UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA E QUÍMICA DE SÃO CARLOS

"UMA CÂMARA DE IONIZAÇÃO SÓLIDA"

Marcílio de Freitas

Dissertação apresentada ao Instituto
de Física e Química de São Carlos, pa
ra a obtenção do título de Mestre em
Física Aplicada.

Orientador:

Prof.Dr. Guilherme Fontes Leal Fer -
reira.

OK

Departamento de Física e Ciência dos Materiais

São Carlos - 1984

BIBLIOTECA DO INSTITUTO DE FÍSICA E QUÍMICA DE SÃO CARLOS - USP
FÍSICA

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE _____
MARCILIO DE FREITAS

APRESENTADA AO INSTITUTO DE FÍSICA E QUÍMICA DE SÃO CARLOS, DA
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, EM 13 DE junho DE 1984.

COMISSÃO JULGADORA:

Dr. GUILHERME F. LEAL FERREIRA - Orientador

Dr. RENE ARMANDO MORENO ALFARO

Dr. BERNHARD GROSS

ÍNDICE

RESUMO	I
ABSTRACT	II
NOTAÇÃO	III
I - INTRODUÇÃO	1
II- 2.a. - COLOCAÇÃO DO PROBLEMA	3
2.b. - EQUAÇÕES GERAIS	4
III- 3.a. - INTRODUÇÃO	7
3.b. - APROXIMAÇÃO DE CAMPO BAIXO	8
3.c. - APROXIMAÇÃO DE CAMPO ALTO	24
IV- INTRODUÇÃO	30
EQUAÇÕES GERAIS	30
PECULARIDADES DA INTEGRAÇÃO DO SISTEMA	32
CURVAS CARACTERÍSTICAS	34
RESULTADOS	37
V- INTRODUÇÃO	42
EQUAÇÕES GERAIS	42
5.a. - APROXIMAÇÃO DE CAMPO BAIXO	43
5.b. - APROXIMAÇÃO DE CAMPO ALTO	45
5.c. - SOLUÇÃO NUMÉRICA	46
CURVAS CARACTERÍSTICAS	47
RESULTADOS	51
CONCLUSÃO	54
REFERÊNCIAS	56

RESUMO

Assumindo elétrons e buracos se movimentando em suas bandas próprias e centros de recombinação independente para ambos, Hughes e Sokel calcularam as características e distribuição de cargas para o óxido de chumbo (PbO) quando este se encontra sob radiação. O cálculo também inclui a corrente de difusão e segundo os autores, esta possui um importante papel em muitos aspectos.

Neste trabalho a característica para o PbO foi recalculada sem considerar a contribuição da corrente de difusão e essencialmente foi obtido o mesmo resultado. Foram desenvolvidos aproximações para baixo e alto campo.

Em seguida, foi assumido iguais parâmetros para ambos portadores (isto é, igual mobilidades, tempos de captura, coeficientes de recombinação e densidades de centros de captura) e obtido as características para 18 combinações de três conjuntos de parâmetros convenientemente definidos. Aproximações de campo baixo e campo alto foram também derivadas para este caso.

ABSTRACTS

Assuming electron and hole bands and independent recombination centers or both carriers, Hughes and Sokel calculated the characteristics and charge distributions for lead oxide PbO under irradiation. The calculation also included the diffusion current and it was asserted that such a current was important in some aspects.

In this work the characteristic for PbO was recalculated without the diffusion component and essentially the same result was obtained. Side this, approximations were derived for low and high fields.

Next, assuming equal parameters for both carriers (that is, equal mobilities, trapping times, recombination rates and density of trap), characteristics were obtained for 18 combinations of three conveniently defined set of parameters. Low and high field approximation were also derived for this case.

TABELA I

NOTAÇÃO

As grandezas sem prima, abaixo explicitas, serão apresentadas no texto em unidades adimensionais. A relação entre elas e as grandezas correspondentes em unidades reais é apresentada na tabela 2.

E', E	: campo elétrico
J', J	: densidade de corrente total
P', P	: concentração de buracos livres
n', n	: concentração de eletrons livres
P'_t, P_t	: concentração de centros ocupados por buracos
n'_t, n_t	: concentração de centros ocupados por eletrons
P'_{ot}, P_{ot}	: concentração de centros neutros para buracos
n'_{ot}, n_{ot}	: concentração de centros neutros para eltrons
V', V	: diferença de potencial
u	: carga espacial efetiva ($P_t + P - n_t - n$)
J'_p, J_p	: densidade de corrente transportada pelos buracos .
J'_n, J_n	: densidade de corrente transportada pelos elétrons
K'_p, K_p	: razão de combinação dos buracos com os centros de captura de buracos neutros
K'_n, K_n	: razão de combinação de eletrons livres com os centros de captura de eletrons neutros
t', t	: tempo
Z'_p, Z_p	: tempo de captura dos buracos
Z'_n, Z_n	: tempo de captura dos eletrons
R'_p, R_p	: razão de combinação dos buracos livres com os eletrons <u>pre</u> sos nos centros de captura
R'_n, R_n	: razão de combinação dos eletrons livres com os buracos <u>pre</u>

nos centros de captura

- g' : razão de geração de pares elétrons-buracos
- μ_p, μ_n : mobilidade dos buracos e elétrons respectivamente
- $K = \frac{\mu_n}{\mu_p}$: razão das mobilidades
- L' : espessura da amostra
- V_s : potencial de saturação
- x', x : coordenada de posição
- e : carga eletrônica
- ϵ : constante dielétrica

TABELA 2

Listas dos parâmetros de referência 1 em unidades reais e adimensionais (apresentadas no texto)

Unidades reais	Unidades adimensionais
$\tau_p' = 6 \cdot 10^{-8} \text{ s}$	$\tau_p = 2,852 \cdot 10^{-3}$
$\tau_n' = 1,67 \cdot 10^{-8} \text{ s}$	$\tau_n = 7,938 \cdot 10^{-4}$
$R_p' = 5 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3/\text{s}$	$R_p = 6,637 \cdot 10^{-2}$
$R_n' = 5 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^3/\text{s}$	$R_n = 0,6637$
$N' = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$	$N = 1,5846 \cdot 10^7$
$g' = 3 \cdot 10^{15} \frac{\text{pares}}{\text{cm s}}$	
$E = 2,124 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{cm}}$	
$L' = 2 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$	
$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	
$\mu_p' = 10 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$	
$\mu_n' = 100 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$	

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Nesta dissertação estudamos o estado estacionário de um sólido sujeito à radiação ionizante. Tanto o fato de o Grupo de Eletretos Prof. Bernhard Gross desenvolver pesquisas nestas linhas, bem como o interesse teórico sobre o problema foram os responsáveis pela escolha do tema. Este interesse nasceu após a publicação de Hughes e Sokel⁽¹⁾, que estudaram teoricamente as correntes induzidas em películas de óxido de chumbo. O Cálculo por eles apresentado é bastante minucioso levando em conta até mesmo difusão e dando também algumas soluções não estacionárias. Além disso, Hughes refere-se a um trabalho de Rose e Goldman no qual o problema foi abordado de forma simplificada. Assim o nosso interesse inicial foi duplo: primeiro eliminar a corrente de difusão para constatar que - ao contrário do afirmado por Hughes - na região de voltagens usualmente empregadas ela já pode ser ignorada; em segundo lugar procurar verificar de que forma o trabalho de Rose e Goldman⁽²⁾ - para quem recombinação e captura por armadilhas se confundem num único processo - pode-se constituir numa aproximação de Hughes.

Os primeiros capítulos da dissertação referem-se à discussão deste tema, além de desenvolver aproximações para a característica corrente - tensão em campo baixo e na região de campo alto.

Na parte final da dissertação procuramos nos desligar do trabalho de Hughes no sentido de permitir valores dos parâmetros pertinentes - tempos de captura, densidade de armadilhas, mobilidades, coeficientes de recombinação - outros que aqueles apropriados ao PbO. Neste ponto, fomos também obrigados, em vista da variedade enorme de parâmetros a variar, a nos limitar ao caso em que os dois portadores tem idênticos parâmetros. Vinte e sete combinações foram escolhidas que, caprichosamente ge-

raram sômente 18 características, que são mostrados na parte final desta. Além disso, foram também desenvolvidas para este caso , as aproximações de campo baixo e alto.

Fig. 1 - Esquema elétrico para o problema em estudo. A parte hachurada é a amostra.

Fig. 2 - Diagrama da dinâmica de captura e recombinação do modelo proposto.

CAPÍTULO II

2.a Colocação do problema

O estudo apresentando nesta dissertação refere-se ao desenvolvimento de modelos matemáticos, relacionados com o problema físico de dupla extração de pares buracos-elétrons gerados uniformemente num dielétrico com contatos bloqueantes e sob uma diferença de potencial aplicada como mostrado na Figura 1.

O dielétrico em estudo possui duas distribuições uniformes de centros de captura, uma para buracos e outra para elétrons. Será considerado que estes centros de captura são profundos, isto é, os portadores após capturados não mais serão coletados pelos eletródios; porém o portador capturado poderá se recombinar com um outro de sinal oposto que se movimenta em sua banda de condução própria como mostrado na Figura 2. Como já foi dito na introdução, o objetivo da dissertação é o estudo das distribuições de portadores livres e capturados, do campo elétrico, da característica ($J \times V$) e de outras grandezas físicas necessárias para descrever as propriedades elétricas do dielétrico quando este encontra-se sob a ação de radiação e de uma diferença de potencial aplicada. Limitar-nos-emos ao regime estacionário.

Naturalmente que este problema é de certa forma análogo ao da câmara de ionização, a corrente saturando para voltagens crescentes. Porém, com os valores que os parâmetros assumem no estado sólido (por exemplo, veja o caso da ref.1) , onde a captura de portadores é bem acentuada, um potencial muito mais alto é necessário para se aproximar da saturação.

A seguir apresentamos as equações diferenciais do modo -

10.

2.b- EQUAÇÕES GERAIS

As equações gerais que admitiremos para o nosso sistema, válidas sob condições de regime estacionário são:

$$\epsilon \frac{dE'}{dx'}(x') = e (p'(x') + p'_t(x') - n'(x') - n'_t(x')) \quad (1')$$

$$-\mu_p \frac{d}{dx'} (p'(x') E'(x')) + g - \frac{p'(x')}{\tau'_p} \left(1 - \frac{p'_t(x')}{p'_{t0}}\right) - R'_p(x') p'(x') n'_t(x') = 0 \quad (2')$$

$$\mu_n \frac{d}{dx'} (n'(x') E'(x')) + g - \frac{n'(x')}{\tau'_n} \left(1 - \frac{n'_t(x')}{n'_{t0}}\right) - R'_n(x') n'(x') p'_t(x') = 0 \quad (3')$$

$$J' = J'_p(x') + J'_n(x') \quad ; \quad J'_p(x') = e \mu_p p'(x') E'(x') \quad ; \quad J'_n = e \mu_n n'(x') E'(x') \quad (4')$$

$$\frac{p'(x')}{\tau'_p} \left(1 - \frac{p'_t(x')}{p'_{t0}}\right) - R'_n n'(x') p'_t(x') = 0 \quad (5')$$

$$\frac{n'(x')}{\tau'_n} \left(1 - \frac{n'_t(x')}{n'_{t0}}\right) - R'_p p'(x') n'_t(x') = 0 \quad (6')$$

$$E'(x') = - \frac{dV'}{dx'}(x') \quad (7')$$

Sujeitas às seguintes condições de contorno:

a) A voltagem aplicada na amostra

$$V' = \int_0^L E'(x') dx' \quad (8')$$

b)

$$p'(x' = 0) = n'(x' = L) = 0 \quad (9)$$

Fisicamente, esta condição significa que não há injeção de portadores pelos eletrodos. Por outro lado admite-se que todos os portadores que chegam aos eletrodos são por eles prontamente recolhidos.

