Estudos de métodos de análise de complexidade em imagens

André Ricardo Backes

Estudos de métodos de análise de complexidade em imagens

André Ricardo Backes

Orientador: ***Prof. Dr. Odemir Martinez Bruno***

Tese apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - ICMC/USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ciências de Computação e Matemática Computacional.

USP - São Carlos
Março/2010

Agradecimentos

Ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (ICMC-USP) pela oportunidade.
Aos meus pais, que sempre me apoiaram em todas as etapas da minha vida.
Ao meu orientador Prof. Dr. Odemir Martinez Bruno, pela confiança depositada em mim, orientação e amizade.
Aos amigos que fiz no convívio diário da universidade, em especial: Marco, Dalcimar, Jarbas, João, Márcio e Cláudio.
Aos professores e funcionários do ICMC - USP e a todos que, direta ou indiretamente, colaboraram comigo.
À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo apoio financeiro.

Resumo

A complexidade é uma característica de grande importância em processos de reconhecimento de padrões, especialmente naqueles que envolvem imagens biológicas.

Este trabalho tem como objetivo estudar métodos que realizam a análise de imagens por meio da análise de sua complexidade. Os métodos a serem estudados foram selecionados com base na similaridade de seus algoritmos e metodologia: dimensão fractal, Caminhada Determinística do Turista e Redes Complexas. Estes métodos permitem realizar a análise e segmentação de formas ou texturas contidas em uma imagem com base na sua variação de complexidade. Dos três métodos considerados, dois deles fazem parte do estado da arte em análise de complexidade, enquanto que a dimensão fractal já é aplicada a mais tempo na análise de formas e texturas.

Os trabalhos aqui desenvolvidos visam comparar e analisar os métodos selecionados por meio de experimentos com imagens de forma e texturas, sendo utilizadas texturas naturais e de Brodatz, freqüentemente utilizadas na literatura como benchmark para texturas. Com base no conhecimento adquirido, novas técnicas voltadas para a análise e segmentação de formas e texturas foram desenvolvidas, assim como foram analisadas as deficiências e propostas melhorias às técnicas estudadas. Além disso, diversos experimentos com estas metodologias foram realizados em aplicações de Bioinformática.

Abstract

Complexity is a feature of great importance in pattern recognition processes, especially those involving biological images.

This work aims to study methods that perform image analysis by the analysis of its complexity. The methods to be studied were selected based on similarity of their algorithms and methodology: fractal dimension, Deterministic Tourist Walk and Complex Networks. These methods enable us to perform the analysis and segmentation of shapes and textures contained in an image based on the variation of its complexity. Of the three methods considered, two of them are part of the state of the art in complexity analysis, while the fractal dimension is already applied in shapes and textures analysis.

The work developed here aims to compare and analyze the selected methods through experiments with shape and texture images, utilizing for this natural and Brodatz textures samples, often used in literature as benchmark for textures analysis. Based on the knowledge acquired, new techniques for analysis and segmentation of shapes and textures were developed, as also were analyzed the deficiencies and proposed improvements to the techniques studied. Moreover, several experiments with these methods were performed in bioinformatics applications.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

CAPÍTULO

1

Introdução

Na literatura, o termo análise de complexidade é freqüentemente utilizado para designar a utilização de metodologias de estimativa de dimensão fractal aplicadas em imagens. No entanto, imagens não são fractais verdadeiros e, por esse motivo, não possuem dimensão fractal. Desse modo, o termo análise de complexidade se refere à análise de certas características existentes na imagem através de metodologias baseadas na dimensão fractal [36]. Embora não exista uma definição formal, o termo análise de complexidade está relacionado às mais diversas características existentes na imagem como, por exemplo, forma, área ocupada, irregularidade da ocupação do espaço, distribuição e organização dos pixels e homogeneidade da textura.

A análise de complexidade por dimensão fractal é uma técnica consagrada e que tem apresentando bons resultados em diversas áreas do conhecimento. Na área de visão computacional suas contribuições vão desde técnicas de reconhecimento de padrões [119, 36], até técnicas utilizadas para quantificar a textura [60, 136, 9] e composição geométrica de uma forma [45]. Na medicina, a análise de complexidade permite uma melhor análise das estruturas de vasos sangüíneos existentes em tecidos ou órgãos do corpo humano, como por exemplo, a retina [42]. Em neurociências, sua utilização permite a caracterização das ligações existentes entre os neurônios do cérebro. Já na botânica, pode-se utilizar a dimensão fractal para realizar a caracterização de formas de folhas [53, 54], bem como para analisar a rede de nervuras presente dentro dela.

Neste trabalho, além do estudo dos métodos que constituem o estado da arte em termos de análise de complexidade, pretende-se também demonstrar que a análise de complexidade pode ser obtida por meio de técnicas alternativas. Para esse estudo, além da dimensão fractal, são consideradas as seguintes metodologias: a Caminhada Determinística do Turista [103, 96, 142] e as Redes Complexas [23, 57, 47].

1.1 Complexidade e Processamento de Imagens

Ao se analisar a literatura atual é possível encontrar uma grande quantidade de técnicas e abordagens voltadas à análise de formas e texturas, dois problemas clássicos na área da visão computacional. Tratam-se de tipos de análises com diferentes focos de atuação na imagem. Enquanto a análise de formas procura extrair informações relacionadas ao aspecto geométrico do objeto analisado, atuando como ferramenta para separar e rotular as diferentes partes constituintes de uma imagem, a análise de texturas tem seu foco no estudo da variação dos diferentes níveis de cinza presentes na imagem, permitindo assim distinguir regiões que apresentem as mesmas características de refletância e, portanto, as mesmas cores em determinada combinação de bandas [59].

Uma abordagem empregada em aplicações que envolvem a análise de formas e texturas é o estudo dos mesmos por meio da análise de sua complexidade. Na análise de uma forma, o nível de complexidade está diretamente ligado ao seu padrão da forma analisada e, respectivamente, ao seu nível de ocupação do espaço. Na análise de uma textura, o nível de complexidade atua como uma medida da organização dos pixels, permitindo assim quantificar o aspecto visual e homogeneidade da textura e, conseqüentemente, distinguir texturas diferentes. No entanto, apesar do grande número de aplicações que fazem uso da análise de complexidade, não é possível encontrar uma definição formal para esse termo na literatura. A falta de tal definição faz com que, por vezes, este termo se confunda com a própria característica analisada.

Uma das técnicas encontradas na literatura voltadas à análise da complexidade é a dimensão fractal. Trata-se de uma técnica já utilizada em diversos problemas de visão computacional, sempre apresentando resultados promissores. Nesta tese, além do estudo e desenvolvimento de novas aplicações utilizando a dimensão fractal, foi realizado um estudo onde se demonstrou a possibilidade de realizar a análise de complexidade por meio de técnicas alternativas, como: a Caminhada do Determinística do Turista e as Redes Complexas. O desenvolvimento dessas técnicas se deu por meio da análise experimental comparativa, onde essas técnicas foram comparadas entre si em aplicações que envolvam imagens naturais e artificiais, como as texturas de Brodatz, as quais são amplamente utilizadas na literatura como benchmark de texturas [29]. Sendo a dimensão fractal uma técnica amplamente testada e utilizada na literatura, ela aqui é também considerada como uma técnica de controle dos experimentos envolvendo as demais metodologias.

1.2 Objetivos

Esta tese tem como principal objetivo estudar e comparar diferentes métodos de estimativa da complexidade em imagens digitais. Para tanto, os seguintes métodos são utilizados: a dimensão fractal, um método amplamente utilizado em problemas de análise de complexidade, a

Caminhada Determinística do Turista e as Redes Complexas, os quais constituem o estado da arte nesse tipo de análise.

A partir da observação das diferenças de aplicação, desempenho e exatidão de cada método, pretende-se viabilizar a aplicação desses métodos no processamento e reconhecimento de padrões em imagens digitais.

Os objetivos deste trabalho podem então ser descritos como:

- Verificar o potencial da Caminhada Determinística do Turista e das Redes Complexas, juntamente com a dimensão fractal, como métodos de análise de complexidade;
- Comparar e analisar os métodos selecionados;
- Verificar o potencial de uso combinado dos diferentes métodos de análise de complexidade;
- Desenvolvimento e análise de novos métodos;
- Desenvolvimento de aplicações em bio-informática.

O trabalho foi realizado com base na análise desses três métodos em diversos tipos de experimentos e aplicações, possibilitando assim validar a sua utilização em uma maior classe de problemas de análise e classificação de imagens digitais.

1.3 Organização

Esta tese está organizada da seguinte maneira: O Capítulo 2 apresenta os métodos estudados, divididos por seções. A Seção 2.1 apresenta os conceitos necessários para a compreensão da dimensão fractal, as principais técnicas de estimativa da dimensão fractal de imagens digitais, incluindo uma breve descrição de suas limitações. Ainda nesse capítulo são apresentados os conceitos necessários para a compreensão da dimensão fractal multi-escala. Na Seção 2.2 é abordada a Caminhada Determinística do Turista como técnica de análise de imagens, juntamente com a sua definição de atratores e transientes e a dinâmica que os envolve. Na Seção 2.3 são formalmente apresentadas as definições necessárias à compreensão das Redes Complexas, além da descrição de algumas das suas principais propriedades e os modelos de redes existentes. No capítulo 3 é apresentado todo o conjunto de métodos e imagens utilizados durante os experimentos comparativos. No Capítulo 4 são apresentados os resultados obtidos com o desenvolvimento e análise de novos métodos, bem como os resultados de uso combinado dos diferentes métodos de análise de complexidade. No Capítulo 5 o termo complexidade é abordado, juntamente com a sua definição. Neste capítulo também é definido a sua relação com a área de análise e processamento de imagens e os métodos estudados. No Capítulo 6 são

apresentadas algumas aplicações desenvolvidas, sendo o foco principal as aplicações em bioinformática. Por fim, o Capítulo 7 apresenta as conclusões e contribuições obtidas com base nos trabalhos desenvolvidos.

CAPÍTULO

2

Metodologias Abordadas

2.1 Dimensão Fractal

Fractais são objetos teóricos, puramente matemáticos, que inexistem no mundo físico. Eles apresentam três características básicas, que os formam e os definem: auto-semelhança em escala, complexidade infinita e dimensão fractal, sendo esta última a mais importante em aplicações de visão computacional. Apesar disso, é possível encontrar na natureza certos objetos que apresentam auto-semelhança em alguns níveis de escala, como é o caso das folhas de certas espécies de plantas (Figura 2.1).

A dimensão fractal representa o nível de complexidade e de ocupação do espaço euclidiano por um objeto fractal. Trata-se de uma característica importante dos fractais, uma vez que um nível maior de ocupação do espaço implica em uma estrutura fractal mais complexa.

Essa ligação entre nível de ocupação de espaço e complexidade permite a utilização da dimensão fractal como ferramenta para análise de complexidade. Trata-se de um método de análise com aplicações nas mais diversas áreas do conhecimento, em especial, na área de processamento e análise de imagens [53, 36, 92].

A seguir são apresentados alguns conceitos, bem como alguns dos principais métodos de estimativa da dimensão fractal.

Figura 2.1: Exemplos de folhas com características fractais.

2.1.1 Definição

Ao longo dos séculos, as diversas formas observadas na natureza foram retratadas por meio de elementos e conceitos extraídos da geometria Euclidiana. A natureza era considerada apenas uma extensão dessa geometria perfeita, baseada em retas, planos, círculos e outras formas.

Inconscientemente estamos acostumados a representar formas irregulares por meio de objetos mais simples (montanhas se tornam cones, enquanto crateras são representadas por círculos) e a procurar as respostas para os mais diversos eventos da natureza dentro da geometria Euclidiana. Nesse sentido, considerar que um objeto pode possuir um valor não-inteiro para a sua dimensão (por exemplo, 1.5) pode parecer um absurdo.

Essa visão do mundo, baseada exclusivamente na geometria Euclidiana, começou a ser questionada quando matemáticos como Cantor, Von Koch, Peano, Hausdorff e Besicovitch criaram formas que eram incapazes de ser classificadas nos moldes da Geometria Euclidiana. Surgia assim uma nova classe de objetos matemáticos, baseados na repetição de regras simples de construção e cuja complexidade era espantosa. Mais do que isso, esses novos objetos apresentavam auto-semelhança em nível de escala, ou seja, o conjunto total era constituído por pequenas réplicas dele mesmo, independente da escala utilizada para visualizá-lo (Figura 2.2) [81].

A esses novos objetos Mandelbrot denominou fractais, o qual se origina da palavra *fractus*, do latim "fração", "fragmento", "irregular ou fragmentado"[107]. Surgia assim uma nova geometria, dedicada exclusivamente ao estudo e classificação desses objetos, a Geometria Fractal. Uma das características mais importantes dessa nova classe de objetos estava relacionada com a sua dimensão. Diferente dos objetos euclidianos, que apresentam dimensões inteiras, a dimensão dos fractais possui um valor fracionário. Isso por que o valor da sua dimensão indica

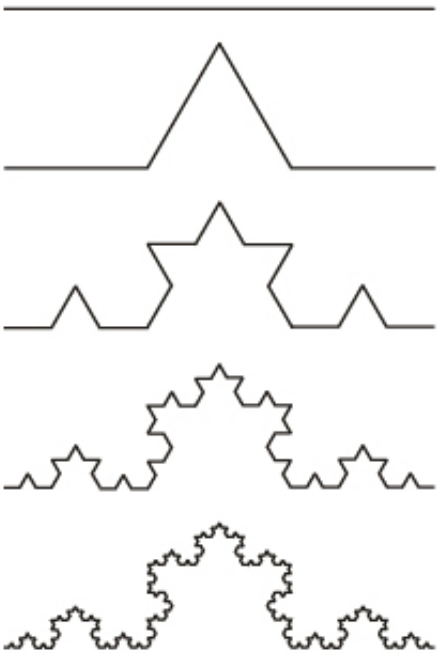


Figura 2.2: Curva de Koch: exemplo de um fractal.

o grau de complexidade / irregularidade do objeto, ou seja, quanto do espaço físico ele ocupa. Em outras palavras, a dimensão de uma curva fractal, ou dimensão fractal, é um número que caracteriza a maneira na qual a medida do comprimento entre dois pontos aumenta à medida que a escala diminui [67, 150].

Para calcular o valor da dimensão fractal, considere duas linhas de comprimentos L e u, onde $L > u$. Ao sobrepor a linha L com a linha u, de modo a cobrir L completamente, encontra-se um valor $N = L/u$, que nada mais é do que uma medida da linha L em função da linha u.

Considere agora um quadrado de lado L. Do mesmo modo como foi feito para a linha, sobrepondo quadrados de lado u sobre L de modo a cobri-lo completamente, obtemos uma medida do quadrado L em função do quadrado u, $N = (L/u)^2$. De uma maneira mais geral, esse processo leva a uma relação do tipo:

$$N = (L/u)^D \tag{2.1}$$

a qual também pode ser reescrita como

$$D = \frac{\ln N}{\ln L/u}, \tag{2.2}$$

onde D é a dimensão fractal ou dimensão de Hausdorff do objeto analisado. Para um objeto uniforme e compacto, como uma linha ou um quadrado, D é um valor inteiro igual à dimensão

topológica. Mas, para um fractal, D é um valor fracionário que representa a complexidade do mesmo [67, 150, 130].

2.1.2 Métodos de Estimativa

A literatura atual apresenta diversos métodos de estimativa da dimensão fractal. Nessa seção são apresentados três dos principais métodos existentes, além de detalhes referentes a sua configuração e utilização apropriadas.

Bouligand-Minkowski

Um dos métodos que produz os resultados mais acurados e consistentes para a dimensão fractal é o Bouligand-Minkowski ou dimensão de Minkowski [150]. Isso se deve a sua grande sensibilidade em detectar as diferentes mudanças estruturais da forma sob análise.

A estimativa da dimensão fractal pelo método de Bouligand-Minkowski se dá por meio do estudo da área de influência ($A(r)$) de um objeto A criada a partir da dilatação desse objeto por um disco de raio r (Figura 2.3). Pequenas alterações na estrutura do objeto refletem alterações na área de influência calculada [150, 130].

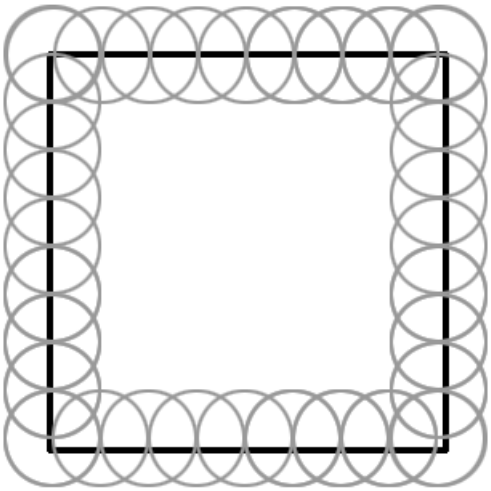


Figura 2.3: Dilatação de uma curva com um disco de raio r.

A área de influência $A(r)$ é definida como o conjunto de pontos em R^2 que se encontram a uma distância de A menor ou igual a r:

$$A(r) = \left\{ x \in R^2 | \exists y \in A : |p - p'| \leq r \right\}. \tag{2.3}$$

Essa área de influência também pode ser definida como:

$$A(r) = \bigcup_{x \in A} B_r(x), \tag{2.4}$$

sendo $B_r(x)$ um disco de raio r.

A dimensão fractal de Minkowski é obtida varrendo-se um disco de raio r continuamente ao longo dos pontos que compõem o objeto na imagem, sendo cada um desses pontos considerado como o centro do disco no momento da dilatação. Os pontos limitados pelo disco e que não constituem o objeto são então contados, sem repetição, fornecendo assim a área dilatada $A(r)$ do objeto [133]. A dimensão fractal pode então ser obtida a partir da relação entre $A(r)$ e r, de modo que:

$$DF_{Minkowski} = 2 - \lim_{r \to 0} \frac{log(A(r))}{log(r)}, \tag{2.5}$$

A partir do gráfico log-log de $A(r)$ (área de influência para um raio r) por r (tamanho do raio de dilatação) obtém-se a aproximação de uma reta de coeficiente angular α, sendo

$$DF_{Minkowski} = 2 - \alpha \tag{2.6}$$

a dimensão fractal do objeto A (Figura 2.4) [67, 150].

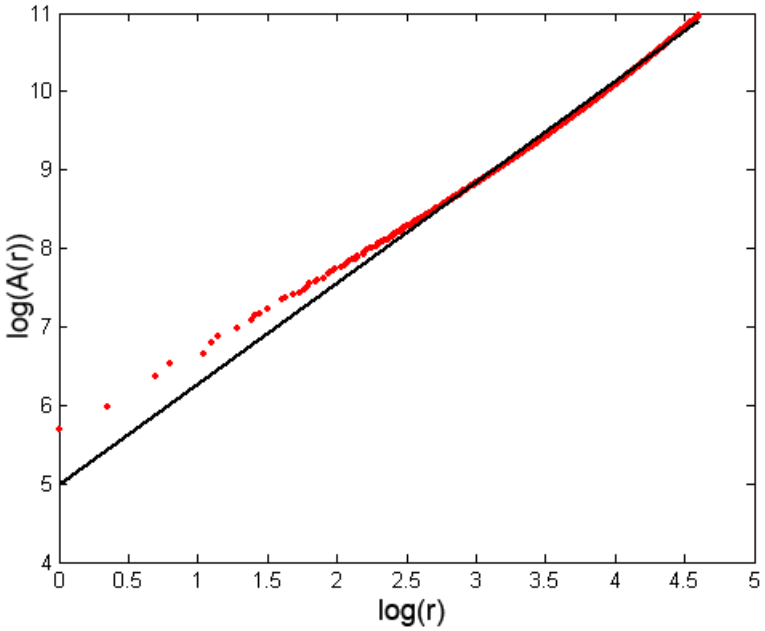


Figura 2.4: Cálculo do coeficiente angular no método de Bouligand-Minkowski.

O cálculo da área de influência de um objeto é uma tarefa de alto custo computacional. Uma maneira de otimizar esse cálculo é utilizando a Transformada Exata da Distância (*TED*) [128], a qual atribui aos pixels de uma imagem binária a distância mínima entre os pixels correspondentes ao objeto sob análise e ao fundo da imagem. Considera-se como função de distância

entre esses pontos no cálculo da TED a Distância Euclidiana, devido a sua propriedade de invariância a rotação (Figura 2.5) [30].

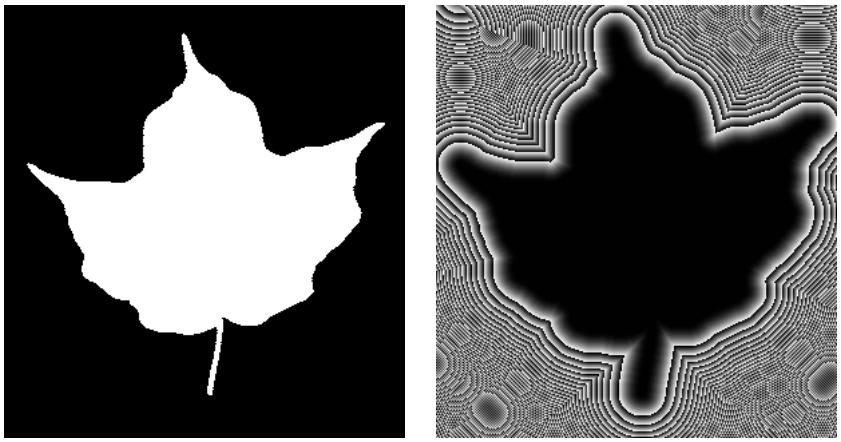


Figura 2.5: Transformada da distância aplicada sobre uma imagem.

Dados dois pontos $p = (x, y)$ e $p' = (x', y')$, a distância euclidiana pode ser definida como:

$$d(p, p') = |p - p'| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}. \tag{2.7}$$

Um problema encontrado no método de Bouligand-Minkowski diz respeito à escolha do raio de dilatação r pois, a medida que r aumenta, o valor estimado para a dimensão fractal diminui, havendo uma clara tendência ao zero. Isso ocorre pois, quanto maior a dilatação exercida sobre um objeto, mais similar a um ponto ele se torna e, conseqüentemente, sua dimensão fractal se aproxima da dimensão fractal de um ponto, ou seja, zero. Portanto, o ideal é utilizar valores pequenos para o raio de dilatação, isto é, valores que não produzam grandes dilatações do objeto em questão (Figura 2.6) [150, 60].

BoxCounting

Um dos métodos mais conhecidos e utilizados para estimar a dimensão fractal de um objeto é o BoxCounting. Isto se deve a características como fácil implementação e simplicidade do cálculo envolvido. Seu cálculo é baseado na sobreposição de uma malha de quadrados sobre uma imagem e na respectiva contagem do número de quadrados necessários para cobrir o objeto contido nessa imagem (Figura 2.7) [45].

A estimativa da dimensão fractal por BoxCounting se baseia na relação entre o tamanho da caixa r usada na malha de quadrados e o número de quadrados que coincidem com o objeto A analisado, $N_A(r)$:

$$DF_{BoxCounting} = -\lim_{r \to 0} \frac{log(N_A(r))}{log(r)}, \tag{2.8}$$

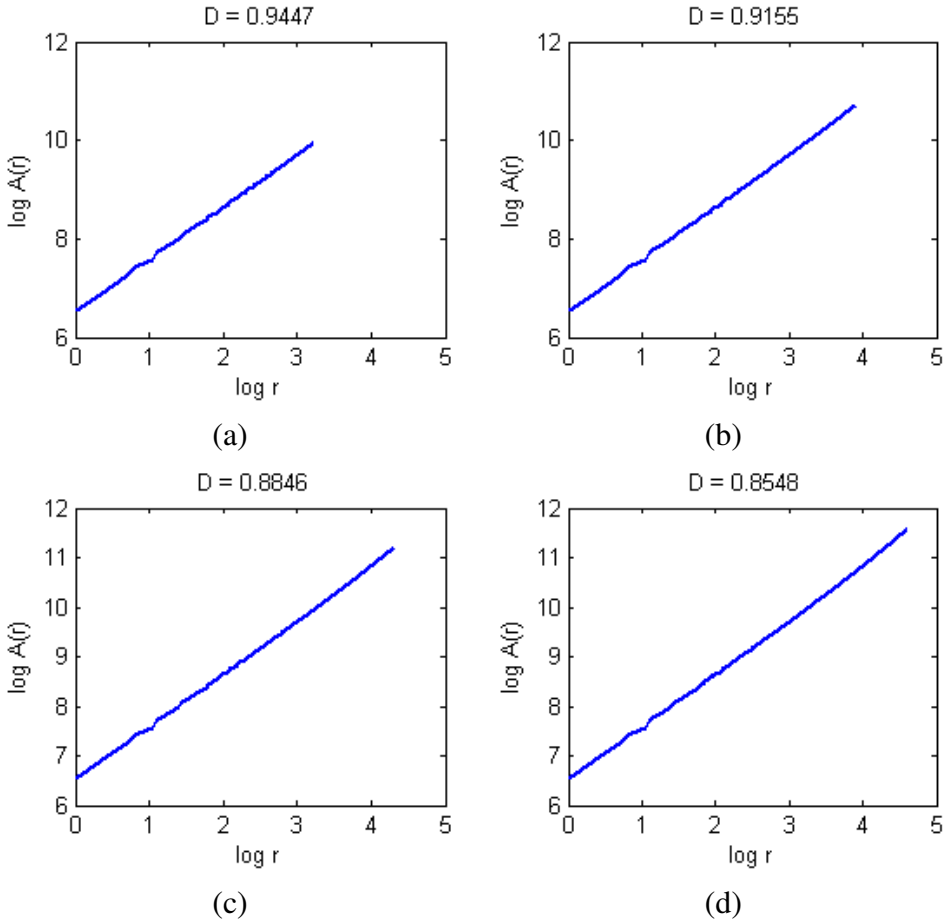


Figura 2.6: Tendência a zero do método de Bouligand-Minkowski a medida que o r aumenta: (a) $r = 25$; (b) $r = 50$; (c) $r = 75$; (d) $r = 100$.

A partir do gráfico log-log de $N_A(r)$ (número de caixas ocupadas) por r (tamanho do lado da caixa utilizada) obtém-se a aproximação de uma reta de coeficiente angular α, sendo

$$DF_{BoxCounting} = -\alpha \tag{2.9}$$

a dimensão fractal do objeto A (Figura 2.8) [67, 150].

Devido a sua simplicidade, o método de BoxCounting permite diversos tipos de refinamentos em sua técnica [101]. Um deles se refere ao posicionamento da malha de quadrados sobre a imagem. Dependendo de como essa malha é posicionada sobre a imagem, o número de quadrados que interceptam o objeto pode variar, produzindo assim resultados diferentes para a dimensão fractal de um mesmo objeto. Existe ainda a possibilidade de posicionar os quadrados de forma independente, minimizando ao máximo a contagem de caixas (Figura 2.9) [101].

Um problema encontrado no método de BoxCounting diz respeito à escolha do conjunto B de valores que r pode assumir a cada iteração do método. Isso porque o valor de r influencia diretamente o número de caixas contadas $N_A(r)$ e, conseqüentemente, o resultado final do método. Esse tipo de variação pode ser minimizado considerando-se uma regra para o cálculo

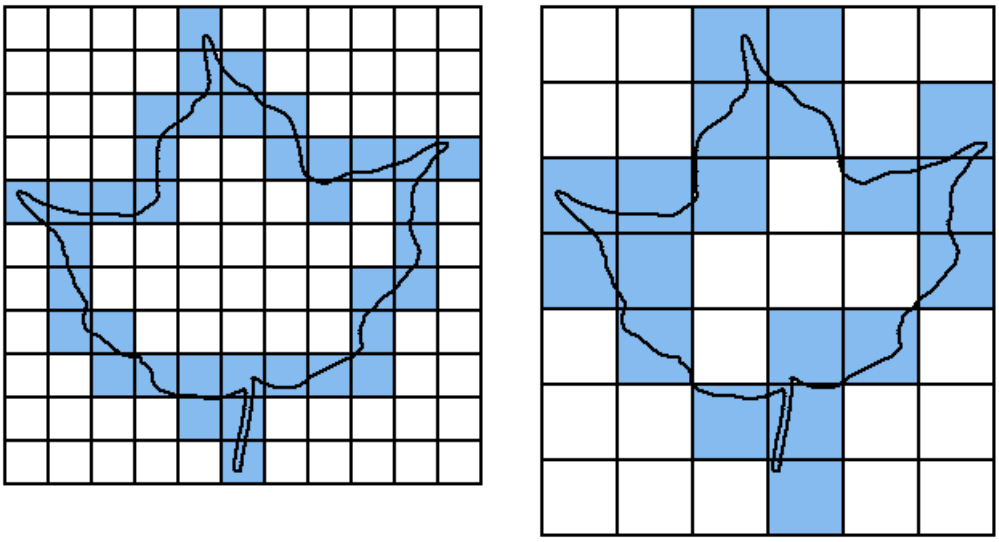


Figura 2.7: Divisão de uma imagem pelo método de BoxCounting para diferente tamanhos de caixas.

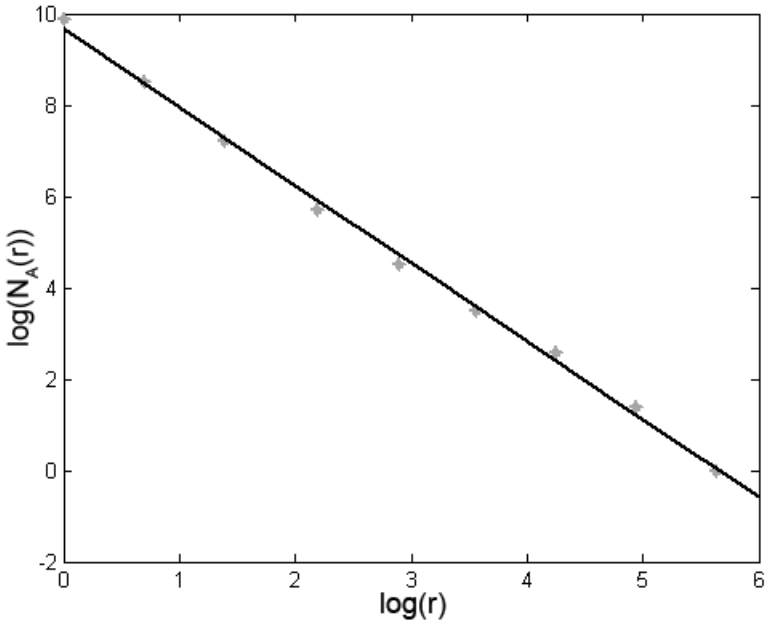
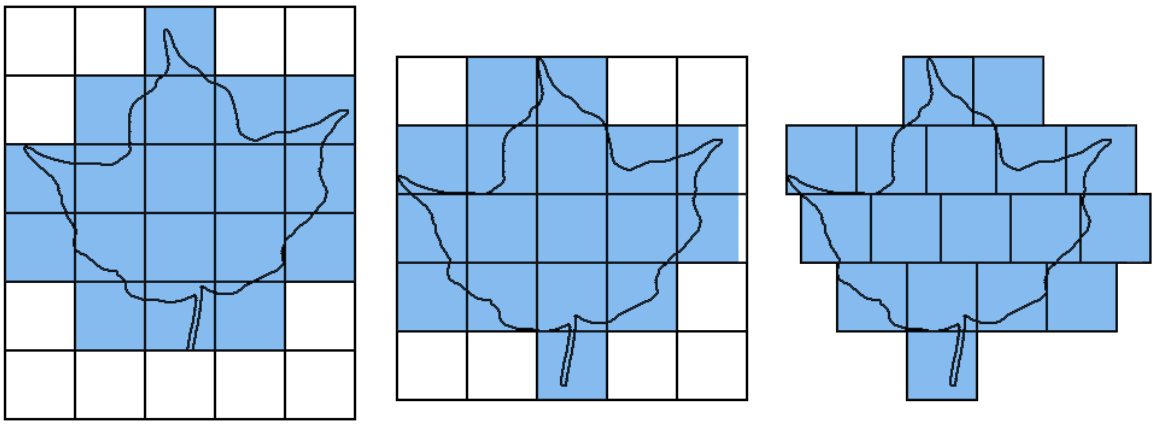


Figura 2.8: Cálculo do coeficiente angular no método de BoxCounting.

desse conjunto de valores que r deve assumir. Diversos autores consideram uma boa estratégia iniciar o método com um quadrado suficientemente grande (baseado nas dimensões da imagem), de modo que este englobe toda a imagem e, a cada iteração, diminuir o tamanho da caixa pela metade, até atingir um quadrado de tamanho unitário:

$$\forall r_i \in B \begin{cases} r_0, \ \max(altura, largura), \\ r_{i+1}, r_i/2. \end{cases} \tag{2.10}$$



(a) (b) (c)

Figura 2.9: Diferentes maneiras de sobrepor as caixas sobre uma imagem: (a) sobreposição da malha de quadrados; (b) sobreposição alinhada da malha de quadrados; (c) caixas ajustadas de forma independente.

Massa-Raio

O método de Massa-Raio se baseia no estudo da distribuição dos pontos da forma dentro de uma vizinhança r. Para tanto, círculos de raio r são sobrepostos sobre a forma em questão, de modo a estimar a quantidade de pontos da forma presentes no interior do circulo. Conforme o raio r do circulo utilizado aumenta, o número de pontos contidos no interior do circulo, ou seja, a massa da forma, $A(r)$, também aumenta [70, 39, 67, 99].

Um característica importante desse método diz respeito a quantidade de círculos utilizados na amostragem da complexidade da forma, já que é possível trabalhar com um ou mais círculos. Ao se trabalhar com apenas um circulo, é aconselhável escolher o centro do círculo como sendo o ponto de centro de massa da forma analisada, o que garante um crescimento uniforme do circulo sobre a forma. Já no caso de se utilizar vários círculos, um mecanismo de sorteio pode ser utilizado para se escolher os diferentes centros dos círculos, além é claro de se considerar a massa média calculada pelos vários círculos.

Assim, temos que cada círculo tem seu centro associado a um especifico ponto $s_i \in S$, $u = 1, 2, \ldots, N$, da forma. A quantidade de pontos interceptados por um círculo i de raio r, $A_i(r)$, é definido como:

$$A_i(r) = |\{s_i \in S | \exists s \in S : |s - s_i| \leq r\}| \,, \tag{2.11}$$

onde s é um ponto da forma S localizado a uma distância menor ou igual a r de s_i. Para N esferas, a massa ocupada $A(r)$ é definida como

$$A(r) = \frac{1}{N} \sum_{i=1:N} A_i(r). \tag{2.12}$$

A partir da massa média $A(r)$, a dimensão fractal é estimada como

$$DF_{Massa-raio} = \lim_{r \to 0} \frac{\log A(r)}{\log r}. \tag{2.13}$$

O valor da dimensão fractal pode ser facilmente obtido aplicando uma regressão linear sobre a curva $\log r \times \log A(r)$. Tem-se que a reta resultante da regressão apresenta coeficiente angular α, sendo

$$DF_{Massa-raio} = \alpha \tag{2.14}$$

a dimensão fractal do objeto.

2.1.3 Dimensão Fractal Multi-escala

Tradicionalmente, a complexidade de um objeto é estimada por meio da dimensão fractal. Considerando o método de Bouligand-Minkowski, esse valor é obtido a partir do coeficiente angular α da reta que aproxima o gráfico $\log r \times \log A(r)$. Eventualmente, um simples valor não-inteiro pode não ser suficiente para representar toda a complexidade presente em uma forma. Isso por que, a curva log-log produzida pelo método de Bouligand-Minkowski apresenta uma enorme riqueza de detalhes provenientes das interações entre as dilatações produzidas por diferentes pontos e particularidades da forma [60, 150]. Além disso, objetos não-fractais apresentam um tamanho finito, o que implica que suas dimensões tendem a zero quando a escala de visualização aumenta.

Com o intuito de resolver essa deficiência na caracterização de objetos por meio da complexidade, a dimensão fractal Multi-escala foi desenvolvida. Diferente da dimensão fractal, a qual utiliza uma interpolação linear para estimar o coeficiente angular da curva log-log, esse método explora o limite infinitesimal da interpolação linear por meio da derivada. Desse modo, é possível obter uma função que relaciona as variações na complexidade do objeto com as variações na sua escala de visualização. Essa abordagem permite representar um objeto em toda a sua essência, produzindo assim uma caracterização mais eficaz do objeto [60, 78, 150, 53]. Na Figura 2.10 podemos ver um exemplo da curva de Dimensão Fractal Multi-escala obtida para a folha da Figura 2.5.

A obtenção da curva de Dimensão Fractal Multi-escala envolve o cálculo da derivada da curva $\log r \times \log A(r)$. Esse cálculo pode ser facilmente realizado utilizando-se a propriedade derivativa da transformada de Fourier. Essa propriedade permite que se obtenha a derivada de uma função qualquer a partir da análise de seus espectro de freqüências. Considerando $u(t)$ como a curva log-log obtida pelo método de Bouligand-Minkowski, a Dimensão Fractal Multi-escala $D(t)$ é definida como

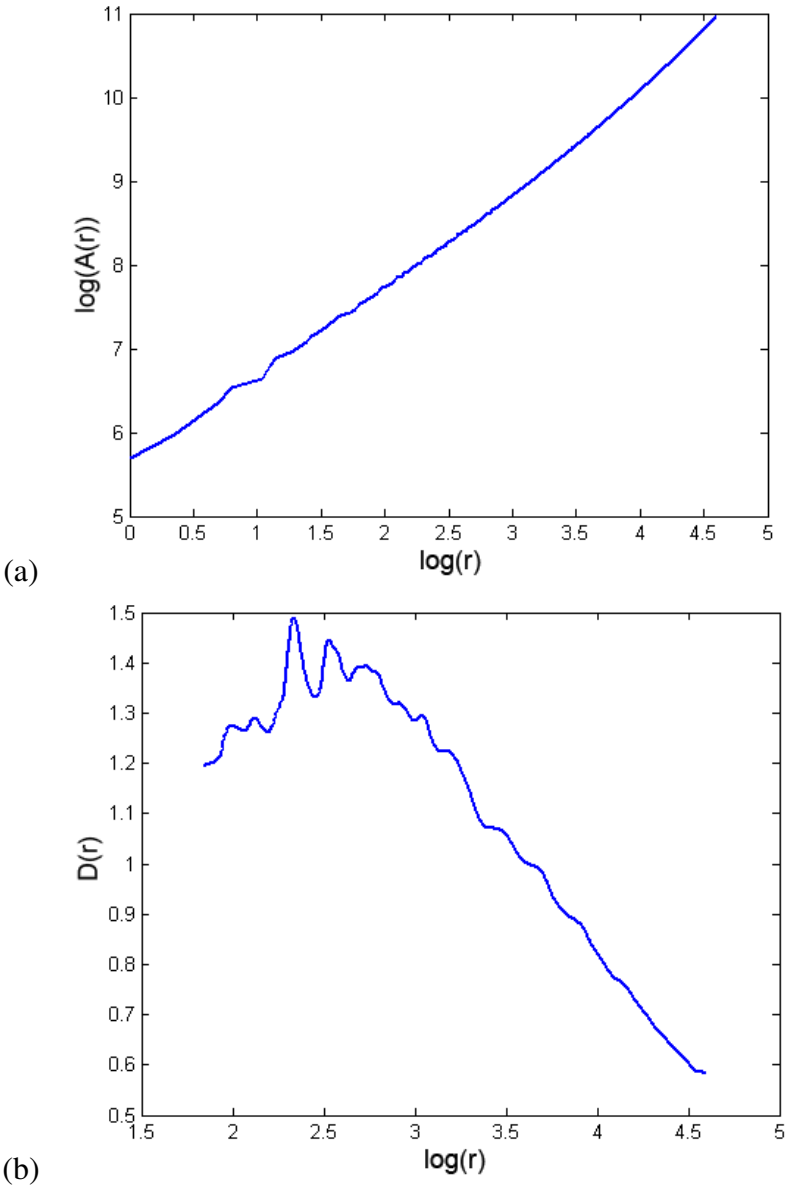


Figura 2.10: (a) Curva log-log gerada pelo método de Bouligand-Minkowski; (b) Dimensão Fractal Multi-escala.

$$D(t) = 2 - \frac{du(t)}{dt}. \tag{2.15}$$

Um problema encontrado com essa abordagem por Fourier para o cálculo da derivada é a sua tendência a enfatizar informações presentes na região de alto freqüência do sinal analisado, neste caso, $u(t)$. Essas informações constituem-se, na maioria dos casos, de ruídos ou outros tipos de interferências indesejáveis. Além disso, existe ainda o problema de se aplicar a transformada de Fourier sobre um sinal descontínuo nas extremidades [28]. A seguir são detalhados os procedimentos necessários para contornar esses problemas, evitando assim grandes distorções na curva derivada obtida.

Transformada Espaço-Escala

Um dos métodos mais populares de análise de sinais Multi-escala é a abordagem espaço-escala. Essa abordagem está associada à idéia de que características importantes de um sinal estão, geralmente, relacionadas a seus pontos de máximo ou mínimo local, isto é, correspondem aos seus cruzamentos por zero (*zero-crossings*) da segunda derivada do sinal [48, 111, 115].

Um fato importante a ser considerado é a tendência que métodos de diferenciação possuem de enfatizar ruídos existentes nas altas freqüências de um sinal, algo que pode ser facilmente compensado com a aplicação de filtros de suavização, como o passa-baixa. Desse modo, é possível encontrar o sinal desejado através da convolução da derivada do sinal $u(t)$, representada por $u^{(1)}(t)$, com uma Gaussiana de desvio padrão $\sigma > 0$, $g(t, \sigma)$, aplicando a propriedade da convolução [48, 28]:

$$U(t, \sigma) = u(t) * g(t, \sigma) \tag{2.16}$$

onde

$$g(t, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp^{\frac{-t^2}{2\sigma^2}}, \tag{2.17}$$

é a função Gaussiana com desvio padrão σ. Utilizando as propriedades da convolução [48, 28], é possível calcular a derivada de um sinal a partir da derivada da funcão Gaussiana:

$$U^{(1)}(t, \sigma) = u^{(1)}(t) * g(t, \sigma) = (u(t) * g(t, \sigma))^{(1)} = u(t) * g^{(1)}(t, \sigma), \tag{2.18}$$

onde $^{(1)}$ indica a primeira derivada daquela função.

Diferenciação Multi-escala baseada em Fourier

A transformada de Fourier é uma ferramenta das mais importantes em aplicações de processamento de sinais e imagens. Ela permite que se analise o comportamento de um sinal a partir de seus espectro de freqüências, permitindo assim selecionar e analisar características presentes em diferentes regiões do espectro de maneira independente. Entre suas diversas propriedades, encontra-se a propriedade derivativa da transformada de Fourier, que permite calcular a derivada de um sinal a partir do seu espectro de freqüências.

O cálculo da derivada de um sinal $u(t)$ utilizando a propriedade derivativa da transformada de Fourier pode ser resumido pela seguinte equação [48, 28]:

$$\frac{du(t)}{dt} = F^{-1}\left\{F\left\{u(t)\right\}(j2\pi f)\right\} \tag{2.19}$$

onde F e F^{-1} são, respectivamente, a transformada de Fourier e sua inversa, f é a freqüência e j é o número imaginário. Adicionando a transformada espaço-escala a equação, temos:

$$\frac{du(t)}{dt} = F^{-1}\left\{F\left\{u(t)\right\} F\left\{g(t, \sigma)\right\}(j2\pi f)\right\}, \tag{2.20}$$

onde

$$F\left\{u(t)\right\} F\left\{g(t,\sigma)\right\} = u(t) * g(t,\sigma), \tag{2.21}$$

é obtido pela propriedade da convolução da transformada de Fourier.

De modo a obter bons resultados, alguns aspectos importantes devem ser considerados a respeito do sinal analisado. Primeiramente deve se garantir uma boa amostragem e um espaçamento uniforme do sinal analisado. Isto é obtido quando se desconsidera os pontos iniciais do sinal, uma vez que possuem amostragem muito baixa (Figura 2.11), seguida de uma interpolação para preencher espaços entre cada dois raio exatos, colocando entre esses raios uma média deles.

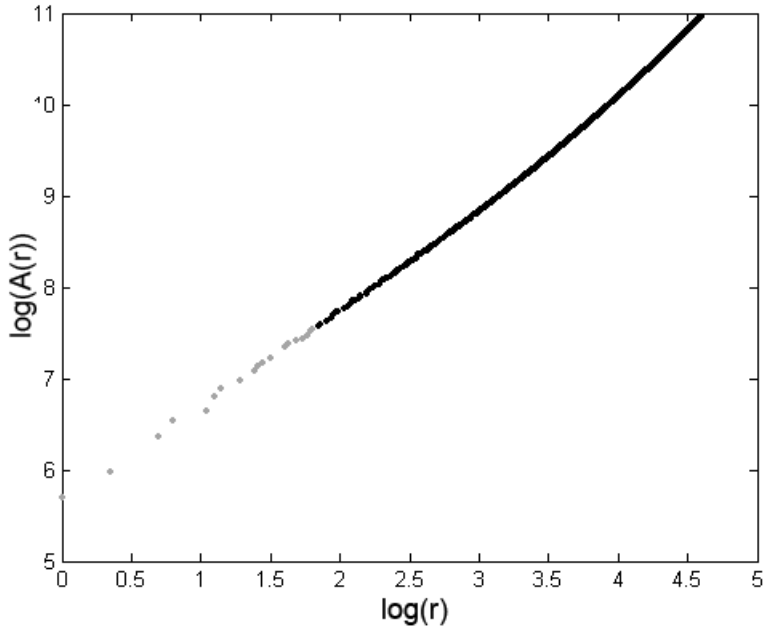


Figura 2.11: Região de baixa amostragem onde os pontos serão desconsiderados.

Um problema existente na derivação por Fourier, é a descontinuidade do método nas extremidades do sinal (Figura 2.12). Esse fenômeno é conhecido na literatura como fenômeno de Gibbs [28]. Ele se deve ao fato da transformada de Fourier não convergir de modo uniforme nas descontinuidades.

A solução para esse problema consiste de utilizar um esquema de replicação e reflexão do sinal, de modo a fazê-lo contínuo para a transformada discreta de Fourier (Figura 2.13). Esse esquema garante a continuidade do sinal no intervalo desejado, $[2N-1, 3N]$.

2.1.4 Lacunaridade

Diferente da dimensão fractal, que mede o **quão** preenchido está o espaço euclidiano, a lacunaridade é uma medida que quantifica **como** esse espaço está preenchido [121, 2]. Ela se baseia no grau de invariância a translação que um fractal apresenta, caracterizando a maneira

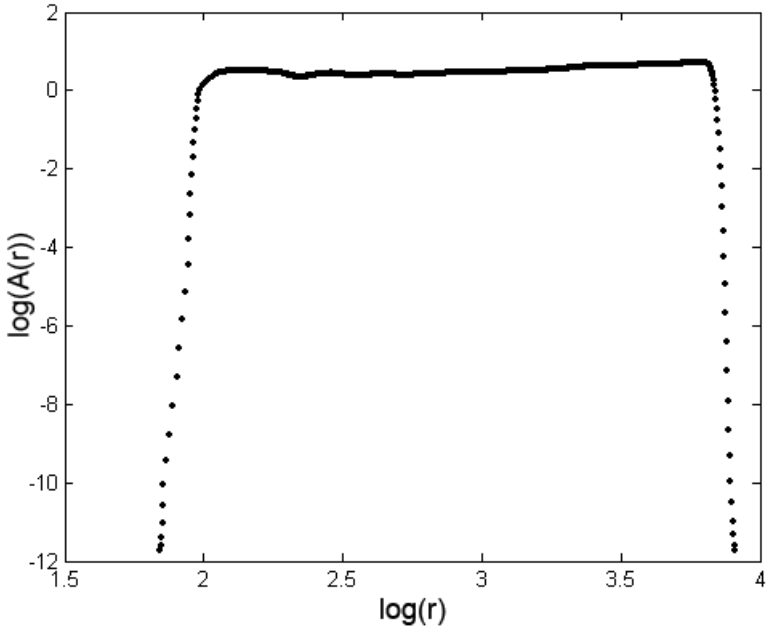


Figura 2.12: Fenômeno de Gibbs apresentado nas descontinuidades.

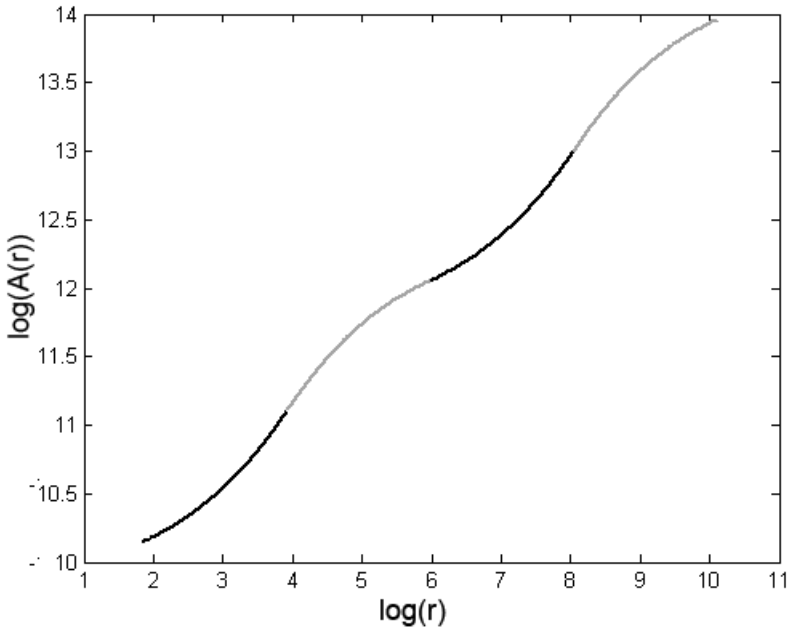


Figura 2.13: Esquema de Replicação e Reflexão para tornar o sinal contínuo.

como os pixels estão distribuídos e organizados em uma determinada região da imagem. Ela pode ser compreendida ainda como um complemento da dimensão fractal pois, objetos com a mesma dimensão fractal podem apresentar diferentes valores para a lacunaridade [121].

A lacunaridade de uma imagem é estimada através da medida da distribuição espacial dos buracos ou "gaps"existentes nessa imagem. Ela permite quantificar a homogeneidade de uma imagem ou de parte dela, de modo a torná-la comparável com outras imagens [121, 2].

Dentre os métodos existentes na literatura, o mais popular para se estimar a lacunaridade de uma imagem é o Gliding-box. Este método se baseia nos momentos de probabilidade de

primeira e segunda ordem da imagem a fim de estimar a sua lacunaridade [121]. Similar ao BoxCounting, esse método computa a lacunaridade deslizando uma caixa de dimensões $r \times r$ e contando o número de pontos da imagem dentro dessa caixa.

Esse processo é repetido para todas as linhas e colunas da imagem, e uma distribuição de freqüência da massa da imagem é calculada. O número de caixas de lado r contendo uma massa S da imagem é designado por $n(S, r)$ enquanto o total de caixas contadas é designado por $N(r)$. Essa distribuição de freqüência é então convertida para uma distribuição de probabilidade $Q(S, r)$, onde

$$N(r) = \sum_S n(S, r) \tag{2.22}$$

$$Q(S, r) = n(S, r)/N(r) \tag{2.23}$$

O primeiro e o segundo momentos dessa distribuição são determinados como:

$$Z^{(1)} = \sum SQ(S, r) \tag{2.24}$$

$$Z^{(2)} = \sum S^2 Q(S, r) \tag{2.25}$$

Assim, a lacunaridade para uma caixa de tamanho r é definida como:

$$\Lambda(r) = Z^{(2)}/(Z^{(1)})^2. \tag{2.26}$$

Outras características relativas a lacunaridade podem ser obtidas alterando o tamanho da caixa utilizada pelo Gliding-box [121].

2.1.5 Dimensão fractal aplicada a análise de texturas

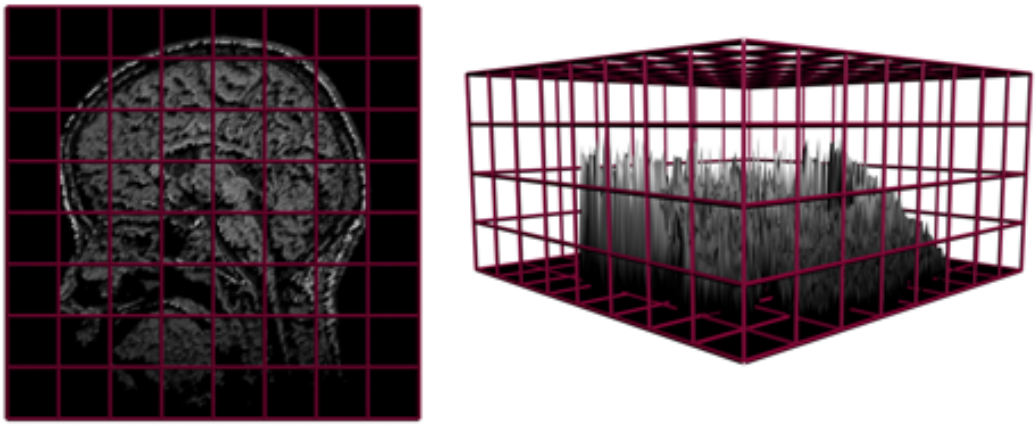
Texturas são caracterizadas pela repetição, exata ou com pequenas variações, de um modelo sobre uma região. Trata-se de uma característica diretamente relacionada com as propriedades físicas da superfície de um objeto [59].

Por meio de sua análise é possível distinguir regiões que apresentem as mesmas características de refletância e, portanto as mesmas cores em determinada combinação de bandas. Apesar de seu amplo uso e importância como descritor regional em processos de reconhecimento, descrição e classificação de imagens, a textura é um termo intuitivo, carecendo de uma definição mais precisa ou formal [59, 60].

Quando aplicada a texturas, a dimensão fractal atua como uma medida da complexidade da organização dos pixels que constituem essa textura. Esse nível de complexidade, por sua vez, está diretamente relacionado ao seu aspecto visual, bem como a homogeneidade da textura. Deste modo, é possível quantificar a textura analisada em termos de homogeneidade, de maneira a tornar possível a sua comparação com outras texturas [41, 3].

Uma das maneiras mais simples de se estimar a dimensão fractal de um objeto é utilizando o método de BoxCounting (Seção 2.1.2) [45]. No entanto, para a utilização do BoxCounting em imagens em tons de cinza, como é o caso das texturas, considera-se a intensidade do pixel como a altura daquele ponto da imagem. Desse modo, substitui-se a contagem de quadrados do método (Figura 2.14a) por uma contagem de cubos de aresta r (Figura 2.14b). Essa alteração produz um novo $N_A(r)$, onde $N_A(r)$ é agora o número de cubos que interceptam a imagem A, sem que isso altere a relação que conduz a estimativa do valor de DF, definida anteriormente [8]:

$$DF_{BoxCounting} = -\lim_{r \to 0} \frac{log(N_A(r))}{log(r)}, \tag{2.27}$$



(a) (b)

Figura 2.14: Dimensão fractal de BoxCounting aplicada em imagens tons de cinza.

2.2 Caminhada Determinística do Turista

A Caminhada Determinística do Turista foi introduzida em [103] para estudar modelos de caminhadas determinística. Ela pode ser interpretada como um turista que deseja visitar N cidades aleatoriamente distribuídas em um mapa. O Turista inicia seu percurso em uma pré-determinada cidade desse mapa e se movimenta de acordo com a seguinte regra determinística: *vá para a cidade mais próxima, que não tenha sido visitada nos últimos μ passos de tempo* [103, 142, 96, 146, 147]. Essa regra de movimentação, baseada inteiramente na análise da vizinhança e em uma memória de curta duração, apesar de simples, é capaz de criar caminhadas parcialmente auto-repulsivas de grande complexidade. Em imagens, essa caminhada é adaptada de modo a considerar cada pixel como uma cidade como um máximo de 8 vizinhos (pixels adjacentes).

