UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA E QUÍMICA DE SÃO CARLOS

"CONSTRUÇÃO E ANÁLISE DE
UM ELIPSÔMETRO DE COM -
PENSADOR GIRANTE"

Adão Antonio da Silva

Dissertação apresentada ao Insti
tuto de Física e Química de São
Carlos, para obtenção do Título
de Mestre em Física Aplicada.

107 / 1985 / 84
[REDACTED]
6-2-1985

OK

Orientador: Prof. Dr. Renê Ayres de Carvalho

Departamento de Física e Ciência dos Materiais
São Carlos - 1985

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE _____
Adão Antonio da Silva

APRESENTADA AO INSTITUTO DE FÍSICA E QUÍMICA DE SÃO CARLOS, DA
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, EM 23 DE setembro DE 1985.

COMISSÃO JULGADORA:

Dr. Renê Ayres Carvalho - Orientador

Dr. Eduardo Ernesto Castellano

Dr. Paulo Sérgio Pizani

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS	i
LISTA DE FIGURAS	ii
RESUMO	v
ABSTRACT	vi
INTRODUÇÃO	1
 <u>CAPÍTULO I - ELIPSOMETRIA</u>	
I.1 - Introdução	4
I.2 - Principais tipos de elipsômetros	8
 <u>CAPÍTULO II - CONCEITOS SOBRE POLARIZAÇÃO DA LUZ</u>	
II.1- Descrição de uma onda eletromagnética em um meio dielétrico, isotrópico e linear	12
II.2 - Estado de polarização da luz monocromática	15
II.3 - Estado de polarização de uma onda quase-monocromática	19
II.4 - Representação matemática de um estado de polarização	22
II.4.1 - Vetor Jones	23
II.4.1.1 - Intensidade do campo e estados de polarização ortonormais	24
II.4.1.2 - Transformação do Vetor Jones devido à rotação do sistema de eixos coordenados	26
II.4.1.3 - Descrição de um estado de polarização qualquer em termos de estado de polarização ortonormal (bases ou vetores Jones ortonormais)	27

II.4.2 - Representação de estados de polarização da luz por um número complexo	29
II.4.2.1 - Representação num plano complexo, de estados de polarização descritos em termos de bases cartesianas	29
II.4.3 - Representação de estados de polarização pela esfera de Poincaré	31
II.4.4 - Formalismo de Stokes	35
II.4.4.1 - Parâmetros e Vetores de Stokes.	35
II.4.5 - Representação de um estado de polarização através da matriz de coerência	39
II.5 - Representação matricial de sistemas óticos	41
II.5.1 - Matrizes de Jones	41
II.5.2 - Matrizes de Muller	47

CAPÍTULO III - EQUAÇÕES ELIPSOMÉTRICAS

III.1- Introdução	49
III.1.1 - Reflexão e refração em sistemas bifásicos	49
III.2 - Reflexão em sistemas trifásicos (ambiente, filme e substrato).....	57

CAPÍTULO IV - ELIPSÔMETRO CONSTRUÍDO

IV.1 - Fundamentos teóricos	63
IV.1.1 - Utilização do Instrumento como polarímetro	63
IV.1.2 - Configuração do elipsômetro de compensador girante	67
IV.1.3 - Construção do elipsômetro	70

IV.1.4 - Parte Ótica	71
IV.1.5 - Parte Mecânica	71
IV.1.6 - Eletrônica	73
IV.2 - Aquisição de dados	76
IV.3 - Alinhamento e calibração	78
IV.3.1 - Instrumento utilizado como polarímetro ...	78
IV.3.1.1 - Alinhamento Ótico	78
IV.3.1.2 - Calibração	78
IV.4 - Precisão do instrumento	83
 <u>CAPÍTULO V - ELIPSÔMETRO EM OPERAÇÃO</u>	
V.1 - Medida de estados de polarização, de um feixe de luz, previamente gerados	93
V.1.1 - Medida da constante dielétrica complexa $\xi = \xi_1 - i\xi_2$ do ouro	95
 <u>CAPÍTULO VI - CONCLUSÕES</u>	100
 <u>CAPÍTULO VII - SUGESTÕES</u>	102
 APÊNDICE	103
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	118

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Rene Ayres de Carvalho, orientador, pe
la paciência e confiança depositada em mim.

Aos colegas Alberto Tannus e Paulo Rufino.

Aos técnicos Odir Canevarollo e João Gomes.

Ao pessoal da Oficina Mecânica.

Ao Desenhista José Augusto.

Aos técnicos do computador, Valceci Massaro e Val -
dir Camargo Melchior, pelas suas estimadas ajudas.

Ao Prof. Dr. Michel Aegerter, pelo empréstimo dos
componentes óticos.

Às secretárias Cristina V. Ligo, Nêuri L.M.Antunes,
Rosemary Siqueira e Wladerez Gounella.

Este trabalho foi patrocinado pelos órgãos financia
dores CNPq e CAPES.

É com muito carinho que dedico este trabalho aos
meus pais que sempre me compreenderam e me apoiaram.

LISTA DE FIGURAS

<u>Figura (2.1)</u>	- Luz elipticamente polarizada	17
<u>Figura (2.2a)</u>	- Polarização à esquerda.....	19
<u>Figura (2.2b)</u>	- Polarização à direita	19
<u>Figura (2.3)</u>	- Vetores Jones de alguns estados de polarização de intensidade unitária	25
<u>Figura (2.4)</u>	- Representação da rotação de coordenadas.	26
<u>Figura (2.5)</u>	- Representação de diferentes estados de polarização no plano cartesiano complexo de polarização	31
<u>Figura (2.6)</u>	- Plano complexo de estados de polarização escritos em bases circulares	32
<u>Figura (2.7)</u>	- Obtenção da esfera de Poincaré por meio de uma projeção estereográfica	33
<u>Figura (2.8)</u>	- Representação dos estados de polarização na esfera de Poincaré	34
<u>Figura (2.9)</u>	- Sistema ótico	42
<u>Figura (2.10)</u>	- Sistema ótico constituído de n elementos	45
<u>Figura (3.1)</u>	- Sistemas bifásicos	50
<u>Figura (3.2a)</u>	- Reflectância R_p , R_s para interface em vidro versus ângulo de incidência (ϕ)	55
<u>Figura (3.2b)</u>	- Dependência de ψ, Δ com ϕ para interface ar-vidro	55
<u>Figura (3.2c)</u>	- Reflectância R_p , R_s versus ϕ para interface ar-silício, $\lambda = 5461 \text{ \AA}$, $\tilde{n}_{Si} = 4,05 - i0,028$	56
<u>Figura (3.2d)</u>	- Dependência de ψ, Δ com ϕ para interface ar-silício $\lambda = 5461 \text{ \AA}$, $\tilde{n}_{Si} = 4,05 - i0,028$	56
<u>Figura (3.3)</u>	- Sistema trifásicos	57

<u>Figura (4.1)</u>	- Configuração do polarímetro	63
<u>Figura (4.2)</u>	- Configuração do elipsômetro	67
<u>Figura (4.3)</u>	- Esquema do elipsômetro fotométrico construído	70
<u>Figura (4.4)</u>	- Porta amostra	72
<u>Figura (4.5a)</u>	- Sistema gerador de pulsos	74
<u>Figura (4.5b)</u>	- Placa de Fitolito	74
<u>Figura (4.6)</u>	- Sistema detetor	75
<u>Figura (4.7a)</u>	- Sistema de aquisição de dados	76
<u>Figura (4.7b)</u>	- Procedimento de aquisição	76
<u>Figura (4.8)</u>	- Procedimentos de como obter o polarizador e analisador cruzados	79
<u>Figura (4.9)</u>	- Transformação do elemento de área pelo Jacobismo	84
<u>Figura (4.10a)</u>	- $\sqrt{d \times d}$ para filmes de: SiO_2 , Si_3N_4 , e de dupla camada $d_1 = d_2$ de SiO_2 e Si_3N_4 (RAE)	87
<u>Figura (4.10b)</u>	- $\sqrt{J \times d}$ para filmes de SiO_2 e Si_3N_4 , incluindo $\lambda/4$ (no RAE) com $\varphi = 90^\circ$	88
<u>Figura (4.11a)</u>	- $\psi, \Delta \times d$, sistema ar-filme-silício	89
<u>Figura (4.11b)</u>	- $\psi, \Delta \times d$, sistema ar-filme-silício	90
<u>Figura (4.12a)</u>	- $\sqrt{d \times d}$, $n = 1,475$, a) $A=P=+45^\circ$; b) $A=0^\circ$ e $p = \pm 45^\circ$ (RCFAE)	91
<u>Figura (4.12b)</u>	- $\sqrt{d \times d}$, $n = 1,475$ (RCFAE), $J=J_1, J_2, J_3$	91
<u>Figura (4.12c)</u>	- $\sqrt{d \times d}$, $n = 2,5$ (RCFAE), $J=J_1, J_2, J_3$	91
<u>Figura (5.1a)</u>	- Intensidade relativa (medida) versus azimuth	94

<u>Figura (5.1b)</u>	- Intensidade relativa (teórica) versus <u>a</u> zimuth 94
<u>Figura (5.2)</u>	- ψ, Δ versus ϕ para $\lambda = 5461 \text{ \AA}$, e $n_{\text{an}} = 0,35.i2,45$ 97
<u>Figura (5.3)</u>	- Constante dielétrica complexas do ouro versus energia 98

RESUMO

Neste trabalho, descreveremos a teoria, a construção e algumas aplicações de um elipsômetro fotométrico de compensador girante e analisador fixo (RCFAE). Além disso, foram feitas medidas dos estados de polarização de um feixe de luz, bem como a medida da constante dielétrica complexa, $\hat{\epsilon} = \epsilon_1 - i\epsilon_2$, de um substrato de ouro, a fim de verificar o desempenho do instrumento. Também foi feita uma análise comparativa da sensibilidade (ou poder de resolução) do elipsômetro construído com o elipsômetro de analisador girante. Além disso, mostraremos como os resultados das medidas, são independentes da intensidade da luz incidente.

ABSTRACT

In this work we describe the theory, construction and most important applications of a photometric elipsometer with rotating compensator and fixed analyser. We also analyse the procedures for measuring the polarization states of a light beam and the complex dielectric constant of a substrate of gold, in order to verify the performance of instrument. A comparative analysis of the sensibility (or resolution power) of the elipsometer built with an elipsometer of rotating was also made. We show that the results of the measurements are independent of the intensity of the incident light.

INTRODUÇÃO

Este trabalho teve como objetivo a construção de um elipsômetro de compensador girante e analisador fixo (RCFAE), destinado à caracterização ótica de filmes, ou seja: medidas de suas espessuras, índices de refração (ou constante dielétrica), bem como índice de refração de substrato, e além disso, medidas de estados de polarização.

A opção pela construção deste tipo de elipsômetro (RCFAE) foi devida às vantagens que ele apresenta em relação a outros e às vantagens da técnica em relação as outras, como por exemplo: [1]

- a) Não necessariamente necessita de fonte de luz de alta intensidade, como os elipsômetros de "nulo" ou extinção [2].
- b) A técnica elipsométrica, - ao contrário da técnica interferométrica - é adaptável ao estudo de filmes imersos em líquidos, e, em princípio, permite a medida da reflectância ou transmitância, útil em algumas aplicações [3].
- c) Responde fotometricamente aos quatro parâmetros de Sokes (S_0, S_1, S_2, S_3), o que não acontece com os elipsômetros de nulo e de analisador girante (RAE), que respondem somente a três (S_0, S_1, S_2). Assim, a ambiguidade na determinação do estado de polarização da luz (ou seja, no sinal do parâmetro elipsométrico (Δ) que aparece nos instrumentos citados acima

fica eliminada. Portanto, é um elipsômetro completo.

- d) Tem uma precisão uniforme (como os elipsômetros de nulo) e a capacidade de medir o grau, bem como, o estado de polarização de um fluxo parcialmente ou totalmente polarizado. Além disso, determina convenientemente as matrizes de Jones e Muller correspondentes a sistemas óticos não depolarizantes e depolarizantes respectivamente [4,5].
- e) A luz incidente no detetor possui um estado de polarização constante, o que não ocorre com RAE. (Isto elimina a dependência da resposta de muitos detetores com o estado de polarização da luz).

As poucas desvantagens introduzidas pelo RCFAE são facilmente superadas, como por exemplo:

- a) O sistema não é acromático, como no caso do RAE, a menos que se calibre previamente o compensador para o intervalo de comprimento de onda desejado. Calibração esta feita pelo próprio instrumento (RCFAE).
- b) Possui um elemento ótico a mais que o RAE, o que introduz mais erros sistemáticos nas medidas.

Como vemos, as desvantagens apresentadas pelo RCFAE são relativamente poucas, e ainda assim, facilmente superadas.

No capítulo I descreveremos as noções básicas e as principais aplicações da elipsometria, e citaremos também os principais elipsômetros. No capítulo II descreveremos o conceito de estado de polarização de um feixe de luz e a sua representação matemática. Também representaremos matematicamente os elementos óticos utilizados nos elipsômetros. No terceiro capítulo mostraremos como os parâmetros elisométricos (ψ, Δ) de sistemas bifásicos e trifásicos estão relacionados com as grandezas óticas que caracterizam esses sistemas. No capítulo IV, falaremos sobre o elipsômetro construído elipsômetro de compensador (de $\lambda/4$ girante bem como sobre o seu processo de alinhamento calibração e sua sensibilidade (poder de resolução). No capítulo V, mostraremos os resultados obtidos.

CAPÍTULO I

ELIPSOMETRIA

I.1 - INTRODUÇÃO

A grande diversidade de situações naturais e sistemas artificiais, onde interfaces e filmes são importantes, têm permitido a aplicação da elipsometria em vários campos, da física, química, biologia e ciência dos materiais, particularmente, em ótica, eletrônica, mecânica, metalurgia, engenharia biomédica e técnicas fotográficas, etc...

De um modo simples, podemos dizer que a elipsometria é uma técnica ótica que serve para a caracterização e observação de eventos que ocorrem em interfaces, filmes e substratos ou em outros sistemas quaisquer. Explora a transformação do estado de polarização da luz ao interagir esta com a matéria, ou seja, ao ser refletida ou transmitida pela amostra em estudo. Transformação essa caracterizada pela razão ($\rho = R_p/R_s$) entre os coeficientes de Fresnel, R_p e R_s a respeito dos quais falaremos no capítulo III.

Podemos estudar os processos microscópicos de interação de um sistema qualquer (amostra) com a luz, através do comportamento das grandezas macroscópicas contidas nas matrizes representativas dos sistemas (de Jones ou Muller) as quais serão descritas posteriormente.

Dois fatores fazem a elipsometria particularmente atrativa:

- a) O caráter essencialmente não perturbativo da medida (quando o comprimento de onda e a intensidade da luz são apropriadamente escolhidos).
- b) Sua notável sensibilidade a diminutos efeitos interfaciais , tais como; a formação de camadas atômicas ou moleculares distribuídas dispersamente.

Genericamente podemos descrever um elipsômetro pelo diagrama de blocos a seguir:

Um feixe de luz colimado, monocromático ou quase-monocromático, passa através de um sistema polarizador, que nos permite o controle sobre o estado de polarização da luz que incidirá na amostra. Após interagir com o sistema em estudo , (amostra) o feixe de luz passa por um outro sistema (analisador) e atinge o detetor.

Admitiremos que a interação da luz com a matéria seja linear e conserve a frequência.

A mudança do estado de polarização da luz, na interação com a matéria, pode se dar por um dos seguintes processos ou combinações deles:

- a) Reflexão, quando a luz é refletida na interface entre dois ou mais meios ópticos distintos.
- b) Transmissão (ou refração), quando a luz atravessa o meio.
- c) Espalhamento, quando a onda luminosa atravessa meios com inhomogeneidades espacial no índice de refração, causadas por centros de espalhamento como, por exemplo, aerossóis e emulsões. Aqui temos uma significativa mudança na colimação do feixe incidente.

Portanto, dependendo de qual dos modos de interação acima prevaleça na modificação do estado de polarização teremos:

- a) Elipsometria de superfície ou reflexão.
- b) Elipsometria de transmissão (polarimetria).
- c) Elipsometria de espalhamento.

a) A elipsometria de reflexão é, reconhecidamente, uma técnica importante no estudo de superfícies e filmes finos, desde o tempo de Drude, [6].

Dentre as muitas aplicações da elipsometria de reflexão estão as medidas das propriedades ópticas dos materiais (por exemplo, índice de refração) e sua dependência com a frequência. Os materiais podem estar na fase líquida ou sólida, e podem ser isotrópicos ou anisotrópicos. No caso de estarem na

fase sólida, poderemos estudar fenômenos de superfície que envolvam o crescimento de filmes finos, partindo de uma camada atômica (por oxidação [7], deposição, adsorção ou difusão de impurezas ou remoção das mesmas) e bem como, as propriedades ópticas, afetadas por campos elétricos e magnéticos, tensões elásticas e temperatura.

Ao lado do interesse puramente científico a elipsometria de reflexão encontra grande aplicação industrial, como por exemplo, na determinação de finas camadas de óxidos que se estabelecem sobre as superfícies dos materiais [8].

b) A elipsometria de transmissão é importante como método analítico de físico-química [9]. Permite o estudo em sólido, líquido e gasoso (estudo da rotação óptica natural (OR), dicroísmo circular (DC), e linear (DL), birrefringência linear (BL), ou mais comumente, birrefringências induzidas por campos elétricos (BE) e magnéticos (BM), (efeito Faraday, Kerr e Cotton-Montion, entre outros). Na investigação científica aplica-se no estudo de defeitos em estrutura de materiais sólidos transparentes e alguns materiais biológicos. Na indústria, sua maior aplicação consiste na caracterização de estruturas de materiais textéis e plásticos.

c) A elipsometria de espalhamento [10] tem grande aplicação na indústria. Por exemplo, nas medidas de intensidades e distribuição de tamanho de partículas em soluções coloidais e

aerosóis, é aplicada também na meteorologia e astronomia.

O fato da moderna tecnologia dos semicondutores necessitar de uma rápida caracterização ótica dos parâmetros de filmes depositados em substratos, fez com que se desenvolvesse a elipsometria. As técnicas experimentais existentes, embora precisas, eram muito lentas, tais como: técnica interferométrica ótica: a) CARIS (Constant Angle Reflection Interference) [11,12] , b) VANFO (Variable Angle Monochromatic Fringe) [8,13]. No entanto, a obtenção de um elipsômetro rápido com a capacidade de análise imediata de dados, dando ao operador os resultados desejados, tais como a espessura de filmes, o índice de refração (parte real ou imaginária) etc., somente foi possível com o aparecimento dos computadores e a utilização da análise de Fourier para o tratamento do sinal detectado, como será visto posteriormente.

I.2 - PRINCIPAIS TIPOS DE ELIPSÔMETROS

Dependendo de como os parâmetros da amostra são medidos, os elipsômetros podem ser classificados nos seguintes grupos:

- a) De zero ou extinção (Null ou Compensating Instrument).
- b) Fotométricos (Intensity Measuring Instrument) ou Radiométricos (quando operam fora do visível).

c) Pulsados.

d) Outros.

Os elipsômetros podem ter como componentes: polarizadores, analisadores, retardadores, moduladores de azimuth, moduladores de fase e depolarizadores (Coherence Removers) os quais, juntamente com o detector determinam (totalmente ou parcialmente) o estado de polarização da luz medida.

Os elipsômetros não medem somente os estados de polarização. Uma de suas maiores aplicações está na medida da razão das refletividades complexa R_p e R_s definida por $\frac{R_p}{R_s} = \rho = \operatorname{tg} \psi e^{i\Delta}$ de uma amostra, ou seja, dos parâmetros elipsométricos (ψ, Δ) que caracterizam a mesma, o que significa a medida da mudança do estado de polarização da luz induzida pela amostra (como descreveremos mais adiante).

A determinação do estado de polarização será completa se o vetor de Stokes $S = (S_0, S_1, S_2, S_3)$ associado ao mesmo, for completamente determinado através de uma única medida. Por exemplo:

a) Em um elipsômetro de analisador girante a intensidade detectada é dada pela equação

$$I = A_0 + A_2 \cos(2A) + B_2 \sin(2A) \quad (1.1)$$

onde A é o azimuth do eixo de transmissão do analisador em rela

ção ao eixo X do sistema de referência e A_0, A_2, B_2 os coeficientes de Fourier.

O vetor de Stokes é parcialmente determinado pelos coeficientes A_0, A_2, B_2 , ou seja:

$$S = (A_0, A_2, B_2, S_3) \quad (1.2)$$

Logo, neste caso a medida de polarização não é completa.

b) No caso de um elipsômetro de compensador girante e analisador fixo (RCFAE) [14,4] a intensidade detectada será dada por:

$$I = A_0 + A_2 \cos(2C) + B_2 \sin(2C) + A_4 \cos(4C) + B_4 \sin(4C) \quad (1.3)$$

onde C é o azimute do compensador, e A_0, A_2, B_2, A_4, B_4 os coeficientes de Fourier.