Assumimos agora, igualdade nas concentrações de centros de captura neutros para buracos (p'_{t0}) e elétrons (n'_{t0}) N' . Definindo as variáveis adimensionais ⁽³⁾ (sem prima) abaixo relacionadas,

$$x = \frac{x'}{L} ; \quad \begin{bmatrix} p(x) \\ n(x) \\ p_t(x) \\ n_t(x) \\ N \end{bmatrix} = \left(\frac{e\mu_p}{\epsilon g} \right)^{1/2} \begin{bmatrix} p'(x') \\ n'(x') \\ p'_t(x') \\ n'_t(x') \\ N' \end{bmatrix} ;$$

$$E(x) = \left(\frac{\epsilon \mu_p}{e g L^2} \right)^{1/2} E'(x') ; \quad V(x) = \left(\frac{\epsilon \mu_p}{e g L^4} \right)^{1/2} V'(x') ;$$

$$\begin{bmatrix} \tau_p \\ \tau_n \end{bmatrix} = \left(\frac{e g \mu_p}{\epsilon} \right)^{1/2} \begin{bmatrix} \tau'_p \\ \tau'_n \end{bmatrix} ; \quad \begin{bmatrix} R_p \\ R_n \end{bmatrix} = \frac{\epsilon}{e \mu_p} \begin{bmatrix} R'_p \\ R'_n \end{bmatrix} ; \quad J = \frac{J'}{e g L}$$

as equações (1'), ..., (9') são escritas respectivamente como:

$$\frac{dE}{dx}(x) = p(x) + p_t(x) - n(x) - n_t(x) \quad (1)$$

$$- \frac{d}{dx}(p(x)E(x)) + 1 - \frac{p(x)}{\tau_p} \left(1 - \frac{p_t(x)}{N} \right) - R_p p(x) n_t(x) = 0 \quad (2)$$

$$k \frac{d}{dx} (n(x)E(x)) + 1 - \frac{n(x)}{\tau_n} \left(1 - \frac{n_t(x)}{N}\right) - R_n n(x) p_t(x) = 0 \quad (3)$$

$$J = J_p(x) + J_n(x) ; \quad J_p(x) = p(x)E(x) ; \quad J_n(x) = kn(x)E(x) \quad (4)$$

$$\frac{p(x)}{\tau_p} \left(1 - \frac{p_t(x)}{N}\right) - R_n n(x) p_t(x) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{n(x)}{\tau_n} \left(1 - \frac{n_t(x)}{N}\right) - R_p p(x) n_t(x) = 0 \quad (6)$$

$$E(x) = - \frac{d}{dx} V(x) \quad (7)$$

$$V = \int_0^1 E(x) dx \quad (8)$$

$$p(x=0) = n(x=1) = 0 \quad (9)$$

Não é possível obter uma solução analítica para o sistema em questão. Aliás, o problema da câmara de ionização estruturalmente, bem mais simples do que o nosso, também não tem solução analítica. Neste caso foram desenvolvidos aproximações à solução⁽²⁾ e neste mesmo sentido procuraremos obter aquelas apropriadas ao nosso sistema de equações. Isto será feito no capítulo seguinte.

CAPÍTULO III

MODELO TEÓRICO APROXIMADO

3.a - Introdução

Nesta e na próxima seção deste capítulo será desenvolvido um modelo teórico aproximado ao da situação real com o objetivo de se obter equações mais simples nas situações limites de campo elétrico pequeno e de campo elétrico alto, (próximo da corrente saturada). Na situação de campo baixo raciocina-se da seguinte maneira: imagine-se o dielétrico exposto à radiação mas não ao campo elétrico. As diversas densidades de cargas, livres e presas, positiva e negativa, atingem determinados valores e permanecem constantes em toda a amostra; admite-se que se agora um campo elétrico muito pequeno é aplicado, na região central do dielétrico as densidades de portadores livres e imobilizados serão ainda aquelas existentes na ausência de campo. A influência deste se fez sentir no aparecimento de duas, a princípio, estreitas, regiões próximas aos eletrodos, onde a densidade de portadores que aí iniciam seu trajeto em direção a região central, é menor que nesta região.

Uma outra aproximação que obteremos será aquela na região próxima a saturação. Ver-se-á que as densidades de cargas nas armadilhas tendem a uma distribuição limite. A partir da voltagem em que um campo elétrico sempre positivo existe no dielétrico em presença daquela distribuição limite, podemos dizer que nos encontramos na região de saturação. É possível estabelecer então uma aproximação, à semelhança daquela já aplicada ao caso da câmara de ionização (mas note-se que isto é somente possível porque as cargas nas armadilhas saturam e podem ser ignoradas). Começamos a seguir com a aproximação de campo baixo.

3.b - Aproximação de Campo Baixo

No caso tratado na referência 2 - vale dizer, por efeito dos valores assumidos pelos parâmetros pertinentes - a densidade de cargas livres é muito menor do que a das presas. Isto pode ser visto a partir das equações de balanço nas armadilhas, por exemplo, para os elétrons, da equação (6) resulta:

$$\frac{n}{\tau'_n} = R_p p n_t, \text{ onde } \frac{1}{\tau'_n} = \frac{1}{\tau_n} \left(1 - \frac{n_t}{N}\right).$$

Notemos, em primeiro lugar, que devido aos valores aproximadamente iguais que os parâmetros referentes aos elétrons e buracos assumem (mesmo um fator de 10 não será relevante nesta discussão), podemos por $n \sim p$ e com isto obtemos

$$n_t \sim \frac{1}{R_p \tau'_n}$$

Se tentativamente colocamos $\tau'_n \sim \tau_n$,

$$n_t \sim \frac{1}{R_p \tau_n} \ll N,$$

justificando a aproximação feita (isto é, $\tau'_n = \tau_n$).

Finalmente, veremos que $n \ll n_t$ (e consequentemente $p \ll p_t$, também). Para isto, usando a equação (3) $1 = \frac{n}{\tau_n} + R_n n P_t$ com $p_t \sim n_t$ obtemos que $n_t = \frac{1}{R_n} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{\tau_n} \right)$. Para os valores assumidos pelos parâmetros em questão e como $n_t > 0$, obtemos finalmente que $n_t \gg n$ ($P_t \gg P$). Para uma melhor idéia sobre os valores assumidos por estas grandezas físicas, faremos a seguir estimativas mais rigorosas envolvendo-as. Considerando $N \gg P_t = n_t$, das equações (5) e (6) resulta:

$$N_t = (\tau_p \tau_n R_p R_n)^{-1/2} \quad (10)$$

$$\text{onde } N_t = P_t = n_t .$$

Isolando p e n das equações (2) e (3) e substituindo a expressão correspondente a N_t nas equações resultantes, obtem-se:

$$p = \frac{\tau_p}{1 + \left(\frac{\tau_p R_p}{\tau_n R_n} \right)^{1/2}} \quad (11)$$

$$n = \frac{\tau_n}{1 + \left(\frac{\tau_n R_n}{\tau_p R_p} \right)^{1/2}} \quad (12)$$

Para os dados da tabela 2, segue que:

$$N_t = 3,166 \cdot 10^3 ; p = 1,783 \cdot 10^{-3} \text{ e } n = 2,974 \cdot 10^{-4} .$$

Portanto para o problema em questão, na região central, as densidades dos portadores presos nos centros de captura é muito maior que as respectivas densidades dos portadores livres. Esta situação ainda persistirá nas regiões próximas aos eletródios, criadas pela presença de um campo elétrico. A carga elétrica aí presente encontra-se imobilizada nos centros de captura, provocando uma significativa distorção das linhas do campo elétrico.

Como na referência 2, as propriedades elétricas do dielétrico excitado é descrita em termos de processos eletrônicos que ocorrem nas três regiões distintas citadas anteriormente;

1 - Nas regiões 1 e 3, os portadores gerados escapam sem serem capturados e recombinados, os elétrons da região 1 são ar -

rastados para o contato positivo; os buracos da região 3 são arrastados para o contato negativo e os buracos da região 1 e elétrons da região 3 são arrastados para a região 2.

2- Em todos os pontos da região 2, a razão da geração será igual à razão de captura e recombinação, isto é, todos os pares elétrons-buracos gerados nesta região capturados e recombinados pelos respectivos centros, de forma que, a densidade de elétrons imobilizados é igual à dos buracos.

3- Para as regiões 1 e 3, a densidade líquida de portadores livres (P-n) é muito pequena quando comparada com a dos portadores imobilizados nos centros de captura ($P_t - n_t$).

Fig.3 - Esquema dos processos eletrônicos que ocorrem nas três regiões distintas do dielétrico.

Nesta aproximação, nas condições comentadas anteriormente, para a região central ($\lambda_1 < x < 1 - \lambda_1 - \lambda_3$) as densidades de portadores imobilizados nos centros de captura e a dos portadores livres são expressas respectivamente pelas equações (10), (11) e (12). Dividindo (12) por (11)

$$\frac{n}{P} = \left(\frac{\tau_n R_p}{\tau_p R_n} \right)^{1/2} = \alpha \quad (13)$$

Da equação (4) resulta:

$$E_2 = \frac{J}{P \left(1 + K \frac{n}{P} \right)} \quad (14)$$

Onde E_2 é a intensidade do campo elétrico na região 2 (central).

Substituindo (11) e (13) em (14) obtém-se:

$$E_2 = \left(\frac{1 + \theta}{1 + K\alpha} \right) \frac{J}{\tau_p} \quad (15)$$

onde $\theta = \left(\frac{\tau_p R_p}{\tau_n R_n} \right)^{1/2}$

A corrente transportada pelos buracos na região 2, associada aos portadores (buracos) gerados na região 1, é :

$$\lambda_1 = p E_2 = (1 + K\alpha)^{-1} J \quad (16)$$

A corrente transportada pelos elétrons na região 2, associada aos portadores (elétrons) gerados na região 3, é:

$$\lambda_3 = K \frac{n}{p} p E_2 = \left(\frac{K\alpha}{1+K\alpha} \right) J \quad (17)$$

Segue então que:

$$\frac{\lambda_3}{\lambda_1} = K\alpha = K \left(\frac{\tau_n R_p}{\tau_p R_n} \right)^{1/2} \quad (18)$$

a equação (18) mostra que a relação entre as extensões das regiões 1 e 3 se mantém constante e depende somente dos valores assumidos pelos parâmetros pertinentes ao problema em estudo. Para os dados da Tabela 2 encontra-se que $\lambda_3 = 1,668 \lambda_1$.

