UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA E QUÍMICA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA E CIÊNCIAS DOS MATERIAIS

"CONSTRUÇÃO DE UM SISTEMA
EXPERIMENTAL PARA DESACELERAÇÃO
DE ÁTOMOS"

Marcel Eduardo Firmino

*Dissertação apresentada ao Instituto
de Física e Química de São Carlos,
para a obtenção do título de Mestre
em Física Aplicada.*

ORIENTADOR: *Prof. Dr. Vanderlei Salvador Bagnato.*

SÃO CARLOS - SÃO PAULO

1991

SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO - IFQSC
FÍSICA

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA E QUÍMICA DE SÃO CARLOS

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE MARCEL EDUARDO FIRMINO APRESENTADA AO
INSTITUTO DE FÍSICA E QUÍMICA DE SÃO CARLOS, DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, EM 21/03/1991

COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. Vanderlei Salvador Bagnato

Prof. Dr. Sergio Carlos Zilio

Prof. Dr. Carlos Castilla Becerra

A Aparecida
com todo carinho

AGRADECIMENTOS

Ao Vanderlei Salvador Bagnato pela amizade, orientação e incentivo ao longo de todo o trabalho.

Ao professor Sergio Carlos Zílio pela cooperação, e grande auxílio junto aos experimentos.

A todas as bibliotecárias.

A todos os técnicos da oficina mecânica especialmente ao Carlos Nazareth Gonçalves.

Aos técnicos de laboratório Gilberto Victorino e Antonio C. Romão.

Ao Silvio A. Tonissi Jr. e Rui C. Pietronero pela grande dedicação no auxílio das montagens e testes dos circuitos eletrônicos.

Ao Reginaldo Jesus Napolitano, Valdir Carlos Colussi, Carlos Alberto Faria Leite, Lino Misoguti, Luís Gustavo Marcassa e Lígia de Oliveira pela grande amizade e cooperação.

A secretária, Isabel de C. De V. Sertori pela dedicação e paciência.

Ao Ítalo Carlos Celestini pelo trabalho gráfico.

A todas as pessoas que de alguma forma auxiliaram e incentivaram este trabalho.

A FAPESP, Fundação Banco do Brasil, CNPQ. e CAPES. pelo apoio financeiro.

ÍNDICE

Lista de figuras	1
Resumo	5
Abstract	6
 Capítulo I	
INTRODUÇÃO	7
I.1)- UTILIZAÇÃO DA PRESSÃO DE RADIAÇÃO PARA DESACELERAÇÃO DE ÁTOMOS	10
 Capítulo II	
FORÇAS RADIATIVAS E O PROCESSO DE DESACELERAÇÃO	16
II.1)- FORÇAS RADIATIVAS	16
II.2)- PROCESSO DE DESACELERAÇÃO DE ÁTOMOS	23
 Capítulo III	
TÉCNICAS DE DESENHO DE CAMPO MAGNÉTICO	33
III.1) TÉCNICA DA TRANSFORMADA DE FOURIER	33
III.2) TÉCNICA DO ELEMENTOS DISCRETOS	35
III.3) TÉCNICA DO PROCESSO ITERATIVO	36

Capítulo IV	
CONSTRUÇÃO DO SISTEMA MAGNÉTICO	37
IV.1) REFRIGERAÇÃO DO SISTEMA	41
IV.2) FONTE DO SOLENÓIDE	42
IV.3) TESTE DO SOLENÓIDE	44
 Capítulo V	
SISTEMA DE VÁCUO	49
 Capítulo VI	
PRODUÇÃO DO FEIXE ATÔMICO	53
 Capítulo VII	
SISTEMA ÓTICO	55
 Capítulo VIII	
DEMONSTRAÇÃO DA DESACELERAÇÃO	57
 CONCLUSÃO	80
REFERÊNCIAS	81
GLOSSÁRIO	86

	Apêndice A	
SISTEMA DE VÁCUO		93
	Apêndice B	
PREPARAÇÃO DO FORNO		97
	Apêndice C	
PROGRAMAS DE CONFIGURAÇÃO DE CAMPO		99
	Apêndice D	
CAMPOS MAGNÉTICOS		119
	Apêndice E	
FORÇAS RADIATIVAS E DESACELERAÇÃO DE FEIXE ATÔMICO		124
	Apêndice F	
CHOPPER		153
	Apêndice G	
ARTIGOS PUBLICADOS		155

LISTA DE FIGURAS

- figura 01: Esquema de um experimento de desaceleração de átomos neutros.
- figura 02: Deformação calculada na distribuição inicial de velocidade [temperatura de 300°C (573K)] de um feixe de átomos de sódio.
- figura 03: Representação da técnica de resfriamento utilizando varredura de frequência.
- figura 04: Resultados experimentais da técnica de varredura de frequência, aplicada ao sódio. No esquema (a) é apresentado a distribuição de velocidades do feixe atômico quando o laser de resfriamento esta desligado. No esquema (b) e (c) é mostrado os átomos lentos produzidos por duas frequências de varredura diferentes.
- figura 05: Esquema de um aparato utilizado para resfriamento com luz branca. Onde um "laser" de cavidade longa é usado para gerar o espectro da luz.
- figura 06: Esquema do experimento de resfriamento se utilizando da técnica de ajuste Zeeman.
- figura 07: Sequência da transferência de momentum a que o átomo fica sujeito após várias absorções-emissões.
- figura 08: Representação da pressão de radiação causada sobre um átomo devido a absorção-emissão.
- figura 09: Representação de um campo magnético que apresenta variação no espaço.

- figura 10: Estrutura hiperfina e níveis eletrônicos do sódio.
- figura 11: Esquema de níveis para o sódio e as transições usadas para o resfriamento.
- figura 12: Diagrama de níveis eletrônicos do átomo de sódio como função do campo magnético aplicado.
- figura 13: Esquema do solenóide montado mostrando sua forma e disposição de camadas.
- figura 14: Diagrama de blocos do programa utilizado para produzir o campo.
- figura 15: Foto mostrando o sistema de refrigeração e a distribuição de água para as camadas.
- figura 16: Esquema da fonte de alimentação usada no magneto.
- figura 17: Comparação do campo gerado pelo programa com o campo medido experimentalmente.
- figura 18: Desaceleração de átomos num campo magnético parabólico para várias velocidades iniciais.
- figura 19: Derivada do campo projetado, medido e o valor máximo aceitável.
- figura 20: Esquema da câmara principal do sistema de vácuo.
- figura 21: Esquema do "trap" de nitrogênio líquido.
- figura 22: Esquema da câmara do feixe atômico.
- figura 23: Sistema experimental completo, constituído da câmara da fonte, câmara do feixe e região intermediária.
- figura 24: Esquema do forno utilizado para a produção do feixe atômico.
- figura 25: Esquema do "nozzle" responsável pela saída do feixe.

- figura 26: Foto dos transladores responsáveis pelo alinhamento do forno.
- figura 27: Gráfico da pressão de vapor de sódio com relação a temperatura.
- figura 28: Comportamento da distribuição de Maxwell com relação a temperatura.
- figura 29: Átomos, com velocidade entre v e $v+dv$, colidindo com um elemento de área da parede.
- figura 30: Átomos com velocidade entre v e $v+dv$ contidos em um cilindro de área dA e comprimento vdt colidem com a parede num tempo dt .
- figura 31: Esquema mostrando distância do canal ao nozzle e abertura do canal.
- figura 32: Foto do sistema ótico.
- figura 33: Esquema simplificado mostrando o aparato ótico utilizado.
- figura 34: Compressão das velocidades com relação a distribuição inicial.
- figura 35: Idéia básica da técnica para acompanhar a desaceleração através da observação dos fótons espalhados ao longo do feixe atômico.
- figura 36: Esquema experimental simplificado para medida da fluorescência do feixe atômico.

- figura 37: Intensidade de fluorescência como função do "detuning" do laser desacelerador para o detetor posicionado em diferentes posições. A marca $v=0$ indica a frequência de ressonância para átomos com velocidade $v=0$ em cada posição.
- figura 38: Posição do máximo de fluorescência como função do campo magnético local.
- figura 39: (a) Perfil de fluorescência como função da posição, sem descontar o sinal de fundo.
(b) Sinal de fundo para este tipo de medida.
(c) Perfil de fluorescência já descontado o sinal de fundo.
- figura 40: Intensidade de fluorescência como função da frequência do laser.
- figura 41: Intensidade de fluorescência como função da posição, medida experimentalmente e calculada pelo modelo analítico.
- figura 42: Perfil total da fluorescência do feixe mostrando uma quase divergência e uma queda abrupta.

RESUMO

Neste trabalho apresentamos a construção e teste de um sistema experimental que nos permite produzir um fluxo intenso de átomos lentos . Discutimos o desenho e construção do solenóide que compensa o efeito Doppler que surge durante o processo de desaceleração, as câmaras de vácuo, o forno que gera o feixe atômico e o sistema ótico utilizado.

Estudamos a técnica de desaceleração de átomos pelo ajuste Zeeman. Uma nova técnica de observação que consiste no acompanhamento da fluorescência do feixe ao longo do caminho de desaceleração é usada, o que nos permite uma observação direta do processo.

ABSTRACT

This work presents the development and test of an experimental set-up which allows to produce a very strong slow motion atomic beam. We discuss the calculation and construction of the solenoid to compensate the Doppler effect arising during the deceleration process, vacuum chambers, the oven which produces the atomic beam and the optical system used.

We have studied the Zeeman-tuned technique to slow an atomic beam of sodium atoms. A new technique to study the deceleration which consist in monitoring the fluorescence along the deceleration path is used, which allow us a direct observation of the process.

1)- INTRODUÇÃO

Em 1873 no seu "Treatise on Electricity and Magnetism" James Clerk Maxwell usou a teoria do eletromagnetismo clássico para calcular a força num corpo sólido devido a absorção ou reflexão do feixe de luz, mostrando que a radiação eletromagnética carrega momentum, através do espaço. Alguns experimentos pioneiros foram realizados em Moscou^[01] e em Hannover^[02] porém somente medidas qualitativas da força exercida pela luz em corpos sólidos e gases foram obtidas, uma vez que naquela época esses pequenos efeitos eram difíceis de serem observados.

Após Albert Einstein introduzir o conceito de fóton, ele mostrou que a conservação do momentum era um importante aspecto de equilíbrio entre a matéria e a radiação, e na teoria quântica a conservação da energia do momentum em cada evento microscópico torna-se uma questão importante^[03]. Isto foi investigado experimentalmente por Compton¹ e Simon^[04].

Uma variação periódica do campo eletromagnético no espaço causa espalhamento entre as partículas de diferentes estados de momentum, e este fato foi salientado por Schrödinger em 1927, quando ele mostrou que pode-se obter conservação tanto da energia quanto do momentum no efeito Compton, sem a quantização do campo de radiação^[05].

O momentum de recuo da luz foi observado por Frisch em 1933^[06], na cidade de Hamburgo, através da observação da deflexão de um feixe de átomos de sódio pela radiação ressonante de uma lâmpada de vapor da mesma espécie atômica. Em 1950, Cross e Ramsey^[07] utilizando um espalhamento Compton

¹ Ver glossário no final do texto.

verificaram que o momentum de recuo do fóton e do elétron eram simultâneos e estavam de acordo com a conservação da energia e do momentum. Obter melhores resultados com fontes térmicas era difícil, e somente investigações ocasionais tentaram fazer isso, por exemplo, Picqué e Vialle^[108]. Quando os "lasers" sintonizáveis, que ofereciam um aumento na potência, monocromaticidade e estabilidade tornaram-se acessíveis, vários experimentos foram repetidos, e os primeiros sucessos foram registrados no começo de 1970^[109, 110, 111].

As primeiras proposições de utilização da pressão de radiação exercida pelo "laser" para desacelerar feixes atômicos foram formuladas independentemente por Theodor Hänsch e Arthur Schawlow na Universidade de Stanford^[112] e por Wineland e Hans Dehmelt, na Universidade de Washington^[113], em 1975. Para os primeiros autores, a amostra imaginada constituía-se de um sistema de átomos neutros e a incidência de feixes "laser" contrapropagantes proporcionavam a desaceleração de átomos. Já para a segunda dupla de autores, a amostra era constituída de íons aprisionados numa armadilha eletromagnética, na qual a incidência de um único feixe de "laser", propagando-se na direção contrária à dos íons deveria produzir a desaceleração da amostra.

A primeira observação de desaceleração aconteceu em 1979 quando Wineland e colaboradores demonstraram o resfriamento de íons de magnésio^[114]. A técnica mostrou-se bastante promissora e muitos grupos começaram a investir no desenvolvimento de processos para desaceleração de feixe de átomos neutros, com finalidades bastante diversificadas, extendendo-se desde espectroscopia de alta resolução até o aprisionamento de átomos.

I.1) TÉCNICAS QUE UTILIZAM PRESSÃO DE RADIAÇÃO PARA DESACELERAÇÃO DE ÁTOMOS

Muitos desses experimentos que usam átomos neutros, geralmente alcalinos, desaceleram e resfriam o feixe atômico através do uso de um feixe de "laser" contrapropagante^[15,16] (figura 01).

figura 01: Esquema de um experimento de desaceleração de átomos neutros.

Como a distribuição de velocidades dos átomos emitidos da fonte está centrada em 1000 m/s , no caso do sódio, [para uma temperatura da ordem de 500°C (773K)], a desaceleração deve ser feita de forma eficiente para parar os átomos antes que eles se choquem em partes do aparato. Mesmo com grande eficiência, é necessário no mínimo uma distância de $0,5 \text{ m}$. Os primeiros experimentos usando átomos neutros foram relatados por S. Andreev, Victor Balykin, Vladilen Letokhov e Vladimir Minogin

em Moscou^[17] e William D. Phillips e Harold Metcalf^[18] no "National Bureau of Standards", NBS (atual NIST) em Gaithersburg, Maryland. O grupo de Moscou observou a desaceleração do feixe atômico e a compressão de velocidade devido a um feixe "laser" de frequência fixa contrapropagante. O resultado é o surgimento de um buraco na distribuição de velocidades correspondendo à velocidade cuja frequência do "laser" está deslocada pelo efeito Doppler,² e os átomos afetados tendem a se comprimir numa velocidade mais baixa (figura 02).

figura 02: Deformação calculada na distribuição inicial velocidades [temperatura de 300°C (573K)] de um feixe de átomos de sódio.

Uma forma de manter os átomos sintonizados, enquanto desaceleram, foi proposta por Letokhov e Minogin^[19]. Esta técnica consiste em varrer rapidamente a frequência do "laser" a uma taxa apropriada (em torno de $1,556\text{Hz/ms}$ para o sódio). Posteriormente os pesquisadores do "Joint Institute for Laboratory Astrophysics" (JILA) também usaram desta técnica, ficando conhecida como "frequency chirping"^[20] (varredura na frequência) (figura 03). Experimentos subsequentes usando desta

² Ver glossário no final do texto.

técnica foram realizados no "Bell Laboratories"^[21,22] " Bonn

figura 03: Representação da técnica de resfriamento utilizando varredura de frequência.

University", "State University of New York" em Stony Brook, e na " École Normale Supérieure" em Paris. Recentemente no JILA^[23,24] tem se usado de "laser" de diodos nos processos de desaceleração de átomos (varredura na frequência), que demonstraram ser um equipamento de baixo custo operacional.

Apesar da varredura ("chirp") rápida , da frequência ter sido usada com sucesso para produzir átomos desacelerados (figura 04)³ ela apresenta a desvantagem, devido a sua natureza pulsada, resultar em apenas um pequeno número de átomos lentos produzidos por unidade de tempo.

³ Para entender os níveis $F=1$ e $F=2$ da figura 04, consulte o glossário no final do texto.

figura 04:

Resultados experimentais da técnica de varredura de frequência, aplicada ao sódio. No esquema (a) é apresentado a distribuição de velocidades do feixe atômico quando o "laser" usado no resfriamento esta desligado. No esquema (b) e (c) são mostrados os átomos lentos produzidos por duas frequências de varredura diferentes.

Podemos ainda usar na técnica de desaceleração de feixe atômico uma fonte de luz branca ao invés de um "laser" de frequência única. O espectro óptico de tal fonte deve cobrir toda a largura Doppler⁴ do feixe atômico. Dessa forma indiferente a velocidade atômica, haverá sempre alguma luz ressonante com o feixe atômico para produzir a desaceleração. Tal fonte pode ser um "laser" multimodo^(25,26) (ver figura 05), onde a separação dos modos é obtida de um "laser" de cavidade longa, que consiste basicamente de um "laser" de argônio bombeando um "laser" de corante, trabalhando numa configuração simétrica (meio ativo

⁴ Ver glossário no final do texto.

proximo ao centro da cavidade do "laser"), com a cavidade tendo 17m de comprimento (conseguida através de espelhos dobradores planos, esféricos e espelhos planos) e com um "etalon" fino que é inserido na cavidade para selecionar um conjunto de modos num intervalo de 30Hz. Um número médio de até 350 modos podem oscilar simultaneamente. A potência necessária tem que ser bem mais alta do que nas outras técnicas, já que o "laser" deve proporcionar uma intensidade constante de saturação em cada um dos modos separados por quase uma largura natural de linha (10MHz para o sódio, o "laser" fornece 8,8MHz) e estender-se sobre toda a largura Doppler. Para os átomos de sódio isto é em torno de 200 modos (o "laser" é varrido em torno de 20Hz e como cada modo está separado basicamente por 10MHz temos então 200 modos nesse intervalo). A técnica de luz branca não proporciona nenhuma compressão espacial (no espaço das velocidades) dos átomos e todos os grupos de velocidade desaceleram a uma mesma taxa para todos os pontos do espaço.

Para fazermos realmente um resfriamento mais eficiente precisamos manter todos os átomos ressonantes com o "laser" enquanto eles desaceleram, isto pode ser feito variando-se continuamente a frequência dos átomos através da técnica de ajuste Zeeman^{[18]5} (figura 06) técnica esta que usamos em nossos experimentos e que iremos descrever com mais detalhes.

⁵ Ver g'ossário no final do texto.

figura 05: Esquema de um aparato utilizado para resfriamento com luz branca. Onde o "laser" de cavidade longa é usado para gerar o espectro da luz.

figura 06: Esquema do experimento de resfriamento se utilizando da técnica de ajuste Zeeman.

II)-FORÇAS RADIATIVAS E O PROCESSO DE DESACELERAÇÃO

II.1) FORÇAS RADIATIVAS

As forças que ocorrem num sistema atômico devido a interação com a radiação são divididas em dois grupos: forças induzidas e forças espontâneas.

A força espontânea surge da transferência do momentum durante a absorção de fótons enquanto que a força induzida vem da interação de dipolo elétrico induzido durante a transição eletrônica com o gradiente da intensidade do campo da radiação. A força induzida, ao contrário da espontânea, baseia-se em efeitos estimulados sendo não saturável, enquanto a força espontânea satura-se para altas intensidades do campo de radiação.

Uma aproximação para calcular essas forças é considerar o átomo como um sistema de dois níveis e a radiação como um campo eletromagnético clássico (uma forma mais requintada de se calcular a força encontra-se no apêndice E).

Sejam P_1 e P_2 as probabilidades de que os níveis eletrônicos inferior e superior (supostos não degenerados) estejam ocupados e A^6 e B^7 os coeficientes de Einstein^[03].

Então as taxas de absorção, de emissão estimulada e emissão espontânea, na presença de radiação com densidade de

$$A^6 = \frac{8\pi f^3 h}{c^3} B$$

7

$$B = \frac{\pi q^2}{3\epsilon_0 \hbar^2} |\langle 1 | \vec{R} | 2 \rangle|^2, \text{ onde } \vec{R} = \sum_j \vec{r}_j$$

energia W^8 serão respectivamente BWP_1 , BWP_2 e AP_2 . Na radiação com vetor de onda $\vec{k}$, o átomo adquire momentum $\hbar\vec{k}$ na absorção e um momentum de recuo $-\hbar\vec{k}$ na emissão estimulada. Na emissão espontânea, na média nenhum momentum é transferido ao átomo, devido a emissão espontânea fornecer igual probabilidade em todas direções. Então a força de radiação sobre determinado átomo será dado por:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} = BW (P_1 - P_2) \hbar \vec{k} \quad (1)$$

Como para um átomo de dois níveis, num estado estacionário, a diferença entre as taxas de absorção e emissão estimulada são iguais a taxa de emissão espontânea, $BW(P_1 - P_2) = AP_2$, a equação acima fica :

$$\vec{F} = AP_2 \hbar \vec{k} \quad (2)$$

Para campos que apresentam altas intensidades, P_2 aproxima-se de $1/2$ então a equação da força de radiação satura-se então com o valor de:

$$\vec{F} = \frac{1}{2} A \hbar \vec{k} .$$

Desde que $n = AP_2 t$ é o número de eventos espontâneos ocorridos num tempo t , a equação (2) indica que o átomo adquire o momentum de um fóton incidente por cada evento espontâneo ($\Delta\vec{p} = \hbar\vec{k}$), e por essa razão a força na equação (2) é chamada de força espontânea.

8

$$W(f) = \frac{A}{B(\exp(hf/kT) - 1)}$$

O cálculo da força de radiação baseado somente nos coeficientes de Einstein é possível para uma onda plana devido ao fato que o momentum transferido na absorção e na emissão estimulada apresentam valores definidos. Para campos não tão simples (os quais consistem de várias ondas planas com mais de um valor para $\vec{k}$) aproximações diferentes devem ser usadas neste cálculo. Nós consideraremos uma aproximação^[27] baseada no teorema de Ehrenfest e nas equações ópticas de Bloch.

Através da aplicação do teorema de Ehrenfest, obtemos que o movimento do centróide $\vec{r}$ de um pequeno pacote de onda atômico é:

$$M \ddot{\vec{r}} = \vec{\nabla} \langle \vec{\mu} \rangle \cdot \vec{E} \quad (3)$$

onde M é a massa atômica, $\vec{\mu}$ é o operador dipolar atômico e $\vec{E}(\vec{r}, t)$ é o campo aplicado.

Então num sistema de dois níveis e na presença de um campo eletromagnético da forma:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{\epsilon} \epsilon(\vec{r}) \exp[i\theta(\vec{r}) + \omega t] + \text{cc.}$$

obtemos então a força de radiação

$$\vec{F} = M \ddot{\vec{r}} = \frac{1}{2} \mu (\vec{u} \vec{\nabla} \epsilon + \vec{v} \epsilon \vec{\nabla} \theta) \quad (4)$$

onde $\mu = \langle 1 | \vec{\mu} \cdot \hat{\epsilon} | 2 \rangle$ é o momentum de dipolo da transição e (u, v, w) é o vetor de Bloch descrevendo o movimento interno do átomo que por sua vez evolue no tempo segundo as equações ópticas de Bloch^[28], que são:

$$\begin{aligned}
\dot{u} &= (\Delta + \dot{\theta})v - \frac{1}{2}Au \\
\dot{v} &= -(\Delta + \dot{\theta})u + \Omega w - \frac{1}{2}Av \\
\dot{w} &= -\Omega v - A(w + 1)
\end{aligned} \tag{5}$$

onde $\Omega = \mu \cdot \vec{E}(\vec{r})/\hbar$ é a frequência de Rabi, que é uma medida da força motriz que produz a transição em um sistema de dois níveis; $\Delta = f - f_0$ é o "detuning" (diferença de frequência) entre a frequência da radiação e a frequência de transição do átomo; $f_0 = (E_2 - E_1)/\hbar$ (frequência de transição do átomo) e $\dot{\theta} = \vec{\nabla}\theta(\vec{r}) \cdot \vec{r}$ é um "detuning" adicional devido ao movimento (efeito Doppler) e A , como anteriormente, é o coeficiente de Einstein que para um sistema de dois níveis é a largura natural de linha.

Se θ e Ω são funções que variam lentamente com o tempo, em comparação com o tempo de relaxação $\tau = 1/A$ (aproximadamente 16×10^{-9} s para o sódio), isto é, o caso em que o átomo se move suficientemente lento para que a cada instante u , v e w assumam seus valores de estado estacionários obtidos de (5) e fazendo $\dot{u} = \dot{v} = \dot{w} = 0$ obtemos:

$$\begin{aligned}
u &= \frac{-4\Omega(\Delta + \dot{\theta})}{[4(\Delta + \dot{\theta})^2 + A^2 + \Omega^2]} \\
v &= \frac{-2A\Omega}{[4(\Delta + \dot{\theta})^2 + A^2 + \Omega^2]}
\end{aligned} \tag{6}$$

voltando a expressão (4) e substituindo os valores acima tem-se

$$\vec{F} = - \left[\frac{\hbar A \Omega^2 \vec{\nabla}\theta + \hbar(\Delta + \dot{\theta}) \vec{\nabla}\Omega^2}{4(\Delta + \dot{\theta})^2 + A^2 + 2\Omega^2} \right] \tag{7}$$

Podemos obter duas contribuições da expressão (7): o gradiente da fase é a força espontânea e o gradiente da intensidade é ($\Omega^2 \propto$ intensidade da radiação) a força induzida. Além disso esta expressão mostra a dependência Lorentziana da força com a frequência e que em um campo forte, ou melhor um campo que apresente alta intensidade ($\Omega \rightarrow \infty$), a força satura-se com o valor $\vec{F} = A\hbar\vec{k}/2$ como dito anteriormente.

A equação (7) aplica-se para qualquer campo de excitação. Vamos por simplicidade considerar apenas o caso de uma onda plana da forma:

$$\vec{E} = \hat{\epsilon} \epsilon(0) \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$$

então a equação (7) fica

$$\vec{F} = \frac{A\Omega^2 \hbar \vec{k}}{[4(\Delta - \vec{k} \cdot \vec{r})^2 + A^2 + 2\Omega^2]} \quad (8)$$

Assim se consideramos o feixe atômico contrapropagante ao feixe "laser", a força ao longo da direção de propagação (eixo z) será, substituindo k por -k :

$$M \frac{dz}{dt} = \frac{-A\Omega^2 \hbar k}{[4(\Delta + kz)^2 + A^2 + 2\Omega^2]} \quad (9)$$

Onde o valor de k é igual f_L/c , sendo f_L a frequência da luz incidente e c a velocidade da luz.

No caso de termos, além do deslocamento Doppler, um campo magnético, precisaremos adicionar γB ao termo $\Delta - \vec{k} \cdot \vec{r}$ devido ao

efeito Zeeman. O campo magnético é colocado de modo a compensar o deslocamento Doppler, para mantermos a radiação ressonante com a transição $3s_{1/2} \rightarrow 3p_{3/2}$ e quando o átomo diminui sua velocidade, o efeito é compensado com a diminuição do espaçamento Zeeman. Vamos considerar um átomo com velocidade $\vec{v}$ contrapropagante a um feixe de luz numa região que apresenta um campo magnético inhomogêneo $B(z)$. Voltando a expressão (09) vista acima, na presença de um campo magnético a frequência f_0 muda para $f_0 + \gamma B(z)$. Então chamando de f_L a frequência do "laser" e f_0 a frequência de absorção do átomo em repouso na ausência de campo. Então obtemos

$$M \frac{dv}{dt} = Ma = \frac{-A\Omega^2 \hbar k}{[4(\Delta - \gamma B(z) + kv)^2 + A^2 + 2\Omega^2]} \quad (10)$$

A absorção de fótons ocorrerá quando a condição de ressonância

$$kv = - (f_L - f_0) + \gamma B(z) \quad (11)$$

for satisfeita. O termo $\gamma B(z)$ é o espaçamento Zeeman entre os níveis considerados, que no caso do sódio é linear com o campo. A equação acima assegura que toda vez que tivermos o efeito Doppler compensado pelo efeito Zeeman, o átomo permanecerá ressonante com a radiação incidente. Assim, imaginemos que ele esteja sujeito a uma desaceleração constante, $\vec{a}$. Neste caso, sua velocidade pode ser encontrada pela equação de Torricelli:

$$v(z) = \sqrt{v_0^2 - 2az} \quad (12)$$

sendo v_0 a velocidade inicial do referido átomo. Usando esta expressão na anterior vemos que o campo magnético para manter o

átomo constantemente desacelerado será dado por:

$$B(z) = B_0 \sqrt{1 - \beta z} \quad (13)$$

com $B_0 = \frac{k v_0}{\gamma}$ que é o campo que produz o deslocamento Zeeman igual ao deslocamento Doppler para átomos com velocidade v_0 e $\beta = \frac{2a}{v_0^2}$.

Com a adição de um campo de forma constante, B_b , que além de corresponder a velocidade final que os átomos deixam o magneto serve para auxiliar no desacoplamento dos "spins" eletrônico e nuclear, e assim suprimir transições indesejadas, que podem resultar em bombeamento óptico. Obtemos assim a equação:

$$B(z) = B_b + B_0 \sqrt{1 - \beta z} \quad (14)$$

onde $B_b = \frac{\Delta}{\gamma}$.

Outros perfis de campo também são permitidos^[29], mas por causa da existência de uma aceleração máxima possível, há também um limite superior no gradiente do campo dado por^[30].

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dz} v = \frac{\gamma}{k} \frac{dB}{dz} v \leq a_{max} \quad (15)$$

II.2)-O PROCESSO DE DESACELERAÇÃO DE ÁTOMOS

Em experimentos de resfriamento "laser" para feixes de átomos neutros, usam mais comumente como elemento o sódio.

O sódio é escolhido por causa da possibilidade de se usar "lasers" contínuos potentes e sintonizáveis para excitar as linhas de ressonância, por possuir um curto período de vida radiativo ($\tau = 1/\gamma = 16\text{ns}$), permitindo assim rápidas e repetitivas excitações e pela facilidade de manipulação da amostra, sendo que a linha de absorção conhecida como D₂ (que corresponde a transição eletrônica $3S_{1/2} \rightarrow 3P_{3/2}$) usada na desaceleração, apresenta comprimento de onda de 589 nm (o corante tradicional para "lasers" de corante, Rhodamina 6G, apresenta um pico de fluorescência neste comprimento de onda), correspondendo a $k/2\pi = 1/\lambda = 16.980 \text{ cm}^{-1}$ ($17 \times 10^5 \text{ m}^{-1}$). Vale também ressaltar que dentre os alcalinos, o átomo de sódio Na_{11}^{23} é um dos que necessitam de distância mais curta para vir ao repouso. A distribuição de velocidades dos átomos que saem do forno tem um pico próximo de $v_0 = 1000 \text{ m/s}$. Se considerarmos um grande número de ciclos de absorção-emissão, figura (07), podemos notar que como a direção de emissão do fóton é aleatoria, na média nada contribui na soma do momentum total transferido ao átomo mas das absorções resulta uma força contrária ao movimento dos átomos.