A seguir são apresentados alguns conceitos e detalhes envolvidos no cálculo da Caminhada Determinística do Turista.

2.2.1 Definição

Considera-se inicialmente uma imagem bi-dimensional de L_x por L_y pixels de cada lado. O número total de pixels é $N = L_x \times L_y$. Cada pixel tem uma tonalidade de cinza que é representada por um número inteiro no intervalo de 0 a 255. Para cada pixel que não se encontra nas bordas da imagem, considera-se uma vizinhança de análise constituída pelos seus oito vizinhos mais próximos. A "distância"entre dois pixels é definida como o módulo da diferença entre as tonalidades [34, 14].

Considere agora um viajante que se movimenta para um dos oito possíveis pixels adjacentes, seguindo a regra de ir para o pixel mais próximo (cuja tonalidade de cinza difere de menor valor, gradiente, da posição atual) e que não tenha sido visitado nos últimos $\mu(\mu \in [1, N])$ passos precedentes. Esta dinâmica produz caminhadas que são denominadas de Caminhada Determinística do Turista [33, 96, 142].

As trajetórias destas caminhadas possuem duas partes. Cada trajetória tem a parte inicial, de t passos, que é chamada de transiente e a parte final, onde o viajante fica preso em ciclos de período $p \geq \mu + 1$, as quais são chamadas atratores (Figura 2.15). Em uma imagem, estes atratores são formados por um conjunto de pixels, de modo que a intensidade desses pixels produz um caminho de onde o viajante é incapaz de escapar. Apesar disso, existem casos em que, dependendo da disposição dos pixels na imagem e do valor de μ utilizado, o viajante não é capaz de encontrar um atrator, sendo a trajetória portanto composta apenas pela parte transiente.

Uma situação freqüentemente encontrada em imagens é quando existem várias distâncias mínimas iguais. Neste caso de empate, resolve-se o conflito selecionando-se o primeiro pixel vizinho, entre as direções empatadas, quando os vizinhos são visitados no sentido horário, de

76	64	164	210
229	178	89	164
184	92	38	187
211	45	150	32
249	203	42	200
231	61	45	235
42	14	189	231

Figura 2.15: Exemplo de uma caminhada do turista sobre uma imagem utilizando $\mu = 1$ (transiente em preto, atrator em cinza).

acordo com o esquema apresentado na Figura 2.16. Apesar desse esquema preservar a natureza determinística do algoritmo, este tipo de abordagem não é invariante a rotação.

8	1	2
7	i	3
6	5	4

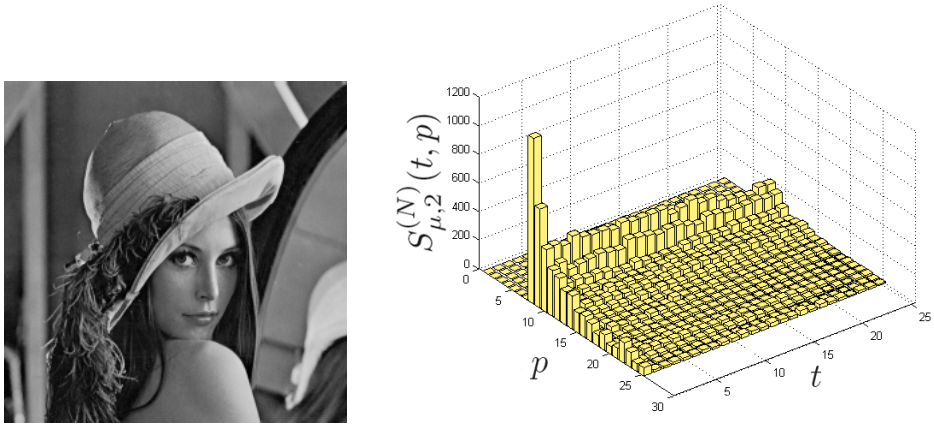
Figura 2.16: Ordem de visitação dos vizinhos para um turista localizado no pixel i.

Para cada condição inicial, a Caminhada Determinística do Turista produz uma trajetória diferente. Considerando então todos os pixels de uma imagem como condições iniciais obtem-se a distribuição conjunta de t e p, $S^{(N)}_{\mu,2}(t,p)$, para estas trajetórias (Figura 2.17). Do estudo destas distribuições conjuntas através de técnicas estatísticas obtêm-se assinaturas para a textura da imagem [34, 14, 33].

2.2.2 Detecção de atratores

Um dos principais desafios no estudo numérico da caminhada determinística é como detectar a presença de atratores. Um atrator é um ciclo de período p existente no final da trajetória traçada pelo turista. Trata-se de um trecho da caminhada, o qual se inicia e termina sempre no mesmo pixel, e do qual o turista é incapaz de escapar [33, 147, 103].

Partindo do fato do atrator ser um trecho da caminhada que se inicia e termina em um mesmo pixel e, que a caminhada é guiada pela menor "distância"da vizinhança, pode-se ingenuamente considerar que, uma vez visitado um determinado pixel, uma nova visita a ele configura a presença de um atrator na caminhada. No entanto, essa é uma maneira bastante simplista para a detecção de atratores. De fato, um dado pixel pode ser novamente visitado sem que ele determine o final de um ciclo. Isso por que o turista possui uma memória que indica quais os



(a) (b)

Figura 2.17: (a) Imagem original; (b) Distribuição conjunta dos atratores e transientes em uma imagem para $\mu = 5$.

pixels que foram visitados nos últimos μ passos e que estão proibidos de serem visitados no presente momento, o que não impede que pixels fora desta memória recebam uma nova visita do turista.

A janela de exclusão definida pela memória permite que determinados pontos da caminhada sejam repetidos sem que isso configure a presença de um atrator. Isso não apenas permite a construção de caminhadas mais sofisticadas pelo turista, mas também aumenta consideravelmente a dificuldade de se caracterizar um atrator durante a caminhada, exigindo assim metodologias mais sofisticadas para realizar a detecção dos mesmos (Figura 2.18).

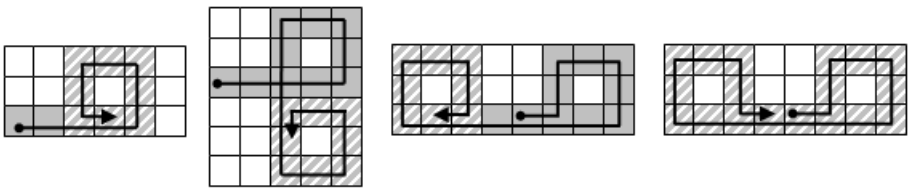


Figura 2.18: Exemplos de caminhadas do turista. A parte cinza representa o transiente enquanto a parte listrada representa o atrator.

Uma nova abordagem se faz necessária para resolver o problema da detecção de atratores durante a caminhada do turista. Como agora é possível repetir trechos da caminhada, sem que estes caracterizem a formação de um atrator, é necessário comparar diferentes trechos dessa caminhada de modo a identificar a repetição de trechos iguais, o que caracteriza a presença de um atrator nessa caminhada. Essa comparação é realizada armazenando-se, a cada passo do turista, o pixel da imagem visitado em uma lista L. Esta lista funciona como um histórico da caminhada realizada até o presente momento, e permite verificar a existência de seções repetidas e, como conseqüência, a presença de um atrator na caminhada (Figura 2.19).

No entanto, a comparação de trechos dessa lista L é uma tarefa de alto custo computacional. Isso porque, a cada novo passo da caminhada, é necessário verificar se existe uma seqüência de

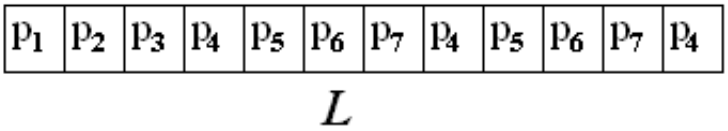


Figura 2.19: Lista L utilizada para guardar a caminhada.

pixels $p \geq \mu + 1$ que se repete ao longo da lista L. Uma alternativa para essa busca é verificar se o pixel onde atualmente se encontra o turista já foi visitado pelo menos três vezes. Esse número de visitações mínimas é necessário para que um ciclo possa ser determinado. Sendo um atrator definido como um trecho que se repete durante a caminhada, o qual começa e termina em um mesmo ponto, são necessárias três repetições de seu pixel inicial (y, x) para que se possa delimitar duas repetições de um atrator na caminhada (Figura 2.20). Dessa maneira, substitui-se a busca por trechos repetidos na lista L pela contagem do número de repetições de um pixel nessa lista, o que torna a operação de detecção de atratores mais simples e rápida.

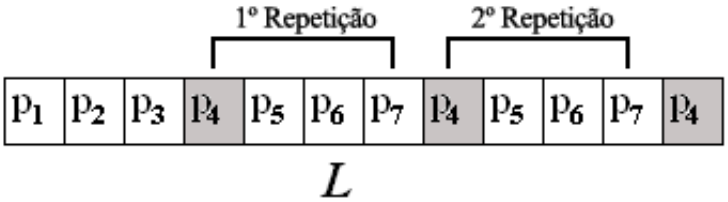


Figura 2.20: Comparação de trechos da lista L para detecção de atratores. Um pixel (marcado em cinza) repetido pelo menos três vezes nessa lista configura a existência de repetições de trechos da lista, ou seja, um possível atrator.

Visando minimizar o custo computacional exigido para verificar a existência de um atrator, utiliza-se uma lista auxiliar associada a cada pixel da imagem, a qual é responsável por armazenar as posições em que o pixel (y, x) aparece na lista L (Figura 2.21). Isso permite uma verificação mais rápida sobre a existência de pixels repetidos durante a caminhada, bem como do seu número de repetições na lista L, o que diminui a complexidade computacional da busca por certo pixel na lista. Desse modo, a busca por um atrator se restringe a comparar apenas dois trechos da lista L.

Essa estratégia de busca tem se mostrado eficiente na identificação dos mais diversos tipos de atratores, além de exigir um custo computacional menor quando comparado com uma busca por força bruta dos atratores.

2.2.3 Dinâmica de Atratores e transientes

De modo a estudar o comportamento do turista durante a sua caminhada, um experimento foi realizado. Este experimento consiste em analisar os atratores gerados, para diferentes memórias μ, quando o turista caminha sobre uma imagem aleatória gerada de dimensões 100×100 pixels e 256 níveis de cinza (Figura 2.22).

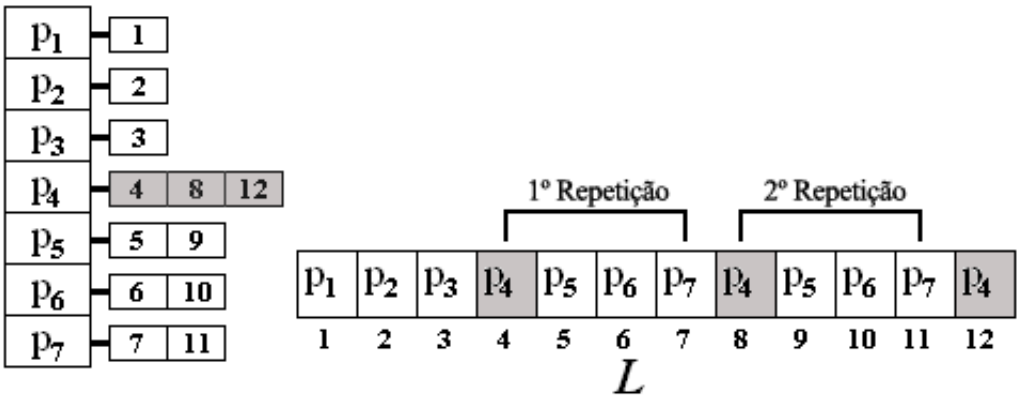


Figura 2.21: Lista auxiliar associada a cada ponto da caminhada contida na lista L. Sua utilização facilita a detecção de atratores durante a caminhada.

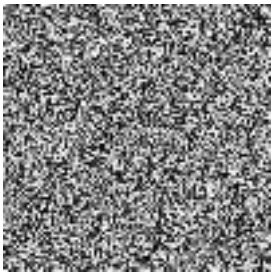


Figura 2.22: Exemplo de mapa aleatório usado na caminhada determinística do turista.

Percebe-se, ao longo desse experimento, que o tamanho da memória exerce grande influência sobre a distribuição dos atratores e transientes na imagem. Ao se utilizar valores baixos para a memória μ, ocorre o surgimento de um maior número de atratores na imagem. No entanto, os atratores formados por essas configurações de memória caracterizam-se por um comportamento mais simples, havendo poucas repetições de trechos da caminhada. Vale lembrar que essa simplicidade dos atratores também está diretamente relacionada com o meio onde o turista está inserido. A medida que se aumenta o valor de μ, ocorre uma diminuição do número de atratores formados, ou seja, um maior número de caminhadas tende a convergir para um mesmo atrator na imagem. Isso acontece principalmente porque o aumento do tamanho da memória obriga o turista a procurar por atratores maiores, isto é, proporcionais ao novo valor de μ utilizado. Diferente dos atratores alcançados anteriormente, esses novos atratores existem em menor quantidade na imagem e apresentarem um aspecto mais complexo como, por exemplo, a repetição de trechos da caminhada (Figura 2.23).

De modo geral, um turista não necessita caminhar muito para encontrar um atrator. Isso é comprovado pelo alto número de atratores formados para transientes de tamanho igual a zero (Figura 2.24). No entanto, a medida que se aumenta o valor de μ, o turista é obrigado a caminhar trechos mais longos para encontrar um atrator.

Diferente dos atratores formados, nenhum transiente é igual ao outro. Isso ocorre pois cada turista possui um ponto de partida diferente na imagem. Isso garante que todos os transientes

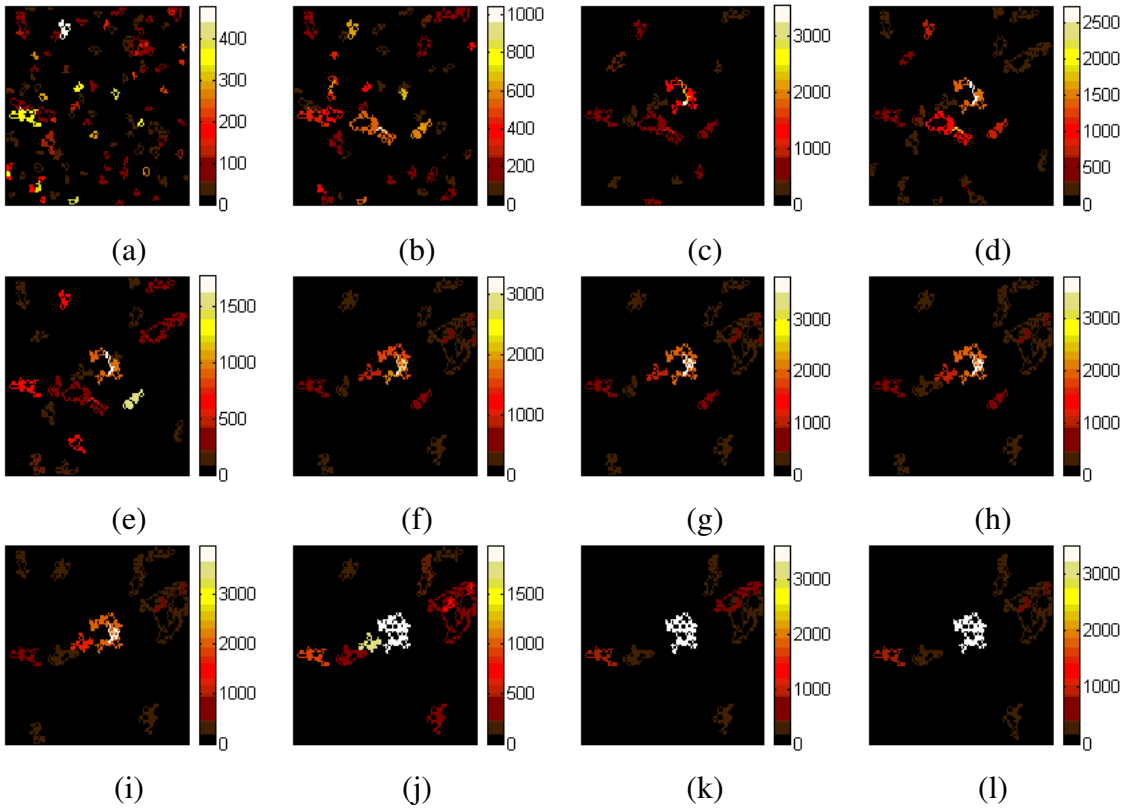


Figura 2.23: Atratores formados para diferentes memórias: (a) $\mu = 5$; (b) $\mu = 10$; (c) $\mu = 15$; (d) $\mu = 20$; (e) $\mu = 25$; (f) $\mu = 30$; (g) $\mu = 35$; (h) $\mu = 40$; (i) $\mu = 45$; (j) $\mu = 50$; (k) $\mu = 55$; (l) $\mu = 60$.

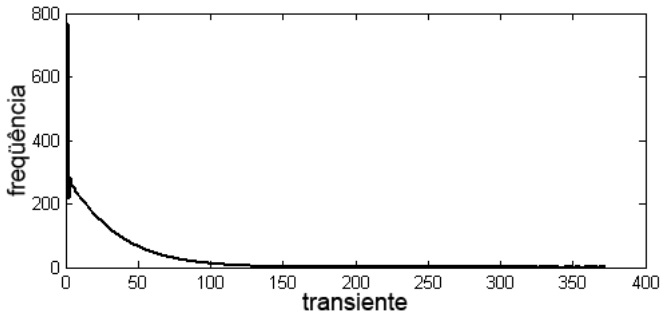


Figura 2.24: Histograma do tamanho dos transientes, para $\mu = 4$.

sejam diferentes entre si em pelo menos uma posição da caminhada (a sua posição de início). No entanto, nota-se que, a medida que o valor de μ aumenta, certos trechos de caminhadas na imagem passam a ser utilizados por um número maior de turistas. Isso significa que cada vez mais transientes apresentam trechos em comuns, ou seja, percebe-se o surgimento de "rotas"ou "trajetos"para as caminhadas dos turistas (Figura 2.25).

Conforme mencionado anteriormente, o aumento da memória reflete na formação de atratores maiores. A medida que a memória aumenta, o turista é obrigado a caminhar mais para encontrar um atrator. No entanto, essas longas caminhadas, associadas a um valor alto para a memória μ, podem induzir o turista a se fechar em uma região onde todos os seus vizinhos já

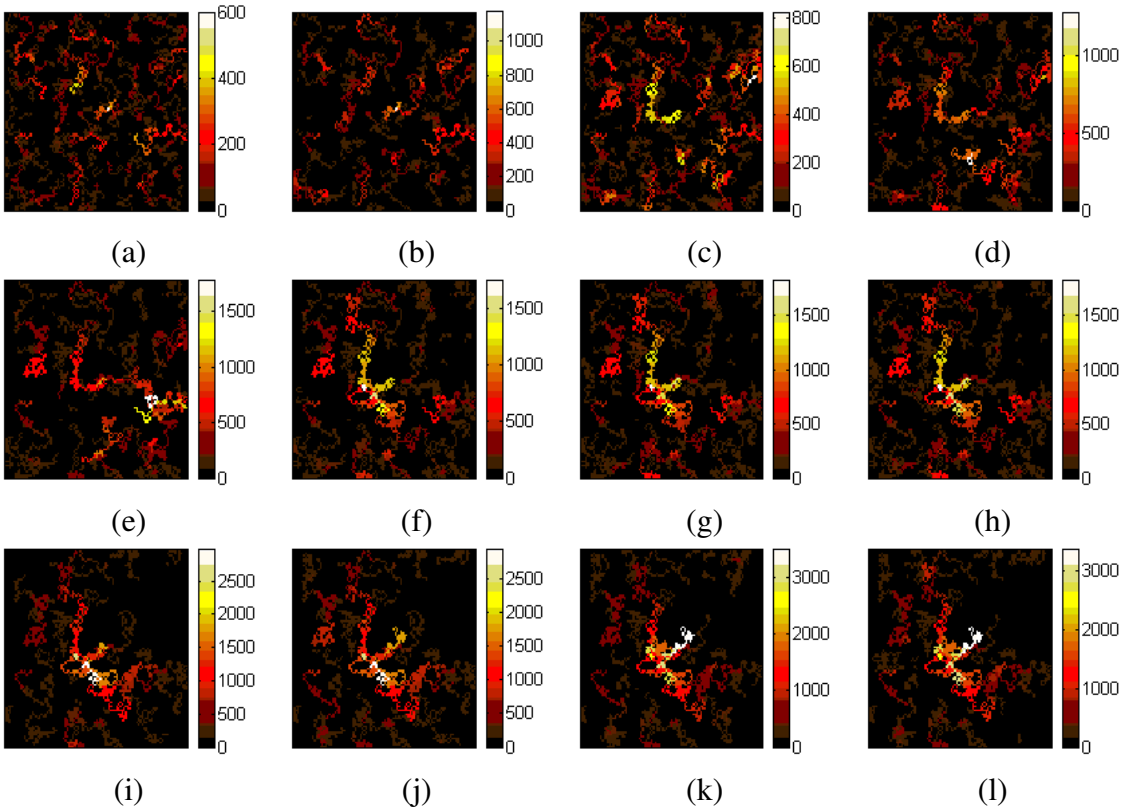


Figura 2.25: Transientes formados para diferentes memórias: (a) $\mu = 5$; (b) $\mu = 10$; (c) $\mu = 15$; (d) $\mu = 20$; (e) $\mu = 25$; (f) $\mu = 30$; (g) $\mu = 35$; (h) $\mu = 40$; (i) $\mu = 45$; (j) $\mu = 50$; (k) $\mu = 55$; (l) $\mu = 60$.

tenham sido visitados nos últimos μ passos. Nessa situação, o turista não tem como continuar sua caminhada, e não encontra um atrator (Figura 2.26), sendo, portanto, a mesma considerada como um critério de parada da caminhada. Porém, esse tipo de situação evidencia a existência de memórias críticas para o turista, ou seja, para determinados valores de μ a caminhada se torna instável e o turista tranca-se de modo a impedir a sua própria caminhada. Para as imagens utilizadas nesse experimento, notou-se o surgimento desse tipo de situação a partir de $\mu = 20$. Conforme o valor de μ aumenta, esse tipo de situação se torna cada vez mais comum, degenerando os resultados da caminhada do turista (Figura 2.27).

2.2.4 Assinatura de textura utilizando a Caminhada do Turista

Conforme o turista caminha em uma imagem, a sua trajetória muda de acordo com o contexto da imagem. Estas alterações durante a trajetória refletem no comportamento do transiente e atrator calculados para cada caminhada do turista em toda a distribuição de probabilidade conjunta. Assim, as medidas obtidas a partir da distribuição de probabilidades conjunta pode eficientemente ser utilizadas como descritores para a análise e caracterização de textura [14].

Considere os histogramas do transiente $[ht_\mu(n)]$, atrator $[ha_\mu(n)]$ e caminhada $[hw_\mu(n)]$ como assinaturas viáveis de textura. Estes histogramas representam a distribuição de transiente,

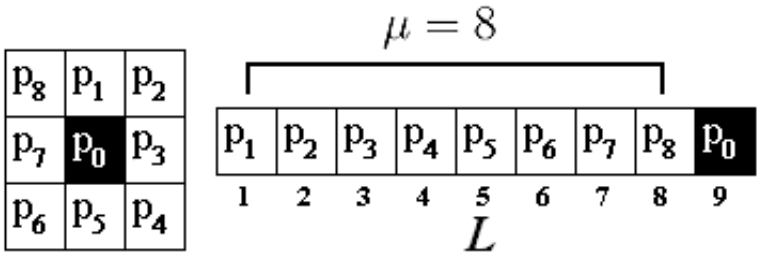


Figura 2.26: Exemplo de Turista preso durante a caminhada. Partindo de p_1, o turista visita seus vizinhos de acordo com a Lista L. Ao chegar em p_0, o turista não é capaz de encontrar um uma direção para continuar sua caminhada, pois todos os seus vizinhos ainda estão na sua memória μ.

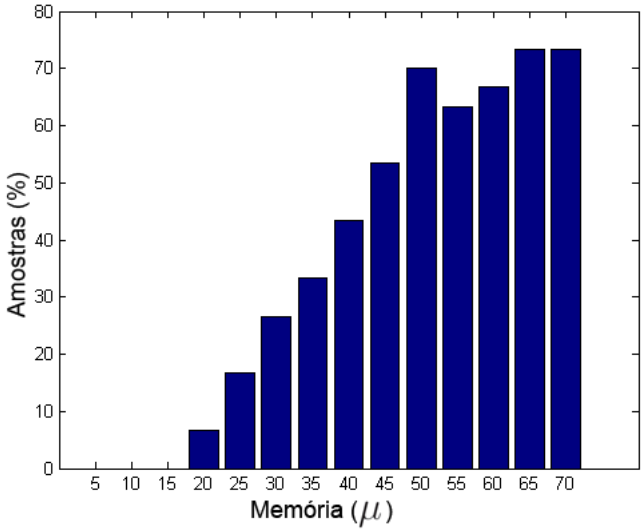


Figura 2.27: Número de amostras onde a maior distribuição de atratores foi para atratores de tamanho igual a zero, segundo a memória utilizada.

atrator e comprimento da caminhada, respectivamente, sobre a imagem, e eles são calculados a partir da distribuição conjunta da seguinte forma:

$$ht_\mu(n) = \sum_p S_{2,\mu}^{(N)}(n,p), \tag{2.28}$$

$$ha_\mu(n) = \sum_t S_{2,\mu}^{(N)}(t,n), \tag{2.29}$$

$$hw_\mu(n) = \sum_{n=t+p} S_{2,\mu}^{(N)}(t,p). \tag{2.30}$$

Conforme o padrão de textura e a memória μ utilizadas variam, novas distribuições conjuntas são obtidas. Cada distribuição conjunta possui um comportamento particular que reflete nos histogramas calculados. Isso faz destes histogramas ferramentas úteis para a análise de textura (Figura 2.28).

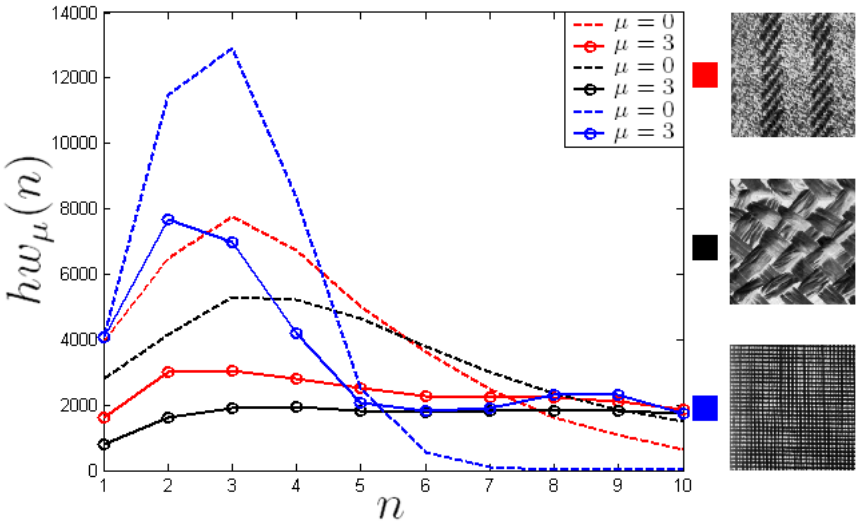


Figura 2.28: Exemplos do histograma da caminhada para diferentes padrões de textura e memórias μ.

É importante notar que os atratores possuem período $p \geq \mu + 1$, diferente dos transientes, que se iniciam em $t = 0$. Assim, o primeiro descritor selecionado para os histogramas do atrator e da caminhada necessariamente tem tamanho $\mu + 1$. O vetor de característica é construído pela concatenação dos n primeiro descritores selecionados de um histograma para uma memória específica:

$$\vec{\psi}_\mu^{ht}(n) = [ht_\mu(0), ht_\mu(1), \ldots, ht_\mu(n-1)] \ , \tag{2.31}$$

$$\vec{\psi}_\mu^{ha}(n) = [ha_\mu(\mu+1), ha_\mu(\mu+2), \ldots, ha_\mu(\mu+n)] \ , \tag{2.32}$$

$$\vec{\psi}_\mu^{hw}(n) = [hw_\mu(\mu+1), hw_\mu(\mu+2), \ldots, hw_\mu(\mu+n)] \ . \tag{2.33}$$

Uma vez que a Distribuição conjunta dos atratores e transientes depende da memória μ, um vetor de características que considera diferentes memórias μ é também considerado:

$$\varphi^h_{\mu_1,\ldots,\mu_M}(n) = \left[\psi^h_{\mu_1}(n), \psi^h_{\mu_2}(n), \ldots, \psi^h_{\mu_M}(n)\right] \ , \tag{2.34}$$

onde h é o histograma adotado (ht, ha or hw).

Este vetor característica φ^h permite caracterizar um padrão de textura considerando diferentes escalas, onde cada escala é representada por uma diferente valor de memória μ [21].

2.3 Redes Complexas

Redes Complexas podem ser entendidas como estruturas naturais capazes de representar diversos sistemas do mundo real. Recentemente, diversas áreas da ciência tem demonstrado um grande interesse no estudo das propriedades estatísticas dessas redes [1, 116, 57]. Apesar da vasta quantidade de tópicos de visão computacional que podem ser modelados utilizando técnicas baseadas em Redes Complexas, esta ainda é uma abordagem inexplorada, havendo poucas referências sobre o assunto na literatura [47, 13, 18].

A seguir são apresentados alguns conceitos e detalhes relativos a Teoria de Redes Complexas.

2.3.1 Definição

A pesquisa envolvendo Redes Complexas pode ser definida como uma intersecção entre a teoria dos grafos e estatística, o que confere um caráter verdadeiramente multi-disciplinar à essa área [49]. Os primeiros estudos envolvendo essa teoria podem ser encontrados em Flory [73], Rapoport [123, 124, 125] e Erdös e Rényi [61, 62, 63]. No entanto, a recente motivação dessa área se deve as descobertas de Watts e Strongatz sobre o comportamento de Redes Mundo-Pequeno [155] e Barabási e Albert caracterizando Redes Livre de Escala [23].

Uma das razões para a popularidade das Redes Complexas é sua flexibilidade e generalização para representar virtualmente qualquer tipo de estrutura, incluindo aquelas que sofrem alterações dinâmicas de topologia [49]. Na verdade, toda estrutura discreta como listas, árvores, redes e imagens [47] podem ser adequadamente representadas como grafos. Vários estudos abordam investigações sobre a representação de um problema como uma Rede Complexa, seguido pela análise de suas características topológicas e extração de características. Algumas aplicações utilizam esses descritores para discriminar diferentes classes e, portanto, criam técnicas para a área de reconhecimento de padrões [109].

A Teoria de Redes Complexas fornece um extenso conjunto de ferramentas para a modelagem de um problema na forma de uma Rede Complexa, de modo que essa modelagem se torna totalmente dependente da natureza do problema e dos objetivos que se pretende alcançar. Praticamente qualquer objeto (seja ele um pixel de uma imagem, uma pessoa de um grupo de amigos ou mesmo uma cidade em um mapa) pode ser representado como um vértice na rede. Conseqüentemente, as ligações entre os vértices, isto é, as arestas da rede, podem ser estabelecidas de acordo com qualquer métrica, desde que essa métrica represente adequadamente o relacionamento existente entre os pares de vértices. A grande flexibilidade das Redes Complexas permite, por exemplo, a construção de redes com diferentes tipos de vértices e arestas, isto é, vértices que representem entidades diferentes e arestas ligando uma mesma classe ou classes diferentes.

2.3.2 Propriedades das Redes Complexas

De modo a tornar possível a aplicação da teoria de Redes Complexas a um problema específico, o mesmo deve ser modelado como um grafo. Para tanto, considera-se o grafo $G = (V, E)$, onde $V = \{v_i | i = 1 \ldots N\}$ é o conjunto de vértices definidos para a rede, e $E = \{(v_i, v_j) | (v_i, v_j) \in V \times V\}$ é o conjunto de arestas que conecta dois vértices da rede segundo uma métrica ou critério previamente estabelecido, onde $w(v_i, v_j)$ é o peso da aresta ligando os vértices v_i e v_j.

A seguir, são apresentadas algumas das principais propriedades presentes nas redes complexas.

Grau

O *grau* ou *conectividade* de um vértice v_i, k_i, representa o número de arestas que possuem o vértice v_i, isto é, o número de vizinhos de v_i. Considere o conjunto de vizinhos de v_i denotado por $\partial v_i = \{v_j \in V | (v_i, v_j) \in E\}$, o grau de um vértice v_i é definido como:

$$k_i = |\{e \in E | v_i \in e\}| = |\{v_j \in V | \{v_i, v_j\} \in E\}| = |\partial v_i| \,, \tag{2.35}$$

onde $|A|$ representa a cardinalidade (número de elementos) de um conjunto A [159].

Diversas medições podem ser computadas a partir da análise da distribuição do grau nos vértices. Três medições particularmente relevantes para a caracterização da rede são o seu grau mínimo, médio e máximo, respectivamente denotados por $k_{min}(G)$, $k_{average}(G)$ e $k_{max}(G)$:

$$k_{min}(G) = \min_i k_i. \tag{2.36}$$

$$k_{average}(G) = \sum_{i=1}^{N} \frac{k_i}{|V|}, \tag{2.37}$$

$$k_{max}(G) = \max_i k_i. \tag{2.38}$$

Elas permitem conciliar de maneira adequada uma análise local (as medidas são centradas em cada vértice da rede) e global (as medidas levam em consideração o contexto imediato das propriedades dos vértices vizinhos) da informação da rede.

Joint Degree

Uma abordagem interessante é tentar encontrar correlações entre os vértices da rede. Correlações atuam de maneira importante em muitas propriedades dinâmicas e estruturais da rede [112]. A abordagem mais comum é encontrar correlações entre dois vértices conectados da

rede. Esta correlação pode ser expressa como a distribuição de *joint degree* (ou *grau conjunto*) $P(k_i, k_j)$, isto é, a probabilidade de existir uma aresta conectando dois vértices de graus k_i e k_j, com k_i e k_j pré-determinados. A escolha de k_i e k_j pode ser realizada de maneira arbitrária, sendo o caso mais comum $k_i = k_j$. Nesse caso, $P(k_i, k_i)$ é a probabilidade de dois vértices conectados possuirem o mesmo grau.

Existem várias medidas que podem ser extraídas a partir da análise dessa distribuição de probabilidade, como entropia, energia e o joint degree médio.

A entropia é freqüentemente associada como a quantidade de ordem, desordem e/ou caos em um sistema [134]. Ela é definida como:

$$H_j = -\sum_{i=1}^{N} P(k_i, k_j) log_2 P(k_i, k_j). \tag{2.39}$$

A energia do sistema, por sua vez, é definida como:

$$E_j = \sum_{i=1}^{N} P(k_i, k_j)^2. \tag{2.40}$$

O Joint degree médio da rede define a probabilidade de encontrar dois vértices arbitrários da rede conectados e com graus k_i e k_j, respectivamente:

$$P = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} P(k_i, k_j). \tag{2.41}$$

Caminho e Distância

É comum em Rede Complexas que dados dois vértices, v_i e v_j, não exista uma aresta conectando-os, isto é, eles não são adjacentes. De fato, a grande maioria das redes são esparsas, ou seja, apresentam apenas uma pequena fração de todas as arestas possíveis. No entanto, dois vértices não adjacentes podem ser conectados por uma seqüência de m arestas $(v_i, v_1), (v_i, v_2), \ldots, (v_{m-1}, v_j)$. A esta seqüência de arestas ligando v_i e v_j dá-se o nome de *caminho* entre os vértices, sendo m o seu comprimento. Desse modo, dois vértices estão conectados se existe ao menos um caminho conectando-os [49, 1, 27].

No caso acima, m é o número de arestas necessárias para conectar v_i e v_j. Um *caminho geodésico*, ou *caminho mais curto*, entre os vértices v_i e v_j é o caminho que apresenta o menor comprimento dentre todos os possíveis caminhos que conectam esses vértices. Considerando também o peso que cada aresta possui na rede, podemos calcular a distância ao longo do caminho entre v_i e v_j como a soma dos pesos das m arestas que compõem esse caminho: $D_{i,j} = w(v_i, v_1) + w(v_i, v_2) + \cdots + w(v_{m-1}, v_j)$. No caso de não existir um caminho que conecta esses vértices, dizemos que a sua distância é $D_{i,j} = \infty$ [49, 1].

Coeficiente de Clustering

Uma propriedade comum em redes sociais é a existência de laços representando círculos de amigos ou familiares, onde cada membro conhece todos os membros de sua comunidade. Essa tendência a formar comunidades é quantificada pelo *coeficiente de clustering* [155, 49], um conceito que possui suas raízes na sociologia, sob o nome de "fração de triplas de conectividade"[153]. Ele é definido como

$$C = 3N_{\Delta}/N_3 \tag{2.42}$$

onde N_{Δ} é o número de triângulos existentes na rede e N_3 é o número de triplas conectadas. Entende-se uma tripla conectada quando um vértice v_i está conectado a um vértice v_j, e este vértice v_j está conectado a um vértice v_k. Um triângulo, por sua vez, é considerado quando também existe uma aresta conectando os vértices v_i e v_k.

Trata-se de uma propriedade interessante, uma medida de quão inter-conectados estão os vértices da rede. Além disso, quanto mais inter-conectados os vértices são, maior o número de caminhos possíveis entre dois vértices distintos.

Estrutura de Comunidades

De acordo com a distribuição de seus vértices, uma rede complexa pode apresentar uma estrutura não-homogênea, caracterizada pela existência de grupos de vértices com uma alta densidade de conexões entre eles, mas com uma baixa conectividade com vértices pertencentes a outros grupos (Figura 2.29). Essas redes apresentam o que chamamos de estrutura de comunidade (ou modular) [76], similar às comunidades existentes em redes sociais (onde os seus membros podem ser agrupados por idade, interesse ou ocupação) [27, 153, 4], ou no *World Wide Web*, onde páginas podem ser agrupadas por tópicos.

A análise de clusters [64] é um dos métodos mais tradicionais para identificar as estruturas de comunidades existentes em uma rede, o qual se baseia na "força de conexão"existente entre dois vértices da rede, a qual pode ser definida como uma função de distância entre vértices. Para cada par de vértices é associada um valor para essa força de conexão. No caso de pares de vértices não conectados, assume-se que a força de conexão entre eles seja igual a zero. Então, de posse apenas dos vértices, arestas são adicionadas de modo a diminuir a força de conexão entre os vértices. Esse processo pode ser interrompido a qualquer momento, de modo a se analisar as comunidades formadas até o momento. Quando todos as arestas são adicionadas, todos os vértices estarão conectados uns aos outros, resultando em uma única comunidade. Esse processo pode ser representado por uma árvore ou dendrograma de operações de uniões entre pares, ou grupos, de vértices, onde as comunidades correspondem a um corte horizontal em um nível dessa árvore (Figura 2.30).

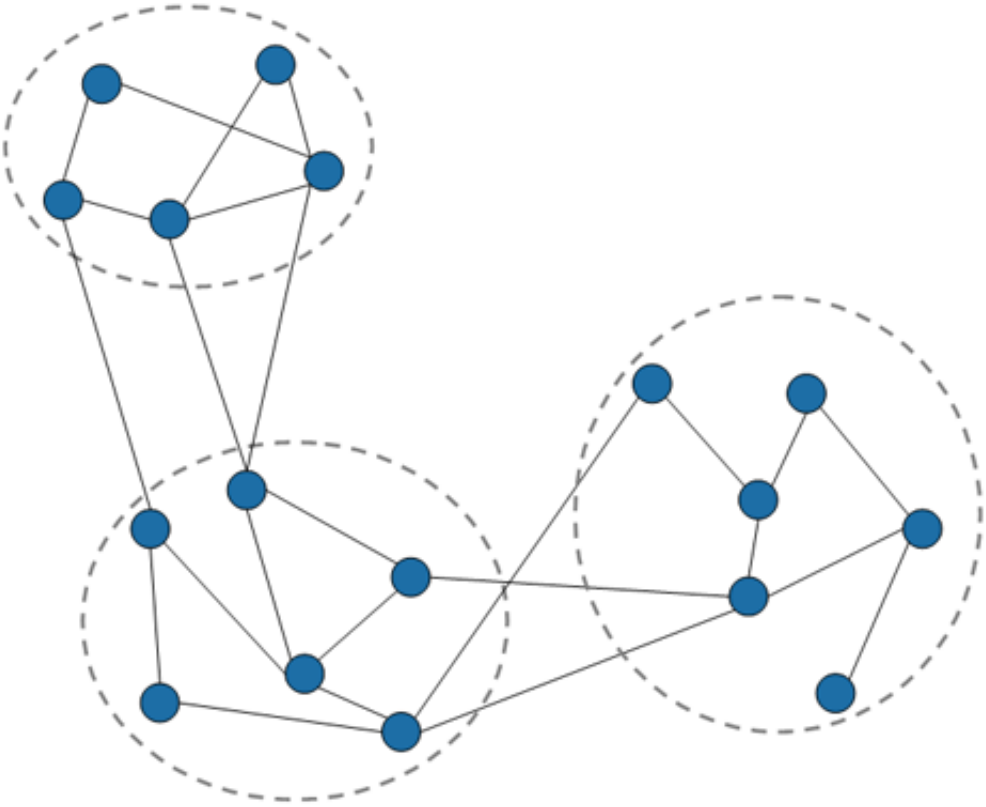


Figura 2.29: Exemplo de uma rede e suas respectivas comunidades.

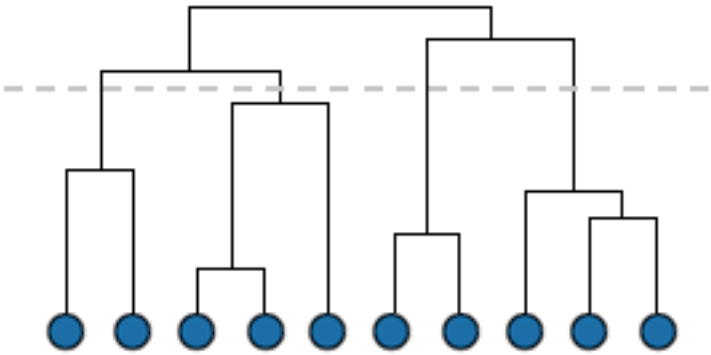


Figura 2.30: Exemplo de um dendrograma mostrando a hierarquia de comunidades de uma rede.

Propriedade Mundo Pequeno

A partir do estudo de processos dinâmicos em redes reais percebeu-se a existência de atalhos na rede, isto é, arestas que conectam diferentes áreas da rede e, conseqüentemente, aceleram a comunicação entre vértices distantes. De fato, apesar de freqüentemente apresentarem um grande porte, a maioria da redes reais possuem um caminho relativamente curto entre quaisquer pares de vértices. Essa característica é conhecida como propriedade Mundo Pequeno e é matematicamente caracterizada por um menor caminho médio de comprimento L:

$$L = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{v_i, v_j \in V, v_i \neq v_j} w((v_i, v_j))) \tag{2.43}$$

onde $w((v_i, v_j))$ é o peso da aresta ligando os os vértices (v_i, v_j).

Essa propriedade foi inicialmente investigada, no contexto social, por Milgram nos anos 60 em uma série de experimentos para estimar o número atual de passos em uma cadeia de conhecimento [149, 97, 124].

Trata-se de uma propriedade que tem sido observada em um grande número de redes reais, incluindo redes biológicas e tecnológicas [76, 4, 155], e que está freqüentemente relacionada com a presença de estruturas de comunidades e a um alto coeficiente de clustering.

Resiliência

Relacionada com a distribuição dos vértices ao longo da rede, a resiliência indica o quão confiável é uma rede a remoção de vértices. A resiliência é uma medida de confiança da rede para um determinado atributo mensurado. Pode-se, por exemplo, avaliar a resiliência de uma rede por meio da análise de sua conectividade, ou seja, a existência de caminhos ligando pares de vértices. A medida que vértices são removidos, maior se torna o comprimento do caminho ligando dois vértices, até que vértices sejam desconectados da rede, ou seja, dado dois vértices quaisquer, não existe um caminho possível entre eles. Diferentes redes variam no seu nível de resiliência a remoção de vértices [27, 49].

Existem diferentes maneiras de remover vértices de uma rede e diferentes redes apresentam graus de resiliência diferentes. Por exemplo, vértices poderiam ser removidos aleatoriamente de uma rede, ou se poderia focar na remoção de um tipo específico de vértice, por exemplo, os que apresentam maiores grau.

A resiliência é uma propriedade particularmente importante em epidemiologia, onde a remoção de um vértice pode significar a vacinação de um indivíduo contra uma doença. Nesse caso, a remoção do vértice impede que aquele indivíduo transmita essa doença ao longo da rede e contamine outros indivíduos. Assim, a resiliência dessa rede permite realizar uma análise melhor estruturada de políticas de vacinação e suas vantagens na saúde pública [76, 57].

Evolução Dinâmica

Diversas são as propriedades que descrevem o comportamento de uma rede estática. No entanto, em sistemas reais, a caracterização de uma rede não seria completa sem considerar as relações entre os aspectos estruturais e dinâmicos [27].

Modelar a dinâmica de uma rede complexa é uma tarefa difícil, já que redes diferentes podem apresentar uma vasta quantidade de características [27]. Uma abordagem interessante para obter informação adicional sobre a estrutura e dinâmica de uma rede complexa consiste

em aplicar uma transformação sobre a rede original e então computar as propriedades de rede resultante [49]. A Figura 2.31 exibe um exemplo de uma transformação δ aplicada sobre uma rede, onde N características são computadas. Considere que ambos os vetores de características $\vec{\mu}$ e $\vec{\mu}_\delta$ são computados utilizando o mesmo conjuntos de características. Assim, podemos utilizar a diferença entre eles $(\vec{\Delta\mu})$ como uma informação adicional da rede.

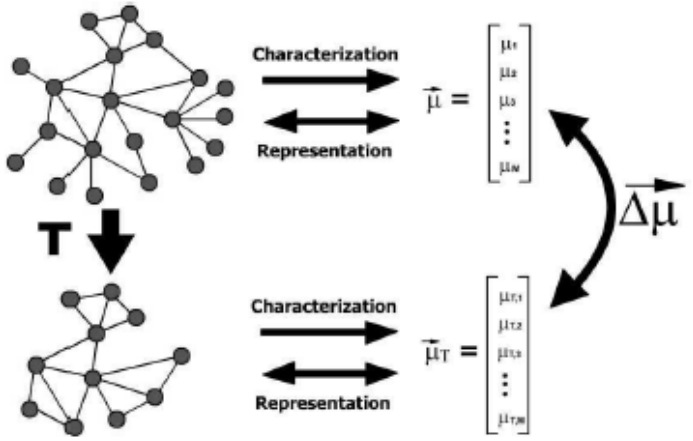


Figura 2.31: Diferença $\vec{\Delta\mu}$ entre os vetores de características $\vec{\mu}$ e $\vec{\mu}_\delta$ depois de aplicado um limiar T sobre a rede original. Esta diferença pode ser utilizada como informação adicional sobre as propriedades da rede. Adaptado de [49].

Existem várias possibilidades de realizar essa transformação. Uma maneira simples e direta é aplicar um limiar T sobre o conjunto de arestas original E, de modo a selecionar um subconjunto E^*, $E^* \subseteq E$, onde cada aresta de E^* tem peso menor ou igual ao limiar T. Essa transformação δ_T, pode ser representada como:

$$E^* = \delta_T(E) = \{e \in E | w(e) \leq T\} \,. \tag{2.44}$$

Nesse caso, a transformação δ_T pode ser interpretada como um passo intermediário na dinâmica da rede. Assim, um conjunto mais acurado de medidas que descrevem a dinâmica da rede deve levar em consideração diferentes instâncias da rede durante a sua degradação. Um vetor de características $\vec{\mu}(T)$ é calculado a cada instante T. A Figura 2.32 mostra quatro instâncias da evolução de uma rede. Desse modo, a evolução da rede pode ser investigada em termos de uma trajetória na evolução dinâmica produzida pela transformação δ.

2.3.3 Tipos de Redes Complexas

A modelagem das Redes Complexas é uma importante ferramenta para entender o comportamento das redes reais. A seguir são discutidos os três modelos mais importantes de Redes Complexas.

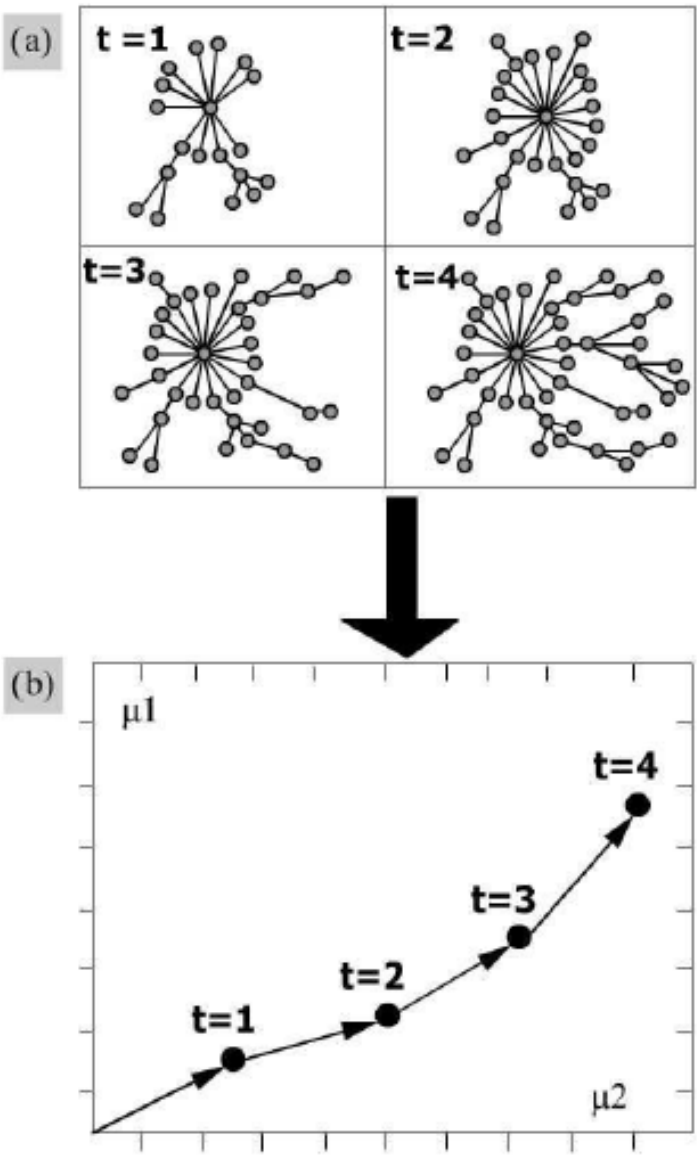


Figura 2.32: Caracterização de uma Rede Complexa através de investigações sobre sua evolução dinâmica. Adaptado de [49].

Modelo Randômico

Desenvolvida por Rapoport [123, 124, 125] e de maneira independente por Erdös e Rényi [61, 63, 62], a Rede Randômica (Figura 2.33a) pode ser considerada como o modelo mais básico de Redes Complexas. Este modelo é definido pelo número de vértices N e a probabilidade p de uma aresta existir entre dois vértices. Logo, o grau esperado para um certo vértice da rede é obtido pela seguinte equação (Figura 2.33b):

$$\langle k \rangle = p(N-1). \tag{2.45}$$

A medida que o tamanho da rede aumenta ($N \to \infty$), $\langle k \rangle$ diverge se o valor de p for fixo. Ao invés disso, p é escolhido como uma função de N de modo a manter $\langle k \rangle$ fixa: $p = \langle k \rangle / (N-1)$. A probabilidade de um vértice escolhido aleatoriamente possuir grau k é binomial:

$$P(k) = \begin{pmatrix} N-1 \\ k \end{pmatrix} p^k (1-p)^{N-1-k}. \tag{2.46}$$

Para N grande e $\langle k \rangle$ fixa, essa distribuição se aproxima da distribuição de Poisson, com o valor da média igual a $\langle k \rangle$:

$$P(k) \cong \frac{\langle k \rangle^k \exp^{-\langle k \rangle}}{k!}. \tag{2.47}$$

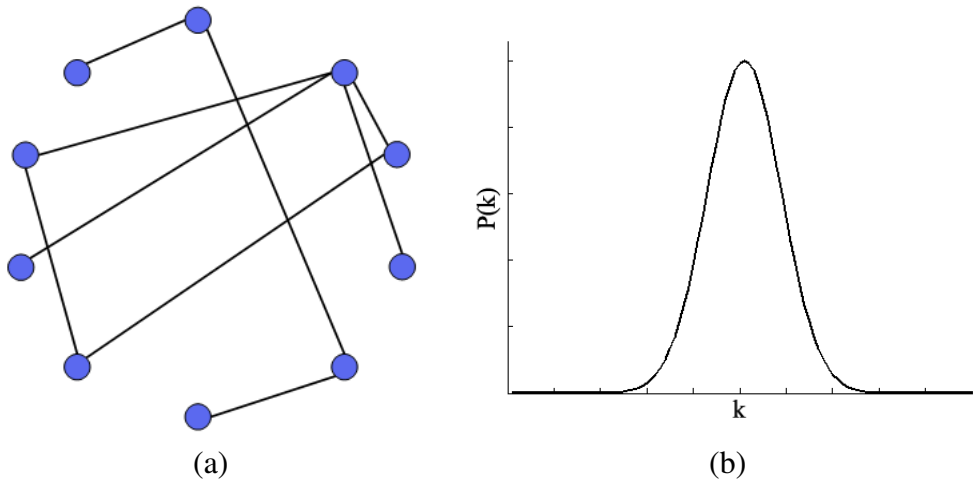


Figura 2.33: (a) Exemplo de uma Rede Randômica; (b) Distribuição de grau.

Modelo Mundo Pequeno

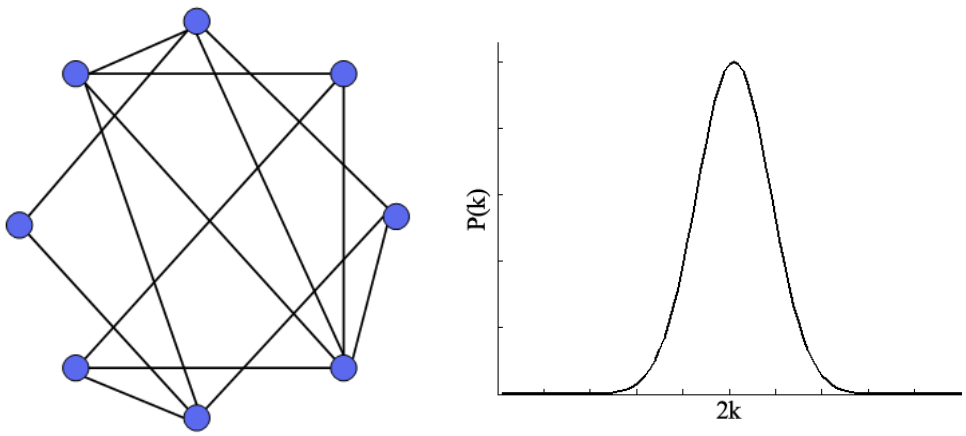
Um modelo pouco sofisticado mas facilmente extensível de rede é o modelo Mundo Pequeno proposto por Watts e Strogatz [155, 154]. Trata-se de um tipo de Rede Complexa caracterizada pela existência de duas propriedades já discutidas: a propriedade de "mundo pequeno"(Seção 2.3.2), isto é, todos os vértices da rede podem ser alcançados por outros através

de um pequeno número de arestas; e a um coeficiente de clustering alto (Seção 2.3.2), o que caracteriza a existência de um grande número de laços de tamanho três na rede e, conseqüentemente, uma alta transitividade (Figura 2.34a) [97, 4].

