UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA E QUÍMICA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA E CIÊNCIA DOS MATERIAIS

OK

Estruturas Espaciais de Átomos de
Na em Armadilha Magneto-Óptica

Ilde Guedes da Silva

Tese apresentada ao Instituto de Física e
Química de São Carlos/USP para a obtenção
do título de Doutor em Ciências Física
Básica.

Orientador: Prof.Dr.Sérgio Carlos Zilio

São Carlos - São Paulo
1994

**IFSC UNIVERSIDADE
DE SÃO PAULO**
Instituto de Física e Química de São Carlos

Fone (0162) 72-6222
Fax (0162) 72-2218

Av. Dr. Carlos Botelho, 1465
Caixa Postal 369
CEP 13560.970 - São Carlos - SP
Brasil

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE DOUTORADO DE ILDE GUEDES DA SILVA APRESENTADA AO
INSTITUTO DE FÍSICA E QUÍMICA DE SÃO CARLOS, DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, EM 21/01/1994

COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. Sérgio Carlos Iório

Prof. Dr. Vanderlei Salvador Bagnato

Prof. Dr. José Carlos Nogueira

Prof. Dr. José Wellington Rocha Tabosa

Prof. Dr. Fernando Jorge da Paixão Filho

DEDICO:

A meus pais, a minha irmã e a
querida Karol, pelo o que
representam à minha vida.

Agradecimentos

- Ao Prof. Sérgio C. Zílio, não apenas pela competência com que orientou este trabalho, mas também pela grande amizade durante todo o transcorrer de nossa convivência.
- Ao Prof. Vanderlei S. Bagnato, pela amizade, incentivo e confiança que muito contribuíram para a realização deste trabalho.
- Aos demais professores do Grupo de Óptica pela amizade e respeito.
- Ao Luimar, Inácio, Carlinhos, Herbert e Albertino pelo sentido da palavra amizade.
- Aos demais amigos da Física pela amizade, incentivo e grande convívio durante o decorrer deste trabalho, em particular ao pessoal da sala: Flemming, Eneida, Euclydes, Nilton e Patrício.
- Ao Evandro Gouveia, pela grande amizade, companheirismo e pelos primeiros passos em óptica não-linear.
- Em especial, eu gostaria de agradecer a duas pessoas maravilhosas: Tereza e Débora, sem as quais este trabalho não se tornaria tão real.

- Ao Silvio, Rui, Jonas, Romão, Gilberto e a Izabel pela
presteza, paciência e eficiência de sempre.
- Ao pessoal das oficinas de Óptica e Mecânica pela confecção
dos componentes utilizados na realização deste trabalho.
- Ao Samuel, pela confecção dos desenhos.
- Ao Eduardo, pela amizade e paciência de ter datilografado
este trabalho.
- Ao CNPq pelo suporte financeiro.

ÍNDICE

I - Introdução	1
Referências	8
II- A Armadilha Magneto-Óptica	10
2.1 - Introdução	10
2.2 - Resfriamento de átomos pelo efeito Doppler	10
2.3 - Princípio de funcionamento da armadilha magneto- óptica	14
2.4 - Forças atuantes na armadilha magneto-óptica..	20
2.5 - Processos de captura e perdas de átomos na armadilha magneto-óptica	
2.5.1 - Processo de captura	25
2.5.2 - Processos de perda	32
2.6 - Limite para a densidade atômica	38
2.7 - Limite Doppler de temperatura para os átomos aprisionados	42
Referências	45
III - Estruturas Espaciais de Átomos Aprisionados na Armadilha Magneto-Óptica	47
3.1 - Introdução	47
3.2 - Forças de vórtice e de confinamento da radiação.	50
3.3 - Equação geral do movimento	54
3.4 - Formação de órbitas estáveis	58
3.5 - Sistema de multiníveis	68
3.6 - Diagrama de fase para a armadilha magneto-óptica	74

Referências	83
IV - Experimento	84
4.1 - Descrição experimental da armadilha magneto- óptica.....	84
4.2 - Transições eletrônicas e o problema do bombeamento óptico	92
Referências	101
V - Resultados e Discussões	102
5.1 - Considerações iniciais	102
5.2 - Determinação do número de átomos aprisionados....	103
5.3 - Estudo do comportamento do raio do anel em função dos parâmetros usados na armadilha magneto-óptica	111
5.3.1 - Considerações preliminares	111
5.3.2 - Raio do anel em função do gradiente de campo magnético.....	112
5.3.3 - Raio do anel em função da intensidade do feixe de aprisionamento	116
5.3.4 - Raio do anel em função da dessintonia do laser de aprisionamento	120
5.3.5 - Raio do anel em função do parâmetro de desalinhamento	125
5.4 - Estimativa da temperatura dos átomos nos anéis ..	129
VI - Conclusões	131

Anexo: Trabalho submetido ao Journal of Optical Society of America (setembro/1993)	137
---	-----

Resumo

Neste trabalho demonstramos o confinamento de átomos de sódio usando a armadilha magneto-óptica, onde os átomos foram capturados diretamente a partir da distribuição inicial do vapor atômico a uma temperatura ambiente, contido em uma célula fechada.

Observamos além da nuvem de átomos aprisionados, estruturas circulares em forma de anel, que surgem devido ao desalinhamento introduzido nos feixes de aprisionamento. Estudamos o comportamento do raio do anel em função de vários parâmetros utilizados na armadilha magneto-óptica como por exemplo: gradiente de campo magnético, intensidade do laser, dessintonia e desalinhamento. Os experimentos foram realizados no regime de baixa densidade ($N < 10^6$) onde o raio do anel é independente do número de átomos aprisionados. Assim, os resultados obtidos podem ser explicados utilizando um modelo simples que leva em conta a força de vórtice dependente da coordenada radial (ou macroscópica) e as forças usuais presentes na armadilha magneto-óptica.

Abstract

In this work we demonstrate the confinement of neutral sodium atoms using the magneto-optical trap, where the atoms were captured directly from the low velocity tail of the room-temperature atomic vapor contained in the closed vacuum cell.

We observed besides the cloud shaped, circular structures like a ring of trapped atoms that appears when we introduce a misalignment among the trapping beams. We studied the behavior of ring radius with respect to several trapping parameters as: magnetic-field gradient, laser intensity, detuning and misalignment. The experiments were performed in the low density regime ($N < 10^8$), so the ring radius is independent of the number of trapped atoms. Hence, the results obtained can be explained using a simple model that takes into account a radial coordinate dependent (or macroscopic) vortex force and the usual magneto-optical trap forces.

LISTA DE FIGURAS

Cap. II

Fig. 2.1 - (a) Átomo de frequência ω_0 interagindo com dois lasers contrapropagantes de frequência $\omega < \omega_0$. (b) Força média (linha fina) sobre o átomo devido a interação com os dois lasers. A força resultante (linha densa) é a força viscosa responsável pelo refriamento dos átomos.

Fig. 2.2 - Diagrama de níveis de energia de um átomo hipotético interagindo com um campo magnético $B_z(z) = bz$.

Fig. 2.3 - Esquema da armadilha magneto-óptica em três dimensões. O campo quadrupolar é gerado por duas bobinas de correntes opostas colocadas ao longo do eixo z . As setas finas mostram que o campo magnético produzido ao longo dos eixos é paralelo aos mesmos. O campo da radiação indicado pelas setas densas, contrapropaga-se nas direções x , y e z e têm polarizações como mostrado de acordo com o eixo de propagação.

Fig. 2.4 - Perfil de fluorescência da nuvem de átomos aprisionados na armadilha magneto óptica - (a) Perfil gaussiano correspondendo a situação na qual N é pequeno, (b) Perfil semi-elipsoidal obtido no limite de confinamento da radiação.

Cap. III

Fig. 3.1 - Geometria de desalinhamento no plano xy que fornece a observação de estruturas espaciais circulares. A seta indica a direção do movimento dos átomos na órbita. σ^+ e σ^- referem-se as polarizações do campo de radiação.

Fig. 3.2 - Variação do raio das trajetórias circulares em função do número de átomos aprisionados para vários valores de s(em milímetros). A curva CR obtida a partir da Eq. (3.17) foi calculada para $s=0.1\text{mm}$.

Fig. 3.3 - Observação visual do comportamento do anel de átomos em função da temperatura da célula. (a) $T=363\text{K}$, (b) $T=343\text{K}$ e (c) $T=300\text{K}$. Os parâmetros experimentais utilizados foram $I=20\text{mW/cm}^2$, $|\Delta|=20\text{MHz}$, $b=10\text{G/cm}$ e $s=1.2\text{mm}$.

Fig. 3.4 - (a) Variação do raio do anel em função do tempo de carga da armadilha. Os parâmetros utilizados foram $T=300\text{K}$, $I=20\text{mW/cm}^2$, $|\Delta|=20\text{MHz}$ e $s=1.2\text{mm}$. (b) Variação do número de átomos em função do tempo de carga. As barras de erro mostradas correspondem ao valor médio do ponto experimental obtido após cinco medidas.

Fig. 3.5 - Diagrama de forças atuantes sobre o átomo movendo-se em uma trajetória circular. βv é a força viscosa, $F(x)$ é a força de vórtice e ar é a força restauradora. A força de confinamento da radiação é desprezada nesta análise.

Fig. 3.6 - Representação gráfica da Eq. (3.41) para (a) pequenos desalinhamentos s e baixas intensidades Ω_0^2 e (b) para grandes desalinhamentos e/ou grandes intensidades.

Fig. 3.7 - Diagrama de fase mostrando as diferentes distribuições espaciais de átomos dependentes dos parâmetros de saturação e desalinhamento. A linha cheia corresponde a $\Delta = -\Gamma$. Variando-se a dessintonia do laser, as linhas do diagrama de fase deslocam-se e então os domínios mudam. A linha tracejada (- - -) corresponde à $\Delta = -0.7\Gamma$ e a linha segmentada (-·-·-) à $\Delta = -1.2\Gamma$.

Cap. IV

Fig. 4.1 - Montagem experimental usada na construção da armadilha magneto-óptica.

Fig. 4.2 - Diagrama esquemático da célula onde se processa a armadilha magneto-óptica. O sistema A corresponde à câmara onde os átomos são aprisionado, o sistema B ao forno de átomos de Na e C é a válvula que os acopla.

Fig. 4.3 - Variação espacial do campo magnético na armadilha magneto-óptica. A seta fina mostra uma possível trajetória de um átomo da armadilha. As setas densas indicam a direção do campo magnético em vários pontos ao longo da trajetória do átomo.

Fig. 4.4 - Estrutura dos níveis hiperfinos de energia dos estados $3S_{1/2}$ e $3P_{3/2}$ do átomo de Na.

Fig. 4.5 - Diagrama de energia mostrando os subníveis Zeeman (m_F) dos estados hiperfinos $F=1$ e $F=2$ do estado $3S_{1/2}$ do Na.

Fig. 4.6 - Separação em frequência entre o laser principal (ω_L) e os picos laterais ($\omega_L \pm \delta, \delta = 1.712\text{GHz}$) gerados pelo modulador eletro-óptico.

Fig. 4. 7 - Transições envolvidas na obtenção das armadilhas tipo I(a) e tipo II(b). ω_L é a frequência do laser principal e $\omega_L + \delta$ é a frequência do pico lateral.

Fig. 4.8 - Distribuição de átomos aprisionados na armadilha magneto-óptica nas duas configuração (a) tipo I e (b) tipo II.

Cap. V

Fig. 5.1 - Dependência do número de átomos no anel em função do parâmetro de saturação s . Os parâmetros utilizados foram $b=10\text{G/cm}$, $|\Delta|=10\text{MHz}$ e $s=1,5\text{ mm}$.

Fig. 5.2 - Dependência do número de átomos no anel em função do gradiente de campo magnético. Os parâmetros utilizados foram $I=60\text{mW/cm}^2$, $|\Delta|=10\text{MHz}$ e $s=1.5\text{mm}$.

Fig. 5.3 - Distribuições espaciais de átomos aprisionados na armadilha magneto-óptica em função do gradiente de campo magnético. (a) $b=5\text{G/cm}$; (b) $b=7.5\text{ G/cm}$; (c) $b=10\text{G/cm}$; (d) $b=12.5\text{G/cm}$, (e) $b=15\text{G/cm}$ e (f) $b=17.5\text{ G/cm}$.

Fig.5.4 - Variação do raio do anel em função do gradiente de campo magnético. A curva teórica foi calculada para os seguintes parâmetros: $I=60\text{mW/cm}^2$, $|\Delta|=10\text{MHz}$, $s=1.5\text{mm}$ e $w=6\text{ mm}$.

Fig. 5.5 - Solução numérica da Eq. (3.39) para três diferentes valores de gradiente de campo magnético: (a) $b=5\text{G/cm}$, (b) $b=10\text{G/cm}$ e (c) $b=15\text{ G/cm}$.

Fig.5.6 - Distribuições espaciais de átomos aprisionados na armadilha magneto-óptica em função da intensidade do feixe de aprisionamento. (a) $I=24\text{mW/cm}^2$, (b) $I=36\text{mW/cm}^2$, (c) $I=48\text{ mW/cm}^2$, (d) $I=54\text{mW/cm}^2$ e (e) $I=60\text{mw/cm}^2$.

Fig. 5.7 - Variação do raio do anel em função da intensidade do feixe de aprisionamento. Os parâmetros utilizados foram: (b) $b=10\text{G/cm}$, $|\Delta|=10\text{MHz}$, $s=1,5\text{ mm}$ e $w=6\text{mm}$.

Fig. 5.8 - Solução numérica da Eq. (3.31) em função da intensidade do laser de aprisionamento. (a) $I=24\text{mW/cm}^2$, (b) $I=36\text{mW/cm}^2$ e (c) $I=60\text{mW/cm}^2$.

Fig. 5.9 - Distribuições espaciais de átomos aprisionados na armadilha magneto-óptica em função da dessintonia do feixe de aprisionamento. (a) $|\Delta|=5\text{ MHz}$, (b) $|\Delta|=10\text{ MHz}$, (c) $|\Delta|=20\text{MHz}$ e (d) $|\Delta|=25\text{MHz}$.

Fig. 5.10 - Solução numérica da Eq.(3.31) em função da dessintonia do laser de aprisionamento. (a) $|\Delta|=5\text{MHz}$, (b) $|\Delta|=10\text{MHz}$ e (c) $|\Delta|=20\text{MHz}$.

Fig. 5.11 - Variação do raio do anel em função da dessintonia dos feixes de aprisionamento. A curva teórica foi calculada utilizando os seguintes parâmetros: $I=60\text{mW/cm}^2$, $b=10\text{G/cm}$, $s=1.5\text{mm}$ e $w=6\text{ mm}$.

Fig. 5.12 - Distribuições espaciais de átomos aprisionados na armadilha magneto-óptica em função do parâmetro de desalinhamento. (a) $s=1.5\text{mm}$, (b) $s=1.8\text{ mm}$ e (c) $s=2.2\text{mm}$.

Fig. 5.13 - Solução numérica da Eq. (3.31) em função do parâmetro de desalinhamento. (a) $s=1.5\text{mm}$, (b) $s=1.8\text{ mm}$ e (c) $s=2.2\text{mm}$.