Então desde que a variação de velocidade sofrida pelo átomo por cada fóton absorvido seja $\Delta v = hf/Mc \approx 3 \text{ cm/s}^{(30)}$ ($3 \times 10^{-2} \text{ m/s}$), teremos que ter da ordem de $N = v_0/\Delta v \approx 3 \times 10^4$ fótons absorvidos (neste caso $A \approx 6,28 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$ e para um "laser" ressonante com o processo e com potência suficiente fornece

$\Omega \approx 1,257 \times 10^8 \text{ rad/s}$ para que os átomos sejam trazidos ao repouso (figura 08).

figura 07: Sequência da transferência de momentum a que o átomo fica sujeito após várias absorções-emissões.

figura 08: Representação da pressão de radiação causada sobre um átomo devido a absorção-emissão.

Se o "laser" saturar a transição de tal forma que os átomos gastem metade do seu tempo no estado⁹ excitado, a taxa de

⁹ Ver glossário no final do texto.

espalhamento irá saturar a $1/2\tau$ e a aceleração máxima^[30] será:

$$a_{\max} = \Delta v / 2\tau = \hbar v / 2Mc\tau \approx 10^6 \text{ m/s}^2 \quad (16)$$

Com esta aceleração, átomos de sódio com a velocidade inicial $v_0 = 1000 \text{ m/s}$ podem ser trazidos ao repouso em um intervalo de 1 ms após percorrerem uma distância de aproximadamente 1,0 metro.

O problema experimental, então, consiste em fazer os átomos de sódio espalharem um grande número de fótons num pequeno intervalo de tempo.

Dois fenômenos podem interromper este processo de espalhamento: variação do deslocamento Doppler e bombeamento ótico.

Após um átomo ter absorvido somente 100 fótons, sua velocidade varia de 3 m/s, correspondendo a uma variação do deslocamento Doppler de 5 MHz. O deslocamento Doppler para o caso em que a velocidade atômica e o momentum do fóton são antiparalelas é dado por^[12,18]:

$$f'_L = f_L \cdot \left\{ \frac{1 + v/c}{1 - v/c} \right\}^{1/2} \approx f_L \cdot (1 + v/c) \quad (17)$$

onde f_L é a frequência do "laser", f'_L é a frequência do átomo em repouso e c a velocidade da luz, desta forma o átomo verá a luz do "laser" deslocada para o vermelho. Desde que a largura natural de linha para a absorção é 10 MHz o que corresponde à largura total à metade do máximo, a taxa de absorção irá ser reduzida por um fator 2, se o "laser" estava inicialmente ressonante. Outras novas absorções farão o deslocamento Doppler tirar o átomo da ressonância de tal forma

que somente algumas centenas de fótons poderão ser espalhados antes que a variação do deslocamento Doppler coloque o átomo tão longe da ressonância que a taxa de absorção se torne pequena suficiente para que o processo seja interrompido.

Esta é somente uma pequena fração do número de absorções necessárias para trazer os átomos ao repouso.

Para resolver o problema do deslocamento Doppler o que faremos é variar a frequência do átomo de tal forma que haja uma constante desaceleração. Isto pode ser feito com o uso de um campo magnético variando convenientemente no espaço (figura 09) e mantendo-se o "laser" próximo da ressonância de transição. Desta forma, à medida que os átomos variam sua velocidade, o campo magnético local sintoniza os níveis eletrônicos através do

figura 09: Representação de um campo magnético que apresenta variação no espaço.

efeito Zeeman, mantendo permanente a condição de ressonância. Esta técnica de utilização do campo magnético para compensar a

variação Doppler é denominada de técnica de ajuste Zeeman (Zeeman tuning technique) e foi proposta inicialmente em 1982^[18] e demonstrada com sucesso em vários experimentos^[18,31,32].

Átomos de Na com $v_0=1000\text{m/s}$ podem ser trazidos ao repouso em torno de 1ms sobre uma distância de 1,0 m e átomos com velocidades menores são também desaceleradas para $v=0$ em correspondentes campos menores.

Quando isso ocorre há uma compressão de velocidade. Para a sintonia Zeeman a compressão toma lugar no espaço e todos os átomos afetados num ponto do espaço são ressonantes e por essa razão terão a mesma velocidade no final do processo.

Quanto ao problema do bombeamento ótico, este pode ser entendido com o auxílio da figura (10) abaixo, que mostra as energias relevantes para o Na (sódio)

figura 10:

Estrutura hiperfina e níveis eletrônicos do sódio.

Considere que um "laser" é sintonizado para estar ressonante com a transição $3S_{1/2} (F=2) \rightarrow 3P_{3/2} (F=2)$. A probabilidade de decair para o estado $3S_{1/2}$, $F=1$ e $F=2$ é idêntica. Porém se o decaimento é para o nível $F=1$, o "laser" estará fora de ressonância. Este bombeamento ótico torna impossível para os

átomos espalharem um número suficiente de fótons para serem significativamente desacelerados após eles transporem um aparato de dimensões razoáveis.

Vamos considerar uma forma de evitar a limitação no resfriamento imposta pelo bombeamento óptico.

Talvez a maneira mais óbvia de tratar bombeamento óptico seja o uso de duas frequências de "laser": se uma frequência é ressonante com a transição $3S_{1/2}(F=2) \rightarrow 3P_{3/2}(F=3)$, e outro com a transição $3S_{1/2}(F=1) \rightarrow 3P_{3/2}(F=2)$, então quaisquer átomos bombeados para o estado $F=1$ poderão continuar sendo excitados e mesmo bombeados de volta para $F=2$ pelo segundo "laser". Outro método para se evitar o bombeamento óptico envolve o uso da regras de seleção sobre os números quânticos magnético m . Se nós escolhermos o eixo de quantização, que nada mais é do que a direção na qual se toma a orientação dos átomos com relação a intensidade e polarização da radiação emitida ou absorvida, como o da projeção do momentum angular total, m_f , ao longo do feixe "laser" incidente, então um feixe "laser" polarizado circularmente, σ^+ , irá excitar somente transições $\Delta m_f = +1$ (figura 11). Átomos originalmente em $3S_{1/2}(F=2, m_f=2)$ serão excitados somente para $3P_{3/2}(F=3, m_f=3)$. O decaimento radiativo poderá trazer de volta para o estado original e outros dois possíveis m_f (por causa da regra de seleção $\Delta m_f = \pm 1, 0$ que o nível excitado obedece), e então o bombeamento óptico para $F=1$ não ocorrerá.

figura 11: Esquema de nveis para o sdio e as transies usadas para a desacelerao.

Qualquer campo magntico deve estar alinhado com o feixe "laser" de tal forma que os autoestados de energia correspondem aos autoestados de m_f . Isto assegura que o "ground-state" (estado de mnima energia) ($m_f=2$) e o estado excitado ($m_f=3$) no ir decair em outros estados durante o processo de desacelerao.

A polarizao imperfeita ou alinhamento imperfeito do campo magntico com o feixe "laser" ir conduzir a uma falha do simples esquema de dois nveis descrito acima. Afortunadamente em campos da ordem de 0,05T ou mais , isto no um problema significativo. Transies $\Delta m_f=0$ ou $\Delta m_f=-1$ induzidas pelo "laser" so suprimidas por uma destas razes: tanto as transies indesejadas so deslocadas pelo efeito Zeeman para fora da ressonncia ou as transies envolvem uma variao no nmero quntico magntico

nuclear m_I , o que é proibido em campos altos suficientes para desacoplar os "spins" nuclear e eletrônico.

Tanto excitação das 2 frequências e polarização circular podem ser usada com sucesso em experimentos de resfriamento "laser" para evitar bombeamento óptico.

Existe outra possibilidade. Os estados hiperfinos fundamentais podem ser misturados usando uma excitação direta em rf da transição hiperfina. Este é um conceito similar ao da excitação "laser" para duas frequências.

Então o processo de desaceleração necessita de métodos compatíveis para tratar com o bombeamento óptico e o deslocamento Doppler. Por exemplo se a sintonização Zeeman é usada para a compensação Doppler, nem frequência de dois "laser", nem mistura hiperfina usando rf é apropriada para evitar o bombeamento óptico uma vez que o campo magnético abre e desloca os níveis hiperfinos (figura 12).

figura 12: Diagrama de níveis eletrônicos do átomo de sódio como função do campo magnético aplicado.

Então no experimento se utilizou da sintonização Zeeman para compensar o deslocamento Doppler e polarização circular para evitar bombeamento óptico, nosso experimento também foi realizado num campo magnético suficiente alto para desacoplar momentum

angular nuclear e eletrônico no nível $3P_{3/2}$ e permitir um deslocamento largo suficiente para que a imperfeição do alinhamento do "laser" e da polarização circular não perturbem o processo repetitivo de excitação.

A sintonia Zeeman que compensa a variação do deslocamento Doppler é feito por um solenóide, que é enrolado com mais voltas perto da fonte de sódio do que no final da câmara do feixe. A distribuição de corrente foi escolhida para se aproximar da variação espacial do campo parabólico da equação (14), que vai corresponder à variação total de velocidades que o campo fará entrar no processo de desaceleração.

III)- TÉCNICAS DE DESENHO DE CAMPO MAGNÉTICO

Para desenhar um solenóide que produza o campo axial dado pela expressão de $B(z)$ precisamos saber qual é a distribuição de corrente $I(z)$, para isso apresentamos procedimentos para se utilizar nos cálculos de $I(z)$.

III.1) TÉCNICA DA TRANSFORMADA DE FOURIER

Vamos supor que conhecemos $I(z)$ e que o campo produzido tenha simetria azimutal. O campo num ponto z devido a um elemento de corrente $I(z')dz'$ é dado por:

$$dB(z) = I(z') g(z-z') dz' \quad (18)$$

onde $g(z-z')$ é um campo elementar produzido, $I(z')$ é a densidade linear de corrente. Considerando toda a distribuição de corrente, o campo total no ponto z é dado por:

$$B(z) = \int_{-\infty}^{\infty} I(z') g(z-z') dz' \quad (19)$$

onde para $z' < 0$, $I(z') = 0$.

Considerando um solenóide de secção regular, a função $g(z-z')$ é exatamente o campo devido a uma espira de corrente

unitária localizado num. ponto z' e sendo observado num ponto z , ou seja:

$$g(z-z') = \frac{2\pi R^2}{c} \frac{1}{[R^2 + (z-z')^2]^{3/2}} \quad (20)$$

Tomando-se a transformada de Fourier da expressão anterior, levando em conta as propriedades da transformada do produto de "convolução", temos:

$$F\{B(z)\} = F\{I(z)\} * F\{g(z)\} \quad (21)$$

de onde obtemos:

$$F\{I(z)\} = \frac{F\{B(z)\}}{F\{g(z)\}} \quad (22)$$

Desta última expressão, conhecemos as funções $B(z)$ e $g(z)$, tomando a transformada inversa, tiramos a distribuição de corrente como sendo:

$$I(z) = F^{-1}\left\{\frac{F\{B(z)\}}{F\{g(z)\}}\right\} \quad (23)$$

Assim, a princípio, sabendo-se o perfil de campo desejado e $g(z)$, podemos calcular a distribuição de corrente necessária.

III.2) TÉCNICA DO ELEMENTOS DISCRETOS

Nesta técnica, a distribuição é tomada como sendo constituída de n espiras localizadas em posições conhecidas. Queremos saber qual é a corrente que deve ser colocada em cada uma destas n espiras de modo a produzir o campo axial desejado $B(z)$. Sendo novamente $g(z-z')$ o campo de uma espira de corrente unitária localizado em z' e sendo observado em z , o campo total num ponto z é dado por

$$B(z) = \sum_{i=1}^n I_i g(z-z_i) \quad (24)$$

Conhecendo $B(z)$ em vários pontos, podemos montar o sistema linear de equações abaixo:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n I_i g(z^{(1)} - z_i) &= B(z^{(1)}) \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n I_i g(z^{(n)} - z_i) &= B(z^{(n)}) \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Este sistema linear pode ser escrito na forma matricial

$$\bar{I} \cdot \bar{G} = \bar{B}$$

de onde tiramos

$$\bar{I} = \bar{B} \cdot (\bar{G})^{-1} \quad (26)$$

Esta relação que nos fornece a quantidade de corrente que deve ser colocada em cada espira de modo a produzir o campo total $B(z)$ (programa utilizando o método descrito e comentário do mesmo se encontram no apêndice C.1).

III.3) TÉCNICA DO PROCESSO ITERATIVO

Nesta técnica começamos supondo que o solenóide a ser construído seja infinito, de modo que a distribuição de corrente necessária para produzir o campo $B(z)$ é dada por

$$N(z) = \frac{cB(z)}{4\pi I} \quad (27)$$

onde I é a corrente utilizada e $N(z)$ o número de espiras/unidade de comprimento na posição z .

O próximo passo consiste em supor a distribuição anterior levando em conta que o solenóide tem um comprimento finito L . O sistema é agora discretizado em elementos de comprimento (por exemplo 1×10^{-2} m). O campo calculado no eixo do solenóide nesta primeira aproximação é dado por :

$$B_1(z) = \sum_{z'=0}^L \left\{ \frac{2\pi I N(z')}{c} \left[\frac{\frac{(z-z')}{R}}{\left[\left(\frac{z-z'}{R} \right)^2 + 1 \right]^{1/2}} + \frac{\frac{(z'+\Delta z'-z)}{R}}{\left[\left(\frac{z'+\Delta z'-z}{R} \right)^2 + 1 \right]^{1/2}} \right] \right\} \quad (28)$$

Uma vez calculado (28), comparamos $B_1(z)$ com $B(z)$, fazendo correção para cada $N(z)$. Assim, a nova distribuição é dada por:

$$N_1(z) = N(z) + \frac{c[B(z) - B_1(z)]}{4\pi I} \quad (29)$$

Após o cálculo de (29) o campo é recalculado usando a expressão anterior, e novamente a distribuição é calculada usando (29).

Este processo deve prosseguir até que a distribuição calculada e a anterior não difiram por mais do que uma pequena quantidade.

IV)- CONSTRUÇÃO DO SISTEMA MAGNÉTICO

Supondo que o feixe atômico tem uma velocidade máxima, que desejamos desacelerar, de $v_0 = 1000 \text{ m/s}$ e usando uma desaceleração de $5 \times 10^7 \text{ cm/s}^2$ ($5 \times 10^5 \text{ m/s}^2$), valor correspondente à metade da máxima desaceleração permitida^[30], de tal forma que somente pequenas flutuações no campo possam ser toleradas, a distância para parar os átomos será de 125 cm (1,25 m). Com esses valores e $\gamma = 1,4 \text{ MHz/Gauss}$ ($1,4 \times 10^2 \text{ Hz/T}$) e usando para o valor de $B_0 = 1000 \text{ Gauss}$ ($1 \times 10^{-1} \text{ T}$) e $\beta = 8 \times 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$ ($8 \times 10^{-1} \text{ m}^{-1}$) que é o inverso da distância para desacelerar os átomos e $B_b = 200 \text{ Gauss}$ ($2 \times 10^{-2} \text{ T}$) na expressão (18), que então nos fornece a expressão analítica para o campo, poderemos desenhar o magneto que produzirá o campo desejado. Para isso foi escrito um programa computacional (apêndice C.2) que ajusta o comprimento de cada camada a fim de reproduzir o campo axial usando a idéia da terceira técnica introduzida anteriormente. Um esquema das camadas do solenóide (figura 13) desenhado bem como um diagrama de blocos (figura 14) do programa utilizado são mostrados a seguir.

figura 13: Esquema do solenóide montado mostrando sua forma e disposição de camadas.

figura 14: Diagrama de blocos do programa utilizado para produzir o campo.

Tendo em mãos os dados fornecidos pelo programa, iniciamos a construção do solenóide. Como primeiro passo, providenciamos o tubo de latão [1,5"($3,81 \times 10^{-2}$ m) de raio e 1,50m de comprimento] onde montamos o magneto. Em uma das extremidades, porém distante 5×10^{-2} m do final do tubo, soldamos um disco de latão (0,25m de raio), com uma abertura central correspondendo ao raio externo do tubo e um rasgo da borda interna à externa de 2×10^{-2} m, para sustentar e possibilitar a entrada dos tubos de cobre.

Para enrolarmos a bobina manualmente, construímos para sustentar o tubo um suporte em forma de cavaletes que podem ser fixados pela base e um sistema constituído por uma manivela e catraca presos ao tubo mais um rolimã colocado em cada extremidade possibilitou o embobinamento.

Prendemos o tubo no suporte através dos rolimãs, envernizando-o com várias demãos de verniz isolante e o encapamos com uma lona plástica fina de PVC de modo a evitar algum contato elétrico entre os condutores e o tubo. Para acomodar e manejar de maneira mais prática os tubos de cobre que chegavam em rolos de 50Kg, contruímos um carretel constituído de duas tampas (0,4 m de raio) e seis espaçadores (0,2 m de altura) dispostos no diâmetro interno dos rolos .

Antes de enrolarmos sobre o tubo de latão esticamos os tubos de cobre recozido [$1/4"$ ($6,425 \times 10^{-3}$ m)] numa distância de 15m, envernizando e enrolando-os cuidadosamente em tiras de plástico transparente, de 5×10^{-2} m por 1m, criando uma camada de proteção isolante. Começávamos as camadas sempre na mesma posição , proporcionado pelo rasgo no disco, e acabávamos as camadas nas posições fornecidas pelo programa (apêndice C.2, fornece a tabela

das camadas do solenóide e seus respectivos comprimentos mais a forma do campo gerado pelo programa e uma foto do magneto) envernizando-as e entre cada camada uma folha de PVC mais espessa era colocada. Para enrolar as 20 camadas do solenóide, foram gastos aproximadamente 2.000 metros de tubos de cobre (aproximadamente 170 Kg).

IV.1) REFRIGERAÇÃO DO SISTEMA

A razão de termos usado tubos de cobre recozidos (geralmente usados em refrigeração comercial) e não condutores maciços é porque desta forma a refrigeração do sistema é então facilitada pois pode ser feita diretamente nos elementos que conduzem a corrente. Devido à resistência apresentada ao fluxo de água introduzida para a refrigeração, acoplamos ao sistema uma bomba que produz um diferença de pressão de 70 lbf/in^2 ($4,83 \times 10^5 \text{ N/m}^2$), garantindo desta forma um fluxo razoável em todas as camadas (figura 15).

figura 15: Foto mostrando o sistema de refrigeração e a distribuição de água para as camadas.

IV.2) FONTE DO SOLENÓIDE

O esquema da fonte usada para para o magneto está na figura (16).

figura 16: Esquema da fonte de alimentação usada no magneto.

A fonte é alimentada com a tensão de 220 V, possibilitando fornecer uma variação de tensão de 0 a 150 V, na saída com corrente de 0 a 100 A, apresentando uma variação constante do valor médio da corrente de $\pm 3 \%$. Na maioria dos experimentos é usada uma corrente de 36 Ampères.

Na fonte são usados 2 SCR (tiristor) para controlar a potência no primário do transformador cuja tensão no secundário é

retificada e aplicada á carga. Para os SCR existe um circuito de disparo que controla a forma da onda de tensão no primário chaveando-a de acordo com os pulsos gerados por este circuito. Um defasador varia a posição do disparo no tempo, deixando passar mais ou menos tensão e regulando assim a saída desde 0 V (não passa nada) até 150 V (passa tudo). Uma realimentação da saída para o circuito de disparo é responsável pela estabilização da fonte.

IV.3) TESTE DO SOLENOIDE

Para testar o sistema as camadas do solenóide foram ligadas em série, após o termino da ligação o sistema todo apresentou uma resistência de 2,5 Ohms de modo que operando a 36 Ampères (corrente de trabalho efetivamente utilizada na maioria dos experimentos) teremos uma dissipação de 3,2 Kw, de modo que uma vazão de 100 ml/s ($1 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$) acarretará um acréscimo de no máximo de 8°C (285K) na água, o que é perfeitamente aceitável.

Para o teste foi usada uma corrente de 10 Ampères e o campo produzido foi medido por uma sonda Hall (Halltron Hall Effect Probes, modelo HS5) alimentada com 100 mA (fonte de tensão/corrente HEWLETT PACKARD ,modelo 6218A) que fornecia a voltagem Hall (multímetro digital KEITHLEY, modelo 179 , fundo de escala 200 mV) que após multiplicada pela devida constante fornecia o campo gerado pela bobina e este comparado na figura (17) com o produzido pelo programa.

figura 17: Comparação do campo gerado pelo programa com o campo medido experimentalmente.

O resultado apresentado na figura (17) mostra que o início do magneto há uma diferença considerável entre o campo calculado e o construído. Isto se deve ao fato de que o começo do magneto (a parte que fica mais próxima a fonte de átomos) é a região de maior densidade de voltas e assim os tubos que formam as camadas superiores exercem pressão espalhando os tubos que formam as espiras das camadas inferiores.

Como resultado há um decrescimo no campo devido ao decrescimo na densidade de espiras. De qualquer forma esta não é uma região de grande importância para o experimento. Entre 20 e

120 cm (0,2 m a 1,2 m) há uma boa concordância entre os campos projetados e construído e é esta a região efetivamente usada no experimento uma vez que assumimos que a partir de 20 cm (0,2m) é onde consideramos a máxima velocidade a ser desacelerada (valor obtido da condição de ressonância) e que corresponde aos átomos que começaram a ser ressonantes neste ponto.

Uma simulação do comportamento da distribuição de velocidades sob a ação de um perfil de campo gerado pelo solenóide^[29] pode ser observado na figura (18) onde podemos observar que átomos que começam o processo com uma velocidade muito alta, experimentam somente uma pequena desaceleração devido a força magnética, mas nunca ficam ressonantes com o "laser". Para velocidades mais baixas os átomos entrarão em ressonância e serão desacelerados até saírem de ressonância no final do processo.

figura 18: Desaceleração de átomos num campo magnético parabólico para várias velocidades iniciais (simulação matemática).

Uma importante característica do campo é sua derivada (ver equações 14,15 e 16). Se ocorrer uma variação muito rápida do campo , em qualquer ponto, isto fará com que o átomo não acompanhe o campo que foi projetado para variar conjuntamente com efeito Zeeman e o efeito Doppler.

$$\frac{dB}{dz} \geq \frac{\hbar k}{2\tau M} \left(\frac{B_0}{v_0} \right)^2 \left(\frac{1}{B - B_b} \right) \quad (30)$$

Nos pontos onde a derivada do campo é elevada, a condição de ressonância (equação 11) não é satisfeita e neste caso o átomo simplesmente deixa de estar ressonante com o processo.

Na figura (19) mostramos a derivada do campo calculado, de seu valor medido e o máximo valor aceitável (equação 30).

figura 19: Derivada do campo projetado, medido e o valor máximo aceitável.

Como podemos ver, o campo construído apresenta derivada sempre acima do limite, revelando uma boa qualidade do campo para a desaceleração de átomos.

V)-SISTEMA DE VÁCUO

O sistema é constituído de uma câmara principal cujo vácuo é feito através de uma bomba difusora [velocidade de bombeio da ordem de 1200 l/s ($1,2 \text{ m}^3/\text{s}$)] (apêndice A.1), de uma região intermediária bombeada por uma bomba turbo molecular [capacidade de bombeio de 170 l/s ($1,7 \times 10^{-1} \text{ m}^3/\text{s}$)] (apêndice A.2) e da câmara para o feixe atômico bombeada pela mesma turbo molecular. A câmara principal (figura 20) é construída em aço inoxidável (apêndice A.3) com flanges apresentando "O-rings" de Viton. Entre a câmara principal e a bomba difusora existe um "trap" de nitrogênio líquido (figura 21) cuja função é melhorar a velocidade de bombeamento da bomba difusora e impedir que o óleo da bomba atinja a câmara principal.

figura 20: Esquema da câmara principal do sistema de vácuo.

figura 21: Esquema do "trap" de nitrogênio líquido.

A câmara do feixe atômico é um tubo de vidro (para facilitar visualização da fluorescência emitida pelos átomos durante sua interação com a radiação) tendo nas suas extremidades solda vidro-metal, usando "Kovar" (uma liga de ferro, níquel e cobalto que pode ser usada pois existem vidros com coeficiente de expansão idênticos ao desta liga), e flanges tipo "conflates" para alto vácuo (figura 22).

Como mostrado no esquema do sistema completo (figura 23) a câmara para o feixe atômico é conectada com a câmara principal

figura 22: Esquema da câmara do feixe atômico.

através da região intermediária, constituída de uma válvula tipo gaveta para alto vácuo, duas secções de múltiplas entradas e um fole metálico que permite o movimento independente das duas partes facilitando muito o alinhamento do feixe atômico, produzido pelo forno colocado dentro da câmara principal.

figura 23: Sistema experimental completo, constituído da câmara da fonte, câmara do feixe e região intermediária.

A ligação entre a câmara principal e a região intermediária é feita através de um canal fino, colimador, aquecido que além de produzir a colimação do feixe atômico, propicia também um bombeamento diferencial permitindo que o vácuo seja muito superior ao vácuo da câmara principal. O canal tem um diâmetro aproximado de 0,1 cm (1×10^{-3} m) e um comprimento de 1 cm (1×10^{-2} m).

Tendo em mãos esses valores obtemos que a velocidade de bombeamento através do canal é^[33]:

$$S_r \cong 12 d^3 / (1 + \frac{4}{3} d) = 0,01 \text{ l/s } (1 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}) \quad (31)$$

e tendo a bomba turbo um bombeamento de 170 l/s ($1,7 \times 10^{-1} \text{ m}^3/\text{s}$) vemos que não temos problemas de condutância no canal.

VI)-PRODUÇÃO DO FEIXE ATÔMICO

A fonte do feixe atômico é do tipo efusiva constituindo basicamente de um reservatório (forno) de sódio metálico, com um volume de 40 ml ($4 \times 10^{-5} \text{ m}^3$) (figura 24) e que pode ser aquecido [normalmente a temperatura de operação é de 500°C (773K)] através de resistências (50 Ohms) que podem ser alimentadas com uma

figura 24: Esquema do forno utilizado para a produção do feixe atômico.

tensão máxima de 100 Volts e estando envolvidas por aço inox colocadas na base inferior do forno através de uma placa de

aquecimento, ficando numa posição intermediária entre o reservatório e o suporte.

Este reservatório é conectado a parte superior onde encontro o "nozzle" (nariz), através de conectores tipo "swagelok".

O "nozzle" também pode ser aquecido (resistência de 30 Ohms) e é importante mantê-lo mais quente que o reservatório [com 50°C a 60°C (323K a 333K) de diferença] para que não ocorra condensação do vapor de sódio, no interior do canal (figura 25). Para o controle da temperatura são usados termopares "cromel-alumel".

figura 25: Esquema do "nozzle" responsável pela saída do feixe.

Três transladores lineares (um fixo na tampa, como sendo o eixo z e os outros dois dispostos no suporte do forno, fornecendo o eixo x e y) possibilitam um correto alinhamento do forno com relação ao canal (figura 26).

O feixe é produzido aquecendo-se o metal, a sua pressão aumenta criando uma diferença de pressão entre a parte interna e externa do "nozzle". Como resultado é gerado um jato de átomos com alta velocidade que é distribuído homogeneamente no espaço. Em função da temperatura, a pressão de vapor de sódio se comporta como mostra o gráfico na figura (27).

figura 26: Foto dos transladores responsáveis pelo alinhamento do forno.

figura 27: Gráfico da pressão de vapor de sódio com relação a temperatura.

O fluxo de átomos^[34] emergindo pode ser calculado supondo-se que o vapor metálico no interior do forno a velocidade dos átomos é caracterizada por uma distribuição Maxwelliana. O número de átomos com velocidades entre v e $v+dv$ (distribuídos numa calota esférica) por unidade de volume é dado por :

$$F(v)dv = 4\pi \eta \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv \quad (32)$$

onde m = massa do átomo, k = constante de Boltzman, v = velocidade do átomo e $\eta = N/V$ é o número total de partículas por unidade de volume.

A expressão anterior já está convenientemente normalizada, isto é:

$$\int_0^{\infty} F(v)dv = \eta \quad (33)$$

Assim podemos calcular a velocidade média , $\overline{v}$, desta

distribuição como:

$$\bar{v} = \frac{1}{\eta} \int \int \int f(v) v d^3v \quad (34)$$

onde a integração é sobre todas as velocidades, ou equivalentemente por:

$$\bar{v} = \frac{1}{\eta} \int_0^{\infty} F(v) v dv \quad (35)$$

desde que $f(v)$ só depende do $|v|$, esta integração é igual $f(v)$ multiplicado pelo volume $4\pi v^2 dv$ da calota esférica. Assim:

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{1}{\eta} \int_0^{\infty} f(v) v \cdot 4\pi v^2 dv = \frac{4\pi}{\eta} \int_0^{\infty} f(v) v^3 dv \\ &= 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^3 dv = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{m}{2kT} \right)^{-2} \end{aligned} \quad (36)$$

Logo

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{kT}{m}} \quad (37)$$

Podemos também obter de (32) usando a condição $dF/dv = 0$ que:

$$\begin{aligned} 2v e^{-\frac{mv^2}{2kT}} + v^2 \left(-\frac{m}{kT} v \right) e^{-\frac{mv^2}{2kT}} &= 0 \\ v_{\max} &= \sqrt{\frac{2kT}{m}} \end{aligned} \quad (38)$$

que é a velocidade em que $F(v)$ é máxima (figura 28), então:

figura 28: Comportamento da distribuição de Maxwell com relação a temperatura.