Esse é um tipo de rede muito comum, estando presente em uma vasta variedade de áreas da ciência como, por exemplo, redes sociais, redes biológicas e tecnológicas [76, 4, 155].

Para construção de uma rede Mundo Pequeno, inicia-se com uma malha regular de N vértices, onde cada vértice está conectado a k vizinhos, onde $N >> k >> \log N >> 1$. Cada vértice é então aleatoriamente reposicionado com uma probabilidade p. Quando $p = 0$, temos um alto número de laços mas grandes distâncias e quando $p = 1$, a rede se torna uma rede randômica com distâncias curtas mas nenhum laço. Watts e Strogatz mostraram que um valor intermediário para p, permite a obtenção de uma rede com distâncias curtas e um alto número de laços.

A distribuição de graus para uma rede Mundo Pequeno é similar a das redes Randômicas, com pico em $\langle k \rangle = 2k$ (Figura 2.34b).



(a) (b)

Figura 2.34: (a) Exemplo de uma Rede Mundo Pequeno; (b) Distribuição de grau.

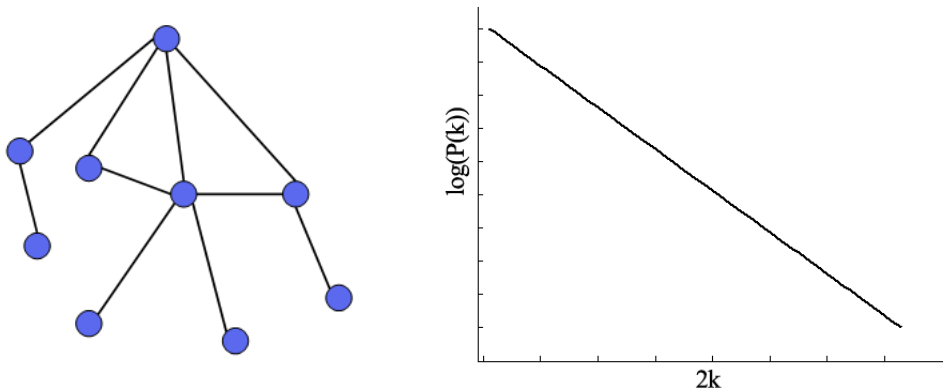
Modelo Livre de Escala

Os estudos sobre Redes Complexas realizados por Barabási e Albert [1, 23] mostraram que a distribuição de graus de muitos sistemas reais são caracterizados por uma distribuição de conectividade desigual. Ao invés dos vértices apresentarem um padrão de conexões aleatório, alguns vértices eram altamente conectados enquanto outros não. Esse tipo de rede foi chamado de Redes Livre de Escala (Figura 2.35a), e a sua distribuição de grau se comportava de acordo com a seguinte relação:

$$P(k) \cong k^{-\gamma} \tag{2.48}$$

A principal característica desse tipo de rede é a existência de hubs, isto é, vértices possuem um número significante de conexões quando comparado com seus vértices adjacentes (Figura 2.35b).

Nesse modelo, inicia-se com um conjunto de m_0 vértices, sendo posteriormente novos vértices adicionados. A cada novo vértice adicionado, m arestas são inseridas, ligando esse novo vértice a outros vértices da rede. Esses vértices são escolhidos de modo que vértices com maior grau possuem uma probabilidade maior de serem escolhidos. Isso é conhecido como o paradigma "o rico fica mais rico". Este procedimento é repetido até que o número desejado de vértices seja alcançado.



(a) (b)

Figura 2.35: (a) Exemplo de uma Rede Livre de Escala; (b) Distribuição de grau.

CAPÍTULO

3

Análise Experimental

Neste capítulo são apresentados os métodos de extração de características, assim como os conjuntos de dados (formas e texturas), utilizados durante os experimentos. Ambos, métodos e dados a seguir listados, foram utilizados com o intuito de validar os métodos estudados, assim como os métodos desenvolvidos, durante o andamento da pesquisa desenvolvida.

3.1 Métodos de Extração de Características

De modo a fornecer uma melhor avaliação dos métodos desenvolvidos, comparações com métodos tradicionais da literatura foram realizadas. Nesta seção são apresentados os métodos de análise de formas e texturas utilizados para essa etapa de comparação.

3.1.1 Descritores de Fourier

A transformada de Fourier é uma ferramenta matemática de grande aplicabilidade na solução dos problemas de processamento de digital de sinais e imagens (sinais bi-dimensionais). Ela permite representar um sinal periódico por meio de uma soma de senos e/ou cossenos de diferentes freqüências, cada um multiplicado por um coeficiente próprio (séries de Fourier)(ver Figura 3.1). Essa mudança do domínio do tempo (ou espaço) para o domínio da freqüência facilita o seu processamento, pois permite que um sinal seja estudado de acordo com seus diferentes grupos de freqüências, cada qual relacionado com características específicas do sinal [78].

A transformada de Fourier, $F(u)$, de uma função discreta $f(x)$ é definida por:

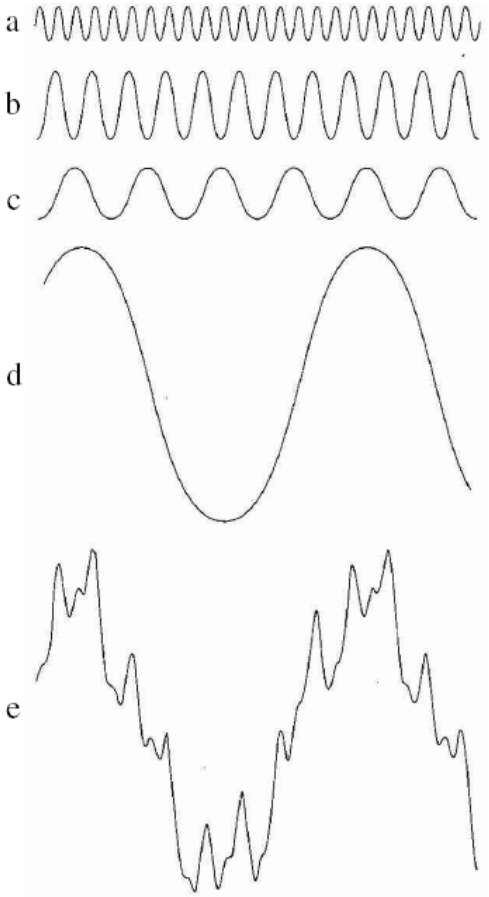


Figura 3.1: A função e constitui-se pela soma das quatro funções $e = a + b + c + d$.

$$F(u) = \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(x) e^{-j2\pi ux/M} \tag{3.1}$$

sendo a transformada inversa, de $F(u)$ para $f(x)$, obtida por

$$f(x) = \sum_{u=0}^{M-1} F(u) e^{j2\pi ux/M}, \tag{3.2}$$

onde $u, x = 0, 1, \ldots, M-1$ e j é o número imaginário. No caso de imagens (estruturas 2D), a transformada de Fourier e sua inversa são dadas por, respectivamente,

$$F(u,v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y) e^{-j2\pi(ux/M+vy/N)} \tag{3.3}$$

e

$$f(x,y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u,v) e^{j2\pi(ux/M+vy/N)} \tag{3.4}$$

onde $u, x = 0, 1, \ldots, M-1$ e $v, y = 0, 1, \ldots, N-1$.

A transformada discreta de Fourier apresenta o inconveniente de deslocar os coeficientes de freqüências mais baixas para as extremidades do espectro. Assim, é comum realizar uma operação de *shift*, i.e., mover a origem da transformada de Fourier para o centro das coordenadas de freqüência ($M/2$, no caso de sinais e, $(M/2, N/2)$, no caso de imagens). Coeficientes de baixa freqüência estão associados a porção do espectro que descreve as informações mais relevantes sobre o comportamento de um sinal, enquanto que os componentes de alta freqüência são associados com variações bruscas e ruído.

Durante as etapas de análise, optou-se por utilizar um vetor de características formado pelos valores obtidos a partir do espectro de potência

$$P(u) = |F(u)|^2, \tag{3.5}$$

e

$$P(u,v) = |F(u,v)|^2 \tag{3.6}$$

para os casos de análise de formas e imagens, respectivamente. No caso de formas, um vetor de características foi obtido utilizando os 20 valores mais significativos do espectro de potência [78, 117]. No caso de imagens, cada descritor do vetor de característica corresponde a soma dos valores do espectro de potência localizados a uma mesma distância radial do centro da transformada bi-dimensional.

3.1.2 Filtros de Gabor

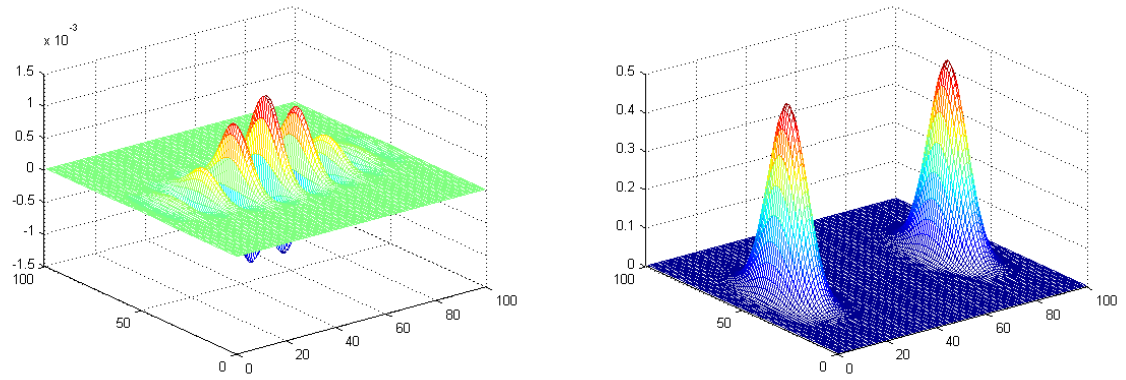
O filtro de Gabor 2D é um método de processamento de sinais amplamente utilizado em análise de textura. Eles são comumente utilizados em aplicações que envolvem o cálculo de características multi-escala ou a segmentação de imagens [46, 88], entre outras aplicações [137, 100]. Entre as principais razões da sua popularização, encontram-se: representação de freqüência e orientação similares ao sistema visual humano, propriedades de localização espacial, orientação seletiva e seletividade espaço-freqüência [100].

Um filtro de Gabor 2-D é, basicamente, uma função gaussiana bi-dimensional modulada com uma senóide orientada em uma determinada freqüência W e em uma determinada direção θ [86, 51]. Sua forma bi-dimensional no domínio do espaço e da freqüência são dadas pelas

Equações 3.7 e 3.8, respectivamente, onde $\sigma_u = 1/2\pi\sigma_x$, $\sigma_v = 1/2\pi\sigma_y$ e W é empiricamente determinado com valores entre $[0.01 - 0.4]$. A Figura 3.2 mostra um exemplo de um filtro de Gabor no domínio do espaço e da freqüência.

$$g(x,y) = \left(\frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y}\right) e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2}+\frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)+2\pi jWx} \tag{3.7}$$

$$G(u,v) = e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{(u-W)^2}{\sigma_u^2}+\frac{v^2}{\sigma_v^2}\right]} \tag{3.8}$$



(a) (b)

Figura 3.2: (a) parte real de um filtro de Gabor no domínio do espaço e (b) parte real de um filtro de Gabor no domínio de Fourier.

Os parâmetros de um filtro de Gabor são, a freqüência W, o parâmetro de orientação θ e as escalas σ_x e σ_y da função gaussiana. As diferentes orientações θ e freqüências W são, dessa forma, parâmetros chaves em uma aplicação de processamento de texturas. Basicamente, o procedimento consiste na convolução de uma imagem de entrada por uma família de filtros de Gabor que apresentam em sua composição várias escalas e orientações de uma determinada configuração original, sendo que há inúmeras formas para escolha de tal configuração. Para as análises consideradas neste trabalho, foi considerada uma família de 16 filtros (4 fltros de rotação e 4 filtros de escala), com freqüências inferior e superior iguais a 0,01 e 0,3, respectivamente [108].

3.1.3 Gabor EEE

No método de Gabor EEE [83, 84] a textura colorida é medida através da integração ao longo da dimensão espacial e da dimensão do comprimento de onda. Para tanto, o método utiliza uma transformação linear do RGB para o modelo de cores de Gauss ($\tilde{E}$, $\tilde{E}_\lambda$ e $\tilde{E}_{\lambda\lambda}$):

$$\begin{bmatrix} \tilde{E} \\ \tilde{E}_{\lambda} \\ \tilde{E}_{\lambda\lambda} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0.06 & 0.63 & 0.31 \\ 0.19 & 0.18 & -0.37 \\ 0.22 & -0.44 & 0.06 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

As medições das características da textura são obtidas através da aplicação de um conjunto de filtros de Gabor em cada canal $\tilde{E}$, $\tilde{E}_{\lambda}$ e $\tilde{E}_{\lambda\lambda}$). Para os experimentos, um total de 8 rotações e 8 escalas, com freqüências inferior e superior iguais a 0,01 e 0,3, respectivamente, foram utilizadas [108]. Ao todo, 64 filtros de Gabor são construídos por canal. O vetor de características é formado pela concatenação das energias resultantes da filtragem de cada banda da imagem por um filtro, totalizando 192 descritores por textura.

3.1.4 Descritores de Wavelet

A transformada de Fourier não é a melhor opção para analisar sinais com comportamento não-estacionário. Seus descritores não são capazes de detectar com precisão as variações no domínio do tempo. Para contornar essa deficiência, podemos considerar o uso de descritores de Wavelets.

A Transformada de Wavelet, cuja formalização pode ser encontrada em [106], é a continuidade do Windowed Fourier Transform (WFT), desenvolvida em [88, 51, 86]. Um fato novo e importante, em relação ao método de Fourier, é a utilização de funções com suporte compacto e com domínio de comprimento variável. Assim, a wavelet pode detectar com mais precisão do que transformada de Fourier diversas irregularidades no sinal avaliados.

Matematicamente, a Transformada Wavelet Contínua (CWT) do sinal $f(x)$ pode ser obtida por:

$$F(a,b) = \int f(x)\psi_{a,b}(x)dx \tag{3.10}$$

onde $a, b \in \Re$ são parâmetros variáveis que representam, respectivamente, a dimensão e o domínio do tempo, e $\psi_{a,b}(x)$ são funções de base wavelet satisfazendo:

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{a}{\sqrt{a}}\psi(\frac{x-b}{a}) \tag{3.11}$$

e

$$\int \psi(x)dx = 0. \tag{3.12}$$

A Transformada Discreta de Wavelet (DWT) é estabelecida pela seguinte relação:

$$F_{i,j}(a,b) = a_0^{-i/2} \int f(x)\psi(a_0^{-i}t - jb_0), \tag{3.13}$$

onde $F_{i,j}$ é a versão discreta da transformada $f(x)$. Na prática, a DWT é aplicada recursivamente ao sinal, gerando, em cada fase, uma aproximação e uma matriz de detalhe. Os coeficientes dessas matrizes podem ser combinados e utilizados como indicadores do sinal original. No caso de imagens, cada aplicação da transformada produz uma matriz de aproximação e três matrizes de detalhe (Figura 3.3).

Figura 3.3: Exemplo da aplicação da Transformada de Wavelet (três níveis de decomposição).

Para este trabalho, três níveis de decomposição wavelet foram obtidas a partir de uma imagem, resultando em 9 componentes de alta freqüência (detalhe). Energia e entropia foram calculados de cada componente de alta freqüência, totalizando um conjunto de 18 descritores [132, 85].

3.1.5 Matrizes de Co-ocorrência

De acordo com Julesz [91], texturas em tons de cinza são espontaneamente discriminadas utilizando apenas os momentos de segunda ordem calculados a partir de sua matriz de co-ocorrência $h_{d\theta}(i,j)$ [82]. Essa matriz, quando normalizada pelo números de pixels vizinhos $R(d,\theta)$ na imagem, produz a distribuição de probabilidades conjuntas $p_{d\theta}(i,j)$ entre pares de pixels de valores i e j, situados a uma distância d e em uma dada direção θ.

A literatura apresenta duas versões possíveis para as matrizes de co-ocorrência: uma simétrica, onde pares separados por d e $-d$ em uma dada direção θ são contados, e outra não simétrica, onde apenas pares separados pela distância d são contados. Dada uma imagem contendo um conjunto de G níveis de cinza, para cada distância d e direção θ uma nova matriz de co-ocorrência $h_{d\theta}(i,j)$ é obtida, sendo a mesma quadrada e de dimensões $G \times G$ [82].

Segundo Haralick [82], diferentes padrões de texturas exigem valores diferentes de distância d. Assim, a classificação de micro-texturas requer pequenos valores de d, enquanto macro-texturas exigem valores maiores de d. A análise das matrizes obtidas para essas texturas é feita

a partir de um reduzido número de características apresentadas em [82]. Algumas das equações são apresentadas a seguir:

Segundo momento angular (Energia):

$$E = \sum_{i=0}^{G-1}\sum_{j=0}^{G-1}[p(i,j)]^2 \tag{3.14}$$

Correlação:

$$C = \sum_{i=0}^{G-1}\sum_{j=0}^{G-1}\frac{ijp(i,j) - \mu_x y_y}{\sigma_x \sigma_y} \tag{3.15}$$

Contraste:

$$\sum_{i=0}^{G-1}\sum_{j=0}^{G-1}(i-j)^2 p(i,j) \tag{3.16}$$

Valor absoluto:

$$\sum_{i=0}^{G-1}\sum_{j=0}^{G-1}|i-j|p(i,j) \tag{3.17}$$

Diferença inversa:

$$\sum_{i=0}^{G-1}\sum_{j=0}^{G-1}\frac{p(i,j)}{1+(i-j)^2} \tag{3.18}$$

Entropia:

$$H = -\sum_{i=0}^{G-1}\sum_{j=0}^{G-1}p(i,j)log_2[p(i,j)] \tag{3.19}$$

Probabilidade máxima:

$$M = \max_{i,j} p(i,j) \tag{3.20}$$

onde μ_x, μ_y e σ_x, σ_y denotam as médias e desvios padrão da soma das linhas e colunas, respectivamente. Um conjunto mais amplo de características derivas das matrizes de co-ocorrência pode ser encontrado em [122].

3.1.6 Curvatura

A curvatura é uma propriedade diretamente relacionada com o aspecto de uma forma. Trata-se de uma curva associada às regiões côncavas e convexas do contorno do objeto, i.e., pontos de máximo e mínimos locais dessa curva correspondem a mudanças de direção no contorno [158]. A curvatura é uma propriedade associada com a percepção humana de formas, além de possuir boa tolerância a variações de rotação e escala.

Considere um contorno como um vetor paramétrico $\vec{C(t)} = (x(u), y(u))$, a curvatura $k(t)$ é definida em termos de derivada como

$$k(t) = \frac{x^{(1)}(t)y^{(2)}(t) - x^{(2)}(t)y^{(1)}(t)}{(x^{(1)}(t)^2 + y^{(1)}(t)^2)^{3/2}}, \tag{3.21}$$

onde $^{(1)}$ e $^{(2)}$ indicam, respectivamente, a primeira e segunda derivadas.

Em muitas situações, é interessante analisar a curvatura ao longo da escala. Isso pode ser facilmente obtido ao se aplicar uma transformação multi-escala sobre o sinal original. Uma transformação multi-escala freqüentemente utilizada é a transformada espaço-escala [48, 156, 114], a qual emprega a convolução de uma função Gaussiana $g(t, \sigma)$ sobre o sinal, de modo a reduzir os efeitos da presença de ruídos ou mesmo informações de alta freqüência antes do cálculo da curvatura:

$$X(t, \sigma) = x(t) * g(t, \sigma), \tag{3.22}$$

$$Y(t, \sigma) = y(t) * g(t, \sigma), \tag{3.23}$$

onde

$$g(t, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp^{\frac{-t^2}{2\sigma^2}}, \tag{3.24}$$

é a função Gaussiana com desvio padrão σ. Utilizando as propriedades da convolução, é possível calcular as componentes derivadas a partir da função Gaussiana, ao invés do sinal original:

$$X^{(1)}(t, \sigma) = x^{(1)}(t) * g(t, \sigma) = (x(t) * g(t, \sigma))^{(1)} = x(t) * g^{(1)}(t, \sigma), \tag{3.25}$$

$$X^{(2)}(t, \sigma) = x^{(2)}(t) * g(t, \sigma) = (x(t) * g(t, \sigma))^{(2)} = x(t) * g^{(2)}(t, \sigma). \tag{3.26}$$

Assim, é possível reescrever a equação da curvatura considerando a sua evolução no espaço como:

$$k(t, \sigma) = \frac{X^{(1)}(t, \sigma)Y^{(2)}(t, \sigma) - X^{(2)}(t, \sigma)Y^{(1)}(t, \sigma)}{(X^{(1)}(t, \sigma)^2 + Y^{(1)}(t, \sigma)^2)^{3/2}}, \tag{3.27}$$

Considerando uma valor de σ linearmente incrementado, um conjunto de curvaturas é obtido. Essas curvaturas compõem uma imagem chamada CSS (Curvature Scale Space), a qual é amplamente utilizada para representar curvas e formas nas mais diversas aplicações.

3.1.7 Momentos de Zernike

Os momentos de Zernike são definidos a partir de um conjunto de polinômios complexos que formam um conjunto completo ortogonal sobre o interior do círculo unitário de $x^2+y^2=1$. A forma desses polinômios é a seguinte

$$V_{nm}(x,y) = V_{nm}(\rho,\theta) = R_{nm}(\rho)\exp(jm\theta), \tag{3.28}$$

onde n é um inteiro positivo ou zero, m é inteiro positivo e negativo sujeito às restrições $n-|m|$ e $|m| \leq n$, ρ é o comprimento do vetor da origem até o pixel (x,y), θ é o ângulo entre o vetor ρ e o eixo x no sentido horário e $R_{nm}(\rho)$ é o polinômio radial definido como

$$R_{nm}(\rho) = \sum_{s=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^s[(n-s)!]\rho^{n-2s}}{s!(\frac{n+|m|}{2}-s)!(\frac{n-|m|}{2}-s)!}, \tag{3.29}$$

sendo $R_{n,-m}(\rho) = R_{nm}(\rho)$. Estes polinômios são ortogonais e satisfazem

$$\int\int_{x^2+y^2\leq 1} [V_{nm}(x,y)]V_{pq}(x,y)dxdy = \frac{\pi}{n+1}\delta_{np}\delta_{mq}, \tag{3.30}$$

$$\delta \begin{cases} 1, \ (a=b), \\ 0, \ (a \neq b), \end{cases} \tag{3.31}$$

Momentos de Zernike são a projeção da imagem em função destas funções de base ortogonais. O momento Zernike de ordem n com repetição m para uma função de imagem contínua $f(x,y)$ que desaparece fora do círculo é

$$A_{nm} = \frac{n+1}{\pi}\int\int_{x^2+y^2\leq 1} f(x,y)[V_{nm}(\rho,\theta)]dxdy \tag{3.32}$$

Para uma imagem digital, as integrais são substituídas por somatórios do seguinte modo:

$$A_{nm} = \frac{n+1}{\pi}\sum_x\sum_y f(x,y)V_{nm}(\rho,\theta) \tag{3.33}$$

para $x^2+y^2 \leq 1$.

Para calcular os momentos de Zernike de uma determinada imagem, o centro da imagem é tida como a origem e as coordenadas dos pixel são mapeadas para o intervalo do círculo. Os pixels que não se enquadrem no círculo não são utilizados no cálculo.

Para os experimentos, cada imagem é representada por um vetor de características contendo 20 momentos (ordem $n = 0, 1, \ldots, 7$), onde estes momentos são as magnitudes mais significativas de um conjunto de momentos ortogonais complexos [93, 160].

3.2 Conjuntos de Imagens

Nesta seção são apresentados os conjuntos de imagens (formas e texturas) utilizados para a avaliação dos métodos desenvolvidos e sua comparação com outras metodologias.

3.2.1 Conjunto de Formas Genéricas

Este conjunto de formas (também chamado de Kimia 99) é composto por 99 amostras de formas previamente classificadas em 11 categorias (Figura 3.4) [131, 135]. Dentro de cada categoria são permitidas variações de estrutura, bem como oclusão, articulação ou perda de partes (Figura 3.5).

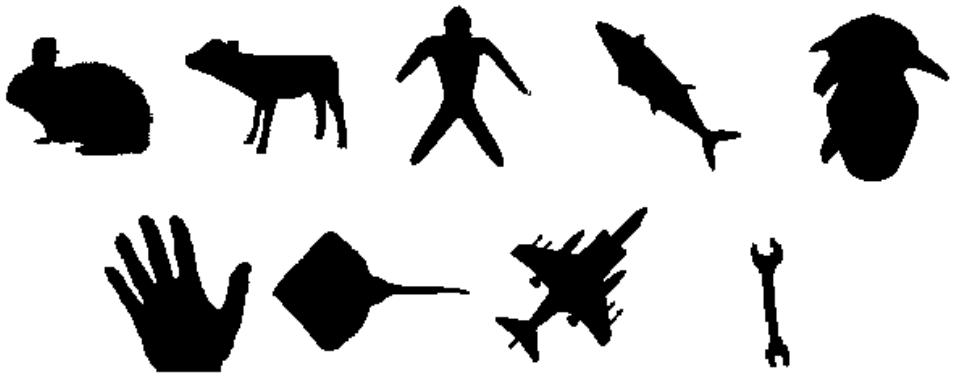


Figura 3.4: Exemplos das formas genéricas usadas nos experimentos.

Figura 3.5: Exemplos das variações nas formas genéricas usadas nos experimentos.

3.2.2 Conjunto de Formas de Peixes

Este conjunto de formas foi construído com o objetivo de avaliar a performance de um método de análise de formas em grandes conjuntos de imagens, bem como sua tolerância a alterações provenientes de rotação e escala.

Para cada uma das 1100 formas de peixes disponíveis em [72] foram produzidas 10 manifestações diferentes (5 rotações e 5 escalas). Deste modo, a base de formas é composta por 11000 formas, agrupadas em 1100 classes, com 10 amostras cada. A Figura 3.6 apresenta alguns exemplos de imagens contidas na base.

Figura 3.6: Exemplos das formas de peixes usadas nos experimentos.

3.2.3 Texturas Brodatz

Este banco de imagens constitui-se de 1110 amostras de texturas obtidas do álbum de Brodatz [29]. Texturas de Brodatz são amplamente utilizadas na literatura de visão computacional e processamento de imagens como benchmark para métodos de análise de textura. As amostras foram agrupadas em 111 classes, cada qual com 10 amostras de 200×200 pixels e 256 níveis de cinza. A Figura 3.7 apresenta um exemplo de cada classe de textura considerada.

3.2.4 Texturas VisTex

Este banco de imagens constitui-se de um total de 640 amostras agrupadas em 40 classes de texturas coloridas (RGB) obtidas do conjunto de imagens VisTex [151]. Cada classe contém 16 amostras extraídas de um padrão particular de textura (sem sobreposição), e com 128×128 pixels de tamanho cada. A Figura 3.8 apresenta um exemplo de cada classe de textura considerada.

3.2.5 Texturas Naturais

Este conjunto de texturas coloridas (RGB) é composto por texturas naturais adquiridas utilizando uma câmera digital com resolução de 512×384 pixels. As classes de texturas consideradas são tipicamente encontradas no dia a dia, como feijões, arroz, tecidos, vários tipos de vegetação, paredes, solos, etc. Cada classe contém 12 amostras extraídas de um material particular (sem sobreposição), e com 128×128 pixels de tamanho cada. Um total de 2160 amostras agrupadas em 180 classes de textura foi considerado. A Figura 3.9 apresenta um exemplo de cada classe de textura natural considerada.

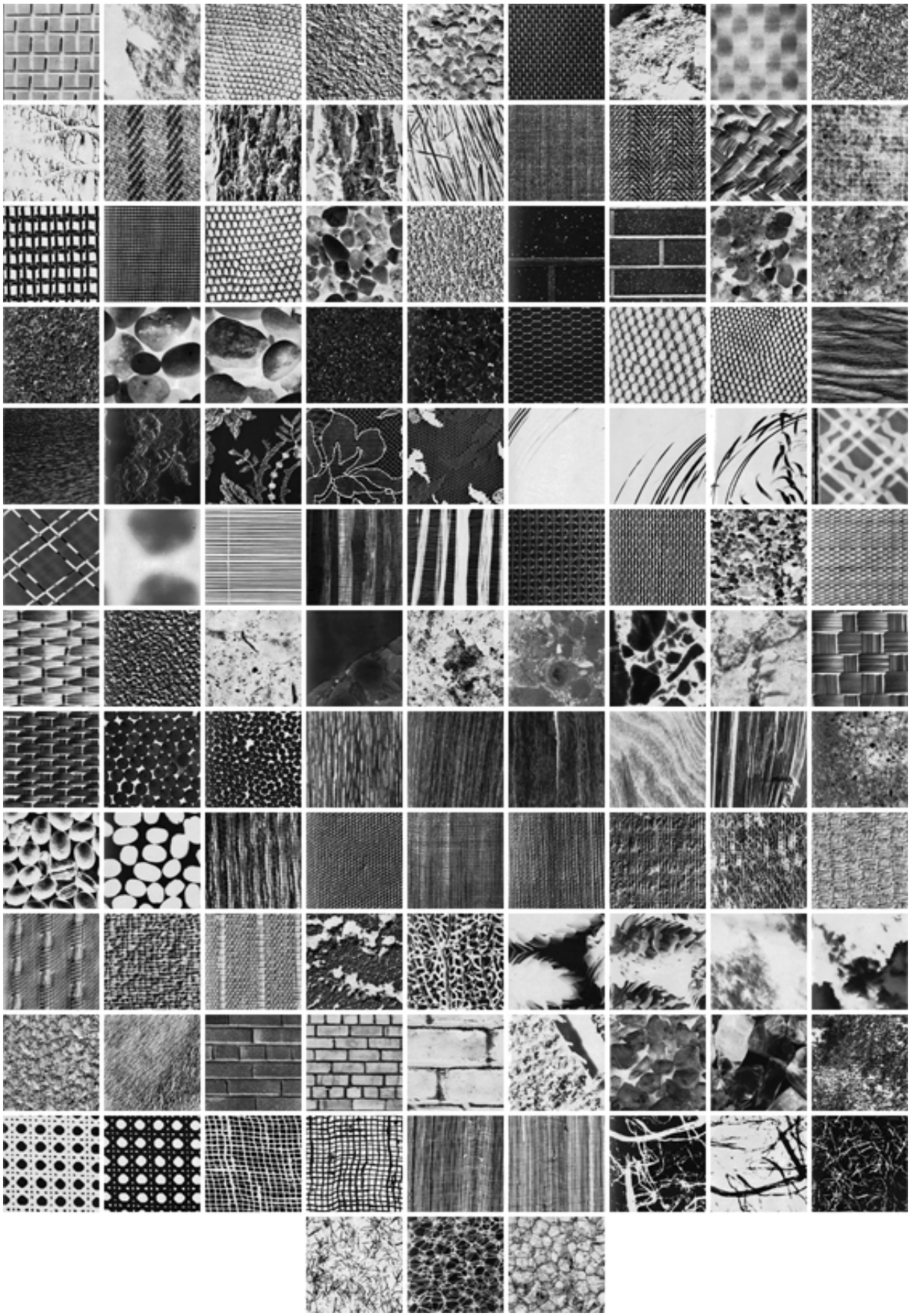


Figura 3.7: Um exemplo de cada uma das 111 classes de Brodatz consideradas.

Figura 3.8: Exemplo de cada classe de textura considerada do conjunto VisTex.

3.3 Reconhecimento de Padrões

Nesta seção são apresentados os métodos de análise utilizados para a avaliação dos métodos desenvolvidos e sua comparação com outras metodologias.

3.3.1 Linear Discriminant Analysis (LDA)

A análise discriminante é uma técnica estatística multivariada amplamente utilizada em problemas que envolvam a separação de conjuntos distintos de observações e a alocação de novas observações em conjuntos já definidos *a priori* [79]. Basicamente, essa técnica identifica a qual grupo (Y) (variável dependente) uma determinada observação (X) (variáveis independentes) tem mais chances de pertencer e quais variáveis melhor separam uma população em diferentes grupos.

No caso de grupos linearmente separáveis, podemos usar o modelo de Análise Discriminante Linear ou LDA (do inglês Linear Discriminant Analysis). Este modelo parte do princípio de que existe uma combinação linear das características que descrevem uma observação, a qual é capaz de separar as observações em diferentes grupos. Assim, observações descritas por duas características são separadas por uma linha, três características por um plano, e acima de três características, por um hiperplano. Seu uso abrange diferentes atividades, como a extração de características, redução de dimensionalidade e classificação, havendo especial interesse em aplicações de visão computacional [24, 144].

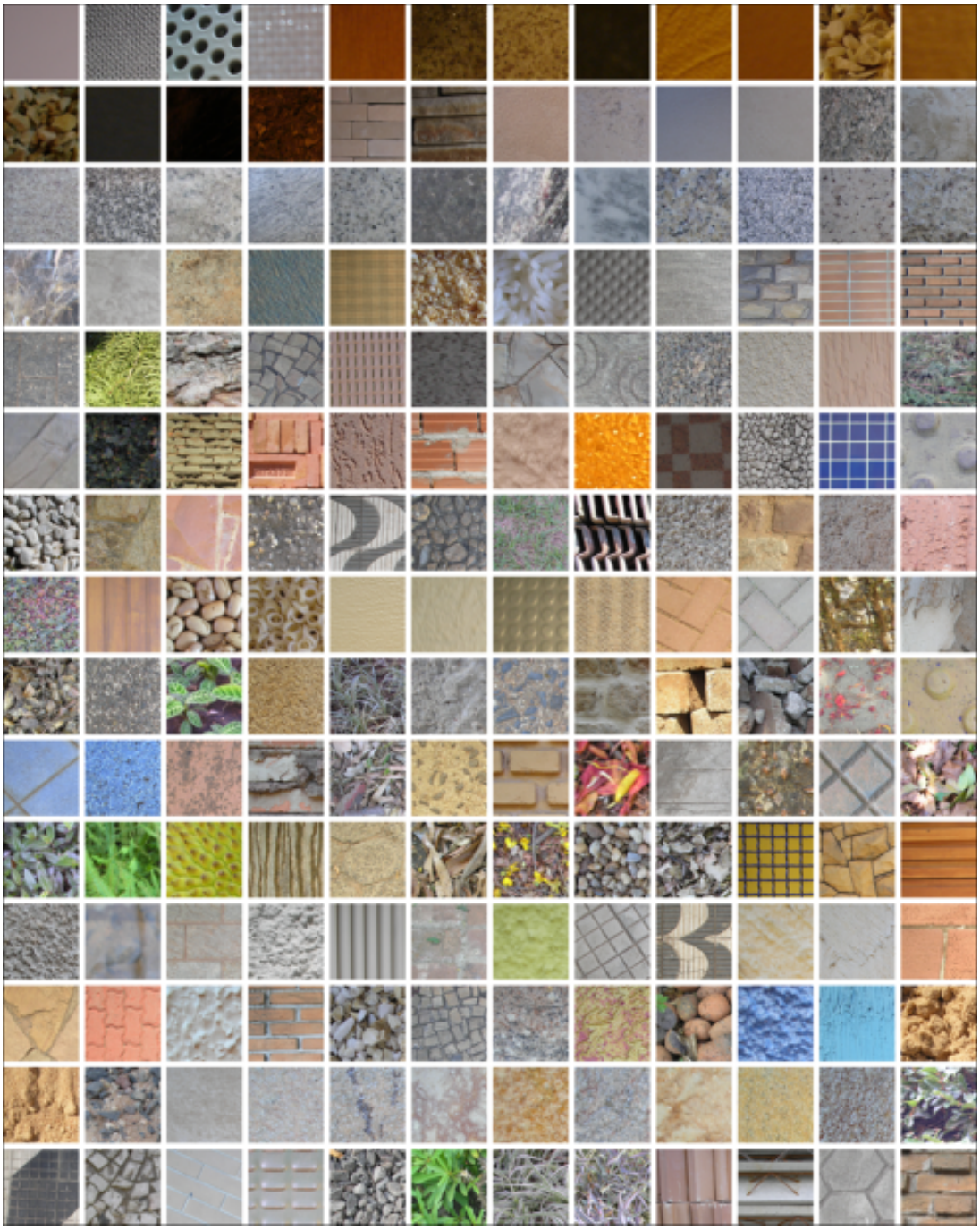


Figura 3.9: Exemplo de cada classe de textura natural considerada.

A classificação por LDA projeta os dados em um espaço de baixa dimensionalidade onde a razão entre variância intraclasses e entre-classes seja maximizada, minimizando a probabilidade de classificação errônea [89]. Essa regra de classificação, segundo a teoria de Bayes, pode ser descrita como a atribuição de um objeto ao grupo com probabilidade condicional mais elevada. No caso de existirem g grupos, a regra de Bayes atribui um objeto $\mathbf{x}$ ao grupo i quando:

$$P(i|\mathbf{x}) > P(j|\mathbf{x}),\ para\ \forall j \neq i \tag{3.34}$$

onde $P(i|\mathbf{x})$ é a probabilidade de que um objeto $\mathbf{x}$ pertença ao grupo i. Pelo *teorema de Bayes*, $P(i|\mathbf{x})$ pode ser obtido a partir de $P(\mathbf{x}|i)$, a probabilidade de se obter um determinado conjunto de características $\mathbf{x}$ dado que o objeto pertence ao grupo i.

$$P(i|\mathbf{x}) = \frac{P(\mathbf{x}|i).P(i)}{\sum_{\forall j} P(\mathbf{x}|j).P(j)} \tag{3.35}$$

onde $P(i)$ é a probabilidade *a prioi*, isto é, a probabilidade da escolha do grupo i sem que nenhuma característica do objeto seja conhecida. Na prática, usar a regra de Bayes diretamente é impraticável. O usual é assumir que cada grupo possui uma distribuição normal multivariada e a mesma matriz de covariância, o que possibilita utilizar a análise discriminante de Fisher [89].

Seja $f_i(\mathbf{x})$ a função densidade da população $i, i = 1, 2, \ldots, g$, a regra de discriminação que minimiza as probabilidades de erros de classificações incorretas é dado pela seguinte forma: para um vetor de observações $\mathbf{x}$ fixo, calcula-se o valor da densidade $f_i(\mathbf{x})$ para cada população $i, i = 1, 2, \ldots, g$, sendo o elemento amostral classificado na população que tiver o maior valor de $f_i(\mathbf{x})$:

$$f_i(\mathbf{x}) = \arg\max\{f_i(\mathbf{x}), i = 1, 2, \ldots, g\} \tag{3.36}$$

sendo:

$$f_i(\mathbf{x}) = -\frac{1}{2}\ln(|S_i|) - \frac{1}{2}(x - \mu_i)'S^{-1}(x - \mu_i)) \tag{3.37}$$

onde μ e S representam, respectivamente, o vetor de médias e a matriz de covariâncias da população $i, i = 1, 2, \ldots, g$.

3.3.2 Validação Cruzada (Cross-Validation)

A validação cruzada é uma técnica muito utilizada para determinar como os resultados de uma análise estatística serão generalizados para conjuntos de dados independentes. Basicamente, essa técnica envolve particionar um conjunto de observações em subconjuntos complementares, sendo a análise realizada sobre um conjunto (chamado conjunto de treinamento) e a validação dessa análise sobre outro conjunto (chamado de conjunto de teste).

Durante os trabalhos realizados, optou-se pela utilização da validação cruzada *leave-one-out*. Nela, uma única observação do conjunto original é utilizada como teste enquanto as demais

observações constituem o conjunto de treinamento. Este processo se repete até que todas as observações sejam utilizadas como subconjunto de teste.

3.3.3 Precision and Recall

Em aplicações que envolvam a recuperação de imagens a partir do seu conteúdo (CBIR, do inglês *Content-based Image Retrieval*) é muito importante validar e definir a real performance de um método. Isso permite que o mesmo seja facilmente comparado com outros métodos da literatura. Nesse sentido, a curva de *Precision and Recall* é uma ferramenta bastante difundida nesse tipo de aplicação. Nela, *recall* indica a proporção de imagens recuperadas do banco de imagens por uma consulta. *Precision*, por sua vez, indica a proporção de imagens recuperadas que são relevantes para a consulta, fornecendo assim um valor direto referente a capacidade de recuperação do método. Valores próximos a zero indicam uma incapacidade de atender as especificações do usuário, enquanto valores próximos a um indicam que o método é capaz de atendê-las [56, 148, 69]. A métrica euclidiana é usado para observar a semelhança entre as imagens.

CAPÍTULO

4

Metodologias Desenvolvidas e Resultados

Dentre os principais objetivos desta tese, foi proposto verificar o potencial da Caminhada Determinística do Turista e das Redes Complexas, juntamente com a dimensão fractal, como métodos de análise de complexidade. Para tanto, buscou-se comparar e analisar os métodos selecionados, o que permitiu não apenas o desenvolvimento e análise de novos métodos, mas também verificar a possibilidade do uso combinado desses métodos para a análise de formas e/ou texturas em termos de complexidade;

Para o desenvolvimento dessa etapa dos trabalhos, contou-se com a colaboração de demais pesquisadores, como os estudantes de mestrado Dalcimar Casanova [37] e Wesley Nunes Gonçalves [77], para os estudos envolvendo redes complexas e a caminhada do turista, respectivamente. Ainda com relação a caminhada do turista, tivemos a colaboração do pesquisador Alexandre Souto Martinez, da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto [21, 14].

Nas seções que se seguem, são apresentados os métodos desenvolvidos no decorrer desta tese, assim como seus resultados obtidos em experimentos de classificação de formas e texturas.

4.1 Caminhada Determinística do Turista

Nesta seção são apresentadas as aplicações desenvolvidas e os resultados obtidos com a aplicação da Caminhada Determinística do Turista na análise de imagens.

4.1.1 Critério de Desempate na Caminhada Determinística do Turista

Na Seção 2.2, foi abordado que durante a caminhada do turista pode acontecer de duas direções distintas apresentarem a mesma diferença mínima de intensidades. Trata-se de uma possibilidade não prevista na regra da caminhada determinística. Nesse tipo de ocorrência, o turista opta por seguir a primeira das direções encontradas, quando visitadas no sentido horário. No entanto, esta nem sempre é a melhor direção quando consideramos o contexto da imagem ou a trajetória desenvolvida pelo turista.

A questão do desempate de direções é um problema sério e que exige grande atenção. Testes realizados utilizando imagens do álbum de Brodatz demonstram que a questão do desempate pode surgir em um intervalo de 6% a 30% das caminhadas. Por ser um evento altamente dependente do contexto da imagem, esse valor pode aumentar dependendo do nível de homogeneidade da imagem.

Assim, com o intuito de evitar ou mesmo minimizar esse problema, foram estudadas estratégias para promover o melhor desempate entre as direções. Ao todo, três possibilidades foram consideradas: (i) desempate considerando o passo seguinte em ambas as direções, (ii) desempate pela análise das vizinhanças e (iii) desempate considerando os últimos passos da caminhada. A Figura 4.1 apresenta um exemplo de empate entre direções.

15	4	214	149	127
90	190	5	174	229
207	138	77	174	210
3	238	97	138	164
35	119	138	38	209
52	107	128	178	168

Figura 4.1: Exemplo de empate de direções (em preto) durante a caminhada do turista (em cinza).

No primeiro caso, para cada direção empatada verifica-se em suas respectivas vizinhanças (cinza claro), qual delas conduz para a menor diferença de intensidade em relação ao passo de empate da caminhada. Temos, nesse caso, que o menor custo se encontra em ir do pixel com intensidade 138 para o de 128 (Figura 4.2a). Trata-se de uma estratégia bastante simples e que apenas utiliza as regras previamente definidas na caminhada para a avaliação de uma direção pré-condicionada a escolha de outra. No entanto, como o empate ocorre em regiões mais homogêneas, um novo empate pode ocorrer. Como resultado, se faz necessário avaliar

um passo cada vez mais adiante até que nenhum empate ocorra. A possibilidade de empates consecutivos faz com que essa estratégia apresente um alto custo computacional, tornando por vezes inviável a sua utilização.

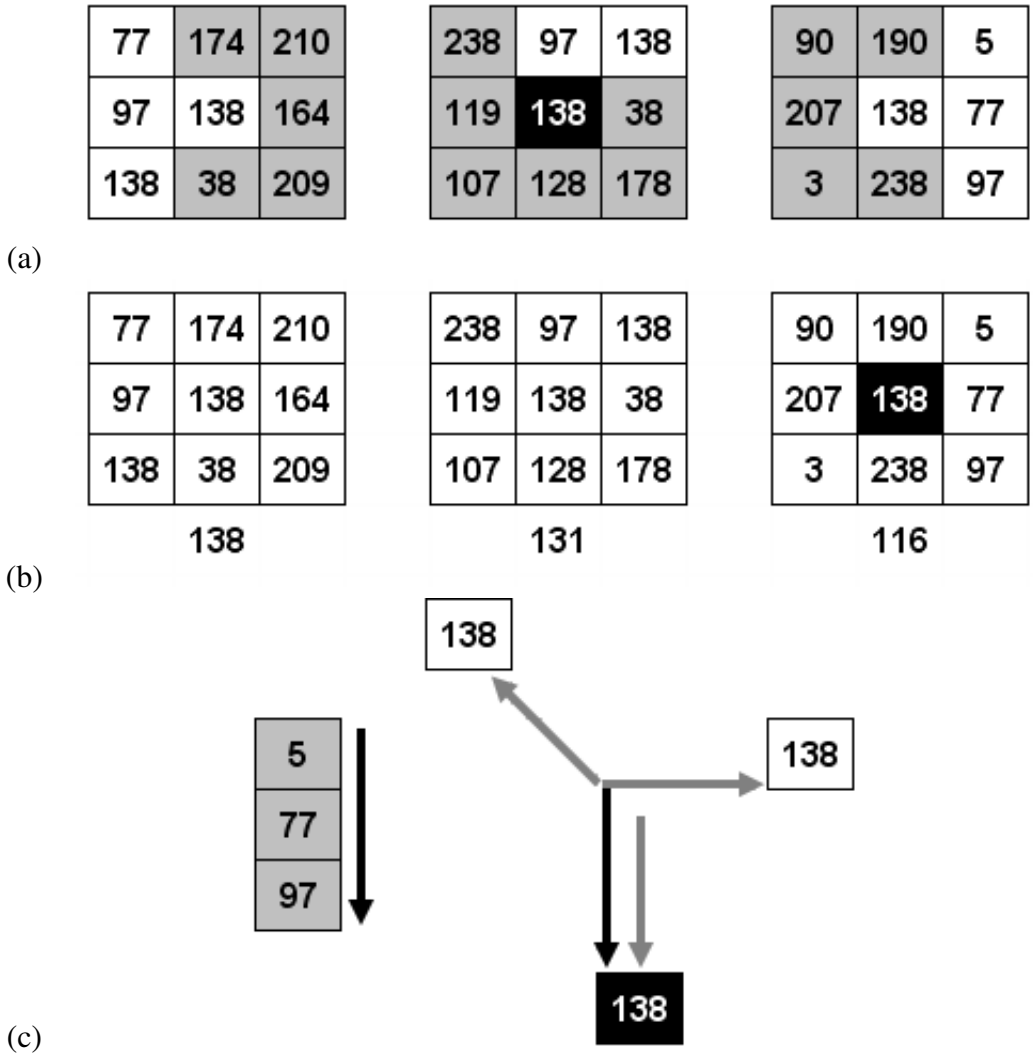


Figura 4.2: Alternativas de desempate para a caminhada do Turista (em preto, a direção escolhida em cada caso): (a) Análise da vizinhança das direções empatadas (cinza claro) e escolha daquela conduz à menor diferença em relação ao empate (nesse caso, ir do pixel com intensidade 138 para o de 128); (b) Análise da média da vizinhança de cada direção empatada. É escolhida a direção cuja média apresentar a menor diferença com relação ao passo atual (pixel de intensidade igual a 97); (c) Comparação do vetor direção da caminhada (seta preta) com os vetores direção de cada pixel do empate (setas cinzas). É escolhida a direção que formar o melhor ângulo com o caminho anteriormente descrito pelo turista.

O segundo caso parte do princípio de que a vizinhança de um pixel apresenta características similares as do pixel em questão. Assim, a média das intensidades dos pixels vizinhos a cada uma das direções empatadas é calculada (Figura 4.2b). A direção é escolhida com sendo aquela cuja média das intensidades apresenta a menor diferença com relação ao pixel do passo atual. Apesar de bastante simples e de possuir um custo computacional menor em relação a abordagem

anterior, essa abordagem não permite solucionar todos os casos de desempate. Pode ocorrer, por exemplo, que ambos as direções apresentem o mesmo valor médio.

A terceira abordagem se baseia na inércia do movimento do turista sobre a imagem. Considerando os últimos passos descritos pelo turista é possível calcular, dentre as direções empatadas, aquela que mais se aproxima do vetor direção descrito pelo turista (Figura 4.2c). Note que aqui o conceito de proximidade se refere ao ângulo existente entre o vetores formados pelo passo atual da caminhada (seta preta) e aquele obtido a partir de uma das direções empatadas (setas cinzas), considerando-se um passo anterior da caminhada como referência. Apesar de esta ser uma estratégia mais elaborada, podem existir casos onde duas direções empatadas formem o mesmo ângulo com o vetor inércia, persistindo, portanto, o empate. Além disso, existe o problema do critério de escolha do passo de referência: não está claro ainda quantos passos devem ser retornados na memória do turista para se ter uma referência adequada. Outro problema surge quando o empate ocorre logo nos primeiros passos do turista. Nesse caso, pode não existir informações suficientes na memória para se traçar a tendência da caminhada do turista.

As abordagens aqui descritas não permitem solucionar completamente o problema do desempate da caminhada do turista. Elas permitem apenas o desempate parcial, não atendendo com a mesma eficiência os diversos casos de empate que possam surgir em uma imagem. Por esses motivos, faz-se necessário ainda o estudo de novas abordagens bem como um possível refinamentos das estratégias já desenvolvidas.

4.1.2 Estudo sobre a direção da caminhada do turista

Na caminhada determinística proposta originalmente, um turista, dada a sua posição atual, deve escolher a direção que apresente a menor distância para o seu passo seguinte. No caso de imagens, essa direção é definida como aquela que apresenta a menor diferença de intensidade.

Essa escolha de direção trata-se de mera convenção no caso de imagens. Ela se origina do fato do turista ser inicialmente proposto para um viajante percorrendo um mapa de N cidades. Neste caso, não existe razão para um turista andar sempre em direção a cidade mais distante. Porém, o mesmo não vale para o caso de imagens, onde a diferença de intensidades em uma região pode nos fornecer pistas a respeito da imagem. Assim, foi realizado um estudo sobre a possibilidade do turista caminhar segundo a direção de maior diferença de intensidades [21].

Para investigar o comportamento do turista durante a sua caminhada, um experimento foi realizado. Nele, foram examinados os atratores gerados pela caminhada do turista, utilizando diferentes tamanhos de memórias, sobre dois ambientes distintos: uma imagem aleatoriamente gerada e uma amostra de textura. Ambas as imagens possuem dimensões 100×100 pixels e 256 níveis de cinza.

Percebe-se que a memória possui grande influência na distribuição de atratores sobre as imagens, indiferente da regra de caminhada considerada. Para pequenos valores de memória, existe uma maior distribuição de atratores sobre a imagem. Estes atratores apresentam um

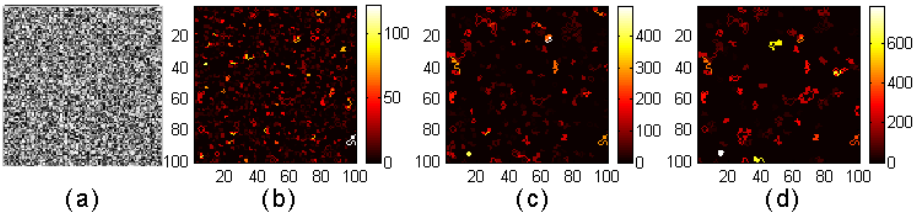


Figura 4.3: Atratores encontrados pelo turista em imagem aleatoriamente gerada utilizando a menor diferença de intensidade e diferentes tamanhos de memória μ : (a) Imagem original; (b) $\mu = 1$; (c) $\mu = 3$; (d) $\mu = 7$.

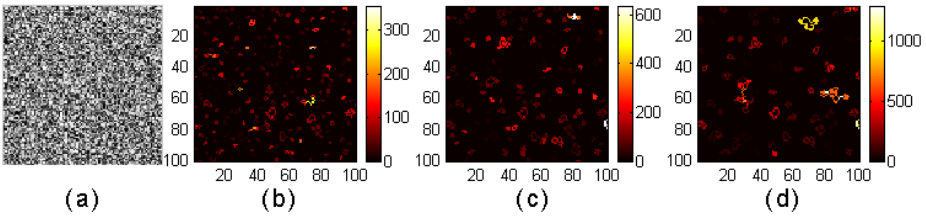


Figura 4.4: Atratores encontrados pelo turista em imagem aleatoriamente gerada utilizando a maior diferença de intensidade e diferentes tamanhos de memória μ : (a) Imagem original; (b) $\mu = 1$; (c) $\mu = 3$; (d) $\mu = 7$.

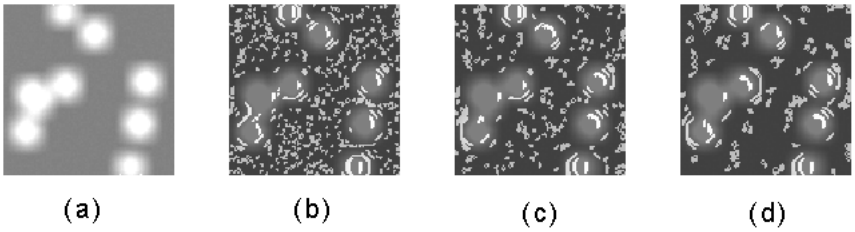


Figura 4.5: Atratores encontrados pelo turista em imagem de textura utilizando a menor diferença de intensidade e diferentes tamanhos de memória μ : (a) Imagem original; (b) $\mu = 1$; (c) $\mu = 3$; (d) $\mu = 7$. Atratores se encontram misturados com a textura para melhor compreensão.

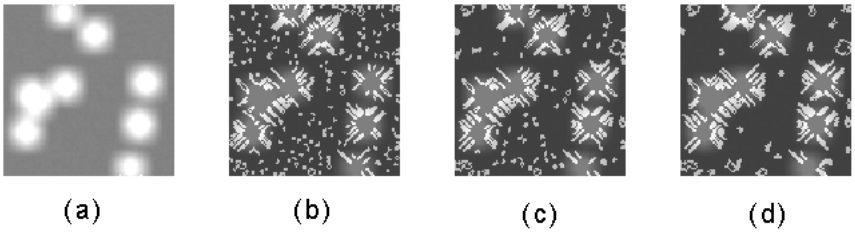


Figura 4.6: Atratores encontrados pelo turista em imagem de textura utilizando a maior diferença de intensidade e diferentes tamanhos de memória μ : (a) Imagem original; (b) $\mu = 1$; (c) $\mu = 3$; (d) $\mu = 7$. Atratores se encontram misturados com a textura para melhor compreensão.

comportamento mais simples e uma menor repetição de seções da imagem. A medida que a memória aumenta, o número de atratores diminui, i.e., um maior número de caminhadas coincide com o mesmo atrator. Com uma memória maior, o turista se vê obrigado a procurar por

atratores maiores, e estes novos atratores se apresentam em uma proporção menor na imagem, além de apresentarem um comportamento mais complexo (Figuras 4.3-4.6).

