UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA E QUÍMICA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA E CIÊNCIA DOS MATERIAIS

Caos no trilho de ar -
Instrumentação para
uma experiência didática

Rubens Bernardes Filho

Orientador:

Prof. Dr. Dietrich Schiel

Dissertação apresentada ao Instituto de Física e Química de São Carlos da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Ciências "Física Aplicada".

São Carlos

1992

SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO - IFQSC
FÍSICA

**IFQSC UNIVERSIDADE
DE SÃO PAULO**
Instituto de Física e Química de São Carlos

Fone (0162) 72-6222
Fax (0162) 72-2218

Av. Dr. Carlos Botelho, 1465
Caixa Postal 369
CEP 13560.970 - São Carlos - SP
Brasil

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE Rubens Bernardes Filho APRESENTADA AO
INSTITUTO DE FÍSICA E QUÍMICA DE SÃO CARLOS, DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, EM 24/08/1992

COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. Dietrich Schiel

Prof. Dr. Robert Lee Zimmerman

Prof. Dr. Sergio Celaschi

SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO - IFQSC
FÍSICA

Dedico este trabalho aos meus pais
Rubens e Pedrita e à minha esposa
Angélica.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente à minha esposa Angélica, pela correção da bibliografia e pela dedicação, incentivo e presença constante durante o desenvolvimento deste trabalho.

Ao meu orientador Prof. Dr. Dietrich Schiel pelas suas contribuições além da paciência e honestidade no relacionamento ao longo deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Bodan Matvienko pela exposição clara e empolgante do fenômenos caóticos.

Ao Prof. Dr. Robert Zimmerman pelas sugestões e esclarecimentos.

Ao Prof. Dr. Sergio Mascarenhas pelas sugestões de continuidade deste trabalho dentro do campo de atuação da Embrapa.

Ao colega Dr. Ladislau Martin Neto pelo grande incentivo .

Ao companheiro de sala Álvaro Macedo da Silva pela disposição em trocar idéias e pelas sugestões.

Ao colega João Naime pelos esclarecimentos eletrônicos.

Aos colegas André Torre Neto e Victor Bertucci Neto pelo auxílio no uso dos diversos softwares utilizados ao longo deste trabalho.

A colega Vera Otaviano pela disposição em corrigir o texto.

Ao colega Moacyr pela confecção dos layouts e montagem do circuito eletrônico.

Ao colega Valentim Monzane pela elaboração dos desenhos técnicos.

Aos colegas Luiz Godoy "Brimo", Marcos Possato e Wilson pela confecção das peças e sugestões mecânicas de montagem.

Ao técnico do laboratório de ensino Cláudio B. Bretas pela colaboração na montagem do experimento.

Aos funcionários da oficina mecânica da CDCC pela confecção das primeiras peças mecânicas.

À Dona Maria Gibertone pela amizade sincera e disponibilidade de localizar nesta cidade qualquer coisa que nela exista, e o Sr. João Eduardo São Marcos (John) pela amizade e atenção.

Aos demais Pesquisadores e Funcionários do NPDIA/EMBRAPA pelo apoio e amizade.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.01 - Plano inclinado de movimentação do carro do trilho de ar.

Figura 1.02 - Ponto de Choque, mostrando os instantes anterior e posterior ao choque entre o carro e o pistão.

Figura 1.03 - A seta descendente indica o sentido em que caminha o ponto mínimo de instabilidade quando aumenta o valor de $\mathcal{E}$.

Figura 1.04 - Órbitas simples para diferentes valores de m .

Figura 1.05 - Regiões de estabilidade e instabilidade para sinal negativo de k_2 . A estabilidade focal só é possível na região interna da parábola.

Figura 1.06 - Regiões de estabilidade e instabilidade para sinal positivo de k_1 .

Figura 1.07 - Região de estabilidade. A área preenchida é resultado da união das duas condições de estabilidade mostradas nas figuras (1.05) e (1.06) .

Figura 1.08 - Movimento do pistão e do cilindro com a perturbação infinitesimal.

Figura 1.09 - Gráfico de a contra e , mostrando o primeiro ponto para o qual é possível estabelecer uma órbita e o ponto em que ocorre a primeira bifurcação. Cada conjunto de curvas se refere a um valor de m .

Figura 1.10 - Cada par de curvas representa o primeiro ponto de estabilidade (curva tracejada) e o primeiro ponto de bifurcação (curva contínua). Esta figura é apenas uma ampliação do gráfico 1.09, para a região de trabalho do sistema experimental.

Figura 1.11 - Gráfico de intervalo de tempo entre os choques contra a , com α variando de 2 a 3, incremento de α igual a 0.005, coeficiente de restituição $e = 0.2$. Para cada valor de α foram calculadas 180 interações, das quais foram utilizadas no gráfico as últimas 50.

Figura 1.12 - Gráfico de intervalo de tempo entre os choques contra a , com α variando de 2 a 3, incremento de α igual a 0.005, coeficiente de restituição $e = 0.3$, e sendo calculadas 180 interações para cada valor de α , das quais são plotadas as últimas 50.

Figura 1.13 - Gráfico de fase contra a , com α variando de 2 a 3.0, incremento de α igual a 0.002, coeficiente de restituição $\epsilon = 0.2$, sendo calculadas 400 interações para cada valor de α , das quais são plotadas as últimas 270.

Figura 1.14 - Gráfico de fase contra α , com α variando de 2 a 3.0, incremento de α igual a 0.002, coeficiente de restituição $\epsilon = 0.3$, sendo calculadas 400 interações para cada valor de α das quais são plotadas as últimas 270.

Figura 1.15 - Gráfico de fase contra α , com α variando de 2 a 3.0, incremento de α igual a 0.005, coeficiente de restituição $\epsilon = 0.22$ (valor de ϵ medido experimentalmente), sendo calculadas 180 interações para cada valor de α , das quais são plotadas as últimas 50.

Figura 1.16 - Gráfico de fase contra α , com α variando de 2 a 6, incremento de α igual a 0.008, coeficiente de restituição de 0.22, sendo calculadas 180 interações para cada valor de α , das quais são plotadas as últimas 50.

Figura 1.17 - A elipse representa uma trajetória fechada no espaço de fase e corresponde a um oscilador harmônico forçado amortecido. P e q representam as coordenadas generalizadas de posição e velocidade. As linhas que convergem para a elipse representam a convergência de condições iniciais que não são de equilíbrio.

Figura 1.18 - Gráfico mostrando a movimentação do pistão no tempo e os pontos de choque entre o pistão e o carro do trilho de ar. As alturas h_n são utilizadas para determinar a energia potencial do carro.

Figura 1.19 - Gráfico duplo onde na porção superior está energia média (unidade arbitrária) $X a$ e na parte inferior fase $X a$, em ambos considerando as últimas 50 de 180 calculadas. O valor do incremento de a utilizado foi de 0.005 e $e = 0.22$.

Figura 2.01 - Sistema sensor de fase zero. Composto por um disco solidário ao eixo que aciona o pistão. O sinal de leitura da fase zero é gerado quando o orifício no disco passa pelo fotossensor.

Figura 2.02 - Primeira parte do diagrama de blocos do sistema de aquisição de dados.

Figura 2.03 - Segunda parte do diagrama de blocos do sistema de aquisição de dados, mostrando os componentes da interface paralela.

Figura 2.04 - Diagrama de blocos do PCAD.

Figura 2.05 - Diagrama de tempos da aquisição do choque, onde os valores dos intervalos de tempo, em microssegundos, são: $\Delta t_1 = 33,4$, $\Delta t_2 = 44,0$, $\Delta t_3 = 7,0$ e $\Delta t_4 = 19,0$.

Figura 2.06 - Diagrama de tempos do terceiro bloco do PCAD, responsável pela aquisição da fase zero. Neste diagrama os valores dos intervalos de tempo (em microssegundos) são: $\Delta t_1 = 51,4$, $\Delta t_2 = 12,0$, $\Delta t_3 = 7,0$, $\Delta t_4 = 1,8$, $\Delta t_5 = 102,8$.

Figura 3.01 - Oscilador Kearfott. A letra "A" representa a amplitude de oscilação e a flecha o sentido.

Figura 3.02 - Coleta realizada com o trilho de ar inclinado de 0.45 graus (carro gastou 3.6s para percorrer 50cm no trilho de ar inclinado). A figura contém aproximadamente 2000 pontos.

Figura 3.03 - Resultado de uma coleta realizada com o trilho de ar inclinado de 0.8 graus (aproximadamente 6000 pontos).

Figura 3.04 - Parte dos pontos do arquivo disposto na figura 3.01, mostrando o atrator - f_n em função de f_{n+1} - na parte A. Na parte B é apresentado o gráfico de f_n em função de α correspondente a estes pontos. Corresponde à primeira metade dos pontos do gráfico 3.02.

Figura 3.05 - Parte dos pontos do arquivo disposto na figura 3.01, mostrando o atrator - f_n em função de f_{n+1} - na parte A, e na parte B é apresentado o gráfico de f_n em função de α correspondente a estes pontos. Correspondendo à segunda metade dos pontos do gráfico 3.02.

Figura 3.06 - Parte dos pontos dos arquivos disposto na figura 3.02, mostrando o atrator - f_n em função de f_{n+1} - na parte A e na parte B é apresentado o gráfico de f_n em função de α correspondente a estes pontos. Contêm a primeira parte de quatro em que foram divididos os pontos do gráfico 3.03.

Figura 3.07 - Gráfico de atrator (parte A) mostrando a região correspondente do gráfico de fase de choque em função de α .

Figura 3.08 - Gráfico de atrator (parte A) mostrando a região correspondente do gráfico de fase de choque em função de α .

Figura 3.09 - Gráfico de atrator (parte A) mostrando a região correspondente do gráfico de fase de choque em função de α .

Figura 3.10 - Os pontos se referem a tabela 3.01 e a reta foi calculada através de regressão matemática.

Figura 3.11 - Os pontos se referem a tabela 3.02 e reta foi calculada através de regressão matemática.

Figura 3.12 - Os pontos se referem a tabela 3.03, que foi obtida pela soma dos pontos dispostos nas figuras (3.07) e (3.08).

Figura 4.01 - Atrator de Hénon, obtido a partir das equações de Hénon, calculando-se 5000 pontos. A dimensão, de Hausdorff, deste atrator é $1.26^{21)}$.

Figura B.01 - Esquema eletrônico completo da interface coletora de dados.

Figura B.02 - Esquema eletrônico das ligações do gerador de pulso de interrupção.

Figura B.03 - Porto paralelo 8255 utilizado para enviar os dados para o microcomputador.

Figura B.04 - Slot do microcomputador Apple II utilizado para coletar os dados do experimento.

Figura B.05 - Diagrama eletrônico do gerador de rampa.

Figura B.06 - Esquema eletrônico do sensor de posição e do sensor de fase zero.

Figura B.07 - Esquema eletrônico do sensor de fase do choque.

Figura C.01 - Gráfico demonstrativo da seqüência de interações da equação logística para $a = 1.7$. Para este valor de a só existe um ponto de estabilidade (P_1).

Figura C.02 - Gráfico demonstrativo da seqüência de interações da equação logística para $a = 2.4$. Nesta condição já se torna visível a bifurcação, pontos P_1 e P_2 .

Figura C.03 - Gráfico demonstrativo da seqüência de interações da equação logística para $a = 3.4$. Este valor de a corresponde à região de caos.

Figura C.04 - Gráfico da equação logística, onde o valor de b é variado de 0 à 3.99, sendo plotados 120 pontos após um transiente de 100 interações.

Figura C.05 - Trilho de ar inclinado, mostrando todas as forças que atuam sobre o carro do trilho de ar, a velocidade do pistão e a velocidade de retorno do carro.

Figura C.06 - Ponto de Choque, mostrando os instantes anterior e posterior ao choque entre o carro e o pistão.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	1
Capítulo 1 - DESENVOLVIMENTO TEÓRICO E SIMULAÇÕES	4
1.1 -Introdução.....	4
1.2 - Descrição do sistema.....	4
1.3 - Condições de estabilidade e instabilidade.....	7
1.4 - Simulação do sistema mecânico... ..	20
1.5 - Caracterização de atratores	29
1.6 - Energia no sistema mecânico.....	35
Capítulo 2 - SISTEMA DE AQUISIÇÃO E ARMAZENAMENTO DE DADOS	38
2.1 - Princípio de medida	38
2.2 - Diagrama de blocos do sistema de aquisição de dados.....	40
2.3 -.Descrição da interface coletora de dados.....	42
2.3.1 - Mapa da memória do microcomputador Apple - II.	42
2.3.2 - Componentes da interface coletora de dados.....	44
2.3.3 - Programa de coleta e armazenamento de dados (PCAD)	44
2.3.4 - Fluxograma do PCAD.....	45
2.3.4.1 - Primeiro bloco do PCAD	46
2.3.4.2 - Segundo bloco do PCAD	48
2.3.4.3 - Terceiro bloco do PCAD	50

Capítulo 3 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS	54
3.1 - Região de trabalho.....	54
3.2 - Gráficos de ϕ x α	55
3.3 - Atratores	57
 CAPÍTULO 4 - DISCUSSÃO.....	 71
4.1 - Interface de aquisição de dados.....	71
4.1.1 - Coleta e armazenamento dos dados.....	71
4.2 - Resultados obtidos	72
4.3 - Programas desenvolvidos.....	74
 Capítulo 5 - CONCLUSÃO.....	 76
5.1 - Conclusões	76
5.2 - Sugestões para continuidade do trabalho	77
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	 78
 Apêndice A - PROGRAMAS DE SIMULAÇÃO E CÁLCULO.....	 83
A.1 - Programas com linguagem Pascal.....	83
A.1.1 - Programa de conversão de formato Apple → PC	83
A.1.2 - Programa de simulação do sistema mecânico	85
A.1.3 - Programa para gerar gráfico da figura 1.07	96
A.1.4 - Programa para gerar gráfico da figura C.04	98
A.2 - Programas escritos no ambiente Matlab.....	100

Apêndice B - INTERFACE E CIRCUITOS PERIFÉRICOS AUXILIARES.....	106
B.1 - Circuito eletrônico da interface de aquisição de dados	106
B.2 - Sensores de fase e choque.....	108
B.3 - Porto paralelo 8255 e slot do microcomputador Apple.....	109
B.4- Circuitos sensores de fase zero e instante do choque	110
B.5 - Gerador de rampa para registrador XT.....	111
 Apêndice C - ROTEIRO EXPERIMENTAL.....	 113
C.1 - Introdução.....	113
C.2 - Introdução teórica	114
C.3 - Roteiro experimental	129
 Apêndice D - SISTEMA MECÂNICO	 133

RESUMO

Neste trabalho estuda-se a interação, através de choques, entre um oscilador harmônico e um carro de trilho de ar inclinado, análogo ao sistema descrito na literatura como "bouncing-ball". A análise teórica e a simulação prevêm estabilidade e bifurcação nas fases do oscilador em que ocorrem os choques, confirmados pela experiência. As simulações indicam a ocorrência de caos, fato que foi confirmado experimentalmente. O sistema experimental de aquisição de dados produzido permite a utilização no ensino de graduação.

Os dados experimentais gerados pelo sistema são coletados por uma interface de aquisição, que trabalha acoplada a um microcomputador *Apple II*, e transferidos para um microcomputador tipo *IBM-PC*, possibilitando uma análise rápida dos resultados obtidos. Para a visualização das regiões de estabilidade, de bifurcação e do atrator estranho, que surge na região de caos, foram desenvolvidos programas gráficos e de cálculo, que permitem, também, realizar uma avaliação da dimensão do atrator. Os programas de simulação permitem ao aluno realizar cálculos e gerar gráficos, variando os parâmetros de controle do sistema.

No experimento foi utilizado coeficiente de restituição ε , de 0,22 e a dimensão fractal encontrada para o atrator foi 1,2.

ABSTRACT

In the present work the interaction between an harmonic oscillator and an air track's glider is studied, analogous to the system described in literature as the "bouncing-ball". Theoretical analysis and simulation predict stability and bifurcation in the phases of the oscillator in which occur collisions. The simulations indicate the occurrence of chaos, a fact confirmed experimentally. The built up experimental data acquisition system can be used in undergraduate teaching.

Experimental data generated by the system are collected by an acquisition interface, which works linked to an Apple II microcomputer, and are transferred to an IBM-PC type microcomputer, allowing quick analysis of the obtained results. To visualize the regions of stability, of bifurcation and of the strange attractor, graphic and calculation programs were developed, which also permit an evaluation of the attractor's dimension. The simulation programs allow the student to do calculations and generate graphs, while varying the system's control parameters.

In the experiment a restitution coefficient ϵ , of 0.22 was used and the found fractal dimension for the attractor was 1.2.

Introdução

Nos últimos anos a palavra caos ganhou novo significado no meio científico, passando de um termo qualificativo de desordem absoluta, a denominar um novo campo de pesquisa, onde se estuda o aparecimento e o comportamento de instabilidades em sistemas não-lineares¹⁾. Seus resultados têm sido aplicados nos mais diferentes áreas de pesquisa, desde comportamento de modelos de dinâmica de populações^{2,3)} ao diagnóstico de problemas cardíacos e afins⁴⁾, passando por fenômenos físicos, como turbulência, dinâmica não-linear, interações em plasma e laser⁵⁾, só para citar alguns exemplos.

O trabalho em que foram apresentadas as primeiras características de um sistema caótico foi o realizado por Lorenz⁶⁾ em 1963, no qual, resolvendo numericamente as equações diferenciais que descreviam um sistema hidrodinâmico, observou que as soluções encontradas não eram periódicas, ou seja, não repetiam a sua história passada, mas ficavam confinadas a uma região do espaço de fase descrevendo órbitas circulares em torno de dois pontos. Esta região seria chamada, posteriormente, de atrator estranho (strange attractor). Ele observou, ainda, que pequenas modificações nas condições iniciais resultavam em estados completamente distintos, após algumas interações.

Atualmente, sabemos que as duas características principais dos sistemas caóticos são a dependência crítica das condições iniciais e o confinamento das soluções do sistema a uma região do espaço de fase, denominada de atrator, que no caso dos sistemas caóticos recebe o adjetivo de estranho⁵⁾.

Anteriormente, as instabilidades que apareciam em sistemas mecânicos eram consideradas como obra do acaso ou fruto de ruídos externos que não podiam ser evitados, e seu estudo só era realizado após se efetuarem várias hipóteses simplificadoras, de forma a eliminar a instabilidade. Com o atual desenvolvimento da informática, produzindo computadores mais poderosos, pode-se trabalhar com sistemas sem tantas simplificações, tornando os modelos mais reais.

Em trabalhos realizados entre 1978 e 1979, Feigenbaum ^{7,8)} afirma que os sistemas que apresentam seqüências de bifurcações se

comportam de forma universal, independentemente da equação ou do sistema de equações que o descrevem. Ele chegou a um número que é calculado a partir dos pontos de bifurcação nesses sistemas; demonstrou também, matematicamente, que essa relação é universal. Este número é denominado "Delta de Feigenbaum" e é calculado através da expressão abaixo:

$$\delta = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\lambda_n - \lambda_{n-1}}{\lambda_{n+1} - \lambda_n} \right) \quad (1.01)$$

onde, λ_n representa o valor do parâmetro de controle, no ponto em que ocorre a bifurcação n.

A proposta deste trabalho foi utilizar um sistema mecânico que gere caos e apresente um mínimo de parâmetros de controle, neste caso apenas um. O sistema deve, também, apresentar características didáticas que possibilitem a análise dos resultados obtidos e repetitividade de comportamento, permitindo que se retome o experimento uma vez interrompido. Sistemas físicos envolvendo diversos parâmetros existem em abundância, porém a sua análise se torna difícil, devido à sua complexidade. Isso não ocorre com o sistema proposto, que é relativamente simples, o que é didaticamente desejável.

Este trabalho aborda aspectos do sistema caótico denominado "bouncing-ball", que apresenta características didáticas de simplicidade e coerência dos cálculos teóricos com os resultados experimentais, propiciando aos alunos de graduação em física contato com sistema de coleta de dados via microcomputador e análise destes por softwares de conversão e cálculo.

Os sistemas caóticos supracitados apresentam, em sua maioria, grande complexidade e trabalham com conjuntos de equações diferenciais que são solúveis apenas em algumas situações particulares.

Tuffilaro e Albano⁹⁾ propõem a utilização desses sistemas para introduzir o aluno de graduação na física dos sistemas caóticos, partindo da analogia entre o sistema bouncing-ball e a equação

logística estudada por May²⁾, e caracterizando as bifurcações que aparecem durante a evolução de parâmetro alfa e o posterior ponto de acumulação em que as bifurcações tendem para um número infinito.

Pippard¹⁰⁾ apresenta o sistema bouncing-ball como um dos mais simples em que surgem as bifurcações. Ele estuda, também, o aparecimento de instabilidades quando o sistema evolui, aumentando alguns parâmetros de controle. No capítulo 1 deste trabalho são apresentados alguns dos resultados obtidos por Pippard, no que se refere ao primeiro ponto de bifurcação do sistema e à determinação da região de trabalho do mesmo.

Um trabalho semelhante ao presente foi o realizado por Martien et al¹¹⁾, em que, com um sistema de coleta de dados computadorizado semelhante ao desenvolvido neste trabalho, ele consegue reconstruir um atrator tridimensional, medindo o intervalo de tempo entre duas gotas sucessivas numa torneira.

O sistema que propomos apresenta a possibilidade de se aprofundar no estudo de sistemas simples, pois possibilita adaptação a diferentes sistemas, bastando que a grandeza a ser lida sejam intervalos de tempo não superiores a 300 μ s . A adaptação a outros sistemas já existentes na literatura passaria apenas pela adaptação dos sensores e do melhoramento, se necessário, da interface coletora de dados. O fato de os dados serem armazenados em disquetes abre caminho para as mais diferentes análises. Este trabalho avança nesse sentido sem, contudo, esgotar toda a informação que pode ser retirada desses resultados.

Durante o desenvolvimento do trabalho, tivemos conhecimento de sistemas eletrônicos que possivelmente seriam úteis no ensino do "caos"; contudo, a proposta de um sistema mecânico em que o comportamento poderia ser totalmente observado, e com a possibilidade de gerar arquivos de dados experimentais para posterior análise com softwares de cálculo e simulação, nos pareceu mais atraente.