Vamos calcular o fluxo de átomos emergentes do "nozzle". Como o orifício é muito menor que o canal, podemos considerá-lo como um buraco em uma parede plana, logo os átomos que saírem deste buraco, serão os mesmos que se chocarão com a área do buraco caso ele não existisse. Então considerando um elemento de área dA (figura 29) da parede.

figura 29:

Átomos, com velocidade entre v e $v+dv$, colidindo com um elemento de área da parede

Teríamos que os átomos com velocidade entre v e $v+dv$, sofrerão num intervalo de tempo dt , um deslocamento vdt . As direções do grupo de velocidade v e $v+dv$ são especificadas pelo ângulo polar θ e azimutal ϕ . Os átomos que estejam contidos num cilindro infinitesimal, com secção de área dA e comprimento vdt irão chocar-se com a parede num tempo dt (figura 30).

figura 30:

Átomos com velocidade entre v e $v+dv$ contidos em um cilindro de área dA e comprimento vdt colidem com a parede num tempo dt .

O volume do cilindro é $v.dA.dt.\cos\theta$, e o número de átomos por unidade de volume, neste intervalo de tempo, é $f(v)d^3v$ onde:

$$\int f(v)d^3r d^3v = n \left[\frac{m}{2\pi kT} \right]^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} d^3r d^3v \quad (39)$$

Assim os átomos que se chocarão em dA no intervalo de tempo dt será dado por:

$$N^o \text{ átomos } d^3v = f(v)d^3v dA v dt \cos\theta \quad (40)$$

dividindo por $dt.dA$ obtemos:

$$\phi_o(v) d^3v = f(v) v \cos\theta d^3v \quad (41)$$

sendo ϕ_o o número total de átomos que $\frac{\text{colidem}}{\text{unid. tempoxunid. área}}$.

Para obtermos ϕ_o precisamos integrar a expressão acima na velocidade, considerando a condição de colisão $v_z = v \cos\theta > 0$

$$\phi_o = \int_{v_z > 0} d^3v f(v) v \cos\theta$$

onde $d^3v = v dv (\sin\theta d\theta d\varphi) = v dv d\Omega$

integrando nos ângulos:

$$\begin{aligned} \phi_o &= \int_{v_z > 0} v^2 dv \sin\theta d\theta d\varphi f(v) v \cos\theta \\ &= \int_0^\infty f(v) v^3 dv \int_0^{\pi/2} \sin\theta \cos\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \end{aligned} \quad (43)$$

onde

$$\phi_o = \pi \int_0^\infty v^3 f(v) dv \quad (44)$$

que pode ser expresso em termos da velocidade média já calculada.

Então:

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{1}{n} \int d^3v f(v) v = \frac{1}{n} \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} (v^2 dv \sin\theta d\theta d\varphi) f(v) v \\ &\text{ou} \quad \bar{v} = \frac{4\pi}{n} \int_0^\infty f(v) v^3 dv \end{aligned} \quad (45)$$

Assim obtemos o fluxo emergente no orifício, que é:

$$\phi_c = \frac{1}{4} \eta \bar{v} \quad (\text{átomos/área} \times \text{tempo}) \quad (46)$$

que considerando como um gás ideal nos dá

$$Pv = NkT \quad \text{onde} \quad \eta = \frac{P}{kT} \quad (47)$$

utilizando o $\bar{v}$ calculado para a distribuição de velocidades de Maxwell, $\bar{v} = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{k T}{m}}$ obtemos:

$$\phi_o = \frac{P}{\sqrt{2\pi m k T}} \quad (48)$$

portanto, sabendo a temperatura e a pressão saberemos determinar o fluxo. Nem todo fluxo é introduzido na câmara do feixe atômico, mas somente uma porção contida no ângulo sólido delimitado pelo canal de colimação.

Só entrarão na câmara os átomos contidos no ângulo sólido^[33]

$$\Omega_e = \pi \frac{(d_c)^2}{4l^2} \quad (49)$$

de modo que o fluxo total do feixe é^[33] :

$$\phi = \pi \frac{(d_n)^2}{4} \frac{\Omega_e}{4} \phi_o \quad (50)$$

onde d_c é o diâmetro do canal, d_n é o diâmetro do "nozzle" e l é a distância do "nozzle" até o canal mais o comprimento do canal (figura 31).

Trabalhando a uma temperatura de 500°C (773K) conseguimos produzir feixes atômicos com 10^{16} átomos/s num ângulo sólido da ordem^[33] de 150 mrad [$d_n=100 \mu\text{m}$, $d_c=0,7 \text{ cm}$ ($7 \times 10^{-3} \text{ m}$), $l=25 \text{ cm}$ ($2,5 \times 10^{-1} \text{ m}$)]. Isto implica que a uma distância de 1 metro o feixe apresentaria uma área de 15 cm^2 ($1,5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$) ou então um diâmetro de aproximadamente 4 cm ($4 \times 10^{-2} \text{ m}$), que se aproxima do diâmetro do tubo.

figura 31: Esquema mostrando distância do canal ao "nozzle" e abertura do canal.

VII)- SISTEMA ÓTICO

O "laser" usado é um "laser" de corante em anel (COHERENT-môdelo 699-21, usando como corante Rhodamina 6G) com largura de linha de 1MHz e sintonizado na linha D₂ do sódio é bombeado por um "laser" de argônio (COHERENT, modelo INNOVA 100). Parte do feixe "laser" é desviado para um analisador de espectros, BURLEIGH, para assegurar a qualidade do modo, com o sinal visto no osciloscópio TEKTRONIX tipo 547, e para uma célula de referência de sódio^[35] que permite verificar a boa sintonia na transição de interesse. Uma lâmina de quarto de onda para $\lambda = 589\text{nm}$ permite a obtenção de luz circularmente polarizada que será usada na transição $3S_{1/2} (F = 2, m_f = 2) \rightarrow 3P_{3/2} (F = 3, m_f = 3)$ do átomo de sódio. A luz circularmente polarizada se faz necessária para evitar o bombeamento óptico para outros níveis^[36]. Um sistema constituído por duas lentes permite focalizar o "laser" exatamente no orifício de saída da fonte de átomos, tendo desta forma uma convergência quase que igual à divergência do feixe atômico, garantindo que a luz e átomo estejam contrapropagantes em cada ponto do sistema. Normalmente são utilizados 100 mW a 300mW de potência no "laser" desacelerador (figura 32 e 33).

figura 32: Foto do sistema óptico.

figura 33: Esquema simplificado mostrando o aparato ótico usado.

VIII)- DEMONSTRAÇÃO DA DESACELERAÇÃO

A distribuição de velocidades ao iniciar o processo de desaceleração é bem larga e terminam, após a desaceleração, como uma amostra constituída na sua maioria por átomos lentos numa estreita distribuição de velocidades como podemos observar na figura 34.

Normalmente, aqueles que se utilizam da técnica de ajuste Zeeman,^[19,23,31,32,36,37] para demonstrar a desaceleração dos átomos usam 2 "lasers", sendo os dois de frequência independentes. O primeiro "laser" normalmente é utilizado para produzir a desaceleração dos átomos enquanto o segundo é utilizado para verificar a mudança da distribuição de velocidades causada pelo primeiro "laser" ou seja os átomos são desacelerados e observados após ocorrer todo o processo.

figura 34: Compressão das velocidades com relação a distribuição inicial.

Apresentamos aqui uma maneira alternativa para estudar o processo de desaceleração que além de demonstrar, nos permite acompanhar continuamente o feixe atômico durante todo o processo. Assim a técnica consiste em observar a fluorescência ao longo do caminho de desaceleração, notando que usamos apenas um "laser" para diagnosticar e desacelerar.

O "laser" é sintonizado próximo a $f - f_0 = 0$, de modo que átomos com velocidade da ordem de $v_0 = 1000 \text{ m/s}$ estarão ressonantes (equação 11) no ponto mais alto do campo magnético [$B \sim 1200 \text{ Gauss } (1,2 \times 10^{-1} \text{ T})$]. Uma vez que estes átomos começam a espalhar fótons, iniciam a desaceleração e acompanham o perfil do campo magnético deixando o sistema com baixas velocidades. Átomos com velocidades iniciais mais baixas começam a espalhar fótons (e portanto desacelerar) para valores mais baixos do campo magnético e, uma vez no processo, acompanham o campo magnético deixando o sistema com a mesma velocidade dos átomos mais rápidos. Assim, a larga distribuição de velocidade injetada de um lado do solenóide ($v_{\text{max}} \sim 1000 \text{ m/s}$) é desacelerada e "monocromatizada" deixando o sistema a baixas velocidades, numa distribuição mais estreita ($\Delta v \sim 50 \text{ m/s}$).

A idéia básica da técnica desenvolvida para demonstrar a desaceleração é que a medida que o feixe desacelera, sua velocidade média diminui e portanto a densidade de átomos em cada ponto aumenta, já que estamos supondo um fluxo constante de átomos (e que a potência do "laser" é praticamente constante ao longo de toda extensão do feixe) como podemos ver esquematizado na figura 35.

O experimento foi realizado^[38] introduzindo-se no sistema um conjunto de detectores de scio capazes de se movimentarem

figura 35: Idia bsica da tcnica para acompanhar a desacelerao atravs da observao dos ftons espalhados ao longo do feixe atmico.

ao longo de toda extenso do tubo de vidro, no interior do qual flui o feixe atmico (figura 36). Realizamos inicialmente um experimento em que varriamos a freqncia do "laser" desacelerador observando a amplitude do sinal de fluorescncia do feixe em pontos diferentes da cmara de desacelerao (com o

campo desligado).

Numa medida deste tipo, onde não há desaceleração ($B=0$), a observação da fluorescência como função da frequência de um "laser" contrapropagante nos revela o perfil da distribuição de velocidades dos átomos no feixe. Se houvesse um campo magnético

figura 36: Esquema experimental simplificado para medida da fluorescência do feixe atômico.

local, de valor B conhecido, no ponto de interação "laser"-átomo, então todas as componentes de velocidade estariam ressonantes em

uma nova frequência que corresponderia à antiga frequência, (para $B=0$) mas com a adição do efeito Zeeman, então as setas na figura (37) indicam a posição que os átomos com $v=0$ são ressonantes. No caso de átomos de sódio trabalhamos na transição $3S_{1/2}$ ($F=2$, $m_f=2$) $\rightarrow$ $3P_{3/2}$ ($F=3$, $m_f=3$), cuja frequência de transição aumenta à razão de 1,4 MHz/Gauss.

Operando o sistema magnético a 36 Ampères, obtivemos o sinal de fluorescência do "laser" desacelerador onde referência $v=0$, corresponde a linha tracejada na figura (37), para $B=0$.

Obtivemos a referência para cada varredura do "laser" tomando-se parte do feixe ($\sim 1mW$) e cruzando o feixe atômico perpendicularmente antes da entrada do feixe atômico no magneto ($B \approx 0$). O sinal de referência foi observado a olho nu, fazendo-se uma varredura manual. Com a varredura observamos os estados fundamentais do sódio $S_{1/2}$ ($F=2$) e $S_{1/2}$ ($F=1$) que são separados de 1,77 GHz (figura 09).

figura 37: Intensidade de fluorescência como função do "detuning" do "laser" desacelerador para o detetor posicionado em diferentes posições. A marca $v=0$ indica a frequência de ressonância para átomos com velocidade $v=0$ em cada posição.

Com relação ao experimento observamos, primeiro uma fluorescência predominante em um intervalo de frequência da ordem de 1 GHz, e isto advém do fato que o feixe tem uma distribuição de velocidades cujo o efeito Doppler corresponde a esta faixa. Em segundo lugar observamos que o pico de fluorescência aproxima-se cada vez mais da referência para átomos com $v=0$ m/s, que é obtida através do referencial da frequência do "laser" e adicionando para cada ponto a defasagem produzida pelo efeito Zeeman local. Esta observação proporciona evidências de que o feixe atômico

está sendo desacelerado. Uma terceira observação a ser feita corresponde à variação da posição do máximo de fluorescência como função do campo magnético local em cada ponto de observação (figura 38).

figura 38: Posição do máximo de fluorescência como função do campo magnético local.

Como dissemos, esperaríamos uma variação de 1,4 MHz/Gauss ($1,4 \times 10^2 \text{ Hz/T}$) para este tipo de medida, caso não ocorresse alteração da velocidade dos átomos, pois a frequência de ressonância em cada ponto será:

$$f_{res} = f_0(1 - v/c) + \gamma B \quad (51)$$

Isto revela que além do efeito Zeeman também está ocorrendo uma variação na velocidade dos átomos, que agora passam a ter uma velocidade que depende de B e assim de z.

A partir de (51) obtemos : $f_L = f_0 (1 - v(B)/c) + \gamma B$ de onde tiramos $\Delta = -(f_0/c).v(B) + \gamma B$ e então isolando $v(B)$ dessa expressão obtemos, $v(B) = -\Delta/k + \gamma B/k$ como já mostrado.

Não desejamos neste ponto uma análise quantitativa, mas simplesmente mostrar que ocorrendo desaceleração, quanto maior é o campo, maior é a velocidade dos átomos e isto leva a uma diminuição da inclinação (figura 38), pois havendo desaceleração, à medida que o campo decresce a curva de distribuição de velocidades do feixe é deslocada para valores menores de velocidade.

Devemos salientar que as posições (figura 37) que estamos nos referindo são estabelecidas a partir da origem do magneto e portanto a maior distância é menor a amplitude de campo.

Este aumento da fluorescência ao longo do caminho de desaceleração onde o campo magnético apresenta uma menor intensidade é sem dúvida o resultado mais conclusivo na demonstração da desaceleração do feixe, e deve-se essencialmente a dois fatos: à medida que o feixe desacelera, o átomo espalha mais fótons por unidade de comprimento, pois está mais lento gastando mais tempo em cada intervalo espacial e está espalhando à uma taxa constante. Além disto a medida que o campo diminui mais átomos da distribuição de velocidades penetrando no sistema passam a estar ressonantes com o "laser" desacelerador, como mostrado anteriormente.

A fim de analisarmos com maior cuidado este aumento de fluorescência como função da distância, realizamos o experimento onde a frequência do "laser" desacelerador é mantida fixa e a fluorescência do feixe é observada ao longo do caminho do feixe através da movimentação do sistema de detectores (figura 39). Escolhemos como posição fixa a posição $z=50\text{cm}$ ($5 \times 10^{-1}\text{m}$) que corresponde a $\Delta=0$ na figura (37).

figura 39:(a) Perfil de fluorescência como função da posição, sem descontar o sinal de fundo.
 (b) Sinal de fundo para este tipo de medida.
 (c) Perfil de fluorescência já descontado o sinal de fundo.

A curva sólida é a fluorescência medida quando o "laser" foi fixo a $\Delta=0$. A curva tracejada corresponde ao sinal medido quando o "laser" é colocado 19 GHz fora de ressonância de modo que o sinal medido deve-se somente à luz espalhada. Assim vemos que perto das extremidades onde se encontram as janelas, o nível de luz espalhada é muito maior. Há também um considerável aumento quando vamos ao começo do magneto devido principalmente à luz espalhada no canal colimador. Este sinal deve ser subtraído do sinal medido para termos o sinal verdadeiro. Este aumento de sinal como função da distância ocorre por duas razões principais:

- 1^o) Dos átomos que estão no processo de desaceleração quanto menor a velocidade maior será a densidade já que o fluxo é conservado.
- 2^o) Quanto maior a distância à entrada do magneto mais átomos da distribuição de velocidade participam do processo.

A observação da desaceleração do feixe atômico pode ser convenientemente justificado através de um modelo matemático para o processo. Durante o processo de desaceleração há essencialmente transferência de momentum dos fótons para o átomo na forma explicada anteriormente, onde para cada variação da velocidade de 3 cm/s (3×10^{-2} m/s) há necessariamente emissão de um fóton. Desta forma podemos pensar em analisar a fluorescência do feixe atômico através de sua variação de velocidade, e esta idéia constitui a essência do modelo que faremos a seguir.

Ao calcularmos o momentum linear do feixe numa determinada

posição, podemos escrever^[39]:

$$p(z) = M \int_0^{v(z)} v \frac{dN}{dv} dv + M v(z) \int_{v(z)}^{v_0} \frac{dN}{dv} dv + M \int_{v_0}^{\infty} v \frac{dN}{dv} dv \quad (52)$$

$$\text{Onde } \frac{dN}{dv} = \frac{2I_0}{\alpha^4} v^3 e^{-v^2/\alpha^2} \quad \text{com } \alpha = \sqrt{2KT/M} \text{ é a}$$

distribuição inicial de velocidades do feixe atômico e I_0 é uma constante^[40]. O primeiro termo em (52) é a contribuição dos átomos que apresentam velocidades inferiores a $v(z)$ (velocidade de ressonância no ponto z) e que só entrarão no processo de desaceleração a partir de valores maiores de z . O segundo termo são os átomos que iniciaram o processo de absorção de fótons em pontos anteriores a z , e que neste ponto apresentam, todos, velocidade $v(z)$. O valor de v_0 corresponde a primeira velocidade a iniciar a desaceleração. Finalmente, o último termo da equação (52) são os átomos que são demasiadamente rápidos para entrarem em ressonância e serem desacelerados.

A variação de momentum do feixe atômico num certo intervalo Δz é aproximadamente $\Delta P = \frac{dp}{dz} \cdot \Delta z$ e então da equação (52) obtemos

$$\Delta P = M \frac{dv(z)}{dz} \int_{v(z)}^{v_0} \frac{dN}{dv} dv \cdot \Delta z \quad (53)$$

Como para cada variação média de momentum de valor $\hbar k$ corresponde um ciclo absorção-emissão, o número de fótons emitidos será dado por:

$$N^\circ \text{ fótons} \cong - \frac{\Delta P}{\hbar k} \quad (54)$$

evidentemente, o sinal medido e fluorescência do feixe é proporcional a este número,

$$(\text{Sinal})_z^{\Delta z} = - M \frac{\Delta z}{\hbar k} \frac{dv(z)}{dz} \int_{v(z)}^{v_0} \frac{dN}{dv} dv \quad (55)$$

Onde

$$v(z) = -\frac{\Delta}{k} + \frac{\gamma B}{k}$$

Então

$$\frac{dv(z)}{dz} = \frac{\gamma}{k} \frac{dB}{dz} \quad \text{e} \quad \frac{dB}{dz} = -\frac{1}{2} \frac{B_0^2 \beta}{B - B_b} \quad \text{da equação (17).}$$

Ao efetuarmos a integral e introduzirmos uma constante de proporcionalidade que engloba entre outras coisas a eficiência de detecção bem como a geometria de coleta de fótons obtemos então a expressão (56)

$$\begin{aligned} \text{Sinal}(z, \Delta, \Delta z) = \frac{S_0}{(B - B_b)} & \left\{ e^{-\left(\frac{\Delta}{k} + \frac{\gamma B(z)}{k}\right)^2 / \alpha^2} \left[\frac{\left(-\frac{\Delta}{k} + \frac{\gamma B}{k}\right)^2}{\alpha^2} + 1 \right] \right. \\ & \left. - e^{-\left(\frac{\Delta}{k} + \frac{\gamma B_{\max}}{k}\right)^2 / \alpha^2} \left[\frac{\left(-\frac{\Delta}{k} + \frac{\gamma B_{\max}}{k}\right)^2}{\alpha^2} + 1 \right] \right\} \quad (56) \end{aligned}$$

que é a amplitude do sinal observado como função de z e Δ ("detuning" do "laser" com relação à transição do átomo). Na expressão acima, S_0 é uma constante de proporcionalidade e $B_{\max}$ o máximo campo visto pelos átomos e portanto o valor máximo do perfil no início do solenóide. Um gráfico de $\text{Sinal}(z, \Delta)$ (equação 56) para várias posições (representadas para diferentes posições de campo) está na figura (40).

Para uma determinada frequência do "laser" podemos estudar a progressão da amplitude do sinal como função da distância.

figura 40: Intensidade de fluorescência como função da frequência do "laser".

Usando-se de $\Delta=0$ (figura 41) na equação (55) e comparando com o resultado obtido experimentalmente, podemos notar uma excelente concordância entre a teoria e o experimento o que vem mostrar que apesar de ser um modelo matematicamente simples ele incorpora as hipóteses mais importantes do processo de desaceleração.

O que temos a ressaltar da técnica usada é que com a utilização de um único "laser" é possível demonstrar a desaceleração do feixe atômico, com a possibilidade de podermos acompanhar a ressonância dos átomos ao longo de todo o caminho e, desta forma, observar alterações da fluorescência durante o processo de desaceleração.

figura 41: Intensidade de fluorescência como função da posição, medida experimentalmente e calculada pelo modelo analítico.

Apesar de geralmente apresentarmos somente o sinal coletado ao longo da região de desaceleração, devemos levar em conta que o processo não termina naquele ponto, e que se prosseguirmos acompanhando a fluorescência para valores maiores de z , notaremos que a fluorescência cresce muito mais do que o apresentado, mostrando um comportamento quase que divergente, atingindo um valor máximo e imediatamente caindo a zero. Este comportamento corresponde a um perfil de fluorescência para quando o "detuning" Δ é levemente positivo (~ 50 MHz). O aumento progressivo de sinal, que tem a mesma explicação anteriormente apresentada, representa a desaceleração do feixe.

Pelo modelo apresentado, esperamos que, ao trabalharmos com

Δ levemente positivo possamos conseguir que os átomos atinjam o repouso antes do final do solenóide, sendo que o sinal terá uma divergência onde $v=0$ pois nesta região cada átomo espalhará um número extremamente grande de fótons por unidade de comprimento. No entanto, observamos que na verdade o sistema começa a divergir atingindo, porém um valor limite para fluorescência. Para o caso apresentado podemos calcular a densidade máxima de átomos no ponto justamente antes da queda da fluorescência. Levando em conta as características do amplificador bem como a geometria da detecção, calculamos pelo sinal elétrico medido que estamos parando cerca de 8×10^{10} átomos/s. Como cada átomo necessita cerca de 3×10^4 fótons para chegar ao repouso, vemos que estamos usando cerca de $2,4 \times 10^{15}$ fótons /s para frear os átomos.

Este número é somente 1% do total de fótons que constituem o feixe do "laser" que está sendo usado no experimento, embora este pareça um baixo rendimento, o resultado que obtivemos nos surpreendeu bastante porque ele apresenta algumas ordens de grandeza acima dos resultados obtidos em experimentos de mesma natureza, devido à qualidade do campo produzido.

Para o estabelecimento deste limite no ponto onde os átomos atingem o repouso podemos dizer que durante a desaceleração do feixe, devido a emissão espontânea, ocorre uma difusão transversal do feixe que contribui então para uma dispersão diminuindo a densidade local e além disto, quando os átomos atingem o repouso, o "laser" não deixa de agir sobre os átomos, causando então uma reversão no movimento. A queda repentina de fluorescência pode inclusive ser observada visualmente para alguns casos de Δ não muito positivo ($\cong 50\text{Mhz}$) mostrando a

ausência de átomos após aquele determinado ponto que corresponde a ressonância do átomo em repouso. A realização de um modelo computacional^[29] confirmou relativamente bem a curva da figura (42).

figura 42: Perfil total da fluorescência do feixe mostrando uma quase divergência e uma queda abrupta.

CONCLUSÃO

Apresentamos neste trabalho detalhes de desenho e construção de um sistema experimental para a produção de feixes atômicos desacelerados por laser através de pressão de radiação e demonstramos através de uma técnica nova (que utiliza um único laser para desacelerar e diagnosticar) a desaceleração de um feixe de sódio metálico. Devido a concepção do sistema, ocorre um favorecimento a visualização direta do feixe desacelerado o que não ocorre em outros sistemas utilizados por outros grupos.

O equipamento construído está presentemente sendo utilizado para a realização de uma série de experimentos que permitirão com o processo de desaceleração de átomos, uma melhor compreensão dos fenômenos da física atômica e molecular.

Vários resultados como extração de átomos^[41], colimação de átomos lentos^[42] e efeitos de seguimento adiabático no campo já foram obtidos e muitos outros como monocromatização de feixe atômico estão em andamento.

E num futuro não muito distante experimentos de aprisionamento (trapping), melado ótico (optical molasses) e choque em superfície serão realizados neste laboratório de pesquisa.

O equipamento será também utilizado para desaceleração de outros alcalinos tais como Césio, Rubídio e Lítio.

REFERÊNCIAS

- 1) P. Lebedev, Ann. Phys. (Leipzig) 6, 433 (1901);
Ann. Phys. (Leipzig) 32, 411 (1910).
- 2) E. F. Nichols, G. F. Hull, Phys. Rev. 13, 307 (1901);
Phys. Rev. 17, 91 (1903).
- 3) A. Einstein, Phys. Zeits. [Physicalische Zeitschrift] 18, 121 (1917).
- 4) A. H. Compton, and A. W. Simon, Phys. Rev., 26, 289 (1925).
- 5) E. Schrödinger, Ann. Phys. (Leipzig) 82, 257 (1927).
- 6) R. Frisch, Z. Phys. [Zeitschrift für Physik] 86, 42 (1933).
- 7) W. G. Cross, and N. F. Ramsey, Phys. Rev. 80, 929 (1950).
- 8) J. L. Picqué, and J. L. Vialle, Opt. Commun. 5, 402 (1972).
- 9) R. Schieder, H. Walther, and L. Wöste, Opt. Commun. 5, 337 (1972).
- 10) D. Jacquinet, S. Liberman, J. L. Picqué, and J. Pinard, Opt. Commun. 8, 163 (1973).
- 11) A. F. Bernhardt, D. E. Duerre, J. R. Simpson, and L. L. Wood, Appl. Phys. Lett. 25, 617 (1974).
- 12) T. W. Hänsch, A. L. Schawlow, Opt. Commun. 13, 68 (1975).
- 13) D. J. Wineland, H. Dehmelt, Bull. Am. Phys. Soc. 20, 637 (1975).
- 14) D. J. Wineland, W. M. Itano, Phys. Rev. A 20, 1521 (1979).
- 15) W. D. Phillips, H. Metcalf, Sci. American, March 1987, p. 50
- 16) P. Meystre, S. Stenholm, eds, The Mechanical Effects of Light; J. Opt. Soc. Am. B 2 (11), 1786 (1985).

- 17) S.A. Andreev, V.I. Balykin, V.S. Letokhov and V.G. Minogin, Pis'ma Zh. Eksp.Teor.Fiz. 34, 463 (1981) [JETP Lett. 34, 442 (1981)].
- 18) W. D. Phillips and H. Metcalf, Phys Rev. Lett. 48, 596 (1982).
- 19) V. S. Letokov and V. G. Minogin, Phys. Reports 73, 1 (1981).
- 20) W. Ertmer, R. Blatt, J. L. Hall, M. Zhu, Phys. Rev. Lett. 54, 996 (1985).
- 21) S. Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, A. Cable, A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. 55, 48 (1985).
- 22) S. Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin, A. Cable, Phys Rev. Lett. 57, 314 (1986).
- 23) R. N. Watts, C. F. Wieman, Opt. Lett. 11, 291 (1986).
- 24) R. N. Watts, D. H. Yang, B. Sheehy and H. Metcalf, XV International Quantum Electronics Conference, U.S.A., contribution Tu 6637 (1987).
- 25) M. Alegrini and L. Moi, Opt. Commun. 32, 91 (1980).
- 26) J. Liang, L. Moi, and C. Fabre, Opt. Commun. 52, 131 (1984).
- 27) R. J. Cook, Phys. Rev. A 20, 224 (1979).
- 28) L. Allen, J. H. Eberly, "Optical Resonance and Two-Level Atoms", Wiley, New York, 1975.
- 29) R. J. Napolitano, Dissertação de Mestrado, "Simulação do processo de desaceleração de átomos pela técnica de ajustamento Zeeman", Departamento de Física e Ciência dos materiais/Instituto de Física e Química de São Carlos/Universidade de São Paulo, 1990.

- 30) W. D. Philips, J. V. Prodan, H. J. Metcalf, J. Opt. Soc. Am. B 2 (11), 1751 (1985).
- 31) J.V. Prodan, W.D. Phillips and H.J. Metcalf, Phys. Rev. Lett. 49, 1149 (1982).
- 32) V.O. Balykin, V.S. Letokhov and A.I. Sidorov, Opt. Commun. 49, 248 (1984).
- 33) V. S. Bagnato, Relatório de atividades de projeto de utilização de pressão de radiação para desaceleração, controle e interação de feixes atômicos, referente ao periodo de setembro de 1987 a agosto de 1988.
- 34) F.Reif, "Fundamental of statistical and thermal physics", McGraw-Hill,Inc., New York (1965).
- 35) V. S. Bagnato, G.P. Lafayatis, A.G. Martin, E.L. Raab, R.N. Ahmad-Bitar and D.E Pritchard, Phys. Rev. Lett. 58, 2194 (1987).
- 36) Veja por exemplo o curso "Espectroscopia atômica e manipulação óptica de átomos", II Escola de Verão Jorge Swieca: Ótica Quântica e Não Linear, São Carlos, SP, IFQSC/USP, 12-26 janeiro 1990.
- 37) N. Beverini, S. De Pascalis, E. Maccioni, D. Pereira, F. Strumia, G. Vissami, Y.Z. Wang and C. Novero, Opt. Lett. 14, 350 (1989).
- 38) V. S. Bagnato, A. Aspect and S. C. Zilio, Opt. Commun. 72, 76 (1989).

- 39) V. S. Bagnato, Tese de Doutorado, "Magnetic trap for laser-cooled neutral atoms", Department of Physics and Research Laboratory of Eletronics/ Massachusetts Institute of Technology, julho 1987.
- 40) Norman F. Ramsey, "Molecular Beams", Oxford University Press, London, 1963.
- 41) M.E. Firmino, C.A. Faria Leite, Z.C. Zilio and V.S. Bagnato, Phys. Rev. A **41**, 4070 (1990)
- 42) C.A. Faria Leite, S.C. Zilio e V.S. Bagnato -trabalhos apresentados no XII (maio de 1989) e XIII (maio de 1990) Encontro Nacional de Física de Matéria Condensada, Caxambú - M.G..

