UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA E QUÍMICA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA E CIÊNCIA DOS MATERIAIS

FÍSICA DE ACELERADORES
APLICADA AO ANEL DE
ARMAZENAMENTO DE ELÉTRONS
UVX DO LCLS

LIU LIN

Tese apresentada ao Instituto de Física e
Química de São Carlos, da Universidade
de São Paulo, para obtenção do título de
Doutor em Ciências - Física Básica.

Orientador: Prof. Dr. Cylon E. T. Gonçalves da Silva

SÃO CARLOS SP - AGOSTO DE 1993

SERVIÇO DE BIBLIOTECA E INFORMAÇÃO - IFQSC
FÍSICA

1051

**IFSC UNIVERSIDADE
DE SÃO PAULO**
Instituto de Física e Química de São Carlos

Fone (0162) 72-6222
Fax (0162) 72-2218

Av. Dr. Carlos Botelho, 1465
Caixa Postal 369
CEP 13560.970 - São Carlos - SP
Brasil

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE DOUTORADO DE LIU LIN APRESENTADA AO INSTITUTO DE FÍSICA E
QUÍMICA DE SÃO CARLOS, DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, EM 06/08/1993

COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. Cylon E.T. Gonçalves

Dr. Helmut Wiedemann

Prof. Dr. Liderio Citrangulo Ioriatti Junior

Prof. Dr. Maher Saleh Hussein

Prof. Dr. Carlos Henrique de Brito Cruz

284

Wen you've built the synchrotron, Samivel, you'll understand a good many things as you don't understand now; but vether it is worth while goin' through so much to learn so little, as the charity-boy said ven he got to the end of the alphabet, is a matter o'taste.

Pursuit of knowledge under difficulties, Sammy?

De Pickwick Papers, ligeiramente aperfeiçoados por CGS.

Agradecimentos

O trabalho desenvolvido nesta tese faz parte de um esforço coletivo que fez nascer - e está fazendo concretizar-se - o projeto e a construção dos aceleradores do Laboratório Nacional de Luz Síncrotron. O entusiasmo, dinamismo e espírito de companheirismo da equipe que assumiu esta tarefa em muito contribuiu para a realização desta tese. Meus sinceros agradecimentos a todos. Em especial agradeço à diretoria do LNLS, que propiciou a toda equipe condições sem iguais de trabalho em épocas de dificuldades no País.

Agradeço ao meu orientador, Cylon Gonçalves da Silva, com o qual aprendi um bocado de física em discussões sobre os mais variados assuntos, inclusive os apresentados nesta tese. Beneficiei-me também da intuição física e experiência do Ricardo Rodrigues.

Os colegas do grupo de Física de Aceleradores (a FisAc), Lucia, Ruy e Pedro compartilharam conosco tanto as tarefas árduas (como a conversão de programas) como também a exaltação das 'descobertas' feitas no estudo da física de aceleradores.

O espírito de partilha de conhecimento dos especialistas da área foi essencial para o desenvolvimento do nosso projeto. Em especial agradeço a Helmut Wiedemann e J. LeDuff.

Quero lembrar aqui também o início na Universidade, em Curitiba, com o César, sempre incentivador, o Ricardo, o Irineu - os cativantes - e Carlos, Robson, Helio, Artemis, Daniel, Jair - os cativados para a física.

Meus pais e irmãos, como em todas as etapas da vida, sempre me ofereçam seu apoio e compreensão. Contei também com o apoio de meu esposo em vários momentos difíceis durante o desenvolver deste trabalho.

E, finalmente, uma menção carinhosa ao Ian e ao Kevin, nascidos no decorrer deste trabalho, que proporcionaram (e ainda o fazem) mudanças radicais de percepção dos valores da vida. Eles são como as não-linearidades abordadas neste trabalho (apenas que as são por excelência) revelando em toda sua plenitude a complexidade e o dilema e, por isso mesmo, todo o encanto e o valor de nossa existência humana. Este trabalho é dedicado a eles, Ian e Kevin.

Índice

Resumo	i
Abstract	ii
1 Introdução	1
1.1 Breve histórico	4
1.2 Introdução básica à física de aceleradores de partículas	5
1.2.1 Oscilações transversais ou betatron	5
1.2.2 Oscilações longitudinais, em energia ou síncrotron	12
1.3 Redes magnéticas de baixa emitância	17
1.3.1 Emitância de equilíbrio do feixe.....	17
1.3.2 Idéia geral de uma rede de baixa emitância	19
1.3.3 Exemplos.....	20
1.4 Códigos: resumos de suas características	22
1.4.1 MAD	23
1.4.2 PATPET	24
1.4.3 TEAPOT.....	26
2 O Anel UVX	27
2.1 Introdução	29
2.2 Critérios do projeto	30
2.3 A rede magnética do UVX.....	32
2.3.1 A célula magnética básica e o modo normal de operação	33
2.3.2 Seleção da sintonia	34
2.3.3 Correção da cromaticidade	35
2.3.4 Dependência com o momentum.....	36
2.3.5 Multipolos de mais alta ordem	36
2.3.6 Erros de alinhamento e excitação	38
2.3.7 Dinâmica de feixe.....	39
2.4 Flexibilidade da rede: Modos 'exóticos' de operação.....	40
2.4.1 Efeito de wigglers	41
2.4.2 O modo de baixo beta.....	43
2.4.3 Os modos de alta e baixa emitância.....	44
2.4.4 O modo quase-isócrono	45

2.5 A injeção no UVX.....	46
2.5.1 Esquema de injeção	46
2.5.2 Tempo de injeção.....	51
3 Otimização da abertura dinâmica do UVX.....	55
3.1 Introdução	57
3.2 Deslocamento da sintonia com a amplitude devido a sextupolos: breve revisão teórica.....	58
3.3 Minimização do deslocamento da sintonia com a amplitude para o UVX.....	61
3.4 Simulação numérica da abertura dinâmica	63
3.5 Resultados e conclusões	65
4 Anéis de armazenamento quase-isócronos.....	67
4.1 O princípio de focalização em fase longitudinal e a condição de quase- isocronicidade.....	70
4.2 O fator de compactação de momentum não-linear	71
4.2.1. Estimativa do efeito do movimento transversal.....	73
4.3 Oscilações síncrotron não-lineares.....	73
4.3.1. Equações Hamiltonianas do movimento e o diagrama de fase.	73
4.3.2. Características qualitativas do diagrama de fase	75
4.3.3. Aceitância em momentum e fase.....	77
4.4 Movimento sincro-bétatron em segunda ordem.....	78
4.5 O modo de operação quase-isócrono para o anel UVX.....	80
4.5.1 Ajuste do fator de compactação de momentum	81
4.5.2 A contribuição do movimento transversal e o diagrama de fase	85
4.5.3 Abertura dinâmica.....	87
4.6 Conclusões	89
5 Conclusões	91
5.1 Resultados principais.....	93
5.2 Problemas não abordados	95
5.3 Perspectivas	95
Apêndice A Deslocamento da sintonia com a amplitude devido a sextupolos	97
A.1 Introdução.....	99
A.2 Fundamentos teóricos: O Hamiltoniano de uma partícula em um acelerador e as equações do movimento	100

A.2.1 Expansão do potencial vetor magnético em multipolos.....	101
A.3 Equações do movimento linear em variáveis ângulo-ação.....	103
A.4 Teoria da Perturbação Canônica	104
Apêndice B Potência Espectral	109
Apêndice C Publicações	113
Referências.....	117

Resumo

A rede magnética do anel de armazenamento de elétrons de 1.15 GeV para a fonte de ultravioleta - raios-X mole do LNLS (UVX) é apresentada e a estabilidade do movimento das partículas neste anel é analisada. Tanto a dinâmica linear como a não-linear nos espaços de fase transversal e longitudinal são abordadas. Estudos do efeito de sextupolos na rede permitiram a otimização da abertura dinâmica do anel através da minimização da aberração geométrica induzida pelos sextupolos de correção cromática. São apresentados também estudos da flexibilidade de ajuste do anel a diferentes configurações óticas, de correção de órbita distorcida devido a erros de multipolo, alinhamento e excitação dos ímãs; e do processo de injeção de elétrons.

O movimento no espaço de fase longitudinal de anéis quase-isócronos é analisado incluindo-se termos de segunda ordem e efeitos das oscilações betatron transversais sobre o fator de compactação de momentum. As condições de estabilidade neste caso são descritas. Propomos um modo de operação quase-isócrono para o UVX onde o fator de compactação de momentum é duas ordens de grandeza menor que no modo normal, podendo fornecer pacotes de elétrons de 2.7 ps (desvio padrão).

Abstract

The magnet lattice of a 1.15 GeV electron storage ring for the LNLS ultraviolet-soft X-ray source is described and the stability of the particles motion in this ring is analyzed. Both the linear and non-linear dynamics in transverse and longitudinal planes are discussed. Studies of the effects of sextupoles on the lattice lead to dynamic aperture optimization through minimization of geometrical aberration induced by the chromaticity correction sextupoles. Discussions include also studies of the lattice flexibility to other optical configurations; multipole, alignment and excitation errors and orbit distortion correction, and the injection process.

The motion in longitudinal phase space of quasi-isochronous rings is analyzed including second order terms and the effect of transverse betatron oscillations on the momentum compaction factor. We describe the conditions for stability in this case. We propose a quasi-isochronous operation mode for UVX where the momentum compaction factor is decreased by two orders of magnitude with respect to the standard operation mode. This mode can provide electron bunches 2.7 ps (one sigma) long.

Capítulo 1

Introdução

Capítulo 1

Introdução

O trabalho apresentado nesta tese faz parte de um programa ainda em andamento para projetar, construir e operar o Laboratório Nacional de Luz Síncrotron - LNLS - em Campinas. O equipamento principal do LNLS é um anel de armazenamento de elétrons, o UVX, uma fonte dedicada de radiação síncrotron cobrindo o espectro eletromagnético na faixa do ultra-violeta de vácuo e raios-X moles. As propriedades de brilho sem precedentes destas poderosas fontes de radiação e o grande potencial oferecido para estudo de materiais têm motivado a construção de aceleradores em vários países do mundo nos últimos anos. Entretanto, as condições cada vez mais exigentes de focalização do feixe vão tornando a operação destas máquinas cada vez mais crítica. Este fato tem desafiado e estimulado pesquisas na área de aceleradores como, por exemplo, estudo do movimento não-linear das partículas, construção de cavidades de radiofrequência sem modos de oscilação perigosos de mais alta ordem, movimentos coletivos acoplados, especialmente a alta frequência, e outras. Discute-se a viabilidade de anéis com emitâncias limitadas por difração. Outras potencialidades da radiação síncrotron também começam a ser pesquisadas tais como coerência, estrutura temporal ultra-curta (sub-pico segundo), polarização de alternância rápida, etc.

No caso do LNLS, o trabalho iniciou-se há aproximadamente seis anos (1987) a partir do zero. Não havia na época, no Brasil, pessoas com experiência anterior na área. O aprendizado foi-se dando 'domesticamente' a partir do primeiro sistema de aceleração construído, o canhão e acelerador linear de elétrons, passando por um largo espectro de atividades (linhas de transporte, espectrômetros, medidas de emitância, sistemas de alinhamento, medidas magnéticas, etc) até o projeto do anel de armazenamento de elétrons UVX em seus mais variados aspectos.

O projeto de um anel de armazenamento de elétrons que atinja os objetivos de alta intensidade e longa durabilidade de feixe é uma tarefa complexa que incorpora tanto a aplicação de técnicas de engenharia como de conceitos de física clássica e moderna. A física de aceleradores envolve assim, um conjunto amplo de matérias (eletroímãs, ultra-alto vácuo, radiofrequência, controle numérico, monitoramento, etc) cuja integração visa a modelar as propriedades e proporcionar as condições de estabilidade ao feixe armazenado de partículas

em alta energia. Como ocorre em projetos desse tipo, as soluções existentes nem sempre se adaptam às necessidades e disponibilidades locais, cada máquina tendo de ser analisada e otimizada individualmente.

O objetivo desta tese é explorar, através da física de aceleradores, as relações entre os parâmetros e as propriedades do anel de armazenamento de elétrons UVX do LNLS, o que nos levará tanto a justificar, com base nos requisitos de projeto, a escolha de tais parâmetros, como a contribuir para a recente área de pesquisas focalizando a obtenção de pacotes de elétrons ultra-curtos.

Neste capítulo inicial faremos uma introdução à física de aceleradores abordando os conceitos básicos da área. Introduziremos também as redes magnéticas de baixa emitância e os códigos numéricos de que dispomos para seu estudo.

Um dos aspectos mais importantes de um anel de armazenamento é a rede magnética, o arranjo ótico de dipolos defletores, quadrupolos focalizadores e outros elementos magnéticos. No capítulo 2 descrevemos a rede do UVX analisando especialmente o modo normal de operação. Outros modos de operação e o processo de injeção também são examinados.

Os efeitos não-lineares no UVX causados pela presença de sextupolos, são estudados e discutidos no capítulo 3. Aplicamos com sucesso um método para minimizar os efeitos não-lineares introduzidos por estes magnetos e assim aumentar a região de estabilidade do movimento das partículas.

Dedicamos atenção especial no capítulo 4 à questão dos anéis quase-isócronos. Nestes anéis o tempo de revolução das partículas é quase independente do desvio de energia das partículas e esta é uma condição necessária para se produzir pacotes ultra-curtos de elétrons em anéis de armazenamento. Analisamos a dinâmica longitudinal da partícula incluindo termos não-lineares e estabelecemos as condições em que o movimento é estável. O trabalho desenvolvido neste capítulo foi objeto de um artigo publicado na *NIM*: L.Lin and C.E.T.Gonçalves da Silva, *NIM A329* (1993) 9-15.

1.1 Breve histórico

As fontes de radiação síncrotron evoluíram nas últimas duas a três décadas através de três ‘gerações’, desde as fontes parasitas em aceleradores para física de alta energia, até os anéis de armazenamento de elétrons (ou pósitrons) de emitâncias extremamente baixas dedicados à produção de radiação síncrotron e otimizados para inserção de onduladores e *wigglers*. As fontes de primeira geração foram construídas para estudos em física de alta energia e os usos envolvendo radiação síncrotron geralmente começaram de forma parasítica.

Em muitos casos a expansão do uso da radiação levou os anéis a ficarem parcialmente ou totalmente dedicados à nova função. Estas fontes oferecem em muitos casos, especialmente no dos grandes anéis de colisão (caso do PEP), radiações extremamente brilhantes e coerentes, até mais que os anéis de terceira geração. A segunda geração de anéis foi projetada desde o início para produção de radiação síncrotron. São exemplos de anéis de segunda geração o SRS em Daresbury, o Photon Factory no Japão, o Bessy em Berlin e o NSLS em Brookhaven. Estes são anéis que já estão totalmente operacionais e que servem a maior parte da comunidade usuária de radiação síncrotron atualmente. Os anéis de terceira geração são projetados para emitância de feixe mais baixas que os da outra geração e trechos retos longos otimizados para inserção de *wigglers* e onduladores, podendo aumentar o brilho e a coerência da radiação por várias ordens de magnitude. Estes anéis têm colocado muitos desafios aos físicos de aceleradores, como por exemplo a obtenção de regiões suficientemente grandes de movimento estável na presença de fortes efeitos não-lineares. Apesar disso, os anéis de terceira geração começam a entrar em operação, como o primeiro e já estabelecido Super-Aco em Orsay e os mais recentes ESRF em Grenoble e ALS em Berkeley.

1.2 Introdução básica à física de aceleradores de partículas

Faremos neste ítem uma breve introdução à física de aceleradores de partículas, em particular, dos anéis de armazenamento de elétrons para produção de radiação síncrotron, com o intuito de apresentar os conceitos básicos e a terminologia usados na área. Não há a intenção de se dar uma visão detalhada completa do assunto. Em lugar disso citamos algumas referências^[1] que, sem dúvida, serão bem mais apropriadas para esse fim.

1.2.1 Oscilações transversais ou *béatatron*

O movimento de uma partícula em um acelerador é descrito normalmente em termos de uma órbita de referência definida para uma partícula com momentum de referência p_0 . É conveniente escolhermos tal órbita como sendo aquela periódica que se fecha sobre si mesma após uma volta, a qual chamaremos *órbita fechada ideal*. O movimento de uma partícula arbitrária é então descrito em termos dos desvios em relação a esta órbita fechada ideal.

Os aceleradores e anéis de armazenamento são constituídos por uma sequência de elementos magnéticos que formam o que chamamos de *rede magnética*. No projeto de um anel de armazenamento, iniciamos normalmente com uma rede simplificada contendo apenas dipolos e quadrupolos magnéticos ideais. Os dipolos definem a órbita fechada ideal para a partícula de referência. Os campos magnéticos podem, então, ser expandidos em torno desta órbita, o que nos leva às equações para as partículas que se desviam da órbita de referência. Se considerarmos apenas os termos lineares, as equações do movimento têm a seguinte

forma para os movimentos horizontal (no plano da órbita) e vertical (perpendicular ao plano da órbita), respectivamente:

$$\frac{d^2x}{ds^2} + K_x(s)x = \frac{\delta}{\rho(s)} \quad (1.1a)$$

$$\frac{d^2y}{ds^2} + K_y(s)y = 0 \quad (1.1b)$$

onde o desvio de momentum δ é definido como

$$\delta = \frac{p - p_0}{p_0} \quad (1.2)$$

e

$$\begin{aligned} K_x(s) &= \frac{1}{\rho^2(s)} - K(s) \\ K_y(s) &= K(s) \end{aligned} \quad (1.3)$$

O sistema de coordenadas x, y, s é usado, onde s corre ao longo da órbita e x e y descrevem os desvios da órbita de referência transversais a esta, conforme mostra a figura 1.1.

$\rho(s) = \frac{p}{eB(s)}$ e $K(s) = \frac{1}{B\rho} \frac{\partial B}{\partial x}$ definem respectivamente o raio de curvatura (dipolos) e a focalização (quadrupolos). Ambas são funções de s definidas pela rede e, para um acelerador circular, são periódicas. Neste caso as equações homogêneas correspondentes são conhecidas como equações de Hill. Devido às forças de focalização descritas por $K(s)$, o movimento é oscilatório em torno da órbita de referência. Este movimento é chamado de *oscilação betatron*. Nas equações (1.1) desprezamos a variação de momentum devido a, por exemplo, aceleração ou radiação síncrotron. Isto pode ser feito desde que a variação de momentum seja lenta comparada à oscilação betatron (aproximação adiabática).

As soluções das Eqs.(1.1) podem ser escritas em forma de oscilações pseudo-harmônicas, introduzidas no artigo clássico de Courant e Snyder[2]:

$$x = \sqrt{2J_x\beta_x(s)} \cos \psi_x(s) \quad (1.4)$$

A função de fase na Eq. (1.4) é

$$\psi_x(s) = \int_{s_0}^s \frac{d\tau}{\beta_x(\tau)} + \phi_x \quad (1.5)$$

J_x e ϕ_x , que definem a amplitude e a fase do movimento betatron, são constantes dadas pelas condições iniciais da partícula. A função amplitude $\beta_x(s)$, ou *função betatron*, é a solução da equação diferencial

$$\frac{d^2 \sqrt{\beta_x}}{ds^2} + K_x(s) \sqrt{\beta_x} - \frac{1}{\beta_x^{3/2}} = 0 \quad (1.6)$$

Para um acelerador circular $\beta_x(s)$ é a solução periódica.

Figura 1.1: Sistema de coordenadas curvilíneo seguindo a órbita de referência.

Das equações (1.4) e (1.5) podemos mostrar que em qualquer azimuth s do anel as coordenadas de um elétron no espaço de fase, x e $x' = dx/ds$, satisfazem a relação:

$$2J_x = \gamma_x x^2 + 2\alpha_x x x' + \beta_x x'^2 \quad (1.7)$$

onde $\alpha_x = -\beta'_x/2$ e $\gamma_x = (1 + \alpha_x^2)/\beta_x$. Esta equação descreve uma elipse no espaço de fase (x, x') de área constante igual a $A = 2\pi J_x$. Assim, em azimuthes s diferentes ao longo da órbita, a forma e a orientação da elipse vão variando devido à variação da função $\beta_x(s)$ mas a sua área é invariante e define a *emitância da partícula* ϵ_x :

$$A = \pi \epsilon_x \quad (1.8)$$

donde $\epsilon_x = 2J_x$. A invariância da área da elipse (e logo da emitância) é o teorema de Liouville. Na figura 1.2 mostra-se a elipse de fase em uma determinada posição s e seus pontos extremos. Temos que

$$x_{max} = \sqrt{\epsilon_x \beta_x} \quad \text{e} \quad x'_{max} = \sqrt{\epsilon_x \gamma_x} \quad (1.9)$$

A máxima emitância para uma partícula no anel é determinada pelo menor de dois limites: o limite físico da máquina fixado pelas paredes da câmara de vácuo, ou o limite dinâmico

delimitado pela máxima região de estabilidade do movimento da partícula. Esta emitância máxima é uma característica do anel e é denominada *aceitância transversal* do anel.

Figura 1.2: Elipse de fase da partícula no plano (x, x') .

Para um acelerador circular o número de comprimentos de onda das oscilações bétatron em uma revolução em torno do anel é conhecido como *sintonia* e é dado por:

$$\nu_x = \frac{1}{2\pi} \int_s^{s+C} \frac{d\tau}{\beta_x(\tau)} \quad (1.10)$$

onde C é a circunferência do acelerador. Expressões similares valem para o plano vertical.

A sintonia é, geralmente, um número fracionário de modo que o deslocamento transversal da partícula em um azimuth s particular varia a cada revolução podendo assumir todos os valores entre os extremos $\pm\sqrt{2J\beta(s)}$. A função β define assim o *envelope* das oscilações bétatron.

O significado da sintonia ν torna-se mais claro se considerarmos as *ressonâncias* e seu efeito destrutivo sobre a estabilidade do feixe. As ressonâncias aqui consideradas são devidas a erros nos campos magnéticos e seu efeito torna-se importante quando ν assume determinados valores. Lembramos que sempre haverá erros magnéticos de diversas naturezas em um anel real, mesmo porque o magneto perfeito ideal não existe. Se ν for um inteiro a oscilação bétatron é sincronizada com a estrutura magnética e a menor imperfeição de campo dipolar excitará ressonâncias na oscilação do feixe levando a um crescimento da amplitude. Outra ressonância forte ocorre também para valores semi-inteiros da sintonia. Neste caso, imperfeições no campo quadrupolar excitam a ressonância. Considerando todos os campos magnéticos de mais alta ordem temos que as ressonâncias ocorrem quando ν_x e ν_y satisfazem a condição:

$$m\nu_x + n\nu_y = r \quad (1.11)$$

onde m, n , e r são inteiros. Felizmente a força das ressonâncias decresce drasticamente com a ordem $|m|+|n|$. Somente as ressonâncias de baixa ordem são perigosas. O *ponto de operação* do anel no diagrama de sintonia (v_x, v_y) deve portanto ser cuidadosamente escolhido para evitar as linhas de ressonância mais perigosas. A figura 1.3 ilustra um diagrama de sintonia com linhas de ressonância até terceira ordem.

Figura 1.3: Diagrama de sintonia mostrando linhas de ressonância até terceira ordem.

A equação linear para o movimento horizontal (1.1a) contém um termo não-homogêneo, $\delta/\rho(s)$. A solução geral desta equação é portanto a soma da solução homogênea (1.4) com uma solução particular. Definimos a solução particular em termos da *função dispersão linear* $\eta_0(s)$:

$$x_p(s) = \delta \eta_0(s) \quad (1.12)$$

onde $\eta_0(s)$ é solução de

$$\frac{d^2 \eta_0}{ds^2} + K_x(s) \eta_0(s) = \frac{1}{\rho(s)} \quad (1.13)$$

Para um acelerador circular é tomada, mais uma vez, a solução periódica.

