo de técnicas não opera no domínio cartesiano da imagem, mas sim em domínios transformados, tais como os obtidos por DCT (Discrete Cosine Transform), wavelets (MALLAT, 2008), curvelets (CANDÈS et al., 2006) e wave atoms (DEMANET; YING, 2007b). Métodos baseados em representação esparsa assumem que é possível representar uma imagem por uma combinação esparsa de um determinado conjunto de transformações, na qual os pixels não preenchidos são hierarquicamente ordenados e estimados por tais transformações.

O trabalho pioneiro de Guleryuz (GULERYUZ, 2006) computa de forma adaptativa os dados a serem restaurados ao atualizar a correspondente representação esparsa da imagem através da DCT ou de uma transformada do tipo wavelet. Em (ELAD et al., 2005), a tarefa de reconstrução é realizada por meio de um esquema de decomposição que divide a imagem a ser restaurada em duas camadas, chamadas de cartoon e componentes de textura. Desse modo, o retoque é realizado em ambas as camadas, usando uma técnica de representação esparsa. Em

(XU; SUN, 2010) também foi utilizada uma representação esparsa para propagar trechos de acordo com a combinação linear esparsa de “trechos candidatos” a preencher esta região.

Técnicas de retoque nesta categoria baseadas na análise de dispersão podem ser utilizadas sob a perspectiva estatística de modelagem bayesiana. Fadili et al. (FADILI; STARCK; MURTAGH, 2009) realizaram o retoque resolvendo um problema de estimação de dados perdidos com base em uma abordagem bayesiana combinada com um algoritmo de EM (Expectation Maximization). Um modelo bayesiano utilizando, simultaneamente, representações esparsas locais e não-locais foi proposto em (LI, 2011), no qual um esquema de otimização DA (Deterministic Annealing) é empregado para reduzir a carga computacional da técnica. De um ponto de vista prático, embora os métodos baseados em decomposição esparsa possam produzir resultados agradáveis (especialmente para restaurar regiões geométricas bem definidas como blocos/retângulos), eles tendem a apresentar borramento ao restaurar regiões grandes e não regulares. Além disso, o custo computacional em geral também é visto como um obstáculo para esses métodos.

2.2.4 Retoque digital baseado em métodos híbridos e outras abordagens

Com o objetivo de preservar as estruturas relevantes da imagem, abordagens híbridas têm sido propostas na literatura a fim de explorar as propriedades de cada uma das três metodologias de retoque descritas anteriormente. Um exemplo interessante é a associação entre as abordagens de replicação de textura, EDP e modelos variacionais tal como proposto em (KOMODAKIS; TZIRITAS, 2007; CAO et al., 2011; BUGEAU; BERTALMÍO, 2009; BERTALMÍO et al., 2003; GROSSAUER, 2004; AUJOL; LADJAL; MASNOU, 2010; BUGEAU et al., 2010). Em (BERTALMÍO et al., 2003), por exemplo, o objetivo é decompor uma dada imagem f em dois componentes: o cartoon u e a textura v , e processar cada componente de forma independente. Os componentes u e v preservam estruturas geométricas e padrões de textura de f , respectivamente. Assim, a decomposição deve satisfazer a relação a priori

$$f = u + v, \quad (2.7)$$

de acordo com o modelo de decomposição teórica cartoon/textura simultâneo (MEYER, 2002), o qual foi discretizado em (VESE; OSHER, 2003; VESE; OSHER, 2006) e mais tarde empregado como um esquema numérico para garantir a validade da equação (2.7). Depois da decomposição, o método de retoque (BERTALMÍO et al., 2000) e o algoritmo de síntese de textura (EFROS; LEUNG, 1999) são aplicados em u e v , respectivamente. Ambos os resultados são combinados usando a equação (2.7), de modo a gerar o resultado final. O custo computacional é alto para realizar tais processamentos, principalmente quando a lacuna a ser recuperada é grande. Ainda nessa linha, em (AUJOL; LADJAL; MASNOU, 2010) os autores propõem uma formulação com base em modelos variacionais contínuos em um esforço para adaptar algoritmos de replicação por blocos para lidarem com características geométricas enquanto restauram texturas.

Existem também métodos que exploram o problema de retoque por meio de técnicas de otimização/minimização de funcionais de energia tais como em (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007; KAWAI; SATO; YOKOYA, 2009; KOMODAKIS; TZIRITAS, 2007; LIU; CASELLES, 2013). Wexler et al. (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007) formulam o processo de reconstrução como um problema de otimização o qual emprega uma combinação de estruturas de árvore e dinâmicas do tipo espaço-tempo (space-time). Em (KAWAI; SATO; YOKOYA, 2009) foram feitas modificações no funcional de energia proposto em (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007) para melhorar a localização espacial dos pesos de similaridade e a invariância a brilho. A técnica apresentada em (KOMODAKIS; TZIRITAS, 2007) usa variações do algoritmo de soma e produto para grafos com ciclos (loopy belief propagation) associados à programação de mensagens baseada em prioridade (priority-based message scheduling) durante o processo de restauração. Ainda na direção de resoluções via otimização, o modelo baseado em blocos descrito em (DEMANET; SONG; CHAN, 2003) foi reformulado em (LIU; CASELLES, 2013) como um problema de otimização global que codifica as informações de textura e estrutura, no qual o minimizador é obtido ao resolver um problema de particionamento de grafos.

Outros métodos interessantes de retoque têm sido propostos com sucesso na literatura. Em (HAYS; EFROS, 2008) e (LI et al., 2010) foi usado um enorme banco de imagens criado a partir da web para descobrir o melhor conjunto de imagens que se aproxima da imagem danificada. Este conjunto é então usado para identificar cores, texturas e padrões na imagem danificada, além de viabilizar também operações de correspondência entre a respectiva lacuna na imagem alvo e suas partes correspondentes nas imagens de referência.

2.3 Método proposto

Motivados pelas ideias apresentadas em (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004; BERTALMÍO et al., 2000; BERTALMÍO et al., 2003; CALVETTI; SGALLARI; SOMERSALO, 2006) na intenção de lidar com os efeitos adversos descritos anteriormente, propomos as seguintes modificações e melhorias no método de retoque descrito em (CASACA, 2010) :

- Um novo termo de confiança regularizado para definir a ordem de preenchimento dos pixels na fronteira da região W ;
- Uma nova métrica de similaridade induzida por um produto interno e guiada pela imagem componente cartoon para melhor avaliar a semelhança entre os pixels a serem preenchidos na região W e os seus possíveis candidatos.

2.3.1 Retoque digital via EDP anisotrópica, equação de transporte e síntese de textura

O método de retoque que combina a difusão anisotrópica, equação do transporte, amostragem dinâmica e síntese de textura (DTAS) empregado para restaurar imagens com texturas e proposto inicialmente em (CASACA, 2010) é apresentado a seguir. A contribuição desta pesquisa consiste em propor melhorias e aperfeiçoar este método de retoque de modo a torná-lo mais eficiente e eficaz na tarefa de retoque digital de imagens com texturas. Os resultados obtidos no decorrer deste trabalho foram publicados em (CASACA et al., 2014).

Inicialmente, o método de retoque considera o componente cartoon u obtido a partir de uma decomposição da imagem digital f . Conforme citado anteriormente, o propósito da decomposição cartoon e textura é separar a informação de natureza geométrica (cartoon) das regiões caracterizadas pela presença de textura e/ou outros detalhes de caráter oscilatório presentes na imagem. Dessa forma, uma imagem pode ser representada por uma soma de dois componentes bem definidos: o componente contendo o cartoon u e o componente v mapeando as texturas presentes na imagem inicial f , de modo que

$$f = u + v. \quad (2.8)$$

A Figura 6 mostra uma decomposição do tipo cartoon e textura. A imagem 6b mostra o componente u que representa o cartoon da imagem inicial f (apresentada em 6a). O componente v contendo as texturas é também ilustrado em 6c.

Figura 6 – Exemplo de decomposição do tipo cartoon e textura: $f = u + v$. (b) Componente cartoon u . (c) Componente textura v .

As técnicas para obter uma decomposição cartoon e textura podem ser classificadas em: simultânea e não-simultânea. As técnicas simultâneas (MEYER, 2002; VESE; OSHER, 2003; AUJOL; CHAMBOLLE, 2005; LEVINE et al., 2005; LIEU, 2005; YIN; GOLDFARB; OSHER, 2005; ESEDOGLUY; CHAN; PARKY, 2007; GARNETTA J. B.; LEA, 2007) visam obter de uma única vez tanto o termo estrutural u quanto o termo oscilatório v . Nas técnicas não-simultâneas, obtém-se inicialmente uma aproximação para u para depois obter $v = f - u$. Nesta

categoria, várias abordagens foram derivadas de modelos inicialmente propostos para remover ruído, como é o caso do modelo variacional clássico proposto em (RUDIN; OSHER; FATEMI, 1992) e de outras metodologias existentes na literatura que podem ser utilizadas para esta mesma finalidade (MA; PLONKA, 2007; BURGER et al., 2006; BARCELOS; BOAVENTURA; JR, 2003; STARCK; CANDÈS; DONOHO, 2002; CHAN; OSHER; SHEN, 2001; PERONA; MALIK, 1990).

A decomposição cartoon e textura empregada no método de retoque digital DTAS é do tipo não-simultânea e utiliza uma equação de difusão anisotrópica proposta em (BARCELOS; BOAVENTURA; JR, 2003). Em seguida, um novo termo de confiança regularizado é utilizado para definir a ordem de preenchimento dos pixels na fronteira da região W . Para efetivamente preencher a região W , um bloco de pixels ótimo é atribuído dinamicamente a cada bloco faltante por meio da amostragem dinâmica. Neste processo dinâmico, uma nova métrica orientada pelo cartoon é utilizada para quantificar a semelhança entre os blocos de pixels. A Figura 7 apresenta um esquema para representar as etapas do método de retoque DTAS.

Figura 7 – Diagrama ilustrativo do método de retoque DTAS.

2.3.2 Prioridade de preenchimento

Considere uma imagem f , em escala de cinza ou colorida no sistema RGB, W a região da imagem ser restaurada e ∂W sua fronteira.

As abordagens baseadas no operador Laplaciano

$$D = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}; \quad (2.9)$$

podem ser utilizadas para identificar estruturas em uma imagem. Por ser um operador de segunda ordem, geralmente o Laplaciano (2.9) fornece uma imagem suavizada que retem bordas e descarta detalhes oscilatórios (PARAGIOS; CHEN; FAUGERAS, 2005).

O operador Laplaciano foi explorado com sucesso em (BERTALMÍO et al., 2000) para obter um método de retoque baseado na equação de transporte

$$\frac{\partial I}{\partial t} = -(\nabla I) \cdot \nabla I: \quad (2.10)$$

Como consequência do processo de suavização, o operador Laplaciano ∇ pode ser utilizado para obter uma imagem I sem textura. Além disso, a Equação (2.10) realiza o transporte de informações na direção do vetor $-\nabla I$. Segundo (BORNEMANN; MÄRZ, 2007) a Equação (2.10) pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = -|\nabla I| \cdot \nabla I: \quad (2.11)$$

Dessa forma, ela descreve o transporte de I ao longo do campo de vetores $-\nabla I$. Este campo representa o modelo de Marr-Hildreth (MARR; HILDRETH, 1980) para detecção de bordas e define a orientação dos isófotos de ∇I . Isto permite que o operador Laplaciano seja usado na identificação linhas de nível e no transporte de informações de uma imagem.

O transporte de informações em uma ordem inadequada pode prejudicar o processo de restauração de uma imagem digital (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004; HARRISON, 2001). A Figura 5 ilustra uma situação em que a restauração da imagem foi prejudicada por conta da escolha equivocada na ordem de preenchimento da região W .

A utilização dos isófotos da imagem, calculados diretamente a partir da imagem de entrada f , são frequentemente utilizados em abordagens clássicas para definir a ordem de preenchimento (CHEN; ZHANG; LIU, 2007; CHENG et al., 2005; CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). Além disso, a orientação do processo de retoque como um todo pode ser feita pela orientação das linhas de nível da imagem fornecida diretamente pelo usuário (KWOK; WANG, 2009; SUN et al., 2005) ou inferidas diretamente a partir da imagem a ser restaurada (LI; ZHAO, 2011; CAO et al., 2011).

Ao contrário do que é feito nos métodos clássicos, a abordagem de retoque DTAS utiliza uma imagem auxiliar contendo informações sobre os contornos da imagem para calcular a orientação dos isófotos e a ordem de preenchimento durante o processo de reconstrução da imagem. Esta imagem auxiliar é o componente cartoon u extraído a partir de f . Afinal, esta imagem auxiliar u possui informações das bordas da imagem e não contém padrões de textura, como pode ser observado na Figura 8.

É possível notar que o campo de direções na Figura 8f possui perturbações menores quando comparado com o campo calculado diretamente da imagem f , apresentado na Figura 8e.

Para extrair o componente cartoon u de f , é utilizada a equação de difusão proposta em (BARCELOS; BOAVENTURA; JR, 2003), a qual foi inicialmente modelada para tratar

Figura 8 – Representação do campo de direções em uma imagem. (a) Imagem original f . (b) Componente cartoon u . (c) Região destacada em (a). (d) Região destacada em (b). (e) Campo de direção normalizados de (c) usando o vetor de $-f$. (f) Campos de direção normalizado de (d) com o vetor de $-u$. Fonte: (CASACA et al., 2014).

problemas de eliminação de ruído e de suavização de imagens. De modo semelhante a (CASACA, 2010), em que tal equação foi empregada para decompor f nos componentes cartoon e textura de forma a satisfazer a Equação (2.7), obtemos u ao resolver numericamente a seguinte equação de difusão anisotrópica:

$$\frac{\partial f^{(t)}}{\partial t} = g(|-f^{(t)}|) \operatorname{div} \frac{-f^{(t)}}{|-f^{(t)}|} - (1 - g)(f^{(t)} - f);$$

$$f(x)^{(0)} = f(x); \quad \frac{\partial f(x)^{(t)}}{\partial \vec{n}} \Big|_{\partial D \times \mathbb{R}_+} = 0; \quad x \in D; \quad t \in \mathbb{R}_+; \quad (2.12)$$

em que $f^{(t)}$ é a versão escalar de f , $g = g(|-G_s * f^{(t)}|)$ é uma função de detecção de bordas, G_s representa a função gaussiana e s é um parâmetro ajustável.

O próximo passo é atribuir um rótulo de forma iterativa para cada pixel na fronteira da região a ser preenchida de modo a estabelecer a ordem de preenchimento da região W . O componente u é utilizado para definir estes rótulos.

A medida efetiva para definir a prioridade de preenchimento é dada por

$$P(p) = R(p) \cdot C(p); \quad p \in \partial W. \quad (2.13)$$

no qual os termos $R(p)$ e $C(p)$ são dados pelas Equações (2.14) e (2.16), respectivamente.

Na Equação (2.13), o medida de relevância R calcula os isófotos da fronteira ∂W com base nas ideias concebidas em (BERTALMÍO et al., 2000; BORNEMANN; MÄRZ, 2007):

$$R(p) = |-(Du_p) \cdot \vec{d}_p|; \quad \vec{d}_p = \frac{\perp u_p}{|\perp u_p|}; \quad (2.14)$$

em que p é o pixel corrente e $\vec{d}_p$ é dado pelo vetor ortogonal ao gradiente de u em p . R tem por objetivo quantificar o grau de relevância das estruturas geométricas na imagem danificada. Ao contrário da expressão definida na Equação (2.14), o campo de direção na Equação (2.10) não é normalizado. Desse modo, é razoável substituir a imagem de entrada I da Equação (2.10) pelo componente cartoon u (sem textura) a fim de alcançar uma detecção mais refinada dos isófotos da imagem original f , a qual, a priori, poderia conter regiões com texturas. Além disso, a escolha de u em vez de f na Equação (2.14) pode ser justificada pela regularidade do campo de direções $\frac{\perp u}{|\perp u|}$ quando comparado com $\frac{\perp f}{|\perp f|}$ (Figura 8) e pela ausência de textura, o que permite ressaltar de modo mais adequado a geometria de interesse (isófotos) por meio da aplicação da “medida de propagação de suavização” Du (Figura 9a-Figura 9d).

A Figura 9e mostra uma comparação entre o termo de relevância R e o termo utilizado em Criminisi et al. (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). Note que, o termo clássico de Criminisi e colaboradores apresenta picos mais elevados no gráfico, o que induz a produção de uma curva irregular e, conseqüentemente, provoca a redução da precisão da ordem de prioridade de retoque. Em contraste, o termo de relevância R da Equação (2.14) apresenta um comportamento mais estável e menos sensível às altas frequências presentes na imagem. Além disso, o termo da Equação (2.14) é mais eficaz na detecção apenas do campo de direção das linhas de nível, sendo mais eficaz em preservar a evolução das estruturas lineares da imagem.

A Equação (2.14) pode ser interpretada (exceto pelo valor absoluto) como sendo a variação da medida de suavização Du ao longo de $\vec{d}$, isto é,

$$\frac{\partial (Du)}{\partial \vec{d}} = -(Du) \cdot \vec{d}; \quad \text{o que implica em } R(p) = \frac{\partial (Du_p)}{\partial \vec{d}_p} \quad (2.15)$$

Assim, o estimador da Equação (2.15) mede a variação de Du_p para o campo de isófotos $\vec{d}$: se o valor da derivada de Du_p em p em relação a $\vec{d}_p$ é alto, a relevância de p também será alta, caso contrário, o pixel p não terá alta prioridade no processo de restauração.

Na Equação (2.13), o termo de confiança regularizado C assegura a coerência do preenchimento na imagem, isto é, faz com que a região W da imagem seja restaurada da forma mais isotrópica possível.