Neste caso, se o azimute do analisador for zero, e a intensidade normalizada a um, o vetor de Stokes será representado de maneira simples por: [14,15].

$$S = (1, A_4, B_4, -B_2/2) \quad (1.4)$$

Portanto, temos um elipsômetro completo.

A seguir, apresentamos um quadro descritivo das principais características dos elipsômetros. [16]

Tipo de elipsômetro	Número de elementos variáveis	Elipsômetro com - pleto	Elementos acromáticos ou autocalibrados	Estados de polarização constante detectado	Sinal processado: analógico (a) ou híbrido (h)
RA	1		ac		a,d,h
RAFA	1		ac	x	a,d
RHFA	1			x	a,d
RCFA	1	X		x	a,d
RCA	2	X	sc		a,d
RCAFA	2	X	sc	x	a,d
RDFA	1		ac	x	a,d
OA	1			x	a
OCFA	2	X		x	a
OCA	2	X	sc	x	a
PM	1			x	a
DPM	2	X		x	a

A: Analisador

H: Lâmina de meia onda

ac: acromático

PM: Modulador de fase

C: Compensador

DPM: Modulador de fase duplo

D: Depolarizador

R: Girante

f: Fixo

sc: autocalibrado

O: Oscilador

CAPÍTULO II

CONCEITOS SOBRE POLARIZAÇÃO DA LUZ

II.1 - DESCRIÇÃO DE UMA ONDA ELETROMAGNÉTICA EM UM MEIO DIELÉ -
TRICO E ISOTRÓPICO LINEAR

Nos meios materiais todos os fenômenos óticos clássicos são descritos pelas equações de Maxwell, juntamente com as equações constitutivas (ou equações dos meios materiais) que relacionam as propriedades (por exemplo, as polarizações induzidas) do meio onde a luz se propaga. Isto é, descrevem as respostas do meio material devido às ações dos campos elétricos e magnéticos.

No sistema de unidade gaussiano essas equações são:

[17]

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 4\pi \rho \quad (2.1a)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.1b)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.1c)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.1d)$$

$\vec{D}$ é o vetor deslocamento elétrico; $\vec{B}$, a indução magnética e $\vec{E}$, o campo elétrico, $\vec{H}$ o campo magnético, $\vec{J}$, a densidade de corrente elétrica e ρ é a densidade de carga elétrica.

As equações que descrevem a resposta do meio material à ação dos campos são, em suas formas mais gerais:

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P} \quad (2.2a)$$

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{M} \quad (2.2b)$$

$$\vec{J} = \vec{J}(\vec{E}) \quad (2.2c)$$

onde $\vec{P}$ é a polarização elétrica e $\vec{M}$ a polarização magnética ou magnetização do meio material.

Supondo-se a validade da hipótese da resposta linear do meio temos: [6]

$$\vec{P} = \chi_e \vec{E} \quad (2.3a)$$

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} \quad (2.3b)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (2.3c)$$

χ_e é a susceptibilidade elétrica; χ_m , a susceptibilidade magnética e σ a condutividade do meio.

As equações 2.2, podem portanto, ser escritas como:

$$\vec{D} = \xi \vec{E} \quad (2.4a)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2.4b)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (2.4c)$$

Aqui ξ , μ são, a constante dielétrica e a permeabilidade magnética respectivamente. As quais, escritas em termos das susceptibilidades ficam:

$$\xi = 1 + 4\pi\chi_e \quad (2.5a)$$

$$\mu = 1 + 4\pi\chi_m \quad (2.5b)$$

As grandezas μ , ξ e σ são, em geral, representadas por tensores de 2a. ordem. Estes, porém, para meios isotrópicos, tornam-se escalares. Em meios não magnéticos $\mu \approx 1$ e, no vácuo, $\mu = \xi = 1$ e $\sigma = 0$.

Utilizando-se as equações (2.1) e (2.4), pode-se mostrar, que a propagação de uma onda plana em um meio homogêneo isotrópico e não magnético é descrita pelas equações: [18]

$$\nabla^2 \cdot \vec{E} - \frac{\xi}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \frac{4\pi\sigma}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0 \quad (2.6a)$$

$$\nabla^2 \cdot \vec{H} - \frac{\xi}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} - \frac{4\pi\sigma}{c^2} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0 \quad (2.6b)$$

Supondo-se uma onda estritamente monocromática propagando-se na direção (+z), uma solução da equação (2.6a) pode ser escrita como:

$$E(r,t) = E_x^0 e^{i(\omega t - Kz + \delta_x)} \vec{x} + E_y^0 e^{i(\omega t - Kz + \delta_y)} \vec{y} \quad (2.7a)$$

Desde que K seja:

$$\tilde{K} = \frac{\omega}{c} \left(\xi_1 - i \frac{4\pi\sigma}{\omega} \right)^{1/2} \quad \text{ou} \quad \tilde{K} = \frac{\omega \tilde{n}}{c} \quad (2.7b)$$

Onde fizemos $\xi = \xi_1$, $\tilde{K}$ é o vetor de onda de pro-

pagação; δ_x, δ_y , as fases iniciais das componentes do campo $\vec{E}(\vec{r}, t)$; $\tilde{n}$, o índice de refração complexo do meio material, definido como:

$$\tilde{n} = n_1 - ik = (\xi_1 - i \frac{4\pi\sigma}{\omega})^{1/2} = (\xi)^{1/2} \quad (2.8)$$

Sendo n_1 a parte real do índice de refração e k , é o denominado coeficiente de extinção. O termo dentro da raiz é a constante dielétrica complexa, $\tilde{\xi}$, em geral, escrita como:

$$\tilde{\xi} = \xi_1 - i \xi_2 \quad (2.9)$$

O sinal negativo na definição do índice de refração complexo $\tilde{n} = n_1 - ik$ é adotado simplesmente por conveniência. $\vec{x}, \vec{y}$ são os vetores unitários ao longo dos eixos cartesianos.

II.2 - ESTADO DE POLARIZAÇÃO DA LUZ MONOCROMÁTICA

Define-se polarização como sendo o comportamento do vetor campo elétrico em um ponto fixo no espaço com o tempo.

Para uma onda plana e monocromática propagando-se em um meio homogêneo e isotrópico, na direção $+\vec{z}$, o vetor $\vec{E}$ pode ser decomposto em duas componentes harmônicas e ortogonais, $\vec{E}_x$ e $\vec{E}_y$ como mostra a equação (2.7a). Ou seja:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_x(z, t) = \vec{E}_y(z, t) \quad (2.10a)$$

Onde

$$\vec{E}_x(z, t) = E_x^0 e^{i(\omega t - Kz + \delta_x)} \vec{x} \quad (2.10b)$$

$$\vec{E}_y(z, t) = E_y^0 e^{i(\omega t - Kz + \delta_y)} \vec{y} \quad (2.10c)$$

As grandezas E_x^0 , E_y^0 , δ_x e δ_y são as amplitudes e fases iniciais das vibrações lineares segundo os eixos coordenados (x,y).

As componentes do campo elétrico, são obtidas tomando-se a parte real das equações (2.10b) e (2.10c). Ou seja:

$$E_x(z, t) = E_x^0 \cos(\omega t - Kz + \delta_x) \quad (2.11a)$$

$$E_y(z, t) = E_y^0 \cos(\omega t - Kz + \delta_y) \quad (2.11b)$$

As equações (2.11) são equações paramétricas de uma elipse, cujo parâmetro é o tempo t. Ou seja:

$$\left(\frac{E_x}{E_x^0} \right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_y^0} \right)^2 - \frac{2E_x E_y}{E_x^0 E_y^0} \cos(\delta) = \sin^2(\delta) \quad (2.12a)$$

Onde fizemos:

$$E_x(z, t) = E_x; E_y(z, t) = E_y \text{ e } \delta_y - \delta_x = \delta \quad (2.12b)$$

Assim, a existência de uma onda estritamente mono-

cromática, implica também na existência de um estado de polarização estacionário e definido. Em geral, o estado de polarização mais comum da luz, é o estado elítico. Ver figura abaixo.

Fig. (2.1) Luz elipticamente polarizada.

Esse estado de polarização pode ser descrito:

a) Através das amplitudes das componentes cartesianas do campo,

E_x^0 e E_y^0 , e a defasagem relativa, δ , entre elas.

b) Pelo azimuth θ de seu eixo maior, e sua excentricidade,

$\text{tg}(\epsilon) = \pm b/a$ onde $-45^\circ < \epsilon < 45^\circ$ e $-90^\circ < \theta < 90^\circ$.

Os parâmetros θ , ϵ , a e b da elipse estão relacionados com as amplitudes, E_x^0 , E_y^0 , das componentes do campo e sua fase relativa δ como segue-se: [19]

$$a^2 + b^2 = E_x^0{}^2 + E_y^0{}^2 \quad (2.13a)$$

$$a^2 - b^2 = (E_x^0{}^2 - E_y^0{}^2) \cos(2\theta) + 2E_x^0 E_y^0 \sin(\theta) \cos(\delta) \quad (2.13b)$$

$$\pm ab = E_x^0 E_y^0 \sin(\delta) \quad (2.13c)$$

$$(E_x^0{}^2 - E_y^0{}^2) \sin(2\theta) = 2E_x^0 E_y^0 \cos(2\theta) \cos(\delta) \quad (2.13d)$$

$$\operatorname{tg}(2\theta) = \operatorname{tg}(2\alpha) \cos(\delta) \quad (2.13e)$$

$$\sin(2\epsilon) = -\sin(2\alpha) \sin(\delta) \quad (2.13f)$$

onde

$$\operatorname{tg}(\alpha) = E_y^0 / E_x^0, \quad 0 < (\alpha) < 90; \quad \operatorname{tg}(\epsilon) = \pm b/a \quad -45 < (\epsilon) < 45 \quad (2.13g)$$

Dizemos que a luz é polarizada à direita ou à esquerda, dependendo do sentido que o vetor campo descreva a sua trajetória. É comumente dito ser polarizada à direita quando, olhando-se na direção contrária ao do vetor $\tilde{k}$, o vetor campo for visto percorrer sua trajetória no sentido dos ponteiros de um relógio, e polarizada à esquerda, caso contrário, (ou $\operatorname{tg}(\epsilon) = b/a$, ou $\operatorname{tg}(\epsilon) = -b/a$). Isto é equivalente a dizer-se que se $\delta > 0$, têm-se, polarização à direita e $\delta < 0$ polarização à esquerda. A figura a seguir, ilustra alguns exemplos:

Fig. 2.2a - Polarização à esquerda

Fig. 2.2b - Polarização à direita

Casos particulares de polarizações como, polarização linear, ou circular, são polarizações elípticas específicas com:

- a) $\delta = 0$ ou múltiplo de π ou, equivalentemente, $\epsilon = 0$ (polarização linear).
- b) $\delta = \pm 90$ e $E_x^0 = E_y^0$; ou equivalentemente $\epsilon = \pm 45$ e, $a = b$ (polarização circular).

III.3 - ESTADO DE POLARIZAÇÃO DE ONDA QUASE-MONOCROMÁTICA

O espectro de uma onda quase-monocromática é cons

tituído de uma estreita banda de frequência em vez de uma única frequência discreta. As componentes cartesianas do vetor elétrico não são mais representadas por ondas estritamente senoidais.

Sendo ΔW a largura de banda da onda quase-monocromática e W_0 sua frequência central, as componentes cartesianas do vetor elétrico podem ser consideradas equivalentes a ondas senoidais com frequências W_0 , e cujas amplitudes e fases variem lentamente com o tempo. Assim para o caso de uma onda plana, as componentes do campo elétrico em um ponto fixo no espaço são dadas por:

$$E_x(t) = E_x^0(t) \cos(\omega_0 t + \delta_x(t)) \quad (2.14a)$$

e

$$E_y(t) = E_y^0(t) \cos(\omega_0 t + \delta_y(t)) \quad (2.14b)$$

Ou em notação complexa:

$$E_x(t) = E_x^0(t) e^{i(\omega t - Kz + \delta_x(t))} \quad (2.14c)$$

$$E_y(t) = E_y^0(t) e^{i(\omega t - Kz + \delta_y(t))} \quad (2.14d)$$

Onde $E_x^0(t)$, $E_y^0(t)$ são suas respectivas amplitudes, $\delta_x(t)$ e $\delta_y(t)$, suas respectivas fases.

O vetor campo em um ponto fixo do espaço descreve, em geral, uma trajetória complicada. Para entendermos esta trajetória, vamos considerar a variação do campo em um intervalo

de tempo da ordem do tempo de coerência, $(\tau \sim 1/\Delta W)$ e subdividi-lo em N sub-intervalos iguais.

$$\Delta \tau = \tau / N \quad (2.15)$$

Onde N é escolhido de tal modo que $E_i^0(t)$ e $\delta_i(t)$ permaneçam essencialmente constante durante $\Delta \tau$. Como $\Delta W \ll W_0$, $\Delta \tau$ conterá um grande número de ciclos da onda senoidal regular de frequência W_0 . Assim, durante o intervalo $\Delta \tau$, a discussão anteriormente feita sobre onda monocromática é aplicável, ou seja, o vetor campo elétrico descreverá uma trajetória regular neste intervalo de tempo, por exemplo, em uma trajetória elíptica. Porém, se considerarmos o intervalo de tempo da ordem ou maior que τ , ($\tau = N\Delta \tau$) as amplitudes e fases das componentes cartesianas X,Y das vibrações lineares flutuarão com o tempo e teremos, como resultado, o vetor campo descrevendo uma trajetória irregular.

A existência da preferência de estado de polarização dependerá do grau de correlação (coerência) das componentes transversais do campo. Essa correlação, poderá ser definida como: [20]

$$\gamma = \langle \vec{E}_x \vec{E}_y^* \rangle \quad (2.16)$$

O símbolo $\langle \rangle$ significa média temporal dada por:

$$\langle \vec{E}_x \vec{E}_y^* \rangle = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T (\vec{E}_x \vec{E}_y^*) dt \quad (2.17)$$

Onde T é um intervalo de tempo suficientemente lon-

$g_0, (T \gg 2\pi/\omega_0)$ de modo que o resultado da integral seja independente do intervalo de tempo considerado (T). E_y^* é o complexo conjugado de E_y .

Deste modo, dizemos que uma onda quase-monocromática é totalmente polarizada quando a coerência referida acima é total. Isto equivale a dizer que a razão das amplitudes $E_y^0(t)/E_x^0(t)$ e a defasagem $\delta = \delta_y(t) - \delta_x(t)$ são, aproximadamente, independentes do tempo.

Quando dizemos que uma onda quase-monocromática é totalmente polarizada pode-se definir um vetor (Jones) para representar seu estado de polarização da luz. O que será feito posteriormente.

II.4 - REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DE UM ESTADO DE POLARIZAÇÃO

Antes de descrevermos as mudanças sofridas pelo estado de polarização da luz ao se propagar através de um elemento ótico, trataremos de forma concisa os principais formalismos matemáticos criados para a descrição de um estado de polarização qualquer da luz, tais como:

- a) Formalismo de Jones.
- b) Representação por um número complexo (χ)^{*}

(*) não confundir (χ), com (χ_e) e (χ_m) definido anteriormente.

- c) Representação de Poincaré (esfera de Poincaré).
- d) Formalismo de Stokes.
- e) Representação pela matriz de coerência.

II.4.1 - VETOR JONES

Suponha-se uma onda plana e monocromática propagando-se na direção (+z), cujo campo elétrico é representado pela equação:

$$E(z,t) = E_x^0 \cos(\omega t - Kz + \delta_x) \vec{x} + E_y^0 \cos(\omega t - Kz + \delta_y) \vec{y} \quad (2.18)$$

No caso de luz monocromática, o campo oscila senoidalmente com o tempo em qualquer ponto do espaço. Portanto, uma vez que se tenha escolhido as oscilações linearmente polarizadas segundo as direções dos vetores unitários $\vec{x}$ e $\vec{y}$, poderemos eliminar as informações espacial e temporal, e representar a equação (2.18) na forma complexa agrupando-se as amplitudes e fases na forma de uma matriz coluna como segue-se:

$$E = \begin{pmatrix} E_x^0 e^{i\delta_x} \\ E_y^0 e^{i\delta_y} \end{pmatrix}$$

esta matriz é uma representação concisa de um estado de polarização. É o chamado vetor Jones.

Lembre-mos que, para recuperarmos a equação

(2.18), basta multiplicarem-se os elementos desta matriz por $e^{i(\omega t - Kz)}$ e pelos versores $\vec{x}$ e $\vec{y}$ e tomarmos as respectivas partes reais.

A dependência explícita com z e t somente será indicada quando necessário. Doravante usaremos a seguinte notação simplificada para o vetor Jones:

$$E = \begin{pmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{pmatrix} \quad \text{onde} \quad \begin{aligned} \tilde{E}_x &= E_x^0 e^{i\delta_x} \\ \tilde{E}_y &= E_y^0 e^{i\delta_y} \end{aligned} \quad (2.20)$$

II.4.1.1 - Intensidade do Campo e Estados de Polarizações Ortonormais

A intensidade de um campo elétrico é proporcional ao seu módulo quadrático $|\tilde{E}|^2$, mas como não estamos interessados no seu valor absoluto, podemos expressá-lo simplesmente por:

$$I = |\tilde{E}|^2 = E^\dagger E = \tilde{E}_x^* \tilde{E}_x + \tilde{E}_y^* \tilde{E}_y \quad (2.21)$$

Onde o símbolo $(\dagger)$ significa adjunto hermitiano da matriz E , (no caso presente de uma matriz coluna: o vetor Jones).

Quando a intensidade (I) for igual à unidade, ou seja, ($I = E^\dagger E = 1$), ela é dita normalizada.

Dois estados de polarização são ortogonais quando:

$$E_1^\dagger E_2 = E_2^\dagger E_1 = 0 \quad (2.22a)$$

e ortonormais se:

$$E_i^\dagger E_j = E_j^\dagger E_i = \delta_{ij}, \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{para } i \neq j \\ 1 & \text{para } i = j \end{cases} \quad (2.22b)$$

Exemplos de vetores Jones ortonormais: *

Fig. (2.3) -Vetor Jones de alguns estados de polarização de amplitudes unitária.

Da figura acima, vê-se que os vetores Jones (a,b) são vetores ortonormais, bem como, (c,d), (e,f) e (g,h). Infinitos pares de vetores Jones ortonormais podem ser definidos. Os vetores Jones dos principais estados de polarização estão

(*) o símbolo j que aparece nas expressões das figuras 2-3 é equivalente ao imaginário i usado no texto.

no Apêndice I.

II.4.1.2 - Transformação do Vetor Jones devido à rotação do sistema de eixos coordenadas

Referindo-se à figura abaixo,

Fig. (2.4) - X' , Y' , Z' representam um novo sistema de coordenadas cujo eixo Z' coincide com o eixo Z do sistema antigo X, Y, Z .

As novas componentes, $\tilde{E}_{x'}$ e $\tilde{E}_{y'}$, do campo elétrico, descritas em termos das antigas, $\tilde{E}_x$ e $\tilde{E}_y$ são dadas por:

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_{x'} \\ \tilde{E}_{y'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

Ou de maneira mais concisa:

$$E_{x'y'} = R(\theta) E_{xy} \quad (2.26a)$$

onde

$$E_{x'y'} = \begin{pmatrix} E_{x'} \\ E_{y'} \end{pmatrix}; E_{xy} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (2.26b)$$

$R(\theta)$ é uma matriz ortogonal ou seja:

$$R^{-1}(\theta) = R(\theta) = R(-\theta) \quad (2.27a)$$

$$R(\theta_1) R(\theta_2) = R(\theta_1 + \theta_2) \quad (2.27b)$$

A transformação inversa da equação (2.26a) é dada por $R(-\theta)$.

Mostra-se facilmente que:

$$I_{x'y'} = I_{xy} \quad (2.28)$$

Ou seja, a intensidade é invariante sob a rotação de coordenadas.

II.4.1.3 - Descrição de um estado de polarização qualquer em termos de estado de polarização ortonormal (bases ou vetores Jones ortonormais)

Qualquer vetor Jones pode ser escrito como uma combinação linear de vetores Jones ortonormais (bases). Por exemplo, em termos de bases lineares dadas pelos vetores Jones da Figura (2.3).

$$E_{xy} = \tilde{E}_x \xi_x + \tilde{E}_y \xi_y \quad (2.29a)$$

ou

$$E_{xy} = \tilde{E}_x \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \tilde{E}_y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.29b)$$

Onde $\tilde{E}_x$ e $\tilde{E}_y$ são dados pelas equações (2.20).

