UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA E QUÍMICA DE SÃO CARLOS

GERAÇÃO DE IMAGENS POR RESSONÂNCIA
MAGNÉTICA NUCLEAR

NICOLAU BECKMANN

Dissertação apresentada no Instituto
de Física e Química de São Carlos, para a obtenção do título de Mestre em
Física Aplicada.

Orientador: Prof. Dr. Horacio Carlos Panepucci

- São Carlos, Março de 1986 -

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE _____

Nicolau Beckmann

APRESENTADA AO INSTITUTO DE FÍSICA E QUÍMICA DE SÃO CARLOS, DA
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, EM 03 DE março DE 1986.

COMISSÃO JULGADORA:

Dr. Horácio Carlos Danepucci

- Orientador

Dr. Eduardo Ernesto Castellano

Dr. Mario Engelsberg

BIBLIOTECA DO INSTITUTO DE FÍSICA E QUÍMICA DE SÃO CARLOS - USP
FÍSICA

A meus pais, com amor

A minha irmã Charlotte

A memória de Tânia.

Que bom, amigo
Poder saber outra vez que estás comigo
Dizer com certeza outra vez a palavra amigo
Se bem que isso nunca deixou de ser

Que bom, amigo
Poder dizer o teu nome a toda hora
a toda gente
Sentir que tu sabes
Que estou pro que der contigo
Se bem que isso nunca deixou de ser

Que bom, amigo
Saber que na minha porta
A qualquer hora
Uma daquelas pessoas que a gente espera
Que chega trazendo a vida
Será você
Sem preocupação

MILTON NASCIMENTO

Falo assim sem tristeza
Falo por acreditar
Que é cobrando o que fomos
Que nós iremos crescer
Outros outubros virão
Outras manhãs cheias de sol e de luz.

MILTON NASCIMENTO
FERNANDO BRAND

Agradecimentos.

A meus pais, por todo seu esforço, apoio e responsabilidade durante toda minha vida.

A Da. Terezinha e Clara, pelo apoio no momento necessário.

Agradeço a Horacio, por sua orientação conduzida de maneira livre, porém muito segura, o que tem-me ajudado a sentir o que é fazer pesquisa. A Alberto e Tito, amigos aos quais este trabalho deve em grande parte sua existência. Alberto, por sua coragem e capacidade de motivar o programa de imagens por RMN, e Tito, pela amizade de longa data. A Angélica e Vitor, pelo que foi e ainda será. Ao Adão, pela amizade e lição de humildade. A André, Mateus, Valdeci, Paulo e Cláudio, por toda sua ajuda de engenharia e computação. A Odir e João, pelos trabalhos técnicos. A Castellano, Jan e Renê, por todas as discussões. A Cristina, por seu valioso e sempre atencioso trabalho de secretária. Ao pessoal do LIE, por todo seu auxílio e companheirismo.

Ao IFQSC, por possibilitar a realização do trabalho. A FAPESP e CNPQ, pela manutenção financeira.

Se deixo de citar alguma pessoa, peço desculpas pela omissão involuntária no momento de escrever os agradecimentos.

Conteúdo

Resumo

Introdução

Capítulo I - Descrição da Geração de Imagens por
Ressonância Magnética Nuclear

Capítulo II - Bobinas de Gradiente de Campo Magnético

Capítulo III- Geração de Imagens por Retroprojeção

- III.1 - Descrição do equipamento de medida.....pag. 3.2
- III.2 - Critérios para a digitalização dos sinais.....pag. 3.6
- III.3 - Métodos para correção de fase na técnica de
reconstrução por retroprojeção.....pag. 3.15
- III.4 - O processo de convolução-retroprojeção.....pag. 3.18
- III.5 - Interpolação de dados de um sistema polar a
cartesiano.....pag. 3.32

Capítulo IV - Método da Transformada Direta de FOURIER em
duas Dimensões.

Capítulo V - Geração de Imagens de Contraste pelos
Tempos de Relaxação T_1, T_2 .

Apêndice AI - Trajetórias no Espaço de Fases.

Apêndice AII- Programas.

Apêndice AIII-Solução Matricial das Equações de BLOCH.

Apêndice AIV- Determinação da Amplitude de um Sinal de RMN
como Função dos Parâmetros de uma Sequência de
Pulsos de RF e dos Tempos de Relaxação T_1, T_2 .

Apêndice AV - Funções de Filtro e Núcleos.

RESUMO

Neste trabalho são abordadas duas técnicas de geração de imagens por ressonância magnética nuclear, a retroprojeção e o método da transformada direta. Estas técnicas baseiam-se na aquisição de sinais de RMN cujas fases e componentes de frequência são espacialmente codificadas por aplicação de gradientes de campo magnético. A construção de bobinas de gradiente é discutida no caso particular de uma geometria apropriada para um ima com peças polares e "gap" de ar. Analisa-se também a obtenção de contraste pelos tempos de relaxação T_1 e T_2 em imagens reconstruídas a partir de sinais gerados empregando seqüências como a de spin-eco, inversão-recuperação e eco estimulado. Sob forma de apêndice, apresenta-se o formalismo matemático que fornece uma solução matricial para as equações de BLOCH, permitindo a determinação da evolução de um sinal em presença de gradientes de campo e pulsos de radiofrequência, e da dependência de sua magnitude com os tempos de relaxação da amostra.

ABSTRACT

This work treats two techniques for the generation of images by nuclear magnetic resonance, the backprojection and the method of the direct transform. These techniques are based on the acquisition of NMR signals whose phases and frequency components are spatially codified by application of magnetic field gradients. The construction of gradient coils is discussed for the particular geometry appropriate for a magnet with pole caps and air gap. It contains also an analysis of the obtention of contrast by the relaxation times T_1 and T_2 in images reconstructed from signals generated employing sequences such as spin-echo, inversion-recovery and stimulated echo. In form of an appendix, a mathematical formalism is presented, that furnishes a matrix solution for the BLOCH equations, allowing the determination of the evolution of a signal in presence of gradients and radiofrequency pulses, and the dependence of its magnitude with the relaxation times of the sample.

INTRODUÇÃO

Uma imagem constitui a representação da distribuição de alguma propriedade de um objeto ou sistema físico. Por exemplo, uma imagem pode mostrar uma estrutura molecular ou pode bem ser um mapa da distribuição de intensidades de uma estrela gigante. A formação, processamento e interpretação de imagens é uma atividade comum a diferentes disciplinas científicas, que de outra maneira não guardam relação entre si.

As imagens mais familiares são aquelas formadas diretamente por instrumentos ópticos empregando luz visível refletida ou transmitida por um objeto. Contudo, em muitas aplicações nas quais requer-se uma imagem, é possível realizar somente medidas indiretas, submetendo o objeto a radiação invisível ou interpretando tal radiação por ele emitida. Os dados comumente medidos não permitem uma interpretação imediata, mas o emprego de um algoritmo conhecido possibilita a geração de uma imagem, tornando factível tal interpretação. O objetivo geral de todos os métodos de reconstrução é o de processar os dados adquiridos para formar uma imagem que permita relacionar a distribuição de alguma propriedade no objeto com a informação contida em níveis de intensidade mostrados na imagem.

A primeira contribuição significativa para a teoria geral de reconstrução de imagens foi dada por RADON (ref. c.1) em 1917, que resolveu as equações integrais relacionando objetos bidimensionais não-simétricos a suas projeções, no campo da gravitação. BRACEWELL em 1956, utilizou na radioastronomia a técnica de reconstrução de imagens a partir de projeções, com o intuito de obter um mapa das regiões solares emissoras de microondas (ref. c.2). Neste caso, as antenas de microondas não permitiam focalizar um ponto, mas somente pequenas faixas da superfície solar. Obteve-se o referido mapa por meio da medida da emissão total de uma série destas faixas. Na microscopia eletrônica, o problema é similar, pois objetiva-se reconstruir a estrutura molecular a partir de uma série de micrografias obtidas por transmissão em diversos ângulos relativos à amostra. Independentemente de BRACEWELL, DE ROSIER e KLUG (ref. c.3) desenvolveram métodos de reconstrução de imagens, que foram aplicados na área de microscopia eletrônica.

Foi no campo da Medicina, entretanto, que a reconstrução de imagens teve o maior impacto, particularmente na radiologia de diagnósticos. Um passo decisivo neste sentido foi o lançamento pela EMI Ltd., de um tomógrafo de raios-X de alta resolução, construído e testado por HOUNSFIELD em 1972 (refs. c.13 e c.14). A contribuição fundamental foi dada por CORMACK entre 1963 e 1964, quando desenvolveu uma técnica matemática que possibilitava a reconstrução precisa de imagens a partir de projeções de raios-X, aplicando-a a "phantoms" simples (refs. c.15 e c.16). A tomografia de raios-X, que se vale da técnica de reconstrução de projeções, passou a ser o método de radiodiagnóstico mais

importante da década de 70.

O impeto para o desenvolvimento de técnicas de formação de imagens por ressonância magnética nuclear (RMN) é atribuído a P.C. LAUTERBUR que, em 1973 em Stony Brook, Nova York, produziu a primeira imagem da distribuição de densidade de prótons (H1) em dois tubos de 1mm de diâmetro contendo água (ref. 11). Para descrever a técnica, LAUTERBUR criou o termo zeugmatografia, do grego 'zeugma', 'o que une', referindo-se ao acoplamento existente entre o campo magnético de radiofrequência (RF) necessário para excitar a ressonância, e os campos magnéticos espacialmente definidos, empregados na geração de imagens por RMN.

Fig. Imagem obtida por LAUTERBUR em 1973.

Anteriormente à realização de LAUTERBUR, GABILLARD havia investigado distribuições unidimensionais do sinal de RMN e DAMADIAN¹ patenteado um instrumento para a detecção de câncer por RMN, após ter descoberto que os tempos de relaxação longitudinal (T₁) em tecidos cancerígenos são mais longos que aqueles em tecidos sãos (ref. d.1). As determinações de tempos de relaxação em diferentes tecidos biológicos que se sucederam à observação de DAMADIAN, criaram a expectativa de que imagens obtidas por ressonância magnética nuclear pudessem fornecer informações de interesse médico e biológico.

O emprego de gradientes estáticos e pulsados em RMN também já havia sido anteriormente estabelecido para estudos de difusão molecular e fluxo. Os pioneiros em RMN sabiam que gradientes e inhomogeneidades no campo principal H₀ não permitiam a obtenção de linhas de absorção estreitas em líquidos. Na determinação de coeficientes de difusão, empregam-se normalmente gradientes de campo intensos, os quais são calibrados observando-se a curva de absorção de uma distribuição homogênea de spins. GABILLARD, e CARR e PURCELL calcularam a forma do decaimento de indução livre (FID) para uma distribuição cilíndrica homogênea de spins em um gradiente de campo G perpendicular a seu eixo, obtendo a expressão (ref. a2)

$$S(t) = J(\gamma \cdot G \cdot a \cdot t) / (\gamma \cdot G \cdot a \cdot t)$$

onde J é função de BESSEL de primeira ordem e a o raio do cilindro. Estes autores calcularam também os FID's resultantes de outras distribuições homogêneas de material em formas geométricas simples. Mesmo que se possa dizer que eles tenham chegado próximo à idéia de imagens de spins, nenhum deles considerou a possibilidade de obter informação estrutural de um sistema de spins inhomogeneamente distribuídos empregando sinais de RMN.

Nos anos que se seguiram à publicação original de LAUTERBUR, investigadores de grupos existentes em Nottingham, Aberdeen, na Coreia e em Zurique estabeleceram métodos alternativos para a obtenção de imagens por RMN. Os estudos eram realizados em espectrômetros de RMN convencional modificados, com magnetos que restringiam o acesso a objetos de dimensão máxima 1-3cm, os tempos necessários para a geração de uma imagem chegando a algumas horas. Contudo, as imagens de prótons obtidas de 'phantoms' e pequenos vegetais foram suficientemente encorajadoras para a construção de sistemas que permitissem a geração de imagens de amostras com dimensões maiores. Um dos primeiros destes sistemas foi completado por HINSHAW et al em 1977, gerando imagens de antebraço humano e animais vivos com até 8cm de diâmetro. Essas imagens possuíam maior resolução e eram obtidas em tempos mais curtos (10 min ou menos). No mesmo ano, MANSFIELD e colaboradores obtinham também melhoramentos no que concerne à resolução e tempo de geração, como mostram suas imagens de um dedo e de 'phantoms' de tecidos, enquanto DAMADIAN et al publicavam a primeira imagem de um tórax humano 'in vivo' (obtida em 4,5 horas).

Motivados por interesses médicos e comerciais, os desenvolvimentos na área de imagens por RMN nos últimos anos possibilitaram a redução do tempo de aquisição, melhoria na resolução, e obtenção de imagens tomográficas em qualquer orientação relativamente ao objeto. A imagem de outros parâmetros, além da densidade de prótons e tempos de relaxação, tem recebido também atenção. Procedimentos para a obtenção de imagens ou de seletividade espacial em espectros de 'chemical shift' têm sido estabelecidos em diferentes laboratórios. Estas técnicas podem ser empregadas para monitorar o estado metabólico de um tecido biológico intacto com o intuito de avaliar sua patologia e resposta a terapia. Desenvolvem-se também métodos para a medição da velocidade do sangue em vasos (ref. d.5), e para a formação de imagens da distribuição de densidade de outros núcleos além do hidrogênio, tais como sódio, flúor e fósforo. O maior problema enfrentado para a finalidade de aplicações biológicas é o efeito combinado de baixas concentração e sensibilidade à RMN dos núcleos ressonantes contidos nos tecidos.

O presente trabalho aborda duas técnicas de geração de imagens por ressonância magnética nuclear, a retroprojeção e o método da transformada direta. No capítulo I, introduzem-se os princípios básicos da geração de imagens, incluindo os processos de codificação espacial das fases e frequências componentes dos sinais detectados. O capítulo II trata da construção de bobinas de gradiente de campo magnético. No capítulo III discute-se em detalhes a reconstrução de imagens por retroprojeção. O capítulo IV, por sua vez, apresenta o método da transformada direta. O capítulo V dedica-se, finalmente, à geração de imagens

contrastadas por tempos de relaxação, empregando as seqüências de spin-eco, inversão-recuperação e eco estimulado. O apêndice AI fornece uma interpretação geométrica para o processo de codificação de fase e frequências dos sinais em diferentes técnicas de imagens, sob a forma de trajetórias no espaço recíproco ao da imagem. Os programas empregados para o processamento de sinais e simulação de imagens encontram-se no apêndice AII. Os apêndices AIII e AIV contêm desenvolvimentos matemáticos baseados em uma solução matricial das equações de BLOCH, os quais permitem a determinação da dependência das magnitudes dos sinais em relação aos parâmetros da seqüência de pulsos de radiofrequência que os gera, e à distribuição de tempos de relaxação na amostra. O apêndice AV apresenta diferentes funções de filtro empregadas no tratamento de imagens reconstruídas por retroprojeção.

CAPITULO I

'O homem é a única criatura que se recusa a ser o que ela é. ' ALBERT CAMUS

DESCRIÇÃO DA GERAÇÃO DE IMAGENS POR RESSONANCIA MAGNETICA NUCLEAR.

As técnicas de geração de imagens por ressonância magnética nuclear envolvem a aquisição e processamento de sinais adquiridos no domínio do tempo, cujas componentes de frequência e fatores de fase possuem uma codificação espacial, ou seja, dependem da posição dos spins ressonantes na amostra. Esta codificação espacial é conseguida colocando-se o objeto em um campo magnético

$\vec{H}$ cuja magnitude dependa de posição, de modo que os spins em diferentes porções da amostra precessem a frequências distintas. A dependência espacial do valor de $\vec{H}$ é introduzida superpondo-se ao campo estático $H_0 \cdot \hat{z}$ um campo $\vec{G} \cdot \vec{r}$ produzido por um gradiente $\vec{G}(t)$ dependente do tempo, que faz com que o campo magnético total aplicado durante a codificação e leitura do sinal seja função linear de posição

$$\vec{H} = (H_0 + \vec{G}(t) \cdot \vec{r}) \cdot \hat{z} = (H_0 + G_x(t) \cdot x + G_y(t) \cdot y + G_z(t) \cdot z) \cdot \hat{z} \quad (I-1)$$

Conseqüentemente, as frequências de precessão dos spins na amostra assumem a forma

$$\omega(\vec{r}, t) = \gamma \cdot (H_0 + \vec{G}(t) \cdot \vec{r}) = \omega_0 + \gamma \cdot (G_x(t) \cdot x + G_y(t) \cdot y + G_z(t) \cdot z) \quad (I-2)$$

Spins localizados em dois elementos de volume separados por um vetor perpendicular a um dado gradiente constante $\vec{G}$ possuem a mesma frequência de precessão. Aplicando-se um outro gradiente $\vec{G}'$, os dois elementos podem ser distinguidos entre si. Com a aplicação sucessiva de um número suficiente de gradientes distintos, todos os elementos de amostra podem ser resolvidos. As diferentes técnicas de geração de imagens por RMN distinguem-se pela seqüência de aplicação das componentes do

gradiente $\vec{G}$. Neste trabalho, abordar-se-ão duas dessas técnicas, a retroprojeção e o método da transformada direta de FOURIER.

A realização de imagens de uma amostra extensa envolve em geral duas etapas: 1. seleção de uma fatia tomográfica no objeto; 2. reconstrução da imagem, a partir de sinais gerados pelas componentes de magnetização contidas no plano selecionado. A seleção de um plano é realizada por aplicação de um pulso de radiofrequência seletivo, modulado por uma função do tipo GAUSSiana, em presença de um gradiente de campo perpendicular ao plano. A espessura da fatia selecionada é determinada pela magnitude do gradiente de seleção e pela duração do pulso de RF seletivo. Para um gradiente de seleção de intensidade 0,5G/cm e um pulso de RF de 2ms de duração, consegue-se uma espessura típica de 0,5cm. Outra possibilidade é a realização de imagens volumétricas, sem a seleção de fatias tomográficas. A desvantagem deste procedimento é a de exigir dispositivos que tenham capacidade para armazenar e processar um grande volume de dados.

No desenvolvimento a seguir, considerar-se-á tão somente o processo de reconstrução de imagens, sem levar em conta a seleção de planos. Uma discussão detalhada deste tópico pode ser encontrada na ref. b.9. A abordagem seguida consiste em tomar amostras cuja distribuição de massa e de tempos de relaxação seja função bidimensional das variáveis espaciais, prescindindo-se portanto da seleção de fatias tomográficas. Os pulsos de RF aplicados são todos não-seletivos, de duração típica de 20 a 30 μ s.

Seja uma amostra plana, de densidade de núcleos de hidrogênio (prótons) $\rho(\vec{r})$, $\vec{r}=x.\hat{x}+y.\hat{y}$, posicionada em um campo magnético $H=H_0.z$. Se $M_1(\vec{r})$ constituir a distribuição de magnetização transversal, as componentes em fase e em quadratura de um sinal detectado na presença de um gradiente $\vec{G}$ podem ser escritas como

$$S_f(t)+i.S_q(t) = S_{\vec{G}}(t) = \int M_1(\vec{r}).\exp(i.\vec{G}.\vec{r}.t).\exp(-t/T_2).dS \quad (I-3)$$

onde dS é um elemento de superfície sobre a amostra e $\exp(-t/T_2)$ representa a relaxação transversal. O termo $\exp(i.\vec{G}.\vec{r}.t)$ exprime a defasagem entre os diferentes elementos de magnetização na amostra, resultante da aplicação do gradiente G . A expressão (I-3) pode ser demonstrada empregando o formalismo matricial apresentado no apêndice AIII, que permite calcular a evolução da magnetização em uma sequência arbitrária de pulsos de RF e gradientes. A geração de uma imagem por RMN consiste em obter a magnetização transversal $M_1(\vec{r})$, que é proporcional à densidade de prótons e função também da distribuição dos tempos de relaxação sobre a amostra, a partir de um conjunto de sinais $S_{\vec{G}}(t)$.

Uma das técnicas empregadas com tal finalidade é a retroprojeção, em que a imagem é gerada a partir de sinais de decaimento de indução livre (FID's) ou ecos, registrados em presença de um gradiente de magnitude constante, cuja orientação relativa à amostra é variada em ângulos igualmente espaçados entre 0 e 180° ou 0 e 360°. Para cada orientação ϕ do gradiente

em relação a um sistema de coordenadas (x,y) fixo na amostra, tem-se que

$$S_{\phi}(t) = \iint_{\text{amostra}} M_1(x,y) \cdot \exp[i \cdot \gamma \cdot G \cdot (x \cdot \cos\phi + y \cdot \sin\phi) \cdot t] \cdot dx \cdot dy \quad (I-5)$$

ϕ fixo

Na expressão acima, supõe-se que o alargamento introduzido pelo gradiente na banda de frequências seja bem maior que a largura de linha natural do sistema, de modo que o decaimento com o tempo T_2 possa ser desprezado durante a leitura dos sinais. Se estes forem detectados para um número suficiente de orientações ϕ do gradiente, o conjunto de sinais $S_{\phi}(t)$ constituirá uma função bidimensional $S(\phi,t)$, amostrada num sistema polar de coordenadas

$$S(\phi,t) = \iint M_1(x,y) \cdot \exp[i \cdot \gamma \cdot G \cdot (x \cdot \cos\phi + y \cdot \sin\phi) \cdot t] \cdot dx \cdot dy \quad (I-6)$$

De (I-5), vê-se que $S(\phi,t)$ é a transformada de FOURIER da distribuição de magnetização $M_1(x,y)$, calculada nos pontos $(kx,ky) = (\gamma \cdot G \cdot \cos\phi \cdot t, \gamma \cdot G \cdot \sin\phi \cdot t)$, as funções $S(\phi,t)$ e $M_1(x,y)$ sendo amostradas em sistemas de coordenadas polar e cartesiano, respectivamente. A distribuição de magnetização pode, portanto, ser descrita por

$$M_I(x,y) = \iint S(\phi,t) \cdot \exp[-i \cdot \gamma \cdot G \cdot (x \cdot \cos\phi + y \cdot \sin\phi) \cdot t] \cdot |t| \cdot dt \cdot d\phi \quad (I-6)$$

onde $|t| \cdot dt \cdot d\phi$ constitui um elemento de superfície do sistema polar de coordenadas (ϕ, t) no qual a função sinal é descrita.

Notando que $a = x \cdot \cos\phi + y \cdot \sin\phi$ é uma distância ao longo da direção de aplicação do gradiente, é possível reescrever a integral na variável t da expressão (I-6) como

$$Q_\phi(a) = \int S_\phi(t) \cdot |t| \cdot \exp(-i \cdot \gamma \cdot G \cdot a \cdot t) \cdot dt \quad (I-7)$$

$$a = x \cdot \cos\phi + y \cdot \sin\phi$$

$Q_\phi(a)$ é conhecida como projeção filtrada da distribuição de magnetização na direção de aplicação do gradiente G . Para reconstruir a imagem, deve-se somar (retroprojetar) as projeções filtradas no intervalo angular de definição da função sinal

$$M_I(x,y) = \int Q_\phi(a) \cdot d\phi \quad (I-8)$$

A função $Q_\phi(a)$ resulta da transformada de FOURIER do produto do sinal $S_\phi(t)$, registrado em presença de um gradiente com orientação ϕ relativamente à amostra, pela função $|t|$. Este produto é limitado, pois a função $S_\phi(t)$ apresenta um decaimento rápido devido à introdução do gradiente, tornando-se desprezível para tempos maiores que um dado instante t_f . Pode-se considerar, então, a função $|t|$ limitada ao intervalo $-t_f < t < t_f$, e possuindo Ψ como transformada de FOURIER. A função Ψ é conhecida como função de convolução ou função núcleo, e será melhor discutida no capítulo IV. Pelo teorema da convolução, a transformada de FOURIER do produto entre $S_\phi(t)$ e $|t|$ limitada ao intervalo $-t_f < t < t_f$, é a convolução entre a transformada de $S_\phi(t)$ e a função núcleo Ψ

$$Q_\phi(a) = \mathcal{F}(S_\phi(t)) * \Psi$$

(I-9)

Mostra-se a seguir que a transformada de FOURIER unidimensional de um sinal $S_\phi(t)$ registrado em presença de um gradiente constante, está relacionada com a projeção da distribuição de magnetização na direção de aplicação do gradiente.