Para a região 1 ($0 < x < \lambda_1$); utilizando 1 e a equação (2) resulta:

$$\frac{d}{dx} (p(x) E(x)) = 1 \rightarrow J_p = x + C_1 \text{ onde } c_1 \text{ é uma constante de integração.}$$

Como $p(x = 0) = 0$, obtem-se que $p(x) = \frac{x}{E(x)}$. (19)

Substituindo a equação (19) na (4), obtem-se:

$$n(x) = \frac{J-x}{KE(x)} \quad (20)$$

Isolando $p_t(x)$ e $n_t(x)$, respectivamente, das equações (5) e (6) resulta:

$$p_t(x) = \frac{NP(x)}{p(x) + R_n \tau_p N n(x)} ; \quad n_t(x) = \frac{Nn(x)}{n(x) + R_p \tau_n NP(x)} \quad (21)$$

Notemos aqui que para $x = 0$, $p_t(x)$ também é igual a zero porque $p(x)=0$. Além disso a outra equação nos diz que $n_t(0) = N$. Então na região 1 (e com as óbvias mudanças, na região 3) haverá um excesso de carga negativa residindo nas armadilhas, que fortemente deforma o campo elétrico nesta região.

Substituindo as equações (19) e (20) na (21), resulta:

$$p_t = \frac{KN}{(K - R_n \tau_p N)x + R_n \tau_p NJ} x ; \quad n_t = \frac{N(J-x)}{J + (KR_p \tau_n N - 1)x} \quad (22)$$

Utilizando a hipótese 3, da equação de Poisson resulta:

$$\frac{d}{dx} E_1(x) = p + p_t - n - n_t = (p_t - n_t) \left[1 + \left(\frac{p - n}{p_t - n_t} \right) \right] \approx p_t - n_t \quad (23)$$

Substituindo (22) em (23) obtem-se:

$$\frac{d}{dx} E_1(x) \approx \left(\frac{x}{Ax+B} + \frac{x-D}{Cx+D} \right) N \quad (24)$$

$$\text{onde } A = \frac{K - R_n \tau_p N}{K} = 1 - \frac{R_n \tau_p N}{K} = 1 - \omega_1 ; \quad B = \omega_1 J \quad (25)$$

$$C = KR_p \tau_n N - 1 = \omega_2 - 1 ; \quad D = J$$

$$\omega_1 = \frac{R_n \tau_p N}{K} \quad \text{e} \quad \omega_2 = KR_p \tau_n N$$

Integrando a equação (24) no intervalo de $0 < x < \lambda_1$ e reagrupando os termos; resulta:

$$E_1(x) = N\left\{\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{C}\right)x - \left[\frac{B}{A} 2^{\ln\left(\frac{A}{B}x + 1\right)} + \frac{D}{C} 2^{\ln\left(\frac{C}{D}x + 1\right)}\right] - \frac{D}{C} \ln\left(\frac{C}{D}x + 1\right)\right\} + E_0 \quad (26)$$

onde E_0 é a intensidade do campo elétrico em $x = 0$.

Assumiremos que a função campo elétrico seja contínua em $x = \lambda_1$,

$$E_1(x = \lambda_1) = E_2$$

onde E_2 como já mencionado anteriormente, é a intensidade do campo na região central.

Substituindo $x = \lambda_1$, na equação (26) obtém-se:

$$E_0 = N\left\{-\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{C}\right)\lambda_1 + \frac{B}{A} 2^{\ln\left(1 + \frac{A}{B}\lambda_1\right)} + \left(\frac{D+C}{C} 2^{\ln\left(1 + \frac{C}{D}\lambda_1\right)}\right)\right\} + E_2 \quad (27)$$

Substituindo (16) e (25) na eq. (27) resulta:

$$E_0 = N\left\{\frac{\omega_2 - \omega_1}{(1+K\alpha)(\omega_1-1)(\omega_2-1)} J + \frac{\omega_1}{(1-\omega_1)^2} J \ln\left[1 + \frac{(1-\omega_1)}{\omega_1(1+K\alpha)}\right] + \frac{\omega_2}{(\omega_2-1)^2} J \ln\left(1 + \frac{\omega_2-1}{1+K\alpha}\right)\right\} + E_2$$

Multiplicando e dividindo por E_2 , o primeiro termo a direita da equação acima obtém-se que:

$$E_0 = E_2 + \beta_1 E_2 = (1 + \beta_1) E_2 \quad (28)$$

$$\text{onde } \beta_1 = N\tau_p \frac{(1+K\alpha)}{(1+\theta)} \left[\frac{\omega_2 - \omega_1}{(1+K\alpha)(\omega_1-1)(\omega_2-1)} + \frac{\omega_1}{(1-\omega_1)^2} \ln\left[\frac{\omega_1^{K\alpha+1}}{\omega_1(1+K\alpha)}\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{\omega_2}{(\omega_2-1)^2} \ln\left(\frac{\omega_2^{K\alpha+1}}{1+K\alpha}\right) \right] \quad (29)$$

A equação (28) relaciona a intensidade do campo elétrico no eletródio dianteiro ($x=0$) com a intensidade do campo na região central (região 2).

Para a região 3 ($\lambda_1 + \lambda_2 < x < \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$), analogamente ao desenvolvimento anterior, resulta:

$\frac{d}{dx}(p(x)E(x)) = 1 \rightarrow p(x)E(x) = x + C_2 = J_p$ onde C_2 é uma constante de integração.

Como $p(x=1)E(x=1) = J_p = J$ pois $n(x=1) = 0$, resulta:

$$C_2 = J - 1 \text{ e portanto}$$

$$p(x) = \frac{J+x-1}{E(x)} \quad (30)$$

$$n(x) = \frac{1-x}{KE(x)} \quad (31)$$

Substituindo (30) e (31) nas equações (22) e utilizando as relações (25), resulta

$$p_t = \frac{J-1+x}{Ex+F} N \quad ; \quad n_t = \frac{1-x}{Cx+G} N \quad (32)$$

onde $E = -(1 + \frac{Rn_p N}{K}) = -(1 + \omega_1) \quad ; \quad F = J + 1 + \omega_1$ (33)

$$C = KR_p N^{-1} = \omega_2 - 1 \quad ; \quad G = \omega_2 (J - 1) + 1$$

Substituindo (32) na equação de Poisson (23), integrando e reagrupando os termos, obtém-se:

$$E_3(x) = N \left\{ \left(\frac{1}{E} + \frac{1}{C} \right) x + \left(\frac{E(J-1)-F}{E^2} \right) \ln(Ex+F) - \left(\frac{G+C}{C^2} \right) \ln(Cx+G) \right\} + C_3 \quad (34)$$

onde C_3 é uma constante de integração.

A constante C_3 é obtida, como anteriormente, assumindo que a função campo elétrico seja contínua em $x = 1 - \lambda_3$,

$E_3(x=1-\lambda_3) = E_2$. Portanto

$$C_3 = E_2 - N \left\{ \left(\frac{C+E}{CE} \right) (1-\lambda_3) + \left[\frac{E(J-1)-F}{E^2} \right] \ln[E(1-\lambda_3)+F] - \left(\frac{G+C}{C^2} \right) \ln[C(1-\lambda_3)+G] \right\} \quad (35)$$

Analogamente ao procedimento anterior, é possível encontrar uma relação entre o campo no eletródio traseiro e o campo na região central.

Para $x = 1$, $E_3(x = 1) = E_L$ onde E_L é a intensidade do campo no eletródio traseiro: Aplicando esta condição na equação (34), obtem-se:

$$E_L = N \left\{ \left(\frac{C+E}{CE} \right) + \left[\frac{E(J-1)-F}{E^2} \right] \ln(E+F) - \left(\frac{G+C}{C^2} \right) \ln(C+G) \right\} + C_3 \quad (36)$$

Substituindo (35) na eq.(36) e reagrupando os termos, obtem-se:

$$E_L = N \left\{ \left(\frac{C+E}{CE} \right) \lambda_3 - \left[\frac{E(J-1)-F}{E^2} \right] \ln \left(1 - \frac{E}{E+F} \lambda_3 \right) + \left(\frac{G+C}{C^2} \right) \ln \left(1 - \frac{C}{C+G} \lambda_3 \right) \right\} + E_2 \quad (37)$$

Substituindo (35) em (34), e agrupando os termos obtem-se:

$$E_3(x) = N \left\{ \left(\frac{1}{E} + \frac{1}{C} \right) (x-1) + \frac{(E(J-1)-F)}{E^2} \left[\ln \left(1 + \frac{E}{F} x \right) - \ln \left(1 + \frac{E}{F} \right) \right] - \right. \\ \left. - \left(\frac{G+C}{C^2} \right) \left[\ln \left(x + \frac{G}{C} \right) - \ln \left(1 + \frac{G}{C} \right) \right] \right\} + E_L \quad (38)$$

Substituindo (17) e (33) na equação (37), resulta

$$E_L = (1 + \beta_2) E_2 \quad (37.a)$$

onde

$$\beta_2 = N_T P \frac{(1+K\alpha)}{(1+\theta)} \left\{ - \frac{(\omega_2 - \omega_1 - 2)}{(\omega_2 - 1)(\omega_1 + 1)} \frac{K\alpha}{(1+K\alpha)} + \frac{(\omega_1 + 2)}{(\omega_1 + 1)^2} \ln \left[1 + (\omega_1 + 1) \frac{(K\alpha)}{(1+K\alpha)} \right] + \right. \\ \left. + \frac{\omega_2}{(\omega_2 + 1)} \ln \left[1 - \frac{(\omega_2 - 1)}{\omega_2} \frac{(K\alpha)}{(1+K\alpha)} \right] \right\}$$

A equação 37.a relaciona a intensidade do campo elétrico no eletródio traseiro ($x=1$) com a intensidade do campo na região central (região 2).