No movimento linear, definido pelas equações lineares (1.1), a sintonia independe da amplitude J do movimento betatron e do desvio de momentum δ . A introdução de termos de mais alta ordem em x, y e δ nas equações do movimento leva a uma dependência das

funções v , $\eta(s)$, $\beta(s)$ e $\psi(s)$ tanto com o momentum δ como com a amplitude J da partícula. A função dispersão não-linear pode ser expandida como:

$$\eta(s) = \eta_0(s) + \delta\eta_1(s) + \dots, \quad (1.14)$$

onde $\eta_1(s)$ é a função de s solução da equação diferencial obtida com a substituição de $\eta_0(s)$ por $\eta(s)$ na equação (1.12), seu uso na equação (1.1), e a coleta de termos de mesma potência em δ . De particular importância é a geralmente forte dependência da sintonia com δ , descrita pelo conceito de *cromaticidade*. A parte linear desta dependência pode ser removida com sextupolos magnéticos. Estes, porém, introduzem outros termos não-lineares nas equações do movimento levando a dependências fortes da sintonia com a amplitude da partícula, além de dependências não-lineares com o momentum. Em geral, a sintonia pode ser expandida como:

$$v = v_0 + \frac{\partial v}{\partial \delta} \delta + \frac{\partial v}{\partial J_x} J_x + \frac{\partial v}{\partial J_y} J_y + L \quad (1.15)$$

A *cromaticidade linear* é definida por

$$\xi = \left. \frac{1}{v_0} \frac{\partial v}{\partial \delta} \right|_{\delta=0} \quad (1.16)$$

e sua origem física está na dependência, para um gradiente de campo dado, da focalização com o momentum da partícula. Assim, um desvio do momentum leva a um erro de focalização que, por sua vez, desloca o valor da sintonia. Quanto mais forte for a focalização maior o deslocamento da sintonia. Uma partícula com desvio δ em energia terá a sintonia deslocada de $\Delta v = \xi \delta$ em relação à sintonia de referência. Se Δv for grande, esta partícula pode se aproximar de ressonâncias perigosas e se perder. Além disso, devido à cromaticidade natural ser negativa (um desvio positivo de energia faz com que a partícula seja menos focalizada, diminuindo a sintonia), ocorre uma forte instabilidade do feixe conhecida como ‘head-tail instability’. Esta instabilidade limita a corrente máxima armazenável no anel a valores muito baixos. A cromaticidade do anel deve portanto ser corrigida.

A compensação deste efeito é feita com a introdução de sextupolos magnéticos. O sextupolo é um tipo de magneto focalizador onde a força de focalização varia com a distância entre a trajetória da partícula e a órbita ideal. Se o sextupolo é colocado em uma posição no anel onde a dispersão é diferente de zero, as partículas com diferentes momenta terão diferentes posições transversais ($x_e = \eta \delta$) e, conseqüentemente, estarão sujeitas a diferentes forças de focalização. Uma partícula com $\delta=0$ estará sobre a órbita ideal e não será afetada pelo sextupolo. As partículas com momentum diferente do nominal serão menos (se $\delta>0$) ou mais (se $\delta<0$) focalizadas pelos quadrupolos e estarão sobre uma órbita deslocada, passando

deslocada, passando pelo sextupolo a uma distância $x > 0$ ou $x < 0$, recebendo uma focalização adicional dependente do momentum. Com a polaridade correta e com a força adequada, pode-se desta maneira obter um sistema resultante onde a focalização total do quadrupolo combinado ao sextupolo seja independente do momentum da partícula. Este efeito é demonstrado na figura 1.4.

Figura 1.4: Compensação da cromaticidade com o uso de sextupolos magnéticos.

Os sextupolos, no entanto, introduzem não-linearidades nas oscilações betatron pois a posição transversal da partícula ao passar pelo sextupolo depende não só do desvio de momentum mas também da oscilação betatron. Assim, as partículas que tiverem amplitudes de oscilação transversal grandes, mesmo que tenham momentum nominal, passarão fora de centro nos sextupolos e receberão focalização extra. Para amplitudes pequenas este efeito é desprezível mas, com o aumento do valor de x_β as não-linearidades tornam-se cada vez mais dominantes. Acima de um certo limiar o movimento da partícula torna-se instável. Aqui estamos no domínio da dinâmica caótica de partículas. A máxima região onde o movimento das partículas é estável é chamada de *abertura dinâmica*. Apesar do tamanho do feixe estocado ser extremamente pequeno é necessário que a abertura dinâmica seja suficientemente grande para, em primeiro lugar, permitir a injeção de um novo feixe sem que se perca o já previamente injetado e, além disso, para prover condições de estabilidade a elétrons espalhados elasticamente por átomos de gás residual garantindo tempo de vida longo ao feixe. Os sextupolos fortes podem portanto reduzir a abertura dinâmica da máquina a valores tão pequenos que impeçam sua operação.

Existem, felizmente, medidas que permitem compensar a cromaticidade da máquina através de sextupolos e ao mesmo tempo minimizar o efeito de restrição da abertura

dinâmica. Uma das medidas é tentar usar sextupolos mais fracos e em maior número, distribuídos ao longo da máquina. Outra medida seria a minimização da força sextupolar necessária à correção da cromaticidade através da colocação destes em pontos onde a dispersão é alta e as funções betatron x e y são bastante diferentes, ou separadas, uma da outra. Podemos também usar sextupolos nas regiões em que a dispersão é nula^[3]. Neste caso a cromaticidade não seria alterada mas a não-linearidade das oscilações betatron sim, pois nesta região a posição transversal só é determinada por esta oscilação. A idéia é tentar, com estes sextupolos nas regiões não-dispersivas, anular os efeitos não-lineares nas oscilações betatron introduzidos pelos sextupolos cromáticos. Um novo método^[4] foi proposto recentemente onde os sextupolos são cuidadosamente distribuídos de maneira que o avanço de fase da partícula ao percorrer a órbita de um sextupolo a outro é tal que as focalizações dos diferentes sextupolos se compensem. Existem ainda propostas de utilização de sextupolos modificados^[5] para redução dos efeitos não-lineares. Não existem, porém, até o momento, métodos analíticos para otimização da distribuição de sextupolos na máquina. Assim, o estudo do movimento das partículas incluindo sextupolos é feito através de simulações em computador onde se faz o *tracking* numérico da partícula sobre um número determinado de voltas. Nestes programas numéricos simulam-se também os efeitos de erros de alinhamento e campo dos magnetos e efeitos de multipolos de mais alta ordem. Lembramos que o movimento não-linear das partículas e a conservação da abertura dinâmica diante destas não linearidades estão entre as áreas mais importantes da física teórica de aceleradores e também entre os problemas mais difíceis de um projeto de fonte de luz síncrotron com ótica de feixe otimizada.

1.2.2 Oscilações longitudinais, em energia ou síncrotron

A energia dos elétrons no anel não é constante conforme supusemos até o momento. Estes, ao moverem-se em órbitas curvas, perdem energia por radiação síncrotron. Esta perda, apesar de pequena comparada à energia total do elétron, deve ser compensada pelo sistema de aceleração do anel. Assim, além das oscilações nas posições transversais x e y , o elétron também sofre oscilações em energia devido à maneira como esta energia radiada é reposta pelas cavidades aceleradoras. Estas oscilações em energia são conhecidas como *oscilações síncrotron* e são estáveis sob certas condições.

Nos anéis de armazenamento são instaladas cavidades aceleradoras excitadas por amplificadores de rádio-frequência (rf) que fornecem ao feixe uma voltagem senoidal dependente do tempo da forma $V(t) = \hat{V} \sin \omega_{rf} t$ (figura 1.5). O valor de pico, $\hat{V}$, é tipicamente muitas vezes maior que a energia perdida por volta devido à emissão de radiação síncrotron, U . Um elétron com energia nominal E_0 se move ao longo da órbita de referência

e passa pela cavidade aceleradora com a fase de referência Ψ_s . Este é o *elétron síncrono* e Ψ_s a *fase síncrona*. A energia correspondente transferida a este elétron é $e\hat{V} \sin \Psi_s$. A energia perdida por volta pelo elétron síncrono é U_0 . O balanço de energia por revolução deste elétron, $\epsilon_0 = e\hat{V} \sin \Psi_s - U_0$ deve ser nulo para que sua energia permaneça constante, ou $U_0 = e\hat{V} \sin \Psi_s$. Para que o elétron síncrono, viajando à velocidade da luz, chegue à cavidade em revoluções sucessivas sempre com a mesma fase de referência, o tempo de órbita deve ser exatamente um número inteiro de períodos de RF, a razão entre estes períodos sendo conhecida como o *número harmônico*, h .

Figura 1.5: Variação da voltagem de RF com o tempo mostrando os pontos estáveis (A) e instáveis (B).

Consideremos o movimento de um elétron com um pequeno desvio de energia ΔE em relação à energia nominal. Em primeiro lugar, notemos que a órbita de equilíbrio é deslocada para estes elétrons, devido à função dispersão, segundo $x_E = \eta(s)\delta$ onde temos $\delta = \Delta E/E_0$. Uma consequência importante deste deslocamento é que a circunferência para elétrons com desvio de energia difere daquela da órbita fechada ideal, L_0 , pela quantidade

$$\Delta L = L_0 \alpha \frac{\Delta p}{p} = L_0 \alpha \frac{\Delta E}{E_0} \quad (1.17)$$

onde o parâmetro de rede α , conhecido como *fator de compactação de momentum*, (não confundir com α_x da equação 1.7) representa a relação entre a variação relativa do comprimento da órbita devido a um desvio relativo de momentum, e é definido por:

$$\alpha = \frac{\Delta L/L_0}{\Delta p/p} = \frac{1}{L_0} \oint \frac{\eta(s)}{\rho(s)} ds \quad (1.18)$$

Consideremos um elétron com desvio positivo de energia δ . Este elétron percorrerá um caminho mais longo e, como não há diferença apreciável de velocidade, chegará à cavidade depois que o elétron síncrono, com uma fase que difere de ϕ da fase síncrona, $\Psi = \Psi_s + \phi$. Neste caso o balanço de energia por revolução fica

depois que o elétron síncrono, com uma fase que difere de φ da fase síncrona, $\Psi = \Psi_s + \varphi$. Neste caso o balanço de energia por revolução fica

$$\varepsilon = e\hat{V} \sin(\Psi_s + \varphi) - U. \quad (1.19)$$

Para que este elétron seja estável o seu desvio de energia deve ser reduzido, ou ε deve ser menor que zero. Vemos na figura 1.5 que isto ocorre somente nas proximidades do ponto A, onde a voltagem aceleradora vista por elétrons atrasados é menor. Próximo ao ponto B, o desvio aumentaria mais ainda. Assim, o movimento nas proximidades do ponto B é instável enquanto que nas proximidades do ponto A há oscilações estáveis em torno da energia nominal. Os elétrons são portanto agrupados em h pacotes ao longo da circunferência do anel.

Como estamos interessados apenas em pequenos desvios de energia podemos aproximar a energia perdida por volta como

$$U = U_0 + \frac{dU}{dE} \Delta E \quad (1.20)$$

A taxa de variação do desvio de energia pode ser expressa usando (1.17), (1.19) e (1.20), como:

$$\frac{d\Delta E}{dt} = \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{e\hat{V}}{T_0} [\sin(\Psi_s + \Delta\Psi) - \sin \Psi_s] - \frac{dU}{dE} \frac{\Delta E}{T_0} \quad (1.21)$$

A oscilação síncrotron é muito lenta sendo necessárias várias revoluções no anel para um período completo. Assim, aproximamos a derivada temporal $\dot{\varepsilon}$ em (1.21) pela fração ε/T_0 onde T_0 é o período de revolução.

A diferença de fase φ para o elétron com desvio de energia depende apenas da diferença do comprimento da circunferência,

$$\varphi = 2\pi h \frac{\Delta L}{L_0} \quad (1.22)$$

Usando a equação (1.17) temos

$$\dot{\varphi} = \frac{2\pi h \alpha}{T_0} \frac{\Delta E}{E_0} = \omega_0 h \alpha \frac{\Delta E}{E_0} \quad (1.23)$$

As equações (1.21) e (1.23) são as equações do movimento longitudinal. Usando δ estas equações ficam:

$$\dot{\varphi} = \omega_0 h \alpha \delta \quad (1.24a)$$

$$\dot{\delta} = \frac{e\hat{V}}{E_0 T_0} [\sin(\Psi_s + \varphi) - \sin \Psi_s] - \frac{1}{T_0} \frac{dU}{dE} \delta \quad (1.24b)$$

Para oscilações pequenas em fase podemos aproximar $\sin(\Psi_s + \varphi) - \sin \Psi_s \approx \varphi \cos \Psi_s$ em (1.24) e eliminar ou a diferença de fase φ ou o desvio de energia δ

$$\begin{aligned}\ddot{\varphi} + 2a_s \dot{\varphi} + \Omega^2 \varphi &= 0 \\ \ddot{\delta} + 2a_s \dot{\delta} + \Omega^2 \delta &= 0\end{aligned}\quad (1.25)$$

Em geral o coeficiente de amortecimento

$$a_s = \frac{1}{2T_0} \frac{dU}{dE} \quad (1.26)$$

é muito pequeno e podemos escrever a solução para oscilações pequenas como

$$\varphi(t) = \hat{\varphi} \cos(\Omega t + \chi) \quad (1.27)$$

onde

$$\Omega = \omega_0 \left(\frac{-eh\alpha \hat{V} \cos \Psi_s}{2\pi E_0} \right)^{1/2} \quad 90^\circ < \Psi_s < 270^\circ \quad (1.28)$$

é a *frequência síncrotron*. A equação (1.24a) mostra que os desvios em fase e em energia estão relacionados por $\dot{\varphi} \propto \delta$. Na ausência de amortecimento estas duas variáveis são conjugadas. No diagrama de fase δ - φ , as oscilações síncrotron são descritas por um ponto que se move sobre uma elipse. Com o amortecimento o tamanho da elipse vai diminuindo lentamente e a trajetória é uma espiral em direção ao centro.

Lembramos que o sistema somente comporta-se como um oscilador harmônico para pequenas amplitudes de oscilação φ . Para as partículas que executam oscilações grandes a simplificação feita em (1.24) não é mais válida e o movimento torna-se não-linear. O diagrama de fase contém neste caso, dois tipos de trajetórias: as estáveis que são fechadas e limitadas, e as instáveis. A região que contém trajetórias estáveis forma um *balde de rf* e é delimitada pela *separatriz*. A figura 1.6 ilustra estas trajetórias no espaço de fase longitudinal. Para um desvio de fase nulo, $\varphi=0$, o desvio máximo de energia, ou *aceitância em energia*, é:

$$\delta_{max} = \pm \left(-\frac{e\hat{V}E_0}{\pi h\alpha} \left[\cos \Psi_s + \left(\Psi_s - \frac{\pi}{2} \right) \sin \Psi_s \right] \right)^{1/2} \quad (1.29)$$

Nos aceleradores circulares de elétrons, os parâmetros de RF são escolhidos de maneira a gerar uma aceitância longitudinal (energia, fase) muito maior que o núcleo do feixe. A emissão estatística de fótons de radiação síncrotron faz com que a distribuição das partículas em todas dimensões do espaço de fase seja gaussiana. Portanto, a grande aceitância da máquina tem por objetivo prover condições de estabilidade até as pontas da

distribuição do feixe, garantindo tempo de vida longo. Para caracterizar o feixe, no entanto, somente o núcleo (um desvio padrão) é utilizado. Neste caso podemos usar as aproximações para oscilações pequenas e obtemos a seguinte relação para o *comprimento do pacote*:

$$\sigma_l = \pm \frac{c\sqrt{2\pi}}{\omega_0} \sqrt{\frac{\alpha p_0}{-he\hat{V}\cos\Psi_s}} \sigma_\epsilon \quad (1.30)$$

onde σ_ϵ é um desvio padrão do desvio em energia. Vemos que o comprimento do pacote é inversamente proporcional à tensão de pico de RF e pode ser bastante reduzido se o fator de compactação de momentum for pequeno. Esta idéia tem sido investigada recentemente como método de se obter pacotes ultra-curtos de elétrons (sub-pico segundos) e, do ponto de vista da ótica de feixe, é possível ajustar-se a focalização do anel de tal modo que o fator de compactação de momentum fique muito pequeno. Surgem, no entanto, algumas dificuldades. Quando o fator de compactação de momento é próximo a zero, os termos de segunda e mais altas ordens tornam-se importantes e chegam a dominar, introduzindo características completamente novas na dinâmica do feixe de partículas podendo reduzir consideravelmente a aceitância em energia. Além disso várias instabilidades do feixe estabelecem limiares de corrente proporcionais ao fator de compactação de momentum. Apesar destas dificuldades, os anéis com fator de compactação próximo a zero, ou anéis *quase-isócronos*, têm gerado bastante interesse recentemente. No capítulo 4 este assunto será explorado em mais detalhes com a proposição, inclusive, de um modo de operação quase-isócrono para o anel de armazenamento de elétrons UVX.

Figura 1.6: Diagrama no espaço de fase longitudinal mostrando as trajetórias estáveis e instáveis. A região contendo trajetórias estáveis forma o balde de rf que é delimitado pelas separatrizes.

1.3 Redes magnéticas de baixa emitância

Os anéis de armazenamento para produção de luz síncrotron são, em geral, projetados para que as partículas do feixe ocupem a menor seção reta e tenham a menor divergência angular possível, ou seja, ocupem a menor área nos espaços de fase transversais (x, x') e (y, y'). Um feixe compacto, denso e pouco divergente fornece um feixe de fótons com alta *brilhância espectral*, quantidade que descreve a qualidade do feixe de fótons, definida por:

$$B = \frac{dN_{\text{fótons}}}{dt \cdot dA \cdot d\Omega \cdot d\omega/\omega} \left[\frac{\text{fótons}}{s \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{mrad}^2 \cdot 0.1\% \Delta\omega/\omega} \right] \quad (1.31)$$

Em termos dos parâmetros do feixe temos:

$$B \propto \frac{I}{\sigma_x \sigma_y \sigma'_x \sigma'_y} \quad (1.32)$$

e, de acordo com as relações (1.9),

$$B \propto \frac{I}{\varepsilon_x \varepsilon_y} \quad (1.33)$$

Esta relação mostra que a brilhância é determinada principalmente pela corrente I do feixe de elétrons e pelas suas emitâncias transversais ε_x e ε_y . Assim, os anéis de armazenamento para produção de luz síncrotron com alta brilhância são anéis de baixa emitância de feixe e, portanto, forte focalização magnética.

1.3.1 Emitância de equilíbrio do feixe

As dimensões transversais e longitudinais de um pacote de elétrons em um anel de armazenamento resultam do equilíbrio entre dois processos competitivos: o amortecimento radiativo e a excitação quântica.

O processo de amortecimento se dá de maneira diferente para os movimentos transversal e longitudinal. No último caso é devido ao fato da energia radiada por volta, U , depender da energia E do elétron. Em geral dU/dE é positivo de maneira que o aumento da energia radiada compensa o desvio em energia. As oscilações em energia são, portanto, amortecidas. No caso do movimento transversal, o amortecimento das oscilações betatron resulta da maneira como a energia é reposta aos elétrons pela cavidade aceleradora. A emissão de um fóton diminui o valor absoluto do momentum do elétron mas não altera a sua direção, enquanto que a cavidade aceleradora fornece um incremento de momentum na direção paralela à órbita de referência. Há assim uma transferência de momentum transversal para longitudinal (sem alteração do valor absoluto) e o movimento betatron é amortecido.

Consideremos agora o processo de excitação quântica. O fato da radiação ser emitida em quanta discretos tem um efeito significativo sobre o comportamento dos elétrons. Cada emissão é estatisticamente independente de outra e resulta em pequenas discontinuidades na energia dos elétrons causando flutuações nos invariantes do movimento. O efeito cumulativo destas mudanças abruptas e aleatórias de energia é o crescimento das amplitudes J de oscilação, até que a excitação quântica seja balanceada pelo processo de amortecimento. No plano horizontal a perturbação se dá da seguinte maneira: sabemos que existem trajetórias distintas nas regiões dispersivas para partículas com momenta diferentes. A emissão de um quantum de momentum num ponto da rede onde existe dispersão não nula faz com que haja uma diminuição repentina na energia do elétron e este, conseqüentemente, começará a oscilar em torno de uma nova órbita de referência. A amplitude da oscilação pode aumentar ou diminuir dependendo da fase da oscilação. Este efeito no espaço de fase pode ser visualizado na figura 1.7. Os intervalos de tempo entre as emissões são distribuídos estatisticamente e a variação da emitância de cada partícula é errática.

Figura 1.7: Elipses de fase de dois elétrons P1 e P2 oscilando em torno da órbita de referência antes e após emissão de um fóton com momentum Δp . Antes da emissão as coordenadas das partículas descrevem a elipse em negrito e após a emissão passam a descrever as outras duas elipses. Dependendo da fase da oscilação betatron a amplitude da partícula pode aumentar, como no caso de P1, ou diminuir, como em P2.

O equilíbrio entre os dois efeitos descritos acima, de amortecimento e excitação quântica, determinam as dimensões do feixe. Segue-se da teoria da probabilidade que a

distribuição das amplitudes J , e conseqüentemente das emitâncias das partículas, é gaussiana, caracterizada pelo desvio padrão, ou *emitância natural de equilíbrio do feixe*:

$$\varepsilon_{x0} = \frac{55}{32\sqrt{3}} \frac{\hbar}{mc} \left[\frac{E}{mc^2} \right]^2 \frac{\left\langle \frac{1}{\rho^3} \mathcal{H}(s) \right\rangle}{I_x \left\langle 1/\rho^2 \right\rangle} \quad (1.34)$$

onde $H = \gamma_x \eta_x^2 + 2\alpha_x \eta_x \eta'_x + \beta \eta_x'^2$, ρ é o raio de curvatura e I_x é uma função da rede magnética conhecida como número de partição de amortecimento cujo valor é geralmente próximo de $I_x \approx 1$. Em geral ρ é constante para todos os dipolos e

$$\varepsilon_{x0} \propto \frac{E^2}{\rho} \int_{\text{dipolos}} \mathcal{H}(s) ds \quad (1.35)$$

Em um anel de armazenamento plano (sem curvaturas verticais) o feixe deveria ter emitância vertical nula. Nas máquinas reais, no entanto, existe sempre uma emitância vertical diferente de zero devido às imperfeições da rede. Os erros de alinhamento dos ímãs introduzem pequenas curvaturas verticais que geram dispersões verticais não-nulas. Outro efeito que contribui para aumentar a emitância vertical é o acoplamento das oscilações bétatron. Estas são causadas tanto por multipolos de alta ordem do campo magnético como por erros de rotação dos quadrupolos. Geralmente estes efeitos são descritos por um *coeficiente de acoplamento fenomenológico*, definido por

$$k = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \quad (1.36)$$

As emitâncias na presença de acoplamento são

$$\varepsilon_x = \frac{\varepsilon_{x0}}{1+k} \quad \varepsilon_y = \frac{k\varepsilon_{x0}}{1+k} \quad (1.37)$$

Para obtermos alta brilhância é importante, portanto, alinhar cuidadosamente todos os magnetos do anel, além de corrigir efetivamente a órbita fechada distorcida.

1.3.2 Idéia geral de uma rede de baixa emitância

Os anéis de terceira geração otimizados para produção de radiação síncrotron de alta brilhância devem ter, conforme vimos, baixa emitância de feixe e, além disso, devem incluir seções retas otimizadas para instalação de dispositivos de inserção, ou seja, seções retas sem dispersão. Os anéis, assim, são constituídos em geral por arcos acromáticos interligados por seções retas não-dispersivas para colocação das inserções. Em cada lado dos arcos acromáticos ficam os quadrupolos para casamento das funções óticas.

Os princípios expostos no item 1.2.1 nos mostram que para termos baixa emitância devemos ter a função dispersão pequena nos dipolos, que é onde ocorre a emissão de fótons. A ótica de focalização nos arcos acromáticos define assim a emitância de equilíbrio do feixe. A condição de dispersão nula em todo trecho reto de inserção determina as condições iniciais desta função no arco acromático e os parâmetros do dipolo ρ , raio de curvatura, e Θ , ângulo de deflexão, determinam a função dispersão nos dipolos, desempenhando um papel importante no valor da emitância. Em linhas gerais, o fator de escala é dado por $\epsilon \sim E^2 \Theta^3$ mostrando que anéis de baixa emitância requerem muitos dipolos para manter o ângulo de deflexão Θ pequeno. Mas não é só isso. Uma vez fixada a rede, a dispersão fica praticamente determinada e, conforme a equação (1.34), temos disponível a função β_x para a minimização da função $\int \mathcal{H}(s) ds$. É possível mostrar que a condição de mínimo da integral $\int \mathcal{H}(s) ds$ é alcançada quando a função β_x tem um mínimo acentuado nos dipolos^[6]. Para isso o feixe deve ser fortemente focalizado e é exatamente esta focalização forte que causa aberrações cromáticas grandes que devem ser corrigidas com o uso de sextupolos que, por sua vez, introduzem não-linearidades no movimento partículas e limitam a abertura dinâmica da máquina. Deve haver portanto um compromisso entre os requisitos conflitantes de baixa emitância e abertura dinâmica grande.

1.3.3 Exemplos

Existem alguns tipos de arcos acromáticos (rede) que têm sido usados em projetos de anéis de armazenamento para produção de radiação síncrotron de alta brilhância. Os três tipos principais serão discutidos neste item. Cada tipo de rede apresenta suas vantagens e desvantagens sendo necessária a análise cuidadosa do tipo mais adequado para cada caso em particular.