Fig. 1-1 - Sistema de coordenadas (a,b) no qual descrevem-se os sinais.

Seja (a,b) o sistema de coordenadas cartesianas rotado de um ângulo ϕ em relação ao sistema (x,y). Empregando as coordenadas (a,b), a expressão (I-4) reescreve-se

$$\begin{aligned}
 S_{\phi}(t) &= \iint M_1(x,y) \cdot \exp(i \cdot \vec{r} \cdot \vec{G} \cdot \vec{a} \cdot t) \cdot da \cdot db \\
 &= \int [\int M_1(x,y) \cdot db] \cdot \exp(i \cdot \vec{r} \cdot \vec{G} \cdot \vec{a} \cdot t) \cdot da \\
 &= \int P_{\phi}(a) \cdot \exp(i \cdot \vec{r} \cdot \vec{G} \cdot \vec{a} \cdot t) \cdot da
 \end{aligned} \tag{I-10}$$

onde

$$P_{\phi}(a) = \int M_1(x,y) \cdot db \tag{I-11}$$

constitui a projeção de $M_L(x,y)$ na direção ϕ de aplicação do gradiente $\vec{G}$, isto é, a distribuição de magnetização integrada ao longo de linhas perpendiculares à direção de $\vec{G}$.

Considere-se inicialmente $S_\phi(t)$ constituindo um FID, o qual, no caso particular de possuir fase inicial nula, pode ser descrito pela soma

Fig. 1-2 - Representação das componentes em fase e quadratura de um FID como soma de funções pares e ímpares.

A transformada de FOURIER de $S_1(t)$, de componentes real par, e imaginária, ímpar, fornece uma função real, e a transformada de $S_2(t)$, cujas partes real e imaginária são respectivamente ímpar e par, uma função imaginária pura. Deste fato, e levando em conta que $P_\phi(a)$ é uma função real, tem-se que a projeção $P_\phi(a)$ corresponde à parte real da transformada de FOURIER do FID

$$P_\phi(a) = R\left\{ \int S_\phi(t) \cdot \exp(-i \cdot \gamma \cdot G \cdot a \cdot t) \cdot dt \right\} = R\{F(S_\phi(t))\} \quad (I-12)$$

No caso de ser $S_\phi(t)$ um eco, obtido com a aplicação de um pulso $\pi/2$ seguido de um pulso π , tem-se, para um sinal com fase inicial nula,

$$S_\phi(t) = S_1(t) \quad (I-13)$$

Fig. 1-3 - Componentes em fase e quadratura de um eco.

A transformada de FOURIER de $S_1(t)$, com componentes real par e imaginária ímpar, fornece uma função real que, por (I-10), corresponde a $P_\phi(a)$. Isto é, a transformada de FOURIER de um eco cuja fase inicial é zero, registrado em presença de um gradiente G , fornece diretamente a projeção da magnetização na direção de aplicação deste gradiente.

Tendo em vista serem as projeções $P_\phi(a)$ obtidas por transformada de FOURIER dos sinais $S_\phi(t)$, é possível reescrever (I-9) na forma

$$Q_\phi(a) = \int S_\phi(t) \cdot |t| \cdot \exp(-i \cdot \gamma \cdot G \cdot a \cdot t) \cdot dt = P_\phi(a) \star \psi \quad (I-14)$$

A análise anterior mostra que a reconstrução da distribuição $M_1(x,y)$ pelo método de retroprojeção pode ser realizada de duas maneiras:

a. multiplicação de cada um dos sinais $S_\phi(t)$ por $|t|$, transformada de FOURIER dos produtos resultantes $S_\phi(t) \cdot |t|$ e posterior retroprojeção das projeções filtradas;

b. obtenção das projeções $P_\phi(a)$ por transformada de FOURIER dos sinais $S_\phi(t)$, convolução das $P_\phi(a)$ com o núcleo ψ , e posterior retroprojeção das projeções filtradas. Este método é conhecido como convolução-retroprojeção.

Os procedimentos de multiplicação, no domínio do tempo, de cada sinal $S_\phi(t)$ pela função $|t|$ limitada ao intervalo $|t| < t_f$, ou a convolução das projeções com o núcleo ψ constituem uma filtragem, realizada em espaços distintos (espaço dos sinais e da imagem, respectivamente). A reconstrução de uma imagem a partir de suas projeções poderia, em princípio, ser imaginada como a retroprojeção das mesmas no intervalo angular de coleta dos dados. A retroprojeção é interpretada geometricamente como a soma, em cada ponto do espaço da imagem, de contribuições provenientes de raios perpendiculares à projeção, que se estendem ao longo de todo o plano de reconstrução e cujas magnitudes são proporcionais à amplitude da projeção em cada ponto da mesma (fig. 1-4).

Fig. 1-4 - O processo de retroprojeção.

O processo de simplesmente retroprojetar projeções implica no aparecimento de um artefato conhecido como efeito estrela (fig. 1-5), que resulta do fato de as contribuições de cada uma das projeções não se cancelarem em pontos externos à região de definição do objeto. A convolução de cada projeção com a função núcleo ψ (ou a transformada de FOURIER do produto $S\phi(t) \cdot |t|$) gera projeções filtradas, cujos perfis possuem valores positivos e negativos, os quais, na retroprojeção, somam-se sobre o domínio de definição do objeto e cancelam-se fora do mesmo, eliminando o artefato de estrela.

Fig. 1-5 - Efeito estrela decorrente da retroprojeção de projeções não filtradas e a filtragem introduzida pelo processo de convolução.

Na prática, os sinais adquiridos são digitalizados e todo o processamento, realizado num computador digital, envolve o emprego de dados discretos, de maneira que as integrais anteriormente apresentadas são substituídas por somas. A transformada de FOURIER é realizada por um algoritmo de transformada rápida, exigindo que a função a ser transformada seja conhecida em pontos igualmente espaçados. Como a imagem final é amostrada num reticulado cartesiano, a retroprojeção é acompanhada de interpolação de dados de um sistema polar a um sistema cartesiano de coordenadas. O mínimo elemento de área da imagem final é conhecido como pixel ('picture element').

De (I-6), ve-se que $M_I(x,y)$ e $S(\phi,t)$ estão relacionadas por uma integral de FOURIER, as funções sendo amostradas em reticulados cartesiano e polar, respectivamente. A função sinal é conhecida, portanto, em pontos não igualmente distanciados no

espaço de sinais, recíproco ao espaço de imagem (ou posição). Uma terceira maneira de reconstruir a imagem a partir dos sinais $S_\phi(t)$ consiste em interpolar $S(\phi, t)$ a um sistema cartesiano (k_x, k_y) de pontos igualmente espaçados, e aplicar sobre a função interpolada $S'(k_x, k_y)$ uma transformada dupla rápida de FOURIER que fornece diretamente $M_I(x, y)$.

O processo de convolução-retroprojeção é empregado na tomografia de raios-X, a qual gera experimentalmente as projeções de densidade de massa em diferentes orientações angulares relativas à amostra, através de medidas da atenuação de radiação em tecidos. Os algoritmos de convolução-retroprojeção que foram inicialmente empregados em ressonância magnética, já eram conhecidos da TC. Uma segunda técnica de geração de imagens, característica de RMN e que prescinde do emprego de interpolações ou filtragens, é o método da transformada direta de FOURIER. Nesta técnica, os sinais são amostrados diretamente num reticulado cartesiano, e a distribuição de magnetização sobre a amostra é obtida aplicando-se uma transformada dupla (ou tripla, se a imagem for volumétrica) de FOURIER sobre o conjunto de dados registrados. A codificação dos sinais no domínio do tempo envolve a aplicação de dois gradientes pulsados ortogonais entre si. Um deles tem a função de codificar a fase inicial do sinal, sendo aplicado previamente à sua leitura, que realiza-se em presença de um segundo gradiente que codifica as componentes de frequência do sinal registrado. Cada sinal de RMN é, dessa maneira, função do tempo e do parâmetro fase inicial, este introduzido pelo gradiente de codificação de fase G_x .

Em sua concepção original, devida a KUMAR, WELTI e ERNST, o método da transformada direta envolvia o emprego de seqüências de pulsos de gradiente e de radiofrequência conforme mostra a ilustração abaixo (ref. b.6)

Fig. 1-6 - Técnica de KUMAR, WELTI e ERNST.

Antecedendo o período t_y de leitura do sinal em presença de G_y , o gradiente G_x , aplicado por um tempo t_x , introduz um fator de fase inicial

$$\alpha = \gamma \cdot G_x \cdot x \cdot t_x$$

(I-15)

no sinal, que pode ser escrito como

$$S_z(t_y) = \iint M_1(x,y) \cdot \exp(i \cdot \alpha) \cdot \exp(i \cdot \gamma \cdot G_y \cdot y \cdot t_y) \cdot dx \cdot dy =$$

$$\iint M_1(x,y) \cdot \exp(i \cdot \gamma \cdot G_x \cdot x \cdot t_x) \cdot \exp(i \cdot \gamma \cdot G_y \cdot y \cdot t_y) \cdot dx \cdot dy \quad (I-1)$$

Imediatamente após a aplicação do pulso $\pi/2$, todas as componentes de magnetização distribuídas na amostra são coerentes. Ao final da aplicação do gradiente G_x , as componentes de magnetização dispostas ao longo de diferentes linhas perpendiculares à direção y possuem fases relativas distintas, o que é levado em conta pelo termo $\exp(i \cdot \gamma \cdot G_x \cdot x \cdot t_x)$ na expressão (I-16).

Durante a leitura do sinal, o gradiente G_y codifica espacialmente as componentes de frequência do sinal, o que é expresso por $\exp(i \cdot \gamma \cdot G_y \cdot y \cdot t_y)$ em (I-16). A sequência é repetida para diferentes tempos de aplicação t_x , as magnitudes dos gradientes G_x , G_y e o tempo de leitura t_y sendo mantidos constantes a cada repetição. Registrando-se sinais para um número suficiente de valores do parâmetro t_x , obtém-se uma função bidimensional $S(t_x, t_y)$, dependente dos tempos t_x, t_y

$$S(t_x, t_y) = \iint M_1(x,y) \cdot \exp(i \cdot \gamma \cdot G_x \cdot x \cdot t_x) \cdot \exp(i \cdot \gamma \cdot G_y \cdot y \cdot t_y) \cdot dx \cdot dy \quad (I-1)$$

cuja transformada de FOURIER bidimensional fornece a distribuição de magnetização $M_1(x,y)$

$$M_1(x,y) = \iint S(tx,ty) \cdot \exp(-i \cdot \gamma \cdot G_x \cdot x \cdot tx) \cdot \exp(-i \cdot \gamma \cdot G_y \cdot y \cdot ty) \cdot dtx \cdot dty \quad (I-18)$$

Um método alternativo, conhecido como 'spin warp', proposto por HUTCHISON e empregado nos tomógrafos comerciais, consiste em variar a magnitude, ao invés da duração, do gradiente de codificação de fase a cada nova seqüência de repetição (ref. b.7). O efeito sobre a fase inicial é o mesmo, pois o que importa é a variação da área sob a curva $G_x(t)$, de uma seqüência de repetição para a outra (vide apêndice AI). O parâmetro de cada sinal coletado, desde que seja utilizado um pulso retangular de gradiente para a codificação de fase, passa a ser a magnitude G_x , denominada neste caso pseudo-tempo. Os tempos tx , ty e a magnitude do gradiente de leitura G_y mantêm-se constantes durante todo o experimento.

A seqüência completa de pulsos de gradiente e de RF, para que a função sinal seja amostrada nos quatro quadrantes, isto é, os dados coletados sejam conhecidos em tempos e pseudo-tempos positivos e negativos, é apresentada na fig. i-7 (vide apêndice AI). A presença do gradiente de codificação de frequências G_x antes do pulso π é necessária para que o máximo do eco ocorra num instante τ após o pulso π , quando $G_x=0$. Nessa condição, o centro do eco é considerado origem de ty .

Fig. 1-7 - Sequência de HUTCHISON.

Na prática, a transformada bidimensional de FOURIER é realizada sobre dados discretos, empregando um algoritmo de transformada rápida. Logo, é necessário que a função sinal $S(G_x, t_y)$ seja conhecida em um conjunto de pontos igualmente espaçados, o que significa que cada um dos sinais coletados deve ser digitalizado em tempos iguais, e a variação da magnitude do gradiente de codificação de fase G_y deve ser feita em intervalos iguais.

Matematicamente falando, uma imagem é representada por uma função real, obtida por transformada de FOURIER da função sinal S . Como consequência, valem as seguintes relações para S , que tem componentes em fase (S_f) e quadratura (S_q), e é amostrada no domínio temporal bidimensional (t_x, t_y)

$$S(t_x, t_y) = S_f(t_x, t_y) + i \cdot S_q(t_x, t_y) \quad (\text{I-3'})$$

$$S(t_x, t_y) = S^*(-t_x, -t_y) \quad (\text{quadrantes I e III}) \quad (\text{I-19})$$

$$S(-t_x, t_y) = S^*(t_x, -t_y) \quad (\text{quadrantes II e IV}) \quad (\text{I-20})$$

Fig. 1-8 - Relações de simetria da função sinal $S(t_x, t_y)$.

Tendo em vista as simetrias apresentadas pela função sinal, as condições mínimas para a reconstrução de imagens são:

a) retroprojeção: reconstrução a partir de FID's amostrados no intervalo angular entre 0 e π rad;

b) método da transformada direta: reconstrução a partir de ecos codificados em fase por gradiente de uma só polaridade, ou de FID's codificados em fase por gradiente de polaridades positiva e negativa.

Nestes casos, a amostragem dos sinais nos quatro quadrantes é conseguida por meio das relações (I-19) e (I-20), desde que não haja necessidade de realizar correções de fase devido a flutuações de campo de baixa frequência e tempo morto de receptor. A amostragem de ecos no intervalo angular entre 0 e π ou 0 e 2π , ou para gradientes de codificação positivos e negativos, apesar de parecer uma redundância, é importante, pois permite a geração de imagens tomando-se o módulo da transformada, não havendo necessidade de efetuar qualquer correção de fase nos sinais (vide item III.2).

CAPITULO II

'Não importa o que fizeram de nós, mas o que fizemos do que fizeram de nós.' SARTRE

BOBINAS DE GRADIENTE DE CAMPO MAGNETICO.

Neste capítulo, será discutida sucintamente a construção do sistema de bobinas de gradiente de campo magnético nas três direções ortogonais x, y, z . A geometria de bobinas escolhida é adequada para um ímã de de peças polares separadas por um "gap" de ar. Adotar-se-á a seguinte convenção para o conjunto de eixos coordenados: eixo z : paralelo à direção do campo estático e perpendicular às peças polares do ímã; eixo y : paralelo às peças polares, horizontal; eixo x : paralelo às peças polares, vertical.

Fig. 11-1 - Orientação adotada para o sistema de gradientes de campo com respeito às peças polares do ímã.

O campo magnético dependente de posição produzido por cada uma das bobinas tem componentes nas três direções x, y, z . Como o campo estático H_0 é de magnitude muito maior que qualquer uma das componentes transversais x, y , estas tornam-se desprezíveis. Logo, leva-se em conta tão somente a componente z do campo produzido pelas bobinas de gradiente, a qual superpõe-se a H_0 , introduzindo desta maneira a dependência espacial de campo. A fig. 11-2 ilustra o campo magnético introduzido pelas bobinas de gradiente.

Fig. 11-2 - Campo magnético das bobinas de gradiente.

a. Gradiente z

O gradiente z é gerado por um sistema de MAXWELL, constituído por um par de bobinas circulares de raio R, separadas por distância 2s e percorridas por correntes de mesma magnitude, porém sentidos opostos. O campo magnético produzido ao longo do eixo das bobinas é dado por

$$\vec{H} = \hat{z} \cdot (\mu_0 \cdot I \cdot R^2 / 2) \cdot \{ [(z-s)^2 + R^2]^{-3/2} - [(z+s)^2 + R^2]^{-3/2} \} \quad (\text{II-})$$

A condição de máxima homogeneidade do gradiente é conseguida quando a separação 2s entre as espiras for igual a $\sqrt{3} \cdot R$. Os gráficos a seguir mostram a variação do campo magnético e do

gradiente com a distância ao longo do eixo das bobinas, e em relação ao plano central entre as mesmas. Os gráficos referem-se a uma separação de 10cm entre as bobinas.

Fig. 11-3 - Graficos do campo magnetico e do gradiente para um sistema de bobinas de MAXWELL de uma espira.

O sistema de MAXWELL construído consiste de um par de bobinas com 10 espiras de raio 5,75cm cada e separação 10cm, fornecendo um gradiente de magnitude 139mG/A.cm.

b. Gradiente x

Considere-se um condutor reto, perpendicular ao plano (z,x) e passando por um ponto (a,b) deste sistema de coordenadas, com comprimento bem maior que a distância $\sqrt{a^2+b^2}$ (em outras palavras, faz-se a aproximação de fio infinito). Partindo da lei de BIOT-SAVART, tem-se que a componente z do campo magnético produzido em um ponto (z,x) pelo condutor percorrido por corrente I vale

$$B_z(x,z) = (\mu_0 \cdot I / 2\pi) \cdot (b-x) / [(b-x)^2 + (a-z)^2] \quad (II-2)$$

Seguindo ZUPANCIC e PIRS (ref. g.1), expressa-se (II-2) como a parte real da função complexa

$$B_z(x,z) = (\mu_0 \cdot I / 2\pi) \cdot \text{Re}\{[(b-x) + i \cdot (a-z)]^{-1}\} \quad (II-3)$$

Seja $x+iy = \rho e^{i\phi}$ e $a+ib = r e^{i\phi}$. Desde que $\rho < r$, pode-se expandir a equação (II-3) em série

$$B_z = (\mu_0 I / 2\pi r) \cdot \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (\rho/r)^n \exp[-i(n+1)\phi] \right\} \quad (\text{II-4})$$

Esta expansão é particularmente útil para estimar as principais contribuições ao campo magnético produzido por um conjunto de condutores retos.

Aplicando o desenvolvimento em série a configuração de quatro condutores retos percorridos por correntes no mesmo sentido, conforme a fig. (ii-4), tem-se

$$B_z = (2 \mu_0 I / \pi r_1) \cdot \operatorname{Re} \left\{ (\rho/r_1) \cos(2\phi) + (\rho/r_1)^3 \cos(4\phi) + (\rho/r_1)^5 \cos(6\phi) + \dots \right\} \quad (\text{II-5})$$

Fig. 11-4 - Disposição de quatro condutores retos para a geração de um gradiente linear na direção x.

Note-se que o termo de ordem três em z/r_1 anula-se quando $\phi = (\pi/2 + n\pi)/4$, n inteiro. Dois ângulos particularmente importantes são $\phi = \pi/8$ e $\phi = 3\pi/8$. Quando $\phi = 3\pi/8$, o gradiente de campo até quarta ordem no coeficiente de expansão, fornecido pelo desenvolvimento (II-5), é expresso por

$$G_x = \partial B_z / \partial x = -(2^{1/2} \cdot \mu_0 \cdot I / \pi \cdot r_1^2) \cdot [1 - 4 \cdot (x/r_1)^4 - 5 \cdot (z/r_1)^4 + 30 \cdot (x \cdot z / r_1^2)^2] \quad (\text{II-6})$$

A configuração completa para a geração do gradiente x, com condutores de retorno, apresentada na fig. (11-5), produz um

gradiente por ampere- volta dado por

$$G_x = -(\sqrt{2} \mu_0 I / \pi) \cdot ((r_1)^2 - (r_2)^2) \quad (\text{II-7})$$

Fig. ii-5 - Disposição de um conjunto de oito condutores retos para a produção do gradiente G_x .

A fig. (ii-6) mostra um gráfico em duas dimensões do campo magnético produzido pelo conjunto de condutores com a geometria para a geração do gradiente G_x .

Fig. 11-6 - Gráfico do campo magnético produzido pelos condutores com a geometria da fig. 11-5.

O sistema montado no laboratório é constituído por um conjunto de quatro bobinas, cada uma possuindo 12 espiras, dispostas segundo a geometria da fig. 11-5, com ângulo $\phi = 3\pi/8\text{rad}$. As dimensões são $r_1 = 6,5\text{cm}$ e $r_2 = 13,0\text{cm}$. A magnitude do gradiente G_x produzido pelas quatro bobinas ligadas em série é de $12,2\text{mG/A.cm}$.

c. Gradiente y

Emprega-se a mesma geometria descrita para a produção do gradiente G_x . O valor de gradiente obtido é de $7,1\text{mG/A.cm}$.

CAPITULO III

'Sempre me pareceu que a música deveria ser só e apenas silêncio, o mistério do silêncio procurando exprimir-se... Sempre me pareceu que a música deveria ser apenas o apogeu do silêncio.' M. YOURCENAR, Alexis.

GERAÇÃO DE IMAGENS POR RETROPROJEÇÃO.

Como visto no capítulo I, a técnica de retroprojeção baseia-se na obtenção de projeções (e de projeções filtradas) da densidade de spins em direções cujas orientações relativamente ao objeto variam em ângulos igualmente espaçados. Obtém-se uma projeção em determinada orientação por transformada de FOURIER unidimensional do sinal de RMN detectado em presença de um gradiente de campo constante aplicado ao longo daquela direção. Para a reconstrução de uma imagem, o gradiente deve ser aplicado

em orientações que compreendam o intervalo angular entre 0 e π ou 0 e 2π radianos.

O capítulo encontra-se dividido nos seguintes itens:

III.1 - Descrição do equipamento de medida.

III.2 - Critérios para a digitalização dos sinais.

III.3 - Métodos para correção de fase na técnica de reconstrução por retroprojeção.

III.4 - O processo de convolução-retroprojeção.

III.5 - Interpolação de dados de um sistema polar a um cartesiano.

III.1 DESCRIÇÃO DO EQUIPAMENTO DE MEDIDA.

O sistema experimental empregado para a geração de imagens por RMN, cujo diagrama de blocos é apresentado na fig. 111-1, compõe-se basicamente dos seguintes elementos:

- a. Magneto resistivo V3400 da Varian.
- b. Sintetizador de RF modelo 1061, General Radio Co.
- c. Amplificador 3100L, EMI, Inc.
- d. Receptor de RMN pulsada sensível à fase, construído no próprio laboratório de Ressonância Magnética, por ALBERTO TANNUS.
- e. Placa de aquisição baseada no microprocessador Z80 da Zilog, construída e projetada no próprio laboratório, por ANDRÉ TORRE NETO.
- f. Microcomputador baseado no microprocessador Z80, construído pelo LIE-IFQSC.
- g. Sistema de bobinas de gradiente, construído no laboratório.
- h. Amplificador de corrente para alimentação das bobinas de gradiente, projetado e montado no laboratório.
- i. Terminal gráfico montado pelo LIE-IFQSC, com capacidade gráfica de 128 X 256 pixels e treze níveis de intensidade (Tese de Mestrado de ANTONIO RUGGIERO).
- j. Gerador de seqüências de pulsos, montado no LIE-IFQSC (Tese de Mestrado de MARIA STELA VELUDO DE PAIVA).
- k. Computador VAX 11-780 para o processamento dos sinais adquiridos e reconstrução das imagens.