A diferença de potencial na região 1 é:

$$V_1 = \int_0^{\lambda_1} E_1(x) dx \quad (39)$$

Substituindo (26) na equação acima, integrando, e utilizando a equação (27) resulta:

$$V_1 = N \left\{ - \frac{1}{2} \left(\frac{C+A}{CA} \right) \lambda_1^2 - \frac{B^2}{A^3} \ln \left(1 + \frac{A}{B} \lambda_1 \right) - D^2 \left(\frac{1+C}{C^3} \right) \ln \left(1 + \frac{C}{D} \lambda_1 \right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{B}{A^2} + \frac{D}{C^2} + \frac{D}{C} \right) \lambda_2 \right\} + E_2 \lambda_1 \quad (40)$$

Para a região 2:

$$V_2 = \lambda_2 E_2 \quad (41)$$

Para a região 3:

$$V_3 = \int_{\lambda_1 + \lambda_2}^1 E_3(x) dx \quad (42)$$

Substituindo (37) na equação acima e integrando, resulta:

$$V_3 = N \left\{ -\alpha_1 (1 - \lambda_3) \ln \left(\frac{F + E(1 - \lambda_3)}{F + E} \right) - \alpha_2 \left(\frac{F}{E} - \frac{G}{C} + \lambda_3 - 1 \right) \ln \left(1 - \frac{C}{C + G} \lambda_3 \right) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \alpha_3 \lambda_3^2 - \frac{F}{E} \alpha_3 \lambda_3 - \lambda_3 (\alpha_1 - \alpha_2) \right\} + \lambda_3 E_L + \frac{F}{E} (E_L - E_2) \quad (43)$$

onde $\alpha_1 = \frac{E(J-1) - F}{E^2}$; $\alpha_2 = \frac{G+C}{C^2}$; $\alpha_3 = \frac{1}{E} + \frac{1}{C}$ (44)

A diferença de potencial total aplicada sobre o dielétrico excitado é:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \quad (45)$$

Substituindo as equações (40), (41) e (43) na expressão acima e reagrupando os termos, resulta:

$$V = N \left\{ \begin{array}{lll} \text{I} & \text{II} & \text{III} \\ -\frac{1}{2} \left(\frac{C+A}{CA} \lambda_1^2 + \alpha_3 \lambda_3^2 \right) & - (\alpha_3 \frac{F}{E} + \alpha_1 - \alpha_2) \lambda_3 & - \frac{B^2}{A^3} \ln \left(1 + \frac{A}{B} \lambda_1 \right) - \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned}
& \text{IV} \qquad \qquad \qquad \text{V} \qquad \qquad \qquad \text{VI} \\
& - D^2 \left(\frac{1+C}{C} \right) \ln \left(1 + \frac{C}{D} \lambda_1 \right) + \lambda_1 \left(\frac{B}{A^2} + \frac{D}{C^2} + \frac{D}{C} \right) - \alpha_1 (1-\lambda_3) \ln \left(\frac{F+E(1-\lambda_3)}{F+E} \right) - \\
& \text{VII} \qquad \qquad \qquad \text{VIII} \\
& - \alpha_2 \left(\frac{F}{E} - \frac{G}{C} + \lambda_3 - 1 \right) \ln \left(1 - \frac{C}{C+G} \lambda_3 \right) \} + E_2 (1-\lambda_3) + \frac{F}{E} (E_L - E_2) + \lambda_3 E_L \quad (46)
\end{aligned}$$

Usando as equações (16), (17), (25), (33), (38), (44) e (15) os termos da equação (46) são escritos como:

$$\begin{aligned}
\text{I} &= \frac{1}{2} \left[\frac{(\omega_2 - \omega_1)}{(\omega_2 - 1)(1 - \omega_1)} - \frac{(\omega_2 - \omega_1 - 2)}{(\omega_2 - 1)(\omega_1 + 1)} (K\alpha)^2 \right] \frac{J^2}{(1 + K\alpha)^2} \\
\text{II} &= - \left[\frac{[(\omega_2 - 1)^2 + (\omega_2 - 1) + \omega_2(\omega_1 + 1)]}{(1 + \omega_1)(\omega_2 - 1)^2} J^2 - \frac{(\omega_2 - \omega_1 - 2)}{(1 + \omega_1)(\omega_2 - 1)} J \right] \left(\frac{K\alpha}{1 + K\alpha} \right) \\
\text{III} &= \frac{\omega_1^2}{(1 - \omega_1)^3} J^2 \ln \left[1 + \frac{(1 - \omega_1)}{\omega_1(1 + K\alpha)} \right] = \frac{\omega_1^2 J^2}{(1 - \omega_1)^3} \ln \left[\frac{1 + \omega_1 K\alpha}{\omega_1(1 + K\alpha)} \right] \\
\text{IV} &= \frac{\omega_2 J^2}{(\omega_2 - 1)^3} \ln \left[1 + \frac{(\omega_2 - 1)}{1 + K\alpha} \right] = \frac{\omega_2}{(\omega_2 - 1)} J^2 \ln \left(\frac{K\alpha + \omega_2}{1 + K\alpha} \right) \\
\text{V} &= \left[\frac{\omega_1}{(1 - \omega_1)^2} + \frac{1}{(\omega_2 - 1)^2} + \frac{1}{(\omega_2 - 1)} \right] \left(\frac{1}{1 + K\alpha} \right) J^2 \\
\text{VI} &= - \frac{(\omega_1 + 2)}{(1 + \omega_1^2)} \left\{ J - \left(\frac{K\alpha}{1 + K\alpha} \right) J^2 \right\} \ln \left(1 + \frac{(\omega_1 + 1)}{1 + K\alpha} \right) \\
\text{VII} &= \frac{\omega_2}{(\omega_2 - 1)^2} \left[\left(- \frac{1}{(1 + \omega_1)} - \frac{\omega_2}{(\omega_2 - 1)} + \left(\frac{K\alpha}{1 + K\alpha} \right) \right) J^2 - J \right] \ln \left[1 - \frac{(\omega_2 - 1)}{\omega_2} \frac{K\alpha}{(1 + K\alpha)} \right] \\
\text{VIII} &= \left[1 - \beta_2 + \left(- \frac{1}{1 + \omega_1} + \beta_2 \frac{K\alpha}{1 + K\alpha} \right) J \right] \left(\frac{1 + \theta}{1 + K\alpha} \right) \frac{J}{\tau_p}
\end{aligned}$$

Inspecionando os termos da equação (46), conclui-se que esta é da forma

$$V = AJ + BJ^2, \quad (47)$$

e portanto desde que a ordenada desta curva seja J e a abcissa V , esta será uma parábola com concavidade para baixo. Esta curva está representada na Figura 4, para os parâmetros da Tabela 2.

FIG. 4 - Densidade de corrente versus voltagem

A característica ($J \times V$) inicialmente apresenta uma fase ôhmica conforme o esperado do comportamento elétrico dos dielétricos sob radiação e baixa voltagem. A região seguinte apresenta um comportamento sublinear, tendendo para o $V^{1/2}$. O comportamento no limite inferior da característica é linear; entretanto para voltagens da ordem de $k_B T/e$ a característica real deve se afastar do comportamento linear devido a perturbação causada pela difusão. Portanto, como a difusão só começa a ter papel relevante no transporte dos portadores para voltagens $\frac{V'}{k_B T/e} < 1$ onde $k_B T/e = 2,6 \cdot 10^{-2} V$, a voltagem mínima para a qual a aproximação é válida foi tomada como sendo $V' = 0.1V$. Uma discussão mais ampla sobre esta curva será feita no próximo capítulo.

As Figuras seguintes mostram o comportamento das demais grandezas físicas que descrevem o comportamento elétrico do dielétrico em questão.

FIG. 5 - Distribuição do campo elétrico versus profundidade

$V = 2629,45$

$V = 525,89$

$V = 52,589$

$V = 5,2589$

A:

; B:

; C:

; D:

$J = 0,99$

$J = 0,4266$

$J = 0,1106$

$J = 0,0203$

A Figura 5 apresenta as distribuições do campo elétrico como função de x para diferentes valores de voltagens. A existência de uma região de campo constante indica que a região central não foi totalmente destruída. A assimetria das distribuições está diretamente relacionada com os valores assumidos pelos parâmetros intrínsecos ao problema em estudo. O fato das intensidades do campo elétrico nos eletródios dianteiros ($x=0$) e traseiro ($x=1$) assumirem valores muito maior que o assumido na região central está associado com o grande número de portadores imobilizados nos respectivos centros de captura localizados na vizinhança dos eletródios.

FIG. 5 - Densidades dos portadores livres versus profundidade para $V = 5,258$ ($J = 0,0203$)

Como apresentado na Figura 6, para $J/J_s \ll 1$, a extensão das regiões 1 e 3 é muito menor que a da região central e as densidades de portadores livres são do tipo caixa com os perfis dianteiros e traseiro ligeiramente perturbados. Um pequeno acréscimo de voltagem ocasionará um aumento na extensão destas regiões (1 e 3) e conseqüentemente também na densidade de corrente total J , pois esta é a soma das densidades de corrente geradas nestas regiões, J_p (região 1) e J_n (região 3), que por outro lado (em variáveis adimensionais) são respectivamente iguais as extensões destas regiões. As densidades dos portadores livres permanecerão com uma geometria tipo caixa, com os perfis dianteiro e traseiro um pouco mais perturbados e com as mesmas intensidades na região central, uma vez que estas só dependem dos parâmetros intrínsecos ao problema em questão.

FIG. 7 - Distribuição de portadores imobilizados nos centros de captura versus profundidade para $V=5,258$

A Figura 7 mostra as densidades de portadores imobilizados nos centros de captura como função de x . Como comentado anteriormente, na região central $P_t = n_t$ e portanto, a carga efetiva ($P_t - n_t$) imobilizada nos respectivos centros de captura localiza-se nesta região será nula. Por outro lado nas regiões próximas aos eletródios dianteiros ($x=0$) e traseiro ($x=1$) existe respectivamente, um excesso de carga negativa e positiva residindo nas armadilhas. Em particular para $x=0$ e $x=1$, encontramos que $P_t(0)=n_t(1)=0$ e $P_t(1)=n_t(0)=N=1,584 \cdot 10^7$.

FIG. 8 - Densidades de corrente versus profundidade

para $V = 5,258$ ($V' = 1V$ corresponde a $V = 52,58$)

A Figura acima mostra o comportamento das densidades de corrente versus x . Pequenos acréscimos de voltagens, acarreta -

rão uma distribuição gradativa da região central e consequentemente acréscimos nas extensões das regiões 1 e 3, ocasionando translações de J_p e J_n no sentido crescente da ordenada pois $\lambda_1 = J_p$ e $\lambda_3 = J_n$.

3.c- Aproximação de Campo Alto

Consideraremos agora a situação em que o dielétrico excitado encontra-se sob ação de um campo elétrico muito alto, isto é, quase todos os pares buraco-elétron gerados são recolhidos nos eletródios. Nesta condição:

$$J_p \approx x \quad ; \quad J_n \approx 1-x \quad (48)$$

Multiplicando e dividindo as expressões (21) por $KE(x)$ e substituindo (48) nas expressões resultantes, obtém-se as distribuições limites de cargas nas armadilhas:

$$P_t(x) = KN \frac{x}{R_n \tau_p N(1-x) + Kx} \quad ; \quad n_t(x) = N \frac{1-x}{R_p \tau_n NKx + 1-x} \quad (49)$$

Ademais como $E(x) \approx V$, as distribuições limites de portadores livres são:

$$p(x) = \frac{x}{V} \quad ; \quad n(x) = \frac{1-x}{KV} \quad (50)$$

Próximo da saturação, um aumento de voltagem, não havendo variação de cargas nas armadilhas, proporciona um aumento de cargas nos eletródios, que aumentam o campo elétrico e diminuem o tempo de trânsito dos portadores.