Em imagens aleatoriamente geradas, a caminhada do turista é caracterizada por um comportamento caótico. Esse comportamento se deve ao ambiente onde o turista se encontra, i.e., como não há correlação entre os pixels vizinhos, o turista caminha aleatoriamente e altera sua direção com a mesma freqüência com que o ambiente se altera (Figuras 4.3 e 4.4). No entanto, imagens digitais apresentam um contexto visual, i.e., seus pixels estão correlacionados, de modo que, uma face ou uma cena é formada. Esta correlação entre pixels vizinhos influência nas escolhas de direção do turista durante sua caminhada.

Um ponto importante sobre a caminhada do turista diz respeito a regra de caminhada adotada. Percebe-se que caminhadas guiadas às direções de mínima e máxima diferença de intensidade produzem padrões de atratores distintos para uma mesma imagem. Caminhadas guiadas segundo a mínima diferença de intensidade tendem a localizar atratores em regiões da imagem que apresentam maior homogeneidade, portanto evitando regiões de alto contraste, como bordas e alterações no padrão de textura (Figura 4.5). Diferentemente, caminhadas guiadas segundo a máxima diferença enfatizam atratores localizados em regiões de menor homogeneidade, i.e., regiões heterogêneas e mudanças bruscas no contexto da imagem (e.g., mudanças na textura ou iluminação de uma região, ou presença de bordas), como visto na Figura 4.6.

Este comportamento do turista, resultante da regra de caminhada adotada, se reflete na distribuição conjunta de transientes e atratores. Como visto na Seção 2.2.4, a análise da distribuição conjunta de transientes e atratores permite construir uma assinatura da imagem, a qual eficientemente pode ser utilizada em aplicações de análise e caracterização de texturas [14]. Sendo assim, ambas as regras de caminhadas adotadas foram avaliadas utilizando o histograma da caminhada como assinatura de textura, para diferentes conjuntos de valores de memória μ.

Para a avaliação das assinaturas propostas foi considerado o conjunto de imagens de Brodatz definido na Seção 3.2.3, sendo a análise estatística das assinaturas geradas realizada utilizando o método de LDA em um esquema de validação cruzada [65, 74].

A análise da distribuição de probabilidade conjunta mostrou que esta concentra a maioria da informação da imagem em apenas alguns elementos. Estes elementos estão localizados em uma região onde $0 \leq t \leq 4$ e $(\mu + 1) \leq p \leq (\mu + 4)$. Portanto, um total de $n = 4$ descritores do histograma foram considerados para compor os vetores de características $\vec{\psi}$. Informações adicionais sobre a influência da memória na distribuição de transientes e atratores e sua utilização na classificação de amostra de texturas podem ser encontradas em [34].

A Tabela 4.1 apresenta os resultados obtidos pelo turista para diferentes tamanhos de memória μ. Percebe-se que o turista apresenta um resultado melhor quando sua caminhada o conduz a direção de máxima diferença de intensidades (representada por *Max*), ao invés da mínima diferença (representada por *Min*). Neste caso, os atratores são localizados em regiões mais heterogêneas, i.e., regiões onde a intensidade dos pixels se altera de maneira brusca, caracterizando a presença de bordas ou mudanças no padrão de textura. De fato, as bordas são

um dos mais importantes atributos visuais utilizados para a caracterização e classificação de objetos [104, 48]. Além disso, a combinação das assinaturas obtidas para a mínima e máxima diferença em uma única assinatura (representada por $Min \cup Max$), produz um aumento na taxa de acertos. Isso se deve ao fato desta nova assinatura englobar ambas as informações de homogeneidade e heterogeneidade da imagem, assim produzindo uma ferramenta de análise mais poderosa.

	Memória (μ)					
	0	1	2	3	4	5
Min	36,13	26,85	20,27	18,38	15,76	15,13
Max	58,92	43,33	41,71	36,22	33,15	23,42
$Min \cup Max$	77,48	68,56	65,94	59,28	52,70	43,69

Tabela 4.1: Taxa de acertos para o histograma da caminhada, $hw_\mu(4)$, utilizando diferentes valores de memória μ e regras de caminhada.

Os resultados obtidos também demonstram que, tanto para mínima e máxima diferenças quanto para a sua combinação, a taxa de acertos diminui a medida que o tamanho da memória aumenta. A explicação para isto está no fato de que, a medida que a memória aumenta, mais difícil se torna encontrar um atrator na imagem. Com uma memória maior, o turista se vê obrigado a caminhar mais para encontrar um atrator que satisfaça sua nova memória. Além disso, longas caminhadas podem conduzir o turista a uma armadilha: todos os seus pixels vizinhos já estão na sua memória não havendo, portanto, direção a ser seguida e o turista para sem encontrar um atrator. A ocorrência deste tipo de situação altera a distribuição conjunta de transientes e atratores e, conseqüentemente, a classificação das amostras. Diferentemente, tamanhos menores de memória promovem uma melhor análise local da imagem, a qual se reflete numa maior taxa de acertos.

A Tabela 4.2 apresenta os resultados obtidos quando os histogramas calculados para diversos tamanhos de memória μ são concatenados. Essa abordagem diminui a importância individual de cada memória μ, ao mesmo tempo em que enfatiza o uso de várias memórias, assim fornecendo uma classificação mais eficiente das amostras.

Memórias usadas (μ)	Min	Max	$Min \cup Max$
$\{0, 1\}$	58,56	76,67	85,04
$\{0, 1, 2\}$	66,40	80,63	88,38
$\{0, 1, 2, 3\}$	68,29	82,25	88,74
$\{0, 1, 2, 3, 4\}$	70,45	83,87	88,65
$\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$	71,71	83,33	89,37

Tabela 4.2: Taxa de acertos para o histograma da caminhada, $hw_\mu(4)$, combinando diferentes valores de memória μ.

A Tabela 4.3 apresenta uma comparação entre os resultados obtidos para a caminhada do turista (concatenação do histograma da caminhada, utilizando mínima e máxima direção e múl-

Método	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
Filtros de Gabor	992	89,37
Descritores de Fourier	888	80,00
Matrizes de Co-ocorrência	665	59,91
Caminhada do Turista	992	89,37

Tabela 4.3: Resultados obtidos para diferentes métodos de textura.

tiplas memórias) e outros métodos de textura. Os seguintes métodos foram considerados para essa comparação: Descritores de Fourier [7], Matrizes de Co-ocorrência [82] e Filtros de Gabor [88, 51, 86]. Percebe-se que a caminhada do Turista apresenta um resultado semelhante aos obtidos pelos Filtros de Gabor, superando as Matrizes de Co-ocorrência e os Descritores de Fourier. Isto é particularmente interessante, pois a caminhada realiza a análise da textura diretamente sobre os pixels, sem nenhuma transformação previamente necessária. Diferentemente, os Filtros de Gabor e os Descritores de Fourier utilizam cálculos mais complexos e sofisticados. Além disso, esses descritores produzem transformações nas imagens, provocadas, seja pela supressão da informação de alta-freqüência (Descritores de Fourier) ou pelo uso de filtros passa-baixa (Filtros de Gabor). Tudo isso considerado contribui para validar a viabilidade e potencial da caminhada do Turista com descritor de texturas.

4.1.3 Caminhada do Turista guiada pela direção de máximo contraste

Como visto anteriormente, a questão do desempate de direções é um problema sério e que exige grande atenção na caminhada do turista. A simples escolha de uma posição vizinha em termos da sua intensidade pode levar a casos onde não apenas uma, mas várias direções podem vir a satisfazer os critérios do turista durante a sua caminhada.

Visando solucionar essa deficiência, foi proposta a caminhada segundo a direção de máximo contraste da vizinhança. Nessa abordagem, a direção que o turista deve seguir é calculada considerando cada pixel de sua vizinhança como uma força que o puxa para aquela direção. O Turista é, portanto, forçado a caminhar de modo a seguir a direção resultante da soma vetorial de cada uma das forças que atuam sobre ele.

Para o cálculo dessa direção, considere um vetor no espaço Cartesiano $\vec{V} = \{v_x, v_y\}$, onde v_x e v_y representam sua componentes nos eixos x e y, respectivamente. Dado um pixel g_0, cada pixel vizinho g_i,$i = 1, \ldots, 8$, possui sua intensidade mapeada para um vetor $\vec{V_i}$, de acordo com a sua posição relativa a g_0 (Figura 4.7). Três tipos de vetores são considerados:

- Vetores Horizontais: $\vec{V_3} = \{g_3, 0\}$ e $\vec{V_7} = \{-g_7, 0\}$,
- Vetores Verticais: $\vec{V_1} = \{0, -g_1\}$ e $\vec{V_5} = \{0, g_5\}$

- Vetores Diagonais: $\vec{V_2} = \frac{\sqrt{2}g_2}{2}\{1,-1\}$, $\vec{V_4} = \frac{\sqrt{2}g_4}{2}\{1,1\}$, $\vec{V_6} = \frac{\sqrt{2}g_6}{2}\{-1,1\}$, $\vec{V_8} = \frac{\sqrt{2}g_8}{2}\{-1,-1\}$.

Para um pixel g_0, a soma dos vetores relacionados com seus pixels vizinhos é calculada

$$\vec{V_r} = \{r_x, r_y\} = \sum_{i=1}^{8} \vec{V_i}, \tag{4.1}$$

e as componentes do vetor resultante normalizadas

$$\vec{V_d} = \{d_x, d_y\} = \{\frac{r_x}{|r_x|}, \frac{r_y}{|r_y|}\}, |r_x|, |r_y| \neq 0. \tag{4.2}$$

Esta normalização resulta em $d_x, d_y = \{-1, 0, +1\}$, onde d_x e d_y são as coordenadas relativas ao pixel vizinho de g_0 que coincide com a direção de máximo contraste partindo do pixel g_0 (Figura 4.8).

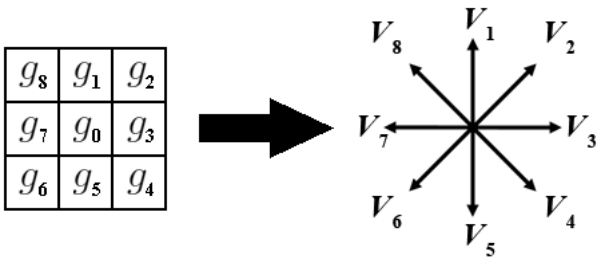


Figura 4.7: Vetores calculados a partir do pixel g_0 e sua vizinhança.

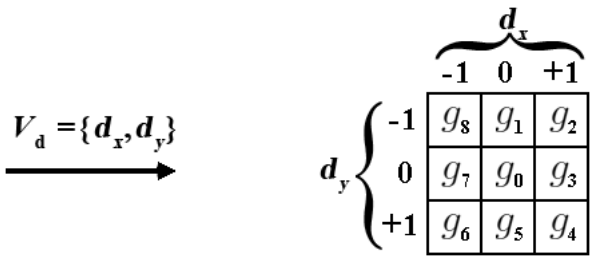


Figura 4.8: Direção de máximo contraste e pixel correspondente na vizinhança.

A direção de máximo contraste aponta a direção do pixel para onde o turista deve se mover e é calculada a cada passo da caminhada, até que o mesmo encontre um atrator ou todas os pixels da imagem tenham sido visitados. Outra possibilidade de parada ocorre quando $V_d = \{0, 0\}$. Neste caso, o turista encontra uma região homogênea (i.e., sem direção de contraste) e, portanto, é incapaz de prosseguir a sua caminhada. Além disso, essa metodologia de cálculo evita a existência de casos de empates entre direções, uma vez que existe sempre apenas uma direção a ser tomada.

Como visto na Seção 2.2.4, a análise da distribuição conjunta de transientes e atratores permite construir uma assinatura da imagem, a qual eficientemente pode ser utilizada em aplicações

de análise e caracterização de texturas [14]. Sendo assim, a abordagem proposta para o cálculo da direção foi avaliada utilizando os histogramas do transiente, do atrator e da caminhada, para diferentes conjuntos de valores de memória μ. Para a avaliação do método foi considerado o conjunto de imagens de Brodatz definido na Seção 3.2.3.

As assinaturas obtidas foram comparadas com métodos tradicionais de análise de textura, sendo a análise estatística das assinaturas geradas realizada utilizando o método de LDA em um esquema de validação cruzada [65, 74]. Para essa comparação, foram considerados os parâmetros que conduzem o turista ao seu melhor resultado em cada um dos histogramas considerados (Tabela 4.4). Nota-se que o melhor desempenho é apresentado pelo histograma da caminhada (φ^{hw}), seguido respectivamente pelos histogramas do transiente e do atrator. Apesar disso, o histograma da caminhada também é o que necessita de uma quantidade maior de descritores para atingir o seu melhor resultado. A concatenação desses três histogramas permite um aumento na capacidade de discriminação das texturas as custas de um aumento considerável na quantidade de descritores utilizados.

Método	N° de descritores	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
$\varphi^{ha}_{0,1,2,3,4,5}(3)$	18	582	52,43
$\varphi^{ht}_{0,1,2,3,4,5}(5)$	30	920	82,88
$\varphi^{hw}_{0,1,2,3,4,5}(8)$	48	945	85,13
Concatenação dos histogramas	96	992	89,37

Tabela 4.4: Comparação entre os histogramas da caminhada do turista e sua combinação.

A Tabela 4.5 apresenta os resultados obtidos por cada método comparado. A assinatura do turista aqui empregada é a concatenação dos histogramas apresentada na Tabela 4.4. Apesar dos resultados do turista apresentarem um desempenho superior aos dos descritores de Fourier e as matrizes de co-ocorrência, seu resultado é similar aos obtidos pelos filtros de Gabor (89,37%). Esse resultado confirma que a combinação de diferentes características extraidas da distribuição de atratores e transientes, assim como o uso de valores de memórias diferentes, permite a construção de uma assinatura de textura com grande poder de discriminação. Porém, é importante notar que enquanto os filtros de Gabor utilizam apenas 16 descritores, a assinatura do turista emprega 96 descritores para atingir o mesmo resultado.

Um ponto importante quanto a escolha de direção proposta diz respeito a rotação de imagens. Apesar desse tipo de transformação não afetar a intensidade dos pixels, imagens são estruturas discretas e não podem ser livremente rotacionadas, de modo que uma pequena alteração na vizinhança de um pixel pode ocorrer. Assim, uma variação na direção calculada ocorre para uma certa textura de acordo com o ângulo de rotação aplicado. Apesar disso, nota-se que, para rotações múltiplas de $90\,^{\circ}$, a direção de máximo contraste permanece inalterada (Figura 4.9), o que indica que o método é insensível a esse tipo de rotações.

Método	N° de descritores	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
Filtros de Gabor	16	992	89,37
Descritores de Fourier	99	888	80,00
Matrizes de Co-ocorrência	16	665	59,91
Caminhada do Turista	96	992	89,37

Tabela 4.5: Comparação com outros métodos de análise de textura.

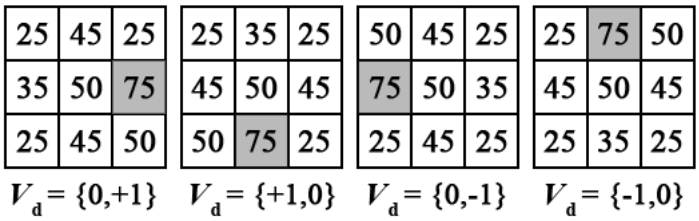


Figura 4.9: Para rotações múltiplas de $90\,^{\circ}$ a direção de máximo contraste é constante.

Por fim, nota-se que a abordagem apresentada apresenta um desempenho similar as metodologias tradicionais. Isso se deve ao fato da regra de caminhada utilizada enfatizar regiões de alto contraste, como bordas. De fato, a borda é um dos mais importantes atributos visuais utilizados para caracterizar objetos, pois fornece as mais relevantes informações sobre um objeto para tarefas de classificação e identificação [104, 48]. Além disso, a abordagem proposta apresenta certa tolerância a rotação, além de não sofrer o problema do empate de direções durante a caminhada.

4.2 Dimensão Fractal

Nesta seção são apresentadas as aplicações desenvolvidas e os resultados obtidos com a aplicação de métodos baseados na dimensão fractal para a análise de imagens.

4.2.1 Dimensão fractal de Bouligand-Minkowski aplicada a texturas

A partir dos estudos realizados sobre os diversos métodos de dimensão fractal, iniciou-se o desenvolvimento de novas metodologias e/ou abordagens de análise de texturas. Alguns dos métodos propostos vem apresentando resultados interessantes, como é o caso da aplicação do método de Bouligand-Minkowski [150, 130, 53, 32]. Neste caso em particular, foi proposta uma expansão de um método muito utilizado em aplicações de análise de forma para a análise de textura [20, 19, 12].

O método de Bouligand-Minkowski utiliza o conceito de área de influência, calculada através da dilatação da forma por um disco de raio r, para estimar a complexidade de um objeto.

Considere uma textura em tons de cinza como um conjunto de coordenadas $S \in R^3$. Cada elemento $s \in S$ é representado pela tripla $s = (y, x, z)$, onde x e y são as coordenadas do pixel na textura e z é o nível de cinza no ponto (y, x). Essa abordagem permite mapear uma textura como uma superfície no espaço. Substituindo o elemento de dilatação (no caso de formas, o disco de raio r) por uma esfera de raio r, o método permite estimar a complexidade da textura a partir do estudo de seu volume de influência, $V(r)$:

$$V(r) = \left\{ s' \in R^3 | \exists s \in S : |s - s'| \leq r \right\}, \tag{4.3}$$

onde $s' = (x', y', z')$ é um ponto em R^3 cuja distância de $s = (x, y, z)$ é menor ou igual a r.

A dimensão fractal de Bouligand-Minkowski D é definida como

$$D = 3 - \lim_{r \to 0} \frac{\log V(r)}{\log (r)}. \tag{4.4}$$

Além disso, essa abordagem tem se mostrado bastante eficiente na caracterização de texturas. Isso se deve ao fato do volume de influência ser capaz de detectar pequenas alterações no padrão da textura. A medida que o raio de dilatação r aumenta, as esferas obtidas pela dilatação de cada ponto da textura começam a se interceptar, alterando assim a maneira como o volume de influência cresce para determinado padrão de textura (Figura 4.10).

O cálculo da dilatação da superfície S é uma tarefa de elevado custo computacional. Uma abordagem para otimizar esse cálculo é utilizar a Transformada da Distância Euclideana (TDE), a qual calcula um mapa de distâncias para a superfície, onde cada valor representa a distância mínima daquele ponto do espaço para a superfície [30, 128, 66].

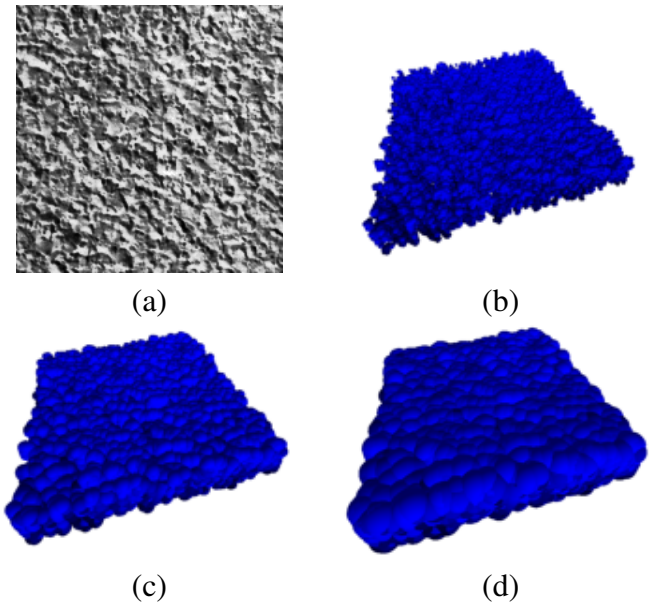


Figura 4.10: Volume de influência obtido para uma textura para diferente raios: (a) textura original; (b) $r = 2$; (c) $r = 5$; (d) $r = 10$.

A dimensão fractal é uma propriedade dos objetos fractais relacionada com o conceito de auto-semelhança em escala infinita. No entanto, imagens, como outros objetos reais, possuem tamanho e resolução finitos, de modo que sua auto-semelhança é limitada a algumas escalas. Como resultado dessas limitações, a complexidade de uma imagem se altera de acordo com a escala utilizada na visualização. Este fato é notado ao se estudar o comportamento da curva log-log obtida pelo método de Bouligand-Minkowski. Esta curva apresenta uma riqueza de detalhes que não pode ser expressa por uma simples regressão linear como normalmente utilizada no processo de estimativa da dimensão fractal.

Assim, um vetor de características capaz de explorar esses detalhes, permitindo uma caracterização mais precisa da textura, é definido. Inicialmente, a curva log-log é obtida pelo método de Bouligand-Minkowski para uma raio r. Uma reta que aproxima essa curva é calculada como sendo $y = a * x + b$, onde x e y são, respectivamente, o logaritmo do raio r e do volume de influência $V(r)$, a é a inclinação e b o ponto onde a reta intercepta o eixo y. Note que, como previamente definido, $D = 3 - a$ é a dimensão fractal estimada para a imagem.

A reta obtida é apenas uma aproximação do comportamento real da curva log-log, existindo um erro entre a reta e a curva log-log. Esse erro se deve ao fato de que cada valor da curva log-log muda de acordo com a posição e intensidade dos pixels, ambas características relacionadas com o contexto da imagem e que não podem ser descritas por um objeto simples como uma reta. A diferença entre a reta obtida e a curva log-log em um determinado ponto é definida pela simples diferença e_i:

$$e_i = a \log r_i + b - \log V(r_i), \tag{4.5}$$

onde $r_i \in [1, r]$ é um valor de raio que existe na curva log-log, $0 < r_i \leq r$. A caracterização da textura é feita selecionando-se um total de n valores de raio equidistantes da curva log-log para compor um vetor de características $\psi(n)$:

$$\psi(n) = [e_1, e_2, \ldots, e_n]\,. \tag{4.6}$$

Texturas em Tons de Cinza

De modo a avaliar o desempenho da abordagem proposta na caracterização de texturas em tons de cinza, o seguinte procedimento foi adotado: primeiramente, o vetor de característica proposto foi avaliado com o propósito de determinar o número de descritores n que melhor caracteriza o conjunto de texturas e sua influência nos resultados. Na seqüência, para prover uma melhor avaliação do método, uma comparação com outros métodos de textura foi realizada. Para essa avaliação, foi considerado o conjunto de imagens de Brodatz definido na Seção 3.2.3, sendo a análise estatística das assinaturas geradas realizada utilizando o método de LDA em um esquema de validação cruzada [65, 74].

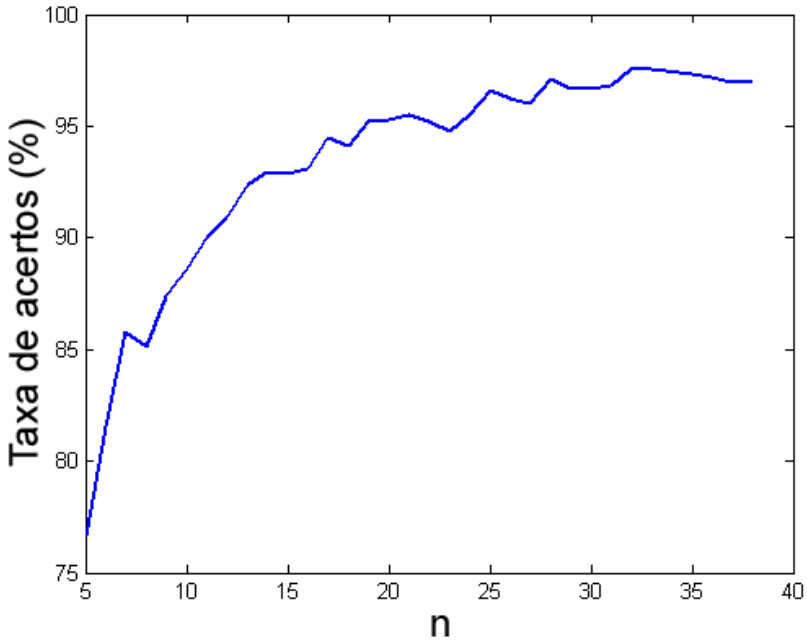


Figura 4.11: Taxa de acertos observada para diferentes números de descritores n.

A Figura 4.11 apresenta os resultados obtidos pelo método proposto a medida que se varia o número de descritores n utilizados. Um raio de dilatação máxima $r = 10$ foi considerado. De modo geral, a taxa de acertos obtida aumenta a medida que o número de descritores n aumenta. Percebe-se também a existência de certa oscilação nos resultados a medida que n aumenta. Estas oscilações são devido ao fato do vetor de característica $\psi(n)$ proposto ser composto por um total de n valores equidistantes de raio selecionados da curva log-log. Um novo vetor $\psi(n+1)$ é diferente de sua versão anterior, $\psi(n)$, não apenas por um descritor, de modo que o mesmo pode não apresentar as mesmo propriedades discriminantes que o anterior. De fato, esta nova assinatura poderia selecionar valores de raios que apresentam características similares para diferentes padrões de textura, assim resultando em uma queda na taxa de acertos. Para o conjunto de imagens considerado, o melhor resultado é obtido utilizando $n = 33$.

Método	N° de descritores	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
Filtros de Gabor	16	992	89,37
Descritores de Fourier	99	888	80,00
Matrizes de Co-ocorrência	16	665	59,91
Método Proposto	33	1088	98,02

Tabela 4.6: Comparação com outros métodos de análise de textura.

Na Tabela 4.6, a assinatura obtida pelo método proposto foi comparada com outros métodos de análise de textura tradicionais da literatura. Utilizou-se para essa comparação: Descritores de Fourier [7], Matrizes de Co-ocorrência [82] e Filtros de Gabor [88, 51, 86]. Os resultados obtidos demonstram uma grande capacidade de discriminação pelo método proposto, apesar

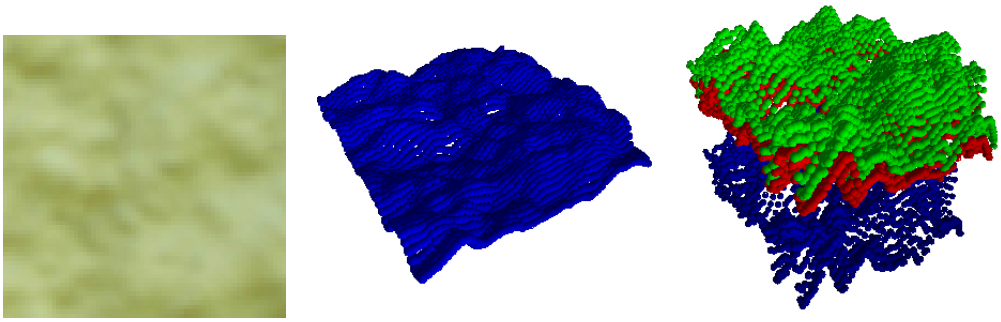
deste empregar uma estratégia menos sofisticada (i.e., nenhuma transformação matemática é aplicada sobre o conjunto de dados inicial) do que outros métodos comparados. Tal resultado demonstra um grande potencial do método para aplicações de análise e identificação de texturas, bem como da assinatura proposta, a qual pode ser estendida para outros métodos baseados na dimensão fractal.

Texturas Coloridas

A informação de cor tem se mostrado bastante útil na análise de imagens [136, 5], especialmente quando se lida com texturas naturais. A maioria dos métodos de textura analisam cada canal de cor de maneira independente dos demais. Os descritores obtidos para cada canal são depois combinados de modo a compor um vetor de características para aquela textura colorida. Esse tipo de abordagem é freqüentemente utilizada devido à dificuldade de se analisar todos os canais em um único passo. Assim, para realizar a análise de texturas coloridas com a abordagem proposta, um vetor de características $\varphi_{RGB}(n)$ foi utilizado. Esse vetor consiste da concatenação das assinaturas fractais $\psi_C(n)$ obtidas para cada canal C. Para uma textura colorida em *RGB*, o seguinte vetor é utilizado:

$$\varphi_{RGB}(n) = [\psi_R(n)\psi_G(n)\psi_B(n)]\,. \tag{4.7}$$

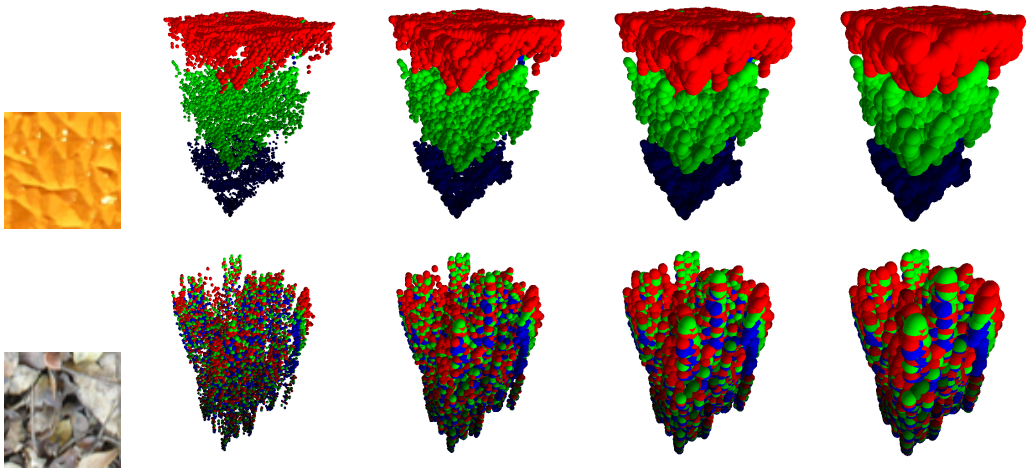
O método proposto analisa uma textura em tons de cinza como uma superfície em R^3. Isto é realizado ao se converter cada pixel da textura, e sua respectiva intensidade, em uma coordenada em R^3. No entanto, pode-se também mapear cada canal de cor da textura como uma superfície diferente em R^3 e realizar a sua dilatação conjunta. Assim, um vetor $\psi_{RGB}(n)$, onde RGB indica que todos os canais de cor foram dilatados durante o processo de estimativa da dimensão fractal, é obtido. Este vetor permite que se analise a interação entre os canais de cores de uma forma conjunta. A Figura 4.12 ilustra um exemplo de todos os canais de uma textura colorida RGB mapeadas como superfícies.



Original Image | Single Surface | Inter-color Space

Figura 4.12: Diferença entre as superfícies geradas por uma imagem em tons de cinza e outra colorida (componentes R, G e B).

Essa abordagem considera que intensidades iguais ou similares em diferentes canais de cores representam uma forte interação entre as superfícies, enquanto diferentes intensidades representam uma fraca interação. A interação entre as superfícies muda a maneira como o processo de dilatação ocorre e, conseqüentemente, modifica o volume de influência $V(r)$ ao adicionar a informação relativa a distância entre as superfícies. Superfícies que apresentem uma fraca interação podem dilatar sua esferas livremente por distâncias mais longas, o que resulta em um volume de influência maior. Diferentemente, uma forte interação entre os canais faz com que uma superfície obstrua o processo de dilatação de outra, assim resultando em um volume de influência menor. A Figura 4.13 ilustra esse processo de dilatação para diferentes valores de raio r. Portanto, essa abordagem considera o conceito de auto-semelhança e auto-afinidade entre os canais de cores.



(a) (b) (c) (d) (e)

Figura 4.13: Exemplos de interação entre canais de cores durante o processo de dilatação de duas texturas coloridas (primeira linha, interação fraca; segunda linha, interação forte): (a) Textura original; (b) $r = 1$; (c) $r = 2$; (d) $r = 3$; (e) $r = 4$.

Para a avaliar a qualidade da abordagem proposta, a mesma foi testada utilizando dois conjuntos de texturas coloridas: o conjunto VisTex (Seção 3.2.4) e o conjunto de textura naturais (Seção 3.2.5). Em ambos conjuntos de imagens, a análise estatística dos vetores de características gerados foi realizada utilizando o método de LDA em um esquema de validação cruzada [65, 74].

Como no caso das texturas em tons de cinza, os melhores resultados são obtidos quando um raio de dilatação máxima $r = 10$ e $n = 33$ descritores são considerados (Tabela 4.7). No entanto, é importante notar que os resultados obtidos pelo vetor $\varphi_{RGB}(n)$ superam os obtidos pelo vetor $\psi_{RGB}(n)$. Uma explicação para este comportamento está no fato de que o vetor $\varphi_{RGB}(n)$ avalia cada canal de maneira independente, assim fornecendo mais informação sobre cada canal e sobre a textura. Como resultado, uma melhor discriminação é alcançada. Diferentemente, o vetor $\psi_{RGB}(n)$ calcula a informação de cor dos três canais (R, G e B) em um único passo, em uma espécie de abordagem multi-espectral, sendo, portanto, necessários apenas 33 descritores

para caracterizar uma amostra de textura colorida, enquanto o vetor $\varphi_{RGB}(n)$ usa 99 descritores (33 descritores por canal). Esta é a grande vantagem dessa abordagem, mas também sua deficiência. Pixels em diferente canais, mas com uma mesma intensidade, não são representados de maneira adequada como no caso onde os canais são considerados independentes um do outro. Assim, descritores de texturas que apresentem uma forte interação entre seus canais de cores podem ser inadequados para a representação da textura no vetor $\psi_{RGB}(n)$ em comparação com $\varphi_{RGB}(n)$.

Na Tabela 4.7 também são apresentados os resultados obtidos por um método de análise de texturas coloridas encontrado na literatura, o Gabor EEE [83, 84]. Os resultados demonstram que a abordagem proposta ($\varphi_{RGB}(n)$) é a mais precisa na classificação de ambos os conjuntos de imagens considerados, confiirmando a importância do detalhe do volume de influência na caracterização da textura. Além disso, ambos os vetores propostos utilizam menos descritores do que o método de Gabor EEE para a discriminação de texturas. Apesar do vetor $\psi_{RGB}(n)$ apresentar uma taxa de acertos reduzida, seu pequeno número de descritores e a vantagem de processar toda a informação de cor contida em diferentes canais em um único passo demonstram o potencial da abordagem em aplicações de classificação e análise de texturas.

		Taxa de acertos (%)	
Método	No de descritores	VisTex	Texturas Naturais
φ_{RGB}	99	99,06	96,57
ψ_{RGB}	33	96,72	91,16
Gabor EEE	192	98,12	96,34

Tabela 4.7: Resultados obtidos pelas abordagens propostas e um método tradicional de análise de texturas coloridas.

4.2.2 Dimensão fractal de Massa-Raio aplicada a texturas

Em vista dos bons resultados obtidos com a expansão do método de Bouligand-Minkowski para a análise de textura, idéia semelhante foi desenvolvida para o método de Massa-raio [70, 39, 67, 99]. Esse método se baseia no estudo da área ocupada por uma forma quando amostrada utilizando círculos de raio r. Assim, sua expansão para a análise de textura envolveria o estudo do volume da mesma quando amostrada por esferas de raio r.

Considere uma textura como um conjunto de coordenadas S. Cada pixel da textura é representado por uma tripla $s = (x, y, z)$, $s \in S$, onde x e y são as coordenadas do pixel na textura e z é o nível de cinza associado ao pixel (x, y). Note que essa abordagem permite representar a textura como um conjunto de pontos em R^3. Assim, o círculo empregado no método original pode ser substituído por uma esfera de raio r, permitindo a fácil estimativa da quantidade de pontos $s \in S$ interceptada por uma esfera.

Uma etapa importante do método diz respeito ao número total de esferas que serão utilizadas para amostrar a complexidade da textura. Cada esfera tem seu centro associado a um especifico

ponto $s_i \in S$, $i = 1, 2, \ldots, N$, aleatoriamente determinado. Assim, a quantidade de pontos interceptados por uma esfera i de raio r, $V_i(r)$, é definido como:

$$V_i(r) = |\{s_i \in S | \exists s \in S : |s - s_i| \leq r\}|, \tag{4.8}$$

onde s é um ponto em S localizado a uma distância menor ou igual a r de s_i. Para N esferas, o volume ocupado $V(r)$ é definido como

$$V(r) = \frac{1}{N} \sum_{i=1:N} V_i(r). \tag{4.9}$$

A partir do volume $V(r)$, a dimensão fractal D é estimada como

$$D = \lim_{r \to 0} \frac{\log V(r)}{\log r}. \tag{4.10}$$

O valor da dimensão fractal pode ser facilmente obtido aplicando uma regressão linear sobre a curva $\log r \times \log V(r)$. Tem-se que a reta resultante da regressão apresenta coeficiente angular α e $D = \alpha$ é a dimensão fractal estimada.

Quando aplicada a texturas, a dimensão fractal permite medir a complexidade de organização dos pixels, sendo está complexidade diretamente relacionada com o aspecto visual da textura. A dimensão fractal permite quantificar uma textura em termos de homogeneidade, tornando possível a sua comparação com outras amostras de textura [3]. No entanto, um único valor numérico pode não ser adequado para representar toda a complexidade e auto-semelhança presente na imagem. De fato, uma análise mais cuidadosa da curva log-log revela a presença de uma quantidade considerável de informação ao longo da escala e que são perdidas durante o processo de regressão linear.

Assim, para a análise de texturas utilizando o método de massa-raio, foi proposto calcular a regressão linear em diferentes seções da curva log-log. Cada regressão é calculada para uma seção composta por M pontos em seqüência, não sendo permitido a um ponto pertencer a dois segmentos distintos (Figure 4.14). Como resultado, um vetor $\vec{\varphi} = \{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k, \}$ capaz de descrever as variações na complexidade de diferentes porções da curva é obtido, onde k é o número de segmentos obtidos de tamanho M.

Texturas em Tons de Cinza

Para a avaliação do método proposto na caracterização de texturas em tons de cinza foi considerado o conjunto de imagens de Brodatz definido na Seção 3.2.3, sendo a análise estatística das assinaturas geradas realizada utilizando o método de LDA em um esquema de validação cruzada [65, 74].

Uma característica do método que exige atenção se refere ao número de esferas N utilizadas durante a amostragem do padrão de complexidade da textura. Cada esfera é disposta em um

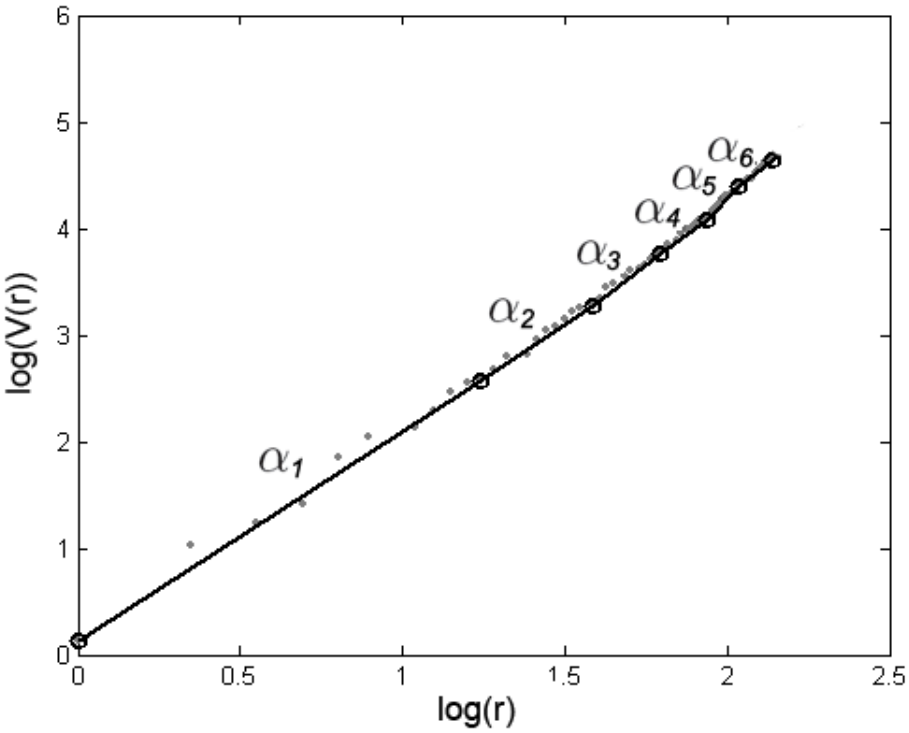


Figura 4.14: Exemplo de uma assinatura de textura calculada considerando $M = 10$, o que resulta em $k = 8$ segmentos. Curva log-log calculada para $r = 10$.

ponto aleatoriamente selecionado e um número pequeno de esferas pode produzir uma amostragem inadequada da textura. Isto pode resultar em um valor de dimensão fractal sub-estimado ou mesmo diferentes valores para diferentes execuções do método sobre uma mesma amostra de textura. Por outro lado, a partir de certo número de esferas, a textura é sobre-amostrada, i.e., nenhuma informação relevante é adicionada a curva log-log por cada esfera adicional. A Figura 4.15 ilustra o valor da dimensão fractal D estimado para uma textura a medida que se varia o número de esferas N. Neste experimento, para cada valor de N, a dimensão fractal D foi estimada 30 vezes e sua média calculada. Como resultado, percebe-se que o valor de D é estável para $N \geq 4000$, o que corresponde a selecionar 10% dos pixels da textura durante a etapa de amostragem.

Outro parâmetro importante do método é o número de pontos M utilizados para calcular a assinatura de textura. Durante os experimentos, um raio máximo $r = 20$ foi considerado, assim resultando em uma curva log-log com 335 pontos. Cada ponto dessa curva corresponde a um valor de raio no $[0, radius]$ no espaço 3D discreto. De acordo com o tamanho do segmento, diferentes seções da curva log-log são selecionados, assim enfatizando detalhes em diferentes resoluções. A medida que o segmento aumenta de tamanho, mais informação é utilizada para calcular um único coeficiente angular. Temos então que diferentes oscilações da curva podem vir a ser representadas por um mesmo coeficiente. Estas oscilação são decorrentes do fato do volume das esferas não aumentar igualmente em todos os pontos da textura. Pequenas variações no padrão de textura perturbam a maneira como o volume de influência $V(r)$ cresce, o que

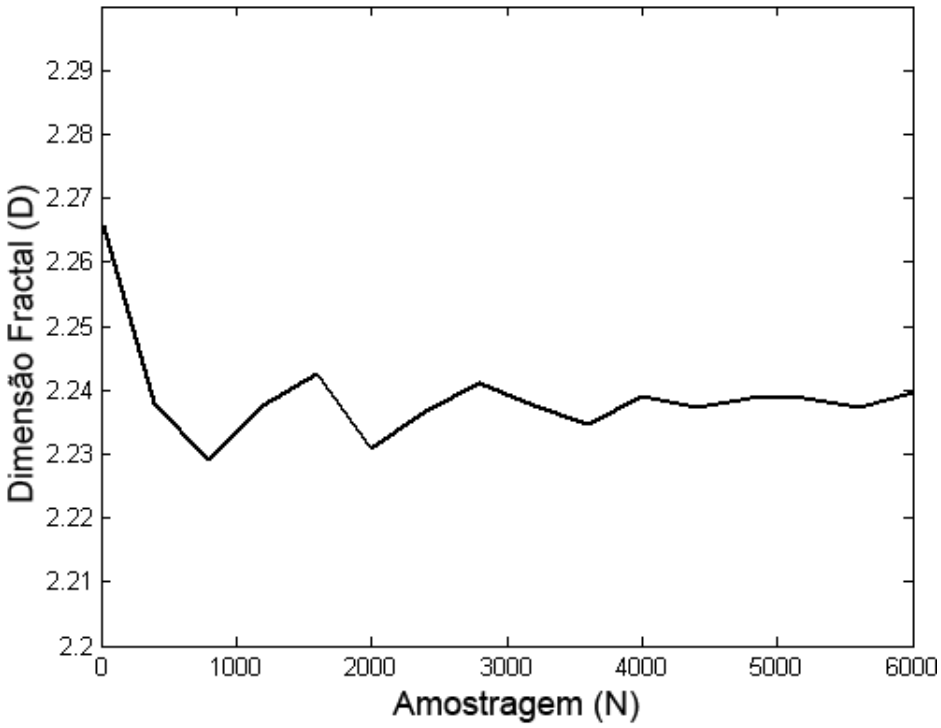


Figura 4.15: Dimensão fractal D como uma função do número de pontos N considerados para a amostragem da textura.

o torna muito sensível a mudanças estruturais na textura. Assim, um aumento no tamanho do segmento utilizado tende a diminuir a relevância dos detalhes presentes naquela seção da curva. Além disso, segmentos maiores resultam em um conjunto menor de coeficientes e, em conseqüência, uma assinatura de textura menos discriminativa. De fato, o melhor resultado para o método é obtido quando $M = 5$ é considerado, o que resulta em uma assinatura composta por 55 descritores.

Método	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
Filtros de Gabor	992	89,37
Descritores de Fourier	888	80,00
Matrizes de Co-ocorrência	665	59,91
Método Proposto	1062	95,67

Tabela 4.8: Resultados obtidos para diferentes métodos de textura.

A Tabela 4.8 apresenta os resultados obtidos para o método proposto e outros métodos comparados. Os métodos utilizados nessa comparação foram: Descritores de Fourier [7], Matrizes de Co-ocorrência [82] e Filtros de Gabor [88, 51, 86]. É importante notar que o método proposto realiza a análise da textura diretamente sobre os pixels, i.e., nenhuma transformação é aplicada sobre os pixels da imagem. No entanto, seus resultados superam aqueles obtidos por métodos tradicionais em análise de textura, como Fourier e Gabor. Estes métodos utilizam cálculos mais complexos e sofisticados do que a abordagem proposta, o que contribui para validar

a viabilidade do método proposto com descritor de texturas, apresentando grande potencial para aplicações de análise e identificação de texturas.

Texturas Coloridas

Diante dos bons resultados obtidos na classificação de texturas em tons de cinza, propôs-se testar também a eficiência do método na classificação de texturas coloridas. Como essa abordagem também utiliza o mapeamento dos pixels de uma imagem na forma de uma superfície no espaço R^3, como descrito no método de Bouligand-Minkowski aplicada a texturas, optou-se por avaliar ambas as assinaturas propostas na Seção 4.2.1: (i) os descritores obtidos, independentemente, para cada canal são concatenados de modo a compor um vetor de características para a textura colorida e (ii) cada canal do *RGB* é mapeado como uma superfície diferente em R^3 e o volume do conjunto de superfícies é calculado e utilizado para o cálculo dos descritores (abordagem multi-espectral).

Para a avaliar a qualidade da abordagem proposta, a mesma foi testada utilizando dois conjuntos de texturas coloridas: o conjunto VisTex (Seção 3.2.4) e o conjunto de textura naturais (Seção 3.2.5). Em ambos conjuntos de imagens, a análise estatística dos vetores de características gerados foi realizada utilizando o método de LDA em um esquema de validação cruzada [65, 74].

A Tabela 4.9 apresenta os resultados obtidos pelo método em ambas as abordagens. Para o cálculo dos descritores, considerou-se a configuração que conduz aos melhores resultados do método em texturas em tons de cinza: $M = 5$, o que resulta em uma assinatura composta por 55 descritores. No caso em que cada canal é considerado de forma independente, o vetor de característica final possui 165 descritores (55 descritores para cada canal). Uma amostragem de 10% dos pixels da textura foi utilizada durante a etapa de amostragem, sendo essa quantidade selecionada de cada canal quando os canais são considerados de forma conjunta (abordagem multi-espectral).

Como esperado, os resultados demonstram que os descritores obtidos considerando os canais de forma independente superam os obtidos quando os três canais são analisados conjuntamente. A avaliação de cada canal de maneira independente fornece mais informação sobre cada canal e sobre a textura como um todo, promovendo assim uma melhor discriminação da amostra. Apesar disso, a abordagem multi-espectral utiliza apenas um terço dos descritores, sendo essa sua grande vantagem, mas também sua deficiência. Isso por que, pixels localizados em canais diferentes, mas que possuam a mesma intensidade, não são representados de maneira adequada como no caso onde os canais são considerados independentes um do outro.

Na Tabela 4.9 também são apresentados os resultados obtidos por um método de análise de texturas coloridas encontrado na literatura, o Gabor EEE [83, 84]. Os resultados demonstram que a abordagem utilizando os canais separados apresenta resultado similar ao do Gabor EEE na classificação do conjunto de imagens Vistex. Por outro lado, nota-se uma queda significativa

no desempenho do método a medida que se muda para uma base contendo um número muito superior de classes (de 40 classes no Vistex para 180 nas Texturas Naturais). Isso indica que, apesar da capacidade de reconhecer texturas de diversos aspectos, o método não se mostra muito robusto para grandes conjuntos de classes de texturas, principalmente quando a informação de cor é incorporada as amostras. Isso é confirmado pelo resultado obtido utilizando o conjunto de Brodatz, onde um conjunto de imagens em tons de cinza e com um número intermediário de classes (111 classes) foi classificado com uma taxa de acertos de 95,67%.

	Taxa de acertos (%)	
Método	VisTex	Texturas Naturais
canais independentes	98,12	84,72
abordagem multi-espectral	91,09	75,69
Gabor EEE	98,12	96,34

Tabela 4.9: Resultados obtidos pelas abordagens propostas e um método tradicional de análise de texturas coloridas.

4.2.3 Dimensão fractal de texturas: uma abordagem multi-níveis

Diferentes padrões de textura são formados a partir de diferentes distribuições de níveis de cinza ao longo da imagem. A análise de como os diferentes níveis de cinza se dispõe ao longo da textura pode fornecer informações que permitam a sua identificação. Assim, nesta etapa dos trabalhos utilizou-se o método de BoxCounting para estimar a complexidade das diferentes versões de uma textura geradas a partir da sua binarização. Deste modo, é possível construir uma assinatura que descreve a variação na complexidade da imagem a medida que se varia o limiar utilizado na sua binarização [9].

Para tanto, considere uma imagem $A \in R^2$ e um limiar T_i, $T_i \in T$. Uma imagem binária A_{T_i} é obtida aplicando uma transformação δ_{T_i}:

$$A_{T_i} = \delta_{T_i}(A) = \forall a \in A \begin{cases} a = 0, \text{ if } a < T_i \\ a = 1, \text{ if } a \geq T_i \end{cases} \tag{4.11}$$

Para cada versão binária da imagem A, a análise de complexidade é realizada utilizando-se o método de dimensão fractal de Box-Counting, o qual foi escolhido devido a sua simplicidade e fácil implementação, sobre a imagem A_{T_i}:

$$D_{T_i} = -\lim_{r \to 0} \frac{log(N_{T_i}(r))}{log(r)}, \tag{4.12}$$

onde $N_{T_i}(r)$ é o número de quadrados de aresta r que interceptam a imagem A_{T_i}. Considerando um conjunto de limiares T, $T_i \in T$, é possível calcular uma assinatura de textura $\psi(A)$:

$$\psi(A) = [D_{T_1}, D_{T_2}, \ldots, D_{T_M}], i = 1 \ldots M, \tag{4.13}$$

onde M é o número de limiares considerados para a caracterização da textura.

A assinatura de textura proposta foi avaliada considerando o conjunto de imagens de Brodatz definido na Seção 3.2.3. A análise estatística das assinaturas geradas foi realizada utilizando o método de LDA em um esquema de validação cruzada [65, 74].

Um ponto importante do método diz respeito ao conjunto de limiares T utilizados para gerar a assinatura da textura. O conjunto de limiares que melhor discrimina um conjunto de texturas é aquele que é selecionado considerando-se as características das texturas. Assim, a seleção dos limiares foi feita utilizando o método de Otsu multi-níveis como descrito a seguir:

1. Para cada amostra de textura na base, calcule o seu histograma;
2. Calcule o histograma médio a partir dos histogramas de todas as amostras de textura. Este histograma médio demonstra como os níveis de cinza se distribuem nas texturas da base;
3. Utilizando o método de Otsu multi-níveis [102, 118], selecione M limiares do histograma médio;

A escolha dos limiares, bem como a quantidade de limiares, depende das características das texturas contidas na base. O método de Otsu multi-níveis é uma abordagem confiável para a seleção de limiares. Através de uma busca exaustiva, esse método seleciona os limiares ótimos de uma textura, maximizando a variância entre os grupos de níveis de cinza [102, 118]. Quando aplicado sobre o histograma médio, o método fornece um conjunto de limiares relacionados com a distribuição de níveis de cinza de toda a base, o que permite a construção de uma assinatura $\psi(A)$ mais eficiente.

A Figura 4.16 apresenta a taxa de acertos do método como uma função do número de limiares (N) calculados pelo método de Otsu. Com esperado, nota-se um aumento na taxa de acertos a medida que o número de limiares utilizados para compor a assinatura $\psi(A)$ aumenta. Isto é resultado da informação adicional relacionada com a complexidade da textura adicionada ao vetor assinatura. Cada limiar representa um nível de cinza onde a homogeneidade da textura se altera. Métodos de análise de complexidade, como a dimensão fractal, estimam a homogeneidade de uma imagem através de sua complexidade. O método de Otsu multi-níveis combinado com a dimensão fractal permite criar uma assinatura que descreve as alterações mais relevantes na complexidade da textura. De fato, utilizando 80 limiares, a assinatura proposta é capaz de classificar corretamente 91,53% das amostras de textura da base.

Na Figura 4.17 são apresentados exemplos da complexidade da textura como uma função do limiar da binarização, para quatro amostras de texturas de duas classes distintas. É importante

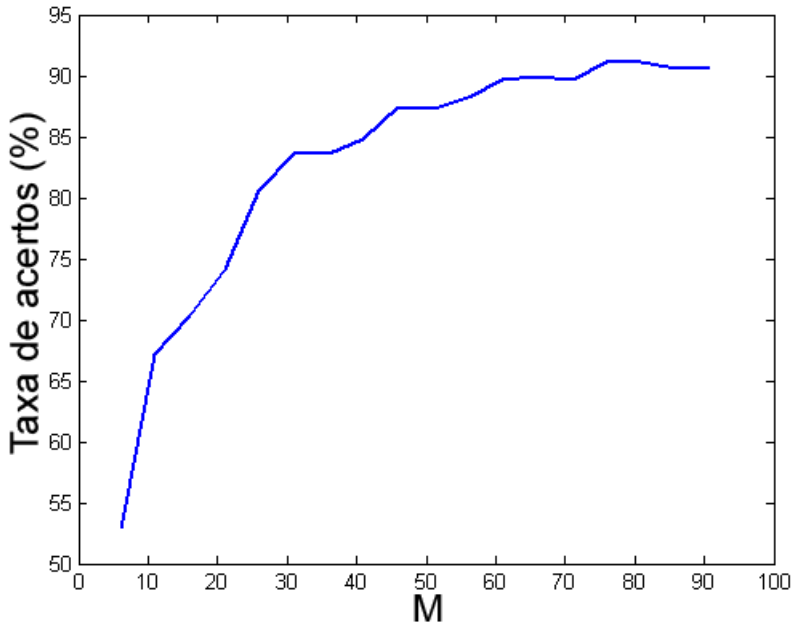


Figura 4.16: Taxa de acertos como uma função do número de limiares (M) utilizados. O melhor resultado (91,53%) é obtido utilizando-se $M = 80$.

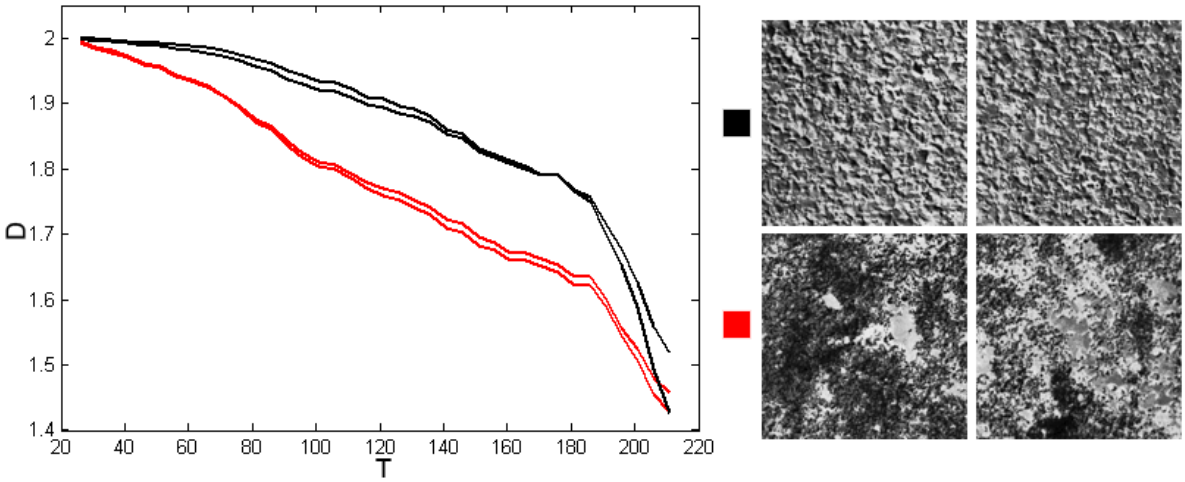


Figura 4.17: Exemplos de assinaturas calculadas para duas classes diferentes de texturas.