Fig. iii-1 - Diagrama de blocos do equipamento empregado para a geração de imagens por RMN.

Os dados são coletados por uma placa baseada no microprocessador Z80, possuindo um conversor analógico-digital que trabalha com palavras de 12 bits. A placa, que tem 64k de memória de aquisição e 1k de memória de "display", realiza aquisição com um tempo por amostragem mínimo de 40 μ s, e faz média de sinais por acumulação. Seu alcance encontra-se no intervalo entre $\pm 5V$, o "delay" sendo programável a partir de um "trigger" de entrada. O "software" da placa está escrito em assembler.

O microcomputador baseado no microprocessador Z80 lê os dados da placa de aquisição, realiza transformada de FOURIER unidimensional para possibilitar a obtenção de uma projeção (mostrada na tela de um osciloscópio), armazena os sinais adquiridos em diskette e controla os gradientes, a partir de um evento externo que gera interrupção. Seu "software" foi escrito em Assembler e Fortran, por MATEUS JOSE MARTINS.

Todo o processamento envolvido na reconstrução de uma imagem é realizado num computador VAX 11/780, e a imagem apresentada num terminal gráfico de 128X256 "pixels". A um "pixel" da imagem estão associados treze níveis de intensidade (um preto e 12 cinzas), resultantes da combinação, por aproximação de meio-ton, de intensidades de quatro pontos vizinhos, cada um dos quais pode codificar quatro níveis. Em uma imagem de densidade de spins, os "pixels" mais intensos correspondem, na amostra, às regiões de maior densidade. O nível preto representa ausência de spins. A arquitetura do terminal gráfico compreende dois bancos de memória, de modo que a distribuição de intensidades de uma imagem é codificada em dois planos. A transmissão da imagem, em dois planos consecutivos, é realizada de forma serial, a uma

velocidade de 4800 bauds.

Alguns dos programas que realizam o processamento de dados e as simulações de experimentos são apresentados no apêndice AII. Todos eles são escritos em linguagem Fortran 77 do Vax, e compreendem desde a simulação de sinais de RMN gerados por objetos de geometria relativamente simples à reconstrução de imagens por meio de diferentes técnicas (convolução-retroprojeção, interpolação, transformada de FOURIER uni- e multidimensional).

III.2 CRITERIOS PARA A DIGITALIZACAO DOS SINAIS.

A taxa com que os sinais de RMN são digitalizados deve obedecer o critério de NYQUIST, para que não ocorra o fenômeno de "aliasing", que consiste no aparecimento de informação de alta frequência em regiões do espectro correspondentes a baixas frequências e vice-versa. Para melhor entender o critério de escolha da taxa de digitalização, considere-se um objeto de dimensão linear máxima L_{max} posicionado em um campo magnético ao

qual é superposto um gradiente G. As frequências de precessão dos spins componentes da amostra encontram-se no intervalo $-w_{max} + w_0 < w < w_{max} + w_0$, onde

$$w_{max} = \frac{\hbar}{2} \cdot G \cdot L_{max} \quad (III-1)$$

ou seja, cobrem o intervalo

$$w = 2 \cdot w_{max} = \hbar \cdot G \cdot L_{max} \quad (III-2)$$

Pelo critério de NYQUIST, para que todas as componentes de frequência do intervalo Δw possam ser representadas, a taxa de amostragem deve ser pelo menos o dobro da máxima frequência que compõe o sinal

$$\begin{aligned} f_{samp} &> 2 \cdot f_{max} = 2 \cdot (w_{max} / 2\pi) \\ f_{samp} &> \frac{\hbar \cdot G \cdot L_{max}}{2\pi} \end{aligned} \quad (III-3)$$

Se a desigualdade (III-3) não for obedecida, ocorre "aliasing".

Por outro lado, a escolha da magnitude do gradiente é determinada pela homogeneidade do campo estático e pela resolução de imagem desejada. Suponha-se A e B dois pontos da amostra separados por δx , mínima distância, paralela à direção de aplicação do gradiente, capaz de ser resolvida na imagem com a dada magnitude de G. Em outras palavras, se δx constituir a resolução de imagem desejada, é preciso que a diferença na frequência de precessão introduzida pelo gradiente G entre os pontos A e B seja maior que a diferença de frequência provocada pela inhomogeneidade média $\Delta \bar{B}_0$ do campo estático (na prática, a inhomogeneidade média é definida em uma região volumétrica).

$$\delta \omega = f(x+\delta x) - f(x) = \gamma \cdot G \cdot \delta x > \gamma \cdot \Delta \bar{B}_0 \quad (\text{III-4})$$

Logo, a magnitude do gradiente deve satisfazer

$$G > (\Delta \bar{B}_0 / \delta x) \quad (\text{III-5})$$

No domínio temporal, seja ΔT o intervalo total de amostragem do sinal, realizada em tempos iguais δT . Como mostra a fig. iii-2, ΔT e δT estão inversamente relacionados com $\delta \omega$ e $\Delta \omega$, respectivamente. $\delta \omega$ é a componente de mais baixa frequência do sinal, determinando a resolução da imagem, e $\Delta \omega$ constitui o intervalo no qual encontram-se as componentes de frequência do sinal digitalizado.

Fig. iii-2 - Figuras mostrando a relação entre as taxas de amostragem nos domínios de tempo (a) e de frequência (b).

$$\Delta T > 2\pi/\delta \omega \quad (III-6)$$

$$\delta T < 2\pi/\Delta \omega \quad (III-7)$$

O número N de pontos digitalizados em um sinal, dado pelo quociente $\Delta T / \delta T$, vale, portanto,

$$N = \Delta T / \delta T = 2\pi \cdot f \cdot G \cdot L_{\max} / (2\pi \cdot f \cdot G \cdot \delta x) = L_{\max} / \delta x \quad (\text{III-8})$$

Ou seja, se $L_{\max}$ e δx forem respectivamente a maior dimensão linear do objeto e a resolução de imagem desejada, o número de pontos em que o sinal deve ser digitalizado corresponde ao número de "pixels" ao longo do comprimento $L_{\max}$.

No domínio de frequência, o número de pontos em que uma projeção é amostrada é dado por

$$N = \Delta w / \delta w = f \cdot G \cdot L_{\max} / f \cdot G \cdot \delta x = L_{\max} / \delta x \quad (\text{III-9})$$

que deve coincidir com o número de pontos em que o sinal temporal é digitalizado, pois tempo e frequência são variáveis conjugadas, relacionadas por transformada de FOURIER.

O esquema (fig. iii-3) mostra a relação entre os parâmetros que envolvem a amostragem de um sinal de RMN correspondente a um objeto de dimensão linear máxima $L_{\max}$, levando-se em conta a inhomogeneidade média do campo estático e a resolução desejada na imagem final.

Fig. iii-3 - Esquema mostrando a relação entre os parâmetros que envolvem a amostragem de um sinal, para um objeto de comprimento L_{max} .

O fenômeno de "aliasing" decorre da digitalização do sinal registrado. A amostragem de uma função contínua $f(x)$ em pontos igualmente espaçados x_k pode ser vista como a multiplicação de $f(x)$ por uma soma de deltas de DIRAC, cada uma das quais posicionada num ponto x_k

$$f(x) = f(x) \cdot \sum_k \delta(x - x_k)$$

(III-1)

A função $f(x)$ só possui valores diferentes de zero nos pontos x_k . A transformada de FOURIER de $f(x)$ corresponde, pelo teorema da convolução, à convolução entre g e h , respectivamente as transformadas de $f(x)$ e do conjunto de funções deltas. Esta última fornece, no espaço recíproco, outro conjunto de deltas com o inverso da separação entre as deltas no espaço direto (x). A convolução entre a função g e uma soma de deltas h resulta, por sua vez, na função g distribuída em cada um dos pontos de h onde existe uma delta, conforme fig. iii-4b. Portanto, o fato de discretizar-se uma função faz com que a sua transformada de FOURIER seja uma função periódica, com um período igual ao inverso da separação entre os pontos amostrados. O "aliasing", visto na fig. iii-4c, aparece quando a separação entre os pontos amostrados da função no espaço direto não for suficientemente pequena, fazendo com que as informações contidas em deltas vizinhas no espaço recíproco fiquem superpostas. O efeito resultante é a indistingüibilidade entre a informação existente em componentes de alta frequência da função distribuída em uma das deltas com a de baixa frequência da função distribuída na delta seguinte.

Fig. iii-4 - Efeito da discretização de uma função sobre a sua transformada de FOURIER.

No caso particular da técnica de reconstrução a partir de projeções, deve-se considerar também o número de orientações angulares a ser tomado para a geração da imagem. Este número é dependente da simetria da amostra, mas de uma forma geral, para reconstruir um objeto de diâmetro máximo D com uma resolução d , pode-se mostrar que o número mínimo m de projeções a tomar no intervalo angular entre 0 e π corresponde a (ref. c.17)

$$m = \pi.D/d \quad (III-11)$$

A fig. iii-5 mostra o efeito de reduzir-se o número de projeções em uma imagem reconstruída por retroprojeção. O objeto simulado, com um diâmetro máximo de 1,0cm, pode ter sua forma reconhecida com um número de projeções de até 10. Observe-se que a simetria da amostra permite a obtenção da imagem mesmo com um número pequeno de projeções.

Fig. iii-5 - Imagem reconstruída com diferentes números de projeções.

III.3 'METODOS PARA CORRECAO DE FASE NA' TECNICA DE RECONSTRUCAO POR RETROPROJECAO.

Mostrou-se no capítulo II que a parte real da transformada de FOURIER de um sinal de decaimento de indução livre (FID) coletado em presença de um gradiente constante é proporcional a projeção da densidade de magnetização ao longo de G. Esta propriedade é válida quando a fase inicial do sinal for nula, pois neste caso, as partes real e imaginária da transformada correspondem, respectivamente, às componentes de absorção e dispersão do sistema de spins. Possuindo o sinal uma fase inicial não nula, estas componentes misturam-se nas partes real e imaginária da transformada, sendo necessário efetuar uma correção de fase para obter os espectros de absorção e dispersão, que se relacionam por meio das integrais de KRAMERS-KRONIG (ref. a.1). No método de convolução-retroprojeção, é preciso ter-se o espectro de absorção bem definido, pois a formação de uma imagem baseia-se na reconstrução a partir de projeções angulares da distribuição de magnetização.

A existência de uma fase inicial está ligada ao fato de o primeiro ponto do sinal digitalizado não corresponder em geral à origem dos tempos, tanto pela duração finita do pulso (o instante $t=0$ pode encontrar-se no meio do pulso de radiofrequência) quanto pelo tempo morto do receptor (refs. a.2 e b.8). Flutuações de campo de longo termo (que ocorrem em tempos mais longos que T_2) introduzem igualmente um fator de fase. Neste caso, a transformada de FOURIER de um FID fornece

$$\mathcal{F}(F(t)) = (P(w) + i.Q(w)).\exp(i.\beta)$$

(III-12)

onde $P(w)$ e $Q(w)$ representam, respectivamente, os espectros de absorção e dispersão e β é um fator de fase introduzido no FID.

Para a correção de fase dos FID's estabeleceu-se uma rotina no próprio software que realiza as transformadas de FOURIER, calculando o fator de fase a partir das amplitudes do primeiro ponto digitalizado das componentes em fase e quadratura dos sinais detectados (vide subrotina Refourier, no apêndice AII). Este cálculo é feito com base na aproximação de que a variação da amplitude do sinal nos primeiros pontos digitalizados possa ser aproximada por uma função harmônica, desde que o número de pontos digitalizados seja redundante, isto é, maior que o mínimo determinado pelo critério de NYQUIST. Cada projeção é obtida tomando-se a parte real do produto entre a transformada do FID e o termo correspondente $\exp(-i.\beta)$, o qual pode variar de sinal para sinal.

O procedimento de correção de fase não se faz mais necessário quando são registrados, para cada orientação do gradiente de campo, ecos de spins ao invés de FID's. A transformada de FOURIER das componentes em fase e quadratura de um eco fornece

$$\mathcal{F}(E(t)) = P(w).\exp(i.\beta')$$

(III-1)

A projeção $P(w)$ é uma função real e positiva, pois representa a densidade de magnetização integrada ao longo de linhas perpendiculares à direção do gradiente G . Portanto, o módulo da transformada de FOURIER do eco fornece diretamente a função $P(w)$

$$|\mathcal{F}(S_e(t))| = |P(w)| = P(w) \quad (\text{III-14})$$

Se a flutuação de campo principal for de curto termo, os procedimentos de correção de fase mencionados deixam de ser válidos, pois introduz-se um fator de fase que varia durante a leitura do sinal. Para proceder-se a correção de fase neste caso, é preciso que o comportamento da flutuação no tempo seja perfeitamente conhecido.

III.4 O PROCESSO DE CONVOLUCAO-RETROPROJECÃO.

Foi mostrado anteriormente que uma projeção filtrada $Q_\phi(r)$ pode ser obtida de duas maneiras: transformando-se por FOURIER o produto resultante entre o sinal $S_\phi(t)$ e a função $|t|$, ou convoluindo-se a projeção $P_\phi(r)$ com o núcleo Ψ (vide eq. (I-14)). A imagem é gerada retroprojetando-se um conjunto de projeções filtradas no intervalo angular 0 a π ou 0 a 2π , de acordo com o intervalo em que os sinais de RMN são coletados. Discutir-se-á nesta secção o processo de reconstrução por convolução- retroprojeção, empregando a função de SHEPP-LOGAN.

A transformada de FOURIER do núcleo Ψ aproxima a função $|t|$ num intervalo $|t| < t_m$. Considere-se, portanto, $|t|$ limitada ao intervalo $|t| < t_m$, fornecendo como transformada

$$\tilde{c}(w) = t_m^2 \cdot \{ 2 \cdot \text{sen}(2\pi \cdot t_m \cdot w) / (2\pi \cdot t_m \cdot w) - [\text{sen}(\pi \cdot t_m \cdot w) / (\pi \cdot t_m \cdot w)] \} \quad (\text{III-15})$$

Estas funções encontram-se representadas na fig. iii-6

Fig. III-6 - Gráfico das funções $|t|$ (a), para $|t| < t_m$, e de sua transformada de FOURIER (b).

A discretização de $\tilde{C}(w)$, tomando-se em particular $t_m = 0,5a$ e $w = k/a$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$, leva a obtenção da função núcleo proposta por RAMACHANDRAN e LAKSHMINARAYANAN, cuja expressão é

$$\Psi(k) = \begin{cases} a^2/4 & k = 0 \\ -a^2/\pi^2 k^2 & k \text{ ímpar} \\ 0 & k \text{ par} \end{cases} \quad (\text{III-16})$$

Outros núcleos e a maneira de obtê-los discutem-se no apêndice AV. Neste trabalho, a função núcleo mais empregada para a reconstrução por convolução-retroprojeção é a de SHEPP-LOGAN,

$$\Psi(k) = -2a^2 / \pi^2(4k^2-1) \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (\text{III-17})$$

A geração de uma imagem por convolução-retroprojeção a partir de dados discretos pode ser representada na forma

$$F_y(x_m, y_n) = \sum_j \sum_k P(w_k, \theta_j) \cdot \Psi(x_m \cdot \cos \theta_j + y_n \cdot \sin \theta_j - w_k) \quad (\text{III-18})$$

onde: $F_y(x_m, y_n)$ é a imagem determinada em pontos (x_m, y_n) de um reticulado cartesiano, $P(w_k, \theta_j)$ é o k -ésimo valor da projeção no ângulo θ_j , e $\Psi(w)$ é a função núcleo, calculada em pontos $x_m \cdot \cos \theta_j + y_n \cdot \sin \theta_j - w_k$ ao longo da direção de aplicação do gradiente. A expressão (III-18) implica a realização de uma interpolação de dados de um reticulado polar para um cartesiano, efetuada após a convolução e retroprojeção.

O programa que efetua a convolução, retroprojeção e interpolação, obtido do artigo de SHEPP-LOGAN, é fornecido no apêndice AII (vide programa Nconv). Seu funcionamento tem o seguinte fluxo: para cada projeção angular (que constitui a

entrada do programa), obtém-se, por convolução com a função núcleo de SHEPP-LOGAN, a correspondente projeção filtrada. Realiza-se em seguida a retroprojeção, que é, em cada ponto da imagem, o resultado da soma de contribuições provenientes de raios perpendiculares a cada ponto da projeção filtrada, que se estendem ao longo de todo o plano de reconstrução e cujas magnitudes são equivalentes às amplitudes nos correspondentes pontos da projeção filtrada. Dada uma projeção filtrada, o programa de SHEPP-LOGAN determina para todo ponto do sistema cartesiano que compõe o plano da imagem, quais os dois raios perpendiculares à direção da projeção que geometricamente encontram-se mais próximos a ele (fig. iii-7). A contribuição desta projeção a cada ponto do plano da imagem é constituída então pela média ponderada pelo inverso da distância das magnitudes representadas nos dois raios mais próximos ao ponto, isto é, realiza-se uma interpolação linear. O processo é repetido para todas as projeções filtradas, e as contribuições de cada uma delas aos pontos do plano da imagem são somadas. Note-se que com este procedimento, interpolação e retroprojeção são realizadas simultaneamente.

Fig. iii-7 - As contribuições de uma projeção filtrada são linearmente interpoladas aos pontos do plano da imagem.

O programa original contido no artigo de SHEPP-LOGAN foi estendido para possibilitar a obtenção de um histograma da distribuição de intensidades (divididas em 256 níveis) na imagem final. Introduziu-se também uma janela que permite seleccionar, dentre os níveis de intensidade normalizados à unidade, o limite inferior. Determinado esse limite, o intervalo escolhido é

renormalizado à unidade, de modo que o número de níveis apresentado pela imagem no terminal gráfico seja igual a 13.

Uma das características da técnica de retroprojeção é a existência de um centro de rotação, resultante da mudança da orientação angular relativa entre gradiente e objeto em torno deste centro. O centro de rotação, que em geral não coincide com o centro geométrico da amostra, corresponde ao ponto no qual o valor do campo magnético produzido pelo gradiente é nulo, devendo ele manter-se invariante qualquer que seja a orientação de G. Este fato reflete-se na existência de uma frequência, tomada como origem comum a todas as projeções angulares calculadas por transformada de FOURIER dos sinais de RMN. No sistema experimental, a origem é automaticamente determinada quando o sinal de RMN encontrar-se em ressonância na ausência de gradientes, pois neste caso, a transformada do sinal fornece uma distribuição centrada na frequência zero. A retroprojeção é realizada baseando-se na existência desta origem comum.

As figuras iii-8 foram geradas a partir de dados experimentais colhidos no espectrômetro. A imagem do quiabo foi gerada a partir de 18 FID's registrados no intervalo angular de 0 a π rad. O número de pontos usado na reconstrução é 101, para um gradiente aplicado de 0,4G/cm. O diâmetro médio do quiabo é de 15mm. A frequência de ressonância do sistema corresponde a 7,5MHz. As demais imagens foram reconstruídas a partir de ecos codificados no intervalo angular de 0 a π , com um número de projeções igual a 120. Para estas imagens, o gradiente de leitura vale 0,83G/cm, e a frequência de ressonância encontra-se em torno de 10MHz. A resolução da imagem corresponde ao

quociente entre a dimensão linear do objeto dividido pelo número de pontos empregados na reconstrução (relação (III-8)).

Fig. iii-8a.

Número de projeções: 18
Intervalo angular: 0 a π rad.
Número de pontos por projeção: 101
Gradiente: 0,4G/cm.

Fig. iii-8b.

Número de projeções: 120
Intervalo angular: 0 a π rad.
Número de pontos por projeção: 256
Gradiente: 0,83G/cm.

Esc.

Fig. iii-8c.

Número de projeções: 120
Intervalo angular: 0 a π rad.
Número de pontos por projeção: 256
Gradiente: 0,83G/cm.

14mm

Fig. iii-8d.

Número de projeções: 120
Intervalo angular: 0 a π rad.
Número de pontos por projeção: 256
Gradiente: 0,83G/cm.

$\frac{1}{2} \pi$

$\frac{1}{2} \pi$

Fig. iii-8e.

Número de projeções: 120
Intervalo angular: 0 a π rad.
Número de pontos por projeção: 256
Gradiente: 0,83G/cm.

A fig. iii-8f mostra os 'phantons' correspondentes às imagens iii-9d e iii-9e.

Fig. iii-8f - 'Phantons'

III.5 INTERPOLAÇÃO DE DADOS DE UM SISTEMA POLAR A UM CARTESIANO.

Uma terceira possibilidade para a reconstrução de uma imagem a partir de sinais de RMN coletados em presença de um gradiente de campo magnético cuja orientação relativamente à amostra varia em ângulos igualmente espaçados, consiste em interpolar a um reticulado cartesiano o conjunto de sinais descritos em um sistema polar de coordenadas, e em seguida aplicar uma transformada dupla de FOURIER, que fornece a imagem sem a necessidade da introdução de funções de filtro. Note-se que neste caso a interpolação é realizada previamente à transformada, pois esta é aplicada por meio de um algoritmo de transformada rápida, o qual exige que os valores da função sejam conhecidos em pontos igualmente espaçados.

Para tornar o processo de interpolação factível, é preciso que o maior raio representado no sistema polar seja finito, isto é, que apenas uma porção do plano de FOURIER esteja diretamente amostrado. Em consequência, a função $f(x,y)$ a ser interpolada deve ter uma banda limitada a um raio máximo no sistema polar de coordenadas em que estiver definida.

Ao executar a interpolação, considere-se um processo simples de interpolação polinomial: a aproximação linear. Esta consiste em atribuir a cada ponto do sistema cartesiano uma média ponderada sobre os valores da função nos quatro vizinhos mais

próximos do sistema polar, o fator de peso sendo inversamente proporcional à distância euclidiana entre cada um dos pontos da amostragem polar relativamente ao ponto no sistema cartesiano. Em particular, o valor da função interpolada no ponto cartesiano c indicado na fig. iii-9 é dado por

$$f(c) = [f(P_1)/d_1 + f(P_2)/d_2 + f(P_3)/d_3 + f(P_4)/d_4] / [1/d_1 + 1/d_2 + 1/d_3 + 1/d_4] \quad (\text{III})$$

Fig. iii-9 - Parâmetros que definem a interpolação linear.

O programa que realiza interpolação linear é fornecido no apêndice AII (programa Interpol).

As figuras iii-10 mostram o efeito da escolha do espaçamento entre os pontos amostrados sobre a precisão da interpolação. A interpolação é realizada sobre sinais de decaimento de indução livre simulados para uma distribuição homogênea de spins sob a forma de um 'E'. A magnitude do gradiente é de 0,1G/cm, aplicado durante 16ms, e o número de FID's simulados é 160 (fig. iii-10a), 80 (fig. iii-10b), 40 (fig. iii-10c) e 30 (fig. iii-10d). Os sinais são gerados de modo que a frequência zero encontre-se no canto inferior esquerdo do 'E'. As figuras apresentam as imagens finais, mostradas sob a forma de superposição de caracteres em uma impressora de linha, obtidas por transformada dupla de FOURIER do conjunto de sinais interpolados. Note-se que a reconstrução não é homogênea, sendo melhor para pontos de frequências altas (correspondendo, portanto, a tempos curtos), e piora à medida que se aproximam do zero de frequência (equivalendo a tempos longos). Este fato é característico de uma amostragem num sistema polar de coordenadas, no qual os pontos não são igualmente espaçados, e a distância entre eles aumenta à medida que se afastam da origem. Consequentemente, o processo de interpolação torna-se menos acurado à medida que os pontos distanciam-se da origem temporal. A qualidade da imagem está muito comprometida nos pontos de baixa frequência, pois o algoritmo de transformada de FOURIER empregado para reconstruí-la a partir dos dados interpolados é muito sensível a erros introduzidos nos dados de entrada. Na reconstrução por retroprojeção, a redução do número de projeções afeta a imagem como um todo (comparem-se as figs. iii-5 e iii-10).

a) $N_p = 160$
 $0 - 2\pi$

b) $N_p = 80$
 $0 - 2\pi$

c) $N_p = 40$
 $0 - 2\pi$

$$d) \quad H_p = \overline{H}$$

$$0 \rightarrow \mathbb{H}$$

Fig. iii-10 - Imagens reconstruídas a partir de sinais simulados em um sistema polar de coordenadas e interpolados a um reticulado cartesiano.