Como as distribuições de corrente J_p e J_n permanecem i -

alteradas após este aumento de voltagem, necessariamente as densidades de portadores livres diminuirão. Como a densidade de corrente que flue através do dielétrico é a densidade de corrente total J gerada nas regiões 1 e 3 onde não ocorre captura e recombinação, necessariamente a condição de saturação será alcançada quando a região central for destruída, isto é, quando as regiões 1 e 3 acuparem todo o dielétrico.

Próximo da saturação, considerando prováveis perdas de portadores devido aos processos de captura e recombinação, de forma aproximada (ref.4), a densidade de corrente J é:

$$J \approx 1 - \frac{P}{\tau_p} \left(1 - \frac{P_t}{N}\right) - R_p p n_t \quad (51)$$

A equação acima foi deduzida assumindo como constantes as densidades de portadores livres e imobilizados nos centros de captura ao longo da amostra e integrando em x , de 0 a 1, a equação (2) para a densidade de corrente positiva J_p .

Considerando também que próximo da saturação, as densidades de corrente associadas aos portadores livres contribuem em média*identicamente para a corrente total ($\bar{J}_p = \bar{J}_n = \frac{1}{2}$) e que $E \approx V$, resulta:

$$J_p = \frac{1}{2} \approx p V \quad ; \quad J_n = \frac{1}{2} \approx K n V \quad (52)$$

$$\text{Logo; } P_n = K \quad (53)$$

*A contribuições para a densidade de corrente total J , associadas as densidades de corrente dos buracos e elétrons são consideradas como sendo suas médias espaciais ($\bar{J}_{p,n} = \int_0^1 J_{p,n}(x) dx / \int_0^1 dx$).

Substituindo (21) e (52) na equação (51) obtem-se:

$$J = 1 - \frac{N}{2V} \left| \frac{R_n R_p N (K\tau_n + \tau_p) + R_n + K R_p}{(R_n \tau_p N + K) (K R_p \tau_n N + 1)} \right| \quad (54)$$

Se, em vez de na equação 51 de partida considerarmos os portadores positivos, tivéssemos tomado a equação correspondente aos portadores negativos, chegaríamos a mesma eq. (54), depois das devidas substituições. Dito de outra forma, esta eq. (54) é simétrica em relação aos dois portadores.

Por exemplo para os dados da Tabela 2 e tomando $V = 4207,12$ ($V' = 80$ V) obtem-se $J = 0,9433$

FIG. 9 - Densidades limites de portadores imobilizados nas armadilhas versus profundidade do dielétrico. Solução para os dados da referência 2 e $V = 4207,12$ ($V' = 80$ V).

A Figura 9 mostra que próxima da saturação a região central é totalmente destruída, isto é, esta região se reduz a um ponto. Acréscimos de voltagens não acarretarão modificações nestas curvas. As regiões 1 e 3 ocupam todo o dielétrico e nesta condição o dielétrico armazenará nos centros de captura a máxima carga possível, um excesso de carga negativa na região 1 e um excesso de carga positiva na outra região. A Figura 10 mostra o comportamento das densidades de portadores livres versus x , e, uma discussão mais ampla e elaborada desta e das demais curvas anteriores será apresentada no próximo capítulo.

FIG. 10 - Densidades dos portadores livres versus x para o mesmo conjunto de dados da Figura anterior.

No modelo teórico aproximado desenvolvido por Goodman e Rose foram consideradas as duas primeiras hipóteses utilizadas na aproximação de campo baixo (Capítulo III, página) e, além destas que o campo elétrico é constante em cada região do dielétrico. Em seguida os autores introduziram o "schubweg" para ambos os portadores, definiram o parâmetro "b" como sendo igual a razão dos produtos $\mu\tau$ associados a ambos os portadores e após várias manipulações deduziram uma expressão funcional do tipo $V=\alpha(b)J+\beta(b)J^2$ *, para a equação característica do problema em questão. À luz das grandezas definidas pelo modelo assumido por nós, em concordância com Hugles, é muito difícil situar a natureza das aproximações feitas por Goodman e Rose. Por exemplo, para estes recombinação e captura em armadilhas são expressões sinônimas, isto é, estes processos são tratados como sendo um mesmo processo físico. Já no contexto desta dissertação, os dois processos físicos são distintos; captura deve ser entendido como o fenômeno físico associado com o aprisionamento de portadores livres e recombinação o associado com a destruição destes portadores com os de sinais opostos que se movimentam em suas bandas próprias. Ademais, o fato de considerar o campo elétrico constante em cada região do dielétrico é uma aproximação muito drástica, pois como já visto anteriormente, nas regiões mais próximas do dielétrico haverá uma grande quantidade de cargas imobilizadas nos centros de captura, ocasionando uma forte deformação deste nestas regiões. Portanto, a princípio, as previsões quantitativas e qualitativas do modelo desenvolvido nesta dissertação são mais satisfatórias, uma vez que elas se aproximam dos resultados exatos como será mostrado no próximo capítulo.

* Esta expressão é estruturalmente idêntica à desenvolvida na aproximação de campo baixo.

Na realidade os processos físicos dominantes referidos neste capítulo certamente não ocorrem sozinhos, isto é, captura e recombinação podem ocorrer nas regiões 1 e 3, e geração, captura e recombinação dos portadores não são precisamente balanceadas na região central. Como as equações referente ao problema em estudo não são analiticamente integráveis, estas serão integradas numericamente. A integração numérica aliada à análise e à discussão dos resultados obtidos serão abordados no próximo capítulo.

CAPÍTULO IV

INTRODUÇÃO

As equações que governam a dinâmica de transporte e armazenamento de cargas do problema em questão constituem um sistema de equações diferenciais acopladas, não lineares e não integráveis (pelo menos até hoje). Neste capítulo, com a introdução de condições iniciais apropriadas, este sistema será integrado numericamente. Este é o método que resta para se obter a desejada solução exata quando os analíticos falharem. Ainda aqui manter-nos-emos dentro do caso estudado por Hughes⁽¹⁾, isto é, essencialmente, os parâmetros terão os valores escolhidos por ele. A solução numérica permitirá avaliar as aproximações desenvolvidas no capítulo anterior, principalmente aquela referente a campo alto. Ademais, a solução numérica nos fornecerá informações exatas sobre as propriedades elétricas do dielétrico em estudo, pois na realidade os processos dominantes referidos no capítulo 3 certamente não ocorrem, isto é, captura e recombinação podem ocorrer nas regiões 1 e 3, e geração, captura e recombinação não são precisamente balanceadas na região central.

Equações Gerais

O sistema de equações (adimensionais) a ser integrado é:

$$\begin{aligned} \frac{dE(x)}{dx} &= p(x) + p_t(x) - n(x) - n_t(x) \\ \frac{dJ_p(x)}{dx} &= 1 - \frac{p(x)}{\tau_p} \left(1 - \frac{p_t(x)}{N}\right) - R_p p(x) n_t(x) \end{aligned} \quad (54)$$

$$E(x) = - \frac{dV(x)}{dx}$$

onde

$$p(x) = \frac{J_p(x)}{E(x)} \quad ; \quad n(x) = \frac{J-n_p(x)}{KE(x)} \quad (55)$$

$$p_t(x) = N \frac{p(x)}{p(x) + R_n \tau_p N n(x)} \quad ; \quad n_t(x) = \frac{n(x)}{n(x) + R_p \tau_n N p(x)}$$

Com o objetivo de eliminar a incôgnita J , a corrente, serão introduzidas as variáveis ⁽³⁾ $x^* = \frac{x}{J}$; $E^*(x^*) = \frac{E(x)}{J}$ e $V^*(x^*) = \frac{V(x)}{J^2}$. Substituindo estas variáveis nas equações (54), resulta:

$$\frac{dE^*}{dx^*}(x^*) = p(x^*) + p_t(x^*) - n(x^*) - n_t(x^*)$$

$$\frac{d}{dx^*} J_p^*(x^*) = 1 - \frac{p(x^*)}{\tau_p} \left(1 - \frac{p_t(x^*)}{N}\right) - R_p p(x^*) n_t(x^*) \quad (56)$$

$$E^*(x^*) = - \frac{dV^*}{dx^*}(x^*)$$

Como o sistema de equações é constituído de três equações diferenciais, três condições iniciais se fazem necessárias.

Como $p(x^* = 0) = 0$, segue que $J_p^*(x^* = 0) = 0$. Ao "potencial" V^* é atribuído arbitrariamente o valor $V^*(x^* = 0) = 0$. A condição inicial associada ao "campo elétrico" E^* é deduzida levando em consideração que para $E \rightarrow 0$ (aproximação de campo baixo) obtem-se da equação (28) $E^*(x^*=0) = (1+\beta_1)E_2^*$ onde $E_2^* = \frac{E_2}{J}$ é o campo na região central expresso pela equação (15), β_1 o parâmetro expresso pela equação (29) e $E^*(x^*=0)$ o valor da intensidade do campo elétrico no eletródio dianteiro. Como da equação (15)

$$E_2^* = \frac{1 + (\tau_p R_p / \tau_n R_n)^{1/2}}{[1 + K(\frac{\tau_n R_p}{\tau_p R_n})^{1/2}] \tau_p}, \text{ o limite inferior de}$$

$E_0^*(E_{\min}^*)$ que será utilizado na integração é $E_{\min}^* = (1+\beta_1)E_2^*$ onde E_2^* é dado pela expressão anterior. Para os parâmetros da Tabela 2, $E_{\min}^* = 14291,526$. Logo, o problema se reduz a calcular numericamente o sistema de equações (56), sujeito às condições iniciais:

$$x^* = 0$$

$$J_p^* = 0 \quad ; \quad V^* = 0 \quad ; \quad E_0^* > E_{\min}^* \quad (57)$$

As equações (56) são integradas de $x^* = 0$ até um $x^* = x_{\max}^*$ para o qual $J_p^* = \frac{J_p}{J} = 1$ que corresponde a $x = 1$ pois $J_p(1) = p(1)E(1) = J$. Logo para $x = 1$, $J = \frac{1}{x^*}$ e então para cada integração do sistema de equações obtém-se um ponto da característica ($J \times V$).