1.3.3.1 A rede FODO

Esta é uma rede muito simples que consiste em uma seqüência alternada e equidistante de quadrupolos focalizadores e defocalizadores. Os dipolos são instalados entre estes quadrupolos. Desprezando a fraca focalização dos dipolos temos que a focalização do feixe é determinada pela seqüência de um quadrupolo focalizador (F), um trecho reto (O), um quadrupolo defocalizador (D), outro trecho reto (O), e assim por diante, conforme mostra a figura 1.8. A FODO é uma rede que apresenta grande flexibilidade. Soluções periódicas estáveis podem ser encontradas para um intervalo grande de gradientes quadrupolares. Em consequência, as funções óticas e portanto o ponto de operação e a emitância podem ser bastante variados. Esta rede, no entanto, não é o melhor arranjo possível para baixa emitância (os mínimos da função β_x não ficam nos dipolos). A maneira

de se obter baixa emitância, então, é através da relação $\varepsilon \sim \Theta^3$. Neste caso a estrutura magnética fica composta por um número grande de dipolos curtos com pequenos ângulos de deflexão e quadrupolos fortes entre eles. O número grande de elementos é em princípio uma das desvantagens desta rede. Os anéis de amortecimento em Stanford^[7] e o XRL^[8] são bons exemplos de uso desta estrutura.

Figura 1.8: Desenho esquemático de uma célula FODO terminada com supressor da função dispersão.

1.3.3.2 A rede Chasman-Green ou DBA

A rede mais simples baseada no princípio de redes de baixa emitância onde a função dispersão é pequena e a função β_x tem um mínimo nos dipolos foi sugerida em 1980 por Chasman e Green^[9]. A rede Chasman-Green básica (ou DBA-*Double Bend Achromat*) (figura 1.9) é a rede mais compacta e econômica já usada em anéis de armazenamento. Cada arco acromático possui simetria de reflexão com apenas um quadrupolo focalizador ao centro. Se usarmos dubletos de quadrupolos em cada lado do arco para casamento das funções óticas, teremos a rede com o menor número possível de quadrupolos. A rede perde, portanto, em flexibilidade sendo poucas as soluções possíveis. Por exemplo, o avanço de fase horizontal entre os centros dos dipolos do arco acromático é sempre aproximadamente 180° ^[10]. Esta restrição no entanto pode ser aceitável se o objetivo é fazer uma fonte de luz compacta.

Existem várias redes Chasman-Green derivadas da rede básica, onde são instalados mais quadrupolos a fim de aumentar a flexibilidade. Em particular podem ser instalados até quatro ou mais quadrupolos na seção dispersiva. O uso de tripletos para o casamento das funções também aumenta a flexibilidade.

Esta rede é usada em vários anéis como o ESRF^[11] em Grenoble, o APS^[12] em Argonne, Elettra^[13] em Trieste e Super-Aco^[14] em Orsay.

Figura 1.9: Célula Chasman-Green básica.

1.3.3.3 A rede TBA

A rede TBA (Triple Bend Achromat) (figura 1.10) é uma expansão da rede DBA onde um dipolo extra na região dispersiva aumenta a flexibilidade permitindo variar o avanço de fase no arco acromático e o valor das funções betatron nas regiões de inserção. A emitância mínima que se consegue com esta rede, para a mesma deflexão por arco acromático, é menor que para a DBA. O projeto de anéis mais recentes de baixíssima emitância tem sido baseadas nesta rede como o ALS^[15] (Berkeley), o Bessy 2^[16] e o SRRC^[17] em Taiwan. Nestes casos ainda foi introduzida focalização vertical nos dipolos, que além de manter a função betatron vertical sob controle ainda reduz a emitância do anel. A flexibilidade desta rede limita-se à fase de projeto da máquina. Uma vez fixada a geometria dos ímãs, a variação possível dos avanços de fase e funções betatron é pequena.

Figura 1.10: Rede TBA básica.

1.4 Códigos: resumos de suas características

O projeto, a otimização e a análise de um anel de armazenamento de elétrons para produção de luz síncrotron envolvem a utilização de vários programas de computador para cálculo e simulação numérica do movimento das partículas. A necessidade de simulação decorre do fato de ser muito difícil estudar analiticamente os efeitos não-lineares introduzidos pelos multipolos de mais alta ordem e pelos diversos erros magnéticos. Além disso, muitos aspectos, como por exemplo a otimização da rede, o casamento das funções óticas, a

sintonização e a correção de órbita, são problemas que envolvem muitas variáveis sendo difícil o tratamento analítico. Basicamente os programas numéricos são o conjunto mais importante de ferramentas através do qual podemos explorar as propriedades de uma máquina particular e estudar os fenômenos envolvidos nas escolhas de determinados parâmetros. A responsabilidade final pela escolha e qualidade dos resultados é sempre do físico de aceleradores.

Existem disponíveis uma grande variedade de programas, ou códigos, para o estudo dos diversos aspectos de um acelerador usando variados métodos de computação. O grande número de códigos faz com que haja uma interseção dos cálculos, sendo recomendável que se cheque os resultados usando mais de um programa. Não há, no entanto, um programa completo para todos os cálculos, sendo necessários vários para o estudo de uma mesma máquina. Isto causa uma certa dificuldade pois cada programa tem sua linguagem de entrada de dados e a transferência de resultados entre eles não é, muitas vezes, direta. As dificuldades não param por aí. Frequentemente encontram-se programas com documentação escassa ou pouco claras, programas com várias versões adaptados para casos particulares ou modificados por diferentes grupos, e há ainda a dificuldade da falta de padronização da linguagem de programação, que torna necessária a conversão dos programas para computadores específicos. Diante disso é preciso tomar muito cuidado tanto com a instalação de um programa como com sua utilização, i.e., com a interpretação dos parâmetros de entrada e saída.

Descreveremos a seguir alguns dos programas mais importantes que foram utilizados no projeto do UVX e sistemas auxiliares.

1.4.1 MAD - Methodical Accelerator Design^[18]

No projeto de um anel de armazenamento iniciamos geralmente com uma rede simplificada formada apenas por dipolos e quadrupolos ideais, que chamamos de rede linear. O MAD é um programa muito útil para otimização desta rede linear, otimização esta que inclui: encontrar soluções periódicas para as funções relevantes do feixe, ou seja, funções betatron e suas derivadas e dispersão e sua derivada, conhecidas como funções de Twiss; ajustar o avanço de fase das funções betatron de modo que o ponto de operação da máquina esteja longe das linhas de ressonância; e ajustar os valores das funções de Twiss em determinados pontos da máquina a fim de obtermos uma série de condições como por exemplo, seções retas sem dispersão, baixa emitância, condições ótimas para colocação de sextupolos, tamanho limitado do feixe, etc.

Para isso, dadas as propriedades (comprimento e força) e a sequência dos elementos magnéticos (rede), podemos usar o MAD para: calcular as soluções periódicas ou não

periódicas (neste caso, dadas as condições iniciais) das funções de Twiss; variar determinados parâmetros dos elementos tal que algumas funções indicadas satisfaçam condições impostas em posições ao longo da rede. Os valores permitidos a estes parâmetros podem ser limitados. O ajuste é feito através da minimização da função *penalty* que é uma somatória da forma

$$penalty = \sum_i \left[w_i (f_i^{calc} - f_i^{cond}) \right]^2 \quad (1.38)$$

onde os pesos w_i e as condições impostas f_i^{cond} são determinados pelo usuário. Obviamente podem surgir, e freqüentemente surgem, problemas quando o programa não encontra uma solução que satisfaça a todas as condições impostas. Este tipo de falha pode ocorrer ou devido a dificuldades numéricas ou condições físicas impossíveis de satisfazer. Assim, é importante que comecemos o problema com bons ‘chutes’ iniciais, por exemplo, calculando previamente a rede usando modelo de lentes finas. Devemos evitar também, ou aprender a reconhecer logo, os problemas que não tem solução. O problema de minimização envolvendo várias variáveis é sabidamente difícil sendo aconselhável limitar o número de variáveis em cada minimização e atentar sempre aos mínimos locais da função. Às vezes é necessário usar algum ‘truque’ para sair de um mínimo local. A função peso w_i é, nestes casos, de particular utilidade.

As versões mais recentes deste programa incluem outras características como cálculos cromáticos e *tracking* de partículas.

1.4.2 PATPET [19]

Uma vez otimizada a rede linear, prossegue-se o projeto do anel com o estudo do efeito de componentes não-lineares. O primeiro passo é, geralmente, a correção da cromaticidade (variação da sintonia com o momentum) através de sextupolos colocados em regiões dispersivas da rede. A distribuição de sextupolos ao longo da máquina arranjados em duas famílias (uma focalizadora e uma defocalizadora) é suficiente para anular as cromaticidades horizontal e vertical e as forças necessárias a estas famílias podem, neste caso, ser calculadas analiticamente. Os sextupolos introduzem no entanto, conforme já mencionamos, efeitos não-lineares indesejáveis tais como ressonâncias de terceira ordem e dependência das sintonias com a amplitude das oscilações betatron limitando a abertura dinâmica. Existem até o momento alguns métodos que permitem minimizar estes efeitos não-lineares mas não eliminá-los completamente. O cálculo destes efeitos e sua otimização, principalmente da abertura dinâmica, são difíceis de serem obtidos analiticamente e são feitos em geral através de *tracking* numérico de partículas. Outras fontes de não-linearidades também são relevantes e seu efeito combinado sobre a abertura dinâmica deve ser

considerado. Estes efeitos são: multipolos sistemáticos (ou termos de mais alta ordem da expansão do campo) causados pelo fato do polo dos ímãs serem finitos, multipolos aleatórios causados por erros de usinagem destes polos, e erros de alinhamento, rotação e excitação dos ímãs.

Os programas de *tracking* simulam o movimento da partícula calculando sua posição no espaço de fase $X = (x, x', y, y', s, \delta)$ elemento após elemento até que a partícula se perca (a amplitude exceda determinado valor) ou complete um número determinado de voltas. Após cada elemento sua posição no espaço de fase é transformada de acordo com

$$X_f = T \cdot X_i \quad (1.39)$$

onde T é a função de transformação para cada elemento. Dependendo do programa T pode variar, por exemplo, incluindo termos de segunda ou terceira ordem ou usando aproximação de lentes finas. Em cada caso há um compromisso entre a precisão de cálculo e o tempo de computação que, em certos momentos, pode ser um limitante do problema.

Os erros de alinhamento dos ímãs, inevitáveis em um anel real, causam distorções na órbita fechada que aumentam os efeitos não-lineares e portanto reduzem a abertura dinâmica do anel. Estes erros são em geral aleatórios e podem ser compensados por um conjunto de campos magnéticos dipolares (corretores de órbita) regularmente distribuídos ao longo da máquina. As órbitas são medidas através de monitores de posição. O controle preciso sobre a órbita também é desejável em várias ocasiões para alinhamento do feixe de radiação síncrotron em relação ao experimento. Já foram estudados até o momento, alguns métodos de correção de órbita como por exemplo: correção local (método dos 'saltos'), correção harmônica e método dos melhores corretores.

O PATPET é um programa que combina as rotinas de dois outros: o PATRICIA e o PETROS. O primeiro é um programa de *tracking* que calcula a abertura dinâmica incluindo multipolos e o segundo é um programa de correção de órbita fechada. O PATPET é assim um programa mais completo que permite fazer o *tracking* das partículas com multipolos, imperfeições magnéticas e distorção de órbita. Os dados de entrada do programa incluem: parâmetros da máquina (energia, tensão de RF, etc), parâmetros para o *tracking* como número de voltas e tipo de apresentação dos resultados, condições iniciais das partículas para o *tracking*, comandos de controle para as saídas, descrição dos elementos da rede incluindo abertura física, definição dos multipolos, sequência dos elementos (rede); definição das distorções na posição e força dos elementos, e comandos para correção de órbita fechada e *tracking*. Os resultados são apresentados de acordo com a especificação da entrada de dados e podem incluir: correção de cromaticidade através de duas famílias de sextupolos, gráficos da variação da sintonia com o momentum, resultados do *tracking* e resultados da correção de órbita. Os resultados do *tracking* podem ser apresentados de duas maneiras: a primeira em

um diagrama xy de pontos onde cada ponto representa as coordenadas (x,y) de uma partícula que não se perdeu em determinado número de voltas. Neste caso inicia-se o *tracking* com um número grande de partículas espalhadas na região de interesse e o limite da região pontilhada ao final seria a abertura dinâmica. A segunda maneira é a disposição em um diagrama no espaço de fase x' versus x das coordenadas de uma mesma partícula em revoluções sucessivas. Este tipo de gráfico pode revelar a influência de ressonâncias sobre o movimento. A transformada de Fourier deste gráfico (opção oferecida pelo PATPET) mostra o espectro de frequências do movimento.

Neste programa os problemas que podem surgir de abertura dinâmica não suficientemente grande ou redes muito sensíveis a erros, são mais complicados de se resolver que no caso de otimização da rede linear e, em geral, requerem um estudo mais aprofundado do problema. Muitas vezes é necessário voltar à rede linear mudando, por exemplo, o ponto de operação da máquina. O processo todo é iterativo e algumas vezes baseado na tentativa e erro. Existem, conforme já mencionamos, métodos que procuram minimizar os efeitos não-lineares e um deles é o uso de sextupolos nas regiões não-dispersivas. Este método foi usado no projeto do UVX e será explorado em detalhes no Capítulo 3.

1.4.3 TEAPOT^[20]- Thin Element Accelerator Program for Optics and Tracking

É um programa de *tracking* que usa o formalismo de lentes finas. Este formalismo permite um *tracking* exato e mais rápido embora a representação dos elementos magnéticos seja aproximada. Em códigos que utilizam representação exata dos elementos (com espessura finita), o *tracking* é aproximado, ou seja, as equações do movimento são truncadas em determinada ordem. Com lentes finas o *tracking* é intrinsecamente simplético.

Capítulo 2

O Anel UVX

Capítulo 2

O Anel UVX

2.1 Introdução

O anel de armazenamento de elétrons de 1.15 GeV do Laboratório Nacional de Luz Síncrotron, UVX, é uma fonte dedicada à produção de radiação síncrotron no intervalo de energia que abrange desde o infra-vermelho até os raios-X duros. O amplo espectro de fótons é otimizado para máximo fluxo (proveniente dos ímãs defletores) na faixa do ultra-violeta de vácuo e raios-X moles: a energia crítica do espectro é igual a 1.23 keV. Além disso, quatro seções retas são inteiramente disponíveis para dispositivos de inserção (*wigglers* e onduladores) que oferecem a opção para radiação mais dura e de maior brilho. Até 24 linhas de luz poderão ser instaladas nos 12 ímãs defletores do anel. Estas características atendem a demandas em diversas áreas, como física, biologia, medicina, química, microlitografia, ciência dos materiais e superfícies, pesquisa industrial e tecnológica. A figura 2.1 mostra o espectro de fótons emitidos pelos ímãs defletores e alguns exemplos de *wigglers* para 100 mA de corrente armazenada no anel. O anel de armazenamento de elétrons é o componente principal da fonte de radiação síncrotron do LNLS que conta ainda com sistemas auxiliares como o acelerador linear (Linac) de 100 MeV para injeção e a linha de transporte de feixe do Linac ao UVX. A disposição geral do complexo de aceleradores é mostrada na figura 2.2. O esquema mostra a idéia para implementação futura de um *booster* dentro da circunferência do UVX. Com o *booster*, cuja função seria acelerar os elétrons de 100 MeV a 1.15 GeV, a injeção seria feita à energia de operação. Esta opção poderá ser implementada sem alteração das posições do Linac ou dos elementos de injeção do anel.

Neste capítulo descreveremos o projeto do anel de armazenamento de elétrons UVX. Os critérios que guiaram o projeto da rede magnética do anel são descritos na seção 2.2. A seção 2.3 apresenta o projeto ótico da rede magnética deste anel, incluindo otimização da rede linear e não-linear. Na seção 2.4 dedica-se atenção especial à questão da flexibilidade da rede e apresentam-se os modos ‘exóticos’ de operação obtidos até o momento. Finalmente na seção 2.5 analisa-se o processo de injeção de elétrons no anel.

Figura 2.1: Fluxo de fótons provenientes dos dipolos defletores e *wigglers* de 2T e 11 pólos e 6 T e 3 pólos, para o anel UVX a 1.15 GeV e 100 mA. Indicamos nas curvas a energia crítica do espectro.

2.2 Critérios do projeto

Os principais requisitos para o projeto da rede de ímãs do anel UVX e para as suas funções óticas são determinados pelas condições desejáveis para os dois feixes envolvidos: longa estabilidade do feixe de elétrons e alto brilho do feixe de fótons. Além disso, há também as não menos desejáveis condições de baixo custo do projeto. Os requisitos gerais acima podem ser melhor especificados:

- O comprimento de onda crítico da radiação emitida pelos dipolos defletores deve ser de $10 \text{ \AA}$ (1.23 keV);
- a rede deve incluir seções retas longas não-dispersivas para acomodar dispositivos de inserção, inclusive eventuais dispositivos de *gap* muito pequeno. Os dispositivos de inserção permitem que se aproveite totalmente o potencial da máquina para gerar radiação de alto brilho;
- o tempo de vida do feixe deve ser maior que 10 horas;
- o número de ímãs deve ser o menor possível;
- a injeção a baixa energia utilizando-se um Linac de 100 a 200 MeV deve ser factível;
- o anel deve apresentar um modo de operação confiável mas também deve ser flexível o bastante para que outros modos de operação mais arrojados possam ser explorados.

Como poderíamos antecipar, alguns dos requisitos acima são conflitantes não podendo ser otimizados ao mesmo tempo. Por exemplo, a condição de baixa emitância em geral leva a uma diminuição da região de estabilidade do feixe armazenado reduzindo o tempo de vida do mesmo; e a condição de poucos elementos magnéticos leva a uma diminuição da flexibilidade da rede. O projeto do anel deve, portanto, ser otimizado globalmente, a solução representando um compromisso cuidadosamente estudado entre os requisitos acima. Isto exige dimensionar e analisar detalhadamente as disposições, forças e tolerâncias dos diversos componentes do anel que geram os vários campos aos quais o feixe está sujeito e que, portanto, determinam a dinâmica do feixe de elétrons armazenado e as características da radiação emitida.

Figura 2.2: Disposição dos aceleradores do LNL mostrando o anel UVX, o Linac, a linha de transporte e idéia para implementação futura de um *booster*.

2.3 A rede magnética do UVX

O comportamento e as propriedades de um feixe de elétrons em um anel de armazenamento são determinados principalmente pela rede magnética guiadora e focalizadora deste feixe no anel. A rede magnética define assim os vários parâmetros do feixe, como a emitância de equilíbrio, o envelope, o deslocamento com o desvio de momentum, a cromaticidade, a região de estabilidade, a sensibilidade a erros de alinhamento e outros. A descrição desta rede é feita convencionalmente através das suas funções óticas: as funções betatron e dispersão. Em termos destas funções os requisitos para o anel podem ser formulados como: função betatron horizontal baixa nos dipolos (baixa emitância), avanço de fase betatron variável no anel (flexibilidade), função dispersão nula nos trechos retos para inserções e cavidade de rf, e abertura dinâmica grande (tempo de vida longo). O projeto adequado da rede magnética é assim de fundamental importância para o bom desempenho da máquina. Este fato motivou estudos intensivos da solução mais apropriada para o caso do LNLS. O projeto inicialmente proposto para o anel sofreu várias alterações à medida que se adquiria maior experiência na área, tanto teórica como principalmente prática. Em cada etapa, especialmente nas primeiras, várias redes foram analisadas e comparadas. Descreveremos aqui o projeto final da rede magnética para o anel UVX do LNLS.

Lembramos que o projeto e análise da rede magnética é feito com o auxílio de códigos de computador, conforme descrito no capítulo 1. Os códigos utilizados no projeto da rede magnética do UVX foram principalmente o Mad e o PATPET.

A rede magnética do UVX consiste de seis superperíodos ou células magnéticas básicas. O anel possui assim, simetria hexagonal. As seis seções retas não-dispersivas, cada qual com 3 metros livres de comprimento, destinadas aos dispositivos de inserção e utilitários da máquina (elementos para injeção do feixe e cavidades aceleradoras de rádiofreqüência), são conectadas por seis arcos acromáticos tipo Chasman-Green. O casamento das funções óticas dos dois tipos de seção é feita por meio de doublets de quadrupolos. O anel possui no total 12 dipolos e 36 quadrupolos. A correção da cromaticidade natural é feita através de duas famílias de sextupolos nas regiões dispersivas da rede. A aberração geométrica causada por estes sextupolos é minimizada através de outras duas famílias nas regiões não-dispersivas da rede, combinadas aos quadrupolos. A otimização destes sextupolos é descrita no capítulo 3. O anel apresenta no total 18 sextupolos puros e 24 combinados aos quadrupolos. A rede possui ainda outros elementos que afetam diretamente a ótica de feixe: 30 corretores de órbita horizontais e verticais, 24 monitores de posição e 3 *kickers* para injeção do feixe. Sendo o anel a repetição (6 vezes) da célula básica, descrevê-la-emos a seguir em maiores detalhes.

2.3.1 A célula magnética básica e o modo normal de operação

Iniciamos com a célula básica simplificada contendo apenas dipolos e quadrupolos magnéticos ideais. A célula básica (ou superperíodo) contém dois semi-trechos retos não-dispersivos e um arco acromático entre eles. O arco acromático é de dupla deflexão (ou Chasman-Green) com dipolos de face paralela e gradiente quadrupolar nulo. A condição de acromaticidade do arco é satisfeita utilizando-se os quadrupolos centrais QFC para focalizar a função dispersão anulando a ela e a sua derivada nas extremidades do arco. Os dubletos de quadrupolos (QF e QD) de cada lado do trecho reto não-dispersivo são responsáveis pelo casamento das funções óticas do arco com o trecho reto. Cada superperíodo possui simetria de reflexão em relação ao centro, conforme mostra a figura 2.3. Os dipolos produzem campos magnéticos de 1.4 T. Para o comprimento de onda crítico especificado de 10 Å (1.23 keV) a energia do anel deve ser 1.15 GeV e o raio de curvatura dos dipolos fica 2.735 m. Cada dipolo deve defletir o feixe de 30° (tal que se complete a circunferência ao longo do anel) ficando assim com 1.43 m de comprimento ao longo do arco. Por serem de faces paralelas, as bordas dos dipolos proporcionam uma pequena focalização vertical ao feixe^[21].

As distâncias entre os elementos magnéticos lineares foi definida prevendo-se espaço para os diversos componentes auxiliares necessários à operação do anel: os sextupolos magnéticos, as bombas de vácuo, os monitores de posição do feixe, válvulas, flanges, entre outros. O comprimento total do anel é ajustado também para que seja um múltiplo exato do comprimento de onda do sinal de rádiofrequência da cavidade reestituidora de energia.

As funções óticas otimizadas para o modo normal de operação são mostradas na figura 2.4.

Figura 2.3: Desenho esquemático de um superperíodo (1/6) do anel UVX mostrando a disposição dos elementos magnéticos e a distribuição de corretores e monitores de posição.

A presença de elementos lineares defletores e focalizadores apenas não é suficiente para a operação de maneira estável de um anel de armazenamento de elétrons para produção de luz síncrotron. Para evitarmos instabilidades é necessário que a forte cromaticidade natural gerada pela dependência da focalização dos quadrupolos com a energia da partícula seja compensada. Esta compensação é feita com a introdução de sextupolos, elementos magnéticos que introduzem não-linearidades nas equações do movimento. No UVX a correção da cromaticidade é feita através de duas famílias de sextupolos no trecho dispersivo da rede. O efeito de deslocamento da sintonia com a amplitude introduzido por estes sextupolos é minimizado através de duas outras famílias no trecho não-dispersivo. A figura 2.3 mostra um diagrama esquemático dos elementos do arco, incluindo os sextupolos, os monitores de posição e os corretores de órbita.

Figura 2.4: Funções óticas em um superperíodo para o modo normal de operação do UVX.

2.3.2 Seleção da sintonia

Nas redes do tipo Chasman-Green, o avanço de fase horizontal é de aproximadamente 180° por dipolo^[22]. Assim, para o UVX, a sintonia horizontal deve ficar próxima de 6. Para selecionarmos o ponto de operação da máquina analisamos as linhas de ressonância no diagrama de sintonia de maneira que este ponto fique longe das linhas mais perigosas. Na escolha da sintonia horizontal consideramos também o processo de injeção do feixe, onde é conveniente que a parte fracionária da sintonia seja próxima de $\approx \frac{1}{4}$. Neste caso o feixe injetado leva aproximadamente 4 voltas para retornar à posição inicial de injeção, propiciando tempo suficiente para que o campo defletor dos *kickers* caia a zero. Para o UVX o período de revolução é de aproximadamente 300 ns. O processo de injeção será descrito mais adiante. Para o modo normal do UVX o ponto de operação escolhido é de $\nu_x=5.27$ e $\nu_y=2.17$, mostrado na figura 2.5.

