UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA E QUÍMICA DE SÃO CARLOS

*A TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA
COMO UM NOVO MÉTODO PARA
ESTUDOS DA FÍSICA DA ÁGUA
NO SOLO*

Silvio Crestana

*Tese apresentada ao Instituto de Física e
Química de São Carlos, para a obtenção do
título de Doutor em Ciências (Física Apli-
cada).*

Orientador:

Prof. Dr. SÉRGIO MASCARENHAS OLIVEIRA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA E CIÊNCIA DOS MATERIAIS
SÃO CARLOS - 1985

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE DOUTORADO DE _____

Silvio Crestana

APRESENTADA AO INSTITUTO DE FÍSICA E QUÍMICA DE SÃO CARLOS, DA
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, EM 13 DE agosto DE 1985.

COMISSÃO JULGADORA:

Dr. Sergio Mascarenhas - Orientador

Dr. Horácio Carlos Papenucci

Dr. Jan F. W. Slaets

Dr. Marcela Damy de Souza Santos

Dr. Robert Lee Zimmerman

Dedico

*Aos meus pais, à Rita Helena
e a todos aqueles que acredi
taram neste trabalho.*

AGRADECIMENTOS

Devo a minha gratidão a um grande número de pessoas e instituições. Não é tarefa fácil expressar isto em palavras. Por mais que nos esforcemos, deixamos sempre algo a desejar. Mesmo assim tentarei agradecer com algumas palavras.

Ao professor Dr. Sérgio Mascarenhas Oliveira, a quem muito devo não somente pela orientação deste trabalho, mas também pelo constante incentivo e entusiasmo dedicados. Tive o privilégio do seu apoio e da sua amizade. Pude desfrutar intensamente do seu exemplo, da sua experiência e da sua competência. Testemunhei o seu amparo a novas idéias e em particular, aos jovens, mesmo que isto lhe custasse sacrifícios e incompreensões. Também fui testemunho da sua angústia pelo nosso subdesenvolvimento. Pela sua crença de que a ciência e a tecnologia podem servir de instrumento de paz, de progresso e de libertação do Homem.

Espero poder continuar desfrutando deste privilégio e por ora registro o meu muito obrigado.

Agradeço também aos meus professores, colegas e funcionários da Graduação e da Pós-Graduação do DFCM-USP, onde tenho apreendido muito através de belos exemplos de trabalho, de competência, de seriedade e de honestidade profissionais. Em particular agradeço ao professor Rogério C.T. da Costa a quem muito devo pela sua valiosa orientação de Mestrado e também ao professor J.R. Drugowich de Felício, que tem acompanhado o meu trabalho, nestes últimos anos.

Aos professores, técnicos e colegas da Biofísica: Otaci ro, Sanches, Rosemary, Isabel, Sueli e Aparecido pela prestimosa colaboração, assim como à Wladeres, a Rosemari e a Loreni, da Secção de Pós-Graduação.

Ao professor Edward E. Miller, pelo seu incentivo, a través do seu exemplo e de sua competência em Física de Solos.

Aos professores do CENA: Klaus Reichardt, Eneas Salati, Paulo Libardi, Sergio Moraes e também ao Antonio Saraiva, grandes colaboradores deste trabalho.

Aos professores Roberto Pozzi Mucceli do Hospital Catinara de Trieste e Roberto Cesareo da Universidade de Roma, pelo profícuo trabalho de colaboração que juntos desenvolvemos.

Aos professores Abdus Salam, Gabriels, Skidmore e Furlan em nome do ICTP e do Programa Italiano, pelo apoio e pela organização das facilidades que propiciaram realizar este trabalho.

Ao professor George Vachaud, que juntamente com o professor Klaus Reichardt discutiram os nossos primeiros resultados.

Ao Dr. Segundo Urquiaga pelas proveitosas sugestões, pela assessoria e pelas discussões dos aspectos agrônômicos desta tese.

Ao Dr. Uebe Rezek por ter cedido o Hospital São Jorge para a realização dos primeiros experimentos.

Ao Paulo E. Cruvinel e Paulo H. Valim pelo constante apoio, entusiasmo e amizade que pude desfrutar.

Aos meus tios Armenio e Dina, meus incentivadores desde os primeiros tempos.

A todos os colegas e funcionários da EMBRAPA (UEPAE e UAPDIA) pelo excelente ambiente de trabalho.

À Socorro, à Ana, ao Valentim e à Vera, os meus agradecimentos especiais pelos laboriosos serviços de datilografia, de desenho, de revisão e de montagem, onde demonstraram um alto nível de profissionalidade, de dedicação e de interesse.

Ao Programa de Centros Emergentes do CNPq e da FINEP, à EMBRAPA e ao ICTP pelo apoio financeiro e institucional.

Ao INTEC, à FEB, ao HCRP-USP, ao DFCM-USP e a todos aqueles que contribuíram para a realização deste trabalho.

AS PESQUISAS DESTA TESE FORAM PATROCINADAS POR:

PROGRAMA DE CENTROS EMERGENTES DO

CNPq - CONSELHO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO CIENTÍFICO E TECNOLÓGICO, e

FINEP - FINANCIADORA DE ESTUDOS E PROJETOS.

EMBRAPA - EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA

UEPAE - Unidade de Execução de Pesquisa de
Âmbito Estadual - São Carlos.

UAPDIA - Unidade de Apoio à Pesquisa e Desenvolvimento de Instrumentação Agropecuária.

ICTP - INTERNATIONAL CENTRE FOR THEORETICAL PHYSICS é
PROGRAMA ITALIANO DE TREINAMENTO E PESQUISA -

Instituto de Radiologia da Universidade de Trieste.

Centro de Engenharia Biomédica da Universidade de Roma.

DFCM - DEPARTAMENTO DE FÍSICA E CIÊNCIAS DOS MATERIAIS
- USP.

RESUMO

Apresentaremos nesta tese, um novo método de investigação da Física da Água no Solo usando a Tomografia Computadorizada de Raio-X. Mostramos que o método está de acordo com as técnicas clássicas, tais como a da atenuação de raios γ e a gravimétrica. Também demonstramos que o método permite novos enfoques e análises quantitativas dos problemas, tais como estudos dinâmicos bi e tridimensionais, detecção de heterogeneidades do solo e da distribuição da água neste. Aplicamos o método para investigações da infiltração vertical da água em um solo úmido e compactado, para simulação da irrigação por gotejamento e para estudos preliminares de germinação de uma semente "in situ". Estas aplicações não teriam sido possíveis sem os recursos e vantagens deste novo método.

Nossos resultados complementam aqueles encontrados por Petrovic et al e Hainsworth et al, onde investigamos experimentalmente a dependência completa das U.H. (Unidades Hounsfield) com a densidade global, com o conteúdo da água no solo e com a energia.

Finalmente, repetimos alguns de nossos resultados obtidos, utilizando um mini-tomógrafo de Raios X e γ , não-médico, de considerável simplicidade que abrirá novas possibilidades de aplicação do método proposto.

ABSTRACT

In this thesis we present a new method for the investigation of water in Soil Physics using X-ray Computed Tomographic scanning.

We show that the new method is in agreement with previous classical techniques such as γ -ray attenuation and gravimetric. We also demonstrate that the method allows new approaches and quantitative analysis of problems such as bi and tridimensional dynamical studies as well as of heterogeneity in soil and water distributions. We apply the method to investigations of vertical infiltration of water in wet and compacted soil, simulation of drop irrigation and for preliminary studies of seed germination "in situ". These applications would not be possible without these capabilities and advantages of this new method.

Our results complement those of Petrovic et al and Hainsworth et al in that we have investigated experimentally the complete dependence of H. U. (Hounsfield Units) on dry bulk density, water content and energy.

Finally we also repeat some of our results obtained, using a non-medical X and γ -ray minitomograph of considerable simplicity which will open new possibilities for the application of the proposed method.

ÍNDICE

Capítulo I - INTRODUÇÃO	1
Capítulo II - A DINÂMICA DA ÁGUA NO SOLO: ASPECTOS TEÓRICOS GERAIS	9
2.1. Equação Geral do Fluxo Não-Saturado - Equação de Darcy	9
2.2. Infiltração Horizontal em Uma Coluna Infinita de Solo Homogêneo..	14
2.3. Infiltração Vertical em Uma Coluna Infinita de Solo Homogêneo ...	18
Capítulo III - BREVE REVISÃO DOS PRINCIPAIS MÉTODOS DE MEDIDA DO CONTEÚDO DA ÁGUA E OU DA DENSIDADE GLOBAL, EM COLUNAS DE SOLO, NO LABORATÓRIO	23
3.1. O Método da Transmissão Direta de Raios Gama Monoenergéticos ...	24
3.2. Utilização de Um Feixe de Raios Gama de Dupla Energia.....	29
3.3. Parâmetros do Sistema de Radiação, Detecção e Contagem de Raios Gama	30
3.4. Outros Métodos	33
Capítulo IV - A TEORIA DA RECONSTRUÇÃO DA IMAGEM NA TOMOGRA - FIA COMPUTADORIZADA	39
4.1. Uma Descrição Histórica e Abreviada da Tomografia Reconstitutiva..	42
4.2. Os Principais Métodos Matemáticos de Reconstrução da Imagem	45
4.2.1. O Método da Reconstrução Algébrica (Art).	45
4.2.2. O Método da Transformada de Fourier	46
4.2.3. O Método da Convolução ou da Retroprojeção Filtrada	49
4.3. As Bases Matemáticas da Tomografia	51
4.3.1. O Trabalho de CORMACK	51
4.3.2. O Teorema da Projeção	60
4.3.3. Bases Matemáticas do Método da Convolução	63
4.3.4. O Método Reconstutivo da Convolução na Geometria de Feixe Divergente	67
4.3.5. Alguns Comentários Finais	69

Capítulo V - TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA: UM NOVO MÉTODO PARA ESTUDOS DA FÍSICA DA ÁGUA NO SOLO	72
5.1. Materiais e Métodos	75
5.2. Resultados e Discussão	80
Capítulo VI - OUTROS RESULTADOS DA TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA DA POSSÍVEIS DE SEREM APLICADOS EM ESTUDOS DO SISTEMA ÁGUA-SOLO-PLANTA	94
6.1. Infiltração Vertical: Efeito da Compactação e da Umidade do Solo.	94
6.2. Simulação Dinâmica e Tridimensional de Irrigação por Gotejamento Em Uma Coluna de Solo	102
6.3. Método Não-Destrutivo de Observação Dinâmica e Bidimensional da Germinação e Crescimento de Uma Semente Assim Como da Absorção da Água Pelas Raízes	106
Capítulo VII - ALGUNS COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES FINAIS	110
APÊNDICE - O USO DE UM MINI-TOMÓGRAFO PARA MEDIDAS EM FÍSICA DA ÁGUA NO SOLO	119
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	129

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

A presente tese pretende apresentar a Tomografia Computadorizada como um novo método para estudos da Física da Água no Solo. Antes porém, de introduzirmos o assunto tratado assim como os seus objetivos, vamos expor brevemente as origens que motivaram este trabalho e os meios que tivemos para realizá-lo.

Para que pudéssemos chegar à elaboração do plano de trabalho assim como a executá-lo, foi necessária a interação e o esforço de diversas pessoas e instituições, que resultaram fundamentais.

A formação básica e de pós-graduação fornecida pelo IFQSC-USP, associada ao nosso interesse particular, propiciou as condições para que realizássemos o nosso Mestrado na área de Óptica Não-Linear. Durante este período, nos familiarizamos com o tratado de equações diferenciais parciais não-lineares, resultantes da aplicação da teoria semiclássica da radiação ao estudo da emissão espontânea dos átomos, descritos por um modelo unidimensional⁽¹⁾.

Ao mesmo tempo em que isso ocorria, nos defrontávamos com problemas de natureza mais aplicada, mais especificamente ligados à agricultura (irrigação, por exemplo), pelo fato de estarmos trabalhando em uma região agrícola (Barretos-SP).

Daí, foi natural tentar conciliar a formação em Física Básica com a de Física Aplicada à Agricultura (área multidisciplinar). Desta forma, no ano de 1981 e 1982, procuramos no DFCM o grupo de Biofísica e iniciamos os primeiros contatos, pois aí já existia uma tradição de trabalho experimental em estudos de Física Aplicada à Água^(2,3,4).

Por outro lado era necessário localizar bem o problema a ser enfocado de forma a poder manter o trabalho de elevada qualidade e poder dar uma contribuição em um outro campo que não nos era familiar.

Desta forma se fazia necessária uma maior interação com as instituições e pesquisadores com tradição de pesquisa na área de Física de Solos.

Esta oportunidade surgiu e se realizou através do apoio do Projeto de Centros Emergentes do CNPq, coordenado pelo Professor Sérgio Mascarenhas.

A partir disto pudemos elaborar um projeto⁽⁵⁾ em convênio com o CNPq e a FINEP, de características multidisciplinares. Pudemos contar com o apoio e a colaboração fundamentais de vários pesquisadores e instituições.

No que se refere à Física de Solos recebemos assessoria de diversos especialistas. A nível internacional tivemos a colaboração inicial de Edward E. Miller, da Universidade de Winsconsin (EUA), que veio ao Brasil por duas vezes para contribuir na elaboração do plano de trabalho e ministrar cursos específicos de treinamento.

Considerando a importância das observações por ele realizadas citamos, em seguida, um trecho de seu relatório final⁽⁵⁾ que contribui para esclarecer a motivação desta tese.

"... As bagagens do grupo, delineadas acima, a meu ver, possuem dois grandes componentes que posso resumir como (1) competência nas disciplinas fundamentais e (2) "massa crítica". Os Estados Unidos têm muitos bons físicos do solo fazendo bons trabalhos, mas há muito tempo tenho sentido que esta coleção maciça de talentos e conhecimentos tem sido severamente obstruída em eficácia, por carência exatamente nessas duas áreas especiais. Com poucas exceções, os físicos de solo norte-americanos têm sido

treinados não em Física, mas como físicos de solo em departamentos de Solos ou Agronomia. Quando uma pessoa bem treinada em Física, a nível de Ph.D., passa para a Física de Solos como uma carreira, os aspectos pioneiros das contribuições daquela pessoa podem ser imensos, como a recente projeção de W. A. Jury, de Riverside, California. Além disso, mesmo pesquisadores treinados em Física frequentemente não conseguem resolver satisfatoriamente os problemas de Física específicos com que se deparam na Física de Solos.

Vários projetos que eu gostaria de ter explorado foram impedidos por minha impossibilidade de encontrar alguém com treinamento muito mais especializado em certas áreas da Física (espalhamento de neutrons é um relevante exemplo e NMR, um outro), que poderiam ter tomado os aspectos especializados de um problema e chegado a uma conclusão satisfatória. Em São Carlos já existe competência em tais áreas especializadas e parece que as pessoas com tais especializações estão desejosas de cooperar muito mais significativamente do que é norma na América..."

No Brasil, contamos principalmente com a colaboração do pessoal do CENA (Centro de Energia Nuclear na Agricultura) donde destacamos os pesquisadores Reichardt, K., Salati, E. e Libardi, P.L.⁽⁶⁾.

A seguir reproduzimos um trecho do relatório⁽⁵⁾ do CENA, elaborado pelo professor Klaus Reichardt, a nosso pedido.

"... A Física de Solos estuda os processos físicos e físico-químicos que ocorrem na crosta terrestre, principalmente na camada arável de culturas agrícolas, envolvendo o solo, a planta e a atmosfera. Estes processos são fundamentais para a produção agrícola e na manutenção do meio ambiente. Seu caráter é estritamente multidisciplinar, sendo que as informações obtidas são de importância fundamental para a fertilidade do solo, microbiologia do solo, fisiologia vegetal, conservação do solo, irrigação e

drenagem, agrometeorologia, etc...

Atualmente, aqui no Brasil e mesmo em muitos países do exterior, a Física de Solos é desenvolvida de forma bastante isolada e o pessoal envolvido é via de regra de formação puramente agrônômica. Com isto as pesquisas desenvolvidas têm apenas descrito empiricamente situações sem a possibilidade de explicá-las profundamente, e assim indicar novos caminhos mais eficientes, econômicos, produtivos e seguros. Existe portanto, a necessidade de uma maior integração entre pesquisadores da área de Física de Solos e pesquisadores das áreas básicas de apoio como é o caso da Física, Química, Biologia, Bioquímica, Matemática, Eletrônica e Instrumentação.

Os processos estudados pela Física de Solos, como por exemplo, o movimento de água no solo, aeração, fluxo de calor no solo, são processos complexos que exigem conhecimentos profundos de Física, modelos matemáticos, instrumentação adequada. A integração de pesquisadores nestas diversas áreas possui um enorme potencial para a formação de um grupo de pesquisa que poderá fornecer contribuições à agricultura tanto em nível nacional como internacional. Existe a possibilidade da emergência de um grupo em condições de fornecer subsídios na área de Física de Solos, que poderá prestar uma grande contribuição para a agricultura nacional..."

Nesta mesma época fomos convidados a visitar as instalações da EMBRAPA (CENARGEN, CPAC e o Centro Nacional de Hortaliças), em Brasília, o que também contribuiu para uma importante aproximação nossa com os problemas da pesquisa agropecuária nacional.

Neste processo de integração nesta nova área, tentando aplicar as idéias da Física, tomamos conhecimento da importância e também da dificuldade do estudo da equação de Darcy. Conforme poderá ser visto no Capítulo II, esta equação governa o movimento

da água no solo. É uma equação diferencial, parcial, fortemente não-linear e tridimensional.

Devido a esta alta não-linearidade não é possível encontrar a sua solução analítica, no caso geral, mesmo quando sob condições de contorno apropriadas.

Os métodos numéricos existentes e citados no texto mostram que as soluções são normalmente de natureza unidimensional e só se aproximam dos resultados reais em situações muito particulares.

Por outro lado, medidas experimentais como a da densidade global, a do conteúdo da água, a da condutividade e difusividade hidráulica do solo, fornecem resultados muito importantes tais como no acompanhamento da frente de molhamento, na distribuição da água no solo, no seu tempo de escoamento horizontal e vertical.

No entanto, dos métodos experimentais existentes para medidas em laboratório, como nos mostra o Capítulo III, o de transmissão direta de raios γ (de única ou dupla energia) é o mais eficiente. Porém, as medidas são unidimensionais, não é sensível a heterogeneidades, não é suficientemente rápido para medidas de velocidades altas da frente de molhamento, impedindo-o, dentre outras coisas, de realizar estudos bi e tridimensionais em tempo real (medidas simultâneas do espaço e do tempo).

A nossa idéia inicial foi enfrentar este problema tentando utilizar a radiação-X, empregando um sistema densitométrico apropriado, conforme o trabalho citado na referência 7. Os primeiros experimentos foram realizados no Hospital São Jorge, em Barretos e no Raio-X do DFCM. Embora os resultados obtidos tivessem sido estimulantes, eles demonstraram as dificuldades em se obter imagens de boa resolução e nitidez suficientes para mostrar o contraste solo seco-solo úmido^(*).

(*) No Capítulo IV explicamos as razões das dificuldades de se obter bons resultados de imagem, utilizando a radiografia de Raios-X.

A partir disto (1982), surgiu a idéia que resultou nesta tese, ou seja, usar a Tomografia Computadorizada para investigações da Física da Água no Solo. Os primeiros resultados obtidos com o tomógrafo do Hospital das Clínicas de Ribeirão Preto, embora não convincentes, mostraram-se alentadores. Em 1983, tivemos a oportunidade de finalizar o nosso trabalho de Mestrado e em seguida participar de um Curso de Física de Solos realizado em Trieste, na Itália, sob os auspícios do ICTP^(*). Durante este tempo foi possível conviver e discutir com especialistas, as possibilidades e a relevância da utilização da Tomografia Computadorizada em Física de Solos. A idéia foi muito bem aceita e outras sugestões foram acrescentadas por Nielsen, D.; Gabriels, D.; Reichardt, K. e Vachaud, G.⁽⁸⁾

Coincidentemente com o término do Curso de Física de Solos foi iniciada uma reunião de Física Médica no mesmo ICTP. Nesta oportunidade, foi possível permanecer por mais tempo no ICTP, graças ao apoio e incentivo do Professor Abdus Salam seu Diretor. Assim, pudemos realizar sob orientação do Professor Sérgio Mascarenhas e com a colaboração do Professor Roberto P. Muceli e Klaus Reichardt, uma série de experimentos iniciais com o tomógrafo do Hospital da Universidade de Trieste. Os resultados foram muito positivos e pudemos publicá-los⁽⁹⁾ após discutí-los com a equipe especializada em Física de Solos, do Professor George Vachaud, da Universidade de Grenoble, na França, onde estivemos a seu convite.

(*) Participamos do "College on Soil Physics", patrocinado pelo ICTP (International Centre for Theoretical Physics), pela Agência Internacional de Energia Atômica e pela UNESCO. Nesta oportunidade aceitamos o convite de colaborar diretamente com a EMBRAPA, no Brasil, através da UEPAE (Unidade de Execução de Pesquisa de Âmbito Estadual de São Carlos) e posteriormente contribuir para instalar a UAPDIA (Unidade de Apoio à Pesquisa e Desenvolvimento de Instrumentação Agropecuária), onde hoje nos encontramos.

Em 1984, tivemos a oportunidade^(**) de retornar à Itália, onde pudemos voltar a trabalhar no Hospital de Trieste e estudar junto da Universidade de Roma, a possibilidade da utilização do minitomógrafo lá existente para fins biomédicos, em Física da Água no Solo (apresentado no Apêndice). Nesta oportunidade pudemos consolidar os resultados já obtidos e acrescentar outros que serão mostrados e comentados no Capítulo V, VI e Apêndice desta tese. Estes novos resultados serão publicados através da referência 10.

A seguir, fornecemos uma explicação resumida do conteúdo de cada capítulo.

No Capítulo II, apresentamos a Equação de Darcy que a coplada à equação da continuidade resulta em uma equação espaço-temporal tridimensional que governa o escoamento da água no solo. Aplicamos esta equação, a uma dimensão, ao estudo de duas situações específicas de interesse: à infiltração horizontal e à infiltração vertical da água no solo. Discutimos algumas possibilidades de solução e alguns resultados possíveis de serem alcançados em função das condições iniciais e de contorno utilizadas.

No Capítulo III, apresentamos e discutimos os principais métodos experimentais existentes de medida da Física da Água no Solo, em colunas de laboratório.

No Capítulo IV, desenvolvemos a Teoria Reconstitutiva da Imagem a partir da Tomografia convencional até a Tomografia Computadorizada dos dias de hoje. Destacamos os principais métodos de reconstrução da imagem assim como os fundamentos matemáticos básicos que julgamos pertinentes.

No Capítulo V, aplicamos os resultados apresentados no Capítulo IV (Teoria Reconstitutiva da Imagem) às medidas experimentais apresentadas nos Capítulos II e III. Os resultados obtidos

(**) Esta oportunidade surgiu através do convite que recebemos para participar do "Programa de Treinamento e Pesquisa em Laboratórios Italianos" organizado pelo ICTP.

mostraram a viabilidade do novo método proposto, na medida da densidade global e do conteúdo da água no solo, além de outras medidas adicionais de importância no estudo da Física da Água no Solo. É o caso de medidas bi e tridimensionais, dinâmicas e capazes de distinguir heterogeneidades presentes no solo e na distribuição da água no mesmo solo.

No Capítulo VI, aplicamos a metodologia desenvolvida no Capítulo V a algumas situações de interesse prático, onde pretendemos mostrar algumas das potencialidades do novo método. É o caso do estudo da infiltração vertical da água em um solo úmido e compactado, da simulação de irrigação por gotejamento, da germinação de uma semente e no crescimento e absorção de água pelas raízes de uma planta.

No Capítulo VII, apresentamos alguns comentários e conclusões finais incluindo algumas sugestões de trabalhos futuros.

No Apêndice, mostramos a viabilidade de se utilizar um mini-tomógrafo de Raios X ou γ em estudos da Física da Água no Solo.

CAPÍTULO II

A DINÂMICA DA ÁGUA NO SOLO: ASPECTOS TEÓRICOS GERAIS

Apresentaremos, no decorrer deste capítulo, uma visão sucinta da teoria que governa o fluxo da água em solos homogêneos, considerando tanto o regime estacionário como o de transiente. Vamos estudar o caso mais geral do fluxo em solo homogêneo não-saturado e estabelecer a sua equação geral correspondente.

Em seguida, vamos aproveitar este resultado para aplicá-lo ao estudo teórico da infiltração horizontal (livre da influência gravitacional) e da infiltração vertical (onde muitas vezes, o efeito gravitacional adquire importância fundamental). Estes processos são de muito interesse em Física de Solos e em particular, no manejo da água e do solo. Lembramos ainda que uma descrição mais detalhada dos processos dinâmicos que ocorrem no sistema água - solo - planta - atmosfera e de forma mais restrita no sistema água - solo pode ser encontrada em HILLEL^(11,12), REICHARDT^(13,14), MILLER e KLUTE⁽¹⁵⁾, VERPLANCKE⁽¹⁶⁾ e HENIN⁽¹⁷⁾.

Deixaremos para o próximo capítulo o tratamento dos principais métodos e técnicas experimentais que julgamos de interesse à presente tese.

2.1 - EQUAÇÃO GERAL DO FLUXO NÃO-SATURADO - EQUAÇÃO DE DARCY

A primeira publicação de que se tem notícia⁽¹⁸⁾ segundo HUBBERT⁽¹⁹⁾ (1956), que relaciona o fluxo da água com o gradiente do potencial, advém de 1856 e é de autoria do hidrologista francês HENRY DARCY, após um estudo empírico da filtragem da água em areias saturadas existentes nos chafarizes públicos de Dijon, na França.

Em 1899, SLICHTER⁽²⁰⁾ generalizou a Lei de Darcy para um meio saturado, escrevendo uma equação diferencial macroscópica

tridimensional da forma:

$$\vec{q} = - K_s \vec{\nabla} H \quad \dots\dots\dots(II-1)$$

onde, a partir de agora, utilizaremos a denominação comumente empregada em Física de Solos e denotaremos com q a densidade de fluxo da água no solo ($\text{cm}^3/\text{cm}^2\text{seg}$), com $\vec{\nabla} H^{(*)}$ o gradiente da carga hidráulica (cm/cm), com K a constante chamada condutividade hidráulica (cm/s) e o índice s lembrará saturação.

RICHARDS⁽²²⁾, em 1931, postulou que o conceito de SLICHTER poderia ser estendido aos meios porosos não-saturados. Para isto, ele supôs que a condutividade hidráulica K , dependia unicamente de uma outra função ψ denominada potencial matricial de sucção. Por sua vez é possível relacionar experimentalmente esta função ψ com a umidade do solo $\theta^{(**)}$ através da chamada curva característica da umidade do solo. Assim, conforme a conveniência, pode-se obter a curva da condutividade hidráulica como função da umidade θ .

No entanto, em 1956, MILLER e MILLER⁽²³⁾ chamaram a atenção de que a Equação de Richards tornava-se falha quando a histerese era considerada. Devido a isto, estenderam a Equação de Richards incluindo a histerese na relação de condutividade. Dessa forma, (II-1) passou a ser escrita como:

$$\vec{q} = - K_h(\psi) \vec{\nabla} H \quad \dots\dots\dots(II-2)$$

onde o índice h lembra histerese. A relação $K_h(\psi)$ para solos é

(*) Uma discussão bastante detalhada e recente da aplicação do conceito de potencial ao estudo do equilíbrio e do transporte da água no solo pode ser encontrada em COREY e KLUTE (1985)⁽²¹⁾.

(**) Definimos umidade volumétrica ou conteúdo da água no solo θ , como o quociente do volume da água existente no mesmo solo pelo volume total (que inclui o volume da parte sólida, o volume da parte líquida e o volume da parte gasosa) do solo.

altamente não linear e histerética, complicando sobremaneira e mesmo impossibilitando, na maioria dos casos (condições de contorno), a solução numérica da equação (II-2).