1 - Desenvolvimento Teórico e Simulações

1.1 Introdução

Neste capítulo será desenvolvido, teoricamente, o problema conhecido na literatura^{1,9,12-16} como "Bouncing-ball"^[a]. Serão tratadas as condições de equilíbrio, estabilidade dessas condições, bifurcações e atratores.

O sistema experimental foi montado sobre um trilho de ar inclinado onde, no ponto mais baixo de sua extensão, foi colocado um pistão que se move senoidalmente, chocando-se com um carro que fica livre no trilho, sujeito apenas à ação da força gravitacional e à força normal. Na extremidade do pistão que entra em contato com o carro, foi colocada uma esfera de borracha que possui coeficiente de restituição muito baixo, $k = 0.22$ - figuras (1.01) e (1.02). Como mostrado na segunda parte deste capítulo, esse fato contribuiu muito para o êxito do experimento.

A primeira suposição simplificadora é que a massa do pistão é muito maior que a massa do carro, permitindo afirmar que o impacto entre eles não afeta o movimento do pistão, mas apenas a velocidade do carro.

Na resolução do sistema "bouncing-ball", como descrito por Holmes¹⁴⁾, é possível determinar as regiões de estabilidade e os pontos de bifurcação, obtendo-se a descrição completa do funcionamento do mesmo. Holmes considera que a amplitude de oscilação do pistão é infinitesimal, comparada com a amplitude de movimento do carro. Porém, o desenvolvimento deste capítulo se baseia nos resultados obtidos por Pippard¹⁰⁾, que envolvem equações transcendentais cuja resolução envolve métodos numéricos que impossibilitam a determinação algébrica total do comportamento. Por esse motivo, serão determinadas, apenas, a região de estabilidade e a primeira bifurcação, em função dos parâmetros disponíveis para o

[a] Tradicionalmente este sistema consiste em uma esfera elástica em movimento vertical, que se choca com um oscilador harmônico também vertical (ex.: raquete oscilante e bola de tênis). Neste trabalho esses elementos foram substituídos por um carro de trilho de ar inclinado e um mecanismo oscilante.

Capítulo 1 - Desenvolvimento teórico e simulações

controle desse sistema. Ao final deste capítulo serão descritos alguns detalhes relativos ao comportamento da transferência de energia do pistão para o carro.

1.2 Descrição do sistema

Na figura (1.01) é mostrado o carro sobre o trilho de ar que se encontra inclinado de um ângulo θ . Este desce pelo trilho com aceleração γ dada por $g \sin(\phi)$. Na extremidade inferior do trilho há um pistão que oscila com frequência angular variável ω , controlada mecanicamente pelo experimentador. Sendo a amplitude de oscilação do pistão igual a A , a posição do pistão em função do tempo é:

$$P(t) = A \sin(\omega t), \quad (1.01)$$

e sua velocidade dada por:

$$u(t) = \omega A \cos(\omega t) \quad (1.02)$$

Figura 1.01 - Plano inclinado de movimentação do carro do trilho de ar

Com o sistema em funcionamento (figura - 1.02), o carro se move livremente sobre o trilho de ar e se choca com o pistão oscilante. No n -ésimo choque ocorrido entre ambos, V_n é a velocidade do carro no instante do choque e u_n a velocidade do pistão nesse mesmo instante. Ocorrendo um choque com o pistão na fase ϕ_n , o próximo só ocorrerá na fase $(\omega t_n + \phi_n)$. Nesse intervalo de tempo, o carro se movimenta com aceleração γ , devido à inclinação do trilho de ar. Desse modo, o

Capítulo 1 - Desenvolvimento teórico e simulações

próximo ponto de encontro entre o carro e o pistão será fornecido pela expressão:

$$P_{n+1} = P_n + V_n t_n - (1/2) \gamma t_n^2 \quad (1.03)$$

onde t_n representa o intervalo de tempo entre os choques n e $n+1$.

Figura 1.02 - Ponto de Choque, mostrando os instantes anterior e posterior ao choque entre o carro e o pistão.

A substituição da expressão (1.01) em (1.03) fornece:

$$\text{sen}(\omega t_n + \phi_n) = \text{sen}(\phi_n) + (1/A) [V_n t_n - (1/2) \gamma t_n^2] \quad (1.04)$$

Colocando o sistema de referência no pistão, a velocidade do carro em relação a este é resultado da soma das duas velocidades:

$$V_n' = V_n - \gamma t_n - \omega A \cos(\omega t_n + \phi_n) \quad (1.05)$$

onde V_n' é a velocidade de afastamento do carro após o enésimo choque.

No caso mais geral, o reencontro do carro com o pistão, após um choque, ocorre numa outra posição (fase) do pistão e, portanto, com um outro valor do módulo da velocidade.

Se após uma sequência de choques a velocidade do carro no instante em que ele atinge o pistão é sempre igual, em módulo, à velocidade com que se afasta deste, choque após choque, diz-se que o

Capítulo 1 - Desenvolvimento teórico e simulações

sistema se encontra numa órbita^[b] estável ou numa órbita simples. Nessa condição, a parcela de energia perdida no choque é repostada pelo pistão.

A taxa de perda de velocidade em um choque entre dois corpos é chamada de coeficiente de restituição e é definida como ¹⁷⁾ :

$$\varepsilon = - (V_n' / V_n) \quad (1.06)$$

Ocorrendo o enésimo choque na fase ϕ_n o choque seguinte ocorrerá, ωt_n depois, na fase ϕ_{n+1} :

$$\phi_{n+1} = \phi_n + \omega t_n \quad (1.07)$$

Após o choque, o carro se afasta com velocidade:

$$V_{n+1}' = V_{n+1} - \omega A \cos(\omega t_n + \phi_n) \quad (1.08)$$

Substituindo-se as expressões (1.08) e (1.05) em (1.06), obtém-se:

$$V_{n+1} = \varepsilon (\gamma t_n - V_n) + (1 + \varepsilon) \omega A \cos(\omega t_n + \phi_n) \quad (1.09)$$

As equações (1.09), (1.07) e (1.04) regem o sistema "bouncing-ball" para quaisquer valores de ε e ω ^{1, 4)}.

1.3 Condições de estabilidade e instabilidade

A existência de uma condição de estabilidade para o sistema será utilizada, durante o experimento, para determinar a região de trabalho do mesmo. Neste caso, a inclinação do trilho de ar e a frequência angular do pistão determinarão essa região.

[b] - Órbita : é uma seqüência de pontos de encontro entre o carro e o pistão. No caso da órbita simples, o ponto de encontro ocorre sempre na mesma fase do pistão. Para órbita dupla, existem dois pontos de encontro distintos, que ocorrem alternadamente. Generalizando, uma órbita de ordem n é formada por n pontos de encontro distintos, que se repetem após uma seqüência completa.

Capítulo 1 - Desenvolvimento teórico e simulações

Supondo que o sistema se encontre em equilíbrio dinâmico, onde, a quantidade de energia que é fornecida ao sistema é igual à dissipada por este, durante os choques sucessivos entre o carro do trilho de ar e o pistão oscilante. Nessa condição, desenvolvem-se apenas órbitas estáveis, em que os pontos onde ocorrem os choques são sempre os mesmos. As condições para o estabelecimento dessas órbitas são as seguintes:

$$\phi_{n+1} = \phi_n, V_{n+1} = V_n \text{ e, conseqüentemente, } P_{n+1} = P_n \quad (1.10)$$

Figura 1.03 - A seta descendente indica o sentido em que caminha o ponto mínimo de instabilidade quando aumenta o valor de ε .

A existência de um ponto de estabilidade para uma determinada frequência angular do pistão pode ser compreendida a partir de características do movimento harmônico, a saber: o ponto de velocidade linear máxima do pistão ocorre quando ela passa pela posição de amplitude zero ($n\pi/2$). Nessa situação, ocorrendo um choque, a quantidade de energia cedida por este ao carro do trilho de ar é máxima e diminui à medida que o ponto de choque se afasta. Ocorrendo alguma perturbação nesse comportamento, desencadeia uma seqüência de correções que obrigam o retorno às condições de equilíbrio: se, por exemplo, o ponto de choque se desloca para cima na trajetória do pistão, a quantidade de energia cinética fornecida por este diminui, obrigando a que o próximo choque ocorra abaixo da posição do choque anterior, e assim sucessivamente, até que a condição de equilíbrio dinâmico seja reestabelecida.

O conjunto de condições (1.10) impostas sobre as equações (1.09), (1.07) e (1.04) resulta em:

$$\cos(\phi_n) = m \pi (1 - \varepsilon) / [\alpha (1 + \varepsilon)] \quad (1.11)$$

onde $\alpha = \omega^2 A / \gamma$. A expressão acima fornece a fase do movimento do pistão em que ocorre o choque. Esse ponto é variável, dependendo de α e de ε . Na figura (1.03) é demonstrado como ocorre essa dependência.

A determinação dos pontos em que ocorrem órbitas estáveis é realizada a partir da equação (1.11), observando que ela só é válida para valores de α e ε que satisfaçam a condição de que $\cos(\phi_n) \leq 1$. Assim:

$$\alpha \geq m \pi (1 - \varepsilon) / (1 + \varepsilon) \quad (1.12)$$

onde m só pode assumir valores inteiros positivos, pois representa o número de ciclos do pistão entre dois choques sucessivos (figura 1.04). Essa condição não garante a estabilidade da órbita simples, como será descrito adiante. Esse ponto é uma condição necessária, mas não suficiente.

Figura 1.04 - Órbitas simples para diferentes valores de m

Para valores de α inferiores aos fornecidos pela equação (1.12), não é possível a ocorrência de órbita estável. Nessa situação, são

Capítulo 1 - Desenvolvimento teórico e simulações

identificados dois comportamentos do sistema, em função do valor de α :

– $\alpha < 1$, o carro se move solidário ao pistão. A aceleração exercida pelo pistão sobre o carro é sempre inferior à ação da aceleração γ ($\gamma > \omega^2 A$).

– $1 < \alpha < \alpha_{\min}^{[c]}$, ocorre a separação entre as partes móveis, entretanto, sem que seja possível o estabelecimento de uma órbita estável. O carro ainda pode permanecer em contato com o pistão durante uma parte do movimento deste ou se chocar diversas vezes a cada ciclo do pistão.

Antes de iniciar os cálculos para a determinação do ponto de instabilidade, convém apresentar um resultado obtido por Pippard¹⁰⁾ para sistemas com duas equações.

Seja o sistema:

$$\begin{aligned} X_{n+1} &= k_1 X_n + k_2 Y_n \\ Y_{n+1} &= \pm k_2 X_n + k_1 Y_n \end{aligned} \tag{1.13}$$

O sinal de k_2 na segunda equação determina dois critérios de estabilidade:

caso a) se o sinal de k_2 for negativo, fazendo a substituição abaixo

$$k_1 = S \cos(\theta) \text{ e } k_2 = S \sin(\theta)$$

existirá um ponto de estabilidade para o sistema (1.14), se o módulo de $S < 1$, e se $S > 1$, não existirá ponto de estabilidade. Nessas situações, a convergência ou divergência é chamada focal^[d]. Se $S < 1$ ocorre

[c] - Pela equação (13) $\alpha_{\min} = n \pi (1 - \epsilon) / (1 + \epsilon)$

[d] - Convergência focal - convergência em espiral da condição inicial até o ponto de equilíbrio.

Capítulo 1 - Desenvolvimento teórico e simulações

convergência, nas sucessivas aplicações destas equações e se $S > 1$, ocorre divergência.

caso b) se o sinal de k_2 for positivo será necessário fazer uma troca de variáveis, substituir X_n por $(v_n + u_n)$ e Y_n por $(v_n - u_n)$. Após essa substituição, chega-se ao novo sistema de equações:

$$u_{n+1} = (k_1 - k_2) \cdot u_n \quad (1.14)$$

$$v_{n+1} = (k_1 + k_2) \cdot v_n$$

que convergem para um ponto de estável, com os valores de $|k_1 - k_2| < 1$ e $|k_1 + k_2| < 1$. Essa estabilidade é chamada nodal^[e]. Os coeficientes de v_n e u_n indicarão o comportamento do sistema de equações:

- se $|k_1 - k_2| > 1$ e $|k_1 + k_2| > 1$, implica em instabilidade nodal^[f]

- se $|k_1 - k_2| > 1$ e $|k_1 + k_2| < 1$ ou vice-versa, implica em ponto de instabilidade em sela.

A utilização desses resultados depende do sistema de coordenadas que está sendo usado, e como o determinante e o traço de uma matriz são invariantes sob quaisquer transformações de coordenadas, é conveniente utilizar esses invariantes para expressar os critérios acima. Como decorrência do sistema de equações (14):

$$D = k_1^2 \pm k_2^2 \quad (1.15)$$

e

$$T = 2 k_1 \quad (1.16)$$

concluimos

i) para o caso (a), em que o sinal de k_2 é positivo, as condições de estabilidade e instabilidade são determinadas apenas pelo valor de S . Como o determinante da matriz formada pelos coeficientes, D , é

[e] - Estabilidade nodal - soluções reais, com decaimento exponencial semelhante ao oscilador amortecido

[f] - Instabilidade nodal - solução oscilante com divergência

Capítulo 1 - Desenvolvimento teórico e simulações

igual a S^2 . Utilizando as equações (1.15) e (1.16), obtém-se que $k_2^2 = D - (T^2/4)$ e sendo k_2 real, a primeira condição para estabilidade é que $D > T^2/4$. Porém, se $D > 1$, ocorre divergência nas sucessivas interações das equações do sistema⁵⁾. A intersecção dessas duas condições fornece a região de estabilidade focal, com convergência em espiral até o ponto de estabilidade¹⁸⁾.

Figura 1.05 - Regiões de estabilidade e instabilidade para sinal negativo de k_2 . A estabilidade focal só é possível na região interna da parábola.

ii) os pontos externos à parábola acima pertencem ao caso (b) (sinal de k_2^2 é negativo) e como no caso (a), os coeficientes de u_n e v_n devem ter módulo inferior à unidade. Dessa forma, as condições limites para os coeficientes serão:

$$|k_1 - k_2| = 1 \quad \text{e} \quad |k_1 + k_2| = 1$$

que, em função de D e T , resultam em duas retas tangentes à parábola do item i) e que têm equações:

$$T = 1 + D \quad \text{e} \quad T = -(1 + D)$$

Figura 1.06 - Regiões de estabilidade e instabilidade para sinal positivo de k_1

Utilizando as duas condições, i) e ii), é possível delimitar a região de estabilidade da órbita simples, que na figura (1.07) está confinada no triângulo formado pelos pontos $(-1,0)$, $(1,2)$ e $(1,-2)$.

Figura 1.07 - Região de estabilidade. A área preenchida é resultado da união das duas condições de estabilidade mostradas nas figuras (1.05) e (1.06)

Após o enunciado acima, podemos retornar ao equacionamento do sistema "bouncing-ball", com a finalidade de delimitar a região de estabilidade do sistema, e conseqüentemente determinando o ponto de bifurcação.

Quando o sistema se encontra em uma órbita simples estável, onde o carro atinge o pistão sempre com a mesma velocidade V no

Capítulo 1 - Desenvolvimento teórico e simulações

instante em que o pistão se move com velocidade u , a relação existente entre essas duas velocidades é dada pela definição de coeficiente de restituição (1.06):

$$(u / V) = (1 - \varepsilon) / (1 + \varepsilon) \quad (1.17)^{[g]}$$

Supondo que o encontro sempre ocorre no mesmo ponto da trajetória do pistão, temos:

$$z_p = z_0 \sin(\omega t_0) \quad (1.18)$$

e

$$u_p = \omega z_0 \cos(\omega t_0) \quad (1.19)$$

Nessas condições, o intervalo de tempo entre os choques sucessivos será sempre o mesmo. Na figura (1.03) foram mostradas diferentes formas de como isso pode ocorrer.

Para o carro do trilho de ar, o intervalo de tempo entre os choques sucessivos será, numa órbita estável, $2V/\gamma$ e para o pistão $2m\pi/\omega$, onde m representa o número de ciclos executados pelo pistão entre dois choques sucessivos:

$$\Delta t_{ch} = 2V/\gamma = 2m\pi/\omega \quad (1.20)$$

O estudo da estabilidade é feito introduzindo-se uma perturbação infinitesimal nas soluções V e t_0 , para o equilíbrio, figura (1.08a). Analisando a situação em que ocorre a desestabilização do sistema.

[g] - $\varepsilon = (V' - v) / (V + v)$

Capítulo 1 - Desenvolvimento teórico e simulações

Figura 1.08 - Movimento do pistão e do cilindro com a perturbação infinitesimal, nas velocidades V e u , posição z e tempo t .

Realizando as substituições abaixo, com a finalidade de introduzir a perturbação no sistema em equilíbrio:

$$V \rightarrow V + \delta V_1 \quad (1.21)$$

$$t_0 \rightarrow t_0 + \delta t_1$$

A figura (1.08a) mostra o pistão e o carro no instante do choque, já com a perturbação. Nesse instante, a velocidade do pistão é $(u + \delta u_1)$, com:

$$\delta u_1 = -\gamma \alpha \sin(\omega_0 t_1) \delta t_1 \quad (1.22)$$

onde $\alpha = \omega^2 P_0 / \gamma$.

Após o primeiro choque, o carro sobe com velocidade $(V + \delta V'_1)$, figura (1.08 b). Utilizando a expressão (1.17):

Capítulo 1 - Desenvolvimento teórico e simulações

$$\delta V'_1 = \varepsilon \delta V_1 - (1 + \varepsilon) \gamma \alpha \sin(\omega_0 t) \delta t_1 \quad (1.23)$$

Supondo que o choque seguinte não ocorra no ponto $(z + \delta z)$, mas em $(z + \delta z_1)$ com $\delta z < \delta z_1$ e, obviamente:

$$\delta z_1 = \omega z_0 \cos(\omega_0 t) [\delta t_2 - \delta t_1] \quad (1.24)$$

em consequência a velocidade do carro no ponto do choque altera-se de $\delta V_{12} = (\gamma/V) \delta z_1$, e assim, a velocidade de retorno nesse choque será:

$$\delta V_2 = \delta V'_1 - \delta V_{12} \quad (1.25)$$

Após o primeiro impacto, o carro retorna com velocidade $(V + \delta V_2)$, figura (1.08 c), depois de decorrido o intervalo de tempo $[(2\pi m/\omega) + \delta t_2 - \delta t_1]$. Utilizando a equação da cinemática para aceleração constante^[h], vem:

$$2V + \delta V_2 + \delta V'_1 = \gamma [(2\pi m/\omega) + \delta t_2 - \delta t_1] \quad (1.26)$$

a qual, substituindo-se a equação (1.23)), resulta em:

$$\delta V'_1 = \gamma (\delta t_2 - \delta t_1) - \delta V_2 \quad (1.27)$$

A expressão acima é utilizada para eliminar a dependência de $\delta V'_1$ na equação (1.23). A primeira equação para o comportamento das perturbações é:

$$\delta V_2 + \varepsilon \delta V_1 = \gamma \delta t_2 + [(1 + \varepsilon) \gamma \lambda - \gamma] \delta t_1 \quad (1.28)$$

onde $\lambda = \alpha \sin(\omega t_0)$.

A segunda equação é obtida reescrevendo-se (25) com o auxílio de (27) e (17):

$$\delta V_2 - \varepsilon \delta V_1 = - (1 + \varepsilon) \gamma \lambda \delta t_1 + [\gamma \omega \cos(\omega t_0) (\delta t_2 - \delta t_1)]/V \quad (1.29)$$

[h] - $v = v_0 - \gamma t$

Capítulo 1 - Desenvolvimento teórico e simulações

Rearranjando (1.29) e (1.28), obtêm-se equações semelhantes às do sistema (14):

$$\gamma \delta t_2 = \chi_1 \gamma \delta t_1 + \chi_2 \delta V_1 \quad (1.30)$$

$$\delta V_2 = \chi_3 \gamma \delta t_1 + \chi_4 \delta V_1$$

com

$$\chi_1 = 1 - (1+\epsilon)^2 \lambda; \quad \chi_2 = \epsilon (1+\epsilon); \quad (1.31)$$

$$\chi_3 = -\epsilon (1+\epsilon) \lambda; \quad \chi_4 = \epsilon^2$$

O determinante da matriz formada pelos coeficientes (1.31) é ϵ^2 , resultado que restringe o sistema ao primeiro e quarto quadrantes do gráfico da figura 1.07. Com o valor de D fixo, a região de estabilidade é determinada por T , que deve estar confinado na região entre as duas retas tangentes à parábola da figura 1.06, ou seja:

$$-(1+D) < T < 1+D \quad (1.32)$$

Substituindo os valores de T e D ^[1] na expressão acima, chega-se ao ponto mínimo em que o sistema está em equilíbrio:

$$\alpha \geq \pi m (1 - \epsilon)/(1 + \epsilon) \quad (1.33)$$

que é um resultado idêntico ao obtido na seção anterior com argumentos de estabilidade, e:

$$\alpha \leq \pi m [(1 - \epsilon)/(1 + \epsilon)] \{ 1 + [(2/\pi m)(1 + \epsilon^2)/(1 - \epsilon^2)] \}^{1/2} \quad (1.34)$$

O valor de α para o ponto de bifurcação é obtido considerando-se o sinal de igualdade na expressão acima.

O comportamento do sistema é controlado pela variável α , ou seja, variando alfa passa-se por todas as situações possíveis, desde

[1] - $D = \epsilon^2$ e $T = 1 - \epsilon^2 - (1+\epsilon)^2 \lambda$

Capítulo 1 - Desenvolvimento teórico e simulações

estabilidade até situações mais complexas, passando por regiões de estabilidade, bifurcações e caos.

No gráfico da figura 1.09 são mostradas as curvas referentes ao primeiro valor de α em que o sistema apresenta comportamento estável, equação 1.33, e o ponto de bifurcação, equação 1.34. Note que, variando o valor de alfa para um valor fixo de ε , o sistema passa por regiões de estabilidade e de bifurcações, ver também figura 1.16. Na região entre os pares de curvas, o sistema apresenta comportamento mais complexo, porém seguindo a ordem de evolução normal dos sistemas que exibem comportamento caótico, caracterizado pela sequência de bifurcações até a região de caos^{5,12,19}).

Na seção seguinte é demonstrado como foi feita a simulação do comportamento do sistema para valores de alfa que extrapolam as situações consideradas até agora.