GLOSSÁRIO

#1: <u>Estrutura Hiperfina num campo magnético</u>	86
#2: <u>Efeito Compton</u>	88
#3: <u>Efeito Doppler</u>	88
#4: <u>Alargamento Doppler</u>	89
#5: <u>Estados de energia</u>	89
#6: <u>Efeito Zeeman</u>	90

GLOSSÁRIO

Estrutura Hiperfina num campo magnético:

Na presença de um campo magnético estático $\vec{H}$ ($\vec{B} = \mu \vec{H}$), a hamiltoniana que contém a interação Zeeman do momentum do spin orbital e do momentum magnético para os elétrons e o núcleo dos átomos. A hamiltoniana deve ser expressa através da interação do elétron de valência e o núcleo com um campo magnético estático. Então a hamiltoniana resulta:

$$H_z = -(\vec{\mu}_l + \vec{\mu}_s + \vec{\mu}_I) \cdot \vec{H} = (g_l L_z + g_s S_z + g_I I_z) \mu_B H, \quad (01)$$

onde L_z , S_z , e I_z são as projeções do momentum angular ao longo da direção do campo magnético estático. g_l , g_s e g_I são os respectivos fatores g expressos em unidades do magneton de Bohr μ_B^1 . Também na hamiltoniana seguimos a convenção que os sinais dos fatores g são opostos aos sinais associados aos momentums magnéticos. Na ordem mais baixa de aproximação os fatores g para o momentum orbital e o momentum do "spin" são respectivamente um e dois. Para uma interação Zeeman que é pequena se for comparada a estrutura fina [a intensidade do campo magnético atômico é da ordem de 1 Tesla (10^4 gauss)] os autovalores têm um bem definido momentum angular $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ e a interação Zeeman é escrita como

$$H_z = (g_J J_z + g_I I_z) \mu_B$$

onde o fator g_J é expresso como uma função de J , L , S , e g_s através da conhecida formula de Landé². Para o caso de $J=S=1/2$ as auto-energias são expressas pela formula de Breit-Rabi :

$$^1 \mu_B = \beta = \frac{eh}{2mc}$$

$$^2 g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

$$E = -\frac{\Delta E}{2(2I + 1)} - g_N \beta_N M_F H \pm \frac{\Delta E}{2} \left(1 + \frac{4M_F x}{2I + 1} + x^2\right)^{1/2}$$

onde,

$$F = I \pm \frac{1}{2}$$

$$x = (g + g_N) \beta_N H / \Delta$$

$$g_I \beta_N = -g_N \beta, \text{ sendo } \beta_N \text{ o magneton nuclear}$$

são representados na figura (01) para o estado fundamental do sódio ($I=3/2$). Cada nível é identificado pelo momentum total angular $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$ correspondendo ao estado hiperfino de campo zero do qual o nível é derivado, enquanto que o número quântico M_F é um bom número quântico para qualquer valor de um campo estático.

figura 01: Diagrama dos níveis de energia no estado $3^2S_{1/2}$ de um átomo com "spin" nuclear $3/2$, na presença de um campo magnético.

Efeito Compton:

Uma redução na energia dos fótons do raio X quando eles são espalhados por elétrons livres. O fenômeno foi observado pela primeira vez em 1923 pelo físico A. H. Compton (1892-1962), ocorre quando o fóton colide com um elétron, parte da energia do fóton é transferida aos elétrons e conseqüentemente o fóton perde energia $h(f_1 - f_2)$, onde h é a constante de Planck e f_1 e f_2 são as frequências antes e depois da colisão. Como $f_1 > f_2$ o comprimento de onda da radiação aumenta depois da colisão.

Efeito Doppler:

A distância entre dois máximos consecutivos de uma onda é chamada comprimento de onda (λ) e, para luz visível, tem um valor de algumas centenas de nanômetros. O número de máximos que chega ao observador em cada segundo é conhecido como frequência (f), de modo que

$$f = \frac{c}{\lambda}.$$

O intervalo entre os tempos de chegada de dois máximos consecutivos é chamada de período (T). Pode-se perceber sem dificuldade que

$$T = \frac{1}{f} = \frac{\lambda}{c}.$$

Suponhamos agora que uma onda se propaga para a direita com a velocidade da luz e que o observador se desloca para a esquerda com uma velocidade v . Nosso observador - que está assumindo aqui o papel do átomo de sódio nos sistemas que descrevemos no trabalho- verá as ondas chegarem até ele mais rapidamente ou seja, haverá um aumento na frequência (que não se traduz num aumento da velocidade c). A nova frequência recebida pelo

observador é dada por

$$f' = f \left(1 + \frac{v}{c} \right),$$

onde o acréscimo de frequência é

$$\Delta f = f \frac{v}{c},$$

sendo portanto proporcional à velocidade. É o chamado efeito Doppler de primeira ordem .

Alargamento Doppler:

Um efeito observado na linha espectral quando a radiação formada por uma linha espectral particular tem um alargamento na frequência devido ao efeito Doppler causado pelo movimento termico ds moleculas, átomos e núcleos.

Estados de energia:

Os elétrons que orbitam o núcleo atômico estão em "camadas" energéticas chamadas orbitais, dividas em suborbitais. A passagem de um elétron de um suborbital para outro, mais distante do núcleo, requer energia (no caso de absorção de luz o absorverá fótons de energia $hf = E_{ex} - E_{ei}$, onde E_{ex} é a energia do estado excitado e E_{ei} é a energia do estado inferior) . Quando cessa o fornecimento de energia, o elétron volta ao seu suborbital de origem, liberando a energia que recebeu. Quando o elétron está em seu suborbital original diz-se que ele está em um estado de baixa energia . Ao contrário, quando ele está em orbital mais distante, diz-se que ele está em um estado excitado. Os estados pelos quais pelos quais passa o átomo são perfeitamente definidos: cada estado tem um nível de energia característico. A esses estados definidos dá-se o nome de discretos.

Efeito Zeeman:

Em 1896, foi observado por Zeeman que, ao se submeter um átomo a um campo magnético, cada uma das linhas espectrais que ele emite se decompõe em várias componentes. Este é o chamado efeito Zeeman. Para campos de até alguns milhares de gauss, essa separação é proporcional à intensidade do campo magnético e pequena quando comparado à separação de estrutura fina das linhas espectrais do átomo. Isto significa que, na presença de um campo magnético, os níveis de energia do átomo que estão envolvidos na emissão das linhas espectrais devem se separar em várias componentes. Em alguns casos especiais foi possível entender a separação Zeeman dos níveis de energia em termos de uma teoria clássica desenvolvida por Lorentz. Mas, no caso geral, nem mesmo uma explicação qualitativa pode ser dada para a separação observada até o desenvolvimento da mecânica quântica e a introdução do spin do elétron.

Lembrando que toda a corrente I que circula possui momentum magnético, similarmente no átomo existe um momentum magnético $\vec{\mu}_l$ associado com o movimento orbital do elétron onde $\vec{\mu}_l$ é dado por

$$\vec{\mu}_l = - g_l \mu_B \vec{L}$$

O momento magnético de um átomo é dado por

$$\vec{\mu} = - \frac{e}{2m} \cdot \frac{h}{2\pi} \cdot \vec{J}$$

e resulta da rotação do elétron. Onde a quantidade $eh/2\pi m$ é chamado magneton de Bohr, μ_B . Se um campo magnético homogêneo da ordem de 3 a 30 T, um movimento precessional aparece na direção do campo magnético. A componente M_j de $\vec{J}$ na direção do campo pode ser inteiro ou semi-inteiro. Se a energia de um átomo na ausência

de campo magnético é E_0 , a energia total E_{MJ} na presença de um campo externo $\vec{B}$ é dado por $E_{MJ} = E_0 - \vec{\mu}_J \cdot \vec{B} \cos\theta$, onde θ é o ângulo entre a direção do campo magnético e $\vec{\mu}_J$. Desde que $\cos\theta = M_J / J$, então substituindo:

$$E_{MJ} - E_0 = \vec{\mu}_J \cdot \vec{B} \frac{M_J}{J}$$

Cada nível caracterizado por um particular valor J é dividido em $(2J+1)$ termos, com uma separação entre os níveis que é igual a $\vec{\mu}_J \cdot \vec{B} / J$.

Faça:

$$g_J \vec{\mu} = \vec{\mu}_J$$

onde $\vec{\mu}$ é o momento magnético do átomo e g_J é uma constante conhecida como fator g de Landé.

Uma vez que

$$\vec{\mu} = - \frac{e}{2m} \cdot \frac{h}{2\pi} \cdot \vec{J}$$

Então

$$\vec{\mu}_J = - \frac{e}{2m} \cdot \frac{h}{2\pi} \cdot \vec{J} g_J$$

e substituindo na equação ()::

$$E_{MJ} = E_0 + \frac{e}{2m} \cdot \frac{h}{2\pi} M_J g_J B = E_0 + h\nu_L M_J g_J$$

onde ν_L é a frequência de Larmor ($eB/4\pi m$).

Para uma transição entre os estados E' e E''

$$\Delta E = (E_0' + h\nu_L M_J' g_J') - (E_0'' + h\nu_L M_J'' g_J'')$$

$$\Delta E = (E_0' - E_0'') + h\nu_L (M_J' g_J' - M_J'' g_J'')$$

$$\nu = \nu_0 + \nu_L (M_J' g_J' - M_J'' g_J'')$$

A separação de linha depende de g_J em ambos os termos e g_J é dado por:

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

APÊNDICE

A: <u>Sistema de Vácuo</u>	93
B: <u>Preparação do Forno</u>	97
C: <u>Programas de configuração de campo</u>	99
D: <u>Campos magnéticos</u>	119
E: <u>Forças radiativas e desaceleração de feixes atômicos</u>	124
F: <u>Chopper</u>	153
G: <u>Artigos publicados</u>	155

APÊNDICE - A

SISTEMA DE VÁCUO

A.1)-BOMBA DE DIFUSÃO^[01]

Uma bomba de difusão como da figura abaixo é constituída de

figura A1: Esquema em corte de uma bomba difusora.

um invólucro cilíndrico dentro do qual existe um vaporizador para o líquido da bomba, sobre este uma chaminé que conduz o vapor aos vários andares de ejtores. As moléculas de vapor do fluido ao saírem dos ejtores arrastam as moléculas de gás existente dentro da bomba para baixo e de encontro com as paredes da bomba. Como estas são arrefecidas, por circulação de água ou ar, dá-se uma condensação do fluido que volta ao vaporizador.

O gás arrastado é comprimido na parte inferior, de onde é

retirado pela bomba rotatória associada à bomba de difusão. A pressão final dos gases permanentes é tão baixa que o vácuo atingido só é determinado pela tensão de vapor do fluido da bomba.

Os líquidos utilizados nas bombas de difusão são o mercúrio ou óleos especiais de muito baixa tensão de vapor. As bombas de óleo são sempre metálicas e as de mercúrio podem ser metálicas ou de vidro, embora em geral só se utilize o vidro para pequenas bombas de laboratório.

Vapores mais difíceis de se eliminar do sistema de vácuo, tais como vapor d'água, cuja tensão de vapor é da ordem de 7×10^{-4} mbar à temperatura de -78°C (195K). Usando um "trap" (armadilha) de nitrogênio líquido entre a bomba e o volume a bombear para condensar o vapor, resolve-se este problema, pois temos que a temperatura de N_2 líquido [-196°C (77K)], a tensão de vapor de água é de 10^{-20} mbar. Por isso pode-se atingir pressões muito baixas pela associação das bombas de difusão com "traps" de N_2 líquido.

Estas bombas em geral são muito rápidas. Nas bombas de difusão à óleo, usando óleos de baixa tensão de vapor não é absolutamente necessário empregar "traps" para obter pressões até cerca de 10^{-9} mbar, visto existirem no mercado óleos com tensão de vapor desta ordem a 25°C (298K). No entanto usam-se sempre, pelo menos, condensadores refrigerados por circulação de água.

Utilizando-se "traps" de N_2 líquido e com sistemas desenhados convenientemente atingem-se pressões da ordem de 10^{-10} a 10^{-11} mbar.

A.2)-TURBO-MOLECULAR ^[02]

Esta bomba utiliza-se de um rotor de alta velocidade e multiplo-estágio, consistindo de uma série de discos planos rotacionando entre discos fixos o qual acelera as moléculas de gás por um método colisional para altas velocidades e utiliza-se do efeito centrífugo para comprimir estas moléculas de gás. Tais bombas operam a altas velocidades de rotação (aproximadamente 24.000 rpm) e uma velocidade de bombeamento de 140 litros ($1,4 \times 10^{-1} \text{ m}^3$) por segundo na suas flanges.

Tais bombas são inerentemente livres de efeitos da contaminação de óleo, e atualmente atuam como as mais eficientes "traps" para moléculas de óleo vertendo de volta para as bombas mecânicas. Esta ação resulta do efeito centrífugo, o qual bombeia as pesadas moléculas de óleo muito mais efetivamente do que os leves gases permanentes no sistema.

A.3)-O USO DE AÇO INOXIDÁVEL NOS SISTEMAS DE VÁCUO ^[02]

No caso de aquecermos os materiais de que são feitos os vasos (recipientes) para degaseificação, materiais como alumínio, cobre, etc; precisam ser aquecidos a temperaturas muito baixas, o que não é particularmente efetiva na eliminação dos efeitos de degaseificação para os graus necessários para trabalhos de alto-vácuo.

Por esta razão, entre outras, aço inoxidável torna-se o principal material para construção de sistemas de vácuo.

A.4)-CLASSIFICAÇÃO DE VÁCUO^[01]. 03

	Pa (N/m ²)	bar	Torr (mmHg)
baixo	$3,3 \times 10^3 - 10^5$	$3,3 \times 10^{-2} - 1$	25 - ~ 750
médio	$10^{-1} - 3,3 \times 10^3$	$10^{-6} - 3,3 \times 10^{-2}$	$7.5 \times 10^{-4} - 25$
alto	$10^{-4} - 10^{-1}$	$10^{-9} - 10^{-6}$	$7.5 \times 10^{-7} - 7.5 \times 10^{-4}$
m. alto	$10^{-7} - 10^{-4}$	$10^{-12} - 10^{-9}$	$7.5 \times 10^{-10} - 7.5 \times 10^{-7}$
u. alto	$10^{-10} - 10^{-7}$	$10^{-15} - 10^{-12}$	$7.5 \times 10^{-13} - 7.5 \times 10^{-10}$
e.u.alto	abaixo de 10^{-10}	abaixo de 10^{-15}	abaixo de 7.5×10^{-13}

m. alto = muito alto

u. alto = ultra alto

e.u. alto = extremamente ultra alto

Referências citadas:

- 01) Andrew Guthrie, Vacuum Technology, John Wiley and Sons, Inc., New York (1965).
- 02) Rolland Rutledge LaPelle, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York (1972)
- 03) Armand Berman, Total pressure measurements in vacuum technology, P.19. Academic Press Inc., Orlando, Florida (1985)
- 04) Augusto M.C. Moutinho, Maria Eugênia S. Fronteira e Silva, Maria Aúrea C. M. Isidoro da Cunha, Tecnologia de vácuo, Universidade Nova de Lisboa

APÊNDICE - B

PREPARAÇÃO DO FORNO DE SÓDIO

B.1)-LIMPEZA DO FORNO

Inicialmente satura-se a capela onde vai ser manipulado o sódio metálico com nitrogênio seco, e logo a seguir introduzimos o forno de sódio no interior a capela. Com a utilização das luvas colocadas em uma das paredes da capela, abrimos o forno já previamente desenroscado e colocamos suas partes em um bécher ao qual acrescentamos metanol até cobrir as peças totalmente (com extrema cautela, pois no caso do forno estar carregado com sódio e não estando a capela completamente saturada existe a possibilidade da mistura iniciar uma combustão na interface líquido-ar, uma vez que o metanol reage imediatamente ao ser colocado em contato com o sódio).

Logo após terminada a efervescência (caso venha ocorrer) as peças são retiradas do recipiente, para serem limpas (em algumas ocasiões é necessário utilizar jato de areia ou ultrasom para limpar totalmente os resíduos do reservatório do forno) e secadas com papel absorvente e o metanol é recolhido para que possa ser usado numa próxima limpeza.

B.2)-CARREGAMENTO DO FORNO

Para carregar o forno, já completamente limpo, devemos primeiramente passar nas suas roscas de encaixe uma leve camada de molibdênio, para evitar solda devido ao calor e ao sódio nas peças.

Então tomando-se um pedaço de sódio metálico, que se encontra num recipiente imerso em "Nujol" (óleo mineral) dentro da capela, de aproximadamente [4,0 (comprimento) x 2,0 (largura) x 0,5 (espessura)] cm (10^{-2} m), o fatiamos em pedaços de aproximadamente 0,5 cm (5×10^{-3} m), o que resulta numa quantidade suficiente para carregar de forma satisfatória o recipiente do forno [40 ml (4×10^{-5} m³)]. Porém antes de colocarmos no reservatório faz-se necessário retirar a camada de "Nujol" que se encontra sobre os pedaços de sódio. Isto é feito mergulhando os pedaços de sódio espetados por uma ponta em éter de petróleo. Estando então limpos do "Nujol" podemos colocar os pedaços dentro do reservatório e colocar a rede de aço inox e assim fechar o forno por completo.

APÊNDICE - C

PROGRAMAS DE CONFIGURAÇÃO DE CAMPOS

C.0)-Tentamos escrever um programa para o método da transformada de Fourier, cujo o método em si não apresenta problemas, mas ao conseguirmos a distribuição de corrente não conseguimos pelo processo inverso obter o perfil do campo, o que nos levou a não inserir o programa neste trabalho. O que não significa que tenhamos perdido interesse pelo método uma vez que é um método poderoso em várias áreas.

C.1)-Programa utilizando o segundo método para desenho do campo, no qual procuramos a distribuição de correntes para uma dada configuração de campo. O programa foi elaborado no sistema "VAX/VMS V02" utilizando da linguagem "VAX-11 FORTRAN".

```

PROGRAM METODO II
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION A(196,196),CAMPO(196),CORRENTE(196)
DIMENSION L(196),M(196),ANTES(196,196),SERA(196)
DZ=0.64D0
DO 10 I=1,196
DO 10 J=1,196
Z1=(I-1)*DZ
Z2=(J-1)*DZ
10  A(I,J)=G(Z1-Z2)
DO 11 I=1,196
DO 11 J=1,196
11  ANTES(I,J)=A(I,J)
CALL MINV(A,196,D,L,M)
DO 20 I=1,196
Z=(I-1)*DZ
20  CAMPO(I)=B(Z)
DO 30 I=1,196
AUX=0.0D0
DO 40 J=1,196
40  AUX=AUX+A(I,J)*CAMPO(J)
30  CORRENTE(I)=AUX
DO 50 I=1,196
Z=(I-1)*DZ
COR=CORRENTE(I)
WRITE(1,*)Z,COR
50  WRITE(2,*)Z,B(Z)
DO 60 I=1,196
AUX=0.0D0
DO 70 J=1,196
70  AUX=AUX+ANTES(I,J)*CORRENTE(J)
60  SERA(I)=AUX
DO 80 I=1,196
Z=(I-1)*DZ
80  WRITE(3,*)Z,SERA(I)
STOP
END
C

```

```

DOUBLE PRECISION FUNCTION B(Z)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
AUX=1.0D0-0.008D0*Z
AUX=200+1000*DSQRT(ABS(AUX))
B=AUX
RETURN
END

C
DOUBLE PRECISION FUNCTION G(Z)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
R=4.45D0
CONST=2*3.1416D-1
AUX=R**2+Z**2
AUX=AUX**3
AUX=DSQRT(AUX)
AUX=(R**2)/AUX
G=CONST*AUX
RETURN
END

C
C
C
C
C
SUBROTINA PARA INVERSÃO DE MATRIZ

SUBROUTINE MINV(A,N,D,L,M)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION A(1),L(1),M(1)

C
C
C
PROCURA PELO MAIOR ELEMENTO DA COLUNA

D=1.0
NK=-N
DO 80 K=1,N
NK=NK+N
L(K)=K
M(K)=K
KK=NK+K
BIGA=A(KK)
DO 20 J=K,N
IZ=N*(J-1)
DO 20 I=K,N
IJ=IZ+I
10 IF (ABS(BIGA)-ABS(A(IJ))) 15,20,20
15 BIGA=A(IJ)
L(K)=I
M(K)=J
20 CONTINUE
C
C
C
PERMUTA DAS LINHAS

J=L(K)
IF (J-K) 35,35,25
25 KI=K-N
DO 30 I=1,N

```

```

      KI=KI+N
      HOLD=-A(KI)
      JI=KI-K+J
      A(KI)=A(JI)
30    A(JI)=HOLD
C
C          PERMUTA DAS COLUNAS
C
35    I=M(K)
      IF (I-K) 45,45,38
38    JP=N*(I-1)
      DO 40 J=1,N
      JK=NK+J
      JI=JP+J
      HOLD=-A(JK)
      A(JK)=A(JI)
40    A(JI)=HOLD
C
C          DIVIDE COLUNA POR PIVÔ NEGATIVO
C          (VALOR DO PIVÔ ESTA CONTIDO EM BIGA)
C
45    IF (ABS(BIGA)-1.E-20) 46,46,48
46    D=0.0
      RETURN
48    DO 55 I=1,N
      IF (I-K) 50,55,50
50    IK=NK+I
      A(IK)=A(IK)/(-BIGA)
55    CONTINUE
C
C          MATRIZ REDUZIDA
C
      DO 65 I=1,N
      IK=NK+I
      HOLD=A(IK)
      IJ=I-N
      DO 65 J=1,N
      IJ=IJ+N
      IF (I-K) 60,65,60
60    IF (J-K) 62,65,62
62    KJ=IJ-I+K
      A(IJ)=HOLD*A(KJ)+A(IJ)
65    CONTINUE
C
C          DIVIDE LINHA POR PIVÔ
C
      KJ=K-N
      DO 75 J=1,N
      KJ=KJ+N
      IF (J-K) 70,75,70
70    A(KJ)=A(KJ)/BIGA
75    CONTINUE
C
C          PRODUTO DOS PIVÔS

```

```

C      D=D*BIGA
C
C      TROCA PIVÔ PELO RECIPROCO
C
C      A(KK)=1/BIGA
80     CONTINUE
C
C      PERMUTA FINAL ENTRE LINHA E COLUNA
C
      K=N
100    K=(K-1)
      IF (K) 150,150,105
105    I=L(K)
      IF (I-K) 120,120,108
108    JQ=N*(K-1)
      JR=N*(I-1)
      DO 110 J=1,N
      JK=JQ+J
      HOLD=A(JK)
      JI=JR+J
      A(JK)=-A(JI)
110    A(JI)=HOLD
120    J=M(K)
      IF (J-K) 100,100,125
125    KI=K-N
      DO 130 I=1,N
      KI=KI+N
      HOLD=A(KI)
      JI=KI-K+J
      A(KI)=-A(JI)
130    A(JI)=HOLD
      GOTO 100
150    RETURN
      END

```

Apesar da distribuição de corrente gerada recriar o perfil desejado do campo como vemos na figura (C1), este programa apresenta um resultado inconveniente que vem a ser grande variação na distribuição de corrente em cada ponto, pois teríamos que colocar a cada ponto uma fonte (corrente) diferente para gerar o campo, portanto é um problema de ordem prática.

figura C1: Gráfico do perfil do campo utilizado no programa.

(a) Distribuição de corrente para
solenóide de uma única camada

(b) Trecho em detalhe da distribuição de
de corrente do solenóide projetado.

figura C2:-(a) Gráfico mostrando a distribuição de corrente para um solenóide de uma camada, feita pelo programa.
-(b) Detalhe do gráfico da distribuição de corrente.

C.2)-Programa utilizando a idéia do terceiro método de desenho para cálculo do campo, em linguagem BASICA (utilizando um computador tipo PC).

Este programa fornecia o campo para cada posição no eixo e o comprimento necessário das camadas para a construção do campo. E foi com esse programa que construiu-se a bobina relacionada com esse trabalho. A tabela dos comprimentos das camadas bem como o campo gerado são fornecidos logo após o programa.

```
10 REM
20 REM  PROGRAMA PARA O CÁLCULO DO CAMPO TEÓRICO
30 REM
100 DIM COMP(100) , RAO(100), BZ(500)
110 CLS
120 LOCATE 1,20:INPUT "NUMERO DE CAMADAS=",CP
130 LOCATE 3,20
140 INPUT "BETA      =",BETA:LOCATE 5,20
150 INPUT "CORRENTE  =",AMP:LOCATE 7,20
160 INPUT "ETA       =",ETA:LOCATE 9,20
170 INPUT "BBIAS     =",BB:LOCATE 11,20
180 INPUT "B-INICIAL=",B0:LOCATE 13,20
190 INPUT "RAIO-TUBO=",R0:LOCATE 15,20
200 INPUT "RCONDUTOR=",RC:LOCATE 17,20
210 INPUT "DELTAZ    =",DZ:LOCATE 19,20
211 REM
212 REM          VALORES USUAIS
213 REM  CAMADA;CP=20
214 REM  INVERSO DO COMPRIMENTO PARA A DESACELERAÇÃO;BETA=.008(cm)5
215 REM  DENSIDADE DE CONDUTORES POR INTERVALO DE LEITURA;ETA=1.5748
216 REM  CAMPO CONSTANTE PARA EVITAR BOMBEAMENTO ÓTICO;BB=200(Gauss)
217 REM  VALOR MÁXIMO DO CAMPO ;B0=1000
218 REM  VALOR DO RAO TUBO ONDE FOI ENROLADO O MAGNETO;R0=3.825(cm)
219 REM  VALOR DO RAO DO CONDUTOR;RC=0.318(cm)
220 REM  INTERVALO DE LEITURA DO CAMPO;DZ=1(cm)
221 REM  CORRENTE A SER EMPREGADA ; AMP=30(A)
222 REM
224 REM
225 IF INKEY$="" GOTO 225
230 CLS:LOCATE 1,1
240 PI=3.141592
250 RAO(1)=R0+2*RC:RAO(2)=R0+4*RC
```

```

260 COMP(1)=1/BETA:COMP(2)=1/BETA
270 FOR I=3 TO CP
280     WZ=4*PI*ETA*I*AMP/10
290     COMP(I)=(1-((WZ-BB)/B0)^2)/BETA
300     COMP(I)=INT(COMP(I))
310     RAI0(I)=RAI0(I-1)+2*RC
320     PRINT I,COMP(I),RAI0(I),WZ
330 NEXT I
340 IF INKEY$="" GOTO 340
350 M=COMP(1)/DZ
360 M=INT(M)
370 Z=0
380 FOR J=1 TO M
390     Z=Z+DZ
400     AUX=0
410     FOR I=1 TO CP
420         R1=(COMP(I)-Z)/RAI0(I) :R2=(R1^2)+1
430         R3=Z/RAI0(I) :R4=(R3^2)+1
440         A1=R3/(SQR(R4))
450         A2=R1/(SQR(R2))
460         AUX=AUX+2*PI*ETA*AMP*(A1+A2)/10
470     NEXT I
480     BZ(J)=AUX
490     PRINT "Z=",Z," ","BZ",BZ(J)
500 NEXT J
540 ZP=BZ(1):ZG=BZ(1)
550 XP=DZ: XG=COMP(1)
560 FOR I=1 TO M
570     IF BZ(I)<ZP THEN ZP=BZ(I)
580     IF BZ(I)>ZG THEN ZG=BZ(I)
590 NEXT I
670 CLS
680 KEY OFF
690 SCREEN 2
700 LINE(30,0)-(30,170)
710 LINE(30,170)-(610,170)
720 LINE(610,170)-(610,0)
730 LINE(610,0)-(30,0)
740 FY=165/(ZG-ZP)
750 FX=575/(XG-XP)
760 IF INKEY$ = "" GOTO 760
860 ZX=0
870 FOR I=1 TO M
880     ZX=ZX+DZ
890     PX=(ZX-XP)*FX +33
900     PY= 168 - (BZ(I) - ZP)*FY
910     PSET(PX,PY)
920 NEXT I
1020 LOCATE 1,5:PRINT "B(Z)"
1030 LOCATE 23,4:PRINT "Bmx=":LOCATE 23,8:PRINT INT(ZG)
1040 LOCATE 23,14:PRINT "Bmn=":LOCATE 23,18:PRINT INT(ZP)
1070 LOCATE 23,73: PRINT "Z(cm)"
1074 LOCATE 3,60: PRINT "FY=": LOCATE 3,63: PRINT FY
1080 IF INKEY$="" GOTO 1080
1090 CLS:LOCATE 5,10:PRINT"DESEJA OUTRA CONFIGURAÇÃO ?(S/N)"
1100 LOCATE 6,10:INPUT "",TRS

```

```

1110 IF TR$="N" GOTO 1250
1116 IF TR$="S" GOTO 1120
1120 CLS:LOCATE 5,20
1130 PRINT "ENTRE COM NIVEL E QUANTIDADE "
1140 LOCATE 7,20:
1150 INPUT "",NI,QC
1160 IF NI=0 GOTO 1230
1170   PC=CP+QC
1180   FOR J=CP+1 TO PC
1190     COMP(J)=COMP(NI)
1200     RAI0(J)=RAIO(NI)+2*RC
1210   NEXT J
1220   CP=PC:GOTO 1140
1230 IF QC=0 GOTO 110
1240   GOTO 370
1250 SCREEN 0,0
1260 END

```

Camada n ^o	01	02	03	04	05	06	07	08
Comprimento (cm)	125,0	124,5	124,0	123,5	123,0	121,0	119,0	115,0

09	10	11	12	13	14	15	16
111,0	105,0	99,0	92,0	84,0	75,0	65,0	54,0

17	18	19	20
43,0	30,0	17,0	3,0

Tabela C1: Tabela fornecida pelo programa onde encontramos o comprimento para cada camada do solenóide.

figura C3: Gráfico gerado pelo programa de acordo com os dados fornecidos inicialmente.

figura C4: Foto do magneto já instalado para ser utilizado nos experimentos de desaceleração.