Seguindo as ideias apresentadas em (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004; CASACA, 2010), neste trabalho é proposta a medida de balanceamento chamada de termo de confiança

regularizado $C(p)$:

$$C(p) = C_k(p) = \frac{\sum_{q \in H_m(p) \cap (D-W)} \hat{A} C(q)^{\frac{1}{k}}}{|H_m(p)|} \quad (2.16)$$

em que $|H_m(p)|$ denota o tamanho do bloco H_m ($m \times m$) centrado no pixel p , conforme a Equação (2.6), $C(q)$ é inicializado com 1 e $k > 0$ é o parâmetro regularizador. Observe também que, para $k = 1$, a Equação (2.16) resulta no mesmo termo proposto em (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004).

Figura 9 – (a) Imagem original. (b) Componente cartoon u . (c) Resultado do operador Laplaciano D quando aplicado na imagem original. (d) Operador Laplaciano D aplicado no componente cartoon u . (e) Comparação entre o termo de relevância R e o termo de dados de Criminisi et al. (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). (f), (g) e (h) Gráfico do termo de confiabilidade proposto C para $k = 0.5; 1.0; 1.5$, respectivamente, por número de iterações quando aplicamos o retoque na imagem (a). Fonte: (CASACA et al., 2014).

Como apontado em (CHENG et al., 2005), regularizar o termo confiança C é muito importante para garantir a qualidade do retoque. A medida regularizada C nos permite ajustar o mecanismo de prioridade do seguinte modo: se $k \ll 1$, então C terá um alto impacto na Equação (2.13). Já a significância moderada ocorre quando $k \approx 1$ enquanto que, para $k \gg 1$, a significância é ajustada para atuar de forma bem menos incisiva na ordenação dos pixels. As Figuras 9f-9h ilustram a contribuição de C quando realizamos o retoque na Figura 9a. Em todos os casos, há uma diminuição da intensidade, mas a taxa de decrescimento modifica-se significativamente a medida que k aumenta demasiadamente.

2.3.3 Amostragem dinâmica

Dado um domínio de retoque W , a região L onde será feita a busca pelos pixels a serem utilizados para preencher a área danificada geralmente é definida como sendo $L = W^c$ (o complementar do domínio de retoque) nas abordagens clássicas (CAO et al., 2011; CHEN; ZHANG; LIU, 2007; CHENG et al., 2005; CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004; EFROS; LEUNG, 1999). Esta metodologia é mais suscetível ao problema de introduzir pixels incongruentes na região recuperada, pois pixels distantes podem fazer parte de um grupo de informação completamente distinto.

Para superar esta limitação, o método DTAS utiliza um mecanismo de amostragem dinâmica, ajustável para cada pixel a ser preenchido, ao invés de definir L como uma região estática da imagem. Dessa forma, é possível inibir a cópia de pixels muito distantes da região de retoque e evitar a reprodução de pixels incongruentes na região a ser recuperada, como ilustra a Figura 12. Com isso, a região $L = L_p$ é selecionada de forma iterativa para cada pixel $p \in \partial W$ e obtida com base na região válida $H_L(p)$, a qual corresponde a um bloco de pixels $L \times L$ centrado no pixel p :

$$L_p = H_L(p) \cap W^c; \quad (2.17)$$

para cada pixel $p \in \partial W$. A Figura 10a ilustra essa construção. Outra vantagem dessa estratégia é

Figura 10 – Esquema para ilustrar a amostragem dinâmica e o processo de preenchimento do domínio de retoque W . (a) Os pixels candidatos em L_p estão destacados (região mais clara) dentro da região válida, dada pela interseção de $H_L(p)$ ¹ (quadrado verde) e W^c . (b) Comparação entre o conteúdo dos blocos $H_n(p)$ e $H_n(q)$ (bloco ótimo). (c) Resultado da restauração após preencher a região de interesse.

o ganho em tempo de processamento, pois ela verifica apenas a região L_p , cujas dimensões são muito menores do que as utilizadas nas abordagens tradicionais da literatura. Como L_p é definida passo-a-passo para cada pixel p , o processo de preenchimento ocorre de forma recursiva.

As Figuras 11a-11d comparam o ganho computacional da amostragem dinâmica em comparação com as metodologias utilizadas em (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004) e

¹ O pixel p nas imagens da Figura 10 é o centro e $H_n(p)$. Contudo ele não está centralizado na ilustração apenas para obter uma melhor visualização do processo.

(WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007) ao restaurar uma fotografia de grandes dimensões (1000×1300 , 51k pixels danificados). O método DTAS (Figura 11) realiza o retoque em poucos minutos. Neste mesmo tempo, enquanto o método DTAS havia concluído a restauração, o algoritmo proposto em (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004) preencheu apenas uma pequena parte da imagem (Figura 11c) e a técnica proposta em (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007) resultou em uma imagem numa escala mais grossa (325×250) com baixa qualidade de reconstrução (Figura 11d).

Figura 11 – Comparação entre o uso da amostragem dinâmica e os métodos (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004) e (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007) na restauração de uma fotografia 1000×1300 . O tempo de processamento é o mesmo para todos os métodos e foi considerado como o tempo gasto para o método DTAS concluir a tarefa de restauração. (a) Fotografia danificada. (b) Resultado do método DTAS. (c) Imagem obtida pelo método (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). (d) Restauração por meio do método (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007). Fonte: (CASACA et al., 2014).

2.3.4 Replicação baseada em blocos

Para restaurar um determinado pixel em ∂W , inicialmente a Equação (2.13) determina o pixel p com maior prioridade de preenchimento. Em seguida, a região de amostragem L_p é obtida pela Equação (2.17). O próximo passo é localizar o bloco de pixels dentro da região L_p que seja o mais adequado para restaurar a vizinhança do pixel p .

Para realizar a tarefa de localizar o bloco de pixels dentro da região L_p de modo que ele seja o mais adequado para restaurar a vizinhança do pixel p . Desse modo, é utilizada uma medida

de similaridade para comparar o bloco de referência $H_n(p)$ com todos os demais blocos de candidatos $H_n(q)$ dentro da região L_p . O bloco ideal $H_n(b)$ é definido ao minimizar a distância entre $H_n(p)$ e $H_n(q)$, para todo $H_n(q) \in L_p$, com relação a uma determinada métrica. Um bloco menor $H_m(b)$ é selecionado a partir de $H_n(b)$ e seus pixels válidos $H(b)$ são utilizados para preencher a vizinhança $H(p)$ do pixel p . As Figuras 10b e 10c apresentam uma ilustração deste processo. Esta estratégia faz com que a tarefa de busca seja mais rápida e efetiva, pois utiliza as regiões de suporte $H_n(q)$ em L_p para encontrar pixels adequados para restaurar a região danificada.

A fim de calcular a distância (ou similaridade) entre dois blocos $H_n(p)$ (região a ser preenchida) e $H_n(q)$ (regiões candidatas), propomos a utilização da métrica chamada distância da raiz dos quadrados médios normalizada (normalized root mean-square deviation) (NRMSE). Sejam $p = (f_{p_1}; f_{p_2}; \dots; f_{p_k})$, $q = (f_{q_1}; f_{q_2}; \dots; f_{q_k})$ vetores coluna em $\mathbb{R}^k$, $k < n^2$, contendo as intensidades dos pixels em $H_n(p)$ e em $H_n(q)$, respectivamente. A distância entre $H_n(p)$ e $H_n(q)$ é mensurada por:

$$d(p; q) = q \frac{\|p - q\|_{DU}}{\|p\|_{DU}^2 + \|q\|_{DU}^2}; \quad (2.18)$$

com

$$\|p - q\|_{DU} = \sqrt{(p - q)^T DU (p - q)}; \quad \|p\|_{DU} = \sqrt{p^T DU p}; \quad \|q\|_{DU} = \sqrt{q^T DU q}; \quad (2.19)$$

em que DU é uma matriz diagonal definida pelo Laplaciano da componente cartoon u , ou seja, $DU_{ii} = DU_{p_i}; \text{comp}_i \in H_n(p) \cap L_p$.

A métrica da Equação (2.18) atribui pesos mais elevados para os pixels situados nas bordas do Laplaciano de u . Os pesos dos pixels na Equação (2.19) são definidos a partir do Laplaciano de u e compõem a distância para comparação de blocos.

Em termos matemáticos, a métrica da Equação (2.18) possui propriedades interessantes. O termo $\|\cdot\|_{DU}$ é uma métrica Euclidiana induzida por um produto interno, a qual codifica os dados de DU . Na verdade, podemos escrever $\|x\|_{DU} = \sqrt{\langle x; x \rangle_{DU}} > 0; \forall x \neq 0 \in \mathbb{R}^k$, de modo a garantir as seguintes propriedades matemáticas:

1. $\det(DU) = DU_{11} DU_{22} \dots DU_{kk} > 0$ (a matriz DU é obtida a partir de uma imagem);
2. DU é simétrica (matriz diagonal).

Como $\|\cdot\|_{DU}$ é uma métrica Euclidiana, a Equação (2.18) também define uma métrica em $\mathbb{R}^k$. As vantagens de empregar a métrica da Equação (2.18) reside no fato de que ela pode utilizar informações fornecidas pelo operador Laplaciano ao mesmo tempo em que mede a semelhança estrutural entre os blocos envolvidos (vide (BRUNET; VRSCAY; WANG, 2012) para mais detalhes).

2.4 Resultados experimentais

A seguir são apresentados alguns resultados obtidos com o metodologia DTAS e também um estudo comparativo com métodos do estado da arte. Nos experimentos, foi fixado $N = 50$ e s foi deixado variável na Equação (2.12). A escolha destes parâmetros é detalhada em (BARCELOS; BOAVENTURA; JR, 2003; BARCELOS; BOAVENTURA; JR., 2005). Na Equação (2.16), foi fixado $k = 0.5$. As dimensões m e n da Equação (2.18) são parâmetros livres, enquanto L na Equação (2.17) foi definido em função de n : $L = L(n) = 4n + 1$ (escolha feita após a realização exaustiva de testes), exceto na Figura 24, onde $L = 71$. Os experimentos foram desenvolvidos por meio do simulador MATLAB em um AMD 1.80GHz com 8GB de RAM sem qualquer esquema de otimização MATLAB-MEX (interface com a linguagem C).

2.4.1 Transferência de padrões e contribuições de C;R e P

A Figura 12 mostra alguns resultados de retoque para uma fotografia real. Sem utilizar o esquema de amostragem dinâmica, é possível notar que partes da região destacada em verde na imagem da Figura 12a foram transferidas para o domínio restaurado (destacado em vermelho na Figura 12b). Embora seja visualmente agradável, o resultado não é realista em relação à vegetação em volta desses padrões. Além disso, o custo computacional foi bastante elevado (seis vezes maior do que a metodologia usando a amostragem dinâmica). Nas Figuras 12c-12f, é possível ver os resultados ao considerar: 12c apenas a medida proposta C da Equação (2.16), 12d apenas a medida R da Equação (2.14) e, 12e o mecanismo para ordem de preenchimento P da Equação (2.13) para calcular a prioridade de retoque após um número fixo de iterações. Finalmente, a imagem restaurada ($s = 40$, $m = 7$, $n = 15$) é apresentada na Figura 12f. Em todos os casos, é possível notar a contribuição individual de cada termo no processo de restauração.

Figura 12 – Características do método DTAS: transferência indevida de padrões e contribuição individual de cada termo C ; R e P . Fonte: (CASACA et al., 2014).

2.4.2 Preenchimento guiado por cartoon

O passo-a-passo do método DTAS está ilustrado na Figura 13, quando aplicado a uma imagem tanto com texturas quanto com regiões homogêneas, as quais foram danificadas intenci-

onalmente (Figura 13a). Como mostram as Figuras 13c e 13d, as regiões destacadas em verde e vermelho foram reconstituídas primeiro devido ao mecanismo de prioridade, calculado a partir do componente cartoon (Figura 13b). Além disso, a textura foi totalmente reconstruída e os detalhes da imagem foram bem preservados, como mostrado na reconstrução final (Figura 13e, $s = 30$, $m = 9$, $N = 9$). Note que os isófotos são priorizados no processo de restauração.

Figura 13 – Características do método DTAS: passo-a-passo do método e efetividade do esquema de ordem de preenchimento. Fonte: (CASACA et al., 2014).

2.4.3 retoque de texturas detalhadas

Um exemplo de remoção de objetos é apresentado a seguir, no qual o objeto-alvo está localizado em uma área que contém padrões de texturas regulares. A imagem da Figura 14a mostra a fotografia original ao passo que a Figura 14b ilustra o objeto a ser removido (destacado em branco). A Figura 14c apresenta o resultado obtido com o método DTAS ($s = 15$, $m = 9$, $n = 11$) e na Figura 14d é mostrado uma ampliação da região restaurada. Podemos verificar que a imagem foi restaurada de modo muito satisfatório. Além disso, o mecanismo de amostragem dinâmica contribuiu na obtenção de um bom resultado, uma vez que apenas os pixels nas proximidades do domínio de retoque foram usados no processo de preenchimento.

Figura 14 – Características do método DTAS: explorando uma imagem com texturas ricas em detalhes. Fonte: (CASACA et al., 2014).

2.4.4 Robustez à variação de parâmetros

A robustez da técnica DTAS quanto à variação do parâmetro de janelamento é apresentada a seguir. O parâmetro de janelamento desempenha um papel primordial nos demais algoritmos

do estado-da-arte em retoque.

Para abordar este aspecto, é considerada uma imagem de teste e o parâmetro de janelamento para a metodologia DTAS é livre para variar, tal como também para a técnica clássica de replicação de blocos (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). Conforme apresentado na Figura 15, é possível notar que a técnica DTAS não apresenta variações bruscas na qualidade visual das imagens ao variar o valor do parâmetro de janelamento. Tal conclusão não pode ser constatada na técnica clássica de Criminisi et al. (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004), uma vez que vários padrões não foram replicados com sucesso (observe o “pote” próximo ao monge).

2.4.5 Resultados comparativos

Esta seção sumariza os resultados experimentais obtidos pelo uso da técnica DTAS quando comparada com as demais metodologias do estado-da-arte em retoque digital. Em particular, foram realizados testes experimentais com o emprego dos seguintes métodos de retoque:

- SPT: Síntese Pura de Textura² (EFROS; LEUNG, 1999);
- MSE: retoque via Equação de Difusão de Mumford-Shah-Euler³ (ESEDOGLU; SHEN, 2002; SCHÖNLIEB, 2015);
- RE: retoque via Replicação de Blocos⁴ (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004);
- EPM: Inpainting baseado em blocos com Prioridade Remodelada⁵ (L.J.; T.Z.; X.L., 2015); e
- Adobe CAW: Adobe Photoshop CS 2016 (Content-Aware Fill) (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007; BARNES et al., 2009).

Nas comparações apresentadas, os parâmetros utilizados em cada um dos métodos listados acima foram ajustados a partir das implementações originais disponibilizadas pelos autores em seus sites pessoais de pesquisa, ou ainda tomando como base os valores indicados em seus trabalhos científicos. As imagens utilizadas para os testes experimentais foram adquiridas do clássico repositório público de imagens de Berkeley \UCLA, a qual foi descrita em (ARBELAEZ et al., 2011).

É válido ressaltar que na avaliação experimental realizada foi adotado o uso de recursos profissionais de restauração de imagens, tal como a ferramenta Content-Aware Fill, idealizada

² tamanho da janela: (3;5;3;5;3;3;3;3).

³ parâmetros de passo, difusividade, entre outros tal como sugerido em (SCHÖNLIEB, 2015).

⁴ tamanho da janela: 9.

⁵ tamanho da janela: 9.

Figura 15 – Efeito da variação do parâmetro de janelamento da técnica DTAS x (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). Segunda linha, método DTAS com: (d) janelamento de 3; (e) janelamento de 5; (f) janelamento de 7. Terceira linha, (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004) com os níveis de: (g) janelamento de 3; (h) janelamento de 5; (i) janelamento de 7. Quarta linha, método DTAS com: (j) janelamento de 9; (k) janelamento de 11. Quarta e quinta linha, (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004) com os níveis de: (l) janelamento de 9; (m) janelamento de 11.

como componente de edição do tradicional software profissional Adobe Photoshop (versão 2016).

A seguir são apresentados os resultados obtidos por meio das técnicas previamente indicadas, no sentido de avaliar os métodos a partir de diferentes tipos de imagens, no contexto tanto de remoção de objetos quanto de restauração de imagens sintéticas. As análises experimentais são divididas em duas partes: avaliações qualitativas e avaliações quantitativas, conforme relacionado a seguir.

Comparações qualitativas

Vários experimentos práticos utilizando imagens digitais constituídas por diferentes tipos de texturas e/ou regiões de natureza homogênea (bordas, contornos e estruturas) são apresentados na sequência. O objeto é avaliar de modo qualitativo a performance da técnica de retoque DTAS com as modificações propostas juntamente com o desempenho dos métodos do estado-da-arte indicados anteriormente, isto é, o resultado visual final da reconstituição é considerado nesta avaliação.

No primeiro experimento (Figura 16), a fotografia de uma igreja é mostrada na Figura 16a, a qual foi danificada sinteticamente conforme ilustrado na imagem Figura 16b. Assim, a imagem foi afetada em regiões homogêneas e também em regiões estruturais, como em partes onde prevalece forte presença de texturas. As imagens das Figuras 16c até 16h apresentam os resultados obtidos pelas seguintes técnicas de retoque: Síntese Pura de Texturas (EFROS; LEUNG, 1999), Mumford-Shad (SCHÖNLIEB, 2015), Replicação por Blocos (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004), Blocos com prioridade remodelada (L.J.; T.Z.; X.L., 2015) e pela abordagem DTAS. Nos resultados obtidos nas Figuras 16c e 16e as imagens foram preenchidas com conteúdo irregular nas regiões de textura (região da “escada”), enquanto que a imagem da Figura 16d apresentou uma suavização excessiva (efeito de borramento). Por outro lado, os resultados das Figuras 16f até 16h evidenciam resultados mais consistentes em termos de síntese da informação perdida e de preenchimento das estruturas da imagem (reconstrução linear das “quinas”).