Um outro procedimento de interpolação consiste em amostrar os dados num sistema de quadrados concêntricos. Neste caso, ao invés de uma interpolação bidimensional, realiza-se um total de $n.m$ interpolações unidimensionais, onde n, m é a dimensão do

reticulado cartesiano. Ao longo de uma dada orientação, a amostragem é feita em pontos não igualmente espaçados.

Fig. iii-11 - Amostragem de uma função em um sistema de quadrados concêntricos.

CAPITULO IV

'Outras vezes ouço passar o vento, e acho que só para ouvi-lo passar o vento vale a pena ter nascido.' Poemas Inconjuntos, F. PESSOA.

METODO DA TRANSFORMADA DIRETA DE FOURIER EM DUAS DIMENSOES.

A geração de imagens pelo método da transformada direta baseia-se na aplicação de gradientes de campo magnético pulsados ao longo de três direções ortogonais entre si. Um dos gradientes (considere-se paralelo à direção z do campo estático) tem por função realizar a seleção de uma fatia tomográfica no objeto em estudo, enquanto os gradientes transversais G_y e G_x codificam espacialmente a fase e as componentes de frequência dos sinais temporais detectados, respectivamente. Para cada fatia

selecionada, o conjunto de sinais codificados em fase e frequência constitui uma função bidimensional $S(G_y, t)$ das coordenadas cartesianas gradiente de codificação de fase G_y (pseudo-tempo) e tempo t , cuja transformada de FOURIER bidimensional fornece a distribuição de magnetização na fatia tomográfica.

A fig. iv-1 apresenta a sequência completa de pulsos de RF e de gradientes necessários para a realização de uma imagem tomográfica empregando o método da transformada direta. A sequência é repetida para diferentes magnitudes do gradiente de codificação de fase G_y , as quais são incrementadas de um mesmo valor a cada nova repetição, mantendo-se constante o gradiente de codificação de frequências.

Fig. iv-1 - Sequência de pulsos de RF e de gradientes de campo empregada no método da transf. direta.

A sequência apresentada permite que a função sinal seja amostrada em quatro quadrantes no espaço de sinais, ou seja, para tempos e pseudo-tempos positivos e negativos (vide apêndice AI, fig. ai-2). Neste caso, o módulo da transformada de FOURIER bidimensional da função sinal $S(G_y, t)$ fornece a distribuição de magnetização na fatia selecionada, sem a necessidade de efetuar correção de fase nos sinais. Como visto no capítulo II, a seleção de uma fatia tomográfica é realizada por aplicação de um pulso seletivo de RF, em presença de um gradiente G_z , perpendicular a fatia. O pulso π não-seletivo, aplicado conjuntamente com um gradiente G_z , refasa as componentes de magnetização contidas no plano tomográfico, que foram defasadas pelo gradiente de seleção durante a aplicação do pulso $\pi/2$. Como resultado da aplicação da sequência de pulsos $\pi/2-\pi$, um eco é formado em $t=2\tau$ desde que o gradiente de codificação de frequências G_x esteja também presente no intervalo entre os pulsos $\pi/2$ e π (fig. ai-2).

A codificação de sinais, tanto em fase como em frequência, deve obedecer o critério de NYQUIST. Para que não ocorra 'aliasing', é preciso que a diferença de fase introduzida pelos gradientes entre dois pontos vizinhos no domínio do sinal, não ultrapasse 2π . Para a codificação de fase, esta condição implica

$$\delta\omega_{\max} \cdot \tau < 2\pi$$

(IV)

onde t_y é o tempo de aplicação do gradiente G_y , e $\delta\omega_{\max}$ é a diferença máxima de frequência entre dois pontos vizinhos, introduzida pelo gradiente. Se $G_{y\max}$ e N constituírem respectivamente a magnitude máxima do gradiente e o número de pontos ao longo da direção y (igual, portanto, ao número de sinais codificados), tem-se, para uma amostra de comprimento L ao longo da direção y

$$\delta\omega_{\max} = \gamma \cdot G_{y\max} \cdot L / N \quad (\text{IV-2})$$

e conseqüentemente,

$$\gamma \cdot G_{y\max} \cdot L \cdot t_y / N < 2\pi \quad (\text{IV-3})$$

O critério de NYQUIST para o gradiente de codificação de frequências é discutido em detalhes no capítulo III.

Sinais correspondendo a uma distribuição quadrada e homogênea de spins, codificados espacialmente em fase e frequência, são mostrados nas figs. iv-2. A função resultante $S(G_y, t)$ constitui a fig. (iv-3). As arestas da amostra são de 1cm, o gradiente de codificação de fase tem por magnitude máxima 0,6G/cm, e o de leitura, 0,1G/cm.

Figs. iv-2 - Sinais codificados em fase e frequência.

Fig. iv-3 - Função sinal.

Experimentalmente, geram-se imagens com a técnica da transformada direta sem o processo de seleção de planos, empregando como amostras objetos cuja distribuição de massa seja função bidimensional de posição. Neste caso, o primeiro pulso de $\pi/2$ na fig. iv-1 é substituído por um pulso não-seletivo, e o gradiente de seleção é retirado da sequência. As bobinas do gradiente de codificação de fase são alimentadas por um "driver" de corrente, que pode manejar pulsos de corrente de amplitude máxima de 25A e com um "duty cycle" de 20%. O projeto do "driver", apresentado na fig. iv-4, foi realizado por ANDRE TORRE NETO e JOAO GOMES DA SILVA.

Fig. iv-4 - Projeto do "driver" de corrente que alimenta as bobinas de gradiente.

As figs. iv-5 referem-se a um tubo de diâmetro 2,5cm contendo óleo mineral. A fig. iv-5a constitui o módulo da função sinal, resultante de ecos codificados em fase por 64 valores distintos de gradiente, 31 dos quais negativos, um nulo e 32 positivos. Cada sinal é amostrado em 256 pontos. O valor máximo de gradiente de codificação de fase é 0,14G/cm, enquanto o gradiente de leitura, aplicado durante todo o tempo do experimento, vale 0,5G/cm. A imagem, apresentada na fig. iv-5b, foi reconstruída a partir do módulo da transformada de FOURIER da função sinal.

Fig. iv-5a - Módulo da função sinal.

Fig. iv-5b - Imagem gerada a partir da função
sinal da fig. iv-5a.

A imagem da fig. iv-6 foi reconstruída a partir de 64 sinais codificados em fase, cada um dos quais digitalizado em 256 pontos. A amostra é a mesma que a apresentada em uma das imagens reconstruídas pelo método de retroprojeção. A magnitude máxima do gradiente de codificação de fase é de $0,18\text{G/cm}$, enquanto o gradiente de leitura é de $0,83\text{G/cm}$.

Fig. iv-6 - Imagem gerada com o método da transformada direta.

A reconstrução de uma imagem pelo método da transformada direta envolve a aplicação do algoritmo de transformada rápida, exigindo que os pontos da função sinal estejam igualmente espaçados entre si (ref. f.2). Isto significa que de uma sequência de repetição para a seguinte, o incremento na fase codificada deve ser constante. Na fig. iv-7 mostra-se, em imagens reconstruídas por transformada direta, o efeito ao longo da direção y , causado por flutuações aleatórias na fase codificada, introduzidas por instabilidades nos "drivers" de corrente. As imagens são simuladas, e referem-se a flutuações de até $1,6\text{rad}$ no valor da fase codificada. Os sinais são codificados em fase por 64 valores distintos de gradiente (31 negativos, um nulo e 32 positivos), e amostrados em 64 pontos.

Fig. iv-7 - Efeito de flutuações na fase codificada, em imagens reconstruídas por transformada direta.

A amplitude da flutuação é incrementada de $0,2\text{rad}$ de uma figura para a seguinte. A fig. iv-8 refere-se a uma flutuação de $1,2\text{rad}$ na amplitude da fase.

Fig. 1v-8 - Flutuação de 1,2rad na fase codificada.

CAPITULO V

'Pois a beleza dessa significação é uma verdade da qual o individuo é portador e símbolo, e não autor.' M. PROUST

GERAÇÃO DE IMAGENS DE CONTRASTE PELOS TEMPOS DE RELAXAÇÃO T1,T2.

A formação de imagens por ressonância magnética nuclear é um processo que envolve múltiplos parâmetros, dos quais ao menos três devem ser considerados para a interpretação das mesmas: a densidade de prótons ρ , o tempo de relaxação spin-rede T1, e o tempo de relaxação spin-spin T2. A forma como uma imagem é afetada por cada um desses parâmetros depende fundamentalmente da particular sequência de pulsos de radiofrequência empregada para gerá-la. Deve-se salientar, contudo, que não há imagens puras de ρ , T1 ou T2. Os sinais de RMN registrados são, de fato, uma medida da relaxação de um sistema de spins nucleares, e as diferentes intensidades apresentadas nas imagens a partir deles

reconstruídas refletem a distribuição espacial de ρ , T_1 e T_2 em uma particular região de amostra.

Para as seqüências usualmente empregadas, consistindo de pulsos de RF de $\pi/2$ e π , uma descrição dos intervalos de tempo entre pulsos é suficiente para caracterizar a sensibilidade a contraste por elas introduzida. A nomenclatura sugerida pelo Colégio Americano de Radiologia baseia-se no fato de que apenas três tempos determinam o contraste em imagens: o tempo de eco t_e , o tempo de inversão t_i e o tempo de repetição t_r .

Fig. v-1 - Nomenclatura para os intervalos entre pulsos.

No apêndice AIII expõe-se o formalismo matemático empregado na descrição da resposta da magnetização a seqüências de pulsos de RF e de gradientes de campo utilizados na geração de imagens (ref. b.2). Esse formalismo baseia-se em matrizes de rotação cujos elementos, derivados de uma solução matricial das equações fenomenológicas de BLOCH (ref. a.1), contêm informações sobre duração, amplitude e instante de ocorrência dos pulsos de RF e de gradientes, e sobre a distribuição dos tempos de relaxação na amostra. Esse formalismo é particularmente útil na determinação da dependência das intensidades de uma imagem com os parâmetros da seqüência utilizada para gerá-la (vide apêndice AIV e ref. d.3).

As seqüências de pulsos empregadas para a formação de imagens que apresentem contraste por T1 e T2 são, basicamente:

V.1 SATURAÇÃO-RECUPERAÇÃO OU SEQUENCIA REPETIDA DE FID'S

Possibilitando a geração de imagens de contraste por T1, compõe-se de pulsos $\pi/2$ separados por um tempo de repetição tr. O sinal de decaimento de indução livre é registrado após o pulso de radiofrequência, em presença de um gradiente de leitura.

Fig. v-2 - Saturação-recuperação.

Se o intervalo t_R entre pulsos for suficientemente longo para que todas as componentes de magnetização da amostra retornem a distribuição de equilíbrio, então o sinal registrado reflete principalmente a densidade de núcleos participantes. Por outro lado, t_R sendo da ordem ou menor que o tempo médio de relaxação T_1 na amostra, a magnetização longitudinal relaxa apenas parcialmente durante o intervalo de repetição, reduzindo-se a amplitude máxima do sinal induzido. Por consequência, as regiões com T_1 mais longo emitem sinais de pequena amplitude, resultando em áreas de menor intensidade na imagem reconstruída que as correspondentes a regiões de T_1 curto.

Para a sequência de saturação-recuperação, a intensidade de um "pixel" de imagem é dada por (apêndice AIV)

$$N \propto \rho \cdot [1 - \exp(-tr/T1)] \quad (V-1)$$

Mostram-se na fig. v-3 curvas de intensidades de imagens geradas para diversos valores de tr, calculadas empregando a expressão (V-1), e correspondendo a três tecidos distintos: as matérias branca e cinzenta do cérebro, e o fluido cerebrospinal. Esses tecidos possuem aproximadamente a mesma densidade de água, mas diferentes tempos de relaxação T1, T2, devido a diferenças nas quantidades de água livre (não ligada a macromoléculas) em cada um dos tecidos. Os valores dos tempos de relaxação desses tecidos são, tomados num campo de 0,3T (ref. d.4):

TABELA I

Tecido	T1(ms)	T2(ms)
1) fluido cerebrospinal	1155±15	145±11
2) matéria branca	380±15	80±11
3) matéria cinzenta	600±15	100±11

Fig. v-3 - Curvas de intensidades de imagens obtidas por saturação-recuperação.

V.2 INVERSAO-RECUPERACAO

Esta sequência, composta de um pulso π seguido de um pulso $\pi/2$, permite a obtenção de imagens de densidade de prótons contrastadas por T1 (fig. v-4). Durante o período de leitura, a forma com que o sinal é codificado depende da particular técnica

de imagem utilizada, podendo ser, entre outras, retroprojeção ou método da transformada direta de FOURIER.

Fig. v-4 - Sequência de inversão-recuperação.

No apêndice AIV, mostra-se que a amplitude de estado estacionário de um sinal correspondente à sequência de inversão-recuperação é proporcional a

$$S \propto M_0 \cdot [1 - 2 \cdot \exp(-t_i/T_1) + \exp(-t_r/T_1)] / [1 + \exp(-(t_r/T_1) - (t_r/T_2))] \quad (V-1)$$

Em imagens biológicas, t_r é em geral muito maior que T_2 , de modo que o produto de exponenciais no denominador de (V-2) pode ser desprezado, e a intensidade de um elemento de imagem ("pixel") dada por

$$N \propto \rho \cdot [1 - 2 \cdot \exp(-t_i/T_1) + \exp(-t_r/T_1)] \quad (V-3)$$

Considerando os mesmos tempos de relaxação contidos na tabela I, mostram-se na fig. v-5 curvas calculadas empregando a relação (V-3), correspondentes a diferentes tempos de inversão (t_i) e a um tempo de repetição (t_r) longo comparado aos T_1 's dos tecidos. Existe um valor de t_i (denotado por t_w na figura) para o qual ocorre uma mudança do contraste relativo entre os tecidos na imagem. Note-se que para $t_i < t_w$, o tecido com T_1 longo aparece mais intenso que o de T_1 curto. Esse comportamento decorre do fato de que para t_i igual ou inferior ao menor T_1 da amostra, o intervalo entre os pulsos de RF é insuficiente para que as componentes M_z das magnetizações de cada tecido tornem-se paralelas ao campo estático. Neste caso, a maior contribuição ao sinal resultante é a proveniente de tecidos com T_1 longo. Para $t_i > t_w$, o contraste relativo inverte-se, isto é, ao tecido de T_1 longo corresponde uma intensidade menor que ao de T_1 curto. Nessa condição, a separação entre os pulsos é suficiente para que as componentes M_z de magnetização correspondentes a tecidos com T_1 's curtos tornem-se paralelas ao campo estático, estas sendo justamente as componentes que dão a maior contribuição ao sinal

detectado. Para $t_s < t_i < t_w$, o comportamento é complicado pelo fato de as componentes M_z das magnetizações dos diferentes tecidos possuírem amplitudes comparáveis, porém sentidos opostos (paralelos ou antiparalelos ao campo estático). Se t_i for longo comparado ao maior T_1 da amostra, o contraste relativo diminui, pois todas as componentes têm tempo suficiente para atingirem a distribuição de equilíbrio no intervalo entre os pulsos de π e $\pi/2$.

Fig. v-5 - Contraste de T_1 por inversão-recuperação, $t_r \gg T_1$.

O comportamento das intensidades relativas pode ser mais difícil de interpretar quando t_r não for suficientemente longo comparado ao maior T_1 na amostra. Tal fato é mostrado na fig. v-6.

Fig. v-6 - Contraste de T_1 por inversão-recuperação, $t_r \approx T_1$.

O processo de reconstrução da imagem é simplificado quando os sinais adquiridos são ecos ao invés de FID's, pois como discutido no capítulo III, não se necessita neste caso realizar correções de fase nos sinais.

Fig. v-4b - Inversão-recuperação com dois pulsos π .

A introdução de um segundo pulso π após o de $\pi/2$, com o intuito de gerar um eco, faz com que um "pixel" dependa também de T_2 , por meio da relação

$$N \propto \rho \cdot \{1 - \exp(-t_i/T_1) \cdot [2 - 2 \cdot \exp(-(tr+t_i-0,5 \cdot te)/T_1) + \exp(-(tr+t_i)/T_1)]\} \cdot \exp(-te/T_2) \quad (V-)$$

As figs. v-7 mostram curvas de isointensidade para a seqüência de inversão-recuperação empregando dois pulsos π , as quais consistem de todas as possíveis combinações de T_1 e T_2 , $T_1 > T_2$, que tornem a relação (V-4) constante, dados t_i , t_e e t_r .

Fig. v-7 - Curvas de isointensidade para a seqüência de inversão-recuperação empregando dois pulsos π .

As curvas v-7, que para tempos de relaxação típicos dos tecidos humanos ($200ms < T_1 < 3500ms$ e $50ms < T_2 < 600ms$) são praticamente paralelas ao eixo de T_2 , mostram como a seqüência de inversão-recuperação é sensível a variações de T_1 , quando o tempo ao eco t_e for curto comparado ao menor T_2 da amostra. Se esta

condição não for satisfeita, isto é, T_2 for comparável aos valores de T_2 da amostra, a imagem torna-se também sensível a T_2 . Para obter informação concernente principalmente a T_1 , deve-se portanto empregar um T_2 curto. Os tempos típicos utilizados em aparelhos comerciais, ao aplicar-se essa técnica, são: $T_2=30\text{ms}$ e T_1 igual a três vezes o valor médio de T_1 , o que implica um valor mínimo de 1500ms .

Simulações numéricas de contraste por T_1 em imagens reconstruídas por retroprojeção são realizadas introduzindo-se a distribuição espacial de tempos de relaxação em cada uma das projeções de densidade de spins. A intensidade relativa dos pixels segue o modelo da expressão (V-3). Emprega-se como objeto de simulação um "phantom" composto de tubos contendo soluções de mesma densidade de spins, e com a distribuição de tempos de relaxação apresentada na tabela I. O programa escrito permite simular as imagens de contraste obtidas em experiências de inversão-recuperação, bem como de spin-eco e eco estimulado. A distribuição de intensidades é normalizada à unidade em cada imagem.

Fig. v-8 - Imagens simuladas de contraste por T1.

1.Fluido cerebrospinal; 2.Matéria cinzenta; 3.Matéria branca.

As quatro imagens correspondem aos parâmetros seguintes:

TABELA II

Imagem	$t_i(\text{ms})$	$t_r(\text{ms})$
A	100	4000
B	200	4000
C	400	4000
D	900	4000

A seqüência normalmente mais empregada para a geração de imagens de contraste é a de spin-eco, composta de um pulso $\pi/2$ seguido de um π e que permite a geração de imagens de densidade de prótons contrastadas pelos tempos de relaxação T1 e T2.

Fig. v-9 - Seqüência de spin-eco.

Do apêndice AIV, tem-se que para esta seqüência, a intensidade de um "pixel" é proporcional a

$$\rho \propto \rho \cdot \{1 - 2 \cdot \exp[-(tr - 0,5 \cdot te)/T1] + \exp(-tr/T1)\} \cdot \exp(-te/T2)$$
(V-5)

O efeito de T1 ou T2 sobre uma imagem gerada por spin-eco pode ser melhor verificado determinando-se as curvas de isointensidade a partir de (V-5). Os gráficos da fig. v-10 correspondem a um valor longo de tr, verificando-se neste caso uma grande sensibilidade a variações de T2 (para valores de T1 e T2 típicos dos tecidos humanos, as curvas são praticamente paralelas ao eixo de T1).

Fig. v-10 - Curvas de isointensidade em imagens por spin-eco, tr>>T1.

A fig. v-11 apresenta curvas de intensidade de um "pixel" como função de te , obtidas da expressão (V-5) para os tempos de relaxação dos tecidos apresentados na tabela I. As curvas mostram que, para um tempo de repetição tr suficientemente longo (maior que o mais longo $T1$ da amostra), as regiões de $T2$ curto aparecem com menor intensidade na imagem. Este comportamento reflete o decaimento da magnetização transversal.

Figs. v-11 - Intensidades de um "pixel" em função de t_e , na sequência de spin-eco.

Simulações de imagens de contraste por T2 são apresentadas tendo como "phantom" três tubos de mesma densidade protônica e contendo a distribuição de tempos de relaxação dos tecidos na tabela I. t_e e t_r têm por valores:

TABELA III

Imagem	te(ms)	tr(ms)
A	30	4000
B	60	4000
C	120	4000
D	60	500

Fig. v-12 - Imagens simuladas de contraste por T2.

1.Fluido cerebrospinal; 2.Matéria branca; 3.Matéria cinzenta.

A seqüência de spin-eco pode ser igualmente empregada para a geração de imagens contrastadas por T1. Sua sensibilidade a variações de T1 é verificada construindo-se as curvas de isointensidade para tempos de repetição mais curtos, comparáveis aos valores de T1 da amostra. As figs. v-13 mostram que para te curto comparado a T2, e tr da ordem de T1, as curvas tornam-se, na região que corresponde a valores de tempos de relaxação de tecidos humanos, praticamente paralelas ao eixo de T2. Com o intuito de gerar imagens de contraste por T1 empregando a seqüência de spin-eco, deve-se portanto tomar te curto quando comparado ao menor valor de T2 na amostra, e variar tr.

Fig. v-13 - Curvas de isointensidade na sequência de spin-eco, para t_E curto e $t_R \approx T_1$.

Em imagens de diagnóstico, empregam-se em geral os seguintes valores de parâmetros na sequência de spin-eco: a.contraste por T2 - $t_e=60\text{ms}$ ou 120ms , t_r longo (maior que 1000ms); b.contraste por T1 - t_e curto (30ms) e t_r variável ($t_r>50\text{ms}$).

V.4 ECO DE HAHN E ECO ESTIMULADO.

A sequência a ser descrita consiste de três pulsos $\pi/2$, aplicados nos instantes $t=0$, $t=\tau$ e $t=T$, e possuindo um tempo de repetição t_r . A análise, apesar de estar restrita a três pulsos $\pi/2$, pode ser generalizada a pulsos de ângulos quaisquer, menores ou iguais a $\pi/2$ (ref. e.2).

Fig. v-14 - Sequência para formação de ecos de HAHN e estimulado.

A formação de ecos de spins foi descrita pela primeira vez por HAHN em 1950, com uma sequência composta de dois pulsos $\pi/2$ separados por um intervalo τ , dando origem a um eco no instante 2τ . A sua descrição baseia-se no modelo vetorial apresentado nas figuras v-15; que mostra a geração de um eco de HAHN vista de um sistema rotante de coordenadas (ref. e.1).

Figs. v-15 - Modelo vetorial para a descrição da formação de um eco de HAHN.