Analogamente, em termo de bases circulares o mesmo vetor escreve-se como:

$$E_{xy} = \tilde{E}_\ell \tilde{e}_\ell + \tilde{E}_r \tilde{e}_r \quad (2.30a)$$

ou

$$E_{xy} = \tilde{E}_\ell \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} + \tilde{E}_r \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \quad (2.30b)$$

$\tilde{E}_\ell$ e $\tilde{E}_r$ são as amplitudes complexas dada por:

$$\tilde{E}_\ell = |E_\ell| e^{i\delta_\ell} \quad (2.31a)$$

$$\tilde{E}_r = |E_r^0| e^{i\delta_r} \quad (2.31b)$$

A equação (2.30a) também pode ser escrita da seguinte forma:

$$E_{xy} = F E_{\ell r} \quad (2.32)$$

Onde F é uma matriz unitária ($F^\dagger F = 1$) dada por:

$$F = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -i & i \end{pmatrix} \text{ e } E_{\ell r} = \begin{pmatrix} \tilde{E}_\ell \\ \tilde{E}_r \end{pmatrix}, \quad E_{xy} = \begin{pmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

A equação (2.32) representa a transformação sofrida por um vetor Jones devido a mudanças de bases. Para fazer - se a transformada inversa, basta multiplicar-se o vetor Jones descrita em termos de bases lineares (cartesiano) por F , ou seja:

$$E_{\ell r} = F^{-1} E_{xy} \quad (2.34)$$

Pode-se mostrar facilmente que, na forma cartesiana, um dado estado de polarização elítico pode ser escrito em ter-

mo da elipsidade (ϵ) e do azimute (θ) do eixo maior da elipse co
mo: [21]

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{pmatrix} = A e^{i\delta} \begin{pmatrix} \cos(\theta)\cos(\epsilon) - i\sin(\theta)\sin(\epsilon) \\ \sin(\theta)\cos(\epsilon) + i\cos(\theta)\sin(\epsilon) \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

Onde A é a amplitude da elipse dada por:

$$A = (\tilde{E}_x^2 + \tilde{E}_y^2)^{1/2} \quad (2.36)$$

e δ uma fase comum a ambas componentes. Ou, em termos de bases circulares, usando a equação (2.34):

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_l \\ \tilde{E}_r \end{pmatrix} = \frac{A e^{i\delta}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} (\cos(\epsilon) - \sin(\epsilon)e^{i\theta}) \\ (\cos(\epsilon) + \sin(\epsilon)e^{-i\theta}) \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

A matriz de Jones que representa um estado de polarização de uma onda quase-monocromática totalmente polarizada (discutido anteriormente) pode ser escrita como :

$$\begin{pmatrix} E_x(t) \\ E_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_x^o(t) e^{i\delta_x(t)} \\ E_y^o(t) e^{i\delta_y(t)} \end{pmatrix} = A(t) e^{i\delta} \begin{pmatrix} \cos(\theta)\cos(\epsilon) - i\sin(\theta)\sin(\epsilon) \\ \sin(\theta)\cos(\epsilon) + i\cos(\theta)\sin(\epsilon) \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

onde $\theta(t) \approx \theta$; $\epsilon(t) \approx \epsilon$; $\delta(t) \approx \delta$; $A(t) = (\tilde{E}_x^o{}^2(t) + \tilde{E}_y^o{}^2(t))^{1/2}$

II.4.2 - Representação de um estado de polarização da luz por um número complexo

II.4.2.1-- Representação num plano complexo, de estados de polarização descritos em termos de bases cartesianas

As duas componentes do vetor Jones discutido no ítem anterior, contêm informações sobre a amplitude (A), fase absoluta (δ) de uma vibração elíptica do vetor campo elétrico de uma onda monocromática - equação (2.35).

Quando as informações sobre a amplitude (A) e fase (δ) são de interesse secundário os parâmetros que especificam o estado de polarização, neste caso, θ e ϵ podem ser descritos pelo número complexo:

$$\tilde{\chi} = \tilde{E}_y / \tilde{E}_x \quad (2.39a)$$

Ou fazendo-se uso das equações (2.20)

$$\chi = \frac{|\tilde{E}_y^o|}{|\tilde{E}_x^o|} e^{i(\delta_y - \delta_x)}, \quad |\chi| = \frac{|\tilde{E}_y^o|}{|\tilde{E}_x^o|}, \quad \arg(\tilde{\chi}) = \delta_y - \delta_x \quad (2.39b)$$

Usando-se a equação (2.25) é dado por:

$$\tilde{\chi} = \frac{\operatorname{tg}(\theta) + i \operatorname{sen}(\epsilon)}{1 - i \operatorname{tg}(\theta) \operatorname{tg}(\epsilon)} \quad (2.40)$$

Ou seja, $\tilde{\chi}$ é uma função complexa de variáveis reais θ , ϵ .

A equação (2.240) nos mostra que cada estado de polarização com azimuth θ e elipticidade ϵ é representado por um único número complexo $\tilde{\chi}$, o qual pode ser representado por um ponto no plano complexo (cartesiano) de polarização. Ver figura a seguir: [22].

Fig. (2.5): Representação de diferentes estados de polarização no plano cartesiano complexo de polarização.

Os pontos sobre o eixo real representam as polarizações lineares, enquanto que os pontos R e L no eixo imaginário são as polarizações circulares à direita e à esquerda respectivamente. Qualquer outro ponto representará polarizações elípticas. (ver equação (2.40)).

No caso de onda quase-monocromática

$$\tilde{\chi}_{xy} = \frac{\tilde{E}_t^o(t)}{\tilde{E}_x^o(t)} e^{i(\delta_y(t) - \delta_x(t))} \quad (2.41)$$

II.4.2.2 - Representação, num plano complexo, de estados de polarização descritos em termos de bases circulares

Neste caso, a variável complexa é definida como sendo:

$$\tilde{\chi} = \frac{\tilde{E}_r}{\tilde{E}_\ell} = \frac{\tilde{E}_r^0}{\tilde{E}_\ell^0} e^{i(\delta_r - \delta_\ell)} \quad \text{onde } |\tilde{\chi}| = \frac{|\tilde{E}_r^0|}{|\tilde{E}_\ell^0|} \quad \text{e } \arg(\tilde{\chi}) = \delta_r - \delta_\ell \quad (2.42)$$

Utilizando-se as equações (2.37) e (2.42a), a variável χ será escrita em termos de θ e ϵ , como se segue:

$$\tilde{\chi} = \text{tg}(\epsilon + 45) e^{-i2\theta} \quad (2.43)$$

A figura a seguir ilustra o mapeamento dos diversos estados de polarização neste plano complexo. [23]

Fig. (2.6) - Plano complexo de estados de polarização escritos em bases circulares.

As circunferências definem famílias de estados de polarização com: $|\tilde{\chi}| = \frac{|\tilde{E}_r^0|}{|\tilde{E}_\ell^0|} = \text{cte}$, ou seja, $\epsilon = |\tilde{\chi}| = \text{cte}$, enquanto que as retas, as polarizações com $\theta = \text{cte}$. Os pontos :

- a) na origem do plano ; $\tilde{\chi} = 0$ ($\epsilon = -45$), representa polarização circular à esquerda
- b) no infinito do plano, $\tilde{\chi} = \infty$ ($\epsilon = 45$) representa

a polarização circular à direita

c) pertencentes ao círculo de raio unitário são polarizações lineares com $\epsilon = 0$ e $-90 < (\theta) < 90$ ou seja:

$$\tilde{\chi} = e^{-i2\theta} \quad (2.44)$$

d) dentro do círculo de raio unitário correspondem a estados de polarização elíptica à esquerda, $(-45 < (\epsilon) < 0)$ aqueles fora polarização à direita $(0 < (\epsilon) < 45)$.

II.4.3 - Representação de estados de polarização pela esfera de Poincaré

A esfera de Poincaré é obtida, considerando-se uma esfera de raio unitário tangenciando a origem do plano complexo, de coordenadas circulares. (pode ser também obtida através do plano complexo de coordenadas cartesianas [24], a nossa escolha é feita por conveniência) [25.]

Fig. (2.7) - Obtenção da esfera de Poincaré por meio de uma projeção estereográfica.

Chamamos o ponto de contato da esfera com o plano complexo $\tilde{\mathcal{Z}}$ de polo sul (S), e aquele dimentralmente oposto, de polo norte (N). Cada ponto P do plano pode ser ligado ao polo N por uma reta. Esta, intercepta a esfera em um ponto, P_s , o qual representa a projeção de P na esfera. (Esta transformação que mapeia P em P_s é conhecida como projeção estereográfica).

A esfera de Poincaré tem as seguintes propriedades:
[26] (ver figura abaixo).

Fig. (2.8) - Representação dos estados de polarização na esfera de Poincaré.

- 1) Os polos N e S representam as polarizações circulares à direita e à esquerda respectivamente.
 - 2) Os pontos do equador representam as polarizações lineares.
 - 3) Excluindo-se os polos e o equador, qualquer outro ponto representa polarização elíptica.
 - 4) Os contornos equi-azimute, constituem uma família de semi-círculos (meridianos) ligando entre si os polos da esfera.
- A medida da longitude de um ponto da esfera corresponde ao

dobro do azimute da elipse, 2θ , que descreve um estado de polarização.

- 5) Já, a família de circuitos paralelos na esfera, representa os contornos equi-elipsidade e a medida da latitude de um ponto é 2ϵ . Considerando-se um sistema de eixos cartesianos S_1, S_2, S_3 centrados na esfera, com S_1 e S_2 paralelos respectivamente ao eixo real e imaginário do plano complexo e S_3 segundo o eixo polar da esfera e, denotando-se o raio da esfera por S_0 , as coordenadas polares S_1, S_2 e S_3 de um ponto P_s serão dadas por:

$$S_0 = 1/2 \quad (2.45a)$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \cos(2\epsilon) \cos(2\theta) \quad (2.45b)$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \cos(2\epsilon) \sin(2\theta) \quad (2.45c)$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \sin(2\epsilon) \quad (2.45d)$$

S_0, S_1, S_2 e S_3 são os chamados parâmetros de Stokes, para o caso particular da luz monocromática.

II.4.4 - FORMALISMO DE STOKES

II.4.4.1 - Parâmetros e vetores de Stokes

Quando tratamos de ondas monocromáticas ou mesmo,

quase-monocromáticas, os diferentes estados de polarização podem ser representados por quatro parâmetros S_0 , S_1 , S_2 , S_3 (parâmetros de Stokes) definidos da seguinte maneira:

$$S_0 = \langle \tilde{E}_x^2(t) \rangle + \langle \tilde{E}_y^2(t) \rangle \quad (2.46a)$$

$$S_1 = \langle \tilde{E}_x^2(t) \rangle - \langle \tilde{E}_y^2(t) \rangle \quad (2.46b)$$

$$S_2 = 2 \langle \tilde{E}_x(t) \tilde{E}_y(t) \cos(\delta_y(t) - \delta_x(t)) \rangle \quad (2.46c)$$

$$S_3 = 2 \langle \tilde{E}_x(t) \tilde{E}_y(t) \sin(\delta_y(t) - \delta_x(t)) \rangle \quad (2.46d)$$

Onde o símbolo $\langle \rangle$ tem o mesmo significado visto anteriormente.

A partir das equações (2.46) pode-se mostrar que:

a) S_0 é a intensidade (I_0) do feixe de luz.

$$S_0 = I_x + I_y \quad (2.47)$$

b) S_1 é a diferença entre as intensidades associadas às componentes linearmente polarizadas segundo os eixos x e y:

$$S_1 = I_x - I_y \quad (2.48)$$

c) S_2 , a diferença entre as intensidades associadas às componentes linearmente polarizadas nos planos bissetores.

$$S_2 = I_{\pi/4} - I_{-\pi/4} \quad (2.49)$$

d) S_3 , a diferença entre as intensidades associadas às componentes circularmente polarizadas à direita e à esquerda.

$$S_3 = I_r - I_l \quad (2.50)$$

Os quatro parâmetros, referidos anteriormente, podem definir um vetor, $\underline{S}$, (vetor de Stokes) num espaço de quatro dimensões.

Para luz não polarizada, os parâmetros de Stokes S_1, S_2, S_3 são iguais a zero, e o vetor de Stokes fica:

$$\underline{S} = (S_0, 0, 0, 0) \quad (2.51)$$

Para luz quase-monocromática ou totalmente polarizada o vetor de Stokes pode ser obtido por meio das equações (2.38) e (2.46).

$$\underline{S}_{tp} = (S_0, S_0 \cos(2\theta) \cos(2\epsilon), S_0 \sin(2\theta) \cos(2\epsilon), S_0 \sin(2\epsilon)) \quad (2.52a)$$

onde

$$S_0 = \langle A^2(t) \rangle \quad (2.52b)$$

representa a intensidade da luz detectada. Neste caso, os parâmetros de Stokes satisfazem a igualdade

$$S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \quad (2.53a)$$

Porém para luz parcialmente ou totalmente polarizada vale a desigualdade,

$$S_0^2 > S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \quad (2.53b)$$

As duas últimas equações sugerem que, no caso de ondas parcialmente polarizadas, o vetor de Stokes, pode ser separado em duas componentes: não totalmente e totalmente polarizada

zada.

$$S = S_{np} + S_{tp} \quad (2.54a)$$

onde

$$S = (S_0, S_1, S_2, S_3) \quad (2.54b)$$

$$S_{np} = (S_0 - (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2)^{1/2}, 0, 0, 0) \quad (2.54c)$$

$$S_{tp} = ((S_1^2 + S_2^2 + S_3^2)^{1/2}, S_1, S_2, S_3) \quad (2.54d)$$

Um outro parâmetro de grande importância na descrição de onda parcialmente polarizada é o grau de polarização P , definido como sendo a razão entre a intensidade associada a componente polarizada e a intensidade total:

$$P = \frac{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}{S_0^2} \quad (2.55)$$

Quando $P = 0$, tem-se luz não polarizada, e, totalmente polarizada, quando $P = 1$.

Em termos do grau de polarização P e dos parâmetros θ e ϵ da elipse de polarização, o vetor de Stokes pode ser escrito como:

$$S = S_0(1, P\cos(2\theta)\cos(2\epsilon), P\sin(2\theta)\cos(2\epsilon), P\sin(2\epsilon)) \quad (2.56)$$

No caso particular, $S_0 = \frac{1}{2}$ e $P = 1$, o espaço descrito pelo vetor de Stokes, reduz-se a superfície de uma esfera de raio unitário, que é a esfera de Poincaré, como pode-se ver, comparando-se às equações, (2.56) e (2.45).

Os vetores de Stokes de alguns estados de polarização são mostradas as tabela 1 do Apêndice I.

II.4.5 - Representação de um estado de polarização através da matriz de coerência

Um outro método para representar-se o estado de polarização de uma onda quase-monocromática é o da matriz de coerência, [27,28]. Porém o que nos interessa aqui é a relação que esta matriz tem com os parâmetros de Stokes, relação esta que usaremos para a determinação da matriz de Muller que representa um sistema ótico, como veremos na próxima seção.

A matriz de coerência é definida como:

$$J = \langle E_{xy}(t) \times E_{xy}^{\dagger}(t) \rangle$$

$$\begin{pmatrix} \langle \tilde{E}_x(t) \tilde{E}_x^*(t) \rangle, & \langle \tilde{E}_x(t) \tilde{E}_y^*(t) \rangle \\ \langle \tilde{E}_y(t) \tilde{E}_x^*(t) \rangle, & \langle \tilde{E}_y(t) \tilde{E}_y^*(t) \rangle \end{pmatrix} \quad (2.57a)$$

ou

$$J = \begin{pmatrix} J_{xx} & J_{xy} \\ J_{yx} & J_{yy} \end{pmatrix} \quad (2.57b)$$

Onde E_{xy} é o vetor Jones que representa determinado estado de polarização. O símbolo, X, designa o produto direto (ou cartesiano) do vetor Jones pelo seu hermitiano conjugado. Os símbolos $\langle \rangle$ são as integrais de correlação definidas

anteriormente.

Os parâmetros de Stokes definidos nas equações (2.46) estão relacionados com os elementos da matriz de coerência por simples combinações lineares dadas por:

$$S_0 = J_{xx} + J_{yy} \quad (2.58a)$$

$$S_1 = J_{xx} - J_{yy} \quad (2.58b)$$

$$S_2 = J_{xy} + J_{yx} \quad (2.58c)$$

$$S_3 = i(J_{xy} - J_{yx}) \quad (2.58d)$$

Ou em forma matricial:

$$\begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & i & -i & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} J_{xx} \\ J_{xy} \\ J_{yx} \\ J_{yy} \end{pmatrix} \quad (2.59a)$$

Em notação mais concisa.

$$S = A J \quad (2.59b)$$

S é o vetor de Stokes e J é o vetor coluna chamado de vetor de coerência, cujos elementos são os mesmos da matriz de coerência. A é a matriz que relaciona os elementos do vetor de Stokes com aqueles do vetor de coerência.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & +i & -i & 0 \end{pmatrix} \quad (2.60)$$

A matriz A , o vetor de Stokes, S , e o vetor de coerência, J , serão utilizados na determinação das matrizes de Muller (para o caso particular, de sistemas óticos não depolarizantes) como veremos mais adiante.

II.5 - REPRESENTAÇÃO MATRICIAL DE SISTEMAS ÓTICOS

Em um elipsômetro a luz polarizada se propaga através de uma sucessão de sistemas óticos, onde cada um produz uma mudança específica no estado de polarização da luz incidente. Para representarem-se estas mudanças, existem várias formulações matemáticas. Particularmente estamos interessados nos formalismos de Jones e de Muller. Porém, antes de prosseguirmos, faremos algumas restrições:

- a) Que a onda seja plana, podendo ser monocromática ou quase-monocromática.
- b) Que a interação da luz com os sistemas óticos seja linear e que não altere a frequência nem a transversalidade do campo.
- c) somente as propriedades externas (macroscópicas) são consideradas, sem enfatizarem-se os processos internos (microscópicos) responsáveis pela mudança de polarização.

II.1.5 - Matrizes de Jones

Consideremos uma onda plana monocromática, inciden

em um sistema ótico não depolarizante. O resultado da interação da onda incidente com o sistema ótico é esquematizado na figura abaixo.

Fig. (2.9) - Sistema ótico

Na Fig. (2.9), os dois sistemas de coordenadas (X, Y, Z) e (X', Y', Z') estão associados ao vetor campo incidente E_i e emergente E_o respectivamente. T é a chamada matriz Jones representativa do sistema ótico.

O campo incidente E_i e o emergente E_o são expressos pelos vetores Jones apropriados.

$$E = \begin{pmatrix} \tilde{E}_{ix} \\ \tilde{E}_{iy} \end{pmatrix}, \quad E_o = \begin{pmatrix} \tilde{E}_{ox'} \\ \tilde{E}_{oy'} \end{pmatrix} \quad (2.61)$$

Na validade das hipóteses feitas anteriormente, o par de oscilações $\tilde{E}_{ox'}$ e $\tilde{E}_{oy'}$ pode ser expresso em função do par de oscilações de entrada $\tilde{E}_{ix}$, $\tilde{E}_{iy}$ da seguinte maneira:

$$\tilde{E}_{ox'} = T_{11} \tilde{E}_{ix} + T_{12} \tilde{E}_{iy} \quad (2.62a)$$

$$\tilde{E}_{oy'} = T_{21} \tilde{E}_{ix} + T_{22} \tilde{E}_{iy} \quad (2.62b)$$

ou

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_{ox'} \\ \tilde{E}_{oy'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{E}_{ix} \\ \tilde{E}_{iy} \end{pmatrix} \quad (2.62c)$$

ou simplesmente

$$\mathbf{E}_o = \mathbf{T} \mathbf{E}_i \quad (2.62d)$$

onde

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \quad (2.62e)$$

Os elementos T_{ij} são em geral números complexos. A matriz $\mathbf{T}$ depende:

1. Do sistema ótico em consideração.
2. Da frequência da onda incidente.
3. Da orientação do sistema com respeito ao vetor de onda incidente.
4. Da orientação relativa (azimute) dos sistemas de eixos coordenados (X,Y) e (X',Y') .