C.2.1)-Uma outra versão do programa anterior porém em linguagem FORTRAN 77, para desenho do campo. No entanto este programa fornece o número de camadas ajustada para o campo analítico e o comprimento das camadas. Com auxílio deste programa foi possível encontrar a distribuição de camadas de cada bobina (de acordo com a disponibilidade de espaço) de um Hexapolo (eletroímã com seis polos alternados) que colocado ao final do solenóide para utilizar na experiência de focalização^[01] dos átomos. Ver a foto do Hexapolo na figura (C6) após o programa.

```

C      PROGRAMA PARA O CALCULO DO NUMERO DE ESPIRAS

      REAL Zo,A,B,C,dc,desp,r,Beta,H,Amp,W,Var,S,T,L
      INTEGER K,M,N,Q,Y,U
      PI=3.1415926
C      Zo=20
      WRITE(*,*)'ENTRE COM OS VALORES PEDIDOS A SEGUIR'
      WRITE(*,2)
2      FORMAT(1X,'Bb = ', $)
      READ(*,*)Bb
      WRITE(*,3)
3      FORMAT(1X,'Bo = ', $)
      READ(*,*)Bo
      WRITE(*,4)
4      FORMAT(1X,'Zo = ', $)
      READ(*,*)Zo
      WRITE(*,5)
5      FORMAT(1X,'Comprimento total da Bobina = ', $)
      READ(*,*)L
      WRITE(*,6)
6      FORMAT(1X,'Diametro do condutor          = ', $)
      READ(*,*)dc
      WRITE(*,7)
7      FORMAT(1X,'Diametro inicial da espira   = ', $)
      READ(*,*)r
      WRITE(*,8)
8      FORMAT(1X,'Corrente a ser utilizada     = ', $)
      READ(*,*)Amp
      WRITE(*,9)
9      FORMAT(1X,'Deslocamento da leitura do campo = ', $)
      READ(*,*)Y

```

```

C
C
C      L é o comprimento total para a desaceleração
C      dc é o diâmetro do condutor
C      r é o diâmetro inicial da espira
C      Amp é a corrente que passa pela espira
C      Bo é o campo que corresponde a velocidade inicial
C      Bb é o campo que evita o bombeamento ótico
C
C      Os valores usuais são:
C
C      Bb=270(Gauss)
C      Bo=970(Gauss)
C      L=125(cm)
C      dc=0.635(cm)
C      r=7.63(cm)
C      Amp=36(A)
C
C      OPEN(2,FILE='POSICAO.PRN',STATUS='NEW')
C      OPEN(3,FILE='CAMPO.PRN',STATUS='NEW')
C      OPEN(4,FILE='SOMA.PRN',STATUS='NEW')
C      OPEN(5,FILE='CAMDEGRAU.PRN',STATUS='NEW')
C      M=(L)/(dc)
C      U=((M)+(Y))
C      Beta=1/L
C      DO 10 I=-1*U,U
C      Var=I*(dc)
C      W=1-Beta*(Var-Zo)
C      IF (W.LT.0) GOTO 100
C      H=Bb+Bo*(SQRT(W))
C      WRITE(2,13)VAR
13      FORMAT(1X,F6.2)
C      WRITE(3,14)H
14      FORMAT(1X,F9.3)
C      WRITE (*,20)VAR,H
20      FORMAT(1X,'H(',F6.2,')= ',F10.4,$)
C
C
C      SOMATÓRIO DO CAMPO DAS ESPIRAS NUM PONTO
C
C      K=0
C      T=(2*PI*Amp)*2
C      S=(1/r)*T
15      IF(S-H.LT.0)THEN
C          S=S+(1/(r+(K*dc)))*T
C          K=K+1
C          GOTO 15
C      ENDIF
C
C      WRITE(*,29)K,S
27      FORMAT(6X,'S(',I3,')= ',3X,F6.1)
29
C
C      FIM DO CÁLCULO DO SOMATÓRIO

```

```
C
      WRITE(4,30)K
30      FORMAT(1X,I3)

      WRITE(5,32)S
32      FORMAT(1X,F9.3)
100     CONTINUE
10      CONTINUE

      CLOSE(5)

      CLOSE(4)

      CLOSE(3)

      CLOSE(2)

      STOP
      END
```

figura C5: (a)Representação do campo analítico utilizado no programa.
(b)Distribuição das camadas para gerar o campo projetado.

figura C6: Foto mostrando o Hexapolo que foi construido com o auxilio do programa.

C.2.2) Programa derivado da primeira versão usada para construir o solenóide. Escrito também em linguagem BASICA. Com este programa foi projetado e construido o solenóide que foi enviado a "University of Maryland" para o professor John Weiner no Departamento de Química para utilizar em experimentos de desaceleração.

```

010 REM
020 REM
030 REM      PROGRAMA PARA OBTER O CAMPO TEÓRICO E SUA CONFIGURAÇÃO
040 REM
050 REM
100 DIM COMP(100) , RAIO(100), BZ(500) ,DER(500)
110 CLS
112 REM
113 REM
114 REM ENTRADA DE DADOS VIA TECLADO
115 REM
116 REM
122 LOCATE 1,20:INPUT "CAMADAS A SEREM UTILIZADAS NO SOLENÓIDE=",CM:
123 LOCATE 3,20
140 INPUT "COMPRIMENTO INICIAL                =",CMP:LOCATE 5,20
150 INPUT "CORRENTE A SER USADA NO SOLENÓIDE =",AMP:LOCATE 7,20
190 INPUT "DIÂMETRO DO TUBO                    =",DIATUB:LOCATE 9,20
200 INPUT "DIÂMETRO DO CONDUTOR                =",DIACON:LOCATE 11,20
205 INPUT "DELTAZ (INTERVALO DE LEITURA )     =",DZ:LOCATE 13,20
206 INPUT "ACRÉSCIMO LONGITUDINAL NA CAMADA 1 =",A1:LOCATE 15,20
207 INPUT "ACRÉSCIMO LONGITUDINAL NA CAMADA 2 =",A2:LOCATE 17,20
208 INPUT "ACRÉSCIMO LONGITUDINAL NA CAMADA 3 =",A3:LOCATE 19,20
209 INPUT "ACRÉSCIMO LONGITUDINAL NA CAMADA 4 =",A4:LOCATE 21,20
210 INPUT "CAMADA A SER DESLIGADA PARA TESTE" =",K:LOCATE 23,20
212 REM
214 REM      VALORES USUAIS DE ENTRADA
215 REM      CM=20;CMP= 125;AMP=30
216 REM      DIATUB=7.63;DIACON=.635;DZ=1
217 REM
218 REM
220 IF INKEY$="" GOTO 220
230 CLS:LOCATE 1,1
231 REM

```

```

232 REM
233 REM          VALORES GERADOS INTERNAMENTE PARA O CÁLCULO
234 REM
235 REM
236   R0=DIATUB/2
237   RC=DIACON/2
238   ETA=(1/DIACON)
240   PI=3.141592
245   BETA=1/CMP
247   Q=4*PI*(AMP/10)*(1/DIACON)*CM
248   BB=(Q/6)*1.010634
249   B0=(Q*(5/6)*1.010634142)
250   PRINT"BBias =",BB,"BInicial=",B0
252   RAI0(1)=R0+2*RC:RAIO(2)=R0+4*RC
253   RAI0(3)=R0+6*RC:RAIO(4)=R0+8*RC
254   WZ1=4*PI*ETA*AMP/10
255   WZ2=8*PI*ETA*AMP/10
256   WZ3=12*PI*ETA*AMP/10
257   WZ4=16*PI*ETA*AMP/10
258   COMP(1)=(1/BETA) +A1
259   COMP(2)=((1-(((WZ2-BB)/B0)^2))/BETA) +A2
260   COMP(3)=((1-(((WZ3-BB)/B0)^2))/BETA) +A3
261   COMP(4)=((1-(((WZ4-BB)/B0)^2))/BETA) +A4
262 PRINT
263 PRINT "DIGITE O NOME DO PRIMEIRO ARQUIVO, PARA GUARDAR  "
264 PRINT          " O COMPRIMENTO DAS CAMADAS:";
265       INPUT NOME1$
266 PRINT
267       OPEN "O", #1, NOME1$
270   PRINT 1,(COMP(1)),RAIO(1),WZ1
271   PRINT 2,(COMP(2)),RAIO(2),WZ2
272   PRINT 3,(COMP(3)),RAIO(3),WZ3
273   PRINT 4,(COMP(4)),RAIO(4),WZ4
274   FOR I=5 TO CM
280       WZ=4*PI*ETA*I*AMP/10
290       COMP(I)=(1-((WZ-BB)/B0)^2)/BETA
300 REM
310       RAI0(I)=RAIO(I-1)+2*RC
316       PRINT #1,COMP(1),COMP(2),COMP(3),COMP(4);I,COMP(I),RAIO(I),WZ
319 REM
320 REM
321 REM          IMPRESSÃO NA TELA DAS CAMADAS, COMPRIMENTO DAS CAMADAS,
322 REM          RAI0 DAS CAMADAS E CAMPO CORRESPONDENTE A CADA CAMADA.
323 REM
324 REM
326       PRINT I,COMP(I),RAIO(I),WZ
330   NEXT I
332   CLOSE #1
340   IF INKEY$="" GOTO 340
350       M=COMP(1)/DZ
360       M=INT(M)
370       Z=0
371 PRINT
372 PRINT
373 PRINT "DIGITE O NOME DO SEGUNDO ARQUIVO PARA O CAMPO: ";
374       INPUT NOME2$

```

```

375 PRINT
376         OPEN "O",#2,NOME2$
377 PRINT
378   J=1
380     IF Z > COMP(1) GOTO 496
381 REM
382 REM
383 REM           CALCULO DO CAMPO
384 REM
385 REM
400   AUX=0
410   FOR I=1 TO CM
415     IF I=K GOTO 470
418 REM IF I=ST GOTO 419
419 REM COMP(I)=COMP(ST) + QT
420       R1=(COMP(I)-Z)/RAIO(I) :R2=(R1^2)+1
430       R3=Z/RAIO(I):R4=(R3^2)+1
440       A1=R3/(SQR(R4))
450       A2=R1/(SQR(R2))
460       AUX=AUX+2*PI*ETA*AMP*(A1+A2)/10
470   NEXT I
480   BZ(J)=AUX
485   PRINT#2,Z,BZ(J)
486 REM
487 REM
488 REM IMPRESSÃO NA TELA DA POSIÇÃO E RESPECTIVO CAMPO
489 REM
490 REM
491   PRINT"Z=",Z," ","BZ",BZ(J)
492   Z=Z+DZ
494   J=J+1
495   GOTO 380
496 CLOSE #2
497 PRINT
498 PRINT "DIGITE O NOME DO ARQUIVO PARA GUARDAR A DERIVADA";
499 INPUT NOME3$
500 PRINT
501 OPEN "O",#3,NOME3$
502 FOR I=1 TO ((M)-2)
503   DER(I+1)= (BZ(I+2) - BZ(I))/(2*DZ)
504 NEXT I
505 DG= DER(2) : DP=DER(2)
506 FOR I=2 TO ((M)-1)
507   IF DER(I)>DG THEN DG=DER(I)
508   IF DER(I)<DP THEN DP=DER(I)
509   PRINT I,DER(I)
510   PRINT #3,I,DER(I)
511 NEXT I
512 CLOSE #3
513   FD=165/(DG-DP)
514   ZP=BZ(1):ZG=BZ(1)
515   XP=DZ: XG=COMP(1)
516   Z=0
517   I=2
518   IF Z > COMP(1) THEN GOTO 670
519   IF BZ(I)<ZP THEN ZP=BZ(I)

```

```

580     IF BZ(I)>ZG THEN ZG=BZ(I)
585     Z=Z+DZ
586     I=I+1
590     GOTO 560
670     IF INKEY$="" GOTO 670
671     CLS
680     KEY OFF
681 REM
682 REM
683 REM CÁLCULO PARA INTRODUIR O GRÁFICO NA TELA
684 REM
685 REM
690     SCREEN 2
700     LINE(30,0)-(30,170)
710     LINE(30,170)-(610,170)
720     LINE(610,170)-(610,0)
730     LINE(610,0)-(30,0)
740     FY=165/(ZG-ZP)
750     FX=575/(XG-XP)
760     IF INKEY$ = "" GOTO 760
860     ZX=0
870     FOR I=1 TO M
880         ZX=ZX+DZ
890         PX=(ZX-XP)*FX +33
900         PY= 168 - (BZ(I) - ZP)*FY
901 REM
902 REM
903 REM INTRODUÇÃO DOS PONTOS DO CAMPO E DA DERIVADA NA TELA
904 REM
905 REM
910     PSET(PX,PY)
920     NEXT I
930     ZX=DZ
940     FOR I=2 TO (M- 1)
950         ZX= ZX + DZ
960         PX= (ZX -XP)* FX +33
970         PD=165 - (DER(I) - DP)*FD
990         PSET(PX,PD)
1010    NEXT I
1020    LOCATE 1,5:PRINT "B(Z)"
1030    LOCATE 23,4:PRINT "Bmx=":LOCATE 23,8:PRINT INT(ZG)
1040    LOCATE 23,14:PRINT "Bmn=":LOCATE 23,18:PRINT INT(BZ(I))
1050    LOCATE 23,25:PRINT "Dmx=": LOCATE 23,29: PRINT INT(DG)
1060    LOCATE 23,34:PRINT "Dmn=": LOCATE 23,38: PRINT INT(DP)
1070    LOCATE 23,73: PRINT "Z(cm)"
1074 REM
1076 LOCATE 14,53: PRINT " dB/dZ"
1080     IF INKEY$="" GOTO 1080
1090     CLS:LOCATE 5,10:PRINT"DESEJA OUTRA CONFIGURAÇÃO ?(S/N)"
1100     LOCATE 6,10:INPUT "",TR$
1108     IF TR$="n" GOTO 1250
1110     IF TR$="N" GOTO 1250
1112     IF TR$="S" GOTO 100
1114     IF TR$="s" GOTO 100
1250 SREEN 0,0
1260 END

```

figura C7: Gráfico dos campos projetado e medido do solenóide enviado a Universidade de Maryland.

Referência citada:

- 01)- V. C. Colussi, M. E. Firmino, V. S. Bagnato e C. A. Faria Leite, "Desaceleração e focalização de átomos neutros", IV Simposio Estadual de Lasers e Aplicações, São José dos Campos, 08-10 outubro de 1990.

APÊNDICE D

CAMPOS MAGNÉTICOS

D.1)-Cálculo do campo magnético para as bobinas^[01] comuns.

Para uma espira circular de corrente de raio R , vamos obter a densidade de fluxo magnético num ponto P , deslocado a uma distância a do eixo.

A densidade de fluxo diferencial causado por um elemento de corrente $IRd\theta$ é:

$$dB = \frac{\mu_0 \mu_r IRd\theta}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 \mu_r IRd\theta}{4\pi(R^2 + a^2)} \quad (d.1.1)$$

A diferencial da densidade de fluxo pode ser resolvido em duas componentes dB_x e dB_y .

figura D1: Ilustra o ponto P , onde será obtida a densidade de fluxo magnético de espira circular de corrente de raio R .

Como uma integração sobre uma corrente circular é acoplada a simetria do sistema, valores de dB_y em lados opostos do círculo serão cancelados e , então somente dB_x precisará ser calculado.

Isto é:

$$dB_x = dB \cos\beta = \frac{\mu_0 \mu_r IR^2}{4\pi(R^2 + a^2)^{3/2}} d\theta \quad (d.1.2)$$

A integração resulta:

$$B = B_x = \frac{\mu_0 \mu_r IR^2}{4\pi(R^2 + a^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{\mu_0 \mu_r IR^2}{2(R^2 + a^2)^{3/2}} \quad (d.1.3)$$

onde $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Weber/metroxampère e $\mu_r = \frac{10^{-7} \times B \times 2\pi \times a}{4\pi I}$
(permeabilidade relativa é um número adimensional).

Conversão de unidades:

$$\frac{\text{Weber}}{\text{m}^2} = 10^4 \text{ Gauss} = 1 \text{ Tesla}$$

D.2)- Densidade de fluxo Magnético no eixo de um solenóide^[01].

Considere um solenóide composto de N espiras enroladas num cilindro de raio R e ocupando um comprimento S.

figura D2: Esquema de um solenóide finito.

A corrente, considerando as espiras bem apertadas, essencialmente torna-se uniforme e continuamente distribuída ao longo da superfície do cilindro.

Usando a equação anterior e colocando $\mu_r=1$ obtemos:

$$= \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + a^2)^{3/2}} \quad (d.2.1)$$

onde a é a distância deslocada do plano da bobina ao ponto no qual a densidade de fluxo é expressado.

Na figura (D3) a densidade de fluxo causada por todo solenóide é calculada um ponto P, localizado a uma distância b do centro, e no eixo central do solenóide. Uma fina linha de corrente consistindo de uma fatia diferencial do solenóide será usada como o ponto inicial para este desenvolvimento.

Com esse incremento diferencial rotulado dX na figura D3.

figura D3: Densidade de fluxo magnético é calculado num ponto P interior ao solenóide, localizado a uma distância b do centro e no eixo central.

Existe uma corrente diferencial

$$dI = N I \frac{dX}{S} \quad (d.2.2)$$

Considerando que $(dX)/S$ é a fração diferencial de NI ampere-voltas de todo solenóide. O uso desta fração assume que a corrente é uniformemente distribuída.

Na equação d3 a distância deslocada do plano da bobina para o ponto onde era expressada a densidade de fluxo era chamada de a , agora chamemos de X por causa do efeito de todos os incrementos diferenciais do solenóide como visto pelo ponto fixo P para serem integrados, e então a distância deslocada será uma variável.

A densidade de fluxo diferencial em P causado pelo incremento diferencial do solenóide é:

$$dB = \frac{\mu_0 R^2 dI}{2(R^2 + X^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 N I R^2 dX}{2S(R^2 + X^2)^{3/2}}$$

Então em P teremos:

$$B = \frac{\mu_0 N I R^2}{2S} \int_{-(S/2 + b)}^{(S/2 - b)} \frac{dX}{(R^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 N I}{2S} \times \frac{X}{(X^2 + R^2)^{1/2}} \Bigg|_{-(S/2 + b)}^{(S/2 - b)} =$$

$$= \frac{\mu_0 N I}{2S} \left\{ \frac{(S/2 - b)}{[(S/2 - b)^2 + R^2]^{1/2}} + \frac{(S/2 + b)}{[(S/2 + b)^2 + R^2]^{1/2}} \right\} \quad (d.2.3)$$

Se o ponto P está no centro do solenóide, então a distância b é zero e a densidade de fluxo torna-se:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{(S^2 + 4R^2)^{1/2}}$$

Além disso o comprimento S do solenóide é grande comparado com o raio R, então a densidade de fluxo torna-se:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{S}$$

Conversão de unidades:

$$\frac{\text{Weber}}{\text{m}^2} = 10^4 \text{ Gauss} = 1 \text{ Tesla}$$

Referência citada:

- 01) John R.Reitz, Frederick J. Milford, Robert W. Christy;
tradução de Renê Balduino Sander, Fundamentos da teoria
eletromagnética.- 3.ed.-Rio de Janeiro: Editora Campus, 1988.

APÊNDICE E

FORÇAS RADIATIVAS E DESACELERAÇÃO DE FEIXES ATÔMICOS

Um feixe de átomos consiste de pacotes de ondas atômicos independentes propagando-se aproximadamente na mesma direção. Dada esta independência, é possível analisar apenas o comportamento de um átomo e, a partir daí, descrever o comportamento do conjunto todo. Desacelerar um feixe consiste na redução das velocidades médias de átomos do feixe. Assim, devemos considerar a força que age sobre um átomo a fim de desacelerá-lo e, com isto, entender vários aspectos do processo. No presente caso, tal força é obtida através da pressão de radiação, cuja teoria foi desenvolvida por R. J. Cook⁽¹⁾ e cuja idéia básica é a seguinte: durante a absorção de cada fóton há transferência de momentum e, como a emissão espontânea recoloca o átomo em condição de nova absorção, cada ciclo absorção-emissão corresponde a uma força efetiva sobre o átomo que depende essencialmente do momentum do fóton ($\hbar\vec{k}$), do tempo de cada ciclo e da probabilidade de absorção. Nesta parte do trabalho, deduziremos a força radiante sobre o átomo numa abordagem quântica a partir de primeiros princípios.

Na aproximação de dipolo elétrico, o operador hamiltoniano para um átomo de massa M em um campo elétrico $\hat{\vec{E}}_q(\vec{x})$ é

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2M} + \hat{H}_0 + \hat{H}_F - \hat{\vec{\mu}} \cdot \hat{\vec{E}}_q(\vec{x}), \quad (e1)$$

onde $\hat{p}^2/2M$ é o operador energia cinética associado com o momentum de centro-de-massa $\hat{\vec{p}}$, $\hat{H}_0$ é o operador hamiltoniano para o movimento interno do átomo não perturbado, $\hat{H}_F$ é o operador hamiltoniano para o campo eletromagnético livre, $\hat{\vec{\mu}}$ é o operador de momento de dipolo elétrico do átomo e $\hat{\vec{E}}_q(\hat{\vec{x}})$ é o operador campo elétrico calculado na posição do centro-de-massa $\hat{\vec{x}}$ do pacote que representa o átomo.

O último termo do membro direito de (e1), $-\hat{\vec{\mu}} \cdot \hat{\vec{E}}_q(\hat{\vec{x}})$, é, na aproximação de dipolo elétrico, a parte que representa a interação entre o átomo e a radiação. Uma quantidade considerável de controvérsias foram levantadas com relação a essa escolha do operador de interação⁽²⁾. A descrição quântica exata usa o vetor potencial, segundo a prescrição de acoplamento mínimo. Na aproximação de dipolo elétrico, o termo $-\hat{\vec{\mu}} \cdot \hat{\vec{E}}_q(\hat{\vec{x}})$ pode ser derivado através de uma transformação canônica que representa uma mudança do gauge clássico. Mesmo que a escolha do gauge não tenha consequências observáveis, é difícil assegurar a validade do resultado em cálculos aproximados. O esclarecimento dessas controvérsias é apresentado de maneira pedagógica por Savolainen e Stenholm⁽³⁾.

Vamos escrever o campo elétrico $\hat{\vec{E}}_q(\hat{\vec{x}})$ como constituído de duas partes

$$\hat{\vec{E}}_q(\hat{\vec{x}}) = \hat{\vec{E}}_{cl}(\hat{\vec{x}}, t) + \hat{\vec{E}}(\hat{\vec{x}}), \quad (e2)$$

onde $\hat{\vec{E}}_{cl}(\hat{\vec{x}}, t)$ é o campo elétrico clássico aplicado e $\hat{\vec{E}}(\hat{\vec{x}})$ é o

campo elétrico quantizado, ambos calculados na posição do centro-de-massa $\hat{\vec{x}}$. A expressão (e2), já utilizada por alguns autores⁽²⁾, se justifica pelo fato de que aqui estamos usando um modelo em que um campo clássico é aplicado a fim de mover o átomo, enquanto que a parte quântica tem a função de causar a relaxação radiativa do átomo. Um tal modelo é razoável porque uma onda monocromática intensa é um estado da radiação envolvendo grandes números quânticos e, como consequência, o princípio de correspondência assegura que o campo aplicado pode ser tratado classicamente.

O campo quantizado $\hat{\vec{E}}(\vec{x})$ pode ser escrito como

$$\hat{\vec{E}}(\vec{x}) = i \sum_{\vec{k}, \lambda} \left[\frac{2\pi\hbar\omega_{\vec{k}}}{V} \right]^{1/2} \vec{e}_{\vec{k}, \lambda} (\hat{a}_{\vec{k}, \lambda} e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} - \hat{a}_{\vec{k}, \lambda}^{\dagger} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}}), \quad (e3)$$

onde $\hat{a}_{\vec{k}, \lambda}^{\dagger}$, $\hat{a}_{\vec{k}, \lambda}$, $\omega_{\vec{k}}$ e $\vec{e}_{\vec{k}, \lambda}$ são, respectivamente, os operadores de criação e aniquilação, a frequência e o vetor de polarização do modo do campo de vetor de onda $\vec{k}$ e índice de polarização λ ($=1,2$) e V representa o volume de quantização. Os operadores de criação e aniquilação satisfazem as relações de comutação usuais

$$[\hat{a}_{\vec{k}, \lambda}, \hat{a}_{\vec{k}', \lambda'}^{\dagger}] = \delta_{\lambda\lambda'} \delta_{\vec{k}, \vec{k}'}, \quad (e4)$$

$$[\hat{a}_{\vec{k}, \lambda}, \hat{a}_{\vec{k}', \lambda'}] = [\hat{a}_{\vec{k}, \lambda}^{\dagger}, \hat{a}_{\vec{k}', \lambda'}^{\dagger}] = 0. \quad (e5)$$

O operador hamiltoniano para o campo livre, $\hat{H}_F$, é dado por

$$\hat{H}_F = \sum_{\vec{k}, \lambda} \hbar \omega_{\vec{k}} \hat{a}_{\vec{k}, \lambda}^+ \hat{a}_{\vec{k}, \lambda}. \quad (e6)$$

Tendo definido os aspectos fundamentais da radiação, vamos agora abordar as características dos operadores que envolvem os graus de liberdade atômicos.

Consideremos o caso em que temos um átomo interagindo com um campo elétrico monocromático de frequência próxima à diferença das frequências associadas a dois níveis atômicos. Em determinadas ocasiões, podemos aproximar o átomo como um sistema quântico de dois níveis⁽⁴⁾ e este é o modelo atômico que será aqui adotado.

Para o átomo de dois níveis com estados internos $|1\rangle$ e $|2\rangle$ de energias $E_1=0$ e $E_2=\hbar\omega_0$, respectivamente, o hamiltoniano interno e o operador de momento de dipolo elétrico podem ser escritos como

$$\hat{H}_0 = \hbar\omega_0 \hat{S}^+ \hat{S}, \quad (e7)$$

$$\hat{\vec{\mu}} = \vec{\mu} \cdot \hat{S} + \vec{\mu}^* \cdot \hat{S}^+, \quad (e8)$$

onde $\vec{\mu} = \langle 1 | \hat{\vec{\mu}} | 2 \rangle$ e supusemos $|1\rangle$ e $|2\rangle$ como estados de paridades definidas e opostas e onde $\hat{S}$ e $\hat{S}^+$ são, respectivamente, os operadores atômicos de excitação e desexcitação

$$\hat{S}^+ = |2\rangle\langle 1|, \quad \hat{S} = |1\rangle\langle 2|. \quad (e9)$$

Para o que segue é necessário definir o operador

$$\hat{S}_3 = |2\rangle\langle 2| - |1\rangle\langle 1| = \hat{S}^+ \hat{S} - \hat{S} \hat{S}^+, \quad (\text{e10})$$

cujo valor esperado representa a diferença de população entre os estados $|2\rangle$ e $|1\rangle$.

Pode-se facilmente verificar que os operadores internos $\hat{S}$, $\hat{S}^+$ e $\hat{S}_3$ satisfazem as seguintes relações de comutação e produto:

$$[\hat{S}^+, \hat{S}] = \hat{S}_3, \quad (\text{e11a})$$

$$[\hat{S}, \hat{S}^+ \hat{S}] = \hat{S}, \quad (\text{e11b})$$

$$[\hat{S}^+, \hat{S}^+ \hat{S}] = - \hat{S}^+, \quad (\text{e11c})$$

$$[\hat{S}_3, \hat{S}^+ \hat{S}] = 0, \quad (\text{e11d})$$

$$\hat{S} \hat{S}^+ = \frac{1}{2} (\hat{I} - \hat{S}_3), \quad (\text{e12a})$$

$$\hat{S}^+ \hat{S} = \frac{1}{2} (\hat{I} + \hat{S}_3), \quad (\text{e12b})$$

$$\hat{S}^2 = \hat{S}^{+2} = 0, \quad (\text{e12c})$$

$$\hat{S} \hat{S}_3 = - \hat{S}_3 \hat{S} = \hat{S}, \quad (\text{e12d})$$

$$\hat{S}^+ \hat{S}_3 = - \hat{S}_3 \hat{S}^+ = - \hat{S}^+, \quad (\text{e12e})$$

onde $\hat{I} = \hat{S}^+ \hat{S} + \hat{S} \hat{S}^+$ é o operador identidade.

Vamos agora tratar o termo de interação $-\hat{\vec{\mu}} \cdot \hat{\vec{E}}_q(\vec{x})$. Um campo elétrico clássico monocromático geral pode ser escrito como

$$\vec{E}_{cl}(\vec{x}, t) = \frac{1}{2} [\vec{E}(\vec{x}) e^{i\omega t} + \vec{E}^*(\vec{x}) e^{-i\omega t}]. \quad (e13)$$

Na representação de Heisenberg, a dependência temporal dominante dos operadores $\hat{S}$ e $\hat{S}^+$, que se deve ao hamiltoniano interno (e7), está contida nos fatores exponenciais $e^{-i\omega_0 t}$ e $e^{i\omega_0 t}$, respectivamente. Próximo da ressonância ($\omega \simeq \omega_0$), a substituição de (e8) e (e13) no termo de interação $-\hat{\vec{\mu}} \cdot \hat{\vec{E}}_{cl}(\vec{x}, t)$ produz dois termos que variam lentamente no tempo (diferença das frequências) e dois termos que variam muito rapidamente (soma das frequências) para ter alguma influência significativa no movimento atômico. Um argumento análogo aplica-se ao termo $-\hat{\vec{\mu}} \cdot \hat{\vec{E}}(\vec{x})$. Desprezando os termos não essenciais (aproximação de onda rotatória)⁽⁴⁾, o hamiltoniano total (e1) é escrito, da combinação das expressões (e2), (e3), (e6), (e7), (e8) e (e13), como

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2M} + \hbar\omega_0 \hat{S}^+ \hat{S} + \sum_{\vec{k}, \lambda} \hbar\omega_{\vec{k}} \hat{a}_{\vec{k}, \lambda}^+ \hat{a}_{\vec{k}, \lambda} - \frac{1}{2} \hbar [\tilde{\vec{\Omega}}^*(\vec{x}) \hat{S}^+ e^{-i\omega t} + \tilde{\vec{\Omega}}(\vec{x}) \hat{S} e^{i\omega t}] + i\hbar \sum_{\vec{k}, \lambda} (\mathfrak{s}_{\vec{k}, \lambda} \hat{a}_{\vec{k}, \lambda}^+ \hat{S} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} - \mathfrak{s}_{\vec{k}, \lambda}^* \hat{S}^+ \hat{a}_{\vec{k}, \lambda} e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}}), \quad (e14)$$

onde

$$\hbar\tilde{\vec{\Omega}}(\vec{x}) = \vec{\mu} \cdot \vec{E}(\vec{x}) \quad (e15)$$

e onde

$$\vec{s}_{k,\lambda} = \left(\frac{2\pi\omega_{\vec{k}}}{\hbar V} \right)^{1/2} \vec{\mu} \cdot \vec{e}_{k,\lambda} \quad (\text{e16})$$

Introduzimos agora o operador de Wigner a fim de podermos descrever o movimento translacional do átomo.