Figura 1.09 - Gráfico de α contra ε , mostrando o primeiro ponto para o qual é possível estabelecer uma órbita e o ponto em que ocorre a primeira bifurcação. Cada conjunto de curvas se refere a um valor de m .

Figura 1.10 - Cada par de curvas representa o primeiro ponto de estabilidade (curva tracejada) e o primeiro ponto de bifurcação (curva contínua). Este gráfico é uma ampliação da figura 1.09, para a região de trabalho do sistema experimental. Os pontos A e B representam, respectivamente, o primeiro ponto de estabilidade e o ponto em que ocorre a primeira bifurcação, para $\varepsilon = 0.22$.

Capítulo 1 - Desenvolvimento teórico e simulações

1.4 Simulação do sistema mecânico

Nos cálculos de simulação do comportamento das variáveis que caracterizam o "bouncing-ball", foram utilizadas as equações resultantes do desenvolvimento matemático da seção 1.1, sob forma adimensional:

$$V_{n+1} = \varepsilon (\alpha \tau_n - V_n) + \alpha (1 + \varepsilon) \cos (\phi_n + \alpha \tau_n) \quad (1.35)$$

$$\phi_{n+1} = \phi_n + \alpha \tau_n \quad (1.36)$$

$$\sin(\phi_n + \alpha \tau_n) = \sin\phi_n + V_n \tau_n - (1/2) \alpha \tau_n^2 \quad (1.37)$$

onde

$$\tau_n = (\omega/\alpha) t_n \text{ e } V_n = (\omega/\gamma) V_n$$

As grandezas t_n e V_n foram substituídas por τ_n e V_n , respectivamente, para tornar as expressões (1.35), (1.36) e (1.37) adimensionais.

Após $(n-1)$ choques, o enésimo ocorrerá com o sistema na condição: ϕ_n, τ_n, V_n . A simulação é realizada substituindo-se estes valores nas expressões (1.35) e (1.36), obtendo-se os valores de V_{n+1} e ϕ_{n+1} . O cálculo de τ_{n+1} foi feito substituindo os valores de V_{n+1} e ϕ_{n+1} na expressão (1.05), resultando na seguinte equação transcendental:

$$\sin(\phi_{n+1} + \alpha \tau_{n+1}) = \sin\phi_{n+1} + V_{n+1} \tau_{n+1} - (1/2) \alpha (\tau_{n+1})^2 \quad (1.38)$$

Resolvendo pelo método de Newton:

$$x_2 = x_1 - f(x_1) / f'(x_1) \quad (1.39)$$

Capítulo 1 - Desenvolvimento teórico e simulações

obtem-se a expressão recursiva:

$$\tau_{n+1}^{(l+1)} = \frac{-(1/2)\alpha\tau_{n+1}^{(l)} - \alpha\tau_{n+1}^{(l)2}\cos(\phi_{n+1} + \alpha\tau_{n+1}^{(l)}) - \sin(\phi_{n+1}) - \sin(\phi_{n+1} + \alpha\tau_{n+1}^{(l)})}{-\alpha\tau_{n+1}^{(l)} + v_{n+1} + \alpha\cos(\phi_{n+1} + \alpha\tau_{n+1}^{(l)})} \quad (1.40)$$

onde, l e $l+1$ representam a recursividade da expressão, isto é, o valor de $\tau_{n+1}^{(l+1)}$ é obtido a partir de $\tau_{n+1}^{(l)}$, calculado na interação anterior.

O algoritmo do programa de simulação obedece à ordem exposta acima, cuja listagem se encontra no Apêndice A.

Na execução deste programa são definidos o número de interações que se deseja para cada valor de alfa, bem como seu incremento, e o número de interações que devem ser desprezadas como transiente. Além desses valores, são definidos os valores inicial e final de alfa e o seu incremento. Antes de iniciar os cálculos, o programa executa uma rotina para testar o valor inicial de alfa e, caso ele não seja suficiente para o estabelecimento de uma órbita, é utilizado como valor inicial o valor mínimo de alfa fornecido pela equação (1.33).

Na resolução da equação transcendental (1.38), as interações da equação (1.40) são interrompidas quando a diferença entre os valores obtidos para τ_{n+1} , entre duas interações consecutivas, for menor que 10^{-5} , ou seja:

$$|\tau_{n+1}^{(l+1)} - \tau_{n+1}^{(l)}| < 10^{-5} \quad (1.38)$$

Os resultados gráficos do programa de simulação estão dispostos a seguir foram obtidos com o programa *Alfacom.pas* para diferentes valores do coeficiente de restituição. Esse programa possibilita também a geração de gráficos de velocidade do carro no instante do choque em função de α e intervalo de tempo entre os choques sucessivos em função do mesmo α . A listagem desse programa se encontra no apêndice B deste trabalho.

As bifurcações previstas na seção anterior e ilustradas na figura 1.09, aparecem na maioria dos gráficos apresentados a seguir. Os

Capítulo 1 - Desenvolvimento teórico e simulações

cálculos foram realizados para coeficientes de restituição de 0.2, 0.22 e 0.3, que são valores próximos ao do coeficiente de restituição medido no laboratório durante a coleta de dados.

Nas simulações foi utilizada a condição de valor mínimo de α para se determinar o ponto inicial de plotagem. Isso foi motivado pelos problemas de "overflow" que ocorreram durante os cálculos. É interessante notar que, na condição mínima de α , a fase de encontro entre o carro e o pistão ocorre na fase zero do pistão, o que justamente representa a posição em que este apresenta maior velocidade linear e portanto transmitindo o máximo de energia para o carro, possibilitando o estabelecimento de uma órbita estável. Com o aumento do parâmetro α , a fase do ponto de encontro tende a aumentar até a região em que ocorre a bifurcação.

Capítulo 1 - Desenvolvimento teórico e simulações

Todos os parâmetros estão plotados de forma adimensional ou com grandezas arbitrárias.

Figura 1.11 - Gráfico de intervalo de tempo entre os choques contra α , com alfa variando de 2 a 3, incremento de alfa igual a 0.005, coeficiente de restituição $\epsilon = 0.2$. Para cada valor de alfa foram calculadas 180 interações, das quais foram utilizadas no gráfico as últimas 50.

Figura 1.12 - Gráfico de intervalo de tempo entre os choques contra α , com α variando de 2 a 3, incremento de alfa igual a 0.005, coeficiente de restituição $\varepsilon = 0.3$, e sendo calculadas 180 interações para cada valor de α , das quais são plotadas as últimas 50.

Figura 1.13 - Gráfico de fase contra α , com α variando de 2 a 3.0, incremento de α igual a 0.005, coeficiente de restituição $\epsilon = 0.2$, sendo calculadas 400 interações para cada valor de α , das quais são plotadas as últimas 270.

Figura 1.14 - Gráfico de fase contra α , com α variando de 2 a 3.0, incremento de α igual a 0.005, coeficiente de restituição $\varepsilon = 0.3$, sendo calculadas 400 interações para cada valor de α , das quais são plotadas as últimas 270.

Figura 1.15 - Gráfico de fase contra α , com α variando de 2 a 3.0, incremento de α igual a 0.005, coeficiente de restituição $\epsilon = 0.22$ (valor de ϵ medido experimentalmente), sendo calculadas 180 interações para cada valor de α , das quais são plotadas as últimas 50.

Figura 1.16 - Gráfico de fase contra α , com α variando de 2 a 6, incremento de α igual a 0.008, coeficiente de restituição de 0.22, sendo calculadas 180 interações para cada valor de alfa, das quais são plotadas as últimas 50.

1.5 - Caracterização de atratores

Suponha um sistema dinâmico dissipativo partindo de uma condição inicial diferente do repouso, após um intervalo de tempo. Por ser dissipativo, ele deverá atingir uma condição de energia mínima, caracterizando equilíbrio ou estabilidade. Paralelamente, no espaço de fase o volume ocupado pelas condições iniciais diminui, até atingir uma região restrita deste. Esse subespaço é chamado atrator²⁰⁾.

Um atrator de dimensão igual a zero é o existente na descrição de um oscilador harmônico amortecido, onde o estado final do sistema é representado por um ponto no espaço de fase.

Um atrator com dimensão igual a 1 é aquele em que a situação final no espaço de fase é linha fechada. Como exemplo, um oscilador harmônico forçado amortecido.

Figura 1.17 - A elipse representa uma trajetória fechada no espaço de fase e corresponde a um oscilador harmônico forçado amortecido. P e q representam as coordenadas generalizadas de posição e velocidade. As linhas que convergem para a elipse representam a convergência de condições iniciais que não são de equilíbrio.

Os atratores em que a dimensão é fracionária são chamados de estranhos - "strange attractor" - e são característicos dos sistemas que apresentam comportamento caótico. Esse tipo de atrator é resultado de uma sequência de contrações ou dobramentos ("folding") em determinadas direções, e expansões em outras^{5,14,20)}. Restringe a região possível de energias a um subespaço com volume finito no espaço de fase.

Capítulo 1 - Desenvolvimento teórico e simulações

Uma forma de caracterizar o atrator estranho é calcular a sua dimensão^{20,21}). É possível calcular um número infinito de dimensões, utilizando a definição de dimensão generalizada, dada a seguir:

"Def.: considere um atrator contido num espaço m-dimensional e seja χ_i , com $i=1, \dots, N$, uma seção finita de uma trajetória discreta sobre o atrator. Cobrindo-se o espaço de fase com uma malha de células do tipo r^m e sendo $M(r)$, o número total de células que contêm pontos da série χ_i , a probabilidade P_k , de encontrar um ponto na célula k é dada por:

$$P_k = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{N}{N_k} \right) \quad (1.41)$$

onde, N_k é o numero de pontos na célula k . O conjunto infinito de dimensões generalizadas D_q , que caracteriza a estrutura inomogênea estática de um atrator, é definida através da qésima potência de P_k , como:

$$D_q = \frac{1}{(q-1)} \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log(\sum_{k=1}^{M(r)} p_k^q)}{\log r} \quad (1.42)''$$

Embora, existam muitas definições de dimensão, três têm sido usadas com maior freqüência²⁰) para caracterizar a "estranheza" de um atrator estranho; a saber: dimensão de Hausdorff, também chamada dimensão fractal, dimensão de informação e dimensão de correlação²¹). A dimensão fractal é calculada a partir da definição 1.42 com $q = 0$:

$$D_0 = - \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log M(r)}{\log r} \quad (1.43)$$

onde $M(r)$ representa o número de células de volume r que contêm pontos do atrator.

Capítulo 1 - Desenvolvimento teórico e simulações

Dimensão de informação, calculada a partir de 1.42 com $q = 1$,

$$D_1 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^{M(r)} p_k \log p_k}{\log r} \quad (1.44).$$

e a dimensão denominada de correlação, calculada com $q = 2$,

$$D_2 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log(\sum_{k=1}^{M(r)} p_k^2)}{\log r} \quad (1.45)$$

No capítulo 3, em que serão apresentados os resultados experimentais, será também apresentado o cálculo da dimensão fractal a partir dos resultados experimentais. Esses cálculos serão realizados utilizando-se o programa *rubens09.m*, listado no apêndice A.

Nas figuras de simulação são apresentados os atratores obtidos a partir das equações que regem o sistema mecânico, utilizando o valor do coeficiente de restituição medido experimentalmente no laboratório.

Figura 1.18 - O atrator foi obtido com $\alpha = 2,70$, $\varepsilon = 0.22$ e utilizando-se 2000 pontos, sendo que destes foram desprezados os 200 primeiros como transiente. Nas figuras seguintes foi alterado apenas o valor de alfa.

Figura 1.19 - O atrator obtido com $\alpha = 2,75$.

Figura 1.20 - O atrator obtido com $\alpha = 2,85$.

Capítulo 1 - Desenvolvimento teórico e simulações

1.6 - Energia no sistema mecânico

A determinação da energia média no sistema mecânico é realizada utilizando a altura máxima que o carro do trilho de ar atinge entre dois choques sucessivos. Para os cálculos abaixo, o nível zero de energia potencial foi adotado como sendo o ponto mínimo de movimentação do pistão.

No trabalho de Celaschi e Zimmerman¹²⁾ foi dada a seguinte expressão para a energia média:

$$\langle E \rangle = \sum_n (\phi_n - \phi_o) \left\{ \frac{\alpha_n \phi_n^2}{2} + \alpha_n^2 t_n \text{sen}(\phi_n) \right\} \quad (1.46)$$

onde o primeiro termo, na chave, representa a energia cinética e o segundo a energia potencial.

Figura 1.21 - Gráfico mostrando a movimentação do pistão no tempo e os pontos de choque entre o pistão e o carro do trilho de ar. As alturas h_n são utilizadas para determinar a energia potencial do carro.

A altura máxima é determinada a partir das equações da cinemática, que fornecem a seguinte expressão:

Capítulo 1 - Desenvolvimento teórico e simulações

$$h_n = h_1 + \frac{(h_2 - h_1)^2}{2 \cdot \gamma \cdot \Delta t^2} + \frac{(h_2 - h_1)}{2} + \frac{\gamma \cdot \Delta t^2}{8} \quad (1.47)$$

Sabendo que a energia potencial é $E = m\gamma h$ e que $h_n = A(1 + \sin\phi_n)$:

$$E_n = m \left\{ \gamma \cdot A(1 + \sin\phi_{n-1}) + A^2 \frac{\chi_n^2}{2 \cdot \Delta t^2} + A \gamma \frac{\chi_n}{2} + \frac{\gamma^2 \Delta t^2}{8} \right\} \quad (1.48)$$

onde $\chi_n = \sin\phi_n - \sin\phi_{n-1}$. A energia média é fornecida pela média aritmética de todas as energias calculadas para o mesmo valor de α .

O resultado da simulação utilizando estas equações é mostrado na figura 1.19. Na primeira parte da figura, encontra-se o gráfico da energia média contra alfa e logo abaixo o de fase de choque, para simples comparação dos resultados.

Capítulo 1 - Desenvolvimento teórico e simulações

Figura 1.22 - Na porção superior está energia média (unidade arbitrária) em função de α , e na parte inferior, fase em função de α , em ambos considerando as últimas 50 de 180 calculadas. O valor do incremento de α utilizado foi de 0.005 e $\epsilon = 0.22$.

2 - Sistema de aquisição e armazenamento de dados^[a]

O sistema de aquisição e armazenamento de dados é composto por uma interface paralela, um microcomputador *Apple II*, uma placa analógica e sensores luminosos de fase zero e fase de choque.

Durante o funcionamento do sistema mecânico descrito no capítulo anterior, os dois sensores luminosos (sensores de posição) geram sinais de interrupção de processamento^[b], que indicam ao microcomputador o instante de realizar uma leitura e qual a leitura a ser feita.

A escolha de sensores luminosos para gerar os sinais de coleta de dados traz duas vantagens: a não-interferência dos sensores com o sistema mecânico e a rapidez na geração dos sinais para a interface.

O gerenciamento das interrupções e do armazenamento ordenado dos dados é realizado pelo programa de coleta e armazenamento de dados, doravante denominado PCAD.

2.1 Princípio de medida

Seja T o período de oscilação do pistão e T_c o tempo em que ocorre um choque entre este e o carro do trilho de ar, medido a partir do início do período (fase zero). A fase ϕ_c correspondente a esse choque será

$$\phi_c = 2\pi (T_c/T) \quad (2.01)$$

A determinação de T é realizada por um sensor ótico de passagem, que detecta o instante em que um orifício, num disco solidário ao eixo que movimenta o pistão, passa pela posição de fase zero (figura 2.01). Assim, cada revolução do pistão é responsável por um novo T . Mesmo que a rotação do motor varie por interferência do experimentador ou por problemas na rede elétrica, o novo período será

[a] - Uma forma alternativa de aquisição de dados que dispensa o uso do microcomputador e utiliza um registrador XT como coletor de dados está descrita no apêndice B.5.

[b] - Sinal de interrupção: código reconhecido pelo microprocessador como chamada de um componente periférico²⁸.

Capítulo 2 - Sistema de aquisição e armazenamento de dados

lido e incorporado aos dados, obtendo-se valores sempre corretos de ϕ_c . Esta correção automática da variação de frequência já foi utilizada num trabalho de acústica²²⁾.

Para detectar a fase no instante do choque, utilizou-se um sensor ótico solidário ao pistão e colocou-se no carro um anteparo de forma que, no instante do choque entre eles, o anteparo obstrua a passagem de luz no sensor, possibilitando a detecção do instante do choque e, indiretamente, da fase deste.

O sistema de aquisição de dados tem como objetivo registrar todos os valores de ϕ_c . Para isso, são lidos todos os valores de T_c e T , em sucessivos períodos de tempo, e armazenados em disco flexível.

As medidas dos intervalos de tempo T e T_c são realizadas pela leitura de um contador. Este possui capacidade de contagem de 0 a 4096 e é acionado por um clock de 489Hz^[c].

Com o sistema em funcionamento, a cada passagem do eixo pela posição de fase zero é feita uma leitura de T , e após a leitura o contador é zerado. Ocorrendo um choque, a fase do pistão é lida e armazenada na memória, sem se alterar o estado do contador, ou seja, o contador só é alterado na rotina de leitura de fase zero.

Se $T_c > T$, o dado referente a T_c será armazenado na linha seguinte, ficando uma linha preenchida com zeros. O valor do intervalo de tempo entre os choques será dado pelo valor de T_c , acrescido do valor do período T .

[c] A frequência de 498Hz é resultado da divisão do sinal de clock de 1MHz do microcomputador por 2^{11} , divisão realizada por um contador binário CA 4020. Ver seção 2.3.2.

Figura 2.01 - Sistema sensor de fase zero, é composto por um disco solidário ao eixo que aciona o pistão . O sinal de leitura da fase zero é gerado quando o orifício no disco passa pelo fotossensor.

2.2 Diagrama de blocos do sistema de aquisição de dados

No diagrama abaixo (figura 2.02) são mostrados os componentes externos da interface coletora de dados. A descrição detalhada de cada módulo com seu respectivo circuito eletrônico se encontra no apêndice B.

Como descrito na seção 2.1, a cada leitura de fase zero é necessário zerar a contagem. Para gerar esse sinal de reset do contador foi utilizado um oscilador monoestável, configurado para gerar o sinal de reset ao final do pulso gerado pelo sensor de fase. Este, por sua vez, tem comprimento suficiente para permitir a leitura do dado antes que o contador seja zerado. (ver figura 2.05).

Capítulo 2 - Sistema de aquisição e armazenamento de dados

Figura 2.02 - Primeira parte do diagrama de blocos do sistema de aquisição de dados.

A figura 2.02 se refere à interface paralela, que fica instalada no slot 3 do microcomputador. Ela é composta por: um porto paralelo intel 8255²³⁾, dois contadores binários²⁴⁾ (CA 4040 e CA4020)^[d] e um buffer 74LS125.

[d] O contador CA 4040 tem capacidade de contagem de 12 bits, ou seja, de 0 a 4096 e o CA 4020 tem capacidade para contar até 16 bits sendo 4 internos²⁴⁾.

Figura 2.03 - Segunda parte do diagrama de blocos do sistema de aquisição de dados, mostrando os componentes da interface paralela.

2.3 Descrição da interface coletora de dados

2.3.1 Mapa da memória do microcomputador Apple - II

A interface coletora de dados foi projetada para utilizar um microcomputador de oito bits, do tipo *Apple II*, com 64K bytes. Para o seu desenvolvimento, foi utilizado um microcomputador *Spectrum ed* que possui quatro slots para interfaceamento com dispositivos externos.

Os microcomputadores da linha Apple II possuem a memória dividida, como na tabela apresentada a seguir:

TABELA 2.01^[e]

Intervalo de endereço	Memória	Utilização
\$0 - \$0FF ^[f]	RAM	programas do sistema
\$100 - \$1FF	RAM	pilha do sistema (STACK)
\$200 - \$2FF	RAM	buffer de entrada do teclado
\$300 - \$3FF	RAM	posições dos vetores do PCAD
\$400 - \$7FF	RAM	pg. 1 de texto e gráficos de baixa resolução
\$800 - \$BFF	RAM	pg. 2 de texto e gráficos de baixa resolução
\$C00 - \$1FFF	RAM	livre
\$2000 - \$3FFF	RAM	página gráfica de alta resolução 1
\$4000 - \$5FFF	RAM	página gráfica de alta resolução 2
\$6000 - \$BFFF	RAM	livre
\$C000 - \$C07F	E/S	posições internas especiais
\$C080 - \$C0FF	E/S	espaço dos cartões periféricos de E/S
\$D000 - \$FFFF	ROM	integer Basic, Applesoft, Monitor etc.

[e] - Tabela extraída de PIMENTEL. H. G., 1986²⁵⁾.

[f] - O símbolo '\$' na frente dos números ou letras indica que o mesmo está expresso em base hexadecimal (0 à F)

2.3.2 Componentes da interface coletora de dados

A interface é formada por: geradores de pulsos (circuitos monoestáveis, 74121²⁶⁾), buffers (74125²⁶⁾), contadores (4040 e 4020) e porto paralelo (intel 8255). Ela utiliza o sinal de clock do microcomputador como referencial de tempo e os sinais gerados pelo sensores para controlar a aquisição dos dados.

Como a frequência de clock gerada pelo microcomputador é muito alta (1Mhz) se comparada ao intervalo de tempo entre dois eventos sucessivos de leitura, que variam de 0.2 a 4s, fez-se necessário a divisão da frequência de clock para se obter um sinal com frequência mais baixa. Para esse fim, usou-se um contador CMOS 4020, que possibilita divisões desde 2 (2^1) até 16384 (2^{14}). Utilizou-se a saída que divide o sinal por 2^{11} (2048), obtendo assim uma frequência da ordem de 489.28 Hz. Esta frequência foi usada como clock de um contador CMOS 4040 de 12 bits, possibilitando a contagem de 0 (zero) até 4096, em 8.22s, tempo suficiente para o monitoramento da fase zero e da fase de choque.

Os sinais gerados pelos sensores são utilizados pela interface para interromper o programa de controle e armazenamento de dados, a fim de que este realize as medidas de fase zero ou de fase de choque.

2.3.3 Programa de coleta e armazenamento de dados (PCAD)

O PCAD foi escrito em linguagem de máquina (Assembler) para se obter maior velocidade na aquisição dos dados e maior espaço na memória para os dados do sistema^{27,28)}. Ele foi instalado no primeiro segmento de memória livre, entre as posições \$1000 e \$1300.