De acordo com as equações (2.62a) e (2.62b), se a onda incidente é linearmente polarizada segundo a direção $\vec{x}$, isto é, $E_{iy} = 0$, os elementos T_{11} e T_{21} são dados por:

$$T_{11} = \frac{\tilde{E}_{ox'}}{\tilde{E}_{ix}}, \quad T_{21} = \frac{\tilde{E}_{oy'}}{\tilde{E}_{ix}} \quad (2.63)$$

Ou seja, uma oscilação linear incidente segundo o eixo X ($E_{iy} = 0$) produz duas oscilações lineares ortogonais $\tilde{E}_{ox'}$ e $\tilde{E}_{oy'}$. Analogamente, no caso de oscilação linear segundo a direção Y ($\tilde{E}_{ix} = 0$) os elementos T_{12} , T_{22} são:

$$T_{12} = (\tilde{E}_{ox'}/\tilde{E}_{iy}) \quad (2.64a)$$

$$T_{22} = (\tilde{E}_{oy'}/\tilde{E}_{iy}) \quad (2.64b)$$

Como anteriormente as oscilações lineares segundo a direção $\hat{y}$, gera um par de oscilações lineares ortogonais segundo as direções X' e Y' .

Das equações (2.64), os elementos diagonais, T_{11} e T_{22} são dados pelos mapeamentos das polarizações lineares similares de entrada e saída, $X \rightarrow X'$ e $Y \rightarrow Y'$, respectivamente. Enquanto que os elementos fora da diagonal, T_{12} e T_{21} , são resultante do mapeamento das polarizações cruzadas $Y \rightarrow X'$ e $X \rightarrow Y'$.

No caso geral de um sistema constituído por N dispositivos óticos, pode-se mostrar facilmente que a matriz representativa do conjunto é aquela resultante do produto das N matrizes representativas de cada elemento. O produto é feito segundo a sequência dos elementos óticos através dos quais a luz se propaga, pois, primeiro o sistema S_1 , depois S_2 e assim por diante, ver figura a seguir:

Fig. (2.10) - Sistema ótico constituído por N elementos

Ou seja:

$$T = T_n T_{n-1} \dots T_2 T_1 \quad (2.65)$$

Da equação (2.65), podemos dizer que o campo emergente de um sistema de N elementos, somente dependerá da matriz de cada elemento ótico, e do campo incidente.

As matrizes Jones dos elementos óticos mais simples, tais como: polarizadores, retardadores, etc... são mostrados no Apêndice 2.

II.5.1.1 - Autopolarizações

O estado de polarização emergente, $\tilde{\chi}_o$, de um dispositivo ótico pode ser expresso em termos do estado de polarização incidente, $\tilde{\chi}_i$, como:

$$\tilde{\chi}_o = (T_{22} \tilde{\chi}_i + T_{21}) / (T_{12} \tilde{\chi}_i + T_{11}) \quad (2.66)$$

Para obtermos a equação (2.66), fizemos uso de (2.39) e (2.62a,b).

Chamamos de autopolarização ($\tilde{\chi}_e$) de um sistema ótico, o estado de polarização da luz que não se altera quando esta interage com este sistema. A cada sistema ótico está associado um par de autopolarização ($\tilde{\chi}_{e1}, \tilde{\chi}_{e2}$) que é obtido fazendo-se $\tilde{\chi}_0 = \tilde{\chi}_i = \tilde{\chi}_e$ na equação (2.66):

$$\hat{\chi}_{e1} = \frac{1}{2} \frac{((T_{22} - T_{11})^2 \pm (T_{22} - T_{11})^2 - 4T_{12}T_{21})^{1/2}}{2T_{12}} \quad (2.67)$$

Por exemplo, as autopolarizações representativas da reflexão na interface de dois meios isotrópicos e semi-infinitos não girotrópicos, levando-se em consideração a simetria dos meios oticamente isotrópicos em relação ao plano de incidência, e, supondo-se a condição de mudança abrupta do índice de refração na interface, são as polarizações lineares paralela (p) e perpendicular (s) ao plano de incidência. Isto significa que, quando a onda incidente for linearmente polarizada, segundo aquelas direções, a onda refletida não terá seus estados de polarização alterados.

Assim, para um elemento refletor, a matriz de Jones será:

$$R = \begin{pmatrix} R_p & 0 \\ 0 & R_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_p e^{i\delta_{rp}} & 0 \\ 0 & R_s e^{i\delta_{rs}} \end{pmatrix} \quad (2.68)$$

Onde R_p e R_s são os coeficientes de reflexão de Fresnel, a respeito dos quais discutiremos posteriormente. δ_{rp} e δ_{rs} são as respectivas mudanças de fases de cada componente.

II.5.2 - Matrizes de Muller

Quando luz parcialmente polarizada e quase monocromática, se propaga através de um sistema ótico depolarizante, os formalismos anteriormente descritos são incapazes de tratar corretamente esta nova situação. Nestes casos, os estados de polarização podem ser representados pelos vetores de Stokes e os elementos óticos, pelas matrizes (4 X 4) de Muller.

Para obtermos o estado de polarização da luz após um elemento ótico, multiplica-se o vetor de Stokes da luz incidente pela matriz de Muller do correspondente elemento ótico, obtendo-se assim, o vetor de Stokes emergente:

$$S^O = M S^i \quad (2.69)$$

Onde M é a matriz de Muller do sistema ótico, S^O e S^i são os vetores de Stokes emergente e incidente respectivamente.

Quando tratamos de sistemas óticos não depolarizantes, as matrizes de Muller podem ser obtidas tomando-se a média temporal do produto direto da equação (2.61d), pelo seu hermitiano conjugado como segue-se:

$$\langle E_O(t) \times E_O^*(t) \rangle = \langle T E_i(t) \times T^* E_i^*(t) \rangle \equiv (T \times T^*) \langle E_i(t) \times E_i^*(t) \rangle \quad (2.70)$$

Como já vimos, a matriz de coerência de um estado de polarização qualquer é dado por:

$$J = \langle E(t) \times E^*(t) \rangle \quad (2.71)$$

Então a equação (2.69) fica:

$$J_o = (T X T^*) J_i \quad (2.72)$$

Onde J_o e J_i são os vetores de coerência da luz emergente e incidente respectivamente (ver equação (2.58)). Já foi mostrado que o vetor de coerência está diretamente relacionado ao vetor de Stokes pela equação (2.58a), ou seja:

$$S = AJ, \quad J = A^{-1}S \quad (2.73)$$

Deste modo, eliminando-se J_o e J_i podemos escrever a equação (2.71) como:

$$S^o = A(T X T^*) A^{-1} S^i \quad (2.74)$$

Ou mais compactamente

$$S^o = M S^i \quad (2.75)$$

onde

$$M = A(T X T^*) A^{-1} \quad (2.76)$$

M é a chamada matriz de Muller do elemento ótico considerado. Ela representa a mudança que o sistema aplica ao vetor de Stokes inicial.

A matriz de Muller para sistemas óticos depolarizantes (como já frisamos) não pode ser obtida como descrito acima. Seus elementos deverão ser determinados experimentalmente.

As matrizes de Muller dos principais elementos óticos não depolarizantes são mostrados no Apêndice 2.

CAPÍTULO III

EQUAÇÕES ELIPSOMÉTRICAS

III.1 - INTRODUÇÃO

Nesta seção, relacionaremos os coeficientes de reflexão e transmissão de Fresnel de uma amostra, ou seja, os parâmetros elipsométricos ψ, Δ (a serem definidos a seguir) , com as constantes físicas macroscópicas e outros parâmetros , tais como: índice de refração, espessura de filmes, etc..., que caracterizam a estrutura de interesse (amostra) [29].

Consideraremos em particular, os casos de sistemas bifásicos e trifásicos, constituídos de meios homogêneos isotrópicos com interfaces planas.

III.1.1 - Reflexão e refração em sistemas bifásicos

Sistemas bifásicos são constituídos de dois meios semi-infinitos caracterizados pelos índices de refração complexos $\tilde{n}_0$ e $\tilde{n}_1$, como mostra a figura a seguir:

Fig. (3.1) - Sistema de duas fases (bifásico)

(E_{is}, E_{ip}) , (E_{rs}, E_{rp}) e (E_{tp}, E_{ts}) referem-se às amplitudes das componentes paralela (p) e perpendicular (s) ao plano de incidência, dos campos elétricos associados às ondas incidentes, refletidas e refratadas, ou transmitidas.

Os campos nos meios (0) e (1) obedecem as condições de contorno na interface, e, para que isto aconteça:

1. Os vetores de onda da luz incidente, refletida e transmitida devem estar contidos em um mesmo plano chamado plano de incidência, perpendicular à interface (ver figura acima).
2. O ângulo de incidência, ϕ_0 , deve ser igual ao ângulo, ϕ , de reflexão.
3. O ângulo de incidência e o de refração, ϕ_1 , devem satisfazer a lei de Snell:

$$n_0 \sin(\phi_0) = n_1 \sin(\phi_1) \quad (3.1)$$

No caso de meios absorventes, os índices n_0 e n_1 tornam-se complexos bem como os ângulos ϕ_0 e ϕ_1 . Assim, a lei de

Snell escreve-se: [30]

$$\tilde{n}_0 \sin(\tilde{\phi}_0) = \tilde{n}_1 \sin(\tilde{\phi}_1) \quad (3.2)$$

Por tratarem-se de meios homogêneos e isotrópicos , os auto-estados de polarização são polarizações lineares segundo as direções paralela e perpendicular ao plano de incidência, como visto anteriormente.

Como uma onda incidente com um estado de polarização arbitrário pode ser decomposta nas componentes (p) e (s) , então podemos tratá-las separadamente e depois combiná-las para ter-se o estado de polarização resultante. Desta maneira, podemos relacionar as amplitudes das ondas, refletida e transmitida, a partir da amplitude da onda incidente, separadamente para cada componente (p) ou (s). [31]

$$\tilde{r}_p = \frac{\tilde{E}_{rp}}{\tilde{E}_{ip}} = \frac{\tilde{n}_1 \cos \tilde{\phi}_0 - \tilde{n}_0 \cos \tilde{\phi}_1}{\tilde{n}_1 \cos \tilde{\phi}_0 + \tilde{n}_0 \cos \tilde{\phi}_1} \quad (3.3a)$$

$$\tilde{r}_s = \frac{\tilde{E}_{rs}}{\tilde{E}_{is}} = \frac{\tilde{n}_0 \cos \tilde{\phi}_0 - \tilde{n}_1 \cos \tilde{\phi}_1}{\tilde{n}_0 \cos \tilde{\phi}_0 + \tilde{n}_1 \cos \tilde{\phi}_1} \quad (3.3b)$$

$$\tilde{t}_p = \frac{\tilde{E}_{tp}}{\tilde{E}_{ip}} = \frac{2\tilde{n}_0 \cos \tilde{\phi}_0}{\tilde{n}_1 \cos \tilde{\phi}_0 + \tilde{n}_0 \cos \tilde{\phi}_1} \quad (3.3c)$$

$$\tilde{t}_s = \frac{\tilde{E}_{ts}}{\tilde{E}_{is}} = \frac{2\tilde{n}_0 \cos \tilde{\phi}_0}{\tilde{n}_0 \cos \tilde{\phi}_0 + \tilde{n}_1 \cos \tilde{\phi}_1} \quad (3.3d)$$

Estas equações definem os coeficientes de reflexão

e transmissão de Fresnel. Quando escritas na forma polar ficam:

$$\tilde{r}_p = \frac{|\tilde{r}_p|}{|\tilde{r}_p|} e^{i\Delta_{rp}} = \frac{|E_{rp}|}{|E_{ip}|} e^{i(\delta_{rp} - \delta_{ip})} \quad (3.4a)$$

$$\tilde{r}_s = \frac{|\tilde{r}_s|}{|\tilde{r}_s|} e^{i\Delta_{rs}} = \frac{|E_{rs}|}{|E_{is}|} e^{i(\delta_{rs} - \delta_{is})} \quad (3.4b)$$

$\Delta_{rp} = \delta_{rp} - \delta_{ip}$ e $\Delta_{rs} = \delta_{rs} - \delta_{is}$, são as defasagens sofridas pelas componentes p e s, devido à reflexão da luz (na interface).

Analogamente encontramos as expressões para os coeficientes de transmissão, $\tilde{t}_p$ e $\tilde{t}_s$.

Os parâmetros elipsométricos (ψ, Δ) estão relacionados com os coeficientes de Fresnel de reflexão ($\tilde{r}_p, \tilde{r}_s$), (ou transmissão), ($\tilde{t}_p, \tilde{t}_s$) pelas definições:

$$\tilde{\rho}_r = \frac{\tilde{r}_p}{\tilde{r}_s} = \text{tg}(\psi_r) e^{i\Delta_r}, \quad \text{tg}(\psi_r) = \frac{\tilde{r}_p}{\tilde{r}_s}, \quad \Delta_r = \Delta_{rp} - \Delta_{rs} \quad (3.5)$$

Doravante trataremos apenas de reflexão, portanto, eliminaremos os índices de $\tilde{\rho}$, ψ e Δ .

ψ e Δ determinam a mudança em amplitude e fase que experimentam as componentes paralela e perpendicular da onda incidente na reflexão, e constituem as grandezas comumente medidas em experiências elipsométricas.

Deste modo, $\tilde{\rho}$ não dependerá do particular estado de polarização incidente e sim da natureza física da amostra

(constante ótica).

Fazendo uso das equações (3.1), (3.3a,b), (3.4) e (3.5), pode-se mostrar que:

$$\tilde{n}_1 = \tilde{n}_0 \sin(\tilde{\phi}_0) \left(1 + \left(\frac{1 - \tilde{\rho}}{1 + \tilde{\rho}} \right)^2 \tan^2(\tilde{\phi}_0) \right)^{1/2} \quad (3.6)$$

Esta equação nos diz que, se o índice de refração do primeiro meio, o ângulo de incidência, e $\tilde{\rho}$ (isto é: ψ, Δ) forem conhecidos podemos calcular o índice de refração $\tilde{n}_1$ do segundo meio.

Como o índice de refração está relacionado com a constante dielétrica por:

$$\tilde{n} = \sqrt{\tilde{\epsilon}}$$

Então:

$$\tilde{\epsilon} = \sin^2(\tilde{\phi}_0) + \sin^2(\tilde{\phi}_0) \tan^2(\tilde{\phi}_0) \left(\frac{1 - \tilde{\rho}}{1 + \tilde{\rho}} \right)^2 \quad (3.8a)$$

Usando-se a definição da equação (2.9), e (3.5), obtemos:

$$\epsilon_1 = \sin^2(\phi_0) + \sin^2(\phi_0) \tan^2(\phi_0) \frac{\cos^2 2\psi - \sin^2 2\psi \sin^2 \Delta}{(1 + \sin 2\psi \cos \Delta)^2} \quad (3.8b)$$

$$\epsilon_2 = \sin^2(\phi_0) \tan^2(\phi_0) \frac{\sin 4\psi + \sin \Delta}{(1 + \sin 2\psi \cos \Delta)^2} \quad (3.8c)$$

Na Figura (3.1) se a propagação da luz for do meio 1 para o meio 0, os novos coeficientes de reflexão e transmissão de Fresnel são relacionados com aqueles obtidos anteriormente

da seguinte maneira:

$$\tilde{r}_{10} = -\tilde{r}_{01}, \quad \tilde{t}_{10} = \frac{1 - \tilde{r}_{01}^2}{\tilde{t}_{01}} \quad (3.9)$$

Isto pode ser demonstrado permutando-se $\tilde{n}_1$ e $\tilde{n}_0$ nas equações (3.3).

Outras grandezas físicas de interesse, além da polarização, são as reflectâncias R_p e R_s definidas por:

$$R_p = |\tilde{r}_p|^2, \quad R_s = |\tilde{r}_s|^2 \quad (3.10)$$

que são as parcelas de intensidade total da onda incidente, associadas às componentes p e s do campo.

Se uma onda incidente é linearmente polarizada na direção p, e n_0, n_1 reais, (meios transparentes), a onda refletida desaparece por completo para um ângulo de incidência específico chamado ângulo de Brewster (ϕ_B), (desde que $n_1 > n_0$) ou seja, a onda é totalmente refratada. Neste caso $\tilde{r}_p = 0$, e, usando-se a equação (3.1), pode-se mostrar que:

$$\tan(\phi_B) = \frac{n_1}{n_0} \quad (3.11)$$

Se uma onda não polarizada ou parcialmente polarizada, é incidente segundo o ângulo de Brewster, a luz refletida é totalmente polarizada na direção (s). Neste fenômeno se baseia uma classe de polarizadores de reflexão no infravermelho [32]. Dois outros ângulos de incidência de grande importância são: o pseudo-ângulo de Brewster e o ângulo principal

(ver Apêndice C).

As figuras abaixo mostram a dependência de ψ , Δ , $\tilde{R}_p$ e $\tilde{R}_s$ com o ângulo de incidência para várias interfaces [33].

Fig. (3.2a) - R_p e R_s versus ângulo de incidência ϕ para interface ar-vidro, onde $n_v = 1.5$ e o comprimento de onda usado. $\lambda = 5461 \text{ \AA}$.

A reflectância R_p atinge um mínimo igual a zero no ângulo de Brewster enquanto a reflectância R_s cresce monotonicamente.

Fig. (3.2b) - Mostra a dependência de ψ e Δ com o ângulo de incidência, para o mesmo caso anterior.

Fig. (3-2c)- Mostra a variação das reflectâncias R_p e R_s com o ângulo de incidência para a interface ar-silício,
 $\lambda = 5461 \text{ \AA}$ $\tilde{n}_{\text{Si}} = 4.05 - i0.028$

R_s cresce monotonicamente, enquanto que R_p atinge um mínimo em ϕ_p , mas não igual a zero e este mínimo será maior quanto maior for o coeficiente de extinção (k).

Fig. (3-2d) - Mostra a variação de ψ e Δ em função do ângulo de incidência, para a interface ar-silício, $\lambda = 5461 \text{ \AA}$,
 $\tilde{n}_{\text{Si}} = 4.05 - i0.028$.

Δ não sofre uma mudança abrupta em $\phi = \phi_p$, e será menos abrupta quanto maior for k , e ψ atinge um mínimo em $\phi = \phi_p$. Este mínimo será maior quanto maior for o valor de k .

III.2 - REFLEXÃO EM SISTEMAS TRIFÁSICOS (AMBIENTE, FILME E SUBSTRATO)

Este caso é de grande importância na elipsometria, particularmente quando um substrato é coberto por um simples filme. Suponhamos um filme de faces planas e paralelas com espessura d , constante, menor que o comprimento de coerência da luz, separando um ambiente de um substrato semi-infinito, com índices de refração complexos, $\tilde{n}_0$, $\tilde{n}_1$ e $\tilde{n}_2$ respectivamente. (ver figura abaixo).

Fig. (3.3) - Sistema de três fases (trifásico)

Uma onda plana propagando-se no meio (0) com ampli-

tude $\tilde{E}_1$ ao incidir na interface (0-1), é parcialmente refletida e transmitida através do filme. No interior deste, sofre uma série de reflexões e transmissões nas interfaces (1-0) e (1-2) e as correspondentes razões das amplitudes das componentes p e s dos campos elétricos são dadas pelos coeficientes de Fresnel (equação (3.3)). Além das alterações das amplitudes, observa-se uma diferença de fase, (2β) , devido a diferença de caminho ótico entre dois raios consecutivos refletidos, como ilustra a frente de onda S-S'.

As amplitudes complexas das sucessivas ondas planas parciais refletidas, as quais somadas formarão a onda refletida resultante no meio (0), são: [34]

$$\begin{aligned}
 \tilde{E}_{r1} &= \tilde{r}_{01} \tilde{E}_i \\
 \tilde{E}_{r2} &= \tilde{r}_{12} \tilde{t}_{01} \tilde{t}_{10} e^{-i2\beta} \tilde{E}_i \\
 \tilde{E}_{r3} &= \tilde{r}_{10} \tilde{r}_{12}^2 \tilde{t}_{01} \tilde{t}_{10} e^{-i4\beta} \tilde{E}_i \\
 \tilde{E}_{r4} &= \tilde{r}_{10}^2 \tilde{r}_{12}^3 \tilde{t}_{01} \tilde{t}_{10} e^{-i6\beta} \tilde{E}_i \\
 &\vdots \\
 &\text{etc}
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

onde

$$\beta = \frac{2\pi d \tilde{n}_1}{\lambda} \cos(\tilde{\phi}_1), \text{ ou } \beta = 2\pi d (\tilde{n}_1^2 - \tilde{n}_0^2 \sin^2(\tilde{\phi}_0))^{1/2} \tag{3.13}$$

$e(r_{01}, t_{01})$, (r_{10}, t_{10}) e (r_{12}, t_{12}) são os coeficientes de reflexão e transmissão de Fresnel para as interfaces (0-1), (1-0), (1-2).