As Figuras 17a e 17b mostram a imagem original e sua versão danificada artificialmente pela introdução de diversos retângulos posicionados em regiões contendo padrões e/ou partes estruturais. As Figuras 17c até 17h concentram, nesta ordem, os resultados obtidos pelas técnicas SPT, MSE, RE, EPR, Adobe e pela metodologia DTAS. Em todos os casos, é possível verificar que a “coluna de madeira” presente na imagem não foi reconstruída de modo adequado, com exceção do resultado gerado pelo método DTAS. Além disso, apenas nas imagens das Figuras 17c e 17h houve um preenchimento adequado do item “pote”, situado à esquerda do monge. Por fim, é importante notar que a única técnica capaz de reconstruir a roupa do monge integralmente, isto é, sem a presença de artefatos indesejáveis em toda a sua extensão, foi a metodologia DTAS.

O terceiro experimento trata-se de uma aplicação de remoção de objetos, conforme

Figura 16 – Comparação com métodos do estado-da-arte considerando-se uma fotografia digital contendo textura e regiões homogêneas, a qual foi danificada artificialmente. (a) Imagem original. (b) Imagem danificada. (c) Síntese pura de textura (EFROS; LEUNG, 1999). (d) Mumford-Shad (SCHÖNLIEB, 2015). (e) Replicação por blocos (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). (f) Blocos com prioridade remodelada (L.J.; T.Z.; X.L., 2015). (g) Adobe CAW (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007; BARNES et al., 2009). (h) Método DTAS.

Figura 17 – Comparações qualitativas em imagens danificadas artificialmente. (a) Imagem original. (b) Imagem danificada. (c) Síntese pura de textura (EFROS; LEUNG, 1999). (d) Mumford-Shad (SCHÖNLIEB, 2015). (e) Replicação por blocos (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). (f) Blocos com prioridade remodelada (L.J.; T.Z.; X.L., 2015). (g) Adobe CAW (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007; BARNES et al., 2009). (h) Técnica DTAS.

ilustrado pelo par de imagens das Figuras 18a-18b. Os resultados obtidos pelo uso das técnicas SPT, MSE, RE, EPR, Adobe e pela abordagem DTAS são mostrados nas Figuras 18c até 18h, respectivamente. Conforme apresentado nas Figuras 18c e 18f, as técnicas SPT e EPR preencheram a imagem de entrada com texturas irregulares. O método SPT produziu o efeito de borramento devido a sua modelagem ser mais efetiva para tratar regiões homogêneas ao invés de fragmentos texturizados. Finalmente, as técnicas RE, Adobe CAW e a metodologia DTAS produziram resultados consistentes para um observador humano, reproduzindo adequadamente

as regiões ricas em texturas.

Figura 18 – Comparações qualitativas visando a aplicação de remoção de objetos em imagens digitais. (a) Imagem original. (b) Imagem contendo os objetos delineados. (c) Síntese pura de textura (EFROS; LEUNG, 1999). (d) Mumford-Shad (SCHÖNLIEB, 2015). (e) Replicação por blocos (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). (f) Blocos com prioridade remodelada (L.J.; T.Z.; X.L., 2015). (g) Adobe CAW (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007; BARNES et al., 2009). (h) Técnica DTAS.

O experimento descrito pela Figura 19 contempla novamente a tarefa de remoção de objetos em uma imagem digital. Tal como ilustrado pelas imagens original (Figura 19a) e sua versão a ser processada (Figura 19b), o objeto encontra-se em uma região com padrões complexos, como degraus da escada e calçada. Conforme observado nas imagens resultantes, os resultados visuais obtidos nas Figuras 19c até 19h evidenciam a geração de muitos padrões artificiais na região processada, de modo que o efeito visual final parece bastante incongruente à percepção visual humana. Além disso, em todos os casos a escada no fundo da foto não foi restaurada corretamente. Entretanto, a técnica DTAS produziu um resultado visual bastante equilibrado em termos de reconstrução de padrões, onde a região da escada foi reconstruída com sucesso inteiramente.

O experimento da Figura 20 tem por objetivo reconstruir uma grande área da imagem inserida em uma região dotada de textura regular, conforme ilustrado nas Figuras 20a e 20b. Com base nas imagens reconstruídas ilustradas nas Figuras 20c até 20h, é possível observar que, com exceção dos métodos DTAS e EPR (L.J.; T.Z.; X.L., 2015), as técnicas do estado-da-arte analisadas falham na tarefa de replicar a textura da parede na lacuna, gerando resultados significativamente não naturais. Ainda sobre os resultados visuais, quando comparado com EPR, a técnica DTAS obtém um resultado superior em termos de recomposição visual, uma vez que as texturas preenchidas são menores e apresentam maior similaridade com o restante da imagem.

Figura 19 – Comparações qualitativas visando a aplicação de remoção de objetos em imagens digitais. (a) Imagem original. (b) Imagem contendo o objeto delineado (criança). (c) Síntese pura de textura (EFROS; LEUNG, 1999). (d) Mumford-Shad (SCHÖNLIEB, 2015). (e) Replicação por blocos (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). (f) Blocos com prioridade remodelada (L.J.; T.Z.; X.L., 2015). (g) Adobe CAW (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007; BARNES et al., 2009). (h) Técnica DTAS.

A Figura 21 aborda novamente o caso de remoção de objetos onde tem-se uma grande área a ser removida em meio a uma região altamente texturizada. Entretanto, a textura deste caso apresenta um padrão mais amplo do que a do caso anterior. As Figuras 21a e 21b apresentam as imagens original e de entrada, enquanto que as Figuras 21c até 21h remetem aos resultados produzidos pelas técnicas avaliadas, a saber: SPT, MSE, RE, EPR, Adobe CAW e pela metodologia DTAS. De acordo com as imagens resultantes obtidas pelos métodos citados anteriormente, é possível visualizar que o único caso em que as linhas de textura foram adequadamente interligadas foi na Figura 21h (método DTAS). Outro ponto importante acerca dos resultados é o aspecto visual final. Nesse quesito, a técnica DTAS obteve novamente um desempenho satisfatório quando comparada com as demais metodologias.

Conforme ilustrado na Figura 22, o seguinte experimento visa avaliar cada uma das técnicas quando o objeto a ser removido encontra-se inserido em uma região de fronteira entre tipos variados de texturas e estruturas homogêneas. As Figuras 22c até Figura 22h mostram, na sequência, os resultados obtidos pelas técnicas elencadas anteriormente em nossa bateria de testes. É possível visualizar nas Figuras 22c até 22f que, ou a técnica utilizada não reconstrói a estrutura no fundo da fotografia (“região da janela”) ou ela prolonga erroneamente essas estruturas para regiões indevidas (Figura 22e). Por outro lado, tanto as Figuras 22g e 22h reproduzem corretamente as informações faltantes na imagem de entrada. Além disso, quando compara-se as Figuras 22g e 22h, nota-se que apenas a Figura 22h preserva adequadamente a espessura da janela.

Finalmente, em nosso último experimento submetemos cada uma das técnicas analisadas à complexa tarefa de reconstrução quando uma grande porção da imagem está danificada em meio a um cenário bastante rico em detalhes visuais de textura, conforme ilustrado pelas Figuras 23a

Figura 20 – Comparações qualitativas acerca da tarefa de remoção de objetos em imagens digitais. (a) Imagem original. (b) Imagem contendo o objeto delimitado (porta). (c) Síntese pura de textura (EFROS; LEUNG, 1999). (d) Mumford-Shad (SCHÖNLIEB, 2015). (e) Replicação por blocos (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). (f) Blocos com prioridade remodelada (L.J.; T.Z.; X.L., 2015). (g) Adobe CAW (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007; BARNES et al., 2009). (h) Técnica DTAS.

e 23b (por exemplo, veja o “telhado do chalé” e suas “janelas”). Dentre os resultados visuais obtidos por cada uma das técnicas (Figuras 23c até 23h), os resultados das Figuras 23c, 23d e 23e não reproduzem devidamente os padrões de textura presentes na imagem, de modo a produzir um efeito visual indesejável. Por outro lado, as imagens das Figuras 23f até 23h produzem resultados satisfatórios. Entretanto, é possível averiguar que na Figura 23h, que tanto o telhado quanto a região das janelas do chalé foram reconstruídas com mais qualidade em comparação com as demais metodologias em termos de preservação de detalhes finos.

Comparações quantitativas

A performance da técnica DTAS quando comparada numericamente com os demais métodos do estado-da-arte em retoque é apresentada a seguir. Os métodos empregados nas comparações são: SPT (EFROS; LEUNG, 1999), MSE (SCHÖNLIEB, 2015), RE (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004), EPM (L.J.; T.Z.; X.L., 2015) e Adobe Photoshop Content-Aware

Figura 21 – Comparações qualitativas para a tarefa remoção de objetos em uma fotografia texturizada. (a) Imagem original. (b) Imagem contendo o objeto delimitado (janela). (c) Síntese pura de textura (EFROS; LEUNG, 1999). (d) Mumford-Shad (SCHÖNLIEB, 2015). (e) Replicação por blocos (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). (f) Blocos com prioridade remodelada (L.J.; T.Z.; X.L., 2015). (g) Adobe CAW (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007; BARNES et al., 2009). (h) Técnica DTAS.

Fill.

Para avaliar quantitativamente o impacto de cada técnica, adotamos duas métricas comumente utilizadas pela comunidade de Ciências da Informação e Visão Computacional, a saber: PSNR (Peak Signal-to-Noise Ratio) e SSIM (Structural Similarity Index) (WANG et al., 2004).

A primeira métrica considera o maior valor atingido pelos sinais avaliados (em nosso caso, as imagens) e o erro médio quadrático entre os mesmos. Já a métrica SSIM tem sido utilizada para predição da qualidade percebida por telespectadores no ramo de televisão digital e filmes de cinema⁶. Ela leva em consideração a percepção visual humana, comparando as imagens não em termos de valores absolutos da diferença entre as imagens, mas sim avaliando-se a similaridade entre as estruturas das imagens analisadas.

Neste contexto, é importante salientar que não é possível mensurar a qualidade de reconstrução no caso da aplicação de remoção de objetos, uma vez que não há uma imagem de referência (“ground truth”) para a utilização das métricas. Com isso, foram analisadas apenas as

⁶ <https://en.wikipedia.org/wiki/Structural_similarity>

Figura 22 – Comparações qualitativas levando-se em conta a remoção de um objeto em meio a diversas classes de texturas. (a) Imagem original. (b) Imagem contendo o objeto delineado (pessoa). (c) Síntese pura de textura (EFROS; LEUNG, 1999). (d) Mumford-Shad (SCHÖNLIEB, 2015). (e) Replcação por blocos (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). (f) Blocos com prioridade remodelada (L.J.; T.Z.; X.L., 2015). (g) Adobe CAW (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007; BARNES et al., 2009). (h) Técnica DTAS.

imagens identificadas como danificadas artificialmente, pois tais imagens possuem uma versão original.

A Tabela 1 reúne os resultados para a métrica PSNR quando avaliada nas imagens danificadas artificialmente da seção anterior. Conforme sumarizado pela tabela abaixo, a técnica DTAS obteve o melhor score para todos os casos dentre os métodos avaliados. Essa conclusão também pode ser obtida quando comparamos as médias de cada técnica, situação em que a metodologia DTAS obteve um score de 21:24 seguido pelo método EPM (L.J.; T.Z.; X.L., 2015) com um score de 19:91.

Tabela 1 – Avaliação quantitativa usando PSNR (em dB) para os resultados sintéticos apresentados na seção anterior.

Imagem	STP ⁷	MSE ⁸	RE ⁹	EPM ¹⁰	Adobe CAW	Método DTAS
Curch	26:04	26:17	14:10	29:23	28:80	31:46
Monge	17:25	19:00	11:01	18:90	16:59	19:37
Snow	11:02	12:20	11:66	11:61	12:17	12:88
Média	18.10	19.12	12.26	19.91	19.19	21.24

O resultado da utilização da métrica SSIM nas imagens restauradas pelas técnicas em questão para as imagens danificadas sinteticamente pode ser visualizado na Tabela 2. De modo

Figura 23 – Comparações qualitativas considerando-se uma imagem contendo diversas regiões de textura. (a) Imagem original. (b) Imagem contendo região a ser restaurada. (c) Síntese pura de textura (EFROS; LEUNG, 1999). (d) Mumford-Shad (SCHÖNLIEB, 2015). (e) Replicação por blocos (CRIMINISI; PEREZ; TOYAMA, 2004). (f) Blocos com prioridade remodelada (L.J.; T.Z.; X.L., 2015). (g) Adobe CAW (WEXLER; SHECHTMAN; IRANI, 2007; BARNES et al., 2009). (h) Técnica DTAS.

similar ao caso anterior, a técnica DTAS obteve um resultado bastante satisfatório quando comparado com as demais técnicas analisadas. Nesse sentido, a metodologia DTAS obteve um score 0:9149, seguido pelo Adobe Photoshop CAW (score 0:9100) e EPM (score 0:9088).

Tabela 2 – Avaliação quantitativa usando SSIM (Structural Similarity Metric) para os resultados sintéticos apresentados na seção anterior.

Imagem	STP ¹¹	MSE ¹²	RE ¹³	EPM ¹⁴	Adobe CAW	Método DTAS
Curch	0:9312	0:9291	0:9210	0:9325	0:9339	0:9348
Monge	0:9276	0:9328	0:9177	0:9282	0:9280	0:9335
Snow	0:8610	0:8633	0:8686	0:8656	0:8680	0:8764
Média	0.9066	0.9084	0.9024	0.9088	0.9100	0.9149

Comparações quantitativas utilizando técnicas de representação esparsa

A avaliação comparativa apresentada na sequência consiste na restauração de blocos degenerados na imagem. Foi realizada uma comparação qualitativa e também quantitativa com métodos que fazem uso de propriedades de esparsidade das imagens. Da esquerda para a direita, na Figura 24, são ilustradas: 24a as imagens de entrada, e na sequência os resultados produzidos pelos métodos de 24b Guleryuz ¹⁵ (GULERYUZ, 2006), 24c Elad et al. ¹⁶ (ELAD et al., 2005), 24d Fadili et al. ¹⁷ (FADILI; STARCK; MURTAGH, 2009), 24e Xu e Sun ¹⁸ (XU; SUN, 2010) e 24f Li ¹⁹ (LI, 2011). 24g os resultados com o método DTAS ²⁰. Finalmente, 24h ilustram a imagem original (“ground truth”).

Figura 24 – Comparação com métodos de retoque baseados em representação esparsa. (a) Imagens de entrada (“Tissue”, “Eaves”, “parte da Barbara” e “Fur”). (b) Guleryuz (GULERYUZ, 2006). (c) Elad et al. (ELAD et al., 2005). (d) Fadili et al. (FADILI; STARCK; MURTAGH, 2009). (e) Xu e Sun (XU; SUN, 2010). (f) Li (LI, 2011). (g) Método DTAS. (h) Imagem original. Fonte: (CASACA et al., 2014).

Os exemplos são difíceis de manusear devido à predominância de estruturas e texturas em torno da região a ser preenchida. Observe que os algoritmos de Guleryuz e Fadili et al. produziram um efeito de desfoque sobre as imagens, enquanto o método de Elad et al. introduziu alguns artefatos nas imagens. Os resultados obtidos com os métodos de Xu e Sun e de Li são visualmente melhores do que os apresentados por Guleryuz e Fadili et al., mas eles ainda sofrem

¹⁵ com DCT de 32×32

¹⁶ com dicionário de textura/camadas de cartoon usando DCT de 32×32

¹⁷ transformada curvelet com 5-resolução (CANDÈS et al., 2006)

¹⁸ com tamanho de patche de 7×7 , $N(p)$ tamanho de 51×51 e $e = N = 25$

¹⁹ $B = 31$, $k = 30$, $d = 4$, $n_{\max} = 50$, $N_{\max} = 3$

²⁰ $(s; m; n) = (15; 13; 15), (10; 3; 7), (15; 7; 11), (15; 5; 7)$, de cima para baixo

com o efeito de suavização excessiva. A técnica DTAS restaurou as imagens sem causar o efeito de desfoque e recuperou com precisão as isótopas e regiões contendo apenas textura, produzindo resultados mais próximos das imagens “ground truth”.

Para efeito de comparação quantitativa, a medida PSNR (Peak Signal-to-Noise Ratio) foi calculada entre as imagens restauradas e as originais da Figura 24, conforme apresentado na Tabela 3. Ao observar o PSNR médio, na última linha da Tabela 3, verificamos que a abordagem DTAS apresenta um desempenho superior aos dos demais métodos.

Tabela 3 – Avaliação quantitativa usando PSNR (em dB) para todas as comparações com as imagens da Figura 24.

Imagem	Guleryuz ²¹	Elad et al. ²²	Fadili et al. ²³	Xu and Sun ²⁴	Li ²⁵	Método DTAS
Tecido	20:41	22:43	22:16	23:53	22:21	25:02
Beiral	16:15	22:85	17:86	28:45	26:77	29:30
Parte da Barbara	18:39	19:20	17:85	23:07	23:61	24:43
Pele	16:46	19:49	20:67	20:87	18:43	21:55
Média	17.85	20.99	19.64	23.98	22.75	25.08

2.5 Discussões e limitações

A ordem de preenchimento guiada pelo componente cartoon e o mecanismo de amostragem dinâmica mostraram-se bastante eficientes na tarefa de restaurar/recompor uma imagem. Além disso, o termo proposto utilizado na métrica baseada em cartoon para calcular a prioridade na ordem de preenchimento e a métrica proposta para avaliar a similaridade entre os blocos de pixels apresentaram resultados satisfatórios, superando as métricas baseadas puramente na representação da imagem de entrada. As comparações apresentadas na Seção 2.4 atestam a eficácia da abordagem apresentada em termos de qualidade de reconstrução. O bom desempenho ao lidar com imagens texturizadas ricas em detalhes mostram a flexibilidade e a robustez do método apresentado.