No instante $t=0$, quando o campo $\vec{B}_1$ de RF é aplicado, a magnetização $\vec{M}_0$ encontra-se em sua distribuição de equilíbrio, paralela ao campo estático ao longo do eixo z (v-15A). Durante o tempo t_w de aplicação do pulso de RF, a magnetização precessa um ângulo $\omega t_w = \pi/2$ em torno de $\vec{B}_1$, sofrendo uma nutação ao plano transversal $x'y'$ (v-15B). No intervalo $t_w < t < \tau$, as componentes isocromáticas da distribuição de magnetização perdem a coerência, mantendo contudo a simetria em torno do eixo y' (v-15C) até atingirem uma distribuição isotrópica no plano transverso. O segundo pulso $\pi/2$ no instante τ rota as componentes isocromáticas de posições angulares $\varphi = 3\pi/2 \pm |\Delta\omega|\tau$, $\theta = \pi/2$ a $\varphi = (0, \pi)$, $\theta = \pi - |\Delta\omega|\tau$, em coordenadas esféricas (v-15D). Durante o intervalo $\tau + t_w < t < 2\tau$, as componentes interferem destrutivamente e distribuem-se isotropicamente em uma esfera (v-15E), até que em $t = 2\tau$ voltam a interferir construtivamente. Em 2τ , as componentes de magnetização terão precessado ângulos $\Delta\omega\tau$ relativamente a suas posições em $t = \tau + t_w$, terminando em uma figura em forma de 8 sobre uma esfera, cuja equação é $\theta = \varphi$ (v-15F).

Se um terceiro pulso de RF $\pi/2$ for aplicado em um instante T , onde $2\tau < T < 2T$, ecos adicionais ocorrem nos seguintes instantes: $T + \tau$, $2T - 2\tau$, $2T - \tau$ e $2T$. O sinal em $2T - 2\tau$ pode ser qualitativamente previsto considerando-se o alinhamento em 8 (fig. v-15F) como equivalente a uma orientação inicial das componentes de magnetização devida a um pulso imaginário de RF em 2τ . Como consequência, segue-se que o pulso de RF em $t = T$ causa o aparecimento de um "eco imagem" no instante $2T - 2\tau$. Os sinais em $2T - \tau$ e $2T$ constituem ecos secundários produzidos por pulsos gêmeos respectivamente em τ, T e $0, T$. A interferência construtiva

em $t=T+\tau$, que dá origem ao eco estimulado, deve-se às componentes de magnetização que durante o intervalo $\tau+tw < t < T$ encontravam-se ao longo da direção longitudinal (paralela ao campo estático). O eco estimulado em $t=T+\tau$ é particularmente interessante e útil em vista do fato de o sinal decair com T_1 . Na fig. v-16 dá-se uma representação vetorial ao eco estimulado em $t=T+\tau$ para o caso especial do modelo de eco primário apresentado na fig. v-15. Para dado $|\Delta\omega|$, os símbolos α, α' e δ, δ' denotam as componentes que possuem frequências de LARMOR tais que precessem ângulos $|\Delta\omega|\tau+2n\pi$ e $|\Delta\omega|\tau+(2n+1)\pi$ num tempo $t=\tau$. n é um inteiro que se aplica a frequências que se encontram num par de cones correspondendo a um $|\Delta\omega|$ específico. Esses cones provêm as componentes M_z (após o pulso em τ) que dão origem ao eco estimulado depois do pulso em T . A área hachureada em (v-16G) indica a densidade de componentes de magnetização.

Figs. v-16 - Modelo vetorial descrevendo a formação de um eco estimulado.

Os diferentes ecos produzidos por uma sequência de três pulsos $\pi/2$ podem, em princípio, ser empregados para a geração de imagens, a codificação espacial dos sinais dependendo da particular técnica utilizada. Tais ecos possuem relação sinal-ruído menor que a apresentada pelo sinal gerado na sequência de spin-eco, como visto nas expressões (V-19) a (V-22) abaixo. As figs. v-17 mostram imagens reconstruídas pela técnica de convolução-retroprojeção com sinais de ecos de HAHN, estimulado e secundários. O número de projeções em cada imagem é 60, no intervalo angular de 0 a 2π , e a magnitude do gradiente, 0,91G/cm.

Figs. v-17 - Imagens reconstruídas empregando ecos de HAHN, estimulado e ecos secundários.

A geração de imagens pela técnica da transformada direta, envolve o emprego da seqüência da fig. v-18, na qual os gradientes Gx e Gy codificam respectivamente as frequências e as fases dos sinais (ref. e.3 e e.6). Os gradientes Gx possuem o mesmo valor nos três intervalos.

Fig. v-18 - Sequência de pulsos para a geração de imagens por transformada direta.

Para determinar a maneira pela qual as fases e frequências dos sinais são codificadas e como a intensidade máxima dos diversos ecos depende dos parâmetros da sequência, considere-se o desenvolvimento apresentado a seguir, baseado no formalismo matricial discutido no apêndice AIII. Suponha-se uma amostra plana posicionada em um campo magnético estático na direção z , a qual aplica-se um campo de radiofrequência ao longo da direção x . Nestas condições, a evolução da magnetização como resultado da aplicação da sequência da fig. v-18, é dada por

$$M(t) = \exp(Q(t-T)) \cdot P(\pi/2) \cdot \{ \exp(Q(T-\tau)) \cdot P(\pi/2) \cdot [\exp(Q\tau) \cdot P(\pi/2) \cdot M(0) + M_0 \cdot (1-E_1(\tau))] + M_0 \cdot (1-E_1(T-\tau)) \} + M_0 \cdot (1-E_1(t-T)) \quad (V-6)$$

$$M_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ M_0 \end{pmatrix} \quad (V-7)$$

A magnetização inicial $M(0)$ é constituída pelas componentes estacionárias M_x , M_y e M_z , as quais contêm a dependência das amplitudes dos sinais com tr . Seus valores, obtidos por meio do procedimento apresentado no apêndice AIV, são:

$$M(0) = \begin{pmatrix} M_x(x,y) \\ M_y(x,y) \\ M_z(x,y) \end{pmatrix} \quad (V-8)$$

$$M_x(x,y) = 0.$$

$$M_y(x,y) = M_0(x,y) \cdot E_2(tr) \cdot \{ E_2(-T) \cdot [1-E_1(T-\tau)] - E_1(T-\tau) \cdot E_2(-T+\tau) \} \quad (V-9)$$

$$M_z(x,y) = M_0(x,y) \cdot \{ 1-E_1(tr-T) \cdot [1+(1-E_1(\tau)) \cdot E_2(T-\tau)] \}$$

$$E_i(t) = \exp(-t/T_i) \quad i = 1,2 \quad (V-10)$$

Os termos $\exp(Qt)$ representam matrizes de evolução que contêm informações sobre a evolução da fase e frequência dos sinais entre os pulsos de RF, causada pelos gradientes de campo.

$$\exp(Qt) = \begin{pmatrix} \cos\phi.E2(t) & \sin\phi.E2(t) & 0 \\ -\sin\phi.E2(t) & \cos\phi.E2(t) & 0 \\ 0 & 0 & E1(t) \end{pmatrix} \quad (V-11)$$

$$\phi = \gamma \cdot [Gx(t) \cdot x + Gy(t) \cdot y] \cdot t \quad (V-12)$$

Como resultado da aplicação das matrizes de evolução e de rotação em (V-6) tem-se, para a magnetização transversal,

$$\begin{aligned} M_{\perp}(t) &= Mx(t) + i \cdot My(t) = \\ &= \{ E2(t) \cdot \sin\phi1 \cdot \cos\phi2 \cdot Mz(x,y) - E1(\tau) \cdot E2(t-\tau) \cdot \sin\phi2 \cdot My(x,y) + \\ &\quad (1-E1(\tau)) \cdot E2(t-\tau) \cdot \sin\phi2 \cdot Mo(x,y) + i \cdot (1-E1(T-\tau)) \cdot E2(t-T) \cdot Mo(x,y) \} \\ &\quad \cdot \exp(-i \cdot \phi3) - i \cdot E1(T-\tau) \cdot E2(t-T+\tau) \cdot \cos\phi1 \cdot \exp(i \cdot \phi3) \cdot Mz(x,y) \end{aligned} \quad (V-13)$$

$$\phi1 = \gamma \cdot (Gx \cdot x \cdot tx1 + Gy \cdot y \cdot ty) \quad (V-14)$$

$$\phi2 = \gamma \cdot Gx \cdot x \cdot (tx2 - \tau) \quad (V-15)$$

$$\phi3 = \gamma \cdot Gx \cdot x \cdot (t - T) \quad (V-16)$$

Os sinais de RMN gerados pela sequência apresentada na fig. v-18 são obtidos integrando a magnetização transversal sobre a amostra

$$S(t) = \iint_{amostra} M_{\perp}(x,y) \cdot dx \cdot dy \quad (V-1)$$

a. Sinal de eco de HAHN

$$S_{eh}(t) = -0,5 \cdot i \cdot \iint dx \cdot dy \cdot M_z(x,y) \cdot E_2(t) \cdot \exp(i \cdot \gamma_y \cdot y \cdot t_y) \cdot \exp(i \cdot \gamma_x \cdot x \cdot (tx_1 + \tau - t)) \quad (V-2)$$

Para tr longo comparado a T_1 , caso em que $M_z(x,y)$ reduz-se a $M_0(x,y)$, a amplitude máxima do eco de HAHN, que ocorre em $t = tx_1 + \tau$, depende exclusivamente de T_2 , dependência esta sendo dada pela relação $\exp[-(tx_1 + \tau)/T_2]$.

b. Sinal de eco estimulado

$$S_{ee}(t) = -0,5 \cdot i \cdot \iint dx \cdot dy \cdot M_z(x,y) \cdot E_1(T - \tau) \cdot E_2(t - T + \tau) \cdot \exp(i \cdot \gamma_y \cdot y \cdot t_y) \cdot \exp(i \cdot \gamma_x \cdot x \cdot (tx_1 + T - t)) \quad (V-3)$$

O eco estimulado que ocorre em $t=T+tx_1$ possui amplitude máxima que depende de T_1 e T_2 , por meio da relação $\exp[-(T-\delta)/T_1] \cdot \exp[-(tx_1+\delta)/T_2]$, quando $tr \gg T_1$. A dependência em T_2 é a mesma que a apresentada pelo eco de HAHN, enquanto a relação com T_1 depende do intervalo de tempo entre o segundo e terceiro pulsos $\pi/2$. A codificação de fase é realizada pelo gradiente G_y , e a codificação de frequências depende exclusivamente dos gradientes G_x aplicados nos intervalos $0 < t < tx_1$ e $T < t$. Tal resultado decorre do fato de o eco estimulado originar-se da componente z de magnetização recuperada durante o intervalo entre o segundo e terceiro pulsos $\pi/2$. Como essa componente não é afetada pelo que ocorre no plano transversal, a aplicação de gradientes G_x , G_y para $\delta < t < T$ não age sobre a codificação de fases ou frequências do eco estimulado.

c. Sinal de eco secundário em $t = 2T - 2\delta$

$$S_{es}(t) = 0,25 \cdot i \cdot \iint dx \cdot dy \cdot M_0(x,y) \cdot E_2(t) \cdot \exp(-i \cdot \int_0^t G_y \cdot y \cdot ty) \cdot \exp(i \cdot \int_0^t G_x \cdot x \cdot (-tx_1 + tx_2 - \delta + T - t)) \quad (V-20)$$

A amplitude máxima desse eco depende somente de T_2 , sendo dada por $\exp[-(2T-2\delta)/T_2]$. A codificação de fases é realizada por G_y , enquanto a de frequências depende do gradiente G_x aplicado nos três intervalos de tempo.

d. Sinal de eco secundário em $t = 2T - \tau$

$$S_{es}(t) = -0,5.i.\iint dx.dy.[M_o(x,y).(1-E_1(\tau)).E_2(t-\tau)+M_y.E_1(\tau).E_2(t-\tau)] \\ \cdot \exp(i.\int G_x.x.(tx_2-\tau+T-t)) \quad (V-2)$$

Quando $tr \gg T_1$, $M_y(x,y)$ tende a zero, e o eco secundário em $t=T+tx_2-\tau$ tem amplitude máxima que depende de T_1 e T_2 , pela relação $[1-\exp(-\tau/T_1)].\exp[-(T+tx_2-2\tau)/T_2]$. Como esse eco resulta da ação combinada entre o segundo e terceiro pulsos $\pi/2$, os gradientes G_x e G_y aplicados no intervalo entre o primeiro e segundo pulsos não afetam o sinal (note-se que para a sequência apresentada na fig. v-18, não aparece nenhum termo em $G_y.ty$ e $G_x.tx_1$ na expressão (V-21)). Para a realização da codificação de fase desse eco, é necessário aplicar um gradiente G_y no intervalo $\tau < t < T$.

e. Sinal de eco secundário em $t=2T$

$$S_{es}(t) = -0,25.i.\iint dx.dy.M_z(x,y).E_2(t).\exp(i.\int G_y.y.ty). \\ \cdot \exp(i.\int G_x.x.(tx_1+tx_2-\tau+T-t)).dx.dy \quad (V-2)$$

O eco secundário em $t=2T$ possui amplitude máxima dada por $\exp(-2T/T_2)$, e suas fases e frequências codificadas por G_y e pelos gradientes G_x aplicados nos três intervalos.

O desenvolvimento apresentado mostra que a sequência de três pulsos de $\pi/2$ tem o potencial de ser empregada para a geração simultânea de imagens com diferentes contrastes por T_1 e T_2 . Essa versatilidade depende, é claro, da capacidade do sistema de aquisição resolver os ecos secundários, pois estes possuem relações sinal-ruído menores que as dos ecos de HAHN e estimulado. Para $tx_1=\delta$ e $tx_2=T$, tem-se:

Eco	Ocorrencia	Amplitude maxima
HAHN	2	$\exp(-2\delta/T_2).M_z$
estimulado	$T+\delta$	$\exp[-(T-\delta)/T_1].\exp(-2\delta/T_2).M_z$
secundario	$2T-2\delta$	$\exp[-(2T-2\delta)/T_2].M_z$
secundario	$2T-\delta$	$[1-\exp(-\delta/T_1)].\exp[-(2T-2\delta)/T_2].M_o$ $-\exp(-\delta/T_1).\exp[-(2T-2\delta)/T_2].M_y$
secundario	$2T$	$\exp(-2T/T_2)$

A sequência de pulsos $\pi/2$ pode ser substituída por pulsos de ângulos quaisquer, menores que $\pi/2$. Sinais calculados por aplicação de matrizes rotação e de evolução, mostram como as amplitudes relativas entre os diferentes ecos produzidos por três pulsos de RF dependem dos respectivos ângulos de rotação. O programa que calcula esses sinais é fornecido no apêndice AII

(programa Iteration), determinando inicialmente a evolução do vetor magnetização, para então integrar em frequência suas componentes transversais multiplicadas por uma distribuição GAUSSiana.

Fig. v-19 - Sinais calculados para a seqüência de três pulsos de RF.

A fig. v-20 mostra curvas de isointensidade de ecos de HAHN, estimulado e secundário em $2T-\tau$, obtidas para seqüências de pulsos $\pi/2-\pi/2-\pi/2$. Note-se que os ecos de HAHN e secundário são fortemente sensíveis a variações de T_2 . As áreas hachureadas referem-se a valores de T_1, T_2 para os quais $T_2 > T_1$, sendo, portanto, proibidas.

Fig. v-20 - Curvas de isointensidade para ecos de HAHN e estimulado.

As curvas de isointensidade do eco de HAHN mostram, por sua vez, que há valores de T_1, T_2 para os quais o sinal é sensível a mudanças de T_1 , e outros para os quais ele é mais sensível a variações de T_2 . As regiões de maior sensibilidade a T_1 ou T_2 , delimitadas pela curva $k_1=k_2$ na fig. v-20c, são caracterizadas por duas funções, chamadas pelo autor de 'funções contraste'. Tais funções, obtidas por derivadas parciais da magnitude do sinal em relação a T_1 e T_2 , indicam quão sensível é a intensidade a variações dos tempos de relaxação. Para simplificar a análise,

considere-se $tr \gg T_1$. Neste caso, a intensidade de um "pixel" é dada por

$$N \propto \exp(-2\delta/T_2) \cdot \exp(-(T-\delta)/T_1) \quad (V-23)$$

e as funções de contraste,

$$k_1 = \partial N / \partial T_1 = \exp(-2\delta/T_2) \cdot \exp(-(T-\delta)/T_1) \cdot ((T-\delta)/T_1^2) \quad (V-24)$$

$$k_2 = \partial N / \partial T_2 = \exp(-2\delta/T_2) \cdot \exp(-(T-\delta)/T_1) \cdot (2\delta/T_2^2) \quad (V-25)$$

Para que a imagem seja mais sensível a variações de T_1 , é preciso que $k_1 > k_2$. Dados δ, T , esta condição leva à relação

$$T_2 < T_1 < \sqrt{(T-\delta)/2\delta} \cdot T_2 \quad (V-26)$$

A relação (V-26) fornece o intervalo de valores de T_1 para os quais uma imagem reconstruída a partir de ecos estimulados, é sensível a variações de T_1 . De (V-26), tem-se que neste caso

Com o intuito de determinar os valores de τ e T adequados para a obtenção de um grande contraste em imagens reconstruídas com ecos estimulados, considerem-se dois tecidos de tempos de relaxação T₁, T₂ e T₁', T₂' distintos, T₁ > T₁', T₂ > T₂'. A diferença de intensidades entre as regiões correspondentes a cada um dos tecidos é

$$\Delta I = I - I'$$

$$= \exp(-2\tau/T_2) \cdot \exp[-(T-\tau)/T_1] - \exp(-2\tau/T_2') \cdot \exp[-(T-\tau)/T_1'] \quad (V-28)$$

Esta função encontra-se plotada nas figs. v-21, para valores de T e τ tais que T > 3 τ , τ < 100ms, T < 800ms e T₁=600ms, T₂=100ms, T₁'=380ms, T₂'=80ms. Os valores de τ e T para os quais ΔI possui um máximo local, considerando que τ e T limitam-se a um intervalo, são τ =0ms e T=469ms.

Fig. v-21 - A função diferença ΔI para o eco estimulado.

Um dos propósitos de empregar a sequência de ecos de HAHN e estimulado é a de poder gerar simultaneamente imagens de contraste por T1 e T2. O eco de HAHN, que possui um decaimento do tipo $\exp(-2\tau/T_2)$, é utilizado para a obtenção de imagens contrastadas por T2, τ assumindo tipicamente valores iguais a 15ms, 30ms e 60ms (equivalentes, do ponto de vista de contraste, a sequências de spin-eco com TE30, TE60 e TE120, respectivamente). τ é determinado, portanto, pelo contraste a T2 fornecido pelo eco de HAHN. O contraste a T1 é introduzido pelo eco estimulado. Fixado τ , a expressão (V-28) torna-se função de uma só variável. O tempo Tm que maximiza esta função, isto é, torna máximo o contraste entre os tecidos, vale

$$T_m = \{ \ln(T_1/T_1') - \tau \cdot [2 \cdot (1/T_2' - 1/T_2) - (1/T_1' - 1/T_1)] \} / (1/T_1' - 1/T_1) \quad (V-29)$$

Para T1=600ms, T2=100ms, T1'=380ms, T2'=80ms e τ =30ms, tem-se Tm=372ms.

Apresentam-se nas figs. v-22 imagens simuladas reconstruídas por retroprojeção, a partir dos diferentes ecos gerados pela sequência de três pulsos $\pi/2$. O "phantom" empregado consiste de três soluções com os valores de tempos de relaxação correspondentes aos dos tecidos branco e cinzento e fluido cerebrospinal, conforme a tabela I.

Fig. v-22 - Imagens simuladas de contraste por T1 e T2 para a sequência de ecos de HAHN e estimulado.

1.Fluido cerebrospinal; 2.Matéria cinzenta; 3.Matéria branca.

A. estimulado; B. HAHN; C. $2T-2\tau$; D. $2T$

As imagens da fig. v-22 têm os seguintes parâmetros: $\tau=30\text{ms}$, $T=200\text{ms}$ e $tr=4000\text{ms}$. O número de projeções é de 60, no intervalo entre 0 e $2\pi\text{rad}$. As imagens correspondem aos seguintes sinais: A.eco estimulado; B.eco de HAHN; C.eco secundário em $2T-2\tau$ e D.eco secundário em $2T$.

O desenvolvimento anterior mostra a viabilidade de empregar-se a técnica para a geração de imagens de contraste por T1 e T2 em uma única sequência, sem a necessidade de alterar-se

os /seus parâmetros. A técnica de spin-eco com a seqüência $\pi/2-\pi$ não possui tal característica: mesmo que ela permita a geração de imagens de contraste por T1 e T2, é preciso que seus parâmetros sejam alterados para que forneça imagens contrastadas por cada um dos tempos de relaxação separadamente. A seqüência de pulsos $\pi/2$ deve ser, contudo, programada com cuidado, para evitar a superposição e interferência dos ecos gerados. Por exemplo, tomando $\tau=30\text{ms}$ e $T=90\text{ms}$, o eco de HAHN ocorre em $t=60\text{ms}$, o eco estimulado superpõe-se a um dos ecos secundários em $t=120\text{ms}$, os dois outros ocorrendo em $t=150\text{ms}$ e $t=180\text{ms}$.

Outras aplicações do eco estimulado incluem a geração rápida de imagens, e a obtenção de imagens de coeficiente de difusão e de deslocamento químico (refs. e.3, e.4 e e.5). A geração rápida de imagens, que aproveita o decaimento relativamente lento da amplitude do eco estimulado com T1, baseia-se na aplicação de dois pulsos preparatórios de $\pi/2$, seguidos de uma série de pulsos de ângulo pequeno α , segundo o esquema

$$90^\circ - \Delta t_1 - 90^\circ - \Delta t_2 - (\alpha_1 - \Delta t_3)n$$

(V-30)

Cada um dos n pulsos dá origem a um eco estimulado e 'le' uma pequena parte da magnetização longitudinal armazenada durante o intervalo Δt_2 . Em outras palavras, o máximo sinal de eco estimulado obtido quando da aplicação de três pulsos $\pi/2$ é distribuído em n sinais de intensidade reduzida. Como os ecos

estimulados gerados são independentes entre si, os intervalos t_3 podem incluir diferentes gradientes de codificação de fase antes da aquisição de dados. O tempo de coleta para a geração de uma imagem de 32X64 'pixels' chega, segundo a literatura, a 250ms.

As figuras apresentadas a seguir ilustram a obtenção experimental de imagens de contraste empregando seqüências de spin-eco, inversão-recuperação e eco estimulado. O método de reconstrução empregado é a retroprojeção, e o número de sinais codificados é de 60, no intervalo angular entre 0 e 360°.

a. Spin-eco:

Gradiente: 0,49 G/cm

Fig. v-23a - Imagens de contraste por T2 empregando spin-eco.

A.te=10ms; B.te=20ms; C.te=40ms; D.te=60ms

TABELA IV

Solução de $\text{Fe}(\text{NO}_3)_3$	T2(ms)
1)	$512 \pm 10\%$
2)	$100 \pm 10\%$
3)	$10 \pm 10\%$

b. Inversão-recuperação (com dois pulsos de 180°)

Gradiente=0,97 G/cm $f_0=21,43\text{MHz}$ $t_r=1000\text{ms}$ $t_e=30\text{ms}$

Fig. v-23b - Imagens de contraste por T1.

A. $t_i=30\text{ms}$; B. $t_i=100\text{ms}$; C. $t_i=150\text{ms}$; D. $t_i=200\text{ms}$

Os tempos de relaxação das soluções encontram-se na tabela

V.

TABELA V

Solução de CuSO_4	$T_1(\text{ms})$
1)	$382 \pm 5\%$
2)	$245 \pm 5\%$
3)	$250 \pm 5\%$
4)	$200 \pm 5\%$

c. Seqüência de eco estimulado.