Devido a este fato, não consideraremos em nossos estudos a presença da histerese, procedimento muito comum nos estudos de Física de Solos. Com isto, abandonaremos o índice h em (II-2), ou seja, trabalharemos com a Equação de Richards que chamaremos de Equação de Darcy conforme é normalmente designada na literatura e que se escreve como:

$$\vec{q} = -K(\psi) \vec{\nabla} H = -K(\theta) \vec{\nabla} H \quad \dots\dots\dots (II-3)$$

Apesar das limitações, (II-3) é a equação que melhor representa a Lei do Fluxo da Água no solo, em se considerando os aspectos práticos e as dificuldades matemáticas. Convém observar que mesmo abandonando a histerese, a equação (II-3) apresenta ainda uma complexidade matemática bastante elevada, principalmente devido à alta não-linearidade presente na condutividade hidráulica $K(\psi)$ ou $K(\theta)$.

Vamos, a partir deste ponto, obter a equação geral do fluxo, acoplando para isto a equação da continuidade (que provém da Lei da Conservação da Massa) com a equação (II-3). A equação da continuidade fica escrita, de acordo com a notação adotada, como:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \vec{\nabla} \cdot \vec{q} \quad \dots\dots\dots (II-4)$$

e que de acordo com (II-3) é possível concluir que:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot [K(\psi) \vec{\nabla} H] \quad \dots\dots\dots (II-5)$$

Comumente, o potencial H pode ser escrito como função de suas componentes ψ e Z (veja por exemplo, a referência 13), on-

de z é o chamado potencial gravitacional, significando uma medida ao longo do comprimento na vertical (profundidade), e o termo $-\psi$ é denominado sucção matricial.

Com isto, (II-5) se escreve como:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \vec{\nabla} \cdot [K(\psi) \vec{\nabla} (\psi - z)] \quad \dots\dots\dots (II-6)$$

No caso de fluxo horizontal (z constante) $\vec{\nabla} z = 0$, e no caso de fluxo na vertical $\vec{\nabla} z = 1$, então (II-6) assume a seguinte forma:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \vec{\nabla} \cdot [K(\psi) \vec{\nabla} \psi] + \frac{\partial K}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (II-7)$$

No caso em que o $\vec{\nabla} z$ (gradiente gravitacional) é desprezível comparado com o gradiente de sucção matricial $\vec{\nabla} \psi$ a equação (II-7) fica escrita como:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot [K(\psi) \vec{\nabla} \psi] \quad \dots\dots\dots (II-8)$$

ou para o caso de um sistema unidimensional horizontal, que utilizaremos mais adiante, obtemos que:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right] \quad \dots\dots\dots (II-9)$$

onde a variável x é indicativa da dimensão horizontal.

A esta altura, convém voltar à equação (II-3) a uma dimensão (sem a componente vertical z em H) e relacionar o fluxo com o gradiente da umidade θ e não com o gradiente de sucção ψ . Usando para isto a regra da cadeia e definindo capacidade específica da água como $c(\theta) = \frac{d\theta}{d\psi}$ (tangente a curva θ x ψ obtida experimentalmente) é possível escrever (II-3) como:

$$q = K(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial x} = - \frac{K(\theta)}{c(\theta)} \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (II-10)$$

CHILDS e COLLIS - GEORGE⁽²⁴⁾, em 1950, definiram:

$$D(\theta) = \frac{K(\theta)}{c(\theta)} = K(\theta) \frac{d\psi}{d\theta} \dots\dots\dots(II-11)$$

onde a função $D(\theta)$ é chamada de difusividade hidráulica.

Se substituirmos (II-11) em (II-10) obteremos:

$$q = - D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \dots\dots\dots(II-12)$$

que é análoga à primeira Lei da Difusão de Fick, que estabelece que a taxa da difusão é proporcional ao gradiente da concentração. No caso de $K(\theta)$ constante (solo saturado) a equação (II-10) possui a mesma forma matemática de outras duas equações de transporte da Física Clássica, quais sejam: a Lei de Ohm (a corrente é proporcional ao gradiente do potencial elétrico) e a Lei de FOURIER (a taxa de condução de calor é proporcional ao gradiente de temperatura).

No entanto, convém observar que embora seja possível fazer uma analogia com as leis citadas, as complexidades matemáticas presentes nas equações (II-10) ou (II-12) são muito superiores, pois K depende de θ no caso do solo não-saturado, além da não-linearidade e no caso mais geral depende da histerese, como já ressaltamos anteriormente. Além do mais, a presença da gravidade no caso da infiltração vertical é uma característica muito especial do transporte da água no solo, acrescentando novas dificuldades.

Voltando agora à equação (II-9) e usando a definição (II-11) podemos escrever que:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] \dots\dots\dots(II-13)$$

que é uma equação que envolve somente a variável θ e não mais ψ . Esta equação nos será muito útil no estudo da infiltração horizon

tal, conforme veremos em seguida.

Passemos, a partir de agora, a estudar analiticamente o processo pelo qual a água entra no solo, denominado infiltração. Por motivo de maior clareza e conveniência, como poderá ser observado, vamos separar o estudo da infiltração em infiltração horizontal e vertical.

2.2 - INFILTRAÇÃO HORIZONTAL EM UMA COLUNA INFINITA DE SOLO HOMOGÊNEO

Consideremos, conforme a Figura 1, uma coluna uniforme, horizontal, de secção transversal e densidade global^(*) constantes, comprimento infinito e com uma umidade inicial constante θ_i .

Figura 1 - Ilustração esquematizada de uma coluna infinita de solo homogêneo comumente utilizada em estudos de infiltração horizontal da água no solo.

(*) Definimos densidade global (seca) como o quociente da massa de solo seco pelo volume total de solo seco.

No instante $t = 0$ (início do processo de infiltração), a placa porosa (localizada em $x = 0$) da Figura 1 é colocada em contacto com a água do reservatório.

Com isto a extremidade $x = 0$ permanece com um teor de umidade θ_0 constante durante todo o tempo da infiltração. Com a penetração da água no solo, a umidade θ será uma função do ponto x e do tempo t considerados, ou seja $\theta = \theta(x, t)$.

A equação (II-13) governará este processo, sujeita às seguintes condições de contorno:

$$\begin{cases} \theta = \theta_i, & x > 0, & t = 0 \\ \theta = \theta_0, & x = 0, & t > 0 \\ \theta = \theta_i, & x \rightarrow \infty, & t > 0 \end{cases} \dots\dots\dots (II-14)$$

Para resolver a equação (II-13) SWARTZENDRUBER⁽²⁵⁾(1969) propôs que x fosse transformada em variável dependente na forma $x = x(\theta, t)$. Utilizando o método da separação das variáveis e escrevendo

$$x = \lambda(\theta) \cdot T(t) \dots\dots\dots (II-15)$$

onde $\lambda(\theta)$ é uma função que depende somente de θ e $T(t)$ somente de t , é fácil encontrar, utilizando a equação (II-14), que

$$x = \lambda(\theta) \cdot t^{1/2} \dots\dots\dots (II-16)$$

A equação (II-16) pode ser reescrita como:

$$\lambda(\theta) = x t^{-1/2} \dots\dots\dots (II-17)$$

que é chamada Transformação de Boltzmann, utilizada pela primeira vez por LUDWIG BOLTZMANN em 1894.

Antes de procurarmos pelo valor de $\lambda(\theta)$ é possível afirmar que na infiltração horizontal em um solo inicialmente seco

e estável, o avanço da "frente de molhamento" (avanço x da umidade θ no interior da coluna) é proporcional à raiz quadrada do tempo. Portanto, no início, a infiltração é rápida tornando-se cada vez mais lenta conforme o tempo avança.

Com a introdução da equação (II-17) na equação (II-13) as condições do contorno (II-14) também sofrem alteração, assumindo a seguinte forma:

$$\begin{cases} \theta = \theta_i, & \lambda \rightarrow \infty \\ \theta = \theta_0, & \lambda = 0 \end{cases} \dots\dots\dots (II-18)$$

Substituindo a transformação (II-17) na equação (II-13) (equação diferencial parcial em θ , x e t) obtemos:

$$\frac{-\lambda}{2} \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda} \left[D(\theta) \frac{d\theta}{d\lambda} \right] \dots\dots\dots (II-19)$$

que passa a ser uma equação diferencial ordinária somente nas variáveis θ e λ . Esta equação é não-linear devido à presença de $D(\theta)$, o que requer a busca de soluções numéricas.

Em 1955, PHILIP^(26,27) desenvolveu um procedimento iterativo para a solução numérica de (II-19) sujeita às condições de contorno (II-18). Em 1971, PARLANGE⁽²⁸⁾ introduziu uma técnica quase analítica, DE WIT e VAN KEULEN⁽²⁹⁾ em 1972 e ELRICK e LARYEA⁽³⁰⁾ em 1979 desenvolveram procedimentos baseados em simulação por computador. LIBARDI, REICHARDT et al⁽³¹⁾ também contribuíram com métodos para estimar a condutividade hidráulica do solo em condições de campo.

Uma técnica para determinar a difusividade hidráulica $D(\theta)$ a partir de distribuições de umidade obtidas experimentalmente [i.é., $\theta(\lambda)$] da infiltração horizontal foi publicada em 1956 por BRUCE e KLUTE⁽³²⁾.

Integrando-se (II-19) em θ entre os limites θ_i e um va-

lor de θ qualquer, obtemos:

$$\int_{\theta_i}^{\theta} \lambda \, d\theta = -2 D(\theta) \frac{d\theta}{d\lambda} \dots\dots\dots (II-20)$$

BRUCE e KLUTE explicitaram $D(\theta)$ a partir de (II-20) encontrando:

$$D(\theta) = - \frac{1}{2t_0} \frac{dx}{d\theta} \int_{\theta_i}^{\theta} x d\theta \dots\dots\dots (II-21)$$

uma vez que o tempo t é uma constante num dado instante de observação t_0 .

Com isto, conhecida a curva de θ em função de x experimentalmente, para um dado t_0 como pode ser visto de forma genérica na Figura 2, é possível determinar $D(\theta)$ em t para qualquer θ entre θ_i e θ_0 através da equação (II-21). Resultados típicos das curvas θ em função de x para diversos solos podem ser encontrados em LIBARDI e REICHARDT⁽³³⁾ ou em POPI⁽³⁴⁾ que estudou um solo da região de São Carlos (Represa do Lobo).

Figura 2 - Curva típica da umidade θ em função de x (posição da frente de molhamento) para um dado instante arbitrário t_0 durante a infiltração horizontal num solo estável e homogêneo de umidade inicial θ_i . Em $t = 0$, a água é introduzida no plano $x = 0$ (placa porosa da Fig.1) e instantaneamente a umidade do solo atinge o valor θ_0 . A tangente à curva θ em função de x nos fornece $d\theta/dx$ e a área riscada corresponde ao valor da integral $\int_{\theta_i}^{\theta} x d\theta$. Com isto $D(\theta)$ pode ser calculado através de (II-21).

2.3 - INFILTRAÇÃO VERTICAL EM UMA COLUNA INFINITA DE SOLO HOMOGÊNEO

Consideremos uma coluna idêntica à da Figura 1, posicionada na vertical. Da mesma forma, no instante $t = 0$ a placa porosa é colocada em contacto com o solo em $z = 0$.

As condições de contorno existentes são:

$$\left\{ \begin{array}{lll} \theta = \theta_i, & z > 0, & t = 0 \\ \theta = \theta_0, & z = 0, & t > 0 \\ \theta = \theta_i, & z \rightarrow \infty, & t \geq 0 \end{array} \right. \dots\dots\dots (II-22)$$

A Equação de Darcy (II-3) para a infiltração vertical, onde $H = -(\psi + z)$, fica:

$$q = K(\psi) \frac{d\psi}{dz} + K \dots\dots\dots (II-23)$$

e a equação (II-7) em uma dimensão assume a seguinte forma:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial z} \left[K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial z} \right] - \frac{\partial K}{\partial z} \dots\dots\dots (II-24)$$

Se a umidade do solo θ estiver relacionada com ψ de forma única e se definirmos agora a capacidade específica ou diferencial da água como $C(\theta) = - \frac{\partial \theta}{\partial \psi}$ então é possível, usando a regra da cadeia, obter de (II-24) que:

$$C \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial K}{\partial z}; \dots\dots\dots (II-25)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{K}{C} \right) \frac{\partial \theta}{\partial z} - \frac{\partial K}{\partial z} \quad \text{ou} \dots\dots\dots (II-26)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - \frac{\partial K}{\partial z}$$

onde $D = K(\theta) / C(\theta)$ e que é o correspondente da função anterior-

mente chamada de difusividade hidráulica.

As equações (II-24), (II-25) e (II-26) podem ser todas consideradas como diferentes formas da Equação de Richards⁽²²⁾.

Destas mesmas três equações é fácil observar a presença de dois termos nos seus respectivos lados direitos, o primeiro fornecendo a contribuição do gradiente da sucção ou umidade e o segundo a contribuição do gradiente gravitacional. A importância maior de um sobre o outro depende essencialmente das condições iniciais, das condições de contorno e do estágio do processo considerado. Se tomarmos, como exemplo, a infiltração que tem início num solo seco, o termo de sucção predominará sobre o gravitacional e nesta situação a taxa de infiltração vertical tende a se comportar inicialmente da mesma maneira que a de infiltração horizontal. Assim, a infiltração num sulco seco tende a ocorrer com a mesma velocidade, tanto na direção horizontal como na vertical, resultando que a frente de molhamento descreve, no início, arcos de círculo. Depois de um certo tempo pode ocorrer que o potencial de sucção decresça e o potencial gravitacional prevaleça. A Figura 3 ilustra, para um caso típico, o que acabamos de afirmar.

Figura 3 - Infiltração típica que ocorre em um sulco de irrigação onde o solo encontra-se inicialmente seco. A frente de molhamento é mostrada em três instantes de tempo diferentes ($t_1 < t_2 < t_3$). Note no início a predominância do termo de sucção (até o instante t_1) e no final a predominância do termo gravitacional.

Por outro lado, quando a infiltração ocorre num solo inicialmente molhado, o termo referente ao gradiente de sucção é pequeno, tornando-se rapidamente desprezível, predominando o termo referente ao potencial gravitacional, conforme ilustra genericamente a Figura 4, em comparação com a Figura 3.

Figura 4 - O volume da água que penetra no solo por unidade de tempo (taxa de infiltração) para um mesmo solo em duas condições iniciais diferentes: seco e úmido.

Para finalizar, vamos rapidamente discutir a solução da equação (II-26) sob as condições de contorno (II-22).

Como uma primeira aproximação, vamos considerar somente os primeiros instantes do avanço da frente de molhamento. Reescrevendo (II-26) na forma:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[D \frac{\partial \theta}{\partial z} - K \right] \quad \dots\dots\dots (II-27)$$

é fácil verificar que $D \frac{\partial \theta}{\partial z} \gg K$ quando $t \rightarrow 0$, permitindo-nos desprezar K . Com isto (II-27) se reduz a (II-13) (basta trocar z

por x), que foi usada para estudar o fluxo horizontal, admitindo por conseguinte a solução:

$$z = \lambda(\theta) t^{1/2} \dots\dots\dots (II-28)$$

o que demonstra que nos primeiros instantes da infiltração não há diferença considerável entre a infiltração horizontal e a vertical (ou seja, a componente gravitacional não é relevante). É o que ocorre na Figura 3, conforme já discutimos. Da experiência, é sabido que o tempo em que os dois processos coincidem varia conforme o solo. Em geral, esse tempo é maior para solos de texturas finas do que para solos de texturas grossas (menor capacidade de retenção da água).

A solução de (II-27) para tempos mais longos, exige maiores investigações. Uma técnica comumente adotada na resolução de equações diferenciais é expandir $z(\theta, t)$ em uma série infinita. Façamos isto:

$$z(\theta, t) = \sum_{i=0}^{\infty} f_i(\theta) t^{im} \dots\dots\dots (II-29)$$

sendo m um número positivo. Se (II-29) é uma solução geral de (II-26) ou (II-27) sob as condições de contorno (II-22), então ela deve coincidir com (II-28) quando t tender a zero. Com esta condição, desprezemos em (II-29) os termos em que $i > 1$ e comparamos o resultado com (II-27).

Com isto, concluímos que $f_0(\theta) = 0$, $f_1(\theta) = \lambda(\theta)$ e $m = \frac{1}{2}$

Logo, voltando a (II-29) podemos escrever:

$$z(\theta, t) = \lambda(\theta) t^{1/2} + f_2(\theta) t + f_3(\theta) t^{3/2} + f_4(\theta) t^2 + \dots \quad (II-30)$$

PHILIP⁽³⁵⁾, em 1957, apresentou uma solução numérica (baseado no Método das Diferenças Finitas) para a determinação de

$\lambda(\theta)$, $f_2(\theta)$, $f_3(\theta)$, $f_4(\theta)$... conhecidos $D(\theta)$ e $K(\theta)$. Para tempos muito longos o avanço da frente de umidade (infiltração vertical) atinge uma taxa constante $\frac{(K_0 - K_i)}{(\theta_0 - \theta_i)}$, onde K_0 e K_i são as condutividades para os valores da umidade na superfície molhada (θ_0) e para a umidade inicial (θ_i) do solo, respectivamente.

Finalmente, queremos observar que não é nosso objetivo nesta tese, discutir mais detalhadamente este assunto. No entanto, recentes progressos têm sido possíveis neste campo através de métodos como o da solução integral por função de Green realizado por CHENG⁽³⁶⁾(1984) ou outros conforme avaliados por STEPHENS e REHFELDT⁽³⁷⁾(1985) no cálculo da condutividade hidráulica de uma areia fina.

CAPÍTULO III

BREVE REVISÃO DOS PRINCIPAIS MÉTODOS DE MEDIDA DO CONTEÚDO DA ÁGUA E OU DA DENSIDADE GLOBAL, EM COLUNAS DE SOLO, NO LABORATÓRIO

Do capítulo anterior é evidente a importância da medida, em laboratório, do conteúdo da água no solo θ e em muitos casos também de sua densidade global ρ_g , se quisermos entender as propriedades de transmissão e retenção da água no solo. É o caso, por exemplo, da construção da curva da umidade volumétrica θ em função da posição da frente de molhamento (ou de umidade) x da Figura 2, em um determinado instante escolhido. Tal curva nos permite calcular a difusividade hidráulica $D(\theta)$ para a infiltração horizontal. Ou, de modo análogo, na infiltração vertical é preciso acompanhar a frente de molhamento em diferentes instantes, conforme nos mostram as Figuras 3 e 4.

Dentre os vários métodos de medida direta ou indireta ora existentes ^(38,39) a técnica de atenuação de raios gama ^(40,41,42) γ que descreveremos a seguir tem ocupado um papel de destaque, quando se pretende estudar com precisão o fluxo da água nos materiais porosos e em particular no solo, em colunas de laboratório. Esta técnica é não-destrutiva, rápida, possui boa sensibilidade e já possui cerca de 30 anos de uso. Acredita-se que tenha surgido inspirada no experimento de RUTHERFORD, que em 1911, conforme é do conhecimento geral, propôs o seu modelo de estrutura atômica baseado no estudo da interação das partículas alfa com os núcleos de uma placa fina (lâmina) de ouro.

Em 1950, BELCHER ⁽⁴³⁾ e outros realizaram experimentos utilizando a moderação de neutrons para medir a umidade do solo e o espalhamento de raios gama para medir a densidade global. Posteriormente, os métodos nucleares e em particular, a radiação gama

foram estendidos a outros fins. É o caso da determinação do nível de fluído em tanques, da densidade do concreto, da concentração de sólidos em fluídos, da concentração de metais pesados em soluções aquosas, do estudo da uniformidade de vários materiais diferentes, etc.

FERRAZ⁽⁴⁴⁾, em 1983, fez um levantamento retrospectivo bastante interessante do progresso do uso do método da atenuação do raio gama. Atualmente, em função da disponibilidade de novas fontes de radiação gama, das facilidades da automação, dos avanços dos equipamentos eletrônicos de detecção e contagem, o referido método tem se tornado em uma das mais importantes ferramentas científicas de medida.

No Brasil, no caso das aplicações na agricultura, o método tem sido sistematicamente empregado no CENA (Centro de Energia Nuclear na Agricultura), em Piracicaba, pelos pesquisadores CERVellini, SALATI, REICHARDT, FERRAZ, LIBARDI e NASCIMENTO, entre outros.⁽⁶⁾

Embora ainda existam outros métodos (como o gravimétrico, o TDR, etc.) usados em Física de Solos para medidas em laboratório, conforme veremos no final deste capítulo, daremos destaque ao método da atenuação da radiação gama no solo, devido às razões expostas.

Reforçamos ainda esta escolha sabendo que faremos comparações entre este método e o novo método que iremos apresentar nos capítulos V e VI desta tese.

3.1 - O MÉTODO DA TRANSMISSÃO DIRETA DE RAIOS GAMA MONOENERGÉTICOS

A interação da energia radiante, no caso dos fótons da radiação gama com a matéria (átomos) constituída pelo solo (material poroso) é um processo físico relativamente complexo pois en-

volve os efeitos da absorção, da emissão, do espalhamento e da aniquilação dos fótons. Na região de energia considerada na maioria dos experimentos que envolvem a radiação gama (até 1,4 Mev), os efeitos que prevalecem são conhecidos e chamam-se efeito fotoelétrico (absorção), efeito Compton (absorção e espalhamento) e produção de pares (aniquilação). O Espalhamento Rayleigh, a exemplo de outros, também presentes nos processos de interação da radiação com a matéria tem contribuição desprezível no caso que estamos estudando.

A somatória destes efeitos pode ser expressa no que definimos como coeficiente de atenuação de massa (em cm^2/g). A Figura 5, como um exemplo típico, nos mostra o coeficiente de atenuação de massa do chumbo em função da energia dos fótons, donde podemos observar a contribuição relativa dos três efeitos principais citados. É evidente a preponderância do efeito fotoelétrico sobre os demais em baixas energias enquanto que o efeito Compton e o de produção de pares cresce em importância em altas energias, quando praticamente desaparece o efeito fotoelétrico.

Figura 5 - Curva do Coeficiente de Atenuação de massa do chumbo (cm^2/g) em função da energia dos fótons. Pode-se observar as contribuições parciais de cada efeito sobre a atenuação e a absorção totais.

Observemos agora a Figura 6, que traz um esquema experimental comumente utilizado em estudos da radiação γ com amostras de solo. De forma genérica, o solo é constituído de uma parte sólida (sólidos do solo), de uma parte líquida (água) e de uma parte gasosa (ar). Ao caminhar da fonte ao detetor, os raios γ colimados e monoenergéticos atravessarão o ar, as paredes iguais e paralelas do recipiente que contém a amostra de solo e a amostra de solo propriamente dita, que pode encontrar-se tanto úmida como seca. Em nosso estudo, não iremos considerar a contribuição do ar, pois o seu coeficiente de atenuação da radiação gama é cerca

de 10^3 a 10^4 vezes menor que a contribuição dos outros constituintes considerados na trajetória dos fótons. Denotaremos respectivamente por x_s, μ_s, ρ_s ; x_w, μ_w, ρ_w e x_r, μ_r, ρ_r as dimensões lineares (em cm), os coeficientes de atenuação de massa (em cm^2/g) e as densidades volumétricas (em g/cm^3) das partes sólida (s) e líquida (w) do solo e (r) caracterizará o recipiente.

Com isto, a Equação de Lambert-Beer (equação que relaciona exponencialmente a intensidade do feixe emergente com a do incidente) para o esquema mostrado na Figura 6 se expressa como:

$$I = I_{oi} e^{-[2\mu_r\rho_r x_r + \mu_s\rho_s x_s + \mu_w\rho_w x_w]} \dots\dots\dots (\text{III-1})$$

onde I é a intensidade do feixe emergente (número de fótons por cm^2 por segundo que atingem o detetor após atravessar o recipiente com solo) e I_{oi} é a intensidade do feixe incidente (número de fótons por cm^2 por segundo que atingem o detetor sem a presença do recipiente com solo).

Figura 6 - Esquema de um experimento típico de medida do conteúdo da água e ou da densidade global de um solo utilizando fótons de raios γ colimados e monoenergéticos percorrendo a trajetória retilínea da fonte ao detetor, atravessando o ar, as paredes do recipiente e a amostra do solo. Em seguida ilustramos o diagrama dos componentes do sistema de contagem e coleta de dados.

Em geral, as medidas de I são feitas em várias posições, usando a mesma geometria e o mesmo recipiente. Devido a este fato, é possível fazer desaparecer o termo da equação (III-1) que contém a contribuição do recipiente. Como o mesmo é sempre constante, se fizermos inicialmente uma medida de I com o recipiente vazio (que denotaremos por I_0) obtemos:

$$I_0 = I_{0i} e^{-2\mu_r \rho_r x_r} \dots\dots\dots (III-2)$$

Dividindo-se (III-1) por (III-2) encontramos que:

$$I = I_0 e^{-(\mu_s \rho_s x_s + \mu_w \rho_w x_w)} \dots\dots\dots (III-3)$$

com a contribuição do recipiente contida agora no termo I_0 .

Em estudos de água no solo, a equação (III-3) é usualmente escrita de outra forma. Para reescrevê-la nesta forma mais adequada, consideremos que a água é pura e portanto $\rho_w = 1\text{g/cm}^3$ e sabendo-se que a densidade volumétrica da parte sólida $\rho_s^{(*)}$ multiplicada por x_s nos fornece $\rho_g x$ e que x_w é igual a $x\theta^{(**)}$ então (III-3) fica:

$$I = I_0 e^{-[x (\mu_s \rho_g + \mu_w \theta)]} \dots\dots\dots (III-4)$$

Conhecidos os valores de x , μ_s e μ_w (dependem da energia dos fótons com μ_s dependendo ainda do solo) podemos determinar a densidade global ρ_g a partir de (III-4) se previamente co

(*) Definimos densidade dos sólidos ou densidade média das partículas ρ_s como sendo a fração entre a massa dos sólidos e o volume dos mesmos. Daí é fácil verificar que $\rho_s = \rho_g (1 + \frac{x_w}{x_s})$, ou seja, $\rho_s x_s = \rho_g x$, onde ρ_g foi definida no rodapé do Capítulo II, na página 14.

(**) Da definição de $\theta = \frac{V_w}{V_t}$ (ver rodapé do Capítulo II, na página 10) -- V_t é o volume total que é a soma do volume da parte líquida V_w com o volume da parte sólida V_s -- é evidente o resultado.

nhetermos o valor de θ , que geralmente é a umidade residual do solo (solo seco ao ar) denotado por θ_0 . Ou seja,

$$\rho_g = \frac{1}{x \mu_s} \left[\ln\left(\frac{I_0}{I}\right) - x \mu_w \theta_0 \right] \dots\dots\dots (III-5)$$

Por outro lado, supondo que a densidade global ρ_g permaneça constante durante a variação de θ (solo não-expansivo) podemos calcular os valores que a umidade θ vai adquirindo no decorrer do processo de escoamento (infiltração horizontal e ou vertical) da água no solo. Deste modo, a partir da equação (III-4) podemos expressar a equação de θ em função de ρ_g , obtendo:

$$\theta = \frac{1}{x \mu_w} \left[\ln\left(\frac{I_0}{I}\right) - x \mu_s \rho_g \right] \dots\dots\dots (III-6)$$

Portanto, através das equações (III-5) e (III-6) podemos calcular ρ_g ou θ , desde que uma destas variáveis seja anteriormente conhecida. No entanto, este método não possibilita determinar ρ_g e θ ao mesmo tempo. Para isto, vamos descrever, em seguida, o método do feixe de dupla energia que nos permitirá medi-las simultaneamente. Uma descrição e resultados mais detalhados podem ser encontrados no trabalho de STROOSNIJDER e DE SWART⁽⁴⁵⁾ (1974).

3.2 - UTILIZAÇÃO DE UM FEIXE DE RAIOS GAMA DE DUPLA ENERGIA

Como acabamos de observar, a equação (III-4) possui duas incógnitas: ρ_g e θ . É possível obter um sistema de duas equações a duas incógnitas ao invés das equações (III-5) ou (III-6). Com isto, é possível estudar, sob determinadas condições, meios porosos não rígidos, como por exemplo, os solos expansivos^(45,46). Consideremos o mesmo esquema da Figura 6 onde agora o feixe de raios gama é fornecido por duas fontes de energias di-

ferentes. Vamos usar os índices a e b para distinguir as duas energias que o feixe possui. A partir de (III-4), conhecidos os valores dos coeficientes de atenuação μ_s e μ_w para cada energia, é possível obter um par de equações que adquire a seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \ln \left(\frac{I_{oa}}{I_a} \right) \\ \ln \left(\frac{I_{ob}}{I_b} \right) \end{bmatrix} = x \begin{bmatrix} \mu_{sa} & \mu_{wa} \\ \mu_{sb} & \mu_{wb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_g \\ \theta \end{bmatrix} \dots\dots\dots (III-7)$$

Experimentalmente, as medidas das intensidades dos dois feixes são feitas separadamente.