Figura 2.5: Diagrama de ressonância até terceira ordem mostrando o ponto de operação do UVX no modo normal de operação.

2.3.3 Correção da cromaticidade

A rede do UVX, sendo de focalização forte para atender às condições de alto brilho do feixe, possui cromaticidades naturais grandes. Para corrigir ambas cromaticidades, horizontal e vertical, são necessárias duas famílias de sextupolos localizadas em regiões onde a função dispersão é não nula, $\eta_x \neq 0$. A força necessária a estes sextupolos pode ser estimada analiticamente usando-se o modelo de lentes finas. Consideremos meio superperíodo onde temos dois sextupolos localizados nas posições 1 e 2. Então, para anular a cromaticidade total, as forças dos sextupolos são dadas por:

$$m_1 l_1 = -\frac{4\pi}{\eta_{x1}} \frac{\xi_{xo} \beta_{y2} - \xi_{yo} \beta_{x2}}{\beta_{x1} \beta_{y2} - \beta_{x2} \beta_{y1}} \quad (2.1 \text{ a})$$

$$m_2 l_2 = -\frac{4\pi}{\eta_{x2}} \frac{\xi_{xo} \beta_{y1} - \xi_{yo} \beta_{x1}}{\beta_{x1} \beta_{y2} - \beta_{x2} \beta_{y1}} \quad (2.1 \text{ b})$$

onde $m_1 l_1$ e $m_2 l_2$ são as forças integradas dos sextupolos nas posições 1 e 2 e ξ_{xo} e ξ_{yo} são as cromaticidades naturais para meio superperíodo. Vemos de (2.1) que as forças de sextupolo serão minimizadas se a função dispersão for grande nas posições destes elementos e se as funções betatron forem bastante diferentes nas duas posições sendo $\beta_x > \beta_y$ em uma posição e $\beta_y > \beta_x$ em outra. Quanto à função dispersão, não há muito para ser feito no caso do UVX pois esta é praticamente definida pela condição de acromaticidade da célula. Já no

caso das funções betatron houve a preocupação, durante a fase de otimização da rede linear, de se criar condições favoráveis à inserção de sextupolos para correção de cromaticidade.

2.3.4 Dependência com o momentum

A dependência de diversas grandezas com o momentum da partícula é uma das manifestações das não-linearidades nas equações de movimento. Plotamos para o UVX, na figura 2.6, a dependência das sintonias com o momentum (após a correção da cromaticidade) e das funções betatron e dispersão no centro do trecho reto longo para inserções. Vemos que a variação da sintonia para partículas com até $\pm 3\%$ de desvio de momentum é de no máximo ± 0.07 , não chegando às linhas de ressonância. Para o UVX, onde a dispersão máxima é de 1m e o diâmetro da câmara de vácuo é de 60 mm, a aceitância em energia determinada pelo limite físico é 3%.

2.3.5 Multipolos de mais alta ordem

Até o momento analisamos apenas a rede magnética composta por ímãs ideais. Afim de se obter uma análise mais realística do comportamento do anel incluímos na rede magnética os componentes multipolares de mais alta ordem da expansão do campo magnético, os ‘erros’ de multipolo. Apresentaremos aqui a filosofia utilizada em nossa análise. Os resultados obtidos serão apresentados no item 2.4.6 juntamente com a análise do efeito de erros de alinhamento e excitação. Maiores detalhes a respeito podem ser encontrados nas referências L.Lin, L.Jahnel e P.Tavares, MeT-09/91 e IEEE PAC, 1991.

Em primeiro lugar separamos os multipolos em duas categorias: os sistemáticos e os aleatórios. Os multipolos sistemáticos são causados pelo fato do pólo dos ímãs possuírem dimensões finitas e são iguais para todos os ímãs do mesmo tipo. Já os multipolos aleatórios são devidos às tolerâncias de construção dos pólos dos ímãs e são diferentes para cada elemento. Para obtermos o valor dos multipolos sistemáticos fizemos um ajuste polinomial (contendo apenas os termos permitidos pela simetria do ímã) aos dados do campo magnético obtidos através de simulação numérica com o programa Poisson^[23]. Este ajuste foi efetuado somente dentro dos limites físicos do anel acessíveis ao feixe. Consideramos o ajuste satisfatório se o campo magnético estiver representado pela função de ajuste dentro dos limites de precisão de medida do campo. A simulação do movimento das partículas foi também confinada aos mesmos limites físicos do ajuste polinomial. A estimativa da distribuição dos erros aleatórios foi feita, para os casos onde o erro de usinagem estava diretamente relacionado ao componente de multipolo, considerando-se a precisão de usinagem. Este é o caso, por exemplo, do erro quadrupolar no dipolo que está diretamente ligado ao erro de paralelismo das faces do pólo magnético. Os demais erros foram estimados através de uma compilação dos erros encontrados em outros projetos. As simulações do

movimento das partículas serão refeitas num futuro próximo, quando dispusermos de dados medidos para os ímãs do UVX. Não acreditamos, entretanto, que alterações significativas nos resultados possam ocorrer.

Figura 2.6: Variação das sintonias horizontal e vertical (em cima) com o desvio de momentum da partícula após correção de cromaticidade; amplitude betatron (centro) e função dispersão (em baixo) em função do desvio de momentum no meio do trecho reto longo para dispositivos de inserção.

2.3.6 Erros de alinhamento e excitação

Com o intuito de simular o movimento dos elétrons no anel mais próximo às condições reais de operação, consideramos além dos efeitos dos componentes multipolares de mais alta ordem, o efeito combinado dos erros de alinhamento e excitação dos ímãs. Dentre os diversos efeitos causados por estes erros de alinhamento e excitação, o mais grave é a distorção da órbita fechada do anel. Fizemos para o UVX, um estudo do efeito produzido por tais erros e sua correção através de um conjunto distribuído de corretores de órbita ao longo da circunferência do anel.

As distorções da órbita fechada foram estimadas tomando-se as seguintes tolerâncias de alinhamento e erros de campo: deslocamentos horizontais e verticais dos elementos de 0.2 mm (um desvio padrão), erros relativos de força ($\Delta B/B$, $\Delta K/K$) de 0.1% e erros de rotação em torno do eixo longitudinal de 0.02° . Os erros aleatórios foram representados por distribuições gaussianas truncadas em $\pm$ dois desvios-padrão. As simulações foram feitas com auxílio do código PATPET, através do qual gerou-se um conjunto de 10 modelos do anel, cada qual com uma distribuição de erros aleatórios. A órbita fechada foi calculada para cada distribuição e o seu valor nas posições dos monitores foi tomado como único dado para correção de órbita visto que só podemos dispor de informações a que temos acesso na prática. Os 24 monitores de posição no UVX devem portanto ser distribuídos em pontos estratégicos da rede para que, com o conhecimento da posição da órbita apenas nas posições destes monitores, seja possível corrigir a órbita obtendo-se a menor distorção residual ao longo de todo o anel.

Conhecida a órbita nos monitores de posição, o anel conta com uma distribuição de 18 corretores horizontais e 12 verticais para a correção global destas distorções de órbita. As posições dos monitores e corretores no superperíodo foram mostradas na figura 2.3. Além destes corretores haverá também enrolamentos de correção de órbita nos quadrupolos para ajuste fino local da órbita nos dispositivos de inserção. Para a correção de órbita global usamos o chamado método dos ‘saltos’, onde procura-se minimizar a distorção da órbita nas posições dos monitores dentro de um ‘salto’ ou seja, entre 3 corretores consecutivos. Este é o número mínimo de corretores (independente do avanço de fase das funções betatron entre eles) para se criar uma deformação local da órbita sem afetar o resto do anel. Vão-se dando assim os ‘saltos’ na órbita fechada ao longo da circunferência até que haja uma convergência na distorção de órbita residual. A figura 2.7 mostra o desvio quadrático médio da órbita fechada para o UVX antes da correção e a órbita fechada residual após o processo de correção descrito.

Figura 2.7: Desvio quadrático médio da órbita fechada para o UVX antes da correção (acima) e a órbita fechada residual após o processo de correção pelo método dos 'saltos' (abaixo). As curvas cheias correspondem às médias da órbita fechada, tomadas sobre 10 casos aleatórios, e as pontilhadas às médias mais ou menos um desvio padrão. Atenção à escala dos gráficos.

2.3.7 Dinâmica de feixe

A abertura dinâmica do anel incluindo correção de cromaticidade, erros de multipolo, alinhamento e excitação foi simulada por meio de *tracking* numérico de partículas durante 500 revoluções. As simulações foram feitas após a minimização da aberração geométrica causada pelos sextupolos cromáticos (ver próximo capítulo) e após a correção da órbita fechada. Gerou-se um conjunto de 5 modelos do anel com diferentes distribuições de erros aleatórios de multipolo e alinhamento. Os resultados são mostrados na figura 2.8 onde a região hachurada representa a dispersão dos resultados obtidos para os cinco casos. Estudos do tempo de vida do feixe^[24] em ambas energias, de injeção e de operação, indicam que a abertura dinâmica obtida é suficiente para garantir a injeção do feixe e a operação do anel em alta energia com tempo de vida superior a 10 horas, conforme as especificações.

Figura 2.8: Abertura dinâmica no meio do trecho reto para inserções simulada com o anel incluindo multipolos sistemáticos e aleatórios, erros aleatórios de alinhamento e de excitação, para partículas sem desvio (acima) e com 1% (abaixo) de desvio de momentum.

2.4 Flexibilidade da rede: Modos ‘exóticos’ de operação

A flexibilidade da rede do UVX é analisada em relação a dois aspectos: o intervalo de variação da sintonia e a possibilidade de ajustar as funções bétatron a valores altos ou baixos nas seções de inserção. De uma maneira geral, o intervalo de variação da sintonia reflete a flexibilidade da rede para correção de efeitos de dispositivos de inserção e para obtenção de modos de operação com emitâncias variáveis. Já a liberdade de ajuste do valor da função bétatron reflete a flexibilidade da rede para otimizar as condições necessárias à inserção de dispositivos específicos. Por exemplo, os dispositivos de *gap* pequeno exigem função bétatron vertical baixa para diminuir a limitação da aceitação vertical, enquanto onduladores longos requerem funções bétatron altas para diminuir a divergência do feixe ao longo do dispositivo.

A nossa avaliação da flexibilidade do UVX será feita através da apresentação dos diversos modos ‘exóticos’ de operação do anel, até o momento quatro além do modo

normal: os modos de alta e baixa emitância, o modo de baixo beta e o modo quase-isócrono. Além disso apresentaremos a correção do efeito de deslocamento da sintonia causado pela instalação de *wigglers* na rede.

Os modos de operação normal, de alta e de baixa emitância preservam a simetria hexagonal do anel. A emitância natural é variada de 34 a 119 nm.rad. No modo de baixo beta, a função bétatron vertical é feita muito pequena num dos trechos retos e o anel fica com simetria 2. Finalmente o quinto modo de operação possui simetria 3 e permite a operação do anel em um modo com fator de compactação de momentum próximo a zero, o modo quase-isócrono. A tabela 2.I mostra os principais parâmetros destes modos de operação do UVX.

Os diferentes modos de operação obtidos até o momento demonstram que a rede do UVX é bastante flexível apesar do pequeno número de magnetos. Obviamente, devido ao número limitado de variáveis, esta flexibilidade restringe-se a poucas condições de cada vez.

Tabela 2.I: Parâmetros principais para os modos de operação do UVX.

	QUASE-ISOC.	BAIXO β	ALTA EMIT.	BAIXA EMIT.	NORMAL
Energia					1.15 GeV
Energia de injeção					0.1 GeV
Corrente nominal					100 mA
Circunferência					88.804 m
Emitância	286.0	66.0	119.0	34.1	66.2 nm.rad
Sintonia horizontal	5.26	5.27	4.75	5.72	5.27
Sintonia vertical	2.15	2.17	1.85	1.85	2.17
Sintonia síncrotron	0.165	9.420	9.420	9.420	9.420 1/1000
Fator de compact.	8.72×10^{-5}	8.72×10^{-3}	8.72×10^{-3}	8.72×10^{-3}	8.72×10^{-3}
Disper. energia					0.06 %
Cromatic. hor.	-10.43	-8.21	-5.54	-18.79	-8.07
Cromatic. vert.	-11.96	-10.04	-8.62	-9.23	-9.66

2.4.1 Efeito de wigglers

A inclusão de inserções na rede afetam o feixe em vários aspectos. No caso de *wigglers* e onduladores com pólos planos, a focalização de borda destes pólos provoca uma alteração das funções bétatron e um conseqüente deslocamento da sintonia vertical, deslocamento este que precisa ser compensado para assegurar operação longe das linhas de ressonância. Um dispositivo de inserção de pólos planos de comprimento L e raio de curvatura ρ produz um deslocamento da sintonia vertical igual a

$$\Delta v_y = \frac{I}{4\pi} \beta_y \frac{L}{\rho^2}$$

onde β_y é a função bétatron na posição do wiggler, que assumimos ser constante sobre o comprimento do ímã. A compensação deste efeito é feita localmente no trecho onde localiza-se o dispositivo. Consideramos em primeiro lugar a inserção de um *wiggler* supercondutor de 6 T, o *wiggler* de Frascati, descrito na referência [25]. A figura 2.9 mostra a alteração das funções óticas com a inserção deste *wiggler* e as mesmas após a correção local. Análise semelhante é feita para um *wiggler* de 2T e 11 pólos.

Figura 2.9: Função bétatron vertical para o UVX com o *wiggler* de Frascati sem correção (acima) e com correção local (abaixo) do deslocamento da sintonia.

Figura 2.10: Função betatron vertical para o UVX após correção local do deslocamento da sintonia causado por um *wiggler* de 2T e 11 pólos. Sem correção deste efeito o anel é instável.

2.4.2 O modo de baixo beta

Este é um modo de operação em que a função betatron vertical em uma das seções retas não-dispersivas é feita muito pequena. O objetivo principal é criar condições para a instalação de micro-dispositivos, com *gap* pequeno. A redução do tamanho do *gap* dos dispositivos de inserção permite que o comprimento de onda magnético destes elementos seja proporcionalmente reduzido trazendo vantagens de custo e facilidade de manuseio destes equipamentos. A tecnologia de fabricação destes micro-dispositivos tem sido objeto de vários estudos recentes^[26].

Do ponto de vista da ótica do anel, é necessário baixar a função betatron vertical ao se instalar um dispositivo de *gap* vertical pequeno para que a aceitância física vertical da máquina não seja muito diminuída. Esta aceitância é dada pela menor relação d^2/β_y ao longo do anel, onde d é a dimensão física no azimute s onde a função betatron vertical é β_y . Assim, se quisermos diminuir d é desejável diminuir β_y de modo a não se alterar a aceitância vertical do anel.

Ajustamos o ponto de operação deste modo tal que fosse igual ao ponto de operação do modo normal. Esta técnica será usada mais vezes e tem por objetivo possibilitar a transferência ao modo 'exótico' a partir do modo normal sem que se cruze nenhuma ressonância durante o processo. Este esquema evita que se tenha de estabelecer novas condições de injeção no modo exótico pois esta se daria no modo normal e o feixe já armazenado seria transferido ao novo modo. Assim, as exigências em termos de abertura dinâmica no novo modo podem ser relaxadas.

As funções óticas para metade do anel são mostradas na figura 2.11. A função bétatron vertical é ajustada para 69 cm na seção reta para inserção de *gap* pequeno, ou seja 20 vezes menor que o valor no modo normal de operação. O *gap* mínimo que não limita a aceitância vertical neste ponto é 6.8 mm. A redução da função bétatron vertical nesta reta de inserção provoca um aumento no avanço de fase vertical através desta região. Para manter a mesma sintonia do anel, o avanço de fase através dos arcos acromáticos deve ser reduzido. Este não é o caso do plano horizontal onde a mudança da função bétatron é muito pequena e não afeta o avanço de fase sobre o arco acromático. Por esta razão, a emitância natural neste modo é a mesma que no modo normal.

Figura 2.11: Funções óticas para 3 períodos do anel mostrando ao centro o trecho reto de baixo beta vertical.

2.4.3 Os modos de alta e baixa emitância

Nestes modos variamos o avanço de fase por superperíodo usando os quadrupolos do dubleto de casamento ótico. O quadrupolo central do arco fica fixo pela condição de acromaticidade. A simetria hexagonal do anel é assim preservada. Examinando a tabela 2.1 vemos que as sintonias do anel foram variadas de ± 0.5 enquanto a emitância natural variou de 34 a 119 nm.rad. Podemos dizer que a rede é ajustável sobre um intervalo razoavelmente grande de sintonias. As figuras 2.12 e 2.13 mostram as funções óticas da rede para estes dois modos.

Figura 2.12: Funções óticas para um superperíodo do modo de baixa emitância do UVX.

Figura 2.13: Funções óticas para um superperíodo do modo de alta emitância do UVX.

2.4.4 O modo quase-isócrono

Este é um modo de operação em que o fator de compactação de momentum é reduzido de duas ordens de grandeza em relação ao fator de compactação do modo normal. O objetivo é conseguir pacotes de elétrons e pulsos de luz síncrotron extremamente curtos. Neste modo, como no modo de baixo beta, mantivemos o ponto de operação igual ao do modo normal. Para reduzirmos o fator de compactação de momentum, a função dispersão

foi focalizada a valores negativos em alguns dipolos, conforme pode ser visto na figura 2.14. O capítulo 4 é totalmente dedicado à análise deste modo de operação.

Figura 2.14: Funções óticas para o UVX no modo quase-isócrono.

2.5 A injeção no UVX

A injeção no UVX será feita à baixa energia através de um acelerador linear de 100 MeV^[27]. Os elétrons serão injetados até que se acumule a corrente desejada e, então, serão rampeados até a energia nominal. A injeção à baixa energia traz alguns problemas que a tornam mais delicada que a injeção à alta energia: o tempo de vida do feixe é mais curto e o de amortecimento das oscilações transversais é mais longo. Há também o aumento das dimensões do feixe devido a espalhamento intra-feixe. Dois modos de injeção têm sido usados neste caso: injeção convencional e injeção com taxa de repetição anômala^[28].

Na injeção convencional os pulsos do Linac são injetados a um intervalo de tempo igual ou maior que o tempo de amortecimento das oscilações transversais, enquanto que na injeção com taxa de repetição anômala o intervalo entre os pulsos é muito menor que o tempo de amortecimento e, portanto, o feixe acumulado não chega a amortecer.

Fazemos, neste ítem, um estudo da injeção convencional no anel UVX.

2.5.1 Esquema de injeção

A injeção no anel UVX será feita em um de seus trechos retos longos, no plano horizontal, e pelo lado de dentro da circunferência do anel. O feixe de elétrons do Linac é transportado subterraneamente até o anel e levado para dentro deste através de uma deflexão

horizontal provocada por um *septum* grosso e um *septum* fino*. O feixe é injetado na aceitação do anel, a qual é deslocada localmente no plano horizontal por três *kickers** rápidos.

O feixe proveniente do Linac possui as seguintes características relevantes para o estudo do processo de injeção:

- Energia = 100 MeV
- Corrente no macro-pulso = 200 mA
- Duração do pulso = 200 ns
- Emitância = 6.7×10^{-7} rad.m.

enquanto que o anel UVX possui as seguintes características a 100 MeV:

- Circunferência = 88.8 m
- Período de revolução = 296 ns
- Número harmônico = 148
- Frequência de RF = 500 MHz
- Tempo de amortecimento das oscilações betatron horizontais = 19 s
- Tempo de amortecimento das oscilações betatron verticais = 18 s
- Tempo de amortecimento das oscilações síncrotron = 9 s
- Emitância de equilíbrio = 9×10^{-7} rad.m

A emitância de equilíbrio do feixe armazenado a 100 MeV é calculada levando-se em consideração o efeito de espalhamento intra-feixe que, a esta energia, é o efeito de excitação dominante. O tamanho horizontal r.m.s. do feixe estocado no ponto de injeção (saída do *septum*) é, neste caso, $\sigma_x^e = 3.8$ mm.

A órbita fechada é deslocada, no ponto de injeção, a $4 \sigma_x^e$ da parede da câmara de vácuo, ou seja, a 15 mm da órbita central; o ângulo em relação à órbita central é -1.95 mrad. Consideramos para os cálculos de injeção que a abertura dinâmica horizontal neste ponto é 29 mm, e reservamos 5 mm para a espessura da parede do *septum* e câmara de vácuo. Após o ponto de injeção, a órbita passa por um quadrupolo focalizador, um quadrupolo defocalizador e um dipolo, cruzando a órbita central no ponto onde localiza-se o *kicker* que a coloca novamente na órbita central. A posição dos elementos é mostrada na figura 2.15

* *Septum* e *kickers* são magnetos usados para injeção do feixe. O *septum* deflete o feixe vindo da linha de transporte, injetando-o para dentro da aceitação do anel, sem afetar o feixe estocado. Devido à proximidade entre estes dois feixes no ponto de injeção, o *septum* é um magneto defletor de paredes finas especialmente projetado para que não haja fugas do campo magnético para a região do feixe estocado. Os *kickers* são magnetos pulsados responsáveis pelo deslocamento localizado da órbita fechada (e da aceitação do anel) em direção ao *septum* durante a injeção. Para evitar perdas, este deslocamento deve ser eliminado antes que o feixe injetado retorne à posição inicial de injeção.

juntamente com o feixe estocado deslocado e o feixe injetado.

Figura 2.15: Esquema do processo de injeção mostrando a posição dos *kickers* e as trajetórias dos feixes estocado e injetado. O envelope (um sigma) dos feixes estocado e injetado são representados por linhas pontilhadas.

Dois modos de operação da linha são investigados: injeção com os parâmetros das elipses de fase do feixe casados aos da aceitância do anel e injeção com os parâmetros descasados para otimizar a ocupação da aceitância pelo feixe injetado. As figuras 2.16 e 2.17 mostram a justaposição da órbita fechada deslocada e do feixe injetado, no espaço de fase horizontal, para, respectivamente, a injeção casada e a injeção não-casada.

Os *kickers* devem ser completamente desligados em 4 voltas para que o feixe injetado não colida com a parede da câmara de vácuo. As figuras 2.18 e 2.19 mostram a evolução do feixe injetado, da aceitância deslocada e do feixe estocado, no ponto de injeção, no espaço de fase horizontal, respectivamente para os casos de injeção casada e não-casada, supondo que a força dos *kickers* caia linearmente a zero em 3 voltas.

O processo todo é repetido após o amortecimento do feixe e um novo pulso do Linac é injetado.

Figura 2.16: Aceitância deslocada, feixes injetado e estocado no espaço de fase horizontal, no ponto de injeção (final do septum), para o caso da injeção casada. A área do feixe injetado representa 2.4 vezes a emitância r.m.s. do Linac.

Figura 2.17: Aceitância deslocada, feixes injetado e estocado no espaço de fase horizontal, no ponto de injeção (final do septum), para o caso da injeção não-casada otimizada. A área do feixe injetado representa 7.2 vezes a emitância r.m.s. do Linac.

Figura 2.18: Evolução do feixe injetado e aceitação deslocada no modo de injeção casada.

Figura 2.19: Evolução do feixe injetado e aceitância deslocada no modo de injeção não-casada.

2.5.2 Tempo de injeção

Estimamos o tempo necessário para acumular 100 mA no anel com o preenchimento de muitos pacotes. O Linac, conforme descrito acima, fornece um pulso de 200 ns e 200 mA. A estrutura temporal dos pacotes do anel é determinada pelo sistema de RF, cuja frequência é 500 MHz, ou seja, o período é 2 ns. O pulso injetado preenche, assim, 100 pacotes (de um total de 148). Os baldes de RF para o UVX operando a 100 MeV são

mostrados na figura 2.20. Os cálculos foram feitos para tensão de pico de RF de 160 kV. Obtemos o tamanho do balde $\tau_{max}= 1$ ns e o limite em energia devido à RF $\epsilon_{max}= 3.0$ %. A figura 2.20 mostra também o limite em energia de 3% devido à limitação física.

A eficiência η do processo de injeção depende da eficiência nas várias etapas do processo: o transporte do feixe do Linac ao anel, a entrada do feixe na aceitância do anel e o processo de rampeamento. As duas primeiras quantidades foram calculadas^[29] para o UVX e a eficiência de rampeamento foi estimada em 25% com uma larga margem de segurança. Assim, a eficiência total de injeção no modo casado seria de 17% e no modo não-casado de 21%.