O coeficiente de reflexão total é dado por uma série geométrica infinita.

$$\tilde{R} = \tilde{r}_{01} + \tilde{t}_{01} \tilde{t}_{10} \tilde{r}_{12} e^{-2i\beta} + \tilde{t}_{01} \tilde{t}_{10} \tilde{r}_{10} \tilde{r}_{12}^2 e^{-i4\beta} + \dots \quad (3.14a)$$

cuja soma pode ser escrita como:

$$\tilde{R} = \tilde{r}_{01} + \frac{\tilde{t}_{01} \tilde{t}_{10} \tilde{r}_{12} e^{-i2\beta}}{1 + \tilde{r}_{10} \tilde{r}_{12} e^{-i2\beta}} \quad (3.14b)$$

Ou usando-se as equações (3.9):

$$R = \frac{r_{01} + r_{12} e^{-i2\beta}}{1 + r_{01} r_{12} e^{-i2\beta}} \quad (3.14c)$$

Esta equação é válida para qualquer uma das componentes p e s , do campo elétrico, ou seja:

$$\tilde{R}_p = \frac{\tilde{E}_{rs}}{\tilde{E}_{ip}} = \frac{\tilde{r}_{01p} + \tilde{r}_{12p} e^{-i2\beta}}{1 + \tilde{r}_{01p} \tilde{r}_{12p} e^{-i2\beta}} \quad (3.15a)$$

$$R_s = \frac{\tilde{E}_{rs}}{\tilde{E}_{is}} = \frac{\tilde{r}_{01s} + \tilde{r}_{12s} e^{-i2\beta}}{1 + \tilde{r}_{01s} \tilde{r}_{12s} e^{-i2\beta}} \quad (3.15b)$$

$\tilde{r}_{01p}$ e $\tilde{r}_{01s}$ são dados pelas equações (3.5a), e (3.5b); e, $\tilde{r}_{12p}$ e $\tilde{r}_{12s}$, são obtidos das mesmas equações substituindo $\tilde{n}_0$ por $\tilde{n}_1$, $\tilde{n}_1$ por $\tilde{n}_2$, ϕ_0 por ϕ_1 e ϕ_1 por ϕ_2 , ou seja:

$$\tilde{r}_{01p} = \frac{\tilde{n}_1 \cos \phi_0 - \tilde{n}_0 \cos \tilde{\phi}_1}{\tilde{n}_1 \cos \tilde{\phi}_0 + \tilde{n}_0 \cos \tilde{\phi}_1} \quad (3.16a)$$

$$\tilde{r}_{12} = \frac{\tilde{n}_2 \cos \tilde{\phi}_1 - \tilde{n}_1 \cos \tilde{\phi}_2}{\tilde{n}_2 \cos \phi_1 + \tilde{n}_1 \cos \phi_2} \quad (3.16b)$$

$$\tilde{r}_{01s} = \frac{\tilde{n}_0 \cos \tilde{\phi}_0 - \tilde{n}_1 \cos \tilde{\phi}_1}{\tilde{n}_0 \cos \tilde{\phi}_0 + \tilde{n}_1 \cos \tilde{\phi}_1} \quad (3.16c)$$

$$\tilde{r}_{12s} = \frac{\tilde{n}_1 \cos \tilde{\phi}_1 - \tilde{n}_2 \cos \tilde{\phi}_2}{\tilde{n}_1 \cos \tilde{\phi}_1 + \tilde{n}_2 \cos \tilde{\phi}_2} \quad (3.16d)$$

Nestas equações, podemos eliminar ϕ_1 e ϕ_2 em termos de ϕ_0 utilizando-se a lei de Snell.

$$\tilde{n}_0 \sin(\tilde{\phi}_0) = \tilde{n}_1 \sin(\tilde{\phi}_1) = \tilde{n}_2 \sin(\tilde{\phi}_2) \quad (3.17)$$

Para analisarem-se separadamente as mudanças de amplitude e fase sofridas pelo campo elétrico é conveniente escreverem-se os coeficientes de Fresnel em termos de seus valores absolutos e ângulos de fase, como segue-se:

$$\tilde{R}_p = |\tilde{R}_p| e^{i\Delta_{rp}} \quad (3.18a)$$

$$\tilde{R}_s = |\tilde{R}_s| e^{i\Delta_{rs}} \quad (3.18b)$$

Assim, para um sistema trifásico caracterizado pelas constantes óticas, $\tilde{n}_0$, $\tilde{n}_1$ e $\tilde{n}_2$ e ângulo de incidência, ϕ , e espessura do filme, d , os parâmetros elipsométricos ψ e Δ estão relacionados com os coeficientes de reflexão de Fresnel pela definição:

$$\hat{\rho} = \frac{\tilde{R}_p}{\tilde{R}_s} = \operatorname{tg}(\psi)e^{i\Delta}, \quad |\hat{\rho}| = \operatorname{tg}(\psi) = \frac{|\tilde{R}_p|}{|\tilde{R}_s|}, \quad \Delta = \Delta_{rp} - \Delta_{rs} \quad (3.19a)$$

Ou seja:

$$\hat{\rho} = \operatorname{tg}(\psi)e^{i\Delta} = \frac{\tilde{r}_{01p} + \tilde{r}_{12p} e^{-i2\beta}}{1 + \tilde{r}_{01p} \tilde{r}_{12p} e^{-i2\beta}} + \frac{1 + \tilde{r}_{01s} \tilde{r}_{12s} e^{-i2\beta}}{\tilde{r}_{01s} + \tilde{r}_{12s} e^{-i2\beta}} \quad (3.19b)$$

A equação (3.19b) é a equação principal da elipsometria, deduzida por Drude no século passado.

Desta última equação, pode-se ver que:

$$\psi = \operatorname{arctg} |\rho(\tilde{n}_0, \tilde{n}_1, \tilde{n}_2, \tilde{d}, \phi_0, \lambda)| \quad (3.20a)$$

$$\Delta = \arg |\rho(\tilde{n}_0, \tilde{n}_1, \tilde{n}_2, d, \phi_0, \lambda)|$$

Onde ψ e Δ são funções transcendentais de nove variáveis que são: as partes real e imaginária dos três índices de refração: a espessura do filme, d , o ângulo de incidência da luz, ϕ , e o comprimento de onda, λ , utilizado. Já para um sistema quadrifásico estas quantidades sobem para onze.

No sistema trifásico, na maioria das vezes, apenas três das nove grandezas nas expressões transcendentais (3.20) são desconhecidas. São elas: a parte real e imaginária do índice de refração e a espessura do filme. Temos portanto um sistema de duas equações e três incógnitas; necessitaremos então de pelo menos, duas medidas independentes para ψ e Δ . Isto é feito de várias maneiras:

a) Mudando-se o ângulo de incidência.

b) Mudando-se a espessura do filme.

c) No caso de estarmos interessados somente na determinação da espessura do filme, poderemos variar o comprimento de onda utilizado.

Fica evidente a necessidade de um bom programa computacional e, um bom computador capaz de resolver o sistema da equação (3.20) de modo eficiente e rápido. [35]

CAPÍTULO IV

ELIPSÔMETRO CONSTRUÍDO

IV.1 - FUNDAMENTOS TEÓRICOS

De modo geral, pode-se dizer que um elipsômetro pode determinar:

- Medidas de polarização de um feixe de luz (neste trabalho o chamamos de polarímetro).
- Medidas dos parâmetros elipsométricos, ψ e Δ , de uma amostra (aqui chamado de elipsômetro).

IV.1.1 - Utilização do instrumento como polarímetro

Neste caso, temos a seguinte configuração:

Fig. (4.1) - Configuração do polarímetro

θ é o azimute do eixo maior da elipse que descreve o estado de polarização em relação ao eixo X do sistema de referência do la-

boratório; C, o azimute do eixo rápido do compensador girante ;
A, o azimute do eixo de transmissão do analisador.

Como compensador girante, utilizamos um compensador de $\lambda/4$ sintonizado ao comprimento de onda do laser de He-Ne ($\lambda = 6328 \text{ \AA}$), o qual foi considerado ideal. E com rotação positiva indicada na figura (4.1) (ou seja, no sentido antihorário para quem olha na direção oposta ao vetor $\tilde{k}$).

O vetor de Stokes, S^o , que representa o estado de polarização da luz incidente no detetor, é obtido multiplicando-se o vetor de Stokes, S^i , que representa o estado de polarização inicial (aqui descrito em relação aos eixos principais da elipse de polarização), pelas matrizes de Muller dos respectivos elementos óticos, conforme mostra a equação abaixo:

$$S^o = M_A M(A) M(-C) M_C M(C) M(-\theta) S^i \quad (4.1a)$$

$$S^o = \begin{pmatrix} S_o^o \\ S_1^o \\ S_2^o \\ S_3^o \end{pmatrix}, \quad S^i = \begin{pmatrix} S_o^i \\ S_1^i \\ S_2^i \\ S_3^i \end{pmatrix} \quad (4.1.b)$$

M_A e M_C são respectivamente as matrizes de Muller do analisador e compensador descritos em relação aos seus respectivos sistemas de eixos próprios. $M(A)$, $M(C)$ e $M(\theta)$, matrizes de rotação. Todas estas matrizes são mostradas no Apêndice 2.

Calculando-se o vetor de Stokes S^o indicado acima e

tomando-se o seu primeiro elemento, $S_0^0 = I(C)$, teremos a expressão que dá a intensidade detectada. No caso de o vetor de Stokes inicial S^i representar um raio de luz elipticamente polarizada (ver apêndice 1) a expressão, $I(C)$ da intensidade detectada será:

$$I(C) = A_0 + A_2 \cos(2C) + B_2 \sin(2C) + A_4 \cos(4C) + B_4 \sin(4C) \quad (4.2a)$$

onde

$$A_0 = 2 + \cos(2\epsilon) \cos(2(A-\theta)) \quad (4.2b)$$

$$A_2 = 2 \sin(2\epsilon) \sin(2A) \quad (4.2c)$$

$$B_2 = -2 \sin(2\epsilon) \cos(2A) \quad (4.2d)$$

$$A_4 = \cos(2\epsilon) \cos(2(A+\theta)) \quad (4.2e)$$

$$B_4 = \cos(2\epsilon) \sin(2(A+\theta)) \quad (4.2f)$$

No presente caso, utilizamos o eixo X do sistema de referência de laboratório como sendo o eixo de transmissão do analisador, portanto, $A = 0$.

Na determinação de $I(C)$, foi suposto que todos os elementos óticos fossem ideais.

Analisando-se as equações (4.2), vê-se que, para luz circularmente polarizada ($\epsilon = \pm 45$), somente aparecem os coeficientes do segundo harmônico, os quais são independentes de θ (como esperado), enquanto que, para luz linearmente polarizada ($\epsilon = 0$), teremos somente os coeficientes do quarto harmônico com uma amplitude relativa unitária e a fase variando linearmente com 2θ .

O valor médio da intensidade (A_0) tem uma componente proporcional à parte linearmente polarizada da luz, que é máxima quando $A = \theta$ e, mínima para $\theta = A \pm 90$.

As equações que dão os coeficientes do segundo harmônico mostram também que, quando a elipsidade (ϵ) muda de sinal, os sinais daqueles coeficientes também mudam, ou seja, o sentido de giro do campo elétrico é determinado sem ambiguidade, o que não ocorre com o RAE. (Rotating Analyser Elipsometry).

Como temos uma série de 256 medidas de $I(C_i)$, então as equações (4.2) geram um sistema de equações super-abundante. Portanto, aplicando-se a análise de Fourier (equivalente a um ajuste por mínimos quadrados), teremos os valores mais prováveis daqueles coeficientes. Ou seja:

$$A_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(C_i) \quad (4.3a)$$

$$A_2 = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N I(C_i) \cos(2C_i) \quad (4.3b)$$

$$B_2 = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N I(C_i) \sin(2C_i) \quad (4.3c)$$

$$A_4 = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N I(C_i) \cos(4C_i) \quad (4.3d)$$

$$B_4 = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N I(C_i) \sin(4C_i) \quad (4.3e)$$

Normalizando-se esses coeficientes em relação a A_0 , os novos coeficientes de Fourier serão:

$$a_2 = A_2/A_0 \quad (4.4a)$$

$$b_2 = B_2/A_0 \quad (4.4b)$$

$$a_4 = A_4/A_0 \quad (4.4c)$$

$$b_4 = B_4/A_0 \quad (4.4d)$$

Estes últimos contêm todas as informações físicas do estado de polarização da luz detectada.

IV.1.2 - Configuração do elipsômetro

Na utilização do instrumento como elipsômetro, o que se mede é a razão das reflectâncias p e s de uma amostra representado por $\rho = \text{tg}(\psi)e^{i\Delta}$, (definida anteriormente) tanto por reflexão como transmissão. No nosso caso, por reflexão. A configuração do aparelho é indicada a seguir na Figura (4.2).

Fig. (4.2)-Elipsômetro construído. S^1, S_0 - vetores de Stokes inicial e final respectivamente. P - polarizador. S - amostra. C - compensador. A - analisador. D - detetor.

De modo análogo ao processo anteriormente descrito, teremos o vetor de Stokes S^0 , dado por:

$$S^0 = M_A M(A) M(-C) M_C M(C) M_S M(-P) M_P S^i \quad (4.5)$$

M_A , M_C , M_S , M_P , são respectivamente as matrizes de Muller do analisador, compensador, amostra e polarizador descritas em relação a seus sistemas de eixos próprios, e $M(\alpha)$, ($\alpha = A, C, e P$) são matrizes de rotação (ver Apêndice 2) e S^i o vetor de Stokes que representa o estado do feixe incidente (no polarizador) não polarizado, ou seja, $S^i = (1, 0, 0, 0)$.

Deste modo, a intensidade detectada $I(C)$ será dada pelo primeiro elemento do vetor de Stokes S^0 , ou seja:

$$I(C) = A_0 + A_2 \cos 2C + B_2 \sin 2C + A_4 \cos 4C + B_4 \sin 4C \quad (4.6a)$$

$$A_0 = 2 + q(\nu \sin 2A + \mu \cos 2A) \quad (4.6b)$$

$$A_2 = -2r \nu \tan \Delta \sin 2A + 2s(\cos(2A) + \mu) \quad (4.6c)$$

$$B_2 = 2r \nu \tan \Delta \cos(2A) + 2s(\sin(2A) + \nu) \quad (4.6d)$$

$$A_4 = (2-q)(\mu \cos(2A) - \nu \sin 2A) \quad (4.6e)$$

$$B_4 = (2-q)(\mu \sin 2A + \nu \cos 2A) \quad (4.6f)$$

onde fizemos

$$\mu = \frac{\cos(2P) - \cos(2\psi)}{1 - \cos(2p)\cos(2\psi)} \quad (4.7a)$$

$$\nu = \frac{\sin(2P)\sin(2\psi)\cos(\Delta)}{(1 - \cos(2P)\cos(2\psi))} \quad (4.7b)$$

$$q = 1 + \sin(2\psi_c)\cos(\Delta_c) \quad (4.7c)$$

$$\begin{aligned} r &= \text{sen}(2\psi_c) \text{sen}(\Delta_c) \\ s &= \cos(2\psi_c) \end{aligned} \quad (4.7e)$$

q , r e s são os chamados "parâmetros de defeitos" do compensador os quais, no caso ideal, valem: $q = 1$, $r = 1$, $s = 0$, ψ , Δ já foram definidos no capítulo 3.

As expressões (4.6) são válidas na hipótese de termos polarizador e analisador ideais (sem elipsidades residuais).

As funções μ, ν têm uma forma particularmente simples quando $P = 45$ ou $P = \psi$.

No caso de o compensador não ser ideal, os parâmetros de defeitos (q, r, s) podem ser determinados utilizando-se a configuração, PCA, (ou seja: polarizador, compensador e analisador alinhados, isto é, sem a amostra) e fazendo-se $\mu = \cos(2P)$; $\nu = \text{sen}(2P)$; $\Delta = 0$.

Uma vez determinados esses parâmetros, os coeficientes (a_4, b_4) medidos na configuração, PSCA, (fig. 4.2) nos permitem a determinação dos valores de μ e ν , e portanto de $\text{Cos}(2\psi)$ e $\text{Cos}(\Delta)$. Consequentemente ψ e Δ . Na verdade, os parâmetros elipsométricos (ψ, Δ) podem ser determinados de qualquer combinação possível dos quatro coeficientes (a_2, b_2, a_4, b_4).

Os coeficientes do segundo harmônico (a_2, b_2) em particular eliminam a ambiguidade na obtenção do sinal de Δ , presente no RAE. Além do mais, medimos $\cos(\Delta)$ e $\text{tg}(\Delta)$. Portanto, determinaremos Δ a partir da função tangente, o que dará maior precisão na inversão do arco. Os sinais da tangente e do cosse-

no nos darão o quadrante a que Δ pertence. A remoção da ambiguidade no sinal de Δ , presente no RAE e particularmente benéfica para medidas de ρ em amostras completamente desconhecidas.[36]

É necessário que nas equações (4.6), $P \neq \pm 90$, uma vez que, para $P = A \pm 90$, $\mu = 1$ e $\nu = 0$, portanto, ψ e Δ não poderão ser determinadas. Logo o instrumento é insensível nesta condição.

IV.1.3 - CONSTRUÇÃO DO ELIPSÔMETRO

O arranjo experimental compõe-se de quatro partes principais: Ótica, Mecânica, Eletrônica e Programas computacionais. (ver figura abaixo).

Fig. (4.3) - Esquema do elipsômetro fotométrico construído. L - laser (He-Ne), SC - sistema colimador, P - polarizador, S - amostra GP - gerador de pulsos, C - compensador, FM - fotomultiplicadora, CCT - conversor de corrente em tensão, M - multicanal.

IV.1.4 - PARTE ÓTICA

A parte ótica compõe-se de:

- a) Fonte de luz laser de (He-Ne) Spectra Physics (1.5mw)
- b) Sistema Colimador, composto de: (na sequência da propagação da luz) um pin-hole de $25\ \mu\text{m}$; uma lente ($f = 5\text{cm}$) outro pin-hole de $100\ \mu\text{m}$; uma objetiva de microscópio e por último uma lente ($f = 25\ \text{cm}$).
- c) Polarizador, tipo Polaróide, fixo em um goniômetro com precisão de $1'$ (um minuto) de arco.
- d) Amostra.
- e) Compensador girante de $\lambda/4$, para o laser de He-Ne ($\lambda = 6328\ \text{\AA}$).
- f) Analisador (polaizador fixo), tipo polaróide, montado em um goniômetro com 0.5° de precisão.

IV.1.5 - PARTE MECÂNICA

O laser de He-Ne está preso em um suporte especial, que permite o alinhamento do feixe de luz tanto verticalmente , como horizontalmente. O goniômetro que contém o polarizador está montado em uma mesa a qual permite o alinhamento do eixo de rotação do polarizador com o do feixe de luz.

A parte do elipsômetro constituída de fonte

de luz, sistema colimador e polarizador, é chamada de braço gerador de estado de polarização. Está montada em um trilho ótico adaptado a uma mesa goniométrica cujo eixo de rotação coincide com aquele do trilho, e nos permite fazer leituras angulares com uma precisão de 2' (dois minutos) de arco.

A figura abaixo mostra o porta-amostra utilizado .

Ele permite o ajuste da amostra de modo que o eixo de rotação do braço gerador de estado de polarização tangencie a superfície refletora da mesma. Esse porta-amostra está montado na mesa goniométrica referida anteriormente.

Fig. (4.4) - Porta Amostras.

(1) prendedor da amostra; (2) controle da verticalidade da mesma; (3) micrômetros de ajuste.

A parte do elipsômetro constituída pelo compensador girante, analisador e fotomultiplicadora, é chamada de braço de tetor, e foi montada em um trilho ótico fixo.

O compensador girante, foi adaptado coaxialmente a um tubo cilíndrico ôco suportado por mancais e acionado por um

motor síncrono que lhe permite desenvolver aproximadamente uma frequência de 30 Hz. Solidário ao mesmo está fixo um sistema gerador de pulsos, o qual será descrito posteriormente. Todo o sistema (motor, compensador e sistema gerador de pulsos) foi montado sobre uma pequena mesa que permite o alinhamento do eixo de rotação do compensador com aquele, do feixe de luz.

IV.1.6 - ELETRÔNICA

A parte eletrônica é composta de:

- 1) Sistema gerador de pulsos
- 2) Fotomultiplicadora e conversor de corrente em tensão
- 3) Multicanal
- 4) Computador .

- 1) Sistema gerador de pulso.

Este sistema está esquematizado nas figuras (4-5) (mostradas abaixo). Contém uma placa circular de fotolito, solidária ao compensador girante, gravada com 256 "dentes", igualmente espaçados, sendo um deles mais comprido (ver figura (4.5b) os quais geram 256 pulsos além de um pulso de sincronismo para cada volta, permitindo assim a digitalização do sinal analógico detectado. O fotolito é mantido entre duas placas circulares de alumínio ($\phi = 11$ cm) para lhe garantir maior rigidez.

Fig. (4.5a) - Sistema gerador de pulsos;

1) lâmpada; 2) fenda; 3) placa de fotolito;
 4) fototransistor - MRO - 14B
 5) circuito integrado 7413 "Schmit Trigger".