Apesar dos bons resultados e propriedades de restauração, o método DTAS com as métricas propostas também tem limitações. Por exemplo, ele exige o ajuste alguns parâmetros para serem efetivos. Otimizar os parâmetros é uma questão que será investigada em trabalhos futuros. Além disso, resultados insatisfatórios podem ser produzidos quando realizamos retoque em imagens não texturizadas com elevada variação de cor, sendo esta outra limitação do método DTAS.

eliminação de ruído

ELIMINAÇÃO DE RUÍDOS

3.1 Introdução

A área de eliminação de ruído (denoising) é um assunto bastante relevante no campo de processamento de imagens. A ideia fundamental das técnicas de eliminação de ruídos é recuperar detalhes perdidos em uma imagem contaminada por ruído. Procura-se, deste modo, reconstituir as informações originalmente presentes na imagem, mas que foram degradadas por meio de algum processo de interferência ou deterioração. Neste contexto, a noção de ruído pode ser entendida como uma alteração da intensidade ou da cor dos pixels que estão dispersos por toda a imagem, de acordo com uma lei de formação matemática específica.

A Figura 25 mostra como o ruído pode afetar as informações em uma imagem. A Figura 25a mostra a imagem original e sem ruído. Nas Figuras 25b e 25c são apresentadas as imagens obtidas após aplicar ruído gaussiano com diferentes intensidades na imagem original. As imagens das Figuras 25d, e e f ilustram seus respectivos contornos, identificados por meio da variação do módulo do gradiente das imagens correspondentes (mapa de contornos).

O ruído modifica a aparência da imagem, reduzindo ou até mesmo removendo partes da informação visual inicialmente presente na mesma. Aplicações que utilizam métodos de remoção de ruídos nos processos de transmissão, aquisição e processamento de imagens vêm sendo empregados cada vez mais em problemas práticos de visão por computador. Alguns exemplos desses problemas são aqueles que abrangem fotografias, imagens forenses e médicas, sistemas de gravação de segurança, dentre outros. De fato, pode-se afirmar que a situação ideal, de trabalhar com imagens sem a presença de ruído, raramente ocorre em situações reais.

As principais fontes de contaminação de ruído em imagens são, em geral, decorrentes das etapas de aquisição e transmissão em um sistema de visão por computador. De fato, quase todos os dispositivos de aquisição e manipulação de imagem estão sujeitos à limitações técnicas ou ambientais. Por exemplo, o problema de contaminação por ruído devido aos efeitos de campos

Figura 25 – Imagens com diferentes níveis de ruído e seus respectivos contornos.

magnéticos quando um telescópio no espaço captura imagens e as envia para a Terra é um exemplo clássico das restrições ambientais. Já a contaminação por ruído produzida durante a aquisição de uma imagem de nanotecnologia é, por sua vez, um exemplo clássico de limitações de ordem tecnológica. Ainda sobre o problema, também não é incomum a captura de fotografias com ruído por dispositivos móveis atuais como celulares, smartphones, tablets, etc. Por exemplo, a Figura 26 apresenta uma fotografia recentemente tirada por meio de um celular (smartphone) em um ambiente escuro, a qual contém uma grande incidência de ruído.

Grande parte dos tipos de degradações por ruído em imagens digitais podem ser formulados por meio de um modelo simples de degeneração aditiva (GONZALEZ; WOODS, 2007):

$$I(x;y) = u(x;y) + n(x;y); \quad (3.1)$$

no qual $u(x;y)$ indica a imagem original (sem ruído), $n(x;y)$ descreve os efeitos do ruído e $I(x;y)$ representa a imagem danificada pelo ruído. Devido à existência de diferentes classes de ruídos, a função $n(x;y)$ geralmente é definida numericamente como sendo uma variável aleatória, de modo semelhante às abordagens encontradas em aplicações estatísticas. Assim, podemos usar funções densidade de probabilidade (CASELLA; BERGER, 2002) para estimar e descrever os efeitos do ruído na qualidade da imagem.

A função de distribuição de probabilidade Gaussiana (Normal) pode ser empregada para

Figura 26 – Exemplo de fotografia capturada com ruído.

modelar os efeitos do ruído gaussiano enquanto a distribuição de Bernoulli é aplicada para estimar o ruído impulsivo (do tipo “sal e pimenta”) (ALMEIDA; BOAVENTURA, 2009). O ruído gaussiano geralmente se manifesta em imagens geradas a partir de câmeras, microscópios e telescópios especiais, afetando todos os pixels da imagem. Os erros que podem acontecer em operações de transmissão e digitalização de dados são fontes de geração de ruído impulsivo. De modo geral, podemos considerar que estes são os tipos de ruídos mais pesquisados na literatura, pois ocorrem frequentemente em situações práticas (ALMEIDA; BOAVENTURA, 2010).

Na Figura 27 podemos visualizar o comportamento e o impacto dos dois tipos de ruído (gaussiano e impulsivo) em uma fotografia. A imagem sem ruído é apresentada na Figura 27a e a Figura 27b mostra sua representação em um espaço de cor RGB. Na Figura 27c podemos observar a imagem após ser danificada pelo ruído gaussiano. Ao observar a representação desta imagem no espaço RGB (Figura 27d) podemos notar que todos os pixels da imagem sofreram alterações em suas tonalidades. Ao contrário do que ocorre ao degradar a imagem com ruído gaussiano, a alteração provocada pelo ruído impulsivo afeta apenas alguns pixels da imagem, fato ilustrado nas Figuras 27e e 27f.

A distinção contemplando tais tipos de ruído implica na utilização direta de abordagens específicas para eliminar, ou amenizar, a presença de ruído em uma imagem. Desse modo, o problema de eliminação de ruído com foco no ruído gaussiano é abordado neste capítulo, uma vez que este é um dos tipos de ruído que aparece com maior frequência nas aplicações.

Este capítulo está organizado da seguinte maneira: na Seção 3.1.2 são apresentados alguns modelos do estado-da-arte em eliminação de ruído destinados às imagens com texturas; o método para tratar imagens com ruído gaussiano baseado na EDP não-linear anisotrópica regularizada e sua validação teórica são abordados na Seção 3.2; a implementação numérica

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

Figura 27 – Alterações geradas em uma determinada imagem pela ação dos ruídos gaussiano e impulsivo. (a) Imagem original. (b) Representação no espaço RGB da imagem original com círculos vermelhos. (c) Imagem afetada pelo ruído gaussiano. (d) Visualização no espaço RGB da imagem com ruído gaussiano em círculos verdes. (e) Imagem deteriorada pelo ruído impulsivo. (f) Gráfico em coordenadas RGB da imagem com ruído impulsivo indicado por círculos azuis. Fonte: (ALMEIDA; BOAVENTURA, 2010)

da EDP é descrita na Seção 3.3; a análise dos parâmetros, resultados experimentais, análise do desempenho e a comparação com outras técnicas de eliminação de ruído são apresentadas na Seção 3.4; e, por fim, na Seção 3.5 são descritas as considerações finais sobre o trabalho na área de eliminação de ruído.

3.1.1 Motivação

Em termos da formulação matemática, várias técnicas de eliminação de ruído consideram que a imagem de entrada é uma função com variação limitada (bounded variation) sem a presença de qualquer tipo de textura/oscilações, enquanto que a imagem desejada é suave por seções. Além disso, o ruído é, de modo geral, caracterizado por uma função de oscilação de alta frequência. Assim, um bom modelo de eliminação de ruído deve ser capaz de recuperar uma imagem danificada e também preservar suas principais características visuais tais como bordas, contornos e contraste.

Na literatura sobre o tema há diversas variações de técnicas destinadas ao tratamento do problema, em especial aquelas baseadas em formulações não-lineares tais como, Difusão Anisotrópica (PERONA; MALIK, 1990; NORDSTROM, 1991; ALVAREZ; LIONS; MOREL, 1992; WANG et al., 2013), Métodos Variacionais (RUDIN; OSHER; FATEMI, 1992; CHAN; OSHER; SHEN, 2001), Regularização Iterativa (OSHER et al., 2005) e Espaços de Escala Inversos (BURGER et al., 2006). De fato, tais abordagens não são plenamente adequadas para tratar imagens com elevada concentração de texturas, pois as imagens podem apresentar um nível considerável de informações contrastantes como regiões de alta oscilação na escala de cinza da imagem, áreas detalhadas ou ainda padrões complexos (CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013). Estas informações de natureza oscilatória estão incorporadas em meio ao ruído também presente na imagem. Dessa forma, é desejado que essas características sejam distinguidas durante o processo de restauração.

Para ilustrar estas características, a Figura 28a apresenta uma imagem clássica de processamento de imagens contendo vários tipos de informações visuais relevantes da imagem (texturas, áreas com detalhes e padrões complexos) enquanto que a Figura 28b apresenta sua versão degradada por ruído gaussiano.

Com o intuito de tratar de forma unificada várias classes de imagens, cada qual contendo características bastante específicas a serem preservadas como texturas, existem estudos direcionados à combinação das abordagens anteriormente mencionadas com técnicas amparadas pela teoria moderna de análise harmônica tais como Wavelets, Curvelets e Wave atoms (ANSARI; BUDHHIRAJU, 2016; ANSARI; BUDDHIRAJU, 2015; DEMANET; YING, 2007a; DEMANET; YING, 2007b; STARCK; CANDÈS; DONOHO, 2002). Em particular, diversos métodos de eliminação de ruído tem sido propostos visando integrar difusão anisotrópica, modelagem variacional, curvelets e wave atoms, na intenção de se produzir filtros regularizados para remoção de ruídos (MA; PLONKA, 2007; PLONKA; MA, 2008; LIU; FENG; BAI, 2008; LIU, 2011).

Figura 28 – Exemplo clássico de imagem contendo informações geométricas e texturas complexas. (a) mostra a imagem original. (b) apresenta a imagem com ruído gaussiano.

Embora robustas do ponto de vista da formulação teórica, na prática o uso destas abordagens tendem a suavizar significativamente a imagem e seus detalhes finos.

Para tratar as limitações sobre a suavização excessiva da imagem, apresentamos neste capítulo uma EDP (Equação Diferencial Parcial) não-linear anisotrópica regularizada, proposta em (CASACA; BOAVENTURA, 2009; CASACA, 2010). Dada uma imagem contendo regiões texturizadas e que foi alterada pela presença de ruído, a EDP não-linear anisotrópica regularizada (EDP-NAR) visa restaurar as informações presentes na imagem de modo a preservar suas principais características visuais, tais como arestas, bordas, estruturas geométricas, texturas. A EDP foi proposta ao combinar conceitos matemáticos sobre análise harmônica (descritos em (NORDSTROM, 1991; ALVAREZ; LIONS; MOREL, 1992; BARCELOS; BOAVENTURA; JR, 2003)) com ferramentas sobre Wave atoms, como em (DEMANET; YING, 2007b; DEMANET; YING, 2007a), de modo a definir um método híbrido e regularizado por um termo de difusão sensível a bordas e texturas.

A EDP foi apresentada com embasamento empírico, de acordo com alguns resultados experimentais iniciais e sem embasamento matemático rigoroso. Com o objetivo de validar matematicamente a EDP não-linear anisotrópica regularizada, nesta pesquisa foi realizado um estudo teórico mais detalhado para garantir a parabolicidade da EDP e também provar a existência e a unicidade de soluções para a mesma. Além disso, neste trabalho são realizados um novo estudo experimental, mais completo e detalhado, para atestar o bom desempenho do método baseado na EDP-NAR quando aplicado ao problema de eliminação de ruído em imagens digitais com textura, e também uma nova abordagem de ajuste paramétrico do método de eliminação de ruído. Os resultados decorrentes deste neste trabalho foram apresentados em (CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013), de modo a complementar e estender o trabalho apresentado inicialmente a cerca da EDP-NAR.

3.1.2 Trabalhos relacionados em eliminação de ruído usando EDPs

Nas últimas décadas, diversas técnicas formuladas a partir de EDPs foram propostas com o objetivo de remover o nível de ruído presente em imagens nos mais variados cenários de aplicação. Grande parte destas técnicas têm sido modeladas por meio de adaptações das seguintes abordagens clássicas da literatura:

- Introdução de uma equação de difusão evolucionária, tal como a clássica EDP anisotrópica originalmente proposta por Perona-Malik ([PERONA; MALIK, 1990](#)), ou
- Formulação de um problema de minimização de funcional de energia (por exemplo, o tradicional método da Variação Total proposto por Rudin-Osher-Fatemi ([RUDIN; OSHER; FATEMI, 1992](#))), cuja resolução numérica, na maioria dos casos, está também associada a uma equação diferencial.

Em ambos os casos a ideia é recuperar a imagem danificada de modo a minimizar a perda das informações básicas da mesma, em especial seus contornos e bordas. Assim, a restauração, quando guiada por uma equação diferencial, pode ser considerada matematicamente como uma representação em um espaço de escala ([TEIXEIRA, 2001](#)), onde o principal objetivo é evitar o decrescimento monótono das estruturas básicas da imagem enquanto a escala aumenta.

Eliminação de ruído gaussiano não-sensível a texturas

A partir de trabalhos sobre a detecção de bordas e a suavização de imagens no início da década de 1980, surgiram os primeiros trabalhos destinados a eliminação de ruído via EDP. Inicialmente, Marr e Hildreth ([MARR; HILDRETH, 1980](#)) desenvolveram um modelo para detecção de bordas em imagens, baseado no produto de convolução de uma imagem com o laplaciano de uma função gaussiana, a partir da equação

$$\frac{\partial u}{\partial t} = DG * u: \quad (3.2)$$

Alguns anos depois, foi apresentado em ([KOENDERINK, 1984](#)) uma forma de utilizar a equação do calor para identificar detalhes estruturais de uma imagem.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = Du: \quad (3.3)$$

As técnicas dadas pelas equações (3.2) e (3.3), bem como combinações das mesmas, foram importantes para o desenvolvimento de técnicas baseadas em EDPs para restauração de imagens.

No final da década de 1980, uma importante contribuição para a mudança de paradigma na área de eliminação de ruído foi apresentada em ([PERONA; MALIK, 1990](#)), na qual o problema de remoção de ruído em uma imagem foi tratado com o objetivo de remover o ruído e,

simultaneamente, preservar as características elementares da imagem. Isto ocorreu a partir da proposta da seguinte equação diferencial não-linear:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \text{div}(g(|-\mathbf{u}|)-\mathbf{u}); \quad (3.4)$$

em que $g = g(s)$ é uma função decrescente não negativa satisfazendo $g(s) \rightarrow 0$ quando $s \rightarrow +\infty$ e $g(0) = 1$. Um exemplo clássico para este tipo de função é dado por $g(s) = e^{-t^2 s}$, em que t é uma constante. O objetivo de usar a Equação (3.4) (de Perona-Malik) é aplicar uma difusão orientada durante o processo de remoção de ruído, trocando o coeficiente de condutividade constante presente na equação do calor ($g(s) = 1$ por uma função do tipo $g(|-\mathbf{u}|)$ satisfazendo as propriedades descritas previamente.

Esta EDP pode ser vista como um balanceamento seletivo entre o processo de difusão nas direções ortogonal e tangencial em relação às bordas e contornos da imagem. Matematicamente, tem-se que

$$\frac{\partial u}{\partial t} = g(|-\mathbf{u}|) \frac{\partial^2 u}{\partial \vec{x}^2} + b(|-\mathbf{u}|) \frac{\partial^2 u}{\partial \vec{h}^2}; \quad (3.5)$$

com $b(|-\mathbf{u}|) = g(|-\mathbf{u}|) + 2|-\mathbf{u}|^2 \frac{d}{ds}g(|-\mathbf{u}|)$ e $\vec{x}$ e $\vec{h}$ representam, respectivamente, os vetores tangencial e ortogonal com relação aos contornos de u , conforme ilustra a Figura 29.

Figura 29 – Representação dos vetores tangencial e ortogonal em uma determinada imagem. Fonte: (CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013)

A equação do calor também pode ser descrita em termos de derivadas de segunda ordem com coeficientes unitários, isto é,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \text{div}(-\mathbf{u}) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial \vec{x}^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial \vec{h}^2}.$$

É possível verificar que a equação de Perona-Malik realiza uma competição tendenciosa entre difusão tangencial e normal, a qual depende do gradiente de u e da expressão matemática da função de condutividade g , como mostrado na Equação (3.5).

Embora este modelo expresse uma importante contribuição em termos de suavização com seletividade, ele apresenta dificuldades práticas e teóricas, pois sua formulação é considerada um problema mal-posto. Quando aplicado em imagens com alta concentração de ruído, o espaço de escala originado pela Equação (3.4) tende a produzir altos valores para o gradiente, o que resulta em $g \approx 0$ e, conseqüentemente, implica na incapacidade de eliminar o ruído durante o processo de restauração.

Para converter o problema mal-posto de Perona-Malik em uma formulação mais estável, foi introduzido em (CATTÉ et al., 1992) um termo de regularização na equação-base. Os autores modificaram o coeficiente de condutividade g alterando o detector de borda clássico, baseado em $-u$, por um termo suave pré-processado $-(G_s * u)$, em que $*$ indica o operador de convolução e G_s é um núcleo gaussiano (o qual é conhecido/dado). Com base nessa premissa, os autores propuseram o seguinte modelo regularizado:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \text{div}(g(|-(G_s * u)|) - u); \quad (3.6)$$

com condições de contorno do tipo Neumann e s sendo o desvio padrão do ruído presente na imagem.