O PCAD utiliza os sinais de interrupção de processamento gerados pelos sensores para identificar qual informação deve ser lida. Ocorrendo um sinal de interrupção, o microprocessador termina a operação que estava em andamento, interrompendo a rotina em execução e passando a processar a rotina de leitura correspondente ao sinal de interrupção recebido.

Capítulo 2 - Sistema de aquisição e armazenamento de dados

As funções executadas pelo PCAD são:

- definição dos espaços de memória destinados ao armazenamento de dados;
- definição das posições de memória destinadas aos ponteiros de armazenamento;
- definição da forma de trabalho do porto paralelo (intel - 8255);
- identificação dos sinais de interrupção para leitura dos dados tanto de fase zero como de fase de choque;
- armazenamento dos dados na memória e
- verificação do espaço disponível para o armazenamento dos dados.

O PCAD foi escrito de forma a permitir a leitura de até três choques, durante um ciclo completo do pistão, isto é, e intervalo entre duas leituras sucessivas de fase zero. Os demais choques que possam ocorrer nesse intervalo são ignorados.

2.3.4 - Fluxograma do PCAD

O fluxograma abaixo (figura 2.04) mostra todas as fases de execução do PCAD. No primeiro ponto de decisão, o "S" indica o caminho seguido pelo programa em caso de interrupção correspondente. No primeiro ponto de decisão, o "S" indica o caminho seguido pelo programa em caso de interrupção de fase (prioritária).

Figura 2.04 - Fluxograma do PCAD.

2.3.4 1 Primeiro bloco do PCAD

Este bloco define as posições de memória para armazenamento dos ponteiros do programa e da distribuição dos dados na memória. Define, também, o formato dos dados que serão armazenados na memória. Configura os portos A,B e C do intel 8255 como dutos de

Capítulo 2 - Sistema de aquisição e armazenamento de dados

entrada. Após a execução desses passos, vai para a sub-rotina "loop" para aguardar o sinal de interrupção prioritária, iniciando o processo de aquisição dos dados.

SUB-ROTINA 1

Endereço	Código	Mnemônico	Comentário
1000	78	SEI	;desabilita interrupção (/irq)
1001	A0 FC	LDY #\$FC	;carrega primeira parte do endereço
1003	EA	NOP	;da interrupção prioritária (/irq)
1004	EA	NOP	;
1005	8C FE 03	STY \$03FE	;
1008	A0 1F	LDY #\$1F	;carrega primeira parte do ponteiro
100A	84 CC	STY \$CC	;de armazenamento
100C	A0 10	LDY #\$10	;carrega segunda parte do endereço
100E	8C FF 03	STY \$03FF	;da interrupção prioritária (/irq)
1011	A0 9B	LDY #\$9B	;carrega palavra de controle
1013	8C C3 C0	STY \$C0C3	;envia palavra para o porto
1016	A0 F8	LDY #\$F8	;carrega segunda parte do ponteiro
1018	84 CB	STY \$CB	;armazenamento
101A	A0 05	LDY #\$05	;carrega palavra teste de interrupção
101C	84 12	STY \$12	;no endereço \$12 da página zero
101E	58	CLI	;habilita interrupção
101F	4C A0 10	JMP \$10A0	;vai para o rotina loop.
1022	EA	NOP	;
...			
1050	AD C2 C0	LDA \$C0C2	;lê código de interrupção
1053	C5 12	CMP \$12	;compara a palavra teste com condição
1055	30 03	BMI \$105A	;de interrupção
1057	20 50 11	JSR \$1150	;vai p/ sub-rotina de interrupção
105A	4C 50 10	JMP \$1050	;retorna ao início da sub-rotina.
105D	EA	NOP	;
...			
10A0	EA	NOP	;
10A1	EA	NOP	;
10A2	EA	NOP	;
10A3	4C A0 10	JMP \$10A0	;vai para o início da rotina de
10A6	EA	NOP	;espera

Capítulo 2 - Sistema de aquisição e armazenamento de dados

A execução da primeira parte dessa rotina, do endereço \$1000 ao \$1022, produz modificações na memória e no registrador "Y". Nas posições de memória abaixo, estão listadas as modificações e as funções que cada uma delas realiza durante a execução do PCAD:

- \$12: 05 ;número código que indica interrupção secundária
 ;(\$05)
- \$CB: F8 ;posição da memória onde se inicia o armazenamento
- \$CC: 1F ;dos dados (\$1FF8)

- \$3FE: FC ;endereço da memória onde se localiza a sub-rotina
- \$3FF: 10 ;de interrupção prioritária, que realiza a leitura da
 ;fase zero

- \$C0C3: 9B ;configura o porto paralelo intel 8255, enviando a
 ;palavra de controle \$9B para a posição de memória
 ;correspondente.

- Y: 05 ;o último valor processado por esta sub-rotina fica
 ;armazenado provisoriamente neste registrador

Na segunda parte da sub-rotina, o contador do programa (program counter) vai para o endereço \$10A0 e passa a executar uma sub-rotina "loop", aguardando um sinal de interrupção (/irq), que indica interrupção para leitura de fase zero. Ocorrendo esse sinal, a sub-rotina correspondente modifica a sub-rotina "loop", direcionando-a para a sub-rotina "loop" que executa a leitura do porto C à espera do sinal de choque. Esta está situada entre os endereços \$1050 e 105D. Nesse período, o valor contido no registrador "A" (acumulador) é constantemente alterado pelas repetidas leituras do porto C.

2.3.4.2 Segundo bloco do PCAD

Sendo identificado um sinal de leitura de fase de choque pela sub-rotina de leitura do porto C, o PCAD executa a sub-rotina referente à leitura da fase do choque, e o posterior armazenamento desta na memória. Completado esse ciclo, o PCAD retorna ao "loop" inicial.

Capítulo 2 - Sistema de aquisição e armazenamento de dados

SUB-ROTINA 2

Endereço	Código	Mnemônico	Comentário
1150	AD C0 C0	LDA \$C0C0	;leitura byte menos significativo
1153	AE C1 C0	LDX \$C0C1	;leitura byte mais significativo
1156	C8	INY	;incr. do ponteiro de armazenamento
1157	91 CB	STA (\$CB),Y	;armazena byte menos significativo
1159	C8	INY	;
115A	8A	TXA	;transf. dado de X para acumulador
115B	91 CB	STA (\$CB),Y	;armazena byte mais significativo
115D	EA	NOP	;do dado
115E	EA	NOP	;
115F	EA	NOP	;
1160	EA	NOP	;
1161	60	RTS	;retorna para sub-rotina loop
1162	EA	NOP	;
1163	EA	NOP	;

A execução sub-rotina 2 acarreta as seguintes modificações:

- Y: Y+2 ;ponteiro de armazenamento secundário; durante a
 ;execução do PCAD, o registrador Y é incremen
 ;tado duas vezes, com a finalidade de completar a
 ;seqüência de armazenamento
- A: #\$C0C0 ;leitura do dado disponível no porto A
- X: #\$C0C1 ;leitura do dado disponível no porto B

Capítulo 2 - Sistema de aquisição e armazenamento de dados

Diagrama de tempos do ciclo de aquisição do dado de choque

Figura 2.05 - Diagrama de tempos da aquisição do choque, onde os valores dos intervalos de tempo, em microssegundos, são: $\Delta t_1=33,4$, $\Delta t_2=44,0$, $\Delta t_3=7,0$ e $\Delta t_4=19,0$.

No diagrama de tempos acima, o motivo para o comprimento de pulso de interrupção secundária (int) ser tão longo é permitir o reconhecimento deste sinal durante a execução da rotina "loop", de leitura do porto C, independentemente de onde se encontre o "program counter" dentro da rotina.

O componente utilizado para gerar o sinal interrupção (circuito 74121) foi configurado para gerar um pulso com comprimento de $33\mu s$, garantindo o reconhecimento do mesmo por parte da rotina.

2.3.4 3 Terceiro bloco do PCAD

Este bloco é responsável pela leitura da fase zero. No instante em que o pistão passa pela posição de fase zero, a interface envia o sinal de "interrupt request" (/irq) para o microprocessador. O sinal interrompe a rotina que estava em curso, armazenando os dados necessários para que, após a execução da rotina listada abaixo, o microprocessador recomece do ponto em que foi interrompido^{27,28}. Após o armazenamento desses dados, o microprocessador passa a executar a sub-rotina 3.

Capítulo 2 - Sistema de aquisição e armazenamento de dados

A sub-rotina 3 inicialmente lê os portos A e B e em seguida armazena os dados na memória. A parte final da rotina realiza o teste de preenchimento da memória disponível para o armazenamento dos dados. Se esta estiver totalmente preenchida, a aquisição é interrompida.

SUB-ROTINA 3

Endereço	Código	Mnemônico	Comentário
10FC	78	SEI	;desabilita "interrupt request"
10FD	AC C0 C0	LDY \$C0C0	;leitura do byte menos significativo
1100	AE C1 C0	LDX \$C0C1	;leitura do byte mais significativo
1103	8C 40 10	STY \$1040	;armazena dado na posição \$1040
1106	A0 00	LDY #\$00	;carrega ponteiro auxiliar
1108	A9 08	LDA #\$08	;carrega incremento de página
110A	18	CLC	;limpa flag de carry
110B	65 CB	ADC \$CB	;soma conteúdo do acumulador à posição
110D	85 CB	STA \$CB	;de memória \$CB
110F	90 03	BCC \$1114	;
1111	E6 CC	INC \$CC	;
1113	EA	NOP	;
1114	AD 40 10	LDA \$1040	;
1117	91 CB	STA (\$CB),Y	;armazena dado na memória
1119	C8	INY	;
111A	8A	TXA	;
111B	91 CB	STA (\$CB),Y	;
111D	A2 5F	LDX #\$5F	;teste de memória; se estiver
111F	E4 CC	CPX \$CC	;completa, vai para o final da
1121	D0 06	BNE \$1129	;rotina de interrupção
1123	A2 F0	LDX #\$F0	;
1125	E4 CB	CPX \$CB	;
1127	F0 02	BEQ \$1124	;
1129	A2 50	LDX \$50	;encerra rotina de espera
112B	83 A4 10	STX \$10A4	;e habilita rot. loop
112E	58	CLI	;habilita interrupção
112F	40	RTI	;retorna da interrupção
1130	4C 00 12	JMP \$1200	;vai para a rotina fim
1133	EA	NOP	;

Capítulo 2 - Sistema de aquisição e armazenamento de dados

...			
11FF	EA	NOP	;
1200	78	SEI	;desabilita interrupção
1201	20 50 12	JSR \$1250	;sinal de término da aquisição
1204	20 50 12	JSR \$1250	;
1027	4C 00 00	JMP \$0000	;encerra aquisição

A memória estando completa, a sub-rotina 3 encerra o programa, dando um alarme para indicar que a memória está cheia, e retorna o microprocessador para o ambiente Basic de trabalho, para que se processe a transferência desses dados para um disco flexível.

Durante a execução dessa rotina, são alterados os seguintes endereços e registradores:

- \$CB ;o ponteiro de armazenamento de dados contido
- \$CC ;nesses endereços é incrementado
- \$10A4: 50 ;este endereço recebe o valor \$50, redirecionando
;a sub-rotina loop para a rotina de leitura do porto
;C, habilitando a interrupção de leitura da fase de
;choque
- A: ? ;recebe o valor do dado disponível no porto B
- X: 50 ;valor enviado para a posição de memória \$10A4

Capítulo 2 - Sistema de aquisição e armazenamento de dados

Diagrama de tempos do ciclo de aquisição do dado de fase

Figura 2.06 - Diagrama de tempos do terceiro bloco do PCAD, responsável pela aquisição da fase zero. Neste diagrama os valores dos intervalos de tempo (em microssegundos) são: $\Delta t_1 = 51,4$, $\Delta t_2 = 12,0$, $\Delta t_3 = 7,0$, $\Delta t_4 = 1,8$, $\Delta t_5 = 102,8$.

3. Resultados Experimentais

3.1 - Região de trabalho

Com a finalidade de garantir o movimento harmônico do pistão que impulsiona o carro do trilho de ar foi utilizado um sistema "Kearfott", formado por um disco giratório onde se fixa um segundo disco menor e em posição excêntrica ao eixo. Sobre o segundo disco existem dois pinos que têm dupla finalidade guiar o movimento do segundo disco e oscilar o pistão que impulsiona o sistema, figura 3.01. Este dispositivo não suportou choques intensos durante a realização dos experimentos.

Figura 3.01 - Oscilador Kearfott. A letra "A" representa a amplitude de oscilação e a flecha o sentido. Veja apêndice D, figura D.03.

Para garantir a integridade do oscilador linear determinou-se, empiricamente, que a inclinação máxima do trilho de ar não deve ser superior a 1.5° . Por outro lado, se a inclinação for inferior a 0.35° , o sistema não apresenta estabilidade suficiente para o aparecimento de órbitas simples ou bifurcações.

A medida da inclinação do trilho de ar foi determinada utilizando o intervalo de tempo gasto para o carro percorrer uma distância de 50 cm, partindo do repouso:

$$\Theta = \arcsen(2 \Delta S / \Delta t^2 g) \quad (3.01)$$

para $\Delta S = 50 \text{ cm}$ e $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ temos:

Capítulo 3 - Resultados experimentais

$$\Theta = \arcsen(1/9.8 \Delta t^2) \quad (3.02)$$

O coeficiente de restituição entre o carro e o pistão foi medido no laboratório, sendo encontrado o valor de 0.22. Alguns gráficos apresentados no capítulo 1 foram calculados com este valor de coeficiente de restituição.

3.2 Gráficos de ϕ x α

As coletas foram efetuadas apenas com as interrupções necessárias para descarregar os dados em disquete. Cada interrupção demora aproximadamente 2 minutos.

Durante a utilização do sistema de aquisição de dados, a duração de uma coleta depende diretamente da inclinação do trilho de ar, pois esta determina a velocidade angular do pistão na região de trabalho. Quanto maior a inclinação do trilho, maior a velocidade angular do pistão para que se estabeleça uma órbita simples. Isso decorre da expressão que define o parâmetro α :

$$\alpha = A \omega^2 / \gamma \quad (3.03).$$

As figuras 3.02 e 3.03 são resultantes de coletas, onde a variação do parâmetro de controle α foi obtida pelo ajuste do câmbio de disco que transmite a rotação do motor para o oscilador linear. O ajuste é manual e discreto, provocando "riscos" verticais característicos. Nas simulações apresentadas no primeiro capítulo, riscos verticais semelhantes aparecem devido ao incremento discreto na variável α durante os cálculos.

Figura 3.02 - Coleta realizada com o trilho de ar inclinado de 0.45 graus (o carro gastou 3.6s para percorrer 50cm no trilho de ar inclinado). A figura contém aproximadamente 2000 pontos.

Figura 3.03 - Resultado de uma coleta realizada com o trilho de ar inclinado de 0.8 graus (aproximadamente 6000 pontos).

3.3 - Atratores

Na seção 1.6 foram apresentadas várias expressões para o cálculo da dimensão de atratores. Aqui será utilizada a de Hausdorff, também denominada dimensão fractal..

Nos gráficos a seguir são apresentados, na parte A, os atratores resultantes da computação de ϕ_n em função de ϕ_{n+1} e na parte B, em gráfico de ϕ_n em função de α , a parcela dos dados correspondentes ao atrator.

Figura 3.04 - Parte dos pontos do arquivo disposto na figura 3.01, mostrando o atrator - f_n em função de f_{n+1} - na parte A. Na parte B é apresentado o gráfico de f_n em função de α correspondente a esses pontos. Corresponde à primeira metade dos pontos do gráfico 3.02.

Figura 3.05 - Parte dos pontos do arquivo disposto na figura 3.01, mostrando o atrator - f_n em função de f_{n+1} - na parte A, e na parte B é apresentado o gráfico de f_n em função de α correspondente a esses pontos. Segunda metade dos pontos do gráfico 3.02.

Figura 3.06 - Parte dos pontos dos arquivos disposto na figura 3.02, mostrando o atrator - f_n em função de f_{n+1} - na parte A, e na parte B é apresentado o gráfico de f_n em função de α correspondente a esses pontos. Primeira de quatro partes em que foram divididos os pontos do gráfico 3.03.

Figura 3.07 - Atrator (parte A). Região correspondente do gráfico de fase de choque em função de alfa (B).

Figura 3.08 - Atrator (A). Região correspondente do gráfico de fase de choque em função de alfa (B).

Figura 3.09 - Atrator (A). Região correspondente do gráfico de fase de choque em função de alfa (B).

Capítulo 3 - Resultados experimentais

A partir dos resultados experimentais apresentados nas figuras 3.08 e 3.09 sob forma de atrator, calculou-se a dimensão fractal^{20,21)} dos atratores apresentados e do atrator resultante da soma de todos os pontos, das duas figuras. Para esta finalidade, foi utilizada a definição de dimensão dada pela equação (1.47), na seção 1.6, que utiliza o algoritmo "box counting", que se resume, em realizar divisões consecutivas na região ocupada pelo atrator, particionando o espaço em células iguais, contando quantas dessas células contêm pontos do atrator. As células são do tipo r^m , onde m representa a dimensão do espaço que contém o atrator.

Nas tabelas 3.01, 3.02 e 3.03 os valores de r correspondem à partição realizada nos eixos da fase de choque (n) e ($n+1$). Por exemplo, $r = 2$ significa que os eixos foram divididos em duas partes cada um, resultando num espaço dividido em quatro partes iguais; se $r = 3$ significa que foram divididos em três partes, resultando em nove partes, e assim sucessivamente.

Os atratores expostos nas figuras 3.08 e 3.09 possuem 925 pontos cada um. Para estes, foi realizada a partição do espaço até a ordem 30, que resultou em 900 células. Para o atrator resultante da soma, com 1850 pontos, a partição foi realizada até a ordem 34, que corresponde a 1156 células.

Para realizar os cálculos da determinação do número de células que continham pontos do atrator, na partição 34, um microcomputador IBM-PC/AT - 386/33MHz levou 34 minutos, manipulando uma matriz com 1850 choques.

Os dados dispostos nas tabelas 3.01, 3.02 e 3.03 foram utilizados para fazer uma regressão, partindo de $r = 4$ até o maior valor de r . O coeficiente de inclinação da reta de regressão é a dimensão fractal para o atrator exposto na figura correspondente^{20,21)}.

Os cálculos foram realizados na planilha de cálculo Qpro versão 3.01.

Tabela 3.01

r^{-1}	$M(r)$	$\text{Log}(r)$	$\text{Log}(M(r))$
1	1	0	0
2	4	0.301	0.602
3	8	0.477	0.903
4	11	0.602	1.041
6	18	0.778	1.255
8	25	0.903	1.397
10	37	1	1.568
12	44	1.079	1.643
14	51	1.146	1.707
16	63	1.204	1.799
18	73	1.255	1.863
20	85	1.301	1.929
22	92	1.342	1.963
24	107	1.380	2.029
26	119	1.414	2.075
28	128	1.447	2.107
30	146	1.477	2.164

Figura 3.10 - Obtenção da dimensão fractal do atrator (dimensão de Hausdorff). Os pontos se referem à tabela 3.01 e a reta foi calculada através de regressão matemática.

Para o gráfico 3.10 o valor encontrado para a dimensão fractal, do atrator foi

$$D = 1.29 \pm 0.02$$

sendo que a reta de regressão foi traçada com a seguinte equação:

$$y = 1,285 x + 0.253$$

Tabela 3.02

r^{-1}	$M(r)$	$\text{Log}(r)$	$\text{Log}(M(r))$
1	1	0	0
2	4	0.301	0.602
3	9	0.477	0.954
4	13	0.602	1.113
6	24	0.778	1.380
8	35	0.903	1.544
10	42	1	1.623
12	51	1.079	1.707
14	59	1.146	1.770
16	67	1.204	1.826
18	79	1.255	1.897
20	90	1.301	1.954
22	101	1.342	2.004
24	113	1.380	2.053
26	120	1.414	2.079
28	131	1.447	2.117
30	146	1.477	2.164

Figura 3.11 - Obtenção da dimensão fractal do atrator. Os pontos se referem à tabela 3.02 e reta foi calculada através de regressão matemática.

Para o gráfico 3.11 o valor encontrado para a dimensão fractal do atrator foi

$$D = 1,10 \pm 0,02$$

sendo que a reta de regressão foi traçada com a seguinte equação:

$$y = 1,100 x + 0,526$$

Tabela 3.03

r^{-1}	$M(r)$	$\text{Log}(r)$	$\text{Log}(M(r))$
1	1	0	0
2	4	0.301	0.602
3	9	0.477	0.954
4	13	0.602	1.113
6	20	0.778	1.301
8	36	0.903	1.556
10	44	1	1.643
12	54	1.079	1.732
14	65	1.146	1.812
16	73	1.204	1.863
18	87	1.255	1.939
20	104	1.301	2.017
22	115	1.342	2.060
24	130	1.380	2.113
26	141	1.414	2.149
28	153	1.447	2.184
30	169	1.477	2.227
32	185	1.505	2.267
34	200	1.531	2.301

Figura 3.12 - Os pontos se referem à tabela 3.03, que foi obtida pela soma dos pontos dispostos nas figuras 3.07 e 3.08.

Para o gráfico 3.12 o valor encontrado para a dimensão fractal do atrator foi:

$$D = 1,26 \pm 0,03$$

sendo que a reta de regressão foi traçada com a seguinte equação:

$$y = 1,263 x + 0.364$$

4 - Discussão

4.1 Interface de aquisição de dados

A interface foi desenvolvida pressupondo que o intervalo de tempo entre dois sinais de contagem (clock) é de 2,04 milissegundos (frequência do "clock" de contagem igual a 489,28Hz). O tempo gasto pela interface para coletar um dado de fase de choque ou fase zero não é superior a 300 μ s. Por esse motivo, não houve preocupação com a otimização do programa de aquisição, nem em utilizar memórias para o armazenamento provisório dos dados ou ainda um microcomputador mais moderno e poderoso. A principal vantagem do uso do Apple II é que este equipamento pode permanecer à disposição do experimento.

Durante a série de coleta de dados não ocorreram interrupções de funcionamento da interface ou quaisquer outros problemas decorrentes de mau funcionamento do circuito eletrônico.