Fig. 5.14 - Variação do raio do anel em função do desalinhamento dos feixes de aprisionamento. A curva teórica foi calculada utilizando-se os seguintes valores: $I=60\text{mW/cm}^2$, $b=10\text{G/cm}$, $|\Delta|=10\text{ MHz}$ e $w=6\text{mm}$.

I - Introdução

Nos últimos anos tem sido grande o interesse no estudo da obtenção de amostras de átomos frios e de altas densidades. (1) Tais amostras podem ser úteis em experiências de espectroscopia de alta resolução, produção de padrões de frequências e relógios atômicos, e estudos de processos de colisão. Além disto, se obtivermos amostras com velocidades tais que o comprimento de onda de de Broglie associado ao átomo (λ_D) seja da ordem da distância interatômica, efeitos quânticos coletivos tal como condensação de Bose-Einstein, poderiam em princípio serem observados. Uma das formas de obter-se estas amostras é através da técnicas de desaceleração de feixes atômicos. (2) Uma outra, e mais investigada atualmente, é a técnica de aprisionamento de átomos neutros usando armadilhas magneto-ópticas.

Até 1987, existiam duas formas de construir-se armadilhas para átomos neutros. Uma delas emprega a força magnética atuante no átomo quando ele está em uma região de campo magnético não homogêneo (3) e a outra refere-se ao uso da força de pressão de radiação para confiná-lo. (4)

Basicamente, a idéia que suporta a armadilha magnética é o fato que estados fundamentais eletrônicos de certos átomos com spins eletrônicos desemparelhados têm energia que aumenta com o campo magnético, produzindo assim uma força restauradora sobre eles, na direção do mínimo de campo.

A primeira armadilha óptica foi proposta por Ashkin (4) em 1978 e consiste de dois lasers contrapropagantes focalizados. Nesta configuração existe uma força restauradora axial devido a força espontânea e uma força restauradora transversal devido ao gradiente do campo de radiação na direção radial (força induzida).

Entretanto, a primeira observação de átomos aprisionados opticamente devido à força espontânea, foi realizada em 1985 por S. Chu et. al.(5) em átomos de sódio (Na). A configuração experimental utilizada constitui-se de um arranjo tridimensional de feixes contrapropagantes sintonizados abaixo da frequência de ressonância. De acordo com a assertiva de Hänsch e Schawlow (6) isto causa uma força oposta à velocidade do átomo, ou seja uma força viscosa. Por isto esta técnica é denominada de melado óptico. A densidade de átomos confinados por esta técnica foi da ordem de 10^6cm^{-3} , com temperatura da ordem de $240 \mu\text{K}$, que corresponde ao limite de temperatura mínima fornecido pela teoria Doppler de resfriamento.(7) A velocidade média dos átomos aprisionados neste limite é de aproximadamente 60cm/s . Na verdade o melado óptico não é uma verdadeira armadilha pois não existe força restauradora presente e o tempo de confinamento dos átomos é de apenas 100 ms, que é muito menos que o obtido pela técnica de aprisionamento usando a armadilha magneto-óptica que discutiremos a seguir.

Em 1986, S. Chu et. al (8) também aprisionaram átomos de Na utilizando a força de dipolo ou induzida. Os átomos foram

inicialmente resfriados através da técnica de melado óptico a uma temperatura inferior a 1mK e depois capturados em uma armadilha criada por um laser de perfil gaussiano, extremamente focalizado e sintonizado bem abaixo da frequência de ressonância. Neste caso, a densidade de átomos obtida foi de $10^{11} - 10^{12} \text{cm}^{-3}$ e o tempo de confinamento da ordem de 1 - 10s. Este trabalho demonstrou a proposta de Ashkin (4) sobre a possibilidade de obter-se armadilhas ópticas usando a força de dipolo.

A primeira armadilha magneto-óptica foi construída por E. Raab et. al (9) em 1987. A configuração experimental consiste basicamente de três feixes lasers contrapropagantes nas direções x, y e z, com sintonia abaixo da ressonância e de um campo magnético produzido por um quadrupolo esferoidal. Neste trabalho obteve-se densidades de átomos aprisionados da ordem de 10^{11}cm^{-3} e tempo de confinamento de 2min.

A configuração discutida acima foi originalmente proposta por Pritchard et. al (10) como forma de evitar a restrição imposta pelo chamado teorema ótico de Earnshaw formulado por Ashkin e Gordon. (11) Este teorema nos diz que: na ausência de fontes de radiação, a divergência do vetor de Poynting de um laser estacionário deve ser zero. Então, se a força é proporcional a intensidade do laser, ela também deve ter divergência igual a zero, o que acarreta na impossibilidade de produção de uma força restauradora sobre uma superfície fechada. Ashkin e Gordon provaram este teorema para a força de espalhamento sobre partículas com polarizabilidade escalar cujos dipolos dependem

linearmente com o campo. Esta condição assume que a força de espalhamento é proporcional ao vetor de Poynting.

Para átomos, entretanto, os graus de liberdade internos podem mudar esta proporcionalidade entre o vetor de Poynting e a força, de uma forma dependente da posição, o que permite armadilhas usando a força espontânea estática. Tal mudança pode ocorrer, por exemplo, devido a aplicação de um campo externo que causa uma mudança na frequência de ressonância do átomo. Como mencionamos, no caso da armadilha magneto-óptica este campo é produzido pelo campo magnético quadrupolar.

Tanto nos trabalhos de S. Chu et. al (5,8) quanto no de E. Raab et. al (9) a armadilha foi carregada com átomos evaporados pela ação de um laser de Nd:YAG e pré-resfriados usando a técnica de varredura de frequência.(12) A primeira armadilha magneto-óptica na qual os átomos foram aprisionados diretamente do vapor presente em uma célula, isto é, sem a necessidade do estágio de desaceleração, foi feita por Monroe et. al para átomos de césio(Cs).(13)

Os estudos iniciais efetuados nestas amostras de átomos confinados referem-se a uma configuração geométrica dos seis feixes perfeitamente alinhados dois à dois. A distribuição espacial de átomos aprisionados observada assemelha-se a uma nuvem quase esférica. Estes estudos tratam do comportamento dinâmico dos átomos em relação a vários parâmetros inerentes ao aprisionamento como gradiente de campo magnético, intensidade do campo de radiação e dessintonia entre a frequência do feixe de

aprisionamento e a frequência atômica. Por exemplo, como varia o número de átomos capturados em função destes parâmetros, qual a velocidade média destes átomos e em consequência, qual a temperatura da amostra, (14) além de experimentos de colisões (15) e de espectroscopia de alta resolução. (16) Se o número de átomos aprisionados N for tal que $N \leq 10^6$ temos o regime de gás ideal, onde a densidade da nuvem varia de forma linear com N enquanto o raio permanece constante. Para $N \geq 10^6$, surge entre os átomos uma força repulsiva causada pela reabsorção de fótons espalhados denominada de força de confinamento de radiação. (17) Isto leva a um aumento no raio da nuvem, o que implica no fato da densidade passar a ser constante.

Outras distribuições espaciais de átomos aprisionados podem ser observadas se introduzirmos um desalinhamento relativo entre os feixes de aprisionamento. Isto foi primeiramente mencionado por E. Raab et. al (9) em experimentos com Na, mas reportado por Walker et. al (18) em átomos de Cs. Estas estruturas espaciais assemelham-se a um anel de átomos e a um anel circundando uma nuvem de átomos confinados. Para explicar a formação das estruturas obtidas em seu trabalho, Walker e colaboradores propuseram um modelo baseado na força de confinamento da radiação e na força que surge devido ao desbalanço de intensidade causado pelo desalinhamento dos feixes na armadilha. De acordo com os resultados apresentados na Ref.(18), onde o número de átomos aprisionados é da ordem de $N \approx 10^7$, os raios das órbitas circulares varia com o número N e não depende, significativamente do

desalinhamento dos feixes de aprisionamento. Neste caso, a força de confinamento da radiação é responsável pela formação das órbitas estáveis.

Em 1992, Bagnato et. al (19) obtiveram para átomos de Na, distribuições espaciais similares às da Ref.(18). Entretanto, não observaram nenhuma variação do raio destas distribuições em função do número de átomos aprisionados. Dessa forma, propuseram um modelo baseado apenas na força de vórtice macroscópica, dependente da coordenada radial que surge devido ao desalinhamento dos feixes de aprisionamento com perfil gaussiano de intensidade, para explicar as órbitas circulares estáveis obtidas.

A princípio poderíamos pensar que existe alguma contradição entre estes dois modelos já apresentados na literatura . Neste trabalho, entretanto, mostramos que esta contradição é apenas aparente. O que ocorre é que dependendo do número de átomos aprisionados, a dinâmica do processo de formação de órbitas circulares estáveis é bem diferente. Também, demonstramos pela primeira vez a possibilidade de aprisionamento de átomos de Na a partir do vapor contido em uma célula à temperatura ambiente do laboratório ($T \approx 290$ K), como previsto por Cable et. al.(20)

No Capítulo II apresentaremos o princípio de funcionamento da armadilha magneto-óptica e discutimos vários aspectos relacionados à formação e ao comportamento da nuvem de átomos aprisionados.

No Capítulo III desenvolveremos um modelo geral para

explicarmos o surgimento das distribuições espaciais de átomos na armadilha magneto-óptica, que leva em conta tanto a força de confinamento de radiação quanto a força de vórtice. (21) Com base neste modelo estudamos a variação do raio da órbita em função do número de átomos aprisionados e comprovamos a existência de duas regiões: uma na qual a força de confinamento da radiação é dominante na formação de órbitas estáveis e outra na qual a responsável por este processo é a força de vórtice. Neste último caso, construímos com base no trabalho de Bagnato et. al (22), um diagrama de fase que nos permite, de acordo com os parâmetros experimentais usados na armadilha, prever qual o tipo de distribuição espacial deve ser observada.

A descrição do aparato experimental utilizado na produção da armadilha magneto-óptica bem como uma discussão sobre as possíveis transições entre os níveis hiperfinos do átomo de Na onde ocorre o aprisionamento é apresentada no Capítulo IV.

No Capítulo V mostraremos como determinar o número de átomos aprisionados nos anéis. Além disto apresentaremos um estudo sistemático do comportamento do raio destes anéis em função dos parâmetros experimentais utilizados neste trabalho e sua comprovação com a previsão teórica obtida do modelo desenvolvido no Cap. III.

Finalmente, o Capítulo VI traz as conclusões finais e sugestões de possíveis trabalhos futuros.

Referências

- (1) - Ver por exemplo edições especiais do J.Opt. Soc. Am.
B 2,1706 (1985); B 6,2019 (1989)
- (2) - W. Phillips, J. Prodan and H. Metcalf, J. Opt. Soc. Am.
B 2,1751 (1985)
- (3) - A. Migdall, J. Prodan, W. Phillips, T. Bergman and H.
Metcalf, Phys. Rev. Lett. 54,2596 (1985)
- (4) - A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. 40,729 (1978)
- (5) - S. Chu, L. Hollberg, J. Bjorkholm, A. Cable and A. Ashkin,
Phys. Rev. Lett. 55,48 (1985)
- (6) - T. Hänsch and A. Schawlow, Opt. Commum. 13,68 (1975)
- (7) - D. Wineland and W. Itano, Phys. Rev. A 20,1521 (1979)
- (8) - S. Chu, J. Bjorkholm, A. Ashkin and A. Cable, Phys. Rev.
Lett. 57,314 (1986)
- (9) - E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu and D. Fritchard,
Phys. Rev. Lett. 59,2631 (1987)
- (10) - D. Fritchard, E. Raab, V. Bagnato, C. Wieman and R. Watts,
Phys. Rev. Lett. 57,310 (1986)
- (11) - A. Ashkin and J. Gordon, Opt. Lett. 8,511 (1983)
- (12) - W. Ertmer, R. Blatt, J. Hall and M. Zhu, Phys. Rev. Lett.
67,46 (1985)
- (13) - C. Monroe, W. Swann, H. Robinson and C. Wieman, Phys. Rev.
Lett. 65,1571 (1990)
- (14) - K. Lindquist, M. Stephens and C. Wieman, Phys. Rev.
A 46,4082 (1992)

- (15) - P. Gould, P. Lett, P. Julienne, W. Phillips, H. Torsheim
and J. Weiner, Phys. Rev. Lett. **60**,788 (1988)
- (16) - J.W. R. Tabosa, G. Chen, Z. Hu, R. Lee and H. Kimble,
Phys. Rev. Lett. **66**,3245 (1991)
- (17) - D. Sesko, T. Walker and C. Wieman, J. Opt. Soc. Am. B
8,946 (1991)
- (18) - T. Walker, D. Sesko and C. Wieman, Phys. Rev. Lett. **64**,408
(1990)
- (19) - V. Bagnato, L.Marcassa, M. Oriá, G. Surdutovich and S.C.
Zílio, in Laser Physics **2**,172 (1992)
- (20) - A. Cable, M. Prentiss and N. Bigelow, Opt. Lett. **15**,507:
(1990)
- (21) - I. Guedes, M.T. de Araujo, D.M.B.P. Milori, G.I.
Surdutovich, V.S. Bagnato and S.C. Zílio, submetido ao J.
Opt. Soc. Am. B
- (22) - V. S. Bagnato,L. G. Marcassa, M. Oriá, G. I. Surdutovich,
R. Vitlina and S. C. Zílio, Phys. Rev. A. **48**,3771
(novembro 1993)

II - A Armadilha Magneto-Óptica

2.1 - Introdução

Embora não exista uma teoria completa capaz de explicar todos os aspectos relacionados com o princípio de funcionamento da armadilha magneto-óptica, podemos obter através de vários modelos simples, em suas aproximações, uma descrição bastante detalhada dos processos que ocorrem nesta armadilha.

Com base na teoria que leva em conta o efeito Doppler, discutiremos neste capítulo a formação da nuvem de átomos confinados. Apresentamos também algumas análises acerca dos processos de captura e perda de átomos na armadilha e discutimos quais os limites de densidade e temperatura possíveis de serem alcançados com esta técnica de aprisionamento.

2.2 - Resfriamento de átomos pelo efeito Doppler

O princípio Doppler de resfriamento para átomos neutros livres (1) pode ser entendido considerando um átomo de dois níveis interagindo com dois campos de radiação de frequência ω abaixo da frequência de ressonância atômica ω_0 , como mostra a Fig. 2.1.a. Cada laser exerce sobre o átomo uma força de pressão de radiação média na sua direção de propagação. (2) Assim, o átomo absorve fótons nestas duas direções e os reemite isotropicamente.

Fig. 2.1.(a) - Átomo de frequência ω_0 interagindo com dois lasers contrapropagantes de frequência $\omega < \omega_0$. (b) força média (linha fina) sobre o átomo devido a interação com os dois lasers. A resultante (linha densa) é a força viscosa responsável pelo resfriamento dos átomos.