Peculiaridades da Integração do Sistema

Os cálculos foram feitos pelo computador VAX 11 através do método de integração numérica Runge - Kutta. A solução do problema apresenta uma limitação, no sentido de que, o sistema de equações só é resolvido numericamente, para os dados da Tabela 2, a partir de um valor mínimo para a condição inicial associada ao campo elétrico em $x^* = 0$ ($E_{\min}^*$). O valor mínimo do campo elétrico para o qual a integração é efetuada foi obtido pincelando exaustivamente esta condição inicial, isto é, fixado um certo campo inicial para o qual os resultados numéricos da integração convergem, atribuiu-se incrementos negativos a esta intensidade de campo até um campo limite para o qual os resultados ainda convergem. Uma característica surpreendente apresentada na solução numérica do problema, reside no fato de que, o acréscimo de um incremento negativo de uma ordem de grandeza na magnitude do décimo sexto algaris-

mo significativo no valor de um certo campo inicial, o qual, rotularemos de $E_{\min}^*$, faz com que os resultados numéricos divirjam. A princípio, é possível adicionar incrementos negativos a $E_{\min}^*$, de tal forma que os resultados numéricos ainda convirjam, mas para esta situação, os resultados numéricos obtidos não são confiáveis, uma vez que, o programa utilizado, no qual foi exigido dupla precisão nos cálculos numéricos, só fornece valores confiáveis dentro do intervalo de precisão exigida, para valores iniciais com no máximo dezesseis algarismos significativos. Desta forma, o valor limite encontrado para o campo é $E_{\min}^* = 14935,27782710728$ que corresponde a $J = 0,24723$ e $V = 240,44869$ ($V' = 4,57222$ V). A diferença entre $E_{\min}^*$ admitido na integração numérica e o previsto pela aproximação (campo baixo) deve ser atribuído à aproximação na equação (15). Um pequeno acréscimo em $E_{\min}^*$, isto é, para $E_{\min}^* = 14935,27782710729$ obtém-se: $J = 0.25242$ e $V = 249,53876$ ($V' = 4,74507$ V). Para $E^* = 14935,3$; $J = 0.49667$ e $V = 865,27036$ ($V' = 16,45344$ V). Portanto, como mostrado anteriormente, pequenas variações no valor da condição inicial associado ao campo elétrico, acarreta grandes mudanças nos valores das demais grandezas físicas. Neste sentido dizemos que o sistema de equações é instável com respeito a pequenas variações nesta condição inicial. A rigor, como a integração é interrompida quando $J_p^* = 1$ ($J_p(1) = J$) e as funções que descrevem o comportamento elétrico do sistema em questão sofrem grandes variações (para baixas voltagens) nas regiões próximas aos eletrodos, se faz necessário atribuir pequenos incrementos de integração ($\Delta X = 10^{-4}$) de tal forma que quando de acordo com a precisão exigida no programa - a condição associada com J_p^* é alcançada a integração é interrompida. Por outro lado para um incremento desta magnitude o programa não consegue ajustar incrementos na integração numérica para voltagens menores que 4,572 volts, isto é, para voltagens menores que esta ($E_0^* < E_{\min}^*$), mas condições acima citadas, o erro associado aos vários estágios da integração tende a crescer e a solução numérica do sistema de equação em questão torna-se instável, assumindo valores incompatíveis com a limitação numérica do computador ($10^{\pm 38}$). Neste sentido dizemos que o sistema de equações é instável. A seguir apresentamos os resultados obtidos da integração.

As curvas de saturação (Fig.11) foram obtidas através de uma série de integração do sistema de equações (54). Como apresentado na Figura, quando a densidade de centros de captura neutros assume valores menores, a corrente se aproximará mais rapidamente da saturação. Fisicamente este comportamento das curvas características é entendido considerando que para menores valores de N' , a probabilidade de captura dos portadores diminuirão e portanto o campo elétrico sofrerá menor distorção diminuindo o tempo de trânsito dos portadores livres e consequentemente permitindo que a corrente sature para menores voltagens.

FIG. 11. Curvas de saturação para os dados da tabela 2, e diferentes valores de N' . A) $N' = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$; B) $N' = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$; C) $N' = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$; D) $N' = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$; E) $N' = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$

FIG.12. Características associadas às soluções aproximadas e exata

A : aproximação de campo-baixo ; B: aproximação de campo alto

C: solução exata

A Figura 12 apresenta as curvas de saturação associadas às duas soluções aproximadas do capítulo anterior e a exata. Para voltagens superiores a $V = 4845,05$ ($V' = 92V$) que corresponde a $J = 0,94$, as curvas características associadas à aproximação de campo alto e com a solução numérica se superpõem, o que indica que qualitativamente e quantitativamente este modelo aproximado na região próxima a saturação ($0,94 < J < 1$) descreve e prevê satisfatoriamente o comportamento elétrico do sistema físico em estudo. O fato da solução associada a aproximação de campo baixo, para voltagens crescentes, afastar-se continuamente da curva associada a solução exata, é previsto pela equação ($V=AJ+BJ^2$) que descreve o comportamento da densidade de corrente versus voltagem para esta aproximação. Por inspeção desta equação, notamos que assintoticamente não há um limite superior para a densidade de corrente. Entretanto, a princípio, esta aproximação só é válida até a voltagem $V = V_{MAX}$ ($V = 50V$) suficiente para gerar uma densidade de corrente $J = 1$, pois, fisicamente esta é a máxima densidade de corrente que pode ser coletada nos eletródios. O fato da saturação ocorrer para uma voltagem relativamente baixa, esta relacionado com as hipóteses, de certa forma radicais, assumidas como verdadeiras nesta aproximação. A figura mostra que para voltagens suficientemente baixas, as duas curvas (A e C) tendem a se superpor, o que permite-nos afirmar que nestas condições esta aproximação é boa. Para se ter subsídios que permitam avaliar os resultados obtidos, nós deteremos em dois pontos arbitrários da curva característica obtida para esta aproximação (campo baixo) e compararemos com os resultados obtidos por Hugles para estes mesmos pontos. Por exemplo, para a aproximação de campo baixo, os pontos $V = 5,258$ ($V' = 0.1V$) e $V = 252,945$ ($V' = 5V$) correspondem respectivamente a $J = 2,032 \cdot 10^{-2}$ ($J = 1,951 \cdot 10^{-8} A/cm^2$) e $J = 0,290$ ($J' = 2,784 \cdot 10^{-7} A/cm^2$). Comparando

estes valores de J , com os obtidos por Hugles para as voltagens acima citadas, $J = 1,718 \cdot 10^{-2}$ ($J' = 1,650 \cdot 10^{-8} \text{ A/cm}^2$) e $J=0,276$ ($J' = 2,652 \cdot 10^{-7} \text{ A/cm}^2$) respectivamente, conclui-se que no intervalo de $[0,1\text{V} ; 5 \text{ V}]$ a aproximação de campo baixo reproduz satisfatoriamente os resultados obtidos por Hugles. Os nossos resultados comprovam a existência de uma linearidade (regime ohmico) da curva característica no intervalo de $0,1\text{V}$ a $0,14 \text{ V}$; enquanto os resultados por Hugles indicam a existência deste regime no intervalo de $0,1\text{V}$ a $0,3 \text{ V}$.

Apenas como ilustração para o leitor, estimaremos e compararemos as voltagens necessárias para saturar uma camara de ionização sólida (problema em questão) e uma não sólida. Como referência, tomaremos a curva C ($\mu = \mu_p = \mu_n$) da figura (2) da referência 3, na qual a densidade de corrente satura ($\sim 0,97$ de saturação) para uma voltagem $V_s = 0,016\text{v}$ (para os dados da referência 1). Para os dados de Hugles e considerando $\bar{\mu} = \frac{\mu_p + \mu_n}{2}$, encontra-se que a voltagem necessária para saturar ($\sim 0,96$ de saturação) uma camara de ionização sólida é $V_s = 81\text{v}$. A diferença de intensidade das duas voltagens de saturação mostra-nos o quão significativo é o papel desempenhado pelas cargas imobilizadas nos centros de captura.

A Figura 11 está apresentada numa escala maior na página 55.

As figuras seguintes apresentam o comportamento das demais grandezas físicas que descrevem o comportamento elétrico do dielétrico em questão, para os dados da tabela 2. As curvas tracejadas estão associadas com a aproximação de campo baixo para $J = 0,259$.

FIGURA 13. Distribuições do campo elétrico versus profundidades do dielétrico. A) $J = 0,973$; B) $J = 0,777$;
C) $J = 0,555$; D) $J = 0,259$

A figura (13) apresenta as distribuições do campo elétrico como função de x para diferentes densidades de corrente. A existência de uma região de campo elétrico constante (curvas D, C e B)

indica que a região central não foi totalmente destruída. A medida que a densidade de corrente aproxima-se da saturação, esta região vai sendo gradativamente destruída (curva A). Próximo da saturação, a partir de $J = 0,955$ ($V' = 112,2V$) acréscimos de voltagens, provocarão translações destas curvas ao longo da ordenada, sem alterar suas formas. O potencial limite acima citado, é tomado como sendo aquele resultante da integração numérica, para o qual as densidades de cargas imobilizadas nos centros de captura alcançam os valores limites p_t e N_t calculados na aproximação de campo alto (FIGURA 9). Próximo dos eletródios danteiros ($X=0$) e traseiros ($X=1$) a intensidade do campo elétrico assume valores altos em relação aos assumidos na região central. Fisicamente este fato está associado à grande quantidade de carga espacial imobilizada nos centros de captura localizados nestas regiões.

FIGURA 14. densidades dos portadores livres versus profundidade do dielétrico. A) $J = 0,259$; B) $J = 0,555$; C) $J = 0,973$

A presença de patamares nas curvas rotuladas de A na figura (14) (densidade de portadores livres versus x) indica, como antes que a região central ainda não foi totalmente destruída. A

existência destes patamares é consequência da menor intensidade do campo elétrico nesta região. Nesta região a velocidade dos portadores é reduzida e como nas regiões próximas aos eletródios a intensidade do campo elétrico aumenta, nestas regiões os portadores se movimentarão mais rápido, ocasionando localmente um menor acúmulo de portadores livres. Acréscimos de voltagens ocasionarão a destruição gradativa da região central e o aumento local das velocidades dos portadores livres diminuindo os seus respectivos tempos de trânsito e os valores próximos associados as suas distribuições espaciais. Concomitantemente os máximos das distribuições se deslocarão em direção dos seus respectivos eletródios, uma vez que o campo elétrico tende a se uniformizar. Próximo de saturação ($J = 1,0$) as curvas se transformarão em retas.

FIGURA 15. Densidades dos portadores imobilizados nos centros de captura versus profundidade , para: A) $J = 0,259$;
 B) $J = 0,777$
 c) $J = 0,973$

A figura 15 mostra as densidades dos portadores imobilizados nos centros de captura como função de x . Como já comentado anteriormente, a medida que a densidade de corrente aproxima-se da saturação, a região central vai sendo gradativamente destruída. Da mesma forma, a medida que aproximamos dos eletródios, os perfis das densidades, n_t para o eletródio dianteiro e p_t para o eletródio traseiro, vão crescendo até atingirem o valor limite N , que na figura vale $1,584 \cdot 10^7$ ($N' = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$). O valor assumido pelas densidades de cargas capturadas na região central (curva A) é de $N = 3,311 \cdot 10^3$ ($N' = 2,09 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$). Os valores assumidos localmente pelas densidades de cargas imobilizadas nos centros de captura, quando comparados com os valores associados às densidades de portadores livres (FIG.14) mostra-nos que basicamente as cargas capturadas governam a dinâmica de transporte do problema em questão.