É fácil observar de (III-7) que pelo método da atenuação da radiação gama de dupla energia que estamos descrevendo, os erros⁽⁴⁷⁾ cometidos nas medidas de x , ρ_g e θ se propagam, permitindo que a imprecisão cresça. Em princípio, podemos usar outras energias (3 por exemplo) e considerarmos também o parâmetro x em (III-4) como desconhecido. Embora isto seja possível teoricamente, do ponto de vista experimental o aparato de fontes, detetores e respectivos mecanismos de movimento e ajustes torna-se mais complicado e caro, além do agravamento do problema da interferência mútua da detecção da radiação de uma fonte sobre outra, conforme será ressaltado na próxima secção.

3.3 - PARÂMETROS DO SISTEMA DE RADIAÇÃO, DETECÇÃO E CONTAGEM DE RAIOS GAMA

Vamos fazer aqui algumas considerações a respeito das fontes de radiação gama assim como da geometria, detecção e contagem do sistema da Figura 6. Deste modo, pode-se ter uma idéia mais precisa das facilidades e dificuldades inerentes ao método da radiação gama.

Segundo FERRAZ (1983), os seguintes fatores devem ser

observados na escolha da fonte de radiação: ⁽⁴⁴⁾

- a) *ESPECTRO MONOENERGÉTICO*. O espectro de radiação precisa possuir um pico principal de energia bastante pronunciado numa região livre da radiação interferente, pois na maioria dos experimentos emprega-se o detetor de NaI(Tl) cintilante, que embora possua alta eficiência possui baixa resolução.
- b) *MEIA-VIDA*. A meia-vida do radioisótopo utilizado deve ter pelo menos o mesmo tempo de duração dos experimentos programados de forma a evitar correções decorrentes dos decaimentos. Além disso, o custo também precisa ser considerado.
- c) *ATIVIDADE*. Neste caso, a atividade total e a atividade específica da fonte são importantes, devido à natureza caótica da desintegração radioativa. Um grande número de fótons deve alcançar o detetor, sendo que o número real de fótons contados é uma função da atividade da fonte, da atividade específica, da geometria e da colimação. Em geral, uma fonte com 100 a 200 mCi é usada para produzir um feixe colimado no laboratório, mas certos pesquisadores usam fontes mais fortes (maiores que 250 mCi). A alta atividade fornece altos valores de intensidade do feixe, e isto embora seja bom para a estatística de contagem, por outro lado aumenta os erros provenientes do tempo "morto" do equipamento eletrônico.
- d) *ENERGIA*. A espessura da amostra, sua densidade e a energia da radiação gama, determinam as condições ótimas de experimentação ⁽⁴⁸⁾. O produto da densidade pela espessura determina a melhor energia a ser usada. Para a

maioria dos solos recomenda-se o ^{241}Am (60 Kev) quando a espessura das colunas variarem entre 4 e 8cm e recomenda-se o ^{137}Cs (662 Kev) quando as mesmas variarem entre 15 e 25cm ou quando o material for muito denso, como no caso de rochas ou de concreto. Em alguns casos especiais utiliza-se o ^{60}Co (1170 a 1310 Kev) ou o ^{22}Na (1250 Kev). No caso de amostras muito finas e materiais leves emprega-se raios X e energias muito baixas como a do ^{55}Fe (49,50) (5,9 Kev). No método do feixe de dupla energia são necessárias duas energias bastante distintas. Estas energias devem fornecer os coeficientes de atenuação de massa para o material poroso (solo) e o fluído (água), de modo a obter-se uma boa resolução no cálculo das equações simultâneas. Um exame cuidadoso de uma tabela de radioisótopos mostra que somente alguns destes preenchem as considerações feitas, o que constitui um fator limitante da técnica de atenuação de raios gama.

Hoje a maioria das investigações que utilizam o método do duplo feixe para medir a densidade global e o conteúdo da água no solo é feita com fontes de raios gama provenientes do ^{241}Am e do ^{137}Cs .

Quanto à geometria e detecção, temos a destacar a importância da colimação, principalmente quando utilizamos a técnica do feixe duplo de energia. Do ponto de vista prático, não é fácil colimar o sistema devido às limitações de ordem geométrica e de atividade da fonte. O que se busca sempre é um feixe fino e de alta intensidade, o que exige do experimentador muita habilidade na montagem. A área da secção reta por onde passa o feixe varia de experimento a experimento. Vai desde 2 ou 3mm² a 80 ou 100mm² no caso de secção circular ou no caso de secções retangulares valo-

res menores que 1mm^2 ou maiores que 100mm^2 ^(51,52).

Para a detecção do feixe emergente é comum empregar-se um cristal de Na I (Tl) cintilante acoplado a uma fotomultiplicadora cujos pulsos gerados são analisados e contados por um sistema monocanal conforme já ilustrado na Figura 6. Para fótons de 60 Kev é fácil obter-se uma resolução melhor que 16% e acima de 10% para fótons de 662 Kev. Os detetores de estado sólido de alta resolução como o de Ge-Li não são usados devido à sua baixa eficiência comparada com a do NaI (Tl) (cerca de cem vezes menor).

Quanto à contagem, existem erros devido ao tempo finito de medida da intensidade do espectrômetro. Este tempo não pode, por outro lado, ser muito ampliado devido às condições dinâmicas do experimento e também devido às flutuações (perdas de contagem) das medidas feitas pelos equipamentos eletrônicos, ligadas aos seus tempos de estabilidade.

3.4 - OUTROS MÉTODOS

Apresentaremos brevemente, em seguida, três outros métodos de medida do conteúdo da água no solo em colunas de laboratório. Os dois primeiros são bastante clássicos enquanto o último é bastante recente.

a) *MÉTODO GRAVIMÉTRICO*. Este método ⁽¹¹⁾ consiste em medir diretamente os parâmetros envolvidos nas definições da densidade global ρ_g e do conteúdo da água no solo θ , através do cálculo da umidade de massa ou gravimétrica w , conforme definiremos a seguir.

Para isto, deve-se começar pesando uma amostra de solo recolhida em um recipiente de volume previamente conhecido (por exemplo, usando o Cilindro de Uhland) ⁽¹³⁾ imediatamente após a sua extração. Dá-se o nome de peso úmido a esta medida. Após este pro

cedimento deve-se colocar a amostra em um forno a 105°C e deixá-la secar por 24 horas. Depois deste período a amostra é novamente pesada obtendo-se o que se chama de peso seco.

Define-se como umidade volumétrica w , o quociente do peso perdido no processo de secamento (diferença entre o peso úmido e o peso seco) pelo peso seco. Após isto, considerando-se que a densidade da água pura é de 1g/cm³ e medindo-se a densidade global (seca) ρ_s da amostra é possível calcular θ :

$$\theta = w \rho_s \dots\dots\dots(III-8)$$

Este método, embora muito empregado, simples e direto, apresenta uma série de inconvenientes: é destrutivo (não se pode repetir o experimento com o mesmo solo extraído), depende do transporte e da extração da amostra (processos quase sempre sujeitos a perturbação e compactação), é lento (demora mais que 24 horas), é trabalhoso (necessita de pesagens sucessivas). Após isto tudo, quase sempre a precisão das medidas fica comprometida, podendo invalidar os experimentos que exigem maior rigor. Ainda mais, determinados tipos de argila contêm água adsorvida⁽⁵³⁾ em quantidades razoáveis mesmo a 105°C. Também nesta temperatura é possível haver decomposição e oxidação da amostra de modo que não se pode afirmar com segurança que a perda de peso foi devida somente à evaporação da água. Pode-se, contudo, reduzir o erro até um certo limite, realizando diversas amostragens.

Mas, mesmo assim fica muito difícil não interferir nas características do solo, além do inconveniente de ser um método destrutivo, conforme já frisamos.

b) *USANDO A LEI DE ARQUIMEDES.* Um outro método também bastante simples, direto e parecido com o que acabamos de descrever (utiliza o mesmo princípio) é às vezes empregado. Baseia-se na Lei de

Arquimedes.

Este método permite medir o volume de uma amostra de solo, desde que a sua estrutura o permita. Cobre-se a amostra com um filme fino de parafina de tal modo a torná-la impermeável à água. Após isto, mede-se o seu volume através da diferença do seu peso quando "sustentado" no ar e quando "sustentado" na água.

c) *MÉTODO DO TDR ("TIME DOMAIN REFLECTOMETRY")*. Como o método da atenuação de raios gama, é um método indireto para se medir o conteúdo da água θ no solo⁽⁵⁴⁾.

A técnica do TDR aplicada à Física de Solos é relativamente nova⁽⁵⁵⁾ (1980).

É uma técnica não-destrutiva, não radioativa e não depende do tipo de solo e nem da sua densidade global. Atualmente também está sendo empregada em medidas no campo⁽⁵⁹⁾.

O TDR apareceu com FELLNER-FELDEGG⁽⁵⁶⁾ (1969) num esforço de se medir com um só experimento a dependência da frequência com a constante dielétrica dos líquidos. Além disto, foi possível medir os tempos de relaxação moleculares e as condutividades elétricas dos mesmos líquidos.

No caso de solos a constante dielétrica ϵ é calculada a partir da medida do tempo que um pulso eletromagnético leva para partir de uma vareta metálica introduzida no solo, caminhar por esta, refletir e retornar. A Figura 7 ajuda a ilustrar o que estamos descrevendo.

Figura 7 - Diagrama esquemático típico de um Sistema TDR para medir o conteúdo da água no solo e possivelmente a sua condutividade elétrica. No sinal mostrado é possível identificar facilmente as suas características necessárias para que as medidas sejam feitas.

Na Figura 7, V_0 representa a amplitude do pulso emitido pelo gerador, V_t é a amplitude do pulso que entra na guia de onda de varetas paralelas e V_R é a amplitude do pulso refletido quando de volta à mesma posição de partida. Para se distinguir t , V_R precisa ser maior que zero. V_R será igual a V_t e facilmente mensurável se o meio não for condutor.

Entretanto, quando o meio é condutor, como num solo salino, a amplitude V_t será atenuada na proporção da condutividade do solo.

Esta atenuação poderá servir para medir a condutividade elétrica do meio (não-magnético) e daí o seu conteúdo de sal⁽⁵⁷⁾.

Para isto é necessário medir no osciloscópio as amplitudes V_t e V_R , conhecer o comprimento da guia de onda e calcular a constante dielétrica ϵ do meio.

Para se medir ϵ é preciso considerar que o pulso emitido caminha até voltar à posição de partida uma distância igual a duas vezes o comprimento da guia de onda que chamaremos de $L(m)$. O tempo de trânsito $t(s)$ medido no osciloscópio fornece a velocidade de propagação v do pulso. Considerando-se que o meio praticamente é não-dispersivo ($v = c \epsilon^{-1/2}$, onde c é a velocidade da luz no vácuo), então podemos calcular a constante dielétrica ϵ através da relação:

$$\epsilon = \left(\frac{ct}{2L} \right)^2 \dots\dots\dots (III-9)$$

TOPP et al ⁽⁵⁵⁾ (1980) relacionaram a constante dielétrica ϵ com o conteúdo da água θ para um solo ^(*) através da relação:

$$\theta = -0,053 + 0,0292 \epsilon \dots\dots\dots (III-10)$$

donde θ poderá ser calculado.

Esta técnica (TDR) é não-destrutiva, relativamente simples e tem-se mostrado útil na medida do conteúdo da água no solo, mesmo nas medidas que exigem maior precisão. Estudos comparando-a com o método de atenuação de raios gama ⁽⁵⁸⁾ e com o método gravimétrico ⁽⁵⁹⁾ têm sido realizados, apresentando resultados bastante positivos, não só no laboratório, mas também no campo. Esta técnica permite alterações ^(59,60) no arranjo das varetas metálicas colocadas no solo no que se refere à posição (horizontal ou vertical), ao tamanho, etc. No entanto, não é possível utilizar o TDR para medir a densidade global (não é suficientemente sensível). Isto, em determinados casos, inviabiliza a técnica. Sabemos que

(*) TOPP et al (1980) estudaram diversos solos inorgânicos. Embora os solos possuíssem grandes variações de densidade e textura, foi possível afirmar que a relação entre o conteúdo de água do solo e a constante dielétrica permaneceu inalterada.

na construção de colunas de solo em laboratório é praticamente impossível prepará-las de modo a serem totalmente homogêneas. Ainda mais, em determinados solos (expansivos) a densidade global varia (cresce ou diminui) conforme a água é adicionada ou retirada do mesmo. Nessa situação é fundamental a medida simultânea de ρ_g com θ se quisermos obter sucesso nos resultados do experimento. Ainda outro ponto que está a exigir maiores estudos é a dependência do TDR quando aplicado a solos que possuem alta condutividade elétrica (por exemplo, os salinos), conforme pode ser inferido da leitura das referências (57) e (58).

Finalmente, outros métodos⁽⁶¹⁾ de medida podem ser adotados para a medida da umidade volumétrica θ ou mesmo da densidade global ρ_g .

No entanto, as suas principais aplicações encontram-se no campo e não no laboratório, onde particularmente estamos interessados. É o caso da sonda de neutrons⁽⁶²⁾ (baseado no espalhamento de neutrons), do psicrômetro⁽⁶³⁾ (baseado na medida da resistência elétrica de um bloco de gesso, nylon ou fibra de vidro introduzido no solo), do radar⁽⁶⁴⁾ (sensoramento remoto de microondas), da análise do espectro de emissão térmica do solo e outros⁽⁶⁵⁾.

CAPÍTULO IV

A TEORIA DA RECONSTRUÇÃO DA IMAGEM NA TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA

Nos Capítulos II e III deduzimos as equações que governam o escoamento da água num meio poroso, mais especificamente o solo, assim como os principais recursos existentes de medida do conteúdo da água θ e da densidade global ρ_g do solo acondicionado em colunas de laboratório.

Antes porém, de introduzirmos no próximo capítulo uma nova metodologia de medida de θ e ρ_g , assim como de outros parâmetros, através do uso da Tomografia Computadorizada (T.C.), entendemos como necessário apresentar neste capítulo, os seus fundamentos básicos.

A tomografia não necessariamente precisa do auxílio do computador, embora este esteja sempre presente em todos os tomógrafos comerciais modernos. Devido a este fato é que o termo TAC^(*) (Tomografia Auxiliada por Computador) é muitas vezes utilizado e confundido com T.C.. Para dissociarmos a idéia da Reconstrução da Imagem da necessidade do emprego do computador, iremos utilizar somente o termo mais geral, Tomografia Reconstitutiva (T.R.)

A T.R. consiste em reconstruir uma dada secção de um corpo, quando um certo número de suas projeções em diferentes direções é conhecido. A tomografia convencional, conforme esquematizada na Figura 8, foi introduzida por BOCAGE⁽⁶⁶⁾ em 1921 e possui a grande desvantagem de não conseguir distinguir com nitidez o plano de interesse, permitindo que os demais interfiram sobre este, resultando em uma imagem "borrada".

(*) Muitas vezes o termo TAC é também usado como Tomografia Axial Computadorizada. Não faremos distinção, neste trabalho, com o termo anterior.

Figura 8 - Tomografia plano-focal convencional - Na parte (a) o tubo de R-X e o filme são movidos em direções opostas, de modo que os pontos do plano focal X sejam sempre projetados sobre o mesmo ponto do filme, enquanto que os pontos de outros planos (A, B, C) sejam projetados sobre outras partes do filme, borrando as suas imagens. Na parte (b), na imagem por emissão, utiliza-se um colimador focalizado de modo que para uma dada posição do detetor, somente a radiação de um ponto do plano focal X é detectada, enquanto que a dos demais planos são detectadas em várias posições, borrando as suas imagens.

Com a T.R., conforme pode ser visualizado na Figura 9, é possível eliminar os planos indesejáveis, conseguindo-se obter, com isto, maior nitidez da imagem dos planos de interesse. Assim, é possível encontrar a distribuição de coeficientes de atenuação (no caso da tomografia por transmissão) e a densidade de radioisótopos (no caso da tomografia por emissão) do meio observado.

Figura 9 - Em (a) mostra-se o processo de varredura para obtenção da imagem por transmissão e em (b) por emissão. Em (c), mostra-se um resultado típico de uma série de varreduras realizadas através de sucessivas translações lineares da fonte e do detetor em diferentes posições angulares (três).

A Reconstrução da Imagem de um objeto a partir do conhecimento de suas projeções em diversas direções é um problema matemático bastante complexo. Esta é a principal razão do uso do computador, conforme poderemos verificar.

Antes porém, de introduzirmos as bases matemáticas da T.R., vamos apresentar na próxima secção, de maneira bastante a breviada, dentre outras coisas, o seu desenvolvimento histórico. Isto nos permitirá observar que a T.R. da imagem é de natureza altamente multidisciplinar.

4.1 - UMA DESCRIÇÃO HISTÓRICA E ABREVIADA DA TOMOGRAFIA RECONSTRUTIVA

Uma descrição mais detalhada, embora bastante informal, da Tomografia Computadorizada assim como de seus métodos de reconstrução da imagem até o ano de 1976, pode ser encontrada no trabalho de BROOKS e DI CHIRO⁽⁶⁷⁾. Os livros de HERMAN⁽⁶⁸⁾(1980) e de NEWTON e POTTS⁽⁶⁹⁾(1981) são também bastante elucidativos.

Nesta secção, em seguida, vamos citar os principais trabalhos e autores que contribuíram para que a T.R. atingisse o seu atual estágio de desenvolvimento. Como será possível observar, a T.R. é o resultado do esforço de vários pesquisadores que atuaram em diferentes épocas. Na maioria dos casos, trabalharam de forma independente em diferentes campos da ciência, e não somente no campo das aplicações médicas onde a T.R. é indubitavelmente mais usada e conhecida.

Em 1917, o matemático austríaco RADON⁽⁷⁰⁾ foi o primeiro a publicar uma solução matemática das equações da reconstrução da imagem (isto é: a determinação da função distribuição da densidade da região estudada) através de suas projeções, no campo da gravitação.

BRACEWELL⁽⁷¹⁾ em 1956, também utilizou a T.R. no campo da radioastronomia, para construir o mapa das regiões solares e emissoras de microondas. As antenas de microondas existentes não permitiam focalizar um ponto, mas somente pequenas faixas da superfície solar. A emissão total de cada uma destas faixas ou tiras podia ser medida e da soma das contribuições de uma série de las foi possível construir o referido mapa.

Na microscopia eletrônica, em estudos de biomoléculas complexas, o problema é bastante similar ao da radioastronomia descrito. Trata-se da reconstrução da estrutura molecular a par

tir da existência de uma série de micrografias obtidas por transmissão em diversos ângulos. Neste campo, independentemente dos primeiros trabalhos de radioastronomia, DE ROSIER e KLUG⁽⁷²⁾ (1968), GORDON et al⁽⁷³⁾ (1970) também desenvolveram métodos de reconstrução.

As técnicas da T.R. também foram usadas independentemente em aplicações ópticas por ROWLEY⁽⁷⁴⁾ (1969), BERRY e GIBBS⁽⁷⁵⁾ (1970) e JUNGINGER e VAN HAERINGEN⁽⁷⁶⁾ (1972).

Embora a T.R. tenha sido utilizada em todas estas áreas citadas, foi no campo da Medicina, particularmente na Radiologia de diagnósticos, que esta alcançou uma maior projeção.

Foi decisivo, para isto, o lançamento do tomógrafo comercial⁽⁷⁷⁾ de alta resolução^(*) patenteado em nome da EMI LTDA. (Central Research Laboratory) da Inglaterra, construído e testado por HOUNSFIELD⁽⁷⁸⁾, em 1973.

Entretanto, queremos lembrar que uma série de outros trabalhos e ensaios precederam a construção do primeiro tomógrafo comercial de Raios X.

TAKAHASHI⁽⁸⁰⁾ (1957) estudando a tomografia convencional conseguiu eliminar as imagens dos planos indesejados colocando a fonte da radiação X sempre no mesmo plano que o filme (através de um movimento de rotação). Mais tarde, em 1961, OLDENDORF⁽⁸¹⁾ desenvolveu o primeiro aparelho para reconstrução de imagens por transmissão de Raios γ utilizando uma fonte de ^{131}I .

De forma independente, KUHL e EDWARDS⁽⁸²⁾ (1963) desenvolveram um sistema que envolveu uma câmara de detecção com um osci

(*) Este tomógrafo fazia medida somente da cabeça e os dados eram analisados através de uma técnica iterativa de reconstrução. Em 1974 a National Biomedical Research Foundation, dos Estados Unidos, projetou outro tomógrafo destinado ao exame de qualquer parte do corpo chamado ACTA (Automatic Computerized Transverse Axial) - LEDLEY et al⁽⁷⁹⁾. A técnica de reconstrução utilizada foi a chamada convolução da imagem. Tanto a técnica iterativa como a de convolução da imagem será descrita neste capítulo.

loscópio para processar e armazenar os dados obtidos por emissão.

KUHL et al⁽⁸³⁾, em 1966, estenderam o trabalho anterior e obtiveram imagens por transmissão com uma fonte de ^{241}Am .

Estas primeiras tentativas de se obter a tomografia reconstrutiva, basearam-se na técnica da retroprojeção, que descreveremos na próxima secção. As imagens resultantes eram altamente borradas, devido à imperfeição desta técnica de reconstrução.

A contribuição decisiva foi fornecida por CORMACK^(84,85) em 1963 e 1964, quando este desenvolveu as bases matemáticas da T.R. da imagem. Esta teoria foi aplicada em "phantoms" que simulavam corpos simples (por exemplo, a cabeça humana). Devido à sua relevância, vamos apresentar os seus principais resultados na secção 4.3.1, deste capítulo.

Para finalizar destacamos ainda que TRETIAK et al⁽⁸⁶⁾ (1969), BATES e PETERS⁽⁸⁷⁾ (1971) e MUEHLLEHNER e WITZEL⁽⁸⁸⁾ (1971) também contribuíram com métodos de tomografia reconstrutiva, utilizando a Transformada de Fourier.

A reconstrução da imagem também tem sido utilizada para outros fins como na radiografia por partículas alfa⁽⁸⁹⁾, por prótons⁽⁹⁰⁾, na tomografia de ultrassom⁽⁹¹⁾, na de ressonância nuclear magnética⁽⁹²⁾ e na tomografia sísmica⁽⁹³⁾.

Passemos agora à próxima secção, onde apresentaremos de forma sucinta os principais algoritmos de reconstrução comunte empregados na Tomografia Computadorizada e que julgamos serem pertinentes a esta tese.

4.2 - OS PRINCIPAIS MÉTODOS MATEMÁTICOS DE RECONSTRUÇÃO DA IMAGEM

Do ponto de vista matemático, o problema da reconstrução está no cálculo de uma função bidimensional desconhecida chamada imagem. A partir de uma série destas imagens bidimensionais é relativamente fácil construir a imagem tridimensional.

Na radioscopia a função imagem é a distribuição dos coeficientes de atenuação de uma secção reta. O que se conhece são os raios soma (integrais de linha) destes coeficientes, em princípio, para todas as posições e direções. Estas integrais de linha são encontradas a partir de medidas por transmissão de raios X.

A partir deste ponto é que os métodos ou algoritmos de reconstrução adquirem um papel crucial. De forma geral, podemos classificar os métodos de reconstrução em três, a seguir descritos.

4.2.1. - O MÉTODO DA RECONSTRUÇÃO ALGÉBRICA (ART).

Este método baseia-se no método iterativo^(70,94). Através de uma sequência de passos tenta-se estimar uma imagem e a partir de aproximações sucessivas tenta-se obter a imagem correta. O princípio utilizado para se saber se a imagem estimada está correta é calcular integrais de linha e compará-las com aquelas medidas.

O ART foi utilizado na primeira tomografia da cabeça realizada por HOUNSFIELD, mas após isto não tem sido aplicado comercialmente. Seus maiores problemas residem na baixa precisão e na sua complexidade computacional. Na presença de dados com ruído, onde as medidas das projeções não são consistentes com a reconstrução desejada, os valores reconstruídos (em cada iteração) podem oscilar mais do que convergir para o valor correto. Isto

faz com que as próximas iterações resultem em resultados até piores que os anteriores.

Por outro lado, o método ART não requer o conhecimento do conjunto completo dos dados das projeções. Cada medida é usada como referência para melhorar a reconstrução estimada. Assim, quando por alguma razão, não se tem acesso a todos os dados das projeções, o ART torna-se útil. É o caso por exemplo, de um objeto que possui um metal opaco no seu interior ou é de geometria especial.

4.2.2 - O MÉTODO DA TRANSFORMADA DE FOURIER

Este método utiliza um princípio fundamental da matemática: observadas certas condições essenciais toda função pode ser decomposta em uma soma de funções senoidais de diferentes frequências, amplitudes e fases⁽⁹⁵⁾. Isto equivale à Transformada de Fourier (T.F.) da referida função. A operação inversa é conseguida através do cálculo da T.F. inversa. O mesmo conceito pode ser estendido às funções bidimensionais como a da Figura 10. Neste caso, a imagem é decomposta em uma soma de ondas seno bidimensionais de diferentes frequências e ângulos.

Assim, se o arranjo de ondas seno bidimensionais puder ser encontrado a partir das medidas das projeções em cada ângulo, a T.F. poderá ser calculada.

Figura 10 - Decomposição de uma função bidimensional (imagem) em uma combinação de ondas seno bidimensionais em diferentes ângulos e frequências.

Figura 11 - As projeções de uma imagem reproduzem somente as componentes seno bidimensionais que são paralelas ao ângulo de projeção. Na parte superior é mostrada uma imagem bidimensional projetada na direção X . Na parte central é mostrada uma componente seno bidimensional da imagem. A projeção na direção indicada é nula devido às contribuições positivas e negativas iguais. Na parte inferior da figura é mostrada outra componente seno bidimensional da imagem que é paralela aos raios de projeção. Obtém-se portanto uma projeção senoidal. Então, a T.F. da projeção representa todas as componentes seno bidimensionais, naquele ângulo de projeção, uma vez que as outras em outros ângulos serão nulas. Este é o Teorema da Secção Central. Quando as componentes seno bidimensionais são determinadas para todos os ângulos, elas podem ser somadas ou transformadas por inversão, para reconstruir a imagem.

A Figura 11 ilustra a sequência de obtenção das projeções de cada componente senoidal da imagem.

Na extremidade superior é realizada uma projeção convencional da imagem bidimensional na direção indicada, obtendo-se a função unidimensional $g(y)$.

Na parte central e na extremidade inferior da Figura 11, mostramos os efeitos da projeção de outras duas componentes particulares da função seno bidimensional da imagem.

A primeira componente senoidal, para o ângulo de projeção mostrado, resulta em uma projeção nula. Isto não é difícil de ser entendido, uma vez que cada raio projetado recebe contribuições negativas e positivas ao atravessar a função seno bidimensional. Entretanto, na extremidade inferior, a função seno bidimensional é paralela aos raios projetados. Neste caso, o resultado é uma projeção senoidal.

Este exemplo nos leva a afirmar que cada projeção essencialmente representa as componentes seno bidimensionais somente daquele ângulo. Esta afirmação possui a validade de um teorema (71,72,86,96,97,98) chamado de Teorema da Projeção ou da Secção Central

Em resumo, cada projeção representa a soma das componentes senoidais somente naquela direção. Então, a decomposição de cada projeção em senos fornece as componentes da função seno bidimensional naquele ângulo. Repetindo isto para as projeções em todos os ângulos completa-se a T.F. do objeto desconhecido. Este método será descrito matematicamente na secção 4.3.2 deste capítulo.