A função de Wigner $f(\vec{x}, \vec{p})$ que descreve o estado quântico de uma partícula puntiforme é tradicionalmente definida pela equação

$$f(\vec{x}, \vec{p}) = (2\pi\hbar)^{-3} \int d^3s \Psi(\vec{x} + (1/2)\vec{s}) \Psi^*(\vec{x} - (1/2)\vec{s}) e^{-i\vec{p} \cdot \vec{s}/\hbar}, \quad (\text{e17})$$

onde $\Psi(\vec{x}) = \langle \vec{x} | \Psi \rangle$ é a função de onda do estado $|\Psi\rangle$ na representação de posição. Uma transformação para a representação de momentum

$$\Psi(\vec{x}) = (2\pi\hbar)^{-3/2} \int d^3p \Phi(\vec{p}) e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}/\hbar} \quad (\text{e18})$$

fornece a fórmula

$$f(\vec{x}, \vec{p}) = (2\pi\hbar)^{-3} \int d^3q \Phi(\vec{p} + (1/2)\vec{q}) \Phi^*(\vec{p} - (1/2)\vec{q}) e^{i\vec{x} \cdot \vec{q}/\hbar} \quad (\text{e19})$$

para a função de Wigner em termos da função de onda do estado $|\Psi\rangle$ na representação de momentum $\Phi(\vec{p}) = \langle \vec{p} | \Psi \rangle$.

A função de Wigner possui muitas das propriedades da função distribuição do espaço de fase da mecânica estatística clássica. Por exemplo, a integral de (e17) sobre o espaço de momentum,

$$\int d^3p f(\vec{x}, \vec{p}) = \Psi(\vec{x}) \Psi^*(\vec{x}) = P(\vec{x}), \quad (e20)$$

é a densidade de probabilidade $P(\vec{x})$ para posição, a integral de (e19) sobre o espaço de configuração,

$$\int d^3x f(\vec{x}, \vec{p}) = \Phi(\vec{p}) \Phi^*(\vec{p}) = W(\vec{p}), \quad (e21)$$

é a densidade de probabilidade $W(\vec{p})$ para momentum e a integral de $f(\vec{x}, \vec{p})$ sobre todo o espaço de fase é a unidade. A função de Wigner não pode, entretanto, ser estritamente interpretada como a densidade de probabilidade conjunta para posição e momentum da partícula porque não é sempre positiva definida.

Definimos agora o operador de Wigner na representação de posição:

$$\hat{f}(\vec{x}, \vec{p}) = (2\pi\hbar)^{-3} \int d^3s |\vec{x} - (1/2)\vec{s}\rangle \langle \vec{x} + (1/2)\vec{s}| e^{-i\vec{p} \cdot \vec{s}/\hbar}. \quad (e22)$$

O valor esperado do operador de Wigner é claramente a função de Wigner:

$$f(\vec{x}, \vec{p}) = \langle \Psi | \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}) | \Psi \rangle. \quad (e23)$$

Em termos da base de momentum $|\vec{p}\rangle$,

$$\hat{f}(\vec{x}, \vec{p}) = (2\pi\hbar)^{-3} \int d^3q |\vec{p} - (1/2)\vec{q}\rangle \langle \vec{p} + (1/2)\vec{q}| e^{i\vec{x} \cdot \vec{q}/\hbar}. \quad (e24)$$

Notemos que $\hat{f}(\vec{x}, \vec{p})$ é um operador hermitiano.

Invertendo (e22) obtemos

$$|\vec{x}_1\rangle\langle\vec{x}_2| = \int d^3p \hat{f}((\vec{x}_1 + \vec{x}_2)/2, \vec{p}) e^{i(\vec{x}_2 - \vec{x}_1) \cdot \vec{p} / \hbar} \quad (e25)$$

e um operador arbitrário $\hat{A}$ pode ser expandido na representação de posição como

$$\hat{A} = \iint d^3x_1 d^3x_2 |\vec{x}_1\rangle\langle\vec{x}_1| \hat{A} |\vec{x}_2\rangle\langle\vec{x}_2|. \quad (e26)$$

Usando (e25) em (e26) encontramos que um operador arbitrário pode ser expandido em termos do operador de Wigner como

$$\hat{A} = \iint d^3x d^3p A(\vec{x}, \vec{p}) \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}), \quad (e27)$$

onde

$$A(\vec{x}, \vec{p}) = \int d^3s \langle \vec{x} + (1/2)\vec{s} | \hat{A} | \vec{x} - (1/2)\vec{s} \rangle e^{-i\vec{p} \cdot \vec{s} / \hbar}, \quad (e28)$$

ou, na representação de momentum,

$$A(\vec{x}, \vec{p}) = \int d^3q \langle \vec{p} + (1/2)\vec{q} | \hat{A} | \vec{p} - (1/2)\vec{q} \rangle e^{i\vec{x} \cdot \vec{q} / \hbar}. \quad (e29)$$

Quando $\hat{A}$ é hermitiano, $A(\vec{x}, \vec{p})$ é real. O valor esperado da expressão (e27),

$$\langle \hat{A} \rangle = \iint d^3x d^3p A(\vec{x}, \vec{p}) f(\vec{x}, \vec{p}), \quad (e30)$$

expressa o valor esperado da observável $\hat{A}$ na forma de uma média estatística, como se $\hat{A}$ fosse propriamente representado por uma observável clássica $A(\vec{x}, \vec{p})$ e $f(\vec{x}, \vec{p})$ fosse uma função distribuição válida no espaço de fase.

Se $\hat{A} = F(\hat{\vec{x}})$, onde F é uma função qualquer, então $\langle \vec{x}_1 | \hat{A} | \vec{x}_2 \rangle = F(\vec{x}_1) \delta(\vec{x}_1 - \vec{x}_2)$ e (e28) dá $A(\vec{x}, \vec{p}) = F(\vec{x})$. Similarmente, se $\hat{A} = G(\hat{\vec{p}})$, onde G é uma função qualquer, temos $\langle \vec{p}_1 | \hat{A} | \vec{p}_2 \rangle = G(\vec{p}_1) \delta(\vec{p}_1 - \vec{p}_2)$ e (e29) dá $A(\vec{x}, \vec{p}) = G(\vec{p})$. Segue que um hamiltoniano da forma $\hat{H} = \hat{\vec{p}}^2/2M + V(\hat{\vec{x}})$ é expresso em termos do operador de Wigner como

$$\hat{H} = \iint d^3x d^3p \left[\frac{\vec{p}^2}{2M} + V(\vec{x}) \right] \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}). \quad (e31)$$

Para calcularmos a equação de Heisenberg para o operador de Wigner,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{f}(\vec{x}, \vec{p})}{\partial t} &= \frac{1}{i\hbar} [\hat{f}(\vec{x}, \vec{p}), \hat{H}] \\ &= (i\hbar)^{-1} \iint d^3x' d^3p' \left[-\frac{\vec{p}'^2}{2M} + V(\vec{x}') \right] [\hat{f}(\vec{x}, \vec{p}), \hat{f}(\vec{x}', \vec{p}')], \end{aligned} \quad (e32)$$

precisamos do comutador $[\hat{f}(\vec{x}_1, \vec{p}_1), \hat{f}(\vec{x}_2, \vec{p}_2)]$ para operadores de Wigner em dois pontos distintos do espaço de fase. Os elementos do produto $\hat{f}(\vec{x}_1, \vec{p}_1) \hat{f}(\vec{x}_2, \vec{p}_2)$ na representação de posição são facilmente calculados usando a definição (e22). Após substituírmos estes elementos de matriz na expressão (e28) e

usando o resultado em (e27), obtemos.

$$\begin{aligned}\hat{f}(\vec{x}_1, \vec{p}_1) \hat{f}(\vec{x}_2, \vec{p}_2) &= \\ &= (\pi\hbar)^{-6} \iint d^3x d^3p \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}) \exp\{-2i[\vec{\Lambda} \cdot (\vec{\xi} - \vec{x}) - \vec{\eta} \cdot (\vec{\pi} - \vec{p})]/\hbar\},\end{aligned}\quad (e33)$$

onde

$$\vec{\xi} = (\vec{x}_1 + \vec{x}_2)/2, \quad \vec{\pi} = (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)/2, \quad \vec{\eta} = \vec{x}_1 - \vec{x}_2, \quad \vec{\Lambda} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2. \quad (e34)$$

O comutador de $\hat{f}(\vec{x}_1, \vec{p}_1)$ e $\hat{f}(\vec{x}_2, \vec{p}_2)$ segue, então, diretamente de (e33), como:

$$\begin{aligned}[\hat{f}(\vec{x}_1, \vec{p}_1), \hat{f}(\vec{x}_2, \vec{p}_2)] &= \\ &= -2i(\pi\hbar)^{-6} \iint d^3x d^3p \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}) \sin(2[\vec{\Lambda} \cdot (\vec{\xi} - \vec{x}) - \vec{\eta} \cdot (\vec{\pi} - \vec{p})]/\hbar).\end{aligned}\quad (e35)$$

Usando esta relação de comutação, calculamos que a equação de Heisenberg para o operador de Wigner, expressão (e32), fica

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{M} \cdot \vec{\nabla} \right] \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}) = \int d^3p' J(\vec{x}, \vec{p} - \vec{p}') \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}'), \quad (e36)$$

onde $J(\vec{x}, \vec{p})$ tem a forma:

$$J(\vec{x}, \vec{p}) = \frac{1}{i\hbar(2\pi\hbar)^3} \int d^3s [V(\vec{x} + (1/2)\vec{s}) - V(\vec{x} - (1/2)\vec{s})] e^{-i\vec{p} \cdot \vec{s}/\hbar}. \quad (e37)$$

O valor esperado de (e36) mostra que a função de Wigner e o operador de Wigner satisfazem a mesma equação integrodiferencial.

O limite clássico das expressões (e36) e (e37) é obtido escrevendo $V(\vec{x} \pm (1/2)\vec{s})$ em (e37) como uma série de Taylor na variável $\vec{s}$, calculando a integral sobre $\vec{s}$ e tomando o limite do resultado para $\hbar \rightarrow 0$. A expressão (e37) torna-se

$$J(\vec{x}, \vec{p}) = \vec{\nabla} V(\vec{x}) \cdot \vec{\nabla}_p \phi(\vec{p}), \quad (e38)$$

onde $\vec{\nabla}_p$ é o gradiente com respeito a $\vec{p}$ e (e36) fica reduzida a

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{M} \cdot \vec{\nabla} \right] \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}) = \vec{\nabla} V(\vec{x}) \cdot \vec{\nabla}_p \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}). \quad (e39)$$

Listemos agora uma série de relações envolvendo o operador de Wigner que são úteis nos cálculos subsequentes. Primeiro, o comutador do operador de Wigner com o operador energia cinética é

$$[\hat{f}(\vec{x}, \vec{p}), \hat{p}^2/2M] = -i\hbar \vec{p} \cdot \vec{\nabla} \hat{f}(\vec{x}, \vec{p})/M. \quad (e40)$$

Agora, se $F(\vec{x})$ é uma função complexa da posição e se

$$R(\vec{x}, \vec{p}) = \frac{1}{i\hbar(2\pi\hbar)^3} \int d^3s F(\vec{x} + (1/2)\vec{s}) e^{-i\vec{p} \cdot \vec{s}/\hbar}, \quad (e41)$$

então

$$\begin{aligned} \iint d^3x' d^3p' F(\vec{x}') \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}) \hat{f}(\vec{x}', \vec{p}') &= \\ &= i\hbar \int d^3p' R(\vec{x}, \vec{p} - \vec{p}') \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}'), \end{aligned} \quad (e42)$$

$$\begin{aligned}
\iint d^3x' d^3p' F^*(\vec{x}') \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}) \hat{f}(\vec{x}', \vec{p}') &= \\
&= -i\hbar \int d^3p' R^*(\vec{x}, \vec{p}' - \vec{p}) \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}'), \quad (e43)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\iint d^3x' d^3p' F(\vec{x}') \hat{f}(\vec{x}', \vec{p}') \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}) &= \\
&= i\hbar \int d^3p' R(\vec{x}, \vec{p}' - \vec{p}) \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}'), \quad (e44)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\iint d^3x' d^3p' F^*(\vec{x}') \hat{f}(\vec{x}', \vec{p}') \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}) &= \\
&= -i\hbar \int d^3p' R^*(\vec{x}, \vec{p} - \vec{p}') \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}'), \quad (e45)
\end{aligned}$$

Estas relações podem ser provadas pela aplicação direta da expressão (e35) e mudanças simples de variáveis de integração.

Retornemos agora ao problema de expressar os termos de interação em (e14) em termos do operador de Wigner pelo uso das relações

$$\hat{\tilde{Q}}(\vec{x}) = \iint d^3x d^3p \tilde{Q}(\vec{x}) \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}) \quad (e46)$$

e

$$e^{\pm i\vec{k} \cdot \vec{x}} = \iint d^3x d^3p e^{\pm i\vec{k} \cdot \vec{x}} \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}), \quad (e47)$$

onde fizemos uso de (e27) e (e28). Então, o hamiltoniano (e14) fica

$$\begin{aligned}
\hat{H} = & \frac{\hat{p}^2}{2M} + \hbar\omega_c \hat{S}^+ \hat{S} + \sum_{\vec{k}, \lambda} \hbar\omega_{\vec{k}} \hat{a}_{\vec{k}, \lambda}^+ \hat{a}_{\vec{k}, \lambda} + \\
& - \frac{1}{2} \hbar \iint d^3x d^3p [\tilde{\Omega}^*(\vec{x}) \hat{S}^+ \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}) e^{-i\omega t} + \tilde{\Omega}(\vec{x}) \hat{S} \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}) e^{i\omega t}] + \\
& + i\hbar \sum_{\vec{k}, \lambda} \iint d^3x d^3p [\mathbf{g}_{\vec{k}, \lambda} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} \hat{a}_{\vec{k}, \lambda}^+ \hat{S} \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}) - \mathbf{g}_{\vec{k}, \lambda}^* e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} \hat{S}^+ \hat{a}_{\vec{k}, \lambda} \hat{f}(\vec{x}, \vec{p})]. \quad (e48)
\end{aligned}$$

Vamos trabalhar com o operador de Wigner e os operadores

$$\hat{\Pi}(\vec{x}, \vec{p}) = \hat{S} \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}) e^{i\omega t}, \quad (e49)$$

$$\hat{\Pi}_3(\vec{x}, \vec{p}) = \hat{S}_3 \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}), \quad (e50)$$

$$\hat{b}_{\vec{k}, \lambda} = \hat{a}_{\vec{k}, \lambda} e^{i\omega t}, \quad (e51)$$

que variam lentamente para modos de campo próximos da ressonância.

Com a ajuda de (e40)-(e45), (e11), (e12), (e4) e (e5), obtemos, após vários passos, as equações de Heisenberg para os operadores $\hat{f}$, $\hat{\Pi}$, $\hat{\Pi}_3$, e $\hat{b}_{\vec{k}, \lambda}$:

$$\begin{aligned}
\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{M} \cdot \vec{\nabla} \right] \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}) = & \int d^3p' [\mathbf{C}(\vec{x}, \vec{p} - \vec{p}') \hat{\Pi}(\vec{x}, \vec{p}') + \mathbf{C}^*(\vec{x}, \vec{p} - \vec{p}') \hat{\Pi}^+(\vec{x}, \vec{p}')] + \\
& - \sum_{\vec{k}, \lambda} \langle \mathbf{g}_{\vec{k}, \lambda} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} \hat{b}_{\vec{k}, \lambda}^+ [\hat{\Pi}(\vec{x}, \vec{p} - (1/2)\hbar\vec{k}) - \hat{\Pi}(\vec{x}, \vec{p} + (1/2)\hbar\vec{k})] + \\
& + \mathbf{g}_{\vec{k}, \lambda}^* e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} [\hat{\Pi}^+(\vec{x}, \vec{p} - (1/2)\hbar\vec{k}) - \hat{\Pi}^+(\vec{x}, \vec{p} + (1/2)\hbar\vec{k})] \hat{b}_{\vec{k}, \lambda} \rangle, \quad (e52)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{M} \cdot \vec{\nabla} \right] \hat{\Pi}(\vec{x}, \vec{p}) = i\Delta \hat{\Pi}(\vec{x}, \vec{p}) + \\
& + \frac{1}{2} \int d^3 p' [C^*(\vec{x}, \vec{p}-\vec{p}') \hat{f}(\vec{x}, \vec{p}') - B^*(\vec{x}, \vec{p}-\vec{p}') \hat{\Pi}_3(\vec{x}, \vec{p}')] + \\
& - \frac{1}{2} \sum_{\vec{k}, \lambda} g_{\vec{k}, \lambda}^* e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} [\hat{f}(\vec{x}, \vec{p} - (1/2)\hbar\vec{k}) - \hat{f}(\vec{x}, \vec{p} + (1/2)\hbar\vec{k}) + \\
& - \hat{\Pi}_3(\vec{x}, \vec{p} - (1/2)\hbar\vec{k}) - \hat{\Pi}_3(\vec{x}, \vec{p} + (1/2)\hbar\vec{k})] b_{\vec{k}, \lambda}, \quad (e53)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{M} \cdot \vec{\nabla} \right] \hat{\Pi}_3(\vec{x}, \vec{p}) = \int d^3 p' [B(\vec{x}, \vec{p}-\vec{p}') \hat{\Pi}(\vec{x}, \vec{p}') + B^*(\vec{x}, \vec{p}-\vec{p}') \hat{\Pi}^*(\vec{x}, \vec{p}')] + \\
& - \sum_{\vec{k}, \lambda} (g_{\vec{k}, \lambda} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} \hat{b}_{\vec{k}, \lambda}^+ [\hat{\Pi}(\vec{x}, \vec{p} - (1/2)\hbar\vec{k}) + \hat{\Pi}(\vec{x}, \vec{p} + (1/2)\hbar\vec{k})] + \\
& + g_{\vec{k}, \lambda}^* e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} [\hat{\Pi}^*(\vec{x}, \vec{p} - (1/2)\hbar\vec{k}) + \hat{\Pi}^*(\vec{x}, \vec{p} + (1/2)\hbar\vec{k})] b_{\vec{k}, \lambda}), \quad (e54)
\end{aligned}$$

$$\hat{b}_{\vec{k}, \lambda} = i(\omega - \omega_{\vec{k}}) \hat{b}_{\vec{k}, \lambda} + g_{\vec{k}, \lambda} \iint d^3 x d^3 p e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} \hat{\Pi}(\vec{x}, \vec{p}), \quad (e55)$$

onde fizemos as definições:

$$C(\vec{x}, \vec{p}) = T(\vec{x}, -\vec{p}) - T(\vec{x}, \vec{p}), \quad (e56)$$

$$B(\vec{x}, \vec{p}) = T(\vec{x}, -\vec{p}) + T(\vec{x}, \vec{p}), \quad (e57)$$

$$T(\vec{x}, \vec{p}) = \frac{1}{2i(2\pi\hbar)^3} \int d^3 s \tilde{\Omega}(\vec{x} + (1/2)\vec{s}) e^{-i\vec{p} \cdot \vec{s}/\hbar}, \quad (e58)$$

$$\Delta = \omega - \omega_0. \quad (e59)$$

Os operadores de campo são eliminados das equações (e52)-(e54) da seguinte forma. A solução de (e53), para ordem zero na interação, é

$$\hat{\Pi}(\vec{x}, \vec{p}, t_2) = \hat{\Pi}(\vec{x} - \vec{p}(t_2 - t_1)/M, \vec{p}, t_1) e^{i\Delta(t_2 - t_1)}, \quad (e60)$$

que é uma boa solução de (e53) durante um intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ que seja grande comparado ao período ótico $2\pi/\omega$, mas muito menor do que o período de Rabi $2\pi/\Omega$ ou do tempo de vida do estado excitado. Para um intervalo de tempo $t_2 - t_1 = 2\pi/\omega_0$ igual ao período ótico, o deslocamento $\Delta x = p(t_2 - t_1)/M = (v/c)\lambda$ é muito pequeno comparado à distância ao longo da qual $\hat{\Pi}$ muda de maneira apreciável. Portanto, podemos trocar o argumento $\vec{x} - \vec{p}(t_2 - t_1)/M$ em (e60) por $\vec{x}$ e o resultado permanece bom por muitos períodos óticos. Usando a última forma de (e60), (e55) é facilmente integrada, fornecendo:

$$\hat{b}_{\vec{k}, \lambda}^{\dagger}(t) = \hat{b}_{\vec{k}, \lambda}^{\dagger}(0) e^{i(\omega - \omega_{\vec{k}})t} + \epsilon_{\vec{k}, \lambda}^{\dagger} \iint d^3x d^3p \hat{\Pi}(\vec{x}, \vec{p}, t) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} \int e^{i(\omega_0 - \omega_{\vec{k}})(t-t')} dt'. \quad (e61)$$

Agora, (e61) e sua conjugada hermitiana serão substituídas nas expressões (e52)-(e54) e os valores esperados das equações resultantes serão tomados com o campo no estado de vácuo. As contribuições para as equações finais do primeiro termo em (e61) anulam-se e, portanto, este termo pode ser descartado. Para t muito maior do que o período ótico, temos, para a integral no tempo em (e61):

$$\int_c^t e^{i(\omega_0 - \omega_k)(t-t')} dt' \simeq \pi \delta(\omega_k - \omega_0) - iP \frac{1}{\omega_k - \omega_0}, \quad (e62)$$

onde P denota o valor principal⁽⁵⁾. Sabe-se que o primeiro termo em (e62) produz relaxação radiativa, enquanto que o segundo termo fornece um deslocamento divergente de frequência.^{(4),(6)} Um tratamento adequado do segundo termo requer teoria de renormalização e, após renormalização, o efeito deste termo é muito pequeno e de pouco interesse no presente contexto. Portanto, descartamos esse termo também e supomos que o deslocamento de Lamb já foi incorporado na frequência ω_0 . A equação (e61) torna-se, efetivamente,

$$\hat{b}_{k,\lambda} = \pi g_{k,\lambda} \delta(\omega_k - \omega_0) \iint d^3x d^3p e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} \hat{\Pi}(\vec{x}, \vec{p}). \quad (e63)$$

Substituindo (e63) em (e52)-(e54), usando (e42)-(e45), (e12), (e49) e (e50) repetidamente, tomando os valores esperados dos resultados e, finalmente, passando ao limite de volume de quantização infinito ($V \rightarrow \infty$) da maneira usual, obtemos

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{M} \cdot \vec{\nabla} \right] f(\vec{x}, \vec{p}) = & - \frac{1}{2} A [f(\vec{x}, \vec{p}) + \Pi_3(\vec{x}, \vec{p})] + \\ + \int d^3p' [& C(\vec{x}, \vec{p} - \vec{p}') \Pi(\vec{x}, \vec{p}') + C^*(\vec{x}, \vec{p} - \vec{p}') \Pi^*(\vec{x}, \vec{p}')] + \\ + \int d^3k Z(\vec{k}) [& f(\vec{x}, \vec{p} + \hbar \vec{k}) + \Pi_3(\vec{x}, \vec{p} + \hbar \vec{k})], \end{aligned} \quad (e64)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{M} \cdot \vec{\nabla} \right] \Pi(\vec{x}, \vec{p}) = (i\Delta - A/2) \Pi(\vec{x}, \vec{p}) +$$

$$+ \frac{1}{2} \int d^3 p' [C^*(\vec{x}, \vec{p} - \vec{p}') f(\vec{x}, \vec{p}') - B^*(\vec{x}, \vec{p} - \vec{p}') \Pi_3(\vec{x}, \vec{p}')], \quad (e65)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{M} \cdot \vec{\nabla} \right] \Pi_3(\vec{x}, \vec{p}) = - \frac{1}{2} A [f(\vec{x}, \vec{p}) + \Pi_3(\vec{x}, \vec{p})] +$$

$$+ \int d^3 p' [B(\vec{x}, \vec{p} - \vec{p}') \Pi(\vec{x}, \vec{p}') + B^*(\vec{x}, \vec{p} - \vec{p}') \Pi^*(\vec{x}, \vec{p}')] +$$

$$- \int d^3 k Z(\vec{k}) [f(\vec{x}, \vec{p} + \hbar \vec{k}) + \Pi_3(\vec{x}, \vec{p} + \hbar \vec{k})], \quad (e66)$$

onde

$$A = (2\pi)^{-2} V \sum_{\lambda} \int d^3 k |g_{\vec{k}, \lambda}|^2 \delta(\omega_{\vec{k}} - \omega_0) = \frac{4 |\vec{\mu}|^2 \omega_0^3}{3 \hbar c^3} \quad (e67)$$

é o conhecido coeficiente A de Einstein que está relacionado com a emissão espontânea e

$$Z(\vec{k}) = (4\pi\hbar)^{-1} \omega_{\vec{k}} \delta(\omega_{\vec{k}} - \omega_0) \sum_{\lambda} |\vec{\mu} \cdot \vec{e}_{\vec{k}, \lambda}|^2 =$$

$$= (4\pi\hbar)^{-1} \omega_{\vec{k}} \delta(\omega_{\vec{k}} - \omega_0) |\vec{\mu}|^2 (1 - \cos^2 \theta'), \quad (e68)$$

onde θ' é o ângulo entre $\vec{k}$ e $\vec{\mu}^{(?)}$. Notemos que

$$\int d^3 k Z(\vec{k}) = \frac{1}{2} A. \quad (e69)$$

Sejam as transformações:

$$\begin{aligned}\pi(\vec{x}, \vec{p}) &= \sigma(\vec{x}, \vec{p}) e^{-i\theta(\vec{x})}, \\ \pi^+(\vec{x}, \vec{p}) &= \sigma^+(\vec{x}, \vec{p}) e^{i\theta(\vec{x})},\end{aligned}\tag{e70}$$

onde $\theta(\vec{x})$ é a fase de $\vec{E}(\vec{x})$ e

$$\begin{aligned}U(\vec{x}, \vec{p}) &= \sigma(\vec{x}, \vec{p}) + \sigma^+(\vec{x}, \vec{p}), \\ V(\vec{x}, \vec{p}) &= i[\sigma(\vec{x}, \vec{p}) - \sigma^+(\vec{x}, \vec{p})], \\ W(\vec{x}, \vec{p}) &= \Pi_3(\vec{x}, \vec{p}).\end{aligned}\tag{e71}$$

Com estas transformações, (e64)-(e66) ficam

$$\begin{aligned}\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{M} \cdot \vec{\nabla} \right] f(\vec{x}, \vec{p}) &= - \frac{1}{2} A[f(\vec{x}, \vec{p}) + W(\vec{x}, \vec{p})] + \\ &+ \int d^3 p' [a_r(\vec{x}, \vec{p} - \vec{p}') U(\vec{x}, \vec{p}') + a_i(\vec{x}, \vec{p} - \vec{p}') V(\vec{x}, \vec{p}')] + \\ &+ \int d^3 k Z(\vec{k}) [f(\vec{x}, \vec{p} + \hbar \vec{k}) + W(\vec{x}, \vec{p} + \hbar \vec{k})],\end{aligned}\tag{e72}$$

$$\begin{aligned}\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{M} \cdot \vec{\nabla} \right] U(\vec{x}, \vec{p}) &= \left[\Delta + \frac{\vec{p}}{M} \cdot \vec{\nabla} \theta \right] V(\vec{x}, \vec{p}) - \frac{1}{2} A U(\vec{x}, \vec{p}) + \\ &+ \int d^3 p' [a_r(\vec{x}, \vec{p} - \vec{p}') f(\vec{x}, \vec{p}') - b_r(\vec{x}, \vec{p} - \vec{p}') W(\vec{x}, \vec{p}')],\end{aligned}\tag{e73}$$

$$\begin{aligned}\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{M} \cdot \vec{\nabla} \right] V(\vec{x}, \vec{p}) &= - \left[\Delta + \frac{\vec{p}}{M} \cdot \vec{\nabla} \theta \right] U(\vec{x}, \vec{p}) - \frac{1}{2} A V(\vec{x}, \vec{p}) + \\ &+ \int d^3 p' [a_i(\vec{x}, \vec{p} - \vec{p}') f(\vec{x}, \vec{p}') - b_i(\vec{x}, \vec{p} - \vec{p}') W(\vec{x}, \vec{p}')],\end{aligned}\tag{e74}$$

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{M} \cdot \vec{\nabla} \right) W(\vec{x}, \vec{p}) = & - \frac{1}{2} A [f(\vec{x}, \vec{p}) + W(\vec{x}, \vec{p})] + \\
+ \int d^3 p' [b_r(\vec{x}, \vec{p} - \vec{p}') U(\vec{x}, \vec{p}') + b_i(\vec{x}, \vec{p} - \vec{p}') V(\vec{x}, \vec{p}')] + \\
- \int d^3 k Z(\vec{k}) [f(\vec{x}, \vec{p} + \hbar \vec{k}) + W(\vec{x}, \vec{p} + \hbar \vec{k})], \tag{e75}
\end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned}
a_r(\vec{x}, \vec{p}) &= \text{Re}[\tau(\vec{x}, -\vec{p}) - \tau(\vec{x}, \vec{p})], \\
a_i(\vec{x}, \vec{p}) &= \text{Im}[\tau(\vec{x}, -\vec{p}) - \tau(\vec{x}, \vec{p})], \\
b_r(\vec{x}, \vec{p}) &= \text{Re}[\tau(\vec{x}, -\vec{p}) + \tau(\vec{x}, \vec{p})], \\
b_i(\vec{x}, \vec{p}) &= \text{Im}[\tau(\vec{x}, -\vec{p}) + \tau(\vec{x}, \vec{p})] \tag{e76}
\end{aligned}$$

e

$$\tau(\vec{x}, \vec{p}) = \frac{e^{-i\theta(\vec{x})}}{2i(2\pi\hbar)^3} \int d^3 s \tilde{\Omega}(\vec{x} + (1/2)\vec{s}) e^{-i\vec{p} \cdot \vec{s}/\hbar} \tag{e77}$$

As equações (e72)-(e75) são as equações gerais que descrevem o desenvolvimento temporal da função de Wigner f e o vetor de Bloch distribuído (u, v, w) incluindo os efeitos da emissão espontânea.