FIGURA 15. Densidades de corrente versus profundidade para:

A) $J = 0,973$; B) $J = 0,555$; C) $J = 0,259$

A figura 16 mostra o comportamento das densidades de corrente associadas aos buracos e elétrons como função de x . Como prevista pela aproximação de um campo alto, próximo da saturação as curvas apresentam um comportamento linear.

No próximo capítulo será introduzido hipóteses que permitam diminuir o número de parâmetros do problema em questão. Em seguida, analogamente ao procedimento desenvolvido nos capítulos 3 e 4 repetir-se-a as aproximações de campo baixo e alto que serão posteriormente confrontadas com a respectiva solução numérica.

CAPÍTULO V

INTRODUÇÃO

Uma das dificuldades pertinentes ao problema em questão é o grande número de parâmetros que lhe é intrínseco. Este capítulo tem como objetivo, uma análise mais ampla sobre as propriedades físicas do dielétrico em questão e para isto introduziremos algumas hipóteses que nos permita diminuir o número de parâmetros envolvidos no problema. Em seguida, buscaremos como anteriormente as soluções aproximadas e a solução numérica do problema e faremos uma análise mais elaborada sobre as curvas características obtidas nas condições em que os novos parâmetros do problema em questão assumam diferentes valores.

EQUAÇÕES GERAIS

Assumindo que $\tau'_p = \tau'_n = \tau'$, $R'_p = R'_n = R$, $\mu'_p = \mu'_n = \mu$ e introduzindo as variáveis adimensionais (sem prima);

$$x = \frac{x'}{L} \quad ; \quad E = \frac{\epsilon E'}{\epsilon N' L} \quad ; \quad V = \frac{\epsilon V'}{\epsilon N' L^2} \quad ; \quad \begin{pmatrix} J \\ J_p \\ J_n \end{pmatrix} = \frac{\epsilon}{(\epsilon N')^2 \mu' L} \begin{pmatrix} J' \\ J'_p \\ J'_n \end{pmatrix} \quad (58)$$

$$\begin{pmatrix} p \\ n \\ p_t \\ n_t \end{pmatrix} = (N')^{-1} \begin{pmatrix} p' \\ n' \\ p'_t \\ n'_t \end{pmatrix} \quad ; \quad R = \frac{\epsilon}{\epsilon \mu'} R' \quad ; \quad \tau = \frac{\epsilon \mu' N'}{\epsilon} \tau'$$

O sistema de equações (54) é escrito como:

$$\frac{1}{A} \frac{dJ}{dx} = 1 - \frac{p(x)}{q_p} (1 - p_t(x)) - B p(x) n_t(x) \quad (59)$$

$$\frac{dE(x)}{dx} = p(x) + P_t(x) - n(x) - n_t(x) \quad (60)$$

$$E(x) = \frac{dV}{dx}(x) \quad (61)$$

$$\text{onde } q_p = \frac{\tau q'}{N'} ; \quad B = \frac{N'^2 R'}{q'} = \frac{\tau R}{q_p} ; \quad A = \frac{q' E}{N'^2 \mu e} = \frac{q_p}{\tau} \quad (62)$$

e

$$P_t(x) = \frac{p(x)}{p(x) + B q_p n(x)} ; \quad N_t(x) = \frac{n(x)}{n(x) + B q_p p(x)} \quad (63)$$

Desenvolveremos agora as soluções aproximadas (campo baixo e campo alto) considerando como verdadeiras as hipóteses utilizadas nas aproximações similares apresentadas no capítulo III. Note-se que as unidades adimensionais agora escolhidas diferem daquelas usadas anteriormente. A razão é que com as novas, as expressões das diversas grandezas na região central da aproximação de campo baixo, contém somente dois parâmetros, simplificando assim a discussão.

5.a - Aproximação de campo baixo

Para a região $1 \quad 0 \leq x \leq \lambda_1$, da equação (59) resulta que;

$$J_p = p(x) E(x) = Ax ; \quad p(x) = \frac{Ax}{E(x)} \quad (64)$$

$$J_n = J - J_p ; \quad n(x) = \frac{J - Ax}{E(x)} \quad (65)$$

Substituindo (64) e (65) nas equações correspondentes aos portadores imobilizados nos centros de captura, resulta que:

$$P_t(x) = \frac{Ax}{A(1-C)x + CJ} ; \quad n_t(x) = \frac{J - Ax}{A(C-1)x + J} \quad (66)$$

$$\text{onde } C = q_p B \quad (67)$$

Substituindo $p_t(x)$ e $n_t(x)$ na equação (62) e integrando obtem-se :

$$E_1(x) = E_0 - \left[\frac{E}{H^2} \ln \left(1 + \frac{H}{E} x \right) + \left(\frac{F + IF}{I^2} \right) \ln \left(1 + \frac{I}{F} x \right) \right] \quad (68)$$

$$\text{onde } E = \frac{C}{A} J, \quad H = (1-C), \quad F = \frac{J}{A}, \quad I = (C-1) \quad (69)$$

$$\text{e } E_0 = \frac{E}{H^2} \ln \left(1 + \frac{H}{E} \lambda_1 \right) + \left(\frac{F + IF}{I^2} \right) \ln \left(1 + \frac{I}{F} \lambda_1 \right) + E_2 \quad (70)$$

Na região central $\lambda_1 \leq x \leq \lambda_1 + \lambda_2$, como anteriormente, assumiremos que para $E \rightarrow 0$; $p = n$, $p_t = n_t$ e $\frac{dJp}{dx} = \frac{dJn}{dx} = 0$.

Utilizando as equações (63) e (59) resulta que $p = q_p \frac{(1+C)}{2C}$ e como $J = 2pE_2$ segue então que $E_2 = \frac{C}{q_p(1+C)} J$.

Utilizando (64) e o fato de que os portadores livres contribuem igualmente para a corrente total, resulta, que $\lambda_1 = \lambda_3 = \frac{J}{2A}$. É interessante notar, para referência, que a corrente de saturação (obtidas nas condições em que $(\lambda_1 + \lambda_3 = 1)$ é $J_s = A$. Substituindo (69), E_2 e λ_1 na expressão (70) resulta;

$$E_0 = \frac{C}{A(1-C)^2} J \left[\ln \left(1 + \frac{1-C}{2C} \right) + \ln \left(1 + \frac{C-1}{2} \right) \right] + \frac{C}{q_p(1+C)} J \quad (71)$$

Para a região (3) $\lambda_1 + \lambda_2 \leq x \leq 1$, analogamente ao procedimento utilizado para a região (1), obtemos que;

$$Jp = A(x-1) + J \quad ; \quad p(x) = \frac{A(x-1) + J}{E(x)} \quad (72)$$

$$Jn = A(1-x) \quad ; \quad n(x) = \frac{A(1-x)}{E(x)} \quad (73)$$

$$E_3(x) = \frac{(HL-M)}{H^2} \left[\ln \left(1 + \frac{H}{M} x \right) - \ln \left(1 + \frac{H}{M} \right) \right] - \left(\frac{N-H}{H^2} \right) \ln \left(x - \frac{N}{H} \right) - \ln \left(1 - \frac{N}{H} \right) + E_L \quad (74)$$

onde

$$E_L = E_2 - \alpha_1 \left[\ln \left(1 + \frac{H}{M} (1 - \lambda_3) \right) - \ln \left(1 + \frac{H}{M} \right) \right] + \alpha_2 \left[\ln \left(1 - \lambda_3 - \frac{N}{H} \right) - \ln \left(1 - \frac{N}{H} \right) \right] \quad (75)$$

$$H = 1 - C ; L = \frac{J}{A} - 1 ; M = C - 1 + \frac{J}{A} ; N = 1 - C + \frac{CJ}{A} \quad (76)$$

$$\alpha_1 = \frac{LH-M}{H^2} \quad e \quad \alpha_2 = \frac{N-H}{H^2} \quad (77)$$

A diferença de potencial a que está submetido o dielétrico irradiado é :

$$V = \int_0^{\lambda_1} E_1(x) dx + \int_{\lambda_1}^{\lambda_1+\lambda_2} E_2 dx + \int_{\lambda_1+\lambda_2}^1 E_3(x) dx \quad (78)$$

Substituindo (70), E_2 e (76) na expressão acima, integrando e reagrupando os termos após substituir (69), (76) e (77) na equação resultante, obtém-se:

$$V = \left[\left(-\frac{C^2}{2(1-C)^3} + \frac{5}{2} \frac{C}{(1-C)^3} - \frac{C}{2(1-C)^2} \right) \ln \left(1 - \frac{1-C}{2} \right) - \right. \\ \left. - 2 \frac{C^2}{(1-C)^3} \ln \left(1 + \frac{1-C}{2C} \right) + \frac{2C}{(1-C)^2} \right] \left(\frac{J}{A} \right)^2 + \frac{C}{q_p(1+C)} J. \quad (79)$$

A expressão acima apresenta uma singularidade para $C = 1$; portanto, para analisarmos o comportamento desta expressão na vizinhança deste ponto, se faz necessário expandir as expressões logarítmicas. Expandindo e reagrupando os termos resulta que para $C = 1$;

$$V = \frac{1}{3} (\lambda_1)^2 + E_2 = \frac{1}{12} \frac{J^2}{A^2} + E_2 = \frac{1}{12} \frac{J^2}{A^2} + \frac{J}{2q_p} \quad (80)$$

5.b - Aproximação de campo alto.