Método	Imagens corretamente classificadas	taxa de acertos (%)
Filtros de Gabor	992	89,37
Descritores de Fourier	888	80,00
Matrizes de Co-ocorrência	665	59,91
Método Proposto	1016	91,53

Tabela 4.10: Resultados obtidos para diferentes métodos de textura.

notar que, apesar do valor da dimensão fractal diminuir a medida que se aumenta o limiar utilizado, este ocorre a taxas diferentes para diferentes padrões de textura. Isto indica a viabilidade do uso do vetor assinatura $\psi(A)$ em aplicações de textura.

Com o intuito de fornecer uma validação mais completa da assinatura proposta, a mesma foi comparada com métodos de análise de textura tradicionais da literatura, como os Descritores de Fourier [7], Matrizes de Co-ocorrência [82] e Filtros de Gabor [88, 51, 86]. A Tabela 4.10 apresenta os resultados obtidos por cada método e pela assinatura proposta. Os resultados demonstram que, apesar de ser uma estratégia simples de análise de textura, a assinatura proposta apresenta grande potencial para aplicações de análise e identificação de texturas, evidenciando a existência de uma correlação entre o aspecto da textura e a disposição dos diferentes níveis de cinza ao longo da textura.

4.3 Redes Complexas

Nesta seção são apresentadas as aplicações desenvolvidas e os resultados obtidos com a aplicação da teoria de Redes Complexas na análise de imagens.

4.3.1 Redes Complexas aplicadas a análise de formas

Como visto na Seção 2.3, as propriedades topológicas de uma rede podem ser utilizadas na sua identificação e na sua comparação com outras redes. O mesmo poder ser feito com uma forma, sendo necessário apenas que a mesma seja modelada como um grafo ou rede. Para tanto, considere $S = [s_1, s_2, ..., s_N]$ um contorno de uma forma, onde N é o número de pontos no contorno, sendo $s_i = (x_i, y_i)$ as coordenadas discretas do ponto i do contorno. Um grafo $G = (V, E)$ é construído considerando cada ponto $s_i \in S$ como um vértice $v_i \in V$ no grafo G. Para cada par de vértices (v_i, v_j) uma aresta não direcionada $e_{ij} \in E$ é construída conectando esses vértices. O peso associado a aresta é calculado considerando a distância Euclideana entre os pares de pontos do contorno:

$$d(s_i, s_j) = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}. \tag{4.14}$$

Uma matriz W, de tamanho $N \times N$, representa os pesos das arestas entre os vértices,

$$w_{ij} = W(v_i, v_j) = d(s_i, s_j), \tag{4.15}$$

onde os pesos são normalizados no intervalo $[0, 1]$,

$$W = \frac{W}{\max_{w_{ij} \in W}}. \tag{4.16}$$

Inicialmente, o conjunto de arestas E conecta todos os vértices. Isto significa que a rede se comporta regularmente, uma vez que todos os seus vértices possuem o mesmo número de conexões. No entanto, uma rede regular não apresenta nenhuma propriedade relevante para

aplicação proposta, sendo portanto necessário aplicar uma transformação que resulte em propriedades relevante para a caracterização da rede e, conseqüentemente, da forma original. Para realizar essa transformação, propõem-se explorar o conceito de evolução dinâmica da rede (Seção 2.3.2). Essa transformação consiste em aplicar uma limiar t sobre o conjunto de arestas E para selecionar E^*, $E^* \subseteq E$. Ao se manter o conjunto de vértices original V, uma nova rede $G^* = (V, E^*)$, a qual representa um estágio intermediário na evolução da rede é obtida. Uma aresta pertence ao subconjunto E^* se o seu peso for igual ou menor que o limiar t. A Figura 4.18 mostra um exemplo de contorno modelado como uma rede durante o processo de evolução dinâmica. Para esta representação, as coordenadas x e y são as mesmas o contorno original enquanto a coordenada z representa o grau do vértice.

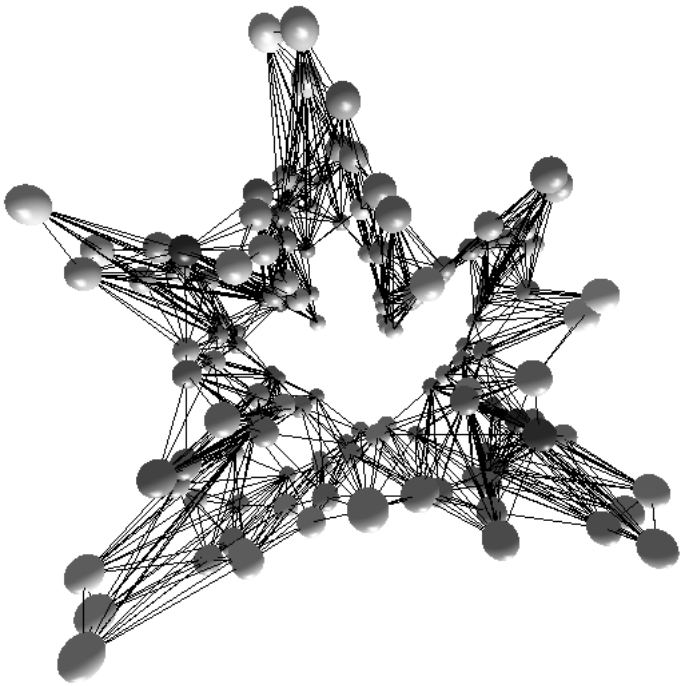


Figura 4.18: Representação de um contorno modelado como uma rede.

Para a caracterização da forma, uma assinatura que descreve as características temporárias da rede é construída. Essa assinatura consiste de um vetor de características φ composto pelos valores de grau médio e máximo, calculados a partir de cada sub-rede G^* obtida pela aplicação da transformação δ_t sobre a rede original G, para diferentes valores de $t \in T$:

$$\varphi = [k_{average}(G_{t_1}), k_{max}(G_{t_1}), \ldots, k_{average}(G_{t_M}), k_{max}(G_{t_M})], t_i \in T, \tag{4.17}$$

onde G_{t_i} é a rede G^* calculada usando o limiar t_i. De modo a evitar distorções de escala, o vetor proposto é normalizado pelo número de vértices N presentes na rede. Deste modo, as medidas de grau são representadas como proporções da rede original.

Para avaliar a performance do método proposto, dois conjunto de imagens foram considerados: o conjunto de formas genéricas definido na Seção 3.2.1, e o conjunto de formas de peixes

definido na Seção 3.2.2. A análise estatística das assinaturas geradas foi realizada utilizando o método de LDA em um esquema de validação cruzada [65, 74]. Para compor as assinaturas, os limiares

$$t \in \{0,025; 0,1; 0,175; 0,25; 0,325; 0,4; 0,475; 0,55; 0,625; 0,7; 0,775; 0,85; 0,925\}$$

foram usados, assim resultando em uma assinatura composta por 26 descritores (13 para grau médio e 13 para grau máximo).

Com o intuito de fornecer uma validação mais completa da assinatura proposta, a mesma foi comparada com métodos de análise de formas tradicionais da literatura, como os descritores de Fourier [78, 117], momentos de Zernike [160], curvatura [158] e dimensão fractal multi-escala [50, 53].

A Tabela 4.11 apresenta os resultados obtidos por cada método e pela assinatura proposta no conjunto de formas genéricas. Os resultados mostram que os descritores propostos apresentam uma grande capacidade de reconhecimento de forma, superando os resultados de métodos tradicionais. Além disso, é importante enfatizar que, uma vez que esse conjunto é composto por formas com variações a sua estrutura, a assinatura proposta apresenta grande eficiência em lidar com os diferentes tipos de deformações de formas, uma problema comum durante a etapa de aquisição de imagens.

Método	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
Método Proposto	95	95,96
Descritores de Fourier	83	83,84
Momentos de Zernike	91	91,92
Curvatura	76	76,77
Dimensão Fractal Multi-escala	87	87,88

Tabela 4.11: Resultados obtidos para diferentes métodos de análise de formas no conjunto de formas genéricas.

A Tabela 4.12 apresenta os resultados obtidos por cada método e pela assinatura proposta no conjunto de formas de peixes. Os resultados demonstram que os descritores baseados em medidas de grau apresentam uma grande capacidade de reconhecimento de forma, sendo capaz de lidar com um grande número de classes. Além disso, nota-se que o método possui uma grande tolerância a transformações de escala e rotação dos contornos.

Método	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
Método Proposto	10932	99,38
Descritores de Fourier	10897	99,07
Momentos de Zernike	1345	12,23
Curvatura	10730	97,55
Dimensão Fractal Multi-escala	4105	37,32

Tabela 4.12: Resultados obtidos para diferentes métodos de análise de formas no conjunto de formas de peixes.

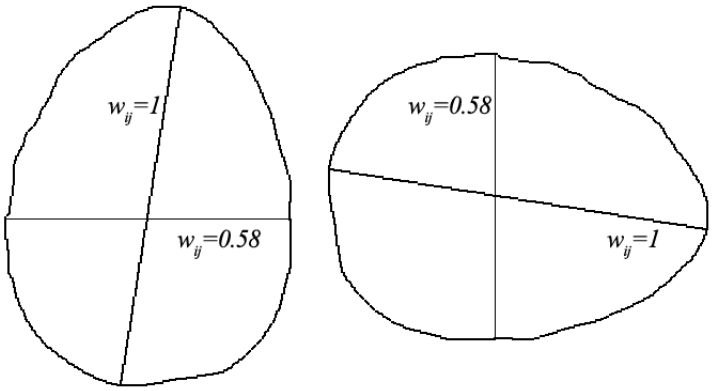


Figura 4.19: Representação da invariância a rotação.

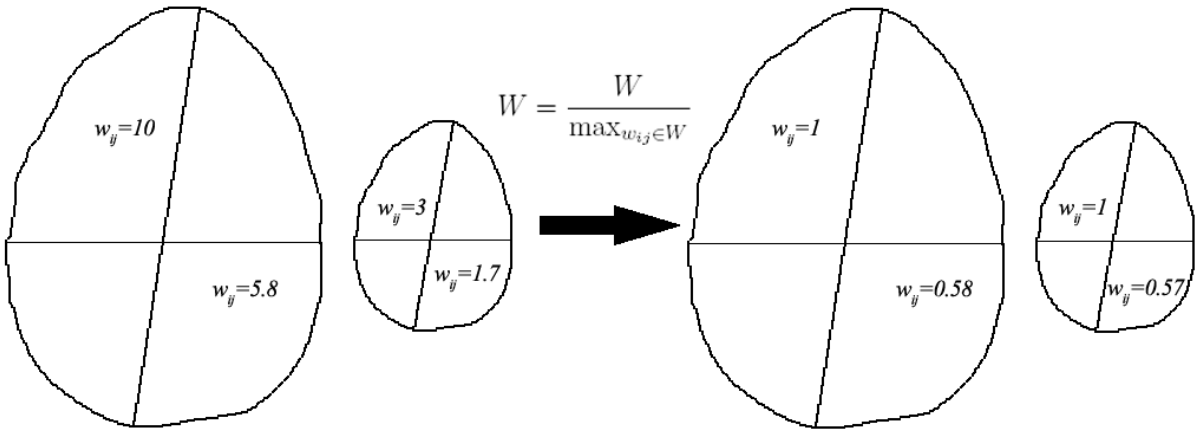


Figura 4.20: Representação da invariância a escala.

A tolerância a rotação se deve principalmente ao uso da distância Euclidiana no cálculo das aresta. Durante a rotação do contorno, a distância Euclidiana entre dois vértices não se altera (Figura 4.19). Apenas uma pequena adição de erro pode vir a ocorrer devido ao fato do contorno ser uma estrutura discreta. Já a tolerância a escala é resultado da normalização dos pesos das arestas para o intervalo $[0, 1]$. Essa normalização fixa a aresta maior (aquela que apresenta a maior distância Euclideana entre dois vértices) com tendo peso igual a 1, enquanto as arestas remanescentes adquirem pesos relativos a está aresta (Figura 4.20). Além disso, uma mesma forma em escalas diferentes apresentará um número distinto de pontos em seu contorno. Portanto o cálculo do grau é diretamente afetado pelo tamanho da rede N. A normalização do grau médio e máximo segundo o número de vértices da rede evita esse tipo de distorção e contribui para a tolerância a alterações de escala pelo método.

A Figura 4.21 exemplifica essa normalização para uma mesma forma em duas escalas distintas. Note que o grau médio das redes se aproxima quando a normalização é executada, i.e., apesar das redes apresentarem tamanhos distintos, sua distribuição de graus entre os vértices são equivalentes.

Os resultados obtidos com ambos os conjuntos de imagens evidenciam que os contornos de formas podem ser eficientemente representados, caracterizados e analisados em termos de uma rede complexa. Além disso, medidas como o grau médio e máximo da rede podem ser utilizados na identificação e reconhecimento de padrões de uma ampla quantidade de classes, sendo as mesmas tolerantes a rotação e a escala quando utilizada a devida normalização proposta [18].

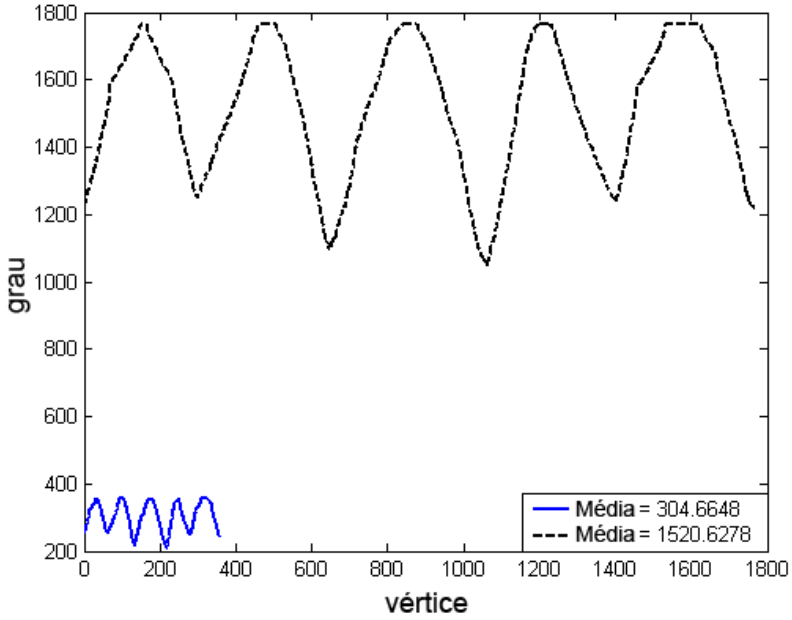
Aplicação na Análise de Esqueletos

Diante dos bons resultados do método no reconhecimento de contornos, o mesmo foi experimentado para o reconhecimento de esqueletos de formas (Figura 4.22) [10]. O esqueleto de uma forma pode ser entendido como o seu eixo médio, i.e., o conjunto de centros de coordenadas de círculos que (i) são bi-tangentes a forma e (ii) estão completamente contidos pela forma [25, 26].

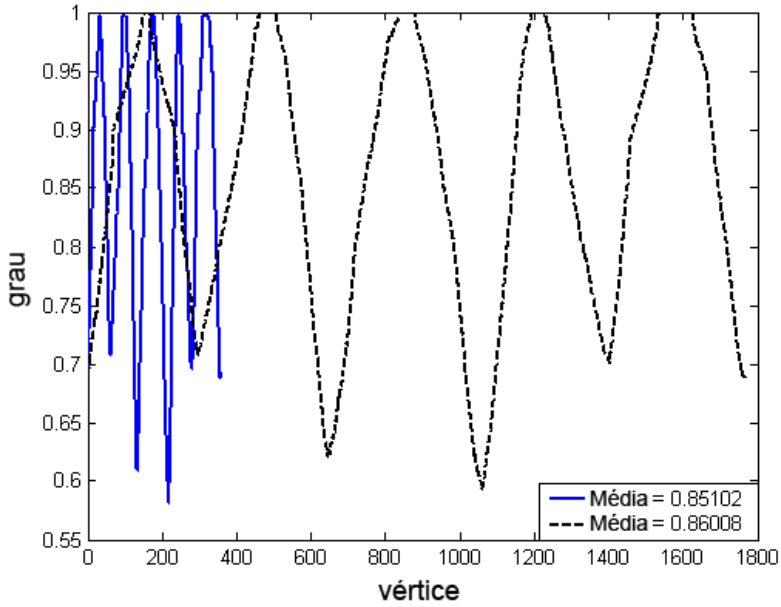
Sendo assim, considerando um esqueleto como uma lista de pontos S, $S = [s_1, s_2, ..., s_N]$, o mesmo foi modelado como uma rede e sua assinatura calculada utilizando o mesmo processo descrito para o caso de contornos.

Para avaliar a performance do método proposto em esqueletos, utilizou-se do conjunto de formas genéricas definido na Seção 3.2.1. A análise estatística das assinaturas geradas foi realizada utilizando o método de LDA em um esquema de validação cruzada [65, 74]. Para compor as assinaturas, os limiares $t \in \{0,1; 0,21; 0,32; 0,43; 0,54; 0,65\}$ foram usados, o que resultou em uma assinatura composta por 12 descritores (6 para grau médio e 6 para grau máximo).

A Tabela 4.13 apresenta os resultados obtidos por cada método no experimento proposto. A abordagem proposta utiliza o esqueleto para a identificação de padrões de forma. Sua comparação foi realizada considerando métodos baseados em contornos de formas. Contornos são



(a)



(b)

Figura 4.21: Efeito da normalização do grau da rede pelo seu tamanho: (a) Antes da normalização; (b) Depois da normalização.

(a) (b)

Figura 4.22: (a) Forma original; (b) Esqueleto da forma.

Método	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
Método Proposto	93	93.94
Descritores de Fourier	83	83,84
Momentos de Zernike	91	91,92
Curvatura	76	76,77
Dimensão Fractal Multi-escala	87	87,88

Tabela 4.13: Resultados obtidos para diferentes métodos de análise de formas no conjunto de formas genéricas.

capazes de representar de forma mais eficiente os detalhes presentes em uma forma do que seu esqueleto. Além disso, esqueletos são mais sensíveis a variações ou a presença de ruído na forma, i.e., pequenas alterações na forma produzem alterações drásticas no seu esqueleto. Nesta abordagem, os esqueletos foram obtidos utilizando o método proposto por Choi et al. [44]. Um método de "poda"[22] é aplicado sobre o esqueleto obtido de modo a minimizar deformações na forma ou ruído. Assim, apenas os ramos mais significantes do esqueleto são considerados.

Os resultados mostram que, apesar da reduzida quantidade de informação presente no esqueleto e de sua deficiências na representação de formas, o método proposto apresenta grande capacidade no reconhecimento de formas, superando os resultados obtidos por métodos baseados em contornos, como os descritores de Fourier [78, 117], momentos de Zernike [160], curvatura [158] e dimensão fractal multi-escala [50, 53]. Esses resultados confirmam a eficiência de descritores baseados em grau na caracterização de redes, sejam essas redes obtidas a partir de contornos ou esqueletos de formas.

4.3.2 Redes Complexas aplicadas a análise de texturas

Considerando o bom desempenho apresentado pelas redes complexas no caracterização de formas e esqueletos, o mesmo princípio foi aplicado a análise de texturas. Para tanto, considere $p(i,j), i = 1 \ldots M$ e $j = 1 \ldots N$, como um pixel em uma imagem P, onde i e j são as coordenadas cartesianas do pixel p e $p(i,j)$ a intensidade do nível de cinza associado a ele. Um grafo $G = (V, E)$ é construído considerando cada pixel $p(i,j)$ da imagem P como um vértice $v_{i,j} \in V$ no grafo G. Os vértices associados a dois pixels $p(i,j)$ e $p(i',j')$ são conectados por uma aresta não direcionada $e \in E$ na rede sempre que a distância Euclideana entre eles não ultrapassar um limiar r:

$$E = \left\{ (v_{i,j}, v_{i',j'}) \in P \times P | \sqrt{(i-i')^2 + (j-j')^2} \leq r \right\}. \tag{4.18}$$

A cada aresta $e \in E$ é associado um peso $w(e)$, o que é definido pelo quadrado da distância Euclideana entre os dois vértices conectados, considerando a intensidade dos pixels $p(i,j)$ e $p(i',j')$:

$$w(e) = (i - i')^2 + (j - j')^2 + (p(i,j) - p(i',j'))^2 \; \forall e = (v_{i,j}, v_{i',j'}) \in E. \tag{4.19}$$

Essa abordagem permite incluir na modelagem da rede informação relativa a vizinhança de um pixel, a qual se refere a análise local da textura. Considerando que a conexão entre dois pixels depende do parâmetro r, o qual está associado ao raio de cobertura de um pixel na imagem, a função peso $w(e)$ pode assumir uma ampla gama de valores. É interessante, portanto, normalizar este peso para o intervalo $[0, 1]$. Isto é facilmente realizado utilizando o maior peso que pode vir a ser associado a uma aresta:

$$w(e) = \frac{(i - i')^2 + (j - j')^2 + (p(i,j) - p(i',j'))^2}{255^2 + r^2} \; \forall e = (v_{i,j}, v_{i',j'}) \in E. \tag{4.20}$$

Como no caso da análise de forma, inicialmente o conjunto de arestas E conecta todos os vértices da rede de forma homogênea, i.e., todos os seus vértices possuem o mesmo número de conexões (comportamento regular). Portanto, o mesmo processo de evolução dinâmica utilizado para formas foi aplicado na rede modelada a partir de uma textura. Para cada sub-rede $G^* = (V, E^*)$ gerada, o valor do grau médio da rede é calculado. Considerando um conjunto de limiares $t \in T$, a seguinte assinatura é produzida:

$$\varphi = [k_{average}(G_{t_1}), \ldots, k_{average}(G_{t_M})] \, , t_i \in T, \tag{4.21}$$

onde G_{t_i} é a rede G^* calculada usando o limiar t_i. A Figura 4.23 apresenta uma ilustração desse processo. A Figura 4.24 apresenta as redes obtidas para dois padrões distintos de textura utilizando o mesmo limiar t.

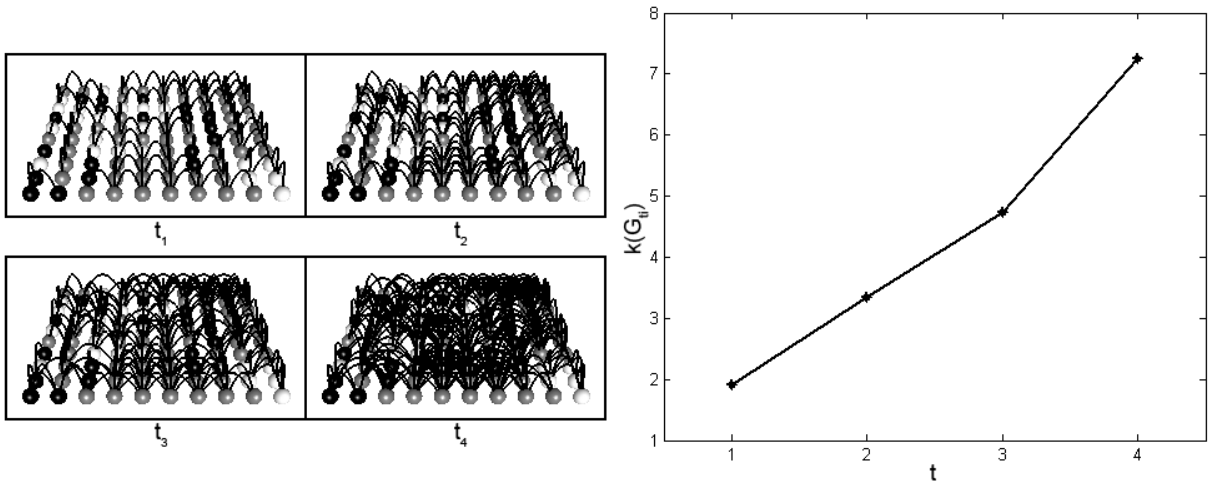


Figura 4.23: Caracterização de uma rede complexa através de sua evolução dinâmica utilizando o seu grau médio.

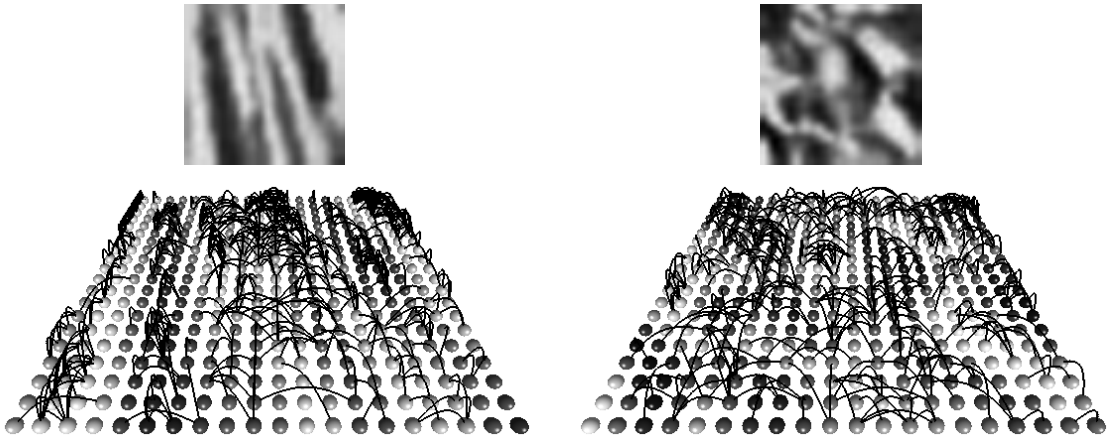


Figura 4.24: Exemplos de redes calculadas para dois padrões distintos de textura utilizando o mesmo limiar t.

Para a avaliação do método foi considerado o conjunto de imagens de Brodatz definido na Seção 3.2.3. As assinaturas obtidas foram comparadas com métodos tradicionais de análise de textura, sendo a análise estatística das assinaturas geradas realizada utilizando o método de LDA em um esquema de validação cruzada [65, 74].

Para a obtenção da assinatura de textura utilizando o método proposto, dois parâmetros devem ser configurados: o raio r e o conjunto de limiares T utilizados. Vários testes foram realizados com o intuito de avaliar o comportamento do método sob diferentes configurações. A Tabela 4.14 sumariza os resultados obtidos para 9 diferentes configurações $(F1, F2, \ldots, F9)$. Para compor o conjunto de limiares T, considerou-se um valor de limiar inicial ($T_{inicial}$), o qual é constantemente incrementado por um valor T_{incr}, até que um limiar máximo ((T_{final}) seja alcançado.

Conjunto de Teste	raio (r)	Limiares (T)			N° de descritores	Taxa de acertos (%)
		$T_{inicial}$	T_{incr}	T_{final}		
F1	2	0,005	0,005	0,330	66	96,03
F2	3	0,005	0,005	0,330	66	96,12
F3	4	0,005	0,005	0,330	66	96,48
F4	5	0,005	0,005	0,330	66	96,48
F5	5	0,005	0,010	0,325	33	94,95
F6	5	0,005	0,015	0,320	22	93,06
F7	5	0,005	0,005	0,165	33	95,31
F8	5	0,165	0,005	0,330	34	91,62
F9	5	0,330	0,005	0,500	35	83,51

Tabela 4.14: Resultados obtidos para o método proposto considerando diferentes configurações.

Os resultados demonstram não existir um aumento considerável no desempenho do método para os conjuntos $F1$, $F2$, $F3$ e $F4$, onde apenas o valor do raio r é incrementado. Apesar de

um valor de raio maior prover uma rede mais densa, sua importância para o método é limitada, indicando uma possível maior influência do conjunto de limiares utilizados nos resultados. Essa afirmação é corroborada pelos resultados $F4$, $F5$, $F6$, $F7$, $F8$ e $F9$.

Primeiramente, foi avaliada a influência na densidade da amostragem da rede. Para tanto, considerou-se variar o incremento utilizado para produzir o conjunto de limiares (T_{incr}), para um mesmo valor de ($T_{inicial}$) e (T_{final}). Os conjuntos $F4$, $F5$ e $F6$ apresentam esses resultados. Nota-se que, a medida que a densidade da amostragem diminui (T_{incr} aumenta), uma pequena queda na taxa de acertos ocorre, indicando que uma maior amostragem permite capturar uma quantidade maior de características da rede e, conseqüentemente, da textura.

No conjuntos $F7$, $F8$ e $F9$ foram avaliadas as influências dos valores de limiar inicial ($T_{inicial}$) e final (T_{final}) para uma amostragem constante. Esse teste foi realizado com o objetivo de averiguar a região de limiares que concentra a maior quantidade de informações sobre as características topológicas da rede. Os resultados demonstram que a maior parte da informação relevante está concentrada no início do processo de evolução da rede ($F7$). Ao se considerar estágios mais avançados da evolução da rede, ocorre uma queda significativa do desempenho do método (aqui representado pela taxa de acertos).

Note também que não são apresentados resultados considerando um limiar superior a $0,500$. Isso por que limiares maiores do que $0,500$ contemplam apenas arestas formadas entre pixels que apresentam uma mudança muito brusca nas suas intensidades. A Figura 4.25 demonstra a variação do peso de uma aresta conectando dois vértices da rede com relação a diferença dos níveis de cinza de dois pixels associados, quando estes pixels se localizam a distância máxima permitida para um raio $r = 5$. Nesse caso, a figura indica que um limiar superior a $0,500$ contempla, basicamente, vértices cuja diferença de intensidades sejam superior a 180. Por outro lado, um limiar máximo $T_{final} = 0,330$ permite estudar pixels cuja diferença de intensidades com relação a seus vizinhos não ultrapasse 150. De acordo com o resultados $F4$ e $F9$, a maior parte da informação relevante se concentra no início do processo de evolução dinâmica, indicando que pequenas e médias mudanças no níveis de cinza são mais interessantes para a discriminação da textura pelo método proposto. Além disso, mudanças muito bruscas nos níveis de cinza podem indicar ruído na textura.

A Tabela 4.15 apresenta os resultados obtidos para o método proposto e outros métodos comparados. Os métodos utilizados nessa comparação foram: Descritores de Fourier [7], Matrizes de Co-ocorrência [82] e Filtros de Gabor [88, 51, 86]. Para essa comparação foi considerada uma das configurações do método que produz os melhores resultados, neste caso, $F4$ (Tabela 4.14).

Os resultados obtidos pelo método proposto superam aqueles obtidos por métodos tradicionais em análise de textura. É importante notar que o método proposto utiliza mais descritores para caracterizar uma textura do que os filtros de Gabor (o qual utiliza apenas 16 descritores). Porém, sua capacidade de discriminação de textura ainda é superior aos demais métodos quando considerado um conjunto menor de limiares (configuração $F6$ da Tabela 4.14). Além disso, o

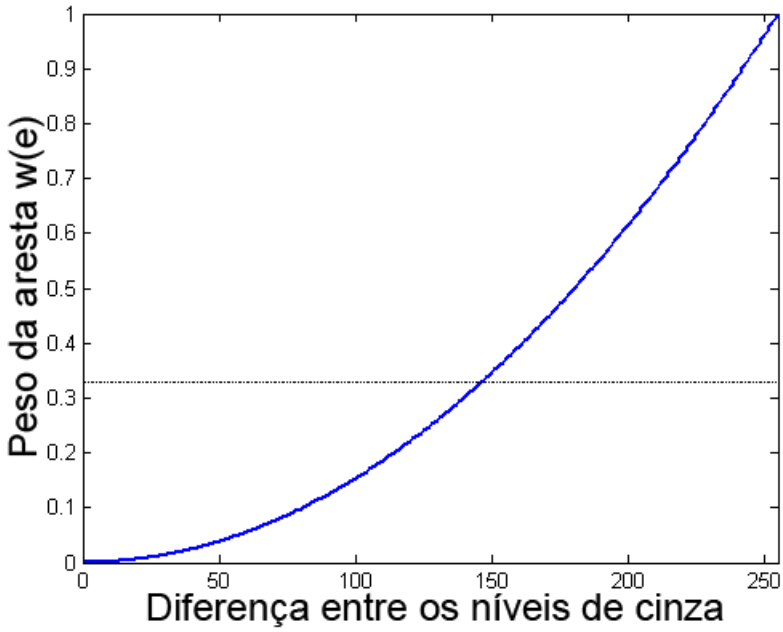


Figura 4.25: Variação do peso da aresta da rede com relação a diferença dos níveis de cinza de dois pixels localizados a sua distância máxima para $r = 5$.

método proposto realiza a análise da textura diretamente sobre os pixels, i.e., nenhuma transformação é aplicada sobre os pixels da imagem, diferente de métodos como como Fourier e Gabor, os quais utilizam cálculos mais complexos e sofisticados do que a abordagem proposta, o que contribui para validar a viabilidade do método proposto com descritor de texturas, com grande potencial para aplicações de análise e identificação de texturas.

Método	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
Filtros de Gabor	992	89,37
Descritores de Fourier	888	80,00
Matrizes de Co-ocorrência	665	59,91
Método Proposto	1071	96,48

Tabela 4.15: Comparação do método proposto com outros métodos de análise de textura.

Os resultados obtidos evidenciam que texturas podem ser eficientemente representados, caracterizados e analisados em termos de uma rede complexa. Além disso, medidas simples como o grau médio da rede podem ser utilizados na identificação e reconhecimento de padrões de uma ampla quantidade de classes.

4.4 Combinação de métodos

Nesta seção são apresentadas as aplicações desenvolvidas e os resultados obtidos com a combinação das metodologias estudadas para a análise de imagens.

4.4.1 Análise de formas utilizando redes complexas e dimensão fractal multi-escala

A literatura tem demonstrado que redes complexas também podem ser descritas em termos de complexidade. De fato, muitas redes reais são fractais auto-similares [139, 95, 23, 68]. Uma abordagem comum para estimar a dimensão fractal d de uma rede complexa se baseia na lei de potências que existe entre o grau dos vértices k e a distância l utilizada no cálculo do grau. Esta abordagem pode revelar características topológicas interessantes da rede, especialmente em termos de auto-similaridade ou características fractais, e é definida como:

$$k \approx l^d \tag{4.22}$$

Considerando a modelagem proposta na Seção 4.3.1, o grau k de uma rede modelada a partir de uma forma pode ser facilmente obtido como um valor normalizado no intervalo $[0, 1]$. A partir da distribuição dos graus ao longo dos vértices da rede, três medidas podem ser facilmente obtidas: *grau mínimo*, *grau médio* e *grau máximo*. A distância l corresponde ao valor do limiar t utilizado para calcular tal medida. Assim, a dimensão fractal de uma rede complexa G é definida como:

$$k_t \approx t^d, \tag{4.23}$$

$$d = \lim_{t \to 0} \frac{\log k_t}{\log t}, \tag{4.24}$$

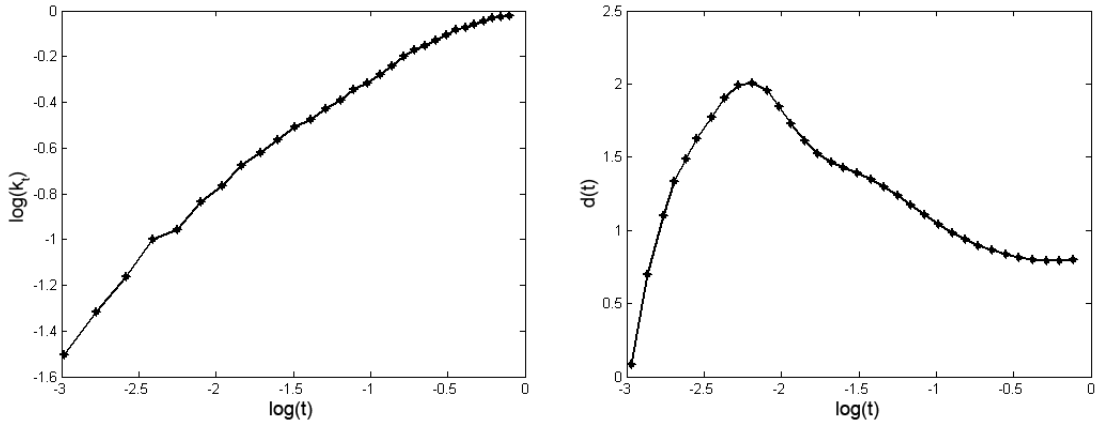
onde

$$k_t \in \{k_{min}(G_t)/N, k_{average}(G_t)/N, k_{max}(G_t)/N\} \tag{4.25}$$

Medidas baseadas no grau da rede permitem estudar propriedades físicas da forma por meio da complexidade de suas conexões. Saliências ou outras características do contorno (como a proximidade de outra seção do contorno ou uma seção reta) alcançam um número diferente de conexões dependendo do limiar t utilizado. Estas características perturbam a maneira como a curva de grau cresce a medida que o limiar aumenta. Esta informação adicional sobre as peculiaridades da forma torna o método bastante sensível a pequenas mudanças na estrutura da rede e, conseqüentemente, da forma.

Uma forma não é um objeto fractal e, portanto, apresenta um tamanho finito. Isso implica que sua dimensão tende a zero a medida que a escala de visualização aumenta. O uso da dimensão fractal multi-escala permite contornar essa deficiência da dimensão fractal, produzindo uma curva que representa a variação na complexidade de um objeto com relação a escala, produzindo assim uma discriminação mais efetiva do objeto (Figura 4.26) [60, 78, 53]. A curva de dimensão fractal multi-escala é então definida a partir do grau da rede como sendo:

$$d(t) = \frac{d \log k_t}{d \log t} \tag{4.26}$$



(a) (b)

Figura 4.26: (a) Curva log-log. (b) dimensão fractal multi-escala.

Para avaliar a performance da curva de dimensão fractal multi-escala obtida a partir da distribuição de graus da rede, dois conjunto de imagens foram considerados: o conjunto de formas genéricas definido na Seção 3.2.1, e o conjunto de formas de peixes definido na Seção 3.2.2. A análise estatística das assinaturas geradas foi realizada utilizando o método de LDA em um esquema de validação cruzada [65, 74]. Durante os experimentos, as medidas de grau foram calculadas para diferentes manifestações da rede obtidas utilizando a transformação $delta$ para os limiares

$t \in \{0,025; 0,1; 0,175; 0,25; 0,325; 0,4; 0,475; 0,55; 0,625; 0,7; 0,775; 0,85; 0,925\}$.

Essas medidas são utilizadas para calcular a dimensão fractal multi-escala da rede. Neste trabalho, os descritores de cada curva multi-escala são representados por um vetor contendo os sete coeficientes da curva polinomial, calculada por regressão, que aproxima a curva derivada. O grau do polinômio foi definido através de experimentos, os quais mostraram que um grau maior do que sete não melhora os resultados.

Com o intuito de fornecer uma validação mais completa da assinatura proposta, a mesma foi comparada com métodos de análise de formas tradicionais da literatura, como os descritores de Fourier [78, 117], momentos de Zernike [160], curvatura [158] e dimensão fractal multi-escala [50, 53].

Primeiramente, os descritores obtidos foram utilizados na classificação do conjunto de formas genéricas. A Tabela 4.16 mostra os resultados obtidos para as diferentes medidas de grau consideradas e suas combinações. Os resultados mostram que o grau médio possui uma capacidade maior de reconhecimento de formas em relação ao grau mínimo e máximo. Por outro lado, a combinação dos descritores obtidos das diferentes medidas de grau permitem uma melhor caracterização do conjunto de imagens. Note que, a combinação das três medidas consideradas

permite alcançar uma taxa de acertos de $100,00\%$ para esse conjunto de imagens. Este resultado supera os resultados obtidos pelos métodos tradicionais utilizados na comparação (Tabela 4.17), demonstrando uma grande capacidade do método em lidar com diferentes manifestações da forma.

Medidas de Grau combinadas			No de descritores	Taxa de acertos (%)
Mínimo	Médio	Máximo		
X			7	71,72
	X		7	90,90
		X	7	84,85
X	X		14	94,95
X		X	14	94,95
	X	X	14	84,85
X	X	X	21	100,00

Tabela 4.16: Resultados obtidos para diferentes conjuntos de descritores e suas combinações no conjunto de formas genéricas.

Método	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
Método Proposto	99	100,00
Descritores de Fourier	83	83,84
Momentos de Zernike	91	91,92
Curvatura	76	76,77
Dimensão Fractal Multi-escala	87	87,88

Tabela 4.17: Resultados obtidos para diferentes métodos de análise de formas no conjunto de formas genéricas.

No segundo experimento, os descritores obtidos foram avaliados tendo como objetivo a classificação de um conjunto de imagens maior, onde também foi possível avaliar a tolerância a rotação e escala do método. Na Tabela 4.18 são apresentados os resultados obtidos para as diferentes medidas de grau consideradas e suas combinações. Diferente do resultado obtido para o conjunto genérico de imagens, para o conjunto de imagens de peixes percebe-se que o grau máximo apresenta uma capacidade maior de reconhecimento de formas em relação ao grau mínimo e médio. Uma explicação para esse resultado se deve ao fato do grau máximo sofrer maior interferência quando alterações bruscas ocorrem na forma, como é o caso das oclusões, articulações e perda de partes. No entanto, como no experimento anterior, a combinação dos descritores das três medidas de grau permite alcançar uma taxa de acertos superior para esse conjunto de imagens, em relação ao uso independente de cada conjunto de descritores.

Na Tabela 4.19, os resultados obtidos pela combinação de descritores são comparados com os resultados obtidos pelos métodos tradicionais de análise de formas. Os descritores propostos superam os métodos comparados, além de demonstrar uma grande capacidade de lidar com um grande conjunto de formas e uma grande tolerância a transformações de rotação e escala. Como explicado na Seção 4.3.1, a tolerância a rotação se deve principalmente ao uso da distância

Euclidiana no cálculo das aresta da rede. Já a tolerância a escala é resultado da normalização dos pesos das arestas para o intervalo $[0, 1]$, juntamente com a normalização das medidas de grau de acordo com o tamanho da rede, N.

Medidas de Grau combinadas			No de descritores	Taxa de acertos (%)
Mínimo	Médio	Máximo		
X			7	80,67
	X		7	97,87
		X	7	98,97
X	X		14	98,94
X		X	14	99,26
	X	X	14	99,52
X	X	X	21	99,53

Tabela 4.18: Resultados obtidos para diferentes conjuntos de descritores e suas combinações no conjunto de formas de peixes.

Método	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
Método Proposto	10948	99,53
Descritores de Fourier	10897	99,07
Momentos de Zernike	1345	12,23
Curvatura	10730	97,55
Dimensão Fractal Multi-escala	4105	37,32

Tabela 4.19: Resultados obtidos para diferentes métodos de análise de formas no conjunto de formas de peixes.

Os resultados obtidos com ambos os conjuntos de imagens evidenciam que a dimensão fractal multi-escala é uma abordagem eficiente para caracterizar uma rede a partir de medidas calculas a partir de suas distribuições de grau, preservando características importantes como a tolerância a transformações de escala e rotação, além de permitir a identificação e o reconhecimento de padrões de uma ampla quantidade de classes [13].

4.4.2 Caracterização de grafos de texturas utilizando a caminhada do turista

A caminhada do Turista foi originalmente desenvolvida para ser realizada sobre um grafo. Nessa abordagem, um turista se move de um vértice i para outro vértice do grafo, j, sempre que o seguinte conjunto de regras for satisfeito: (i) deve existir uma aresta conectando i a j, (ii) o peso dessa aresta deve ser o menor dentre todas as arestas conectando o vértice i a um de seus vizinhos e (iii) j não pode estar na memória da caminhada μ.

Posteriormente, a caminhada do turista foi adaptada para o uso em imagens, onde a vizinhança de um pixel i é definida como a vizinhança de análise do método. No entanto, como

visto na Seção 4.3.2, uma imagem pode ser facilmente transformada em um rede complexa, que nada mais é do que um tipo especial de grafo.

Sendo assim, foi proposto modelar um exemplar de textura de maneira similar a proposta apresentada na Seção 4.3.2. Em seguida, aplicou-se a caminhada do turista sobre a rede obtida, sendo a distribuição conjunta utilizada para caracterizar o padrão de textura.

A modelagem da textura na forma de uma rede se deu da seguinte maneira: para cada pixel $p(i,j), i = 1 \ldots M$ e $j = 1 \ldots N$, contido em uma imagem P, um vértice $v_{i,j} \in V$ foi adicionado ao grafo $G = (V, E)$. Uma aresta $e \in E$ é adicionada a rede conectando os vértices associados a dois pixels $p(i,j)$ e $p(i',j')$ caso a distância Euclideana entre eles seja inferior ou igual a um limiar r:

$$E = \left\{ (v_{i,j}, v_{i',j'}) \in P \times P | \sqrt{(i-i')^2 + (j-j')^2} \leq r \right\}. \tag{4.27}$$

Para cada aresta criada, um peso $w(e)$ é associado. Para esta abordagem, optou-se em utilizar o valor absoluto da diferença de intensidades entre os dois pixels como o peso da aresta:

$$w(e) = |p(i,j) - p(i',j')| \, \forall e = (v_{i,j}, v_{i',j'}) \in E. \tag{4.28}$$

Como descrito anteriormente (Seção 4.3.2), esse tipo de abordagem permite incluir na modelagem da rede informações relativas a vizinhança de um pixel, as quais se referem a análise local da textura. Temos também que, inicialmente, o conjunto de arestas E conecta todos os vértices da rede de forma homogênea, i.e., todos os seus vértices possuem, aproximadamente, o mesmo número de conexões caracterizando, portanto, um comportamento regular da rede obtida. Desse modo, o processo de evolução dinâmica foi aplicado nessa rede. Estas versões intermediárias da rede foram obtidas considerando um conjunto de limiares $l \in L, 0 < l < 255$. Para cada sub-rede $G^* = (V, E^*)$ gerada, foi aplicada a caminhada determinística do turista. Para a análise do comportamento do turista, optou-se pela análise da distribuição conjunta de transientes e atratores utilizando o histograma da caminhada como assinatura, para diferentes conjuntos de memória, μ, e para ambas as regras de caminhada (mínima e máxima diferença). Para tanto, a rede complexa é construída a partir de uma textura considerando $r = \sqrt{2}$.

Uma vez que a maioria da informação se concentra uma região onde $0 \leq t \leq 4$ e $(\mu + 1) \leq p \leq (\mu + 4)$ da distribuição conjunta de transientes t e atratores p [34], um total de $n = 4$ descritores do histograma foram considerados para compor os vetores de características $\vec{\psi}$ (Seção 2.2.4). Para a avaliação dos vetores de características obtidos, foi considerado o conjunto de imagens de Brodatz definido na Seção 3.2.3, sendo a análise estatística das assinaturas geradas realizada utilizando o método de LDA em um esquema de validação cruzada [65, 74].

A Figura 4.27 apresenta o desempenho de diferentes limiares utilizados para produzir a sub-rede G^*, sendo a caminhada do turista considerada apenas para a memória $\mu = 0$. Note que os melhores resultados são obtidos quando os limiares maiores do que 110 são considerados.

Estes resultados são semelhantes ou superiores aos produzidos a partir de uma rede totalmente conectada ($l = 255$), a qual constui o caso clássico do turista em imagens. Isso indica que a transformação aplicada sobre a rede original permite enfatizar informações relevante do padrão de textura modelado. A Tabela 4.20 apresenta os resultados do uso de diferentes conjuntos de três limiares para caracterizar a textura. Neste caso, temos que a melhor classificação (92,88%) é alcançada quando os limiares $10, 70, 130$ são utilizados. Estes resultados são interessantes uma vez que demonstram que o uso de redes complexas obtidas considerando diferentes limiares é uma estratégia muito mais robusta na análise de textura.

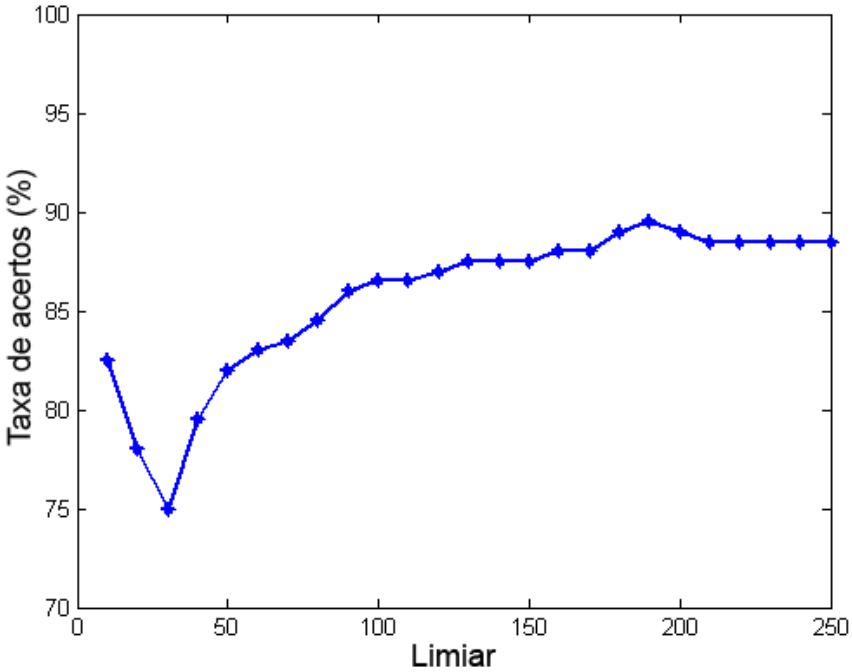


Figura 4.27: Resultados obtidos para redes complexas calculados utilizando diferentes limiares e caminhada do turista com memória $\mu = 0$.

Limiares (l)	Taxa de acertos (%)
$10, 20, 30$	88,65
$10, 30, 50$	91,26
$10, 40, 70$	91,89
$10, 50, 90$	91,44
$10, 60, 110$	92,16
$10, 70, 130$	92,88
$10, 80, 150$	92,25

Tabela 4.20: Taxa de acertos para diferentes combinações de três limiares.

Outro ponto importante a ser avaliado diz respeito aos parâmetros da caminhada do turista. A Tabela 4.21 apresenta os resultados obtidos quando diferentes valores de memórias são utilizados juntamente com o conjunto de limiares $10, 70, 130$. Como observado no caso do turista original (Seção 4.1.2), nesse tipo de abordagem também se nota uma diminuição na taxa de

acertos a medida que a memória utilizada aumenta. A explicação para este comportamento reside no fato de que, à medida que a memória aumenta, mais difícil se torna encontrar um atrator. Além disso, caminhadas mais longas podem conduzir a uma armadilha, ou seja, um caso em que o turista não consegue encontrar um atrator. Esse tipo de situação pode alterar a distribuição conjunta, afetando negativamente a taxa de acertos.

Memória μ	0	1	2	3	4	5
Taxa de acertos	92,88	88,02	86,40	81,89	77,03	71,35

Tabela 4.21: Taxa de acertos para diferentes valores de memória utilizando o conjunto de limiares $10, 70, 130$.

A Tabela 4.22 mostra os resultados alcançados quando múltiplos valores de memória μ são considerados para compor a assinatura de cada limiar do conjunto $10, 70, 130$. Esta abordagem diminui a importância de cada memória μ e fornece uma classificação de textura mais robusta.

Memórias (μ)	Taxa de acertos
$\{0, 1\}$	94,95
$\{0, 1, 2\}$	94,77
$\{0, 1, 2, 3\}$	95,32
$\{0, 1, 2, 3, 4\}$	95,32
$\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$	95,32

Tabela 4.22: Taxa de acertos para diferentes conjuntos de memória utilizando o conjunto de limiares $10, 70, 130$.

Método	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
Filtros de Gabor	992	89,37
Descritores de Fourier	888	80,00
Matrizes de Co-ocorrência	665	59,91
Caminhada do Turista Original	992	89,37
Abordagem proposta	1058	95,32

Tabela 4.23: Resultados obtidos para diferentes métodos de textura.

A Tabela 4.23 apresenta uma comparação entre os resultados obtidos para a abordgem proposta da caminhada do turista e outros métodos de textura. Os seguintes métodos foram considerados para essa comparação: Descritores de Fourier [7], Matrizes de Co-ocorrência [82] e Filtros de Gabor [88, 51, 86]. Além disso, o método original da caminhada do turista também foi considerado nessa comparação. Os resultados demonstram que a abordagem proposta supera os métodos comparados, aqui incluído a caminhada determinística original. Isso indica que a modelagem proposta da imagem como uma rede complexa, de fato, melhora a qualidade das informações extraídas da imagem original, proporcionando assim uma assinatura de imagem mais robusta.

4.4.3 Estudo do grafo gerado pela caminhada do turista na identificação de texturas

Durante uma caminhada, o turista se move de um pixel ao outro da imagem sempre indo para aquele que apresentar a menor (ou maior) diferença de intensidade com relação ao pixel atual. Como resultado da execução dessa caminhada para cada pixel da imagem, obtém-se a distribuição conjunta de transientes e atratores para uma dada memória μ, a qual pode ser utilizada em aplicações de análise de texturas. No entanto, nessa abordagem a trajetória produzida por cada turista dentro da imagem não é descartada, sendo apenas o comprimento de seu transiente e atrator considerados.

Sendo assim, foi proposta uma nova abordagem para se estudar a caminhada do turista sobre uma imagem: um grafo construído com base na trajetória obtida para cada turista na imagem, o qual denominamos *grafo da caminhada*. Para tanto, considere um grafo $G_{\mu,regra} = (V, E)$, onde μ é a memória e *regra* define a regra de caminhada (mínima ou máxima diferença) adotada pelo turista. Inicialmente, cada pixel corresponde a um vértice desconexo no grafo ($E = \{\}$). A medida que o turista se movimenta, uma aresta não-direcionada $e_{i,j}$ é adicionada a E sempre que o turista se move de um pixel i para um pixel j (Figura 4.28). Note que isto é realizado apenas se $e_{i,j} \notin E$, assim evitando que arestas duplicadas sejam adicionadas ao grafo.

Considerando cada pixel da imagem como um ponto de partida para a caminhada do turista, é possível construir um grafo representando as trajetórias parcialmente auto-repulsivas (Figura 4.28c), ao mesmo tempo em que se evita a existência de vértices desconectos no grafo. Como essas trajetórias são dependentes da distribuição de níveis de cinza sobre uma região da imagem, as conexões entre os vértices do grafo se altera de acordo com o padrão de textura. Portanto, o grafo da caminhada compreende importantes características relacionadas com a transitividade e regiões de maior atratividade na imagem.

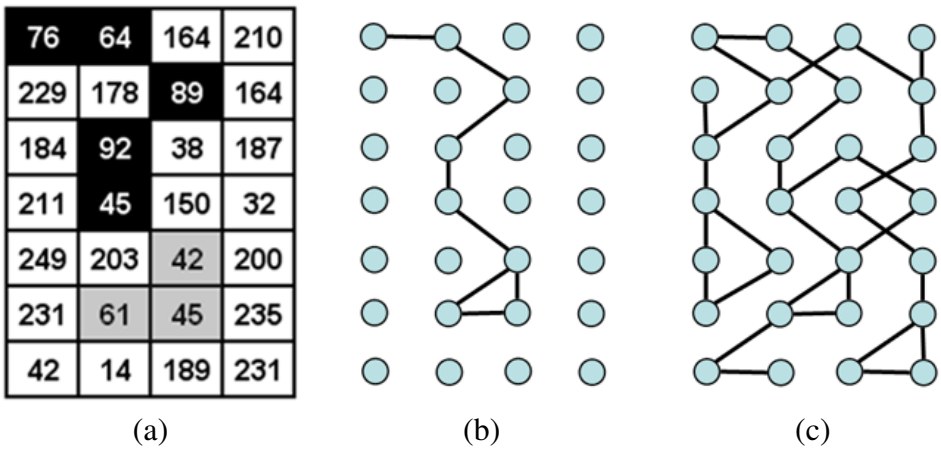


Figura 4.28: (a) Exemplo de uma caminhada do turista sobre uma imagem utilizando $\mu = 1$ (transiente em preto, atrator em cinza); (b) Vértices adicionados ao grafo por esta caminhada; (c) Grafo da caminhada.