O método ajusta, do ponto de vista teórico, a formulação original de Perona-Malik, a qual também emprega uma redução preliminar do ruído, realizada pelo filtro gaussiano. Além disso, o resultado dessa regularização em g torna a EDP da Equação (3.6) um problema bem-posto, no sentido da existência, unicidade e estabilidade das soluções (CATTÉ et al., 1992). Entretanto, é importante notar que a regularização gaussiana introduzida pode desfocar arestas e danificar os padrões de texturas presentes na imagem.

No contexto de estratégias de regularização, várias técnicas de difusão regularizadas foram propostas para remover ruídos, sendo ainda muitas delas técnicas das quais baseiam-se em conceitos geométricos. Um exemplo bastante significativo e que define um processo de difusão com uma perspectiva geométrica pode ser encontrado em (ALVAREZ; LIONS; MOREL, 1992). Os autores consideraram o primeiro termo da Equação (3.5), o qual é responsável por realizar a suavização ortogonal com relação às bordas, combinado com um fator multiplicativo, dado pela função de ajuste $g(|-(G_s * u)|)$, proposta em (CATTÉ et al., 1992). Além disso, técnicas de regularização baseadas em conceitos geométricos possuem um desempenho superior quando comparadas com as técnicas anteriormente descritas. Tais técnicas, porém, continuam a apresentar o comportamento de danificar arestas finas e cantos agudos, inclusive regiões de texturas.

Outra forma interessante de melhorar a qualidade da suavização e, simultaneamente, preservar as estruturas originais da imagem é a combinação de difusão seletiva com funções de força/reação. O modelo proposto em (NORDSTROM, 1991) é um dos principais expoentes deste tipo de modelagem. O principal objetivo é resolver um problema de minimização para um funcional de energia específico. Dessa forma, é possível derivar um método com base em uma

EDP anisotrópica. A equação é constituída pelo modelo de Perona-Malik dado pela Equação (3.4) com o acréscimo de um termo de força $(u - I)$ em sua formulação, isto é,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \text{div}(g(k| -u|) - u) + (u - I); \quad (3.7)$$

Neste caso, são utilizadas condições de contorno do tipo Neumann, com k constante, e a função de difusão $g = g(s) \in (0; 1]$ dada por

$$g(s) = \frac{1}{1 + s^2}; \quad (3.8)$$

O termo de força $(u - I)$ visa manter a escala da imagem u perto da imagem de entrada I , uma vez que isso preserva as estruturas naturais da imagem. Além disso, a EDP da Equação (3.7) tem a propriedade de possuir um estado estacionário não trivial. Desse modo, não há necessidade de um critério de parada temporal. De acordo com (NORDSTROM, 1991), foi provado que o acréscimo do termo de força $(u - I)$ não altera os resultados teóricos já alcançados para a Equação (3.4).

A equação parabólica anisotrópica a seguir foi proposta em (BARCELOS; BOAVENTURA; JR, 2003) a partir das ideias apresentadas em (NORDSTROM, 1991; PERONA; MALIK, 1990; ALVAREZ; LIONS; MOREL, 1992), com a intenção de manter a integridade as bordas e as fronteiras da imagem durante o processo de eliminação de ruído:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = g| -u| \text{div} \frac{-u}{| -u|} + a(1 - g)(I - u); \quad (3.9)$$

em que a é um parâmetro de ajuste e as condições de contorno para este problema são do tipo Neumann. A função $g = g(s)$ é dada pela Equação (3.8), com $s = \sqrt{k} |-(G_s * u)|$, em que G_s é o núcleo gaussiano, s denota o desvio padrão da imagem I e k é uma constante.

A função g é usada para detectar bordas e controlar localmente o grau de incidência de difusão, de modo similar ao modelo anterior. Dessa forma, se $-u$ tem um valor médio pequeno na vizinhança de um ponto x (média calculada pelo produto de convolução $G_s * u$), então x é considerado um ponto interior e a difusão aplicada pela Equação (3.9) será intensa. Por outro lado, se o valor médio na vizinhança de x é grande, então x é considerado um ponto de fronteira e a difusão será mais suave. Dessa forma, o filtro anisotrópico da Equação (3.9) possui a capacidade de suavizar partes mais homogêneas e preservar as bordas e contornos da imagem.

Embora o modelo da Equação (3.9) produza resultados visuais bastante satisfatórios, tal formulação não alcança uma boa performance quando aplicado em imagens com texturas, pois o termo de difusão g atua localmente em um ponto x (com base no cálculo do “valor médio” entre seus pontos vizinhos). De fato, pontos contidos nas regiões de textura possuem oscilações bruscas de valor, mesmo em pequenas vizinhanças, e tal premissa pode interferir na obtenção desta média.

Ao contrário do modelo anterior, que considera apenas o aspecto da detecção local de bordas para eliminar o ruído, em (MISHRA et al., 2010) uma nova abordagem (não-local) para

eliminação de ruídos foi apresentada, na qual é resolvido um problema bayesiano de estimação por mínimos quadrados. Neste caso, a principal vantagem é o uso de uma perspectiva estocástica não-local para detectar e manter as estruturas fundamentais da imagem. Isto se deve ao fato do processo de remoção de ruído ser realizado com base na geração de um espaço de escala com a capacidade de manter tais estruturas. Um modelo de estimação de densidade quase-aleatório é definido a fim de calcular a distribuição a posteriori por meio de passos sucessivos no espaço de escala. Para controlar a velocidade da suavização, os autores utilizaram um conjunto de três funções objetivo: intensidade, gradiente e localização para minimizar a perda de resolução em cada nível da decomposição no espaço de escala.

Embora a formulação de (MISHRA et al., 2010) não seja efetivamente uma EDP, ela apresenta um comportamento semelhante ao de uma EDP, já que apresenta a utilização da teoria de espaço de escalas quase-aleatório para representar os diferentes níveis da escala da imagem durante o processo de suavização, ou seja, um espaço de escala é criado do mesmo modo como ocorre nos métodos baseados em EDPs. Devido ao aspecto global construído pela modelagem estocástica e as três funções de penalização mencionadas anteriormente, esta abordagem funciona de forma satisfatória para imagens com presença moderada de texturas, porém, ela ainda tende a introduzir alguns artefatos quando a imagem possui grande concentração de texturas.

Eliminação de ruído gaussiano sensível à texturas

Visando abordar o problema de remover ruídos em imagens com texturas, em (MA; PLONKA, 2007) os autores desenvolveram uma técnica baseada na EDP

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \text{div}(g - (Pu)); \quad (3.10)$$

com condições de contorno de Neumann, $g = g(|-(Pu)|)$ dada pelo termo de difusividade apresentado na Equação (3.8), e P representando uma função de projeção definida pelo operador de análise harmônica curvellet, proposto em (CANDÈS; DONOHO, 2004; CANDÈS et al., 2006).

Este modelo pode ser visto como uma difusão do tipo TV (RUDIN; OSHER; FATEMI, 1992) direcionada pelo termo de regularização Pu , o qual identifica a textura em u . A detecção de bordas fornecida por g na Equação (3.10) tende a ser mais sensível do que as apresentadas nas formulações anteriores, uma vez que esta se baseia em um termo de difusividade focado na identificação de texturas, devido ao emprego da transformada curvellet. A ideia dos autores foi utilizar o processo de difusão para minimizar os artefatos oriundos do fenômeno de “Gibbs” originados pelo uso direto do operador curvellets.

Uma variante da Equação (3.10) foi proposta pelos mesmos autores em (PLONKA; MA, 2008) um ano depois, na qual modificaram o filtro de difusão dado pela Equação (3.10) com o acréscimo do termo de reação $(S - u)$, com a intenção de manter e melhorar os dados rotulados como textura. Neste caso, S é um operador de preservação de textura o qual pode ser definido em termos de uma transformada do tipo wavelet, curvellet ou ainda wave atoms (PLONKA;

MA, 2008). Ainda nesta mesma direção, outras técnicas guiadas por transformadas de análise harmônica a fim de preservar e melhorar as características de uma imagem também podem ser encontradas em (LIU; FENG; BAI, 2008) e (LIU, 2011).

O modelo concebido por (GILBOA; SOCHEN; ZEEVI, 2006) é inspirado no comportamento de adaptabilidade local e baseado na abordagem clássica de Rudin-Osher-Fatemi (Variação Total) (RUDIN; OSHER; FATEMI, 1992):

$$\inf_{(u;I) \in BV(W) \times L^2(W)} \int_W | -u | dx + \frac{1}{2} \int_W | I - u |^2 dx ; \quad (3.11)$$

em que $BV(W)$ denota o espaço das funções com variação limitada, W o domínio da imagem e I é um parâmetro a ser escolhido. O primeiro termo na Equação (3.11) representa a Variação Total de u ao passo que o segundo termo é procura manter a fidelidade dos dados, no sentido de manter u próxima da imagem original I .

Ao deixar de utilizar I constante na Equação (3.11), os autores apresentaram em (GILBOA; SOCHEN; ZEEVI, 2006) uma versão com a capacidade de preservar texturas durante o processo de difusão. Dessa forma, $I = I_1(x)$ variável em todo W e possui a capacidade de representar propriedades locais da imagem, tais como contrastes e texturas. Com isso, a EDP obtida em (GILBOA; SOCHEN; ZEEVI, 2006) baseia-se em uma versão modificada da Equação (3.11), a qual é dada pela seguinte EDP regularizada

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \text{div} \left(F'(-u) \frac{-u}{|-u|} \right) + I_1(x)(I - u + C); \quad (3.12)$$

em que C é uma constante e F é uma função de regularização para $-u$. O fator $\text{div} \left(F'(\cdot) \frac{-u}{|-u|} \right)$ representa o processo de difusão adaptativo e $I_1(x)(I - u + C)$ é o termo de reação localmente ponderado por I . Portanto, o coeficiente I contribui para preservar a textura de u . Existem ainda outros modelos de denoising nessa linha que preservam texturas e que são derivados das ideias de (GILBOA; SOCHEN; ZEEVI, 2006) tais como (GILLES, 2007) e (LI et al., 2009).

3.2 Eliminação de ruídos via EDP não-linear anisotrópica regularizada

Vamos discutir nesta seção a equação anisotrópica regularizada proposta inicialmente em (CASACA; BOAVENTURA, 2009). A contribuição desta pesquisa consiste na validação experimental e matemática da equação anisotrópica regularizada, conforme apresentado em (CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013). Dessa forma, algumas de suas propriedades matemáticas fundamentais, como a regularização, a estratégia de reação-difusão, a preservação da textura e detecção de borda e a existência e unicidade de soluções são descritas e investigadas neste trabalho.

Equação anisotrópica não-linear regularizada

Seja $u = u(x; t)$ uma imagem em escala de cinzas variando no tempo e $I = I(x)$ a imagem observada (contaminada por ruído), respectivamente representadas por funções reais

$$u(\cdot; t) : W \times [0; +\infty] \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{e} \quad I : W \rightarrow \mathbb{R} :$$

Considere que o domínio W é uma região retangular de $\mathbb{R}^2$ e que a degradação devida à presença do ruído na imagem I seja do tipo aditiva, conforme a Equação (3.1), onde n representa a função de ruído modelada por uma distribuição normal com média 0 e variância s^2 .

Além disso, também vamos supor que a imagem variável no tempo u contenha padrões oscilatórios tais como texturas, detalhes finos e informações de alta frequência. O objetivo do problema de eliminação de ruído é reduzir a intensidade do ruído na imagem inicial I , ou seja, a interferência do ruído $n(x)$ deve ser mínima na imagem de saída, tornando-a visualmente mais próxima da imagem original, sem a presença de ruído, de modo a preservar bordas, texturas e outras características significativas da imagem.

Seguindo as ideias de (BARCELOS; BOAVENTURA; JR, 2003; GILBOA; SOCHEN; ZEEVI, 2006; PLONKA; MA, 2008), um novo filtro de difusão anisotrópico regularizado foi proposto recentemente em (CASACA; BOAVENTURA, 2009; CASACA, 2010; CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013) para o problema de eliminação de ruído em imagens com texturas. Esta abordagem combina difusão orientada, regularização, estratégia de ponderação orientada e um esquema baseado em reação-difusão a fim de formar a seguinte EDP:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = h \left| \nabla u \right| \operatorname{div} \frac{\nabla u}{|\nabla u|} + a(1-h)(I-u) + b(1-h)(S-I-u); \quad x \in W; \quad t > 0; \quad (3.13)$$

$$u(x; 0) = I(x); \quad x \in W; \quad \frac{\partial u}{\partial \vec{n}} = 0; \quad x \in \partial W; \quad t > 0;$$

em que h é o termo de difusividade, S é um operador baseado em um descritor de textura e a e b são parâmetros de ajuste. Como observado na Equação (3.13), as condições de fronteira são do tipo Neumann e a condição inicial para a EDP (quando $t = 0$) é a imagem com ruído I . A Figura 30 apresenta um exemplo ilustrativo obtido com base na aplicação da Equação (3.13) em uma imagem contendo textura.

A EDP da Equação (3.13) foi regularizada pelo emprego de um termo de penalização h (Figura 30d) o qual garante um bom equilíbrio entre eliminação de ruído e preservação de textura. Além disso, a utilização de tal termo tende a gerar resultados bastante satisfatórios em termos de manutenção de padrões de informação, os quais são naturalmente observados em imagens reais.

¹ Fotografia por Ian Sane <<https://www.flickr.com/photos/31246066@N04/30801757755/in/datetaken/>>.

Figura 30 – Exemplo de eliminação de ruído utilizando a abordagem EDP-NAR. (a) Fotografia¹ com ruído; (b) imagem restaurada; (c) imagem residual (diferença entre a e b); e (d) representação gráfica do termo de h .

Contribuição da difusão

Considere as curvas de nível relativas a u na escala t , $S_e(t) := \{x \in W: u(x;t) = e\}$. O primeiro componente não regularizado na Equação (3.13),

$$|-\mathbf{u}| \operatorname{div} \frac{\begin{matrix} \boxed{E0} \\ \boxed{MS} \end{matrix} - \mathbf{u}}{\begin{matrix} \boxed{E0} \\ \boxed{OB} \end{matrix} |-\mathbf{u}|} \quad (3.14)$$

emprega um processo de difusão na direção tangencial ao nível $S_e(t)$. Esta declaração pode ser verificada ao considerar as direções do nível $\vec{x} = \frac{-\perp \mathbf{u}}{|-\mathbf{u}|}$, uma vez que o gradiente $-\mathbf{u}$ é sempre normal às curvas de nível, e também ao se calcular a derivada de segunda ordem de u em relação

à direção especificada

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 u}{\partial \vec{x}^2} &= \vec{x} H u \vec{x}^T \\
 &= \frac{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \frac{\partial u}{\partial y}^2 - 2 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \frac{\partial u}{\partial x}^2}{|\vec{u}|^2} \\
 &= |\vec{u}| \operatorname{div} \frac{-\vec{u}}{|\vec{u}|} ; \tag{3.15}
 \end{aligned}$$

em que H representa a matriz hessiana.

Como o fator

$$r(x;t) = \operatorname{div} \frac{-\vec{u}(x;t)}{|\vec{u}(x;t)|}$$

representa a curvatura para a curva de nível $S_u(t)$, no ponto x , no tempo t , o divergente da Equação (3.14) realiza uma suavização orientada pela curvatura da imagem. Em termos de nomenclatura, a expressão da Equação (3.14) é frequentemente mencionada na literatura por Mean Curvature Flow (MCF), a qual é responsável pela etapa de difusão associada à EDP da Equação (3.13). De acordo com a interpretação geométrica fornecida pela Equação (3.15), o MCF difunde u na direção ortogonal ao seu gradiente $-\vec{u}$ (não difundindo em qualquer outra direção a não ser esta).

Regularização

Os termos regularizadores t_S e t_u são utilizados para controlar e balancear a atuação da difusão durante o processo de eliminação de ruído:

$$t_S = g(\sqrt{d} |-\nabla u(x;t)|) \quad \text{e} \quad t_u = g(\sqrt{k} |-\vec{u}(x;t)|); \tag{3.16}$$

nos quais g é dada pela expressão da Equação (3.8), d e k são parâmetros para ajustar a ação dos operadores empregados em cada termo.

Com isso, o fator de regularização

$$h_m(x) = t_S c_{D_m} + t_u c_{D_m^c} \tag{3.17}$$

é responsável por controlar a força da difusão no processo de eliminação de ruído, com $D_m = \{x \in W : t_S \leq m\}$; D_m^c o complementar de D_m , sendo m um valor de limiar fixado e definido de modo apropriado.

Na Equação (3.15), o termo de difusão é ponderado por $h = h_m(x)$ e o termo que detecta informações sobre textura é ponderado por $(1 - h)$. Dessa forma, é interessante obter valores $h \approx 0$ em regiões contendo textura, para que a difusão seja menos intensa nestes pontos, e $h \approx 1$

² Fotografia por Ian Sane <<http://www.flickr.com/photos/31246066@N04/29200712396/>>.

Figura 31 – Ilustração do termo h . O mapeamento define a cor preta para valores próximos de zero e branco para o valor 1. (a) Fotografia² com texturas e regiões homogêneas. (b) Fator regularizador $h = h_m(x)$. (c) Termo t_s . (d) Termo t_u .

em regiões homogêneas da imagem, para que o termo de difusão seja mais efetivo nestes pontos. A Figura 31 ilustra o processo de regularização. A imagem da Figura 31a foi utilizada para exemplificar a função do fator de regularização h , cuja representação está indicada na Figura 31b.

O termo t_s possui a capacidade de identificar pontos com padrão de textura na imagem, nestes pontos tem-se $t_s \approx 0$ e indica que a ação da difusão deve ser menos intensa nestas regiões. Além disso, $(1 - t_s) \approx 1$ e faz com que o termo contendo informações sobre a textura tenha um peso maior na restauração desses pontos do que o termo de difusão, conforme descrito na Equação (3.15).

O efeito da difusão deve ser mais intenso nas regiões homogêneas da imagem. Entretanto, t_s também apresenta valores próximos de zero nestas regiões e faz com que a difusão seja menos intensa do que o necessário. Com isso, a utilização apenas do termo t_s no processo de restauração não é eficiente. A Figura 31c ilustra o comportamento do termo t_s .