4.1.1 Coleta e armazenamento dos dados

A forma escolhida para realizar a coleta dos dados do sistema mecânico procurou utilizar ao máximo a memória do microcomputador, sem alterar os espaços destinados ao armazenamento de programas ou dados dos programas. Com esse fim, foram utilizadas apenas os espaços de memória destinados aos gráficos de alta resolução. Nestas regiões foi possível armazenar aproximadamente duas mil oscilações do pistão, leitura de fase zero, por arquivo coletado. Entre duas leituras sucessivas de fase zero há espaço para armazenar até três choques entre o pistão e o carro do trilho de ar.

Com o intervalo de tempo médio entre dois sinais consecutivos de fase zero variando de 0.7s a 2s, o tempo de coleta dos dados variou de, aproximadamente, 30 minutos a 1h30min, tempo em que o compressor de ar permaneceu ligado continuamente. Após o intervalo de duas coletas, ele era desligado para resfriamento e posterior reinício da coleta.

4.2 Resultados obtidos

Os resultados das simulações apresentadas no capítulo 1, sob forma de gráficos de fase de choque contra alfa e intervalo de tempo entre os choques, contra alfa apresentam o comportamento típico dos sistemas caóticos enunciado por Ott⁵⁾, que se baseia na seqüência:

$$\{\text{estabilidade}\} \rightarrow \{\text{seqüência de bifurcações}\} \rightarrow \{\text{caos}\}.$$

O deslocamento do primeiro ponto de bifurcação em função do coeficiente de restituição, demonstrado na figura 1.09 e 1.10 com cálculos baseados no desenvolvimento da seção 1.2, foi comprovado pelas simulações das equações que descrevem o sistema, para diferentes valores do coeficiente de restituição. Na figura 1.13 ($\varepsilon=0.2$), o primeiro ponto de bifurcação aparece quando $\alpha = 2.5$ e na figura 1.14 ($\varepsilon=0.2$), quando $\alpha = 2.1$. Estes resultados estão em concordância com o apontado no gráfico da figura 1.10, pela letras A e B.

Na simulação realizada a partir da expressão de energia média do carro - equação 1.48 figura 1.22 - obtivemos resultado coerente com os obtidos por Celaschi e Zimmermam¹²⁾, até a região da segunda bifurcação. A partir deste ponto a energia média apenas aumenta sem apresentar padrão definido.

Os resultados obtidos com a interface mais sistema mecânico são mostrados no capítulo 3 - figuras 3.02 a 3.09 -.

Na figura 3.02 é apresentada uma bifurcação obtida com baixa inclinação do trilho de ar onde, para manter o sistema em funcionamento, o pistão dispense pouca energia. Nessa figura são bem nítidas a bifurcação e a região de estabilidade.

No gráfico apresentado na figura 3.05, - $\phi_n \times \phi_{n+1}$, a bifurcação é bem nítida, representada pelos dois acúmulos de pontos, já esboçando a tendência de formação de um atrator, quando do valor de alfa for aumentado o suficiente para que o sistema entre em regime caótico.

Na figura 3.03 são mostrados diversos arquivos coletados com a mesma inclinação do trilho de ar; porém, nesta situação, a quantidade de energia que deveria ser fornecida pelo pistão para o carro é maior,

Capítulo 4 - Discussão

pois a inclinação do trilho é maior. A região vazia que caracterizaria a bifurcação aparece preenchida por uma nuvem de pontos; porém, isto pode ser devido a maior inclinação do trilho de ar, que obriga o pistão a fornecer maior quantidade de energia para o carro.

O deslocamento do ponto de bifurcação nos gráficos apresentados nas figuras 3.02 e 3.03, indica que o coeficiente de restituição entre a esfera de borracha e o carro do trilho de ar, provavelmente, não é constante, diminuindo com o aumento da intensidade dos impactos.

Diversos autores¹³⁻¹⁵⁾ descrevem a simetria do atrator como "horse-shoe" ou ferradura, sendo considerada como normal. Como exemplo, na figura 4.01 é mostrado o atrator de Hénon, obtido teoricamente a partir de um sistema de equações.

Figura 4.01 - Atrator de Hénon, obtido a partir das equações de Hénon, calculando-se 5000 pontos. A dimensão fractal deste atrator é $1.26^{21)}$.

Capítulo 4 - Discussão

Nas figuras 3.08 e 3.09 são apresentados os atratores obtidos experimentalmente. Os dois resultados estão bem próximos, em forma, ao atrator de Hénon, obtido por meio de simulações.

Simm²⁰⁾ calcula a dimensão de atratores para alguns sistemas. Porém, esse cálculo é realizado utilizando-se normalmente mais de oito mil pontos para uma dada condição do sistema de equações^{20,21)}. Neste trabalho, entretanto, devido ao número relativamente pequeno de dados de cada coleta, não foi possível tomar um número significativo de pontos para um mesmo valor dos parâmetros de controle. Por esse motivo, e ainda sendo a estrutura do atrator complexa, não foi possível avaliar se a dimensão calculada, com base nesses dados, é correta. Entretanto, esse valor deve se aproximar da realidade, porque o atrator de Hénon que possui forma semelhante tem um valor bastante próximo do obtido experimentalmente.

4.3 Programas desenvolvidos

Para realizar as simulações do modelo matemático, desenvolvido no primeiro capítulo, foi necessário desenvolver de programas de cálculo que trabalhassem com as equações 1.35, 1.36 e 1.37, gerando os gráficos de simulação, correspondentes às situações observadas durante o experimento. Estes programas foram escritos em linguagem Pascal³⁰⁻³²⁾, que além da facilidade de uso permite utilizar recursos, como co-processamento, para aumentar a rapidez dos cálculos.

As variáveis utilizadas nos cálculos foram definidas como de precisão dupla para diminuir a possibilidade de erros acumulativos de aproximação durante os cálculos.

A ordem dos cálculos realizados nos programas foi a descrita por Kowalik¹³⁾, e é a seguinte: partindo de uma condição inicial qualquer de velocidade do carro no instante do choque, instante do choque e fase do choque, calcula-se primeiramente qual a velocidade do carro no próximo choque, em seguida a fase em que ocorreu o choque e finalmente o intervalo de tempo entre o dois choques. A última expressão, por se tratar de uma equação transcendente, tem seu cálculo realizado utilizando métodos numéricos.

Capítulo 4 - Discussão

No programa *alfacom* (ver apêndice A), para a resolução da equação transcendental utiliza-se o método de Newton²⁹⁾, que se mostrou suficiente para a visualização das regiões de estabilidade, bifurcações e caos.

Uma constatação é que os resultados dessas simulações não coincidem com os resultados obtidos nas simulações realizadas por Celaschi e Zimmerman quanto a clareza das regiões (ausência de pontos esporádicos entre as curvas que limitam o atrator). Contudo os pontos de estabilidade e bifurcação estão em perfeita concordância.

Conclusão

5.1 Conclusões

Mostrou-se possível a construção de um experimento relativamente simples que, utilizando apenas as leis de Newton, consegue apresentar elementos de comportamento caótico. Essa simplicidade pode ser utilizada ao longo de um curso sobre caos ou simplesmente como ilustração. Os resultados experimentais obtidos se encontram em concordância com o desenvolvimento teórico, possibilitando dessa maneira a sua utilização também em cursos puramente experimentais, freqüentados por alunos que já tenham algum conhecimento de computação e noções básicas de cálculo e mecânica.

Um avanço alcançado por este trabalho é permitir, através da coleta computadorizada e armazenamento dos dados, a determinação do comportamento do sistema "bouncing-ball", possibilitando ainda realizar uma avaliação da dimensão do atrator estranho que surge na região de caos, utilizando os dados experimentais obtidos.

O contato com sistema microprocessado de coleta de dados e processamento de informações obriga o usuário ao conhecimento e utilização de alguns programas úteis no dia-a-dia de pesquisadores na área de Física: VTkemit, programas de simulação (Pascal), matlab etc.

A avaliação das contribuições deste trabalho no ensino de caos só poderá ser feita no decorrer de sua utilização por parte dos alunos de graduação.

No presente trabalho, além de atingirmos os objetivos didáticos, pudemos obter resultados experimentais inéditos. Gráficos de fase de impacto, atratores e determinação de dimensão fractal do sistema bouncing-ball existem na literatura, realizados através de simulações. Não conhecemos, na literatura publicada até 1991, publicações com resultados experimentais semelhantes.

Capítulo 5 - Conclusão

5.2 Sugestões de continuidade do trabalho

Com este trabalho não se esgotam totalmente as possibilidades de utilização da interface ou do sistema mecânico. Estes podem ainda ser utilizados de diversas formas:

a) a interface pode ser utilizada para coletar intervalos de tempo provenientes, em princípio, de qualquer sistema (desde que estes ocorram em intervalos entre $300\mu s$ e $8s$). Ela pode ser utilizada no experimento denominado "leak faucet"¹¹⁾, ou "experimento da gota".

b) no campo das ciências médicas há alguns trabalhos que estudam o comportamento do intervalo de tempo entre batimentos cardíacos⁴⁾, onde os resultados obtidos até o momento indicam que o coração humano sadio tem comportamento caótico e o que está em vias de enfarto do miocárdio modifica o seu comportamento perdendo a componente caótica e tornando as batidas mais regulares. O equipamento produzido pode ser adaptado para esta aquisição de dados específica.

c) neste trabalho não foram feitas análises mais detalhadas dos gráficos de fase contra alfa, apresentados no capítulo 3, análises utilizando técnicas de filtragem para retirar os ruídos existentes nos dados poderiam ser realizadas num trabalho futuro.

d) o estudo da transferência de energia do pistão para o carro, utilizando os resultados experimentais, poderia ser utilizado para comprovar a hipótese feita por Celaschi e Zimmerman¹²⁾ de que o parâmetro α é uma grandeza com características de temperatura.

e) apesar de terem sido confeccionadas várias peças mecânicas, algumas melhorias ainda podem ser implementadas, tais como: diminuição da massa do carro do trilho de ar, de forma a permitir a utilização do sistema com inclinações maiores e coletas de dados realizadas com mais rapidez. A interface pode ser reprojeta, com finalidade de acoplamento a um microcomputador tipo *IBM-PC*, que agilizaria a análise dos dados experimentais e aumentaria a capacidade de armazenamento dos mesmos.

Referências Bibliográficas

- 01- MELLO, T.M., TUFILLARO, N.B. Strange attractors of a bouncing-ball. **Am. J. Phys.**, v. 55, n. 4, p. 316-20, 1987
- 02- MAY, R.M. Simple mathematical models with very complicated dynamics. **Nature**, v. 261, p. 459-67, 1976
- 03- MAY, R.M., OSTER, G.F. Bifurcations and dynamic complexity in simple ecological models. **Am. Nat.**, v. 110, n. 974, p. 573-99, 1976
- 04- GOLDBERGER, A.L. Nonlinear dynamics, fractals and chaos: applications to cardiac electrophysiology. **Ann. Biom. Eng.**, v.18, n. 3, p. 195-8, 1990
- 05- OTT, E. Strange attractors and chaotic motions of dynamical systems. **Rev. Mod. Phys.**, v. 53, n. 4, part 1, p. 655-71, 1981
- 06- LORENZ, E.N. Deterministic nonperiodic flow. **J. Atmosph. Sci.**, v. 20, p. 130-41, 1963
- 07- FEIGENBAUM, M.J. Quantitative universality for a class of non-linear transformations. **J. Statist. Phys.**, v. 19, n. 1, p. 25-52, 1978
- 08- FEIGENBAUM, M.J. The universal metric properties of nonlinear transformations. **J. Statist. Phys.**, v. 21, n. 6, p. 669-706, 1979
- 09- TUFILLARO, N.B., ALBANO, A.M. Chaotic dynamics of a bouncing-ball. **Am. J. Phys.**, v. 54, n. 10, p. 939-44, 1986
- 10- PIPPARD, A.B. **The physics of vibration**. Cambridge : Cambridge University. Press, 1978. v. 1, p. 247-84
- 11- MARTIEN, P. et al. The chaotic behavior of the leaky faucet. **Phys. Lett.**, v. 110A, n. 7/8, p. 399-404, 1985
- 12- CELASCHI, S., ZIMMERMAN, R.L. Evolution of a two-parameter chaotic dynamics from universal attractors. **Phys. Lett. A.**, v.20, n.9, p. 447-51, 1987

- 13- KOWALIK, Z.J., FRANASZEK, M., PIERANKI, P. Self-reanimating chaos in the bouncing-ball system. **Phys. Rev. A**, v. 37, n. 10, p. 4016-22, 1988
- 14- HOLMES, P.J. The dynamics of repeated impacts with a sinusoidally vibrating table. **J. Sound Vibr.**, v. 80, n. 2, p. 173-89, 1982.
- 15- EVERSON, R.M. Chaotic dynamics of a bouncing ball. **Physica**, v. 9D, p. 355-83, 1987
- 16- CELASCHI, S., ZIMMERMAN, R.L. Comment on "chaotic dynamics of a bouncing ball" [Am. J. Phys. 54, 939 (1986)]. **Am. J. Phys**, v. 56, n. 12, p. 1147-8, 1988
- 17- SYMON, K.R. **Mecânica**. Tradução por Gilson B. Batista. Rio de Janeiro : Editora Campus, 1982. 688p.
- 18- BOYCE, E.W., DIPRIMA, R.C., **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno**. Tradução por Antonio Carlos Carvalho e Carlos Alberto Carvalho. 3ªed. Rio de Janeiro : Guanabara Dois, 1979 cap. 9
- 19- ECKMANN, J.P. Ergodic theory of chaos and strange attractors. **Rev. Mod. Phys.**, v. 57, n. 3, part 1, p. 617-56, 1985
- 20- SIMM, C.W. et al. On the analysis of experimental signals for evidence of deterministic chaos. **Helv. Phys. Acta**, v. 60, p. 511-51, 1987
- 21- GRASSBERGER, P., PROCACCIA, I. Characterization of strange attractors. **Phys. Rev. Lett.**, v. 50, n. 5, p. 346-9, 1983
- 22- SCHIEL, D., SLAETS, J., MASCARENHAS, S. Measurement of acoustical second order Doppler-effect. An introductory experiment to special relativity. **Amer. J. Phys.**, v. 46, n. 3, p. 211, 1978
- 23- INTEL Programmable peripheral interface - 8255A/8255A-5 In: ——— **Microprocessor and peripheral handbook**. Santa Clara, CA : Intel, 1987 v. 2, p. 2/63-86.
- 24- NATIONAL SEMICONDUCTOR CORPORATION. **CMOS databook**. Santa Clara, 1984. p.1/1-552.

- 25- PIMENTEL, H.G. **Apple Assembly 6502**. Rio de Janeiro : Livros Técnicos e Científicos, 1986. 148p.
- 26- TEXAS INSTRUMENTS. **The TTL data book for design engineers**. Germany : Texas Instruments, 1985. v. 1
- 27- LEVENTAL, L.A. **Introdution to microprocessors: software, hardware programming**. Englewood Cliffs : Prentice Hall, 1987. 624p.
- 28- SCALON, L.J. **6502 software design**. Indianapolis : Howard W. Sams, 1980. 274p.
- 29- SALVETTI, D.D. **Elementos de cálculo numérico**. São Paulo : Nacional, 1973. 126p.
- 30- WOOD, S. **Turbo Pascal: guia do usuário**. Tradução. por Maria Cláudia Santos Ribeiro Ratto. São Paulo : MacGraw-Hill, 1987. 242p.
- 31- WIRTH, N. **Algorithms + Data structures = programs**. Englewoods Clifss : Pritice-Hall, 1976. 368p.
- 32- TENENBAUM, A.M., AUGENSTEIN, M.J. **Data structures using pascal**. Englewoods Clifss : Printice-Hall, 1981. cap. 8, p.367-423.
- 33- MOLER, C., LITTLE, J., BANGERT, S. **PC-Matlab: user's guide**. South Natick, MA : Math Works, 1987
- 34- BROPHY, J.J. **Eletrônica básica**. Tradução por Júlio Cesar Gonçalves Reis e Alvaro Simões. 3ed. Rio de Janeiro : Guanabara Dois, 1978. 274p.
- 35- CRUVINEL, P.E. **Minitomógrafo de raio-x e raio-gama computadorizado para aplicações multidisciplinares**. Campinas : Unicamp, 1987. 329p. (Tese)
- 36- HOROWITZ, P., WINFIELD, H. **The art of electronics**. Cambridge : Cambridge University Press, 1986 720p.
- 37- BRIGGS, K. Simple experiments in chaotic dynamics. **Am. J. Phys.**, v. 55, n. 12, p. 1083-9, 1987

- 38- HOFSTANDTER, D.R. Metamagical themas. *Sci. Am.*, v. 245, n.5, p. 16-29, 1981
- 39- HOLLANDA, A.B., *Novo dicionário da língua portuguesa*. São Paulo : Nova Fronteira, 1986
- 40- GOODMAN, N.W. Chaos in anaesthesia. *Anaesthesia*, v. 45, n. 3, 87-8, 1990
- 41- MEISSNER, H., SCHMIDT, G. A simple experiment for studying the transition from order to chaos. *Am. J. Phys.*, v. 54, n. 9, p.800-4, 1986
- 42- LINSAY, P.S., Period doubling and behavior in a driven anharmonic oscillator. *Phys. Rev. Lett.*, v. 47, n. 19, p. 1349-52, 1981

Apêndice A - Programas de Simulação e Cálculo

Neste apêndice apresentamos os programas de simulação, cujos resultados são apresentados nos itens 1.4 e 1.5., e na seqüência são apresentados, também, os programas para manipulação dos dados obtidos experimentalmente.

A.1 - Programas com linguagem Pascal³⁰⁻³²⁾

A.1.1 - Programa de conversão de arquivo Apple para PC.

Durante uma seqüência de aquisição dos dados experimentais são gerados aproximadamente 16Kbytes de dados em base hexadecimal, que deverão ser convertidos para a base decimal e trabalhados dentro do software de cálculo no ambiente Matlab. Depois de convertido, cada arquivo passa a ocupar 60Kbytes de memória tornando, devido ao seu tamanho, difícil a sua manipulação dentro do ambiente basic do Apple II. Surge daí a necessidade de transferência dos arquivos para um micro tipo IBM-PC/XT. A transferência é realizada utilizando o programa VTkermit

O programa abaixo realiza a conversão de um arquivo de dados que se encontra em hexadecimal e no formato de memória do *Apple-II*, para um arquivo em formato decimal compreensível pelo *IBM-PC*. Este programa foi escrito em linguagem Pascal e chamado de *Leitura.pas*, tendo sido compilado como *Converti.exe*.

Programa leitura.pas

```
program leit_arqv_disc;
uses crt;
var
  arq_entra, arq_sai   :text;
  linha, entra, sai    :string;
  str_l, str_h         :string[2];
  str1                :string[5];
  valor,code, i        :integer;
begin
  clrscr;
  i:=0;
  write ('Arquivo de entrada: ');
  readln (entra);
```

Apêndice A - Programas de simulação e cálculo

```
write ('Arquivo de saida: ');
readln (sai);
assign (arq_entra,entra);
reset (arq_entra);
assign (arq_sai, sai);
rewrite (arq_sai);
while not Eof(arq_entra) do
begin
    readln (arq_entra, linha);
    if pos('-', linha) > 0 then delete (linha, 1, pos('-',linha)+1);
    insert (' ', linha, length(linha)+1);
    repeat
        str_l := linha;
        delete (linha, 1, pos(' ', linha));
        str_h := linha;
        if length(str_h) > 0 then
        begin
            delete (linha, 1, pos(' ', linha));
            str1:= 'S'+str_h+str_l;
            val (str1,valor,code);
            if i<3 then
                begin
                    write (arq_sai,valor);
                    write (arq_sai,' ');
                end;
            if i=3 then
                begin
                    writeln (arq_sai, valor);
                    i:=-1;
                end;
            i:=i+1
        end;
    until length(linha) = 0;
end;
close (arq_entra);
close (arq_sai);
end.
```

Apêndice A - Programas de simulação e cálculo

A.1.2 - Programa de simulação do sistema mecânico

Para a realização das simulações e geração de figuras com finalidade de comparação com os resultados experimentais foi escrito o programa Alfacom.pas. Algumas das figuras geradas com este programa estão listadas no texto do capítulo 1.

Os cálculos foram realizados utilizando as equações abaixo:

$$v_{n+1} = \varepsilon.(\alpha.\tau_n - v_n) + \alpha.(1 + \varepsilon).\cos(\phi_n + \alpha.\tau_n) \quad (\text{A.01})$$

$$\phi_{n+1} = \phi_n + \alpha.\tau_n \quad (\text{A.02})$$

$$\sin(\phi_n + \alpha.\tau_n) = \sin\phi_n + v_n.\tau_n - (1/2).\alpha.\tau_n^2 \quad (\text{A.03})$$

Os cálculos foram realizados na seguinte ordem¹³⁾: partindo das condições iniciais do problema, utiliza-se a equação A.03 para encontrar o instante em que o carro se choca com o pistão. Em seguida determina-se a próxima fase em que o carro se choca com o pistão via equação A.02, e finalmente, com estes valores, determina-se a velocidade do carro no instante do próximo choque, equação A.03.

No programa Alfacom.pas, f1 representa a velocidade e fi1 a fase do choque. A equação (A.03), por ser do tipo transcendental, é resolvida por meio de métodos numéricos. Utilizou-se no programa um algoritmo misto composto por duas partes, a primeira utiliza o algoritmo da bissetriz e a segunda o de Newton. Durante a realização dos cálculos, o algoritmo é interrompido quando a diferença entre duas interações subseqüentes for menor que 0,00001. Caso a equação não convirja, novos cálculos são iniciados com novas condições iniciais.