Através do estudo das propriedades desse grafo, pode-se então obter uma assinatura viável para aplicações em análise de textura. Para tanto, a média de duas propriedades do grafo $G_{\mu,regra}$ foram consideradas: o *grau médio* $k_{average}(G_{\mu,regra})$, uma medida de conectividade dos vértices do grafo, e o *joint degree médio* $P(G_{\mu,regra})$, uma medida de correlação entre o grau de dois vértices. Mais detalhes podem ser vistos na Seção 2.3.2.

Essas medidas foram então utilizadas para compor dois vetores de características. Estes vetores descrevem o comportamento da textura de acordo com as propriedades dos grafos, os quais são construídos por caminhadas do turista considerando diferentes regras de caminhadas e tamanhos de memórias:

$$\psi^{(regra)}_{\mu_1,\ldots,\mu_M} = [k_{average}(G_{\mu_1,regra}), k_{average}(G_{\mu_2,regra}), \ldots, k_{average}(G_{\mu_M,regra})] \tag{4.29}$$

e

$$\varphi^{(regra)}_{\mu_1,\ldots,\mu_M} = [P(G_{\mu_1,regra}), P(G_{\mu_2,regra}), \ldots, P(G_{\mu_M,regra})]\,. \tag{4.30}$$

Os vetores de características propostos foram avaliados considerando o conjunto de imagens de Brodatz definido na Seção 3.2.3. A análise estatística dos vetores gerados foi realizada utilizando o método de LDA em um esquema de validação cruzada [65, 74].

Inicialmente, cada assinatura foi avaliada de modo a determinar o conjunto de memórias que melhor caracteriza uma textura. Nesse ponto, também foram consideradas ambas as regras de caminhada: mínima e máxima diferenças de intensidades. As Tabelas 4.24 e 4.25 apresentam os resultados obtidos para as assinaturas baseadas no grau e *joint degree*, respectivamente.

Em geral, a taxa de acertos obtida por cada assinatura tende a aumentar a medida que o número de memórias utilizadas aumenta. Um maior número de memórias significa mais descritores na assinatura calculada. Além disso, memórias de diferente tamanhos influenciam como as caminhadas são realizadas pelo turista na imagem. Estudos anteriores demonstraram que o tamanho da memória afeta o número de atratores encontrados, como também a sua quantidade, na imagem. A medida que a memória aumenta, mais difícil é encontrar um conjunto de pixels para compor um atrator que satisfaça sua nova memória e a regra de caminhada usada. Assim, o uso de diferentes memórias permite uma melhor exploração do contexto da imagem ao permitir capturar detalhes da textura em ambas micro e macro escalas, o que melhora a capacidade de discriminação das assinaturas propostas.

Percebe-se também que, independente do conjunto de memórias consideradas, descritores obtidos de grafos gerados utilizando a regra da máxima diferença na caminhada apresentam um melhor desempenho. Como visto antes, uma explicação para esse comportamento jaz no fato de que caminhadas guiadas segundo a mínima diferença de intensidade tendem a localizar atratores em regiões da imagem que apresentam maior homogeneidade, assim evitando características marcantes, como bordas. Diferentemente, caminhadas guiadas segundo a máxima diferença buscam atratores em regiões onde as mudanças na imagem são mais abruptas

(mudanças na textura ou iluminação de uma região, ou presença de bordas). Esta mudança na regra de caminhada se reflete no grafo gerado e também em suas propriedades. Assim, estas assinaturas enfatizam diferentes características da textura e, portanto, apresentam diferentes desempenhos.

Uma vez que diferentes regras de caminhada produzem assinaturas com características distintas da imagem, é conveniente considerar a concatenação das assinaturas obtidas para ambas as regras na classificação de imagens. Como esperado, os resultados mostram que essa abordagem resulta em uma assinatura com desempenho superior, independente da propriedade do grafo (grau ou *joint degree*) utilizada.

Com respeito a propriedade do grafo usada para compor a assinatura, assinaturas baseada no grau (ψ) apresentam desempenho superior quando comparadas as assinaturas baseada no *joint degree* (φ). Um única exceção é vista quando considerado o conjunto de memórias $\mu = \{0, 1\}$ e apenas quando a regra da máxima diferença é considerada. Essa diferença de resultados indica que medidas de grau são mais efetivas do que medidas baseadas em distribuições de probabilidades (*joint degree*) na caracterização de estruturas baseadas em grafos. Como a natureza das assinaturas é diferente, pode ser conveniente a concatenação das mesmas. A Tabela 4.26 apresenta os resultados para essa concatenação. Os resultados mostram, como esperado, um aumento na taxa de acertos. No entanto, a medida que o número de memórias usadas aumenta, menor é o aumento na taxa de acertos, indicando que essa abordagem é mais eficiente apenas quando poucos valores de memórias são utilizados.

Memórias usadas (μ)	$\psi^{(min)}_{\mu_1,\ldots,\mu_M}$	$\psi^{(max)}_{\mu_1,\ldots,\mu_M}$	$[\psi^{(min)}_{\mu_1,\ldots,\mu_M}, \psi^{(max)}_{\mu_1,\ldots,\mu_M}]$
$\{0, 1\}$	29,37	39,64	71,08
$\{0, 1, 2\}$	44,05	60,63	80,18
$\{0, 1, 2, 3\}$	53,69	72,34	85,76
$\{0, 1, 2, 3, 4\}$	59,82	75,22	86,67
$\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$	60,99	77,93	88,20
$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	63,69	79,10	87,84

Tabela 4.24: Taxa de acertos (%) obtidas para as assinaturas baseadas no grau (ψ) combinando diferente valores de μ.

Memórias usadas (μ)	$\varphi^{(min)}_{\mu_1,\ldots,\mu_M}$	$\varphi^{(max)}_{\mu_1,\ldots,\mu_M}$	$[\varphi^{(min)}_{\mu_1,\ldots,\mu_M}, \varphi^{(max)}_{\mu_1,\ldots,\mu_M}]$
$\{0, 1\}$	16,58	33,51	53,24
$\{0, 1, 2\}$	22,43	46,94	62,16
$\{0, 1, 2, 3\}$	26,85	55,49	66,22
$\{0, 1, 2, 3, 4\}$	29,01	56,67	66,85
$\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$	29,64	59,82	67,84
$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	32,25	60,09	68,47

Tabela 4.25: Taxa de acertos (%) obtidas para as assinaturas baseadas no *joint degree* (φ) combinando diferente valores de μ.

Memórias usadas (μ)	$[\psi^{(min)}_{\mu_1,\ldots,\mu_M}, \psi^{(max)}_{\mu_1,\ldots,\mu_M}, \varphi^{(min)}_{\mu_1,\ldots,\mu_M}, \varphi^{(max)}_{\mu_1,\ldots,\mu_M}]$
$\{0,1\}$	84,05
$\{0,1,2\}$	88,11
$\{0,1,2,3\}$	90,27
$\{0,1,2,3,4\}$	90,54
$\{0,1,2,3,4,5\}$	90,63
$\{0,1,2,3,4,5,6\}$	91,08

Tabela 4.26: Taxa de acertos (%) obtidas para a concatenação das assinaturas (ψ e φ) combinando diferente valores de μ.

De modo a fornecer uma validação mais completa do método proposto, uma comparação com outros métodos de análise de textura tradicionais da literatura foi realizada. Nesta comparação, a melhor configuração obtida pelo método proposto foi considerada: a concatenação de ambas as assinaturas (ψ e φ), cada qual calcula para o conjunto de memórias $\mu = \{0,1,2,3,4,5,6\}$ e para ambas as regras de caminhadas, o que resulta em um total de 28 descritores. Os método comparados foram: Descritores de Fourier [7], Matrizes de Co-ocorrência [82] e Filtros de Gabor [88, 51, 86].

A Tabela 4.27 apresenta os resultados obtidos por cada método. Os resultados obtidos pelo método proposto apresentam a maior taxa de acertos, superando os demais métodos, o que evidencia o potencial do método em aplicações de análise de texturas e a importância da análise de características relacionadas as suas regiões de maior atratividade e transitividade segundo a caminhada do turista.

Método	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
Filtros de Gabor	992	89,37
Descritores de Fourier	888	80,00
Matrizes de Co-ocorrência	665	59,91
Método Proposto	1011	91,08

Tabela 4.27: Resultados obtidos para diferentes métodos de textura.

4.5 Sumarização dos Resultados

Nesta seção é apresentado um resumo dos resultados obtidos pelas abordagens desenvolvidas para a análise de formas e análise de texturas (tons de cinza e coloridas).

4.5.1 Análise de Formas

Na Tabela 4.28 são apresentados os resultados obtidos para os métodos de análise de formas desenvolvidos ao longo deste projeto de doutorado. Também são apresentados os resultados obtidos utilizando métodos tradicionais de análise de formas encontrados na literatura. Para a

obtenção desses resultados, foi utilizado o conjunto de imagens de formas de peixes definido na Seção 3.2.2, sendo a análise estatística das assinaturas geradas realizada utilizando o método de LDA em um esquema de validação cruzada [65, 74].

Como pode-se ver, a modelagem de uma forma como uma rede e o uso de medidas extraídas dessa rede constituem uma alternativa viável para a caracterização e reconhecimento de padrões de formas de uma ampla quantidade de classes, sendo as mesmas tolerantes a rotação e a escala quando utilizada a devida normalização proposta.

Método	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
Redes Complexas	10932	99,38
Redes Complexas + Multi-escala	10948	99,53
Descritores de Fourier	10897	99,07
Momentos de Zernike	1345	12,23
Curvatura	10730	97,55
Dimensão Fractal Multi-escala	4105	37,32

Tabela 4.28: Resultados obtidos para diferentes métodos de análise de formas no conjunto de formas de peixes.

4.5.2 Análise de Texturas em Tons de Cinza

Na Tabela 4.29 são apresentados os resultados obtidos para os métodos de análise de texturas em tons de cinza desenvolvidos ao longo deste projeto de doutorado. Também são apresentados os resultados obtidos utilizando métodos tradicionais de análise de texturas encontrados na literatura. Para a obtenção desses resultados, foi utilizado o conjunto de imagens de Brodatz definido na Seção 3.2.3, sendo a análise estatística das assinaturas geradas realizada utilizando o método de LDA em um esquema de validação cruzada [65, 74].

Primeiramente, nota-se que a caminhada do Turista é um método com grande potencial para o desenvolvimento de novas aplicações. Isso se deve principalmente ao fato do método permitir a fácil incorporação de modificações no seu algoritmo básico, além das inúmeras formas de análise dos dados resultantes da distribuição conjunta de transientes e atratores que podem ser realizadas. Percebe-se, que tais modificações permitem melhorar os resultados da caminhada original, a qual já apresentada um desempenho similar aos dos filtros de Gabor.

Métodos baseados na dimensão fractal e redes complexas também apresentaram um excelente resultado para este conjunto de imagem. Dentre os métodos baseados na dimensão fractal, nota-se um melhor desempenho de Bouligand-Minkowski sobre os outros métodos. Isso se deve ao fato do volume de influência ser capaz de detectar pequenas alterações no padrão da textura de maneira mais precisa que os demais métodos. Temos que, a medida que o raio de dilatação r aumenta, as esferas obtidas pela dilatação de cada ponto da textura começam a se

interceptar, alterando assim a maneira como o volume de influência cresce para determinado padrão de textura.

Método	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
Filtros de Gabor	992	89,37
Descritores de Fourier	888	80,00
Matrizes de Co-ocorrência	665	59,91
Caminhada do Turista Original	992	89,37
Caminhada do Turista Máximo Contraste	992	89,37
Caminhada do Turista + Redes Complexas	1058	95,32
Descritores do Grafo da Caminhada do Turista	1011	91,08
DF Bouligand-Minkowski	1088	98,02
DF Massa-Raio	1062	95,67
DF Multi-níveis	1016	91,53
Redes Complexas	1071	96,48

Tabela 4.29: Resultados obtidos para diferentes métodos de textura.

4.5.3 Análise de Texturas Coloridas

Na Tabela 4.30 são apresentados os resultados obtidos para os métodos de análise de texturas coloridas desenvolvidos ao longo deste projeto de doutorado. Também são apresentados os resultados obtidos por um método de análise de texturas coloridas encontrado na literatura, o Gabor EEE [83, 84]. Para a obtenção desses resultados, foram utilizados dois conjuntos de texturas coloridas: o conjunto VisTex (Seção 3.2.4) e o conjunto de textura naturais (Seção 3.2.5). A análise estatística das assinaturas geradas foi realizada utilizando o método de LDA em um esquema de validação cruzada [65, 74].

	Taxa de acertos (%)	
Método	VisTex	Texturas Naturais
Bouligand-Minkowski (canais independentes)	99,06	96,57
Bouligand-Minkowski (abordagem multi-espectral)	96,72	91,16
Massa-Raio (canais independentes)	98,12	84,72
Massa-Raio (abordagem multi-espectral)	91,09	75,69
Gabor EEE	98,12	96,34

Tabela 4.30: Resultados obtidos pelas abordagens propostas e um método tradicional de análise de texturas coloridas.

Como no caso das texturas em tons de cinza, os melhores resultados são obtidos pelo método de Bouligand-Minkowski onde cada canal é avaliado pelo método de maneira independente. Apesar da abordagem multi-espectral apresentar uma taxa de acertos reduzida, seu pequeno número de descritores e a vantagem de processar toda a informação de cor contida em diferentes canais em um único passo demonstram o potencial da abordagem em aplicações de classificação

e análise de texturas. Os resultados obtidos pelo método de Massa-Raio demonstram um comportamento similar ao do observado no método de Bouligand-Minkowski, porém, nota-se uma queda significativa no desempenho do método a medida que se muda para uma base contendo um número muito superior de classes (de 40 classes no Vistex para 180 nas Texturas Naturais). Isso indica que, apesar da capacidade de reconhecer texturas de diversos aspectos, o método não se mostra muito robusto para grandes conjuntos de classes de texturas, principalmente quando a informação de cor é incorporada as amostras.

CAPÍTULO

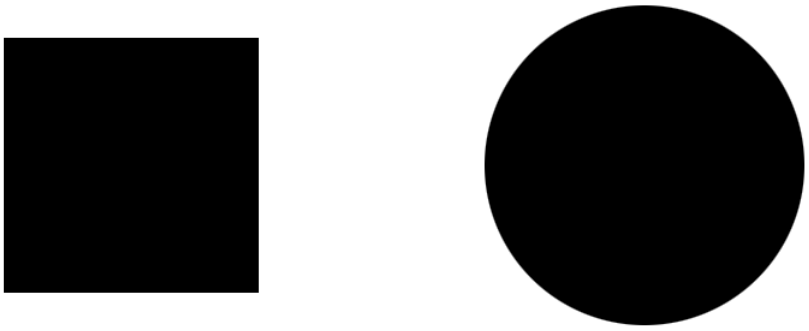
5

A Complexidade e as Metodologias Abordadas

É possível encontrar na literatura um grande número de aplicações e estudos envolvendo a análise da complexidade. A complexidade pode ser entendida como uma medida de quão irregular um objeto é. O seu estudo é muito difundido em aplicações que envolvem a análise de formas e texturas, apresentando um apelo especial para estruturais naturais. Tem-se que o nível de complexidade de uma forma está diretamente ligado ao seu padrão estrutural e, respectivamente, ao seu nível de ocupação do espaço. Já na análise de texturas, o nível de complexidade atua como uma medida da organização dos pixels da imagem, permitindo assim quantificar o seu aspecto visual e sua homogeneidade. Segundo o estudo desenvolvido em [31], o qual teve por objetivo estudar e emular, de maneira satisfatória, a percepção humana do que é "'complexo"' em uma imagem, são essas as características de forma e textura que mais se relacionam com a complexidade de um objeto. No entanto, apesar de seu grande número de aplicações, o termo complexidade não possui uma definição formal na literatura. A falta de tal definição faz com que, por vezes, este termo se confunda com a própria característica analisada [43, 53, 101, 48, 36].

A dimensão fractal [130, 150, 36] é uma das várias técnicas encontradas na literatura voltadas à análise da complexidade. Trata-se de uma técnica há muito utilizada em diversos problemas de visão computacional. No entanto, técnicas como a Caminhada do Determinística do Turista e as Redes Complexas também permitem estudar um objeto em termos de sua complexidade. A partir do entendimento do funcionamento de um método de estimativa da dimensão fractal (em particular, o método de Bouligand-Minkowski), é possível entender os mecanismos

envolvidos em cada um dos demais métodos estudados e assim compreender como a complexidade da forma/textura é estimada por cada método em particular.

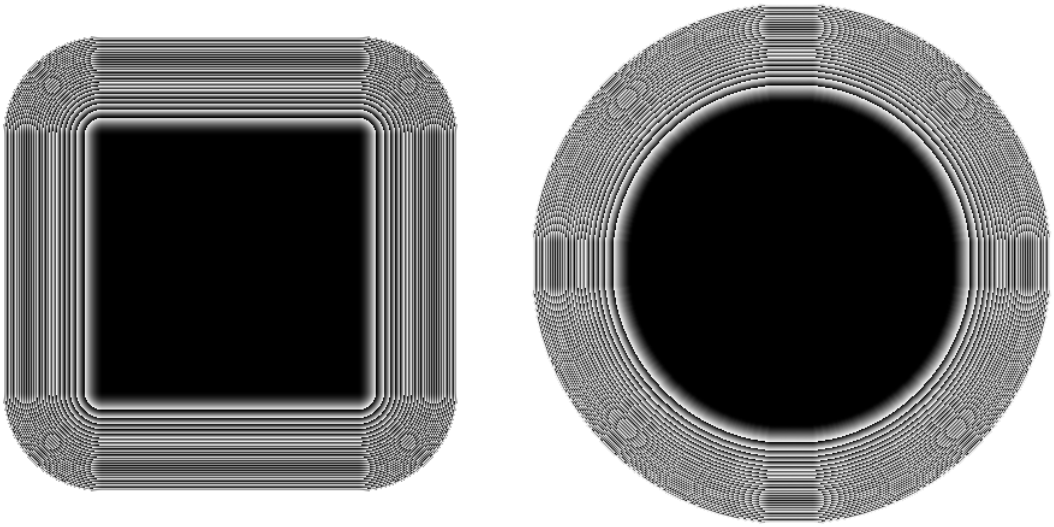


(a) (b)

Figura 5.1: Exemplo de duas formas simples: (a) Quadrado; (b) Círculo.

Para tanto, tome como exemplo duas formas simples: um quadrado e um círculo (Figura 5.1). No método de Bouligand-Minkowski, a complexidade de uma forma é estimada a partir do estudo de sua área de influência $A(r)$, a qual é obtida a partir da dilatação de cada ponto da mesma por um disco de raio r. A existência de regiões côncavas e convexas na forma, produzidas por mudanças na orientação do seu contorno, faz com que as dilatações produzidas por diferentes pontos da forma interfiram umas nas outras, alterando a maneira como o processo de dilatação ocorre e, conseqüentemente, modificando a maneira como a área de influência cresce [60, 150] (Figura 5.2). Regiões da forma que apresentem poucas mudanças em sua estrutura possuem uma área de influência maior, uma vez que elas são permitidas se dilatar livremente por um maior raio. Essa interferência no processo de dilatação resulta em números de pontos distintos para cada valor de r considerado. O conjunto dessas variações, por menores que sejam, produzem alterações na curva log-log obtida pelo método, resultando, portanto, em diferentes valores de dimensão fractal estimados para cada forma (Figura 5.3). Ao se aplicar as redes complexas sobre uma forma, um processo similar ao da variação na área de influência é percebido.

Na abordagem proposta para a análise de formas, cada ponto do contorno é mapeado como um vértice $v_i \in V$ da rede $G = (V, E)$. Para cada par de vértices (v_i, v_j) uma aresta não direcionada $e_{ij} \in E$ é adicionada conectando esses vértices, sendo seu peso calculado como a distância Euclideana entre os pares de pontos do contorno. Diferentes limiares t, $0 < t < 1$, são então aplicados a rede original, resultando em diferentes sub-redes, cada qual representando um estágio intermediário na evolução da rede. Propriedade topológicas da rede, como o grau, podem ser então estudadas ao longo dessa variação do limiar.



(a) (b)

Figura 5.2: Dilatação obtida para as duas formas simples consideradas: (a) Quadrado; (b) Círculo.

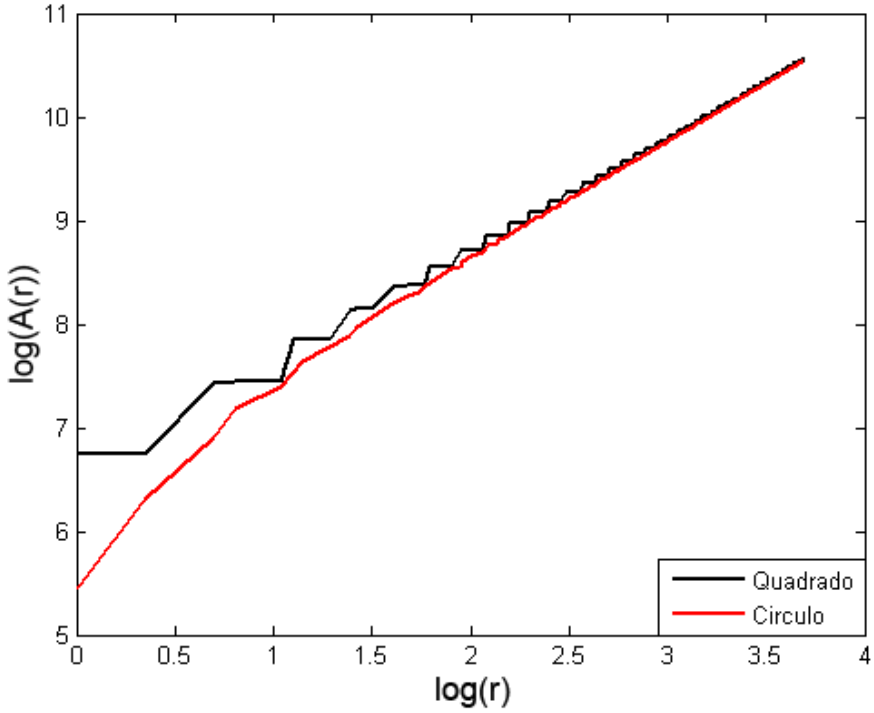


Figura 5.3: Curva log-log obtida pelo método de Bouligand-Minkowski.

Como no caso do método de Bouligand-Minkowski, a existência de diferentes regiões na forma modifica a distância entre os vértices da rede. No entanto, diferente do processo de dilatação, na qual a proximidade entre diferentes seções da forma interfere no processo de dilatação, temos aqui um aumento do grau de um vértice em virtude dessa maior proximidade com outros vértices da rede. Tome como exemplo as duas formas básicas anteriormente usadas: um quadrado e um círculo (Figura 5.1). A Figura 5.4 apresenta a distribuição de grau obtida para cada forma para dois diferentes valores de limiar. Percebe-se que, sendo o círculo uma estrutura com um padrão constante de curvatura, a distância entre seus vértice segue um padrão homogêneo, o que reflete em uma distribuição de graus sem grandes variações. Já no caso do quadrado, a distribuição de graus varia de acordo com o limiar utilizado. Para o limiar menor considerado, $t = 0,25$, nota-se um aumento no valor do grau dos vértices próximos aos cantos do quadrado. A medida que esse limiar aumenta, os vértices centrais de cada lado do quadrado tendem a apresentar os maiores valores de grau. Como se nota, a distribuição de graus ao longo dos vértices varia de acordo com a estrutura da forma para diferentes limiares considerados. Essa variação na distribuição de graus é análoga ao crescimento da área de influência no método de Bouligand-Minkowski, como se nota ao analisar o grau médio obtido por cada rede (Figura 5.5), o que claramente indica que medidas topológicas como o grau da rede permitem avaliar a complexidade da mesma e, conseqüentemente, da forma original.

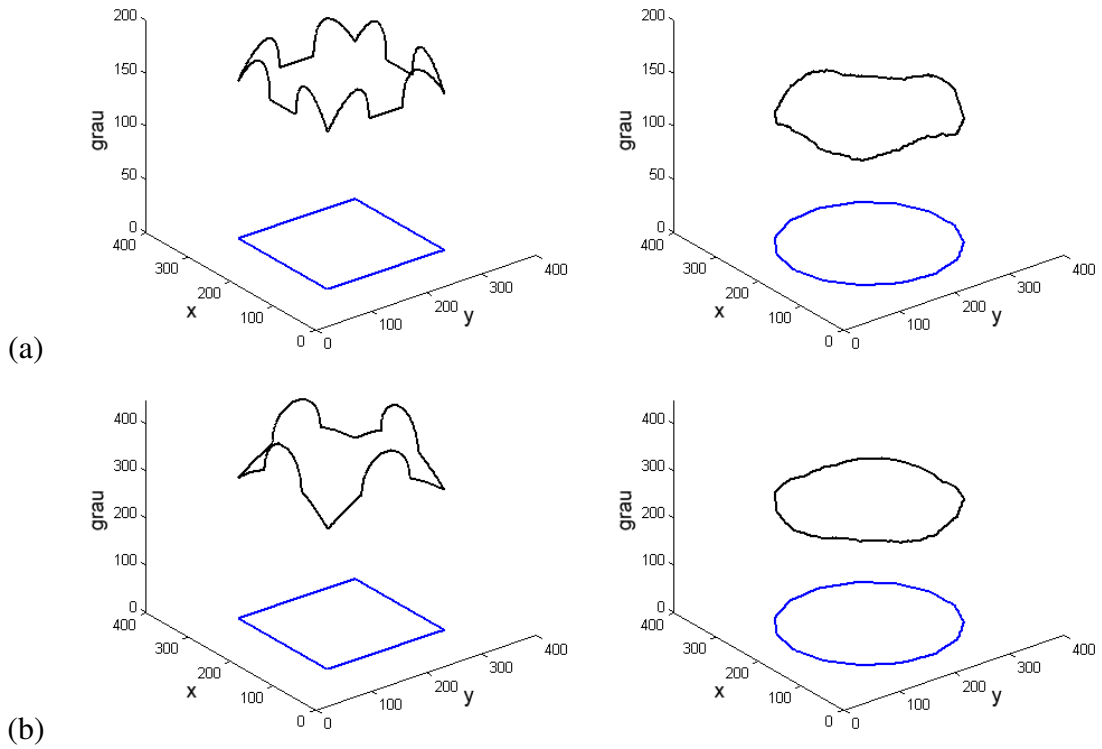


Figura 5.4: Grau de cada vértice da rede para diferentes limiares: (a) $t = 0,25$; (b) $t = 0,5$.

Similar ao que ocorre na análise de formas, na análise de texturas ambos os métodos (dimensão fractal e redes complexas) também atuam de forma semelhante. No método de de Bouligand-Minkowski, uma textura em tons de cinza é definida como um conjunto de coorde-

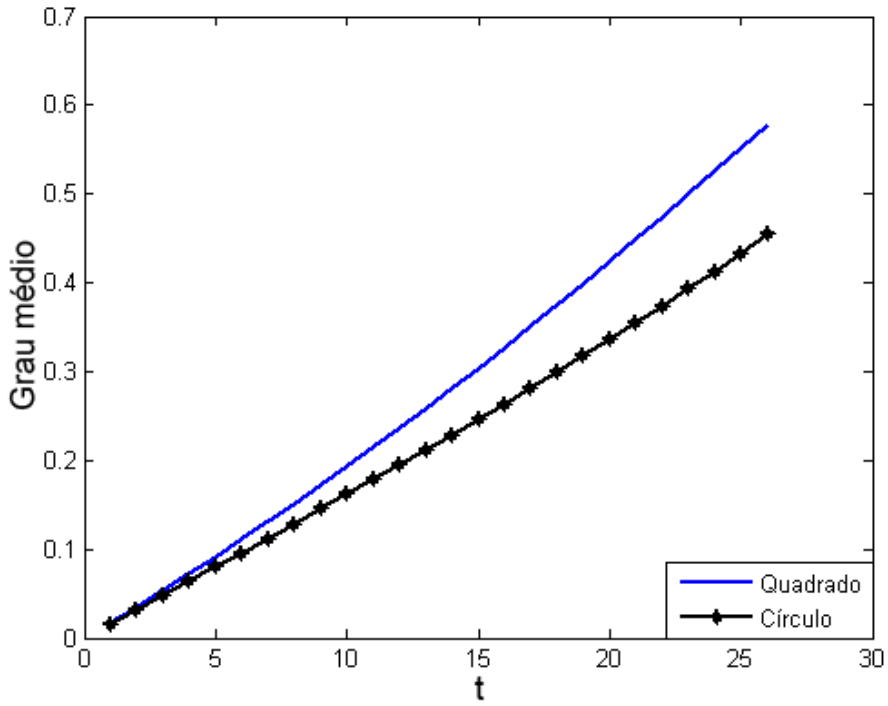
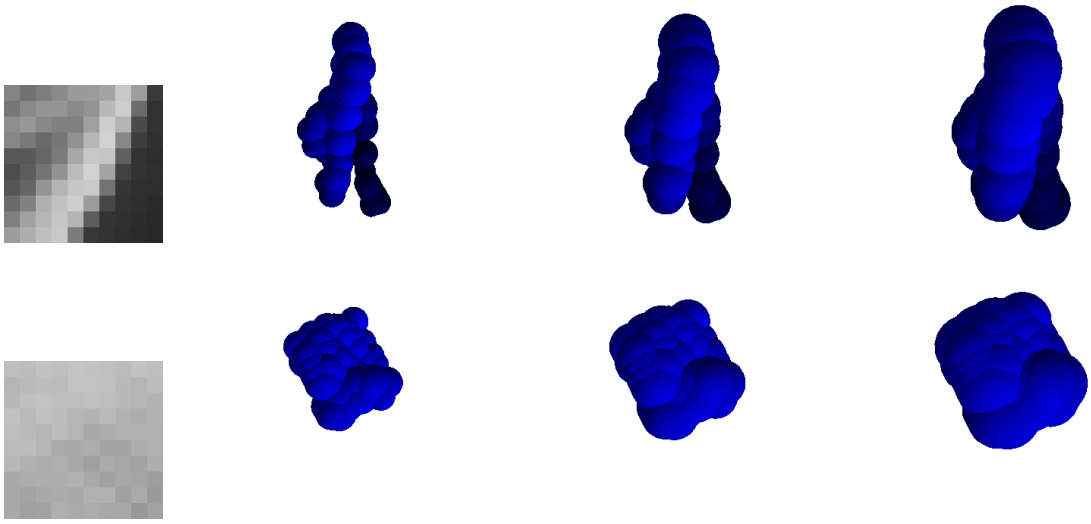


Figura 5.5: Variação do grau médio da rede de acordo com o limiar usado.

nadas $S \in R^3$, onde cada elemento $s \in S$ é representado pela tripla $s = (y, x, z)$, onde x e y são as coordenadas do pixel na textura e z é o nível de cinza no ponto (y, x). Desse modo, o conceito de área de influência $A(r)$ é facilmente expandido para o volume de influência da textura $V(r)$, o qual é calculado utilizando uma esfera de raio r como elemento de dilatação.

O nível de complexidade de uma textura está diretamente relacionado com a disposição e organização dos pixels na imagem, i.e., com o seu aspecto visual e homogeneidade. Tome como exemplo dois padrões de textura: um com pouca variação na intensidade dos pixels e outro que represente uma região de transição. Conjuntos de pixels similares estão localizados de maneira mais compacta no espaço. Assim, durante o processo de dilatação, o volume de um ponto dilatado será compartilhado com o de seu vizinho próximo, resultando em um volume de influência menor. Diferentemente, conjuntos de pixels que apresente uma grande variação nas suas intensidades geram superfícies capazes de dilatar seus pontos livremente por distâncias mais longas, o que resulta em um volume de influência maior (Figura 5.6). Temos, portanto, que a existência de conjuntos de pixels com intensidades similares ou não em uma região faz com que as dilatações produzidas por diferentes pontos da superfície interfiram umas nas outras, perturbando a maneira como todo o processo de dilatação ocorre e, conseqüentemente, modificando a maneira como o volume de influência se cresce para determinado padrão de textura (Figura 5.7).

Para as redes complexas, novamente temos um aumento do grau de um vértice da rede se sua vizinhança próxima apresentar uma maior homogeneidade. Na abordagem proposta, cada pixel $p(i, j)$ da textura é mapeado como um vértice $v_{i,j} \in V$ da rede $G = (V, E)$. Dois vértices da rede, $v_{i,j}$ e $v_{i',j'}$, são conectados por uma aresta não direcionada $e \in E$ se a distância



(a) (b) (c) (d)

Figura 5.6: Exemplo de dilatação: (a) Imagem original; (b) $r = 1$; (c) $r = 2$; (d) $r = 3$; (e) $r = 4$.

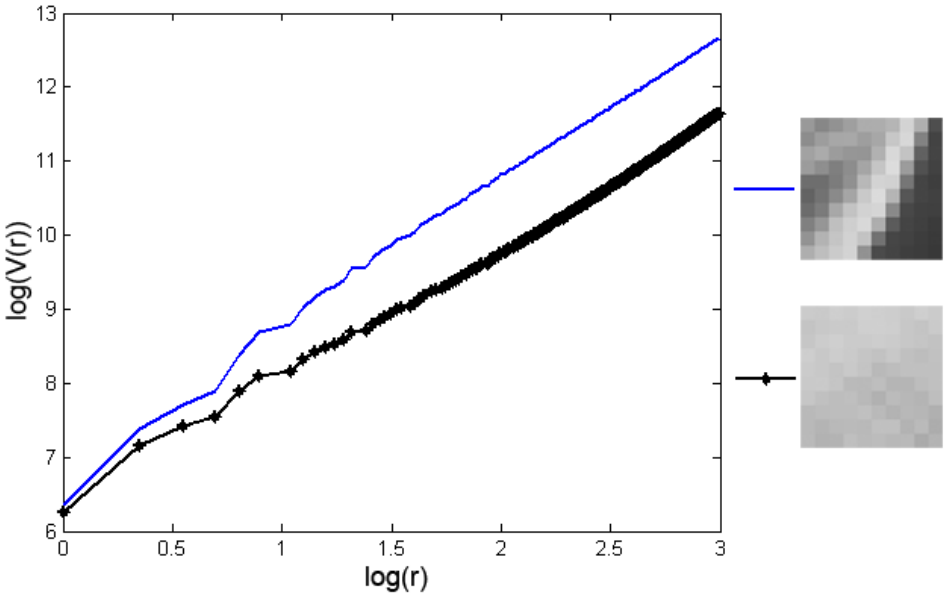
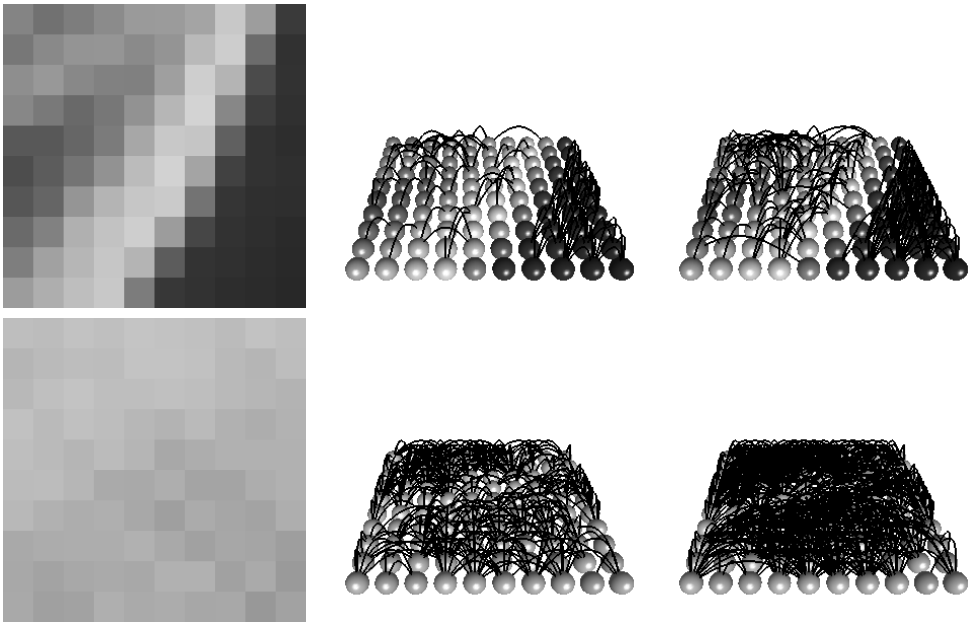


Figura 5.7: Curva log-log obtida para diferentes padrões de textura.

Euclideana entre os pixels na imagem não ultrapassar um raio r. Isso garante que as conexões da rede sejam formadas apenas entre pixels dentro de uma vizinhança, o que permite uma análise das propriedades locais da textura. A essa aresta e é associado um peso $w(e)$, o qual é definido pelo quadrado da distância Euclideana entre os dois vértices conectados, agora considerando também a intensidade dos pixels $p(i, j)$ e $p(i', j')$. Diferentes limiares t, $0 < t < 1$, são aplicados a rede obtida, resultando em diferentes sub-redes G^*, cada qual representando um estágio intermediário na evolução da rede (Figura 5.8). Propriedade topológicas da rede, como o grau, podem ser então estudadas ao longo dessa variação do limiar.

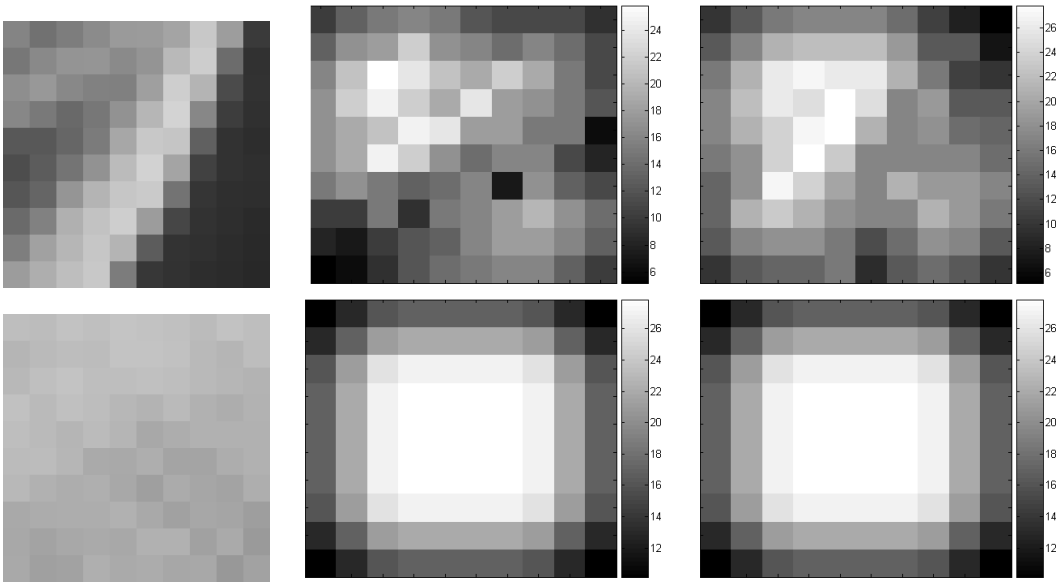


(a) (b) (c)

Figura 5.8: Exemplo de redes: (a) Imagem original; (b) $t = 0,00025$; (c) $r = 0,0005$.

Como pode ser visto, a modelagem proposta é similar a idéia de um raio de dilatação e posterior estudo da interferência produzida por pixels adjacentes no volume de influência durante a dilatação da textura pelo método de Bouligand-Minkowski. Como no caso da análise de formas, e diferente do processo de dilatação, na qual pixels com intensidades similares interferem no processo de dilatação, temos aqui um aumento do grau de um vértice em virtude da maior proximidade com outros vértices da rede.

A Figura 5.9 apresenta a distribuição de grau obtida para dois padrões distintos de textura, para dois valores diferentes de limiar. Pela modelagem proposta, a intensidade de um pixel apresenta uma influência muito maior sobre o valor do peso da aresta do que a distância física entre os pixels na imagem. Isso porque a faixa de valores que um pixel pode assumir varia de 0 a 255, enquanto sua distância física assume valores variando de 1 a r. Como conjuntos de pixels similares estão localizados de maneira mais compacta no espaço, temos que padrões mais homogêneos de textura apresentam vértices com valores de grau mais elevados do que outros padrões de textura. Isso ocorre porque nesse tipo de organização dos pixels o peso das arestas da



(a) (b) (c)

Figura 5.9: Distribuição dos grau na rede: (a) Imagem original; (b) $t = 0,00025$; (c) $r = 0,0005$.

rede é mínimo, ou seja, não se faz necessário um limiar muito grande para alcançar os vértices vizinhos da rede. Isso resulta em vértices completamente conectados aos seus vizinhos a medida que o limiar t aumenta, de modo que o grau de um vértice se torna máximo muito rapidamente tendo, portanto, um comportamento constante ao longo da evolução da rede. Por outro lado, padrões com mudanças abruptas na intensidade de seus pixels, como a presença de bordas na imagem, possuem o grau de seus vértices distribuidos por uma faixa maior de valores, onde esses valores aumenta a medida que são permitidos se conectarem com vértices mais distantes . É importante enfatizar que pixels localizados nos cantos da imagem apresentam grau menor em virtude de estarem conectados a um menor número de vizinhos quando comparados aos pixels centrais da imagem.

Similar ao método de Bouligand-Minkowski, onde a existência de conjuntos de pixels com intensidades similares ou não em uma região perturba o crescimento do volume de influência, temos, no caso das Redes Complexas, uma variação na distribuição de graus característica ao padrão de homogeneidade da textura, como se nota ao analisar o grau médio obtido por cada rede (Figura 5.10). Isso indica que medidas topológicas da rede, dentro da modelagem proposta, permitem avaliar a complexidade da mesma, a qual está relacionada com a complexidade da organização dos pixels da textura original.

A caminhada do Turista, diferente da dimensão fractal de Bouligand-Minkowski e das redes complexas, não mede a complexidade de uma textura a partir de sua área de influência ou do número de conexões que um vértice pode fazer com os vizinhos de uma região. Esse método analisa a textura mais localmente do que os demais métodos considerados. Ele se baseia no

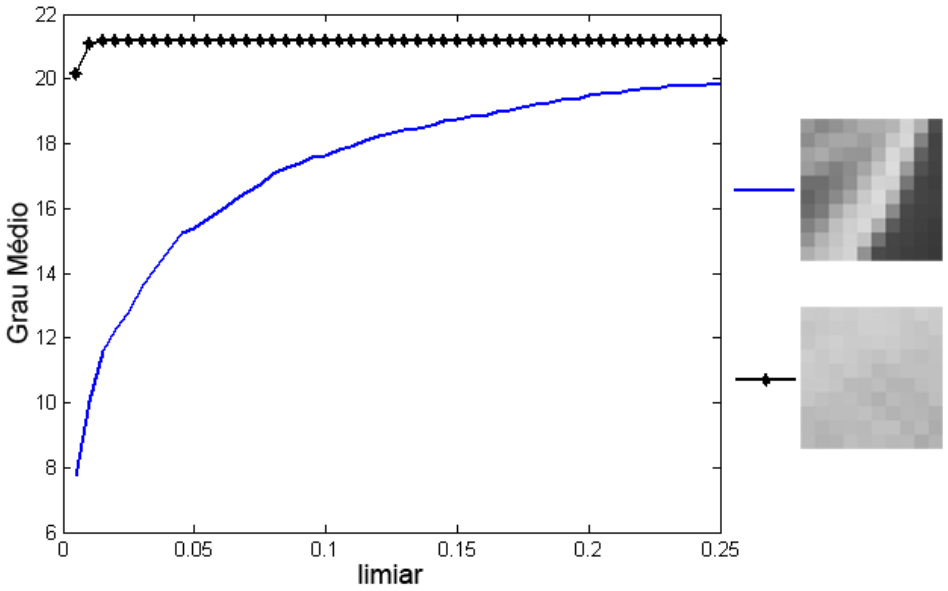


Figura 5.10: Variação do grau médio da rede de acordo com o limiar usado.

estudo das variações de intensidades que existem entre pixels que são vizinhos diretos, considerando, para tanto, uma vizinhança 8-conectado.

Para a realização de sua análise, o método utiliza de agentes, aqui chamados de "‘turistas"’, para explorar o aspecto da textura utilizando um conjunto de regras bastante simples: ir sempre para o pixel vizinho cuja diferença de intensidades para o pixel atual seja mínima (ou máxima), e que não tenha sido visitado nos últimos μ passos.

É importante lembrar que a complexidade de uma textura está relacionada com a maneira como seus pixels estão organizados, ou seja, seu aspecto visual e sua homogeneidade. Essa organização dos pixels influência na maneira como um turista é permitido caminhar sobre a imagem. Tome como exemplo as Figuras 5.11 e 5.12, onde estão representados as transições entre pixels realizadas pela caminhada do turista para dois padrões de texturas distintos e para diferentes tamanhos de memórias, considerando a mínima e máxima diferença entre as intensidades, respectivamente. Ainda, para cada grafo gerada pela caminha, é apresentada o valor da dimensão fractal calculada utilizando o método de Box-covering [94, 139].

Ao se analisar a maneira com essas transições entre pixels ocorrem, percebe-se claramente que estas variam de acordo com o padrão de textura considerado. Essa diferença nas caminhadas é ainda mais perceptível nas transições obtidas utilizando a máxima diferença entre intensidades (Figura 5.12). Turistas guiados segundo a mínima diferença de intensidade tendem a caminhar em regiões da imagem que apresentam maior homogeneidade, evitando, portanto, regiões de alto contraste, como bordas e alterações no padrão de textura. Diferentemente, os turistas guiados segundo a máxima diferença buscam caminhar em regiões de menor homogeneidade, i.e., regiões heterogêneas ou que apresentem mudanças bruscas no contexto da imagem (e.g., mudanças no padrão de textura ou iluminação de uma região, ou presença de bordas). Além disso, o uso de diferentes memórias permite uma melhor exploração do contexto da imagem. Isso por-

que, ao impedir certos pixels de serem revisitados, força-se o turista a buscar novos caminhos dentro da textura, capturando, deste modo, detalhes sobre a organização e disposição dos pixels da textura em ambas micro e macro escalas.

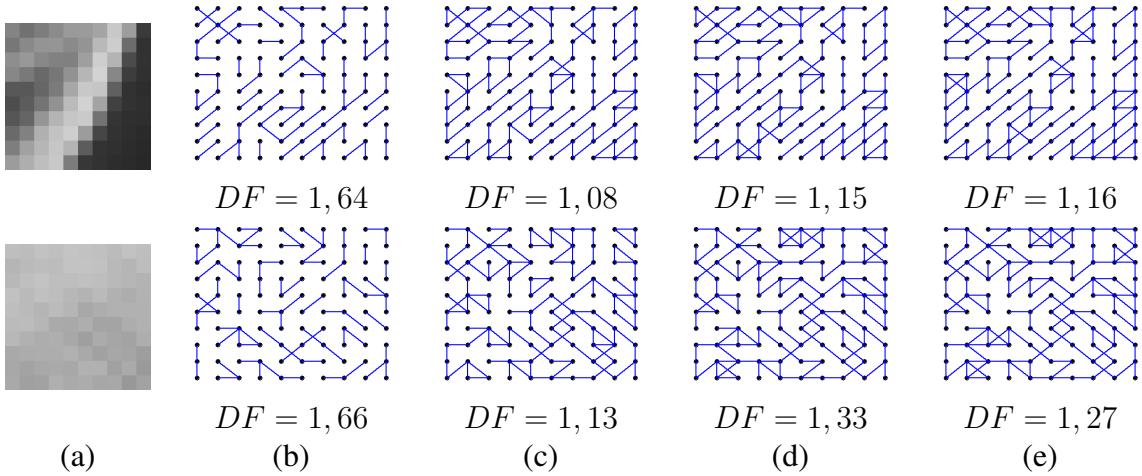


Figura 5.11: Transições entre pixels realizadas pelo Turista para diferentes tamanhos de memórias e mínima diferença entre as intensidades: (a) Textura Original; (b) $\mu = 0$; (c) $\mu = 1$; (d) $\mu = 2$; (e) $\mu = 3$.

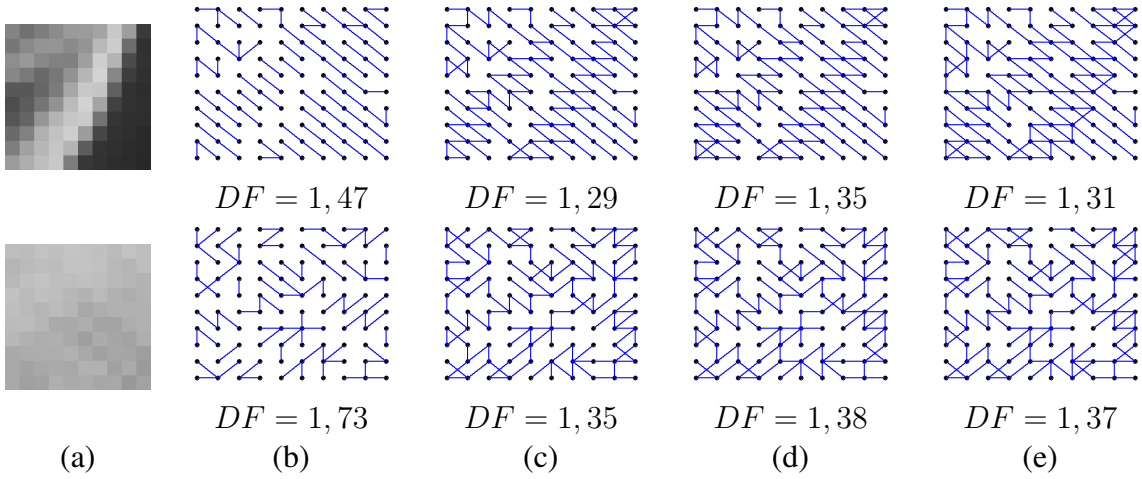


Figura 5.12: Transições entre pixels realizadas pelo Turista para diferentes tamanhos de memórias e máxima diferença entre as intensidades: (a) Textura Original; (b) $\mu = 0$; (c) $\mu = 1$; (d) $\mu = 2$; (e) $\mu = 3$.

É possível notar, em ambas as figuras, uma maior complexidade do grafo gerado pelo turista em padrões mais homogêneos de textura. Essa maior complexidade é caracterizada por um valor maior da dimensão fractal estimada. Isso ocorre uma vez que não existe uma tendência clara da direção para onde o turista deve seguir, como no caso da imagem contendo uma região de alto contraste. Temos, portanto, que a transição entre os pixels durante a caminhada segue um padrão menos organizado quando comparado as transições efetuadas em imagens de alto contraste. Sendo assim, é possível afirmar que padrões mais homogêneos de textura produzem

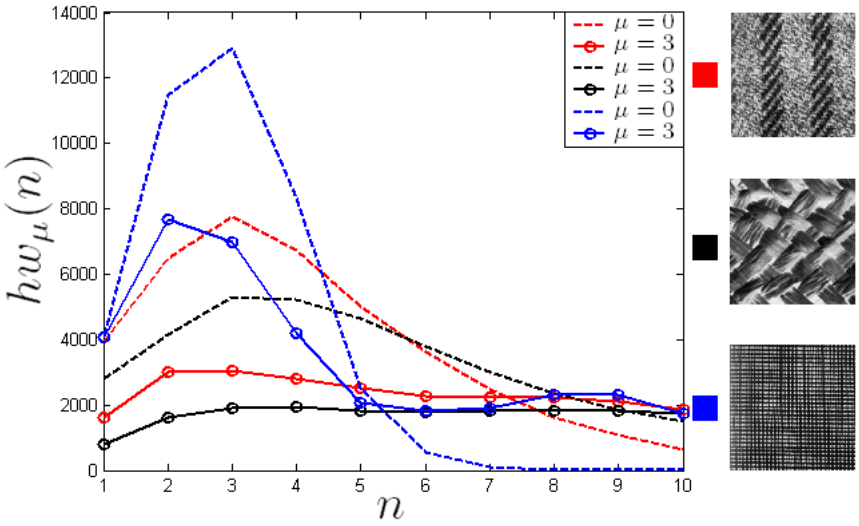


Figura 5.13: Exemplos do histograma da caminhada para diferentes padrões de textura e memórias μ.

caminhadas mais complexas, uma vez que pequenas alterações na vizinhança podem acabar produzindo uma grande influência na escolha da direção, o que contraria a lógica habitual, a qual considera padrões heterogêneos como mais complexos.

Medidas obtidas a partir do estudo dessa distribuição conjunta podem ser eficientemente utilizadas como descritores para a análise e caracterização de textura em termos de seus aspecto e, conseqüentemente, complexidade. Tome como exemplo o histograma da caminhada (Figura 5.13), definido na Seção 2.2.4. Nota-se claramente uma relação entre o comportamento do histograma e a textura. Em texturas com padrões bem definidos e constante na imagem, atratores próximos são favorecidas. Nesta situação, o histograma apresenta um pico mais alto no início da curva que se deteriora rapidamente e, no final, a curva apresenta valores baixos, significando poucas caminhadas longas. Por outro lado, texturas com padrões esparsos e não constantes, a probabilidade de um turista encontrar um atrator varia de acordo com a região de textura, resultando em um histograma mais uniforme.

Como pode-se ver, apesar das diferenças teóricas e de implementação existentes entre os métodos abordados, cada um deles permite estudar, em sua maneira particular, como as características geométricas da forma (área ocupada, irregularidade da ocupação do espaço) ou da textura (distribuição e organização dos níveis de cinza e homogeneidade) se distribuem ao longo de um objeto. São essas as características que mais se relacionam com a complexidade de um objeto, considerando-se o que é "‘complexidade"’ em termos de percepção humana [31]. Sendo assim, a partir da comparação realizada com a dimensão fractal, é possível confirmar o potencial tanto da Caminhada Determinística do Turista quanto das Redes Complexas como métodos de análise de complexidade.

CAPÍTULO

6

Aplicações

Um dos objetivos primários estabelecidos nesta tese foi o desenvolvimento de novas aplicações, principalmente na área da bio-informática. O desenvolvimento de aplicações permite demonstrar como a pesquisa realizada se enquadra no mundo prático, permitindo assim mensurar a sua inserção e contribuição para a sociedade.

Para o estudo e desenvolvimento de novas aplicações, contou-se com a colaboração de demais pesquisadores, como os estudantes de mestrado Dalcimar Casanova [37] e Jarbas Joaci de Mesquita Sá Junior [52], nos estudos realizados com amostras foliares de plantas [18, 20, 17, 19, 38], do pesquisador Mauro Normando Macêdo Barros Filho [71], da Universidade Federal de Pernambuco, nos estudos utilizando imagens de sensoriamento remoto [15, 16, 38], e do pesquisador Alexandre Souto Martinez, da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, nos estudos envolvendo a caminhada do turista [21, 14]. A seguir, são apresentadas algumas das aplicações desenvolvidas ao longo desta tese.

6.1 Recuperação de imagens médicas baseada em complexidade

Sistemas de recuperação de imagens são muito empregados em situações que utilizam grandes conjuntos de dados. Ambientes médicos são um bom exemplo disso. Uma grande quantidade de dados são produzidos por equipamentos médicos e a recuperação baseada no conteúdo desse dado tem se tornado uma tarefa crucial para sistemas de informação médicos [110, 75].