O método da T.F. não é usado amplamente, pois na maioria das vezes é mais complexo do ponto de vista da computação. Esta complexidade advém da necessidade do cálculo da T.F. bidimensional inversa e da interpolação bidimensional, uma vez que os dados são adquiridos em coordenadas polares e precisam ser transformados para coordenadas retangulares. Devido a isto, o método

da T.F. está sempre procurando aperfeiçoar os métodos de interpolação (Método da T.F. Rápido), de modo a diminuir o tempo de processamento.

4.2.3 - O MÉTODO DA CONVOLUÇÃO OU DA RETROPROJEÇÃO FILTRADA

Comparado com o método iterativo este método é menos susceptível a ruído e é mais rápido, pois a reconstrução é feita diretamente a partir de cada dado coletado. Este método, como o anterior, está na classe dos métodos que se utilizam de soluções analíticas.

Por ora, vamos ilustrá-lo através de representações gráficas, sem envolvimento de maiores complexidades matemáticas, o que deixaremos para fazer nas secções 4.3.2, 4.3.3 e 4.3.4.

Começemos pelo processo de retroprojeção.

Figura 12 - Em A ilustramos uma retroprojeção simples de quatro perfis de um objeto circular. Em B, mostramos o "borrão" da imagem ou efeito "estrela" que aparece quando um número finito de perfis são projetados sobre o plano da imagem.

Figura 13 - Esboço idealizado do processo de convolução. Na parte superior mostramos um perfil obtido da projeção do objeto circular da Figura 12 - A. A função filtro é mostrada no centro. Da multiplicação da função filtro pela projeção obtém-se a figura da parte inferior (Projecção filtrada) onde agora aparecem valores negativos.

Figura 14 - Em A, ilustramos a retroprojeção filtrada de quatro projeções do objeto circular da Figura 12-A. Os valores negativos cancelam as contribuições positivas responsáveis pelo "borrão" ao redor da imagem. Em B, mostramos a imagem final livre do efeito "estrela".

Conforme a Figura 12-A, obtém-se da transmissão dos Raios X uma projeção para um dado ângulo. No processo de simples retroprojeção cada perfil de transmissão obtido é projetado de volta, num determinado ângulo, no plano das imagens. Quando esta retroprojeção é completada para todos os ângulos, reobtem-se uma imagem "borrada" do objeto original (ver Figura 12-B). O "borrão" ou estrela, resulta da contribuição de cada perfil projetado de volta sobre a área que circunda o objeto. Para evitar isto, cada perfil precisa ser manipulado (filtrado ou convoluído) antes de se iniciar a retroprojeção. Esta filtragem introduz no perfil valores negativos que após retroprojetados cancelarão os artefatos ao redor do objeto. A filtragem se faz multiplicando os valores de cada perfil pelo conjunto de valores chamados função filtro (ver Figura 13). Este processo é chamado convolução e a função filtro é chamada de núcleo da convolução. Deste modo, cada perfil é manipulado imediatamente e independentemente. Com isto pode-se obter (dependerá da potência do computador), a imagem completa do objeto, sem "borrões" (Figura 14-B) dentro de poucos segundos.

Na prática, a retroprojeção é realizada na memória do computador. A cada elemento de área final, chamado pixel, é atribuído um endereço na memória. O valor guardado em cada endereço durante a retroprojeção é calculado para cada ângulo e somado sobre todos os ângulos para produzir uma matriz de números que é a reconstrução numérica do objeto original.

Após a reconstrução, a imagem digital é transferida da memória do computador para o sistema de disco para armazenagem.

De agora em diante vamos nos ater mais aos aspectos matemáticos da Teoria Reconstitutiva propriamente dita.

4.3 - AS BASES MATEMÁTICAS DA TOMOGRAFIA

O problema matemático fundamental da Teoria Reconstitutiva foi desenvolvido por CORMACK, conforme já dissemos. Devido à sua importância histórica na fundamentação da T.R., vamos sucintamente apresentá-lo na próxima seção.

Nas seções 4.3.2, 4.3.3, 4.3.4 e 4.3.5, vamos respectivamente apresentar o Teorema da Projeção, As Bases Matemáticas do Método da Convolução, O Método da Convolução Utilizando a Geometria de Feixe Divergente e Alguns Comentários Finais.

4.3.1 - O TRABALHO DE CORMACK

A equação (III-1) da absorção da radiação γ ou X por um meio, quando atravessado por um feixe monoenergético e linear, é válida para materiais homogêneos. No entanto, o problema da determinação quantitativa da variabilidade do coeficiente de atenuação em um meio não-homogêneo a partir de medidas externas, não havia recebido a devida atenção até o trabalho de CORMACK. Mesmo em

radioterapia, os cálculos de dose a serem ministradas aos pacientes eram realizados supondo que o corpo humano se comportava como homogêneo, quando sabemos que isto não é verdade. Principalmente do ponto de vista da radiação que o atravessa (energias da ordem de alguns Kevs, como é o caso do Raio X).

Vamos formular melhor este problema, antes de resolvê-lo.

Seja D um domínio finito e bidimensional do espaço constituído de um material absorvente caracterizado por uma função bidimensional chamada coeficiente de absorção linear^(*) g , que varia ponto a ponto no interior de D e é nula no seu exterior, conforme nos mostra a Figura 15-A.

Figura 15 - Esquematizamos em A a transmissão da radiação através de um material não-homogêneo contido no domínio D . I e I_0 são respectivamente as intensidades do feixe da radiação emergente e incidente; $g(s)$ é o valor do coeficiente de atenuação linear da radiação, onde s é uma medida de comprimento sobre L . Em B, o domínio de $g(s)$ é um círculo unitário, onde r , θ são coordenadas polares. p e ϕ correspondem a definição de outro sistema de coordenadas, utilizado no texto.

(*) Corresponde ao valor do coeficiente de absorção de massa μ multiplicado pelo valor da densidade volumétrica ρ do material em uma dada posição de observação.

Suponhamos que um feixe de radiação monoenergético in finitamente fino atravessa D ao longo de uma linha reta L, com I sendo a intensidade do feixe emergente e I_0 sendo a intensidade do feixe incidente em D.

Nesta configuração é válido escrever que:

$$I = I_0 \exp \left[- \int_L g(s) ds \right] \dots\dots\dots (IV-1)$$

onde s é uma medida de comprimento sobre L. Se definirmos $f_L = \ln (I_0/I)$ (grandeza possível de ser medida externamente) então:

$$f_L = \int_L g(s) ds \dots\dots\dots (IV-2)$$

cuja integral de linha também é chamada de raio soma.

O problema que se coloca é: Como encontrar g, conhecendo as integrais de linha f_L , para um número finito de linhas L que interceptam D?

Para simplificar, embora sem perda de generalidades, vamos supor que o domínio onde g está contido seja um círculo de raio R unitário. Em coordenadas polares, vamos escrever g como $g = g(r, \theta)$, com a origem do sistema escolhido no centro do círculo.

Vamos chamar de p a distância da linha L ao centro e de ϕ o ângulo que a normal de L faz com o eixo $\theta = 0$, conforme nos ilustra a Figura 15-B.

Desta forma, f_L fica escrita em termos das coordenadas polares (p, ϕ) . O fato de termos escolhido o círculo como domínio de g faz com que o domínio das novas coordenadas seja mantido. A equação (IV-2) se escreve agora como:

$$f(p, \phi) = \int_{L(p, \phi)} g(r, \theta) ds \dots\dots\dots (IV-3)$$

Antes porém, de tentarmos encontrar $g(r, \theta)$, convém observar que a equação acima é uma equação integral em duas variáveis e que pode ser reduzida a um conjunto de equações integrais de somente uma variável, conforme mostraremos em seguida.

Seja g uma função finita, contínua e bem definida, exceto para um número finito de arcos no círculo. Com isto, g pode ser expandida em série de FOURIER:

$$g(r, \theta) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} g_n(r) e^{in\theta} \dots\dots\dots (IV-4)$$

com

$$g_n(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} g(r, \theta) e^{in\theta} d\theta \dots\dots\dots (IV-5)$$

Não é difícil mostrar a partir de (IV-3) e (IV-4) e do cálculo da contribuição do infinitésimo df de dois elementos de arco iguais a ds , da linha $L(p, \phi)$, que:

$$f(p, \phi) = \sum_n e^{in\phi} 2 \int_p^1 \frac{g_n(r) \cos[n \cos^{-1}(p/r)] r dr}{(r^2 - p^2)^{1/2}} \dots\dots (IV-6)$$

onde consideramos que $s = (r^2 - p^2)^{1/2}$ e $\phi = \arccos(p/r)$. Expandindo $f(p, \phi)$ em série de FOURIER e comparando com (IV-6) é possível separar as variáveis p, ϕ e obter o conjunto de equações integrais unidimensionais:

$$f_n(p) = 2 \int_p^1 \frac{g_n(r) T_n(p/r) r dr}{(r^2 - p^2)^{1/2}} \dots\dots\dots (IV-7)$$

onde $T_n(p/r) = \cos[n \cos^{-1}(p/r)]$ é o polinômio de Tschebycheff de grau n em p/r (Polinômio de Tschebycheff de 1ª espécie).

A função $f_n(p)$ dada por (IV-7) possui algumas propriedades que advêm dos Polinômios de Tschébycheff e das restrições sobre $g(r, \theta)$ (Ver a referência 84).

Vamos agora encontrar o valor de $g_n(r)$ como função de $f_n(p)$ a partir de (IV-7). Para isto multipliquemos ambos os lados da equação (IV-7) por $T_n(p/z) \cdot \left(\frac{z}{p}\right) \cdot (p^2 - z^2)^{-1/2}$ e integremos em p de $p = z$ até $p = 1$ e utilizemos ainda o resultado:

$$rz \int_z^1 \frac{T_n(p/z) T_n(p/r) dp}{(r^2 - p^2)^{1/2} (p^2 - z^2)^{1/2} p} = \frac{\pi}{2} \quad \dots\dots\dots (IV-8)$$

Após isto, encontramos $g_n(r)$ univocamente a partir de $f_n(p)$:

$$g_n(r) = \frac{1}{\pi} \frac{d}{dr} \int_r^1 \frac{r f_n(p) T_n(p/r) dp}{(p^2 - r^2)^{1/2} p} \quad \dots\dots\dots (IV-9)$$

As equações (IV-4) e (IV-9) nos permitem encontrar analiticamente os valores dos coeficientes de atenuação que constituem o corpo D, a partir das medidas das integrais de linha $f_n(p, \phi)$.

Em 1957, na cidade do Cabo (África do Sul) CORMACK realizou um experimento simples usando uma fonte de raios γ do Cobalto-60 e um contador Geiger. Ele obteve bons resultados no cálculo do coeficiente de atenuação de um corpo com simetria cilíndrica (cilindro de madeira com interior de alumínio) utilizando a equação (IV-9) que neste caso fica bastante simples (Equação de Abel já conhecida desde 1825).

As equações (IV-7) e (IV-9) podem ser estendidas a todo o plano, bastando para isto mudar os limites de integração do intervalo $0 < p < 1$ para $0 < p < \infty$ e $0 < r < 1$ para $0 < r < \infty$.

A equação (IV-7) pode ser escrita de outra forma muitas vezes mais conveniente, utilizando a Equação de Bessel $J_{2n}(rt)$ e tomando a Transformada de Fourier cosseno de $f_n(p)$:

$$f_{2n}(p) = 2(-1)^n \int_0^\infty \cos(pt) dt \int_0^\infty g_{2n}(r) J_{2n}(rt) r dr \quad (\text{IV-10})$$

que é válida para n par. Uma equação análoga pode ser escrita para n ímpar.

A última integral em (IV-10) é chamada Transformada de Hankel da função $g_{2n}(r)$. A equação (IV-10) pode apresentar vantagens sobre a (IV-7), como no caso da expansão de $f_n(p)$ em série (conforme faremos a seguir) ou mesmo no caso em que a Transformada de Hankel estiver tabelada.

Voltemos ao domínio D do círculo unitário^(*) ($0 \leq r \leq 1$)

Vamos supor que $g_n(r)$ possa ser escrita em termos dos Polinômios de ZERNICKE⁽⁹⁹⁾(1934) $R_n^l(r)$ onde:

$$R_n^l(r) = \sum_{s=0}^l \frac{(-1)^s (n+2l-s)! r^{n+2l-2s}}{s! (n+l-s)! (l-s)!} \dots \dots \dots (\text{IV-11})$$

e utilizemos o resultado obtido por BORN e WOLF⁽¹⁰⁰⁾(1959):

$$\int_0^1 R_n^l(r) J_n(rt) r dr = (-1)^l t^{-1} J_{n+2l+1}(t) \dots \dots \dots (\text{IV-12})$$

Calculando a Transformada de Hankel e a Transformada de Fourier - cosseno em (IV-10) e chamando $p = \cos \psi$, com $0 \leq \psi \leq \pi/2$, então é possível obter o sistema de equações para $f_n(\cos \psi)$ e $g_n(r)$:

(*) Um tratamento análogo a este que vamos fazer foi também realizado por CORMACK (1964) no caso do plano todo ($0 < r < \infty$), utilizando os Polinômios ortogonais de LAGUERRE e expandindo $f_n(p)$ como função dos Polinômios de HERMITE.

$$\begin{cases} f_n(\cos \psi) = 2 \sum_{\ell=0}^{\infty} a_n^{\ell} \sin [(n+2\ell+1) \psi] & e \\ g_n(r) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (n+2\ell+1) a_n^{\ell} R_n^{\ell}(r) \end{cases} \dots\dots\dots (IV-13)$$

Os valores a_n^{ℓ} [da função expandida $f_n(\cos \psi)$] são obtidos através das suas relações de ortogonalidade que por sua vez é medida experimentalmente. A partir daí pode-se encontrar $g_n(r)$.

Utilizando o resultado (IV-13) CORMACK simulou experimentalmente um cérebro humano com a presença de dois tumores no seu interior, conforme nos mostra a Figura 16.

Figura 16 - Esboço do experimento realizado por CORMACK simulando a cabeça humana com dois tumores no seu interior. A parte hachurada da figura corresponde ao osso (Alumínio) e aos dois tumores (Alumínio). A parte interior não hachurada corresponde ao tecido mole do crânio e é simulado pelo Lucite.

O quociente do coeficiente de absorção linear do Alumínio pelo coeficiente do Lucite é aproximadamente 2,3 que coincide com relações encontradas entre o tecido doente e o tecido normal, no cérebro.

O cilindro na figura mostrada foi colocado sobre uma mesa capaz de executar movimentos sucessivos de translação e rotação. A fonte de Raios γ (^{60}Ni) e o contador Geiger foram mantidos fixos. A largura do feixe utilizado após colimação foi de 5,3mm. Para cada valor de $f(p, \phi)$ foram observadas 20.000 contagens e

160.000 para o cálculo de I_0 , em diferentes tempos.

Considerando a geometria da amostra, o ângulo ϕ varrido foi de 180° . Assim para cada p foram medidos 25 valores de ϕ em intervalos regulares de $7\ 1/2^\circ$. Nos casos em que $p \approx 1$ foram realizados um número menor de medidas.

→ Após estas medidas foi possível construir gráficos de $f_0(p)$ $f_{24}(p)$ em função de p . Utilizando critérios como suavidade das curvas e número de zeros de cada função, CORMACK considerou razoável expandir a função $f_n(p)$ até o termo $n = 18$. Com esta consideração, 19 valores de p deveriam ser aproveitados (intervalos regulares de 5° de ψ , com $0 \leq \psi \leq \pi/2$).

No entanto, para $\ell > 14$, os erros de computação de acordo com o programa utilizado no cálculo de $R_n^\ell(r)$ ultrapassavam 1%. Dentro desta precisão, foi possível calcular a função $g(r, \theta) = \sum_{n=0}^{18} g_n(r) \cos n\theta$, ou seja:

$$g(r, \theta) = \{ a_0^0 + \dots + 29 a_0^{14} R_0^{14}(r) \} + \dots + \\ \{ 19 a_{18}^0 R_{18}^0(r) + \dots + \\ 35 a_{18}^8 R_{18}^8(r) \} \cos 18\theta \quad \dots \quad (IV-14)$$

A figura 17 mostra $g(r, \theta)$ como função de r , calculada através de (IV-14), para valores fixos de θ correspondendo às linhas OA, OB OE da Figura 16. As linhas cheias mostram os valores verdadeiros e as linhas pontilhadas foram calculadas a partir de (IV-14).

Figura 17 - Resultados dos cálculos dos coeficientes de atenuação lineares (cm^{-1}) realizados através da equação (IV-14) nas direções OA, OB, OC, OD e OE da Figura 16 e acima respectivamente indicados pelas letras (a) até (e).

Obteve-se neste teste uma boa reprodução de resultados com g variando de 0,065 a 0,15 e a zero em uma distância aproximadamente igual à largura do feixe. As oscilações dos valores computados sobre os valores verdadeiros de g devem-se à interrupção em $\ell = 14$ do cálculo dos coeficientes do polinômio de ZERNICKE $R_N^\ell(r)$ utilizado na expansão de $g_N(r)$.

Através da realização de alguns testes de influência da estatística de contagem e largura de linha ficou demonstrado que a principal fonte de erros estava presente na limitação do programa computacional.

Neste ponto, vale a pena ressaltar que com este trabalho CORMACK estava fazendo a primeira tomografia computadorizada aplicada à medicina, simulando a presença de inhomogeneidades, embora o termo TC só venha a ser adotado mais tarde. Para CORMACK obter uma tomografia axial como nos dias de hoje, ele deveria estabelecer um padrão cinza e colocar os valores obtidos na tela de um vídeo. Atualmente o método numérico adotado por CORMACK (expansão em série) não é empregado na maioria dos tomógrafos modernos devido a dificuldades e à demora computacional.

4.3.2 - O TEOREMA DA PROJEÇÃO

Consideremos, a partir de agora, a geometria da Figura 18, conhecida como Geometria de Raios Paralelos, para formalizar melhor a demonstração do Teorema da Projeção.

Figura 18 - Geometria do feixe de raios paralelos.

O Sistema de Coordenadas (x, y) é centrado no corpo de coeficiente de absorção linear $\mu(x, y)$ enquanto que o sistema fonte - detector translada e gira ao seu redor (É equivalente ao Sistema de CORMACK onde o corpo em observação girava e transladava, enquanto o sistema fonte - detector era mantido permanentemente fixo). A descrição que estamos fazendo é a empregada no caso dos tomógrafos médicos, pois evita-se o movimento do paciente.

Seja θ o ângulo de rotação e $(\hat{x}, \hat{y})$ um sistema de coordenadas de rotação, também centrado na origem, onde $\hat{x}$ representa a posição do detetor e $\hat{y}$ a distância de um ponto em observação ao longo do raio $\hat{y}$ (equivalente a L e s na notação de CORMACK). Qualquer ponto do corpo pode ser representado por (x, y) ou $(\hat{x}, \hat{y})$ que estão relacionados através da transformação rotacional.

O coeficiente de absorção $\mu(x, y)$ pode ser expresso em termos das coordenadas girantes $(\hat{x}, \hat{y})$, onde $\hat{\mu}_\theta(\hat{x}, \hat{y})$ será o coeficiente de absorção neste sistema. Tomemos respectivamente, as Transformadas de FOURIER bidimensionais de $\mu(x, y)$ e de $\hat{\mu}_\theta(\hat{x}, \hat{y})$, obtendo:

$$U(K_x, K_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y) \exp [-2\pi i (xK_x + yK_y)] dx dy \dots (IV-15)$$

e

$$\hat{U}_\theta(K_x, K_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\mu}_\theta(\hat{x}, \hat{y}) \exp [-2\pi i (\hat{x}K_x + \hat{y}K_y)] d\hat{x} d\hat{y} \dots (IV-16)$$

onde K_x e K_y são as componentes da frequência K no espaço recíproco.

Expressando (x, y) em termos de $(\hat{x}, \hat{y})$ em (IV-15) e lembrando que $\hat{\mu}_\theta(\hat{x}, \hat{y}) = \mu(x, y)$, $dx dy = d\hat{x} d\hat{y}$ e que o Jacobiano da transformação rotacional é 1, após alguns cálculos algébricos simples obtemos que:

$$U(K_x, K_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\mu}_\theta(\hat{x}, \hat{y}) \exp - 2\pi i [(K_x \cos \theta + K_y \sin \theta) \hat{x} + (-K_x \sin \theta + K_y \cos \theta) \hat{y}] d\hat{x} d\hat{y} \dots (IV-17)$$

Se chamarmos:

$$\hat{K}_x = K_x \cos \theta + K_y \sin \theta \quad \text{e} \quad \hat{K}_y = -K_x \sin \theta + K_y \cos \theta \dots (IV-18)$$

então:

$$U(K_x, K_y) = \hat{U}_\theta(\hat{K}_x, \hat{K}_y) \dots\dots\dots (IV-19)$$

o que demonstra que as duas transformadas de FOURIER são iguais quando tomamos os eixos $(\hat{K}_x, \hat{K}_y)$ como a rotação de (K_x, K_y) por um ângulo θ , no espaço recíproco (espaço das frequências).

É comum designarmos por $p_\theta(\hat{x})$ a projeção do corpo numa dada direção θ , assim definido:

$$p_\theta(\hat{x}) = \int_L \hat{\mu}_\theta(\hat{x}, \hat{y}) d\hat{y} \dots\dots\dots (IV-20)$$

uma vez que $\hat{x}$ nos fornece a posição do detetor e $\hat{y}$ a medida da posição vertical do ponto considerado ao longo do raio que o atravessa.

Tomando a Transformada de FOURIER unidimensional de (IV-20) no espaço recíproco K , é possível obter:

$$P_\theta(K) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\mu}_\theta(\hat{x}, \hat{y}) \exp[-2\pi i(K\hat{x} + 0\hat{y})] d\hat{x}d\hat{y} \dots\dots\dots (IV-21)$$

Lembrando de (IV-16) nos é permitido escrever que:

$$P_\theta(K) = \hat{U}_\theta(K, 0) = U(K \cos\theta, K \sin\theta) \dots\dots\dots (IV-22)$$

A equação (IV-22) expressa o teorema a que já nos referimos na Secção 4.2.2 como Teorema da Projeção. Ou seja, calcular a Transformada de FOURIER de uma projeção equivale a obter a área de secção reta central da Transformada de FOURIER da imagem. A maioria dos sistemas tomográficos baseiam-se neste teorema. De agora em diante podemos desenvolver todas as operações matemáticas envolvidas na reconstrução da imagem diretamente no espaço recí

proco. Outra possibilidade é desenvolver expressões equivalentes a que encontramos, só que transformadas para o espaço direto.

Para trabalharmos no espaço recíproco é preciso fazer interpolação dos dados, pois a projeção (IV-22) está na forma polar enquanto que os "displays" em geral são vídeos onde o sistema de coordenadas é o retangular. Portanto, a opção de trabalhar no espaço recíproco nos leva a fazer transformações de coordenadas.

Para evitar isto, vamos utilizar o espaço direto, lembrando que a maioria das máquinas comerciais também o adotam, através do Método da Convolução.

4.3.3 - BASES MATEMÁTICAS DO MÉTODO DA CONVOLUÇÃO^(*)

Continuemos a adotar a geometria da Figura 19.

Calculemos a transformada inversa de $U(K_x, K_y)$ em (IV-15) no sistema de coordenadas polares, onde:

$$\begin{cases} x = r \cos \phi, & K_x = K \cos \theta, & K = \sin \alpha \sqrt{K_x^2 + K_y^2} \\ y = r \sin \phi, & K_y = K \sin \theta, & \theta = \arctg \left(\frac{K_y}{K_x} \right) \end{cases} \quad \text{..... (IV-23)}$$

com $0 < r < \infty$, $-\infty < K < \infty$; $0 < \phi < 2\pi$, $0 < \theta < \pi$;

$$dK_x dK_y = |K| dK d\theta \text{ e } U(K \cos \theta, K \sin \theta) = P_\theta(K)$$

Logo, com a Transformada de FOURIER inversa de (IV-15) e as substituições (IV-23), obtemos $\mu(x, y)$:

$$\mu(x, y) = \int_0^\pi d\theta \int_{-\infty}^\infty P_\theta(K) |K| \exp \left[2\pi i K r \cos(\theta - \phi) \right] dK \quad \text{(IV-24)}$$

A integral interna é a transformada inversa do produto da transformada da projeção do objeto no ângulo θ pelo termo $|K|$. Seja

(*) Um tratamento mais detalhado e bastante próximo deste que iremos desenvolver pode ser encontrado nas referências 101, 102, 103 e 104.

$q(x)$ a transformada inversa de $|K|$ que passaremos a chamar de "função" núcleo. $q(x)$ está incluída na classe das "funções generalizadas" conforme discutiremos adiante, num caso particular.

Utilizando o fato de que a Transformada de FOURIER de um produto de duas funções é igual à convolução das Transformadas de FOURIER das funções (Teorema da Convolução), então é possível escrever a integral interna de (IV-24) como:

$$g_{\theta}(s) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{\theta}(s') q(s-s') ds' \quad \dots\dots\dots (IV-25)$$

que é a função projeção lida no detetor no ângulo θ convoluída com a "função" núcleo (equivalente a fazer uma "filtragem" da projeção). A integral externa em (IV-24) é chamada de retroprojeção. Usando (IV-25) a equação (IV-24) se escreve como:

$$\mu(x,y) = \int_0^{\pi} g_{\theta} [r \cos(\theta-\phi)] d\theta \quad \dots\dots\dots (IV-26)$$

As equações (IV-25) e (IV-26) [integrais simples] podem ser escritas como somas finitas unidimensionais (pois na prática a varredura é discreta) e daí o fato de serem calculadas sucessivamente no computador, de acordo com uma precisão previamente escolhida^(*).

Voltemos à "função" $q(x)$. Para melhor compreendê-la, vamos considerá-la como o limite de uma função "bem comportada". A função $|K|e^{-\epsilon|K|}$ que se aproxima de $|K|$ quando $\epsilon \rightarrow 0$ serve como um bom exemplo. A Figura 19, mostra o esboço de seu gráfico (no espaço recíproco) assim como a sua Transformada de FOURIER (no espaço direto) para ϵ pequeno.

(*) Alguns comentários sobre os métodos de resolução numérica da convolução poderão ser encontrados na secção 4.3.4.

Figura 19 - Esboço de uma função núcleo "bem-comportada" no espaço recíproco e no espaço direto

A transformada inversa de $|K|e^{-\epsilon|K|}$ é:

$$q_{\epsilon}(x) = \frac{\epsilon^2 - (2\pi x)^2}{[\epsilon^2 + (2\pi x)^2]^2} \dots\dots\dots (IV-27)$$

Quando $x \rightarrow \infty$, $q_{\epsilon} \approx \frac{-1}{(2\pi x)^2}$. É graças à contribuição negativa de $q(x)$ que após a convolução com os dados projetados o efeito estrela ("borrão" da imagem), a que fizemos alusão na secção 4.2.3, pode ser eliminado durante a operação de retroprojeção.

Convém lembrar que, na prática, o número de projeções é limitado, pois θ e x são discretos além de que os dados coletados precisam ser armazenados no computador e posteriormente preparados para o processamento do cálculo da reconstrução da imagem. Devido a isto, duas hipóteses são comumente assumidas em relação aos dados armazenados. A primeira é que $\mu(x,y)$ é limitada por uma frequência espacial $B(\text{cm}^{-1})$ e a segunda é que os dados são coletados na frequência de NYQUIST, com um espaçamento $a = \frac{1}{2B}(\text{cm})$.

Isto nos leva a uma "função" núcleo $q(x)$ do tipo:

$$q_L(x) = \int_{-\infty}^B |K| e^{2\pi i x K} dK = 2B^2 \frac{\sin 2\pi x B}{2\pi x B} - B^2 \frac{\sin^2 \pi B x}{(\pi B x)^2}, \dots \quad (\text{IV-28})$$

que está esboçada na Figura 20.

Figura 20 - Esboço da função núcleo de LAKSHMINARAYANAN

RAMACHADRAN e LAKSHMINARAYANAN⁽¹⁰⁵⁾ foram os primeiros a discutir a "função" núcleo acima. SHEPP e LOGAN⁽¹⁰⁶⁾ e outros definiram núcleos alternativos, mas suas propriedades não diferem daquelas enunciadas até aqui.

Na próxima seção, vamos reobter os resultados principais do método da convolução, utilizando a geometria do feixe de raios em forma de leque (feixe divergente), comumente empregada nos tomógrafos de terceira geração.