Gradiente=0,97 G/cm

$f = 21,43\text{MHz}$

$tr=1000\text{ms}$

$te=30\text{ms}$

Fig. v-23c - Imagens de contraste por T1, reconstruidas a partir de ecos estimulados.

A.T=140ms; B.T=200ms; C.T=270ms; D.T=360ms
tau vale 30ms em todas as condições.

Fig. v-23d - Imagens de contraste por T_2 , reconstruidas a partir de ecos de HAHN e ecos secundários em $2T-2\tau$ (B) e $2T-\tau$ (C).

$\tau=30\text{ms}$; $T=110\text{ms}$

TABELA VI

Solução de CuSO_4	$T_1(\text{ms})$	$T_2(\text{ms})$
1)	$382 \pm 5\%$	$202 \pm 10\%$
2)	$245 \pm 5\%$	$157 \pm 10\%$
3)	$250 \pm 5\%$	$155 \pm 10\%$
4)	$200 \pm 5\%$	$93 \pm 10\%$

APENDICE AI.

esta estrada
lá vai ninguém
outono
tarde (BASHO)

TRAJETÓRIAS NO ESPAÇO DE FASES.

A evolução temporal de um elemento de magnetização $m(\vec{r}, t)$ contido numa amostra posicionada em um campo magnético uniforme ao qual superpõe-se um gradiente $\vec{G}(t)$, é dada por

$$m(\vec{r}, t) = M_1(\vec{r}) \cdot \exp(i \cdot \vec{r} \cdot \int_{t_0}^t \vec{G}(t') \cdot dt') \quad (\text{AI})$$

$$= M_1(\vec{r}) \cdot \exp(i \cdot \vec{k}(t) \cdot \vec{r}) \quad (\text{AI})$$

onde

$$\vec{k}(t) = \int_{t_0}^t \vec{G}(t') \cdot dt' \quad (\text{AI})$$

e $M_1(\vec{r})$ constitui a magnetização transversal no instante $t=t_0$. Na expressão (AI-1), desprezam-se os efeitos de tempos de relaxação durante a aplicação de $\vec{G}(t)$.

Em presença dos gradientes de campo, a fase do elemento de magnetização evolui conforme o produto

$$\phi(t) = \vec{k}(t) \cdot \vec{r} \quad (\text{AI-4})$$

O sinal induzido nas bobinas de recepção é obtido integrando-se $m(\vec{r}, t)$ sobre a amostra

$$S(t) = \int_{\text{amostra}} m(\vec{r}, t) \cdot d\vec{r} = \int M_1(\vec{r}) \cdot \exp(i \cdot \vec{k}(t) \cdot \vec{r}) \cdot d\vec{r} = S(\vec{k}(t)) \quad (\text{AI-5})$$

A trajetória de $\vec{k}(t)$ fornece a forma de amostragem da função sinal $S(t)$ quando gradientes são superpostos ao campo magnético estático.

Como exemplo, considere-se a sequência de pulsos empregada na técnica de retroprojeção (em duas dimensões), em que a orientação do gradiente de leitura é variada no intervalo angular de 0 a π rad. Durante o intervalo t_1 , $\vec{k}(t)$ evolui de A a B no espaço de fases, ao longo do segmento $\overline{AB}$ de inclinação ϕ correspondente à orientação do gradiente. O pulso π inverte a fase, o que corresponde a $\vec{k}(t)$ sofrer uma reflexão na origem (passagem de B a C no gráfico de evolução do vetor $\vec{k}(t)$ no espaço das fases). Durante o período de aplicação do gradiente de

APENDICE AII.

PROGRAM Nconv

C Realiza convolucao e retroprojecao de imagens.
C Versao 5.: Nicolau Beckmann (25-Nov-1985)

IMPLICIT NONE

INTEGER count, ind, ix, iy, j, k, kabs, kmax, kr, l, m, n, nt
INTEGER nx, ny, yf, yi
INTEGER level(0:256), zz(256)
REAL a, az, c2, cosdeloa, costhtaj, dl, d2, delta, pi, pin
REAL perctot, percmax, r, sinthtaj, thetaj, zmax, zmin
REAL zniv, wl, ws, xpos, w, yl, ypos
REAL conv(256), perc(0:256), phi(256), proj(256), var(0:256)
REAL z(256,256)
LOGICAL*1 zzz(256)
CHARACTER*3 plt_mod*3, yon*3

xpos = .99
ypos = .99
pi = 4.0*ATAN(1.0)
TYPE *, ' Projection number, n, and grating size, nx,ny '
READ (5,*) n,nx,ny
TYPE *, ' Backprojection interval: [1->pi;2->2*pi] '
ACCEPT *,L

CALL FILNAM(12,'input file')

READ(12) m
REWIND 12

TYPE *, ' Number of points: ',m

a = 2./m
pin = 1*pi/n
c2 = -1/(2*pi*a*n)
delta= 2*xpos/nx
C *****
phi(1) = 2/(pi*a*n)
DO 10 k=1,m-1
phi(k+1) = c2/(k**2-.25)
10 CONTINUE
C *****
DO 20 j=1,n
thetaj = (j-1)*pin
costhtaj = COS(thetaj)
sinthtaj = SIN(thetaj)
cosdeloa = costhtaj*delta/a
READ(12) m,(proj(k),k=1,m)
C *****

```

DO kr=1,m
  conv(kr) = 0
  DO k=1,m
    kabs = IABS(kr-k)+1
    conv(kr) = conv(kr)+proj(k)*phi(kabs)
  END DO
END DO
C *****
DO iy=1,ny
  yl = -ypos+2*ypos*iy/ny
  r = (-xpos*coshtaj+sinhtaj*yl+1)/a-cosdeloa
  DO ix=1,nx
    r = r+cosdeloa
    l = r
    IF(l .LE. 0 .OR. l .GE. m) GO TO 50
    z(ix,iy) = z(ix,iy)+(l+l-r)*conv(l)+(r-l)
1                                     *conv(l+l)
50      END DO
      END DO

20  CONTINUE

TYPE '(A)', ' Do you want the image matrix ? [Y/N] '
READ (5,'(A)') yon
IF (yon(1:1) .EQ. 'Y' .OR. yon(1:1) .EQ. 'y') THEN
  CALL FILNAM(1,' image matrix ')
  DO ix=1,nx
    WRITE(1) (z(ix,iy),iy=1,ny)
  END DO
END IF

zmax=0
zmin=0
DO ix=1,nx
  DO iy=1,ny
    IF(z(ix,iy) .GT. zmax) zmax=z(ix,iy)
    IF(z(ix,iy) .LT. zmin) zmin=z(ix,iy)
  END DO
END DO

plt_mod = 'vec'
TYPE '(A)', ' Graph of level distribution ? [Y/N] '
READ (5,'(A)') yon
IF (yon(1:1) .EQ. 'Y' .OR. yon(1:1) .EQ. 'y') THEN
  DO ix=1,nx
    DO iy=1,ny
      zniv = NINT(256*(z(ix,iy)-zmin)/(zmax-zmin))
      DO k=0,256
        IF (zniv .EQ. k) level(k) = level(k)+1
      END DO
    END DO
  END DO
END DO

```

```

DO k=0,256
    perc(k) = 100*FLOAT(level(k))/FLOAT(nx*ny)
    var(k) = FLOAT(k)
    TYPE *, ' perc(' ,k,')=' ,perc(k)
    perctot = perctot + perc(k)
    IF (perc(k) .GT. percmax) THEN
        percmax = perc(k)
        kmax = k
    END IF
END DO
TYPE *, ' percmax = ' ,percmax
TYPE *, ' k(percmax) = ' ,kmax
TYPE *, ' perctot = ' ,perctot
CALL PLOT(1,256,var,perc,plt_mod,1)
END IF

TYPE *, ' Output for editor [Y/N] ?'
READ (5,'(A)') yon
IF (yon(1:1) .EQ. 'Y' .OR. yon(1:1) .EQ. 'y') THEN
    CALL FILNAM(2,'editor output')
    DO ix=1,nx
        DO iy=1,ny
            zz(iy) = NINT((z(ix,iy)-zmin)*100.0/(zmax-zmin)
        END DO
        WRITE(2,17)(zz(iy),iy=1,ny)
    END DO
    FORMAT(1X,<ny>Z2)
END IF

17 TYPE *, ' Output for graphic terminal ? [Y/N] '
READ (5,'(A)') yon
IF (yon(1:1) .EQ. 'Y' .OR. yon(1:1) .EQ. 'y') THEN
    CALL FILNAM(3,' graphic picture ')
    TYPE '(A)', ' Window: '
    READ (5,*) w
    DO ix=1,nx
        DO iy=1,ny
            z(ix,iy) = z(ix,iy)/zmax-w
        END DO
    END DO

    TYPE '(A)', ' Introduce boundaries ? '
    READ (5,'(A)') yon
    IF (yon .EQ. 'Y' .OR. yon .EQ. 'y') THEN
        DO ix=1,nx
            z(ix,1) = 1.
            z(ix,ny) = 1.
        END DO
        DO iy=1,ny
            z(1,iy) = 1.
            z(nx,iy) = 1.
        END DO
    END IF

```



```

TYPE '(A)', ' Introduce gray levels scale ? [Y/N] '
READ (5, '(A)') yon
IF (yon(1:1) .EQ. 'Y' .OR. yon(1:1) .EQ. 'y') THEN
  TYPE '(A)', ' Horizontal interval of level scale: '
  READ (5,*) yi,yf
  nt = nx/13
  count = 0
  ind = 0
  DO ix=1,nx
    count = count+1
    DO iy=1,ny
      az = 12*z(ix,iy)
      IF(az .LE. 0.) az = 0.
      zzz(iy)=1+NINT(az)
    END DO
    IF (count .GT. nt) THEN
      ind=ind+1
      count = 0
    END IF
    DO iy=ny+1,yi-1
      zzz(iy) = 1
    END DO
    DO iy=yi,yf
      zzz(iy) = 1+ind
    END DO
    WRITE(3) yf,(zzz(iy),iy=1,yf)
  END DO
ELSE
  DO ix=1,nx
    DO iy=1,ny
      az = 12*z(ix,iy)
      IF(az .LE. 0.) az = 0.
      zzz(iy)=1+NINT(az)
    END DO
    WRITE(3) ny,(zzz(iy),iy=1,ny)
  END DO
END IF
END IF

STOP
END

```

C Subprograma que realiza Transformada de FOURIER
 C e faz correcao automatica de angulo, para um dado
 C numero N de projecoes.

SUBROUTINE REFOURIER

IMPLICIT NONE

PARAMETER m = 8, ndata = 512
 INTEGER*2 ya(ndata/2), yb(ndata/2)
 INTEGER dat_nbr, i, ifim, inic, k, kk, l, n, np, npass
 INTEGER nproj, readfin, readin
 INTEGER iwk(9)
 REAL baslini, baslinr, ang, yi(ndata/2), yr(ndata/2)
 COMPLEX a(ndata/2), b(ndata/2)
 CHARACTER res*3, sim*3, yon*3

CALL FILNAM (1, 'input file')

TYPE '(A)', ' Are you working with simulations [Y/N] ? '

READ(5, '(A)', END=101) sim

TYPE '(A)', ' Number of projections? '

READ(5, *, END=101) nproj

TYPE '(A)', ' Interval to be read from the input files: '

READ(5, *, END=101) readin, readfin

TYPE '(A)', ' Interval to be saved ? '

READ(5, *, END=101) inic, ifim

IF (sim .NE. 'Y' .AND. sim .NE. 'y') THEN

TYPE '(A)', ' Correction angle ? '

READ (5, *, END=101) ang

END IF

TYPE '(A)', ' Projection sequence n->n+k ? '

READ(5, *, END=101) k

TYPE '(A)', ' Is the signal on resonance [Y/N] ? '

READ(5, '(A)', END=101) res

l = 0

DO npass=1, nproj, k

l = l+1

IF (sim .EQ. 'Y' .OR. sim .EQ. 'y') THEN

READ (1) dat_nbr, (yr(i), yi(i), i=readin, readfin)

DO i=readfin, dat_nbr/2

yr(i) = yr(readfin)

yi(i) = yi(readfin)

END DO

ELSE

READ (1) dat_nbr, (yb(i), ya(i), i=readin, readfin)

DO i=readin, readfin

yr(i) = ya(i)

yi(i) = yb(i)

END DO

```

      DO i=readfin,dat_nbr/2
        yr(i) = yr(readfin)
        yi(i) = yi(readfin)
      END DO
    END IF

    DO kk=1,9
      baslinr = baslinr+yr(dat_nbr/2-kk)
      baslini = baslini+yi(dat_nbr/2-kk)
    END DO

    baslini=baslini/9
    baslinr=baslinr/9

    DO i=1,dat_nbr/2
      yr(i) = yr(i)-baslinr
      yi(i) = yi(i)-baslini
      a(i) = CMPLX(yr(i),yi(i))
    END DO

    CALL FFT2(a,m,iwk)
    CALL FFRDR2(a,m,iwk)

    IF (res .EQ. 'Y' .OR. res .EQ. 'y') THEN
      DO i=dat_nbr/4+1,dat_nbr/2
        b(i-dat_nbr/4)=a(i)
      END DO
      DO i=1,dat_nbr/4
        b(dat_nbr/4+i)=a(i)
      END DO
      DO i=1,dat_nbr/2
        a(i)=b(i)
      END DO
    END IF

    IF (sim .NE. 'Y' .AND. sim .NE. 'y') THEN
      DO i=1,dat_nbr/2
        CALL ANGCOR(a(i),b(i),ang)
      END DO
    END IF

    DO i=1,dat_nbr/2
      yr(i) = REAL(a(i))
    END DO

    np = ifim-inic+1
    WRITE(2) np,(yr(i),i=inic,ifim)
101  END DO

    TYPE *, ' Projection number = ',1
    RETURN
    END

```

```
SUBROUTINE ANGCOR(a,b,ang)
```

```
COMPLEX a,b
```

```
REAL*4 v(2)
```

```
v(1)=REAL(a)+1.E-10
```

```
v(2)=AIMAG(a)
```

```
aorig=ATAN2(v(2),v(1))
```

```
vect=SQRT(v(1)**2+v(2)**2)
```

```
ang2=aorig+ang
```

```
v(1)=vect*COS(ang2)
```

```
v(2)=vect*SIN(ang2)
```

```
b=CMPLX(v(1),v(2))
```

```
RETURN
```

```
END
```

PROGRAM Iteration.

C Computes the resultant signals from a sequence of RF pulses of
C arbitrary angles, corresponding to a spin ensemble with a GAUSSian
C distribution of frequencies.
C Version 1.: Nicolau Beckmann, 25-jan-1986.

IMPLICIT NONE

INTEGER i, j, k, kt, lf, li, m, n, nbp, ni, npul
REAL d, pi, prec, result, rn, rv, t, T1, T2, T2st, tau
REAL theta, tmax, w1, w2, wf, wi
REAL a(3), col(3), amag(3), pl(3,3), p2(3,3), par(40), r(3)
REAL rel1(3,3), rel2(3,3), sf(1024), sq(1024), time(1024)
CHARACTER comp*3, plt_mod*3, yon*3
EXTERNAL partx
EXTERNAL party

pi = 4.*ATAN(1.)

m = 1

n = 48

TYPE '(A)', ' Number of pulses to be applied: '

READ (5,*) npul

DO i = 1,npul

TYPE '(A)', ' Pulse angle (degrees) and application instant (ms): '

READ (5,*) theta, tau

par(10+i) = theta*pi/180.

par(20+i) = tau

END DO

TYPE '(A)', ' Maximum time for computing the signal (ms): '

READ (5,*) tmax

TYPE '(A)', ' Relaxation times T1,T2,T2* (ms) '

READ (5,*) T1, T2, T2st

TYPE '(A)', ' Number of points for defining the signal: '

READ (5,*) nbp

TYPE '(A)', ' Frequency limits for the integrations: '

READ (5,*) w1, wf

TYPE '(A)', ' Precision for the integrals: '

READ (5,*) prec

par(1) = T1

par(2) = T2

par(3) = T2st

par(4) = npul

DO kt = 1,nbp

time(kt) = (tmax*FLOAT(kt-1)+par(21)*FLOAT(nbp-kt))/FLOAT(nbp-1)

par(5) = time(kt)

```

C      Integration of the x component. If the established precision is not
C      reached, the integration interval is divided by two, and the
C      integration repeated over each individual interval.
      ni = 1
      rn = 0.
10     rv = rn
      ni = 2*ni
      rn = 0.0
      DO k = 1,ni
          w1 = wi+FLOAT(k-1)*(wf-wi)/FLOAT(ni)
          w2 = wi+FLOAT(k)*(wf-wi)/FLOAT(ni)
          CALL GLQUA(partx,par,w1,w2,m,n,result)
          rn = rn+result
      END DO
      d = (rn-rv)**2/(rn**2+1.E-8)
      IF (d.GT. prec) GO TO 10
      sf(kt) = rn
      TYPE *, ' sf(',kt,') = ',sf(kt)

C      Integration of the y component.
      ni = 1
      rn = 0.
20     rv = rn
      ni = 2*ni
      rn = 0.0
      DO k = 1,ni
          w1 = wi+FLOAT(k-1)*(wf-wi)/FLOAT(ni)
          w2 = wi+FLOAT(k)*(wf-wi)/FLOAT(ni)
          CALL GLQUA(party,par,w1,w2,m,n,result)
          rn = rn+result
      END DO
      d = (rn-rv)**2/(rn**2+1.E-8)
      IF (d.GT. prec) GO TO 20
      sq(kt) = rn
      TYPE *, ' ni = ',ni
      TYPE *, ' sq(',kt,') = ',sq(kt)
END DO

      plt_mod='vec'
30     TYPE '(A)', ' Plot limits: '
      READ (5,*)      li, lf
      TYPE '(A)', ' Which signal component do you want to be plotted [f/q]'
      READ (5, '(A)')  comp
      IF (comp.EQ. 'F' .OR. comp.EQ. 'f') THEN
          CALL PLOT (li,lf,time,sf,plt_mod,1)
      ELSE IF (comp.EQ. 'Q' .OR. comp.EQ. 'q') THEN
          CALL PLOT (li,lf,time,sq,plt_mod,1)
      END IF

```

```

TYPE '(A)', ' Do you want any other component beeing plotted [y/n]? '
READ (5, '(A)') yon
IF (yon .EQ. 'Y' .OR. yon .EQ. 'y') GOTO 30

```

```

TYPE '(A)', ' Store the data ? '
READ (5, '(A)') yon
IF (yon .EQ. 'y' .OR. yon .EQ. 'Y') THEN
    CALL FILNAM (1, 'output file for phase component ')
    CALL FILNAM (2, 'output file for quadrature component ')
    DO i = 1, lf
        WRITE (1, *) time(i), sf(i)
        WRITE (2, *) time(i), sq(i)
    END DO
END IF

```

```

STOP
END

```

C *****

```

DOUBLE PRECISION FUNCTION partx(x, par)
DIMENSION      amag(3), p(3,3), par(40), r(3), rel(3,3)

```

C par(4) corresponds to the pulse number of the sequence, par(10+i) and
C par(20+i) are respectively the angles and application instant of the
C pulses in the sequence.

C Initial magnetization.

```

amag(1) = 0.
amag(2) = 0.
amag(3) = 1.

```

```

DO i = 1, par(4)

```

C 1. Definition of the rotation and relaxation matrixes.

```

    p(1,1) = 1.
    p(1,2) = 0.
    p(1,3) = 0.
    p(2,1) = 0.
    p(2,2) = COS(par(10+i))
    p(2,3) = SIN(par(10+i))
    p(3,1) = 0.
    p(3,2) = -p(2,3)
    p(3,3) = p(2,2)
    IF (i .LT. par(4)) THEN
        rel(1,1) = COS(x*(par(20+i+1)-par(20+i)))*
1EXP(-(par(20+i+1)-par(20+i))/par(2))
        rel(1,2) = SIN(x*(par(20+i+1)-par(20+i)))*
1EXP(-(par(20+i+1)-par(20+i))/par(2))
        rel(3,3) = EXP(-(par(20+i+1)-par(20+i))/par(1))
    
```

```

        ELSE IF (i .EQ. par(4)) THEN
            rel(1,1) = COS(x*(par(5)-par(20+i)))*
1EXP(-(par(5)-par(20+i))/par(2))
            rel(1,2) = SIN(x*(par(5)-par(20+i)))*
1EXP(-(par(5)-par(20+i))/par(2))
            rel(3,3) = EXP(-(par(5)-par(20+i))/par(1))
        END IF
        rel(1,3) = 0.
        rel(2,1) = -rel(1,2)
        rel(2,2) = rel(1,1)
        rel(2,3) = 0.
        rel(3,1) = 0.
        rel(3,2) = 0.

```

C

2.Iteration product.

```

        CALL GMPRD(p,amag,r,3,3,1)
        DO j = 1,3
            amag(j) = r(j)
        END DO
        CALL GMPRD(rel,amag,r,3,3,1)
        DO j = 1,3
            amag(j) = r(j)
        END DO
        IF (i .LT. par(4)) THEN
            amag(3) = amag(3)+1-EXP(-(par(20+i+1)-par(20+i))/par(1))
        ELSE IF (i .EQ. par(4)) THEN
            amag(3) = amag(3)+1-EXP(-(par(5)-par(20+i))/par(1))
        END IF

END DO

partx = amag(1)*EXP(-0.5*(x*par(3))**2)

RETURN
END

```

C

```

*****
DOUBLE PRECISION FUNCTION party(x,par)
DIMENSION      amag(3), p(3,3), par(40), r(3), rel(3,3)

```

C

par(4) corresponds to the pulse number of the sequence, and par(10+i) and par(20+i) are respectively the angles and application instant of the pulses in the sequence.

C

C

C

```

Initial magnetization.
amag(1) = 0.
amag(2) = 0.
amag(3) = 1.

```


DO i = 1,par(4)

C

1. Definition of the rotation and relaxation matrixes.

```
p(1,1) = 1.
p(1,2) = 0.
p(1,3) = 0.
p(2,1) = 0.
p(2,2) = COS(par(10+i))
p(2,3) = SIN(par(10+i))
p(3,1) = 0.
p(3,2) = -p(2,3)
p(3,3) = p(2,2)
IF (i .LT. par(4)) THEN
    rel(1,1) = COS(x*(par(20+i+1)-par(20+i))) *
1EXP(-(par(20+i+1)-par(20+i))/par(2))
    rel(1,2) = SIN(x*(par(20+i+1)-par(20+i))) *
1EXP(-(par(20+i+1)-par(20+i))/par(2))
    rel(3,3) = EXP(-(par(20+i+1)-par(20+i))/par(1))
ELSE IF (i .EQ. par(4)) THEN
    rel(1,1) = COS(x*(par(5)-par(20+i))) *
1EXP(-(par(5)-par(20+i))/par(2))
    rel(1,2) = SIN(x*(par(5)-par(20+i))) *
1EXP(-(par(5)-par(20+i))/par(2))
    rel(3,3) = EXP(-(par(5)-par(20+i))/par(1))
END IF
rel(1,3) = 0.
rel(2,1) = -rel(1,2)
rel(2,2) = rel(1,1)
rel(2,3) = 0.
rel(3,1) = 0.
rel(3,2) = 0.
```

C

2. Iteration product.

```
CALL GMPRD(p,amag,r,3,3,1)
DO j = 1,3
    amag(j) = r(j)
END DO
CALL GMPRD(rel,amag,r,3,3,1)
DO j = 1,3
    amag(j) = r(j)
END DO
IF (i .LT. par(4)) THEN
    amag(3) = amag(3)+1-EXP(-(par(20+i+1)-par(20+i))/par(1))
ELSE IF (i .EQ. par(4)) THEN
    amag(3) = amag(3)+1-EXP(-(par(5)-par(20+i))/par(1))
END IF
END DO
```

```

party = amag(2)*EXP(-0.5*(x*par(3))**2)

RETURN
END

INCLUDE '[magon.math]glqua.for'

C *****
Subroutine GMPRD(a,b,r,n,m,l)
DIMENSION      a(1), b(1), r(1)

ir = 0
ik = -m
DO 10 k = 1,1 .
    ik = ik+m
    DO 10 j=1,n
        ir = ir+1
        ji = j-n
        ib = ik
        r(ir) = 0
        DO 10 i = 1,m
            ji = ji+n
            ib = ib+1
10          r(ir) = r(ir)+a(ji)*b(ib)

RETURN
END

```

APENDICE AIII.