Fig. (4.5b) - Placa de fotolito:

$\phi = 13 \text{ cm}$ e 0.2 mm de espessura.

2) Fotomultiplicadora e conversor de corrente em tensão

O sistema detector é constituído de uma fotomultiplicadora do tipo S20 (EMI 9558) e de um conversor de corrente em tensão, esquematizados abaixo:

Fig. (4.6) - Sistema detector:

K - catodo; A - anodo; Ra - Resistência de anodo ($R_a = 100k\Omega$).

O sinal analógico detectado após passar pelo conversor de corrente em tensão chega ao multicanal PAR (MODEL 4202, SIGNAL AVERAGER), o qual se comunica com um computador VAX-11/780.

IV.1.7 - PARTE COMPUTACIONAL

O programa necessário à calibração do instrumento (determinação do azimuth inicial C_0 do compensador girante) e aqueles para os cálculos dos parâmetros elipsométricos (ψ, Δ), consequentemente as constantes dielétricas da amostra, e dos parâmetros (θ, ϵ) que descreve o estado de polarização da luz

estão mostrados no Apêndice 4.

IV.2 - AQUISIÇÃO DE DADOS

O procedimento da aquisição de dados está esquematizado nas figuras (4-7).

Fig. (4.7a) - Sistema de aquisição de dados

M - multicanal; C - azimute do eixo rápido do compensador girante.

Fig. (4.7b) - Procedimento de aquisição

a - sequência de pulsos de referência;
 b - sequência de pulsos para o Trigger;
 d - espaço percorrido pelo eixo rápido do compensador durante a aquisição.
 "hold time"

O sinal analógico detectado chega ao multicanal , sendo a seguir digitalizado e armazenado em 256 posições de memória do multicanal do seguinte modo:

- 1) A cada pulso de subida da sequência b (figura 4.7b) o multicanal fica habilitado a armazenar dados a partir de sua primeira posição de memória (sweep reset).
- 2) Na mesma sequência (b) as descidas dos pulsos dispara o multicanal (Trigger). Isto é, os dados passam a ser adquiridos e sucessivamente armazenados à medida que os pulsos da sequência de referência chegam ao multicanal). De modo que os dados adquiridos possam ser obtidos de uma única, ou de uma média de várias rotações do compensador, minimizando-se assim, o ruído. Como temos 256 pulsos durante uma volta, temos portanto uma voltagem armazenada a cada $32/45$ de grau de rotação do eixo rápido do compensador.

O compensador gira com uma velocidade constante de 30 Hz, sendo portanto, a duração de cada pulso de aproximadamente 65 μ s, e o tempo de aquisição do multicanal (hold time) de 5 ns. Portanto, o compensador gira um ângulo de ~ 0.02 segundo de arco, durante aquisição e a voltagem adquirida, é uma média neste intervalo, ou seja, ^{medida} instantânea.

IV.3 - ALINHAMENTO E CALIBRAÇÃO

IV.3.1 - INSTRUMENTO UTILIZADO COMO POLARÍMETRO

IV.3.1.1 - Alinhamento Ótico

Uma vez colimado o feixe de luz, e com os braços gerador e detetor de estados de polarização alinhados, fizemos com que aquele feixe interceptasse, normalmente, o eixo de rotação do braço gerador de estados de polarização. Isto foi feito com a ajuda de um pino de pequeno diâmetro montado no eixo de rotação da mesa goniométrica. Também fizemos com que os eixos de rotações do polarizador, compensador, e analisador coincidissem com o, do feixe de luz.

IV.3.1.2 - Calibração

Entende-se aqui por calibração, a determinação dos azimutes iniciais dos elementos óticos. Para este fim, a seguinte rotina foi seguida:

- a) Inicialmente, removendo-se o compensador, cruzamos o polarizador com o analisador, procurando-se o melhor dos mínimos da intensidade detectada. Para isto aumentou-se a voltagem na fotomultiplicadora. Este procedimento foi repetido para um número suficiente de vezes, de modo a detectar um erro máximo de 1' (um minuto) de arco para o azimute inicial do

polarizador.

Poderíamos ter realizado pares de medidas, com mesma intensidade detectada posicionando-se o polarizador à direita e à esquerda do mínimo encontrando-se assim, o azimuth médio (P_0) como mostra a figura abaixo:

Fig. (4.8) - Procedimento de como obter o polarizador e analisador cruzados.

Como o laser gera luz parcialmente polarizada, este último procedimento não pode ser utilizado (a menos que previamente, polarizássemos circularmente a luz gerada pelo laser com uma lâmina defasadora de $\lambda/4$). Caso utilizássemos o procedimento acima o valor de P_0 sairia deslocado.

b) A seguir, fixamos a lâmina de $\lambda/4$ (compensador girante) ao sistema, de tal modo que o pulso de sincronismo acontecesse quando o seu eixo rápido coincidisse com o eixo X do sistema de referência de laboratório, ou estivesse próximo dele.

As determinações do azimuth inicial, C_0 , do eixo rápido do compensador girante foi feito de acordo com o seguinte procedimento.

Substituindo-se C por $C - C_0$ na equação (4.6a), ob -
tém-se:

$$I(C - C_0) = A_0 (1 + \alpha_2 \cos(2C) + \beta_2 \sin(2C) + \alpha_4 \cos(4C) + \beta_4 \sin(4C)) \quad (4.10a)$$

Onde os novos coeficientes de Fourier são:

$$\alpha_2 = a_2 \cos(2C_0) - b_2 \sin(2C_0) \quad (4.10b)$$

$$\beta_2 = b_2 \cos(2C_0) + a_2 \sin(2C_0) \quad (4.10c)$$

$$\alpha_4 = a_4 \cos(4C_0) - b_4 \sin(4C_0) \quad (4.10d)$$

$$\beta_4 = b_4 \cos(4C_0) + a_4 \sin(4C_0) \quad (4.10e)$$

Se $C_0 = 0$, teremos:

$$\alpha_2 = a_2; \quad \beta_2 = b_2; \quad \alpha_4 = a_4 \quad e \quad \beta_4 = b_4$$

Dividindo-se a equação (4.10b) por (4.10c), tem-se:

$$\operatorname{tg}(2C_0) = \frac{a_2 - K b_2}{K a_2 + b_2}, \quad K = \frac{\alpha_2}{\beta_2} \quad (4.11)$$

Esta expressão deve ser utilizada de preferência quando o estado de polarização da luz for circular ($\epsilon = \pm 45$). No caso particular de $\epsilon = 0$ (polarização linear), $a_2 = b_2 = 0$ (ver equação (4.2)), e, conseqüentemente, a equação (4.11) não permitirá a determinação de C_0 .

Por outro lado, dividindo-se as duas últimas equações (4.10) obtém-se:

$$\operatorname{tg}(4C_0) = \frac{a_4 - F b_4}{F a_4 + b_4}, \quad F = \frac{\alpha_4}{\beta_4} \quad (4.12)$$

A equação (4.12) é útil desde que $\epsilon \neq \pm 45$. Já que nesta condição $a_4 = b_4 = 0$, (ver equação (4.2)) e Co fica indeterminado. Ao contrário da situação anterior, é preferível um estado de polarização linear para o cálculo de Co .

Uma vez determinado o valor de Co por um dos processos (ou ambos) descrito acima o seu valor é usado como um dado de entrada nos programas computacionais para os cálculos dos coeficientes de Fourier normalizados nos quais estão embutidos os parâmetros físicos de interesse.

Finalmente, ao realizar-se uma experiência, dois procedimentos experimentais devem ser ainda observados:

- a) Medirem-se as intensidades, $I(Ci)$, de fundo (com a fonte de luz obstruída), cujos valores serão subtraídos daqueles obtidos durante a referida experiência. [16]
- b) Verificação da existência de harmônicos ímpares, já que os mesmos não são esperados teoricamente. Suas existências indicam problemas tais como: prováveis erros de alinhamento nos sistemas óticos, principalmente do compensador girante, não linearidade na resposta da FM etc...

IV.3.2 - INSTRUMENTO USADO COMO ELIPSÔMETRO

Neste caso, o arranjo experimental é mostrado na figura (4.2), e o procedimento de alinhamento ótico do sistema

e a definição dos azimutes (calibração), foram feitos de modo similar ao caso anterior. Com o acréscimo da amostra, o eixo X do sistema de referência foi considerado estar contido no plano de incidência. Aqui fizemos o seguinte procedimento:

- a) Alinhamento ótico, como descrito anteriormente: para isto, montamos um diafragma (na entrada da fotomultiplicadora) com uma pupila de 0.2 mm de diâmetro pela qual passava o feixe de luz. Este procedimento permite a posterior leitura do ângulo de incidência.
- b) Na configuração direta, isto é, na ausência da amostra e do compensador, como anteriormente, posicionamos o polarizador e o analisador de modo que seus eixos de transmissão ficassem, respectivamente, perpendicular e contido no plano de incidência.
- c) Giramos a seguir o braço gerador de estados de polarização, de modo a se obter o ângulo de incidência, ϕ_0 , desejado. E, com o porta amostra, fizemos com que a luz refletida novamente passasse pela pupila do diafragma com intensidade máxima detectada. A seguir, pequenos ajustes no polarizador e analisador foram feitos para que seus eixos de transmissão ficassem respectivamente perpendicular e contido no plano de incidência. Para isto, procuramos novamente o mínimo dos mínimos das intensidades, fazendo pequenos movimentos com o polarizador mantendo-se o analisador fixo e vice-versa. A seguir, o polarizador é posicionado no azimute desejado.

d) Os outros procedimentos são similares àqueles descritos anteriormente.

IV.4. PRECISÃO DO INSTRUMENTO

De um modo simples, podemos dizer que os erros que limitam a precisão de uma medida elipsométrica têm duas origens:

a) Erros sistemáticos - que podem ter as seguintes origens:

1. Erros de alinhamento dos elementos óticos do instrumento.
2. Erros na determinação dos azimutes iniciais dos diversos elementos óticos (polarizador, analisador e compensador).
3. Elementos óticos não ideais como supostos.
4. Valores incorretos de constante óticas, tais como: comprimento de onda, λ , utilizado; índices de refração; ângulo de incidência da luz; etc.

Esses erros se propagam no cálculo das grandezas físicas desejadas, como indica o diagrama de bloco a seguir:-

Neste trabalho, não fizemos uma análise quantitativa da propagação dos diversos erros sistemáticos.

b) Erros Fortuitos

São devidas às flutuações inerentes ao próprio sistema, e sobre as quais não temos controle, que se propagam segundo o mesmo esquema anterior. Estes erros limitam o poder de resolução das medidas dos parâmetros elipsométricos ψ e Δ . Ou seja, os erros fortuitos, δa_2 , δb_2 , δa_4 , δb_4 , presente nos coeficientes de Fourier medidos, se propagam nos parâmetros elipsométricos, ψ e Δ , gerando erros $\delta\psi$ e $\delta\Delta$. O poder de resolução (ou sensibilidade relativa) do instrumento, pode, de um modo simples, ser quantificado através do jacobiano, J , (ou jacobianos), que relacionam os pares de coeficientes de Fourier (utilizados na determinação de ψ, Δ) com ψ, Δ .

Este jacobiano é dado pela expressão;

$$J = \frac{\gamma(\psi, \Delta)}{\gamma(a, b)} \quad (4.13)$$

Onde (a, b) representa um par de coeficiente de Fourier (a_2, b_2, a_4, b_4) através do qual pode-se calcular ψ, Δ .

J pode ser interpretado como o fator de escala que relaciona os elementos de área na transformação $(a, b) \rightarrow (\psi, \Delta)$ como ilustra a figura abaixo:

Fig. (4.9) - Transformação do elemento de área pelo Jacobiano.

Na verdade, o que melhor expressa o fator de escala, é $\sqrt{|J|}$, ou seja: a razão das diagonais dos elementos de área (indicado na figura anterior).

Analisaremos a seguir, o poder de resolução de nosso instrumento (RCFAE) comparando-o com aquele do RAE [37]. Graficamos $\sqrt{|J|}$, para alguns jacobianos calculados, já que existem várias possibilidades de determinarmos (ψ, Δ) a partir das equações que relacionam a_2, b_2, a_4, b_4 com ψ e Δ .

Os jacobianos analisados foram:

$$a) J_1 = \frac{\partial(\psi, \Delta)}{\partial(a_4, b_4)} \quad (4.14)$$

As derivadas parciais de ψ, Δ em relação a a_4 e b_4 são mais facilmente obtidas através das funções μ, ν como indicado a seguir. Além disso, usamos as propriedades:

$$\frac{\partial(u, w)}{\partial(x, y)} = \left(\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, w)} \right)^{-1} \quad e \quad (4.15a)$$

$$\left(\frac{\partial(x, y)}{\partial(s, t)} \right)^{-1} = \left(\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, w)} \cdot \frac{\partial(u, w)}{\partial(s, t)} \right)^{-1} = \left(\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, w)} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{\partial(u, w)}{\partial(s, t)} \right)^{-1} \quad (4.15b)$$

Portanto

$$J_1 = \left(\frac{\partial(a_4, b_4)}{\partial(\mu, \nu)} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{\partial(\mu, \nu)}{\partial(\psi, \Delta)} \right)^{-1} \quad (4.15c)$$

Assim,

$$J_1 = \frac{d^3 u^3}{4 \sin^2(2P) \sin^2(2\psi) \sin(\Delta)} \quad (4.16)$$

Onde

$$d = 2v \sin 2A + \mu \cos 2A$$

$$u = 1 - \cos 2P \cos 2\psi$$

Observe-se que para $P = 0$ ou 90 , $J = \infty$. Isto significa que a determinação de ψ e Δ para estes valores de P torna-se impossível; ou seja, os erros δa_4 e δb_4 (por mínimos que sejam) provocam erros, $\delta\psi$ e $\delta\Delta$ infinitamente grandes em ψ e Δ .

$$b) \quad J_2 = \frac{\partial(\psi, \Delta)}{\partial(b_4, b_2)} = \left(\frac{\partial(b_4, b_2)}{\partial(\psi, \Delta)} \right)^{-1} \quad (4.17a)$$

Para o caso particular de $A = 0$ e $P = \pm 45$

$$J_2 = \frac{d^3}{4(\sin(4\psi) - \sin(2\psi))}, \quad d = 2 - \cos(2\psi) \quad (4.17b)$$

$$c) \quad J_3 = \frac{\partial(\psi, \Delta)}{\partial(a_4, b_2)} = \left(\frac{\partial(a_4, b_2)}{\partial(\psi, \Delta)} \right)^{-1} \quad (4.18a)$$

Para $A = 0$ e $P = \pm 45$ temos:

$$J_3 = \frac{d^3}{8\sin^2(2\psi)\cos(\Delta)}, \quad d = 2 - \cos 2\psi \quad (4.18b)$$

A seguir, faremos uma análise comparativa da incerteza relativa do RAE [37] e aquelas deduzidas por nós para o RCFAE.

As figuras (4.10) mostram como a incerteza relativa depende da espessura e da espécie do filme. Nestas figuras ψ, Δ foram medidos com o RAE [7], e como o sinal detectado

por este, possui apenas dois coeficientes de Fourier (a_2 e b_2)

o jacobiano é dado por:

$$J = \frac{\gamma(\psi, \Delta)}{\gamma(a_2, b_2)} = \frac{-1}{2\sin^2(2\psi)\sin(\Delta)} \quad (4.19)$$

Os valores de ψ e Δ para as curvas graficadas abaixo foram obtidos com: $\phi_0 = 70^\circ$, $\lambda = 6328 \text{ \AA}$.

Fig. (4.10a) - $\sqrt{|J|}$ (equação (4.19) contra espessura (d)

(a, b e c) referem-se a filmes de:

a) SiO_2 , $n = 1.457$

b) Si_3N_4 , $n = 1.98$

c) filme de $\text{Si}_3\text{N}_4\text{-SiO}_2$, dupla camada
 $d_1 = d_2$.

O valor de 1.4 para $\sqrt{J}$ delimita a região de operação do aparelho.

Fig. (4.10b) - $\sqrt{J}$ contra espessuras de filmes para para o RAE com a introdução de um compensador de $\lambda/4$ com o eixo rápido (f) a 90° do plano de incidência e $P = 12^\circ$, a) filme de SiO_2 ; b) Si_3N_4

A fim de analisarmos o comportamento dos três jacobianos J_1 , J_2 e J_3 , determinados anteriormente para o RCFAE em função da espessura de filmes, obtivemos primeiramente os valores de (ψ, Δ) a partir das figuras (4.11a) [37] e (4.11) [35], calculando o valor da espessura (d) pela expressão: (ver cap. 3).

$$d = \frac{\beta \lambda}{360} (n_1^2 - n_o^2 \sin^2(\phi_o))^{-1/2} \quad (4.20)$$

Fig. (4.11a) - ψ , Δ em função do índice de refração e espessura de filmes para sistema ar-filme-silício.

As espessuras crescem segundo indicam as setas. Ângulo de incidência $\phi_0 = 70^\circ$; $\lambda = 5461 \text{ \AA}$, $n_{\text{si}} = 4.05 - i0.028$, As espessuras são calculadas através do parâmetro β , marcado a cada 20° .

Fig. (4.11b) - ψ , Δ em função do índice de refração e espessura de filmes para o sistema ar-filme-silício

$n_{\text{si}} = 4.05 - i0.028$, $\phi_0 = 70$,
 $\lambda = 5461 \text{ \AA}$. As espessuras são calculadas através do parâmetro β marcado a cada 20° .

Os gráficos nas figuras (4.12a,b,c) mostram a sensibilidade relativa para medidas de espessuras de filmes com o RCFAE, para o caso particular dos três jacobianos (J_1 , J_2 , J_3) determinados anteriormente.

Fig. (4.12a) - $\sqrt{J_1}$ versus d , $n = 14.75$ (a) $A=P=+45$;
(b) $A = 0$ e $P = \pm 45$.

Da figura acima, vê-se que o elipsômetro será mais sensível quando $A = 0$.

As figuras (4.12b,c) referem-se a filmes com índices de refração $n = 1.475$ e 2.5 respectivamente, para o caso particular de $A = 0$ e $P = \pm 45$.

Fig. (4.12b) - Filme com $n=1.475$
(a), (b) e (c) referem-se aos jacobianos J_1 , J_2 e J_3 .

Fig. (4.12c) - Filme com $n=2.5$
(a), (b) e (c) referem-se aos jacobianos J_1 , J_2 e J_3 .

Na figura (4.12b), vemos que, para o caso especial de filmes com $n = 1.475$, nenhuma das três possibilidades analisadas anteriormente, (para a determinação de ψ, Δ) é adequada para medidas de espessuras de filmes entre 900 e 1200°A . Isto não significa que o instrumento seja insensível nesta região, já que podemos trabalhar com outros conjuntos de equações envolvendo outras combinações de coeficientes de Fourier que nos permitem determinar ψ e Δ . Enquanto que, para o caso de filmes com $n = 2.5$ (figura (4.12c), as três possibilidades analisadas são suficientes para determinarem-se os parâmetros elipsométricos, com boa sensibilidade para qualquer espessura deste filme. Desta maneira, poderemos medir espessuras de filmes em crescimento sem necessidade de alterar a configuração do instrumento (ao contrário do RAE), já que poderemos, através do próprio programa de cálculo, escolher a combinação de coeficientes de Fourier mais adequada para a obtenção de ψ, Δ .

CAPÍTULO V

ELIPSÔMETRO EM OPERAÇÃO

Para verificar-se o desempenho do instrumento construído, as seguintes experiências foram desenvolvidas:

V.1 - MEDIDA DE ESTADOS DE POLARIZAÇÕES, DE UM FEIXE DE LUZ, PREVIAMENTE GERADOS

Primeiramente os estados de polarização foram gerados, fazendo-se incidir um feixe de luz linearmente polarizada em uma lâmina defasadora de $\lambda/4$ (HALLE), acromática na região do visível.

Foram gerados os seguintes estados de polarização com $\theta = 0$:

1) $\epsilon = 0$; 2) $\epsilon = 22.5$; 3) $\epsilon = 45$; 4) $\epsilon = -45$; 5) $\epsilon = -22.5$

A figura (5.1a) mostra as intensidades detectadas, $I(C)$, para os cinco estados de polarização gerados a partir dos quais, os respectivos valores de θ , ϵ foram calculados. Para efeito de comparação, mostramos na figura (5.1b), os gráficos de $I(C)$ obtidos da referência [4] correspondente aos mesmos estados de polarização anteriores.