No entanto, a eficiência de qualquer sistema de recuperação de imagem depende de métodos capazes de fornecerem uma boa e concisa representação da imagem no banco de dados.

Vários são os atributos visuais que podem ser empregados em um sistema de CBIR (sistema de recuperação de imagens por conteúdo, do inglês *Content-based Image Retrieval*), sendo a textura o mais utilizado [110, 157, 69, 148]. Através da textura, pode-se distinguir uma grande variedade de imagens, independente da natureza da imagem.

Neste trabalho, foi proposta uma nova abordagem que combina a análise de textura e de complexidade da imagem de modo a fornecer uma assinatura mais confiável para a imagem analisada, do que a obtida considerando-se somente a textura [11]. Dada uma imagem de entrada, a mesma foi segmentada em diferentes regiões de textura, sendo à base do algoritmo a análise individual de pequenas regiões da imagem. Esta análise é feita mediante a convolução de uma janela de dimensões $W \times W$ sobre a imagem. Para cada janela, o método de estimativa da dimensão fractal BoxCounting (Seção 2.1.5) é aplicado, sendo a curva log-log obtida atribuída ao pixel da imagem correspondente ao centro da janela.

A seguir, as curvas log-log obtidas para cada janela foram agrupadas em diferentes conjuntos. Para isso, fez-se uso do método K-means, o qual particiona um conjunto de dados em K aglomerados. Esses aglomerados são formados com base em uma medida de similaridade, sendo que o algoritmo ainda faz uso de uma técnica de realocação iterativa de modo a encontrar um local ótimo para cada aglomerado [58]. Como resultado, o método K-means retorna uma matriz de rótulos que representa o mapa de regiões aglomeradas com as mesmas características de textura. O número de classes K, adotado no método, foi estimado visando obter o menor número de regiões diferentes, evitando assim o particionamento excessivo da imagem e o surgimento de regiões similares.

O conjunto de caixas utilizado no método BoxCounting para analisar a textura foi escolhido com base no valor da janela W utilizada na convolução. Optou-se por iniciar o cálculo com uma caixa de aresta igual a um, sendo o tamanho da aresta incrementado em uma unidade a cada nova iteração do método, até que a mesma atingisse o valor W. Dessa maneira evitou-se o uso de caixas cuja aresta fosse maior que W, o que poderia causar inconsistências nos resultados.

De posse de cada região de textura da imagem, a curva de dimensão fractal multi-escala foi obtida para cada região da imagem. Temos então, uma imagem caracterizada por um conjunto de curvas multi-escala. Cada curva representa como a complexidade de uma determinada região de textura da imagem varia de acordo com a escala. É importante lembrar que as curvas multi-escala apresentam uma tendência a zero conforme a escala aumenta, de modo que nem toda informação é relevante. Assim, para simplificar a etapa de análise, as características mais relevantes foram selecionadas aplicando a Transformada de Fourier sobre as curvas e selecionado-se um conjunto de 40 descritores de baixa freqüência, os quais melhor caracterizam o sinal, para cada curva. Os descritores de Fourier obtidos para cada curva multi-escala são então concatenados de modo a compor uma assinatura que caracteriza uma imagem em termos

da complexidade da regiões de textura da imagem. A Figura 6.1 ilustra todo esse processo de obtenção da assinatura da imagem.

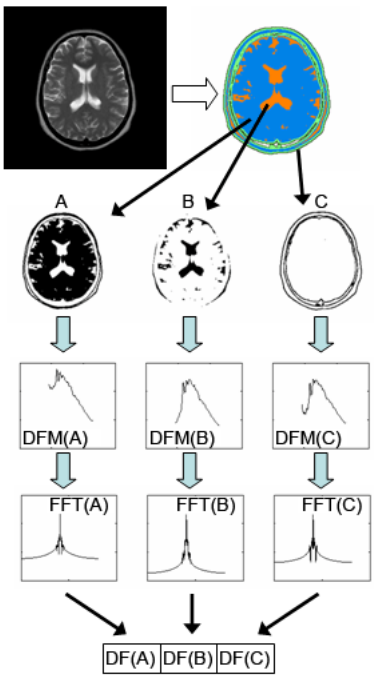


Figura 6.1: Exemplo de uma assinatura obtida para uma segmentação em 3 regiões.

De modo a avaliar o desempenho da assinatura proposta, a mesma foi avaliada nos contextos de análise e recuperação de imagens. Para tanto, um conjunto de 540 imagens médicas obtidas por ressonância magnética foi usado. As imagens foram previamente classificadas em 12 classes, cada qual contendo 45 amostras (Figure 6.2).

Por motivos de comparação, o método proposto foi comparado com métodos tradicionais de análise de textura encontradas na literatura. Os métodos escolhidos foram: matrizes de co-ocorrência [82, 69], filtros de Gabor [88, 51, 86, 148] e wavelets [132, 85].

Inicialmente, o método foi utilizado como uma ferramenta de reconhecimento de padrões. A análise estatística das assinaturas geradas por cada método foi realizada utilizando o método de LDA em um esquema de validação cruzada [65, 74]. Para avaliar o desempenho do método proposto, esse experimento foi conduzido para números distintos de regiões, n, obtidas na etapa de segmentação, onde n é empiricamente definido pelo usuário.

A Tabela 6.1 apresenta uma compilação dos resultados de classificação para diferentes números de regiões. Os resultados apontam um melhor desempenho do método quando a imagem é segmentada em 4 regiões. Quando 2 ou 3 regiões são utilizadas, ocorre uma pequena diminuição na taxa de acertos. Isso se deve a uma perda de informações na assinatura quando a mesma é calculada para um número menor de regiões. Um número pequeno de regiões, $n < 4$, produz uma segmentação menos precisa, ou seja, padrões de textura distintos são agrupados em uma mesma região. Como resultado, regiões similares são formadas em classes de imagens diferentes, o que torna o processo de caracterização utilizando as curvas multi-escala mais

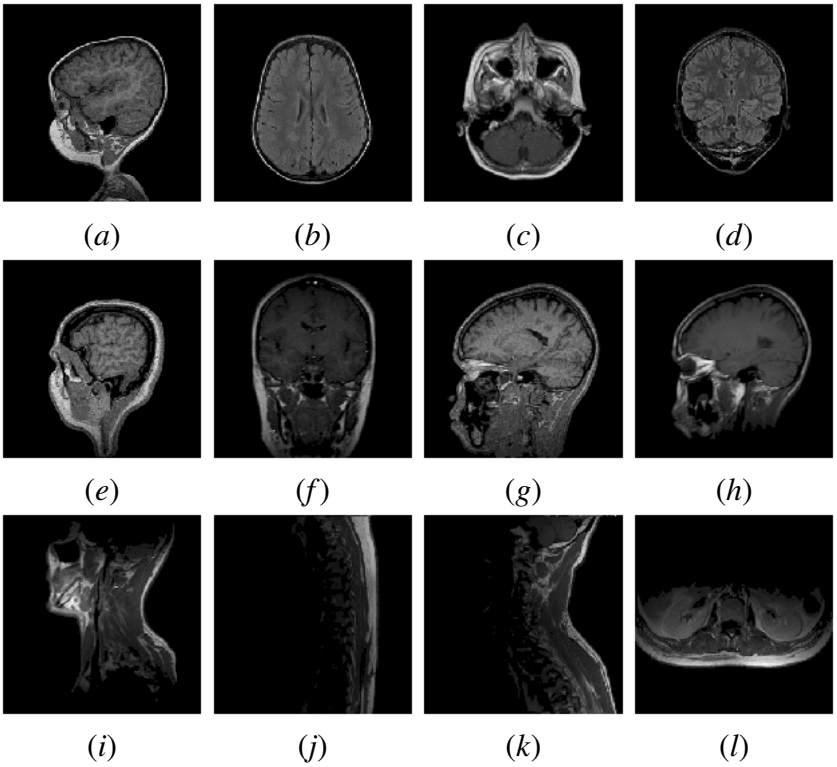


Figura 6.2: Exemplo de imagens médicas obtidas por ressonância magnética usadas no experimento.

difícil e, conseqüentemente, diminui a taxa de acertos. Por outro lado, um número maior de regiões ($n > 4$) implica em uma segmentação excessiva da imagem, paticionando assim regiões homogêneas de textura em vários objetos distintos e reduzindo o desempenho do método.

A Tabela 6.2 apresenta os resultados obtidos por cada método considerado. Para esta comparação considerou-se o método proposto utilizando a segmentação em 4 regiões ($n = 4$), e os resultados obtidos pelo método proposto superam os métodos tradicionais considerados.

Em um segundo momento, o método proposto foi avaliado em um contexto de CBIR. A assinatura proposta é calculada para uma amostra de imagem e as imagens mais similares são recuperadas do conjunto de imagens de ressonância magnética. Neste experimento, as 44 imagens mais semelhantes foram recuperadas. Os resultados deste experimento são avaliados utilizando curvas de *precision versus recall*, as quais permitem ter uma visão geral do desempenho do método. *Recall* indica a proporção de imagens recuperadas do banco de imagens por uma consulta. *Precision*, por sua vez, indica a proporção de imagens recuperadas que são relevantes para a consulta [56, 148, 69].

A Figura 6.3 mostra as curvas de *precision versus recall* considerando as imagens segmentadas em 2, 3 e 4 regiões. Como no experimento anterior, a assinatura obtida quando consideramos uma segmentação em 4 regiões apresenta um maior desempenho e estabilidade quando comparada as outras assinaturas. Embora o experimento anterior tenha apresentado um desempenho semelhante entre as assinaturas obtidas por segmentações utilizando $n = 2$ e $n = 3$,

	2 Regiões	3 Regiões	4 Regiões
Classes	Acertos (%)	Acertos (%)	Acertos (%)
A	97,70	97,70	100,00
B	86,60	84,40	100,00
C	88,80	95,50	97,70
D	100,00	84,40	100,00
E	97,70	100,00	86,60
F	100,00	100,00	100,00
G	93,30	97,70	100,00
H	91,10	100,00	95,50
I	97,70	97,70	100,00
J	100,00	100,00	100,00
K	100,00	100,00	100,00
L	100,00	100,00	100,00
Total	96,10 $\pm$ 4,80	96,50 $\pm$ 5,80	98,30 $\pm$ 3,90

Tabela 6.1: Porcentagem de classes corretamente identificados por LDA.

Método	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
Matrizes de Co-ocorrência	528	95,90
Filtros de Gabor	518	97,80
Wavelet	485	89,80
Método Proposto (n = 4)	531	98,30

Tabela 6.2: Resultados obtidos para os diferentes métodos considerados.

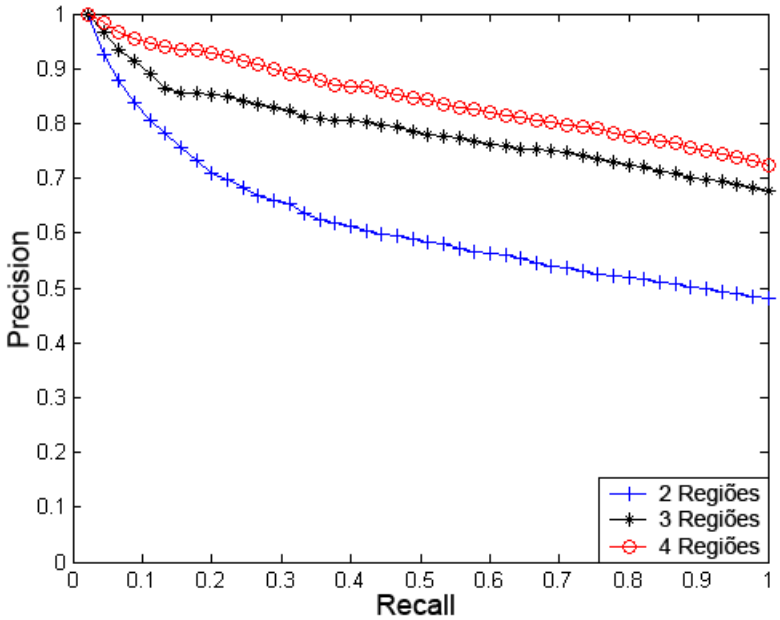


Figura 6.3: Curvas de Precision recall para diferentes segmentações.

pode-se observar que $n = 3$ apresenta um desempenho mais elevado para a recuperação de imagens do que $n = 2$, ou seja, uma segmentação em 3 regiões é mais precisa para este tipo

de aplicação do que uma segmentação em 2 regiões, sendo seus resultados semelhantes aos produzidos por uma segmentação em 4 regiões.

A Figura 6.4 apresenta as curvas de *precision versus recall* para cada método considerado. Para esta comparação, foi considerado o método proposto com uma segmentação em 4 regiões. Os resultados confirmam um maior desempenho e estabilidade do método, superando os resultados dos métodos tradicionais encontrados na literatura.

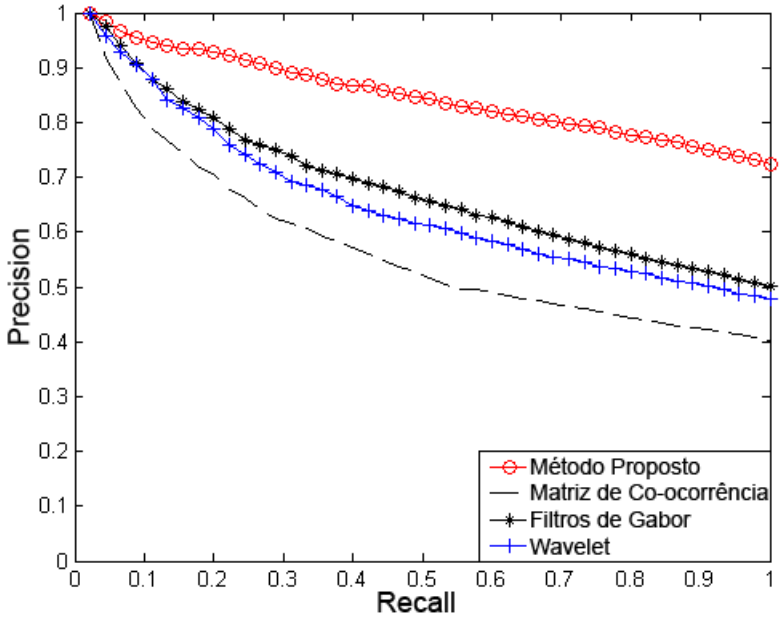


Figura 6.4: Comparação das curvas de Precision recall obtidas para diferentes métodos.

As Figuras [6.5-6.7] mostram os resultados de três buscas diferentes, utilizando $n = 4$. A imagem no canto superior esquerdo é a imagem de entrada. As demais imagens (de cima para baixo, da esquerda para a direita) são as imagens recuperadas que foram mais semelhantes.

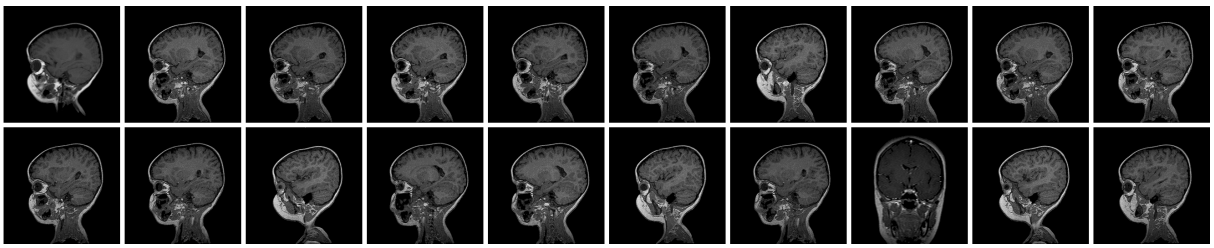


Figura 6.5: Resultado da busca realizada por uma imagem da classe (a) na Figura 6.2.

Em uma análise mais profunda, algumas vantagens e desvantagens do método proposto podem ser observadas. As desvantagens estão relacionadas aos parâmetros utilizados: o número de regiões e ao tamanho da janela de segmentação de textura. Como ambos os parâmetros são definidos pelo usuário, o bom desempenho da técnica depende da escolha certa desses parâmetros. O número de regiões utilizadas para segmentar a imagem é o principal parâmetro e esta escolha está diretamente relacionada com a natureza da imagem. No experimento, o

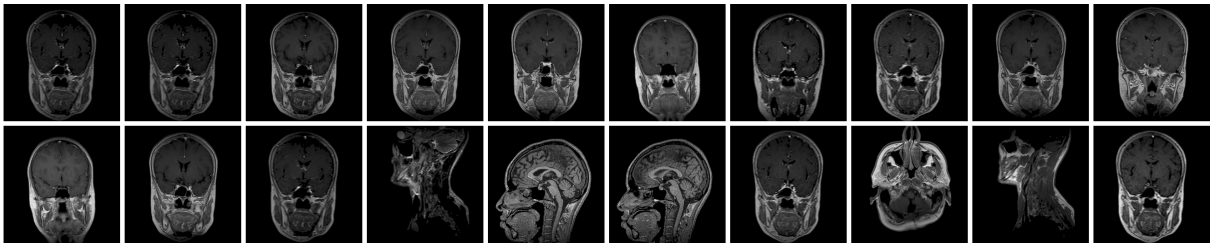


Figura 6.6: Resultado da busca realizada por uma imagem da classe (f) na Figura 6.2.

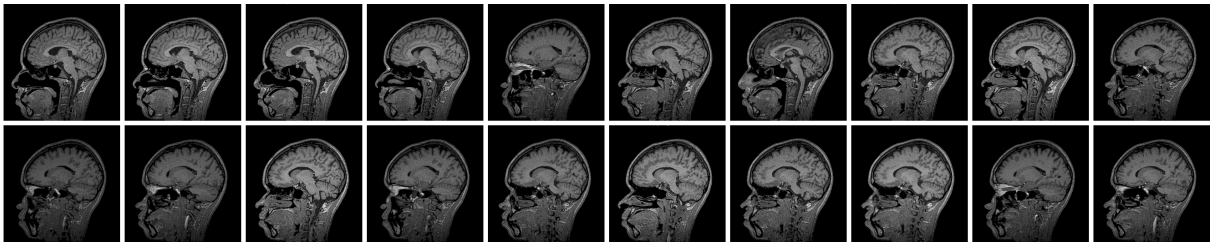


Figura 6.7: Resultado da busca realizada por uma imagem da classe (g) na Figura 6.2.

melhor resultado é alcançado considerando uma segmentação em 4 regiões. Quato ao tamanho da janela de segmentação de textura, sua escolha está relacionada ao tipo de textura a considerar: janelas maiores para macro-textura e menores para micro-textura.

Os resultados demonstram o elevado desempenho do método proposto em ambos os contextos considerados: no reconhecimento de padrões e na recuperação por conteúdo. Presumivelmente, o resultado alcançado é devido à combinação da textura, complexidade e atributos de forma, os quais são inerentes à técnica. Em uma visão geral, os resultados obtidos mostram uma grande força do método aqui proposto e sua importância em aplicações de CBIR e análise de imagem.

6.2 Análise de Forma de Folhas de Plantas utilizando redes complexas

A identificação vegetal é uma tarefa importante em vários campos de pesquisa como biodiversidade, ecologia, farmacologia entre outros. O processo tradicional de identificação vegetal se baseia na comparação de ramos férteis, flores e frutos dissecados, prensados e armazenados sobre papel cartão [6, 152, 90, 98]. No entanto, a análise das flores e frutos é bastante limitada, pois os mesmos são encontrados apenas em algumas estações do ano e são diretamente dependentes à idade da planta e ao meio. A folha, por outro lado, é um material constantemente disponível para estudos. Segundo [143], aproximadamente mais de 275.000 espécies de plantas que possuem folhas podem ser reconhecidas/distinguidas apenas por suas folhas.

Nesta seção, foi realizado um estudo da aplicação das técnicas de análise de forma baseadas em redes complexas, desenvolvidas na Seção 4.3.1 e 4.4.1, na identificação de espécies vegetais

por meio da análise da forma da folha [18, 13]. Tal estudo foi realizando com o intuito de contribuir com as técnicas de taxonomia já desenvolvidas.

Os experimentos foram conduzidos considerando um conjunto de formas de folhas constituido de 30 espécies vegetais com 20 amostras por espécie, totalizando 600 amostras de folhas. A Figura 6.8 apresenta as várias espécies utilizadas no experimento, enquanto a Figura 6.9 apresenta um exemplo de variação dentro de uma classe. Além disso, de modo a avaliar as propriedades de invariância a escala e a rotação do método, dois novos conjuntos de formas foram construídos. No primeiro, o conjunto de formas original foi rotacionado pelos ângulos seguintes: 7º, 35º, 132º, 201º e 298º, resultando em um conjunto com 30 classes e 120 formas cada. No segundo conjunto, cada forma do conjunto de formas original foi escalada pelos seguintes fatores: 200%, 175%, 150% and 125%, resultando, portanto, em um conjunto contendo 30 classes com 80 formas de cada um.

Para a caracterização das formas, propôs-se utilizar os métodos de redes complexas (Seção 4.3.1) e redes complexas com multi-escala (Seção 4.4.1), em suas respectivas configurações que produzem melhores resultados. Os resultados obtidos por esses métodos foram comparados com os seguintes métodos de análise de formas: descritores de Fourier [78, 117], momentos de Zernike [160], curvatura [158] e dimensão fractal multi-escala [50, 53]. A análise estatística das assinaturas geradas por cada método foi realizada utilizando o método de LDA em um esquema de validação cruzada [65, 74].

A Tabela 6.3 apresenta a taxa de acertos alcançada por cada método quando aplicado aos diferentes conjuntos de folhas. Os resultados para o conjunto original confirmam um maior desempenho para os métodos baseados em redes complexas quando comparados com os demais métodos. Pode-se observar que os descritores propostos têm uma alta capacidade de discriminação entre as classes, a medida que lidam com variações dentro da própria classe. Como visto anteriormente, as medidas extraídas a partir do grau da rede constituem excelentes descritores de forma, confirmando a existência de uma relação entre o grau e a topologia da rede e, em conseqüência, ao aspecto da forma e sua complexidade.

Os resultados para os conjuntos usando formas sob rotação e escala confirmam as propriedades de rotação e invariância de escala discutidas na Seção 4.3.1. Como discutido anteriormente, a tolerância a rotação se deve principalmente ao uso da distância Euclidiana no cálculo das aresta da rede. Já a tolerância a escala é resultado da normalização dos pesos das arestas para o intervalo $[0, 1]$ e susequente normalização do grau pelo tamanho da rede.

De modo geral, os resultados obtidos pelos métodos propostos podem ser considerados excelentes, principalmente se considerarmos que a coleta de imagens de folhas é uma tarefa de difícil realização, o que pode resultar em ruído nos contorno das folhas. Isso demonstra a eficácia e a robustez do método, o qual também apresenta boa tolerância à rotação e escala.

Figura 6.8: Some of the leaves images used in the experiments

Figura 6.9: Examples of variation within a class.

6.3 Análise de Folhas de Plantas utilizando atributos de textura

Nesta seção, propôs-se o estudo das técnicas de análise de textura desenvolvidas na identificação de espécies vegetais por meio da análise de textura foliar, sendo este estudo foi realizado com a parceria do aluno de mestrado Dalcimar Casanova [37].

Experimento	Método	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
Original	Rede Complexa	502	83,67
600 images	Rede Complexa + Multi-escala	494	82,33
	Descritores de Fourier	450	75,00
	Momentos de Zernike	408	68,00
	Curvatura	450	75,00
	Dimensão Fractal Multi-escala	438	73,00
Rotação	Rede Complexa	3020	83,89
3600 imagens	Rede Complexa + Multi-escala	3001	83,36
	Descritores de Fourier	2755	76,53
	Momentos de Zernike	2517	69,92
	Curvatura	2831	78,64
	Dimensão Fractal Multi-escala	2455	68,19
Escala	Rede Complexa	2019	84,12
2400 imagens	Rede Complexa + Multi-escala	2055	85,62
	Descritores de Fourier	1958	81,58
	Momentos de Zernike	1309	54,54
	Curvatura	1920	80,00
	Dimensão Fractal Multi-escala	1784	74,33

Tabela 6.3: Desempenho de cada descritor para cada conjunto de formas avaliado.

Os experimentos foram conduzidos considerando um conjunto de texturas construído utilizando 10 espécies de folhas da flora brasileira. Ao todo, 3 amostras de cada folha foram manualmente coletadas para cada espécie considerada. As folhas foram lavadas de modo a remover qualquer impureza existente, a qual poderia atuar como ruído no padrão de textura. O processo de digitalização foi realizado utilizando um scanner com resolução de 1200dpi, sendo as folhas orientadas de acordo com o seu eixo central na posição vertical.

Para cada folha digitalizada, um total de 5 janelas de textura de 128×128 pixels foram extraídas, totalizando um conjunto de 150 amostras de textura agrupadas em 10 classes (Figura 6.10). Toda informação de cor foi descartada, i.e., apenas a informação em níveis de cinza do padrão de textura foi considerada. É importante enfatizar que uma única folha pode apresentar uma grande variedade de padrões de texturas (Figura 6.11). Essa variação se deve a diferentes fatores, tais como fungos, ataque de pragas, ou mesmo na quantidade de iluminação recebida durante seu crescimento. Portanto, a seleção das janelas de textura foi guiada com o intuito de evitar estes padrões de texturas que não caracterizam o verdadeiro padrão de textura da espécie.

Para a caracterização das texturas selecionadas, propôs-se utilizar os métodos de dimensão fractal Massa-Raio (Seção 4.2.2)e Bouligand-Minkowski (Seção 4.2.1) [12], e a caminhada determinística do Turista (Seção 4.1.2) [21]. Para a caminhada do Turista, foi considerada a sua configuração que produz melhores resultados (o conjunto de memórias $\mu = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ para as direções de mínima e máxima diferença). No caso do método de Bouligand-Minkowski,

optou-se por utilizar a curva de dimensão fractal multi-escala obtida a partir do seu volume de influência para a caracterização dos padrões de texturas. Os resultados obtidos por esses métodos foram comparados com os seguintes métodos de análise de textura: Descritores de Fourier [7], Matrizes de Co-ocorrência [82] e Filtros de Gabor [88, 51, 86]. A análise estatística das assinaturas geradas por cada método foi realizada utilizando o método de LDA em um esquema de validação cruzada [65, 74].

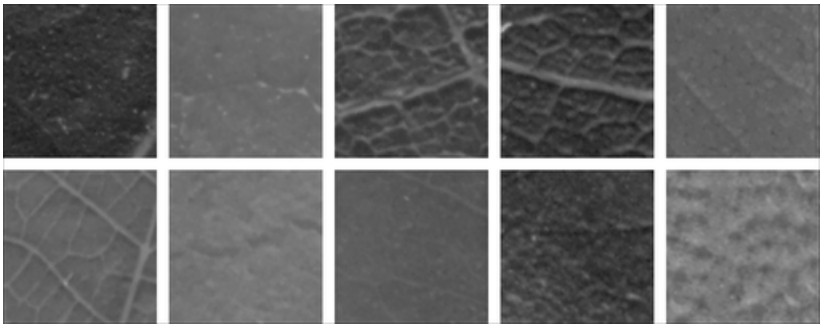


Figura 6.10: Exemplo de cada classe de textura considerada.

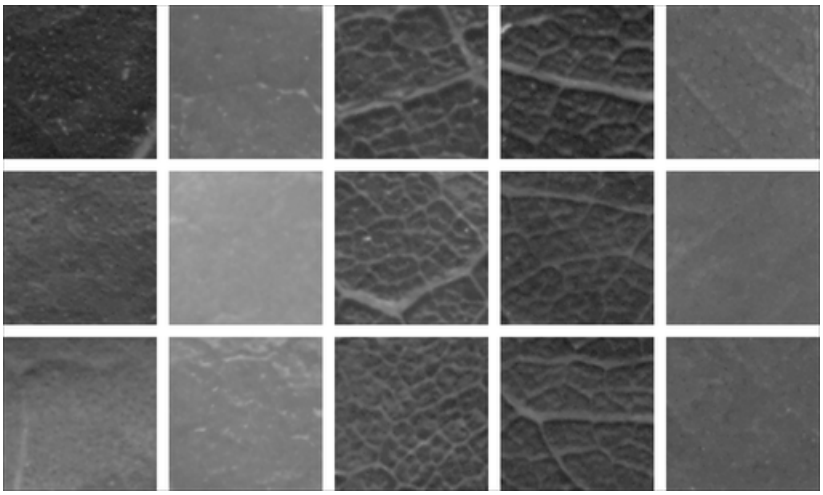


Figura 6.11: Exemplo da variação nas texturas por classe (colunas).

A Tabela 6.4 apresenta os resultados obtidos para cada método. Primeiramente, é importante enfatizar que macro-textura é a principal característica para discriminar imagens sintéticas. Por outro lado, nas imagens de texturas naturais, como as de folhas, a micro-textura é a característica principal. Os resultados obtidos pelos descritores de Fourier e pelos filtros de Gabor se justificam pela ausência de componentes direcionais nesse tipo de imagens. Além disso, o filtro de Gabor é baseado na função gaussiana, que intrinsecamente borra a imagem. Para macro-texturas, esta ação não corromper a informação de textura. No entanto, em micro-texturas, esta ação pode corromper a informação.

De modo geral, os métodos que atuam diretamente sobre a informação do pixels da textura apresentam um resultado melhor. Os resultados indicam que o método de Bouligand-Minkowski é mais robusto, uma vez que o mesmo apresenta a maior taxa de acertos entre os

métodos comparados. Isto se deve principalmente à grande sensibilidade do método a mudanças no comportamento da textura. De acordo com o raio de dilatação r e as características presentes na textura, a esfera produzido por um pixel interfere nas esferas produzidas pelos pixels vizinhos, perturbando a forma como o volume de influência aumenta. Esta perturbação no volume de influência permite estudar a organização dos pixels de uma textura, bem como, sua estrutura em termos de complexidade. Além disso, o uso da Multi-escala de dimensão Fractal amplia essa análise para diferentes escalas, de modo que a informação de textura, tanto de micro quanto macro-texturas, são consideradas, permitindo assim uma melhor discriminação e classificação da textura.

Método	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
Filtros de Gabor	114	76,00
Descritores de Fourier	94	62,66
Matrizes de Co-ocorrência	130	86,66
Caminhada do Turista	117	78,00
Massa Raio	120	80,00
Bouligand-Minkowski	135	90,00

Tabela 6.4: Resultados obtidos para diferentes descritores de textura.

6.4 Identificação de táxons de plantas por análise de textura do parênquima paliçádico

Dados obtidos a partir de plantas herborizadas e de sua morfologia externa constituem a principal ferramenta para a identificação e a delimitação de táxons. No entanto, os principais métodos utilizados na taxonomia se mostram falhos na resolução de alguns problemas taxonômicos [113]. Métodos baseados na anatomia, embora não tão acessíveis quanto o uso da morfologia externa, têm sido cada vez mais utilizados, com o objetivo de buscar novos caracteres que auxiliem a elucidar os problemas taxonômicos [141]. Além disso, a identificação/delimitação de táxons é amplamente baseada em características morfológicas dos órgãos reprodutivos, os quais nem sempre se encontram presentes nas amostras.

Caracteres anatômicos podem ser utilizados mesmo quando as amostras se encontram em estado vegetativo [141]. Padrões de nervação foliar [35, 126], diferentes tipos de estômatos [113], tipos de tricomas [80], formato das células, presença/espessura de cutícula, proporção entre parênquima paliçádico e lacunoso, presença de tecidos (como a hipoderme), de estruturas secretoras, de cristais, etc., [127, 129, 138, 55, 140] têm sido utilizados na caracterização e no entendimento taxonômico de diferentes grupos. No entanto, outras características relevantes, como cor, textura e complexidade dos cortes anatômicos, têm sido desconsideradas. Assim, propôs-se empregar métodos computacionais de análise de textura em imagens histológicas dos cortes transversais da superfície foliar, visando sua possível utilização na identificação e deli-

mitação taxonômica. Trata-se de uma proposta inovadora que busca alcançar um novo descritor a ser utilizado pela taxonomia.

Para o desenvolvimento dessa aplicação, foram consideradas imagens histológicas do parênquima paliçádico das seguintes espécies lenhosas típicas do cerrado do Estado de São Paulo, Brasil: *Byrsonima intermedia A. Juss.*, *Miconia albicans* (Sw.) Triana, *Tibouchina stenocarpa* (DC.) Cogn., *Vochysia tucanorum Mart.*, *Xylopia aromática* (Lam.) Mart., *Gochnatia polymorpha* (Less.) Cabrera, *Miconia chamissois Naudin* e *Jacaranda caroba* (Vell.) A. DC.. Para cada espécie considerada, foram obtidos segmentos medianos do semilimbo de folhas completamente expandidas. Foram escolhidos, ao acaso, cinco indivíduos adultos diferentes, localizados na Estação Ecológica de Assis, Assis, Estado de São Paulo, Brasil (22°33'65" - 22°36'68"S e 50°22'29" - 50°23'00"W). As amostras foram fixadas em FAA70, desidratadas em uma série etanólica, embebidas em parafina e cortadas em secções de $8\mu m$. As secções transversais foram coradas com azul de astra e fucsina básica e montadas em entellan. Ao todo, duas imagens de diferentes regiões da lâmina foram obtidas utilizando um microscópio trinocular Leica, modelo DM-1000, acoplado a uma câmera de vídeo Leica, DFC-280. Para cada imagem adquirida (Figura 6.12), foram retiradas janelas de 60×60 pixels do parênquima paliçádico (Figura 6.13). A ampliação utilizada foi de $200\times$. Ao todo, 40 janelas de textura foram adquiridas para cada espécie (Figura 6.14).

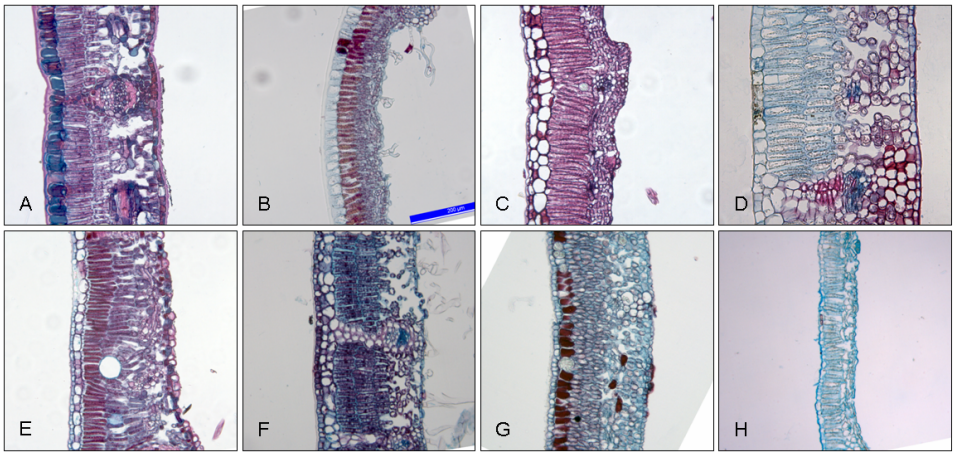


Figura 6.12: Exemplo de imagem obtida para cada espécie: A - *Byrsonima intermedia*, B - *Miconia albicans*, C - *Tibouchina stenocarpa*, D - *Vochysia tucanorum*, E - *Xylopia aromatica*, F - *Gochnatia polymorpha*, G - *Miconia chamissois* e H - *Jacaranda caroba*.

Para a caracterização das texturas selecionadas, propôs-se utilizar o método de Dimensão Fractal Multi-níveis, definido na Seção 4.2.3, o qual permite estudar a variação da complexidade da imagem ao longo dos níveis de cinza [17]. Seu resultado foi comparado com os seguintes métodos de análise de textura: Descritores de Fourier [7], Matrizes de Co-ocorrência (sendo as medidas de energia, entropia, contraste, correlação, homogeneidade e valor absoluto utilizadas) [82] e Filtros de Gabor [88, 51, 86]. A análise estatística das assinaturas geradas por cada

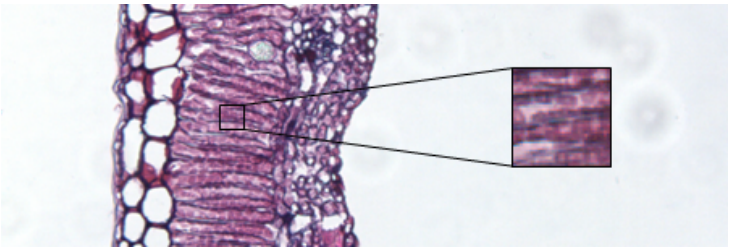


Figura 6.13: Amostra de *Tibouchina stenocarpa* e respectiva janela de 60×60 pixels do parênquima paliçádico.

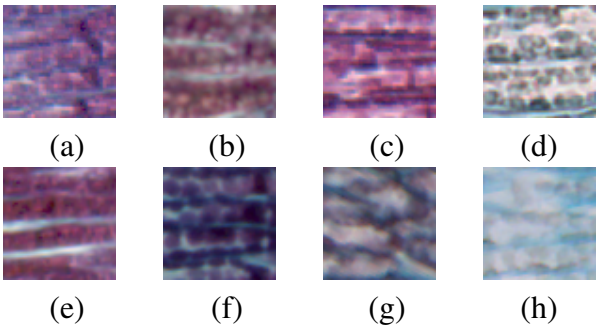


Figura 6.14: Janelas de 60×60 pixels retiradas do parênquima paliçádico das espécies: a - *B. intermedia*, b - *M. albicans*, c - *T. stenocarpa*, d - *V. tucanorum*, e - *X. aromatica*, f - *G. polymorpha*, g - *M. chamissois* e h - J. caroba.

método foi realizada utilizando o método de LDA em um esquema de validação cruzada [65, 74].

Dentre os métodos comparados, a dimensão fractal em sua abordagem multi-níveis foi o que apresentou a maior taxa de acertos (Tabela 6.5). Isso se deve ao fato de que cada nível de cinza selecionado representa onde a homogeneidade da textura se altera. Métodos de análise de complexidade, como a dimensão fractal, permitem quantificar a homogeneidade de uma imagem a partir de sua complexidade. Assim, o método de Otsu multi-níveis combinado com a dimensão fractal permite criar uma assinatura capaz de representar as mais relevantes mudanças na complexidade da textura.

Método	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
Matriz de Co-ocorrência	249	77,81
Descritores de Fourier	201	62,81
Filtros de Gabor	209	65,31
Dimensão Fractal Multi-níveis	252	78,44

Tabela 6.5: Comparação dos resultados obtidos para os diferentes métodos considerados.

A Figura 6.15 apresenta o desempenho dessa abordagem na delimitação das amostras à medida que se varia o número de níveis de cinza selecionados M. Nesse estudo preliminar o melhor resultado foi obtido para $M = 131$, com taxa de acerto de $78,44\%$. Esse tipo de abordagem pode ser útil em estudos que visam identificar/delimitar táxons que apresentam morfologia interna semelhante entre si, com caracteres não distinguidos facilmente pelo olho humano.

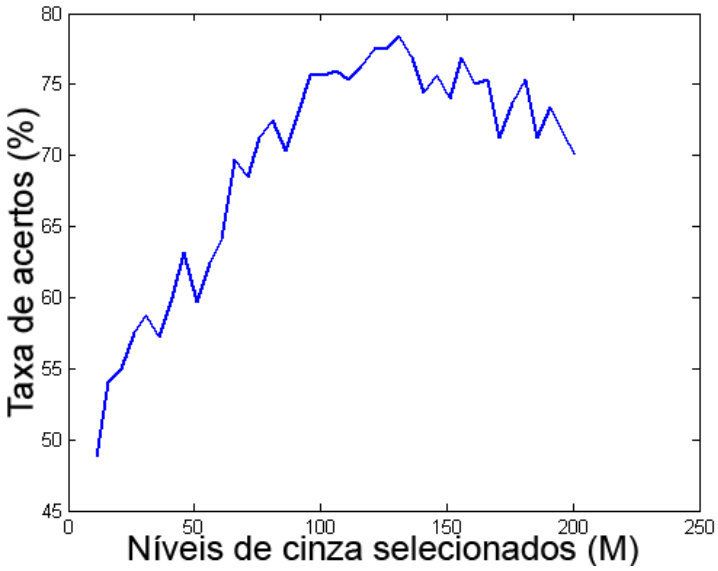


Figura 6.15: Desempenho da dimensão fractal à medida que se varia o número de níveis de cinza selecionados M. Melhor resultado obtido para $M = 131$, com taxa de acerto de $78,44\%$.

A explicação do resultado obtido pelas matrizes de co-ocorrência ($77,81\%$ de acertos), provavelmente é devida às diferenças no tamanho e na distribuição dos cloroplastos nas células do parênquima paliçádico. Como as matrizes de co-ocorrência medem justamente a distribuição espacial dos pixels a uma certa distância, elas captam a forma como os cloroplastos se distribuem em cada espécie. Além disso, dependendo da espécie, as células em paliçada apresentam dimensões diferentes e uma disposição espacial que pode ser mais ou menos compacta, o que resulta num tecido paliçádico com características únicas de cada espécie. Sendo assim, é possível que as matrizes de co-ocorrência forneçam resultados ainda melhores se utilizadas em outro conjunto de táxons, onde haja maiores variações celulares em relação à disposição espacial.

As demais medidas (Descritores de Fourier e Filtros de Gabor) apresentaram resultados inferiores de acertos (Tabela 6.5) provavelmente porque o parênquima paliçádico não possui características direcionais, como linhas horizontais, verticais ou diagonais, como é possível perceber visualmente. Como esses métodos salientam esse tipo de informação, não foi possível obter os mesmos resultados expressivos obtidos pela dimensão fractal multi-níveis e pelas matrizes de co-ocorrência.

A identificação/delimitação de táxons a partir de tecidos, como o parênquima paliçádico, é uma tarefa árdua devido à alta similaridade existente entre amostras de diferentes táxons e as diferenças presentes dentro de um mesmo táxon. No entanto, os resultados alcançados com a metodologia proposta demonstram que a identificação/delimitação de táxons por análise histológica acoplada à análise computacional é possível e que o parênquima paliçádico oferece excelentes características para um determinado táxon, viabilizando a sua identificação/delimitação.

6.5 Identificação de táxons de plantas por análise de textura da epiderme superior

De posse dos bons resultados obtidos na identificação de espécies de plantas pela textura do parênquima paliçádico, a mesma abordagem foi proposta tendo como base amostras de texturas extraídas da epiderme superior da folha [20]. Para tanto, considerou-se as amostras de folhas preparadas que foram utilizadas no estudo do parênquima paliçádico (Seção 6.4). Ao todo, seis imagens de diferentes regiões da lâmina foram obtidas utilizando um microscópio trinocular Leica, modelo DM-1000, acoplado a uma câmera de vídeo Leica, DFC-280. Para cada imagem adquirida (Figura 6.12), foram retiradas janelas de 150×300 pixels da epiderme superior (Figura 6.16). A ampliação utilizada foi de $200\times$. Ao todo, 30 janelas de textura foram adquiridas para cada espécie. A hipoderme também foi considerada, caso a mesma fosse presente na amostra, como é o caso da espécie *T. stenocarpa*.

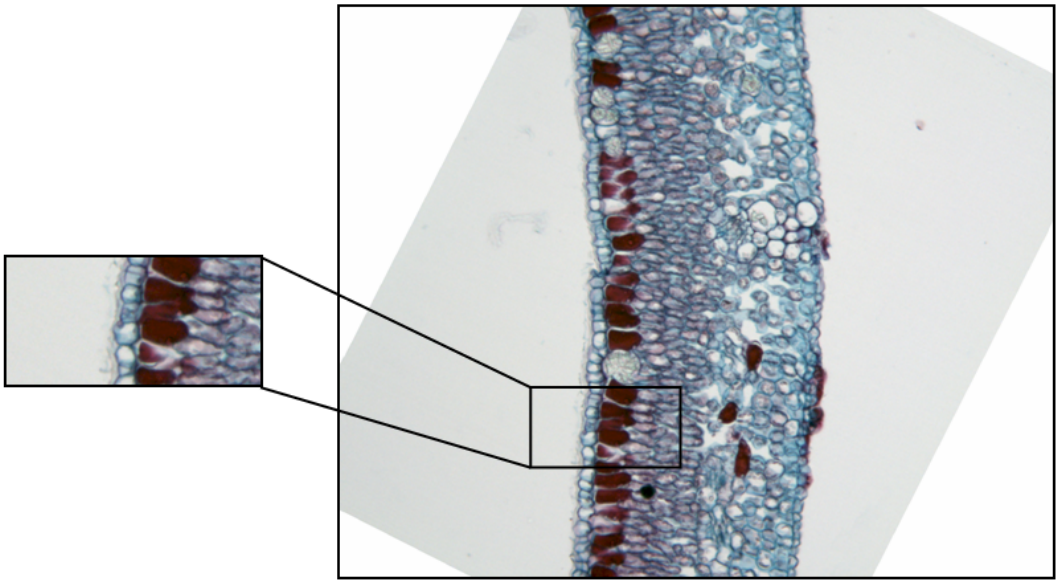
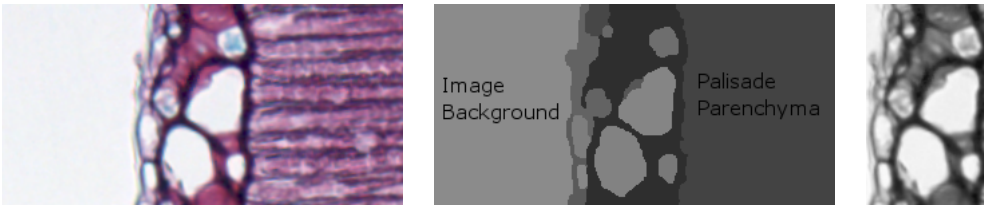


Figura 6.16: Amostra de *Miconia chamissois* e respectiva janela de 150×300 pixels contendo a epiderme superior.

Para obter o conjunto final de imagens utilizado no experimento, a epiderme superior foi automaticamente extraída das imagens. O algoritmo de Mumford-Shah [40] foi utilizado para segmentar o parênquima paliçádico e o fundo da imagem, de modo a encontrar as bordas da epiderme superior. Assim, imagens contendo apenas a região de interesse da imagem foram criadas, como mostrado na Figura 6.17.

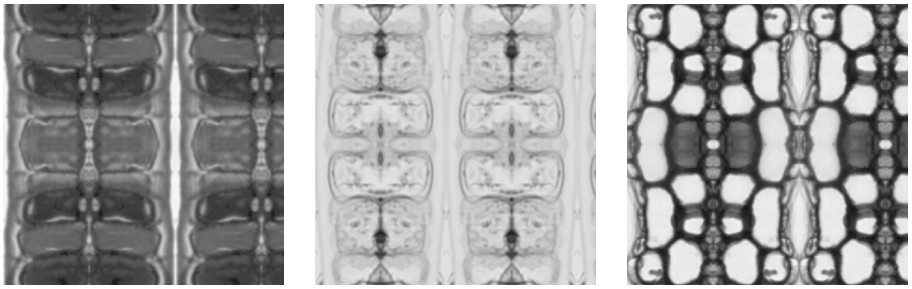
Note que as imagens obtidas apresentam diferentes larguras, a qual depende da espessura da epiderme superior. Por esse motivo, foi adotada uma janela padrão de 300×300. Essa janela é um mosaico composto pelas imagens espelhadas da epiderme superior, como mostrado na Figura 6.18. A imagem original é copiada e espelhada sobre o eixo y. A imagem resultante



(a) (b) (c)

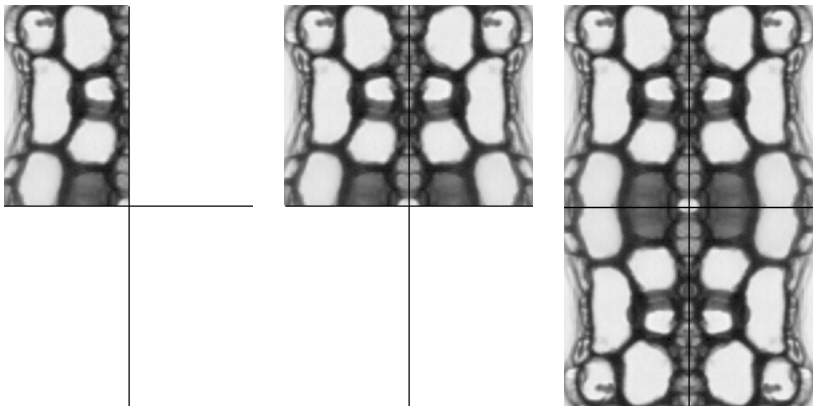
Figura 6.17: Imagem da epiderme superior daespécie *Tibouchina stenocarpa*; (a) Janela original (150×300 pixels); (b) Janela segmentada (150×300 pixels); (c) Epiderme segmentada ($150 \times$ espessura da epiderme supeior).

é colocada ao lado da original. Uma nova cópia e espelhamento são realizados sobre a imagem anterior. Desta vez, o espelhamento ocorre sobre o eixo x e a imagem resultante é colocada abaixo da anterior. Este processo é repetido, alternando os eixos y e x, até que uma imagem com tamanho de 300×300 pixels seja formada (Figura 6.19).



(a) (b) (c)

Figura 6.18: Mosaico de 300×300 pixels da epiderme superior de diferentes espécies: (a) *Byrsonima intermedia*; (b) *Miconia albicans*; (c) *Tibouchina stenocarpa*.



(a) (b) (c)

Figura 6.19: Processo de construção do mosaico de textura por cópia e espelhamento: (a) Textura original; (b) Cópia e espelhamento; (c) Cópia e espelhamento do passo anterior. Este processo continua até que uma imagem com tamanho de 300×300 pixels seja formada.

Para a caracterização das texturas selecionadas, propôs-se utilizar a curva de dimensão fractal multi-escala obtida a partir da abordagem proposta na Seção 4.2.1. O raio de dilatação

utilizado foi $r = 10$. Seu resultado foi comparado com os seguintes métodos de análise de textura: Descritores de Fourier [7], Matrizes de Co-ocorrência (sendo as medidas de energia, entropia, contraste, correlação, homogeneidade e valor absoluto utilizadas) [82] e Filtros de Gabor [88, 51, 86]. A análise estatística das assinaturas geradas por cada método foi realizada utilizando o método de LDA em um esquema de validação cruzada [65, 74].

Os resultados (Tabela 6.6) demonstram que as curvas multi-escala são robustas na classificação de padrões de texturas histológicas. Isso se deve a grande sensibilidade e precisão do método de Bouligand-Minkowski para detectar pequenas alterações na textura. Isto, combinado com a dimensão fractal multi-escala, permite a análise da textura em diferentes escalas, i.e., micro e macro texturas são consideradas.

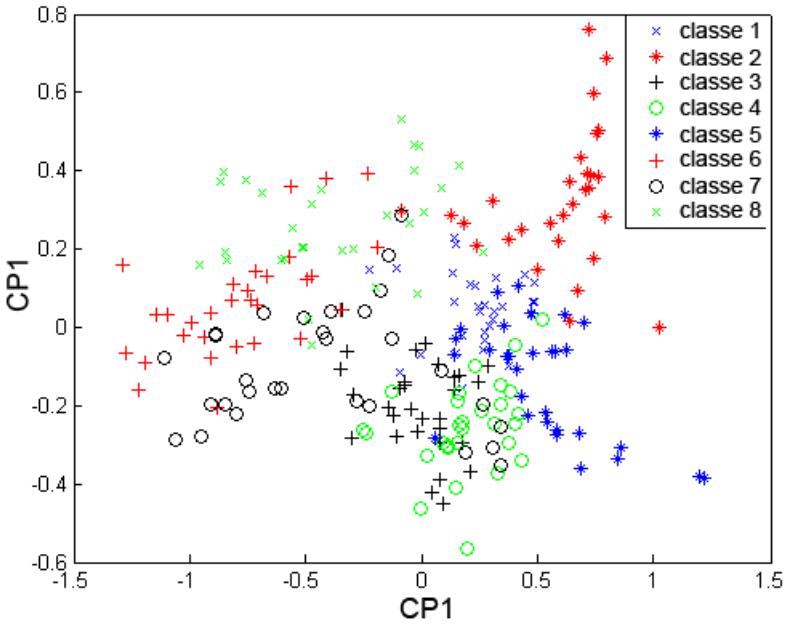
Uma análise utilizando Componentes Principais (PCA) [65, 74] também foi realizada sobre os métodos que apresentaram os melhores resultados. A Figura 6.20 mostra os gráficos dos primeiro e segundo componentes calculados para as curvas multi-escala curves e matrizes de co-ocorrência. Percebe-se que há uma maior dispersão entre as classes nas curvas multi-escala, i.e., existe menor intersecção entre as classes. Diferentemente, as matrizes de co-ocorrência tendem a convergir para um ponto especifico, de modo que as classes fiquem sobrepostas, diminuindo assim a qualidade do descritor.

Método	Imagens corretamente classificadas	Taxa de acertos (%)
Matriz de Co-ocorrência	221	92,08
Descritores de Fourier	184	76,67
Filtros de Gabor	205	85,42
Dimensão Fractal Multi-escala	224	93,33

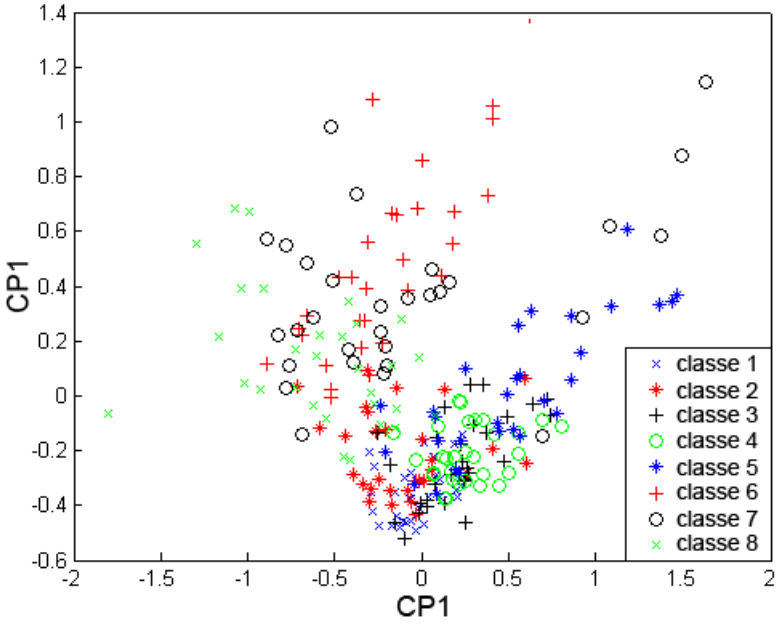
Tabela 6.6: Comparação dos resultados obtidos para os diferentes métodos considerados.

6.6 Caracterização de imagens de satélite usando complexidade

Imagens de sensoriamento remoto são uma fonte rica em informações sobre a superfície terrestre. Com os avanços obtidos ao longo dos últimos anos, cada vez mais essas imagens têm sido utilizadas em aplicações envolvendo mapeamentos e estudos urbanos. Imagens de áreas urbanas são resultantes de uma complexa interação entre diferentes características morfológicas (tamanho de quadra, geometria das quadras, tamanho das ruas, disposição de praças e áreas verdes) da região analisada. De modo geral, essas características morfológicas estão relacionadas com a qualidade de vida e o nível de desenvolvimento da região. Assim, atributos como tamanho de quadra maior e maior número de áreas verdes indicam uma maior qualidade de vida na região [87, 105, 120, 145, 71].



(a)



(b)

Figura 6.20: Gráfico do primeiro e segundo componentes do PCA: (a) Curvas multi-escalas; (b) Matrizes de Co-ocorrência.