4.3.4 - O MÉTODO RECONSTRUTIVO DA CONVOLUÇÃO NA GEOMETRIA DE FEIXE DIVERGENTE

HERMAN et al⁽¹⁰⁷⁾(1976) foram os primeiros autores a analisar as modificações introduzidas no algoritmo de reconstrução da imagem devido à presença do feixe divergente.

Figura 21 - Geometria do feixe em forma de leque

A partir da equação (IV-25) é possível escrever a equação (IV-26) [equações da geometria de feixes paralelos] como:

$$\mu(x, y) = \int_0^\pi \int_{-\infty}^{\infty} p_\theta(\hat{x}) q [r \cos(\theta - \phi) - \hat{x}] d\hat{x} d\theta \quad \dots\dots (IV-29)$$

Da geometria da Figura 21 é fácil escrever $\mu(x, y)$ em termos das variáveis β (ângulo de projeção. Note que não é o mesmo que θ), γ (ângulo do detetor com o feixe divergente) e ρ (distância da fonte ao centro do objeto) que caracterizam o feixe de

Raios X em forma de leque. Fazendo a devida transformação de variáveis (incluindo o cálculo do Jacobiano $\left[\frac{\partial(\hat{x}, \theta)}{\partial(\beta, \gamma)} \right] = \rho \cos \gamma$), obtemos:

$$\mu(x, y) = \int_0^\pi \int_{-\gamma_m}^{\gamma_m} p_{(\beta-\gamma)}(-\rho \sin \gamma) q \left[r \cos(\beta - \gamma - \phi) + \rho \sin \gamma \right] \times \rho \cos \gamma \, d\beta \, d\gamma \dots\dots\dots (IV-30)$$

Os limites $\pm \gamma_m$ da integral devem-se ao fato de que, na prática, o objeto a ser analisado possui um tamanho finito T, onde o máximo valor que γ adquire é: $\gamma_m = \arcsin(T/\rho)$.

O termo $p_{(\beta-\gamma)}(-\rho \sin \gamma)$ representa os dados da projeção coletados na geometria de raios paralelos. Para lembrar a geometria de feixe divergente, vamos chamá-lo de $h_\beta(\gamma)$, ou seja:

$$h_\beta(\gamma) = p_{(\beta-\gamma)}(-\rho \sin \gamma), \dots\dots\dots (IV-31)$$

que aparece multiplicado pelo fator $\rho \cos \gamma$ em (IV-30).

O argumento da "função" núcleo pode ser escrito como $r \cos(\beta - \gamma - \phi) + \rho \sin \gamma = L \sin(\gamma_0 - \gamma)$ na geometria do feixe em leque, onde L é a distância da fonte ao pixel e γ_0 é o ângulo do detetor cujo raio atravessa o par ordenado (x, y) . Vamos agora definir algumas variáveis novas que além de caracterizarem a presença da geometria de feixe divergente, tornarão a forma das equações mais simples e compacta.

Assim, seja $K' = K L \frac{\sin \gamma}{\gamma}$ e lembrando que:

$$q(x) = \int_{-\infty}^{\infty} |K| \exp(2\pi i K x) \, dK, \text{ obtemos que:}$$

$$q(L \sin \gamma) = \frac{\gamma^2}{L^2 \sin^2 \gamma} \int_{-\infty}^{\infty} |K'| \exp(2\pi i K' \gamma) \, dK' = \frac{\gamma^2}{L^2 \sin^2 \gamma} q(\gamma) \dots (IV-32)$$

Vamos também definir a "função" núcleo do feixe em forma de leque como $\hat{q}(\gamma) = \frac{\gamma^2}{\sin^2 \gamma} q(\gamma)$ e a projeção em leque para os dados coletados no ângulo γ da projeção β como $\hat{h}_\beta(\gamma) = h_\beta(\gamma) \rho \cos \gamma$. Com as transformações acima é possível finalmente escrever (IV-30) como:

$$\mu(x, y) = \int_0^\pi \frac{d\beta}{L^2} \int_{-\gamma_m}^{\gamma_m} \hat{q}(\gamma_0 - \gamma) \hat{h}_\beta(\gamma) d\gamma \dots\dots\dots (IV-33)$$

que é o algoritmo de convolução da retroprojeção como apresentado em (IV-24) ou (IV-26) [geometria de raios paralelos] com a diferença de que agora aparece o fator "peso" $\frac{1}{L^2}$ na operação de retroprojeção.

4.3.5 - ALGUNS COMENTÁRIOS FINAIS

Na prática, a resolução das equações (IV-26) ou (IV-33) envolve cálculo numérico feito em computadores digitais.

É comum aproximar $\hat{x}$ ou γ por funções degrau (pois o sistema de coleta de dados é feito através de detetores discretos) assim como as projeções nos ângulos θ ou β são tomadas por rotações também discretas.

A forma mais simples de aproximação é somar os termos discretos das operações de convolução e posteriormente de retroprojeção como expressos abaixo, para um pixel qualquer de coordenadas (x_m, y_n) :

$$\begin{cases} g_{\theta i}(\hat{x}_i) = \sum_{\theta_j} q(\hat{x}_i - \hat{x}_j) P_{\theta i}(\hat{x}_j) \Delta x, \text{ e} \\ \mu(x_m, y_n) = \sum_{\theta i} g_{\theta i}[\hat{x}(x_m, y_n, \theta_i)] \Delta \theta \dots\dots\dots (IV-34) \end{cases}$$

A vantagem do método da convolução sobre os demais métodos de reconstrução da imagem, em termos computacionais, é que simultaneamente à coleta dos $P_{\theta i}(\hat{x}_j)$, os $g_{\theta i}(\hat{x}_i)$ já são processados e em seguida armazenados um a um.

Na operação de retroprojeção, é escolhido o valor $\hat{x}_j$ mais próximo do valor real $\hat{x}$:

$$\hat{x} = \sqrt{x_m^2 + y_n^2} \cos [\theta_i - \arctg (y_n/x_m)], \quad \dots\dots\dots (IV-35)$$

que é usado para selecionar o valor de $g_{\theta i}$ que será empregado no cálculo do valor de $\mu(x_m, y_n)$.

De forma mais geral, a interpolação linear é frequentemente utilizada para calcular $g_{\theta i}(\hat{x})$, selecionando os valores de x mais próximos de $\hat{x}$ (x_j e x_{j+1}). Deste modo $g_{\theta i}(\hat{x})$ fica escrito como:

$$g_{\theta i}(\hat{x}) = g_{\theta i}(\hat{x}_j) + [g_{\theta i}(\hat{x}_{j+1}) - g_{\theta i}(\hat{x}_j)] * \left[\frac{\hat{x} - x_j}{x_{j+1} - x_j} \right] \quad (IV-36)$$

Outros tipos de interpolação também são possíveis. Dependerá do problema específico. O problema da interpolação pode ser visto mais rigorosamente em trabalhos mais recentes como por exemplo, a análise numérica feita através da interpolação splines cúbica⁽¹⁰⁸⁾.

Da mesma forma que a operação de convolução é feita com os dados projetados através da "função" núcleo (operação de filtragem dos dados coletados) a operação de interpolação também pode ser vista de modo similar. Podemos afirmar isto, porque a operação de convolução é feita no espaço direto como um produto de Transformadas de FOURIER no espaço recíproco. Assim, a operação de interpolação é equivalente a passar os dados convoluídos através de um "filtro" (a "função" núcleo)^(*).

(*) Equivale a fazer dupla filtragem dos dados coletados.

Queremos observar que as duas operações de interpolação e convolução podem ser feitas de uma só vez, definindo uma nova "função" núcleo $\tilde{q}(x)$:

$$\tilde{q}(x) = q(x) * i(x) = \int_{-\infty}^{\infty} q(x-x') i(x') dx' \quad \text{..... (IV-37)}$$

onde $i(x)$ é a função interpolação.

De forma análoga, os ruídos ou distorções existentes nos dados das projeções podem ser eliminados através de um processo de "filtragem" como o da equação (IV-37).

Como parte final deste capítulo, queremos ressaltar que os atuais desenvolvimentos existentes na confecção de instrumentos que operam na área de imagem, em especial na tomografia computadorizada, buscam aperfeiçoar a qualidade da imagem, a sua resolução, reduzir os artefatos e abaixar o custo sem perder a qualidade existente.

As medidas em tempo real despertam muito interesse prático e futuramente poderão tornar-se realidade. É o caso, por exemplo, da tomografia do coração que poderá permitir a observação das sequências do seu funcionamento, através de seu ciclo de operação.

Outras aplicações da tomografia que demonstram excepcional potencial estão na indústria de turbinas e de aviões à ja to tais como na inspecção de lâminas e discos. Também na indústria nuclear como na inspecção de soldas e barras de materiais combustíveis usados nos reatores.

Recentemente, a tomografia computadorizada também tem sido usada para medidas em amostras arqueológicas e biológicas de interesse relevante, através de minitomógrafos especialmente construídos para este fim⁽¹⁰⁹⁾.

CAPÍTULO V

TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA: UM NOVO MÉTODO PARA ESTUDOS DA FÍSICA DA ÁGUA NO SOLO

Vamos introduzir, neste capítulo, um novo método de me dida da densidade global ρ_g e do conteúdo da água no solo θ . Além disto, será possível constatar a sua extensão contribuindo para estudos estáticos, dinâmicos, tridimensionais e simultâneos des tes parâmetros trazendo, como consequência, diversas outras apli cações conforme serão relatadas no próximo capítulo.

Este novo método baseia-se na utilização da Tomografia Computadorizada, cujos fundamentos estão contidos na Teoria Re construtiva da imagem expressos no Capítulo IV, conforme a nossa descrição anterior.

A sequência a ser desenvolvida neste capítulo no que se refere a Materiais e Métodos e Resultados e Discussão seguirá a mesma que adotamos em nossas publicações^(9,10) embora com mais de talhes. Antes disso porém, faremos algumas breves observações re lativas ao Sistema de Reconstrução da Imagem (Sistema TAC) empre gado na realização da série de varreduras tomográficas que iremos apresentar nos próximos capítulos.

O Sistema TAC empregado é apropriado para fins médicos e a Figura 22 mostra um esquema típico.

Figura 22 - Esquema típico de um Sistema TAC apropriado para fins médicos, mostrando os seus vários componentes, desde a varredura da região de exame do paciente, a coleta de dados, o seu processamento até a produção final da imagem.

Na tomografia médica, um dos parâmetros de relevância é o tempo de aquisição de dados. Os fatores referentes à dose recebida pelo paciente assim como a nitidez da imagem são fundamentais. No caso da nitidez da imagem deve-se levar em conta que os movimentos do corpo como respiração, batimentos cardíacos, pulsações arteriais e outros, podem contribuir para a diminuição da sua qualidade.

Deste modo, os tomógrafos médicos procuram possuir algorítmos de reconstrução ("softwares") cada vez mais rápidos e de

maior resolução. Da mesma maneira, são introduzidas implementações no "hardware" do sistema, como modificações no conjunto de fontes, detetores e eletrônica de medida, de forma a aumentar a sua taxa de aquisição de dados. A Figura 23 ilustra estas evoluções e caracteriza as três gerações de tomógrafos existentes.

Figura 23 - São mostrados, de cima para baixo, três gerações de tomógrafos existentes. O de 1ª geração, esquematizado na parte superior da figura, utiliza-se de um único feixe de Raio X (pincel). O de 2ª geração, esquematizado na parte central, utiliza-se de um feixe de múltiplos pincéis e o de 3ª geração, utiliza-se da geometria de feixe em forma de leque (parte inferior da figura). O tempo de varredura de cada um deles, respectivamente, é de 20s, 5s e menor que 5s e também estão indicados os seus movimentos de translação e ou de rotação.

Passemos agora, a uma descrição mais específica do tomógrafo, assim como das amostras de solo utilizadas nos experimentos realizados.

5.1 - MATERIAIS E MÉTODOS

A fotografia 1 ilustra o tomógrafo General Electric CT/T8800, de terceira geração, pertencente ao Instituto de Radiologia da Universidade de Trieste (Itália), e que empregamos em nossos estudos.^(110,111)

Fotografia 1 - Tomógrafo médico GE CT/T8800, de terceira geração, empregado na série de experimentos realizados. Observe, em primeiro plano, a mesa móvel para posicionamento do paciente. Em segundo plano, pode ser vista a cavidade de exame do paciente com uma coluna de solo no seu interior, utilizada na realização de um experimento com planta.

O seu conjunto de detetores consiste de um arco de 30° que contém 523 detetores de xenônio a alta pressão. O tubo de Raios X assim como os detetores estão localizados na parte interna da cavidade de exame dos pacientes.

As características de operação do tubo são de 120KV enquanto que a intensidade da corrente pode variar entre 20 e 500 mA. A mAs depende do tempo de varredura e pode variar entre 30 mAs a 1152 mAs. Nos experimentos realizados tentamos sempre utili

zar a máxima μ As disponível pelo instrumento, conforme os parâmetros empregados (varreduras dinâmicas ou não e espessura da fatia ou secção do corte tomográfico^(*)). A abertura disponível no local onde o paciente é examinado (cavidade) é de 60cm de diâmetro. O tempo de varredura pode variar entre 5,7 a 11,5 segundos. O intervalo entre duas varreduras sucessivas é de cerca de 30 segundos podendo ser reduzido a 1 segundo quando a técnica dinâmica é empregada. A varredura dinâmica consiste de uma série de varreduras executadas na mesma posição do corte tomográfico da amostra (em tempos diferentes) ou em diferentes posições da mesma. A técnica dinâmica permite obter gráficos da variação da densidade com o tempo, do objeto em exame. As espessuras das fatias tomográficas podem ser de 1,5mm, 5mm e 10mm. Os círculos-padrões de reconstrução da imagem comumente usados para estudos do cérebro são de 25cm, enquanto que de 35cm e 42cm para estudos do corpo. O tamanho da matriz é de 320 por 320 pixels. A Figura 24 ilustra os conceitos de pixel, largura de raio, etc.

Figura 24- A figura mostra esquematicamente um plano de um corte tomográfico. Mostra-se a sua divisão em uma malha de células quadradas de lado a , que coincide com a largura do raio. Os valores dos coeficientes de atenuação lineares μ_1 , μ_2 são calculados em pontos discretos. Tais pontos são chamados células ou pixels.

(*) Não faremos distinção entre os dois termos.

O tamanho de cada pixel depende dos círculos de reconstrução da imagem (25cm, 35cm e 42cm) e é respectivamente de 0,8; 1 e 1,2mm. A dimensão do pixel pode ser ainda mais reduzida até a atingir 0,25mm através do recurso disponível neste tomógrafo chamado de reconstrução de imagem de alta resolução. O algoritmo de reconstrução (tanto o comum como o de alta resolução) atribui a cada pixel na matriz imagem o coeficiente de atenuação linear da radiação λ relativo ao volume do material do objeto representado pelo referido pixel. Esses coeficientes são convertidos em números correspondentes às unidades medidas pelo tomógrafo (Unidades Hounsfield - U.H.)^(*) antes da imagem ser vista. A escala normal de números do tomógrafo varia entre -1000 U.H. (ar) a +1000 U.H. (osso). O valor zero U.H. é atribuído à água. Caso se queira observar densidades maiores que 1000 U.H. pode-se utilizar o recurso da escala ampliada ou estendida, que permite fazer com que a escala dos números do T.C. passe a variar no intervalo de -1000 a +3000 U.H.

Passemos, de agora em diante a descrever os materiais e métodos referentes propriamente aos experimentos de água e solo em que as varreduras tomográficas foram realizadas.

Quanto às amostras de solo, trabalhamos com diversas texturas extraídas do horizonte A_p de um solo argilo-arenoso de Trieste - Itália e de um solo limo-arenoso de Barretos - Brasil^(**). Quanto ao acondicionamento das referidas amostras, utilizamos dois tipos de colunas cilíndricas de acrílico.

(*) As Unidades Hounsfield (U.H.) são definidas como:

$$U.H. = 1000 \frac{(\mu - \mu_w)}{\mu_w}$$

onde μ_w é o coeficiente de atenuação da água. Comumente é utilizada uma escala relativa onde o μ_w é tomado como nível de referência e igualado a zero (considerado como valor padrão).

(**) Conforme Urquiaga⁽¹¹²⁾, o solo argilo-arenoso de Trieste (entis solo) é constituído de minerais primários como quartzo, feldspato, mica e argila (principalmente montmorilonita). O solo limo-arenoso de Barretos é um LVAfa (Latosolo Vermelho-Amarelo fase arenosa) e é constituído de minerais secundários como a caolinita, óxidos de ferro como a goetita e a hematita, assim como óxidos de Alumínio.

Para o estudo do fluxo horizontal utilizamos seringas de 5cm de diâmetro e 20cm de comprimento e para o fluxo vertical utilizamos cilindros de 10cm de diâmetro por 30cm de altura. Algumas destas colunas verticais foram divididas ao meio (internamente) através de uma parede fina de acrílico, de forma a permitir (durante as varreduras) comparações simultâneas entre o solo seco e o solo úmido.

As colunas foram posicionadas no interior da cavidade do tomógrafo na forma mais criteriosa possível de modo a evitar artefatos. Inclusive cobrimos as amostras que se destinavam a obtenção de resultados quantitativos (por exemplo: curvas de calibração) com uma bolsa de água apropriada. Além disto, escolhemos os parâmetros como KV_p , mAs, tempo de varredura e espessura da fatia de acordo com as conveniências previamente discutidas.

O fluxo de água foi adequadamente introduzido através de diferentes formas: carga hidráulica, molhamento direto e contato de um algodão molhado.

Na obtenção das curvas de calibração do coeficiente de atenuação em U.H. em função da densidade global do solo (Figura 25), utilizamos várias amostras de densidades globais médias obtidas de solos de Barretos e Trieste, variando no intervalo de 1,10 a $1,4g/cm^3$. Calculamos previamente o valor da absorção média (U.H.) sobre a secção de corte de cada uma (como por exemplo é mostrado na Tomografia 2), em diferentes posições. Após isto, selecionamos as melhores amostras (as mais homogêneas) e realizamos novamente várias tomografias antes de construir as curvas da Figura 25.

O solo (seco ao ar) foi passado através de uma peneira de 1,0mm e posteriormente acondicionado nos cilindros de acrílico. Para a preparação das amostras de solo no que se refere ao preenchimento das colunas assim como no que se refere as suas respectivas compactações, foi adotada a metodologia padrão comumente

usada em Física de Solos (Veja por exemplo, a referência 34).

Na obtenção das curvas de calibração das U.H. em função do conteúdo da água no solo (Figura 26) utilizamos diversas amostras de solo de Trieste e Barretos uniformemente peneiradas (peneira de 1mm) e também acondicionadas nas colunas conforme a metodologia padrão. No caso do solo de Barretos escolhemos para a confecção do gráfico pelo menos três densidades globais médias calculadas a partir da Figura 25 ($\bar{\rho}_g = 1,23\text{g/cm}^3$, $\bar{\rho}_g = 1,29\text{g/cm}^3$, $\bar{\rho}_g = 1,34\text{g/cm}^3$ e $\bar{\rho}_g = 1,39\text{g/cm}^3$).

Os pontos graficados na Figura 26, são resultantes dos mesmos procedimentos realizados com a série de amostras da Figura 25. Na tomografia 2, é mostrada uma das tomografias utilizadas no cálculo do valor médio das U.H., donde as amostras não homogêneas e com artefatos, foram posteriormente eliminadas.

Na preparação de cada amostra de solo úmido, foi adicionada uma quantidade de água bem definida a um volume previamente conhecido deste solo seco ao ar. Após a observação de que o equilíbrio da água com o solo foi atingido e que a sua distribuição era uniforme (cerca de dez dias após), preparamos amostras com umidades volumétricas compreendidas no intervalo de 0% a 66,67%. No entanto, houve saturação em amostras na faixa de 40 a 50%, não sendo portanto consideradas aquelas que ultrapassaram estes valores. A operação de preparação de amostras úmidas (com umidades precisas) é relativamente delicada e exige muita atenção. É preciso introduzir a água de tal modo a evitar a formação de agregados, de rupturas, de mudanças da densidade global, etc. Sabemos que de forma mais ou menos intensa o fenômeno do "inchamento" do solo está quase sempre presente no processo de molhamento. Daí a necessidade de introdução da água no solo de forma lenta e gradativa. Além disto, quando estes efeitos ocorreram gravemente foram devidamente eliminados através da seleção das amostras.

Finalmente, cabe observar que todos os procedimentos referentes à preparação das amostras foram realizados no próprio local do experimento (Hospital). Com isto, pode ser evitada a interferência de efeitos oriundos de transporte como choques, com pactações e outros.

5.2 - RESULTADOS E DISCUSSÃO

Vamos, em seguida, apresentar os principais resultados obtidos através da série de experimentos que realizamos e ao mesmo tempo também discutí-los.

As Figuras 25 e 26 assim como as tomografias^(*) 1, 2 e 3 indicam a conveniência do uso da T.C. para a medida da densidade global e do conteúdo da água no solo. Seleccionando uma área apropriada na imagem, podemos medir diretamente a atenuação em U.H. no console do vídeo.

Depois disso a conversão de U.H. para a densidade global ou para o conteúdo de água no solo pode ser feita através das curvas de calibração das Figuras 25 e 26.

Indicadores de geometria e área variáveis como círculos (tomografia 1) ou retângulos (tomografias 2 e 3) fornecem o valor da atenuação numa dada região de interesse ("ROI BOX"). O sistema também fornece as coordenadas, a área e o desvio padrão^(**) da atenuação conforme a região de interesse escolhida.

(*) Rigorosamente, as tomografias que aparecerão nesta tese foram obtidas do console do vídeo ou de um filme radiológico e não na forma de fotografias conforme serão mostradas. No entanto, para destacar a técnica utilizada iremos propositalmente confundir, no texto, a fotografia da tomografia, com a tomografia em si.

(**) As origens do aparecimento do desvio padrão podem ser várias. No entanto, as principais advêm da não uniformidade da região de interesse e ou do seu tamanho, que produzem artefatos na reconstrução da imagem. São interferências de fenômenos como o de Gibbs (que aparece quando há interfaces de descontinuidades), como o endurecimento do feixe (regiões com maior absorção das baixas energias), etc..

Tomografia 1 - Eficiência do uso da Tomografia para distinguir a água do solo. A diferença entre duas amostras com água e sem água e os seus respectivos valores em U.H. são mostrados. Outros dados sobre as condições específicas da realização da tomografia acima estão indicados, assim como as informações do "ROI BOX" e da escala estendida.

Tomografia 2 - São mostradas quatro amostras de solo seco ao ar, de Barretos, para observações preliminares de possíveis não uniformidades, artefatos, etc. Após este procedimento, pudemos selecioná-los juntamente com outros e construir a curva de calibração das U.H. em função da densidade global ρ_g . É possível observar sobre as amostras a bolsa de água apropriada para evitar artefatos.

Figura 25 - Curva de calibração linear das Unidades Hounsfield (U.H.) em função da densidade global do solo ρ_g (massa de solo seco dividido pelo seu volume seco). A figura indica os resultados obtidos com o solo de Barretos e o solo de Trieste.

Tomografia 3 - Como na Tomografia 2 são mostradas as imagens de algumas amostras a serem selecionados para a construção da curva de calibração da Figura 26. Note a presença da bolsa de água sobre as amostras com o fim de evitar artefatos na reconstrução da imagem.

Figura 26 - Curva de calibração linear das Unidades Hounsfield (U.H.) como função do conteúdo de água no solo θ (volume de água pelo volume de solo), em porcentagem. Os valores das densidades globais médias $\bar{\rho}_g$ foram obtidos a partir da figura 25.

Na Figura 25, mostramos os resultados da curva de calibração do Sistema TAC expressos em U.H. como função da densidade global ρ_g . Encontramos uma dependência linear no caso dos solos de Barretos e Trieste, confirmando os resultados encontrados por PETROVIC et al⁽¹¹³⁾ estudando outro tipo de solo^(*). Também é possível observar que a curva de calibração depende da constituição de cada solo, como era de se esperar. Este mesmo comportamento ocorre no caso de experimentos de transmissão direta de raios - γ e

(*) PETROVIC et al utilizando um tomógrafo AS&E, Inc. CT Scanner[®] de 4ª geração estudaram amostras coletadas do horizonte Ap de um solo Metea fino (limo-arenoso) e também encontraram uma dependência linear entre U.H. e ρ_g .

sonda de neutrons.

Na Figura 26 mostramos os resultados da curva de calibração do Sistema TAC também expressos em U.H. como função do conteúdo da água no solo .

Como no caso da densidade global, encontramos uma dependência linear para os dois solos. No caso do solo de Barretos podemos ver a influência da densidade global calculada a partir da curva da Figura 25, para os seguintes valores médios: $1,23 \text{ g/cm}^3$, $1,29 \text{ g/cm}^3$ e $1,34 \text{ g/cm}^3$. As curvas são paralelas mostrando, dentro de boa concordância, que a densidade global do solo é responsável somente pela mudança do ponto de cruzamento da reta de calibração do conteúdo de água no solo, com o eixo das U.H.. Isto está em concordância com a Figura 25.

A partir destes resultados, é possível obter diretamente a densidade global e ou o conteúdo de água de uma imagem complexa de uma amostra de solo seco ou úmido cuja distribuição de partículas ou mesmo de água não precisa ser necessariamente homogênea.

Para melhor ilustrar isto, apresentamos em seguida as tabelas I e II impressas a partir de dados obtidos pelo Sistema TAC. Estas tabelas de 576 números na forma matricial (24×24) em U.H. mostram o valor médio da densidade de cada pixel, num dado instante do experimento que será mostrado na Tomografia 5. A tabela I traz a distribuição de densidades em U.H. para o solo seco enquanto que a tabela II mostra praticamente a mesma distribuição (2cm abaixo) após a introdução de água. Pode ser observado facilmente a não uniformidade das colunas de solo seco e úmido. As tabelas I e II nos fornecem o valor médio das U.H. calculado sobre toda a distribuição. Do confronto da tabela I com a tabela II (por exemplo subtração das imagens: recurso muito comum em tomografia médica) pode-se calcular, por exemplo a distribuição de água na coluna (na região da tabela). Outras varreduras, em outros

instantes podem fornecer o avanço da frente de molhamento assim como a da água como um todo no solo.

Realizamos ainda outros experimentos, inclusive dinâmicos, como aqueles mostrados nas Tomografias 4, 5 e 6.