Apêndice A - Programas de simulação e cálculo

Programa Alfacom.pas

```
{ $N+ }      { aciona coprocessador matemático }
program simulacao;
uses
    graph, crt, dos;

{ começo da rotina de inicialização do modo gráfico do Turbo Pascal }
const
    DriverNames : array[0..10] of string[8] =
        ('Detect', 'CGA', 'MCGA', 'EGA', 'EGA64', 'EGAMono',
         'RESERVED', 'HercMono', 'ATT400', 'VGA', 'PC3270');

    Fonts : array[0..4] of string[13] =
        ('DefaultFont', 'TriplexFont', 'SmallFont', 'SansSerifFont',
         'GothicFont');

    LineStyles : array[0..4] of string[9] =
        ('SolidLn', 'DottedLn', 'CenterLn', 'DashedLn', 'UserBitLn');

    FillStyles : array[0..11] of string[14] =
        ('EmptyFill', 'SolidFill', 'LineFill', 'LtSlashFill', 'SlashFill',
         'BkSlashFill', 'LtBkSlashFill', 'HatchFill', 'XHatchFill',
         'InterleaveFill', 'WideDotFill', 'CloseDotFill');

    TextDirect: array[0..1] of string[8] = ('HorizDir', 'VertDir');

    HorizJust: array[0..2] of string[10] = ('LeftText', 'CenterText',
        'RightText');

    VertJust: array[0..2] of string[10] = ('BottomText', 'CenterText',
        'TopText');

var
    GraphDriver      :integer; {The Graphics device driver}
    GraphMode        :integer; {The Graphics mode value}
    MaxX, MaxY       :word; {The maximum resolution of the screen}
    ErrorCode        :integer; {Reports any graphics errors}
    MaxColor         :word; {The maximum color value available}
    OldExitProc      :Pointer; {Saves exit procedure address}
    color            :word;
    x,y,z, aux       :double;
    a,b,c,d,e,f,l    :integer;
    c1,d1,c2,d2      :integer;
    fi0, fi1, t0, t1, f0, f1, k    :double;
    alf, alfa, alfam, incr, sb    :double;

{ $F+ }
procedure MyExitProc;
```

Apêndice A - Programas de simulação e cálculo

```
begin
  ExitProc := OldExitProc;
  CloseGraph;
end;

{SF-}
procedure Initialize;
Begin
  DirectVideo := False;
  OldExitProc := ExitProc;
  ExitProc := @MyExitProc;
  GraphDriver := Detect;
  InitGraph(GraphDriver, GraphMode, '');
  ErrorCode := GraphResult;
  if ErrorCode <> grOk then
  begin
    Writeln('Graphics error: ', GraphErrorMsg(ErrorCode));
    Halt(1);
  end;
  Randomize;
  MaxColor := GetColor;
  MaxX := GetMaxX;
  MaxY := GetMaxY;
end;
{término da rotina de inicialização do modo gráfico}

procedure ledados;
{procedimento para entrada das constantes iniciais para os cálculos}
begin
  textcolor(cyan);
  setcolor(3);
  cleardevice;
  settextstyle (0,0,1);
  outtextxy(round(c/20),round(d/20),'Quantas interacoes voce deseja
    calcular para cada valor de alfa? ');
  gotoxy(45,3); read(b);
  outtextxy(round(c/20),round(d/20+d/15),'Quantas interações devem
    ser desprezadas como transiente inicial? ');
  gotoxy(45,5); read(e);
  outtextxy(round(c/20),round(d/20+d/7.5),'Qual o valor do incremento
    de alfa?');
  gotoxy(45,7); read(incr);
  outtextxy(round(c/20),round(d/20+d/7.5+d/15),'Qual o valor inicial de
    alfa?');
  gotoxy(45,9); read(alfa);
  outtextxy(round(c/20),round(d/20+d/3.75),'Qual o valor final de alfa?');
  gotoxy(45,11); read(alfam);
  setcolor(3);
  outtextxy(round(c/20),round(d/20+d/3.75+d/15),'Qual o valor da
    constante de restituicao? ');
```

Apêndice A - Programas de simulação e cálculo

```
gotoxy(42,13); read(k);
end;

procedure mont_tela1; {grafico de FASE x ALFA}
var
  i,j      :integer;
  x1,x2,y1,y2 :double;
begin
  cleardevice;
  setcolor (15);
  bar(0,0,c,d);
  settextstyle (1,0,1);
  setcolor(0);
  for j:= 1 to 5 do
    begin
      x1:=(c/20)+j*(c/5)*0.9;
      y1:=d-(d/20)-(d/100);
      x2:=(c/20)+j*(c/5)*0.9;
      y2:=d-(d/20)+(d/100);
      line (round(x1),round(y1),
            round(x2),round(y2));
    end;
  line (round(c/20),round(d/20),round(c/20),round(d*0.95));
  setlinestyle (solidln, 1,normwidth);
  for i:= 0 to 7 do
    begin
      y1:=i*(d/8)*0.9+(d/20);
      line (round((c/20)-c/100),round(y1),
            round((c/20)+c/100),round(y1));
    end;
  line(round(c/20),round(d*0.95),round(c*0.95),round(d*0.95));
  settextstyle(2,0,0);
  outtextxy(round(c*0.01),round(d/2.05),'0');
  outtextxy(round(c*0.007),round(d*0.05),'PI');
  outtextxy(round(c*0.007),round(d*0.92),'-PI');
  outtextxy(round(c*0.045),round(d*0.96),'alfai');
  outtextxy(round(c*0.93),round(d*0.96),'alfam');
  outtextxy(round(c*0.96),round(d*0.93),'alf');
  outtextxy(round(c*0.02),1,'fase');
  settextstyle(3,0,1);
end;

procedure mont_tela2; {grafico de TEMPO x ALFA}
var
  i,j      :integer;
  x1,x2,y1,y2 :double;
begin
  cleardevice;
  setcolor (15);
  bar(0,0,c,d);
```

Apêndice A - Programas de simulação e cálculo

```
settextstyle (1,0,1);
setcolor(0);
for j:= 1 to 5 do
begin
    x1:=(c/20)+j*(c/5)*0.9;
    y1:=d-(d/20)-(d/100);
    x2:=(c/20)+j*(c/5)*0.9;
    y2:=d-(d/20)+(d/100);
    line (round(x1),round(y1),
        round(x2),round(y2));
end;
line (round(c/20),round(d/20),round(c/20),round(d*0.95));
setlinestyle (solidln, 1,normwidth);
for i:= 0 to 7 do
begin
    y1:=i*(d/8)*0.9+(d/20);
    line (round((c/20)-c/100),round(y1),
        round((c/20)+c/100),round(y1));
end;
line(round(c/20),round(d*0.95),round(c*0.95),round(d*0.95));
settextstyle(2,0,0);
outtextxy(round(c*0.01),round(d/2.05),'2.5');
outtextxy(round(c*0.007),round(d*0.05),'5');
outtextxy(round(c*0.007),round(d*0.94),'0');
outtextxy(round(c*0.045),round(d*0.96),'alfai');
outtextxy(round(c*0.93),round(d*0.96),'alfam');
outtextxy(round(c*0.96),round(d*0.93),'alf');
outtextxy(round(c*0.02),1,'tempo');
settextstyle(3,0,1);
{setcolor(2);}
{outtextxy(round(c*0.36),round(d*0.01), 'GRAFICO DE TEMPO x
ALFA')}
end;

procedure mont_tela3; {grafico de VELOCIDADE x ALFA}
var
    i,j      :integer;
    x1,x2,y1,y2 :double;
begin
    cleardevice;
    setcolor (15);
    bar(0,0,c,d);
    settextstyle (1,0,1);
    setcolor(0);
    for j:= 1 to 5 do
        begin
            x1:=(c/20)+j*(c/5)*0.9;
            y1:=d-(d/20)-(d/100);
            x2:=(c/20)+j*(c/5)*0.9;
            y2:=d-(d/20)+(d/100);
```

Apêndice A - Programas de simulação e cálculo

```
        line (round(x1),round(y1),
             round(x2),round(y2));
    end;
    line (round(c/20),round(d/20),round(c/20),round(d*0.95));
    setlinestyle (solidln, 1,normwidth);
    for i:= 0 to 7 do
        begin
            y1:=i*(d/8)*0.9+(d/20);
            line (round((c/20)-c/100),round(y1),
                 round((c/20)+c/100),round(y1));
        end;
    line(round(c/20),round(d*0.95),round(c*0.95),round(d*0.95));
    settextstyle(2,0,0);
    outtextxy(round(c*0.01),round(d/2.05),'0');
    outtextxy(round(c*0.007),round(d*0.05),'PI');
    outtextxy(round(c*0.007),round(d*0.92),'-PI');
    outtextxy(round(c*0.045),round(d*0.96),'alfai');
    outtextxy(round(c*0.93),round(d*0.96),'alfam');
    outtextxy(round(c*0.96),round(d*0.93),'alf');
    outtextxy(round(c*0.02),1,'velc/');
    settextstyle(3,0,1);
end;
```

procedure mont_tela4; {grafico de FASE x ALFA na condicao de orbita estavel}

```
var
    i,j      :integer;
    x1,x2,y1,y2 :double;
begin
    cleardevice;
    setcolor (15);
    bar(0,0,c,d);
    settextstyle (1,0,1);
    setcolor(0);
    for j:= 1 to 5 do
        begin
            x1:=(c/20)+j*(c/5)*0.9;
            y1:=d-(d/20)-(d/100);
            x2:=(c/20)+j*(c/5)*0.9;
            y2:=d-(d/20)+(d/100);
            line (round(x1),round(y1),
                 round(x2),round(y2));
        end;
    line (round(c/20),round(d/20),round(c/20),round(d*0.95));
    setlinestyle (solidln, 1,normwidth);
    for i:= 0 to 7 do
        begin
            y1:=i*(d/8)*0.9+(d/20);
            line (round((c/20)-c/100),round(y1),
```


Apêndice A - Programas de simulação e cálculo

```
        round((c/20)+c/100),round(y1));
    end;
    line(round(c/20),round(d*0.95),round(c*0.95),round(d*0.95));
    settextstyle(2,0,0);
    outtextxy(round(c*0.01),round(d/2.05),'0');
    outtextxy(round(c*0.007),round(d*0.05),'PI');
    outtextxy(round(c*0.007),round(d*0.92),'-PI');
    outtextxy(round(c*0.045),round(d*0.96),'alfai');
    outtextxy(round(c*0.93),round(d*0.96),'alfam');
    outtextxy(round(c*0.96),round(d*0.93),'alf');
    outtextxy(round(c*0.02),1,'fase');
    settextstyle(3,0,1);
end;

procedure menu;
{ escolha do grafico a ser tracado }
begin
    initialize;
    cleardevice;
    setcolor(14);
    settextstyle(3,0,1);
    moveto(0,0);
    c:= getmaxx;
    d:= getmaxy;
    outtextxy (round(c/20),round(d/20),'ESCOLHA O GRAFICO:');
    setcolor(10);
    outtextxy (round(c/15),round((d/20)+(d/10)), '<1> P/ FASE X ALFA');
    gotoxy(36,20);
    outtextxy (round(c/15),round((d/20)+(d/5)), '<2> P/ TEMPO X ALFA');
    outtextxy (round(c/15),round((d/20)+(3*d)/10), '<3> P/ VELOCIDADE X
ALFA');
    outtextxy (round(c/15),round((d/20)+(4*d)/10), '<4> P/ GRAFICO DE
ESTABILIDADE');
    settextstyle(1,0,1);
    outtextxy (round(c/2.45),round(5.75*d/10), '< >');
    textcolor(green);
    read (l);
    if (l<1) or (l>4) then
        menu;
    if l=1 then
        begin
            ledados;
            mont_tela1;
        end;
    if l=2 then
        begin
            ledados;
            mont_tela2;
        end;
    if l=3 then
```

Apêndice A - Programas de simulação e cálculo

```
begin
    ledados;
    mont_tela3;
end;
if l=4 then
begin
    ledados;
    mont_tela4;
end;
end;

procedure min;
begin
    aux:= ((1-k)/(1+k))*3.1415926535;
end;

procedure tempo;
var
    ts1, ts2, par :double;
    k1, j, i :integer;
begin
    ts1:=1;
    ts2:=t0+1;
    k1:=0;
    while (abs(ts2-ts1)>0.0000001) and (k1<20) do
        begin
            ts1:=ts2;
            par:=(fi0 +(alf*ts1));
            sb:= f0 -(alf*ts1)-(alf*cos(par));
            if (abs(sb)<=0.00001) then
                begin
                    sb:= 0.000001;
                    k1:=51;
                end;
            ts2:=(-(0.5*alf*ts1*ts1)-(alf*ts1*cos(par))-sin(fi0)+sin(par))/sb;
            k1:=k1 + 1;
        end;
    t0:=ts2;
    if t0<0 then t1:=0.001;
end;

procedure tempo2;
var
    m,n,er,fn1,fn2,xb :real;
begin
    m:=25; n:=0; er:=1;
    fn1:= sin(fi0)-sin(fi0+alf*m)+m*f0-0.5*(alf*m*m);
    fn2:= sin(fi0)-sin(fi0+alf*n)+n*f0-0.5*(alf*n*n);
    if ((fn1>0) and (fn2>0)) or ((fn1<0) and (fn2<0)) then m:=0;
```

Apêndice A - Programas de simulação e cálculo

```
while (er>0.00001) do
begin
    er:=abs(m-n)/2;
    xb:=(m+n)/2;
    fn1:=sin(fi0)-sin(fi0+alf*xb)+xb*f0-0.5*(alf*xb*xb);
    if fn1<0 then n:=xb;
    if fn1>0 then m:=xb;
end;
t0:=xb;
if t0<0 then t1:=0.001;
end;

procedure calc_inicial; {serve para qualquer grafico}
var
    s, r, fia : double;
    i, j, m : integer;
begin
    min;
    j:=b-e;
    for i:=1 to j-25 do
        begin
            if (alf<aux) then
                alf:=aux;
            tempo2;
            fi1:= fi0 +(alf*t0);
            f1:= k*((alf*t0) - f0) + alf*(1+k)*cos(fi1);
            f0:=f1; fi0:=fi1;
        end;
    for i:=(j-24) to j do
        begin
            tempo;
            fi1:= fi0 +(alf*t0);
            f1:= k*((alf*t0) - f0) + alf*(1+k)*cos(fi1);
            f0:=f1; fi0:=fi1;
        end;
    end;

procedure calc_final1; {calculando e plotando grafico FASE x ALFA}
var
    s, af, r, fai1, cs : double;
    i,l : integer;
begin
    alf:=alfa;
    while alf<alfam do
        begin
            calc_inicial;
            for i:=e to b do
                begin
                    tempo;
                    t1:=t0;
```

Apêndice A - Programas de simulação e cálculo

```
    fi1:= fi0 +(alf*t0);
    f1:= k*((alf*t0)-f0) + alf*(1+k)*cos(fi1);
        f0:=f1; fi0:=fi1;
        cs:=cos(fi0);
        if abs(cs)<0.0000001 then
            cs:=0.0000001;
            fai1:=arctan(sin(fi0)/cs);
            if abs(fai1)>10000 then
                fai1:=10000;
                putpixel(round((c/20)+0.9*(c/(alfam-alfa))*(alf-
alfa)),
                        round(d/2-0.9*(d/(3.14159265))*fai1),4);
            end;
            alf:=alf+incr;
        end;
    end;
```

```
procedure calc_final2; {calculando e plotando grafico TEMPO x ALFA}
var
```

```
    s, af, r, fai1, cs      : double;
    ct, tai1                : double;
    i,l                    : integer;
```

```
begin
```

```
    alf:=alfa;
    while alf<alfam do
        begin
            calc_inicial;
            for i:=e to b do
                begin
```

```
                    tempo;t1:=t0;
                    fi1:= fi0 +(alf*t0);
                    f1:= k*(alf*t0-f0) + alf*(1+k)*cos(fi1);
                    f0:=f1; fi0:=fi1;
                    tai1:=t1;
                    if (tai1)<0 then
                        tai1:=0;
                    putpixel(round((c/20)+0.9*(c/(alfam-alfa))*(alf-
alfa)), round((d*0.90)-0.9*(d/5)*tai1),2);
                    end;
                    alf:=alf+incr;
                end;
            end;
        end;
```

```
end;
```

```
procedure calc_final3; {calculando e plotando grafico VELOCIDADE x
ALFA}
```

```
var
```

```
    s, af, r, fai1, cs : double;
    ct, tai1, f11       : double;
    i,l                 : integer;
```

```
begin
```

Apêndice A - Programas de simulação e cálculo

```
    alf:=alfa;
    while alf<alfam do
        begin
            calc_inicial;
            for i:=e to b do
                begin
                    tempo;t1:=t0;
                    fi1:= fi0 + alf*t0;           {determinação. fi(n+1)}
                    f1:= k*(alf*t0-f0) + alf*(1+k)*cos(fi1);  {determinação.
f(n+1)}
                    f0:=f1; fi0:=fi1;
                    f11:=cos(f1);
                    f11:=arctan(sin(f1)/f11);
                    putpixel(round((c/20)+0.9*(c/(alfam-alfa))*(alf-alfa)),
                                round(d/2-0.9*(d/(3.14159265))*f11),1);
                end;
            alf:=alf+incr;
        end;
    end;

    procedure calc_final4;
    var
        s, af, r, fai1, cs : double;
        ct, tai1, f11      : double;
        i,l                : integer;
    begin
        alf:=alfa;
        while alf<alfam do
            begin
                for i:=0 to (e-1) do
                    begin
                        fi1:=fi0+f0;
                        f1:= k*f0+2*(1+k)*alf*sin(fi1);
                        f0:=f1; fi0:=fi1;
                    end;
                for i:=e to b do
                    begin
                        fi1:=fi0+f0;
                        f1:= k*f0+2*(1+k)*alf*sin(fi1);
                        f0:=f1; fi0:=fi1;
                        f11:=cos(f1);
                        f11:=arctan(sin(f1)/f11);
                        putpixel(round((c/20)+0.9*(c/(alfam-alfa))*(alf-alfa)),
                                    round(d/2-0.9*(d/(3.14159265))*f11),1);
                    end;
                alf:=alf+incr;
            end;
        end;
    begin
```

Apêndice A - Programas de simulação e cálculo

```
menu;
if l=1 then
begin
    fi0:=1;
    f0:=110;          {condicoes iniciais}
    t0:=1;
    calc_final1;
end;
if l=2 then
begin
    fi0:=1;
    f0:=0;            {condicoes iniciais}
    t0:=1;
    calc_final2;
end;
if l=3 then
begin
    fi0:=1;
    f0:=1;            {condicoes iniciais}
    t0:=0;
    calc_final3;
end;
if l=4 then
begin
    fi0:=1;
    f0:=1;            {condicoes iniciais}
    t0:=0;
    calc_final4;
end;
repeat until keypressed;
closegraph;
end.
```

A.1.3 - Programa para gerar o gráfico da figura 1.09

```
{+N$}
program graficoalfakx;
uses
    crt,graph,dos;

{.....
digitar rotina de inicialização do modo gráfico. Esta rotina se encontra
listada acima, na primeira parte do programa ALFACOM.PAS.
.....}

var
    x,y,z,pi,w : real;
    a,b,e,f     : integer;
    c,d         : real;
```

Apêndice A - Programas de simulação e cálculo

```
c1,d1,c2,d2 : integer;
color       : word;
i,j,k,l     : integer;
{$F+}

procedure inicio;
var
  color : word;

begin
  initialize;
  c:= getmaxx/1.5;
  d:= getmaxy/1.5;
  color:= 15;
  setcolor(color);
  bar(0,0,round(c*1.499),round(d*1.499));
  color:= 0;
  setcolor(color);
  for j:= 1 to 9 do
    line (round((c/20)+j*(c/10)*0.9),round(d-(d/20)-(d/100)),
          round((c/20)+j*(c/10)*0.9),round(d-(d/20)+(d/100)));
  line (round(c/20),round(d/20),round(c/20),round(d*0.95));
  line (round(c/20+(c*0.9)),round(d-(d/20)-(d/100)),
        round((c/20)+(c*0.9)),
        round(d-(d/20)+(d/100)));
  setlinestyle (dottedln, 1,normwidth);
  for i:= 0 to 9 do
    line (round((c/20)-c/100),round(i*(d/10)*0.9+(d/20)),
          round((c/20)+c/100),round(i*(d/10)*0.9+(d/20)));
  line(round(c/20),round(d*0.95),round(c*0.95),round(d*0.95));
  settextstyle(2,0,0);
  outtextxy(round(c*0.01),round(d/2.1),'');
  outtextxy(round(c*0.02),round(d*0.04),'10');
  outtextxy(round(c*0.03),round(d*0.93),'0');
  outtextxy(round(c*0.045),round(d*0.97),'0.0');
  outtextxy(round(c*0.94),round(d*0.97),'1.0');
end;

begin
  inicio;
  pi:=3.14159265;
  for i:=1 to 4 do
    begin
      x:=0.001;
      w:=x;
      while (x<1) do
        begin
          y:=(i*pi*(1-x))/(1+x);
          z:=y * sqrt(1 + sqr(((1+w*w)/(1-w*w))*(2/(i*pi))));
          putpixel(round((c/20)+(0.9*c*x)),
```

Apêndice A - Programas de simulação e cálculo

```
        round(d-(d/20)-(0.9*y*(d/10))),0);
        putpixel(round((c/20)+(0.9*c*w)),
        round(d-(d/20)-(0.9*z*(d/10))),0);
        x:=x+0.002;w:=w+0.002;

        end;
    end;
repeat
    k:=k
until keypressed;
end.
```

A.1.4 - Programa para gerar gráfico da figura C.04

```
program logistic;
uses
    crt,graph,dos;
```

```
{.....
...
digitar rotina de inicialização do modo gráfico. Esta rotina se encontra
listada acima, na primeira parte do programa ALFACOM.PAS.
.....
**}
```

```
procedure inicio;
var
    i,j    :integer;
    color  :word;

begin
    initialize;
    color:= 2;
    setcolor(color);
    cleardevice;
    c:= getmaxx;
    d:= getmaxy;
    outtextxy(round(c/20),round(d/10),'quantas interacoes voce deseja?
');
    writeln;writeln;writeln;writeln;write('');read(b);
    outtextxy (round(c/20),round(d/10+d/15), 'apos quantas interacoes
plotar? ');
    writeln;write('');read (e);
    cleardevice;

    bar(0,0,c,d);
```


Apêndice A - Programas de simulação e cálculo

```
for j:= 1 to 5 do
    line (round((c/20)+j*(c/5)*0.9),round(d-(d/20)-(d/100)),
        round((c/20)+j*(c/5)*0.9),round(d-(d/20)+(d/100)));
line (round(c/20),round(d/20),round(c/20),round(d*0.95));
setlinestyle (dottedln, 1,normwidth);
for i:= 0 to 3 do
    line (round((c/20)-c/100),round(i*(d/4)*0.9+(d/20)),
        round((c/20)+c/100),round(i*(d/4)*0.9+(d/20)));
line(round(c/20),round(d*0.95),round(c*0.95),round(d*0.95));
outtextxy(round(c*0.97),round(d*0.93),'b');
outtextxy(round(c*0.045),0,'X');
outtextxy(round(c*0.1),round(d*0.80),'x(n+1)=x(n)*b*(x(n)-1)');
outtextxy(round(c*0.1),round(d*0.85),'incremento de b = 0.001');
settextstyle(2.0,0);
outtextxy(round(c*0.01),round(d/2.1),'0');
outtextxy(round(c*0.01),round(d*0.05),'2');
outtextxy(round(c*0.01),round(d*0.92),'-2');
outtextxy(round(c*0.045),round(d*0.95),'0');
outtextxy(round(c*0.93),round(d*0.95),'2.0');

end;

begin
    inicio;
    c:= getmaxx;
    d:= getmaxy;
    c1:=round (c/0.90);
    d1:=round (d/4);
    c2:=round (c/20);
    d2:=round (d/2);
    x:= 0.5;
    y:=0.001;
    while (y<1.999) do
        begin
            for a:=1 to b do
                begin
                    x:=x * y * (x - 1);
                    if ((a>e) and (a<b)) then
                        putpixel (round(c2+c*(y-0.01)/2.2),
                            round(d2-((d1 * x)*1.1)),4);
                end;
            y:=y+0.003;
            x:=0.5;
        end;
    repeat
    until keypressed
end.
```

Apêndice A - Programas de simulação e cálculo

A.2 - Programas escritos no ambiente Matlab³³⁾.