Vamos supor a princípio que o átomo esteja parado ($v=0$). A força exercida pelos dois lasers neste caso é nula por simetria e assim o átomo permanece em repouso. Se o átomo agora move-se na direção $+\hat{x}$ com velocidade v , o efeito Doppler faz com que ele esteja mais ressonante com o laser que está contrapropagante ao seu movimento do que em relação ao laser copropagante. Este desbalanço entre as forças produzidas pelos dois lasers causa o surgimento de uma força resultante F oposta ao movimento atômico e que para baixas velocidades pode ser expressa por $F=-\beta v$, onde β é o coeficiente de amortecimento. Este mesmo resultado é obtido efetuando-se a análise para átomos movendo-se na direção $-\hat{x}$.

A Fig. 2.1.b, mostra a força de amortecimento resultante (linha densa) da soma de duas forças opostas (linhas finas) para baixas intensidades do campo de radiação. Como veremos na Seq. 2.4, estas forças são do tipo Lorentziana centradas em $kv = \pm \Delta$, onde $\Delta = \omega - \omega_0$ é a dessintonia entre a frequência do laser e a frequência do átomo, com largura à meia altura (FWHM) igual a Γ , onde Γ é a largura de linha natural da transição atômica. A derivada da força resultante em $v=0$ nos fornece o valor do coeficiente β . Note que β será máximo quando $\Delta = -\Gamma/2$. A força total é aproximadamente linear para velocidades tais que $|v| < \Gamma/2k$. Esta desigualdade define o intervalo de velocidades no qual o movimento atômico é eficientemente amortecido pelo resfriamento Doppler (intervalo de captura).

Na realidade, a força de amortecimento é uma força média realizada sobre vários ciclos de absorção-emissão. A natureza

estatística deste processo causa flutuações no movimento atômico. Por exemplo, quando um átomo emite espontaneamente um fóton numa direção qualquer ele sofre um recuo na direção contrária à do fóton emitido. Isto não causa, em média, nenhuma modificação no momentum do átomo ou seja $\langle p \rangle = 0$. Entretanto, provoca uma dispersão no espaço de fase, isto é $\langle p^2 \rangle \neq 0$, como no caso do movimento Browniano. Esta dispersão está associada à um aquecimento transversal no movimento atômico. A taxa de aquecimento correspondente está relacionada com o coeficiente de difusão D , que é proporcional à $\langle p^2 \rangle$. No caso estacionário, a taxa de aquecimento deve ser igual à taxa de resfriamento devido a F e assim o átomo deve ter uma temperatura de equilíbrio T proporcional à D/β . Na Seq. 2.7, discutiremos, com base na teoria Doppler, como estimar a temperatura mínima dos átomos confinados.

Utilizando uma configuração tridimensional de seis feixes linearmente polarizados contrapropagantes, alinhados dois à dois é possível, como sugerido por Hänsch e Schawlow ⁽¹⁾, a obtenção de um meio viscoso. Isto foi realizado por S. Chu et.al,⁽³⁾ para átomos de Na. Estes autores denominaram este arranjo de melado óptico. Entretanto, esta configuração não é capaz de aprisionar os átomos em torno de um ponto de equilíbrio estável, pois não existe nenhuma força restauradora presente.

A primeira configuração onde observou-se o aprisionamento de átomos neutros foi feita por E. Raab et. al,⁽⁴⁾ que modificaram o arranjo original do melado ótico tridimensional pela inclusão de um campo magnético quadrupolar e pela

modificação na polarização dos lasers. Estas duas alterações implicam no surgimento de uma força de restauração responsável pelo confinamento dos átomos em torno de um ponto de equilíbrio estável. A esta nova configuração os autores denominaram de armadilha magneto-óptica. Na próxima seção discutiremos o princípio de funcionamento desta armadilha.

2.3 - Princípio de funcionamento da armadilha magneto-óptica

O princípio básico de funcionamento da armadilha magneto-óptica pode ser ilustrado supondo-se um átomo hipotético de dois níveis, cujo estado fundamental possui spin $S=0$ ($m_s=0$) e o estado excitado spin $S=1$ ($m_s=0 \pm 1$). Vamos considerar ainda este átomo imerso em um campo magnético $B_z(z)$ que varia linearmente com a posição, de maneira que o efeito Zeeman provoca uma modificação das energias dos subníveis do estado excitado, como mostrado na Fig. 2.2.

Consideremos agora o átomo interagindo com dois campos de radiação contrapropagantes de polarizações circulares ortogonais e deslocados para o vermelho da frequência de ressonância tal que o feixe de polarização σ^+ se propaga na direção $+\hat{z}$ e o de polarização σ^- na direção $-\hat{z}$. Se o átomo estiver em $z=0$, a força média exercida pelos dois feixes é nula, como no caso do melado óptico, e o átomo permanece neste ponto. Se o átomo se desloca no sentido $z>0$ ele estará em maior ressonância com o laser σ^- , pois a frequência deste é próxima da frequência da transição $\Delta m=-1$ e assim sofre uma força na

direção $-\hat{z}$, tendendo a voltar para a posição $z=0$. Para o átomo deslocando-se no sentido $z<0$ ele estará em maior ressonância com o laser σ^+ , cuja frequência é próxima da frequência de transição $\Delta m=1$, sofrendo uma força na direção $+\hat{z}$, que o faz voltar à posição $z=0$. Logo o ponto $z=0$ é um ponto de equilíbrio estável.

Fig. 2.2 - Diagrama de níveis de energia de um átomo hipotético interagindo com um campo magnético $B_z(z)=bz$.

O esquema mostrado na Fig. 2.2 é facilmente estendido para três dimensões. Para isto basta colocarmos os feixes contraprogantes de polarizações circulares ortogonais também nas direções x e y e um campo magnético quadrupolar esferoidal como mostrado na Fig.2.3.

Pelo exposto acima, o comportamento de um átomo nesta armadilha pode ser descrito, como discutido por Raab et.al,⁽⁴⁾ e apresentado com detalhes na Sec. 2.3, por uma equação de movimento do tipo:

$$\vec{F} \approx -\alpha \vec{r} - \beta \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (2.1)$$

onde $-\alpha \vec{r}$ é a força tipo restauradora devido ao deslocamento Zeeman dos níveis atômicos e ao uso de polarizações apropriadas e $-\beta d\vec{r}/dt$ é a força de amortecimento causada pelo fato que os feixes de laser estão deslocados para o vermelho da frequência de ressonância (resfriamento por efeito Doppler).

Na verdade, os átomos na armadilha estão sujeitos a uma força que é uma função bastante complicada da posição e velocidade. Entretanto, quando os átomos são capturados, possuem velocidades baixas e estão confinados próximos ao centro da armadilha. Neste caso a Eq. (2.1), que é aproximada, descreve bem o comportamento dos átomos na armadilha magneto-óptica.

Fig. 2.3 - Esquema da armadilha magmeto-ótica em três dimensões. O campo quadrupolar é gerado por duas bobinas de corrente opostas colocadas ao longo do eixo z . As setas finas mostram que o campo magnético produzido ao logo dos eixos é paralelo aos mesmos. O campo de radiação, indicado pelas setas densas, contrapropaga-se nas direções x , y , z e tem polarizações como mostrado de acordo com o eixo de propagação.

Assim, para pequenas oscilações em torno da origem temos:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \beta \frac{d\vec{r}}{dt} + \omega_0^2 \vec{r} = 0 \quad (2.2)$$

que é a equação de movimento para o oscilador harmônico amortecido, onde $\tilde{\beta} = \beta/m$ é a constante de amortecimento, $\omega_0 = (\alpha/m)^{1/2}$ é a frequência de oscilação e m a massa do átomo.

Como veremos na próxima seção, onde derivamos a Eq.(2.1) e determinamos as expressões para α e β a partir da força de pressão de radiação, o movimento dos átomos na armadilha é na verdade superamortecido pois $\tilde{\beta} > \omega_0$. O tempo de relaxação para a origem, para um dado valor de campo magnético, é dado pela expressão $\tau = \beta/\alpha$.

Como o movimento é superamortecido, poderíamos ser levados a pensar que a única solução estacionária da Eq.(2.2) é $\vec{r}=0$, o que levaria ao aprisionamento dos átomos numa região de volume desprezível ($V \ll \lambda_D^3$), onde λ_D é o comprimento de onda de de Broglie associado ao átomo), ocasionando a possibilidade da observação da condensação de Bose-Einstein. Entretanto, como discutido na Sec. 2.2, devemos lembrar que após o átomo absorver um fóton do campo de radiação ele o reemite espontaneamente. Esta reemissão introduz uma aleatoriedade em seu movimento causando uma dispersão em torno de $\vec{r}=0$, de forma que $\langle \vec{r} \rangle = 0$ e $\langle \vec{r}^2 \rangle \neq 0$. Devido a isto, a amostra de átomos confinados sempre terá uma temperatura de equilíbrio finita diferente de zero e em consequência, pelo teorema da

equipartição, uma distribuição espacial finita. Para baixas densidades a distribuição de átomos aprisionados é dada pela solução de estado estacionário da equação de Fokker-Planck⁽⁵⁾ para o oscilador harmônico isotrópico amortecido

$$N(\vec{r}) = \left(\frac{\alpha}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp\left(\frac{-\alpha r^2}{2k_B T} \right) \quad (2.3)$$

que é uma distribuição gaussiana centrada em $\vec{r}=0$, como para um gás ideal, com:

$$\langle \vec{r} \rangle = 0, \quad \langle \vec{r}^2 \rangle = \frac{k_B T}{\alpha} \quad (2.4)$$

Este último resultado assegura o fato que $\langle \vec{r}^2 \rangle$ está relacionado, pelo teorema de equipartição, com a temperatura de equilíbrio, que é dada por:

$$k_B T = \frac{D}{\beta} \quad (2.5)$$

onde D é o coeficiente de difusão ligado à emissão espontânea. Este é o mesmo resultado que o obtido no caso do melado ótico apresentado na seção anterior e mostra que a temperatura dos átomos aprisionados não é afetada pela parte conservativa da

força mas, apenas pelo termo de amortecimento β , responsável pelo resfriamento dos átomos.

A discussão que levou à dedução da Eq.(2.3) é válida para uma amostra de átomos aprisionados de baixa densidade. Quando se aumenta a densidade de átomos na armadilha, começa a surgir entre eles uma força repulsiva devido a re-absorção de fótons, denominada de força de confinamento da radiação. Isto faz com que a nuvem de átomos expanda-se espacialmente limitando assim a densidade e modificando a distribuição que deixa de ser do tipo gaussiana. As limitações impostas pela força de confinamento da radiação serão discutidas na Seq.2.6.

2.4 - Forças atuantes na armadilha magneto-óptica

Em 1979, R. Cook (2) utilizou a teoria semiclássica para descrever a interação átomo-laser e derivou a força de pressão de radiação, que é a base teórica para todos os experimentos de desaceleração, resfriamento e aprisionamento de átomos neutros. Com base na Ref.(2), temos que a força de pressão de radiação exercida por um laser sobre um átomo, considerado como um sistema de dois níveis, consiste de duas partes: (i) Força de dipolo ou induzida, dada por:

$$\vec{F}_T = \frac{-\hbar (\Delta - \vec{k} \cdot \vec{v}) \nabla \Omega^2}{[4 (\Delta - \vec{k} \cdot \vec{v})^2 + \Gamma^2 + 2\Omega^2]} \quad (2.6)$$

onde $k = 2\pi/\lambda$ é o vetor de onda do campo de radiação, $\Omega = \mu E / \hbar$

é a frequência de Rabi, μ o momento de dipolo da transição e Γ e Δ foram definidos na Seq. 2.2. Esta força deve-se à interação entre o momento de dipolo atômico induzido e o gradiente de intensidade do campo de radiação; e (ii) Força espontânea, dada por:

$$F = \frac{\hbar k \Gamma \Omega^2}{[4 (\Delta - \vec{k} \cdot \vec{v})^2 + \Gamma^2 + 2 \Omega^2]} \quad (2.7)$$

que está associada à transferência de momentum do fóton para o átomo e à emissão espontânea. Como já antecipamos, estes dois tipos de força são funções tipo Lorentziana centradas em $\Delta = \vec{k} \cdot \vec{v}$, com largura a meia altura (FWHM) dada por $(\Gamma^2 + 2\Omega^2)^{1/2}$ correspondendo aos alargamentos natural (Γ), devido à emissão espontânea e por potência (Ω^2), ligada à emissão estimulada. No caso em que tivermos baixas intensidades do laser ($\Gamma \gg \Omega$) a largura à meia altura será igual à Γ como mostrado na Seq. 2.2. A força de dipolo é importante se tivermos um grande gradiente de intensidade do campo de radiação. Como os feixes utilizados na armadilha magneto-óptica (e também no melado óptico) possuem perfis de intensidade gaussianos não focalizados, este gradiente é pequeno. Dessa forma, a força de pressão de radiação responsável pelo resfriamento e captura dos átomos será a força espontânea.

Vamos agora supor um átomo localizado sobre o eixo z imerso em um campo magnético interagindo com dois lasers contrapropagantes de polarizações circulares ortogonais e

deslocados para o vermelho da ressonância, ou seja, $\Delta < 0$, conforme mostra a Fig. 2.2. A força resultante sobre este átomo pode ser escrita como:

$$F = \frac{\hbar \Gamma}{4} \left[\frac{\Omega^2}{\left[(\Delta - kv_z - \gamma B_z)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega^2}{2} \right]} - \frac{\Omega^2}{\left[(\Delta + kv_z + \gamma B_z)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega^2}{2} \right]} \right] \quad (2.8)$$

onde por simplicidade desprezamos a dependência espacial da frequência de Rabi que está relacionada com a intensidade dos lasers e o termo γB_z foi incluído devido à modificação dos níveis de energia pela presença do campo magnético. γ é a constante Zeeman que vale para os alcalinos 1.4 MHz/G e B_z é a componente z do campo magnético.

Na aproximação de campos baixos e pequenas velocidades temos $\Delta > kv_z + \gamma B_z$. Assim, expandindo o denominador até primeira ordem em Δ/ξ , onde $\xi = kv_z + \gamma B_z$, podemos reescrever a Eq.(2.8) na forma:

$$F = \frac{\hbar \Gamma}{4} \left[\frac{\Omega^2}{\left[\Delta^2 \left(1 - \frac{2\xi}{\Delta} \right) + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega^2}{2} \right]} - \frac{\Omega^2}{\left[\Delta^2 \left(1 + \frac{2\xi}{\Delta} \right) + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega^2}{2} \right]} \right] \quad (2.9)$$

Definindo $\chi = \Delta^2 + \Gamma^2/4 + \Omega^2/2$, temos:

$$F = \frac{\hbar k \Gamma}{4\chi} \left[\Omega^2 \left(1 + \frac{2\Delta\xi}{\chi} \right) - \Omega^2 \left(1 - \frac{2\Delta\xi}{\chi} \right) \right] = \frac{\hbar k \Gamma \Omega^2 \Delta\xi}{\chi^2} \quad (2.10)$$

onde foi usado o fato que $\Delta\xi \ll \chi$ e a aproximação $(1+x)^{-1} \approx 1-x$ para $x \ll 1$.