As características morfológicas do espaço urbano são resultantes de um complexo arranjo espacial, do ponto de vista geométrico e dimensional, de seus elementos estruturadores, como edificações, lotes, quadras e vias. Essas características variam em função dos modos de uso e ocupação do solo urbano, das características naturais do sítio, como o relevo e a hidrografia, e do tempo de ocupação, bem como das condições sociais, econômicas, políticas e culturais existentes. Diante desta complexidade, a análise das características morfológicas do espaço urbano tem sido, predominantemente, conduzida de modo subjetivo, sendo incapaz de oferecer medidas quantitativas que possam descrever, de modo mais preciso, tais características.

Somado a tudo isso, temos também a incapacidade das leis e planos urbanísticos de controlar, acompanhar e monitorar o crescimento da cidade, principalmente nas áreas informais e periféricas da cidade, resultando, portanto, em uma distribuição injusta de serviços, equipamentos e redes de infra-estrutura urbana no espaço urbano. Portanto, medidas de complexidade que permitam analisar as características morfológicas urbanas, como a dimensão fractal, são ferramentas valiosas para auxiliar no planejamento e na gestão das cidades.

Nesta etapa dos trabalhos, foi verificada a correlação entre a dimensão fractal e as características morfológicas de áreas urbanas [15]. Este estudo foi desenvolvido em parceria com o pesquisador Mauro Normando Macêdo Barros Filho [71], da Universidade Federal de Pernambuco. Em uma imagem de satélite, as características morfológicas são representadas por interações de diferentes tipos de superfície, onde cada superfície corresponde a um certo padrão de textura [105, 120]. Utilizando-se o método de dimensão fractal de BoxCouting [45, 8] (Seção 2.1.5), é possível obter uma estimativa da complexidade dessa textura e, conseqüentemente, uma medida das características morfológicas urbana.

Para a realização desse experimento, foram empregadas imagens que representam diferentes regiões da cidade de São Carlos, localizada no interior do estado de São Paulo, e que, conseqüentemente, apresentam diferentes condições de habitabilidade e desenvolvimento urbano. Essas imagens foram obtidas utilizando o software Google Earth®. Ao todo, 5 regiões da cidade foram consideradas (Figura 6.21). Para cada região, 2 imagens de 200×200 pixels foram obtidas para duas altitudes diferentes: 10.000 e 15.000 pés (Figuras 6.22 e 6.23). Além disso, a informação de cor das imagens foi descartada, sendo apenas seus níveis de cinza considerados durante as etapas de análise e estimativa da dimensão fractal.

O uso de imagens em altitudes diferentes permite avaliar a influência desse parâmetro durante a análise. A medida que altitude de observação diminui, aumenta-se a quantidade de informação de micro-textura presente nas imagens obtidas. Essa informação adicional de micro-textura se refere, principalmente, ao detalhamento de estruturas presentes nas imagens dos bairros como, por exemplo, pequenas variações de iluminação ou sombra nos telhados de casas. Logo, imagens obtidas em diferentes altitudes apresentam níveis de detalhamento diferentes e, conseqüentemente, níveis de complexidades distintos. Quanto maior for a quantidade de informação de micro-texturas, menor será a quantidade de informação sobre a macro-textura da imagem. Diante dessas diferentes quantidades de micro e macro texturas, faz-se necessário a

utilização de configurações diferentes do método de BoxCounting para cada grupo de imagens. Neste caso, onde se pretende obter uma caracterização da complexidade organizacional dos diferentes bairros, percebe-se claramente a necessidade de uma ênfase maior nas informações de macro-textura da imagem, ou seja, tem-se a necessidade de uso de caixas maiores no método de BoxCounting.

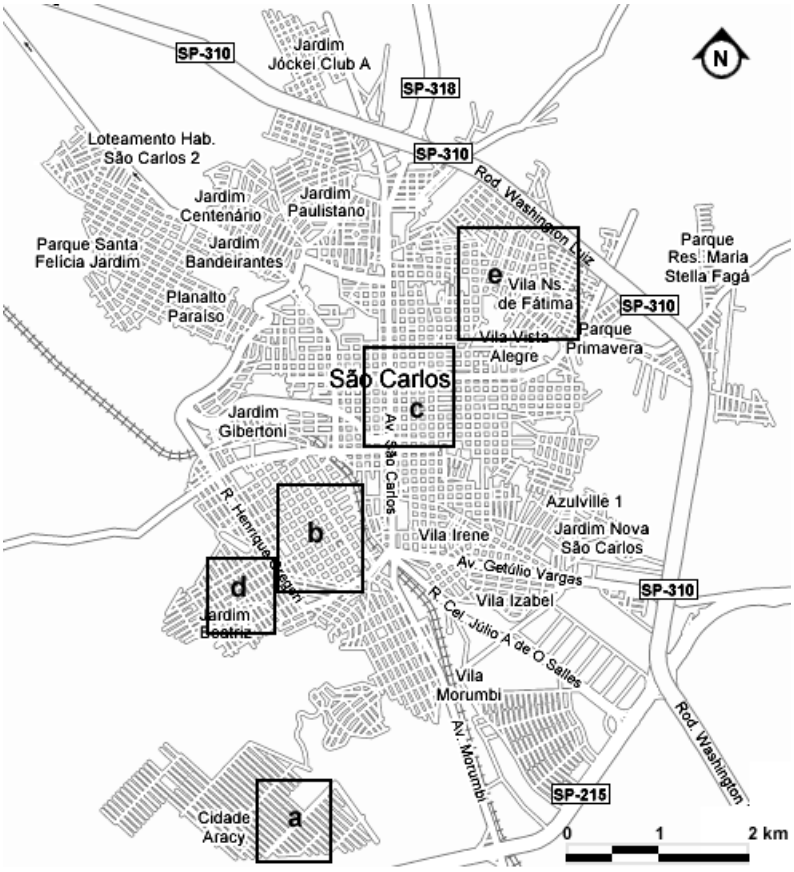


Figura 6.21: Mapa da cidade e respectivas localizações das imagens das áreas usadas no experimento.

(a) (b) (c) (d) (e)

Figura 6.22: Imagens de satélite de diferentes áreas obtidas a 10000 pés de altitude.

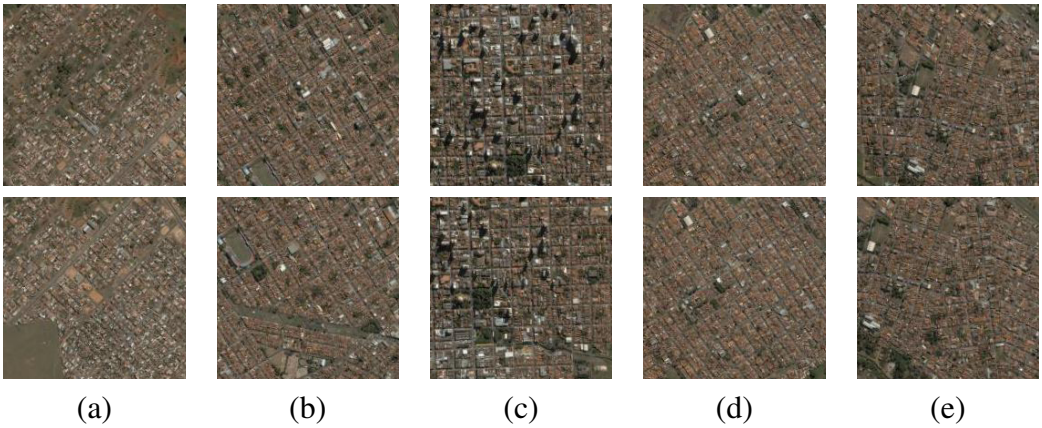


Figura 6.23: Imagens de satélite de diferentes áreas obtidas a 15000 pés de altitude

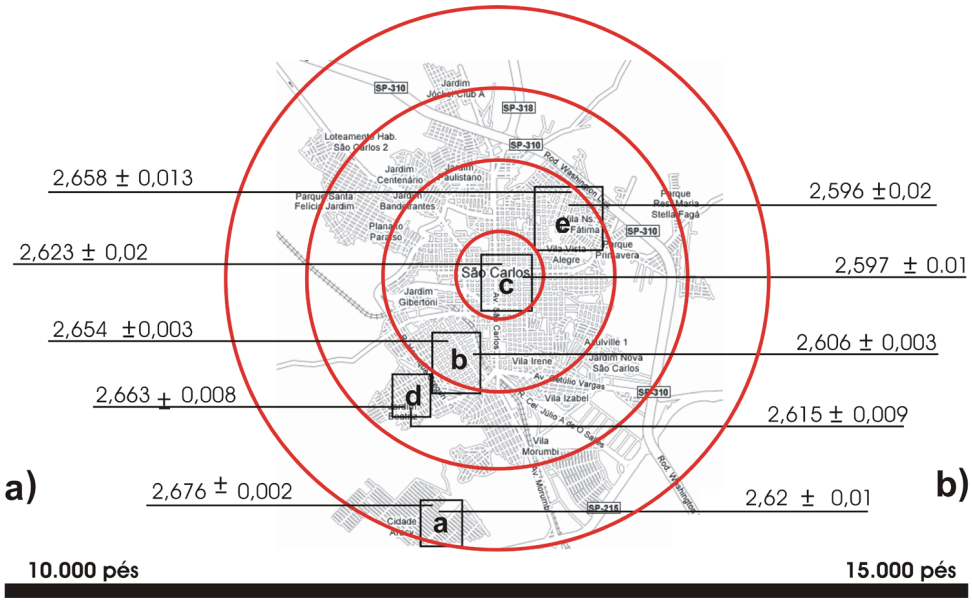


Figura 6.24: Anéis concêntricos, apresentando as regiões de mesma distância do marco central da cidade e sua dimensão fractal: (a) Valores de DF das imagens de satélite obtidas a 10000 pés; (b) Valores de DF das imagens de satélite obtidas a 15000 pés.

Os conjuntos de tamanhos de caixas utilizados no método BoxCounting para analisar as texturas foram escolhidos empiricamente. No entanto, tanto valores pequenos quanto valores grandes para o tamanho das caixas foram considerados. Desse modo, pôde-se avaliar a textura de uma imagem em termos de micro-textura (caixas pequenas) e macro-textura (caixas grandes). Isso garante uma quantidade maior de informação sobre a imagem com um conjunto mínimo de caixas, e permite uma maior separação entre as amostras pertencentes a diferentes bairros da cidade. Os conjuntos de caixas que obtiveram os melhores resultados para as imagens para 10.000 e 15.000 pés foram, respectivamente, $\{1, 16, 31, 46, 61, 76, 91\}$ e $\{1, 14, 27, 40, 53\}$, sendo os valores obtidos para a dimensão fractal apresentados nas Tabelas 6.7 e 6.8.

Para ambos os conjuntos de imagens (10.000 e 15.000 pés) percebe-se que, à medida que se afasta do centro da cidade, o valor da dimensão fractal aumenta. Esse aumento da comple-

xidade indica uma maior heterogeneidade dessas áreas, ou seja, a organização das estruturas morfológicas nessas regiões apresenta um padrão mais caótico, menos regular ou homogêneo. Nota-se também que as áreas vizinhas ou que estejam a uma distância aproximadamente igual do centro da cidade apresentam valores de complexidade parecidos, logo a organização de suas estruturas morfológicas é semelhante. Isso é corroborado pelo fato de áreas centrais das cidades serem alvo de maior número de benfeitorias, portanto melhor estruturadas, e de não sofrerem de processos de ocupação espontâneos ou informal. A Figura 6.24 mostra anéis concêntricos delimitando regiões a partir do marco central da cidade de São Carlos (Praça Dom José Marcondes Homem de Melo). As áreas analisadas no experimento estão destacadas no gráfico, que apresenta suas respectivas dimensões fractais. Em ambos os gráficos pode ser observado o aumento da dimensão fractal à medida que as zonas de análise se distanciam do centro urbano, comprovando as hipóteses levantadas anteriormente.

Com relação às Tabelas 6.7 e 6.8, outro aspecto importante pode ser observado. Nota-se que os valores da dimensão fractal estão relacionados às diferentes altitudes. Os valores da dimensão fractal em amostras obtidas a 10.000 pés são mais elevados que aqueles em amostras obtidas a 15.000 pés. Com isso, pode-se concluir que ocorre um aumento de complexidade, ou maior heterogeneidade, quando se diminui a distância (vertical) de observação das amostras, ou seja, quando as amostras são observadas mais de perto.

	Região				
Amostra	a	b	c	d	e
1	2,6747	2,6520	2,6096	2,6564	2,6481
2	2,6778	2,6556	2,6365	2,6688	2,6669

Tabela 6.7: Dimensão fractal estimada para as amostras obtidas a 10.000 pés de altitude.

	Região				
Amostra	a	b	c	d	e
1	2,6151	2,6078	2,5977	2,6087	2,5946
2	2,6291	2,6034	2,5971	2,6212	2,5973

Tabela 6.8: Dimensão fractal estimada para as amostras obtidas a 15.000 pés de altitude.

Além do cálculo da dimensão fractal, um classificador hierárquico foi aplicado sobre as curvas log-log obtidas para cada grupo de imagens. Nesse caso, considera-se como métrica a distância euclidiana média entre as curvas log-log das diversas amostras, pois esta sofre menos interferência de valores espúrios. A Figura 6.25 mostra dendrogramas da organização das amostras de acordo com a similaridade. Percebe-se uma total separação das amostras de acordo com a sua região, o que evidencia os diferentes níveis de complexidade e, conseqüentemente, a diferente organização das estruturas morfológicas de cada área urbana. A classificação hierárquica foi utilizada para apresentar as relações de distâncias e agrupamentos das imagens utilizadas no experimento. Em ambos os casos, as imagens foram classificadas corretamente.

No dendrograma da Figura 6.25b o agrupamento das regiões foi realizado de modo proporcional ao distanciamento do marco central da cidade, evidenciando os resultados apresentados na Figura 6.24. Embora a classificação das imagens esteja correta, o dendrograma de menor altitude (Figura 6.25a) não apresentou o relacionamento entre o agrupamento e as distâncias das imagens ao marco central, sugerindo melhor acuidade do método para imagens adquiridas em altitudes maiores.

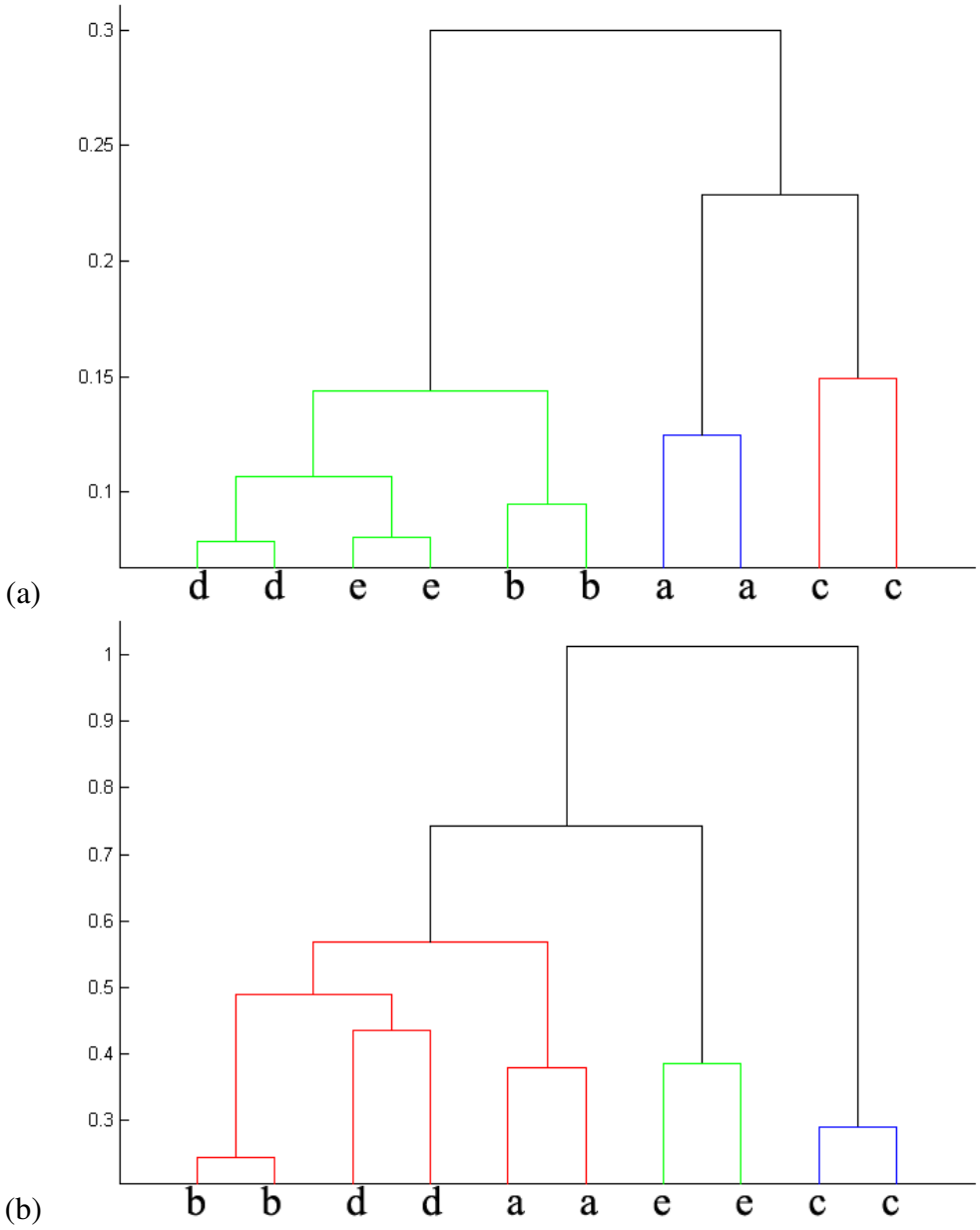


Figura 6.25: Dendrograma: (a) Imagens de satélite obtidas a 10000 pés; (b) Imagens de satélite obtidas a 15000 pés.

Por fim, os resultados obtidos indicam que é possível quantificar a complexidade de imagens de satélite de áreas urbanase, conseqüentemente, estimar o nível de desenvolvimento urbano de uma determinada área, permitindo a sua comparação com demais regiões de uma mesma cidade.

CAPÍTULO

7

Considerações Finais

7.1 Conclusões

A complexidade, apesar de não possuir uma definição formal, pode ser entendida como uma medida da irregularidade de um objeto. Em formas, trata-se de uma medida diretamente relacionada ao padrão estrutural e ao seu nível de ocupação do espaço. Em texturas, ela atua como uma medida da organização dos pixels, permitindo assim quantificar o aspecto visual e homogeneidade.

A análise de complexidade por dimensão fractal é uma técnica consagrada e que têm apresentando bons resultados em diversas áreas do conhecimento. Porém, outras abordagens existentes na literatura permitem estudar, cada qual em sua maneira particular, a complexidade de um objeto, seja ele forma ou textura.

Nesse contexto, este trabalho apresentou um estudo no qual diferentes métodos de estimativa da complexidade em imagens digitais foram considerados e introduzidos. Assim, os métodos estudados foram: a dimensão fractal, um método há muito utilizado em problemas de análise de complexidade, a Caminhada Determinística do Turista e as Redes Complexas, os quais constituem o estado da arte nesse tipo de análise.

Para cada um desses métodos, foram realizados estudos sobre suas principais características. Isso foi realizado com o intuito de melhor entender as nuances existentes em cada método. Esse conhecimento adquirido permitiu uma melhor compreensão das vantagens e deficiências existentes em cada método, além de permitir que se explorem novas alternativas durante o seu cálculo, as quais permitem corrigir essas deficiências, seja por uma nova abordagem do método

ou pelo uso combinado do mesmo com outra técnica, sempre resultando no desenvolvimento de novos métodos e abordagens.

O estudo realizado para cada método também permitiu cumprir outro dos objetivos estabelecidos nesta tese: o desenvolvimento de novas aplicações, principalmente na área da bioinformática. Tem-se que desenvolvimento de aplicações atua como um termômetro da relevância da pesquisa, assim como as publicações geradas por ela, o qual permite mensurar a sua inserção e contribuição para a sociedade e enquadramento no mundo prático. Para essa etapa, foi fundamental a colaboração com outros pesquisadores, como os estudantes de mestrado Dalcimar Casanova [37] e Jarbas Joaci de Mesquita Sá Junior [52], nos estudos realizados com amostras foliares de plantas [18, 20, 17, 19, 38], do pesquisador Mauro Normando Macêdo Barros Filho [71], da Universidade Federal de Pernambuco, nos estudos utilizando imagens de sensoriamento remoto [15, 16, 38], e do pesquisador Alexandre Souto Martinez, da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, nos estudos envolvendo a caminhada do turista [21, 14]..

Por fim, a análise comparativa permitiu relacionar o cálculo da dimensão fractal com os demais métodos, explicitando as características de cálculo presentes em cada um deles e como elas se relacionam com a estimativa da complexidade, seja ela da forma ou da textura de um objeto. A seguir, é apresentada uma lista com as principais contribuições obtidas com este trabalho.

7.2 Contribuições

O desenvolvimento desse trabalho teve como principal objetivo estudar, comparar e propor diferentes métodos de estimativa da complexidade em imagens digitais. Para tanto, foram considerados os métodos da dimensão fractal, a Caminhada Determinística do Turista e as Redes Complexas. As contribuições oriundas desse estudo podem ser sumarizadas da seguinte maneira:

- Revisão bibliográfica sobre os principais algoritmos de dimensão fractal, sobre a Teoria de Redes Complexas e a Caminhada Determinística do Turista;
- A partir do estudo das particularidades existentes em cada uma das abordagens consideradas, foi possível desenvolver novas metodologias de análise de formas e texturas [18, 13, 21, 9, 14];
- Análise comparativa das metodologias desenvolvidas, avaliando, por meio de análise experimental, características como precisão, detalhes de implementação e tolerância a transformações dos dados;
- Desenvolvimento de novas metodologias a partir do uso combinado dos diferentes métodos de análise de complexidade (Seção 4.4) [13];

- Avaliação do desempenho das metodologias desenvolvidas em aplicações bio-informática, assim como o desenvolvimento de novas aplicações [11, 20, 18, 17, 12].
- Estudo sobre o funcionamento de um método de estimativa da dimensão fractal (em particular, o método de Bouligand-Minkowski), o qual permitiu entender os mecanismos envolvidos em cada um dos demais métodos estudados e assim compreender como a complexidade da forma/textura é estimada por cada método em particular.

7.3 Publicações relacionadas à Tese

A elaboração de artigos científicos que reflitam o grau de desenvolvimento do projeto e as contribuições para a literatura foi realizada de forma continua durante todo o doutorado. A seguir são apresentadas as publicações geradas até o presente momento.

- BACKES, A. R.; BRUNO, O. M.. Shape classification using complex network and multi-scale fractal dimension. Pattern Recognition Letters, v. 31(1), p. 44-51, 2010.
- BACKES, A. R. ; GONÇALVES, W. N.; MARTINEZ, A. S.; BRUNO, O. M.. Texture analysis and classification using deterministic tourist walk. Pattern Recognition, v. 43(3), p. 685-694, 2010.
- BACKES, A. R. ; CASANOVA, D. ; BRUNO, O. M. . A complex network-based approach for boundary shape analysis. Pattern Recognition, v. 42(1), p. 54-67, 2009.
- BACKES, A. R. ; CASANOVA, D. ; BRUNO, O. M. . Plant leaf identification based on volumetric fractal dimension. International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, v. 23, p. 1145, 2009.
- BACKES, A. R. ; FLORINDO, J. B. ; BRUNO, O. M. . A Novel Approach to Estimate Fractal Dimension from Closed Curves. In: The 13th International Conference on Computer Analysis of Images and Patterns, 2009, Münster. Lecture Notes on Computer Science. Berlim : Springer-Verlag, 2009. v. 5702. p. 253-260.
- BACKES, A. R. ; SÁ, J.J.M.J. ; KOLB, R.M. ; BRUNO, O. M. . Plant Species Identification Using Multi-scale Fractal Dimension Applied to Images of Adaxial Surface Epidermis. In: The 13th International Conference on Computer Analysis of Images and Patterns, 2009, Münster. Lecture Notes on Computer Science. Berlim : Springer-Verlag, 2009. v. 5702. p. 680-688.
- BACKES, A. R. ; BRUNO, O. M. . Plant Leaf Identification Using Multi-scale Fractal Dimension. In: 15th International Conference on Image Analysis and Processing, 2009, Vietri sul Mare. Lecture Notes on Computer Science. Berlim : Springer-Verlag, 2009. v. 5716. p. 143-150.

- BACKES, A. R. ; BRUNO, O. M. . A Graph-Based Approach for Shape Skeleton Analysis. In: 15th International Conference on Image Analysis and Processing, 2009, Vietri sul Mare. Lecture Notes on Computer Science. Berlim : Springer-Verlag, 2009. v. 5716. p. 731-738.

- BACKES, A. R. ; BRUNO, O. M. . Medical image retrieval based on complexity analysis. Machine Vision and Applications, v. 19, p. 1, 2008.

- BACKES, A. R. ; BRUNO, O. M. . A New Approach to Estimate Fractal Dimension of Texture Images. In: 3th International Conference on Image and Signal Processing, 2008, Cherbourg-Octeville, France. Lecture Notes in Computer Science, 2008. v. 509. p. 136-143.

- CASANOVA, D. ; BACKES, A. R. ; BRUNO, O. M. . Measurements of Color Texture on Plant Leaf Identification. In: 8º BIOMAT - International Symposium on Mathematical and Computational Biology, 2008, Campos do Jordão. Anais do Biomat, 2008.

- BACKES, A. R. ; BRUNO, O. M. . Fractal and Multi-Scale Fractal Dimension Analysis: A Comparative Study of Bouligand-Minkowski Method. INFOCOMP (UFLA), v. 7, p. 74-83, 2008.

- BACKES, A. R. ; SÁ, J.J.M.J. ; BRUNO, O. M. ; KOLB, R.M. . Identificação de táxons de plantas por análise de textura do parênquima paliçádico. In: 4º Workshop de Visão Computacional, 2008, Bauru - SP. Anais do 4º Workshop de Visão Computacional, 2008.

- BACKES, A. R. ; BRUNO, A. B. ; BARROS FILHO, M. N. ; BRUNO, O. M. . Dimensão Fractal Volumétrica aplicada à imagens urbanas de sensoriamento remoto. In: 4º Workshop de Visão Computacional, 2008, Bauru - SP. Anais do 4º Workshop de Visão Computacional, 2008.

- BACKES, A. R. ; FONSECA, P.R. ; STELZER, M. ; EVANGELISTA, G.S. ; CORÁ, L.A. ; MIRANDA, J.R.A. ; BRUNO, O. M. . Estudo Preliminar da Dimensão Fractal de Imagens Magnéticas para avaliar a desintegração de Comprimidos. In: 4º Workshop de Visão Computacional, 2008, Bauru - SP. Anais do 4º Workshop de Visão Computacional, 2008.

- BACKES, A. R. ; CASANOVA, D. ; BRUNO, O. M. . Método de aproximação poligonal de contornos utilizando redes complexas. INFOCOMP (UFLA. Impresso), v. 6, p. 71-80, 2007.

- BACKES, A. R. ; BRUNO, O. M. ; BRUNO, A. B. ; Barros Filho, M. N. . Dimensão Fractal aplicada em imagens de satélite de áreas urbanas. In: 3º Workshop de Visão Computacional, 2007, São José do Rio Preto. Anais do 3º Workshop de Visão Computacional, 2007. p. 52-57.

- BACKES, A. R. ; BRUNO, O. M. ; CAMPITELI, M. ; MARTINEZ, A. . Deterministic Tourist Walks as an Image Analysis Methodology Based. In: XI Iberoamerican Congress on Pattern Recognition, 2006, Cancun. Lecture Notes in Computer Science, 2006. v. 4225. p. 784-793.

- BACKES, A. R. ; BRUNO, A. B. ; BARROS FILHO, M. N. ; BRUNO, O. M. . Análise da complexidade de texturas em imagens urbanas utilizando dimensão fractal. In: IX Simpósio Brasileiro de Geoinformática, 2007, Campos do Jordão. Anais do IX Simpósio Brasileiro de Geoinformática, 2007. v. 9. p. 215-220.

- BACKES, A. R. ; BRUNO, O. M. . Segmentação de Texturas por Análise de Complexidade. INFOCOMP (UFLA), v. 5, n. 1, p. 87-95, 2006.

Referências Bibliográficas

[1] R. Albert and A. Barabási. Statistical mechanics of complex networks. *Reviews of Modern Physics*, 74:47, 2002.

[2] C. Allain and M. Cloire. Characterizing the lacunarity of random and deterministic fractals sets. *Phys. Rev. A*, 6(44):3552–3558, 1991.

[3] G. D. and Lange and W. B. Marks. Fractal methods and results in cellular morphology - dimensions, lacunarity and multifractals. *Journal of Neuroscience Methods*, 69(2):123–136, November 1996. doi: 10.1016/S0165-0270(96)00080-5.

[4] A. Arenas, L. Danon, A. Diaz-Guilera, P. M. Gleiser, and R. Guimera. Community analysis in social networks. *European Physics Journal B*, 38:387–380, 2004.

[5] N. Asada and T. Matsuyama. Color image analysis by varying camera aperture. In *International Conference on Pattern Recognition*, pages I:466–469, 1992.

[6] A. Ash, B. Ellis, L. J. Hickey, K. Johnson, P. Wilf, and S. Wing. Manual of leaf architeture - morphological description and categorization of dicotyledonous and net-veined monocotyledonous angiosperms by leaf architeture, 1999. URL `http://www.peabody.yale.edu/collections/pb/mla/mla.pdf`.

[7] R. Azencott, J.-P. Wang, and L. Younes. Texture classification using windowed Fourier filters. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 19(2):148–153, 1997. ISSN 0162-8828. doi: http://dx.doi.org/10.1109/34.574796.

[8] A. R. Backes and O. M. Bruno. Segmentação de texturas por análise de complexidade. *INFOCOMP Journal of Computer Science*, 5(1):87–95, 2006.

[9] A. R. Backes and O. M. Bruno. A new approach to estimate fractal dimension of texture images. In *ICISP*, volume 5099 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 136–143.

Springer, 2008. URL http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-69905-7_16.

[10] A. R. Backes and O. M. Bruno. A graph-based approach for shape skeleton analysis. In *ICIAP*, pages 731–738, 2009.

[11] A. R. Backes and O. M. Bruno. Medical image retrieval based on complexity analysis. *Machine Vision and Applications*, 2009. doi: http://dx.doi.org/10.1007/s00138-008-0150-2.

[12] A. R. Backes and O. M. Bruno. Plant leaf identification using multi-scale fractal dimension. In *CIAP*, pages 143–150, 2009.

[13] A. R. Backes and O. M. Bruno. Shape classification using complex network and multi-scale fractal dimension. *Pattern Recognition Letters*, 31(1):44–51, 2010.

[14] A. R. Backes, O. M. Bruno, M. G. Campiteli, and A. S. Martinez. Deterministic tourist walks as an image analysis methodology based. In *CIAPR*, volume 4225 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 784–793. Springer, 2006. ISBN 3-540-46556-1.

[15] A. R. Backes, O. M. Bruno, A. B. Bruno, and M. N. B. Filho. Dimensão fractal aplicada em imagens de satélite de áreas urbanas. In *3º Workshop de Visão Computacional*, pages 52–57, 2007.

[16] A. R. Backes, O. M. Bruno, A. B. Bruno, and M. N. B. Filho. Dimensão fractal volumétrica aplicada à imagens urbanas de sensoriamento remoto. In *4º Workshop de Visão Computacional*, 2008.

[17] A. R. Backes, J. J. de M. Sa Junior, O. M. Bruno, and R. M. Kolb. Identificação de táxons de plantas por análise de textura do parênquima paliçádico. In *4º Workshop de Visão Computacional*, 2008.

[18] A. R. Backes, D. Casanova, and O. M. Bruno. A complex network-based approach for boundary shape analysis. *Pattern Recognition*, 42(1):54–67, 2009.

[19] A. R. Backes, D. Casanova, and O. M. Bruno. Plant leaf identification based on volumetric fractal dimension. *IJPRAI*, 23(6):1145–1160, 2009.

[20] A. R. Backes, J. J. de M. Sa Junior, R. M. Kolb, and O. M. Bruno. Plant species identification using multi-scale fractal dimension applied to images of adaxial surface epidermis. In *CAIP*, pages 680–688, 2009.

[21] A. R. Backes, W. N. Gonçalves, A. S. Martinez, and O. M. Bruno. Texture analysis and classification using deterministic tourist walk. *Pattern Recognition*, 43(3):685 – 694, 2010.

[22] X. Bai, L. J. Latecki, and W. Y. Liu. Skeleton pruning by contour partitioning with discrete curve evolution. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 29(3): 449–462, Mar. 2007.

[23] A. L. Barabási and R. Albert. Emergence of scaling in random networks. *Science*, 286 (5439):509–512, 1999.

[24] P. N. Belhumeur, J. P. Hespanha, and D. J. Kriegman. Eigenfaces vs. fisherfaces: Recognition using class specific linear projection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(7):711–720, 1997.

[25] H. Blum. A transformation for extracting new descriptors of shape. In W. Wathen-Dunn, editor, *Models for the Perception of Speech and Visual Forms*, pages 362–380. MIT Press, Amsterdam, 1967.

[26] H. Blum and R. Nagel. Shape description using weighted symmetric axis features. *Pattern Recognition*, 10(3):167–180, 1978.

[27] S. Boccaletti, V. Latora, Y. Moreno, M. Chavez, and D. U. Hwang. Complex networks: Structure and dynamics. *Physics Reports*, 424(4–5):175–308, 2006.

[28] E. O. Brigham. *The Fast Fourier Transform and its applications*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1988.

[29] P. Brodatz. *Textures: A photographic album for artists and designers*. Dover Publications, New York, 1966.

[30] O. M. Bruno and L. da Fontoura Costa. A parallel implementation of exact euclidean distance transform based on exact dilations. *Microprocessors and Microsystems*, 28(3): 107–113, 2004.

[31] O. M. Bruno, R. M. C. Junior, L. A. Consularo, and L. da Fontoura Costa. Synergos-synergetic vision research. *Real-Time Systems*, 21(1-2):7–41, 2001.

[32] O. M. Bruno, R. de Oliveira Plotze, M. Falvo, and M. de Castro. Fractal dimension applied to plant identification. *Inf. Sci.*, 178(12):2722–2733, 2008.

[33] M. G. Campiteli, P. D. Batista, O. Kinouchi, and A. S. Martinez. Deterministic walks as an algorithm of pattern recognition. *Physical Review E (Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics)*, 74(2):026703, 2006.

[34] M. G. Campiteli, A. S. Martinez, and O. M. Bruno. An image analysis methodology based on deterministic tourist walks. In *IBERAMIA-SBIA*, volume 4140 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 159–167. Springer, 2006. ISBN 3-540-45462-4.

[35] C. M. V. Cardoso and M. G. K. Sajo. Vascularização foliar e a identificação de espécies de eugenia l. (myrtaceae) da bacia hidrográfica do rio tibagi, pr. *Revista Brasileira de Botânica*, 27:47–54, 2004.

[36] Carlin. Measuring the complexity of non-fractal shapes by a fractal method. *PRL: Pattern Recognition Letters*, 21, 2000.

[37] D. Casanova. Análise e identificação de espécies vegetais através da análise de textura foliar. Tese ou dissertacao eletronica, Biblioteca Digital de Teses e Dissertações da USP, 2008.

[38] D. Casanova, A. R. Backes, and O. M. Bruno. Measurements of color texture on plant leaf identification. In *8º BIOMAT - International Symposium on Mathematical and Computational Biology*, 2008.

[39] F. Caserta, W. D. Eldred, E. Fernandez, R. E. Hausman, L. R. Stanford, S., V. Bulderev, S. Schwarzer, and H. E. Stanley. Determination of fractal dimension of physiologically characterized neurons in two and three dimensions. *Journal of Neuroscience Methods*, 56(2):133–144, 1995.

[40] A. Chambolle. Image segmentation by variational methods: Mumford and Shah functional and the discrete approximations. *SIAM J. Appl. Math.*, 55(3):827–863, 1995.

[41] B. B. Chaudhuri and N. Sarkar. Texture segmentation using fractal dimension. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell*, 17(1), 1995.

[42] K. S. Chen, S. K. Yen, and D. W. Tsay. Neural classification of SPOT imagery through integration of intensity and fractal information. *International Journal of Remote Sensing*, 18(4):763–783, Mar. 1997.

[43] Y. Q. Chen and G. Bi. On texture classification using fractal dimension. *IJPRAI*, 13(6): 929–943, 1999.

[44] W. P. Choi, K. M. Lam, and W. C. Siu. Extraction of the euclidean skeleton based on a connectivity criterion. *Pattern Recognition*, 36(3):721–729, Mar. 2003.

[45] R. C. Coelho and L. F. Costa. The box-counting fractal. dimension: Does it provide an accurate subsidy for experimental shape characterization? if so, how to use it? In *Anais do Sibgrapi 95*, pages 183–191, 1995.

[46] P. Cohen, C. T. LeDinh, and V. Lacasse. Classification of natural textures by means of two-dimensional orthogonal masks. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 37(1):125, 1989.

[47] L. da F. Costa. Complex networks, simple vision, 2004.

[48] L. da F. Costa and R. M. Cesar, Jr. *Shape Analysis and Classification: Theory and Practice*. CRC Press, 2000.

[49] L. da F. Costa, F. A. Rodrigues, G. Travieso, and P. R. Villas Boas. Characterization of complex networks: A survey of measurements, 2005.

[50] R. da S. Torres, A. Falcão, and L. da F. Costa. A graph-based approach for multiscale shape analysis. *Pattern Recognition*, 37(6):1163–1174, 2003.

[51] J. Daugman and C. Downing. Gabor wavelets for statistical pattern recognition. In *The Handbook of Brain Theory and Neural Networks*, pages 414–419. MIT Press, 1995.

[52] J. J. de Mesquita Sá Junior. Identificação de espécies vegetais por meio de análise de imagens microscópicas de folhas. Tese ou dissertacao eletronica, Biblioteca Digital de Teses e Dissertações da USP, 2008.

[53] R. de O. Plotze, J. G. Pádua, M. Falvo, L. C. B. , G. C. X. Oliveira, M. L. C. Vieira, and O. M. Bruno. Leaf shape analysis by the multiscale minkowski fractal dimension, a new morphometric method: a study in passiflora l. (passifloraceae). *Canadian Journal of Botany-Revue Canadienne de Botanique*, 83(3):287–301, 2005.

[54] R. de Oliveira Plotze. Identificação de espécies vegetais através da análise da forma interna de órgãos foliares. Tese ou dissertacao eletronica, Biblioteca Digital de Teses e Dissertações da USP, 2004.

[55] G. F. M. de Pinna. Anatomia foliar de richterago kuntze (mutisieae, asteraceae). *Acta Botanica Brasílica*, 18:591–600, 2004.

[56] R. V. den Branden. *Introduction to Modern Information Retrieval. Second edition * G. G. Chowdhury.* Association for Literary & Linguistic Computing, 2007.

[57] S. N. Dorogovtsev and J. F. F. Mendes. *Evolution of Networks: from Biological nets to the Internet and WWW*. Oxford University Press, 1st edition, 2003. ISBN 0-19-851590-1.

[58] R. Duda, P. Hart, and D. Stork. *Pattern Classification*. John Wiley and Sons, 2001. 0-471-05669-3.

[59] D. Ebert, K. Musgrave, D. Peachey, K. Perlin, and Worley. *Texturing and Modeling: A Procedural Approach*. Academic Press, Oct. 1994. ISBN 0-12-228760-6.

[60] C. W. Emerson, N. N. Lam, and D. A. Quattrochi. Multi-scale fractal analysis of image texture and patterns. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 65(1):51–62, 1999.

[61] P. Erdös and A. Rényi. On random graphs. *Publicationes Mathematicae*, 6:290–297, 1959.

[62] P. Erdös and A. Rényi. On the evolution of random graphs. *Publ. Math. Inst. Hung. Acad. Sci*, 5:17–61, 1960.

[63] P. Erdös and A. Rényi. On the strenght of connectedness of a random graph. *Acta Mathematica Scientia Hungary*, 12:261–267, 1961.

[64] B. Everitt. *Cluster Analysis*. Heinemann Educational Books, 1974.

[65] B. S. Everitt and G. Dunn. *Applied Multivariate Analysis*. Arnold, 2nd edition edition, 2001.

[66] R. Fabbri, L. D. F. Costa, J. C. Torelli, and O. M. Bruno. 2D Euclidean distance transform algorithms: A comparative survey. *ACM Computing Surveys*, 40(1):2:1–2:44, 2008.

[67] K. J. Falconer. *Fractal geometry : mathematical foundations and applications*. Chichester ; New York : Wiley, 1990, 288 p. CALL NUM: QA614.86 .F35 1990, 1990.

[68] J. Feder. *Fractals*. Plenum, New York, 1988.

[69] J. C. Felipe, A. J. M. Traina, and C. T. Jr. Retrieval by content of medical images using texture for tissue identification. In *CBMS*, page 175. IEEE Computer Society, 2003. ISBN 0-7695-1901-6.

[70] E. Fernández and H. F. Jelinek. Use of fractal theory in neuroscience: Methods, advantages, and potential problems. *Methods*, 24(4):309–321, 2001.

[71] M. N. M. B. Filho. *As mútiplas escalas da diversidade intra-urbana: uma análise de padrões socioespaciais no Recife*. Doutorado em desenvolvimento urbano, Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, Brasil, 2006.

[72] FishDB. Fish database, 2003. URL `http://www.ee.surrey.ac.uk/CVSSP/demos/css/demo.html`.

[73] P. J. Flory. Molecular size distribution in three-dimensional polymers. *Journal of the American Chemical Society*, 63:3083–3090, 1941.

[74] K. Fukunaga. *Introduction to Statistical Pattern Recognition*. Academic Press, 2nd edition, 1990.

[75] G. Gagaudakis and P. L. Rosin. Incorporating shape into histograms for CBIR. *Pattern Recognition*, 35(1):81–91, 2002.

[76] M. Girvan and M. E. J. Newman. Community structure in social and biological networks. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 99:8271–8276, 2002.

[77] W. N. Gonçalves. Caminhadas determinísticas em redes complexas aplicadas em visão computacional e reconhecimento de padrões. Tese ou dissertacao eletronica, Biblioteca Digital de Teses e Dissertações da USP, 2010.

[78] R. C. Gonzalez and R. E. Woods. *Digital Image Processing*. Addison-Wesley, 3rd edition, 1992.

[79] I. A. Guimarães and A. C. Neto. Reconhecimento de padrões: Comparação de métodos multivariados e redes neurias. *Revista Negócios e Tecnologia da Informação*, 1(1):40–64, 2006.

[80] P. J. F. Guimarães and A. B. Martins. Tibouchina sect. pleroma (d. don) cogn. (melastomataceae), no estado de são paulo. *Revista Brasileira de Botânica*, 20:11–33, 1997.

[81] D. Gulick. *Encounters with Chaos*. McGraw-Hill International Editions - Mathematics and Statistics Series, 1992.

[82] R. M. Haralick. Statistical and structural approaches to texture. *Proceedings IEEE*, 67 (5):786–804, 1979.

[83] M. A. Hoang and J. M. Geusebroek. Measurement of color texture. In *Workshop on Texture Analysis in Machine Vision*, pages 73–76, 2002.

[84] M. A. Hoang, J.-M. Geusebroek, and A. W. M. Smeulders. Color texture measurement and segmentation. *Signal Processing*, 85(2):265–275, 2005.

[85] P. W. Huang, S. K. Dai, and P. L. Lin. Texture image retrieval and image segmentation using composite sub-band gradient vectors. *J. Visual Communication and Image Representation*, 17(5):947–957, 2006. URL `http://dx.doi.org/10.1016/j.jvcir.2005.08.005`.

[86] M. Idrissa and M. Acheroy. Texture classification using gabor filters. *Pattern Recognition Letters*, 23(9):1095–1102, 2002.

[87] C. Iovan, D. Boldo, M. Cord, and M. Erikson. Automatic extraction and classification of vegetation areas from high resolution images in urban areas. In *Scandinavian Conference on Image Analysis*, pages 858–867, 2007.

[88] A. K. Jain and F. Farrokhnia. Unsupervised texture segmentation using Gabor filters. *Pattern Recognition*, 24(12):1167–1186, 1991.

[89] R. Johnson and D. Wichern. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Prentice-Hall, 1982.

[90] W. Judd, C. Campbell, E. A. Kellog, and P. Stevens. *Plant Systematics: A Phylogenetic Approach*. Sinauer Associates, 1999.

[91] B. Julesz. Experiments in the visual perception of texture. *Scientific American*, 232(4): 34–43, 1975.

[92] N. C. Kenkel. Mathematical modeling in ecology: A workbook for students (Clark Jeffries). *SIAM Review*, 33(1):150–??, 1991.

[93] A. Khotanzad and Y. H. Hong. Invariant image recognition by zernike moments. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12(5):489–497, 1990.

[94] J. S. Kim, K.-I. Goh, B. Kahng, and D. Kim. A box-covering algorithm for fractal scaling in scale-free networks. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 17(2): 026116, 2007.

[95] J. S. Kim, K. I. Goh, G. Salvi, E. OH, B. Kahng, and D. Kim. Fractality in complex networks: critical and supercritical skeletons. *Physical Review E*, 75:016110, 2007. URL `doi:10.1103/PhysRevE.75.016110`.

[96] O. Kinouchi, A. S. Martinez, G. F. Lima, G. M. Lourenço, and S. Risau-Gusman. Deterministic walks in random networks: an application to thesaurus graphs. *Physica A*, 315 (3/4):665–676, December 2002.

[97] C. Korte and S. Milgram. Acquaintance networks between racial groups: Application of the small world metho method. *J. Personality and Social Psych.*, 15:101, 1978.

[98] M. H. Kurmann and A. R. Hemsley. *The Evolution of Plant Architecture*. Royal Botanic Gardens, Kew, 1999.

[99] G. Landini and J. W. Rippin. Notes on the implementation of the mass-radius method of fractal dimension estimation. *Computer Applications in the Biosciences*, 9(5):547–550, 1993.

[100] C.-J. Lee and S.-D. Wang. Fingerprint feature reduction by principal gabor basis function. *Pattern Recognition*, 34(11):2245–2248, 2001.

[101] J. Li, C. Sun, and Q. Du. A new box-counting method for estimation of image fractal dimension. In *International Conference on Image Processing*, pages 3029–3032, 2006.

[102] P.-S. Liao, T.-S. Chen, and P.-C. Chung. A fast algorithm for multilevel thresholding. *J. Inf. Sci. Eng*, 17(5):713–727, 2001. URL `http://www.iis.sinica.edu.tw/page/jise/2001/200109_01.html`.

[103] G. F. Lima, A. S. Martinez, and O. Kinouchi. Deterministic walks in random media. *Phys. Rev. Lett.*, 87(1):010603, Jun 2001. doi: 10.1103/PhysRevLett.87.010603.

[104] S. Loncaric. A survey of shape analysis techniques. *Pattern Recognition*, 31(9):983–1001, 1998.

[105] J. Lourenço, L. Ramos, R. A. R. Ramos, H. Santos, and D. Fernandes. Urban areas identification through clustering trials and the use of neural networks. 2005.

[106] S. Mallat. *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Academic Press, 1999.

[107] B. Mandelbrot. The fractal geometry of nature. *Freeman & Co.*, 2000.

[108] B. S. Manjunath and W.-Y. Ma. Texture features for browsing and retrieval of image data. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18(8):837–842, 1996.

[109] D. J. Marchette. *Random Graphs for Statistical Pattern Recognition*. Wiley-Interscience, 1st edition, 2005. ISBN 0-471-72208-1.

[110] M. Markkula, M. Tico, B. Sepponen, K. Nirkkonen, and E. Sormunen. A test collection for the evaluation of content-based image retrieval algorithms – A user and task-based approach. *Information Retrieval*, 4(3/4):275–293, 2001. ISSN 1386-4564.

[111] S. Marshall. Review of shape coding techniques. *Image Vision Comput*, 7(4):281–294, 1989.

[112] S. Maslov and K. Sneppen. Specificity and stability in topology of protein networks. *Science*, 296:910, 2002.

[113] C. R. Metcalfe and L. Chalk. *Anatomy of dicotyledons*. Oxford University Press, 2ed edition, 1979.

[114] F. Mokhtarian and S. Abbasi. Matching shapes with self-intersections: application to leaf classification. *IEEE Transactions on Image Processing*, 13(5), 2004.

[115] F. Mokhtarian and A. Mackworth. Scale-based description and recognition of planar curves and two dimensional shapes. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 3(1), 1986.

[116] M. E. J. Newman. The structure and function of complex networks. *SIAM Review*, 45: 167, 2003.

[117] S. Osowski and D. D. Nghia. Fourier and wavelet descriptors for shape recognition using neural networks - a comparative study. *Pattern Recognition*, 35(9):1949–1957, 2002. URL `http://dx.doi.org/10.1016/S0031-3203(01)00153-4`.

[118] N. Otsu. A threshold selection method from gray level histograms. *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics*, 9:62–66, 1979.

[119] A. P. Pentland. Fractal-based description of natural scenes. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 6(6):661–674, 1984.

[120] M. Pesaresi. Textural classification of very high-resolution satellite imagery: Empirical estimation of the relationship between window size and detection accuracy in urban environment. In *International Conference on Image Processing*, pages I:114–118, 1999.

[121] R. E. Plotnick, R. H. Gradner, W. W. Hargrove, K. Prestegaard, and M. Perlmutter. Lacunarity analysis: a general technique for the analysis of spatial patterns. *Phys. Rev. E*, 5 (53):5461–5468, 1996.

[122] W. K. Pratt. *Digital Image Processing*. Wiley Interscience, New York, second edition edition, 1991.

[123] A. Rapoport. Nets with distance bias. *Bulletin of Mathematical Biophysics*, 13:85–91, 1951.

[124] A. Rapoport. Spread of information through a population with sociostructural bias: I. assumption of transitivity. *Bulletin of Mathematical Biophysics*, 15:523–533, 1953.

[125] A. Rapoport. Contribution to the theory of random and biased nets. *Bulletin of Mathematical Biophysics*, 19:257–277, 1957.

[126] C. Reis, S. L. Proença, and M. G. Sajo. Vascularização foliar a anatomia do pecíolo de melastomataceae do cerrado do estado de são paulo, brasil. *Acta Botanica Brasílica*, 18: 987–999, 2004.

[127] H. Robinson. A monograph on foliar anatomy of the genera connelia, cottendorfia and navia (bromeliaceae). *Smithsonian Contributions of Botany*, 2:1–41, 1969.

[128] T. Saito and J. ichiro Toriwaki. New algorithms for euclidean distance transformation of an n-dimensional digitized picture with applications. *Pattern Recognition*, 27(11):1551–1565, 1994. URL `http://dx.doi.org/10.1016/0031-3203(94)90133-3`.

[129] M. G. Sajo, S. R. Machado, and S. M. Carmello-Guerreiro. *Bromélias da Mata Atlântica: Canistropsis*, chapter Aspectos estruturais de folhas de bromélias e suas implicações no agrupamento de espécies, pages 102–111. 1998.

[130] M. Schroeder. *Fractals, Chaos, Power Laws: Minutes From an Infinite Paradise*. W. H. Freeman, 1996.

[131] T. B. Sebastian, P. N. Klein, and B. B. Kimia. Recognition of shapes by editing their shock graphs. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 26(5):550–571, 2004.

[132] A. Sengür, I. Türkoglu, and M. C. Ince. Wavelet packet neural networks for texture classification. *Expert Syst. Appl*, 32(2):527–533, 2007.

[133] J. Serra. *Image Analysis and Mathematical Morphology*. Academic Press, 1982.

[134] J. Sethna. *Statistical Mechanics: Entropy, Order Parameters, and Complexity*. Oxford University Press, 2006.

[135] D. Sharvit, J. Chan, H. Tek, and B. B. Kimia. Symmetry-based indexing of image databases. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 9(4):366–380, 1998.

[136] A. C. She and T. S. Huang. Segmentation of road scenes using color and fractal-based texture classification. In *ICIP (3)*, pages 1026–1030, 1994.

[137] L. Shen and L. Bai. A review on gabor wavelets for face recognition. *Pattern Analysis and Applications*, 9(2-3):273–292, 2006.

[138] L. M. Silva and Y. Alquini. Anatomia comparativa de folhas e caules de axonopus scoparius (flügge) kuhlm. e axonopus fissifolius (raddi) kuhlm. (poaceae). *Revista Brasileira de Botânica*, 26:185–192, 2003.

[139] C. Song, L. K. Gallos, S. Havlin, and H. A. Makse. How to calculate the fractal dimension of a complex network: the box covering algorithm. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2007(03):P03006, 2007.

[140] G. M. Sousa, M. E. M. Estelita, and M. G. L. Wanderley. Anatomia foliar de espécies brasileiras de aechmea subg. chevaliera (gaudich. ex beer) baker, bromelioideae - bromeliaceae. *Revista Brasileira de Botânica*, 28:603–613, 2005.

[141] C. A. Stace. *Plant taxonomy and biosystematics*. Cambridge University Press, 2ed edition, 1989.

[142] H. E. Stanley and S. V. Buldyrev. Statistical physics - the salesman and the tourist. *Nature (London)*, 413(6854):373–374, 27 September 2001.

[143] K. R. Stern. *Introductory Plant Biology*. WCB, 1993.

[144] D. L. Swets and J. Weng. Using discriminant eigenfeatures for image retrieval. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18(8):831–836, 1996.

[145] A. J. Tatem, H. G. Lewis, P. M. Atkinson, and M. S. Nixon. *Super-resolution mapping of urban scenes from IKONOS imagery using a Hopfield neural network*. IEEE, 2001.

[146] C. A. S. Tercariol and A. S. Martinez. Analytical results for the statistical distribution related to a memoryless deterministic walk: Dimensionality effect and mean-field models. *Physical Review E (Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics)*, 72(2):021103, 2005.

[147] C. A. S. Tercariol, R. S. González, and A. S. Martinez. Exact analytical calculation for the percolation crossover in deterministic partially self-avoiding walks in one-dimensional random media. *Physical Review E (Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics)*, To appear, 2007.

[148] A. J. M. Traina, C. A. B. Castañón, and C. T. Jr. Multiwavemed: A system for medical image retrieval through wavelets transformations. In *CBMS*, pages 150–155. IEEE Computer Society, 2003. ISBN 0-7695-1901-6.

[149] J. Travers and S. Milgram. An experimental study of the smal world problem. *Sociometry*, 32:425, 1969.

[150] C. Tricot. *Curves and Fractal Dimension*. Springer-Verlag, 1995.

[151] VisTex. Vision texture database, 2009. URL `http://vismod.media.mit.edu/vismod/imagery/VisionTexture/vistex.html`.

[152] B. Waggoner. Carl linnaeus, 2000. URL `http://www.ucmp.berkeley.edu/history/linnaeus.html`.

[153] S. Wasserman and K. Faust. *Social Network Analysis*. Cambridge University Press, Cambridge, 1994.

[154] D. J. Watts. *Small Worlds*. (Princeton University Press, Princeton), 1999.

[155] D. J. Watts and S. H. Strogatz. Collective dynamics of 'small-world' networks. *Nature*, 393:440–442, 1998.

[156] A. P. Witkin. Scale space filtering: a new approach to multi-scale descriptions. In *Proceedings...*, pages 79–95, Saint Martin d'Hères, France, 2003. ICASSP - IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, GRETSI.

[157] C. M. Wu, Y. C. Chen, and K. S. Hsieh. Texture features for classification of ultrasonic liver images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 11:141–152, 1992.

[158] W. Y. Wu and M. J. Wang. On detecting the dominant points by the curvature-based polygonal approximation. *CVGIP: Graphical Models Image Process*, 55:79–88, 1993.

[159] S. Wuchty and P. F. Stadler. Centers of complex networks. *Journal of Theoretical Biology*, 223:45–53, 2003.

[160] M. Zhenjiang. Zernike moment-based image shape analysis and its application". *Pattern Recognition Letters*, 21(2):169–177, 2000.