Figura 2.20: Baldes de rf para o modo normal do UVX a 100 MeV e 160 kV de tensão de pico de rf. Neste caso temos $\tau_{max}=1$ ns e $\epsilon_{max}=3.0$ %. As linhas horizontais indicam a aceitância física de $\epsilon=\pm 3$ %. A separatriz é mostrada em linha cheia.

A corrente acumulada no anel em um pulso do Linac é:

$$I_0 = \eta \frac{T_L}{T_{anel}} I_L$$

onde T_L é a duração do macro pulso do Linac, T_{anel} é o período de revolução do anel e I_L é a corrente do macro-pulso. Para a injeção casada $I_0=21.7$ mA e são necessários 5 pulsos do Linac (para acumular 100 mA à alta energia) que, injetados a intervalos iguais ao tempo de amortecimento das oscilações bétatron (19 s), nos dão 1.6 minutos de injeção. Na injeção não-casada $I_0=32.5$ mA o tempo de injeção cai para 1.3 minutos. Estes tempos são menores

que o tempo de vida do feixe a 100 MeV, que é aproximadamente 12 minutos, indicando que é possível a injeção a baixa energia no UVX.

Capítulo 3

Otimização da abertura dinâmica do UVX

Capítulo 3

Otimização da abertura dinâmica do UVX

3.1 Introdução

O anel de armazenamento de elétrons UVX é, conforme já mencionamos, uma máquina dedicada à produção de radiação síncrotron de alto brilho. Como tal, a ótica do anel deve ser otimizada para baixa emitância de feixe. Para satisfazermos esta condição precisamos usar uma rede de focalização forte, ou seja, de altos gradientes quadrupolares. Como resultado, cria-se uma forte cromaticidade natural, $\xi_0 = \Delta v / (\Delta p / p)$, que deve ser compensada para evitar que a sintonia se aproxime de linhas perigosas ressonâncias ou que o feixe se perca devido a instabilidades. Nesta compensação somos levados inevitavelmente a usar sextupolos fortes nas regiões dispersivas da rede - os sextupolos cromáticos. Dentre os diferentes problemas causados pela presença destes sextupolos, o mais grave é a redução da abertura dinâmica devido à dependência da sintonia da partícula com a amplitude do movimento betatron. Uma das maneiras de se minimizar este efeito nocivo é através da introdução de sextupolos adicionais nas regiões não-dispersivas da rede, os sextupolos geométricos, para compensar os efeitos não-lineares dos primeiros sextupolos, sem que se altere a correção da cromaticidade.

No caso do UVX, cujo superperíodo é mostrado na figura 3.1, utilizamos, para compensar a cromaticidade natural, duas famílias de sextupolos cromáticos SF e SD situados na região da rede com dispersão finita. Para reduzir os efeitos não-lineares induzidos por SF e SD, usamos outras duas famílias de sextupolos geométricos, SF1 e SD1, combinados respectivamente às duas famílias de quadrupolos QF e QD nos trechos com dispersão nula.

Neste capítulo faremos uma breve abordagem das não-linearidades introduzidas pelos sextupolos nas equações do movimento através da teoria de perturbação canônica aplicada a anéis de armazenamento onde enfatizamos os resultados diretamente aplicáveis à minimização do deslocamento da sintonia com a amplitude da partícula. O desenvolvimento mais detalhado é dado no apêndice A. Os resultados são aplicados ao modo normal de

operação do UVX e as consequências sobre a abertura dinâmica deste anel são analisadas e discutidas ao final do capítulo.

Figura 3.1: Superperíodo do UVX.

3.2 Deslocamento da sintonia com a amplitude devido a sextupolos: breve revisão teórica

O Hamiltoneano que descreve o movimento transversal de partículas carregadas em um anel de armazenamento contendo não-linearidades introduzidas por multipolos magnéticos de mais alta ordem é dado, em variáveis ângulo-ação, por:

$$H = \frac{J_{0x}}{\beta_x} + \frac{J_{0y}}{\beta_y} + V(J_{0x}, J_{0y}, \psi_{0x}, \psi_{0y}, s) \quad (3.1)$$

$$H = H_0 + V \quad (3.2)$$

onde H_0 é o Hamiltoneano do problema linear e V representa as não-linearidades. s é a variável independente e (ψ_{0x}, J_{0x}) e (ψ_{0y}, J_{0y}) são as variáveis ângulo-ação - coordenada ψ canonicamente conjugada ao momentum J - relacionadas às variáveis 'normais' z e p por:

$$\begin{aligned} z &= \sqrt{2J_{0z}\beta_z(s)} \cos \psi_{0z} \\ p &= -\sqrt{\frac{2J_{0z}}{\beta_z(s)}} \left[\sin \psi_{0z} - \frac{\beta'_z(s)}{2} \cos \psi_{0z} \right] \end{aligned} \quad (3.3)$$

onde usamos z para indicar x ou y .

Se $V=0$, as ações J_{0x} e J_{0y} são invariantes do movimento. Para $V \neq 0$ estes invariantes lineares são alterados e esta alteração revela a influência dos termos não-lineares sobre o movimento. O procedimento que seguiremos é o seguinte: trataremos V como uma perturbação e, aplicando a teoria de perturbação canônica, procuraremos encontrar uma transformação canônica em que o novo momentum J_1 seja uma constante do movimento em primeira ordem da perturbação, ou seja, o novo Hamiltoneano seja independente da nova coordenada ψ_1 em primeira ordem.

Introduzimos, assim, uma função geratriz F que é uma pequena perturbação da função que gera a transformação identidade:

$$F(\psi_0, \mathbf{J}_1, s) = \psi_0 \cdot \mathbf{J}_1 + G(\psi_0, \mathbf{J}_1, s) \quad (3.4)$$

onde G é uma função pequena e, até o momento, arbitrária. Adotamos temporariamente a notação em negrito indicando um vetor com as componentes x e y com a finalidade de tornar as equações mais claras. As novas e velhas variáveis estão relacionadas pela primeira derivada desta função:

$$\psi_1 = \psi_0 + \frac{\partial G}{\partial J_1} \quad \text{e} \quad \mathbf{J}_1 = \mathbf{J}_0 - \frac{\partial G}{\partial \psi_0} \quad (3.5)$$

e o novo Hamiltoneano fica:

$$H_1(\psi_1, \mathbf{J}_1, s) = H + \frac{\partial G}{\partial s}(\psi_0, \mathbf{J}_1, s) \quad (3.6)$$

O objetivo agora é encontrar uma função G que elimine de H_1 o termo da perturbação em primeira ordem. Esta função é tal que:

$$\frac{\partial H_0(\mathbf{J}_1)}{\partial \mathbf{J}_1} \cdot \frac{\partial G}{\partial \psi_0} + \frac{\partial G}{\partial s} + V(\psi_0, \mathbf{J}_1, s) = 0 \quad (3.7)$$

Conhecendo o termo da perturbação V podemos resolver (3.7) para G . A parte do novo Hamiltoneano independente de ψ_1 é dada por:

$$H_1 = H_0(\mathbf{J}_1) + \left\langle \frac{\partial V}{\partial \mathbf{J}_1} \cdot \frac{\partial G}{\partial \psi_0} \right\rangle \quad (3.8)$$

onde a média é tomada sobre as fases das partículas. O novo momentum $\mathbf{J}_1$ é uma constante do movimento em primeira ordem da perturbação.

O deslocamento da sintonia com a amplitude da partícula é obtido derivando-se o Hamiltoneano da perturbação em relação à ação e integrando-se sobre uma revolução no anel:

$$\Delta v(J_I) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi R} ds \frac{\partial}{\partial J_I} \left\langle \frac{\partial V}{\partial J_I} \cdot \frac{\partial G}{\partial \psi_\theta} \right\rangle \quad (3.9)$$

Particularizamos agora os resultados obtidos para o caso de uma não-linearidade sextupolar. O Hamiltoneano da perturbação devido aos sextupolos expresso nas coordenadas ângulo-ação fica:

$$V = S \left[\frac{1}{24} (2J_x \beta_x)^{3/2} (\cos 3\psi_x + 3\cos \psi_x) - \frac{1}{8} (2J_x \beta_x)^{1/2} (2J_y \beta_y) (2\cos \psi_x + \cos \psi_+ + \cos \psi_-) \right] \quad (3.10)$$

onde S é a força de sextupolo $S = \frac{q}{p_0} \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}$ e

$$\psi_{\pm} = \psi_x \pm 2\psi_y \quad (3.11)$$

e abandonamos o índice 0 para as variáveis não-perturbadas.

Usando o termo de perturbação (3.10) na equação para a função geratriz (3.7) obtém-se a função G , que, usada em (3.9), nos dá o deslocamento da sintonia com a amplitude da partícula devido aos sextupolos:

$$\Delta v_x = \alpha_{xx} J_{Ix} + \alpha_{xy} J_{Iy} \quad (3.12)$$

$$\Delta v_y = \alpha_{xy} J_{Ix} + \alpha_{yy} J_{Iy} \quad (3.13)$$

onde

$$\alpha_{xx} = -\frac{1}{64\pi} (F_3 + 3F_x) \quad (3.14)$$

$$\alpha_{xy} = -\frac{1}{64\pi} (-4F_{xy} + 2F_+ - 2F_-) \quad (3.15)$$

$$\alpha_{yy} = -\frac{1}{64\pi} (4F_y + F_+ + F_-) \quad (3.16)$$

são os coeficientes de deslocamento da sintonia com a amplitude e as expressões para as integrais F_i são^[30]:

$$\begin{aligned}
F_3 &= \frac{1}{\sin 3\pi v_x} \int_0^{2\pi R} ds \cdot S(s) \beta_x(s)^{3/2} \int_0^{2\pi R} ds' \cdot S(s') \beta_x(s')^{3/2} \cos 3[|\varphi_x(s) - \varphi_x(s')| - \pi v_x] \\
F_x &= \frac{1}{\sin \pi v_x} \int_0^{2\pi R} ds \cdot S(s) \beta_x(s)^{3/2} \int_0^{2\pi R} ds' \cdot S(s') \beta_x(s')^{3/2} \cos[|\varphi_x(s) - \varphi_x(s')| - \pi v_x] \\
F_{xy} &= \frac{1}{\sin \pi v_x} \int_0^{2\pi R} ds \cdot S(s) \beta_x(s)^{3/2} \int_0^{2\pi R} ds' \cdot S(s') \beta_x(s')^{1/2} \beta_y(s') \cos[|\varphi_x(s) - \varphi_x(s')| - \pi v_x] \\
F_y &= \frac{1}{\sin \pi v_x} \int_0^{2\pi R} ds \cdot S(s) \beta_x(s)^{1/2} \beta_y(s) \int_0^{2\pi R} ds' \cdot S(s') \beta_x(s')^{1/2} \beta_y(s') \cos[|\varphi_x(s) - \varphi_x(s')| - \pi v_x] \\
F_+ &= \frac{1}{\sin \pi v_+} \int_0^{2\pi R} ds \cdot S(s) \beta_x(s)^{1/2} \beta_y(s) \int_0^{2\pi R} ds' \cdot S(s') \beta_x(s')^{1/2} \beta_y(s') \cos[|\varphi_+(s) - \varphi_+(s')| - \pi v_+] \\
F_- &= \frac{1}{\sin \pi v_-} \int_0^{2\pi R} ds \cdot S(s) \beta_x(s)^{1/2} \beta_y(s) \int_0^{2\pi R} ds' \cdot S(s') \beta_x(s')^{1/2} \beta_y(s') \cos[|\varphi_-(s) - \varphi_-(s')| - \pi v_-]
\end{aligned} \tag{3.17}$$

onde

$$\varphi_{\pm} = \varphi_x \pm 2\varphi_y \quad v_{\pm} = v_x \pm 2v_y \tag{3.18}$$

e

$$\varphi_{x,y} = \int_0^s \frac{ds}{\beta_{x,y}} \quad v_{x,y} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi R} \frac{ds}{\beta_{x,y}} \tag{3.19}$$

Considerando-se os sextupolos como lentes finas, as integrais (3.17) tornam-se somatórias e podem ser facilmente calculadas para um dado modo de operação do anel.

3.3 Minimização do deslocamento da sintonia com a amplitude para o UVX

Aplicaremos agora os resultados obtidos no ítem anterior ao modo normal de operação do anel UVX. Tomamos como ponto de partida a configuração ótica em que somente os sextupolos cromáticos SF e SD estão ligados e ajustados para zerar as cromaticidades horizontal e vertical. Nosso objetivo é otimizar os sextupolos não-cromáticos SF1 e SD1 de maneira a reduzir o deslocamento da sintonia com a amplitude da partícula devido aos primeiros sextupolos.

Para uma análise quantitativa do efeito não-linear global causado pelos sextupolos sobre o movimento das partículas, introduzimos uma função que é a somatória quadrática ponderada dos coeficientes de deslocamento da sintonia com a amplitude:

$$P = w_{xx}\alpha_{xx}^2 + w_{xy}\alpha_{xy}^2 + w_{yy}\alpha_{yy}^2$$

onde os w_{ij} são pesos correspondentes a cada coeficiente α_{ij}^2 .

O procedimento geral utilizado para otimizar os sextupolos não-cromáticos é através da minimização da função P dada determinada distribuição de pesos, através da variação das forças destes sextupolos. Variações da função peso permitem atenuar seletivamente a influência dos coeficientes α_{ij}^2 .

O procedimento descrito acima foi implementado em um programa de computador onde a minimização de F é feita utilizando-se o pacote de rotinas Minuit^[31] da biblioteca do CERN^[32].

A ótica linear do modo normal do UVX é caracterizada pelos seguintes parâmetros:

- sintonia horizontal: $\nu_x=5.27$
- sintonia vertical: $\nu_y=2.17$
- emitância natural: $\epsilon_0=66.2$ nm.rad

Os resultados da otimização para este modo para alguns conjuntos de pesos w_{ij} são mostrados na tabela 3.I. Para efeito de comparação com o caso não-otimizado apresentamos também o valor dos coeficientes de deslocamento da sintonia quando os sextupolos não-cromáticos estão desligados. Vemos que é possível diminuir efetivamente os coeficientes de deslocamento da sintonia com a amplitude através de SF1 e SD1.

Tabela 3.I: Coeficientes de deslocamento da sintonia com a amplitude da partícula para algumas configurações de sextupolos.

w_{xx}, w_{xy}, w_{yy}	α_{xx}	α_{xy}	α_{yy}	SF1 (m ⁻²)	SD1 (m ⁻²)
—	682	809	572	0	0
1, 1, 1	255	240	150	0.80	-0.83
1, 2, 1	289	167	214	0.85	-0.85
2, 1, 1	227	273	156	0.73	-0.77
1, 1, 2	257	275	91.5	0.80	-0.85
2, 1, 2	229	307	93.5	0.74	-0.79
2, 2, 1	250	199	229	0.78	-0.79

A fim de verificar da eficiência do método e comparar os resultados para diferentes configurações de sextupolos realizamos simulações numéricas da abertura dinâmica, através de *tracking* das partículas. Os procedimentos e resultados são descritos nos próximos itens.

3.4 Simulação numérica da abertura dinâmica

Do ponto de vista teórico, a adequação ou não de uma configuração particular de rede de ímãs é dada pela simulação da abertura dinâmica do anel. Assim, a eficiência da introdução dos sextupolos não-cromáticos e a comparação entre as diversas configurações destes sextupolos são medidas através deste parâmetro.

Apresentamos, neste item, os resultados da simulação numérica da abertura dinâmica para as configurações de sextupolos sintetizadas na tabela 3.I. Nestas simulações consideramos não só o efeito dos sextupolos, mas também o de multipolos sistemáticos de mais alta ordem dos dipolos e quadrupolos. Notamos que a otimização dos sextupolos feita anteriormente não leva em consideração estes multipolos de mais alta ordem. Estes, no entanto, afetam o movimento das partículas e o que nos interessa, no final, é o resultado combinado de todos os efeitos sobre a abertura dinâmica. Ainda assim nossa otimização sextupolar não terá sido em vão pois estes elementos magnéticos são os principais responsáveis pela redução da abertura dinâmica.

Faremos aqui uma digressão para apresentar algumas considerações sobre o método de obtenção dos componentes de multipolo de mais alta ordem dos ímãs. Estes componentes foram obtidos através do ajuste de uma função polinomial (contendo apenas os termos permitidos pela simetria do ímã) aos dados do campo magnético calculados pelo programa Poisson^[33]. O ajuste, por mínimos quadrados, é feito somente dentro dos limites da região física acessível ao feixe e será considerado bom se o campo puder ser reproduzido pelos componentes multipolares, nesta região, dentro das precisões de medida do campo magnético (0.5 Gauss no nosso caso). Como é freqüente nos ajustes deste tipo, não temos garantia de representação correta do campo fora dos limites do ajuste. Assim, nas nossas simulações de abertura dinâmica, limitamo-nos à região interior aos limites físicos da máquina. A tabela 3.II mostra os valores dos multipolos sistemáticos obtidos para os dipolos e quadrupolos do UVX.

O *tracking* das partículas foi feito por 500 voltas usando-se o programa PATPET. Os resultados de abertura dinâmica para algumas configurações de sextupolos são mostrados na figura 3.2.

Tabela 3.II: Componentes de multipolo magnético sistemático para o dipolo e quadrupolo do UVX. O campo é expandido como $B(x) = \sum_n b_n x^n = \sum_n B_n$.

n	Dipolo B_n/B_0 ($x=1$ cm)	Quadrupolo B_n/B_1 ($x=1$ cm)
2	2.6×10^{-5}	–
4	-7.4×10^{-6}	–
5	–	-4.9×10^{-5}
9	–	-7.7×10^{-7}

Figura 3.2: Abertura dinâmica para o modo normal do UVX com diferentes configurações de sextupolos para minimização do deslocamento da sintonia com a amplitude. Mostramos para efeito de comparação, no alto à esquerda, a abertura dinâmica sem estes sextupolos.

3.5 Resultados e conclusões

Analisando os resultados apresentados no ítem anterior vemos que a região de estabilidade do UVX pôde ser aumentada através da introdução dos sextupolos não-cromáticos. Neste caso, o do modo normal de operação do UVX, no entanto, devido à abertura dinâmica não-otimizada ser apenas ligeiramente menor que os limites físicos, o aumento não foi muito grande. O acréscimo mais pronunciado se deu na direção de x positivos e ficamos com a abertura dinâmica praticamente igual à abertura física. Isto prova que o critério de otimização é satisfatório.

Notamos que as várias configurações de sextupolos, para diversos pesos dos coeficientes de deslocamento da sintonia com a amplitude, forneceram resultados semelhantes.

Podem ser imaginados ainda outros procedimentos para abordar o problema, baseados nos resultados do ítem 3.2. Por exemplo, poderíamos analisar o efeito de cada integral F_i sobre a abertura dinâmica através de uma definição alternativa para a função P a ser minimizada. Isto nos daria uma idéia de quais as ressonâncias mais perigosas deste modo de operação do UVX. Não o fazemos aqui pois consideramos satisfatórios os resultados já obtidos neste caso.

Capítulo 4

Anéis de armazenamento quase-isócronos

Capítulo 4

Anéis de armazenamento quase-isócronos

Nosso interesse volta-se neste capítulo à condição de quase-isocronicidade em anéis de armazenamento de elétrons. Esta condição tem sido estudada recentemente como alternativa para se conseguir pacotes ultra-curtos de elétrons. O esforço em se reduzir o comprimento do pacote armazenado de elétrons segue a tendência de evolução verificada nas últimas duas décadas em direção a fontes de luz cada vez mais brilhantes e para aplicações cada vez mais específicas. O grande interesse despertado pela possibilidade de se obter pacotes de elétrons, e portanto pulsos de radiação síncrotron, extremamente curtos (sub-pico segundos) pode ser comprovado pelo grande número de trabalhos relacionados ao assunto apresentados nas últimas conferências de aceleradores de partículas^[34].

A condição de quase-isocronicidade implica em um fator de compactação de momentum muito pequeno, i.e., muitas ordens de grandeza menores que os valores normalmente encontrados em anéis de armazenamento usados para fontes de luz síncrotron atuais. Este parâmetro, que depende somente das características da rede magnética, juntamente com os campos de radiofrequência, determinam a dinâmica no espaço de fase longitudinal. Um fator de compactação de momentum muito pequeno leva a um comprimento da órbita que é praticamente independente do desvio de energia da partícula. Esta é uma condição necessária para produzir pacotes curtos de elétrons, já que o comprimento do pacote escala com $\sqrt{\alpha}$. Muitas aplicações interessantes bem como dificuldades a serem resolvidas surgem neste caso. As aplicações são variadas e incluem desde a proposta inicial de D. A. G. Deacon^[35] de usar os anéis isócronos para sistemas de laser de elétrons livres até a possibilidade de observação de radiação síncrotron longitudinalmente coerente, passando pela espectroscopia resolvida no tempo. Recentemente várias outras aplicações foram propostas no 'Workshop on Fourth Generation Light Sources'^[36], onde se discutiram os objetivos da próxima geração de fontes de luz síncrotron. As dificuldades referem-se principalmente a dois fatores: quando o fator de compactação linear (independente da energia) torna-se próximo a zero, os termos de ordem

mais alta ficam comparáveis ao termo linear e não podem mais ser desprezados, introduzindo novas características na dinâmica longitudinal das partículas. Além disso, várias instabilidades induzidas por movimentos coletivos coerentes do feixe estabelecem limiares de corrente que dependem de α . Os problemas esperados com anéis isócronos, no entanto, parecem ser contornáveis conforme indicam trabalhos teóricos recentes de C. Pellegrini e D. Robin^[37], H. Wiedemann^[38], e L. Lin e C. E. T. Gonçalves da Silva^[39]; e as demonstrações experimentais de Hama *et al.*^[40] para o anel UVSOR.

Neste capítulo apresentaremos uma análise da dinâmica longitudinal da partícula incluindo termos não-lineares que representam o efeito de sextupolos e das oscilações transversais betatron, extendendo a análise feita por Pellegrini e Robin. O estudo será aplicado ao anel de armazenamento de elétrons UVX do LNS demonstrando que é possível operar este anel em um modo quase-isócrono estável do ponto de vista da dinâmica de partículas.

4.1 O princípio de focalização em fase longitudinal e a condição de quase-isocronicidade

O princípio de focalização em fase longitudinal é fundamental para a estabilidade do feixe em aceleradores circulares de partículas. Este princípio baseia-se no fato de que o tempo de chegada das partículas às cavidades aceleradoras depende da energia da partícula de tal modo que há um auto-ajuste energético, ou seja, partículas com energia maior chegam atrasadas à cavidade recebendo menos energia e vice-versa. Os mecanismos reguladores deste tempo de chegada desempenham portanto um papel fundamental na estabilidade do movimento. Estes mecanismos são o comprimento da órbita da partícula e a sua velocidade. No caso dos anéis para produção de luz síncrotron, os elétrons são ultra-relativísticos e a velocidade é praticamente constante e igual à da luz. O parâmetro relevante neste caso é, assim, o comprimento da órbita em função do desvio de energia da partícula. Conforme vimos no capítulo 1, esta dependência é dada pelo fator de compactação de momentum.

A condição de quase-isocronicidade implica no fato de que todas as partículas, independentemente de seu momentum inicial, levam praticamente o mesmo tempo para completar uma volta ao redor do anel, ou seja, o fator de compactação de momentum é muito próximo a zero. Neste caso, a focalização em fase é afetada pelas contribuições de mais alta ordem das funções dispersão e betatron ao comprimento da órbita, introduzindo dependências não-lineares no movimento longitudinal. Veremos nos próximos itens como isto acontece e quais são os efeitos dos termos não-lineares sobre a estabilidade da partícula.

4.2 O fator de compactação de momentum não-linear

O fator de compactação de momentum é o principal parâmetro que representa a rede magnética nas equações de movimento longitudinais e, se desprezarmos o amortecimento, é também o único. Já vimos que este fator descreve a dependência do comprimento da órbita com o desvio de momentum da partícula e desempenha um papel crucial na estabilidade do movimento longitudinal das partículas. Normalmente considera-se apenas a dependência linear do comprimento da órbita com o desvio de momentum. Vemos, no entanto, que existem contribuições importantes de mais alta ordem nos casos em que o termo de primeira ordem é muito pequeno. Estas contribuições de mais alta ordem determinam a estabilidade do movimento longitudinal nestes casos e são a principal diferença entre os anéis 'normais' e os anéis quase-isócronos.

Figura 4.1: Relação entre o comprimento da órbita de uma partícula arbitrária e a partícula ideal.