No ambiente Matlab foram feitos vários programas de análise de dados e cálculos. O primeiro foi para gerar o gráfico com os resultados da coleta de dados, programa denominado de **Rubens03.m**.

Para a utilização desse programa é necessário se fazer algumas modificações no arquivo de dados gerados pelo programa **Convertl.exe**:

- identificar a variável "T", que se refere ao tempo que o carro do trilho de ar leva para percorrer a distância de 50cm.
- colocar a declaração de matriz no arquivo de dados.

Para exemplificar este procedimento seguem abaixo os arquivos, antes da edição e após as modificações .

Antes:

```
957      85      0      0
955      54      0      0
955     122      0      0
...
...
930     206      0      0
924      12      0      0
929     191      0      0
```

Após as modificações:

```
% arquivo gerado no dia 25/11/91
T=3.53;
data=...
[957      85      0      0
955      54      0      0
955     122      0      0
...
...
930     206      0      0
924      12      0      0
929     191      0      0];
```

Apêndice A - Programas de simulação e cálculo

Programa rubens03.m

```
t = data(:,1);
y1 = data(:,2);
y2 = data(:,3);
y3 = data(:,4);

[a,b]=size(y1)

aux=t/(1020484/(2^11));
w2 = ((ones(t)./aux)*2*pi).^2;
alfa = 0.019*w2/(1/T^2);
%alfa = 0.019*w2./gama;

x1 = 2*pi*(y1)./t;
for j=1:a
    if x1(j)>pi
        x1(j)=x1(j)-2*pi;
    end
end
clear y1;

x2 = 2*pi*(y2)./t;
for j=1:a
    if x2(j)>pi
        x2(j)=x2(j)-2*pi;
    end
end
clear y2;
x3 = 2*pi*y3./t;
clear y3;clear t;
for j=1:a
    if x3(j)>pi
        x3(j)=x3(j)-2*pi;
    end
end
clear y3;

plot (alfa,x1,'.c15',alfa,x2,'.c15',alfa,x3,'.c15');
xlabel('alfa');ylabel('fase do choque')
grid;

clear t;
clear x2; clear x3;clear w2;
```

Programa utilizado para gerar gráfico da figura 1.10

Apêndice A - Programas de simulação e cálculo

```
k=0:0.001:.999;
alfa1=(1*pi*(1-k)./(1+k));
alfa2=(2*pi*(1-k)./(1+k));
alfa3=(3*pi*(1-k)./(1+k));
alfa4=(4*pi*(1-k)./(1+k));
aux1=((ones(k)+k.^2)/(ones(k)-k.^2))*(2/pi).^0.5;
aux2=((ones(k)+k.^2)/(ones(k)-k.^2))*(1/(pi*pi));
aux3=((ones(k)+k.^2)/(ones(k)-k.^2))*(4/(9*pi*pi));
aux4=((ones(k)+k.^2)/(ones(k)-k.^2))*(1/(4*pi*pi));
alf1=(alfa1.*(ones(k)+aux1).^0.5);
alf2=(alfa2.*(ones(k)+aux2).^0.5);
alf3=(alfa3.*(ones(k)+aux3).^0.5);
alf4=(alfa4.*(ones(k)+aux4).^0.5);
plot(k,alfa1,'.c13',k,alfa2,'.c11',k,alfa3,'.c12',k,alfa4,'.c14',k,alf1,'-
c13',...
k,alf2,'-c11',k,alf3,'-c12',k,alf4,'-c14');
title('Estabilidade e Bifurcação'),xlabel('K'),ylabel('alfa')
grid•
```

Programa de visualização do atrator

Programa Rubens04.m

```
k=1;
[n,m]=size(data);
x=n;
y=m-1;
if m==4
    for i=1:n
        if data(i,2)~=0
            atr(k,1)=data(i,1);
            atr(k,2)=data(i,2);
            k=k+1;
        end;
        if data(i,3)~=0
            atr(k,1)=data(i,1);
            atr(k,2)=data(i,3);
            k=k+1;
        end;
        if data(i,4)~=0
            atr(k,1)=data(i,1);
            atr(k,2)=data(i,4);
            k=k+1;
        end;
    end;
```

Apêndice A - Programas de simulação e cálculo

```
end;
datat=atr;
clear atr;
end;

t = datat(:,1);
y1 = datat(:,2);
[a,b]=size(y1)
axis([-1.5 3 -pi pi]);
aux=t/(1020484/(2^11));
w2 = ((ones(t)./aux)*2*pi).^2;

for i=x:y
    x1(i) = 2*pi*(y1(i))./t(i); %subtrair 385 de y(i) para aquivo 04
    if x1(i)>pi
        x1(i)=x1(i)-2*pi;
    end
    af(i) = (0.019 * w2(i)) / (1/T^2);
end
clear y1;

plot (af,x1,'.c15');
xlabel('Fi(n) Alfa');
ylabel('Fase do choque, Fi(n+1)')
grid;
title('A B')
hold;
tk(1)=pi;tk(2)=-pi;
yt(1)=1.77;yt(2)=1.77;
yr(1)=1.75;yr(2)=1.75;
plot(yt,tk,'c15',yr,tk,'c15');

clear af;
clear t;
clear x2; clear x3;clear w2;
k=x1;
z=y-1;
for i=x:z
    t1(i,1)=k(i);
    t1(i,2)=k(i+1);
end;
plot(t1(:,1),t1(:,2),'.c15');
clear x1;
clear k;
clear t1;
hold;
```

Apêndice A - Programas de simulação e cálculo

Programa de cálculo da dimensão do atrator

Para realizar o cálculo da dimensão do atrator apresentado nas figuras 3.10 utilizou-se o programa abaixo, fornecendo o valor do número de partições a serem realizadas na figura. Este programa só é válido para atratores que estejam confinados à região $x \in [-1.2, 2]$ e $y \in [-1.2, 2]$ do gráfico de ϕ_n contra ϕ_{n+1} .

Programa rubens09.m

```
xi = -1.2;
yi = -1.2;
xm = 2;
ym = 2;

x = xi:(xm-xi)/n:xm;
y = yi:(ym-yi)/n:ym;
k=1;
[a,b]=size(data);

if b==4
    for i=1:a
        if data(i,2)~=0
            atr(k,1)=data(i,1);
            atr(k,2)=data(i,2);
            k=k+1;
        end;
        if data(i,3)~=0
            atr(k,1)=data(i,1);
            atr(k,2)=data(i,3);
            k=k+1;
        end;
        if data(i,4)~=0
            atr(k,1)=data(i,1);
            atr(k,2)=data(i,4);
            k=k+1;
        end;
    end;
end;

t = atr(:,1);
y1 = atr(:,2);

[a,b]=size(y1);
axis([-1.5 3 -pi pi]);

aux=t/(1020484/(2^11));
w2 = ((ones(t)./aux)*2*pi).^2;
```

Apêndice A - Programas de simulação e cálculo

```
for i=1:a
    x1(i) = 2*pi*y1(i)./t(i);
    if x1(i)>pi
        x1(i)=x1(i)-2*pi;
    end
    af(i) = (0.019 * w2(i)) / (1/T^2);
end

clear y1;
clear af;
clear t;
clear af;
clear w2;

[a,b] = size(x1);

for l=1:b-1
    datav(l,1)=x1(l);
    datav(l,2)=x1(l+1);
end;

m=0;
mp=0;
[a,b] = size(datav);

for i=1:n
    for j=1:n
        q=1;
        while q<a
            if ((x(i) < datav(q,1)) & (datav(q,1) <= x(i+1)))
                if ((y(j) < datav(q,2)) & (datav(q,2) <= y(j+1)))
                    mp=1;
                    q=a-1;
                end;
            end;
            q=q+1;
        end;
        m=m+mp;
        mp=0;
    end;
end;

m
.
```

Apêndice B - Interface e circuitos periféricos auxiliares

B.1 Circuito eletrônico da interface de aquisição de dados

Na figura da página seguinte se encontram dispostos os diversos blocos componentes do sistema de aquisição de dados. O circuito da fonte³⁴⁾ localizada na região inferior esquerda da figura não se encontra na placa da interface, mas numa caixa externa ao microcomputador.

O bloco central corresponde à interface, que fica instalada no interior do microcomputador, no slot 4. Para determinação do seu endereço foi utilizado o diagrama dos slots do Apple II³⁵⁾.

Os sensores ficam conectados ao sistema mecânico e são interligados por meio de fios à mesma caixa citada acima (ver figura da montagem mecânica, no apêndice D).

Apêndice B - Interface e circuitos periféricos auxiliares

Diagrama eletrônico da interface

Figura B.01 - Esquema eletrônico completo da interface coletora de dados.

Apêndice B - Interface e circuitos periféricos auxiliares

B.2 Sensores de fase e choque³⁶⁾

O gerador de pulso de interrupção para leitura da fase zero para o microcomputador, consiste, basicamente, de um circuito monoestável (74121), ajustado para gerar um pulso de 50 microssegundos (50 μ s) e ligado a um driver (74125), que possui maior capacidade de fornecimento de corrente.

Os valores do resistor e do capacitor foram calculados utilizando a fórmula fornecida pelo manual TTL da Texas , que é a seguinte:

$$\text{Largura do pulso} = \ln 2 \cdot R \cdot C \quad (\text{B.01})$$

O monoestável da figura b.1 foi configurado para gerar o pulso no instante em que o sinal proveniente do circuito sensor mudar de estado. Neste caso, passa de nível lógico baixo para nível alto.

Figura B.02 - Esquema eletrônico das ligações do gerador de pulso de interrupção.

Apêndice B - Interface e circuitos periféricos auxiliares

B.3 Porto paralelo 8255 e slot do microcomputador Apple II

Abaixo está disposta a representação eletrônica do porto paralelo Intel 8255 (intel 1988) com as "pinagens". Ele possui 24 pinos, que podem ser configurados como entrada ou saída de dados, e destes foram utilizados 12 pinos para efetuar a leitura do contador CA 4040, responsável pela contagem de tempo no experimento. No diagrama da interface aparecem as ligações deste componente (figura b.7).

Figura B.03 - Porto paralelo 8255 utilizado para enviar os dados para o microcomputador

O "slot" do microcomputador Apple II abaixo foi utilizado para encaixar a interface de aquisição de dados

Figura B.04 - Slot do microcomputador Apple II utilizado para coletar os dados do experimento.

B.4 Circuitos sensores de fase zero e instante de choque

Os circuitos utilizados para detecção de fase zero e momento do choque são basicamente os mesmos, sendo a única diferença a configuração do amplificador operacional utilizado para controlar a passagem do sinal pelo transistor e, posteriormente, para o gerador de interrupção. No circuito sensor de posição, o sinal do sensor passa pela entrada não-inversora, ao contrário do que ocorre com o circuito sensor de fase. O motivo dessa alteração é que um sensor atua pela ausência do feixe de luz (sensor de posição) e o outro pela presença (sensor de fase).

Os sensores são sistemas acoplados led-fototransistor, que mudam de estado, saturação ou corte, na presença ou ausência da luz fornecida pelo led.

O pulso gerado pelo transistor passa pelo amplificador operacional que, por sua vez, leva o transistor que se encontrava saturado ao corte. A transição de estado do transistor fornece ao oscilador monoestável a informação para que ele gere um pulso de interrupção para o microprocessador.

Apêndice B - Interface e circuitos periféricos auxiliares

Figura B.05 - Esquema eletrônico do sensor de posição e do sensor de fase zero.

Figura B.06 - Esquema eletrônico do sensor de fase do choque.

B.5 Gerador de rampa para registrador XT

O uso de um gerador de rampa e de um registrador XT para registrar o intervalo de tempos entre dois choques sucessivos é uma forma alternativa de visualizar a região de estabilidade e bifurcações apresentadas pelo sistema, sem necessidade do uso de um microcomputador.

Apêndice B - Interface e circuitos periféricos auxiliares

O circuito da figura (B.07) é um integrador que foi projetado para gerar uma rampa com tempo de subida da ordem de 20 segundos, e pode ser regulado para tempos maiores ou menores, dependendo da conveniência, ajustando-se o potenciômetro RV0X.

O sinal que vem do sensor no instante do choque serve para descarregar o capacitor C01 e, conseqüentemente, zerar a rampa. Dessa forma, a deflexão horizontal da pena do registrador XT será proporcional ao intervalo entre dois choques sucessivos.

Figura B.07 - Diagrama eletrônico do gerador de rampa.

Este sistema foi utilizado para permitir a observação de um valor constante de intervalo de tempo entre dois choques, para baixo valor de α e dois para valores (bifurcação) para valor alto. Foi porém abandonado pois não permite um processamento fácil dos resultados (cálculo da dimensão do atrator e dimensão fractal).

Apêndice C - Roteiro para o aluno

C.1 Introdução

Tufillaro e Albano⁹⁾ propuseram a montagem de um experimento didático para estudo de fenômenos caóticos, incluindo os principais conceitos pertinentes a esse assunto. A justificativa utilizada é que por se tratar de uma linha de pesquisa relativamente recente (tendo menos que vinte anos, excetuando-se o trabalho publicado por E. Lorenz em 1963⁶⁾), com aplicações nas mais diferentes áreas de pesquisa^{2-6,40)}, os conceitos fundamentais ainda não estão esquematizados em nível de graduação; daí a importância de se sistematizar uma introdução aos sistemas caóticos, objetivando familiarizar os alunos de graduação com os conceitos e comportamentos típicos desses sistemas.

Partindo dessa premissa, esquematizei um roteiro que tem por objetivo descrever alguns desses tópicos e esclarecer a utilização do sistema desenvolvido no presente trabalho.

O sistema proposto aqui é conhecido na literatura como Bouncing-ball que, em resumo, é formado por uma bola, que permanece livre sobre uma superfície que oscila verticalmente com movimento harmônico, por exemplo: bola de tênis e raquete. Nesta prática, a bola foi substituída pelo carro do trilho de ar e a superfície oscilante por um pistão em cuja extremidade, que se choca com o carro, foi colocada uma bola de borracha com baixo coeficiente de restituição.

A apresentação do experimento seguirá uma ordem crescente de complexidade e dos exemplos utilizados. Inicialmente será apresentada a equação logística utilizada na descrição do crescimento de populações em nichos ecológicos^{2,3)}, em seguida, será desenvolvido o sistema bouncing-ball, sob o ponto de vista abordado por P.J. Holmes¹⁴⁾, que é didaticamente aconselhável pois este permite a obtenção das condições de estabilidade e equilíbrio, sem a necessidade de ferramentas matemáticas mais complexas; e finalmente um resumo do capítulo 1 do presente trabalho, visando apresentar os resultados teóricos que deverão ser comparados aos resultados práticos obtidos pelo aluno no experimento.

Apêndice C - Roteiro para o aluno

Na apresentação da equação logística serão realizadas simulações em diferentes condições com finalidade de familiarizar o aluno com as noções básicas de fenômenos caóticos.

C.2 Introdução teórica

É comum no estudo da natureza, e conseqüentemente dos fenômenos físicos, a procura de situações simplificadas e a construção de modelos para se tentar a solução aproximada de um problema. Grande parte do desenvolvimento a que chegamos hoje em dia está apoiado nesses modelos, que "funcionam bem" sob determinadas condições ideais. Há casos, também, em que os modelos apresentam apenas uma tosca idéia da complexidade real do problema.

Vamos propor agora mais um modelo simplificado desse tipo, que é utilizado no estudo de dinâmica de populações.

Imagine, inicialmente, que estamos estudando uma população que possui X elementos. Quando X é pequeno, a população tende a aumentar e se X for grande ela tende a diminuir, motivada por diversos fatores: competição por alimento, aumento da população de predadores e etc. Estas características garantem que uma função que descreve o comportamento da população não deve ser linear. Outra informação útil é que $f(0) = 0$. Uma equação que satisfaz estas condições é:

$$f_{t+1} = f_t (a - b f_t) \quad (C.01)$$

onde "a" representa a tendência de aumento da população (se $a > 1$) e "b" a atuação de fatores externos.

Substituindo f por $(a/b) X$, obtém-se:

$$X_{t+1} = a X_t (1 - X_t) \quad (C.02)$$

um outro fator limitante é que $a < 4$.

Apêndice C - Roteiro para o aluno

A equação C.02 é conhecida por equação logística e a seqüência de gráficos, C.01 a C.04, foi extraída o artigo de divulgação de Hoffstandter (1981)³⁸⁾

Exercício 1 - Considere $a > 4$ e analise suas conseqüências para a população

Na seqüência de figuras abaixo é apresentado o comportamento da equação logística para diferentes valores de "a". A seqüência de interações $X_t, X_{t+1}, X_{t+2}...$ é mostrada pelos sucessivos "batimentos" indicados pelas flechas de sentido.

Figura C.01 - Gráfico demonstrativo da seqüência de interações da equação logística para $a = 1.7$. Para este valor de a só existe um ponto de estabilidade (P_1).

Figura C.02 - Gráfico demonstrativo da sequência de interações da equação logística para $a = 2.4$. Nesta condição já se torna visível a bifurcação, pontos P_1 e P_2 .

É interessante notar que com a variação do parâmetro "a" a equação logística passa da região de estabilidade, figura C.01, por bifurcação, figura C.02, até a região onde não há padrão definido, figura C.03.

Figura C.03 - Gráfico demonstrativo da sequência de interações da equação logística para $a = 3.4$. Este valor de a corresponde à região de caos.

Apêndice C - Roteiro para o aluno

Antes de continuar este desenvolvimento é interessante enunciar a definição de caos segundo o Dicionário da Língua portuguesa³⁹⁾ :

"Nas mitologias e cosmogonias pré-filosóficas, vazio obscuro e ilimitado que precede e propicia a geração do mundo;...; grande confusão ou desordem."

Figura C.04 - Gráfico da equação logística, onde o valor de b é variado de 0 a 3.99, sendo plotados 120 pontos, após um transiente de 100 interações.

A resenha abaixo trata do sistema bouncing-ball, como tratado por P. J. Holmes¹⁴⁾. O motivo se sua apresentação, é que esse tratamento permite a determinação algébrica do primeiro ponto de bifurcação e da região de estabilidade, sem a necessidade de se utilizar do cálculo variacional.

O trilho de ar está inclinado de θ , e um pistão oscilante se encontra fixo em sua extremidade inferior. A velocidade instantânea do pistão é $b(t_i)$

Apêndice C - Roteiro para o aluno

Figura C.05 - Trilho de ar inclinado, mostrando todas as forças que atuam sobre o carro do trilho de ar, a velocidade do pistão e a velocidade de retorno do carro.

A primeira suposição simplificadora é que a massa do pistão é muito grande, comparada com a massa do carro do trilho de ar; isto significa que com o impacto do carro à base, esta não sofre alteração significativa em sua velocidade $b(t_j)$. Dessa forma, a relação entre as grandezas no impacto é:

$$U(t_j) - b(t_j) = -\alpha (V(t_j) - b(t_j)) \quad (C.03)$$

tomando-se o pistão como referência. As grandezas α , $U(t_j)$ e $(V(t_j))$ são, respectivamente, o coeficiente de dissipação, a velocidade de afastamento do carro em relação ao pistão e a velocidade de aproximação. Supondo, também que a amplitude de oscilação da base é muito pequena, se comparada com o movimento do carro, pode-se escrever que^[a] :

$$U(t_{j+1}) = - (V(t_j)) \quad (C.04)$$

onde t_{j+1} representa o instante do impacto seguinte a t_j .

Reescrevendo a equação (C.03) para t_{j+1} , tem-se:

$$U(t_{j+1}) = \alpha U(t_j) + (1 + \alpha) b(t_{j+1}) \quad (C.05)$$

utilizando a aproximação (C.04) os intervalos entre dois impactos sucessivos são dados pela expressão:

$$t_{j+1} - t_j = 2 U(t_j) / g \sin(\theta) \quad (C.06)$$

Apêndice C - Roteiro para o aluno

substituindo (C.06) em (C.05), obtém-se um relação de recorrência para $U(t_j)$:

$$U(t_{j+1}) = \alpha U(t_j) + (1 + \alpha) b\{t_j + [2 U(t_j)/g \text{ sen}(\theta)]\} \quad (\text{C.07})$$

A base possuindo movimento harmônico, a sua velocidade instantânea $b(t_j)$ é:

$$b(t_j) = \beta \omega \cos(\omega t_j) \quad (\text{C.08})$$

onde β representa a amplitude do movimento e ω a velocidade angular.

As substituições abaixo serão realizadas com a finalidade de tornar as equações que descrevem o sistema adimensionais, facilitando os cálculos,

$$\phi_j = \omega t_j \quad (\text{C.09})$$

$$\Lambda_j = [2 U(t_j) \omega]/g \text{ sen}(\theta) \quad (\text{C.10})$$

e

$$\gamma = (1 + \alpha) [2 \beta \omega^2/g \text{ sen}(\theta)] \quad (\text{C.11})$$

onde γ faz o papel de força restauradora.