As passagens intermediárias relativas aos cálculos desenvolvidos nesta seção, serão omitidas uma vez que estes são análogos aos desenvolvidos na aproximação similar apresentada no capítulo 3. Segue então que $J_p \approx Ax$ e $J_n \approx A(1-x)$. As distribuições

limites de portadores residindo nas armadilhas e de portadores li-

$$\text{vres são: } P_t(x) = \frac{x}{x + C(1-x)} \quad ; \quad n_t(x) = \frac{1-x}{1-x + Cx} \quad (81)$$

$$p(x) = \frac{Ax}{V} \quad ; \quad n(x) = \frac{A}{V} (1-x) \quad (82)$$

onde $E(x)$ foi tomado como sendo em média igual a V (em variável adimensional). Como antes, considerando que $\bar{J}_p = \bar{J}_n = \frac{1}{2}$ (o que significa que $n = p$) e que;

$$\frac{J}{A} = 1 - \frac{p}{q_p} (1 - P_t) - B p n_t \quad (85)$$

resulta:

$$J = A \left(1 - \frac{B}{V (1+Bq_p)} \right) \quad (86)$$

5.c - Solução numérica - Característica Completa

Nesta seção, de forma análoga apresentada no capítulo IV, o sistema de equações a ser integrado é:

$$\begin{aligned} \frac{dJ_p^*(x^*)}{dx^*} &= 1 - \frac{p(x^*)}{q_p} (1 - P_t(x^*)) - B p(x^*) n_t(x^*) \\ \frac{dE^*(x^*)}{dx^*} &= \frac{1}{A} \left(p(x^*) + p_t(x^*) - n(x^*) - n_t(x^*) \right) \end{aligned} \quad (87)$$

$$E^*(x^*) = - \frac{AdV^*(x^*)}{dx^*}$$

onde q_p , B , A , P_t e n_t são dados respectivamente pelas equações (64) e (65). Como anteriormente, a incógnita J foi eliminada através da introdução das variáveis $x^* = \frac{Ax}{J}$, $E^*(x^*) = \frac{E(x)}{J}$ e

$V^*(x^*) = \frac{V(x)}{J^2}$. As condições iniciais, necessárias para a integra

ção do sistema de equações (87), são:

$$x^* = 0$$

$$J_p^* = 0, \quad V^* = 0, \quad E_0^* > E_{\min}^*; \quad (88)$$

onde $E_{\min}^* = \frac{E_0}{J}$ é dado pela equação (71).

Como antes, as equações (87) são integradas de $x^* = 0$ até um $x_{\max}^*$ para o qual $J_p^* = 1$ ($J_p(x = 1) = J$).

A seguir apresentamos os resultados obtidos da integração.

Curvas características - densidade de corrente versus voltagem

As figuras (17), (18), e (19) apresentam as características para a situação em que cada um dos parâmetros A, B e q_p assumem os valores numéricos 0,1 ; 1 e 10. Em seguida, as 27 combinações associadas com este conjunto de valores - para cada valor de A ($J_s = A$) existem 9 combinações possíveis de B e q_p - foram substituídas nas equações (87). Como anteriormente a curva característica associada a cada valor assumido por estes parâmetros foi obtida através de uma série de integração do sistema de equações (87). As figuras (17) ... (19) apresentam as densidades de corrente por unidade de A versus voltagem.

Para um dielétrico com uma dada distribuição de centros de captura neutros para elétrons e buracos (N') submetido a uma certa intensidade de radiação (q'), da equação (64) conclui-se que A é inversamente proporcional à mobilidade (μ'), e, q_p e B diretamente proporcionais ao tempo de captura (τ') e ao coeficiente de recombinação (R') respectivamente. As curvas características mos -

tram que independentemente dos valores assumidos pelos parâmetros q_p e B , para valores crescentes de A (J_s), a saturação ocorrerá para maiores voltagens. Fisicamente este comportamento das curvas pode ser entendido considerando que maiores valores do parâmetro A estão associados com menores valores da mobilidade (μ') dos portadores livres, os quais estarão mais sujeitos a captura e à recombinação, necessitando de campos maiores para se livrarem destes processos. Para entendermos o comportamento para A fixo, note mos em primeiro lugar que não há cruzamento entre as diversas características; isto nos permite ordenar as curvas através do comportamento inicial, ou seja, da aproximação de campo baixo. Nesta aproximação, como visto anteriormente, $p = n = \frac{1 + q_p B}{2B}$ e por -

tanto é esta combinação dos parâmetros que ordena as diversas curvas, para cada valor de A . Note-se que se pusermos $\frac{1}{B} = q_r$, em que q_r desempenha o papel de um tempo de recombinação temos,

$$p = n = \frac{q_p + q_r}{2} . \text{ Vê-se desta expressão que captura em armadilhas}$$

e recombinação jogam papéis análogos no estado estacionário, apesar de intuitivamente, o tempo de captura parece ser mais importante (pois sem captura pelas armadilhas não há recombinação). O fato é que se $\tau \rightarrow \infty$, nenhuma captura, o tempo de estabelecimento do equilíbrio também tenderia para infinito. Percebe-se então que realmente o tempo de captura é mais importante quando se considera o transiente, gerando os mais longos para crescentes tempos de captura q_p . Da análise resulta que quanto maior for a soma dos tempos de captura e recombinação, menor é a voltagem necessária para levar o sistema próximo da saturação. Esta conclusão resume os nossos resultados. As integrações numéricas mostram que para cada valor de A , 6 curvas características se superpõem completamente, duas a duas entre si, isto é, para cada A fixo existem sô

mente 6 curvas características distintas. Por exemplo, para qualquer valor de A (1, 0, 1 ou 10) as curvas características associadas aos parâmetros $(q_p, B) = ((0,1;1); (0,1;0,1); (10;1))$ se superpõem respectivamente com as associadas com os parâmetros $(q'_p, B') = ((1;10); (10,10); (1;0,1))$. Convém ressaltar que as distribuições espaciais $(p(x), n(x), J_p(x), J_n(x), E(x))$ associadas aos parâmetros que dão origem à mesma característica são idênticas, mas como estes parâmetros estão associados com diferentes τ 's e R 's, possuirão diferentes densidades espaciais de portadores imobilizados nos respectivos centros de captura, apesar da densidade de carga espacial associada à diferença de carga espacial $u(x) (u(x) = P_t(x) + p(x) - n_t(x) - n(x))$ serem idênticas (fisicamente este fato já era esperado, pois as distribuições de campo são idênticas). A condição para que as características associadas a dois conjuntos distintos de parâmetros (q_p, B) e (q'_p, B') sejam idênticas é que a relação $q_p B = q'_p B' = 1$ seja satisfeita. Esta condição pode ser deduzida de uma das equações de continuidade, considerando que os dois diferentes conjuntos de parâmetros possuem idênticas distribuições de campo elétrico e densidade de corrente $(J_p(x), J_n(x))$.

As figuras seguintes mostram o comportamento das demais grandezas físicas que descrevem as propriedades elétricas do dielétrico irradiado, para um particular conjunto de parâmetros ($A = 1; q_p = 0,1; B = 1$) escolhido arbitrariamente.

Fig. 17 - Densidade de corrente (J) versus voltagem (V) para $A=1$

Fig. 18 - Densidade de corrente (J) versus voltagem (V) para $A=10$

Fig. 19 - Densidade de corrente (J) versus voltagem (V) para $A=0,1$

FIG. 20 Distribuições do campo elétrico versus profundidade

A: $J = 0,907$; B: $J = 0,534$; c: $j = 0.152$

A figura (2) apresenta as distribuições do campo elétrico como função de x para diferentes valores de voltagens. Como anteriormente, o fato das intensidades do campo elétrico nos eletródios dianteiro ($x=0$) e traseiro ($x = 1$) assumirem valores maiores que o assumido na região central está associado com o maior número de portadores imobilizados nos respectivos centros de captura localizados na vizinhança dos eletródios. Para crescentes voltagens, o campo elétrico tende a uniformizar-se no volume do dielétrico (como antes, este fato está relacionado com a destruição gradativa da região central). O fato da intensidade do campo elétrico não sofrer grandes variações nas regiões próximas aos eletródios em relação aos valores assumidos na região central, está diretamente relacionado com os valores assumidos pelos parâmetros $q_p(0,1)$ e $B(1)$.

FIG. 21 Distribuições dos portadores livres versus profundidade

A: $J = 0,907$; B: $J = 0,534$; C: $J = 0,152$

A figura (21) apresenta as densidades de portadores livres versus x para diferentes valores de voltagens. As curvas rotuladas de A, B e C estão associadas com as densidades de buracos livres e as outras três com as densidades de elétrons livres que são simétricas às curvas citadas anteriormente, com respeito ao plano $x = 0,5$. Próximo dos eletródos o efeito acumulativo de cargas movimentando-se nas suas bandas próprias predomina. Próximo da saturação o campo elétrico torna-se uniforme fazendo com que as densidades de portadores livres se linearizem.

FIG. 22 Densidades dos portadores imobilizados nos centros de captura versus profundidade

A: $J = 0,907$; B: $J = 0,534$; C: $J = 0,152$

A figura (22) apresenta as densidades dos portadores imobilizados nos centros de captura como função de x . Para voltagens maiores os portadores livres serão arrastados mais rapidamente em direção aos seus respectivos eletródios coletadores, ocorrendo uma minimização de captura e recombinação destes, resultando então numa maior densidade de elétrons imobilizados na primeira região do dielétrico (0;0,5) e maior densidade de buracos na outra região (0,5;1). As curvas rotuladas de A, B e C estão associadas com as densidades de buracos imobilizados nos centros de captura e as outras três, com as densidades de elétrons imobilizados nos centros anteriormente com respeito ao plano $X=0,5$.

CONCLUSÕES

O uso das hipóteses sugeridas por Rose⁽²⁾ e da expressão analítica deduzida por GROSS⁽⁴⁾ permitiu-nos equacionar e desenvolver uma solução analítica cujas previsões para o problema em questão bastante próximos as da solução numérica. Os modelos desenvolvidos (campo baixo e campo alto) são uma ferramenta importante, pois apesar de sua simplicidade, permitem uma melhor análise e compreensão do problema em estudo. Constatou-se que ao contrário do afirmado por Hughes - na região de voltagem usualmente empregadas, a corrente de difusão pode ser ignorada, além de que, o regime ohmico previsto pelos cálculos, situa-se num intervalo de voltagem menor que o previsto por ele. Um resultado interessante (previsto pelas equações) é o fato de que no regime estacionário as densidades de portadores imobilizados nos respectivos centros de captura independem da razão de portadores gerados (g). Fisicamente este fato pode ser entendido considerando que quanto mais intensa a radiação incidente no dielétrico, maior número de portadores livres existirão em suas bandas próprias e conseqüentemente a probabilidade de captura e recombinação crescerá, aumentando o tempo necessário para que o sistema entre em equilíbrio. Constatou-se também que no regime estacionário, o processo de recombinação desempenha um papel tão importante quanto ao de captura na dinâmica de transporte do problema em questão.

Como sugestão para futuros trabalhos, pelo fato da intensidade campo elétrico assumir grandes valores no interior do dielétrico seria interessante considerar uma razão de geração dependente localmente do campo elétrico.

FIG.11. Curvas de saturação para os dados da tabela 2, e diferentes valores de N' . A) $N' = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$; B) $N' = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$; C) $N' = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$; D) $N' = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$; E) $N' = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) HUGHES, R.C. & SOKEL, R.J. -Journal of Applied Physics, 52
(11): 6743-48, (1981).
- (2) GOODMAN, A.M. & ROSE, A. - Journal of Applied Physics, 42
(7): 2823-30, (1971).
- (3) FERREIRA, G.F.L. ; OLIVEIRA, L.N. ; GROSS, B. - Journal of
Research of the National Bureau of Standards B. Mathe-
matical Sciences, 79B(1/2): 65-75, (1975).
- (4) GROSS, B. - Notas de aulas
(Câmara de Ionização) - Curso
Proferido em 1983 (IFQSC)