Para descrevermos o movimento longitudinal dos elétrons considerando efeitos de mais alta ordem e efeitos do movimento transversal precisamos incluí-los na expressão do fator de compactação de momentum. A diferença entre o comprimento da órbita de uma partícula arbitrária e o comprimento da órbita ideal pode ser derivada de considerações geométricas conforme ilustra a figura 4.1. A partícula ideal percorre o comprimento $L_0 = \oint ds$ enquanto que a partícula arbitrária varre $L = \oint dl$. Nas seções curvas temos a relação

$$dl = \left(1 + \frac{x}{\rho}\right) \frac{ds}{\cos \theta} \quad (4.1)$$

onde $\theta^2 = x'^2 + y'^2$. A relação (4.1) também é válida nas seções retas se tomarmos o limite $\rho \rightarrow \infty$ nestas seções. Assim, o desvio relativo longitudinal de uma partícula qualquer em relação à de referência é dado por:

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{1}{L_0} \oint ds \left(\frac{1 + x/\rho}{\cos \theta} - 1 \right) \quad (4.2)$$

e a expansão do integrando até termos de segunda ordem nos dá:

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \frac{1}{L_0} \oint ds \left(\frac{x}{\rho} + \frac{x'^2}{2} + \frac{y'^2}{2} + O(3) \right) \quad (4.3)$$

As amplitudes x e y das partículas são compostas pelas oscilações bétatron e pela órbita dispersiva,

$$\begin{aligned} x &= x_\beta + \eta_0 \delta + \eta_I \delta^2 + \dots \\ y &= y_\beta \end{aligned} \quad (4.4)$$

Usando as equações (4.4) na integral (4.3) e notando que o caráter oscilatório de x_β e y_β faz com que os termos lineares nestes parâmetros sejam nulos quando promediados sobre muitas voltas, temos:

$$\frac{\Delta L}{L_0} \approx \frac{1}{2L_0} \oint ds (x_\beta'^2 + y_\beta'^2) + \frac{\delta}{L_0} \oint ds \frac{\eta_0}{\rho} + \frac{\delta^2}{L_0} \oint ds \left(\frac{\eta_I}{\rho} + \frac{\eta_0'^2}{2} \right) \quad (4.5)$$

Vemos que há um termo linear de variação do comprimento da órbita, de natureza cromática, representado pelo fator de compactação de momentum linear

$$\alpha_0 = \frac{1}{L_0} \oint \frac{\eta_0}{\rho} ds, \quad (4.6)$$

e dois termos de segunda ordem, sendo um de natureza cromática, representado pelo fator de compactação de momentum de segunda ordem,

$$\alpha_I = \frac{1}{L_0} \oint \left(\frac{\eta_I}{\rho} + \frac{\eta_0'^2}{2} \right) ds, \quad (4.7)$$

e outro de natureza geométrica,

$$k_0 = \frac{1}{2L_0} \oint ds (x_\beta'^2 + y_\beta'^2). \quad (4.8)$$

Este último termo, k_0 , mostra que as amplitudes de oscilação bétatron contribuem para variações de segunda ordem do comprimento da órbita acoplando os movimentos transversal e longitudinal.

Com as definições (4.6), (4.7) e (4.8), a variação de comprimento da órbita de uma partícula arbitrária para a órbita ideal se escreve, guardando termos até segunda ordem:

$$\Delta L = k_0 + \alpha_0 \delta + \alpha_I \delta^2. \quad (4.9)$$

O fator de compactação de segunda ordem, α_I , tem contribuições da derivada da função dispersão linear η_0' em todo o anel e da função dispersão de segunda ordem η_I nos

dipolos. Expressões analíticas exatas para as soluções periódicas das funções dispersão de mais alta ordem podem ser encontradas na referência [41]. Observa-se que a dispersão linear η_0 é determinada somente pelos elementos magnéticos lineares (dipolos e quadrupolos) enquanto que o termo de segunda ordem η_1 é afetado não só por estes elementos mas também pelos sextupolos magnéticos. Isto faz do sextupolo o 'botão' natural para variarmos controladamente o fator de compactação de momentum de segunda ordem sem alterar o valor de primeira ordem.

4.2.1. Estimativa do efeito do movimento transversal

O efeito do movimento transversal sobre o longitudinal é representado pelo termo k_0 . Podemos estimar a contribuição deste termo para a variação do comprimento da órbita usando a aproximação macia para a amplitude do movimento bétatron. Nesta aproximação representamos o movimento bétatron por uma oscilação harmônica simples:

$$\begin{aligned} x_\beta &= \sqrt{\varepsilon_x \beta_x} \cos\left(\frac{s}{\beta_x} + \phi_x\right) \\ y_\beta &= \sqrt{\varepsilon_y \beta_y} \cos\left(\frac{s}{\beta_y} + \phi_y\right) \end{aligned} \quad (4.10)$$

onde β_x e β_y são constantes e possuem valor tal que a sintonia do anel é preservada. Inserindo (4.10) em (4.8) obtemos uma estimativa para k_0 :

$$k_0 \approx \frac{\pi}{2L_0} (\varepsilon_x \nu_x + \varepsilon_y \nu_y) \quad (4.11)$$

onde ν_x e ν_y são as sintonias e ε_x e ε_y são as emitâncias das partículas respectivamente nos planos horizontal e vertical.

4.3 Oscilações síncrotron não-lineares

Estudaremos neste ítem as oscilações síncrotron não-lineares desprezando o efeito das oscilações transversais, ou seja, consideraremos primeiramente o caso desacoplado em que $k_0=0$.

4.3.1. Equações Hamiltonianas do movimento e o diagrama de fase.

Usando a equação (4.9) com $k_0=0$ para a mudança relativa no comprimento da órbita em (1.22) temos as equações longitudinais desacopladas do movimento:

$$\dot{\phi} = \omega_{rf}(\alpha_0\delta + \alpha_1\delta^2) \quad (4.11)$$

$$\dot{\delta} = \frac{e\hat{V}}{E_0T_0}(\sin(\psi_s + \phi) - \sin\psi_s) - \frac{U_0J_\epsilon\delta}{E_0T_0} \quad (4.12)$$

onde ω_{rf} é a frequência angular da cavidade de rádio-frequência que é um múltiplo inteiro (h , o número harmônico) da frequência de revolução angular, $\hat{V}$ é a voltagem de pico na cavidade aceleradora, $\delta = (E - E_0)/E_0$ é o desvio relativo em energia da partícula, T_0 é o período de revolução, U_0 é a energia radiada em uma revolução pela partícula ideal e J_ϵ é o número de partição de amortecimento. Ao derivar a equação (4.12) expressamos a voltagem aceleradora por uma onda senoidal da forma $V(\psi) = \hat{V} \sin \psi$. ψ_s é a fase síncrona e ϕ é a diferença de fase em relação à fase síncrona, $\phi = \psi - \psi_s$.

O último termo do lado direito da equação (4.12) representa o amortecimento das oscilações longitudinais que ocorrem porque a perda de radiação é dependente da energia da partícula. Em nossa análise iremos desprezar este termo de amortecimento. Nesse caso as equações do movimento (4.11) e (4.12) podem ser derivadas diretamente do Hamiltoneano:

$$H = \omega_{rf} \left(\frac{\alpha_0}{2} \delta^2 + \frac{\alpha_1}{3} \delta^3 \right) + \frac{e\hat{V}}{E_0T_0} [\cos(\psi_s + \phi) + (\psi_s + \phi) \sin \psi_s] \quad (4.13)$$

que é o Hamiltoneano para o movimento no espaço de fase longitudinal. δ e ψ são variáveis canonicamente conjugadas.

Os diagramas no espaço de fase contém dois tipos de trajetórias, as estáveis (fechadas e limitadas) e as instáveis. As duas regiões são delimitadas pela separatriz. Nas regiões estáveis as partículas executam oscilações ao redor do ponto fixo estável que define assim o centro do balde de rf. Existe também um ponto fixo instável localizado no cruzamento dos dois ramos da separatriz que delimita o balde. Os pontos fixos são derivados das condições $\dot{\psi} = 0$ e $\dot{\delta} = 0$.

No caso linear usual ($\alpha_1 = 0$) temos apenas um ponto fixo estável e um instável localizados no diagrama de fase (ψ, δ) em $(\psi_s, 0)$ e $(\pi - \psi_s, 0)$, respectivamente. O termo de segunda ordem em (4.13) cria pontos fixos estáveis e instáveis adicionais respectivamente em $(\pi - \psi_s, -\alpha_0/\alpha_1)$ e $(\psi_s, -\alpha_0/\alpha_1)$. Chamamos atenção para a existência desta segunda linha de pontos fixos em $\delta = -\alpha_0/\alpha_1$ e para a nova região de estabilidade no outro flanco da onda de rf. Esta é uma região de estabilidade que não aparece na teoria linear. Chamaremos a região estável no espaço de fase ao redor do ponto fixo estável usual um balde normal e a região estável ao redor do novo ponto fixo um balde anômalo.

De acordo com os valores de α_0 e α_1 o diagrama de fase assume diferentes aspectos. Qualitativamente esperamos que quando α_1 for muito menor que α_0 o diagrama de fase se assemelhe ao caso normal. Este é o caso mostrado na figura 4.2(a) onde os baldes anômalos

estão bastante separados dos normais. Vemos que o termo de segunda ordem introduz neste caso uma leve assimetria entre os dois ramos da separatriz. À medida que α_I aumenta, os baldes anômalos se aproximam dos normais e a assimetria entre os ramos da separatriz se acentua até que, acima de um valor crítico, os baldes mudam de forma e os ramos da separatriz em torno do ponto fixo estável normal se cruzam agora no ponto fixo instável anômalo e vice-versa. Nesta situação o tamanho do balde diminui reduzindo a aceitância em energia e fase. Se α_I se tornar muito maior que α_0 a região estável desaparece.

O valor crítico de α_I ocorre quando as separatrizes dos baldes normais e anômalos coincidem. De (4.13) vemos que a separatriz passa simultaneamente pelos dois pontos fixos instáveis, o normal e o anômalo, quando α_I tem o valor:

$$\alpha_{IC} = \sqrt{\frac{E_0 T_0 \omega_{rf} |\alpha_0|^3}{12e\hat{V} \left(-\cos \psi_s + \left(\frac{\pi}{2} - \psi_s \right) \sin \psi_s \right)}} \quad (4.14)$$

Assim, se $|\alpha_I| < \alpha_{IC}$, os baldes, apesar de assimétricos, são semelhantes aos da teoria linear e as aceitâncias em energia e fase são grandes. Para $|\alpha_I| > \alpha_{IC}$ os baldes mudam de forma e diminuem de tamanho. Para $|\alpha_I| = \alpha_{IC}$ temos justamente a transição entre os dois casos conforme pode ser visto na figura 4.2.

4.3.2. Características qualitativas do diagrama de fase

Vimos que quando o fator de compactação de momentum de segunda ordem se torna dominante, os pacotes anômalos se aproximam dos pacotes normais. Eventualmente, os pacotes anômalos se movem para dentro da aceitância em energia da máquina. Nesta situação deve ser possível observar os pacotes anômalos extras intercalados em fase com os pacotes normais. Em outras palavras, o número de pacotes dobra. É interessante vermos qualitativamente o que acontece neste novo ponto de estabilidade, na parte instável da onda de radiofrequência (de acordo com a teoria linear), e a uma energia diferente da energia nominal. Da equação para a fase longitudinal, $\phi \propto \alpha\delta$, vemos que uma condição necessária para solução estável (fase oscilatória) é que $\alpha\delta$ mude de sinal periodicamente. No caso usual, temos α constante e δ oscila ao redor de zero mudando de sinal periodicamente. No caso anômalo, o termo que muda de sinal periodicamente é α enquanto δ tem sempre o mesmo sinal. Isto é possível somente porque a não-linearidade introduz a dependência com a energia no fator de compactação de momentum. Expressando $\alpha = \alpha_0 + \alpha_I \delta$, vemos que o fator de compactação irá oscilar ao redor de zero para valores de δ nas vizinhanças de $\delta = -\alpha_0/\alpha_I$, que é exatamente a energia do ponto de estabilidade anômalo. Nesta situação, o balde anômalo é inteiramente confinado ao semi-plano negativo de δ (se α_0 e α_I tiverem mesmo sinal) ou ao semi-plano positivo de δ (se α_0 e α_I tiverem sinais opostos).

Figura 4.2: Efeito de α_I nas separatrizes do espaço de fase. Quando α_I é pequeno (acima), i.e., $|\alpha_I| < \alpha_{IC}$, os baldes são grandes e bastante separados. À medida que α_I aumenta, os baldes vão se aproximando e, para $|\alpha_I| > \alpha_{IC}$ (abaixo), diminuem bastante de tamanho. O diagrama do meio mostra a situação de transição, quando $|\alpha_I| = \alpha_{IC}$. Notamos que as escalas são as mesmas nos três diagramas.

4.3.3. Aceitação em momentum e fase

Os parâmetros da região estável do espaço de fase podem ser deduzidos analisando-se a separatriz através do ponto fixo instável. No caso $|\alpha_I| > \alpha_{IC}$ o balde é assimétrico em energia. O máximo deslocamento em energia para os baldes normal e anômalo é mostrado na figura 4.3. O deslocamento máximo em fase φ_{max} é tal que

$$\cos \varphi_{max} = 1 - \frac{1}{6} \frac{\omega_{rf} E_0 T_0}{e \hat{V}} \left| \frac{\alpha_0^3}{\alpha_I^2 \cos \psi_s} \right| \quad (4.15)$$

e também é mostrado na figura 4.3.

Para $|\alpha_I| < \alpha_{IC}$ o balde é assimétrico em energia e fase. A figura 4.4 mostra os deslocamentos máximos. Temos

$$\delta_a = \left| \frac{\alpha_0}{\alpha_I} \right| \left[\cos \left(\frac{\alpha}{3} \right) - \frac{1}{2} \right] \quad (4.16)$$

$$\delta_b = \left| \frac{\alpha_0}{\alpha_I} \right| \left[-\cos \left(\frac{\alpha}{3} + \frac{\pi}{3} \right) - \frac{1}{2} \right] \quad (4.17)$$

e

$$\cos \alpha = mI - \frac{24e\hat{V}}{\omega_{rf}\alpha_I} \left| \frac{\alpha_I}{\alpha_0} \right|^3 \left[\cos \psi_s + \left(\psi_s - \frac{\pi}{2} \right) \sin \psi_s \right] \quad (4.18)$$

onde o sinal superior é para $\alpha_0/\alpha_I > 0$ e o inferior é para $\alpha_0/\alpha_I < 0$. O máximo deslocamento em fase é dado pela equação transcendental:

$$\cos(\psi_s + \varphi_a) + (\psi_s + \varphi_a) \sin \psi_s = -\cos \psi_s + (\pi - \psi_s) \sin \psi_s \quad (4.19)$$

Figura 4.3: Deslocamentos máximos das oscilações em energia e fase quando $|\alpha_I| > \alpha_{IC}$.

Figura 4.4: Deslocamentos máximos das oscilações em energia e fase quando $|\alpha_1| < \alpha_{1C}$.

4.4 Movimento sincro-bétatron em segunda ordem

Vamos reescrever as equações não-lineares do movimento síncrotron incluindo o termo k_0 proveniente das oscilações transversais na expressão para $\Delta L/L_0$. Temos:

$$\dot{\phi} = \omega_{rf} (k_0 + \alpha_0 \delta + \alpha_1 \delta^2) \quad (4.20)$$

$$\dot{\delta} = \frac{eV}{E_0 T_0} (\sin(\psi_s + \phi) - \sin \psi_s) \quad (4.21)$$

e o Hamiltoniano se torna:

$$H = \omega_{rf} \left(k_0 \delta + \frac{\alpha_0}{2} \delta^2 + \frac{\alpha_1}{3} \delta^3 \right) + \frac{eV}{E_0 T_0} [\cos(\psi_s + \phi) + (\psi_s + \phi) \sin \psi_s] \quad (4.22)$$

Temos agora uma equação de terceiro grau completa em δ .

Os pontos fixos são dados por:

$$\delta_{pf} = -\frac{\alpha_0}{2\alpha_1} \pm \sqrt{\left(\frac{\alpha_0}{2\alpha_1}\right)^2 - \frac{k_0}{\alpha_1}} \quad (4.23)$$

$$\psi_{pf} = \begin{cases} \psi_s \\ \pi - \psi_s \end{cases} \quad (4.24)$$

É interessante expandir δ para k_0 pequenos e analisar a variação dos pontos fixos com a introdução do movimento transversal:

$$\delta_{pf} \approx \begin{cases} -\frac{k_0}{2\alpha_0} \\ -\frac{\alpha_0}{\alpha_1} + \frac{k_0}{2\alpha_0} \end{cases} \quad (4.25)$$

Os quatro pontos fixos são (ψ_{pf}, δ_{pf}) são:

$$\begin{aligned} \text{estável normal: } & \left(\psi_s, -\frac{k_0}{2\alpha_0} \right) & \text{estável anômalo: } & \left(\pi - \psi_s, -\frac{\alpha_0}{\alpha_1} + \frac{k_0}{2\alpha_0} \right) \\ \text{instável normal: } & \left(\pi - \psi_s, -\frac{k_0}{2\alpha_0} \right) & \text{instável anômalo: } & \left(\psi_s, -\frac{\alpha_0}{\alpha_1} + \frac{k_0}{2\alpha_0} \right) \end{aligned} \quad (4.26)$$

Como k_0 é sempre positivo [vide (4.8)], examinando (4.26) concluímos que se α_0 tiver sinal oposto a α_0/α_1 os pontos fixos se movem de tal maneira que a região estável no espaço de fase aumenta com k_0 . O movimento transversal introduz, assim, um comportamento distinto dependendo do sinal dos fatores de compactação de momentum de primeira e segunda ordem. Para termos a aceitância aumentada para amplitudes finitas das partículas devemos ter α_0 e α_0/α_1 com sinais opostos.

As separatrizes no espaço de fase para vários valores de k_0 e para α_0 com mesmo sinal e sinal oposto a α_0/α_1 são mostradas nas figuras 4.5 e 4.6 respectivamente para os baldes normais e anômalos.

Figura 4.5: Baldes normais e anômalos para vários valores de k_0 e α_0 com sinal oposto a α_0/α_1 . Parâmetros usados neste cálculo: $\alpha_0 = -8.72 \times 10^{-5}$, $\alpha_1 = -0.005$, $\psi_s = 6.5^\circ$, $E_0 = 1.15$ GeV, $V_{rf} = 500$ kV, $f_{rf} = 500$ MHz, $h = 148$.

Figura 4.6: Baldes normais e anômalos para vários valores de k_0 e α_0 com mesmo sinal de α_0/α_I . Parâmetros usados neste cálculo: $\alpha_0=8.72 \times 10^{-5}$, $\alpha_I=0.005$, $\psi_s=173.5^\circ$, $E_0=1.15$ GeV, $V_{rf}=500$ kV, $f_{rf}=500$ MHz, $h=148$.

4.5 O modo de operação quase-isócrono para o anel UVX

Apresentaremos neste ítem um modo quase-isócrono particular para o anel de armazenamento de elétrons UVX do LNSL ao qual no referiremos como modo MQI-1.

A rede magnética do anel UVX consiste basicamente de seis seções retas longas conectadas por seis arcos que por sua vez são constituídos por dois dipolos e dois quadrupolos entre estes dipolos. As seções retas possuem dupletos de quadrupolos em cada extremidade para casamento das funções óticas. No modo normal de operação cada arco é acromático e a função dispersão η_x é sempre positiva. Para diminuirmos o fator de compactação de momentum α neste anel é necessário que a função dispersão assumas valores negativos em alguns dipolos de maneira que a contribuição negativa de η_x cancele a contribuição positiva de η_x para α . A condição é que $\alpha = \frac{1}{L_0} \oint \frac{\eta_x}{\rho} ds$ seja próximo a zero para o anel como um todo. O arranjo mais conveniente para o UVX é combinar dois períodos normais da rede em um período maior contendo quatro dipolos e ajustar a dispersão a valores negativos nos dois dipolos centrais, conforme mostra a figura 4.7. Assim, ficamos com um anel de simetria 3 preservando ainda três seções retas longas com dispersão linear nula. No modo MQI-1 o fator de compactação linear α_0 foi reduzido por um fator de 100 em relação ao modo normal de operação. O comprimento do pacote seria reduzido, neste caso, por um fator 10, passando de aproximadamente 8 mm (27 ps) para 0.8 mm (2.7 ps).

Figura 4.7: Desenho esquemático de um período quase-isócrono para a rede do anel UVX, formado por dois períodos normais. A função dispersão linear é forçada a valores negativos nos dipolos centrais, indicados no desenho por *dip2*. As seis famílias de sextupolos também são mostradas. SF1, SD1, SFA e SDA são combinados aos quadrupolos. O ajuste das cromaticidades a zero e do fator de compactação de segunda ordem é feito com as famílias SF, SD, SFA e SDA. As famílias SF1 e SD1, na região não-dispersiva, são usadas para otimização da abertura dinâmica.

O avanço de fase das funções bétatron foi ajustado neste modo quase-isócrono de maneira que as sintonias horizontal e vertical fossem iguais às sintonias do modo normal. Isto torna possível a transferência do modo normal de operação para o modo quase-isócrono de maneira contínua, sem que se cruzem linhas de ressonância durante o processo. Este esquema de operação é desejável pois evita a necessidade de se estabelecer novas condições de injeção neste modo. A figura 4.8 mostra a evolução das funções óticas durante a transferência dos modos de operação do normal, UVX-N, ao quase-isócrono MQI-1, através dos modos intermediários MA e MB, sem cruzamento de ressonâncias.

4.5.1 Ajuste do fator de compactação de momentum

O fator de compactação de momentum linear α_0 pode ser variado através do ajuste da parte negativa da dispersão linear η_0 nos dois dipolos centrais do período quase-isócrono, conforme mostramos na figura 4.7.

A dispersão linear através de um dipolo é dada por:

$$\eta_0(s) = \eta_{00} + \eta'_{00} \rho \sin \frac{s}{\rho} + \rho \left(1 - \cos \frac{s}{\rho} \right) \quad (4.27)$$

onde η_{00} e η'_{00} são as condições iniciais. Devido à simetria, o fator de compactação linear do anel é:

$$\alpha_0 = \frac{6}{L_0} \int_{dip1, dip2} \frac{\eta_0}{\rho} ds \quad (4.28)$$

Figura 4.8: Funções óticas na transferência dos modos de operação do UVX desde o normal, UVX-N, até o quase-isócrono MQI-1, através dos modos intermediários MA e MB, sem cruzamento de ressonâncias.

A condição de dispersão nula no trecho reto LI (figura 4.7) define a contribuição do primeiro dipolo, $dip1$, para α_0 . Assim, (4.27) e (4.28) estabelecem uma relação linear entre α_0 e os valores iniciais da dispersão, $\eta_{0,2}$ e $\eta'_{0,2}$, na entrada do segundo dipolo, $dip2$:

$$\frac{L_0 \alpha_0}{6} = 2\rho(\theta - \sin \theta) + \eta_{0,2}\theta + \eta'_{0,2}\rho(1 - \cos \theta) \quad (4.29)$$

Os dipolos do UVX possuem raio de curvatura $\rho=2.7349$ m e cada um deflete $\theta=30^\circ$. Para o modo MQI-1 escolhemos $\alpha_0=8.7 \times 10^{-5}$, i.e., 100 vezes menor que no modo normal e a relação (4.29) é mostrada na figura 4.9. Observamos que os dipolos do UVX são retangulares, portanto os valores iniciais a que nos referimos acima devem ser tomados após a borda do dipolo. Para um fator de compactação de momentum dado, a equação (4.29) estabelece mais um vínculo a ser satisfeito na otimização da rede linear. Para o modo particular MQI-1 encontramos soluções razoáveis para $\eta_{0,2}=0.23$ m, $\eta'_{0,2}=-0.68$ em $dip2$.

Figura 4.9: Relação entre os valores iniciais da função dispersão na entrada de $dip2$ para obtenção do modo MQI-1 do UVX onde $\alpha_0=8.7 \times 10^{-5}$.

O fator de compactação de segunda ordem α_1 pode ser controlado através dos sextupolos sem alterar o fator de compactação linear, conforme vimos na seção 4.2. Esta idéia foi aplicada a uma possível configuração de sextupolos para o modo quase-isócrono do UVX. A figura 4.10 mostra a curva de correlação entre α_1 e a configuração de sextupolos. Usamos três famílias de sextupolos na região dispersiva do período quase-isócrono para ajustar o fator de compactação de segunda ordem α_1 e as cromaticidades horizontal e vertical a zero. A outra família de sextupolo existente na região dispersiva foi fixada em determinado valor e não foi usada no ajuste. Não houve a preocupação em se minimizar o conjunto das forças de sextupolo, porém tomou-se cuidado na limitação das mesmas a valores possíveis

de se atingir para o UVX. Vemos que o fator de compactação de segunda ordem pode ser ajustado em um intervalo grande de valores.