Introduzindo as expressões (C.09), (C.10) e (C.11) na equação (C.06) e repetindo o procedimento para a expressão (C.07), chega-se às duas expressões que descrevem o sistema:

$$f_{\alpha,\gamma}: \quad \phi_{j+1} = \phi_j + \Lambda_j \quad (\text{C.12})$$

$$\Lambda_{j+1} = \alpha \Lambda_j - \gamma \cos(\phi_j + \Lambda_j) \quad (\text{C.13})$$

Se S é um volume no espaço de fase ($\phi \times \Lambda$), as sucessivas interações de $f_{\alpha,\gamma}$ levam a uma contração desse volume inicial. Isso é visto pelo cálculo do determinante jacobiano de f :

$$\det(f_{\alpha,\gamma}) = \alpha \quad (\text{C.14})$$

Apêndice C - Roteiro para o aluno

Exercício 2 - Calcule o determinante jacobiano acima, provando que ele é igual α .

Como $\alpha < 1$, o fator de escala entre duas aplicações sucessivas ocasiona uma contração de volume⁵). Tanto que, se $t \rightarrow$ infinito (muitas aplicações), o volume do espaço de fase permitido para o sistema tende a zero, ou seja, os valores de (ϕ_j, Λ_j) , a uma região cada vez menor, caracterizando assim a existência de um atrator.

A limitação de Λ_j a uma região do espaço de fase é de fácil dedução. Retomando a expressão (C.13) e considerando os módulos de ambos os lados:

$$|\Lambda_{j+1}| \leq \alpha |\Lambda_j| + \gamma \quad (C.15)$$

pois,

$$\cos(\phi_j + \Lambda_j) \leq 1 \quad (C.16)$$

se

$$|\Lambda_j| \geq \gamma / (1 - \alpha) \quad (C.17)$$

obtém-se

$$|\Lambda_{j+1}| \leq \gamma / (1 - \alpha); \quad (C.18)$$

conseqüentemente,

$$|\Lambda_{j+1}| \leq |\Lambda_j| \quad (C.19)$$

Esse resultado garante que a função Λ_{j+1} fica limitada à região determinada pelas duas condições abaixo:

$$|\Lambda_{j+1}| \leq \{\gamma / (1 - \alpha)\} \quad (C.20)$$

Encontrando a região que limita o sistema, passamos a analisá-la. O próximo passo será determinar os pontos fixos do sistema (pontos de equilíbrio). Estes são os pontos do espaço de fase para onde o sistema converge, após um transiente inicial. A condição inicial determinará o caminho tomado pelo sistema.

Apêndice C - Roteiro para o aluno

O parâmetro α (coeficiente de dissipação) é constante durante as interações; já γ depende do valor de g' e Ω , servindo como parâmetro de controle, podendo ser variado alterando-se a inclinação do trilho de ar ou a velocidade angular do pistão oscilante.

Supondo a existência de um ponto de estabilidade onde as condições abaixo são satisfeitas:

$$\Lambda^*_{j+1} = \Lambda^*_j \quad (C.21)$$

$$\phi^*_{j+1} = \phi^*_j \quad (C.22)$$

Exercício 3 - Encontre as equações que fornecem os valores de Λ^ e ϕ^* para o equilíbrio*

Esta condição pode ser estendida para as órbitas^(b) de várias ordens; porém a resolução algébrica das equações se torna cada vez mais complexa; impossibilitando a sua realização para órbitas maiores.

A análise da estabilidade desses pontos é realizada analisando autovalores da matriz formada pelos coeficientes de $f(\alpha, \gamma)$:

* se os autovalores de $D(f(\alpha, \gamma))$:

- estão contidos num círculo unitário no plano complexo $\mathbb{C}$ onde $|\lambda_i| < 1$, o ponto (ϕ^*_j, Λ^*_j) é um sorvedouro, ou seja, é um ponto estável (atrator)

- estão fora desse círculo ($|\lambda_i| > 1$), o ponto (ϕ^*_j, Λ^*_j) é uma fonte, ponto de instabilidade (repulsor)

- estão um dentro e outro fora do círculo ($|\lambda_i| = 1$), nessa situação o ponto (ϕ^*_j, Λ^*_j) é um ponto de sela.

Como o valor do determinante é igual ao coeficiente de restituição, que por sua vez é sempre inferior a um, e:

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 = \alpha \quad (C.23)$$

[b] Órbitas são uma sequência de pontos do espaço de fase, visitados pelo sistema sempre na mesma ordem.

Apêndice C - Roteiro para o aluno

só é possível a existência de pontos de sela e pontos de estabilidade para quaisquer valores de λ_1 e λ_2 .

Calculando-se os autovalores

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \{ (k_{jj} + \alpha + 1) \pm [(k_{jj} + \alpha + 1)^2 - 4\alpha]^{1/2} \} \quad (C.24)$$

onde

$$k_{jj} = \gamma \sin(\phi^*_{jj} + \Lambda^*_{jj}), \quad (C.25)$$

então encontramos que:

$$2n\pi(\alpha - 1) < \gamma < 2 [n^2\pi^2(\alpha - 1)^2 + (\alpha + 1)^2]^{1/2} \quad (C.26)$$

Os valores de γ entre esses valores possibilitam apenas a existência de um ponto fixo (ponto de equilíbrio). Se $\gamma < 2 [n^2\pi^2(\alpha - 1)^2 + (\alpha + 1)^2]^{1/2}$, o ponto $(\phi^*_{jj}, \Lambda^*_{jj})$ passa a ponto crítico de sela, que é instável. E, nessas condições, surgem dois novos pontos estáveis (sorvedouros). Aumentando-se o valor de γ , surge uma seqüência de bifurcações, aumentando a ordem da órbita indefinidamente, até o caos (órbita de ordem infinita)¹⁴⁾.

A forma de tratar o problema bouncing-ball mostrada acima foi descrita por J.P. Holmes (1982) e apresenta grande discrepância experimental com a realidade, pois considera nula a amplitude de oscilação do pistão que impulsiona o sistema.

Existem alguns outros sistemas que apresentam características semelhantes de estabilidade e bifurcação, descritos nos artigos de: Briggs (1987)³⁷⁾, Meissner (1986)⁴¹⁾, Lindsay⁴²⁾ além dos já citados.

Pippard^[c] já tinha resolvido este problema de forma mais elegante e real, considerando não-nula a amplitude de oscilação do pistão. Abaixo adaptamos uma parcela do seu trabalho para este experimento.

Na figura (C.05) é apresentado um diagrama simplificado da montagem experimental, onde o carro desce o trilho de ar com aceleração γ dada por $g \sin(\phi)$. Na extremidade inferior do trilho, há

[c] - "The physics of vibration", volume 1, existente na biblioteca do IFQSC-USP.

Apêndice C - Roteiro para o aluno

um pistão que oscila com frequência angular variável ω , controlada mecanicamente pelo experimentador. Sendo a amplitude de oscilação do pistão igual a A , a posição do pistão em função do tempo é:

$$P(t) = A \text{ sen}(\omega t), \tag{C.27}$$

e sua velocidade dada por:

$$u(t) = \omega A \cos(\omega t) \tag{C.28}$$

Com o sistema em funcionamento, o carro se move livremente sobre o trilho de ar e se choca com o pistão oscilante. No n ésimo choque ocorrido entre ambos, V_n é a velocidade do carro no instante do choque e u_n a velocidade do pistão nesse mesmo instante. Ocorrendo um choque com o pistão na fase ϕ_n , o próximo só ocorrerá na fase $(\omega t_n + \phi_n)$. Nesse intervalo de tempo, o carro se movimenta com aceleração γ , devido à inclinação do trilho de ar. Desse modo, o próximo ponto de encontro entre o carro e o pistão será fornecido pela expressão:

$$P_{n+1} = P_n + V_n t_n - (1/2) \gamma t_n^2 \tag{C.29}$$

onde t_n representa o intervalo de tempo entre os choques n e $n+1$.

Figura C.06 - Ponto de Choque, mostrando os instantes anterior e posterior ao choque entre o carro e o pistão.

A substituição da expressão (C.27) em (C.29) fornece:

Apêndice C - Roteiro para o aluno

$$\text{sen}(\omega t_n + \phi_n) = \text{sen}(\phi_n) + (1/A) [V_n t_n - (1/2) \gamma t_n^2] \quad (\text{C.30})$$

Colocando o sistema de referência no pistão, a velocidade do carro em relação a este é o resultado da soma das duas velocidades:

$$V_n' = V_n - \gamma t_n - \omega A \cos(\omega t_n + \phi_n) \quad (\text{C.34})$$

onde V_n' é a velocidade de afastamento do carro, após o enésimo choque.

No caso mais geral, o reencontro do carro com o pistão, após um choque, ocorre numa outra posição (fase) do pistão, e, portanto, com outro valor do módulo da velocidade.

Se, após uma seqüência de choques, a velocidade do carro no instante em que ele atinge o pistão é sempre igual, em módulo, à velocidade com que se afasta deste, choque após choque, diz-se que o sistema se encontra numa órbita^[d] estável ou numa órbita simples. Nessa condição, a parcela de energia perdida no choque é reposta pelo pistão.

A taxa de perda de velocidade em um choque entre dois corpos é chamada de coeficiente de restituição e é definida como:

$$\varepsilon = - (V_n' / V_n) \quad (\text{C.32})$$

Ocorrendo enésimo choque na fase ϕ_n , o choque seguinte ocorrerá, ωt_n depois, na fase ϕ_{n+1} :

$$\phi_{n+1} = \phi_n + \omega t_n \quad (\text{C.33})$$

Após o choque, o carro se afasta com velocidade:

$$V_{n+1}' = V_{n+1} - \omega A \cos(\omega t_n + \phi_n) \quad (\text{C.34})$$

[d] - Órbita : é uma seqüência de pontos de encontro entre o carro e o pistão. No caso da órbita simples, o ponto de encontro ocorre sempre na mesma fase do pistão. Para órbita dupla, existem dois pontos de encontro distintos, que ocorrem alternadamente. Generalizando, uma órbita de ordem n é formada por n pontos de encontro distintos, que se repetem após uma seqüência completa

Apêndice C - Roteiro para o aluno

Substituindo-se as expressões (C.34) e (C.31) em (C.32), obtém-se:

$$V_{n+1} = \varepsilon (\gamma t_n - V_n) + (1 + \varepsilon) \omega A \cos(\omega t_n + \phi_n) \quad (C.35)$$

As equações (C.35), (C.33) e (C.30) regem o sistema "bouncing-ball" para quaisquer valores de ε e $\omega^1, 4$).

Exercício 4 - Utilizando as expressões (C.35), (C.33) e (C.30) determine a condição para ocorrência de órbita estável.

A primeira bifurcação é dada pela expressão abaixo, deduzida por Pippard:

$$\alpha \leq \pi m [(1 - \varepsilon)/(1 + \varepsilon)] \{1 + [(2/\pi m)(1 + \varepsilon^2)/(1 - \varepsilon^2)]\}^{1/2} \quad (C.36)$$

cujas deduções se encontra no capítulo 9 do livro do Pippard.

Vamos definir, a seguir, o que é um atrator estranho e como caracterizá-lo.

Suponha um sistema dinâmico dissipativo partindo de uma condição inicial diferente do repouso. Após um intervalo de tempo, por ser dissipativo, ele deverá atingir uma condição de energia mínima, caracterizando equilíbrio ou estabilidade. Paralelamente, no espaço de fase o volume ocupado pelas condições iniciais diminui, até atingir uma região restrita deste. Este subespaço é chamado atrator.

Um atrator de dimensão zero é o existente na descrição de um oscilador harmônico amortecido, onde o estado final do sistema é representado por um ponto no espaço de fase.

Um atrator com dimensão igual a 1 é aquele em que a situação final no espaço de fase é linha fechada. Como exemplo, um oscilador harmônico forçado amortecido.

Os atratores em que a dimensão é fracionária são chamados de estranhos - "strange attractor" - e são característicos dos sistemas que apresentam comportamento caótico. Esse tipo de atrator é resultado de uma sequência de contrações ou dobramentos ("folding") em

Apêndice C - Roteiro para o aluno

determinadas direções e expansões em outras^{5.14.20)}, restringindo a região possível de energias a um subespaço com volume finito no espaço de fase.

Uma forma de caracterizar o atrator estranho é calcular a sua dimensão. É possível calcular um número infinito de dimensões, utilizando a definição de dimensão generalizada²⁰⁾, dada abaixo:

"Def.: considere um atrator contido num espaço m-dimensional e seja χ_i , com $i=1, \dots, N$, uma seção finita de uma trajetória discreta sobre o atrator. Cobrindo-se o espaço de fase com uma malha de células do tipo r^m e sendo $M(r)$ o número total de células que contém pontos da série χ_i , a probabilidade P_k , de encontrar um ponto na célula k , é dada por:

$$P_k = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{N}{N_k} \right) \quad (C.37)$$

onde N_k é o número de pontos na célula k . O conjunto infinito de dimensões generalizadas D_q , que caracteriza a estrutura inhomogênea estática de um atrator, é definida através da q -ésima potência de P_k como:

$$D_q = \frac{1}{(q-1)} \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log(\sum_{k=1}^{M(r)} p_k^q)}{\log r} \quad (C.38)"$$

Embora, existam muitas dimensões, três têm sido usadas com maior frequência para caracterizar a "estranheza" de um atrator; a saber, dimensão de informação, dimensão de correlação e a dimensão de Hausdorff, também chamada dimensão fractal, calculada a partir da definição (C.38) com $q = 0$:

$$D_0 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log M(r)}{\log r} \quad (C.39)$$

onde $M(r)$ representa o número de células de volume r que contém pontos do atrator.

Coleta de dados pela interface

Seja T o período de oscilação do pistão e T_c o instante em que ocorre um choque entre este e o carro do trilho de ar. A fase ϕ_c correspondente a esse choque será

$$\phi_c = 2\pi (T_c/T) \quad (C.40)$$

A determinação de T é realizada por um sensor ótico de passagem, que detecta o instante em que um orifício, num disco solidário ao eixo que movimenta o pistão, passa pela posição de fase zero. Assim, cada revolução do pistão é responsável por um novo T . Mesmo que a rotação do motor varie por problemas na rede elétrica ou por interferência do experimentador, o novo período será lido e incorporado aos dados, obtendo-se valores sempre corretos de ϕ_c .

Para detectar a fase no instante do choque, utilizou-se um sensor ótico solidário ao pistão e colocou-se no carro um anteparo, de forma a que, no instante do choque entre eles, o anteparo obstrua a passagem de luz no sensor, possibilitando a detecção do instante do choque e, indiretamente, da fase deste.

O sistema e aquisição de dados tem como objetivo registrar todos os valores de ϕ_c . Para isso serão lidos todos os valores de T_c e T , em sucessivos períodos de tempo, e armazenados em disco flexível.

As medidas dos intervalos de tempo T e T_c são realizadas pela leitura de um contador. Este possui capacidade de contagem de 0 a 4096 e é acionado por um clock de 489Hz^[e].

[e] A frequência de 498Hz é o resultado da divisão do sinal de clock de 1MHz do

Apêndice C - Roteiro para o aluno

Com o sistema em funcionamento, a cada passagem do eixo pela posição de fase zero é feita uma leitura de T , e após a leitura o contador é zerado. Ocorrendo um choque, a fase do pistão é lida e armazenada na memória, sem se alterar o estado do contador, ou seja, o contador só é alterado na rotina de leitura de fase zero.

Se $T_c > T$, o dado referente a T_c será armazenado na linha seguinte, ficando uma linha preenchida com zeros. O valor do intervalo de tempo entre os choques será dado pelo valor de T_c , acrescido do valor do período T .

microcomputador por 2^{11} , divisão realizada por um contador binário CA 4020. Ver seção 2.3.2.

Apêndice C - Roteiro para o aluno

C.3 Roteiro Experimental

1.- Ligar o compressor de ar

2.- Medir a inclinação do trilho de ar, utilizando o tempo gasto pelo carro para percorrer uma distância de 50cm no trilho, partindo do repouso. Este intervalo de tempo será utilizado para determinar os valores de alfa durante o experimento.

Obs.: a inclinação do trilho de ar não deve ser superior a 1.5 graus ou inferior a 0.35 graus.

3.- Determine o coeficiente de restituição, entre o carro e o pistão. Utilize esse dado para determinar o valor de alfa onde ocorrem o primeiro ponto de estabilidade, e a primeira bifurcação.

4.- Utilizando o valor medido do coeficiente de restituição utilize o programa Alfacom.exe para fazer uma simulação e determinar o comportamento do sistema, delimitando as regiões de estabilidade bifurcação e caos.

5.- Ligue o motor que aciona o pistão.

6.- Ajuste a velocidade angular do pistão até que se estabeleça uma órbita simples (1 choque por revolução do pistão).

7.- Aumente a rotação do pistão até que os choques ocorram com intervalos de duas ou três revoluções dele.

8.- Com o sistema em funcionamento, ligue o microcomputador e introduza o disquete com os programas em Assembler. Digite:

- blood prog3	<enter>
- blood zero	<enter>
- call -151	<enter>
- 1000G	<enter>

Com esta seqüência se inicia o processo de coleta de dados.

Apêndice C - Roteiro para o aluno

9.- Ajuste cuidadosamente a rotação do pistão, diminuindo a sua velocidade angular a cada 5 ou 10 minutos. Utilize o cursor de ajuste do câmbio de borracha. Cada ajuste não deve ser superior a 30° de rotação, no eixo que controle. Continue ajustando até o sinal de memória cheia - sequência de bips.

Após o término de uma coleta para descarregar os dados no disquete, digite:

- Bsave nome-do-arquivo, A\$2000, L\$3FFF <enter>

10.- Repita os procedimentos 8 e 9 até atingir a região em que o carro permanece encostado no pistão por todo o movimento deste. Deverão ser gerados dois ou três arquivos de dados para cada série de coletas.

11.- Os dados armazenados do disquete devem ser transferidos para um microcomputador tipo IBM-PC para serem analisados. A transferência é feita por intermédio do programa VTKermit. O procedimento é o seguinte:

a) conectar a interface RS 232 do Apple com a interface RS 232 do PC. Não é necessário usar o mesmo Apple conectado ao experimento.

b) no Apple, digitar:

* call -151 <enter>

* blood nome-do-arquivo <enter>

* PR#1 <enter>

c) no PC, digitar

* Vtkermit <enter>

* Set baud rate 9600 <enter>

* Log a:nome-do-arquivo.dat<enter>

* C <enter>

d) no Apple, digitar

* 2000.5FFF <enter>

Apêndice C - Roteiro para o aluno

e) ao final da transmissão digitar no PC:

* <ctrl> + <]>

* C

* quit

f) desligar o Apple.

12. Com os dados no disquete, editar o arquivo transmitido, utilizando algum editor que trabalhe com arquivo não-documento (WordStar, Norton Editor, Qedit etc.).

Na edição retirar a primeira linha que contém "2000.5FFF". Em seguida, executar o programa que realiza a conversão de hexadecimal para decimal, desprezando os endereços de memória, que aparecem no início de cada linha. Isso é feito digitando:

a:> converti

a:> Nome do arquivo de entrada: nome-do-arquivo-de-dados

a:> Nome do arquivo de saída: nome-do-novo-arquivo.

13. Editar o novo arquivo, já convertido, acrescentando data e hora da coleta e o tempo medido no item 2 deste roteiro:

% data XX, hora YY

T= tempo medido;

data=["dados numéricos"

...

];

Esta seqüência permite ao Matlab reconhecer os dados que serão utilizados pelo programa Rubens03.m para montar o gráfico de fase de choque contra alfa.

Para visualizar o atrator na área de caos deve-se utilizar o programa Rubens04.m, definindo o choque inicial e o final dentro do arquivo coletado: X para o primeiro choque e Y para o último:

x=1; y=1500;

Apêndice C - Roteiro para o aluno

No formato acima o atrator plotado conterá os primeiros 1500 pontos do arquivo que está sendo analisado.

14. O cálculo da dimensão do atrator que surge na região de caos pode ser realizado, utilizando o programa Rubens09.m, desde que se tenha um microcomputador 386 com coprocessador matemático.

Para utilizar o programa é necessário indicar a região em que se encontra o atrator, que é feito fornecendo as coordenadas de uma área quadrada que contenha o atrator. Em seguida, indicar a ordem da partição a ser efetuada. Exemplo:

$x_i = -1$; $x_m = 1$;

$y_i = -1$; $y_m = 1$;

A área é identificada por intermédio da montagem do gráfico que contém o atrator.

Apêndice D - Sistema mecânico

Os componentes da montagem mecânica do experimento são os seguintes:

- 1 motor de passo, com sistema de câmbio de borracha para regular a velocidade do pistão, como mostrado na figura D.01.

- 1 suporte regulável para o motor e o trilho de ar (figura D.01).

- 1 oscilador mecânico Kearfott (figura D.02).

- 1 trilho de ar, com comprimento de 1,5 m, peça (08), na figura D.02.

- 1 bola de borracha, com coeficiente de restituição da ordem de 0.22.

- 1 suporte de encaixe e sustentação do oscilador, composto por três peças: pistão com suporte para bola de borracha, acoplamento do motor ao oscilador e peça para fixar todos os componentes mecânicos, peças (04), (07) e (01), respectivamente, na figura D.02.

- 1 suporte para bola de borracha, peça 04, na figura D.02.

- 1 carro para trilho de ar, adaptado para que o choque entre ele e o pistão ocorra sempre na direção do centro de massa, peça (05), na figura D.02.

- 1 disco de alumínio, com furo para detecção da posição de fase zero do pistão, peça (06), na figura D.02

As peças, exceto as do trilho de ar, foram confeccionadas parte na oficina mecânica da CDCC e parte na oficina mecânica do NPDIA/EMBRAPA.

Pos.	Denominação	Mat.	Dimensões	Quant.	P. brt.	P. liq.
EMBRAPA - UAPDIA - SÃO CARLOS - SP						
Pesquisador	Técnicos	Desenhista	Projeto		Desenho Nº	
R. Bernardes Filho		MONZANE	OSCILADOR HARMÔNICO DE VELOCIDADE VARIÁVEL		920HVO09	
		Data			Substitui Nº	
		25 08 00

Pos.	Denominação	Mat.	Dimensões	Quant.	P. brt.	P. liq.
EMBRAPA - UAPDIA - SÃO CARLOS - SP						
Pesquisadores R. Bernardes Filho	Técnicos	Desenhista MONZANE	Projeto OSCILADOR HARMÔNICO DE VELOCIDADE VARIÁVEL		Desenho Nº 920HV001	
		Data 05.05.92			Substitui Nº	
		Escala 1:1	Sub-Projeto MÓDULO DE OSCILAÇÃO		Modificações	