Substituído o valor de ξ e χ na Eq.(2.10) e lembrando que $\Delta < 0$ podemos escrever:

$$F = -\alpha z - \beta v_z \quad (2.11)$$

que corresponde a Eq. (2.1). Os valores α e β são dados por:

$$\alpha = \frac{16\hbar k \Gamma \Omega^2 |\Delta| (\gamma b)}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2\Omega^2]^2} \quad (2.12)$$

$$\beta = \frac{\alpha k}{\gamma b} \quad (2.13)$$

onde usamos o fato que $\gamma B_z = \gamma b z$, com γb sendo o gradiente de energia dado em MHz/cm.

A extensão da Eq.(2.11) para o caso tridimensional é direta e assim obtemos

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \beta \frac{d\vec{r}}{dt} + \omega_0^2 \vec{r} = 0 \quad (2.14)$$

onde $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$.

Utilizando os mesmos parâmetros α e β da Ref.(4) encontramos os valores de ω_0 e $\tilde{\beta}$ como $6 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$ e 8×10^{-12} , respectivamente. Isto confirma a afirmação prévia de que o movimento dos átomos na armadilha é superamortecido. O tempo de relaxação para a origem é da ordem de 4ms.

Nesta seção consideramos o átomo como um sistema de dois níveis. Entretanto, pensando no átomo como um sistema real, sabemos que tanto o estado fundamental quanto o estado excitado têm subníveis F devido à interação hiperfina, que são $2F+1$ degenerados, onde na presença de um campo magnético B esta degenerescência é removida e assim surge um outro conjunto de subníveis associados a cada nível F denominados de subníveis Zeeman. Para grandes valores de B estes subníveis estão bem separados ($\gamma B_z > \Gamma$) e o átomo pode ser tratado ainda como um sistema de dois níveis. No caso da armadilha magneto-ótica onde os átomos são aprisionados próximos a região de campo baixo ($\gamma B_z \sim \Gamma$) os subníveis Zeeman são quase que totalmente degenerados. Assim devemos, como uma correção aos nossos cálculos, levar em conta todas as possíveis transições entre os níveis excitado e fundamental, que satisfazem as regras de seleção por dipolo elétrico. Isto levará, como mostraremos na Seq. 3.5, a uma modificação das expressões para α e β mas não, da forma da equação do oscilador harmônico amortecido.

2.5 - Processos de captura e perdas de átomos na armadilha magneto-óptica

2.5.1 - Processo de captura

O número N de átomos confinados na armadilha magneto-óptica é determinado pelo balanço entre a taxa de captura L destes átomos e a taxa de perdas devido à processos de colisões, levando a uma equação do tipo:

$$\frac{dN}{dt} = L - \frac{1}{\tau} N - \kappa \int n^2(\vec{r}, t) d^3\vec{r} \quad (2.15)$$

onde $1/\tau$ refere-se às perdas devido a colisões entre os átomos aprisionados e os átomos do gás de fundo, κ representa as perdas por colisões entre átomos confinados e $n(r,t)$ é a distribuição de densidade de átomos aprisionados. Na situação em que o número de átomos capturados é pequeno, de forma que $\kappa \ll 1$, temos como solução da Eq.(2.15)

$$N(t) = [N(0) - L\tau] e^{-\frac{t}{\tau}} + L\tau \quad (2.16)$$

A taxa de captura L depende do método usado para carregar a armadilha. O método mais simples é formar a armadilha diretamente do vapor de átomos, por exemplo Na, contido numa célula a uma pressão menor que 10^{-8} Torr. Um modelo aproximado para a captura supõe que os átomos que entram na região de

aprisionamento (definida pela dimensão espacial dos feixes laser utilizados) com velocidades menores que uma velocidade limite definida como velocidade de captura v_c , podem ser desacelerados e aprisionados. Utilizando a teoria cinética dos gases, podemos calcular o fluxo de átomos que entram na superfície da região de aprisionamento⁽⁶⁾ assumindo a hipótese de gás ideal. Seja:

$$\Phi(\vec{v}) d^3\vec{v} = f(\vec{v}) v \cos\theta d^3\vec{v} \quad (2.17)$$

o número de átomos com velocidade entre v e $v+dv$ que entram na superfície da região da armadilha, onde $f(\vec{v})$ é a distribuição de Maxwell-Boltzmann de velocidades e $v \cos\theta$ é a componente de velocidade em relação à normal da superfície. Para encontrarmos o número total de átomos devemos somar a Eq. (2.17) sobre todas as possíveis velocidades $\vec{v}$ menores que a velocidade de captura v_c . Portanto,

$$\Phi = \pi \int_0^{v_c} f(v) v^3 dv \quad (2.18)$$

Podemos re-escrever a Eq. (2.18) em função da velocidade média dada neste caso por:

$$\bar{v} = 4 \frac{\pi}{n} \int_0^{v_c} f(v) v^3 dv \quad (2.19)$$

onde n é a densidade de átomos de Na do vapor. Assim,

$$\Phi = \frac{1}{4} n \bar{v} \quad (2.20)$$

A taxa de captura L é definida pelo produto do número total de átomos Φ que atravessam a superfície da região de aprisionamento pela área A desta superfície, ou seja:

$$L = A \Phi \quad (2.21)$$

onde $A = 4\pi r^2$ e r é a dimensão espacial do feixe de aprisionamento. No caso da armadilha magneto-óptica onde os feixes utilizados têm perfis de intensidade gaussiano, r corresponde à cintura (w) do feixe.⁽⁷⁾

Resolvendo-se a Eq.(2.19) e substituindo a solução na Eq.(2.21), temos:

$$L \approx 0.5 \frac{n v_c^4 A}{\bar{v}^3} \quad (2.22)$$

onde $\bar{v} = (8k_B T / \pi m)^{1/2}$ é a velocidade média dos átomos de Na e a velocidade de captura (v_c) será determinada no final da seção.

Como a taxa de perda $1/\tau$ relaciona-se com os processos de colisões entre os átomos de Na aprisionados e átomos do gás de

fundo que geralmente são Na, He, e N₂, podemos de uma forma geral escrever:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_x} + \frac{1}{\tau_{Na}} \quad (2.23)$$

Onde $1/\tau$ e $1/\tau_{Na}$ referem-se as perdas devido às colisões entre átomos de Na capturados com átomos de He ou N₂ e átomos de Na do gás de fundo, respectivamente. No caso em que a pressão da célula na qual está contido o vapor de Na e as outras espécies He e N₂, for menor que 10⁻⁸ Torr, as perdas por colisões são devido basicamente ao termo $1/\tau_{Na}$ que é dominante em relação ao termo $1/\tau$. Sabendo que: [6]

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{Na}} = n\bar{v}\sigma \quad (2.24)$$

onde n e $\bar{v}$ são a densidade e a velocidade média dos átomos de Na do gás de fundo e σ a seção de choque para colisões entre átomos de Na capturados e do vapor, temos que a solução de estado estacionário da Eq. (2.16) resulta em :

$$N = 0.5 \left(\frac{v_c}{v} \right)^4 \frac{A}{\sigma} \quad (2.25)$$

que é independente da densidade de Na do gás de fundo. Este resultado advém do fato que tanto a taxa de captura L (Eq.(2.22)) quanto a taxa de perda $1/\tau$ dependem linearmente da densidade n . Em outras palavras, á medida que aumentamos a densidade do gás de fundo, aumentando a temperatura da célula, a taxa de captura aumenta, mas o tempo de carga diminui devido ao aumento das colisões entre átomos de Na aprisionados e do vapor. Este resultado foi primeiro observado por Cable et.al (8) e posteriormente por Monroe et.al. (9)

Se a pressão na célula for superior a 10^{-8} Torr, as colisões representadas por $1/\tau_x$ tornam-se importantes e assim o número de átomos estacionários é dado de forma geral por :

$$N = 0.5 \frac{v_c^4}{\bar{v}^3} A \frac{n}{\left(\frac{1}{\tau_x} + \frac{1}{\tau_{Na}} \right)} \quad (2.26)$$

No caso em que $1/\tau_x$ for maior ou da ordem de $1/\tau_{Na}$, o número estacionário N passa a depender da densidade n de átomos de Na do gás de fundo. Na próxima seção discutiremos como calcular as seções de choque relacionadas à taxa de perda γ .

Se soubermos calcular v_c e conhecendo as seções de choque para os processos colisionais mencionados acima, podemos encontrar o número N de átomos aprisionados e compararmos com os resultados experimentais. Podemos estimar o valor de v_c através da integração numérica da equação de movimento do átomo na região de aprisionamento. Como as forças que atuam sobre

este átomo são aproximadamente as mesmas nas três direções podemos considerar apenas o movimento em uma dimensão, por exemplo $\hat{x}$. A força resultante é proporcional a diferença de fótons espalhados pelos dois feixes contrapropagantes ao longo do eixo x . Assim, de acordo com a Eq.(2.8) temos:

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{\hbar k \Gamma}{4} \left[\frac{\Omega^2}{\left[(\Delta - kv - \gamma B_x)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega^2}{2} \right]} - \frac{\Omega^2}{\left[(\Delta + kv + \gamma B_x)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega^2}{2} \right]} \right] \quad (2.27)$$

Esta equação pode ser resolvida numericamente sujeita ao vínculo que dada uma certa velocidade inicial v o átomo deve parar no centro da armadilha ($x=0$). Neste caso temos $v_0=v_c$. Para $v_0 > v_c$ o átomo não pode ser capturado enquanto que para $v_0 < v_c$ o átomo pára no interior da região de captura, numa posição $x \neq 0$. Assim variando os parâmetros campo magnético B_x e intensidade dos feixes Ω^2 na Eq. (2.27), podemos encontrar v_c em função destes parâmetros e consequentemente calcular N .

Entretanto, podemos estimar v_c a partir de um modelo bem simples que mostramos a seguir. Supondo que o átomo sofra uma desaceleração constante na região de captura e, como antes, pare no centro da armadilha, a velocidade de captura é dada pela equação de Torricelli:

$$v_c = \sqrt{2ar} \quad (2.28)$$

onde r é a dimensão espacial da região de captura.

Considerando que a força que desacelera e para o átomo é igual à metade da força de espalhamento máxima ($\Omega^2 \rightarrow \infty$ em (2.7)) temos para o Na ($\Gamma=2\pi \times 10\text{MHz}$, $k=1.07 \times 10^7 \text{ cm}^{-1}$ e $m=3.8 \times 10^{-26} \text{ kg}$):

$$a = \frac{F}{m} = \frac{\hbar k \Gamma}{4m} \approx 4.6 \times 10^5 \text{ m/s}^2 \quad (2.29)$$

No caso em que $r=6 \text{ mm}$ a Eq.(2.28) resulta em $v_0 \approx 74.3 \text{ m/s}$ que é cerca de seis vezes maior que o valor fornecido pelo limite Doppler,⁽¹⁰⁾ $v_D \approx 2\lambda\Gamma = 11.78 \text{ m/s}$. Assim resta-nos saber os valores de A, σ e $\bar{v}(T)$ para podermos estimar N .

Para finalizar esta discussão sobre a velocidade de captura iremos analisar sua dependência com a dimensão espacial da região de aprisionamento. De acordo com a Eq.(2.28) a distância na qual um átomo com velocidade v_0 desacelerado por uma força constante pára, é $r=v_0^2/2a$. Portanto, pela Eq.(2.22), a taxa de carga é proporcional a r^4 . Logo, uma das formas de aumentar o número de átomos na armadilha magneto-óptica é aumentando a dimensão do feixe de aprisionamento. Para não reduzir a eficiência de aprisionamento, deve-se também aumentar a intensidade dos lasers. Isto foi realizado por Gibble et.al ⁽¹¹⁾ em átomos de Cs. Estes autores conseguiram aumentar o número de átomos aprisionados de 10^7 para 10^{10} modificando r de 6 mm para 3 cm .

2.5.2 - Processos de perda por colisões

Nesta seção iremos discutir os processos de perda envolvendo os átomos aprisionados pela armadilha magneto-ótica. Primeiro vamos analisar o termo $1/\tau$ da Eq.(2.15) associado as perdas devido as colisões entre átomos de Na confinados e átomos do gás de fundo.

Uma colisão interatômica é dominada, para grandes distâncias de separação, pelo termo não nulo de mais baixa ordem do potencial molecular. Para dois átomos no estado fundamental temos usualmente a interação de van der Waals, que é um potencial atrativo da forma C_6/R^6 , onde R é a separação interatômica. Para uma colisão entre um átomo no estado fundamental e outro no estado excitado, existe uma interação ressonante de longo alcance denominada de interação dipolo-dipolo expressa por (10):

$$\frac{C_3}{R^3} = \frac{|d|^2}{4\pi\epsilon_0 R^3} \quad (2.30)$$

com $C_3 = 3/4(\lambda/2\pi)^3 \hbar \Gamma$, que para o Na vale $C_3 = 6.5 \times 10^{-49} \text{ Jm}^3$ e d é o elemento de matriz do momento de dipolo elétrico. Esta interação desloca os níveis de energia de aproximadamente uma largura de linha quando os átomos são separados de um comprimento de onda. A seguir, vamos estimar as seções de choque para os processos colisionais entre os átomos de Na aprisionados e os átomos do gás de fundo contidos em uma

célula à temperatura ambiente ($T=293\text{ K}$). A seção de choque no limite clássico é dada por (12):

$$\sigma = f(n) \left(\frac{C_n}{\hbar v} \right)^{2/(n-1)} \quad (2.31)$$

onde $f(3)=20.2$ e $f(6)=8.08$. v é a velocidade média dos átomos do gás de fundo. No caso em que as colisões ocorrem entre átomos de Na temos (com $C_6=1.44 \times 10^{-76} \text{ Jm}^6$ (13)) que as seções de choque para as interações de van der Waals e dipolo-dipolo são respectivamente $\sigma_{ee} \approx 1.2 \times 10^{-13} \text{ cm}^2$ e $\sigma_{eg} \approx 1.5 \times 10^{-11} \text{ cm}^2$. Se p é a fração de átomos no estado excitado, podemos escrever a seção de choque total como:

$$\sigma_T = p \sigma_{eg} + (1-p) \sigma_{gg} \quad (2.32)$$

Supondo $p=0.3$ ou seja assumindo que 30% dos átomos aprisionados estejam no estado excitado temos $\sigma_T \approx 10^{-12} \text{ cm}^2$. Este resultado nos mostra que as colisões entre átomos de Na se processam predominantemente entre átomos no estado excitado. Na verdade, este valor deve ser menor pois nem todas as colisões que contribuem para a seção de choque teórica ocasionam a expulsão do átomo na armadilha.

Para colisões envolvendo átomos de Na aprisionados com átomos de He e N₂, as seções de choque para a interação de van der Waals são $0.95 \times 10^{-14} \text{ cm}^2$ e $3.3 \times 10^{-14} \text{ cm}^2$, respectivamente. Os

resultados acima obtidos são mostrados na tabela 2.1.

ÁTOMO APRISONADO	ÁTOMOS DO GÁS DE FUNDO	C_6 (Jm ⁶)	σ (10 ⁻¹⁴ cm ²)	REF.
Na	He	6.2×10^{-79}	0.95	12
Na	N ₂	7.3×10^{-78}	3.30	14
Na	Na	1.44×10^{-76}	100.00	8

Tab.2.1 - Seções de choque estimadas para os processos de colisões envolvendo átomos de Na aprisionados e átomos de He, N₂, e Na, à uma temperatura de T=293 K.