Fig. (5.1a)

Fig. 1b

Fig. (5.1b)

Tabela dos valores de ϵ medidos e gerados com $\theta=0$

Símbolo	Medida	Gerado	Erro*
0	$.40^\circ$	0.00°	$.4^\circ$
x	$-21,92^\circ$	$-22,5^\circ$	$.58^\circ$
*	$22,37^\circ$	$22,5^\circ$	$.13^\circ$
3	$-44,78^\circ$	$-45,0^\circ$	$.22^\circ$
5	$44,73^\circ$	$45,0^\circ$	$.27^\circ$

Tabela 5 - 1º resultado das medidas dos estados de polarização.

Como já dissemos no capítulo anterior, as figuras (5.1) acima, mostram claramente que os estados de polarização

são discerníveis..

As diferenças observadas entre os valores de ϵ , medido experimentalmente, e aqueles gerados, supõem-se que sejam devidas a erros sistemáticos oriundos, não somente do arranjo experimental utilizado, mas também de erros sistemáticos na geração dos estados de polarização.

V.1.1 - MEDIDA DA CONSTANTE DIELÉTRICA COMPLEXA

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon_1 - i\epsilon_2 \quad \underline{\text{DO OURO}}$$

Em primeiro lugar, a escolha do ouro deveu-se à não oxidação do mesmo, permitindo assim, que as medidas fossem feitas sem a necessidade de controle do meio ambiente. Em segundo lugar, devido à abundância de dados existentes na literatura.

A amostra foi obtida vaporizando-se ouro 1000 (99.999% de pureza), em substrato de vidro, a uma pressão de 10^{-6} mb. A fonte evaporadora estava aproximadamente a 60 cm de distância do substrato. Sendo a amostra submetida a um resfriamento rápido. A distância entre o substrato e a fonte evaporadora e o seu resfriamento são de muita importância, já que, se o substrato estiver muito perto da fonte, este irá aquecer-se e, ao ser esfriado, criará tensões no filme depositado (principalmente se o esfriamento for rápido ou brusco) devido à diferença existente entre os coeficientes de dilatação dos dois materiais.

Também é interessante que a evaporação seja rápida, para que a contaminação do filme pela atmosfera da câmera seja mínima.

O filme de ouro utilizado em nossa experiência era opaco e portanto, com espessura muito maior que a penetração da onda de luz, podendo-se assim, admitir ser sua espessura infinita, ou seja: temos um sistema bifásico, ar-ouro já tratado no Capítulo III. A constante dielétrica $\hat{\epsilon} = \epsilon_1 - i\epsilon_2$ é obtida nas expressões (3.8), Capítulo III:

$$\epsilon_1 = \sin^2(\phi_o) + \sin^2(\phi_o) \operatorname{tg}^2(\phi_o) \frac{\cos^2(2\psi) - \sin^2(2\psi) \sin^2(\Delta)}{(1 + \sin(2\psi) \cos(\Delta))^2} \quad (5.1)$$

e

$$\epsilon_2 = \sin^2(\phi_o) \operatorname{tg}^2(\phi_o) \frac{\sin(4\psi) \sin(\Delta)}{(1 + \sin(2\psi) \cos(\Delta))^2}$$

Resumimos no quadro a seguir, os valores utilizados para λ , ϕ e P , e aqueles experimentalmente medidos para ψ , Δ , ϵ_1 e ϵ_2 .

λ	ϕ	P	ψ	Δ	ϵ_1	ϵ_2
6328 Å	70°	30°	42,16°	96,01°	-9,45	2,09
	75°	47°	41,98	88,05°	-9,36	2,03

A escolha do ângulo de incidência, $\phi = 70$, se deveu a estar ele próximo do ângulo de Brewster, o que dá maior sensibilidade para as medidas de ψ e Δ [38]. O azimuth do polarizador foi fixado em 30 e 47, já que, para $P = 0$ ou 90, o instrumento é insensível para medir ψ , Δ como mostrado anteriormente.

As figuras abaixo mostram a comparação dos nossos resultados com as medidas obtidas pelos autores das referências [39,16] . O elisômetro utilizado pela referência foi o de analisador girante.

Fig. (5.2) - Os ângulos ψ , Δ são graficados versus ângulo de incidência ϕ_0 , para uma interface ar-ouro; $\lambda = 5461 \text{ \AA}$,
 $n_{\text{au}} = 0.35 - i2.45$.

Os pontos marcados por Δ são os resultados medidos por nós, com $\lambda = 6328 \text{ \AA}$ e $\phi = 70$ e 75 , sendo que o gráfico foi obtido com $\lambda = 5461 \text{ \AA}$, portanto, não podemos concluir nada deste gráfico.

10

Fig. (5.3) - Medida da constante dielétrica complexa do ouro versus energia.

O gráfico representado por linha cheia (—) representa medidas para uma amostra cujo substrato se encontrava a mais de 15 cm da fonte de evaporação, e cujo resfriamento foi feito lentamente. Enquanto os pontos indicados por $\circ$ e $\square$ correspondem as amostras cujos substratos se encontravam a 8 e 5 cm respectivamente da fonte evaporadora e submetidas a um resfriamento brusco.

Os pontos marcados por Δ representam as nossas medidas. Portanto, vimos que os nossos resultados das medidas de ξ_1 e ξ_2 concordam muito bem, com os da referência 16.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES

Comparando-se os nossos resultados experimentais com aqueles obtidos por outros autores, observamos que o nosso aparelho funciona bem.

- 1) Como polarímetro, as experiências realizadas mostraram que o instrumento é capaz de determinar sem ambiguidade o estado de polarização de um feixe de luz, com boa precisão. Observa-se também que a intensidade detectada $I(C)$ está de acordo com o que é previsto, teoricamente pelas equações (4-2) (fig.5.1b).
- 2) Como elipsômetro, as nossas medidas são compatíveis com os resultados obtidos pelos autores das referências [39,16] como mostram as figuras (5.2,3).

A análise feita para a sensibilidade relativa (poder de resolução) mostra que a operação do RCFAE torna-se simples e prática para caracterizar qualquer espessura de filmes finos. Sem a necessidade de alterar-se sua configuração, bastando para isso, escolher adequadamente a combinação dos coeficientes de Fourier que melhor determinem os parâmetros (ψ, Δ) no próprio programa de cálculo. Ou seja, não possui o problema da sensibilidade para medidas de filmes abaixo de $300\text{\AA}$, que aparece no RAE. Isto

é muito importante no caso do estudo de filmes em crescimento ,
ao contrário do RAE, que necessita alterar sua configuração para
medidas de filmes de pequena espessura.

CAPÍTULO VII

SUGESTÕES

- 1) Construção de um protótipo com melhor acabamento mecânico.
- 2) Uso de polarizadores de melhor qualidade que permitam razões de extinções da ordem de 10^{-5} ou melhor.
- 3) Automatização do instrumento utilizando um microcomputador com programas que facilitem o alinhamento ótico e calibração do sistema.
- 4) Análise de propagação de erros sistemáticos.
- 5) Verificação completa do desempenho (poder de resolução) do instrumento em medidas de filmes finos.

APÊNDICE I

Tabela 1 [40]

Vetores de Stokes e de Jones para várias formas de luz polarizada.

Primeiramente vamos dar a equivalência dos parâmetros definidos aqui (na tabela) com os utilizados no texto. α e $\lambda = \theta$, I, M, C, e S_0 são respectivamente os parâmetros de Stokes S_0, S_1, S_2, S_3 ; $A_x, A_y = E_x, E_y$ respectivamente; $\gamma = \delta_x - \delta_y$; $w = \epsilon$; $R = \arctg(E_x^0/E_y^0)$; Somente em alguns casos, R é igual a (θ) ; por exemplo: a) Quando a elipse é magra; b) θ na vizinhança de ± 45 .

Polarization form					Normalized Stokes vector,				Jones vector	
Sectional pattern	α (deg)	b/a	A_y/A_x	γ (deg)	$\{I, M, C, S\}$	Standard normalized	Full
0	0	0	—	$\{1, 1, 0, 0\}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} A_x e^{i\epsilon_x} \\ 0 \end{bmatrix}$
90	0	∞	—	$\{1, -1, 0, 0\}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ A_y e^{i\epsilon_y} \end{bmatrix}$
45	0	1	0	$\{1, 0, 1, 0\}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} A_x e^{i\epsilon_x} \\ A_x e^{i\epsilon_x} \end{bmatrix}$
-45	0	1	± 180	$\{1, 0, -1, 0\}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} A_x e^{i\epsilon_x} \\ -A_x e^{i\epsilon_x} \end{bmatrix}$			
General	linear	0	Any positive number	0 or ± 180	$\{1, \cos 2\alpha, \sin 2\alpha, 0\}$	$\begin{bmatrix} \cos R \\ \pm \sin R \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} A_x e^{i\epsilon_x} \\ \pm A_y e^{i\epsilon_y} \end{bmatrix}$
—	1, R	1	90	$\{1, 0, 0, 1\}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} -i \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} A_x e^{i\epsilon_x} \\ A_x e^{i(\epsilon_x + \pi/2)} \end{bmatrix}$
—	1, L	1	-90	$\{1, 0, 0, -1\}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} i \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} A_x e^{i\epsilon_x} \\ A_x e^{i(\epsilon_x - \pi/2)} \end{bmatrix}$
0	$\frac{1}{2}, R$	$\frac{1}{2}$	90	$\{1, 0.6, 0, 0.8\}$	$\frac{2\sqrt{5}}{5} \begin{bmatrix} -i \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} A_x e^{i\epsilon_x} \\ \frac{1}{2} A_x e^{i(\epsilon_x + \frac{\pi}{2})} \end{bmatrix}$
90	$\frac{1}{2}, R$	2	90	$\{1, -0.6, 0, 0.8\}$	$\frac{2\sqrt{5}}{5} \begin{bmatrix} -i \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} A_x e^{i\epsilon_x} \\ 2 A_x e^{i(\epsilon_x + \frac{\pi}{2})} \end{bmatrix}$
22.5	0.318, 0.518 R		45	$\left\{1, \sqrt{\frac{1}{3}}, \sqrt{\frac{1}{3}}, \sqrt{\frac{1}{3}}\right\}$	$0.325 \begin{bmatrix} 2.73 \\ 1+i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} A_x e^{i\epsilon_x} \\ 0.518 A_x e^{i(\epsilon_x + \frac{\pi}{4})} \end{bmatrix}$			
General elliptical					$\begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\omega \cos 2\lambda \\ \cos 2\omega \sin 2\lambda \\ \sin 2\omega \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (\cos R) e^{-i\frac{\gamma}{2}} \\ (\sin R) e^{i\frac{\gamma}{2}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} A_x e^{i\epsilon_x} \\ A_y e^{i\epsilon_y} \end{bmatrix}$			
General elliptical, partially polarized					$\frac{1}{\langle a_x^2 + a_y^2 \rangle} \begin{bmatrix} \langle a_x^2 + a_y^2 \rangle \\ \langle a_x^2 - a_y^2 \rangle \\ \langle 2a_x a_y \cos \gamma \rangle \\ \langle 2a_x a_y \sin \gamma \rangle \end{bmatrix}$	None	None			
Unpolarized					$\{1, 0, 0, 0\}$	None	None			

APÊNDICE 2 - Matrizes de Muller e de Jones, de alguns elementos ópticos, e seus respectivos sistemas de eixos.

Sistema

Matriz de Muller

Rotação

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(2\theta) & \sin(2\theta) & 0 \\ 0 & -\sin(2\theta) & \cos(2\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

polarizador linear homogêneo ideal

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

polarizador linear homog. com e eixo de passagem fazendo um ângulo com o eixo X

$$\begin{pmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ \cos 2\theta & \cos^2 2\theta & \cos 2\theta \sin 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \sin 2\theta & \sin^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$

retardador linear homogêneo de

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} e^{-i\pi/4} & 0 \\ 0 & e^{i\pi/4} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & s & 0 & 0 \\ s & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & r \\ 0 & 0 & -r & p \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \rho_c \end{pmatrix}$$

Onde:

ρ_c é a razão complexa do eixo lento para o rápido dos coeficientes de transmissão e $p = \sin(2\Psi_c)\cos(\delta_c)$, $r = \sin(2\Psi_c)\sin(\delta_c)$, $s = \cos(2\Psi_c)$.

As vezes, usa-se os parâmetros r , s e $q = 1 + p$ como sendo os parâmetros de defeitos de um compensador considerado ideal. Por exemplo: para o compensador de $\lambda/4$ ideal implica em: $\Psi_c = 45^\circ$ e $\delta_c = 90^\circ$, o que implica em: $q = 1$; $r = 1$; $s = 0$, e os valores medidos

para q, r e s diferentes destes são os erros introduzidos pelo com
pensador por ter sido considerado ideal

Superfície

isotrópica

e, que a

luz é obli-

quoamente

refletida

$$\begin{pmatrix} 1 & -\cos 2\psi \\ -\cos 2\psi & 1 \\ 0 & 0 & \sin 2\psi \cos \Delta & \sin 2\psi \sin \Delta \\ 0 & 0 & -\sin 2\psi \sin \Delta & \sin 2\psi \cos \Delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Onde: $\rho = \operatorname{tg}(\psi)e^{i\Delta}$ definido anteriormente

As referências 21,40 mostram como as matrizes de Jones e de Muller são encontradas, e também as matrizes de um grande núme
ro de matrizes de elementos óticos.

APÊNDICE 3

No caso de meios não totalmente dielétrico (semi-condutor ou metal) a reflectividade R_p não atinge o zero quando variamos o ângulo de incidência, mas um mínimo que depende do coeficiente de extinção. O ângulo de incidência que corresponde a este mínimo, é chamado de pseudo-ângulo de Brewster, enquanto que o ângulo de incidência em que as componentes p e s na reflexão estão defasados de 90° é denominado de ângulo principal ϕ_p . A diferença deste ângulo com o pseudo-ângulo de Brewster é muito pequena, menor que 1 na região do visível e tende a zero quando o coeficiente tende a zero. No ângulo principal, uma luz linearmente polarizada incidente segundo um azimute qualquer do plano de incidência, que não seja zero ou 90 , é refletida elipticamente polarizada com os eixos maior e menor da elipse de polarização alinhado com as direções p e s do plano de incidência.

DIMENSION LI(257),YP(257),YI(257),XP(257)
 INTEGER AI(256)

CHARACTER*5 YON

CALL FILNAM(4,'INPUT.DAT')

TYPE *,*FORNECA,NDATA,ANGAN,ANGCOM,TETA,INIC,IFIM*

READ(5,*) NDATA,ANGAN,ANGCOM,TETA,INIC,IFIM

NPT = IFIM-INIC+1

DO J=1,NDATA
 READ(4)AI(J)

END DO

DO J=1,NDATA
 CI(J) = ANGCOM+(((J-1)*45.)/32.)

END DO

AUX0 = 0.0

AUX2 = 0.0

AUX4 = 0.0

AUX6 = 0.0

AUX8 = 0.0

DO J = INIC,IFIM
 AUX0 = AUX0+ABS(AI(J))
 AUX2 = AUX2+ABS(AI(J))*COSD(2.*CI(J))
 AUX4 = AUX4+ABS(AI(J))*COSD(4.*CI(J))
 AUX6 = AUX6+ABS(AI(J))*SIND(2.*CI(J))
 AUX8 = AUX8+ABS(AI(J))*SIND(4.*CI(J))

END DO

AV = AUX4/NPT

YMAX = 0

DO I=INIC,IFIM
 YP(I)=ABS(AI(I))/AV
 YP(I)=FLOAT(I-1)/NDATA
 IF(YP(I).GT.YMAX) YMAX=YP(I)

END DO

YMAX = 1.2*YMAX

CALL E

CALL PLOTADAO(1,NDATA,XP,YP,0,YMAX)

S2A = SIND(2.*A)
 C2A = COSD(2.*A)
 C2AT = COSD(2.*(A+TETA))
 S2AT = SIND(2.*(A+TETA))

AX = AUX2/AUX6

F = AUX4/AUX8

TYPE *,*FORNECA,O VALOR DE QUI

READ (5,*) QUI

```

IF (C01.NE.4) THEN
  TG2C = (SPA+AK*CPA)/(AT+SPA-CPA)
  C01 = 0.5*ATAND(TG2C)
  TYPE *, 'C01 = ', C01
  END IF

```

```

IF (C01.NE.45) THEN
  TG4C = (CPAT-F*SPAT)/(F*CPAT+SPAT)
  C02 = 0.25*ATAND(TG4C)
  TYPE *, 'C02 = ', C02
  END IF
STOP
END

```

```

SUBROUTINE PLOTADAO(N,M,X,Y,IGR,YMAX)

```

```

  INTEGER*2 ISTAT
  DIMENSION X(1:M),Y(1:M)

```

```

  COMMON /STAT/ISTAT(16),XMOV,YMOV,XDIF,YDIF

```

```

  DATA ISTART/0/

```

```

  IGR=1
  IF (IGR.EQ.1) IGRF=0
  IF (IGR.EQ.0) IGRF=1
  IF (ISTART.EQ.1) GO TO 1

```

```

  ISTART=1

```

```

  CALL PLOT55(0,'SYS$OUTPUT',5,ISTAT)

```

```

  CALL PLOT55(2,1+2+16+32+64+128,,ISTAT)

```

```

  CALL PLOT55(9,0,0,ISTAT)
  CALL PLOT55(10,,,ISTAT)
  CALL PLOT55(7,0,0,ISTAT)
  CALL PLOT55(1,IGRF,,ISTAT)
  CALL PLOT55(4,1,0,ISTAT)
  CALL PLOT55(5,0,1,ISTAT)

```

```

  XDIF=X(0)

```

```

  DO 1=N,M

```

```

    IX = NINT(( X(I)/XDIF ) * 511.0 )
    IY = NINT(( Y(I)/YMAX ) * 229.0 )

```

```

    IF (IX.EQ.1000) GO TO 3
    IF (IX.GT.511) IX=511
    IF (IX.LT.0) IX=0
    IF (IY.GT.229) IY=229
    IF (IY.LT.0) IY=0

```

```

    IOLD= IX

```

```

    CALL PLOT55(3,IX,IY,ISTAT)

```

```

  END DO
  RETURN
END

```

```

!ASSIGN CHANNEL

```

```

!SET GRAF MODE AND CLEAR

```

```

!MOVE CURSOR 0,0

```

```

!ERASE SCREEN

```

```

!DEFINE ORIGIN

```

```

!SELECT GRAF

```

```

!SET VERTICAL LIN

```

```

!SET HORIZONTAL LINE

```

```

!***SC 31-MAR-1983

```

```

!***SC 16-JAN-1982

```

```

!***SC 16-JAN-1982

```

```

!***SC 16-JAN-1982

```

```

!***SC 16-JAN-1982

```

```

!PLOT GRAF

```

```
ROUTINE C
WRITE VT52(5)
INTEGER*2 ISTAT(15)
DATA V152/"33","133","77","62","154"/

CLOSE (5)

WRITE(5) V152
CALL PLOT55(0,"SYSSOUTPUT",5,ISTAT)
CALL PLOT55(2,1+512,512,ISTAT)
CALL PLOT55(9,4,0,ISTAT)
CALL PLOT55(14,,,ISTAT)

WRITE(5)155,"R",155,"J",155,"G"
CLOSE(5)
RETURN
END
```



```

DIMENSION CI(257),YP(257),YX(257),XP(257)
INTEGER AI(256)

```

```

CHARACTER*3      YDE

```

```

CALL FILNAM(4,'INPUT DATA')

```

```

TYPE *,*FORNECA,NDA1A,ANGAN,CW,ANGPOL,INIC,IFIM*

```

```

READ(5,*) NDA1A,ANGAN,CW,ANGPOL,INIC,IFIM

```

```

NPT = IFIM-INIC+1

```

```

DO I=1,NDA1A
    READ(4)AI(I)
    TYPE *,(AI(I)), I
END DO

```

```

DO I=1,NDA1A
    CI(I) = CW+((I-1)*45.)/32.
END DO

```

```

AUX0 = 0.0
AUX2 = 0.0
AUX4 = 0.0
AUX6 = 0.0
AUX8 = 0.0

```

```

DO J = INIC,IFIM
    AUX0 = AUX0+ABS(AI(J))
    AUX2 = AUX2+ABS(AI(J))*COSD(2.*CI(J))
    AUX4 = AUX4+ABS(AI(J))*COSD(4.*CI(J))
    AUX6 = AUX6+ABS(AI(J))*SIND(2.*CI(J))
    AUX8 = AUX8+ABS(AI(J))*SIND(4.*CI(J))
END DO

```

```

AM = AUX0/NPT

```

OS COEFICIENTES DE FOURIER AQUI, SAO NORMALISADOS

```

ALFA2 = (2.*AUX2)/(AUX0)
ALFA4 = (2.*AUX4)/(AUX0)
BETA2 = (2.*AUX6)/(AUX0)
BETA4 = (2.*AUX8)/(AUX0)

```

```

CP2 = COSD(2.*ANGPOL)
SP2 = SIND(2.*ANGPOL)

```

```

CP4 = COSD(2.*ANGAN)
SP4 = SIND(2.*ANGAN)

```

```

B4 = BETA4*COSD(4.*CW)-ALFA4*SIND(4.*CW)
A4 = (ALFA4+B4*SIND(4.*CW))/COSD(4.*CW)
B2 = BETA2*COSD(2.*CW)-ALFA2*SIND(2.*CW)
A2 = (ALFA2+B2*SIND(2.*CW))/COSD(2.*CW)

```

```

IF (A4,NE,0.0) THEN
    F = ATAND(B4/A4)/2.