'A mutabilidade das concepções humanas de espaço e tempo não refuta a realidade objetiva, assim como a mutabilidade de nossos conhecimentos a respeito da estrutura e forma da matéria não refuta a realidade objetiva do mundo exterior.'

V.I. LENIN

SOLUÇÃO MATRICIAL DAS EQUAÇÕES DE BLOCH.

Supõe-se na discussão apresentada a seguir um sistema de spins não interagentes, ou fracamente interagentes, de modos que a evolução temporal da magnetização possa ser descrita pelas equações fenomenológicas de BLOCH (ref. a.1), nas quais os efeitos de relaxação são empiricamente introduzidos. Tais equações escrevem-se na forma de uma equação de autovalores controlada por um operador de evolução, ou na forma matricial. Adote-se a segunda abordagem, segundo a qual a magnetização é tratada como uma matriz coluna (ref. b.2).

Considere-se inicialmente a equação de BLOCH na forma vetorial, descrita no referencial de laboratório

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \vec{M} \wedge \vec{B} - (M_x \hat{i} + M_y \hat{j})/T_2 + \hat{k} \cdot (M_0 - M_z)/T_1 \quad (\text{AIII-1})$$

onde

$$\vec{B} = B_0' \cdot \hat{k} + \vec{B}_1(t) \quad (\text{AIII-2})$$

o termo de ZEEMAN sendo dado por

$$B_0' = B_0 + \Delta B + \vec{G} \cdot \vec{r} \quad (\text{AIII-3})$$

O campo magnético estático encontra-se ao longo da direção $\hat{k}$, e M_0 é a magnetização de equilíbrio. O campo de RF $\vec{B}_1(t)$ possui frequência angular ω próxima à frequência de LARMOR, sendo da forma

$$\vec{B}_1(t) = B_1 \cos(\omega t) \cdot \hat{i} - B_1 \sin(\omega t) \cdot \hat{j} \quad (\text{AIII-4})$$

A forma expandida da eq. (AIII-1) pode ser reescrita compactamente em notação matricial como

$$d\mathbf{M}/dt = \mathbf{Q}\mathbf{M} + \mathbf{M}_0/T1 \quad (\text{AIII-5})$$

$\mathbf{Q}$ sendo

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} -1/T2 & -\gamma B_0' & \gamma B1.\text{sen}(wt) \\ -\gamma B_0' & -1/T2 & \gamma B1.\text{cos}(wt) \\ -\gamma B1.\text{sen}(wt) & -\gamma B1.\text{cos}(wt) & -1/T1 \end{pmatrix} \quad (\text{AIII-6})$$

No referencial rotante que gira com frequência w em torno do eixo K , a equação de BLOCH torna-se

$$d\mathbf{M}/dt = \mathbf{Q}\mathbf{M} + \mathbf{M}_0/T1 \quad (\text{AIII-7})$$

com

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} Mx' \\ My' \\ Mz' \end{pmatrix} \quad (\text{AIII-8})$$

$$M_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ M_0 \end{pmatrix}$$

(AIII-9)

e

$$Q = \begin{pmatrix} -1/T_2 & \Delta w & 0 \\ -\Delta w & -1/T_2 & w_1 \\ 0 & -w_1 & -1/T_1 \end{pmatrix}$$

(AIII-10)

onde $w_1 = .B_1$ e Δw constitui o "offset" de frequência em relação à ressonância.

Pode-se mostrar (ref. f.1) que um sistema matricial da forma

$$d\tilde{x}(t)/dt = A\tilde{x}(t) + \tilde{f}(t) \quad (\text{AIII-11})$$

onde A é matriz quadrada de $n.n$ elementos, com a condição inicial $\tilde{x}(t_0) = \tilde{c}$, tem por solução

$$\tilde{x}(t) = \exp(A(t-t_0)) \cdot \tilde{c} + \exp(At) \cdot \int_{t_0}^t \exp(-As) \cdot f(s) \cdot ds \quad (\text{AIII-12})$$

A exponencial de uma matriz quadrada A de n.n elementos é definida pela expansão

$$\exp(At) = \alpha_{n-1} A^{n-1} t^{n-1} + \alpha_{n-2} A^{n-2} t^{n-2} + \dots + \alpha_1 At + \alpha_0 I \quad (\text{AIII-13})$$

Dada a matriz A, defina-se

$$r(\lambda) = \alpha_{n-1} \lambda^{n-1} + \alpha_{n-2} \lambda^{n-2} + \dots + \alpha_2 \lambda^2 + \alpha_1 \lambda + \alpha_0 \quad (\text{AIII-14})$$

Se λ for autovalor de multiplicidade m da matriz A, então valem as relações (ref. f.1)

$$\exp(\lambda_i) = r(\lambda_i) = \left. \frac{dr(\lambda)}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_i} = \dots = \left. \frac{d^{m-1} r(\lambda)}{d\lambda^{m-1}} \right|_{\lambda=\lambda_i} \quad (\text{AIII-15})$$

Levando em consideração esses resultados, tem-se que a solução de (AIII-7) é dada por

$$M(t) = \exp(Qt).M(0) + M_0.(1-\exp(-t/T1)) \quad (\text{AIII-16})$$

Para a determinação do termo $\exp(i\omega_1 t)$, considere-se o movimento de precessão da magnetização visto de um sistema rotante de coordenadas, em presença de um campo de RF.

Fig. (a111-1) - Precessão de um elemento de magnetização vista do sistema rotante de coordenadas.

A quantidade b fornece o quanto a componente R do campo magnético encontra-se fora da ressonância, incluindo os termos introduzidos pelos gradientes aplicados. O movimento de precessão em torno do campo efetivo, durante a aplicação da RF ao longo do eixo x' do campo rotante, pode ser decomposto em três rotações sucessivas em torno dos eixos y' , z e y' .

$$\exp(Qt) = R_{y'}(\theta) \cdot R_{z'}(\phi) \cdot R_{y'}(\theta) \quad (\text{AIII-17})$$

As matrizes rotação em torno de cada um dos eixos x, y, z são definidas como

$$R_x(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

$$R_y(\beta) = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{pmatrix} \quad (\text{AIII-18})$$

$$R_z(\ell) = \begin{pmatrix} \cos\ell & -\sin\ell & 0 \\ \sin\ell & \cos\ell & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A combinação de (AIII-17) e (AIII-18) permite que a matriz de evolução da magnetização como resultado da aplicação de um campo de radiofrequência seja escrita na forma

$$\begin{pmatrix} \cos^2\theta.\cos\phi.E2(t)+\sin^2\theta.E1(t) & \cos\theta.\sin\phi.E2(t) & \sin\theta.\cos\theta.\cos\phi.E1(t)E2 \\ -\sin\phi.\cos\theta.E2(t) & \cos\phi.E2(t) & \sin\theta.\sin\phi.E2(t) \\ \cos\theta.\sin\theta.(E1(t)-E2(t).\cos\phi) & -\sin\theta.\sin\phi.E2(t) & \cos^2\theta E1(t)+\sin^2\theta.\cos\phi.E2 \end{pmatrix}$$

(AIII-19)

com

$$\phi = \omega_{eff}.t = \sqrt{(\gamma.B1)^2 + (\gamma.b)^2} . t \quad (AIII-20)$$

e

$$\theta = \arctg(B1/b) \quad (AIII-21)$$

Os termos $E1(t)=\exp(-t/T1)$ e $E2(t)=\exp(-t/T2)$ dão conta das relaxações longitudinal e transversal, respectivamente. Na ausência de RF, a matriz de evolução reduz-se a (basta tomar $B1=0$)

$$\exp(Qt) = \begin{pmatrix} \cos\phi.E2(t) & \sin\phi.E2(t) & 0 \\ -\sin\phi.E2(t) & \cos\phi.E2(t) & 0 \\ 0 & 0 & E1(t) \end{pmatrix} \quad (AIII-22)$$

No caso de serem aplicados pulsos de RF não-seletivos em ressonância, cuja duração é bem inferior aos tempos de relaxação T_1, T_2 , a matriz de evolução descreve-se simplesmente como uma rotação em torno do eixo de aplicação da RF

$$\exp(i\alpha) = P(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \quad (\text{AIII-23})$$

A sucessiva aplicação das matrizes (AIII-22) e (AIII-23) na expressão (AIII-16) permite que a magnetização seja calculada em qualquer instante t , dada uma sequência de pulsos de RF e de gradientes de campo.

APENDICE AIV.

'...pois não se deve nunca tirar a alguém
o caminho de volta.'

RETZ

DETERMINAÇÃO DA AMPLITUDE DE UM SINAL DE RMN COMO FUNÇÃO DOS PARAMETROS DE UMA SEQUENCIA DE PULSOS DE RF E DOS TEMPOS DE RELAXAÇÃO T1,T2.

O objetivo do desenvolvimento apresentado a seguir é o de determinar como a magnitude do sinal de RMN gerado por uma dada sequência de pulsos de RF depende dos parâmetros da sequência aplicada, tais como separação entre os pulsos e tempo de repetição. O interesse do estudo reside no fato de que a mesma dependência é válida para a intensidade de um 'pixel' correspondente a uma região de amostra apresentando tempos de relaxação T1,T2, para a imagem gerada por aplicação da particular sequência de pulsos especificada.

Seja um sistema de spins em um campo estático B_0 perfeitamente homogêneo ao longo da direção z , o campo de RF sendo aplicado ao longo da direção x . O movimento da magnetização consiste de duas fases: (i) durante um pulso de RF, ocorre uma precessão em torno do campo efetivo, e (ii) entre os pulsos existe o decaimento da indução livre. Para a determinação da evolução da magnetização dada uma sequência de pulsos de RF, considere-se o formalismo matricial apresentado no apêndice AIII. Em particular, se a RF for aplicada sob a forma de pulsos curtos e intensos, o campo efetivo no sistema rotante encontra-se ao longo do eixo x' e o processo de relaxação durante a aplicação dos pulsos pode ser desprezado. Neste caso, o movimento da magnetização devido a um pulso de θ radianos, pode ser descrito pela transformação

$$M_2 = P(\theta) M_1 \quad (\text{AIV-1})$$

M_1 e M_2 representam a magnetização respectivamente no início e no fim do pulso θ , e P denota uma rotação em torno do eixo x' , representada por

$$P(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (\text{AIV-2})$$

Entre os pulsos, supondo que o campo magnético seja homogêneo, de modos que o decaimento da magnetização transversal deva-se exclusivamente à interação spin-spin e ao processo de relaxação longitudinal, o movimento de M pode ser escrito na forma

$$M(t) = R(t-t_0).M(t_0) + M_0.(1-\exp(-(t-t_0)/T_1)) \quad (\text{AIV-3})$$

$M(t_0)$ e $M(t)$ representam a magnetização no início e durante o intervalo entre os pulsos, M_0 denota a magnetização de equilíbrio e $R(t)$ constitui o operador relaxação, obtido de (AIII-19) tomando-se $\theta = \phi = 0$

$$R(t) = \begin{pmatrix} E_2(t) & 0 & 0 \\ 0 & E_2(t) & 0 \\ 0 & 0 & E_1(t) \end{pmatrix} \quad (\text{AIV-4})$$

O efeito de qualquer seqüência de pulsos sobre a magnetização é obtida combinando sucessivamente as expressões (AIV-1) e (AIV-3). Este fato será ilustrado calculando-se a resposta da magnetização a uma seqüência de inversão-recuperação, na qual a separação entre os pulsos de π e $\pi/2$ é t_1 , e o tempo de repetição é t_r (fig. aiv-1). Seja

$$M(t_0) = \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} \quad (\text{AIV-5})$$

a magnetização inicial. Imediatamente após o pulso π ,
tem-se

$$M(t_0^+) = P(\pi) \cdot M(t_0) = \begin{pmatrix} M_x \\ -M_y \\ -M_z \end{pmatrix} \quad (\text{AIV-6})$$

Entre os pulsos π e $\pi/2$, a evolução da magnetização é dada
por

$$\begin{aligned} M(t) &= R(t-t_0) \cdot M(t_0) + M_0 \cdot (1 - E_1(t-t_0)) \\ &= \begin{pmatrix} E_2(t-t_0) \cdot M_x \\ -E_2(t-t_0) \cdot M_y \\ -E_1(t-t_0) \cdot M_z + M_0(1 - E_1(t-t_0)) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{AIV-7})$$

A magnetização imediatamente após o pulso de $\pi/2$ e sua evolução até o próximo pulso π são dados respectivamente por

$$M((t_0+t_1)^+) = P(\pi/2).M(t_0+t_1) = \begin{pmatrix} E_2(t_1).M_x \\ -E_1(t_1).M_z + M_0(1-E_1(t_1)) \\ E_2(t_1).M_y \end{pmatrix} \quad (\text{AIV-8})$$

e

$$\begin{aligned} M(t) &= R(t-t_0-t_1).M((t_0+t_1)^+) + M_0(1-E_1(t-t_0-t_1)) \\ &= \begin{pmatrix} E_2(t-t_0).M_x \\ -E_1(t_1).E_2(t-t_0-t_1).M_z + M_0.(1-E_1(t-t_0-t_1)) \\ E_1(t-t_0-t_1).E_2(t_1).M_y + M_0.(1-E_1(t-t_0-t_1)) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{AIV-9})$$

Segundo ERNST e ANDERSON, o sistema alcança eventualmente um estado estacionário se o trem de pulsos for mantido por um tempo longo comparado a T_1 , condição esta escrita como

$$M(t_r+t_0) = M(t_0) \quad (\text{AIV-10})$$

A solução de estado estacionário é obtida igualando-se as expressões (AIV-5) e (AIV-9)

$$M_x = 0$$

$$M_y = M_o.E2(tr-ti).[1-2.El(ti)+El(tr)] / [1+El(tr).E2(tr)]$$

$$M_z = M_o.[1+El(tr-ti).(E2(tr)-1)-El(tr).E2(tr)] / [1+El(tr).E2(tr)]$$

(AIV-11)

A amplitude S do sinal de decaimento de indução livre, que é proporcional às componentes transversais da magnetização imediatamente após o pulso $\pi/2$, obtém-se substituindo a solução estacionária (AIV-11) nas componentes x e y da expressão (AIV-8)

$$S = -El(ti).M_z + M_o.(1-El(ti))$$

$$= M_o.[1-2.El(ti)+El(tr)] / [1+El(tr).E2(tr)] \quad (AIV-12)$$

O procedimento descrito pode ser aplicado à determinação das amplitudes de sinais para seqüências de pulsos arbitrárias. As soluções de estado estacionário de algumas seqüências correntemente aplicadas em imagens encontram-se resumidas na fig. (aiv-1). Nos cálculos, supõe-se a uni-exponencialidade das relaxações T1 e T2, operação em condições de ressonância e idealidade dos pulsos aplicados.

Fig. aiv-1 - Representação esquemática e amplitudes de estado estacionário de sinais correspondentes a seqüências comumente empregadas em RMN.

saturação-recuperação $S \sim M_0 \frac{1 - e^{-t_R/T_1}}{1 + e^{-t_R/T_2} e^{-t_R/T_1}}$

spin-eco $S \sim M_0 \frac{1 + e^{-t_R/T_1} - 2e^{-(t_R - 0.5t_E)/T_1}}{1 + e^{-t_R/T_2} e^{-t_R/T_1}} e^{-t_E/T_2}$

inversão-recuperação $S \sim M_0 \frac{1 - 2e^{-t_I/T_1} + e^{-t_R/T_1}}{1 + e^{-t_R/T_2} e^{-t_R/T_1}}$

$S \sim M_0 \frac{1 - 2e^{-t_I/T_1} + 2e^{-(t_I - 0.5t_E)/T_1}}{1 + e^{-t_R/T_2} e^{-t_R/T_1}} e^{-t_E/T_2}$

APENDICE AV

'...mas as coisas findas, muito mais
que lindas, essas ficarão.' DRUMMOND

FUNÇÕES DE FILTRO E NÚCLEOS.

Em RMN, a geração de uma imagem por retroprojeção baseia-se no emprego de funções de filtro no domínio do tempo (espaço recíproco à imagem) e no de frequências (espaço da imagem), que permitam a obtenção de projeções filtradas, as quais são retroprojetadas e interpoladas para formar a imagem final. A primeira função de filtro no domínio do tempo, $|t|$, $|t| < t_m$, também conhecida por função rampa, aparece quando o elemento de área na integral de FOURIER for expresso num sistema polar de coordenadas (vide expressão I-6). De (I-14), tem-se que a projeção filtrada $Q_\phi(r)$ é obtida por transformada de FOURIER unidimensional do produto de um sinal $S_\phi(t)$ por $|t|$, ou por convolução de uma projeção $P_\phi(r)$ com o núcleo ψ

$$Q_{\phi}(r) = S_{\phi}(t) \cdot |t| \cdot \exp(-i \int G \cdot r \cdot t) \cdot dt = P_{\phi}(r) \star \psi \quad (I-14')$$

O truncamento de $|t|$ em $|t|=t_m$ introduz oscilações na transformada de FOURIER (I-14'), sendo conhecido como fenômeno de GIBBS.

Em decorrência do fenômeno de GIBBS, o emprego do filtro $|t|$ na reconstrução a partir de projeções faz com que apareçam oscilações na imagem gerada, tanto sobre a região do objeto quanto fora dela. O objetivo do uso de diferentes filtros é o de suavizar a transição da rampa $|t|$ nos pontos $t=t_m$ e $t=-t_m$, e diminuir as oscilações na imagem, tornando mais homogênea a reconstrução sobre a área do objeto. A suavização da transição do filtro $|t|$ afeta basicamente as componentes de alta frequência, acarretando um decréscimo de resolução na imagem reconstruída.

O propósito deste apêndice é o de discutir e mostrar, sobre imagens simuladas, o efeito de filtros digitais. As funções de filtro são introduzidas no domínio do tempo, por multiplicação dos sinais de RMN, ou no domínio de frequências, por convolução com as projeções.

Os exemplos de classes de funções de filtro utilizadas nos algoritmos de reconstrução foram classificados por HUESMAN em cinco tipos: BUTER, HAM, HAN, PARZN e RAMP. Estes filtros correspondem à multiplicação da função rampa $|t|$, no espaço dos sinais, por uma das seguintes janelas, conhecidas da engenharia

elétrica e do processamento de sinais: BUTTERWORTH, HANN, HAMMING, PARZEN e retangular. Uma descrição detalhada de funções de filtro pode ser encontrada nas referências c.4, c.9, c.10 e c.11.

Na reconstrução de imagens, a função rampa $|t|$ é substituída por uma das funções de filtro cujas expressões analíticas são dadas a seguir:

a. Janela retangular e filtro RAMP

Janela

$$w(t) = \begin{cases} 1 & |t| < t_m \\ 0 & |t| > t_m \end{cases}$$

Filtro

$$c(t) = \begin{cases} |t| & |t| < t_m \\ 0 & |t| > t_m \end{cases}$$

(AV-1)

A transformada inversa de $c(t)$ fornece a função de convolução

$$\tilde{c}(w) = t_m^2 \cdot \{ 2 \cdot \text{sen}(2\pi \cdot t_m \cdot w) / (2\pi \cdot t_m \cdot w) - [\text{sen}(\pi \cdot t_m \cdot w) / (\pi \cdot t_m \cdot w)] \} \quad (\text{AV-2})$$

Para $t_m=0,5$ e $w=k$, $k=0,\pm 1,\pm 2,\dots$, $\check{C}(w)$ reduz-se 'a função de convolução proposta por RAMACHANDRAN e LAKSHMINARAYANAN

$$\Psi(k) = \begin{cases} 1/4 & k=0 \\ -1/(\pi k)^2 & k \text{ impar} \\ 0 & k \text{ par} \end{cases} \quad (\text{AV-3})$$

O filtro RAMP fornece a melhor resolução na imagem reconstruída quando os dados não são acometidos de ruído, mas amplifica o mesmo em dados que possuem flutuações estatísticas. A rápida transição em $t=t_m$ resulta em uma função de convolução com lobos laterais que oscilam mesmo para valores grandes de w . Isto dá origem a oscilações de intensidade nas regiões de maior contraste, produzindo artefatos na imagem reconstruída.

b. Janela HANN e filtro HAN

Janela

$$w(t) = \begin{cases} 0,5 \cdot [1 + \cos(\pi t/t_m)] & |t| < t_m \\ 0 & |t| > t_m \end{cases}$$

Filtro

(AV-4)

$$c(t) = \begin{cases} 0,5 \cdot |t| \cdot [1 + \cos(\pi t/t_m)] & |t| < t_m \\ 0 & |t| > t_m \end{cases}$$

Função de convolução

$$\begin{aligned} \tilde{c}(w) = & t_m^2 \cdot \{ 0,5 \cdot \text{sen} \pi(2 \cdot w \cdot t_m + 1) / \pi(2 \cdot w \cdot t_m + 1) - \\ & 0,25 \cdot [\text{sen} \pi(t_m \cdot w + 0,5) / \pi(t_m \cdot w + 0,5)] + \text{sen}(2 \cdot \pi t_m \cdot w) / (2 \cdot \pi t_m \cdot w) - \\ & 0,5 \cdot [\text{sen}(\pi \cdot t_m \cdot w) / (\pi \cdot t_m \cdot w)] + 0,5 \cdot \text{sen} \pi(2 \cdot w \cdot t_m - 1) / \pi(2 \cdot w \cdot t_m - 1) - \\ & 0,25 \cdot [\text{sen} \pi(t_m \cdot w - 0,5) / \pi(t_m \cdot w - 0,5)] \} \end{aligned} \quad (\text{AV-5})$$

O lobo central da função de convolução obtida do filtro HAN é mais larga que aquele correspondente à função de convolução para a janela retangular, mas seus lobos laterais são reduzidos. Como consequência, a imagem reconstruída possui menos artefatos, sacrificando contudo a resolução da imagem.

c.Janela HAMMING e filtro HAM

Janela

$$w(t) = \begin{cases} 0,54 + 0,46 \cdot \cos(\pi t/t_m) & |t| < t_m \\ 0 & |t| > t_m \end{cases}$$

Filtro

(AV-6)

$$c(t) = \begin{cases} |t| \cdot [0,54 + 0,46 \cdot \cos(\pi t/t_m)] & |t| < t_m \\ 0 & |t| > t_m \end{cases}$$

Função de convolução

$$\begin{aligned} \tilde{c}(w) = & t_m^2 \cdot \{ 0,46 \cdot \text{sen} \pi(2 \cdot t_m \cdot w + 1) / \pi(2 \cdot t_m \cdot w + 1) - \\ & 0,23 \cdot [\text{sen} \pi(t_m \cdot w + 0,5) / \pi(t_m \cdot w + 0,5)] + 1,08 \cdot \text{sen} 2\pi \cdot t_m \cdot w / (2\pi \cdot t_m \cdot w) - \\ & 0,54 \cdot [\text{sen} \pi \cdot t_m \cdot w / (\pi \cdot t_m \cdot w)] + 0,46 \cdot \text{sen} \pi(2 \cdot t_m \cdot w - 1) / \pi(2 \cdot t_m \cdot w - 1) - \\ & 0,23 \cdot [\text{sen} \pi(t_m \cdot w - 0,5) / \pi(t_m \cdot w - 0,5)] \} \end{aligned} \quad (\text{AV-7})$$

A função de convolução HAM possui valores extremos nos lobos laterais maiores que o filtro HAM, mas a largura do lobo central é menor. Conseqüentemente, a resolução de uma imagem reconstruída empregando o filtro HAM é maior que a daquela reconstruída com o filtro HAN, mas o ruído proveniente do processo de reconstrução é igualmente maior.

d.Janela PARZEN e filtro PARZN

Janela

$$w(t) = \begin{cases} 1-6.(t/t_m)^2.(1-|t|/t_m) & |t| < t_m/2 \\ 2.(1-|t|/t_m)^3 & t_m/2 < |t| < t_m \\ 0 & |t| > t_m \end{cases}$$

Filtro

(AV-8)

$$c(t) = \begin{cases} |t|-6.|t|.(t/t_m)^2.(1-|t|/t_m) & |t| < t_m/2 \\ 2.|t|.(1-|t|/t_m)^3 & t_m/2 < |t| < t_m \\ 0 & |t| > t_m \end{cases}$$

Função de convolução

$$\tilde{c}(w) = \{3\pi.t_m.w.\cos(2\pi.t_m.w)-6.\text{sen}(2\pi.t_m.w)-6\pi.t_m.w.\cos(\pi.t_m.w)+ \\ 24.\text{sen}(\pi.t_m.w)-(\pi.t_m.w)^3-9\pi.t_m.w\}/(2\pi^5.t_m^3.w^5)$$

$$c(0) = 0,175.t_m^2$$

(AV-9)

O lobo central da função de convolução PARZN é aproximadamente 30% mais largo que a das funções de HANN ou HAMMING, de modo que a resolução obtida é menor que com os filtros HAN ou HAM. Por outro lado, o filtro PARZN suprime bem o ruído das imagens.