As seções de choque referentes a cada processo colisional podem ser medidas experimentalmente a partir do conhecimento do valor do tempo de carga da armadilha, conforme mostra a Eq.(2.24). Note que as seções de choque envolvendo átomos de Na aprisionados com átomos de He e N₂ são cerca de 50 vezes menores que a seção de choque envolvendo átomos de Na confinados e do vapor. Isto, à primeira vista, sugere que os átomos de Na na armadilha magneto-ótica interagem mais fortemente com átomos de Na do vapor do que com átomos de He ou N₂.

O termo κ na Eq.(2.15) referente as colisões entre átomos confinados na armadilha magneto-ótica é relevante apenas no regime de altas densidades de átomos capturados ($n > 10^{10}$ cm⁻³). De acordo com a Ref.(15) existem dois possíveis mecanismos de colisão envolvendo átomos aprisionados com transferência de energia cinética:

(I) Colisões com mudança na estrutura fina, descrito no caso do Na por:

onde a diferença de energia entre os estados $Na(^2P_{3/2})$ e $Na(^2P_{1/2})$, é transferida aos átomos nos estados $Na(^2P_{1/2})$ e $Na(^2S_{1/2})$, aquecendo-os e permitindo sua saída da armadilha; e

(II) Escape radiativo, que para o Na é representado por:

onde um fóton de frequência ω deslocado para o vermelho da transição $Na(^2S_{1/2}) \rightarrow Na(^2P_{3/2})$ é emitido fazendo com que, por conservação de energia, os átomos no estado $Na(^2S_{1/2})$ tenham energia suficiente para deixar a armadilha. Estes mecanismos já foram observados tanto em átomos de Cs^(15,16) quando em átomos de Na.⁽¹⁴⁾

A distribuição de densidades $n(\vec{r}, t)$ torna-se simples em dois limites: ou quando o limite de confinamento da radiação, que discutiremos na próxima seção, for desprezível ou quando este limite passa a ser o fator dominante na determinação de $n(\vec{r}, t)$. No primeiro caso, se o número N de átomos aprisionados é pequeno ($K \ll 1$), a solução da Eq.(2.15) é dada pela Eq.(2.16)

e a distribuição de densidades $n(\vec{r}, t)$ é do tipo gaussiana como mostrado na Fig.2.4a. Entretanto, se o limite de confinamento da radiação é predominante, a densidade de átomos aprisionados é constante, ou seja, $n(\vec{r}, t) = n_c$. Dessa forma a Eq.(2.15) é reescrita na forma:

$$\frac{dN}{dt} = L - \left(\frac{1}{\tau} + \kappa n_c \right) N \quad (2.35)$$

cuja solução de estado estacionário é:

$$N = \frac{L}{\Gamma_{ef}} \quad (2.36)$$

onde $\Gamma_{ef} = (1/\tau) + \kappa n_c$. Neste caso a distribuição de densidade não mais apresenta um perfil gaussiano, mas sim um perfil semi-elipsoidal como mostrado na Fig.2.4.b. Em síntese, no caso da Fig.2.4a os átomos aprisionados na armadilha magneto-ótica comportam-se como um gás ideal, ou seja, um gás de átomos não interagentes, enquanto que no caso da Fig. 2.4.(b) a distribuição assume um outro perfil devido ao fato que os átomos aprisionados agora interagem através da força de confinamento de radiação.

Fig. 2.4 - Perfil de fluorescência da nuvem de átomos aprisionados na armadilha magneto-óptica. (a) perfil gaussiano correspondendo a situação na qual N é pequeno; (b) perfil semielipsoidal obtido no limite de confinamento da radiação. (15)

A taxa total de perdas Γ_{er} pode ser medida por exemplo usando-se um obturador eletro-mecânico para obter-se o número de átomos na armadilha (que é proporcional ao sinal de fluorescência emitido por estes átomos) em função do tempo. Comparando este sinal com a Eq.(2.35) obtemos Γ_{er} . Se tivermos densidades menores que 10^7 cm^{-3} , onde tipicamente um átomo em cada 10^4 tem velocidade baixa o suficiente para ser capturado, as perdas são devido as colisões com átomos do gás de fundo, ou seja, teremos apenas o coeficiente $1/\tau$. Para analisarmos de forma separada $1/\tau$ e κn_0 podemos variar n_0 . Entretanto, para o caso de colisões envolvendo átomos em estados excitados, que são predominantes, melhores informações acerca da dinâmica do processo colisional podem ser obtidas através da técnica de catálise óptica.⁽¹⁸⁾

2.6 - Limites para a densidade atômica

A obtenção de altas densidades de átomos é limitada por dois fatores. Primeiro, como vimos na seção anterior, por colisões entre átomos no estado fundamental e átomos no estado excitado, nas quais parte da energia de excitação pode ser transformada em energia cinética. Isto resulta numa taxa de perda por átomos da ordem de $\beta \approx 10^{-11} \text{ cm}^3/\text{s}$.⁽¹⁴⁾ Para densidades maiores que 10^9 cm^{-3} , o tempo de carga para a armadilha τ é da ordem de $\tau \approx 10^{-2} \text{ s}$. O segundo limite é devido as forças repulsivas entre átomos causada pela reabsorção de fótons espalhados, denominado de confinamento da radiação. Nesta seção

iremos derivar a força de confinamento da radiação resultante do espalhamento de fótons entre dois átomos da armadilha.

Considere dois átomos A e B separados por uma distância r interagindo com um campo de radiação. A taxa de espalhamento de fótons pelo átomo A(B) é dada por $\Gamma S/2(S+1)$, onde S é o parâmetro de saturação dado por:

$$S = \frac{\Omega_o^2}{2\left(\Delta^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2\right)} \quad (2.37)$$

Estes fótons podem ser absorvidos pelo átomo B(A) que os reemite sofrendo um recuo que o afasta do átomo A(B). Isto pode ser associado a uma força repulsiva entre os átomos A e B. Definindo σ_R como a seção de choque para este processo, a força entre os átomos pode ser escrita como:

$$\vec{F}_R = \frac{I \sigma_L \sigma_R}{4\pi c I^2} \hat{r} \quad (2.38)$$

onde I é a intensidade do laser, c é a velocidade da luz e σ_L é a seção de choque para a absorção de um fóton do campo de radiação, expressa por:

$$\sigma_L = \frac{\hbar \omega_L \Gamma}{2} \frac{S}{I(1+S)} \quad (2.39)$$

A absorção de fótons do campo de radiação pelos átomos A e B também faz com que surja entre estes átomos uma força atrativa. Por simplicidade consideremos que o átomo A interaja primeiro com o campo de radiação. Como resultado temos primeiro um recuo do átomo A na direção de propagação do laser, o que o aproxima do átomo B. Esta análise é facilmente estendida para um conjunto de átomos interagindo com lasers contrapropagantes. A força atrativa é dada por:

$$\vec{F}_A = - \frac{I \sigma_L^2}{4 \pi C I^2} \hat{p} \quad (2.40)$$

De acordo com a Ref.(17) a força repulsiva é maior que a força atrativa, para os parâmetros experimentais usuais usados na armadilha magneto-óptica. Isto faz com que a nuvem de átomos aprisionados expanda-se e em consequência a densidade diminua. Assim, neste limite temos que a densidade da nuvem de átomos confinados é dada pelo balanço entre a força de aprisionamento $-a\vec{r}$ e a força total de espalhamento dada pela soma das Eqs.(2.38) e (2.40). Supondo uma distribuição esférica para a nuvem de átomos, temos:

$$n = \frac{3\alpha c}{I\sigma_L^2 \left(\frac{\sigma_R}{\sigma_L} - 1 \right)} \quad (2.41)$$

onde de acordo com a Ref.(12),

$$\frac{\sigma_R}{\sigma_L} - 1 = \frac{S}{1+S} \left[\frac{\Delta^2}{S \left(\Delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4} \right) + \frac{\Gamma^2}{4}} \right] \quad (2.42)$$

Para o Na esta densidade é calculada como sendo da ordem de 10^{11} cm^{-3} .⁽⁴⁾ Na Ref.(17) discute-se o caso em que a forma da distribuição de densidade não é suposta esférica. A solução da equação geral para $n(\vec{r})$ fornece o perfil apresentado na Fig.2.4.b.

Como discutimos na seção 2.5.1, uma das formas de aumentarmos o número de átomos aprisionados e por conseguinte a densidade, é aumentarmos a dimensão espacial dos feixes de aprisionamento, cf. Eq.(2.22), e a intensidade dos lasers para que tenhamos o mesmo parâmetro de saturação.

Entretanto, de acordo com a Eq.(2.41), este aumento na intensidade leva a uma diminuição da densidade de átomos na armadilha magneto-óptica. Assim, como podemos aumentar a densidade n aumentando a dimensão dos feixes de captura? A resposta a esta questão foi dada recentemente por Ketterle et.al⁽¹⁸⁾ que conseguiram uma densidade n da ordem de 10^{12} cm^{-3}

utilizando lasers de 3 cm de diâmetro de perfil de intensidade com um mínimo na região central. Isto faz com que diminuam-se as perdas por colisões pelo efeito da força de espalhamento.

2.7 - Limite Doppler de temperatura para os átomos aprisionados

Nesta seção discutiremos o limite de temperatura dado pela teoria Doppler, que considera que o resfriamento dos átomos ocorre apenas pelo recuo devido à absorção de fótons do campo de radiação. Contudo mencionamos o fato que já foram observados átomos confinados com temperaturas menores que a prevista por este modelo.⁽¹⁹⁾ Recentemente Kasevich e Chu⁽²⁰⁾ reportaram a observação de temperatura de 100 nK para átomos de Na, o que corresponde a uma temperatura cerca de 10 vezes menor que a dada pelo limite de recuo do último fóton $T_R = (h\vec{k})^2 / 2mk_B$. As teorias que nos permite obter estes novos valores de temperatura são denominadas teorias sub-Doppler.⁽²¹⁾ Estas teorias baseiam-se em novos mecanismos de resfriamento devido à variação espacial dos níveis Zeeman de um átomo interagindo com um campo de radiação. Estes mecanismos são bombeamento ótico, gradientes de polarização e efeito Stark dinâmico. Neste trabalho, por simplicidade, utilizaremos apenas a teoria Doppler.

Para encontrarmos a temperatura mínima dos átomos confinados, vamos calcular a taxa de resfriamento causada pela força viscosa que surge devido ao fato dos lasers de aprisionamento estarem sintonizados para o vermelho da

frequência de ressonância.

De acordo com a Ref.(22) a taxa de resfriamento é dada por:

$$\frac{dK_i}{dt} = v_i F_i(v_i) + H_i \quad (2.43)$$

onde $K_i = m_i v_i^2 / 2$, F_i é a i -ésima componente da força dependente da velocidade e H_i representa o termo de aquecimento devido à emissão espontânea, expresso por:

$$H_i = \frac{6\Gamma S}{2(1+S)} \frac{\langle (P_i)^2 \rangle}{2m} \quad (2.44)$$

onde o fator 6 reflete a configuração tridimensional de feixes contrapropagantes, $\Gamma S / 2(1+S)$ é a taxa de espalhamento de fótons, S é o parâmetro de saturação definido na Eq.(2.37) e $\langle (P_i)^2 \rangle$ é o momentum transferido ao átomo após a emissão espontânea do fóton igual a $2(\hbar k)^2$. O fator 2 surge devido à média sobre um ciclo de absorção-emissão. Substituindo a Eq.(2.44) e apenas a parte dependente da velocidade da Eq.(2.11), reescrita em termos do parâmetro de saturação, na Eq.(2.43) obtemos:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{-4\hbar k^2 \Gamma S |\Delta| K}{m(1+S)^2 (\Delta^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2)} + \frac{3\Gamma S}{(1+S)} (\hbar k)^2 \quad (2.45)$$

No equilíbrio temos que $dK/dt=0$, o que resulta em:

$$K = \frac{3\hbar (\Delta^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2) (1+S)}{4|\Delta|} \quad (2.46)$$

No limite de baixas intensidades ($S \ll 1$) e para um valor de dessintonia $\Delta = -\Gamma/2$, temos $K_{\min} = 3\hbar\Gamma/4$, que corresponde ao mesmo valor encontrado por Wineland e Itano.⁽⁸⁾ A temperatura mínima obtida da relação $3k_B T_{\min}/2 = K_{\min}$ é dada por:

$$T_{\min} = \frac{1}{2} \hbar \Gamma \quad (2.47)$$

A Eq.(2.47) nos fornece o limite Doppler de temperatura dos átomos confinados na armadilha magneto-óptica. Para o átomo de Na temos que $T_{\min} = 240 \mu K$.

Referências

- (1) - T. Hänsch and A. Schawlow, *Opt. Commun.* **13**,68 (1975)
- (2) - R. Cook, *Phys. Rev. A* **20**,224 (1979)
- (3) - S. Chu, L. Hollberg, J. Bjorkholm, A. Cable and A. Ashkin, *Phys. Rev. Lett.* **55**,48 (1985)
- (4) - E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu and D. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **59**,2631 (1987)
- (5) - W. L. Louissell, *Quantum Statistical Properties of Radiation*, New York, John Wiley & Sons, 1973
- (6) - F. Reif, *Fundamentals of Statistical and Thermal Physics*, Singapore, McGraw - Hill Book Co, 1975
- (7) - A. Yariv, *Quantum Electronics*, New York, John Wiley & Sons, 1975
- (8) - A. Cable, M. Prentiss and N. Bigelow, *Opt. Lett.* **15**,507 (1990)
- (9) - C. Monroe, W. Swann, H. Robinson and C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **65**,1571 (1990)
- (10) - D. Wineland and W. Itano, *Phys. Rev. A* **20**,1521 (1979).
- (11) - K. Gibble, S. Kasapi and S. Chu, *Opt Lett.* **17**,526 (1992)
- (12) - A. Steane, M. Chowdhury and C. Foot, *J. Opt. Soc. Am. B* **9**,2147 (1992)
- (13) - P. Julienne and F. Mies, *J. Opt. Soc. Am B* **6**,2257 (1989)
- (14) - M. Prentiss, A. Cable, J. Bjorkholm, S. Chu, E. Raab and D. Pritchard, *Opt. Lett.* **13**,452 (1988)
- (15) - Y. Band and P. Julienne, *Phys. Rev. A* **46**,330 (1992)
- (16) - D. Sesko, T. Walker, C. Monroe, A. Gallagher and C.