Por outro lado, $t_u \approx 1$ para regiões mais homogêneas e produz uma ação mais efetiva do processo de difusão nestas regiões. No entanto, t_u não é eficaz para detectar regiões com detalhes importantes e texturas na imagem. Dessa forma, o comportamento mapeado apenas por t_u não é suficiente para obter um resultado satisfatório no processo de restauração. Podemos visualizar o mapeamento obtido por meio do termo t_u na Figura 31d.

Para tornar o processo de restauração mais eficiente, o termo regularizador h equilibra a ação de t_S e t_u para permitir uma melhor identificação tanto de regiões com bordas e texturas quanto de regiões mais homogêneas. O termo h realiza uma ponderação na Equação (3.13) para não anular totalmente as contribuições do termo de difusão e dos termos de reação, o que poderia criar descontinuidades inesperadas na imagem.

Termos de força/ reação

O termo regularizador h é responsável pelo controle do processo de difusão para que a remoção de ruídos possa ser realizada levando em consideração a presença de informações relevantes na imagem. A manutenção das informações a respeito de bordas e texturas na Equação (3.13) é controlada pelo termo $(1 - h)$ e realizada por meio da atuação dos termos de força $(I - u)$ e de reação $(SI - u)$.

A regularização por parte do termo h , conforme descrita anteriormente, atua de forma intensa nas regiões mais homogêneas, ou seja, nas regiões da imagem com menos padrões de textura. Como a Equação de MCF (3.14) é ponderada pelo termo h na primeira parte da Equação (3.13), ela atua de modo a empregar uma suavização significativa nas regiões mais homogêneas da imagem. Além disso, o termo $(1 - h)$ possui valores próximos de zero e diminui significativamente a ação dos termos de força/reação nas regiões com menos bordas e texturas, inibindo a ação da Equação de MCF nesta regiões para evitar uma suavização excessiva de tais informações.

Nas regiões da imagem contendo bordas e texturas, o termo h atua de forma mais amena, com valores próximos de zero. Isto faz com que valores mais significativos sejam atribuídos ao termo $(1 - h)$. Assim, o termo de força $(I - u)$ tende a preservar bordas e fronteiras com base na imagem ruidosa I ao passo que o termo de reação $(SI - u)$ procura preservar e restaurar texturas e outros detalhes oscilatórios da imagem. Dessa forma, o processo de difusão é realizado de modo que bordas, fronteiras e detalhes oscilatórios sejam preservados pela ação dos termos de força/reação $(I - u)$ e $(SI - u)$.

Portanto, o termo h atua na Equação (3.13) para viabilizar o balanceamento entre o processo de difusão, que atua para amenizar a presença de ruído na imagem, e os termos de reação, que visam preservar e recuperar detalhes importantes da imagem.

Identificação de padrões e texturas

O operador S presente em um dos termos de reação na Equação (3.13) possui a tarefa de identificar e computar informações sobre regiões definidas por padrões de texturas. Para executar tal tarefa, o operador S é baseado em wave atoms (DEMANET; YING, 2007a; DEMANET; YING, 2007b). Wave atom é uma técnica de análise harmônica, derivada de wavelet, proposta para melhorar a representação esparsa de determinados padrões oscilatórios. A modelagem por wave atoms apresenta, em geral, uma representação esparsa mais significativa para texturas orientadas, uma vez que tais características podem ser mapeadas por funções oscilatórias “com distorções” quando comparada com outras wavelets “puras”, tal como Gabor atoms ou curvelets (DEMANET; YING, 2007b). Além disso, os elementos utilizados na composição de wave atoms são anisotrópicos e sensíveis às direções presentes em padrões oscilatórios, dessa forma é interessante utilizar tais ferramentas para identificar detalhes oscilatórios e texturas em imagens.

Apesar de serem ferramentas importantes e versáteis na área de processamento de imagens, para o problema de eliminação de ruídos é recomendável utilizar wave atoms em conjunto com um operador de contração:

$$u_c = \hat{\mathbf{A}} \sum_m Q(c_m^{(1)}(u)) j_m^{(1)} + Q(c_m^{(2)}(u)) j_m^{(2)}; \quad (3.18)$$

em que $j_m^{(i)}$; $i = 1; 2$, são versões 2D de uma janela da transformada wave atoms e $Q = Q_q$ denota uma função de limiarização do tipo

$$Q_q(x) = \begin{cases} x; & |x| \geq q \\ 0; & |x| < q; \end{cases} \quad (3.19)$$

em que q é um valor de limiar. Mais detalhes são descritos em (DEMANET; YING, 2007b; CASACA, 2010).

Validação teórica da EDP anisotrópica não-linear

Com o intuito de validar a EDP da Equação (3.13) em termos teóricos, é necessário examinar inicialmente a parabolicidade da Equação (3.13) para uma função pré-definida h respeitando algumas restrições e, posteriormente, provar a existência e unicidade de soluções. Para averiguar a primeira suposição, o objetivo é escrever a equação atual por meio da fórmula geral da EDP de segunda ordem:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \sum_{i,j=1}^2 a_{ij} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{j=1}^2 b_j \frac{\partial u}{\partial x_j} + cu + f; \quad (3.20)$$

em que a_{ij} , b_j e c representam funções coeficientes (que dependem das variáveis incorporadas à EDP) e $f = f(\cdot; t)$. Na sequência, a parabolicidade da expressão (3.13) pode ser analisada com base na seguinte definição (EVANS, 2010):

Definição 1. Dado os coeficientes a_{ij} , b_j , c , ($i, j = 1, 2$) da EDP (3.20), ela é dita parabólica se, e somente se, a matriz dos coeficientes $A = (a_{ij})$ é positiva definida para o domínio do problema. Em outras palavras,

$$\sum_{i,j=1}^2 a_{ij} r_i r_j > 0 \quad \forall (x;t) \in W \times (0; +\infty); -u \in (0;0) \text{ and } r = (r_1; r_2) \in \mathbb{R}^2:$$

Manipulando a Equação (3.13) de modo conveniente e usando a relação da Equação (3.15), obtemos

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= h \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2h \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + h \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ &+ (h-1)(a+b)u + a(1-h)I + b(1-h)SI \\ &= a_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2a_{12} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + a_{22} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + cu + f; \end{aligned}$$

$$\text{em que } a_{11} = h \frac{\partial u}{\partial y}, a_{12} = -h \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y}, a_{22} = h \frac{\partial u}{\partial x}, c = (1-h)(a+b) \text{ e } f = a(1-h)I + b(1-h)SI.$$

De acordo com a Definição 1 de parabolicidade, devemos observar o que segue, para todo $r \in \mathbb{R}^2$

$$\sum_{i,j=1}^2 a_{ij} r_i r_j = h \langle -\frac{\partial u}{\partial y} r; r \rangle^2 \geq 0; \quad \text{se } h > 0:$$

Assim, podemos concluir que a EDP (3.13) é parabólica com possibilidades de degeneração, já que o somatório acima mostra que (a_{ij}) é positivo semi-definido, uma vez que a função de g definida em h é estritamente positiva para todos os $(x;t) \in W \times (0; +\infty)$.

A existência e unicidade de soluções para a Equação não-linear parabólica (3.13) pode ser verificada no contexto das soluções de viscosidade (CRANDALL; ISHII; LIONS, 1992), seguindo as ideias de (ALVAREZ; LIONS; MOREL, 1992; BARCELOS; BOAVENTURA; JR, 2003). A teoria de soluções de viscosidade é, essencialmente, baseada no estudo do Princípio do Máximo e pode ser aplicada com sucesso para resolver EDPs lineares ou não-lineares de qualquer ordem. Para investigar a solução da equação atual no sentido da teoria de viscosidade, em primeiro lugar considera-se que as condições de fronteira são do tipo Neumann. Assim, é possível obter uma expressão equivalente a partir da formulação original dada pela Equação (3.13). Sem perda de generalidade, podemos tomar $m = d = k = 1$ em h e $a = b = \frac{1}{2}$ na Equação (3.13) de modo

que

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u}{\partial t} &= h|u| \operatorname{div} \frac{-u}{|u|} + \frac{1}{2}(1-h)(I-u) + \frac{1}{2}(1-h)(SI-u) \\
 &= h|u| \operatorname{div} \frac{-u}{|u|} + \frac{1}{2}(1-h)(I-2u+SI) \\
 &= h|u| \operatorname{div} \frac{-u}{|u|} + (1-h) \frac{1}{2}(I+SI) - u \\
 &= h|u| \operatorname{div} \frac{-u}{|u|} + (1-h)(P-u); \tag{3.21}
 \end{aligned}$$

em que $P = \frac{1}{2}(I + SI)$ é a média entre a imagem com ruído I e a imagem transformada SI . Desse modo, P é constante e não varia enquanto t varia.

A Equação (3.21) pode ser vista como uma variante da EDP parabólica da Equação (3.9). Como a wave atom de contração embutida em h funciona como um núcleo de suavização, o qual aparece no coeficiente de difusividade da Equação (3.9), tanto a existência quanto a unicidade podem ser rigorosamente analisadas no sentido de soluções de viscosidade, seguindo as mesmas ideias desenvolvidas em (BARCELOS; BOAVENTURA; JR, 2003): construir um problema de Cauchy e explorar as propriedades de sub-solução e super-solução de viscosidade, considerando a verificação do Princípio do Máximo.

3.3 Discretização numérica

Nesta seção, apresenta-se a resolução numérica da Equação (3.13). Uma imagem digital pode ser representada por uma matriz $(u_{ij})_{m \times n}$, de modo que cada elemento u_{ij} indica o valor da intensidade do brilho da imagem u no ponto $(x_i; y_j)$, em relação ao sinal contínuo $u(x; y)$, com $x_i = iDx$ e $y_j = jDy$. Para simplificar a notação considera-se $Dx = Dy = 1$. Desse modo, indica-se a intensidade do brilho da imagem u em um determinado ponto $(x_i; y_j; t_n)$ por

$$u_{ij}^n = u(x_i; y_j; t_n)$$

em que $t_n = nDt$ corresponde à discretização da variável temporal t , Dt é o passo da discretização da variável t e $n = 1; 2; \dots; N$, de modo que N indica o número de iterações associado ao processo discreto de se obter uma solução numérica para a EDP da Equação (3.13).

Aproximação numérica

As derivadas da Equação (3.13) são aproximadas numericamente por técnicas de diferenças finitas.

A derivada temporal $\frac{\partial u}{\partial t}$ é calculada no ponto $(x_i; y_j; t_n)$ por diferença avançada, isto é,

$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx \frac{u_{ij}^{n+1} - u_{ij}^n}{Dt} \quad \Rightarrow \quad u_{ij}^{n+1} \approx u_{ij}^n + Dt \frac{\partial u}{\partial t}:$$

Para calcular numericamente a expressão de difusão MCF

$$-u \operatorname{div} \frac{-u}{|-u|} = \frac{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \frac{\partial u}{\partial y} - 2 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^2 u}{\partial xy} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \frac{\partial u}{\partial x}}{\frac{\partial u}{\partial x}^2 + \frac{\partial u}{\partial y}^2}$$

emprega-se diferenças centradas de segunda ordem, conforme segue:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &\approx \frac{u_{i+1,j}^n - u_{i-1,j}^n}{2Dx}, & \frac{\partial u}{\partial y} &\approx \frac{u_{i,j+1}^n - u_{i,j-1}^n}{2Dy}, \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &\approx \frac{u_{i+1,j}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n}{Dx}, & \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &\approx \frac{u_{i,j+1}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i,j-1}^n}{Dy}, \\ \frac{\partial^2 u}{\partial xy} &\approx \frac{u_{i+1,j+1}^n - u_{i-1,j+1}^n - u_{i+1,j-1}^n + u_{i-1,j-1}^n}{4DxDy}. \end{aligned}$$

A norma euclidiana é utilizada para calcular tanto $|-u|$ quanto $|-Su|$ na Equação (3.16). Para fins de implementação da transformada wave atoms e sua inversa, empregamos a discretização proposta em (DEMANET; YING, 2007b), na qual os autores fazem uso da transformada rápida de Fourier integrada a uma ferramenta pública chamada Wave atom Lab packet, a qual pode ser encontrada no site www.waveatom.org³ para fins de avaliação (não comercial). Foi utilizada a seguinte transformada baseada em wave atoms:

$$Sf = (WA)^{-1} Q_q (WA)(f): \quad (3.22)$$

Neste caso, tanto u quanto l podem ser utilizadas como sendo o sinal f . A transformada wave atom originada da Equação (3.18) é denotada por (WA) e sua transformada inversa associada é denotada por $(WA)^{-1}$ (DEMANET; YING, 2007b). Além disso, Q_q é a função de limiarização definida pela Equação (3.19).

O processo iterativo para calcular u_{ij}^{n+1} é dado pela Equação (3.3), condição de contorno do tipo Neumann, para $n = 0; 1; 2; \dots; N-1$. Desse modo, a fórmula discreta associada à Equação (3.13) é dada por

$$u_{ij}^{n+1} = u_{ij}^n + Dt L(u_{ij}^n); \quad \forall (x_i; y_j) \in W; \quad (3.23)$$

em que $u_{ij}^0 = l(x_i; y_j)$, e $L(u_{ij}^n)$ representa a discretização dos termos que aparecem no lado direito da Equação (3.13), exceto pelo do termo h , que é previamente calculado para cada iteração da Equação (3.23).

O algoritmo completo, conforme descrito em (CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013), é apresentado a seguir.

³ Último acesso em 01/04/2016

Algoritmo (Aproximação numérica da Equação (3.13))

Entrada: I (imagem com ruído), Δt (passo temporal), N (número de iterações), a e b (pesos da EDP), d e k (pesos do mapeamento do termo h), m (limiar de h) e q (parâmetros da wave atom).

Saída: u (image restaurada).

1. Calcular S_I usando a Equação (3.22) e definir $v^0 = S_I$
2. Para $n = 0 : N - 1$ faça
 - Atualizar pixels da fronteira de u aplicando condições de contorno de Neumann
 - Calcular $O_1(i; j) = \sqrt{d} | -v_{ij}^n |$, $O_2(i; j) = \sqrt{k} | -u_{ij}^n |$ e $h = h_{ij}$ de acordo com a Equação (3.17), $\forall (i; j) \in W$
 - Atualizar u_{ij}^{n+1} pela Equação (3.23), levando em consideração o cálculo de h nas etapas anteriores
 - Atualizar $v^{n+1} = S v^n$ pela Equação (3.22)

Fim Para

Ajuste paramétrico via algoritmos genéticos

Os Algoritmos Genéticos (HOLLAND, 1975) são técnicas de busca e de otimização não-determinísticas inspiradas nos princípios biológicos de evolução e seleção natural das espécies. Esses métodos procuram por soluções ótimas para um dado problema por meio de uma pesquisa probabilística em um espaço de busca pré-definido. De fato, eles têm sido amplamente explorados em problemas de otimização. Uma de suas principais características é a possibilidade de encontrar soluções ótimas ou apropriadas para problemas complexos na ausência de informações específicas sobre o problema (GOLDBERG, 1989).

Cada solução do problema é representado por um indivíduo em uma população (um conjunto de possíveis soluções) e as características de um indivíduo são mapeadas por um cromossomo. Novas soluções são geradas dentro do espaço de busca, modificando os indivíduos atuais através de operadores de seleção, recombinação e mutação, que simulam o processo reprodutivo. Além disso, uma função fitness é usada para simular as fases de seleção natural e para atribuir uma medida de qualidade para cada indivíduo. Dessa forma, os indivíduos mais aptos têm maiores chances de serem selecionados para a reprodução e também para permanecer na próxima geração. O fluxograma na Figura 32 ilustra os principais passos de um algoritmo genético (GA: genetic algorithm).

Em nosso problema, um algoritmo genético com codificação real foi usado para obter valores apropriados para o conjunto de parâmetros presentes na formulação recursiva da Equação (3.23). Indivíduos mapeiam um determinado conjunto de parâmetros e seus cromossomos são codificados por meio de um vetor de valores reais, a saber:

$$v = (N; a; d; k; m; q); \quad (3.24)$$

em que $N; a, d$ estão presentes no operador central L , $k; m$ estão definidos na Equação (3.16) e q é usado na Equação (3.22).

A função fitness utilizada foi a métrica PSNR (Peak Signal Noise-to-Ratio), usualmente adotada em aplicações de retoque digital. De fato, existe a possibilidade de se utilizar uma mistura

Figura 32 – Diagrama ilustrando um algoritmo genético e suas principais etapas de execução na busca por soluções ótimas.

de funções, no entanto, uma modelagem mais sofisticada através de técnicas de algoritmos genéticos está fora do escopo deste trabalho.

A implementação do algoritmo genético foi realizada por meio da ferramenta Global Optimization Toolbox of Matlab® R2011b ([MATHWORKS, 2011](#)) com valores padrões, exceto

para pequenas modificações em relação aos detalhes de implementação, explicados a seguir.

Foi utilizada a função *Feasible Population* para criar uma população inicial aleatória que satisfaz os limites de cada parâmetro. Os valores de aptidão obtidos na função de aptidão estão em uma faixa apropriada para a função de seleção. Assim, podemos utilizar tais valores para elaborar um ranking, o qual baseia-se na classificação de cada indivíduo, em vez de seus valores de fitness. O ranking de um indivíduo é a sua posição dentre os valores de aptidão após serem ordenados e um indivíduo na posição r tem um pontuação proporcional a $1 = \sqrt{r}$.

O operador de seleção define como o algoritmo genético escolhe os indivíduos que serão usados para formar a nova população. O “torneio” foi utilizado como operador de seleção. Neste caso, o indivíduo escolhido é aquele com melhor avaliação dentre quatro elementos, tamanho padrão do torneio, escolhidos aleatoriamente. Além disso, dois indivíduos são selecionados pelo conceito de elitismo dentro deste cenário.