24X24 SAMPLE FOR RUN 07527, SLICE 2																								
CENTER - X = -5.5, Y = -5.2																								
	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166
213	972	1043	1082	1082	1030	995	995	1009	975	912	866	859	863	857	845	829	824	822	800	798	841	839	849	353
214	922	939	981	1011	967	937	931	940	910	897	861	858	852	822	830	834	827	826	834	827	843	822	842	862
215	926	923	921	928	914	902	912	897	868	866	865	859	880	855	822	815	818	834	862	849	817	821	850	873
216	933	933	902	873	878	893	929	912	872	856	862	871	861	846	838	821	825	834	851	832	824	816	336	861
217	944	919	891	865	866	874	902	919	891	865	875	895	857	839	870	874	961	851	851	851	854	822	811	834
218	919	895	895	884	882	885	867	877	884	865	861	884	877	867	882	886	872	870	888	868	854	810	815	965
219	911	904	925	909	894	876	856	896	902	862	855	862	879	871	887	884	856	864	863	849	862	831	837	395
220	903	907	921	916	905	869	866	906	906	377	844	843	875	877	873	851	828	843	866	858	865	868	873	881
221	898	900	912	924	911	875	854	885	916	903	862	853	862	871	868	855	846	857	852	861	890	876	877	880
222	925	915	924	919	917	899	866	884	918	904	898	883	853	842	859	849	873	884	860	850	863	885	881	876
223	934	945	951	950	940	911	859	964	887	887	901	883	845	850	873	862	879	880	868	858	849	881	963	857
224	942	946	955	963	951	914	862	858	858	868	890	887	863	872	894	896	903	867	854	857	843	844	331	845
225	953	948	947	939	945	913	867	860	878	880	879	870	866	860	869	878	882	854	845	855	866	856	820	837
226	947	925	914	921	929	901	859	858	869	868	881	863	855	846	858	856	858	860	860	873	871	837	819	854
227	959	937	909	904	904	870	853	856	859	860	884	875	852	850	858	859	873	866	845	859	853	835	945	876
228	962	945	923	894	882	870	863	873	890	871	858	845	827	855	871	873	881	855	850	848	850	846	861	857
229	980	945	912	881	868	867	864	878	915	915	885	857	837	849	869	861	859	841	841	847	834	814	817	822
230	959	912	898	884	858	850	846	865	896	905	905	895	884	856	848	848	838	827	829	829	818	797	776	799
231	923	903	876	881	856	869	855	873	896	883	889	893	896	844	832	848	835	814	819	815	811	799	823	822
232	923	911	902	901	867	880	870	877	885	868	876	873	882	828	817	836	842	822	817	824	828	826	835	809
233	939	921	903	898	878	885	869	872	882	860	853	864	884	848	836	847	836	833	802	828	816	819	806	777
234	913	904	885	871	860	875	849	844	867	839	816	830	855	843	843	849	838	828	824	848	807	795	808	791
235	921	908	885	826	835	848	850	858	852	839	809	804	817	796	818	867	858	840	827	826	773	795	810	795
236	915	900	872	831	829	844	878	894	848	847	821	823	820	802	847	885	863	833	819	793	771	803	819	812
RUN # = 07527 SLICE # = 2 CENTER: X = -5.52 CM Y = -5.16 CM 575 VALUES: MEAN = 870.1632 STAND DEV = 41.6026																								
TABELA I - DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADES DO SOLO EM U.H. (VALOR MÉDIO DE 870,16 U.H.) DE UMA COLUNA VERTICAL (TOMOGRAFIA 5). OBSERVE A NÃO UNIFORMIDADE DA DISTRIBUIÇÃO. A TABELA TRAZ TAMBÉM, IMPRESSA, OUTRAS INFORMAÇÕES ESPECÍFICAS DO EXPERIMENTO.																								

24X24 SAMPLE FOR RUN 07527, SLICE 2																								
CENTER - X = -.5, Y = -3.2																								
	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166
188	1398	1426	1448	1421	1370	1359	1385	1402	1439	1435	1425	1421	1419	1421	1423	1403	1378	1364	1380	1413	1394	1379	1376	1347
189	1407	1422	1411	1394	1370	1366	1394	1412	1431	1408	1386	1382	1392	1388	1391	1395	1365	1348	1364	1365	1363	1382	1375	1408
190	1382	1377	1359	1360	1360	1384	1399	1410	1402	1377	1370	1373	1363	1350	1351	1368	1356	1336	1351	1348	1351	1390	1390	1398
191	1372	1348	1348	1351	1354	1381	1370	1370	1381	1349	1366	1386	1374	1379	1372	1380	1371	1333	1358	1370	1369	1369	1395	1379
192	1412	1390	1375	1372	1346	1357	1367	1380	1383	1350	1338	1340	1349	1373	1368	1366	1359	1326	1314	1348	1353	1341	1369	1366
193	1433	1421	1408	1406	1375	1354	1390	1402	1391	1376	1351	1339	1366	1388	1376	1371	1384	1343	1296	1300	1303	1302	1310	1339
194	1393	1382	1368	1403	1400	1358	1370	1399	1398	1404	1370	1352	1390	1405	1399	1404	1408	1383	1356	1350	1343	1321	1303	1281
195	1345	1339	1343	1371	1338	1365	1360	1377	1377	1374	1355	1341	1360	1378	1391	1405	1425	1399	1384	1392	1393	1361	1330	1289
196	1311	1355	1355	1359	1375	1362	1349	1361	1347	1347	1331	1312	1324	1334	1366	1401	1397	1405	1393	1406	1399	1395	1351	1320
197	1332	1359	1361	1365	1360	1357	1351	1347	1342	1348	1349	1305	1305	1315	1374	1399	1397	1402	1391	1401	1403	1402	1360	1318
198	1336	1337	1369	1389	1346	1343	1373	1369	1376	1370	1362	1347	1351	1370	1401	1413	1409	1404	1374	1402	1421	1415	1386	1317
199	1372	1375	1385	1381	1359	1342	1383	1382	1392	1396	1378	1365	1368	1385	1400	1399	1383	1399	1378	1384	1412	1429	1374	1323
200	1405	1393	1390	1370	1373	1369	1394	1406	1398	1393	1358	1368	1375	1382	1397	1393	1375	1392	1391	1380	1387	1391	1364	1314
201	1385	1395	1387	1360	1375	1380	1401	1415	1394	1381	1363	1388	1386	1381	1405	1416	1398	1399	1399	1387	1376	1377	1351	1279
202	1391	1373	1363	1355	1365	1367	1383	1384	1382	1381	1379	1389	1367	1362	1382	1379	1349	1360	1375	1371	1361	1373	1353	1265
203	1415	1369	1374	1362	1360	1370	1364	1364	1350	1340	1348	1355	1335	1347	1330	1325	1322	1330	1336	1372	1345	1335	1329	1253
204	1330	1363	1371	1368	1356	1364	1365	1347	1321	1318	1335	1337	1338	1345	1330	1323	1323	1309	1320	1331	1290	1266	1287	1193
205	1212	1314	1337	1334	1357	1383	1368	1349	1337	1329	1338	1318	1336	1367	1352	1331	1283	1248	1243	1260	1218	1183	1206	1160
206	1115	1206	1266	1312	1372	1397	1373	1365	1365	1340	1311	1302	1313	1318	1305	1257	1171	1132	1156	1191	1164	1127	1097	1066
207	1039	1098	1190	1290	1359	1384	1352	1346	1348	1324	1304	1310	1305	1247	1192	1116	1032	1031	1069	1077	1035	996	967	947
208	990	1050	1148	1270	1343	1363	1318	1289	1287	1284	1284	1271	1258	1189	1125	1044	978	937	934	922	890	874	875	871
209	1007	1095	1183	1300	1337	1307	1260	1231	1222	1214	1218	1200	1199	1164	1101	1006	919	854	844	854	811	821	861	880
210	1037	1183	1252	1293	1265	1215	1192	1188	1187	1192	1181	1162	1134	1074	994	919	864	827	828	839	812	840	865	864
211	1086	1212	1230	1199	1171	1147	1112	1109	1131	1125	1098	1050	1017	935	878	855	840	834	811	797	819	859	877	869
RUN # = 07527 SLICE # = 2																								
CENTER: X = -.52 CM Y = -3.16 CM																								
576	VALUES: MEAN = 1302.1892 STAND DEV = 143.5016																							
TABELA II - DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADES DO SOLO COM ÁGUA EM U.H. (VALOR MÉDIO DE 1302,19 U.H.) DA COLUNA VERTICAL DA TOMOGRAFIA 5. DA COMPARAÇÃO COM A TABELA I FICA EVIDENTE A PRESENÇA DA ÁGUA.

Tomografia 4 - Experimento dinâmico realizado após a introdução de água em uma coluna horizontal onde está sendo mostrada a sua área de secção (corte vertical). São mostradas dez varreduras sequenciais (curva do lado direito) em U.H. (escala absoluta) como uma função do tempo. O número 1 representa o ponto indicado na região de interesse.

Na Tomografia 4, vemos a área de secção (corte tomográfico vertical) de uma seringa horizontal com solo molhado. Fizemos várias varreduras na mesma posição em tempos diferentes (técnica dinâmica) e escolhemos um círculo para delimitar a região de interesse.

Utilizando um programa apropriado pertencente ao Sistema TAC empregado, construímos o gráfico da curva ABS SCALE (em U.H.) em função do tempo (em segundos). O número 1, colocado no interior do círculo indica, na Tomografia 4, a variação do coeficiente de atenuação ou densidade (em U.H.) com o tempo na área delimitada pelo círculo.

No lado direito, o gráfico mostra através do número 1, a sequência de varreduras realizadas. Neste experimento, o corte tomográfico ficou posicionado a 50mm da secção de entrada da água sob pressão na coluna. Isto corresponde a medir uma velocidade média da água no interior da coluna de solo da ordem de 1,6mm/s., uma vez que pela Tomografia 4 é possível observar e medir a rápida velocidade média da frente de molhamento ao atravessar a secção de corte escolhida (cerca de 30 segundos após a introdução da água). Empregamos intervalos de varredura de cerca de 5 segundos e espessura da secção de corte de 1,5mm.

Também fizemos medidas em diferentes posições e em tempo real (dinâmica) em uma coluna vertical. Neste caso para obter velocidades menores da água, um algodão molhado (embebido com água) foi colocado em contato com a extremidade superior (topo) da coluna de solo. Isto pode ser grosseiramente constatado na Tomografia 5.

Tomografia 5 - Medida espacial e em tempo real (dinâmica) feita com uma coluna vertical de solo (lado esquerdo) dividida ao meio em diferentes intervalos de tempo. A atenuação foi medida em diferentes posições mostradas pelas regiões de interesse numeradas por 1, 2, 3 e 4, de cima para baixo. Do lado direito, graficamos a variação do conteúdo de água (em U.H.) como função do tempo para as diferentes regiões.

A Tomografia 5 mostra que houve um processo de adensamento do solo localizado na base da coluna. Este efeito foi observado e medido. O seu aparecimento é devido ao emprego de um processo diferente de preenchimento da coluna. As partículas mais finas estão localizadas na base, pois o solo foi depositado através do peneiramento direto sobre a coluna e não com um funil, como ocorreu no restante dos experimentos e nos aconselha a metodologia de preenchimento de colunas. Também é possível observar com o auxílio da tabela II que a penetração da água no solo não se dá de forma uniforme, mas apresenta direções preferenciais de movimento. Da tabela I e Tomografia 5, é possível observar que nestas

regiões a distribuição de partículas não é homogênea ou é de densidade diferente (diferente porosidade). Também é interessante observar que mesmo tomando todos os cuidados possíveis na preparação de uma coluna uniforme (peneiramento do solo, preenchimento com funil, compactação através de pancadas uniformes, bem distribuídas e de mesma intensidade utilizando um martelo de borracha, etc.) isto na prática não ocorre totalmente. Este é um fato importante do ponto de vista experimental, pois no método da radiação γ supõe-se, como vimos no Capítulo III, que na medida do conteúdo da água no solo a densidade global seja uniforme e constante.

A Tomografia 5 assim como as tabelas I e II evidenciam claramente o que já havíamos constatado nas Tomografias 2 e 3 e Figuras 25 e 26: as U.H. dependem diretamente de pelo menos dois fatores quais sejam a densidade global ρ_g e o conteúdo da água no solo θ .

A Tomografia 5 foi realizada a partir de uma série de varreduras na mesma posição e em diferentes intervalos de tempo. Com isto foi possível medir a atenuação em diferentes regiões da coluna, partindo-se do topo para a base, com as regiões de interesse indicadas pelos números 1, 2, 3 e 4.

Na Tomografia 5 (lado direito), mostramos um gráfico da variação do conteúdo da água (em U.H.) como função do tempo para as diferentes regiões. A Figura 27, construída a partir destes dados, ilustra o movimento da frente de molhamento em três tempos diferentes. Com isto, reproduzimos um resultado real conforme ilustrado genericamente na Figura 2 (Capítulo II) e que nos permite calcular a difusividade hidráulica do solo num determinado instante. Embora a Figura 2 ilustre a infiltração horizontal, não se nota diferença da Figura 27. Nesta, a água foi introduzida sob pressão, anulando assim a influência do termo correspondente ao gradiente gravitacional.

Figura 27- Avanço da frente de umidade (em U.H.) da coluna vertical (lado esquerdo) da tomografia 5 em função da posição em três instantes diferentes. Os números 1, 2, 3 e 4 acima indicados também correspondem aos da tomografia 5. Compare esta figura com a equivalente Figura 2 (Capítulo II) da infiltração horizontal.

A Tomografia 6, mostrada a seguir, foi realizada para o mesmo sistema e configuração da Tomografia 5. Nela mostramos um gráfico que consideramos muito instrutivo, obtido dos dados do experimento da Tomografia 5, onde colocamos no eixo vertical as diferenças de conteúdo da água das diferentes regiões 1, 2, 3 e 4 como função do tempo.

Tomografia 6 - Com a mesma configuração descrita na tomografia 5, construímos acima o gráfico das diferenças de conteúdo de água (em U.H. - escala relativa -) das diferentes regiões 1, 2, 3 e 4 como função do tempo. Por exemplo, na região 3, podemos observar um acréscimo contínuo do conteúdo de água apresentando uma variação relativa mais drástica. Isto mostra a presença da frente de molhamento nesta região.

Na região de interesse denotada pelo número 1, o conteúdo de água torna-se constante (há saturação) rapidamente (num tempo da ordem de 15 segundos). Na região 2, podemos ver heterogeneidades mas o valor médio do conteúdo de água aumenta com o tempo e atinge um valor médio intermediário. Na região 3 há um crescimento contínuo do conteúdo da água com uma variação relativa mais drástica, indicando claramente que a frente de molhamento está atravessando esta região (isto também pode ser visto nas tomografias 5 ou 6, lado esquerdo). Finalmente, como na região 1, que atingiu um valor praticamente constante (e portanto com variação nula), a região 4 ainda não recebeu água e portanto a variação do seu conteúdo de água ou coeficiente de atenuação é também praticamente nula.

CAPÍTULO VI

OUTROS RESULTADOS DA TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA POSSÍVEIS DE SEREM APLICADOS EM ESTUDOS DO SISTEMA ÁGUA - SOLO - PLANTA

Pretendemos, através deste capítulo, acrescentar ao anterior alguns resultados que obtivemos da aplicação da T.C. ao sistema água - solo - planta.

É nossa intenção apresentar os resultados de forma qualitativa, acrescido de alguns comentários conforme as conveniências, sem no entanto entrar na análise quantitativa dos mesmos.

Queremos mostrar o potencial do novo método introduzido no Capítulo V, evidenciando as grandes possibilidades de sua utilização na obtenção de novos resultados (que até então não eram possíveis) em áreas como a da Ciência do Solo, da Física da Água no Solo, da Fisiologia Vegetal e outras afins.

Essas novas possibilidades são consequências das peculiaridades deste novo método. É o caso da reconstrução bi e tridimensional da imagem do objeto (como a do solo, a da água, a da semente, a da raiz, etc.), das medidas absolutas e relativas da densidade global e da umidade do solo com o tempo, da detecção de inhomogeneidades, e assim por diante. Além disto, recursos como a técnica dinâmica e a ampliação da resolução da imagem (escala estendida) poderão ser, em seguida observadas.

6.1 - INFILTRAÇÃO VERTICAL: EFEITO DA COMPACTAÇÃO E DA UMIDADE DO SOLO

Tem sido comum⁽¹¹²⁾ constatar a compactação dos solos a grícolas submetidos a intensa mecanização agrícola. Este problema cresce em relevância na mesma proporção em que a agricultura se moderniza e passa a depender cada vez mais do trabalho das máqui

nas. É sabido que a compactação do solo, mesmo que seja somente dos primeiros centímetros de sua camada superior, acarreta alterações muito importantes do ponto de vista das suas propriedades hidráulico-mecânicas (erosão, aeração, capacidade de retenção da água, velocidade de infiltração, drenagem, etc.). Do ponto de vista da planta as consequências decorrentes podem ser muito graves no que se refere aos aspectos do seu crescimento, da sua fixação, do desenvolvimento de suas raízes, e das deficiências nutricionais afetando diretamente a produção final^(*).

Ainda mais, com a ampliação das práticas culturais que se utilizam da irrigação ou mesmo da drenagem, não somente o efeito da compactação torna-se relevante, mas também, com cada vez mais frequência, o efeito do molhamento inicial do solo. A Figura 4 (capítulo II) ilustra este último efeito na taxa de infiltração da água no solo, numa situação genérica.

Estes dois efeitos alteram a velocidade de infiltração da água no solo assim como a velocidade da frente de umidade (tanto a da água natural da chuva como a da água administrada artificialmente através da irrigação). Essas alterações poderão ser verificadas observando os resultados das tabelas III e IV juntamente com as Tomografias 7,8 e 9, realizadas em condições de laboratório e que passamos a apresentar.

(*) A título de informação queremos observar que conforme a referência 114, foi iniciada, em 1982, na Universidade de Purdue (EUA) uma pesquisa para identificar os efeitos da compactação de superfície no desenvolvimento e na produção do milho cultivado após a soja. A compactação do solo nas parcelas do tratamento foi causada por dezesseis passagens de um grande trator de tração dupla. Após esta operação, as parcelas foram aradas, gradeadas e semeadas. A parcela compactada, comparada com outras não-compactadas, mostrou uma redução na altura da planta (de 20 a 30%) levando a uma diferença de 1883Kg/ha na produção final. Os solos compactados produziram 8161Kg/ha e os solos não compactados produziram 10.044Kg/ha. Foi constatada também que a compactação apresentou variação no grau de dano, ao longo da mesma cultura de milho causando a chamada "síndrome do milho alto - milho baixo". Já foi também constatado que durante as operações de colheita, realizadas com o solo úmido, muitos agricultores criam problemas de compactação similares a estes da experimentação.

24X24 SAMPLE FOR RUN 13039, SLICE 1																										
CENTER - X = -5.0, Y = 2.8																										
	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127		
124	1539	1543	1541	1545	1530	1554	1626	1645	1635	1602	1633	1589	1572	1592	1568	1582	1591	1546	1572	1561	1573	1566	1564	1522		
125	1442	1438	1471	1508	1474	1506	1561	1561	1538	1530	1605	1556	1553	1565	1546	1539	1551	1523	1548	1538	1534	1483	1492	1499		
126	1420	1388	1413	1417	1383	1444	1507	1495	1448	1440	1539	1526	1543	1568	1546	1526	1543	1513	1507	1500	1496	1458	1493	1460		
127	1423	1372	1367	1389	1329	1325	1356	1359	1385	1397	1428	1447	1454	1499	1515	1477	1490	1446	1466	1494	1467	1419	1433	1385		
128	1390	1413	1412	1441	1312	1271	1292	1273	1316	1349	1381	1389	1376	1403	1426	1384	1429	1454	1424	1374	1340	1386	1399	1380		
129	1341	1385	1440	1446	1345	1287	1236	1217	1269	1316	1335	1352	1293	1308	1334	1345	1414	1477	1433	1337	1310	1378	1392	1385		
130	1340	1309	1382	1379	1351	1313	1307	1266	1249	1287	1276	1280	1285	1308	1310	1363	1384	1346	1379	1354	1330	1344	1345	1366		
131	1358	1262	1317	1357	1356	1353	1375	1364	1371	1381	1324	1358	1372	1360	1363	1359	1354	1319	1372	1366	1354	1323	1319	1340		
132	1369	1314	1352	1341	1288	1317	1343	1349	1370	1373	1370	1365	1387	1412	1411	1373	1390	1381	1368	1381	1381	1342	1332	1297		
133	1321	1297	1336	1360	1303	1314	1330	1348	1389	1366	1386	1352	1370	1369	1371	1366	1390	1345	1337	1349	1304	1281	1292	1290		
134	1366	1361	1320	1328	1285	1355	1355	1310	1350	1383	1374	1315	1401	1417	1379	1379	1387	1332	1302	1341	1336	1319	1299	1262		
135	1336	1358	1344	1349	1282	1310	1340	1314	1309	1331	1361	1313	1332	1384	1329	1307	1314	1279	1283	1310	1278	1300	1316	1263		
136	1257	1239	1222	1320	1326	1281	1314	1312	1287	1280	1297	1307	1306	1297	1306	1287	1257	1245	1294	1307	1266	1260	1276	1247		
137	1277	1248	1183	1275	1293	1235	1280	1299	1295	1271	1251	1254	1295	1306	1314	1280	1247	1230	1294	1256	1261	1265	1203	1175		
138	1253	1314	1270	1286	1278	1203	1260	1289	1262	1247	1245	1260	1228	1254	1310	1264	1254	1223	1265	1194	1202	1239	1192	1182		
139	1194	1263	1268	1283	1274	1186	1233	1284	1225	1204	1238	1305	1221	1197	1222	1225	1236	1215	1231	1197	1198	1201	1166	1236		
140	1203	1257	1276	1310	1303	1266	1284	1257	1279	1242	1217	1293	1229	1220	1175	1189	1232	1210	1208	1217	1212	1158	1111	1174		
141	1207	1221	1270	1299	1263	1269	1303	1247	1283	1276	1223	1245	1226	1202	1206	1166	1207	1183	1195	1236	1181	1165	1162	1199		
142	1205	1191	1246	1297	1218	1191	1262	1214	1246	1299	1242	1248	1239	1191	1204	1154	1209	1172	1200	1209	1137	1137	1167	1164		
143	1206	1208	1257	1325	1247	1185	1215	1164	1178	1229	1213	1210	1214	1201	1215	1153	1201	1120	1143	1204	1122	1082	1113	1089		
144	1162	1146	1183	1266	1263	1235	1203	1158	1176	1236	1211	1210	1167	1183	1217	1183	1194	1128	1131	1179	1137	1110	1127	1101		
145	1195	1150	1111	1163	1208	1209	1183	1183	1188	1235	1194	1206	1145	1132	1133	1152	1176	1155	1126	1063	1018	1053	1037	1004		
146	1214	1179	1121	1058	1143	1186	1172	1208	1174	1221	1181	1215	1149	1140	1068	1076	1064	1069	1051	983	876	859	891	914		
147	1169	1200	1211	1092	1178	1209	1143	1165	1160	1206	1159	1206	1192	1214	1132	1151	1101	1063	1030	978	903	816	810	913		

RUN # = 13039 SLICE # = 1
 CENTER: X = -5.01 CM Y = 2.81 CM
 576 VALUES: MEAN = 1298.2113 STAND DEV = 132.9252

TABELA III - LISTAGEM DA DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE, EM U.H., DA SUPERFÍCIE DA COLUNA ESQUERDA (COMPACTADA) MOSTRADA NA TOMOGRAFIA 7, CON TENDO SOLO DE BARRETOS, SECO AO AR.

24X24 SAMPLE FOR RUN 13039, SLICE 1																									
CENTER - X = 6.0, Y = 3.1																									
	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	
121	1237	1274	1282	1325	1290	1315	1289	1293	1289	1297	1328	1312	1363	1339	1301	1308	1327	1290	1326	1294	1272	1278	1263	1264	
122	1252	1220	1236	1301	1244	1283	1298	1286	1299	1303	1351	1303	1324	1348	1284	1296	1349	1283	1308	1254	1236	1219	1214	1209	
123	1180	1126	1117	1176	1133	1151	1198	1200	1203	1249	1282	1207	1281	1301	1222	1212	1255	1199	1232	1152	1173	1144	1124	1179	
124	1115	1035	927	981	909	879	958	1019	1038	1065	1111	1092	1140	1094	1091	1102	1129	1112	1099	1019	1104	1030	1029	1106	
125	1193	1092	894	845	788	837	824	855	926	969	1045	1002	981	968	1012	1059	1088	1077	1066	1008	1083	1012	977	980	
126	1195	1163	1029	893	779	835	789	820	912	939	1023	976	985	1000	1036	1068	1087	1094	1034	997	1038	964	920	926	
127	1149	1158	1145	1086	966	925	807	807	863	859	978	1033	1032	1038	1112	1086	1034	1090	1016	957	975	850	856	944	
128	1153	1136	1132	1161	1100	1043	852	728	795	859	944	927	938	997	1041	1017	960	1045	958	954	980	844	921	1023	
129	1114	1116	1125	1163	1100	1067	977	802	816	833	846	823	853	882	919	945	907	956	910	975	981	989	1119	1132	
130	1058	1077	1103	1112	1104	1120	1156	1044	917	798	740	770	800	836	899	926	888	924	941	1032	1050	1095	1132	1106	
131	1054	1051	1080	1054	1112	1117	1197	1157	1069	993	925	939	854	855	956	1028	982	1007	1064	1093	1060	1111	1074	1088	
132	1119	1054	1068	1035	1076	1105	1140	1129	1080	1118	1141	1131	1041	1013	1103	1121	1065	1071	1128	1126	1084	1127	1069	1066	
133	1117	1036	1058	1039	1075	1118	1102	1115	1090	1110	1206	1134	1103	1115	1142	1133	1070	1073	1137	1071	1063	1091	1052	1071	
134	1091	1041	1079	1080	1112	1110	1073	1116	1144	1123	1177	1125	1131	1116	1097	1078	1087	1098	1140	1111	1063	1139	1080	1084	
135	1094	1084	1081	1071	1069	1110	1119	1133	1168	1132	1121	1138	1139	1135	1091	1141	1126	1094	1165	1165	1119	1171	1065	1116	
136	1101	1084	1045	1038	1060	1128	1108	1100	1158	1143	1121	1147	1140	1179	1132	1164	1109	1128	1184	1162	1117	1204	1093	1147	
137	1040	1086	1042	1047	1084	1098	1055	1075	1121	1132	1099	1165	1134	1131	1129	1170	1139	1159	1174	1136	1133	1204	1082	1124	
138	1020	1035	1024	1049	1052	1103	1068	1090	1126	1122	1093	1171	1119	1080	1138	1185	1115	1137	1141	1136	1163	1150	1043	1118	
139	980	1012	999	1003	1051	1090	1053	1089	1119	1098	1094	1131	1124	1080	1144	1160	1113	1142	1121	1123	1143	1120	1095	1096	
140	973	1035	1012	1004	1050	1085	1058	1083	1099	1061	1079	1100	1081	1046	1140	1169	1132	1136	1089	1051	1069	1068	1051	1023	
141	941	989	1023	1033	1049	1073	1069	1039	1065	1029	1067	1108	1063	1037	1127	1131	1097	1128	1051	979	930	968	987	895	
142	914	972	1011	1021	1058	1050	1085	1021	1058	1028	1050	1113	1047	1074	1109	1132	1073	1056	1046	997	943	926	858	746	
143	939	957	962	981	1057	1010	1032	1049	1065	1028	1077	1114	1053	1115	1086	1083	992	1001	1014	976	933	888	780	805	
144	892	893	970	1028	1065	1012	1031	1075	1043	1030	1113	1034	1058	1088	967	982	907	865	828	851	903	941	962	1025	
RUN # = 13039 SLICE # = 1 CENTER: X = 6.00 CM Y = 3.14 CM 576 VALJES: MEAN = 1071.1563 STAND DEV = 115.4299																									
TABELA IV - LISTAGEM DA DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE, EM U.H., DA SUPERFÍCIE DA COLUNA DO LADO DIREITO (NÃO COMPACTADA) MOSTRADA NA TOMOGRAFIA 7, DO SOLO DE BARRETOS, SECO AO AR.

Tomografia 7 - As duas colunas são retangulares com dimensões de 25cm^2 de base e 14cm de altura de solo de Barretos. A coluna do lado esquerdo (leitor) foi compactada na superfície (ver tabelas III e IV). Foram simultaneamente distribuídos 40 ml de água em cada coluna. O gráfico permite observar a distribuição vertical da água, nos primeiros 660 segundos, através das regiões de interesse 1, 2 e 3 da coluna compactada e 4, 5 e 6 da coluna não compactada.

As tabelas III e IV listam a distribuição da densidade do solo seco ao ar (em U.H.) dos primeiros milímetros da camada superior das duas colunas mostradas na Tomografia 7. Pode-se ver a diferença sensível entre as colunas com suas densidades médias na região de interesse iguais a 1298,2 U.H. e 1071,16 U.H., simulando com isto uma coluna compactada na superfície.

Do experimento, foi possível distinguir diferenças nas velocidades de infiltração do solo compactado em comparação com o solo não compactado. Neste último, a velocidade de infiltração é maior, o que era de se esperar, pois o número de poros disponíveis na camada superior é maior. Da Tomografia 7, praticamente não se nota uma diferença sensível na velocidade média da frente de molhamento (compare as curvas 2 e 5 do gráfico). É preciso considerar aqui vários fatores que estão intervindo, para podermos compreender o resultado. Se por um lado a velocidade de infiltra

ção da coluna não compactada é maior, por outro lado a duração da carga hidráulica (peso da coluna de água sobre o solo) é menor. Deste modo um efeito está compensando o outro. Deve-se levar em conta também que as duas colunas encontravam-se inicialmente secas antes da distribuição de 40ml de água sobre cada uma delas. Logo, o gradiente de umidade (força de difusão) pode estar prevalecendo sobre os outros efeitos (carga hidráulica e compactação).