Calculemos, agora, o limite quase-clássico das equações (e72)-(e75) que não envolvem A ou $Z(\vec{k})$. Em (e77), expandimos $\tilde{\Omega}(\vec{x} + (1/2)\vec{s})$ como uma série de Taylor em $\vec{s}$ e descartamos termos que se anulam quando $\hbar \rightarrow 0$. Obtemos:

$$\tau(\vec{x}, \vec{p}) = - \frac{1}{2} i \Omega \delta(\vec{p}) + \frac{1}{4} \hbar (\vec{\nabla} \Omega + i \Omega \vec{\nabla} \theta) \cdot \vec{\nabla}_p \delta(\vec{p}). \quad (e78)$$

Então, usando o fato que $\vec{\nabla}_p \delta(\vec{p})$ é uma função ímpar de $\vec{p}$, (e76) torna-se

$$\begin{aligned} a_r(\vec{x}, \vec{p}) &= - \frac{1}{2} \hbar \vec{\nabla} \Omega \cdot \vec{\nabla}_p \delta(\vec{p}), \\ a_i(\vec{x}, \vec{p}) &= - \frac{1}{2} \hbar \Omega \vec{\nabla} \theta \cdot \vec{\nabla}_p \delta(\vec{p}), \\ b_r(\vec{x}, \vec{p}) &= 0, \\ b_i(\vec{x}, \vec{p}) &= - \Omega \delta(\vec{p}). \end{aligned} \quad (e79)$$

Os termos contendo A não são afetados pelo limite quase-clássico. Um típico termo envolvendo $Z(\vec{k})$ é da forma

$$\int d^3k Z(\vec{k}) f(\vec{x}, \vec{p} + \hbar \vec{k}). \quad (e80)$$

Lembrando que, na aproximação quase-clássica, $f(\vec{x}, \vec{p})$ deve ser suave ao longo de uma distância $\hbar k = \hbar \omega_0 / c$ no espaço de momentum, expandimos $f(\vec{x}, \vec{p} + \hbar \vec{k})$ em potências de $\hbar k^i$. Mantendo termos até segunda ordem na expansão, usando (e69) e notando que

$$\int d^3k Z(\vec{k}) k^i = 0 \quad (e81)$$

porque $Z(\vec{k})$ é uma função par de k^i , vemos que (e80) se torna

$$\frac{1}{2} A f(\vec{x}, \vec{p}) + \sum_{i,j} Q^{ij} \frac{\partial^2 f(\vec{x}, \vec{p})}{\partial p^i \partial p^j}, \quad (e82)$$

onde

$$Q^{ij} = \frac{1}{2} \hbar^2 \int d^3 k Z(\vec{k}) k^i k^j. \quad (e83)$$

Sem perder generalidade, seja $\vec{\mu}$ dirigido ao longo do eixo x^3 . Então, usando $Z(\vec{k})$ de (e68) e

$$\begin{aligned} k^1 &= k \sin \theta' \cos \phi', \\ k^2 &= k \sin \theta' \sin \phi', \\ k^3 &= k \cos \theta', \end{aligned} \quad (e84)$$

onde θ', ϕ' são ângulos polares no espaço k e $k = \omega_k / c$, (e83) produz

$$Q^{ij} = \frac{1}{10} \left(\frac{\hbar \omega}{c} \right)^2 A d^{ij}, \quad (e85)$$

onde d^{ij} é a matriz diagonal

$$d^{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (e86)$$

Os outros termos envolvendo $Z(\vec{k})$ em (e72)-(e75) são calculados da mesma maneira como (e80). O conjunto completo de equações quase-clássicas fica

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{M} \cdot \vec{\nabla} \right] f = - \frac{1}{2} \hbar (\vec{\nabla} \Omega \cdot \vec{\nabla}_p U + \Omega \vec{\nabla} \theta \cdot \vec{\nabla}_p V) + \sum_{i,j} Q^{ij} \frac{\partial^2 (f+W)}{\partial p^i \partial p^j}, \quad (e87)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{M} \cdot \vec{\nabla} \right] U = \left[\Delta + \frac{\vec{p}}{M} \cdot \vec{\nabla} \theta \right] V - \frac{1}{2} A U - \frac{1}{2} \hbar \vec{\nabla} \Omega \cdot \vec{\nabla}_p f, \quad (e88)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{M} \cdot \vec{\nabla} \right] V = - \left[\Delta + \frac{\vec{p}}{M} \cdot \vec{\nabla} \theta \right] U - \frac{1}{2} A V + \Omega W - \frac{1}{2} \hbar \Omega \vec{\nabla} \theta \cdot \vec{\nabla}_p f, \quad (e89)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{M} \cdot \vec{\nabla} \right] W = - \Omega V - A(f + W) - \sum_{i,j} Q^{ij} \frac{\partial^2 (f+W)}{\partial p^i \partial p^j}. \quad (e90)$$

Sejam f , u , v e w localizadas no espaço de fase próximas ao ponto $(\vec{X}, \vec{P})$. Então, em uma integral sobre o espaço de fase de um produto de uma função suave de $(\vec{x}, \vec{p})$ e uma das funções f , U , V ou W , a função suave pode ser calculada em $(\vec{X}, \vec{P})$ e tomada fora da integral. Além disso, integrais sobre o espaço de fase de termos tais como $\vec{p} \cdot \vec{\nabla} f / M$, $-(1/2) \hbar \vec{\nabla} \Omega \cdot \vec{\nabla}_p f$ e $Q^{ij} \partial^2 (f+W) / \partial p^i \partial p^j$ são nulas, como pode ser facilmente demonstrado fazendo integração por partes e usando o fato de que f , U , V e W se anulam em $|\vec{x}| = \infty$ e $|\vec{p}| = \infty$. Usando essas observações e

$$u = \iint d^3x d^3p U(\vec{x}, \vec{p}), \quad (e91a)$$

$$v = \iint d^3x d^3p V(\vec{x}, \vec{p}), \quad (e91b)$$

$$w = \iint d^3x d^3p W(\vec{x}, \vec{p}), \quad (e91c)$$

obtemos que as integrais de (e88)-(e90) sobre o espaço de fase são as equações óticas de Bloch⁽⁴⁾.

$$\dot{u} = (\Delta + \dot{\theta})v - \frac{1}{2}Au, \quad (e92a)$$

$$\dot{v} = -(\Delta + \dot{\theta})u + \Omega w - \frac{1}{2}Av, \quad (e92b)$$

$$\dot{w} = -\Omega v - A(w + 1), \quad (e92c)$$

onde $\dot{\theta} = \vec{p} \cdot \vec{\nabla} \theta(\vec{x})/M$ e $\Omega = \Omega(\vec{x})$. O vetor de Bloch (u, v, w) é dirigido pela amplitude Ω do campo e pela derivada da fase $\dot{\theta}$ na posição do átomo em movimento. Multipliquemos, agora, (e87) por $\vec{x}$ e integremos sobre o espaço de fase. Uma integração por partes dá

$$\iint d^3x d^3p \vec{x} \left(\frac{\vec{p}}{M} \cdot \vec{\nabla} f \right) = - \frac{\vec{p}}{M} \quad (e93)$$

e os termos à direita em (e87) todos se anulam na integração. O resultado é

$$\dot{\vec{x}} = \frac{\vec{p}}{M}. \quad (e94)$$

Finalmente, multipliquemos (e87) por $\vec{p}$ e integremos sobre o espaço de fase para obtermos a força de radiação.

$$\vec{F} = \dot{\vec{p}} = M\dot{\vec{x}} = \frac{1}{2} \hbar (u \vec{\nabla} \Omega + v \Omega \vec{\nabla} \theta). \quad (e95)$$

As equações (e92) e (e95) são as equações de Ehrenfest-Bloch que descrevem o movimento do centróide do pacote de ondas

atômico⁽⁸⁾ .

Consideremos, agora, o caso em que a amplitude do campo elétrico $E(t) = E(\vec{X}(t))$ e a derivada da fase $\dot{\theta}(t) = \vec{\nabla}\theta(\vec{X}(t)) \cdot \dot{\vec{X}}(t)$ variam de uma pequena fração durante um tempo de vida natural $\tau_N = 1/A$, isto é, o caso em que o átomo se move suficientemente lentamente de modo que, a cada instante, u , v e w assumam seus valores de estado estacionário obtidos de (e92) fazendo $\dot{u} = \dot{v} = \dot{w} = 0$. Isto produz

$$\begin{aligned} u &= \frac{-4\Omega(\Delta + \dot{\theta})}{[4(\Delta + \dot{\theta})^2 + A^2 + 2\Omega^2]}, \\ v &= \frac{-2A\Omega}{[4(\Delta + \dot{\theta})^2 + A^2 + 2\Omega^2]} \end{aligned} \quad (e96)$$

e, conseqüentemente, a força de radiação (e95) torna-se

$$\vec{F} = - \left[\frac{\hbar A \Omega^2 \vec{\nabla}\theta + \hbar(\Delta + \dot{\theta}) \vec{\nabla}\Omega^2}{4(\Delta + \dot{\theta})^2 + A^2 + 2\Omega^2} \right]. \quad (e97)$$

Agora, ilustraremos o significado da expressão (e97) considerando alguns problemas simples.

Para uma onda plana, $\vec{E}_{cl}(\vec{x}, t) = \vec{E}_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)$, temos $\Omega = \mu E_0 / \hbar = \text{const}$, $\theta(\vec{X}) = -\vec{k} \cdot \vec{X}$ e $\dot{\theta} = -\vec{k} \cdot \dot{\vec{X}}$. A força de radiação (e97) fica

$$\vec{F} = \frac{A \Omega^2 \hbar \vec{k}}{[4(\Delta - \vec{k} \cdot \dot{\vec{X}})^2 + A^2 + 2\Omega^2]}. \quad (e98)$$

Esta é a força de radiação associada com a emissão espontânea ou com o espalhamento de radiação pelo átomo. A força é uma função

lorentziana de ω centrada em $\omega_0 + \vec{k} \cdot \vec{X}$ (frequência atômica mais efeito Doppler de primeira ordem) com largura total à metade do máximo $(A^2 + 2\Omega^2)^{1/2}$.

Em um campo forte, ou seja campo que apresenta alta intensidade ($\Omega \rightarrow \infty$), a força satura com o valor $\vec{F} = (1/2)A\hbar\vec{k}$.

Neste trabalho, estamos interessados no movimento atômico em um feixe laser gaussiano. Consideremos um feixe gaussiano colimado propagando-se na direção z

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{e} E_0 \exp[-(x^2 + y^2)/W_0^2] \cos(kz - \omega t), \quad (e99)$$

onde W_0 é uma constante. Aqui temos $\Omega(x, y) = (\mu E_0 / \hbar) \exp[-(x^2 + y^2)/W_0^2]$ e $\theta(z) = -kz$. A força de radiação (e97) consiste de uma pressão de radiação longitudinal

$$F_z = \frac{A\Omega^2 \hbar k}{[4(\Delta - kZ)^2 + A^2 + 2\Omega^2]} \quad (e100)$$

e de uma força dipolar transversal⁽⁸⁾

$$\vec{F}_T = \frac{-\hbar(\Delta - kZ)\vec{\nabla}\Omega^2}{[4(\Delta - kZ)^2 + A^2 + 2\Omega^2]} \quad (e101)$$

Esta última força apenas age focalizando ou defocalizando o feixe atômico. Como aqui tratamos do movimento longitudinal, o leitor interessado na força (e101) é endereçado às referências (8) e (12).

Consideremos um feixe atômico contra-propagante a um feixe laser gaussiano. A força ao longo da direção de propagação (eixo z) é dada pela expressão (e100) com k substituído por -k. De (e94), (e95) e (e100) (com $k \rightarrow -k$), temos, para resolver, a equação diferencial:

$$M \frac{d\dot{Z}}{dt} = \frac{-A\Omega^2 \hbar k}{[4(\Delta + k\dot{Z})^2 + A^2 + 2\Omega^2]} \quad (e102)$$

O momentum de cada fóton absorvido pelo átomo é $-\hbar k\hat{z}$. Em outras palavras, a cada absorção, o átomo perde $\hbar k/M$ de sua velocidade longitudinal. Desta forma, se quisermos usar este mecanismo para trazer um átomo com velocidade longitudinal inicial V_0 ao repouso, será necessária a absorção de $V_0/(\hbar k/M)$ fótons. Este número pode ser muito grande, já que $\hbar k/M$ é apenas uma pequena fração de V_0 . A expressão (e102), que descreve a força desaceleradora devida à absorção de fótons, deixa clara a influência do efeito Doppler sobre a eficiência do processo, ou seja, a pressão radiativa é apreciável apenas enquanto:

$$|\Delta + k\dot{Z}| \leq \frac{1}{2} (A^2 + 2\Omega^2)^{1/2}. \quad (e103)$$

Se, em dado instante, (e103) for satisfeita, esta situação não necessariamente permanecerá por longo tempo, pois $k\dot{Z}$ tornar-se-á cada vez menor, levando à violação de (e103). O número médio de fótons absorvidos pelo átomo antes que (e103) deixe de valer é da ordem de $(A^2 + 2\Omega^2)^{1/2} / (2\hbar k/M)$. Tomemos, como exemplo, um caso concreto. Para um átomo de sódio, uma transição conveniente fornece $\hbar k/M \approx 3 \text{ cm/s}^{(9)} (3 \times 10^{-2} \text{ m/s})$ e neste caso temos $A \approx 6,28 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$,

de modo que, com um laser ressonante de potência suficiente para fornecer $\Omega \simeq 1,257 \times 10^8$ rad/s, ocorrem apenas cerca de 300 absorções das 30.000 necessárias para parar um átomo com velocidade inicial da ordem de 900 m/s. Esta baixa eficiência pode ser contornada se compensarmos em cada ponto a variação de kZ . Isto pode ser feito se introduzirmos um campo magnético longitudinal a fim de obtermos, mediante efeito Zeeman, uma compensação para o deslocamento Doppler. Em outras palavras, em presença de um campo magnético, a frequência ω_0 muda para $\omega_0 + \gamma B(Z)$ e assim (e102) torna-se

$$M \frac{dV}{dt} = \frac{-A\Omega^2 \hbar k}{[4(\Delta - \gamma B(Z) + kV)^2 + A^2 + 2\Omega^2]}, \quad (e104)$$

onde fizemos $\dot{Z} = V$. Escolhendo $B(Z)$ adequadamente, cancelaremos o efeito Doppler. O melhor campo magnético para isso é o que fornece maior desaceleração, isto é, aquele que torna o denominador de (e104) menor,

$$\gamma B(Z) = \Delta + kV. \quad (e105)$$

Neste caso, (e104) resulta em $MdV/dt = -Ma_M$ e $V = (V_0^2 - 2Za_M)^{1/2}$ com

$$a_M \equiv \frac{A\Omega^2 \hbar k}{M(A^2 + 2\Omega^2)}, \quad (e106)$$

isto é, o movimento do átomo é uniformemente desacelerado, com aceleração $-a_M$. Assim, (e105) fica

$$\gamma B(Z) = \Delta + k(V_o^2 - 2Za_M)^{1/2} \quad (e107)$$

e o átomo tem velocidade longitudinal nula em $Z_o = V_o^2 / (2a_M)$. Esta técnica foi inicialmente proposta em 1982 por Phillips e Metcalf⁽¹⁰⁾ e posteriormente demonstrada por vários grupos de pesquisa⁽¹¹⁾ e é hoje denominada "Zeeman Tuning Technique".

Referências citadas:

- 01) R. J. Cook, Phys. Rev. A 22, 1078 (1980).
- 02) Stig Stenholm, Rev. Modern Phys. 58, 699 (1986).
- 03) J. Savolainen, S. Stenholm, AJP 40, 667 (1972).
- 04) L. Allen, J. H. Eberly, "Optical Resonance and Two-Level Atoms", Wiley, New York (1975).
- 05) W. Heitler, "The Quantum Theory of Radiation ", 3^a-ed., Oxford University Press, London (1970), p. 69.
- 06) P. W. Milonni, Phys. Rep. C 25 (1976).
- 07) W. H. Louisell, "Quantum Statistical Properties of Radiation", Wiley, New York (1973).
- 08) R. J. Cook, Phys. Rev. A 20, 224 (1979).
- 09) William D. Phillips, John V. Prodan, Harold J. Metcalf, J. Opt. Soc. Am. B 2, 1751 (1985).
- 10) W. D. Phillips, H. J. Metcalf, Phys. Rev. Lett. 48, 596 (1982).
- 11) V.S. Bagnato, J. C. Castro, M. Sili, S. C. Zilio, Rev. Bras. Fis. 18, 411 (1988).
- 12) J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, J. Opt. Soc. Am. B 2, 1707 (1985).

APÊNDICE F

CHOPPER

Foi construído um controlador de velocidade para motor de corrente contínua, com tacômetro embutido modelo DC TAC NP-1645-001 (SINGER), que é usado para girar a pá do "chopper". Tendo-se então controle da velocidade foi possível controlar a frequência, para servir de referência para várias medidas. A frequência era obtida a partir do circuito elaborado com foto-emissor e detector Poly CNY 37 que proporcionava uma variação total de $\pm 2\%$ em todas as frequências.

figura F1: Esquema do controlador de velocidade do motor DC TAC.

figura F2: Esquema do circuito para produzir a referência do "chopper".

APÊNDICE G

ARTIGOS PUBLICADOS

G.1)- Artigo publicado no "Physical Review A", 41, 4070 (1990), sob o título de "Process of stopping atoms with the Zeeman tuning technique with a single laser".

Process of stopping atoms with the Zeeman tuning technique with a single laser

M. E. Firmino, C. A. Faria Leite, S. C. Zilio, and V. S. Bagnato

*Departamento de Física e Ciência dos Materiais, Instituto de Física e Química de São Carlos,
Universidade de São Paulo, Caixa Postal 369, 13560 São Carlos, São Paulo, Brazil*

(Received 10 April 1989; revised manuscript received 2 November 1989)

We report an observation of atoms stopped by laser light in an experiment using the Zeeman tuning technique. In contrast to previous experiments using the same technique, we are able to stop the atoms outside the slower solenoid using a single laser. The deceleration process is monitored through the measurement of the fluorescence along the deceleration path in such a way that the slower laser is also used for diagnosis. This technique also permits the realization of a few interesting observations on the process such as the position where the atoms stop scattering photons.

Techniques to slow and stop a beam of neutral atoms using radiation have already been demonstrated by several groups.¹⁻⁴ The basic principle of slowing atoms with laser light consists of using the momentum transferred to the atom during the photon absorption in a configuration where laser and atoms counterpropagate. Since the spontaneous emission following the absorption is spatially symmetric, no average momentum transfer results from the emission process and the net force is in the laser propagation direction.

In order to bring an atom to rest, a large number of absorption-emission cycles are needed. However, the undesired optical pumping and changing Doppler effects can interrupt the slowing process after just a few photon absorptions. These problems can be avoided by using the Zeeman tuning technique,⁵ in which a spatially varying magnetic field compensates the changing Doppler shift, besides avoiding the optical-pumping problem, when circularly polarized light is employed. Another way of compensating the changing Doppler shift consists in scanning the laser frequency. This technique is referred to as "frequency chirping"³ and produces a pulsed flux of slow atoms. In this work we use the Zeeman tuning technique which allows the production of a continuous flux of slow atoms.

In most experiments, using the Zeeman technique, the stopping has been accomplished either in two steps or using two different laser beams. In the sort of experiment done by Prodan *et al.*⁶ a thermal atomic beam of Na is first slowed to about 70 m/s. Then, the laser light is interrupted and the atoms drift to the stopping region, where a second pulse of light stops them. In this two-step experiment, only a pulsed sample of stationary atoms is produced. Stopped atoms can also be produced in a continuous way as demonstrated by Bagnato *et al.*⁴ In that type of experiment, there is a first step where the atoms interact with the slower laser in the conventional way. Slow atoms drift to the trap region where they are stopped by means of a second laser beam and a second magnetic field which produces the stopping field besides shifting the atoms out of resonance with the first laser (slower).

A sample of stopped atoms can be routinely produced

using the Zeeman tuning technique and a single laser beam, but these atoms will be located inside the slower solenoid. Having stopped atoms outside the magnet is important since the optical access to this sample is made easier and the magnetic field is small, although not zero. Therefore a technique to produce a nearly stationary sample of atoms outside the slower solenoid in a single step and using a single laser would be welcome.⁷ Recently, we have reported results where the deceleration of an atomic beam was monitored through the measurement of the fluorescence along the deceleration path.⁸ In the present work we use the same technique to study the possibility of having stopped atoms outside the slower solenoid. By measuring the fluorescence as a function of the position inside the main magnet, we are able to observe when the atoms cannot follow the deceleration process and when they actually stop. With the addition of an extra coil changing the magnetic field in the last few centimeters we can stop atoms outside the slower solenoid in a continuous fashion and using a single laser. This allows us to have a stationary sample of atoms with a quite large density.

A diagram of the apparatus is schematically shown in Fig. 1. An effusive oven produces a sodium atomic beam that travels about 40 cm and then enters a 130-cm-long solenoid with an axial field profile given approximately by $B = B_b + B_0 \sqrt{1 - \beta(z - z_0)}$ ($B_b = 315$ G, $B_0 = 1130$ G, $\beta = 0.01$ cm⁻¹, and $z_0 = 20$ cm for a current of 42 A). The light coming from a ring dye laser (Coherent 699-21, R6G), tuned to the $3S_{1/2}$ ($F=2, m_F=2$) $\rightarrow$ $3P_{3/2}$ ($F=3, m_F=3$) transition and propagating in a direction antiparallel to the atomic motion, provides the decelerating force. A set of Si photodiodes is located around a glass tube, concentric with the solenoid, inside which runs the sodium beam. The detector assembly can move along the whole extension of the atomic beam, collecting the fluorescence of atoms spontaneously emitting during the deceleration process. After the main slowing magnet we have another solenoid that operates independently of the first one. Figure 2 shows the detailed magnetic field profile without and with the extra coil, which mainly changes the tail of the original field. We will use as a notation for the laser detuning, $\Delta = \omega_L - \omega_0$, where ω_L is the

FIG. 1. Schematic diagram of the apparatus used to observe stopped atoms, with a plot of $B(z)$ versus z .

laser frequency and ω_0 is the atomic resonance frequency in zero magnetic field. As the atoms slow down along the field, they follow it adiabatically [$kv \sim \mu B(z) - \Delta$] as long as the field gradient is suitable for this. A critical value for the field gradient appears since the acceleration has a finite value which sets an upper limit for the field gradient. Considering the adiabatic condition above, one can write the maximum field gradient tolerable by an atom with velocity v as $(dB/dz)_{\max} = \hbar^2 k^2 \Gamma / 2M\mu v$, where k is the wave number, Γ the transition linewidth, and μ the Bohr magneton. Low-velocity atoms will tolerate more gradient in the magnetic field, while fast ones will not. This analysis is only true for a high saturation, which is the case in the present experiment since we

have used laser intensities around 100 mW/cm^2 . For weak saturation, the field gradient must be multiplied by $s/(1+s)$, where $s = 2\Omega_R^2/(\Gamma^2 + 4\Delta^2)$ and Ω_R is the Rabi frequency.

In the first experiment we had only the slower magnetic field on. For different laser detunings we measured the fluorescence as a function of z and we obtained the intensity profiles shown in Fig. 3. For all detunings, the intensity increases as we go towards regions of lower magnetic fields which constitutes an evidence of the deceleration. This increase in the intensity is due to the fact that as we go towards lower fields, more and more atoms from the original velocity distribution participate in the scattering process. In addition, an atom scatters more photons per unit of length as it slows down.

For zero detuning we have a dramatic decrease of the

FIG. 2. Magnetic field profile due to the slower magnet alone operating at 42 A (solid line) and with the addition of the extra coil carrying 10 A (dashed line).

FIG. 3. Fluorescence profiles as a function of the detector assembly position for three different detunings. The end of the slower solenoid is at $z = 130 \text{ cm}$.

fluorescence in the region close to the end of the magnet ($z \sim 125$ cm), in a position where $B \sim 292$ G. The resonance condition at this point indicates that in the position where the fluorescence ceases, the atoms have about 240 m/s, showing that at this velocity and field they cannot adiabatically follow the field at the end of the process because that part of the field does not have the appropriate field gradient [at this point $dB/dz \sim 45$ G/cm, which agrees very well with the theoretical value of 44.5 G/cm obtained from the expression given above, including the saturation factor $s/(1+s)$, which in this case has a value of 0.94]. Therefore, the deceleration for those atoms is interrupted from this position on.

For blue detuning ($\Delta = 200$ MHz in Fig. 3), the fluorescence also drops abruptly, now corresponding to a position in field where the atom has about 150 m/s. However, a visual observation of this region indicates a reasonable intensity increase in the last millimeter, which is not observed in the $\Delta = 0$ MHz case. Unfortunately, our detection device does not have enough resolution to single out this last millimeter, and as a result, the intensity profile is smeared out in a region of about 5 cm; however, we believe that in this case we have a large number of atoms at longitudinal rest. As the laser is tuned further into the blue side of the transition, the front of the stopped atoms move to smaller z 's because bluer light requires higher magnetic fields to maintain the resonance condition for zero-velocity atoms. In the red detuning case ($\Delta = -200$ MHz in Fig. 3), the maximum of the fluorescence occurs earlier ($z \sim 114$ cm) and is not as dramatic as in the blue detuning case. In fact, the fluorescence dies out in a distance of about 10 cm, showing that the atoms slowly get out of the deceleration process due to the fact that for such a detuning the critical field gradient tolerable by the atom is smaller and, therefore, they leave the process earlier. Since we have higher velocities in the red detuning case, we conclude that fast atoms tolerate less gradient while slow atoms (blue detuning) can survive further in the field as expected from the earlier discussion. The variation of the intensity at the maximum of fluorescence for different detunings observed in Fig. 3 comes essentially from the fact that a different portion of the initial atomic velocity distribution is sampled for each detuning. These results show the impossibility of producing very slow atoms outside the main solenoid used in this type of experiments.

In a second experiment the extra coil was turned on and the fluorescence profile was measured for several laser detunings. In this new configuration of magnetic field the deceleration happens in two steps. First, the atoms slow down as they travel from the magnet entrance to the point where the field starts to curve up ($z \sim 130$ cm) or even before that for red detuning as discussed above. At this point the resonance condition ceases to be satisfied or the field gradient become unsuitable and the atoms travel a few centimeters until finding the correct field intensity and gradient to continue the slowing process until they are finally stopped.

Figure 4 shows fluorescence profiles for several detunings when we have the extra coil on. For red detuning ($\Delta = -100$ MHz, we observe the initial increase of the

FIG. 4. Fluorescence profiles as a function of the detector position for different detunings when the extra coil carries a 10-A current. The end of this coil is at $z = 138$ cm.

fluorescence as before, but the atom leaves the resonance earlier (at about 122 cm) that corresponds to the point where the field gradient becomes unsuitable for this detuning although the fluorescence does not drop abruptly. They will start the deceleration process again at about 135 cm, where the field of the second coil is convenient for the slowing to take place. Since the field at the peak position has a value of about 80 G, and with the detuning of -100 MHz, we have atoms leaving the magnets with about 125 m/s. In the first step they stop following the field at about 406 G with a velocity of 393 m/s, showing a considerable deceleration in a few centimeters of the second part of the magnetic field. For redder detuning ($\Delta = -200$ MHz) the atoms have the same behavior as before (extra coil off), for the first part, and they also execute a second slowing in the second part of the field but still leave the system at high velocity.

For zero detuning ($\Delta = 0$ MHz) we calculated from the position of the maximum of the fluorescence, a velocity of 65 m/s for those atoms. However, a visual observation shows that the fluorescence extends itself to much lower values of magnetic field showing that the atoms survive further down in the field still scattering photons, but in smaller flux. This shows that atoms with velocities much lower than 65 m/s are produced at the $\Delta = 0$ MHz case.

Going to a higher detuning ($\Delta = +100$ MHz) the maximum of the fluorescence in the second part of the field occurs with atoms having almost zero velocity (~ 10 – 20 m/s), demonstrating an almost stationary sample of atoms. Even at higher detunings ($\Delta = +200$ MHz), we

have atoms with zero or negative velocity, but in a much smaller number. Despite the fact that our detector cannot resolve better than 5 cm, a visual observation of the last millimeter of the process reveals an increase of intensity of about 4 times compared with the rest and an abrupt drop after that. This last millimeter of intense fluorescence constitutes a sample of atoms almost at rest and this increase comes from the accumulation of atoms. Using the fluorescence signal we are able to estimate the density of stopped atoms as being of the order of 10^8 atoms/cm³ with about 0–10 m/s. Going to bluer detunings the atoms always stop, producing a very intense fluorescence in the last millimeter of deceleration and this front of stopped atoms moves to smaller z 's as the laser is tuned further to the blue.

There are a few facts that limit the maximum density achieved at the end of the stopping process. (i) Due to the randomness of the spontaneous emission, the atoms acquire a transverse velocity component during the deceleration process which spreads the beam. This becomes particularly relevant for low-velocity atoms. The decrease in the intensity of the second peak (Fig. 4) for blue detuning is mainly due to this effect. Blue frequency produces slower atoms coming from the first deceleration stage and they have more time to spread out in the 20 cm where they are out of resonance between the two coils. (ii) As the atoms stop, the laser light pushes them back to the atomic source. (iii) At the end, the magnetic field has components not parallel to the z axis and, therefore, there

is a higher probability of wrong transitions.

In conclusion, we have shown that the difficulty in producing slow atoms outside the solenoid in the Zeeman tuning technique, is mainly due to the nonadiabatic following of atoms in the magnetic field. We were able to produce a large flux of stopped atoms outside the slowing coils, using a single laser to step and detect them. This experiment will make easier the realization of further experiments, such as a trapping experiments which can be done adding a second extra coil after the first one, running with opposite current. This configuration constitutes a trap as demonstrated by Prodan *et al.*⁹ Adjusting the spacing between the extra coils, one can get the appropriate gradient to stop atoms close to the $B=0$ region which is at the center of the trap. This will allow to trap atoms with a single laser. Others experiments, like collision with surfaces, should be easier if the atom stop outside the magnets (although they are still in the magnetic field).