- Wieman, Phys. Rev. Lett. 63,961 (1989)
- (17) - D. Sesko, T. Walker and C. Wieman, J. Opt. Soc. Am. B
8,946 (1991)
- (18) - W. Ketterle, K. Davis, M. Joffe, A. Martin and D.
Pritchard, Phys. Rev. Lett. 70,1153 (1993)
- (19) - P. Lett, R. Watts, C. J. Westbrook, W. Phillips,
P. Gould and H. J. Metcalf, Phys. Rev. Lett 61,16(1988)
- (20) - M. Kasevich and S. Chu, Phys. Rev. Lett. 69,1741 (1992)
- (21) - J. Dalibard and C. Cohen - Tannoudji, J. Opt. Soc. Am.
B 6,2058 (1989)
- (22) - V. S. Bagnato and S.C. Zilio, Rev. Bras. Fis. 19,127
(1989)

III- Estruturas Espaciais de Átomos Aprisionados na Armadilha Magneto-Óptica

3.1-Introdução

Todas as discussões apresentadas no capítulo anterior consideram os feixes de aprisionamento perfeitamente alinhados dois à dois. Neste caso, a estrutura espacial de átomos confinados é similar à uma nuvem esférica. Entretanto, como primeiro mencionado e observado por E. Raab et. al.⁽¹⁾ se introduzirmos um pequeno desalinhamento nos feixes retrorefletidos no plano xy, permanecendo ainda os feixes no eixo z perfeitamente alinhados, diferentes estruturas espaciais podem ser observadas como por exemplo, anéis e anéis circundando uma nuvem de átomos (núcleo).

O primeiro trabalho que estuda o surgimento destas estruturas foi realizado por Walker et. al.⁽²⁾ Os autores observaram em átomos de Cs, além da formação de anéis com núcleo central, a dependência do raio destas estruturas com o número de átomos aprisionados. Dessa forma, propuseram um modelo baseado na força de confinamento da radiação entre os átomos do núcleo e na força relacionada ao desalinhamento entre os feixes contrapropagantes no plano para explicar a formação das órbitas estáveis. Neste caso, o raio do anel é proporcional ao número de átomos contidos no núcleo. Logo após, para explicar a observação de anéis sem a estrutura central, os autores generalizaram o modelo acima descrito considerando a

força de confinamento de radiação entre os átomos localizados no anel.⁽³⁾ De forma análoga à anterior, o raio do anel é proporcional à $(N')^{1/3}$, onde N' é o número efetivo de átomos que ocasionam a força de confinamento da radiação, como mostramos na próxima seção.

Pouco depois, Bagnato e colaboradores ⁽⁴⁾ observaram em átomos de Na, estruturas similares às obtidas nas Refs. (2) e (3). Entretanto, ao contrário do observado por Walker et. al, não foi verificada qualquer variação do raio das órbitas com relação ao número de átomos aprisionados. Para explicar este resultado, já que o modelo proposto nas Refs. (2) e (3) não se aplica a este caso, os autores propuseram um segundo modelo usando apenas a força de pressão de radiação dos feixes de aprisionamento sobre cada átomo. Devido ao perfil gaussiano dos feixes e ao fato destes estarem desalinhados no plano xy, surge uma força denominada de força de vórtice macroscópica, dependente da coordenada radial, que produz um torque sobre a nuvem de átomos inicial, levando à formação de órbitas circulares estáveis.

Assim, temos duas teorias bem diferentes no que diz respeito ao mecanismo de formação das estruturas espaciais. Isto poderia nos levar a pensar que ou existe algum equívoco em uma das duas ou alguma contradição na forma de interpretá-las.

Neste capítulo, mostraremos a partir de um modelo que leva em conta tanto a força de vórtice macroscópica quanto a força de confinamento da radiação, que não há nenhum equívoco nem contradição nas duas teorias apresentadas acima. Na verdade, o que ocorre é que, como já mencionamos no Cap. I,

dependendo do número N de átomos aprisionados existem duas regiões onde a dinâmica do processo de formação das órbitas estáveis é bem diferente. Para $N < 10^7$ a força de vórtice é responsável pela formação das estruturas espaciais, enquanto que para $N > 10^7$ este processo é predominantemente determinado pela força de confinamento da radiação. Como veremos nas próximas seções, este modelo é válido apenas para valores do raio da órbita e desalinhamento menores que a dimensão espacial do feixe de aprisionamento. Isto nos permite negligenciar a anisotropia da armadilha devido ao desalinhamento dos feixes. Estas restrições justificam as aproximações que são efetuadas na dedução da equação geral de movimento para um átomo movendo-se em uma trajetória circular.

Na próxima seção, discutiremos de forma qualitativa as forças de vórtice e de confinamento da radiação. A dedução da equação geral de movimento considerando o átomo como um sistema de dois níveis é feita na Seq. 3.3. A solução da equação de movimento e a análise do raio da órbita em função do número de átomos aprisionados são apresentadas na Seq. 3.4. Na Seq. 3.5 derivamos a equação geral de movimento levando em conta agora todos os possíveis estados Zeeman do átomo de Na e suas transições. Na Seq. 3.6 apresentamos um diagrama de fase que permite a partir dos parâmetros experimentais utilizados, prever qual o tipo de estrutura espacial a ser observada, no regime em que a força de vórtice predomina.

3.2 - Forças de vórtice e de confinamento da radiação

Como mencionamos na seção anterior, a força de vórtice que resulta do desalinhamento dos feixes com perfil não uniforme de intensidade, produz um torque sobre a distribuição inicial de átomos (nuvem) levando à observação de outras estruturas espaciais. No caso deste trabalho, bem como nas Refs.(3) e (4), os feixes de aprisionamento têm um perfil gaussiano de intensidade. O motivo do uso deste perfil tem vantagens do ponto de vista experimental e teórico. Primeiro, podemos obter um feixe gaussiano através de uma filtragem espacial do feixe de laser, que já é quase gaussiano e segundo, a formulação matemática do problema torna-se mais simples que em relação a outros perfis. O torque produzido sobre a nuvem de átomos pode ser entendido graficamente com base na Fig. 3.1.

Na Fig. 3.1 os feixes de aprisionamento aparecem desalinhados no plano xy de uma distância s com relação aos eixos cartesianos. Por simplicidade vamos considerar um átomo localizado no ponto $(x,0)$ que está a uma distância r da origem. O raciocínio que apresentaremos a seguir é válido para qualquer outro ponto (x,y) sobre o anel, desde que possamos negligenciar a anisotropia da armadilha. Como os feixes estão desalinhados e possuem perfis de intensidade gaussiano, o feixe σ^- que se propaga na direção $+\hat{y}$ exerce uma força maior sobre o átomo que o feixe σ^- que se propaga na direção $-\hat{y}$. Como consequência, o átomo é acelerado na direção $+\hat{y}$, tangencialmente à sua trajetória, o que origina um movimento circular. Dessa forma, a força de vórtice pode ser escrita de uma maneira geral como:

$$\vec{F}_v = \Psi(r) \hat{x} \vec{r} \quad (3.1)$$

onde $\Psi(r)$ é a magnitude da força de vórtice que depende, como veremos na próxima seção, também do desalinhamento introduzido.

Nos trabalhos de Walker e colaboradores, devido ao fato de observarem estruturas espaciais para qualquer parâmetro de desalinhamento, não foi levado em conta a dependência explícita da magnitude da força de vórtice com relação aos parâmetros r e s . O conceito exposto acima é diferente do utilizado por Kazantsev e Krasnov ⁽⁵⁾ que discutiram as forças de vórtice microscópicas resultantes de feixes estacionários, e que têm uma rápida variação espacial.

Fig. 3.1 - Geometria de desalinhamento no plano xy que fornece a observação de estruturas espaciais circulares. A seta indica a direção do movimento dos átomos na órbita. σ^+ e σ^- referem-se as polarizações do campo de radiação.

O princípio de força de vórtice foi também utilizado por Williamson III (8) e colaboradores para a obtenção de novas configurações de armadilhas magneto-ópticas que possibilitem superar o limite de densidade imposto pela força de confinamento da radiação.

Na Seq. 2.6 apresentamos o princípio da força de confinamento da radiação quando da discussão sobre o limite de densidades a ser alcançado na nuvem de átomos aprisionados. De acordo com os resultados obtidos nas Refs. (2) e (3), a força de confinamento da radiação também deve ser considerada na formação das estruturas espaciais pois, observa-se um aumento do raio das órbitas em função do número de átomos. Este resultado não pode ser explicado através da força de pressão de radiação exercida pelos feixes de aprisionamento sobre os átomos. Dessa forma, considerando o caso geral de termos um anel com núcleo central, podemos escrever, utilizando as Eqs. (2.38) e (2.40), a força de confinamento da radiação na forma:

$$F_{CR} = \frac{\epsilon N'}{I^2} \hat{r} \quad (3.2)$$

onde:

$$\epsilon = \frac{I \sigma_L^2}{4 \pi C} \left(\frac{\sigma_R}{\sigma_L} - 1 \right) \quad (3.3)$$

e N' é o número efetivo de átomos que ocasionam a força de

confinamento da radiação dado por:

$$N' = N \left[\eta_c + \frac{\eta_r \ln(2N\eta_r/\pi)}{2\pi} \right] \quad (3.4)$$

onde N_c e N_r são respectivamente o número de átomos no núcleo e no anel. σ_L e $(\sigma_R/\sigma_L - 1)$ são expressos pelas Eqs. (2.39) e (2.42), respectivamente. Na próxima seção vamos derivar a equação geral de movimento para o átomo movendo-se em uma trajetória circular, mostrando que a força de vórtice surge naturalmente enquanto que a força de confinamento de radiação deve ser incluída de forma fenomenológica.

3.3 - Equação geral do movimento

Negligenciando a anisotropia da armadilha, vamos supor um átomo movendo-se em uma órbita circular de raio r , sem núcleo e de largura desprezível. Para calcularmos a força total sobre o átomo devido a presença dos feixes no plano xy , vamos analisar cada componente desta força separadamente. Consideremos novamente a força espontânea dada pela Eq.(2.5) sobre o átomo, interagindo com dois lasers contrapropagantes na direção $\hat{x}$. De acordo com a Fig. 3.1, para levarmos em conta o fato que os feixes estão desalinhados e que possuem perfis gaussianos de intensidade, devemos escrever a frequência de Rabi na forma:

$$\Omega_{\pm}(y) = \Omega_0 \exp[-(y \pm s)^2/w^2] \quad (3.5)$$

onde Ω_+ (Ω_-) refere-se ao feixe que se propaga na direção $+\hat{x}$ ($-\hat{x}$) com polarização σ^- (σ^+); Ω_0 é o valor máximo da frequência de Rabi; s é o deslocamento dos feixes com relação ao eixo ordenado e w é a cintura ou metade da largura a meia altura (HWHW) do feixe gaussiano.⁽⁷⁾

Substituindo a Eq.(3.5) na Eq.(2.8), realizando o mesmo procedimento da Seq.2.4 e expandindo a exponencial até termos de primeira ordem em ys/w^2 , temos que a componente x da força total sobre o átomo é expressa por:

$$F_x = -\alpha x - \beta v_x - F_{vx} + \frac{\epsilon N'}{(x^2 + y^2)^{3/2}} x \quad (2.6)$$

Onde, como antes, $-\alpha x$ é a componente da força restauradora devido a presença do campo magnético e ao uso de polarizações corretas dos feixes de aprisionamento, com α dado por:

$$\alpha = \frac{16\hbar k \Gamma |\Delta| \Omega_0^2 \gamma b}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + 12\Omega_0^2]^2} \quad (3.7)$$

e $-\beta v_x$ é a força de amortecimento causada pelo deslocamento Doppler, com $\beta = \alpha k / (\gamma b)$. F_{vx} é a componente x da força de vórtice que resulta sobre o átomo devido ao desalinhamento dos feixes de perfis gaussianos expressa por $F_{vx} = \nabla(y)y$, onde

$\Psi(y) = \Psi_0 \exp[-2(y^2 + s^2)/w^2]$ e:

$$\Psi_0 = \left(\frac{8s}{w^2} \right) \frac{\hbar k \Gamma \Omega_0^2}{4\Delta^2 + \Gamma^2 + 12\Omega_0^2} \quad (3.8)$$

O último termo da Eq.(3.6) é a componente x da força de confinamento de radiação incluída fenomenologicamente para considerarmos o efeito coletivo entre os átomos aprisionados. N' é dado pela Eq.(3.4) com $\eta_c=0$ e η_r .

A Eq. (3.6) foi deduzida mediante algumas considerações: (i) devido ao fato de negligenciarmos a anisotropia da armadilha não levamos em conta a dependência espacial dos feixes nos dois primeiros termos da força, de forma que α e β não dependem da coordenada y, (ii) esta dependência também não foi considerada no denominador da Eq.(2.8) e (iii) o fator 12 que surge nas Eqs.(3.7) e (3.8) advém do fato de termos incluído a presença dos seis feixes de aprisionamento no termo de saturação. (3)

Para a análise da componente y da força total sobre o átomo, devemos reescrever a Eq.(3.5) na forma (cf. Fig.3.1):

$$\Omega_{\pm}(x) = \Omega_0 \exp[-(x \mp s)^2/w^2] \quad (3.9)$$

Seguindo os mesmos procedimentos e considerações apresentados acima, obtemos:

$$\vec{F}_y = -\alpha y - \beta v_y + F_{vy} + \frac{\epsilon N'}{(x^2 + y^2)^{3/2}} y \quad (3.10)$$

onde $-\alpha y$ e $-\beta v_y$ são respectivamente as componentes das forças de restauração e de amortecimento, F_{vy} é a componente y da força de vórtice dada por $F_{vy} = \Psi(x)x$, onde $\Psi(x) = \Psi_0 \exp[-2(x^2 + s^2)/w^2]$ com Ψ_0 dado pela Eq. (3.8). O último termo representa, de forma análoga à anterior, a componente y da força de confinamento da radiação. Dessa forma, a força total sobre o átomo no plano xy é dada pela soma das componentes F_x e F_y . Logo:

$$\vec{F} = F_x \hat{x} + F_y \hat{y} \quad (3.11)$$

O raio da órbita estável pode ser encontrado a partir do diagrama xy obtido da solução numérica das Eqs. (3.6) e (3.10). Entretanto, por assumirmos que a trajetória é circular, vamos reescrever a Eq. (3.11) em termos das coordenadas plano-polares r e θ . Devido à simetria considerada, podemos sem perda de generalidade, efetuar uma média sobre todos os possíveis ângulos que o átomo pode assumir no plano. Isto nos permite escrever $\langle x^2 \rangle = \langle y^2 \rangle = r^2/2$. Dessa forma temos que a força total sobre o átomo escreve-se:

$$\vec{F} = -\alpha \vec{r} - \beta \frac{d\vec{r}}{dt} - \Psi(r) (y\hat{x} - x\hat{y}) + \frac{\epsilon N'}{r^2} \hat{r} \quad (3.12)$$

onde $\Psi(r)$ é a força de vórtice média expressa por:

$$\Psi(r) = \Psi_0 e^{(-r^2 + 2s^2)/w^2} \quad (3.13)$$

Observe que o terceiro termo da Eq.(3.12) é exatamente igual ao expresso pela Eq. (3.1). Como havíamos mencionado, este termo foi derivado a partir de primeiros princípios utilizando as Eqs. (3.5) e (3.9). Na próxima seção, vamos resolver a Eq.(3.12) e analisarmos o comportamento do raio da órbita em função do número N' de átomos.