Deve-se considerar também o efeito da não-uniformidade das colunas, principalmente a não compactada (é visível na tomografia 7), o que pode estar também alterando as áreas de capilaridade disponíveis.

As diferenças entre as curvas 1 e 4 advêm de pelo menos dois fatores importantes: diferença de densidade e de conteúdo de água no solo, nas regiões 1 e 4.

No caso da coluna compactada a sua densidade na superfície é maior, o que por sua vez leva a uma menor porosidade. Logo o solo satura com umidade menor do que com o solo de porosidade maior (não compactado).

As tabelas III e IV assim como a Tomografia 7 possuem o objetivo de exemplificar, em um caso simples, as complexidades envolvidas na interpretação de resultados do movimento da água no solo. Principalmente quando o método ou a técnica disponível é suficientemente sensível aos vários fatores que governam tal movimento.

Desta forma, a Tomografia Computadorizada poderá trazer resultados e interpretações interessantes e mais realísticas, utilizando-se dos recursos disponíveis desta técnica e do controle das variáveis que porventura possam mascarar os efeitos que queremos observar.

A Tomografia 8 mostra as duas colunas da Tomografia 7 acompanhadas de mais uma construída nas mesmas condições mas de densidade média um pouco menor (em torno de 590 U.H. na cama da superior).

Tomografia 8 - Distribuição vertical da água no solo em três colunas onde as duas primeiras da esquerda para a direita já estavam molhadas (conforme revela a Tomografia 7). A primeira coluna da esquerda está compactada na superfície e a terceira recebeu água pela primeira vez. Foram distribuídos simultaneamente 40ml de água nas três colunas, que contém a mesma massa de solo. São visíveis as diferenças devido a compactação e ao molhamento inicial.

As curvas 2, 5 e 8 evidenciam os efeitos mostrados na Tomografia 7 (efeitos de compactação) assim como a influência do molhamento inicial. É bastante clara a diferença entre as curvas 2 e 5 quanto ao avanço da frente de molhamento. Esta se move mais rapidamente em 5 do que em 2. Por sua vez a água ainda não chegou em 8 (isto pode ser visto tanto pelo gráfico como pela tomografia observando o contraste claro e escuro na primeira coluna da direita). Isto era de se esperar pois como o solo encontrava-se inicialmente seco, o número de poros disponíveis era maior do que nos outros dois casos (anteriormente molhados) em que os poros já se encontravam parcialmente preenchidos. O resultado é bastante parecido com o do avanço da frente de molhamento da água num solo arenoso (número menor de microporos) quando comparado a um argiloso (número maior de microporos).

No entanto, a velocidade de infiltração é maior no solo inicialmente seco, desaparecendo rapidamente com isto a componente de carga hidráulica.

As curvas 3 e 6 mostram que nesta região as duas primeiras colunas da esquerda para a direita possuem a mesma densidade e por sua vez são maiores que a da região 9. As curvas 8 e 9, por outro lado, demonstram não haver grandes diferenças de densidade entre o meio e a base da terceira coluna, demonstrando ainda que a água não chegou na região 8 nos primeiros 660 segundos de observação.

Tomografia 9 - São mostradas as mesmas colunas na situação da tomografia 8, com A, B e C indicando as posições das regiões de interesse. No gráfico mostra-se também a variação relativa da densidade em U.H. com o tempo. B e C praticamente não mudaram durante o tempo de observação (a água ainda não atingiu estas regiões), enquanto que a região A está perdendo água.

A tomografia 9 traz uma escala relativa onde os efeitos da compactação e do molhamento inicial são explicitados. A velocidade da frente de molhamento da coluna que possui a letra C (compactada) é menor que a da coluna que possui a letra B (não compactada) assim como a região da letra A está perdendo água rapidamente. Neste caso, o termo de gradiente de umidade prevalece. É também bastante sensível a diferença entre as curvas B-C e A, onde em 660 segundos houve uma variação de densidade da ordem de 70 U.H..

6.2 - SIMULAÇÃO DINÂMICA E TRIDIMENSIONAL DE IRRIGAÇÃO POR GOTEJAMENTO EM UMA COLUNA DE SOLO

A exemplo da secção 6.1, a irrigação por gotejamento possui um enorme interesse prático. No entanto, pouco se conhece do ponto de vista teórico sobre a solução analítica da Equação de Darcy em três dimensões, principalmente considerando as condições de contorno específicas desta situação (um elemento complicador importante é a fonte de água discreta)^(*). Do ponto de vista experimental, as técnicas usuais empregadas em Física de Solos, como por exemplo a da radiação γ (estudada no Capítulo III), não permitem acompanhar tridimensionalmente a frente de umidade, nem mesmo em duas dimensões (plano horizontal). Devido a estas limitações é que apresentaremos em seguida algumas tomografias, gráficos e planos de corte, que poderão fornecer uma nova contribuição neste importante estudo^(**).

(*) No capítulo II discutimos alguns aspectos da infiltração da água no solo em uma dimensão e pudemos constatar o grau de dificuldade inerente, mesmo sob condições de contorno apropriadas. A solução da Equação de Darcy, em duas ou três dimensões, no caso geral torna-se praticamente impossível.

(**) Reproduzimos, em seguida, alguns trechos da referência 115, que relata alguns resultados preliminares da pesquisa sobre irrigação por gotejamento iniciada no Instituto Agrônomo de Campinas, em 1982 e que contribui para fundamentar o que afirmamos nesta secção: "Um dos métodos de irrigação mais auspiciosos surgidos nestes últimos anos foi o do gotejo, que propicia economia de material, de mão-de-obra e de água, o que constitui a razão de sua grande aceitação por parte de técnicos e agricultores. A elaboração de projetos de irrigação por gotejo não é muito simples. Depende do conhecimento de dados locais, principalmente os relacionados com a qualidade da água, tipo de solo, evaporação de superfície livre de água, distribuição desta no solo, bem como do sistema radicular da planta. Esses dados são indispensáveis para calcular o número e a vazão dos gotejadores. Tratando-se de sistema que trabalha com pequena vazão e baixa pressão e que umedece apenas parte (25 a 40%) do sistema radicular da planta, necessita um dimensionamento cuidadoso para ser bem sucedido." Ainda mais: "Mesmo Israel e Austrália, que empregam o método há alguns anos, desenvolvem numerosas pesquisas a respeito, para confirmação dos resultados que vem sendo obtidos. Não obstante o enorme interesse que esse método tem despertado em diversos países, como Israel, Austrália, Estados Unidos, México, África, Brasil, etc., verifica-se escassez de resultados experimentais para orientar os trabalhos."

As tomografias 10, 11, 12, 13 e 14 ilustram melhor o que estamos afirmando.

Tomografia 10 - Coluna cilíndrica de 7,5cm de altura de solo de Barretos e que possui 8,3cm de diâmetro interno sendo submetida a gotejamento de fluxo de água constante e igual a 4,8cm³/min. É possível observar, a partir dos pontos 1, 2 e 3 indicados, a distribuição da água no plano horizontal em função do tempo, medidas em U.H. e segundo. Note que a água caminha preferencialmente mais para a região 3 do que para a região 2.

Tomografia 11 - Corte coronal da coluna de solo mostrada na tomografia 10, na posição indicada acima. Pode-se observar e medir a distribuição de água em uma secção do plano horizontal. Está indicada uma medida da densidade (em U.H.) do retângulo assinalado (1217,43 U.H.). Confirma-se a preferência da água movimentar-se mais para a esquerda (leitor) do que para a direita (respectivamente posições 3 e 2 da tomografia anterior).

Tomografia 12 - Corte sagital da coluna de solo mostrada na tomografia 10, na posição indicada. Observe a distribuição da água em uma secção do plano vertical [1]. É possível ver acima detalhes como um corte do pequeno buraco produzido pelo choque das gotas de água sobre o solo.

Tomografia 13 - Reconstrução tridimensional da imagem do escoamento da água no solo, simulando irrigação por gotejamento, vista de baixo para cima (infiltração horizontal e vertical da frente de molhamento). Pode-se verificar detalhadamente os contornos (fronteiras) da água no solo.

Tomografia 14 - Outra vista tridimensional, sob outro ângulo, do experimento de simulação de irrigação por gotejamento. Consegue-se assim observar detalhadamente o avanço da frente de molhamento para qualquer ângulo, plano ou posição num dado instante de tempo, em função do interesse do observador.

As imagens tomográficas que apresentamos permitem observar, com riqueza de detalhes, a presença de direções preferenciais do movimento da água no solo. Isto certamente ocorre devido a não existência de uniformidades do solo como diferentes densidades, compactações, condutibilidades hidráulicas além de possíveis buracos ou mesmo maior ou menor dificuldade em remover o ar dos poros de modo a poder penetrá-los.

A Figura 3 ou mesmo 4 do Capítulo II, comparadas com os resultados desta seção, evidenciam a distância que existe entre o escoamento real da água no solo (escoamento tridimensional e irregular) do escoamento previsto por modelos unidimensionais ou mesmo bidimensionais^(116,117).

As técnicas experimentais de transmissão direta atualmente existentes também não permitem obter os resultados que acabamos de mostrar^(118,119).

6.3 - MÉTODO NÃO-DESTRUTIVO DE OBSERVAÇÃO DINÂMICA E BIDIMENSIONAL DA GERMINAÇÃO E CRESCIMENTO DE UMA SEMENTE ASSIM COMO DA ABSORÇÃO DE ÁGUA PELAS RAÍZES

A exemplo das seções anteriores, aqui também a aplicação da tomografia computadorizada a estudos dos processos físicos e químicos envolvidos na germinação de uma semente, no crescimento radicular de uma planta, na evapotranspiração (equivalente a um potencial matricial) também poderão fornecer subsídios que permitam observar novos resultados nos diferentes campos da Física de Solos, da Nutrição de Plantas, da Morfogenia e da Fisiologia Vegetal.

O fato do método ser não-destrutivo traz vantagens, possibilitando estudos que envolvem, por exemplo, a seleção genética de melhores sementes e plantas, estudos de estatística de germinação, crescimento de nódulos na leguminosas e evapotranspiração^(*).

A seguir apresentamos alguns resultados obtidos.

(*) Conforme entendimentos preliminares (seminário realizado) que mantivemos com o CENARGEN (Centro Nacional de Recursos Genéticos) da EMBRAPA - Brasília, será possível aplicar o método da Tomografia Computadorizada a estes estudos. Neste sentido, estamos organizando um trabalho de cooperação conjunta, que deverá iniciar-se brevemente.

Tomografia 15 - Vista tomográfica de uma coluna cilíndrica de solo de Barretos de 25cm de altura e diâmetro interno de 5,7cm contendo um grão de milho no seu interior antes da germinação. Observe a presença de inhomogeneidades na distribuição de densidade da coluna, assim como a presença de água no topo e na base da mesma.

Tomografia 16 - Vista tomográfica de outro grão de milho visto de outro ângulo onde o recurso da ampliação da imagem foi usado, permitindo observar maiores detalhes na região da semente.

Tomografia 17 - Vista tomográfica bidimensional da semente anterior (tomografia 16) já germinada, onde podem claramente ser observadas e medidas a unidade do solo (1112,38 U.H.), a densidade das raízes (819 U.H. e 870 U.H.), a densidade da semente (115,53 U.H. e -186 U.H.), assim como a da planta (482 U.H.). Como nas tomografias anteriores, pode ser notada a presença de inhomogeneidades. Medidas periódicas das densidades (do solo, da semente, das raízes) na mesma posição ou em diferentes ângulos permitem acompanhar detalhadamente a germinação da semente, o desenvolvimento das raízes, assim como o seu processo de absorção de água e nutrientes, a distribuição e redistribuição de água na coluna...

As tomografias mostradas estão em duas dimensões. No entanto, uma visão tridimensional e temporal também é possível. Isto pode ser feito através do programa apropriado do computador de reconstrução de imagem tridimensional usando a técnica dinâmica de medida (a exemplo das tomografias 13 e 14) ou mesmo através de várias tomografias bidimensionais em diferentes ângulos e tempos.

Finalmente, é interessante observar que medidas periódicas da região da semente nos mostraram que do início até o final do processo de germinação a densidade média da semente passou de um valor de 267,90 U.H. para -15,97 U.H., com uma variação do desvio padrão de 102,86 para 212,92 respectivamente. Após a germinação a semente passou a apresentar pelo menos duas regiões distintas: uma clara, de densidade média igual a 115,53 U.H. e outra escura, de densidade média igual -186,04 U.H.. Sabemos que valores negativos das U.H. significam a presença do ar. Deste modo tudo evidencia que o processo de germinação da semente se realiza a partir do maior consumo de nutrientes de uma dada região da semente, restando no final um buraco com ar. O alto valor do desvio padrão (maior que o valor da própria medida) é uma demonstração da alta não uniformidade da região medida, o que seria o caso da presença de um buraco com ar. Maiores estudos neste sentido são requeridos antes de quaisquer conclusões. No entanto, fica evidenciada a possibilidade de maiores investigações locais, bi ou tridimensionais, dinâmicas e não destrutivas de uma dada região de interesse através dessa nova técnica introduzida.

CAPÍTULO VII

ALGUNS COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES FINAIS

Apresentaremos, a seguir, como parte final deste trabalho, alguns comentários e conclusões que consideramos pertinentes.

O Capítulo II nos permitiu formalizar o problema do movimento da água no solo através da Equação de Darcy (II-3), acoplada à equação da continuidade (II-4).

Aplicamos o resultado a duas situações de interesse, quais sejam, o estudo da infiltração horizontal (II-13) e da infiltração vertical (II-24). Mostramos, dentre outras coisas, a impossibilidade de resolvê-las analiticamente no caso mais geral, mesmo considerando condições iniciais e de contorno apropriadas como expressam respectivamente as equações (II-14) e (II-22). A razão da impossibilidade de solução analítica geral encontra-se na natureza altamente não-linear da Equação de Darcy, onde a condutividade e a difusividade hidráulica, relacionadas pela equação (II-11), desempenham um papel decisivo.

O cálculo da condutividade ou da difusividade propiciam importantes resultados a respeito do fluxo da água no solo, do avanço da frente de molhamento e outros que podem ser vistos no Capítulo II.

Fizemos referência a alguns métodos numéricos de solução, inclusive recentes como é o caso daqueles citados nas referências 36 e 37. Os resultados obtidos advêm de modelos, que na maioria das vezes, baseiam-se em hipóteses que simplificam drasticamente o movimento real da água no solo. Tais modelos, em geral, são unidimensionais e consideram o solo como um meio poroso homogêneo e uniforme, o que nem sempre pode ser considerado verdadeiro.

Os cálculos da difusividade hidráulica (II-21), em geral, são feitos com o auxílio de medidas experimentais conforme a Figura 2 nos ilustra num caso genérico.

Desta forma foi imprescindível discutir no Capítulo III os métodos experimentais existentes de medidas como a da densidade global, como a do conteúdo da água no solo, como a da velocidade da frente de molhamento e assim por diante.

O método da transmissão direta de raios γ — tanto o de feixe monoenergético como o de feixe de dupla energia — destaca-se em relação ao gravimétrico e ao TDR (método bastante recente), apresentados.

Mesmo assim é preciso considerar uma série de limitações atinentes. Destacamos, como principais, as seguintes:

- a) as medidas são unidimensionais [ainda assim, o valor calculado é uma média sobre o percurso do feixe, não permitindo observar variações pontuais ou segmentares (heterogeneidades) sobre este];
- b) não é sensível à medida de velocidades altas como no caso da infiltração vertical da água em solos de alta condutividade hidráulica (É o caso, por exemplo, da infiltração vertical da água em uma areia grossa, com penetração de 70cm de água em 20 minutos⁽³⁴⁾). Isto dificulta ou mesmo impede estudos dinâmicos.
- c) supõe que a densidade global é constante quando o feixe de raios γ monoenergéticos é utilizado (o que não é verdade, como por exemplo, no caso de solos com argilas expansivas^(46,47), além da dificuldade de colimação ou como no caso de dupla energia, pouca disponibilidade de fontes adequadas. No último caso a situação é mais difícil pois os "picos" da radiação γ precisam ser bastante

distintos para evitar interferência na medida dos detetores. Além do mais os erros ocorridos na medida da densidade global são transferidos para a medida do conteúdo da água no solo e vice-versa, podendo comprometer a precisão das medidas.

O novo método proposto no Capítulo V e aplicado no Capítulo VI, faz uso da Tomografia Computadorizada cujos fundamentos foram enunciados no Capítulo IV. Mostramos que o método da tomografia — em concordância com outros resultados independentes^{(113,120)(§)}, além de permitir a medida dos parâmetros anteriormente citados traz outras vantagens com contribuições novas, antes inviáveis de serem alcançadas. É o caso de estudos não destrutivos, dinâmicos, bi e tridimensionais, de sensibilidade a heterogeneidades do solo e da distribuição da água, conforme pode ser visto nos capítulos citados.

No entanto, antes de enunciar as principais conclusões obtidas, queremos fazer algumas considerações a respeito da instrumentação utilizada.

Um ponto, em princípio criticável, é o de que o tomógrafo médico é um instrumento muito caro e portanto inacessível às pesquisas na área de Física da Água no Solo ou outras em que o método pode ser útil.

Admitindo esta verdade, temos dois pontos a ponderar. O primeiro é que os grandes hospitais possuem pelo menos um destes aparelhos com horário ocioso, principalmente à noite.

A ampliação do uso do tomógrafo como para os fins referidos nesta tese, pode contribuir para diminuir o seu custo hora/atividade. Esta é uma possibilidade que consideramos como concreta e real.

Outro ponto a considerar, é que os estudos da Física da Água no Solo ou afins, não exigem um instrumento do porte de um tomógrafo médico. Um instrumento dedicado, muito mais simples e acessível pode ser desenvolvido (Veja o Apêndice, Figuras 28 e 29). No caso da tomografia médica, conforme já discutimos nos Capítulos IV e V, restrições como a dose de radiação a ser ministrada ao paciente impõem limitações nas condições de operação do tubo de R-X como KV e mAs. O movimento e o posicionamento do paciente também limitam o tempo de aquisição de dados, assim como o seu "design" e funcionamento. O fato da reconstrução da imagem ser feita imediatamente à coleta dos dados, exige programas específicos e algoritmos mais elaborados, obrigando a presença de um computador de alta potência. A qualidade da radiação (espectro) também é limitada. Se a KV do tubo é alterada, o espectro também é alterado. Por outro lado, como os programas de reconstrução da imagem são elaborados para atuarem em um pequeno intervalo de radiação, aparecem os artefatos quando são solicitadas atuações destes programas em intervalos maiores.

Por exemplo, aparentemente seria interessante usar diferentes KV. No nosso caso, utilizamos 120KV e fomos obrigados a trabalhar, muitas vezes, no limite de potência do sistema.

No entanto, os nossos estudos adicionais (Ver Apêndice) mostram a eficiência do minitomógrafo de raios X ou γ usado para medidas de Física da Água no Solo. Dos mesmos estudos (Apêndice: Figuras 31 e 32), utilizando diferentes energias, pudemos concluir que existe um intervalo ótimo de energia para investigações tomográficas do solo (ou mesmo investigações por transmissão direta). A faixa ideal para distinguir a água do solo de Barretos situa-se na região de 30 a 40 Kev e não de 60 Kev (como é o caso da energia da fonte de Am^{241} , comumente empregada em estudos de Física de Solos) ou de 70 Kev (que corresponde ao valor médio da

energia do espectro da radiação-X empregada na maioria dos tomógrafos médicos).

O mini-tomógrafo dedicado apresenta outras vantagens além do menor custo. Possui maior versatilidade (permite alterar a energia monocromática mudando o "alvo" fluorescente secundário), adequando-o ao fim específico que se tem em vista (por exemplo, estudar o movimento da água no solo, a presença de inhomogeneidades, a presença de poluentes como metais pesados, o movimento da água carregada de solutos e outros).

Com a mudança do sistema de detecção, também é possível estudar a presença de componentes do solo como está expresso na Figura 33 do Apêndice. Além disso, com um programa apropriado é possível simular previamente a imagem a ser vista experimentalmente (Figura 30).

Considerando estes comentários, e os resultados dos Capítulos V, VI e Apêndice, podemos obter várias conclusões básicas que a seguir resumimos:

- a) A Tomografia Computadorizada pode ser usada para observar e medir quantitativamente a densidade global e o conteúdo da água no solo através das suas relações lineares com os coeficientes de atenuação lineares expressos em Unidades Hounsfield, conforme mostrado nas Figuras 25 e 26, respectivamente. Portanto, a Tomografia Computadorizada é um novo método experimental para estudos da Física da Água no Solo;
- b) A Tomografia Computadorizada pode ser usada em estudos dinâmicos (em tempo real) do movimento da água no solo, incluindo velocidades tão rápidas quanto 1,6mm/seg, conforme pode ser visto, por exemplo, através da tomografia 4;

- c) A Tomografia Computadorizada pode ser usada para a obtenção de informações sobre heterogeneidades presentes na distribuição da densidade global e do conteúdo de água no solo, além de informações tridimensionais usando a técnica dinâmica ou o programa de reconstrução apropriado conforme pode ser constatado, por exemplo, através das tomografias 6, 14 e 15;
- d) A Tomografia Computadorizada pode ser usada para fornecer as distribuições espaciais e temporais simultâneas do conteúdo da água no solo, conforme mostrado nas Tomografias 5 e 6;
- e) A declividade da dependência linear das Unidades Hounsfield com o conteúdo da água θ (Figura 26) varia com o solo, mas é independente da densidade global ρ_g para o mesmo solo. Esta conclusão mostra que a grandeza expressa em Unidades Hounsfield, é uma função de pelo menos duas variáveis: θ e ρ_g , isto é, a imagem tomográfica do solo é de fato uma função pelo menos bidimensional. No Apêndice, mostramos a dependência do coeficiente de atenuação (proporcional às U.H.) com o conteúdo de água θ (Figura 32) e com a energia dos fótons incidentes (Figura 31). No entanto, nos nossos experimentos do Capítulo V e VI, mantivemos a energia constante, mantendo a voltagem do tubo constante (120 KV). Portanto, é preciso levar em conta a dependência bidimensional das U.H., na interpretação quantitativa de uma tomografia de solo;
- f) A Tomografia Computadorizada pode trazer resultados completamente novos devido às suas peculiaridades como as listadas em a, b, c, d e e, além de ser um método não-destrutivo. É o caso de estudos do efeito da compacta

ção e do umedecimento prévio do solo na infiltração vertical da água (seção 6.1) ou da simulação da irrigação por gotejamento (seção 6.2) ou dos processos de germinação de uma semente e absorção de água pelas raízes (seção 6.3). As suas aplicações são multidisciplinares e extrapolam a Física da Água no Solo podendo ser usadas em outros campos como o da Ciência do Solo, o da Morfologia e Fisiologia Vegetal e outros afins;

- g) É possível utilizar um instrumento dedicado, como o minitomógrafo de Raios X ou γ , apresentado no Apêndice, para estudos da Física da Água no Solo (Figuras 34, 35 e 36)

A seguir, queremos deixar algumas sugestões para possíveis trabalhos futuros que abaixo enumeramos. A maioria destes trabalhos possui uma forte natureza multidisciplinar:

- 1) Aplicar a Tomografia Computadorizada para estudar o problema dos solos expansivos (por exemplo: solo de Petrolina-PE, rico em argilas expansivas), analisando dentre outras coisas os processos de ocorrência de fissuras, após o molhamento e o secamento dos referidos solos.
- 2) Aplicar a Tomografia Computadorizada para estudar o problema do movimento da água no solo carregada de solutos (por exemplo: nutrientes e poluentes), analisando também o problema do fluxo de líquidos de duas fases imiscíveis⁽¹²⁾.
- 3) Aplicar a Tomografia Computadorizada para estudar o crescimento de nódulos nas raízes das leguminosas, que constitui um importante processo de fixação do nitrogênio por

estas culturas^(*).

- 4) Aplicar a Tomografia Computadorizada para estudar o problema do fluxo instável⁽¹²⁾, fenômeno que aparece como resultado da interface ar-água no solo^(**), quando a água penetra de um solo de textura fina para outro de textura grossa. Além de ser um problema básico em Física de Solos ainda não bem entendido, possui importância prática em projetos de filtros de poluição.
- 5) Aplicar a Tomografia Computadorizada de RNM (Ressonância Nuclear Magnética) para estudos da Física da Água no Solo^(***).
- 6) A partir dos resultados da seção 6.3, coletar um maior número de dados referentes à germinação de uma semente, ao crescimento e à absorção de água pelas raízes, à evapotranspiração e outros de interesse, para construir um filme que mostre detalhadamente estes processos.
- 7) Ampliar os estudos do minitomógrafo de Raios X ou γ , apresentado no Apêndice, em função das possíveis aplicações citadas nas sugestões anteriores e no Capítulo VI.

(*) Esta sugestão foi fornecida pelo pesquisador e agrônomo Dr. URQUIAGA, do Centro Nacional de Biologia do Solo, da EMBRAPA-RJ.

(**) Isto ocorre na infiltração da água contra um corpo comprimido com o ar, como por exemplo, um lençol freático perto da superfície.

(***) Já realizamos algumas discussões preliminares com o Professor Dr. HORÁCIO PANEPUCCI, do DFCM - IFQSC - USP.

(§) Hainsworth e Aylmore⁽¹²⁰⁾ usaram um tomógrafo EMI CT 1007 (faz parte dos primeiros modelos) e um sistema convencional de transmissão direta de R- γ para estudar um solo limo-arenoso (Bakers Hill, W.A.). Compararam os resultados obtidos pelos dois instrumentos com o método gravimétrico, encontrando resultados positivos. Estudaram, também, a possibilidade de se usar a tomografia para avaliar a absorção da água por uma raiz simulada.

APÊNDICE

O USO DE UM MINI-TOMÓGRAFO PARA MEDIDAS EM FÍSICA DA ÁGUA NO SOLO

Em colaboração com o Professor Roberto Cesareo (Centro de Engenharia Biomédica da Universidade de Roma) estudamos a possibilidade de se utilizar em Física da Água no Solo, o mini-tomógrafo por ele construído para fins biomédicos. Em seguida destacaremos alguns dos resultados obtidos e que julgamos ser do interesse da presente tese. Lembramos que estamos construindo um modelo similar na UAPDIA-EMBRAPA de São Carlos.^(109,121)

A Figura 28 nos mostra um diagrama esquematizado do sistema Mini-TAC utilizado.

As principais características de alguns de seus componentes são:

RAIO X:

Corrente: 10 - 20 mA

Tensão : $\leq$ 48 KV

Ânodo : Tungstênio

"Alvo" Secundário: livre para escolha em função da medida.

SISTEMA MECÂNICO:-

Nº de translações possíveis: 0 - 999

Nº de rotações possíveis : 0 - 999

Nº de translações usadas : 33

Nº de rotações usadas : 33

Tempo de espera : 1 segundo

Figura 28 - Diagrama Esquemático de um Minitomógrafo de Raio-X

FONTE DE VOLTAGEM:

Máxima: 5 KV

Usada : 1350 V

DETETOR:

Associa um cintilador de NaI(TI) com uma fotomultiplicadora.

A Figura 29 nos mostra uma vista geral do sistema Mini-TAC esquematizado na Figura 28.

Figura 29 - Vista geral do sistema Mini-TAC existente na Universidade de Roma, mostrando a fonte e o tubo de Raio X, o sistema mecânico, o sistema de detecção e de coleta de dados, assim como o micro-computador para o processamento dos dados coletados.

Junto do computador existe um sistema (em linguagem PASCAL e FORTRAN) que permite simular a imagem correspondente a um objeto (tomograma) conhecidos, a priori, os seus coeficientes de atenuação. No caso do programa PASCAL, utiliza-se um microcomputador Apple II e no caso do programa FORTRAN, utiliza-se o computador Digital PDP - 11.

A Figura 30 ilustra um exemplo de simulação de imagem confeccionada no micro Apple.

Dando prosseguimento aos nossos estudos, aplicamos o método da transmissão direta ao solo brasileiro. Medimos o seu coeficiente de atenuação linear (em cm^{-1}) em função da energia da radiação incidente (X ou γ) mostrado na Figura 31.^(122,123)

FIGURA 31 - Medida do coeficiente de atenuação linear da água, do solo, da sílica e do concreto em função da energia incidente. O valor do erro médio varia entre 2% e 4%.