Novos indivíduos são então gerados ao utilizar os operadores de mutação e cruzamento. A mutação altera o cromossomo com pequenas mudanças aleatórias. O operador utilizado foi o *adaptive feasible*, o qual gera direções aleatórias que são adaptativas em relação à última geração. O operador de cruzamento define como o algoritmo genético combina dois indivíduos, ou pais, para gerar os filhos para a próxima geração. A função utilizada para cruzamento foi a heurística, a qual retorna um novo indivíduo que se encontra no segmento determinado pelos dois pais, localizado de modo a ficar mais próximo do pai com melhor valor de aptidão. Foi usado o critério de parada padrão, exceto pelos valores de número máximo de iterações, 20, e da tolerância para a função, 0.1.

3.4 Resultados experimentais

Nesta seção são apresentados os resultados numéricos fornecidos pelo modelo baseado na EDP não-linear anisotrópica regularizada (EDP-NAR) e uma comparação com diversas técnicas do estado-da-arte em eliminação de ruído sensíveis a textura, conforme apresentados em (CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013). Os experimentos foram realizados com imagens em escala de cinza e também com imagens coloridas no sistema RGB. No caso de imagens coloridas, o algoritmo foi aplicado individualmente em cada canal de cor. As imagens utilizadas são representadas por matrizes de dimensões 128×128 e 256×256 , (veja a Tabela 4). Em nosso filtro anisotrópico, os parâmetros $b = 1$ e $Dt = 0:1$ foram fixados e usados em todos os testes realizados com o modelo EDP-NAR.

As Figuras 33, 34, 35 exibem os resultados visuais obtidos ao aplicar a metodologia proposta em imagens coloridas. Em todos os casos, o método gerou resultados satisfatórios, pois os detalhes da imagem não ficam retidos nas matrizes residuais obtidas pela subtração da imagem degradada e sua versão restaurada, apenas o ruído (Figuras 33d, 34d e 35d). Nas Figuras 33c, 34c e 35c, podemos visualizar as imagens restauradas com o método da EDP-NAR.

Tabela 4 – Tabela contendo as propriedades das imagens utilizadas nos testes. Todas as imagens danificadas foram geradas artificialmente a partir da sua versão original sem ruído. O vetor v representa os parâmetros utilizados no modelo EDP-NAR (veja Equação (3.24)). Fonte: (CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013).

Imagem	Tamanho	RGB/Cinza	Vetor de par m. v
Bola	128 × 128	RGB	(20; 0:20; 0:04; 0:001; 0:80; 0:05)
Tigre	128 × 128	RGB	(20; 0:22; 0:07; 0:020; 0:83; 0:08)
Zebra	128 × 128	RGB	(20; 0:15; 0:17; 0:016; 0:67; 0:07)
Louvre	256 × 256	Cinza	(27; 0:16; 0:47; 0:002; 0:34; 0:15)
Barco	256 × 256	Cinza	(30; 0:44; 0:23; 0:002; 0:77; 0:17)
Barbara	256 × 256	Cinza	(20; 0:80; 0:09; 0:001; 0:25; 0:80)

Nos experimentos das Figuras 36 e 37, o filtro da Equação (3.13) foi aplicado em fotografias com textura. A qualidade dos resultados é bastante notória em relação ao grau de detalhes e texturas preservadas após a restauração. Por exemplo, na Figura 36a (Louvre), a orientação dos padrões (definidos por texturas em linhas) foram mantidos quase intactos na imagem recuperada. Com relação à Figura 37a, podemos observar que os padrões presentes tanto na “madeira” quanto no “barco” foram recuperados de modo satisfatório.

Na sequência avaliamos o desempenho do método baseado na EDP-NAR quando comparado com demais técnicas da literatura. Para realizar esta tarefa, adotamos uma parte texturizada da fotografia da Barbara (Figura 28), a qual é frequentemente utilizada para ilustrar técnicas presentes na literatura.

A Figura 38a contém características importantes a serem preservadas e recuperadas: a textura acima do pescoço, o plano de fundo e alguns detalhes intrínsecos da modelo, como olhos, nariz e a mão. As Figuras 38b e 38c foram obtidas, respectivamente, utilizando a transformada rápida curvelet discreta (CANDÈS; DONOHO, 2004; CANDÈS et al., 2006) e uma técnica baseada em wave atom 2D discreta (DEMANET; YING, 2007b). A partir dos resultados obtidos, pode-se notar que a textura não foi recuperada adequadamente com o uso da transformada curvelet e a técnica introduziu alguns artefatos na imagem final. Por outro lado, a transformada wave atom restaurou adequadamente as regiões com textura, porém esta produziu uma imagem borrada, resultado de um processo intenso de suavização. A Figura 38d mostra a imagem restaurada com o modelo baseado no termo de fidelidade adaptativo usando $C = 0$ (veja Equação (3.12)), enquanto a Figura 38e exibe a reconstrução gerada pela equação de difusão combinada com curvelets (veja Equação (3.10)), utilizando um passo 0:0005 e 11 iterações. Embora o primeiro método tenha recuperado partes da textura, alguns detalhes importantes da imagem foram excessivamente suavizados (rosto e mãos, por exemplo). Em contraste, o segundo método não produziu qualquer suavização excessiva, mas ainda manteve bastante ruído na imagem final. Na Figura 38f é ilustrado o resultado obtido por meio da aplicação da EDP-NAR. Podemos observar que as texturas e os detalhes da imagem (dados intrínsecos) foram recuperados e o nível de ruído foi minimizado sem causar suavização excessiva.

Figura 33 – Eliminação de ruído de imagem colorida. (a) Imagem original, (b) versão com ruído, (c) imagem restaurada pela EDP-NAR e (d) componente residual. Fonte: (CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013).

Os parâmetros utilizados em todas as técnicas citadas foram escolhidos de acordo com a sugestão dos autores em seus trabalhos ou por meio da aplicação exhaustiva de cada um destes modelos a fim de se obter um resultado com a melhor qualidade visual possível, em relação a métrica PSNR (Tabela 5).

3.5 Discussões e limitações

Neste trabalho foi apresentada uma EDP não-linear anisotrópica regularizada (EDP-NAR) direcionada à restauração de imagens com texturas e contaminadas por ruído gaussiano. O método combina um filtro baseado em difusão anisotrópica com metodologias de análise harmônica, a saber, transformadas do tipo Wave atom. Além disso, A EDP-NAR emprega um mecanismo de regularização para melhor detectar padrões oscilatórios complexos presentes na

Figura 34 – Eliminação de ruído de imagem colorida. (a) Imagem original, (b) imagem com ruído, (c) versão restaurada pela EDP-NAR e (d) componente residual. Fonte: (CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013).

imagem.

A abordagem funciona de forma seletiva, isto é, a difusão é aplicada durante a recuperação de bordas e regiões com texturas de acordo com uma função de mapeamento, fator regularizador h e pela atuação dos termos de reação. A EDP-NAR pode ser utilizada em uma grande gama de aplicações práticas, como processamento de impressões digitais; análise de superfícies; dados geofísicos; retoque digital, entre outros. Além disso, foi apresentada neste trabalho uma validação experimental e matemática da EDP-NAR. Neste sentido, algumas de suas propriedades matemáticas fundamentais foram investigadas, como a regularização, a estratégia de reação-difusão, a preservação da textura e detecção de borda e a existência e unicidade de soluções.

Os resultados experimentais mostram a eficiência da EDP-NAR quando comparado com técnicas competitivas da literatura. Apesar dos bons resultados alcançados, o método baseado na EDP-NAR possui uma limitação com relação ao ajuste de parâmetros ótimos para que o método

Figura 35 – Eliminação de ruído de imagem colorida. (a) Imagem original, (b) versão com ruído, (c) imagem restaurada epal EDP-NAR e (d) componente residual. Fonte: (CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013).

atinja seu melhor desempenho. Contudo, conforme descrito neste trabalho, técnicas amparadas por algoritmos genéticos podem auxiliar na busca por melhores parâmetros para a utilização da EDP-NAR.

Figura 36 – Resultados experimentais obtidos pelo método da EDP-NAR aplicado em uma fotografia com textura. (a) Imagem original, (b) versão deteriorada por ruído com grande intensidade e (c) imagem restaurada pela EDP-NAR. Fonte: (CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013).

Figura 37 – Resultados experimentais pelo método EDP-NAR. (a) Imagem original, (b) versão deteriorada por ruído com grande intensidade e (c) imagem restaurada pela EDP-NAR. Fonte: (CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013).

Tabela 5 – Medida quantitativa calculada para as imagens restauradas com todos os métodos, em comparação com a imagem original Barbara. PSNR entre a imagem original e a imagem com ruído é 22:69 dB. Fonte: (CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013).

Figura	Técnica	PSNR (dB)
Figura 38b	Curvelet	22:80
Figura 38c	Wave atom	23:54
Figura 38d	Gilboa et al.	24:25
Figura 38e	Ma et al.	23:43
Figura 38f	Our	25:51

Figura 38 – Comparação dos resultados da fotografia Barbara. (a) Imagem alvo, (b) restaurada por curvelets, (c) por wave atoms, (d) por difusão com termo de fidelidade adaptativa, (e) por difusão TV combinada com curvelet e (f) pela EDP-NAR. Fonte: (CASACA; ALMEIDA; BOAVENTURA, 2013).

CONCLUSÕES

Neste trabalho dois métodos baseados em difusão anisotrópica para restaurar imagens contendo texturas e outras características de suma importância para um referencial humano, um destinado ao problema de retoque digital de imagens e o segundo à eliminação de ruídos, foram complementados e melhorados com a elaboração de análises e validações teóricas e experimentais e também com o emprego das métricas propostas.

A técnica descrita sobre retoque digital de imagens combina difusão anisotrópica, síntese de texturas, busca dinâmica e um novo termo no mecanismo de atribuição da ordem de prioridade durante o processo de reconstrução. A tarefa consiste em “copiar e colar” blocos de pixels para restaurar imagens reais e sintéticas contendo uma grande variedade de texturas e objetos estruturais. Os conceitos da decomposição de imagem e equação do transporte foram revistos e são empregados de modo a proporcionar um mecanismo robusto para definir a ordem de preenchimento e determinar a similaridade entre os blocos de pixels durante o processo de retoque digital. O mecanismo de amostragem dinâmica também mostrou-se bastante eficaz para reduzir o custo computacional da abordagem proposta ao empregar a métrica proposta induzida por um produto interno.

Além disso, este trabalho também apresentou uma EDP direcionada à restauração de imagens com grande nível de detalhes e contaminadas por ruído gaussiano. O método integra um filtro baseado em difusão anisotrópica com metodologias de análise harmônica, mais especificamente por meio de transformadas do tipo wave atoms. Foi analisado o mecanismo de regularização o qual visa detectar padrões oscilatórios complexos na imagem tais como texturas. Além disso, foi realizada uma validação teórica da EDP de modo a garantir a existência e a unicidade de soluções. A abordagem funciona de forma seletiva, isto é, a difusão é aplicada durante a recuperação de bordas e regiões com texturas de acordo com uma função de mapeamento (termo regularizador) e pela atuação de termos de reação. A EDP regularizada para tratar imagens com textura pode ser utilizada em uma grande gama de aplicações práticas e se mostrou eficiente

quando aplicadas a diversos exemplos de imagens texturizadas.

A performance das técnicas apresentadas foram atestadas por meio de análises experimentais quantitativas e qualitativas com outros métodos representativos da literatura. Imagens reais e sintéticas de diferentes níveis de complexidade foram avaliadas com o objetivo de analisar a eficiência de ambas as metodologias. De fato, os métodos apresentaram um bom equilíbrio entre boa qualidade visual de restauração e baixo custo computacional, além de também se mostrarem estáveis quando comparadas com as demais técnicas do estado-da-arte avaliadas neste trabalho. Ainda sobre a performance de cada uma das técnicas, ambas foram flexíveis quando aplicadas a diferentes classes de imagens, percorrendo de imagens sintéticas até fotografias dotadas de texturas complexas e variadas.

Como mencionado nos capítulos anteriores, como objetivos futuros almeja-se automatizar o máximo possível o número de parâmetros em cada uma das abordagens, bem como também investigar novos descritores de textura (como Gabor ou descritores baseados na técnica SIFT) no sentido de regularizar a EDP de remoção de ruído, além de também embutir um processo prévio de segmentação de imagens a partir de um grafo de conectividade derivado da imagem alvo na técnica de retoque digital. Neste último caso, a ideia é utilizar uma imagem previamente segmentada para dirigir o processo de retoque digital de forma a atribuir maior prioridade de restauração às regiões consideradas de contorno na imagem-guia segmentada.

Finalmente, outro tópico de interesse dentro do escopo desta pesquisa é abordar o problema de eliminação de ruído do tipo impulsivo, buscando combinar parte da formulação da EDP proposta no âmbito do trabalho (ALMEIDA; BOAVENTURA, 2009). A ideia é simular numericamente o operador estatístico da mediana na forma de um termo de regularização para a equação diferencial em questão, na intenção de remover o ruído da imagem degradada. Testes preliminares tem se mostrado promissores do ponto de vista tanto da qualidade visual quanto do teórico-matemático (isto é, quanto à existência e unicidade em termos teóricos).

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M. P.; BOAVENTURA, M. Eliminação de ruído impulsivo usando um filtro mediano seletivo e difusão isotrópica. *Revista de Informática Teórica e Aplicada (RITA)*, v. 16, p. 129–140, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 63 e 92.

ALMEIDA, M. P.; BOAVENTURA, M. Eliminação de Ruído Impulsivo em Imagens Coloridas Usando um Filtro Mediano Seletivo e Retoque Digital. 129-140 p. Dissertação (Mestrado) — Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" Campus São José do Rio Preto, 2010. Citado 3 vezes nas páginas 16, 63 e 64.

ALMEIDA, M. P. de. Combining regularized anisotropic diffusion and harmonic analysis tools for denoising textured images. In: *I Brazilian Congress of Young Researchers in Pure and Applied Mathematics*. [S.l.: s.n.], 2011. p. —. Resumo Técnico. Citado na página 25.

ALVAREZ, L.; LIONS, P.; MOREL, J. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion. *SIAM J. Numer. Anal.*, v. 29, p. 845–866, 1992. Citado 5 vezes nas páginas 65, 66, 69, 70 e 79.

ANSARI, R. A.; BUDDHIRAJU, K. M. k -means based hybrid wavelet and curvelet transform approach for denoising of remotely sensed images. *Remote Sensing Letters*, Informa UK Limited, v. 6, n. 12, p. 982–991, sep 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1080/2150704X.2015.1093184>>. Citado na página 65.

ANSARI, R. A.; BUDHHIRAJU, K. M. A comparative evaluation of denoising of remotely sensed images using wavelet, curvelet and contourlet transforms. *Journal of the Indian Society of Remote Sensing*, Springer Nature, v. 44, n. 6, p. 843–853, mar 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s12524-016-0552-y>>. Citado na página 65.

ARBELAEZ, P.; MAIRE, M.; FOWLKES, C.; MALIK, J. Contour detection and hierarchical image segmentation. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, IEEE Computer Society, v. 33, n. 5, p. 898–916, 2011. Citado na página 48.

ASHIKHMIN, M. Synthesizing natural textures. In: *ACM Symposium on Interactive 3D graphics (I3D)*. [S.l.: s.n.], 2001. p. 217–226. Citado na página 32.

AUJOL, J. F.; CHAMBOLLE, A. Dual norms and image decomposition models. *International Journal of Computer Vision*, v. 63, n. 1, p. 85–104, 2005. Citado na página 37.

AUJOL, J. F.; LADJAL, S.; MASNOU, S. Exemplar-based inpainting from a variational point of view. *SIAM J. Math. Anal.*, v. 42, p. 1246–1285, 2010. Citado na página 35.

AZZABOU, N.; PARAGIOS, N.; GUICHARD, F. Proceedings of scale space and variational methods in computer vision: First international conference. In: _____. [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2007. cap. Uniform and Textured Regions Separation in Natural Images Towards MPM Adaptive Denoising, p. 418–429. Citado na página 24.

- BARCELOS, C. A. Z.; BOAVENTURA, M.; JR., E. C. S. Edge detection and noise removal by use of a pde with automatic selection of parameters. *Computational and Applied Mathematics*, v. 24, p. 131–150, 2005. Citado na página 46.
- BARCELOS, C. A. Z.; BOAVENTURA, M.; JR., E. S. A well-balanced flow equation for noise removal and edge detection. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 12, p. 751–763, 2003. Citado 8 vezes nas páginas 38, 39, 46, 66, 70, 73, 79 e 80.
- BARNES, C.; SHECHTMAN, E.; FINKELSTEIN, A.; GOLDMAN, D. B. Patchmatch: A randomized correspondence algorithm for structural image editing. *Lecture Notes in Computer Science, ACM*, v. 28, n. 3, p. 24:1–24:11, 2009. Citado 12 vezes nas páginas 14, 15, 16, 23, 48, 51, 52, 53, 54, 55, 56 e 57.
- BERTALMÍO, M.; SAPIRO, G.; CASELLES, V.; BALLESTER, C. Image inpainting. In: *Annual Conference on Computer Graphics (SIGGRAPH)*. [S.l.: s.n.], 2000. p. 217–226. Citado 6 vezes nas páginas 25, 33, 35, 36, 39 e 41.
- BERTALMÍO, M.; VESE, L. A.; SAPIRO, G.; OSHER, S. Simultaneous structure and texture image inpainting. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 12, p. 882–889, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 36.
- BORNEMANN, F.; MÄRZ, T. Fast image inpainting based on coherence transport. *J. Math. Imaging Vis.*, v. 28, p. 259–278, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 34, 39 e 41.
- BRUNET, D.; VRSCAY, E. R.; WANG, Z. On the mathematical properties of the structural similarity index. *IEEE Transactions on Image Processing*, PP, p. 1–10, 2012. Citado na página 45.
- BUGEAU, A.; BERTALMÍO, M. Combining texture synthesis and diffusion for image inpainting. In: *VISAPP (1)*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 26–33. Citado na página 35.
- BUGEAU, A.; BERTALMÍO, M.; CASELLES, V.; SAPIRO, G. A comprehensive framework for image inpainting. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 19, p. 2634–2645, 2010. Citado na página 35.
- BURGER, M.; GILBOA, G.; OSHER, S.; XU, J. Nonlinear inverse scale space methods. *Communications in Mathematical Sciences*, v. 4, p. 179–212, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 65.
- BURGER, M.; HE, L.; SCHÖNLIEB, C.-B. Cahn-hilliard inpainting and a generalization for grayvalue images. *SIAM J. Imaging Sciences*, v. 2, p. 1129–1167, 2009. Citado na página 34.
- CAI, J.-F.; CHAN, R.; SHEN, Z. A framelet-based image inpainting algorithm. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, v. 24, p. 131–149, 2008. Citado na página 33.
- CALVETTI, D.; SGALLARI, F.; SOMERSALO, E. Image inpainting with structural bootstrap priors. *Image and Vision Computing*, v. 24, p. 782–793, 2006. Citado na página 36.
- CANDÈS, E.; DEMANET, L.; DONOHO, D.; YING, L. Fast discrete curvelet transforms. *SIAM J. on Multiscale Model. Simul.*, v. 5, p. 861–899, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 58.
- CANDÈS, E. J.; DONOHO, D. L. New tight frames of curvelets and optimal representations of objects with piecewise c^2 singularities. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, v. 57, p. 219–266, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 71 e 85.