Usando a relação (4.14) encontramos o valor crítico de α_I para o modo MQI-1, $\alpha_{IC}=3 \times 10^{-4}$. Para $|\alpha_I| < \alpha_{IC}$ temos os baldes semelhantes aos do modo normal e, neste caso, a aceitância em energia é grande assim como a separação entre os baldes normais e anômalos. Estes últimos ficam, assim, excluídos da aceitância em energia determinada pelo limite físico da máquina. Na eventualidade de querermos observar os pacotes anômalos devemos trazê-los para dentro dos limites desta aceitância, caso em que $|\alpha_I| < \alpha_{IC}$. Igualando o desvio máximo em energia mostrado na figura 4.3 à aceitância física em energia da máquina temos:

$$\frac{3}{2} \left| \frac{\alpha_0}{\alpha_I} \right| = \delta_{\text{aceit. fis.}} \quad (4.30)$$

Para o UVX, $\delta_{\text{aceit. fis.}} = 3\%$ e $|\alpha_I| = 4.4 \times 10^{-3}$. Quanto ao sinal de α_0 e α_I notamos que escolhemos o sinal positivo para α_0 . Isto é conveniente pois faz com que os pacotes normais do modo quase-isócrono permaneçam na mesma fase que no modo normal de operação. As considerações do item 4.4 fazem-nos preferir o sinal negativo para α_I pois assim α_0 terá sinal oposto a α_0/α_I e estaremos no caso em que o movimento transversal tende a aumentar os baldes de RF. Assim, para termos os baldes anômalos na aceitância física do UVX no modo MQI-1, é conveniente escolhermos $\alpha_I = -4.4 \times 10^{-3}$.

Figura 4.10: Curvas de correlação entre o fator de compactação de momentum de segunda ordem α_I e a configuração de sextupolos. A força integrada de SFA foi fixada em 1.7 m^{-2} . As famílias SDA, SF e SD foram variadas para ajustar α_I e corrigir as cromaticidades horizontal e vertical a zero. Note que os dois gráficos acima estão correlacionados: o valor de α_I correspondente a determinado SDA só será verdadeiro se SF e SD forem dados pelos valores correspondentes no gráfico ao lado. O ajuste dos valores a uma reta nos fornece: $\alpha_I = 0.0657 + 0.0932 \cdot \text{SDA}$, $\text{SF} = -8.467 + 0.0672 \cdot \text{SDA}$, e $\text{SD} = 8.162 + 1.686 \cdot \text{SDA}$

Prosseguimos as simulações do modo MQI-1 para dois valores de α_I . No primeiro caso, MQI-1a, temos $\alpha_I=0$, ou seja, o caso semelhante ao normal onde os baldes anômalos estão fora da aceitância do anel. No segundo caso, MQI-1b, $\alpha_I=-4.4 \times 10^{-3}$ e os baldes anômalos podem ser observados.

A figura 4.11 mostra as funções dispersão de primeira e segunda ordem para o modo quase-isócrono MQI-1b do anel UVX.

Figura 4.11: Funções dispersão de primeira e segunda ordem para o modo quase-isócrono MQI-1b do anel UVX.

4.5.2 A contribuição do movimento transversal e o diagrama de fase

Estimamos a contribuição do movimento transversal para o modo MQI-1. De (4.11) temos, considerando 10% de acoplamento entre as emitâncias, $k_0 \approx 2.5 \times 10^{-8}$. As figuras 4.12 e 4.13 mostram o diagrama de fase para MQI-1b e MQI-1a neste caso. Vemos que não há perturbações notáveis no tamanho das regiões estáveis do espaço de fase longitudinal devido ao movimento transversal.

Figura 4.12: Efeito do movimento transversal sobre os baldes normal (à esquerda) e anômalo (à direita), no modo MQI-1b, para partículas com emitância igual à emitância de equilíbrio do feixe considerando-se 10% de acoplamento. As linhas horizontais indicam o limite físico da máquina. Parâmetros usados: $E_0=1.15$ GeV, $\Psi_s=173.5^\circ$, $V=500$ kV, $h=148$ e $f_{RF}=500$ MHz.

Figura 4.13: O efeito do movimento transversal sobre o balde normal, no modo MQI-1a, para partículas com emitância igual à emitância de equilíbrio do feixe com 10% de acoplamento, é desprezível. As linhas horizontais indicam o limite físico da máquina e o balde normal está parcialmente fora dos limites. Neste caso seria interessante baixar a tensão de pico de RF para diminuir a altura do balde. Foram usados os mesmos parâmetros da figura anterior. O balde anômalo está fora dos limites do anel.

4.5.3 Abertura dinâmica

Estudos de *tracking* das partículas para determinação da abertura dinâmica são de grande importância para podermos assegurar a operacionalidade de um modo particular do anel. Vimos no capítulo 1 que a abertura dinâmica deve ser suficientemente grande para garantir tempo de vida longo ao feixe e condições favoráveis de injeção. No caso do modo MQI-1, que se pode atingir a partir do modo normal de operação, não é necessário que nos preocupemos com o processo de injeção. A exceção é no caso de quisermos observar os pacotes anômalos, já que estes não existem no modo normal.

Calculamos a abertura dinâmica para os modos MQI-1a e MQI-1b do UVX usando os programas PATPET e TEAPOT, já citados no item 1.3. Recapitulando, o PATPET é um programa que usa representação exata (espessa) dos ímãs e Hamiltoneano aproximado das partículas enquanto que o TEAPOT usa representação aproximada (lentes finas) e o Hamiltoneano exato. Ambos programas forneceram resultados similares.

As famílias de sextupolos SF1 e SD1 foram utilizadas para diminuir o deslocamento da sintonia com a amplitude da partícula, usando o método descrito no capítulo 3. Os resultados mostram que há um aumento da abertura dinâmica. Lembremos que estes sextupolos nas regiões não-dispersivas da rede não alteram nem as cromaticidades nem o fator de compactação de segunda ordem do anel. Como no capítulo anterior, os cálculos foram efetuados somente dentro dos limites físicos do anel.

Fizemos inicialmente o *tracking* das partículas sem oscilações síncrotron e sem os sextupolos SF1 e SD1. Com a família de sextupolos SFA fixa, as três famílias SD, SF e SDA foram usadas para ajuste das duas cromaticidades a zero e do fator de compactação de segunda ordem. A figura 4.14 mostra os resultados para os casos MQI-1a e MQI-1b. Ligando aqueles sextupolos temos a abertura dinâmica aumentada conforme mostra a figura 4.15. A seguir consideramos as oscilações em energia para $\delta=1\%$ e incluímos os multipolos sistemáticos mostrados na tabela III.1 obtendo as aberturas dinâmicas da figura 4.16.

Figura 4.14: Abertura dinâmica para o UVX no modo quase-isócrono com sextupolos dispersivos ajustados para zerar as cromaticidades. À direita temos o caso MQI-1a e à esquerda o caso MQI-1b.

Figura 4.15: Abertura dinâmica para o UVX no modo quase-isócrono com sextupolos dispersivos ajustados para zerar as cromaticidades e sextupolos não-dispersivos para minimizar o deslocamento da sintonia com a amplitude. Direita: MQI-1a. Esquerda: MQI-1b.

Figura 4.16: Abertura dinâmica para o UVX no modo quase-isócrono com sextupolos dispersivos ajustados para zerar as cromaticidades e sextupolos não-dispersivos para minimizar o deslocamento da sintonia com a amplitude. Componentes de multipolo sistemáticos e oscilações síncrotron para $\delta=1\%$ estão incluídas. A órbita fechada dispersiva foi subtraída. Direita: MQI-1a. Esquerda: MQI-1b.

4.6 Conclusões

Analizamos o movimento no espaço de fase longitudinal de anéis quase-isócronos incluindo termos de segunda ordem e efeitos das oscilações bétatron sobre o fator de compactação de momentum. A presença do termo de segunda ordem introduz um novo conjunto de baldes estáveis deslocados em energia e intercalados em fase em relação ao conjunto original de baldes estáveis. Quando o movimento transversal é considerado, o tamanho da região estável dependerá da amplitude da partícula. Mostramos que esta dependência tenderá a aumentar a região estável se os sinais de α_0/α_1 e α_0 forem opostos.

Propusemos também um modo de operação quase-isócrono para o anel de armazenamento de elétrons de 1.15 GeV do LNLS onde α_0 é 100 vezes menor que no modo normal. As cromaticidades e o fator de compactação de momentum podem ser variados através dos sextupolos. O modo pode ser ajustado através de uma transferência contínua a partir do modo normal, evitando-se o estabelecimento de novas condições de injeção neste modo. Este esquema não poderia ser utilizado para observarmos os novos pacotes anômalos pois estes não existem no modo normal. Os cálculos de abertura dinâmica mostram que podemos ter tempos de vida razoáveis neste modo apesar da injeção ser ainda difícil.

Notamos que a emitância natural do feixe neste modo quase-isócrono aumentou por um fator de aproximadamente 4 em relação ao modo normal. Este fato, apesar de ser benéfico do ponto de vista de tempo de vida por espalhamento Touscheck, diminui o brilho do feixe. Planejamos prosseguir os estudos deste modo explorando a condição de baixa

emitância e pacotes curtos simultaneamente, assim como as questões relacionadas às instabilidades de feixe, que não foram abordadas neste trabalho.

Capítulo 5

Conclusões

Capítulo 5

Conclusões

5.1 Resultados principais

Apresentamos a rede magnética do anel de armazenamento de elétrons de 1.15 GeV UVX do LNLS e analisamos suas condições de estabilidade. Tanto a dinâmica linear como a não-linear nos espaços de fase transversal e longitudinal foram abordadas. Estudos detalhados da rede magnética mostram que o anel proposto representa uma solução capaz de satisfazer os requisitos inicialmente estabelecidos. A aplicação da teoria de perturbação canônica às equações do movimento de um elétron em um acelerador, seguindo o material apresentado na referência [42], forneceu-nos expressões para o deslocamento da sintonia em função da amplitude deste elétron, causado pelos sextupolos da rede. Com base nestas expressões minimizamos os efeitos de aberração geométrica introduzidos pelos sextupolos de correção de cromaticidade através do uso de sextupolos nas regiões não-dispersivas da rede. Como resultado, a abertura dinâmica do anel ficou praticamente igual à abertura física, ou seja, grande o bastante para garantir tempo de vida de aproximadamente 10 horas (conforme requerido) e boas condições para injeção. Estudos de correção de órbita distorcida devido ao efeito de erros de multipolo, alinhamento e excitação mostram que o esquema de correção é eficiente. As tentativas para ajustar o anel em diferentes configurações óticas foram bem sucedidas, demonstrando que a rede é bastante flexível. Até o momento obtivemos 5 modos diferentes de operação: três modos com diferentes emitâncias (normal, alta e baixa), um modo com função betatron vertical pequena para dispositivos de inserção com *gap* pequenos, e um modo quase-isócrono com fator de compactação de momentum pequeno, para operação com pacotes curtos de elétrons.

O movimento no espaço de fase longitudinal quando o fator de compactação de momentum é próximo a zero foi analisado incluindo efeitos de segunda ordem e de acoplamento das oscilações transversais. A presença do termo de segunda ordem introduz regiões estáveis adicionais no espaço de fase deslocados em energia e intercalados em fase em relação aos baldes convencionais. A aparente anomalia destes novos baldes, situados nas regiões usualmente instáveis, pode ser facilmente compreendida em termos quantitativos: os

termos de mais alta ordem fornecem pontos fixos estáveis adicionais para as separatrizes no espaço de fase, conforme descrito na ref. [35]. Qualitativamente a explicação para a existência destes baldes é mais sutil e usamos o fato de que no caso anômalo o fator de compactação não-linear oscila mudando de sinal periodicamente enquanto o desvio de energia tem sempre o mesmo sinal. Vimos como os baldes mudam de forma -a medida que o fator de compactação de momentum de segunda ordem α_1 aumenta. Abaixo de um valor crítico, os baldes são similares aos baldes no caso convencional, enquanto acima deste valor os baldes mudam bastante e diminuem rapidamente com o aumento de α_1 . A influência do movimento transversal foi analisada. Mostramos que o acoplamento transverso-longitudinal tenderá a aumentar a região de estabilidade quando os sinais de α_0/α_1 e α_0 forem opostos.

Propusemos um modo de operação quase-isócrono para o UVX capaz de fornecer, em princípio, pacotes de elétrons 10 vezes mais curtos que os pacotes do modo normal. Uma peculiaridade deste modo é o seu ponto de operação, igual ao ponto de operação do modo normal, que permite ajustarmos o modo evitando-se injetar no mesmo. Este esquema, no entanto, não é apropriado para observação dos pacotes anômalos já que estes não existem no modo convencional. O fator de compactação de segunda ordem pode ser ajustado variando-se a força dos sextupolos. Determinamos para o UVX, uma correlação entre a configuração de sextupolos e os valores das cromaticidades horizontal e vertical e o fator de compactação de momentum de segunda ordem. Propusemos dois modos de operação quase-isócronos com diferentes fatores de compactação de momentum de segunda ordem α_1 : em um caso α_1 está abaixo do valor crítico, ou seja, os baldes normais são similares aos baldes convencionais e os baldes anômalos estão fora da aceitância do anel. No outro caso, α_1 está acima do valor crítico e foi ajustado de maneira que os pacotes anômalos ficassem dentro da aceitância do anel estando, portanto, em condições de serem observados. Realizamos estudos preliminares de *tracking* para determinar a região de estabilidade transversal dos modos quase-isócronos propostos assim como tentativas preliminares de aumentar a abertura dinâmica usando o método de minimização do deslocamento da sintonia com a amplitude. Os resultados indicam que a abertura dinâmica ainda não é suficientemente grande para injeção e acumulação nestes modos. A emitância natural do feixe no modo quase-isócrono aumentou por um fator de aproximadamente 4 em relação ao modo normal de operação. Este fato, embora benéfico do ponto de vista do tempo de vida do feixe, reduz o brilho espectral do feixe. Outros aspectos a serem estudados são as questões de instabilidade de feixe neste modo e de condição de simultânea baixa emitância e pacotes curtos.

5.2 Problemas não abordados

Alguns problemas relevantes para o bom funcionamento de um anel de armazenamento de elétrons não foram abordados neste trabalho. O mais importante está relacionado às instabilidades resultantes de efeitos coletivos das partículas no feixe. Estes efeitos coletivos podem ser incoerentes (quando não há relação definida de fase entre o movimento das diversas partículas) ou coerentes (quando há relação de fase). Entre os efeitos incoerentes incluem-se os espalhamentos entre os elétrons e destes com o gás residual. Os efeitos coerentes dão origem aos modos de um pacote único e aos modos acoplados entre os pacotes. De uma maneira geral os efeitos do primeiro tipo limitam o tempo de vida do feixe e os do segundo tipo limitam a corrente máxima armazenável. Estudos preliminares dos efeitos coletivos para o UVX foram realizados e podem ser encontrados na referência [24].

Os problemas referentes às instabilidades de feixe no modo quase-isócrono também não foram abordadas.

5.3 Perspectivas

Muitas atividades podem ser popostas como seqüência aos apresentados. Em linhas gerais estas podem seguir por dois ramos:

- Estudo dos fenômenos básicos relacionados à física de aceleradores. Existem, neste caso, muitos campos abertos a serem explorados. Mencionamos o estudo das instabilidades de feixe no modo quase-isócrono e o estudo de não-linearidades objetivando estender os limites impostos por estas para atingirmos ainda mais baixas emitâncias de feixe e pacotes com estrutura temporal ultra-curta.
- Estudo do caso específico do UVX como simulação do efeito dos dispositivos de inserção na dinâmica de feixe e estudos detalhados das instabilidades coletivas, especialmente à energia de injeção. O início da operação do anel, esperado para breve, permitirá que se realizem experiências e medidas de dinâmica de feixe. Em especial, comparações poderão ser feitas entre as previsões teóricas e os resultados práticos. Por exemplo, não conhecemos nenhum anel em que se tenha observado os pacotes anômalos previstos para o modo quase-isócrono.

Apêndice A

Deslocamento da sintonia com a amplitude devido a sextupolos

Apêndice A

Deslocamento da sintonia com a amplitude devido a sextupolos

A.1 Introdução

No capítulo 1 introduzimos a dinâmica de elétrons em um acelerador em termos de equações diferenciais de segunda ordem. Neste apêndice apresentá-la-emos em termos do formalismo Hamiltoniano. A introdução do formalismo Hamiltoniano, à primeira vista, pode parecer redundante, já que a física fundamental está descrita nas equações do movimento do capítulo 1. No entanto a generalidade obtida com este formalismo equipa-nos com um instrumento poderoso para prosseguirmos com o estudo do movimento das partículas, em particular, do efeito dos multipolos de mais alta ordem na estabilidade do movimento. O método Hamiltoniano facilita a transformação entre dois sistemas de coordenadas e temos garantia de equações corretas em novos sistemas, onde as novas equações podem não nos ser familiares no início. Além disso, as transformações canônicas da teoria Hamiltoniana frequentemente nos fornecem invariantes do movimento e muitos problemas não-lineares podem ser estudados perturbativamente através de transformações onde a dependência linear do Hamiltoniano com a perturbação é eliminada. Neste apêndice aplicaremos este ferramental da teoria Hamiltoniana a aceleradores de partículas com o objetivo de abordar as não-linearidades e demonstrar as relações usadas no capítulo 3. Em primeiro lugar formularemos de uma maneira geral a dinâmica de uma partícula em um acelerador usando o formalismo Hamiltoniano. Em seguida resolveremos o problema linear com uma transformação para variáveis ângulo-ação. Esta transformação nos fornecerá um invariante do movimento linear. Os termos não-lineares, que introduzem alterações nestes invariantes lineares, são tratados como perturbações através da teoria de perturbação canônica onde, através de novas transformações, procura-se jogar a dependência do Hamiltoniano com a coordenada ângulo para ordens mais altas da perturbação. Isto resulta em novos invariantes do movimento até ordens mais altas da perturbação e fornece-nos a

expressão (analítica) da dependência da sintonia com a amplitude da partícula. Seguiremos de perto a teoria desenvolvida na referência [42].

A.2 Fundamentos teóricos: O Hamiltoniano de uma partícula em um acelerador e as equações do movimento

O movimento de uma partícula em um campo eletromagnético externo é governado pela equação de força de Lorentz,

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (\text{A.1})$$

onde $\mathbf{P}$ é o momentum, $\mathbf{E}$ e $\mathbf{B}$ são os campos elétrico e magnético, q é a carga e $\mathbf{v}$ é a velocidade.

É conveniente expressarmos os campos elétrico e magnético em termos dos potenciais vetor $\mathbf{A}$ e escalar ϕ :

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi \quad (\text{A.3})$$

O Hamiltoniano H deve fornecer as equações do movimento através das equações de Hamilton,

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i} \quad \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_i} \quad (\text{A.4})$$

O Hamiltoniano que leva às equações do movimento (A.1) é

$$H = q\phi + c\sqrt{(\mathbf{p} - q\mathbf{A})^2 + m_0^2 c^2} \quad (\text{A.5})$$

onde $\mathbf{p}$ é o momentum canônico,

$$\mathbf{p} = \mathbf{P} + q\mathbf{A}(x, t). \quad (\text{A.6})$$

No caso de aceleradores de partículas é conveniente expressarmos o Hamiltoniano nas coordenadas curvilíneas (x, y, s) já descritas no capítulo 1. Neste sistema de coordenadas a partícula com deslocamento x ao longo da direção $\hat{x}$ terá raio de curvatura igual a $x + \rho(s)$ e o comprimento dc percorrido por esta partícula ao longo da órbita é:

$$dc = (1 + Gx)ds \quad (\text{A.7})$$

onde $G = 1/\rho$ e

$$p_s = (\mathbf{p} \cdot \hat{s})(1 + Gx), \quad A_s = (\mathbf{A} \cdot \hat{s})(1 + Gx) \quad (\text{A.8})$$

O Hamiltoniano fica

$$H = q\phi + c \left[m_0 c^2 + (p_x - qA_x)^2 + (p_y - qA_y)^2 + \left(\frac{p_s - qA_s}{1 + Gx} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{A.9})$$

onde p_x e p_y são as projeções do momentum ao longo das direções x e y .

Nos aceleradores circulares é conveniente mudarmos a variável independente de t para s pois os campos podem ter dependências complicadas com o tempo mas são estritamente periódicos em s . Esta é uma transformação direta e pode ser feita definindo-se um novo Hamiltoniano $\tilde{H}$,

$$\tilde{H} = -p_s(x, p_x, y, p_y, t, -H; s) \quad (\text{A.10})$$

com $(t, -H)$ formando um novo par de variáveis conjugadas.

No nosso caso estamos interessados no problema em que o campo elétrico é nulo e há somente campo magnético transversal, ou seja, $\phi = A_x = A_y = 0$. Notamos que com isso estamos excluindo as bordas dos magnetos onde as descontinuidades do campo resultam em componentes longitudinais. Assim, o novo Hamiltoniano (A.10) fica:

$$\tilde{H} = -(1 + Gx) \sqrt{p^2 - p_x^2 - p_y^2} - qA_s \quad (\text{A.11})$$

onde

$$p^2 c^2 = H^2 - m_0^2 c^4 \quad (\text{A.12})$$

Finalmente, no esforço de dar ao Hamiltoniano uma forma mais tratável, faremos a aproximação $p_x, p_y \ll p$ e $x \ll \rho$, obtendo:

$$\tilde{H} = -p(1 + Gx) + \frac{p_x^2}{2p} + \frac{p_y^2}{2p} - qA_s \quad (\text{A.13})$$

A.2.1 Expansão do potencial vetor magnético em multipolos

A forma do vetor potencial $A_s(x, y, s)$ não é arbitrária devendo satisfazer as equações de Maxwell,

$$\nabla \times \mathbf{B} = \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = 0, \quad (\text{A.14})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0, \quad (\text{A.15})$$

com o campo vertical B_y no plano da órbita dado pela seguinte expansão em série de Taylor,

$$B_y(x, y = 0) = \frac{p_0}{q} \left(G + Kx + S \frac{x^2}{2!} + O \frac{x^3}{3!} + \dots \right) \quad (\text{A.16})$$

Esta expressão define as forças de multipolo:

$$\begin{aligned}
G &= \frac{q}{p_0} B \Big|_{x=0} && \text{de dipolo,} \\
K &= \frac{q}{p_0} \frac{\partial B}{\partial x} \Big|_{x=0} && \text{de quadrupolo,} \\
S &= \frac{q}{p_0} \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} \Big|_{x=0} && \text{de sextupolo,} \\
O &= \frac{q}{p_0} \frac{\partial^3 B}{\partial x^3} \Big|_{x=0} && \text{de octopolo, etc.}
\end{aligned} \tag{A.17}$$

onde p_0 é o momentum da partícula de referência. O potencial vetor que satisfaz as condições acima é:

$$\begin{aligned}
A_s = -\frac{p_0}{q} \Bigg[&Gx + K \left(\frac{x^2 - y^2}{2} \right) + S \left(\frac{x^3 - 3xy^2}{6} \right) + O \left(\frac{x^4 - 6x^2y^2 + y^4}{24} \right) \\
&+ \frac{1}{2} G^2 x^2 + G \left(K \frac{x^3}{3} - K \frac{xy^2}{2} + S \left(\frac{x^4 - 4x^2y^2 + y^4/3}{8} \right) - \frac{1}{24} GK y^4 \right) + \dots \Bigg]
\end{aligned} \tag{A.18}$$

onde os coeficientes G, K, S, O , etc, são constantes. O Hamiltoneano fica:

$$\begin{aligned}
\tilde{H} = &-p - (p - p_0)Gx + \frac{p_x^2}{2p} + \frac{p_y^2}{2p} - p_0 \left(G^2 - K \right) \frac{x^2}{2} - p_0 K \frac{y^2}{2} \\
&+ p_0 S \frac{(x^3 - 3xy^2)}{6} + \dots
\end{aligned} \tag{A.19}$$

Escalando o Hamiltoneano com p_0 temos:

$$\hat{H} = \frac{\tilde{H}}{p_0}, \quad \hat{p}_x = \frac{p_x}{p_0}, \quad \hat{p}_y = \frac{p_y}{p_0} \tag{A.20}$$

Suprimimos, por conveniência, o $\wedge$ das novas variáveis canônicas:

$$\begin{aligned}
\hat{H} = &-(1 + \delta) - \delta Gx + \frac{p_x^2}{2(1 + \delta)} + \frac{p_y^2}{2(1 + \delta)} - \left(G^2 - K \right) \frac{x^2}{2} - K \frac{y^2}{2} \\
&+ S \frac{(x^3 - 3xy^2)}{6} + \dots
\end{aligned} \tag{A.21}$$

onde $\delta = (p - p_0)/p_0$.