3.4 - Formação de órbitas estáveis

Definindo $\vec{r} = R\hat{r}$ e lembrando que para obtermos órbitas estáveis devemos ter $d\vec{r}/dt=0$ e $d\theta/dt=\omega=\text{cte}$, onde ω é a velocidade angular, temos que as equações de movimento, obtidas a partir da Eq. (3.12), nas direções $\hat{r}$ e $\hat{\theta}$ escrevem-se respectivamente como:

$$mR\omega^2 = \alpha R - \frac{\epsilon N'}{R^2} \quad (3.14)$$

$$\beta \omega R = \Psi(R) R \quad (3.15)$$

A Eq.(3.15) nos mostra que a condição de estabilidade das órbitas, implica que a força de vórtice $\Psi(R)R$ deve ser igual a força de amortecimento $\beta \omega R$. Isto significa que a energia introduzida por $\Psi(R)R$ deve ser removida pela força $\beta \omega R$. Substituindo a Eq.(3.15) na Eq. (3.14) e utilizando a Eq.(3.13) obtemos:

$$m \left(\frac{\Psi_0}{\beta} \right)^2 e^{-2(R^2 + 2s^2)/w^2} = \alpha - \frac{\epsilon N'}{R^3} \quad (3.16)$$

A Eq.(3.16) é a equação geral que nos permite calcular o raio da trajetória circular em função dos parâmetros utilizados nos experimentos discutidos no Cap. V e compará-lo aos resultados experimentais obtidos. Antes entretanto, iremos verificar quando a força de confinamento da radiação torna-se importante, pois para termos um raio finito (R_0) com um parâmetro de desalinhamento diferente de zero devemos ter $\alpha > \epsilon N'/R_0^3$, caso contrário não teremos solução estável (e real) para a Eq.(3.16).

A Fig. 3.2 nos mostra o gráfico da variação do raio do anel em função do número de átomos aprisionados para diferentes

parâmetros de desalinhamento. Os valores dos termos α , β , Ψ_0 e ϵ foram calculados a partir da Eqs. (3.7), (3.8) e (3.3) utilizando os seguintes valores $\Omega_0=24.5$ MHz, $\gamma_b=7$ MHz/cm, $|\Delta|=10$ MHz, $I=60$ mW/cm² e $W=6$ mm.

No intervalo $R < 1$ mm, temos o que denominamos limite de visão, pois nessa região o raio da trajetória circular é tão pequeno que o anel confunde-se com a nuvem de átomos confinados obtida quando os feixes estão perfeitamente alinhados. A explicação é que para pequenos desalinhamentos, o torque produzido pela força de vórtice sobre a nuvem é muito pequeno. Observamos que à medida que aumentamos o número de átomos o raio aumenta, como observado por Walker et. al, (2) devido ao efeito coletivo entre os átomos aprisionados.

Fig.3.2 - Variação do raio das trajetórias circulares em função do número de átomos aprisionados para vários valores de s em milímetros. A curva CR obtida a partir da Eq.(3.17) foi calculada para $s=0.1$ mm.

Para $N > 10^7$, o raio das estruturas espaciais correspondentes aos desalinhamentos $s = 0.3 \text{ mm}$ e $s = 0.5 \text{ mm}$ tendem à curva CR (círculos) dada pela Eq.(3.17) que discutiremos abaixo. Neste caso, podemos observar anéis, pois $r > 1 \text{ mm}$ mesmo para desalinhamentos muito pequenos, como é o caso. Isto é devido ao fato que se por um lado a força de vórtice responsável pelo torque sobre a nuvem de átomos é pequena (lado direito da Eq.(3.16)), a força de restauração efetiva (lado esquerdo da Eq.(3.16)) definida como a diferença entre a força de restauração e a força de confinamento da radiação, também é muito pequena. Em outras palavras, quando $N > 10^7$, a constante de mola da armadilha magneto-óptica fica bastante enfraquecida pelo confinamento da radiação e portanto basta um pequeno torque para que a nuvem de átomos modifique-se formando um anel. Assim, nesta região a força de confinamento da radiação é a responsável pela formação da estrutura espacial observada.

Quando o número de átomos aprisionados é pequeno ($N \approx 10^4 - 10^6$) devemos aumentar o desalinhamento de forma que a força de vórtice (cf. Eq.3.13) aumente e assim realize o torque necessário sobre a nuvem para que possamos observar a formação de anéis. Isto é mostrado na Fig. 3.2 para os desalinhamentos $s = 1 \text{ mm}$ e $s = 2 \text{ mm}$. Ao contrário do que foi discutido acima, a medida que aumentamos o número de átomos até 5×10^6 não mais verificamos um aumento do raio do anel. Isto sugere que nesta região a força de confinamento da radiação não seja importante na dinâmica do processo de formação das estruturas espaciais. Este resultado confirma a nossa observação (8.9) de que o raio

do anel praticamente não muda quando se varia o número de átomos de 10^5 - 10^7 , como mostra a Fig.3.3.

Observe na Fig.3.3 que ao diminuirmos a temperatura da célula, o número de átomos aprisionados diminuiu sensivelmente. A variação no número de átomos foi de duas ordens de grandeza em relação ao intervalo de temperatura investigado. Entretanto, o raio do anel permaneceu constante. Para confirmarmos este resultado realizamos uma segunda experiência. Desta vez observamos a variação do raio do anel durante o tempo de carga da armadilha, conforme mostra a Fig. 3.4. O tempo de carga é definido como o tempo gasto pela estrutura espacial, para atingir o estado estacionário do número de átomos, cf. Eq.(2.25).

Para a célula a uma temperatura de $T=300K$, o tempo de carga da armadilha é da ordem de 3s. Durante este tempo o número de átomos aumentou de zero até o valor de estado estacionário $N \approx 10^6$, que corresponde a uma variação de cinco ordens de grandeza no número N . Neste mesmo período observamos a evolução do raio do anel e verificamos que, embora o número tenha variado significativamente o raio permaneceu constante. Este experimento confirma o fato que no regime de gás ideal ($N < 10^7$) o raio do anel independe do número de átomos aprisionados.

(a)

(b)

(c) 2 mm

Fig. 3.3 - Observação visual do comportamento do anel de átomos em função da temperatura da célula. (a) $T=363K$, (b) $T=343K$ e (c) $T=300 K$. Os parâmetros experimentais utilizados foram $I=20mW/cm^2$, $|\Delta|=20MHz$, $b=10G/cm$ e $s=1.2mm$.

Fig. 3.4 - (a) Variação do raio do anel em função do tempo de carga da armadilha. Os parâmetros utilizados foram $T=300K$, $I=20 \text{ mW/cm}^2$, $|\Delta|=20\text{MHz}$ e $s=1.2 \text{ mm}$. (b) Variação do número de átomos em função do tempo de carga. As barras de erro mostradas correspondem ao valor médio do ponto experimental obtido após cinco medidas.

Na realidade, de acordo com o modelo proposto para se calcular os termos α , β , γ_0 e ϵ verifica-se que a força de confinamento da radiação é menor cerca de 10 a 10^3 vezes que a força restauradora quando o número varia de 10^6 a 10^4 . Assim neste intervalo de número de átomos poderíamos pensar que não é possível a observação de anéis com núcleo visto que, como mencionado por Walker, são devido basicamente a força de CR. Entretanto, estas estruturas já foram observadas como mostrado na Ref.(4). A explicação é baseada na modificação da força de vórtice com relação aos parâmetros usados na armadilha magneto-óptica, como discutiremos na Seq.3.6.

Para o intervalo $5 \times 10^6 < N < 10^8$ temos uma região de transição, pois para $N > 5 \times 10^6$, o raio do anel começa a aumentar suavemente com o número de átomos e a partir de $N > 10^7$ aumenta abruptamente tendendo à curva CR como no caso anterior. Como conclusão, na região em que $N > 10^7$ a força de confinamento da radiação torna-se importante levando à observação de anéis para qualquer desalinhamento s . Para $N > 10^8$, embora o nosso modelo não seja capaz de explicar, pois não leva em conta a largura do anel, a força de confinamento da radiação torna-se muito grande e como consequência devemos esperar que ocorra uma transição, que modifica o anel sem núcleo levando à formação de um anel com núcleo. Esta previsão está de acordo com algumas observações feitas por Walker et. al.(2)

Com base nos resultados obtidos da análise da Fig.3.2, podemos afirmar que temos dois limites no processo de formação dos anéis:

- (i) no caso em que $N \geq 10^7$, a força de confinamento da

radiação é predominante e a formação de órbitas estáveis independe do parâmetro de desalinhamento. Assim a Eq.(3.16) pode ser expressa na forma:

$$R = \left(\frac{\epsilon N'}{\alpha - m\omega^2} \right)^{1/3} \quad (3.17)$$

onde fizemos, $\exp(-2(R^2+2s^2)/w^2)=1$ e $\omega = \gamma_0/\beta$. Esta equação é idêntica a apresentada na Ref.(2). Da Eq.(3.17) vemos que a condição para termos órbitas estáveis é $\omega < (\alpha/m)^{1/2}$. Esta condição será violada se o torque sobre a nuvem de átomos for muito grande ($s > w$) ou se o amortecimento (β) for muito pequeno. Neste caso os átomos devem espiralar para fora da armadilha ao invés de moverem-se em uma órbita estável. Observe que, se aumentarmos a constante α o raio da órbita deve diminuir. A curva correspondendo a Eq.(3.17) para $s=0.1\text{mm}$ é mostrada na Fig.3.2 (círculos).

(ii) para $N < 10^7$ onde a formação de órbitas circulares é devido apenas a força de vórtice. Neste caso a Eq.(3.16), escreve-se:

$$R = \left[w^2 \left(1 - \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{\alpha}{m}} \right) - 2s^2 \right]^{1/2} \quad (3.18)$$

onde consideramos apenas o termo de primeira ordem em R^2+2s^2/w^2 , na expansão da exponencial. A condição de estabilidade da órbita agora é dada por $\omega > (\alpha/m)^{1/2}$, pois

usualmente $w > s$, que é exatamente oposta à obtida anteriormente. Neste caso a condição é violada se o torque sobre a nuvem de átomos é pequeno ($s \ll w$) ou se o amortecimento (β) é muito grande. O único ponto em que esta condição de estabilidade concorda com a obtida da Eq.(3.17) é quanto ao fato que o raio da órbita deve diminuir quando aumenta-se a constante de restauração α .

A concordância entre os resultados do comportamento do raio do anel em função de alguns parâmetros experimentais e os previstos pela Eq.(3.18), é apresentada no Cap. V.

3.5 - Sistema de "multiníveis"

Na demonstração das Eqs.(3.7) e (3.13) assumimos o átomo como um sistema de dois níveis puro, ou seja não levamos em conta os m subníveis Zeeman de cada estado hiperfino. Isto nos possibilita escrever a frequência de Rabi como $\Omega_0 = (I/2I_s)^{1/2} \Gamma$ onde Γ é a largura de linha associada à transição entre os níveis excitado e fundamental do átomo. Como as estruturas espaciais observadas neste trabalho têm raio da ordem de 1-3mm o deslocamento Zeeman $\gamma b x (\approx 3 \text{ MHz})$ da transição considerada é da ordem da largura de linha do laser de aprisionamento ($\approx 1 \text{ MHz}$). Dessa forma os m subníveis Zeeman estão quase que completamente degenerados e sendo assim, para efetuarmos um cálculo mais realista, devemos levar em conta todas as possíveis transições entre os estados hiperfinos (degenerados) satisfazendo ainda as regras de seleção por dipolo elétrico. Na verdade o que devemos fazer é somar todos os possíveis sistemas de dois níveis cuja

transição seja permitida pela regra de seleção de dipolo elétrico.⁽¹⁰⁾ A isto denominamos sistema de "multiníveis".

O campo magnético quadrupolar utilizado na armadilha magneto-ótica causa um deslocamento em frequência, dependente da posição dos níveis Zeeman do átomo de Na na forma:

$$\gamma b = \frac{\mu_B}{h} b (g_{F'} m_{F'} - g_F m_F) \quad (3.19)$$

onde b é o gradiente de campo magnético, μ_B o magneton de Bohr, h é a constante de Planck e $g_{F'} m_{F'}$ ($g_F m_F$) referem-se respectivamente ao fator giromagnético e a projeção do momento angular total do estado excitado (fundamental) em consideração. O fator giromagnético é expresso por:

$$g_F = g_J \left[\frac{F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} \right] \quad (3.20)$$

com:

$$g_J = \frac{3J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (3.21)$$

onde F é a soma do momento angular total J e o spin nuclear I .

O deslocamento em frequência dado pela Eq.(3.19) implica em uma modificação na dessintonia efetiva expressa por $\omega - \omega_0 \pm (\gamma b x + k v_x)$. Logo, a força de amortecimento dependente da velocidade v_x , devido a sua dependência com a dessintonia, passa a depender também da posição.

Assim, a força total na direção $\hat{x}$ sobre o átomo é calculada somando-se as forças produzidas por cada transição $\Delta m=0, \pm 1$. Dessa forma podemos escrever:

$$F_x = \sum_{\Delta m} \sum_{m_{F'}} [F_+(\Delta m, m_{F'}) - F_-(\Delta m, m_{F'})] + \frac{\epsilon N'}{(x^2 + y^2)^{3/2}} x \quad (3.22)$$

com:

$$F_{\pm}(\Delta m, m_{F'}) = \frac{\hbar k \Gamma P_t(\Delta m, m_{F'}) \Omega^2_{\pm}(\Delta m, m_{F'})}{[4[\Delta \mp (\gamma b x + k v_x)]^2 + \Gamma^2 + 12\Omega_0^2(\Delta m, m_{F'})]} \quad (3.23)$$

onde $\Omega_{\pm}(\Delta m, m_{F'})$ e $P_t(\Delta m, m_{F'})$ são respectivamente a frequência de Rabi e a probabilidade para cada transição Δm . Na Tabela 3.1 mostramos os valores das probabilidades de transição para os níveis $3S_{1/2} \rightarrow 3P_{1/2}(3P_{3/2})$ do átomo de Na.

Utilizando a Eq.(3.5) e efetuando as mesmas aproximações que levaram à Eq.(3.6) temos:

$$F_x = -\tilde{\alpha} x - \tilde{\beta} v_x - \tilde{F}_{vx} + \frac{\epsilon N'}{(x^2 + y^2)^{3/2}} x \quad (3.24)$$

onde:

$$\tilde{\alpha} = 16 \hbar k \Gamma |\Delta| \sum_{\Delta m} \sum_{m_{F'}} \frac{P_t(\Delta m, m_{F'}) \Omega_0^2(\Delta m, m_{F'}) \gamma b G(\Delta m, m_{F'})}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + 12\Omega_0^2(\Delta m, m_{F'})]^2} \quad (3.25)$$

$$\beta = 16 \hbar k^2 \Gamma \sum_{\Delta m} \sum_{m_{F'}} \frac{P_t(\Delta m, m_{F'}) \Omega_0^2(\Delta m, m_{F'})}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + 12\Omega_0^2(\Delta m, m_{F'})]^2} \quad (3.26)$$

com $\tilde{F}_{vx} = \tilde{\Psi}(y)y$ com $\tilde{\Psi}(y) = \tilde{\Psi}_0 \exp[-2(y^2 + s^2)/w^2]$ e:

$$\Psi_0 = \left(\frac{8S}{w^2} \right) \hbar k \Gamma \sum_{\Delta m} \sum_{m_{F'}} \frac{P_t(\Delta m, m_{F'}) \Omega_0^2(\Delta m, m_{F'})}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + 12\Omega_0^2(\Delta m, m_{F'})]} \quad (3.27)$$

A Tabela 3.2 mostra os valores da frequência de Rabi $\Omega_0(\Delta m, m_{F'})$ para cada transição hiperfina, incluindo os subníveis Zeeman, entre os estados $3S_{1/2}$ e $3P_{3/2}$ do átomo de Na.