CANDÈS, E.; DEMANET, L.; DONOHO, D.; YING, L. Fast discrete curvelet transforms. *SIAM J. on Multiscale Model. Simul.*, v. 5, p. 861–899, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 71 e 85.

CAO, F.; GOUSSEAU, Y.; MASNOU, S.; PÉREZ, P. Geometrically guided exemplar-based inpainting. *SIAM J. Img. Sci.*, v. 4, p. 1143–1179, 2011. Citado 4 vezes nas páginas 33, 35, 39 e 43.

CASACA, W.; ALMEIDA, M. P.; BOAVENTURA, M. Denoising textured images via regularized anisotropic diffusion (book chapter). In: MISHRA, Z. N. A.; SHAHID, Z. (Ed.). *An Introductory Guide to Image and Video Processing*. Brisbane, Australia: Iconcept Press Ltd., 2013. p. 48–71. Citado 18 vezes nas páginas 16, 17, 19, 24, 25, 65, 66, 68, 72, 73, 81, 84, 85, 86, 87, 88, 89 e 90.

CASACA, W.; BOAVENTURA, M.; ALMEIDA, M. P. D.; NONATO, L. G. Combining anisotropic diffusion, transport equation and texture synthesis for inpainting textured images. *Pattern Recognition Letters*, Elsevier Science Inc., v. 36, p. 36–45, 2014. ISSN 0167-8655. Citado 14 vezes nas páginas 13, 14, 16, 23, 24, 25, 31, 37, 40, 42, 44, 46, 47 e 58.

CASACA, W. C. O. Restauração de Imagens Digitais com Texturas utilizando Técnicas de Decomposição e Equações Diferenciais Parciais. Dissertação (Mestrado) — Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" Campus São José do Rio Preto, 2010. Citado 8 vezes nas páginas 24, 36, 37, 40, 41, 66, 73 e 78.

CASACA, W. C. O.; BOAVENTURA, M. A regularized nonlinear diffusion approach for texture image denoising. In: XXII Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing (Sibgrapi). [S.l.]: IEEE Computer Society, 2009. p. 164–171. Citado 4 vezes nas páginas 25, 66, 72 e 73.

CASACA, W. C. O.; BOAVENTURA, M.; ALMEIDA, M. P. Classifying texture and free-textured content from images using nonlinear anisotropic diffusion. In: *Proceedings of the 5th ENAMA (National Meeting of Mathematical Analysis and Applications)*. [S.l.: s.n.], 2011. v. 5, p. 210–211. Citado na página 25.

CASACA, W. C. O.; MOTTA, D.; TAUBIN, G.; NONATO, L. G. A user-friendly interactive image inpainting framework using laplacian coordinates. *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, 2015. Citado na página 31.

CASELLA, G.; BERGER, R. L. *Statistical inference*. Pacific Grove (Calif.): Brooks Cole, 2002. (Duxbury advanced series). ISBN 0-495-39187-5. Disponível em: <<http://opac.inria.fr/record=b1134456>>. Citado na página 62.

CASTRO, D. H. From images to point clouds: practical considerations for three-dimensional computer vision. Tese (Doctoral Dissertation) — University of Oulu, 2015. Citado na página 23.

CATTÉ, F.; LIONS, P.; MOREL, J.; COLL, T. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion. *SIAM J. Numer. Anal.*, v. 29, p. 182–193, 1992. Citado na página 69.

CHAN, T. F.; OSHER, S.; SHEN, J. The digital tv filter and nonlinear denoising. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 10, p. 231–241, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 65.

CHANJUAN, L.; HAILIN, Z.; CAIXIA, L.; YING, L.; YILEI, W.; SHIXIANG, J.; SHUSEN, Z. An adaptive texture-preserved image denoising model. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, v. 6, n. 5, p. 689–697, 2015. Citado na página 24.

CHEN, Q.; ZHANG, Y.; LIU, Y. Image inpainting with improved exemplar-based approach. In: *Proc. of the int. conf. on Multimedia content analysis and mining*. [S.l.: s.n.], 2007. (MCAM'07), p. 242–251. Citado 3 vezes nas páginas 33, 39 e 43.

CHENG, W.-H.; HSIEH, C.-W.; LIN, S.-K.; WANG, C.-W.; WU, J.-L. Robust algorithm for exemplar-based image inpainting. In: *Proc. of the International Conference on Computer Graphics, Imaging and Visualization*. [S.l.: s.n.], 2005. p. 64–69. Citado 4 vezes nas páginas 33, 39, 42 e 43.

CRANDALL, M. G.; ISHII, H.; LIONS, P. L. User's guide to viscosity solutions of second order partial differential equations. *Bulletin of the American Mathematical Society*, v. 27, p. 1–67, 1992. Citado na página 79.

CRIMINISI, A.; PEREZ, P.; TOYAMA, K. Object removal by exemplar-based inpainting. In: *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*. [S.l.]: IEEE Computer Society, 2003. p. 721–728. ISBN 0-7695-1900-8. Citado na página 23.

_____. Region filling and object removal by exemplar-based image inpainting. *IEEE Transactions on Image Processing (TIP)*, IEEE Computer Society, v. 13, n. 9, p. 1200–1212, 2004. Citado 22 vezes nas páginas 13, 14, 15, 16, 23, 33, 36, 39, 41, 42, 43, 44, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56 e 57.

DEMANET, L.; SONG, B.; CHAN, T. Image inpainting by correspondence maps: a deterministic approach. In: *Proc. VL SM*. [S.l.: s.n.], 2003. p. 1–8. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 36.

DEMANET, L.; YING, L. Curvelets and wave atoms for mirror-extended images. In: *Proc. SPIE Wavelets XII conf.* [S.l.: s.n.], 2007. v. 6701, p. 67010J. Citado 3 vezes nas páginas 65, 66 e 78.

_____. Wave atoms and sparsity of oscillatory patterns. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, v. 23, p. 368–387, 2007. Citado 8 vezes nas páginas 24, 25, 34, 65, 66, 78, 81 e 85.

EFROS, A. A.; FREEMAN, W. T. Image quilting for texture synthesis and transfer. In: *ACM SIGGRAPH '01*. [S.l.: s.n.], 2001. p. 341–346. Citado na página 32.

EFROS, A. A.; LEUNG, T. K. Texture synthesis by non-parametric sampling. In: *IEEE Int. Conf. Computer Vision*. [S.l.: s.n.], 1999. p. 1033–1038. Citado 15 vezes nas páginas 14, 15, 16, 32, 35, 43, 48, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56 e 57.

ELAD, M.; STARCK, J.-L.; QUERRE, P.; DONOHO, D. Simultaneous cartoon and texture image inpainting using morphological component analysis(mca). *Appl. Comput. Harmon. Anal.*, v. 19, p. 340–358, 2005. Citado 3 vezes nas páginas 16, 34 e 58.

ESEDOGLU, S.; SHEN, J. Digital inpainting based on the mumford–shah–euler image model. *European Journal of Applied Mathematics*, Cambridge University Press (CUP), v. 13, n. 04, aug 2002. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1017/S0956792502004904>>. Citado na página 48.

ESEDOGLUY, S.; CHAN, T. F.; PARKY, F. E. Image decomposition combining staircase reduction and texture extraction. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, v. 18, p. 464–486, 2007. Citado na página 37.

EVANS, L. D. *Partial Differential Equations*. [S.l.]: AMS, 2010. Citado na página 78.

FADILI, M.; STARCK, J.-L.; MURTAGH, F. Inpainting and zooming using sparse representations. *Comput. J.*, v. 52, n. 1, p. 64–79, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 16, 35 e 58.

GARNETTA J. B.; LEA, T. M. M. Y. V. L. A. Image decompositions using bounded variation and generalized homogeneous besov spaces. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, Special Issue on Mathematical Imaging, v. 23, p. 25–56, 2007. Citado na página 37.

GILBOA, G.; SOCHEN, N.; ZEEVI, Y. Z. Variational denoising of partly textured images by spatially varying constraints. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 15, p. 2281–2289, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 72 e 73.

GILLES, J. Noisy image decomposition: a new structure, texture and noise model based on local adaptivity. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, v. 22, p. 285–295, 2007. Citado na página 72.

GOLDBERG, D. E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. [S.l.]: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1989. Citado na página 82.

GONZALEZ, R. C.; WOODS, R. E. *Digital Image Processing 2nd ed.* New Jersey: Printcie Hall, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 27, 29 e 62.

GROSSAUER, H. A combined pde and texture synthesis approach to inpainting. *Euro. Conf. Comp. Vision*, v. 4, p. 214–224, 2004. Citado 4 vezes nas páginas 13, 32, 33 e 35.

GU, J.; RAMAMOORTHY, R.; BELHUMEUR, P.; NAYAR, S. Removing image artifacts due to dirty camera lenses and thin occluders. *ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH ASIA 09)*, v. 28, n. 5, 2009. Citado na página 23.

GULERYUZ, O. G. Nonlinear approximation based image recovery using adaptive sparse reconstructions and iterated denoising-part ii: adaptive algorithms. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 15, n. 3, p. 555–571, 2006. Citado 3 vezes nas páginas 16, 34 e 58.

HARRISON, P. A non-hierarchical procedure for re-synthesis of complex textures. In: *In WSCG '2001 Conference proceedings*. [S.l.: s.n.], 2001. p. 190–197. Citado na página 39.

HAYS, J.; EFROS, A. A. Scene completion using millions of photographs. *ACM Transactions on Graphics*, v. 26, n. 3, 2008. Citado na página 36.

HOLLAND, J. H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. [S.l.]: University of Michigan Press, 1975. Citado na página 82.

KANIZSA, G. *Organization in Vision: Essays on Gestalt Perception*. [S.l.]: Praeger, 1979. Citado na página 34.

KAWAI, N.; SATO, T.; YOKOYA, N. Image inpainting considering brightness change and spatial locality of textures and its evaluation. In: *Proceedings of the 3rd Pacific Rim Symp. on Adv. in Img. and Video Technology*. [S.l.: s.n.], 2009. (PSIVT '09), p. 271–282. Citado na página 36.

KOENDERINK, J. J. The struture of images. *Biol. Cybernet.*, v. 50, p. 363–370, 1984. Citado na página 67.

KOMODAKIS, N.; TZIRITAS, G. Image completion using efficient belief propagation via priority scheduling and dynamic pruning. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 16, p. 2649–2661, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 33, 35 e 36.

KWOK, T.-H.; WANG, C. C. Interactive image inpainting using dct based exemplar matching. In: *Proc. of the 5th International Symposium on Advances in Visual Computing: Part II*. [S.l.]: Springer-Verlag, 2009. (ISVC '09), p. 709–718. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 39.

LEVINE, S.; RAMSEY, M.; MISNER, T.; SCHWAB, S. An adaptive model for image decomposition with applications to remote sensing. *Lecture Notes in Computer Science*, v. 3757, p. 382–397, 2005. Citado na página 37.

LI, F.; SHEN, C.; SHEN, C.; ZHANG, G. Variational denoising of partly textured images. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, v. 20, p. 293–300, 2009. Citado na página 72.

LI, H.; WANG, S.; ZHANG, W.; WU, M. Image inpainting based on scene transform and color transfer. *Pattern Recogn. Lett.*, v. 31, n. 7, p. 582–592, 2010. Citado na página 36.

LI, S.; ZHAO, M. Image inpainting with salient structure completion and texture propagation. *Pattern Recogn. Lett.*, v. 32, n. 9, p. 1256–1266, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 39.

LI, X. Image recovery via hybrid sparse representations: a deterministic annealing approach. *IEEE J. of Selected Topics in Signal Processing*, v. 5, n. 5, p. 953–962, 2011. Citado 3 vezes nas páginas 16, 35 e 58.

LIEU, L. Contribution to problems in image restoration, decomposition, and segmentation by variational methods and Partial Differential Equations. Tese (Doutorado em 'Philosophy') — University of California, 2005. Citado na página 37.

LIU, G. Variational image decomposition using wave atoms. *International Conference on Optoelectronics and Image Processing (ICOIP'10)*, IEEE Computer Society, v. 1, p. 588–591, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 65 e 72.

LIU, G.; FENG, X.; BAI, J. Variational image decomposition using wave atoms. *Current Development in Theory and Applications of Wavelets*, v. 2, p. 277–291, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 65 e 72.

LIU, Y.; CASELLES, V. Exemplar based image inpainting using multiscale graph cuts. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 22, p. 1699–1711, 2013. Citado na página 36.

L.J., D.; T.Z., H.; X.L., Z. Exemplar-based image inpainting using a modified priority definition. *PLoS One*, v. 10, n. 10, p. e0141199, 2015. Citado 12 vezes nas páginas 14, 15, 16, 48, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56 e 57.

MA, J.; PLONKA, G. Combined curvelet shrinkage and nonlinear anisotropic diffusion. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 16, p. 2198–2206, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 38, 65 e 71.

MAHALINGAM, V. V. Digital Inpainting algorithms and Evaluations. Tese (Doctoral Dissertation) — University of Kentucky, 2010. Citado na página 23.

MALLAT, S. A Wavelet Tour of Signal Processing, Third Edition: The Sparse Way. 3rd. ed. [S.l.]: Academic Press, 2008. ISBN 0123743702, 9780123743701. Citado na página 34.

MARR, D.; HILDRETH, E. Theory of edge detection. In: Proc. R. Soc. Lond. B. [S.l.: s.n.], 1980. p. 187–217. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 67.

MATHWORKS, I. T. Matlab Optimization Toolbox User's Guide (R2011b). 2011. Disponível em: <www.mathworks.com/help/pdf_doc/gads/gads_tb.pdf>. Citado na página 83.

MEYER, Y. Oscillating patterns in image processing and nonlinear evolution equations. 1. ed. [S.l.]: University Lectures Series, Vol(22), American Mathematical Society, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 37.

MISHRA, A.; WONG, A.; CLAUSI, D. A.; FIEGUTH, P. W. Quasi-random nonlinear scale space. Pattern Recogn. Lett., v. 31, p. 1850–1859, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 70 e 71.

NEWSON, A.; ALMANSA, A.; FRADET, M.; GOUSSEAU, Y.; PEREZ, P. Towards fast, generic video inpainting. In: European Conference on Visual Media Production (CVMP). [S.l.: s.n.], 2013. p. in print. Citado na página 23.

NORDSTROM, K. Biased anisotropic diffusion: a unified regularization and diffusion approach to edge detection. Image Vision Comput., v. 8, p. 318–327, 1991. Citado 4 vezes nas páginas 65, 66, 69 e 70.

OSHER, S.; BURGER, M.; GOLDFARB, D.; XU, J.; YIN, W. An iterative regularization method for total variation-based image restoration. SIAM Multiscale Model. and Simu., v. 4, p. 460–489, 2005. Citado na página 65.

PARAGIOS, N.; CHEN, Y.; FAUGERAS, O. Handbook of Mathematical Models in Computer Vision. [S.l.]: Springer-Verlag New York, Inc., 2005. Citado na página 39.

PERONA, P.; MALIK, J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., IEEE Computer Society, v. 12, p. 629–639, 1990. Citado 5 vezes nas páginas 24, 38, 65, 67 e 70.

PLONKA, G.; MA, J. Nonlinear regularized reaction-diffusion filters for denoising of images with textures. IEEE Transactions on Image Processing, v. 17, p. 1283–1294, 2008. Citado 4 vezes nas páginas 65, 71, 72 e 73.

RECAS, D. L.; HILSMANN, A.; EISERT, P. Near-Regular Texture Synthesis by Random Sampling and Gap Filling. The Eurographics Association, 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.2312/PE/VMV/VMV11/089-096>>. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 32.

RUDIN, L.; OSHER, S.; FATEMI, E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms. Physica D, v. 60, p. 259–268, 1992. Citado 5 vezes nas páginas 38, 65, 67, 71 e 72.

SCHÖNLIEB, C.-B. Partial Differential Equation Methods for Image Inpainting. [S.l.]: Cambridge University Press, 2015. Citado 12 vezes nas páginas 14, 15, 16, 48, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56 e 57.

SHEN, J.; CHAN, T. F. Mathematical models for local nontexture inpainting. Siam Journal on Applied Mathematics, v. 62, p. 1019–1043, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 34.