A.3 Equações do movimento linear em variáveis ângulo-ação

A parte do Hamiltoniano (A.21) que descreve o movimento linear, determinado apenas pelos dipolos e quadrupolos, é:

$$\hat{H}_0 = -(1 + \delta) - \delta Gx + \frac{p_x^2}{2(1 + \delta)} + \frac{p_y^2}{2(1 + \delta)} - (G^2 - K)\frac{x^2}{2} - K\frac{y^2}{2} \quad (\text{A.22})$$

Obtemos então, das equações de Hamilton:

$$x'' - (G^2 - K)x = \delta G \quad (\text{A.23a})$$

$$y'' - Ky = 0 \quad (\text{A.23b})$$

que são as equações do movimento (1.1). Conforme já vimos estas equações descrevem os movimentos oscilatórios transversais, as oscilações bétatron, em torno da órbita de referência. Vimos que as soluções destas equações são da forma:

$$x = \sqrt{2J\beta(s)} \cos \psi(s) \quad (\text{A.24})$$

com momentum conjugado p :

$$p = -\sqrt{\frac{2J}{\beta(s)}} \left[\sin \psi(s) - \frac{\beta'(s)}{2} \cos \psi(s) \right] \quad (\text{A.25})$$

Usamos aqui x de forma genérica, podendo indicar x ou y . Nenhuma destas, coordenada ou momentum, é uma constante do movimento. Lembramos que o nosso objetivo é ‘congelar’ o movimento linear, caracterizando cada trajetória com um valor, uma constante do movimento. Conseguindo isso, os termos não-lineares serão tratados como perturbações de primeira ordem e seus efeitos serão estudados através das variações que provocam nos invariantes do movimento linear. A teoria Hamiltoniana nos ensina que o momentum conjugado a qualquer coordenada que não aparece no Hamiltoniano H é invariante. Isto se aplica ao próprio H , que é conjugado a s .

A solução para a dificuldade exposta acima é uma transformação para variáveis ângulo-ação (J e ψ) onde o novo Hamiltoniano é independente da coordenada ângulo ψ e o momentum (ação) J é uma constante do movimento. Esta transformação é canônica e o procedimento matemático para ela é usar uma função geratriz que depende das coordenadas novas e velhas:

$$F_I(x, \psi; s) = -\frac{x^2}{2\beta(s)} \left[\tan \psi - \frac{\beta'(s)}{2} \right] \quad (\text{A.26})$$

de tal modo que o novo Hamiltoneano H_0 fica:

$$H_0(J_0) = \frac{J_0}{\beta(s)} \quad (\text{A.27})$$

O novo Hamiltoneano independe de ψ_0 , conforme desejado. As relações entre as variáveis novas e velhas são dadas por (A.24) e (A.25), e as equações de Hamilton são:

$$\frac{dJ_0}{ds} = -\frac{\partial H_0}{\partial \psi_0} = 0, \quad \frac{d\psi_0}{ds} = \frac{\partial H_0}{\partial J_0} = \frac{1}{\beta(s)} \quad (\text{A.28})$$

cujas soluções nas novas coordenadas ficam:

$$J_0 = \text{constante} \quad (\text{A.29})$$

$$\psi_0(s) = \phi_0 + \int_0^s \frac{d\tau}{\beta(\tau)} \quad (\text{A.30})$$

ψ_0 é o nosso já conhecido avanço de fase das funções bétatron e a sintonia linear é dada pela sua integral sobre uma revolução no anel:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^C \frac{\partial H_0}{\partial J_0} ds = \frac{1}{2\pi} \int_0^C \frac{ds}{\beta(s)} \quad (\text{A.31})$$

Chegamos assim ao ponto desejado: o movimento para o anel com elementos lineares somente pode ser descrito em termos de um momento invariante J_0 conjugado a ψ_0 .

A.4 Teoria da Perturbação Canônica

Com o problema linear servindo de base podemos abordar agora as não-linearidades. Vimos que a parte linear do Hamiltoneano, sob uma transformação canônica para variáveis ângulo-ação, fica da forma

$$H_0(J_0, s)$$

A mesma transformação de $(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ para $(\psi, \mathbf{J})$ quando aplicada sobre o Hamiltoneano contendo termos não-lineares, transforma-o para

$$H = H_0(\mathbf{J}_0, s) + V_0(\psi_0, \mathbf{J}_0, s) \quad (\text{A.32})$$

Usamos agora as variáveis em negrito para indicar vetores: $\mathbf{J}_0 = (J_{0x}, J_{0y})$, $\psi_0 = (\psi_{0x}, \psi_{0y})$ e assim por diante.

Para revelar como o invariante $\mathbf{J}_0$ é alterado vamos procurar uma nova transformação canônica que elimine a dependência linear do Hamiltoneano em ψ_0 de maneira que o novo Hamiltoneano tenha a forma

$$H_1(J_1, s)$$

e as novas ações incluindo termos de perturbação de primeira ordem tornem-se invariantes do movimento.

$$\frac{dJ_1}{ds} = -\frac{\partial H_1}{\partial \psi_1} = 0 \quad (\text{A.33})$$

$$\frac{d\psi_1}{ds} = \frac{\partial H_1}{\partial J_1} = \omega(J_1) \quad (\text{A.34})$$

V é uma função periódica em ψ_0 e s ,

$$\begin{aligned} V_0(\psi_0 + 2\pi, J_0, s) &= V_0(\psi_0, J_0, s) \\ V_0(\psi_0, J_0, s + 2\pi R) &= V_0(\psi_0, J_0, s) \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

e podemos expandi-la em série de Fourier

$$V_0 = V_{00} + V'_0 \quad (\text{A.36})$$

$$V'_0 = \sum_m v_m(J_0, s) e^{im \cdot \psi_0} \quad (\text{A.37})$$

onde a soma é sobre todos inteiros m positivos e negativos, excluindo $m=0$, que já foi separado. O termo $V_{00}=V_{00}(J_0, s)$ representa a média de V_0 . A seguir incorporaremos V_{00} na definição de H_0 , $H_0 \rightarrow H_0 + V_{00}$.

Tratando V'_0 como uma perturbação introduzimos o ponto principal da teoria da perturbação canônica, a função geratriz F , que é uma pequena perturbação da função que gera a transformação identidade:

$$F(\psi_0, J_1, s) = \psi_0 \cdot J_1 + G(\psi_0, J_1, s) \quad (\text{A.38})$$

onde G é pequeno. A diferença entre as velhas e novas coordenadas é a primeira derivada desta pequena quantidade:

$$\psi_1 = \psi_0 + \frac{\partial G}{\partial J_1} \quad (\text{A.39})$$

$$J_1 = J_0 - \frac{\partial G}{\partial \psi_0} \quad (\text{A.40})$$

$$H_1(\psi_1, J_1, s) = H + \frac{\partial G}{\partial s}(\psi_0, J_1, s) \quad (\text{A.41})$$

A seguir reescrevemos (A.41) introduzindo explicitamente o Hamiltoniano linear H_0 e o termo de perturbação V_0 . Usamos um artifício para facilitar a identificação dos termos de primeira e segunda ordem: expressamos o Hamiltoniano nas mesmas variáveis das quais G

é função, introduzimos dois pares de termos que se cancelam e os agrupamos juntamente com os demais de maneira conveniente:

$$\begin{aligned}
 H_I = & H_0(\mathbf{J}_I) + \frac{\partial H_0(\mathbf{J}_I)}{\partial \mathbf{J}_I} \frac{\partial G}{\partial \psi_0} + V'_0(\psi_0, \mathbf{J}_I, s) + \frac{\partial G(\psi_0, \mathbf{J}_I, s)}{\partial s} \\
 & + \left[H_0\left(\mathbf{J}_I + \frac{\partial G}{\partial \psi_0}\right) - H_0(\mathbf{J}_I) - \frac{\partial H_0(\mathbf{J}_I)}{\partial \mathbf{J}_I} \frac{\partial G}{\partial \psi_0} \right] \\
 & + \left[V'_0\left(\psi_0, \mathbf{J}_I + \frac{\partial G}{\partial \psi_0}, s\right) - V'_0(\psi_0, \mathbf{J}_I, s) \right]
 \end{aligned} \tag{A.42}$$

Definindo

$$\omega(\mathbf{J}) \equiv \frac{\partial H_0(\mathbf{J})}{\partial \mathbf{J}} \tag{A.43}$$

e expandindo os termos entre colchetes temos

$$H_I = H_0(\mathbf{J}_I, s) + X(\psi_0, \mathbf{J}_I, s) + V_I(\psi_0, \mathbf{J}_I, s) + O(3) \tag{A.44}$$

onde

$$X(\psi_0, \mathbf{J}_I, s) = \omega(\mathbf{J}_I) \cdot \frac{\partial G}{\partial \psi_0} + \frac{\partial G}{\partial s} + V'_0(\psi_0, \mathbf{J}_I, s) \tag{A.45}$$

é de primeira ordem em V'_0 e G , e

$$V_I(\psi_0, \mathbf{J}_I, s) = \frac{\partial V'_0}{\partial \mathbf{J}_I} \cdot \frac{\partial G}{\partial \psi_0} + \frac{1}{2} \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{J}_I} \cdot \frac{\partial G}{\partial \psi_0} \cdot \frac{\partial G}{\partial \psi_0} \tag{A.46}$$

é de segunda ordem em V'_0 e G .

Podemos anular o termo de primeira ordem tal que o Hamiltoniano H_I seja independente de ψ_I em primeira ordem da perturbação se escolhermos a função G da seguinte maneira:

$$G = \sum_m g_m(\mathbf{J}_I, s) e^{i\mathbf{m} \cdot \psi_0} \tag{A.47}$$

com

$$g_m = \frac{i}{2 \sin(\pi \mathbf{m} \cdot \mathbf{v})} \int_s^{s+C} e^{i\mathbf{m} \cdot (\varphi(s') - \varphi(s) - \pi \mathbf{v})} v_m(\mathbf{J}_I, s') ds' \tag{A.48}$$

onde definiu-se a função

$$\varphi_m(s) = \int_0^s ds' \omega(\mathbf{J}_I, s') \cdot \mathbf{m} = \mathbf{m} \cdot \varphi(\mathbf{J}_I, s). \tag{A.49}$$

Observamos que $\varphi_m(C) = 2\pi v(J_I) \cdot m$ está relacionado com a sintonia do anel.

O Hamiltoniano depende agora de ψ_I somente em segunda ordem da perturbação:

$$H_I = H_0(J_I) + V_I(\psi_0, J_I, s) \quad (\text{A.50})$$

Podemos novamente separar o valor médio de V_I da mesma forma que foi feito em (A.36).

Este termo é dado, desprezando o termo de ordem $O(V^2)$, por:

$$\langle V_I \rangle = \left\langle \frac{\partial V'_0}{\partial J_I} \cdot \frac{\partial G}{\partial \psi_0} \right\rangle = \frac{1}{(2\pi)^d} \int_0^{2\pi} d\psi \frac{1}{C} \int_0^C ds \frac{\partial V'_0}{\partial J_I} \cdot \frac{\partial G}{\partial \psi_0} \quad (\text{A.51})$$

e a parte independente de ψ_I do novo Hamiltoniano escreve-se:

$$H_I = H_0(J_I) + \left\langle \frac{\partial V'_0}{\partial J_I} \cdot \frac{\partial G}{\partial \psi_0} \right\rangle. \quad (\text{A.52})$$

e o deslocamento da sintonia com a amplitude da partícula devido à perturbação fica:

$$\Delta v_I(J_I) = \frac{1}{2\pi} \int_0^C ds \frac{\partial}{\partial J_I} \left\langle \frac{\partial V'_0}{\partial J_I} \cdot \frac{\partial G}{\partial \psi_0} \right\rangle \quad (\text{A.53})$$

Apêndice B

Potência Espectral

Apêndice B

Potência Espectral

Apresentamos o gráfico da potência espectral para potência média e potência de pico radiada pelos dipolos defletores e *wigglers* de 6T, 3 pólos e 2T, 11 pólos.

Apêndice C

Publicações

PUBLICAÇÕES EM REVISTAS E PROCEEDINGS

- Liu Lin and Cylon E.T.Gonçalves da Silva, 'Second Order Single Particle Dynamics in Quasi-Isochronous Storage Rings and its Application to the LNLS-UVX Ring', *Nuclear Instruments and Methods*, **A329** (1993), p. 9-15.
- L.Jahnel, Liu Lin and A.R.D. Rodrigues, 'A VUV Electron Storage Ring for LNLS', in Proceedings of the Workshop on Synchrotron Light: Applications and Related Instrumentation II, 1989.
- Liu Lin, L.Jahnel and P.F.Tavares, 'The Injection System for the LNLS Synchrotron Light Source: The Linear Accelerator', in Proceedings of the IEEE Particle Accelerator Conference, Chicago, USA (1989).
- Liu Lin, L.Jahnel and P.F.Tavares, 'A Magnet Lattice for the LNLS Soft X-Ray Source', in Proceedings of the European Particle Accelerator Conference, Nice, França 1990.
- Liu Lin, L.Jahnel and P.F.Tavares, 'A Magnet Lattice for the LNLS Soft X-Ray Source', *Festschrift* in Honor of Rogério Cerqueira Leite, World Scientific Pub. Co. Pte. Ltd, 1991.
- Accelerator Physics and Instrumentation Groups of LNLS, 'LNLS Status Report', in the 4th International Conference on Synchrotron Radiation Instrumentation, Chester, 1991.
- Liu Lin, L.Jahnel, P.F.Tavares and R.H.A.Farias, 'The transport line from MAIRA to the LNLS UVX Electron Storage Ring', Proceedings of the 1991 IEEE Particle Accelerator Conference, San Francisco, USA.
- Liu Lin and P.F.Tavares, 'A Low Vertical β Mode for the LNLS UVX Electron Storage Ring', Proceedings of the 1991 IEEE Particle Accelerator Conference, San Francisco, USA.

- Liu Lin, L.Jahnel and P.F.Tavares, 'The LNLS UVX2 Soft X-Ray source', Proceedings of the 3rd European Particle Accelerator Conference, Berlim, Alemanha, 1992.
- Liu Lin and L.Jahnel, 'The Dynamic Aperture of the LNLS UVX2 Eletron Storage Ring', Proceedings of the 3rd European Particle Accelerator Conference, Berlim, Alemanha, 1992.
- Liu Lin and C.E.T.Gonçalves da Silva, 'A Quasi-Isochronous Operation Mode for the LNLS UVX Storage Ring', Proceedings of the IEEE Particle Accelerator Conference, Washington, USA (1993).

MEMORANDOS TÉCNICOS

- Liu Lin, 'CG-16 Structure', AF-32, Memorandum Interno LNF-INFN, (1987)
- Liu Lin e L.Jahnel, 'Estrutura Mista: Primeiro Estudo de Viabilidade', LNLS MP-12/87.
- L.Jahnel e Liu Lin, 'Estudo das Cavidades da Estrutura Aceleradora do Linac Injetor do LNLS', MP-17/87.
- L.Jahnel, S.Kulinski and Liu Lin, 'A Pre-Injector System for the LNLS LINAC', LNLS MP-010/88.
- Liu Lin, L.Jahnel and P.F.Tavares, 'The Injection System for the LNLS Synchrotron Light Source: The Linear Accelerator', LNLS MP-004/89.
- Liu Lin, L.Jahnel, P.F.Tavares and W.Vieira, 'Preliminary Study of a 6-Fold Symmetric Chasman-Green Lattice for the LNLS VUV Ring', LNLS MP-005/89.
- Liu Lin and P.F.Tavares, 'Injection Time for VUV-I', LNLS MP-007/89.
- Liu Lin and L.Jahnel, 'VUV-III Structure', LNLS MP-009/89.
- L.Jahnel e Liu Lin, 'Programa Cal_Emit', LNLS MP-010/89.
- Liu Lin, 'Effect of Wigglers on the Equilibrium Emittance and Energy Spread of the LNLS VUV-III Lattice', LNLS MP-013/89.
- A.R.D. Rodrigues e Liu Lin, 'Cálculo de um Espectrômetro para Medida de Dispersão de Energia no LINAC do LNLS', LNLS MP-016/89.
- Liu Lin, L.Jahnel and P.F.Tavares, 'A Magnet Lattice for the LNLS Soft X-Ray Source', LNLS MP-13/90.
- Liu Lin, 'Preliminary Study of the Radiation Power Distribution Along the DCI Vacuum Chamber due to the Frascati SC Wiggler', LURE NI/91-39, Departement Anneaux.
- Liu Lin, 'Injection into UVX', LNLS MeT-01/91.
- Liu Lin e P.F.Tavares, 'Linha de Transporte da MAIRA ao Anel UVX: Proposta Preliminar', LNLS MeT-02/91.
- Liu Lin and L.Jahnel, 'A Tansport Line from MAIRA to UVX - LT2', LNLS MeT-04/91.

- Liu Lin and L.Jahnel, 'A Tansport Line from MAIRA to UVX - LT2', LNLS MeT-04/91.
- Liu Lin, L. Jahnel and P.F. Tavares, 'The LNLS UVX2 Soft X-Ray source', LNLS MeT-09/91.
- Liu Lin, 'Effect of the RF Cavity on the UVX2 Pressure Distribution and Beam Lifetime', LNLS MeT-12/91.
- Liu Lin e L.Jahnel, 'Programa CALC_EMIT Versão 2.0', LNLS CT-01/91.
- Liu Lin, 'A Program for Emittance Measurement in the LNLS LINAC', LNLS CT-02/91.
- Liu Lin, 'Closed Orbit Distortion Distribution in UVX2', LNLS CT-05/91.
- A.R.D.Rodrigues and Liu Lin, 'Determination of the System of Coordinates of a Theodolite with Respect to the Laboratory', LNLS MeT-02/92.
- Liu Lin, 'Estabilidade da Fonte do Sextupolo no UVX2.1', LNLS CT-09/92.
- Liu Lin, L.Jahnel and R.H.A.Farias, 'Design of a Transport Line from Linac to UVX', LNLS MeT-01/93.

Referências

- [1] Veja por exemplo, M. Sands, 'The Physics of Electron Storage Rings', *SLAC-121*, (1979); H. Wiedemann, manuscrito do livro '*Particle Accelerator Physics*', a ser publicado pela Springer Verlag; H. Bruck, 'Circular Particle Accelerators', Los Alamos Report, LA-TR-72-10 Rev; Cursos do *Cern Accelerator School* e AIP Conference Proceedings on Physics of High Energy Particle Accelerators.
- [2] E. D. Courant and H. S. Snyder, 'Theory of the Alternating-Gradient Synchrotron', *Annals of Physics*, **3** (1958), p. 1-48.
- [3] E.A. Crosbie, 'Improvement of the Dynamic Aperture in Chasman-Green Lattice Design Light Source Storage Rings', ANL Report *ANL-HEP-CP-87-21* (1987).
- [4] L. Emery, 'An Ultra-Low Emittance Damping Ring Lattice and its Dynamic Aperture', *SSRL ACD Note 75*, (June 7, 1989).
- [5] M. Cornacchia and K. Halbach, 'Study of Modified Sextupoles for Dynamic Aperture Improvement in Synchrotron Radiation Sources', *Nuclear Instruments and Methods*, **A290** (1990), p. 19-33.
- [6] M. Sommer, 'Optimization of the Emittance of Electron Storage Rings', LAL Report, LAL/RT/83-15 (1983).
- [7] G.E. Fisher *et al.*, 'A 1.2 GeV Damping Ring Complex for the Stanford Collider', *12th Int. Conf. on High Energy Accelerators*, (1983).
- [8] L. Emery *et al.*, 'The 1.2 GeV High Brightness Photon Source at the Stanford Photon Research Laboratory', *IEEE Particle Accelerator Conference* (1987), p. 1496.
- [9] R. Chasman and K. Green, 'Preliminary Design of a Dedicated Synchrotron Radiation Facility', *IEEE Trans. Nuc. Sci.*, **NS-22** (1975), p. 1765.
- [10] A. Jackson, 'A Comparison of the Chasman-Green and Triple-Bend Achromat Lattices', *Particle Accelerators*, **22**, (1987), p. 111-128.
- [11] ESRF Foundation Phase Report (Feb. 1987).
- [12] 6 GeV Conceptual Design Report (Feb. 1986), ANL-86-8
- [13] Design Study for the Trieste Synchrotron Light Source (Feb. 1987), LNF-87/6.

- [14] H.Zyngier *et al.*, 'The VUV Radiation Source Super-ACO', *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, **NS32** (1985), p. 3371.
- [15] 1-2 GeV Synchrotron Radiation Source, Conceptual Design Report, LBL Pub 5172 (July 1986).
- [16] R. Maier *et al.*, 'Bessy 2, a Synchrotron Light Source of the Third Generation', *IEEE Particle Accelerator Conference* (1987), p. 422.
- [17] SRRC Status Report (Jan. 1988).
- [18] F. C. Iselin, 'The MAD Program', *CERN/LEP-TH/88-38*.
- [19] L. Emery, H. Wiedemann and J. Safranek, 'Users Guide For PATPET version 88.2', *SSRL ACD-Note 36*.
- [20] L.Schachinger and R.Talman, 'Teapot: A Thin-Element Accelerator Program for Optics and Tracking', *Particle Accelerators*, **22** (1987), p. 35-56.
- [21] P.Schmüser, 'Basic course on accelerator optics', CAS Second General Accelerator Physics Course, CERN 87-10.
- [22] Veja ref 10.
- [23] Los Alamos Accelerator Code Group, 'Reference Manual for the Poisson/Superfish', *LA-87-UR-87-126*.
- [24] Liu Lin, L.Jahnel and P.F.Tavares, 'The LNLS UVX2 Soft X-Ray Source', in *Proc. of the 3rd European Particle Accelerator Conference* (1992).
- [25] M.Barone *et al.*, 'Superconducting Wiggler for Adone: Design and Present Status', *Il Nuovo Cimento*, **13D**, N.5, (1991).
- [26] P.A.P.Gomes, F.S.Rafael and A.R.D.Rodrigues, 'Design, construction and characterization of an electromagnetic small period undulator', *Rev. Sci. Instrum.* **63(1)** (1992), p. 352-354.
- [27] Liu Lin, L.Jahnel and P.F.Tavares, 'The Injection System for the LNLS Synchrotron Light Source: The Linear Accelerator', in *Proc. of IEEE Particle Accelerator Conference* (1989); e A. R. D. Rodrigues and D. Wisnivesky, 'Comissioning of the LNLS Injector Linac', in *Proc. of the 2nd European Particle Accelerator Conference* (1990).
- [28] E. M. Rowe, 'Synchrotron Light Source Experiments: Bringing Aladdin on Line', *Nuclear Instruments and Methods*, **B24/25** (1987), p. 414-416.
- [29] Liu Lin, 'Injection into the LNLS UVX Electron Storage Ring', in *Proc. of the IEEE Particle Accelerator Conference* (1991).
- [30] H.Zyngier, 'A Propos de L'Approximation du Second Ordre', LURE Report *RT/91-10* (Juillet 1991); e A.Nadji, 'Optimisation en Ligne des Hexapoles de Super-Aco', LURE Report *Super-ACO/92-01* (Janvier 1992).

- [31] F.James, M.Roos, 'Minuit: Function Minimization and Error Analysis', Program Library-Long Write-Up.
- [32] CERN Computer Centre, 'Program Library', (1987).
- [33] Los Alamos Accelerator Code Group, 'Reference Manual for the Poisson/Superfish Group of Codes', LA-UR-87-126.
- [34] Veja por exemplo, *Proceedings of the Workshop on Fourth Generation Light Sources*, SSRL 92/02 (1992) e *Proceedings of the IEEE Particle Accelerator Conference* (1993), Washington, U.S.A.
- [35] D.A.G.Deacon, 'Theory of the Isochronous Storage Ring Laser', *Physics Reports*, **76**(5) (1981).
- [36] vide referência [34].
- [37] C.Pellegrini and D.Robin, *Nuclear Instruments and Methods*, **A301** (1991), p. 27-36; e C. Pellegrini and D. Robin, in *Proc. of the IEEE Part. Acc. Conf.* (1991).
- [38] H. Wiedemann, 'Higher Order Phase Focussing', *SSRL ACD Note* 125, August 21, 1992.
- [39] Liu Lin and C. E. T. Gonçalves da Silva, *Nuclear Instruments and Methods*, aceito para publicação.
- [40] H. Hama, S. Takano and G. Isoyama, in *Proceedings of the Workshop on Fourth Generation Light Sources*, SSRL 92/02 (1992).
- [41] J. P. Delahaye and J. Jäger, *Particle Accelerators*, **18**, (1986) 183-201.
- [42] R.D.Ruth, 'Single Particle Dynamics in Circular Accelerators', *AIP-CP* **153**, p. 152-235.