As figuras av-1 mostram gráficos comparativos entre as funções de filtro RAMP, HAN, HAM e PARZN e as respectivas funções de convolução

Fig. av-1 - Gráficos de diferentes filtros no domínio do tempo e de frequência (funções de convolução).

e. Janela de BUTTERWORTH e filtro BUTER

Janela

$$w(t) = 1/[1+(t/t_m)^{2n}]$$

Filtro

$$c(t) = |t|/[1+(t/t_m)^{2n}]$$

(AV-10)

onde n pode assumir qualquer valor real, sendo chamado ordem do filtro.

Um filtro BUTER é projetado calculando-se a largura da janela entre 0 e t_p e a correspondente banda de transição entre os tempos de passa-banda t_p e fim-de-banda t_s , conforme ilustração abaixo.

Fig. av-2 - Parâmetros para projetar um filtro BUTER.

Se os valores de ϵ , A , t_p e t_s forem conhecidos, então os parâmetros n e t_m do filtro BUTER são determinados empregando as equações

$$n = \log(\epsilon / \sqrt{A^2 - 1}) / \log(t_p / t_s) \quad (\text{AV-11})$$

$$t_m = t_p / \epsilon^{1/n}$$

A janela pode ser projetada de modo que tenha uma banda de transição estreita entre t_p e t_s , aproximando-se desta maneira da janela retangular, ou tenha uma banda de transição larga, como as janelas de HANN e HAMMING. Projetar uma janela com uma banda de transição temporal estreita fornece boa resolução na imagem reconstruída; existe, contudo, amplificação de ruído, devido à presença dos lobos laterais na transformada de FOURIER da função de filtro. Por outro lado, uma banda de transição mais larga fornece uma resolução menor, mas o ruído na imagem é reduzido.

f. Janela de SHEPP-LOGAN e filtro SHLO

Janela

$$w(t) = \begin{cases} \text{sen}(\pi t/2.t_m)/(\pi t/2.t_m) & |t| < t_m \\ 0 & |t| > t_m \end{cases}$$

Filtro

(AV-12)

$$c(t) = \begin{cases} |t|. \text{sen}(\pi t/2.t_m)/(\pi t/2.t_m) & |t| < t_m \\ 0 & |t| > t_m \end{cases}$$

Função de convolução

$$\tilde{c}(w) = (2.t_m/\pi)^2 \cdot \{ [1 - \text{sen}(2\pi.t_m.w)]/(1-4.t_m.w) + [1 + \text{sen}(2\pi.t_m.w)]/(1+4.t_m.w) \}$$

(AV-13)

Para $t_m=0,5.a$ e $w=k/a$, $k=..., -2, -1, 0, 1, 2, ...$, $c(w)$ reduz-se à função de convolução de SHEPP-LOGAN

$$\Psi(k) = 2.a^2/\pi^2.(1-4k^2) \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, ... \quad (AV-14)$$

g. Janela GAUSSiana e filtro GAUSS

Janela

$$w(t) = \exp(-\pi t^2 . \sigma^2)$$

Filtro

$$c(t) = |t|. \exp(-\pi t^2 . \sigma^2)$$

(AV-15)

onde σ é um parâmetro que determina a resolução da imagem reconstruída. Quando σ aumenta, o filtro GAUSS desvia-se cada vez mais do filtro rampa, resultando em supressão de ruído, porém com deterioração de resolução. As figs. av-3 apresentam a janela e o filtro GAUSS para diferentes valores do parâmetro σ .

Figs. av-3 - Janelas e filtros GAUSS.

h. Filtro estocástico (ref. c.12)

O filtro estocástico proposto por BUDINGER como uma modificação do filtro de WIENER, tem por expressão

$$c(t) = |t| / [1 + (\gamma \cdot |t| \cdot \bar{m} / P(t))] \quad (\text{AV-16})$$

onde:

$P(t)$ = espectro de potência dos dados a reconstruir, obtido tomando-se, para cada valor de t , o quadrado do respectivo dado de entrada

$\bar{m}$ = valor médio dos dados de entrada

γ = fator de ganho multiplicativo (segundo TSUI-BUDINGER, $0,05 \cdot 2^{-8} < \gamma < 2^{-8}$).

A resposta do filtro é atenuada em valores de t nos quais a potência $P(t)$ é baixa. Existe, portanto, uma suavização de intensidades na imagem reconstruída em condições em que a relação sinal-ruído nos dados de entrada for pequena.

i. Filtro de CHEBYSHEV

Definido por

$$c(t) = |t| / [1 + \epsilon^2 \cdot (V_n(t/t_c))^2] \quad (\text{AV-17})$$

onde $V_n(x)$ é polinômio de CHEBYSHEV de ordem n , satisfazendo a relação de recursão

$$V_1(x) = x \quad V_2(x) = 2.x - 1$$

$$V_{n+1}(x) - 2.x.V_n(x) + V_{n-1}(x) = 0 \quad n = 2, 3, 4, \dots \quad (\text{AV-18})$$

A janela correspondente ao filtro de CHEBYSHEV possui a forma mostrada na fig. av-4 com "ripple" na banda de passagem, e um decaimento monotônico fora dela. A amplitude do "ripple" é dada por

$$\delta = 1 - 1/\sqrt{1+\epsilon^2} \quad (\text{AV-19})$$

ou seja, o "ripple" aumenta quando ϵ cresce.

Fig. av-4 - Janela de CHEBYSHEV.

j. Filtro de HAMMING generalizado

Janela

$$w(t) = \begin{cases} \alpha + (1-\alpha) \cdot \cos(\pi t/t_m) & |t| < t_m, 0 < \alpha < 1 \\ 0 & |t| > t_m \end{cases}$$

Filtro

(AV-20)

$$c(t) = \begin{cases} |t| \cdot [\alpha + (1-\alpha) \cdot \cos(\pi t/t_m)] & |t| < t_m, 0 < \alpha < 1 \\ 0 & |t| > t_m \end{cases}$$

O emprego da janela de HAMMING generalizada provê uma função de convolução Ψ' , resultado da convolução de Ψ com a função

$$H(m) = \begin{cases} \alpha & m = 0 \\ (1-\alpha)/2 & |m| = 1 \\ 0 & \text{demais } m's \end{cases} \quad (\text{AV-21})$$

Esta propriedade é demonstrada calculando-se os coeficientes de FOURIER da janela HAMMING generalizada

$$H(m) = (1/2.t_m) \cdot \int_{-t_m}^{t_m} [\alpha + (1-\alpha) \cdot \cos(\pi t/t_m)] \cdot \exp(-i\pi \cdot m \cdot t/t_m) \cdot dt,$$

com $u = \pi t/t_m$, tem-se

$$\begin{aligned} H(m) &= (1/2\pi) \cdot \int_{-\pi}^{\pi} [\alpha + (1-\alpha) \cdot \cos u] \cdot \exp(-i \cdot m \cdot u) \cdot du = \\ &= (\alpha/2\pi) \cdot \int_{-\pi}^{\pi} [\cos(mu) - i \cdot \sin(mu)] \cdot du \\ &+ (1-\alpha/2\pi) \cdot \int_{-\pi}^{\pi} \cos u \cdot [\cos(mu) - i \cdot \sin(mu)] \cdot du \end{aligned}$$

$$H(m) = \begin{cases} \alpha & m = 0 \\ (1-\alpha)/2 & |m| = 1 \\ 0 & \text{demais } m's \end{cases}$$

O uso deste resultado permite a obtenção, dada uma função de convolução Ψ , de uma nova função Ψ' modificada, cujo valor em cada ponto r_k resulta de uma média ponderada pelos coeficientes de FOURIER da janela de HAMMING generalizada, dos valores de Ψ nos pontos vizinhos r_k , $r(k-1)$ e $r(k+1)$

$$\Psi'(r_k) = ((1-\alpha)/2) \cdot \Psi(r_{k-1}) + \alpha \cdot \Psi(r_k) + ((1-\alpha)/2) \cdot \Psi(r_{k+1}) \quad (\text{AV-22})$$

Consegue-se, desta maneira, reduzir o ruído e as oscilações na imagem reconstruída, resultante da promediação na distribuição de intensidades sobre a mesma, havendo em contrapartida uma perda de resolução.

Apresentam-se a seguir simulações realizadas empregando os filtros descritos. O procedimento adotado é o de multiplicar cada sinal simulado por uma função de filtro, aplicar a transformada de FOURIER ao produto resultante para obter a correspondente projeção filtrada, e realizar a retroprojeção. Os sinais temporais são gerados a partir de transformadas de FOURIER de projeções do phantom simulado, o qual consiste de tubos contendo líquidos de densidades constantes.

Fig. av-5a. Filtros: 1.Ramp; 2.HAM; 3.HAM; 4.Parzn.

Figs. av-5b.

Os parâmetros empregados nas reconstruções das figs. av-5b são:

1. Filtro BUTER: $n=3$
2. Filtro GAUSS: $\sigma=0,1$
3. Filtro CHEBYSHEV: $n=3, \epsilon=0,1$
4. Estocástico: $\rho=2^{-8}$

Cada uma das imagens foi reconstruída tomando-se 60 sinais representando aquisições no intervalo angular de 0 a 360°. A partir das imagens apresentadas, vê-se que a função rampa é a que reconstrói mais fielmente o objeto simulado, principalmente nos contornos, formados pelas componentes de mais alta frequência, ainda que apareçam oscilações (representadas por pequenos pontos) sobre as regiões de densidade constante. Os filtros HAM, HAN, PARZN e estocástico exercem claramente um efeito passa-baixas: as altas frequências, que dão origem às oscilações sobre os objetos, são eliminadas, resultando uma superfície mais uniforme. Em contrapartida, existe perda de resolução, manifesta nos contornos dos tubos (regiões de alta frequência). O filtro de CHEBYSHEV (polinômio de ordem 3 e $\epsilon=0,1$), ao contrário, exerce neste caso um efeito passa altas: os contornos do objeto são realçados, enquanto suas superfícies apresentam grandes oscilações de intensidade, e o ruído na região externa a ele também aumenta.

Na figura av-6 são mostradas simulações de reconstruções de imagens com diferentes funções de convolução. O número de projeções é também igual a 60, e o intervalo angular de definição dos dados compreende 0 a 360°. As funções de convolução são, respectivamente, a de RAMACHANDRAN (AV-3), a de PARZN, obtida de (AV-9) substituindo $t_m=0,5$ e amostrando a função em pontos equidistantes $w=k$, $k=..., -2, -1, 0, 1, 2, ...$, a de SHEPP-LOGAN e a de SHEPP-LOGAN modificada. A função de SHEPP-LOGAN modificada é obtida convoluindo-se a função núcleo original com $H(m)$ (AV-21), resultando em uma promediação dos níveis de intensidade distribuídos sobre o objeto, tornando-os mais homogêneos sobre a

sua superfície, com um pouco de perda de resolução (comparem-se as imagens das figs. av-6.3 e av-6.4).

Fig. av-6 - Imagens simuladas, reconstruídas pelo método de convolução-retroprojeção, empregando diferentes núcleos.

A. RAMACHANDRAN;
D. SHEPP-LOGAN modificado.

B. PARZN;

C. SHEPP-LOGAN;

BIBLIOGRAFIA

a) Teoria básica de ressonância magnética nuclear

a.1. SLICHTER, C.P. Principles of the Magnetic Resonance with examples from solid state physics. Harper and Roe (1963).

a.2. FUKUSHIMA, EIICHI and ROEDER, STEPHEN B.W. Experimental Pulse NMR. A nuts and bolts approach. Addison-Wesley, 1981.

a.3. CARR, H.Y. and PURCELL, E.M. Physical Review 94, pg. 630 (1954).

b) Teoria de imagem por ressonância magnética nuclear

b.1. LAUTERBUR, P.C. Nature, vol. 242, pg. 190 (1973).

b.2. MANSFIELD, P. and MORRIS, P.G. NMR Imaging in Biomedicine. Supplement 2 of Advances in Magnetic Resonance. Academic Press, 1982.

b.3. PYKETT, IAN L. NMR Imaging in Medicine. Scientific American, May 1982, pg. 54-64.

b.4. HINSHAW, WALDO S. and LENT, ARNOLD H. An Introduction to NMR Imaging: From the BLOCH Equation to the Imaging Equation. Proceedings of the IEEE, vol. 71, Nr. 3, March 1983, pg. 338-350.

b.5. CHO, Z.H.; KIM, H.S.; SONG, H.B. and CUMMING, JAMES. FOURIER Transform Nuclear Magnetic Resonance Tomographic Imaging. Proceedings of the IEEE, vol. 70, Nr. 10, October 1982, pg. 1152-1173.

b.6. KUMAR, ANIL; WELTI, DIETER and ERNST, RICHARD R. NMR FOURIER Zeugmatography. Journal of Magnetic Resonance 18, pg. 69-83 (1975).

b.7. EDELSTEIN, W.A.; HUTCHISON, J.M.S.; JOHNSON, J. and REDPATH, T. Spin-warp NMR Imaging and applications to human whole-body imaging. Physics in Medicine and Biology, 1980, vol. 25, pg. 751-756.

b.8. OH, C.H.; KIM, H.S.; PARK, H.W.; KIM, W.S.; LEE, S.W. and CHO, Z.H. Study of R.F., Gradient Pulse and Magnet Instability Effect in NMR Tomography. IEEE Transactions on Nuclear Science, vol. NS-20, Nr. 3, June 1983, pg. 1899- 1904.

b.9. BONAGAMBA, TITO JOSE. Seleção de planos tomográficos. Tese de Mestrado apresentada no Instituto de Física e Química de São Carlos -USP (Março, 1986).

b.10. LOCHER,P.R. NMR Imaging Methods seen as Trajectories in the Reciprocal Space. Bulletin of Magnetic Resonance, vol. 6, Nr. 3, pg. 140-141, November 1984.

c) Teoria de imagem em geral e processamento

c.1. RADON,J. Über die Bestimmung von Funktionen aus ihren Integralen längs verschiedene Mannigfaltigkeiten. Ber. Verh. Sächs. Akad. Wiss. Leipzig, Math. Phys. Kl. 69, pg. 262-277 (1917).

c.2. BRACEWELL,R.N. Strip Integration in Radioastronomy. Australian Journal of Physics, vol. 9, pg. 198-217 (1956).

c.3. DE ROSIER,D.J. and KLUG,A. Reconstruction of three-dimensional Structures from Electron Micrographs. Nature, vol. 217, pg. 130-134.

c.4. Editor: HERMAN,G.T. Image Reconstruction from Projections, Implementation and Applications. Topics in Applied Physics, vol. 32, Springer Verlag, 1979.

c.5. BROOKS,RODNEY A. and DI CHIRO,GIOVANNI. Principles of Computer Assisted Tomography (CAT) in Radiographic and Radioisotopic Imaging. Physics in Medicine and Biology, vol. 21, Nr. 5, pg. 689-732 (1976).

c.6. SHEPP,L.A. and LOGAN,B.F. The FOURIER Reconstruction of a Head Section. IEEE Transactions on Nuclear Section, vol. NS-21, June 1974, pg. 21-43.

c.7. RAMACHANDRAN,G.N. and LAKSHMINARAYANAN,A.V. Three-dimensional Reconstruction from Radiographs and Electron Micrographs: Application of Convolutions instead of FOURIER Transforms. Proceedings of the National Academy of Science USA, vol. 68, Nr. 9, pp. 2236-2240, September 1974.

c.8. MERSEREAU,RUSSEL M. and OPPENHEIM,ALAN V. Digital Reconstruction of Multidimensional Signals from their Projections. Proceedings of the IEEE, vol. 62, Nr. 10, October 1974, pg. 1319-1338

c.9. GULLBERG,GRANT T. and BUDINGER,THOMAS F. The Use of Filtering Methods to Compensate for Constant Attenuation in Single-Photon Emission Computed Tomography. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. BME-28, Nr. 2, February 1981, pg. 142-157.

c.10. TANAKA,E. and IINUMA,T.A. Correction Functions for Optimizing the Reconstructed Image in Transverse Section Scan. Physics in Medicine and Biology, vol. 20, Nr. 5, pg. 789-798 (1975).

c.11. CHESLER,DAVID A. and RIEDERER,STEPHEN J. Ripple Suppression during Reconstruction in Transverse Tomography. J. Physics in Medicine and Biology, vol. 20, Nr. 4, pg. 632-636 (1975).

c.12. TSUI, ERNEST T. and BUDINGER, THOMAS F. A Stochastic Filter for Transverse Section Reconstruction. IEEE Transactions on Nuclear Science, vol. NS-26, Nr. 2, April 1979, pg. 2687-2690.

c.13. HOUNSFIELD, G.N. A Method and Apparatus for Examination of a Body by Radiation such as X- or Gamma-radiation. British Patent Nr. 1283915, London. Issued to EMI Ltd. Application filed August 1968.

c.14. HOUNSFIELD, G.N. Computerized Transverse Axial Scanning (Tomography). Part 1. Description of the System. British Journal of Radiology, Nr. 46, pg. 1016-1022 (1973).

c.15. CORMACK, A.M. Representation of a Functions by Its Line Integrals, with Some Radiological Applications. Journal of Applied Physics, vol. 34, pg. 2722-2727 (1963).

c.16. CORMACK, A.M. Representation of a Function by Its Line Integrals, with Some Radiological Applications. II. Journal of Applied Physics, vol. 35, pg. 2908-2913 (1964).

c.17. CROWTHER, R.A.; DE ROSIER, D.J. and KLUG, A. The reconstruction of a three-dimensional structure from projections and its applications to electron microscopy. Proceedings of the Royal Society of London, Series A, vol. 317, pg. 319-340 (1970).

d) Tempos de relaxação e contraste em imagens por RMN.
Aplicações clínicas.

d.1. DAMADIAN,R. Science, vol. 171, pg. 1151 (1971).

d.2. KJOS,BENT O.; EHMAN,RICHARD L. and
BRANT-ZAWADZKI,MICHAEL. Reproducibility of T1 and T2 Relaxation
Times Calculated from Routine MR Imaging Sequences: Phantom
Study. American Journal of Radiology, vol. 144, June 1985, pg.
1157-1163.

d.3. BAKKER,C.J.G.; de GRAAF,C.N.; and van DIJK,P.
Derivation of quantitative Information in NMR Imaging: a phantom
study. Physics in Medicine and Biology, vol. 29, Nr. 12, pg.
1511-1525 (1984).

d.4. BOTTOMLEY,PAUL A.; FOSTER,THOMAS H.;
ARGERSINGER,RAYMOND E. and PFEIFER,LEAH M. A review of normal
tissue hydrogen NMR relaxation times and relaxation mechanisms
from 1-100Mhz: Dependence on tissue type, NMR frequency,
temperature, species, excision and age. Medical Physics, vol.
11 (4), July- August 1984, pg. 425-448.

d.5. MARGULIS,ALEXANDER R.; HIGGINS,CHARLES B.;
KAUFMAN,LEON and CROOKS,LAWRENCE E. Clinical Magnetic Resonance
Imaging. Radiology Research and Education Foundation, San
Francisco, 1983.

d.6. SCHNEIDERS, NICHOLAS J.; POST, HANS; BRUNNER, PETER;
FORD, JOSEPH; BRYAN, R. NICK and WILCOTT, M. ROBERT. Accurate T2
NMR images. Medical Physics, vol. 10, Nr. 5, September-October
1983, pg. 642-645.

e) Sequências de múltiplos pulsos.

e.1. HAHN, E.L. Spin Echoes. Physical Review, vol. 80,
November 1950, pg. 580-594.

e.2. WOESSNER, D.E. Effects of Diffusion in Nuclear
Magnetic Resonance Spin-Echo Experiments. The Journal of
Chemical Physics, vol. 34, Nr. 6, June 1961, pg. 2057-2061.

e.3. FRAHM, J.; MERBOLDT, K.D.; HANICKE, W. and HAASE, A.
Stimulated Echo Imaging. Journal of Magnetic Resonance 64, pg.
81-93 (1985).

e.4. MERBOLDT, KLAUS-DIETMAR; HANICKE, WOLFGANG and
FRAHM, JENS. Self-Diffusion NMR Imaging Using Stimulated Echoes.
Journal of Magnetic Resonance 64, pg. 479-486 (1985).

e.5. FRAHM, J.; HAASE, A.; MATTHAEI, D.; MERBOLDT, K.-D.
and HANICKE, W. Rapid NMR Imaging Using Stimulated Echoes.
Journal of Magnetic Resonance 65, pg. 130-135 (1985).

e.6. SATTIN, WILLIAM; MARECI, THOMAS H.; and SCOTT, KATHERINE N. Exploiting the Stimulated Echo in Nuclear Magnetic Resonance Imaging. I. Method. Journal of Magnetic Resonance 64, pg. 177-182 (1985).

f) Algebra Matricial e Transformada de FOURIER.

f.1. BRONSON, RICHARD R. Moderna Introdução às Equações Diferenciais. Coleção Schaum (1981).

f.2. BRIGHAM, E. ORAM. The Fast FOURIER Transform. Prentice-Hall (1974).

g) Bobinas de gradiente de campo magnético.

g.1. PARKER, R.S.; ZUPANCIC, I. and PIRS, J. Coil system to produce orthogonal, linear magnetic field gradients. Journal of Physics E: Scientific Instruments, vol. 6, pg. 899-900 (1973).

g.2. BANGERT, V. and MANSFIELD, P. Magnetic field gradient coils for NMR imaging. Journal of Physics E: Scientific Instruments, vol. 15, pg. 235-239 (1982).

g.3. ZUPANCIC, I. Current shims for high-resolution nuclear magnetic resonance on the problem of correcting magnetic field inhomogeneities. Journal of Scientific Instruments, vol. 39, pg. 621-624 (1962). OM

- B.9 -