```

$$AM11 = (B2 * A4) / (C2 * A2 - B2 * A4)$$

IF (AM11.NE.0.0) THEN

AN11 = AM11 * B4 / A4

TAPTEST = AN11 / AM11

PTEST = ATAND(TAPTEST) / 2.

TYPE *, 'PTEST = ', PTEST

END IF

END IF

IF (C2P.NE.0.0) THEN

ARCO11 = (P * A4) / (C2P * (1. - A4))

QU11 = ATAND(SQRT(ABS((1. / ARCO11 ** 2) - 1.))) / 2.

TYPE *, 'QU11 = ', QU11

IF (A4.NE.0.0) THEN

ARCO12 = (-C2P * B2) / (2. * A4)

QU12 = ATAND(ARCO12) / 2.

TYPE *, 'QU12 = ', QU12

END IF

END IF

IF (S2P.NE.0.0) THEN

IF (B4.NE.0.0) THEN

ARCO13 = -S2P * B2 / (2. * B4)

QU13 = ATAND(ARCO13) / 2.

TYPE *, 'QU13 = ', QU13

END IF

ARCO14 = -B2 * S2P / (S2P - B4 * C2P)

QU14 = ATAND(1. / (SQRT(ABS((1. / ARCO14 ** 2) - 1.)))) / 2.

TYPE *, 'QU14 = ', QU14

END IF

Z = B2 ** 2

Y = A4 ** 2 + B4 ** 2

ARCO16 = SQRT(Z / (4. * Y))

QU16 = ATAND(ARCO16) / 2.

TYPE *, 'QU16 = ', QU16

AX = 2. + COSD(2. * QU12) * COSD(2. * ANGPO1)

YMAX = 0

DO I = 1, N1C, IF10

YP(I) = AX * ABS(AI(I)) / AM

XP(I) = CI(I) / 180.

IF (YP(I) .GT. YMAX) YMAX = YP(I)

END DO

TYPE *, 'LIMPA A TELA?'

ACCEPT I1, YON

FORMAT(A)

IF (YON(1:1).EQ.'Y') CALL C

YMAX = 1.1 * YMAX

CALL C

CALL PLOTADAO(1, NDATA, XP, YP, 0, YMAX)

DO I = 1, NDATA

YP(I) = AX * (1. + ALFA2 * COSD(2. * CI(I)) + ALFA4 * COSD(4. * CI(I)) +

1 BETA2 * SIND(2. * CI(I)) + BETA4 * SIND(4. * CI(I)))

```
TYPE *, 'LIMPA A TELA?'
ACCEPT 11, YON
```

```
IF (YON(1:1).EQ.'Y') CALL C
```

```
CALL PLOTADAO(1, NDATA, XP, YP, 1, YMAX)
```

```
DO J = 1, NDATA
```

```
    YN(J) = AX*(1.+A2*COSD(2.*CI(J))+A4*COSD(4.*CI(1))+B2*
1    SIND(2.*CI(J))+B4*SIND(4.*CI(1)))
```

```
END DO
```

```
TYPE *, 'LIMPA A TELA?'
ACCEPT 11, YON
```

```
IF (YON(1:1).EQ.'Y') CALL C
```

```
CALL PLOTADAO(1, NDATA, XF, YN, 1, YMAX)
```

```
WRITE(2, 22) A0, ALFA2, ALFA4
```

```
WRITE(2, 23) ANGPOU, BETA2, BEIA4
```

```
WRITE(2, 24) A2, A4
```

```
WRITE(2, 25) B2, B4
```

```
WRITE(2, 27) ANI1, ANI2
```

```
WRITE(2, 28) QUI1, QUI2
```

```
WRITE(2, 29) QUI3, QUI4
```

```
FORMAT(5X, 'A0 = ', E14.7, 5X, 'ALFA2 = ', E14.7, 'ALFA4 = ', E14.7, /)
```

```
FORMAT(5X, 'ANGPOU = ', E14.7, 5X, 'BETA2 = ', E14.7,
```

```
15X, 'BEIA4 = ', E14.7, /)
```

```
FORMAT(5X, 'A2 = ', E14.7, 'A4 = ', E14.7, /)
```

```
FORMAT(19X, 'B2 = ', E14.7, 5X, 'B4 = ', E14.7, /)
```

```
FORMAT(19X, 'ANI1 = ', E14.7, 5X, 'ANI2 = ', E14.7, /)
```

```
FORMAT(19X, 'QUI1 = ', E14.7, 5X, 'QUI2 = ', E14.7, /)
```

```
FORMAT(19X, 'QUI3 = ', E14.7, 5X, 'QUI4 = ', E14.7, /)
```

```
STOP
```

```
END
```

```
SUBROUTINE PLOTADAO(N, N, X, Y, IGR, YMAX)
```

```
INTEGER*2 ISTAT
```

```
DIMENSION X(1:N), Y(1:N)
```

```
COMMON /STAT/ISTAT(16), XMNV, YMN, XDIF, YDIF
```

```
DATA ISTART/0/
```

```
IGRF=1
```

```
IF (IGR.EQ.1) IGRF=0
```

```
IF (IGR.EQ.0) IGRF=1
```

```
IF (ISTART.EQ.1) GO TO 1
```

```
ISTART=1
```

```
CALL PLOT55(0, 'SYS$OUTPUT', 5, ISTAT)
```

```
CALL PLOT55(2, 1+2+16+32+64+128, ISTAT)
```

```
! ASSIGN CHANNEL
```

```
! SET GRAF MODE AND CLEAR
```

```
CALL PLOT55(9, 0, 0, ISTAT)
```

```
CALL PLOT55(10, , , ISTAT)
```

```
! MOVE CURSOR 0,0
```

```
! ERASE SCREEN
```

```
CALL PLOT55(7,0,0,ISTAT)
CALL PLOT55(1,16RF,,ISTAT)
CALL PLOT55(4,1,0,ISTAT)
CALL PLOT55(5,0,1,ISTAT)
```

```
!DEFINE ORIGIN
!SELECT GRAF 113
!SET VERTICAL LIN
!SET HORIZONTAL LINE
```

```
X=IF=X(F)
```

```
!***SC 31-MAR-1983
```

```
DO I=1,N
```

```
IX = NINT(( X(I)/XDIF )*511.0 )
IY = NINT(( Y(I)/YMAX )*229.0 )
```

```
IF (IX.EQ.IGLD)GO TO 3
```

```
IF (IX.GT.511)IX=511
```

```
!***SC 16-JAN-1982
```

```
IF (IX.LT.0)IX=-
```

```
!***SC 16-JAN-1982
```

```
IF (IY.GT.229)IY=229
```

```
!***SC 16-JAN-1982
```

```
IF (IY.LT.0)IY=0
```

```
!***SC 16-JAN-1982
```

```
IGLD= IX
```

```
CALL PLOT55(3,IX,IY,ISTAT)
```

```
!PLOT GRAF
```

```
END DO
```

```
RETURN
```

```
END
```

```
SUBROUTINE C
```

```
BYTE V152(5)
```

```
INTEGER*2 ISTAT(16)
```

```
DATA V152/"33","133","77","62","154/
```

```
CLOSE (5)
```

```
WRITE(5) V152
```

```
CALL PLOT55(0,'SYS$OUTPUT',5,ISTAT)
```

```
CALL PLOT55(2,1+512,512,ISTAT)
```

```
CALL PLOT55(9,0,0,ISTAT)
```

```
CALL PLOT55(10,,,ISTAT)
```

```
WRITE(5)155,'H',155,'J',155,'G'
```

```
CLOSE(5)
```

```
RETURN
```

```
END
```

PROGRAMA PARA DETERMINAR PSI E DELTA E A CONSTANCE DIELETRICA COM
DE UMA AMOSTRA GASFASICA, CUJE OS DADOS SAO OBTIDOS POR MEIO DE UM
ELIPSOMETRO DE COMPENSADOR GIRANTE

COMENSION CI(256)
INTEGER AI(256)

CALL FILNAM(4,'INPUT DATA')

TYPE *,*(FORMECA,NDATA,ANGAN,ANGCOM,ANGPOL,FIM,INIC,IFIM)

READ(5,*) NDATA,ANGAN,ANGCOM,ANGPOL,FIM,INIC,IFIM

NPT = IFIM-INIC+1

DO I=INIC,IFIM
 READ(4)AI(I)
END DO

DO J=INIC,IFIM
 CI(I) = ANGCOM+(((I-1)*45.)/32.)
END DO

C0 = ANGCOM

AUX0 = 0.0
AUX2 = 0.0
AUX4 = 0.0
AUX6 = 0.0
AUX8 = 0.0

DO J = INIC,IFIM
 AUX0 = AUX0+(AI(J))
 AUX2 = AUX2+(AI(J))*COSD(2.*CI(J))
 AUX4 = AUX4+(AI(J))*COSD(4.*CI(J))
 AUX6 = AUX6+(AI(J))*SIND(2.*CI(J))
 AUX8 = AUX8+(AI(J))*SIND(4.*CI(J))
END DO

A0 = AUX0/NPT

OS COEFICIENTES DE FOURIER AQUI, SAO NORMALISADOS

ALFA2 = (2.*AUX2)/(AUX0)
ALFA4 = (2.*AUX4)/(AUX0)
BETA2 = (2.*AUX6)/(AUX0)
BETA4 = (2.*AUX8)/(AUX0)

C2P = COSD(2.*ANGPOL)
S2P = SIND(2.*ANGPOL)

C2A = COSD(2.*ANGAN)
S2A = SIND(2.*ANGAN)

A4 = BETA4*COSD(4.*C0)-ALFA4*SIND(4.*C0)
A4 = (ALFA4+40*SIND(4.*C0))/COSD(4.*C0)
A2 = BETA2*COSD(2.*C0)-ALFA2*SIND(2.*C0)
A2 = (ALFA2+20*SIND(2.*C0))/COSD(2.*C0)

```
IF (A4.NE.0.0) THEN
  P = ATAND(B4/A4)/2.
  TYPE *, 'P = ', P
```

```
  AM11 = (B2*A4)/(B4*A2-B2*A4)
  IF (AM11.NE.0.0) THEN
    AN11 = AM11*B4/A4
    TAPTEST = AN11/AM11
    PTEST = ATAND(TAPTEST)/2.
    TYPE *, 'PTEST = ', PTEST
```

```
  END IF
```

```
  END IF
```

```
  A = ATAND(-A2/B2)/2.
  TYPE *, 'A = ', A
  A1 = ATAND(-A1*A2/B2*A2)/2.
  TYPE *, 'A1 = ', A1
```

ADUI OS PARAMETROS AM11 E AN11 SO DEPENDE DE A4,
B4 E B, OU SEJA, PSI = PSI(A4,B4,Q) SOMENTE.

```
IF (ANGPOL.EQ.0.0.OR.ANGPOL.EQ.90) THEN
```

```
  TYPE *, 'DELTA E PSI NAO E DETERMINADO'
```

```
  GO TO 15
```

```
END IF
```

```
AN1 = (2.*A4)/(1.-A4)
AM1 = B4*(2.+AM1)
```

```
ARC2 = (AM1-C2P)/(AM1*C2P-1.)
```

```
TYPE *, 'ARC2 = ', ARC2
```

```
PS1 = ACOSD(ARC2)/2.
```

```
TYPE *, 'PS1 = ', PS1
```

```
COEL = (AM1*(1.-C2P*ARC2))/(S2P*SQRT(1.-ARC2**2))
```

```
TYPE *, 'COEL = ', COEL
```

```
DELTA1 = ACOSD(COEL)
```

```
TYPE *, 'DELTA1 = ', DELTA1
```

```
ARTDEL = (B2*(2.+AM1))/(2.*AM1)
```

```
TYPE *, 'ARTDEL = ', ARTDEL
```

```
DELTA2 = ATAND(ARTDEL)
```

```
TYPE *, 'DELTA2 = ', DELTA2
```

```
C4A = COSD(4.*ANGAN)
```

```
S4A = SIND(4.*ANGAN)
```

```
AN15 = (2.*(B4*C2A-A4*S2A))/(1.-A4*C4A-B4*S4A)
```

```
AM15 = (AN15*(C2A-B4*S2A)-2.*B4)/(B4*C2A-S2A)
```

```
AM16 = (AN15*S2A*(1.+A4)+2.*A4)/(C2A*(1.-A4))
```

```
ARC15 = (B2/(AM15*C2A))
```

```
TYPE *, 'ARCT5 = ', ARCT5
```

```
DELTA5 = ATAND(ARCT5)
```

```
TYPE *, 'DELTA5 = ', DELTA5
```

```
ARC2PS1 = (AM15-C2P)/(AM15*C2P-1.)
```

```
TYPE *, 'ARC2PS1 = ', ARC2PS1
```

```
PS15 = ACOSD(ARC2PS1)/2.
```

```
TYPE *, 'PS15 = ', PS15
```

```

ARC = (AR16-CP2)/(AR16-CP2-1.)
TYPE *, 'ARC = ', ARC
PS16 = ACOSD(ARC)/2.
TYPE *, 'PS16 = ', PS16

```

```

ARCD5 = (AN15*(1.-CP*ARC2))/(SP*SQRT(1.-ARC2**2))
TYPE *, 'ARCD5 = ', ARCD5
DELTA6 = ACOSD(ARCD5)
TYPE *, 'DELTA6 = ', DELTA6

```

```

SF = SIND(F16)
TF = TAND(F16)
CP5 = COSD(2.*PS1)
SP5 = SIND(2.*PS1)
CP = COSD(PS1)
SP = SIND(PS1)

```

```

SD1 = SIND(DELTA1)
CD1 = COSD(DELTA1)

```

```

CP5 = COSD(2.*PS15)
SP5 = SIND(2.*PS15)

```

```

SP4 = SIND(4.*PS1)
SD2 = SIND(DELTA2)
CD2 = COSD(DELTA2)

```

```

E1 = SF**2+SF**2*TF**2*(CP**2-SP**2*SD1**2)/(1.+SP*CD1)**2

```

```

E11 = SF**2+SF**2*TF**2*(CP5**2-SP5**2*SD1**2)/(1.+SP5*CD1)**2

```

```

E12 = SF**2+SF**2*TF**2*(CP**2-SP**2*SD2**2)/(1.+SP*CD2)**2

```

```

E13 = SF**2+SF**2*TF**2*(CP5**2-SP5**2*SD2**2)/(1.+SP5*CD2)**2

```

```

E14 = SF**2+SF**2*TF**2*(CP**2-SP**2*SD5**2)/(1.+SP*CD5)**2

```

```

E15 = SF**2+SF**2*TF**2*(CP5**2-SP5**2*SD5**2)/(1.+SP5*CD5)**2

```

```

E2 = SF**2*TF**2*2.*(CP**2-SP**2)*SP5*SD1/(1.+SP*CD1)**2

```

```

E26 = (SF**2*TF**2*SP4*SD1)/(1.*SP5*CD1)**2

```

```

E21 = SF**2*TF**2*2.*(CP**2-SP**2)*SP5*SD1/(1.+SP5*CD1)**2

```

```

E22 = SF**2*TF**2*2.*(CP**2-SP**2)*SP5*SD2/(1.+SP*CD2)**2

```

```

E23 = SF**2*TF**2*2.*(CP**2-SP**2)*SP5*SD2/(1.+SP5*CD2)**2

```

```

E24 = SF**2*TF**2*2.*(CP**2-SP**2)*SP5*SD5/(1.+SP*CD5)**2

```

```

E25 = SF**2*TF**2*2.*(CP**2-SP**2)*SP5*SD5/(1.+SP5*CD5)**2

```

```

TYPE *, 'E1 = ', E1
TYPE *, 'E12 = ', E12
TYPE *, 'E13 = ', E13
TYPE *, 'E14 = ', E14
TYPE *, 'E15 = ', E15
TYPE *, 'E2 = ', E2
TYPE *, 'E26 = ', E26
TYPE *, 'E21 = ', E21
TYPE *, 'E22 = ', E22

```

TYPE *,*E23 =*,E23
TYPE *,*E24 =*,E24
TYPE *,*E25 =*,E25

117

```
IF (COEL.GT.0.0.AND.ARTDEL.GT.0.0) DELTA = ATAND(ARTDEL)
IF (COEL.GT.0.0.AND.ARTDEL.LT.0.0) DELTA = 360+ATAND(ARTDEL)
IF (COEL.LT.0.0.AND.ARTDEL.LT.0.0) DELTA = 180+ATAND(ARTDEL)
IF (COEL.LT.0.0.AND.ARTDEL.GT.0.0) DELTA = 180+ATAND(ARTDEL)
IF (COEL.EQ.0.0) THEN
  WRITE(6,8)
  FORMAT(5X,'SDelta E 95 DU 270'////)
  END IF
  WRITE(6,9) DELTA, PSI
  FORMAT(5X,'DELTA =',E14.7,5X,'PSI = ',E14.7/)
  CONTINUE
  STOP
  END
```


REFERÊNCIAS

- (1). D. Aspnes and P.S. Hauge J. Opt. Soc. AM. 66, 9, (September 1976).
- (2). D. Aspnes Appl. Opt. 14, 1131, (1975).
- (3). B.D. Cahan, J. Hotksnd, and R. Yeager, Surf. Sci 37, 559, (1975).
- (4). D.S. Hauge and F.H. Dill Opt. Comm. 14, 431 (1975). P.S. Hauge Surf. Sci 56, 148 (1976).
- (5). P.S. Hauge Opt. Comm. 17, 74 (1976).
- (6). D. Drude, Ann, Phys. Chem. 36, 532-865 (1889).
- (7). P.S. Hauge and F.H. Dill IBM J. Res. Dev. 472 (Nov. 1973).
- (8). W.A. Plesken and E.E. Courad IBM J. Res. Dev. 8, 43 (1964)
- (9). A. Weissberg and B.W. Rossiter, eds Physical Methods of Chemistry (Willey N.Y. 1972) vol. II part. IIIc
- (10). M. c. Van Der Hulst Scatering of light by small particles (Willey, N.Y. 1954) p. 44
- (11). W.A. Reizman and W. Vangelder Sol. Stat. Electron. 10, 625 (1967).
- (12). W.A. Pliskin Progress in Analytic Chementry vol. II p.1-34 Plenum Press, New York (1969).
- (13). E.M. Pugh and G.H. Winslow The Analysis of Physical Measurements p. 6-64 Addison Wesley Massachussetts (1966).
- (14). P.S. Hauge, Surf. Sci. 56, 148 (1976).
- (15). D. Clarke and J.F. Grainger, polarized light and optical Measurement (Pergamon, New York 1971).
- (16). A.J. Damião - IFGW - Unicamp - Tese de Dissertação de Mestrado.
- (17). Born and Wolf, Principles of Optics eds 4 ch 1.

- (18). Ref. (17) p. 84
- (19). Ref. (17) p. 10
- (20). Miles, V. Klein Optics p. 273
- (21). Azzan and Bashara, Ellipsometry of Polarized light p.26-28.
- (22). Ref. (21) p. 31
- (23). Ref. (21) p. 42
- (24). H. Poincaré, Theorie Mathematique de la Lumiere (Gauthiers-Villars, Paris, 1892) vol. II ch. 12
- (25). Ref. (21) p. 48
- (26). Ref. (21) p. 50
- (27). Ref. (21) ch. 60
- (28). Ref. (17) ch. X
- (29). Ref. (21) ch. IV
- (30). J. M. Stone, Radiation and Optics (McGraw-Hill, New York 1963). ch XV.
- (31). Marion J. Classical Electromagnetic radiation. New York Academic Press (1965) sec. 6-3 and (17) Sec. 1-5
- (32). R. T. Baume and S.E. Schnatterly J. Opt. Soc. Am. 61, 832 (1971)
- (33). Ref. (21) p. 275-285
- (34). Ref. (21) sec. 4-3
- (35). Rodolf Rosa, Rosalba o Dell'ellissometria, CNR - Istituto. Lamel (Bologna)
- (36). R.M. Azzan and Bashara J. Opt. Soc. Am. 64, 128 (1974).
- (37). R.J. Archer J. Opt. Soc. Am. 52, 9, 970 (September, 1962).
- (38). Ref. (21) p. 305
- (39). Ref. (21) p. 280
- (40). Shurchff, Polarized Light p. 23
- (41). Ref. (40) Appendice 2