The authors wish to thank Professor C. Salomon for stimulating discussions and V. C. Colussi and E. Marega, Jr. for technical support. This work was supported by Fundação Banco do Brasil, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), and Financiadora de Estudos e Projetos (FINEP).

¹J. V. Prodan, W. D. Phillips, and H. Metcalf, Phys. Rev. Lett. **49**, 1149 (1982), and references therein.

²R. N. Watts and C. E. Wieman, Opt. Lett. **11**, 291 (1986).

³W. Ertmer, R. Blatt, J. L. Hall, and M. Zhu, Phys. Rev. Lett. **54**, 996 (1985).

⁴V. S. Bagnato, G. P. Lafyatis, A. G. Martin, E. Raab, R. Ahmad-Bitar, and D. Pritchard, Phys. Rev. Lett. **58**, 2194 (1987).

⁵W. D. Phillips and H. Metcalf, Phys. Rev. Lett. **48**, 596 (1982).

⁶J. Prodan, A. Migdall, W. Phillips, I. So, H. Metcalf, and J. Dalibard, Phys. Rev. Lett. **54**, 992 (1985).

⁷Recently, Beverini and colleagues have reported the observation of Ca atoms at rest outside the slowing magnet when red detuning is used [N. Beverini, E. Macciani, F. Strumia, and G. Visani (unpublished)]. Migdall and co-workers have also used their slow beam produced with the Zeeman tuning technique to charge their optical molasses.

⁸V. S. Bagnato, A. Aspect, and S. C. Zilio, Opt. Commun. **72**, 76 (1989).

⁹A. Migdall, J. V. Prodan, W. D. Phillips, T. H. Bergeman, and H. J. Metcalf, Phys. Rev. Lett. **54**, 2596 (1985).

3.2)- Artigo publicado na "Revista de Física Aplicada e Instrumentação", 4 (4), 368 (1989), sob o título de "Projeto, construção e teste de um sistema experimental para desacelerar átomos neutros".

PROJETO, CONSTRUÇÃO E TESTE DE UM SISTEMA EXPERIMENTAL PARA DESACELERAR ÁTOMOS NEUTROS

M.E. Firmino, V.C. Colussi, S.C. Zilio e V.S. Bagnato

Departamento de Física e Ciência dos Materiais

Instituto de Física e Química de São Carlos

Universidade de São Paulo

Cx. Postal 369

13560 - São Carlos, SP, Brasil

RESUMO

Neste trabalho descrevemos a construção e teste de um sistema que permite desacelerar átomos de sódio. Discutimos o projeto e construção do solenóide que compensa o efeito Doppler sofrido pelos átomos durante o processo de desaceleração, as câmaras de vácuo, o forno que gera o feixe atômico e o sistema ótico utilizado na desaceleração e monitoração dos átomos lentos. Finalmente, são apresentados alguns resultados que comprovam a produção de um feixe atômico de baixa velocidade.

ABSTRACT

This work presents the development and test of a system which allows the deceleration of sodium atoms. We discuss the calculation and construction of the solenoid to compensate the Doppler effect arising during the deceleration process, vacuum chambers, the oven which produces the atomic beam and the optical system used to decelerate and probe slow atoms. At last, we present results that demonstrate the production of a low velocity atomic beam.

I. INTRODUÇÃO

A idéia de se controlar o movimento de átomos com luz é bastante antiga e está baseada em estudos teóricos realizados em 1917 por Albert Einstein, que tratam da interação entre a radiação (luz) e a matéria (átomos). Entretanto, do ponto de vista experimental, o controle do movimento de átomos só foi possível após o surgimento do laser na década de 60. As primeiras proposições de utilização da pressão de radiação para desacelerar feixes atômicos foram formuladas independentemente por Hänsch e Schawlow⁽¹⁾ e por Wineland e Dehmelt⁽²⁾, em 1975. Para os primeiros autores, a amostra imaginada constituía-se de um sistema de átomos neutros e a incidência de feixes de laser contrapropagantes proporcionavam a desaceleração dos átomos. Já para a segunda dupla de autores, a amostra era constituída de íons aprisionados numa armadilha eletromagnética, na qual a incidência de um único feixe de laser, contrapropagando-se na direção contrária a dos íons, deveria produzir o resfriamento (desaceleração) da amostra.

A primeira observação de átomos desacelerados aconteceu em 1978 quando Wineland e outros⁽³⁾ demonstraram o resfriamento de íons de magnésio, porém muitos autores contribuíram de forma marcante para o desenvolvimento destas idéias⁽⁴⁾. A técnica mostrou-se bastante promissora e muitos grupos começaram a investir no desenvolvimento de processos para desaceleração de feixe de átomos neutros⁽⁵⁾, com finalidades bastante diversificadas, indo desde espectroscopia de alta resolução⁽⁶⁾ até o aprisionamento de átomos⁽⁷⁾.

A utilização da pressão de radiação para desacelerar e resfriar átomos permite atualmente a obtenção de amostras gasosas a temperaturas da ordem de 10^{-6} K⁽⁵⁾. Desta forma, obtém-se um sistema completamente novo para a realização de experimentos, onde efeitos quânticos são dominantes e precisões espectroscópicas inatingíveis de outra maneira tornam-se possíveis.

Neste trabalho estamos relatando os detalhes do projeto e construção de um sistema experimental que permite desacelerar e estudar átomos neutros provenientes de uma fonte operando a aproximadamente 500° C. Discutimos também os resultados de experimentos

que demonstram a desaceleração do feixe atômico, usando a montagem experimental aqui descrita.

O presente artigo está dividido da seguinte forma: na seção II apresentamos os princípios básicos envolvidos na técnica empregada para desacelerar feixes atômicos. Na seção III discutimos o projeto e construção do campo magnético necessário para a implementação da referida técnica. A fonte que gera e colima o feixe atômico de sódio e o sistema de vácuo são apresentados em detalhes na seção IV. O sistema ótico e de detecção, bem como a demonstração de desaceleração do feixe atômico utilizando o sistema montado são discutidos na seção V.

II. PRINCÍPIOS BÁSICOS DA TÉCNICA DE DESACELERAÇÃO DE FEIXES ATÔMICOS

A teoria que descreve a interação radiação-matéria já foi extensivamente abordada na literatura. Este problema pode ser analisado do ponto de vista puramente quântico⁽⁸⁾, semi-clássico⁽⁹⁾ e até mesmo de uma maneira completamente clássica⁽¹⁰⁾. Na abordagem que faremos do processo de desaceleração, não apresentaremos um tratamento teórico aprofundado, mas nos limitaremos apenas a discutir os processos físicos importantes ao processo.

Para entender o mecanismo de desaceleração, vamos imaginar um átomo sobre o qual incide radiação eletromagnética ressonante com algumas de suas transições eletrônicas. Para cada fóton de luz absorvido ou emitido, o sistema atômico sofre um recuo devido à transferência de momentum do foton, que é de $\hbar\vec{K}$, sendo $\vec{K}$ o vetor de onda da luz e $\hbar = h/2\pi$ a constante de Planck. Vamos supor que este átomo está inicialmente em repouso, como mostra a Fig. 1. Quando ocorre a absorção de um fóton, ele fica no estado excitado e recebe um momentum $\hbar\vec{K}$ na direção de propagação da luz. Após a emissão espontânea, através do qual o átomo volta ao seu estado fundamental, ele sofre mais uma transferência de momentum $\hbar\vec{K}$, só que agora na direção oposta ao do fóton emitido. Como resultado deste ciclo absorção-emissão, o átomo acaba tendo um determinado momentum

resultante, como mostra a Fig. 1.

A diferença entre os momentos transferidos na absorção e na emissão é que a absorção sempre transfere momentum na mesma direção (que é a direção de propagação do feixe luminoso), enquanto que na emissão o processo é distribuído aleatoriamente. Assim, se considerarmos um grande número de ciclos absorção-emissão, como mostra a Fig. 2, a resultante do momentum transferido encontra-se na direção da absorção. Isto mostra que para desacelerarmos um feixe atômico é necessária a propagação de um feixe de luz ressonante na direção contrária ao do seu movimento. Por outro lado, devido ao fato da emissão espontânea ser aleatória, o feixe experimenta uma difusão transversal.

Para átomos de sódio a linha de absorção conhecida como D_2 (que corresponde à transição $3S_{1/2} \rightarrow 3P_{3/2}$) apresenta um comprimento de onda $\lambda = 589,0$ nm. Desta forma, para cada fóton absorvido ou emitido, ocorre uma variação na velocidade atômica de 3 cm/s. Como o átomo tem velocidades típicas da ordem de 10^3 m/s, concluímos ser necessária a absorção de 33.000 fótons para trazê-lo ao repouso. Infelizmente, como o feixe de laser contrapropagante ao átomo possui frequência fixa, à medida que a absorção (e consequente variação de velocidade) começa a ocorrer, o laser deixa de estar ressonante com o átomo, já que este tem sua frequência alterada pelo efeito Doppler. Em outras palavras, após a absorção de cerca de 200 fótons, a variação da velocidade do átomo provoca um deslocamento tão grande na frequência com que ele absorve, que o processo de desaceleração é interrompido.

Para mantermos o átomo sempre ressonante com o laser e termos uma remoção de velocidade significativa, é preciso ajustar sua frequência de ressonância a cada nova velocidade que ocorre após a absorção de fótons. Isto pode ser feito com a utilização de um campo magnético variando convenientemente no espaço. Desta forma, à medida que os átomos variam sua velocidade, o campo magnético local sintoniza os níveis eletrônicos através do efeito Zeeman, matendo permanentemente a condição de ressonância. Esta técnica de utilização do campo magnético para compensar a variação Doppler é denominada de "*Zeeman tuning technique*", foi proposta inicialmente em 1982⁽¹¹⁾ e demonstrada com sucesso em vários experimentos⁽¹²⁾.

Vamos considerar um átomo com velocidade $\vec{v}$ contrapropagante a um feixe de luz

numa região que apresenta um campo magnético inhomogêneo $B(z)$. Chamando de ν_L a frequência do laser e ν_o a frequência de absorção do átomo em repouso na ausência de campo, a absorção de fótons ocorrerá quando a condição de ressonância:

$$Kv = -(\nu_L - \nu_o) + \gamma B(z) \quad (1)$$

for satisfeita. O termo $\gamma B(z)$ é o espaçamento Zeeman entre os níveis considerados, que no caso do sódio é linear com o campo. A equação (1) assegura que toda vez que tivermos o efeito Doppler compensado pelo efeito Zeeman, o átomo permanece ressonante. Assim, imaginemos que ele esteja sujeito a uma desaceleração constante a . Neste caso, sua velocidade pode ser encontrada pela equação de Torricelli:

$$v(z) = \sqrt{v_o^2 - 2az} \quad (2)$$

sendo v_o a velocidade inicial do referido átomo. Utilizando esta expressão na equação (1), vemos que o campo magnético que mantém o átomo constantemente desacelerado é dado por:

$$B(z) = B_b + B_o \sqrt{1 - \beta z} \quad (3)$$

com $B_o = \frac{K v_o}{\gamma}$, $\beta = \frac{2a}{v_o^2}$ e B_b uma constante escolhida de modo que para uma determinada frequência do laser seleciona-se uma determinada velocidade inicial máxima. Este termo constante somado ao campo parabólico também auxilia no desacoplamento dos spins eletrônico e nuclear, impedindo efeitos de bombeamento óptico⁽¹³⁾. Este efeito de bombeamento óptico surge do fato de que o átomo não é um sistema de dois níveis e uma vez que o laser produz uma transição para algum estado errado, o sistema pode decair para outro nível que não o inicial, tirando o átomo do processo de ressonância.

O átomo que utilizamos é o sódio, cujo diagrama de níveis de energia como função do campo magnético está mostrado na Fig. 3. A transição eletrônica utilizada na desaceleração está também indicada nesta figura, apresentando um comprimento de onda de 589 nm, correspondendo a $\frac{K}{2\pi} = \frac{1}{\lambda} = 16.980 \text{ cm}^{-1}$. Se quisermos parar átomos com velocidade inicial de 10^5 cm/s numa distância de aproximadamente 100 cm, é necessário

impor ao átomo uma desaceleração de $a = \frac{v^2}{2\Delta z} = 5.10^7 \text{ cm/s}^2$. Para sabermos se esta desaceleração é possível de ser conseguida experimentalmente, devemos comparar este valor com a máxima desaceleração possível de ser imposta ao sistema. Cada fóton absorvido pelo átomo demora um tempo τ (para sódio $\tau \sim 16.10^{-9} \text{ sec}$) para ser emitido espontaneamente e depois que isto acontece, o átomo espera um tempo desta mesma ordem para absorver outro fóton. Sendo $\hbar \vec{K}$ o valor do momentum removido do átomo em cada absorção, a máxima aceleração capaz de ser imposta a ele é

$$a_{max} = \frac{\hbar |\vec{K}|}{2\tau} = 10^8 \text{ cm/s}^2 \quad (4)$$

Comparando o valor de a necessário para parar o átomo numa distância de 100 cm, com a_{max} , vemos que estaremos impondo ao sistema somente 50% da máxima desaceleração possível, e que portanto os parâmetros considerados acima são razoáveis. Estes parâmetros para o campo a ser desenhado são $B_0 = 1000 \text{ Gauss}$, $\beta \sim 0,008 \text{ cm}^{-1}$ e $B_b = 200 \text{ Gauss}$.

III. PROJETO DO SISTEMA MAGNÉTICO

Uma vez definidos os valores do campo magnético a ser construído, partimos para o projeto do magneto que irá produzi-lo. Optamos por utilizar tubos de cobre de diâmetro $\frac{1}{4}$ " (usado comumente em sistemas de refrigeração), como condutores de corrente pois isto permite uma fácil refrigeração do sistema magnético.

Para desenhar o campo $B \approx 200 + 1000\sqrt{1 - \beta z}$ calculado anteriormente, utilizamos vinte camadas de tubos condutores como esquematizado na Fig. 4. O comprimento de cada camada foi ajustado de modo a produzir o campo planejado. O ajuste destes comprimentos foi feito através de um programa de computação, onde o campo desejado e os dados geométricos do sistema são fornecidos e o comprimento de cada camada é calculado. Um diagrama de blocos do programa computacional desenvolvido está mostrado na Fig. 5. Uma vez construído o solenoide, o campo magnético foi medido utilizando-se uma ponta de prova Hall (de nossa própria fabricação) e a comparação entre os campos desenhado e

medido está mostrado na Fig. 6. Observamos no início do solenoide uma discordância entre o campo medido e o projetado, que ocorre essencialmente pela diminuição da densidade de corrente devida a pressão exercida pelas camadas externas de condutores sobre as internas. Como esta região inicial de crescimento do campo não é importante para o processo de desaceleração (somente a parte parabólica entre 20 e 130 cm é importante) esta discordância não afeta o desempenho do magneto para desacelerar átomos, ou seja, entre 20 e 130 cm há boa concordância entre campos medidos e desenhado e esta será efetivamente a região na qual o átomo estará sujeito à pressão de radiação.

Uma característica importante do campo é sua derivada. Se tivermos uma derivada muito elevada em algum ponto, o átomo não consegue acompanhar o campo de maneira a compensar continuamente a mudança de efeito Doppler e assim ele deixa de estar ressonante. Nos pontos onde a derivada do campo é elevada, a condição de ressonância dada pela equação (1) pode exigir que o átomo tenha uma desaceleração superior a a_{max} dada pela equação (4).

A imposição de que $a = \frac{dv}{ds} = \frac{dv}{dz} \cdot v \leq a_{max}$ leva à condição

$$\left(\frac{dB}{dz} \right) \geq - \frac{hK}{2\tau M} \frac{B_o^2}{v_o^2} \frac{1}{(B(z) - B_b)} \quad (5)$$

que estabelece o valor mínimo tolerável para a densidade do campo. A curva de $\frac{dB}{dz}$ do magneto construído, bem como o limite tolerável são mostrados na Fig. 7, onde pode-se ver que o campo construído apresenta derivada sempre acima do valor crítico revelando a boa qualidade do campo.

A refrigeração deste magneto é feita para cada camada individual devido a grande resistência apresentada ao fluxo de água. Uma pressão de 70 psi na entrada dos tubos de cobre garante uma vazão de pelo menos 100 ml/s em cada camada. O sistema todo apresenta uma resistência elétrica da ordem de $2,5 \Omega$, de modo que a utilização de uma corrente de 30A provoca uma dissipação térmica da ordem de 2,3 KW, produzindo um acréscimo de 8°C na água.

IV. SISTEMA DE VÁCUO E FONTE PARA FEIXE ATÔMICO

O sistema de vácuo para a realização do experimento está mostrado na Fig. 8. Ele é constituído de uma câmara principal, cujo vácuo é feito através de uma bomba difusora, no interior do qual é colocada a fonte necessária para a produção do feixe atômico, que será discutida mais adiante.

A região intermediária e a câmara para o feixe atômico são bombeados por uma bomba turbo-molecular com capacidade de bombeamento de 170 l/sec. A câmara principal e a região intermediária são constituídas de aço inoxidável e conectadas através de um canal estreito de diâmetro $d = 0,1$ cm e $\ell = 1$ cm, que representa uma velocidade de bombeamento de⁽¹⁴⁾:

$$S_T \cong \frac{12d^3}{\ell + \frac{4}{3}d} = 0,01 \text{ l/seg}$$

A baixa condutância do canal permite mantermos o vácuo da região intermediária e da câmara do feixe entre 10^{-7} e 10^{-8} torr enquanto que a câmara principal permanece entre 10^5 e 10^6 torr.

A câmara para o feixe atômico é feita de vidro com soldas tipo metal-vidro para alto vácuo e é conectada com as demais partes através de um fole metálico, quebrando a rigidez mecânica do sistema para não comprometer o tubo de vidro, além de proporcionar maior flexibilidade no alinhamento do feixe atômico.

Para a produção do feixe atômico, construímos um sistema tipo “vaso de pressão” que consiste de um reservatório em aço inoxidável aquecido, que contém sódio metálico (Fig. 9). O reservatório é fechado por uma parte com conexão tipo “swagelok”, e a única saída possível para o vapor metálico é através de um pequeno orifício (100 - 200 μm), formando assim um feixe efusivo de sódio. A região do pequeno orifício é sempre mantida a uma temperatura mais elevada, evitando seu entupimento. Fontes efusivas deste tipo apresentam vantagens sobre as fontes convencionais lacradas⁽¹⁵⁾ pois podem ser abertas para limpeza ou recarga de sódio.

O feixe atômico é produzido da seguinte forma: aquecendo-se o metal a sua pressão

aumenta criando-se uma diferença de pressão entre a parte interna e externa do forno. Como resultado, um jato de átomos é gerado através do orifício de 200 μm . O fluxo de átomos emergindo deste orifício pode ser calculado supondo-se que o vapor metálico no interior do forno é caracterizado por uma distribuição Maxwelliana de velocidade⁽¹⁶⁾. O fluxo é dado por:

$$\Phi_o = \frac{1}{4} n \bar{v} \quad (\text{atomo/area tempo}) \quad (6)$$

onde $\bar{v} = \sqrt{\frac{8KT}{\pi M}}$ é a velocidade média dos átomos e n é a densidade do vapor, que depende de sua temperatura e pressão. Este fluxo produzido não é todo utilizado para o feixe atômico, mas somente a porção contida no ângulo sólido delimitado pelo canal que liga as duas câmaras e que constitui o feixe atômico. A disposição relativa entre o orifício e o canal está mostrado na Fig. 10, de modo que o feixe atômico apresenta uma colimação $\Omega_c = \frac{\pi(d_c)^2}{r_c^2}$ e um fluxo total de átomos

$$\Phi = \frac{\pi(d_c)^2}{4} \frac{\Omega_c}{4\pi} \Phi_o \quad (\text{atomos/sec}) \quad (7)$$

Para o presente dispositivo, temos operado a uma temperatura da ordem de 500° C equivalente a um feixe atômico que carrega da ordem de 10^{16} átomos/sec num ângulo sólido da ordem de 0,1 sterad. A distribuição de velocidade dos átomos no feixe é Maxwelliana e pode ser facilmente calculada⁽¹⁶⁾.

V. SISTEMA ÓPTICO E DEMONSTRAÇÃO DA DESACELERAÇÃO DE UM FEIXE DE SÓDIO

A parte óptica que fornece o feixe laser para desacelerar os átomos está esquematizada na Fig. 11. Um laser de corante em anel (Coherent - modelo 699-21) com largura de linha de 1 MHz e sintonizado na linha D_2 do átomo de sódio é bombeado por um laser de argônio (Coherent, modelo Innova - 100). O feixe laser passa inicialmente por um analisador de espectros para assegurar a qualidade do modo e por uma célula de referência

de sódio⁽¹⁷⁾ que permite verificar a boa sintonia do laser na transição de interesse. Parte do feixe é desviada e utilizada como referência através da observação da fluorescência do feixe atômico antes dos átomos penetrarem no magneto. Uma lâmina de quarto de onda para $\lambda = 589$ nm permite a obtenção de luz circularmente polarizada que será utilizada na transição $3S_{1/2}(F = 2, m_F = 2) \rightarrow 3P_{3/2}(F = 3, m_F = 3)$ do átomo de sódio. A luz circularmente polarizada se faz necessária para evitar bombeamento ótico para outros níveis. Um sistema constituído de duas lentes permite focalizar o laser exatamente no orifício de saída da fonte de átomos, tendo desta forma uma convergência quase que igual à divergência do feixe atômico, garantindo que luz e átomo estejam contrapropagantes em cada ponto do sistema. Normalmente são utilizados 100 mW de luz contrapropagante aos átomos.

O laser é sintonizado próximo a $\nu_L - \nu_o = 0$, de modo que átomos com velocidade da ordem de $v_o = 1000$ m/s estarão ressonantes no ponto mais alto do campo magnético ($B \sim 1200$ Gauss). Uma vez que estes átomos começam a espalhar fótons, iniciam a desaceleração e acompanham o perfil do campo magnético deixando o sistema com baixas velocidades. Átomos provenientes da fonte com velocidades mais baixas começam a espalhar fótons (e portanto desacelerar) para valores mais baixos do campo magnético, mas uma vez no processo, acompanham o campo magnético deixando o sistema com a mesma velocidade dos átomos mais rápidos. Como resultado, a larga distribuição de velocidade injetada de um lado do solenoide ($\Delta v \sim 1000$ m/s) é desacelerada e monocromatizada deixando o sistema a baixas velocidades numa distribuição muito mais estreita ($\Delta v \sim 50$ m/s).

Com a finalidade de demonstrarmos a desaceleração do feixe atômico, utilizamos a montagem experimental mostrada anteriormente com a adição de um conjunto de detetores de luz colocados ao redor da câmara de vidro para o feixe atômico capaz de coletar a fluorescência proveniente dos átomos ressonantes com o laser. Este conjunto de detectores de silício é móvel, sendo capaz de percorrer continuamente toda extensão do feixe atômico.

A técnica que desenvolvemos para demonstrar a desaceleração do feixe atômico baseia-se na idéia de que o fluxo de átomos é constante. Desta forma, a medida que o feixe vai desacelerando e diminuindo sua velocidade média, a densidade aumenta, de

maneira que há uma concentração de átomos ao longo da câmara. Este princípio está esquematicamente mostrado na Fig. 12. Como a luz emitida é proporcional à densidade local de átomos (já que a potência do laser é praticamente constante ao longo de toda extensão do feixe), seguindo-se o perfil de luz com o detector podemos medir a densidade de átomos participando do processo de desaceleração. O resultado das medidas realizadas está mostrado na Fig. 13. O grande aumento de fluorescência dos átomos ao deslocarmos ao longo do feixe é devido ao aumento considerável do número de átomos interagindo com o laser, demonstrando claramente como explicamos a desaceleração do feixe. Modelos teóricos⁽¹⁸⁾ concordam com os resultados obtidos. Na mesma figura mostramos o sinal de fundo coletado pelo detector quando os átomos não estão ressonantes e o sensível aumento para z 's grandes, provém da grande quantidade de luz espalhada na janela de entrada do feixe laser no sistema.

VI. CONCLUSÃO

Apresentamos neste trabalho detalhes do projeto e construção de um sistema experimental para a produção de feixes atômicos desacelerados por laser através de pressão de radiação e demonstramos através de uma técnica nova (que utiliza um único laser para desacelerar e diagnosticar) a desaceleração de um feixe de sódio metálico.

O equipamento construído está presentemente sendo utilizado para a realização de uma série de experimentos que permitirão um melhor entendimento do processo de desaceleração de átomos. Vários resultados como extração de átomos⁽¹⁹⁾, colimação de átomos lentos⁽²⁰⁾ e efeitos de seguimento adiabático no campo já foram obtidos e muitos outros estão em andamento.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a A.M. Tuboy, R.J. Napolitano, C.A. Faria Leite e L.G. Marcassa pela ajuda técnica. Este trabalho foi financiado pela Fundação Banco do Brasil, FINEP, FAPESP e CNPq.

REFERÊNCIAS

- (1) T.W. Hansch and A.L. Schawlow - Opt. Comm. **13** , 68 (1975).
- (2) D.J. Wineland and H. Dehmelt - Bull. Am. Phys. Soc. **20** , 637 (1975).
- (3) D.J. Wineland, R.E. Drullinger and F.L. Walls - Phys. Rev. Lett. **40** , 1639 (1978).
- (4) Entre vários trabalhos que também contribuíram para o estabelecimento da área podemos citar:
 - V. Balykin et al, JETP Lett. **29**, 614 (1979); JETP Lett. **51**, 682 (1980).
 - J. Bjorkholm et al, Phys. Rev. Lett. **41**, 1361 (1978).
 - E. Arimondo et al, Phys. Rev. Lett. **43**, 753 (1979).
 - V. Letokhov et al, JETP **45**, 698 (1977)
 - A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. **40**, 729 (1978).
- (5) V.S. Bagnato, J.C. Castro, M. Siu Li and S.C. Zilio - Rev. Bras. Fís. **18** , 411 (1988) e referências ali citadas.
- (6) M.A. Kasevich, E. Riis, S. Chu and R.G. DeVoe - Phys. Rev. Lett. **63** , 612 (1989).
- (7) V.S. Bagnato, G.P. Lafyatis, A.G. Martin, E. Raab, R.N. Ahmad-Bitar and D. Pritchard - Phys. Rev. Lett. **58** , 2194 (1987).
- (8) R.J. Cook - Phys. Rev. A **22** , 1078 (1980).
- (9) R.J. Cook - Phys. Rev. A **20** , 224 (1979).
- (10) S.C. Zilio and V.S. Bagnato - Am. J. Phys. **57** , 471 (1989).
- (11) W.D. Phillips and H. Metcalf - Phys. Rev. Lett. **48** , 596 (1982).
- (12) V.S. Bagnato, A. Aspect and S.C. Zilio - Opt. Comm. **72** , 76 (1989) e referências ali citadas.
- (13) J.V. Prodan, W.D. Phillips and H. Metcalf - Phys. Rev. Lett. **49** , 1149 (1982).
- (14) "Building Scientific Apparatus" - J.H. Moore, C.C. Davis and M.A. Ceplan, Addison Wesley Pub., London, 1983.
- (15) Veja por exemplo N.F. Ramsey - "Molecular Beams" - Oxford University Press., London, 1956.
- (15) R. Reif, Fundamentals of Statistical and Thermal Physics, McGraw-Hill, NY (1985)

pg. 265.

(17) Esta célula é constituída de um reservatório aquecido que contém Na-vapor permitindo certificar-se que o laser está realmente ressonante e na linha correta.

(18) Modelos analíticos já foram realizados e parte deles apresentados na referência. Uma análise completa do processo será em breve submetida para publicação.

(19) M.E. Firmino, C.A. Faria Leite, S.C. Zilio and V.S. Bagnato - aceito para publicação Phys. Rev. A.

(20) C.A. Faria Leite, S.C. Zilio e V.S. Bagnato - trabalho apresentado no XII Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada, Caxambú, MG, 9-13 maio 1989.

LEGENDA DAS FIGURAS

FIG. 1 - Esquema mostrando a transferência de momentum da luz para o átomo após um ciclo absorção-emissão. Em (a) o átomo está em repouso e fótons com vetor de onda $\vec{K}$ incidem sobre ele. Em (b) um dos fótons foi absorvido, ficando o átomo no estado excitado, com velocidade $\vec{v}$ na direção do fóton incidente. Ao voltar para o estado fundamental, o átomo emite um fóton numa direção arbitrária, ficando com velocidade final $\vec{v}_f$ como indicado em (c).

FIG. 2 - Transferência total de momentum da luz para o átomo após vários ciclos de absorção-emissão. As linhas correspondem às absorções e as pontilhadas às emissões espontâneas.

FIG. 3 - Estrutura eletrônica do átomo de sódio como função do campo magnético, mostrando a estrutura hiperfina e a transição $S_{1/2}(F = 2, m_F = 2) \rightarrow P_{3/2}(F = 3, m_F = 3)$ com a qual trabalharemos.

FIG. 4 - Esquema mostrando a configuração das camadas no solenoide construído.

FIG. 5 - Diagrama em bloco do programa computacional para o dimensionamento do magneto.

FIG. 6 - Perfis dos campos magnéticos desenhado e construído.

FIG. 7 - Curva mostrando o gradiente dos campos magnéticos construído e projetado bem como o limite tolerável no processo de desaceleração.

FIG. 8 - Esquema do sistema de vácuo utilizado no experimento de desaceleração de átomos neutros.

FIG. 9 - Forno para produção do feixe atômico efusivo.

FIG. 10 - Figura mostrando a disposição entre canal e nozzle (orifício do forno) que permite a produção do feixe colimado.

FIG. 11 - Sistema ótico para preparação do feixe laser antes de entrar na câmara do feixe atômico.

FIG. 12 - Esquema explicando a técnica utilizada para detecção da desaceleração do feixe atômico.

FIG. 13 - Fluorescência dos átomos como função da posição ao longo da câmara para desaceleração de átomos.

fig 1

LASER

f. 6. 13