Além disso, utilizando o ^{241}Am (60 Kev), a linha K_{α} do Bário (32 Kev) e a linha K_{α} do Cério (34,5 Kev) estudamos a dependência do coeficiente de atenuação linear em função do conteúdo da água no solo, em porcentagem, conforme mostrado na Figura 32.

Figura 32 - Medida do coeficiente de atenuação linear do solo da região de Barretos, SP, em função do conteúdo de água no solo, em porcentagem, utilizando as energias mostradas no gráfico.

Do gráfico da Figura 31 fica evidente que as energias mais apropriadas para se estudar solos (na presença de água) estão na faixa de 30 a 40 Kev e não de 60 a 70 Kev, conforme é frequentemente usado, em Física de Solos ou no tomógrafo médico. A razão destas limitações tem origem na inexistência de fontes mais adequadas (no caso de 60 Kev utiliza-se o ^{241}Am como fonte de $R - \gamma$) ou na dose permitida ao paciente. No entanto, a nossa proposta é construir "alvos" secundários de forma a produzir radiação monocromática de energia próxima a que desejamos. É por exemplo, o caso do Bário - linha K_{α} (32 Kev) ou de terras raras ($\approx$ 40 Kev) utilizados como alvo secundário. Assim, será possível adequar o instrumento ao fim específico que se tem em vista

(por exemplo: distinguir a água do solo), obtendo grande versatilidade experimental e melhoria da qualidade da imagem, o que significa uma grande vantagem sobre as técnicas convencionais. A Figura 32 também ajuda a ilustrar melhor o que estamos afirmando.

Substituindo o detetor de Raios X $[NaI(Tl)]$ da Figura 28 por um contador proporcional a gás de Xenônio^(*) e um detetor HP, ^(**) de Germânio, associado a um multicanal (1024 canais) e uma perfuradora de fita, obtivemos o gráfico da Figura 33. O espectro de fluorescência de Raio X foi realizado com um tubo de Raio X utilizando como "alvo" secundário a fluorescência do Molibdênio (17,4 Kev)⁽¹²⁴⁾.

O gráfico da Figura 33 serve para caracterizar as componentes do solo da região de Barretos, SP, (para energias menores que a do Molibdênio). Pode-se observar a presença de grandes quantidades de Ferro e em menores quantidades o Titânio e o Níquel.

Finalmente, apresentamos, através das Figuras 34, 35 e 36, três tomogramas do solo da região de Barretos, SP, (seco e úmido) que obtivemos em Roma, Itália, através do sistema Mini-TAC da Figura 28. É possível verificar a conveniência e a possibilidade da utilização do mini-tomógrafo para estudos da Física da Água no Solo. Sem dúvida, um sistema mais em conta do que o tomógrafo médico, além da sua alta versatilidade, podendo ser montado de acordo com o fim apropriado. Não só para estudos da Física da Água no Solo, mas também para outros fins como: em Arqueologia, Geologia, Engenharia Industrial, ensino de Medicina e análises biológicas.

(*) 97% de Xe, 3% CO₂: janela de entrada de 51 μ m de Be e resolução de 19% na energia de 6,4 Kev² e 11,5% na energia de 14,4 Kev.

(**) Área ativa de 500 mm², largura de 7 mm e resolução de energia de 250 ev na energia de 6,4 Kev.

Figura 33 - Fluorescência do Raio-X de uma amostra de solo de Barretos, utilizando o Molibdênio (17,4 Kev) como alvo secundário. No eixo vertical aparece o número de fótons lido no multicanal em função do número do canal.

Figura 34 - Primeira tomografia experimental, utilizando o sistema Mini-TAC, da Universidade de Roma, de uma amostra de solo da região de Barretos, SP, contendo solo seco (parte inferior) e molhado (parte superior), dividido por uma parede de "plexiglass". Foi utilizada energia de 34 Kev.

Figura 35 - Tomografia experimental de uma amostra de solo da região de Barretos, SP. O círculo escuro mostra a presença da água no solo enquanto que a região mais clara mostra o mesmo solo seco (sem água). Os coeficientes de atenuação lineares são respectivamente $0,410\text{cm}^{-1}$ e $0,370\text{cm}^{-1}$, na energia de 60 Kev utilizada. A diferença entre eles é de $0,04\text{cm}^{-1}$ e o valor da intensidade máxima medida é igual a 619.

Figura 36 - Mesma configuração geométrica da Figura 35, onde foi utilizada a energia de 32 Kev. Os valores dos coeficientes de atenuação lineares do solo com água e do solo seco são respectivamente iguais a $1,38\text{cm}^{-1}$ e $1,19\text{cm}^{-1}$. A diferença entre eles é de $0,19\text{cm}^{-1}$ e o valor da intensidade máxima medida é igual a 2056. Compare estes resultados com aqueles da Figura 35 ou Figura 31. Confirma-se a nossa afirmação referente a vantagem de se trabalhar com energias no intervalo de 30 a 40Kev, se quisermos distinguir melhor a presença da água em um solo como o de Barretos. A relação entre as intensidades (menor para a maior) é da ordem de 30% e a variação entre os coeficientes de atenuação é da ordem de 21%.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. CRESTANA, S. 1983. Estudos sobre um modelo unidimensional para a emissão espontânea na aproximação semiclássica. São Carlos, IFQSC-USP. (Tese Mestrado).
2. CELASCHI, S. 1977. Água ligada e propriedades elétricas da lisozima. São Carlos, IFQSC-USP. (Tese Mestrado).
3. ONUCHIC, J.N. 1982. Investigações em biofísica da água, caso ácido violúrico. São Carlos, IFQSC-USP. (Tese Mestrado).
4. MASCARENHAS, S. & ONUCHIC, J.N. 1983. Bound-water in biomolucules: a Monte Carlo simulation of the bifurcated hydrogen bond in violuric acid monohydrate. Anais da Academia Brasileira de Ciências, 52(2):165-72.
5. PROJETO DE CENTROS EMERGENTES. 1982. Estudo do Sistema água-solo-planta-atmosfera na região de Barretos. Convênio CNPq nº 70.0874/81 e Convênio FINEP nº 54.83/0260.00.
6. CENA (Centro de Energia Nuclear na Agricultura). 1975. Pesquisas realizadas: 1968-1975. Piracicaba. 2v. (CENA. Boletim de Divulgação, BI-007).
7. FRERE, A.F. 1982. Investigações de qualidade de imagens radiológicas com um sistema densitométrico computarizado. São Carlos, IFQSC-USP. (Tese Doutorado).
8. COLLEGE ON SOIL PHYSICS, 1st, Trieste, Ago.-Set. 1983. Proceedings. Trieste, ICTP-IAEA.
9. CRESTANA, S. ; MASCARENHAS, S. ; POZZI-MUCELLI, R. 1984. Static and dynamic 3 dimensional studies of water in soil using computed tomographic scanning. Trieste, International Center for Theoretical Physics. (Internal Report, IC/84/35)
10. CRESTANA, S. ; MASCARENHAS, S. ; POZZI-MUCELLI, R. 1986. Static and dynamic 3 dimensional studies of water in soil using computed tomographic scanning. Soil Science Society of America Journal (1^o semestre). (Aceito para publicação)
11. HILLEL, D. 1982. Introduction to soil physics. New York, Academic Press.

12. HILLEL, D. 1980. Applications to soil physics. New York, Academic Press.
13. REICHARDT, K. 1975. Processos de transferência no sistema solo-planta-atmosfera. Campinas, Fundação Cargill.
14. REICHARDT, K. 1983. Soil moisture studies. In: COLLEGE ON SOIL PHYSICS, 1st, Trieste. Proceedings. Trieste, ICTP-IAEA.
15. MILLER, E.E. & KLUTE, A. 1977. "Dynamics of soil water. Part I: mechanical forces". In: Irrigation of agricultural lands. Madison, American Society of Agronomy. p.209-44. (Monograph, 2).
16. VERPLANCKE, H. 1983. Flow of water in soil. In: COLLEGE ON SOIL PHYSICS, 1st, Trieste. Proceedings. Trieste, ICTP-IAEA.
17. HENIN, S. 1977. Cours de physique du sol. Paris, Orstom. v.2.
18. DARCY, H. 1856. Les fontaines publiques de la Ville de Dijon. Paris, Victor Dalmont. 570p.
19. HUBBERT, M.K. 1956. Darcy's law and the field equations of the flow of underground fluids. American Institute of Mining, Metrology, Petrology and Engineering. Transactions, 207:222-39.
20. SLICHTER, C.S. 1899. United States Geological Survey. Annual Report, 19-II:295-384.
21. COREY, A.T. & KLUTE, A. 1985. Application of the potencial concept to soil water equilibrium and transport. Soil Science Society of America Journal, 49:3-11.
22. RICHARDS, L.A. 1931. Capillary conduction of liquids through porous mediums. Physics, 1:318-33.
23. MILLER, E.E. & MILLER, R.D. 1956. Physical theory for capillary flow phenomena. Journal of Applied Physics, 27:324-32.
24. CHILDS, E.C. & COLLIS-GEORGE, W. 1950. Permeability of porous materials. Proceedings of the Royal Society of London. A, 201:392-405.

25. SWARTZENDRUBER, D. 1969. The flow of water in unsaturated soils in "Flow through porous media". New York, Academic Press.
26. PHILIP, J.R. 1955. Numerical solution of equation of the diffusivity concentration dependent. Transactions of Faraday Society, 51:885-92.
27. PHILIP, J.R. 1955. The concept of diffusion applied to soil water. Proceedings of the National Academy of Sciences, India, 24A:93-104.
28. PARLANGE, J.Y. 1971. Theory of water-movement in soils: I. One-dimensional absorption. Soil Science, 111(2):134-7.
29. DEWIT, C.T. & VAN KEULEN, H. 1972. Simulation of transport processes in soils. Wageningen, PUDOC.
30. ELRICK, D.E. & LARYEA, K.B. 1979. Sorption of water in soils: a comparison of techniques for solving the diffusion equation. Soil Science, 128(6):369-74.
31. LIBARDI, P.L. ; REICHARDT, K. ; NIELSEN, D.R. ; BIGGAR, J.W. 1980. Simple field methods for estimating soil hydraulic conductivity. Soil Science Society of America Journal, 44:3-7.
32. BRUCE, R.R. & KLUTE, A. 1956. The measurement of soil-water diffusivity. Soil Science Society of America Proceedings, 20:458-62.
33. LIBARDI P.L. & REICHARDT, K. 1974. Generalização do movimento da água no solo: infiltração horizontal. Piracicaba, CENA. 29p. (Boletim Científico, 16).
34. POPI, O. 1982. Determinação e análise de escoamentos unidimensionais e bidimensionais transientes em meios porosos não-saturados. São Carlos, EESC/USP. (Tese Mestrado).
35. PHILIP, J.R. 1957. Numerical solution of equation of the diffusion type with diffusivity concentration dependent. II. Australian Journal of Physics, 10:29-42.
36. CHENG, A.H.D. 1984. Darcy's flow with variable permeability: a boundary integral solution. Water Resources Research, 20(7):980-4.

37. STEPHENS, D.B. & REHFELDT, K.R. 1985. Evaluation of closed-form analytical models to calculate conductivity in a fine sand. *Soil Science Society of America Journal*, 49(1):12-9.
38. GARDNER, W.H. 1965. "Water content". In: BLACK, C.A., ed. Methods of soil analysis. Madison, American Society of Agronomy. v.1, p.82-127.
39. DAS, D.K. ; SEN, A. ; DEB, D.L. 1975. Radiation methods in soil physics problems with special reference to soil water, salts and nutrient movements studies. *Journal of Nuclear Agriculture & Biology*, 4:40-6.
40. VACHAUD, G. ; CISLER, J. ; THONY, J.L. ; DE BACKER, L. 1970. "Utilisation de l'émission gamma de l'americium-241 pour la teneur en eau d'échantillons de soils nos satures". In: IAEA. Isotope hydrology 1970. Viena. p.643-61. (IAEA-SM-129/39)
41. SAKSENA, R.S. ; CHANDRA, S. ; SINGH, B.P. 1974. A gamma transmission method for the determination of moisture content in soils. *Journal of Hydrology*, 23:341-52.
42. REICHARDT, K. 1965. Uso da radiação gama na determinação da densidade e umidade do solo. Piracicaba, ESALQ. 34p. (Doutoramento).
43. BELCHER, D.J. ; CUYKENDALL, T.R. ; SACK, H.S. 1950. The measurement of soil moisture and density by neutron and gamma-ray scattering. Washington, Civil Aeronautics Administration. (Technical Development Report, 127).
44. FERRAZ, E.S.B. 1983. "Gamma-ray attenuation to measure water content and/or bulk densities of porous materials". In: IAEA. Isotope and radiation techniques in soil physics and irrigation studies 1983. Viena. p.449-60. (IAEA-SM-267/41).
45. STROOSNIJDER, L. & DE SWART, J.G. 1974. Column scanning with simultaneous use of ^{241}Am and ^{137}Cs gamma radiation. *Soil Science*, 118(2):61-9.
46. REGINATO, R.J. 1974. Water content and bulk density changes in a soil pedon measured with dual energy gamma-ray transmission. *Canadian Journal of Soil Science*, 54:325-8.

47. NOFZIGER, D.L. 1978. Errors in gamma-ray measurements of water content and bulk density in non-uniform soils. Soil Science Society of America Journal, 42:845-50.
48. SINGH, B.P. & CHANDRA, S. 1977. Evaluation of the optimal thickness of soil between source and detector in the gamma-ray transmission method. Journal of Hidrology, 32:189-91.
49. NOREL, G. 1965. Étude des milieux poreux par absorption d'un rayonnement X ou γ émis par une source radioactive. Paris, Faculté des Sciences. (Tese Doutorado).
50. COWN, D.J. 1982. X-ray densitometry using an ^{55}Fe source. Wood Micro-densitometry Bulletin, 2(2):25.
51. ZUCCHI, O.L.A.D. & NASCIMENTO F^o, V.F. 1982. Determinação dos coeficientes de atenuação de massa, de solos e água, usando um duplo feixe de radiação gama em linha (Cs-137 e Am-241) para três diferentes sistemas de detecção. Energia Nuclear e Agricultura, 4(2):71-81.
52. ZUCCHI, O.L.A.D. & NASCIMENTO F^o, V.F. 1984. Equipamentos nucleares na determinação dos coeficientes de atenuação de massa de solos e da água. Energia Nuclear e Agricultura, 6(1):19-45.
53. NUTTING, P.G. 1943. Some standard thermal dehydration curves of minerals. United States Geological Survey. Professional Paper, 197-E.
54. TOPP, G.C.; DAVIS, J.L.; ANNAN, A.P. 1982. Electromagnetic determination of soil water content using TDR: I. Applications to wetting fronts and steep gradients. Soil Science Society of America Journal, 46:672-8.
55. TOPP, G.C.; DAVIS, J.L.; ANNAN, A.P. 1980. Electromagnetic determination in soil water content: measurements of coaxial transmission lines. Water Resources Research, 16(3):574-82.
56. FELLNER-FELDEGG, H. 1969. The measurement of dielectrics in the time domain. Journal of Physical Chemistry, 73(3):616-23.

57. DALTON, F.N. ; HERKEBRATH, W.N. ; RAWLINS, D.S. ; RHOADES, J.D. 1984. Time-domain reflectometry: simultaneous measurement of soil water content and electrical conductivity with a single probe. *Science*, 224:989-90.
58. KENG, J.C.W. & TOPP, G.C. 1983. Measuring water content of soil columns in the laboratory: a comparison of gamma-ray attenuation and TDR techniques. *Canadian Journal of Soil Science*, 63:37-43.
59. TOPP, G.C. & DAVIS, J.L. 1985. Measurement of soil water content using time-domain reflectometry (TDR): a field evaluation. *Soil Science Society of America Journal*, 49:19-24
60. TOPP, G.C. & DAVIS, J.L. ; ANNAN, A.P. 1982. Electromagnetic determination of soil water content using TDR: II. Evaluation of installation and configuration of parallel transmission lines. *Soil Science Society of America Journal*, 46:678-84.
61. RAWITZ, E. 1974. "The use of radiation techniques and other physical methods in field water balance and water use efficiency studies". In: SYMPOSIUM HELD AT G. B. PLANT UNIVERSITY OF AGRICULTURE AND TECHNOLOGY, Pantnagar, Apr. 12-14, 1974. Proceedings. Bombay, Bhabha Atomic Research Centre. p.269-81.
62. COUCHAT, P.H. 1983. Les applications de la methode neutronique dans la recherche agronomique. Viena, IAEA. p.509-31. (IAEA-SM-267/42).
63. COLMAN, E.A. & HENDRIX, T.M. 1949. Fiberglass electrical soil moisture instrument. *Soil Science*, 67:425-38.
64. BERNARD, R. ; MARTINS, P. ; VIDAL-MADJAR, D. ; THONY, J.L. ; VAUCLIN, M. 1981. Application of the microwave remote sensing of soil moisture to the monitoring of soil water and latent heat. In: SYMPOSIUM ON REMOTE SENSING, 20th, Washington. Washington, General Assembly of the Union Radio Sci. Int.
65. WANG, J.R. ; SCHMUGGE, T.J. ; GOULD, W.I. ; GLAZER, W.S. ; FUCHS, J.E. 1982. A multi-frequency radiometric measurement of soil moisture content over bare and vegetated fields. *Geophysical Research Letters*, 9(4):416-9.

66. BOCAGE, E.M. 1921. Patent nº 536464, Paris, France. Citado em "History of tomography" por J. Massiot. *Medicina Mundi*, 19(3):106-15.
67. BROOKS, R.A. & DI CHIRO, G. 1976. Principles of computer assisted tomography (CAT) in radiographic and radioisotopic imaging. *Phys. Med. Biol.* 21(5):689-732.
68. HERMAN, G.T. 1980. Image reconstruction from projections: the fundamentals of computerized tomography. New York, Academic Press.
69. NEWTON, T.H. & POTTS, D.G. 1981. Radiology of the skull and brain: technical aspects of computed tomography. St.Louis, C.V. Mosby. v.5, p.3853-917.
70. RADON, J. 1917. In the determination of functions from their integrals along certain manifolds. *Berichte über die Verhandlungen*, 69:262-77. (ger).
71. BRACEWELL, R.N. 1956. Strip integration in radioastronomy. *Australian Journal of Physycs*, 9:198-217.
72. DE ROSIER, D.J. & KLUG, A. 1968. Reconstruction of three - dimensional structures from electron micrographs. *Nature*, 217:130-4.
73. GORDON, R.; BENDER, R.; HERMAN, G.T. 1970. Algebraic reconstruction techniques (ART) for three-dimensional electron microscopy and X-ray photography. *Journal of Theoretical Biology*, 29:471-81.
74. ROWLEY, P.D. 1969. Quantitative interpretation of three-dimensional weakly refractive phase objects using holographic interferometry. *Journal of Optical Society of America*, 59(2):1496-8.
75. BERRY, M.V. & GIBBS, D.F. 1970. The interpretation of optical projections. *Proceedings of the Royal Society of London. A*, 314(1517):143-52.

76. JUNGINGER, H.G. & VAN HAERINGEN, W. 1972. Calculation of three-dimensional refractive-index field using phase integrals. Optics Communications, 5(1):1-4.
77. HOUNSFIELD, G.N. 1972. A method of and apparatus for examination of a body by radiation such as X- or gamma-radiation. British Patent N° 1283915, London. Issued to EMI LTD. Application filed Aug. 1968.
78. HOUNSFIELD, G.N. 1973. Computerized transverse axial scanning (tomography): Part 1. Description of system. British Journal of Radiology, 46:1016-22.
79. LEDLEY, R.S. ; DI CHIRO, G. ; LUESSENHOP, A.J. ; TWIGG, H.L. 1974. Computerized transaxial X-ray tomography of the human body. Science, 186(4160):207-12.
80. TAKAHASHI, S. 1957. Rotation radiography. Tokyo, Japan Society for the Promotion of Science.
81. OLDENDORF, W.H. 1961. Isolated flying spot detection of radiodensity discontinuities - displaying the internal structural pattern of a complex object. I.R.E. Transactions on Biomedical Electronics, 8:68-72.
82. KUHL, D.E. & EDWARDS, R.Q. 1963. Image separation radio isotope scanning. Radiology, 80:653-61.
83. KUHL, D.E. ; HALE, J. ; EATON, W.L. 1966. Transmission scanning: a useful adjunct to conventional emission scanning for accurately keying isotope deposition to radiographic anatomy. Radiology, 87:278-84.
84. CORMACK, A.M. 1963. Representation of a function by its line integrals, with some radiological applications. Journal of Applied Physics, 34:2722-7.
85. CORMACK, A.M. 1964. Representation of a function by its line integrals with some radiological applications. II. Journal of Applied Physics, 35:2908-13.
86. TRETIK, C.J. ; EDEN, M. ; SIMON, W. 1969. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MED. BIOL. ENG., 8th, Chicago, Session 12-1.

87. BATES, R.H.T. & PETERS, T.M. 1971. Towards improvements in tomography. New Zealand Journal of Science, 14:883-96.
88. MUEHLLEHNER, G. & WITZEL, R.A. 1971. Section imaging by computer calculation. Journal of Nuclear Medicine, 12 (2):76-84.
89. CROWE, K.M.; BUDINGER, T.F.; CAHOON, J.L.; ELISCHER, V.P.; HUESMAN, R.H.; KANSTEIN, L.L. 1975. IEEE Transactions on Nuclear Sciences, NS-22(3):1752-4.
90. CORMACK, A.M. & KOEHLER, A.M. 1976. Quantitative proton tomography: preliminary experiments. Phys. Med. Biol., 21 (4):560-9.
91. GREENLEAF, J.F.; JOHNSON, S.A.; SAMAYOA, W.F.; DUCK, F.A. 1975. In: Image processing for 2-D and 3-D reconstruction from projections, Stanford, Aug. 4-7 (Opt. Soc. Am.) p. MA2-1 to 4.
92. LAUTERBUR, P.C.; HOUSE, W.V.; KRAMER, D.M.; CHEN, C.N.; PORRETO, F.V.; DULCEY, C.S. 1975. In: Image processing for 2D and 3-D reconstruction from projections, Stanford, Aug. 4-7 (Opt. Soc. Am.) p. MA10-1 to 4.
93. ANDERSON, D.L. & DZIEWONSKI, A.M. 1984. Seismic tomography. Scientific American, 251(4):60-8.
94. SANTOS, C.A.C. 1982. Um algoritmo iterativo em tomografia computadorizada aplicada em testes não destrutivos. Rio de Janeiro, UFRJ. 104p. (Tese Mestrado).
95. CARSLAW, H.S. 1930. Introduction to the theory of Fourier's series and integrals. London, Macmillan.
96. CROWTHER, R.A.; DE ROSIER, D.J.; KLUG, A. 1970. The reconstruction of a three-dimensional structure from projections and its applications to electron microscopy. Proceedings of the Royal Society of London.A, 317:319-40.
97. MERSEREAU, R.M. & OPPENHEIM, A.V. 1974. Digital reconstruction of multidimensional signals from their projections. Proceedings of the IEEE, 62(10):1319-38.

98. THOMPSON, A.R. & BRACEWELL, R.N. 1974. Interpolation and Fourier transformation of fringe visibilities. Astronomical Journal, 79:11-24.
99. ZERNIKE, F. 1934. Beugungstheorie des schneidenverfahrens und seiner verbesserten form, der phasenkontrastmethode. Physica, 1:689-704.
100. BORN, M. & WOLF, E. 1959. Principles of optics. London, Pergamon Press.
101. CENSOR, Y. 1983. Finites series: expansion reconstruction methods. Proceedings of the IEEE, 71(3):409-19.
102. SCUDDER, H.J. 1978. Introduction to computer aided tomography. Proceedings of the IEEE, 66(6):628-37.
103. LEWITT, R.M. 1983. Reconstruction algorithms: transform methods. Proceedings of the IEEE, 71(3):390-408.
104. KAK, A.C. 1979. Computerized tomography with X-ray emission and ultrasound sources. Proceedings of the IEEE, 67(9):1245-72.
105. RAMACHANDRAN, G.N. & LAKSHMINARAYANAN, A.V. 1971. Three dimensional reconstruction from radiographic and electron micrographic application of convolutions instead of Fourier transforms. Proceedings of the National Academy of Sciences, 68:2236-40.
106. SHEPP, L.A. & LOGAN, B.F. 1974. The Fourier reconstruction of a head section. IEEE Transactions on Nuclear Sciences, NS-21:21-42.
107. HERMAN, G.J.; LAKSHMINARAYANAN, A.V.; NAPARSTEK, A. 1976. Reconstruction using divergent day shadowgraphs. Comput. Biol.Med., 6:259.
108. REBELO, A.M.O. 1984. Reconstrução de imagem em tomografia computadorizada usando o método de convolução. Rio de Janeiro, UFRJ. 89p. (Tese Mestrado).
109. CESAREO, R. ; GIANNINI, M. ; STORELLI, L. 1983. A miniature X-ray tomography scanner employing radioisotopic sources. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON APPLICATIONS OF PHYSICS TO MEDICINE AND BIOLOGY, Trieste. Proceedings. p. 631.

110. McCULLOUGH, E.C. 1980. Specifying and evaluating the performance of computed tomography (CT) scanners. Medical Physics, 7(4):291-7.
111. BORASI, G. ; CASTELLANI, G. ; DOMENICHINI, R. ; FRANCHINI, M. ; GRANATA, M. ; TORRESIN, A. ; TOSI, G. 1984. Image quality and dose in computerized tomography: evaluation of four CT scanners. Medical Physics, 11(3):321-5.
112. URQUIAGA CABALLERO, S. 1984. Comunicação pessoal e relatório do Projeto ASPAB - Convênio FINEP-FEB Nº 54.83/0260.00 e Convênio CNPq-INTEC nº 70.0874/81.
113. PETROVIC, A.M. ; SIEBERT, J.E. ; RIEKE, P.E. 1982. Soil bulk density analysis in three dimensions by computed tomographic scanning. Soil Science Society of America Journal, 46:445-50.
114. STEINHARDT, G.C. 1983. Soil compaction: a hidden problem. Tradução de T. Yamada. Informações Agronômicas (21):1-3.
115. BARRETO, G.B. 1982. Projeto experimental de um sistema de irrigação por gotejo. Boletim Técnico do Instituto Agrônomo de Campinas, 5:1-23.
116. WALKER, W.R. & HYMPHERYS, A.S. 1983. Kinematic-wave furrow irrigation model. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 109(4):377-92.
117. FOK, Y.S. ; CHUNG, S.O. ; LIU, C.C.D. 1982. Two-dimensional exponential infiltration equations. Journal of the Irrigation and Drainage Division, 108(IR4):231-41.
118. DIRKSEN, C. & HUBER, M.J. 1978. Soil water flow model with two-dimensional automatic gamma-ray attenuation scanner. Water Resources Research, 14(4):611-4.
119. KUMAR, B. & SINGH, B.P. 1982. Displacement of soil water by simulated rainfall by gamma-ray transmission method and by Ra-Be neutron probe. In: WORKSHOP ON NUCLEAR TECHNIQUES IN HYDROLOGY, New Delhi. Proceedings. p.189-97.
120. HAINSWORTH, J.M. & AYLMOORE, L.A.G. 1983. The use of computer-assisted tomography to determine spatial distribution of soil water content. Australian Journal of Soil Research, 21:435-43.

121. GIAMMARTINI, S. 1981. Misure nucleari e tomografia assiale computerizzata per la caratterizzazione della frazione di vuoto. (Tesi di Laurea in misure nucleari). Relatore Prof. M. Grannini.
122. CESAREO, R. 1984. Tecniche nucleari de analisi in medicina. Roma, La Goliardica. (Collana di Bioingegneria), 5.
123. CESAREO, R. & GIANNINI, M. 1980. Elemental analysis by means of X-ray attenuation measurements. Nuclear Instruments and Methods, 169:551-5.
124. CESAREO, R. & VIEZZOLI, G. 1983. Trace element analysis in biological samples by using XRF spectrometry with secondary radiation. Phy. Med. Biol., 28(11):1209-18.