Observe que a inclusão dos subníveis hiperfinos altera a forma dos termos α, β e Ψ_0 não modificando entretanto a estrutura da equação de movimento dado pela Eq. (3.6).

Analogamente, a força total na direção $\hat{y}$ escreve-se:

$$F_y = -\tilde{\alpha}y - \beta v_y + \tilde{F}_{vy} + \frac{\epsilon N'}{(x^2 + y^2)^{3/2}} y \quad (3.28)$$

onde $\tilde{F}_{vx} = \tilde{\Psi}(x)x$ com $\tilde{\Psi}(x) = \tilde{\Psi}_0 \exp[-2(x^2 + s^2)/w^2]$.

Das Eqs. (3.24) e (3.28) derivamos uma equação idêntica à Eq. (3.16) apenas com a modificação das constantes α, β e Ψ_0 . Todas as análises apresentadas na seção anterior acerca da solução numérica da Eq. (3.16) obviamente permanecem válidas.

		3S _{1/2}								
		F=1			F=2					
		m _{F'} \ m _F	-1	0	+1	-2	-1	0	+1	+2
3P _{1/2}	F'=1	-1	5	5		30	15	5		
		0	5		5		15	20	15	
		+1		5	5			5	15	30
	F'=2	-2	30			20	10			
		-1	15	15		10	5	15		
		0	5	20	5		15		15	
		+1		15	15			15	5	10
		+2			30				10	20
3P _{3/2}	F'=0	0	20	20	20					
	F'=1	-1	25	25		6	3	1		
		0	25		25		3	4	3	
		+1		25	25			1	3	6
	F'=2	-2	30			20	10			
		-1	15	15		10	5	15		
		0	5	20	5		15		15	
		+1		15	15			15	5	10
		+2			30				10	20
	F'=3	-3				60				
		-2				20	40			
		-1				4	32	24		
		0					12	36	12	
		+1						24	32	4
		+2							40	20
		+3								60

Tab. 3.1 - Valores das probabilidades de transição por dipolo elétrico envolvendo os subníveis Zeeman dos estados hiperfinos 3S_{1/2}, 3P_{1/2} e 3P_{3/2} para o átomo de Na. (11)

$3^2S_{1/2}(F'=1) \rightarrow 3^2P_{3/2}(F)$						
Δm_F	F	-2	-1	m_F 0	1	2
1	0		16.1114			
1	1		18.0131	18.0131		
1	2		8.0557	13.9529	19.7324	
0	0			16.1114		
0	1		-18.0131	0	18.0131	
0	2		-13.9529	-16.1114	-13.9529	
-1	0				-16.1114	
-1	1			18.0131	18.0131	
-1	2		-19.7324	-13.9529	-8.0557	
$3^2S_{1/2}(F'=2) \rightarrow 3^2P_{3/2}(F)$						
Δm_F	F	-2	-1	m_F 0	1	2
1	1	8.8246	6.2399	3.6026		
1	2	11.3925	13.9529	13.9529	11.3925	
1	3	7.2052	12.4799	17.6492	22.7850	27.9058
0	1		6.2399	7.2053	6.2399	
0	2	-16.1114	-8.0557	0	8.0557	-16.1114
0	3	-16.1114	-20.3795	-21.6157	-20.3795	-16.1114
-1	1			-3.6026	-6.2399	-8.8246
-1	2		11.3925	-13.9529	13.9529	11.3925
-1	3	-27.9058	-22.7850	-17.6492	-12.4799	-7.2052

Tab. 3.2 - Valores da frequência de Rabi por unidade da raiz quadrada da intensidade do campo de radiação ($\text{MHz}/(\text{mW}/\text{mm}^2)^{1/2}$) para cada transição possível entre os subníveis hiperfinos da linha D2 do Na. (12)

3.6 - Diagrama de fase para a armadilha magneto-óptica

Nesta seção vamos discutir com base no trabalho de Bagnato e colaboradores,⁽¹³⁾ que levando em conta apenas a força de vórtice, explica como surgem as diferentes distribuições espaciais de átomos na armadilha magneto-óptica. Apesar de ser bastante simplificado este modelo nos permite, como veremos no Cap. V, analisar de forma qualitativa como as estruturas espaciais variam em relação aos parâmetros experimentais utilizados.

Consideremos novamente um átomo localizado no eixo x. De acordo com a hipótese considerada na Seq.3.2, os resultados obtidos podem ser estendidos para qualquer lugar do plano xy. A força de vórtice, como vimos, produz um torque sobre o átomo induzindo-o a descrever uma trajetória circular em torno do centro da armadilha. Assim sobre o eixo x, a velocidade está na direção $\hat{y}$. Dessa forma podemos negligenciar em primeira aproximação as componentes x das forças de vórtice e de amortecimento. A força total sobre o átomo é então dada:

$$\vec{F} = -\alpha x \hat{x} - \beta v \hat{y} + F_v(x) \hat{y} \quad (3.29)$$

onde $F_v(x)$ é a força de vórtice expressa por:

$$F_v(x) = \frac{\hbar k \Gamma}{2} \left[\frac{S e^{-2(x+s)^2/w^2}}{1 + S e^{-2(x+s)^2/w^2}} - \frac{S e^{-2(x-s)^2/w^2}}{1 + S e^{-2(x-s)^2/w^2}} \right] \quad (3.30)$$

com o parâmetro de saturação S dado pela Eq. (2.37). Observe

que não efetuamos a expansão da exponencial para podermos investigar o comportamento das estruturas para valores de s tais que $s \approx w$. Isto é válido se a dependência dos termos α e β com relação a coordenada, ainda puder ser negligenciada.

Como vimos, a força de vórtice faz com que o átomo seja acelerado até sua velocidade tornar-se grande o suficiente de forma que esta força seja igual a força de amortecimento. Neste caso, a energia introduzida pela força de vórtice é removida pela força de amortecimento. Esta situação pode produzir uma trajetória circular estável. Do diagrama de forças atuantes sobre o átomo movendo-se numa órbita circular, mostrado na Fig.3.5, podemos escrever as seguintes equações: $\beta v = F_v(x)$ e $mv^2/x = \alpha x$, onde mv^2/x é a força centrípeta. A condição de estabilidade das órbitas é assim dada por:

$$\beta \sqrt{\frac{\alpha}{m}} x = F_v(x) \quad (3.31)$$

O termo $\beta(\alpha/m)^{1/2}x$ é denominado de força de aprisionamento efetiva e tem o efeito de puxar os átomos para o centro da armadilha. Para analisar as implicações da Eq.(3.31) vamos considerar a Fig.3.6 onde temos o gráfico da força de vórtice e da força de aprisionamento efetiva em função da coordenada x .

Fig. 3.5 - Diagrama de forças atuantes sobre o átomo movendo-se em uma trajetória circular. β_v é a força viscosa, $F(x)$ é a força de vórtice e αr é a força restauradora. A força de confinamento da radiação é desprezada nesta análise.

Fig. 3.6 - Representação gráfica da Eq.(3.31) para (a) pequenos deslocamentos s e baixas intensidades $\Omega\omega^2$ e (b) para grandes desalinhamentos e/ou grandes intensidades.

Da Fig.(3.6a) podemos observar dois casos distintos:

(i) caso a.I - se $\beta(\alpha/m)^{1/2} > \dot{F}(0)$, onde $\dot{F}(0)$ é a derivada primeira de $F(x)$ em $x=0$, temos apenas um ponto estável que é $x=0$. Este ponto representa o modo no qual apenas uma nuvem de átomos surge na origem. Fisicamente, ocorre que a força de aprisionamento efetiva é sempre maior que a força de vórtice, logo o átomo está sempre sendo puxado para a origem.

(ii) caso a.II - se $\beta(\alpha/m)^{1/2} < \dot{F}(0)$ temos dois pontos possíveis $x=0$ e $x=x_0$. Entretanto $x=0$ não mais corresponde a uma solução estável, pois neste ponto a força de vórtice é maior que a força de aprisionamento efetiva e os átomos não podem permanecer neste ponto. Para $x < x_0$ a força de vórtice domina e empurra o átomo para posição $x=x_0$ e para $x > x_0$ o inverso ocorre, ou seja, a força de aprisionamento é dominante o que leva os átomos a voltarem para $x=x_0$. Logo $x=x_0$ é um ponto estável e a estrutura espacial prevista neste caso corresponde a um anel.

A força de vórtice mostrada na Fig.3.6a, é correta apenas para potências moderadas ($\Omega \geq \Gamma$) e pequenos desalinhamentos ($s < w$). Se a potência do laser está bem acima da saturação ($\Omega \gg \Gamma$) ou se um grande desalinhamento ($s \approx w$) é introduzido, ao invés de termos $F''(0) < 0$ teremos $F''(0) > 0$ o que corresponde a uma mudança na concavidade da força de vórtice e sendo assim $F(x)$ toma a forma mostrada na Fig.3.6b. Nesta situação existem três casos possíveis onde a Eq.(3.31) é satisfeita:

(I) caso b.I - este caso é similar ao caso a.I discutido acima. A estrutura a ser observada corresponde a uma nuvem de átomos.

(II) caso b.III - análogo ao caso a.II.

(III) caso b.II - neste caso temos $\beta(\alpha/m)^{1/2} > F(0)$ e três pontos a serem analisados. Para $x=0$, a força de aprisionamento efetiva é maior que a força de vórtice o que implica em os átomos sempre serem trazidos de volta para a origem. Logo $x=0$ é um ponto estável e a estrutura a ser observada corresponde a uma nuvem de átomos. O ponto $x=x_0(1)$ é um ponto de equilíbrio instável visto que para $x < x_0(1)$ o átomo tende a ir para a origem, pois a força de aprisionamento domina, e para $x > x_0(1)$ o átomo vai para o ponto $x_0(2)$ impelido pela força de vórtice que passa a ser dominante. O ponto $x=x_0(2)$ de forma análoga ao ponto $x=x_0$, na Fig. 3.6a corresponde a uma solução estável. Como conclusão, os átomos podem estar em $x=0$ ou $x=x_0(2)$. A estrutura espacial associada a esta situação corresponde a um anel de átomos com um núcleo.

Resumindo a discussão feita acima, dependendo da intensidade dos lasers de aprisionamento (Ω_0^2) e do desalinhamento (s) introduzido, é possível obter as mesmas três estruturas como primeiramente observado por Walker et. al.,⁽²⁾ mesmo na ausência da força de confinamento da radiação. Entretanto, devemos tomar cuidado na análise com relação a intensidade, pois como sabemos, o número de átomos aprisionados depende significativamente da intensidade dos lasers.⁽⁹⁾ Sendo assim, se tivermos intensidade tais que $S \gg 1$, o número de átomos pode aumentar de maneira que a força de confinamento da radiação torna-se importante. Com relação ao parâmetro de desalinhamento isto não ocorre, pois aumentando-se o desalinhamento diminui-se a eficiência do mecanismo de

resfriamento o que leva a uma redução no número de átomos confinados. No Cap.V mostraremos que, com base na análise da Eq.(3.31), podemos explicar de forma qualitativa o comportamento das estruturas espaciais observadas.

Como mostrado na Ref.(13), os resultados obtidos acima podem ser sumarizados em um gráfico do tipo xy onde no eixo das abcissas temos o desalinhamento s e no eixo das ordenadas a intensidade do laser expressa em termos do parâmetro de saturação S . As diferentes regiões deste diagrama correspondem aos diferentes domínios das estruturas espaciais. A isto denomina-se diagrama de fase para a distribuição atômica na armadilha magneto-ótica. Para $\Delta = -\Gamma$, o diagrama resultante é apresentado na Fig. (3.7) pela linha cheia. Com exceção da primeira região (esquerda da linha AB) onde apenas a presença de uma nuvem de átomos é possível, outros domínios sempre apresentam a possibilidade de observação de duas estruturas. Aquela que devemos observar depende fortemente do gradiente de campo magnético utilizado.

Fig.3.7 - Diagrama de fase mostrando as diferentes distribuição espacial de átomos dependentes dos parâmetros de saturação e desalinhamento. A linha cheia corresponde a $\Delta = -\Gamma$. variando-se a dessintonia do laser, as linhas do diagrama de fase deslocam-se e então os domínios mudam. A linha tracejada (- - -) corresponde à $\Delta = -0.7\Gamma$ e a linha segmentada (- · - · -) à $\Delta = -1.2\Gamma$.

Como um exemplo, no domínio correspondendo a observação das estruturas nuvem e anel (lado direito da linha AB) o diagrama prevê que nunca poderá ser observado anel com núcleo. Para grandes valores do gradiente de campo magnético temos nuvens e para pequenos valores temos anel. Isto foi observado por nós neste trabalho, confirmando assim o resultado previsto pela Eq.(3.31).

Referências

- (1) - E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu and D. Pritchard, Phys. Rev. Lett. **59**,2631 (1987)
- (2) - T. Walker, D. Sesko and C. Wieman, Phys. Rev. Lett. **64**,408(1990)
- (3) - D. Sesko, T. Walker and C. Wieman, J. Opt. Soc. Am. B **8**,946(1991)
- (4) - V.S.Bagnato, L.G. Marcassa, M. Oriá, G.I. Surdutovich and S.C. Zílio, Laser Phys **2**, 172 (1992)
- (5) - A. Kazantsev and I. Krasnov, J. Opt. Soc. Am. B **6**,2140 (1989)
- (6) - T. Walker, D. Hoffman, P. Feng and R. Williamson III, Phys. Lett. A **133**,309 (1992)
- (7) - A. Yariv, *Quantum Eletronics*, John Wiley & Sons, New York,(1975)
- (8) - I. Guedes, M.T.de Araujo, D.M.B.P. Milori, G.I. Surdutovich, V.S. Bagnato and S.C. Zílio, submetido ao J. Opt. Soc. Am. B
- (9) - Agradecemos a M. T. de Araujo, pela obtenção dos resultados iniciais e pelas valiosas discussões.
- (10) - K. Lindquist, M.Stephens and C. Wieman, Phys. Rev.A **46**,4082 (1992)
- (11) - P.L. Gould,Ph.D. Thesis, M.I.T. 1986, não publicada
- (12) - P. Farrell, W. McGillivray and M. Standage, Phys. Rev. A **37**,4240 (1988)
- (13) - V.S. Bagnato, L.G. Marcassa, M. Oriá, G.I. Surdutovich, R. Vitlina and S.C. Zílio, Phys. Rev. A (novembro 1993)

IV - Experimento

4.1 - Descrição experimental da armadilha magneto-óptica

Como vimos no Cap. II, a idéia básica da armadilha magneto-óptica é que através do uso de lasers com polarizações corretas e da presença de um campo magnético não uniforme, podemos aprisionar e confinar átomos neutros em uma certa posição do espaço a partir da distribuição do vapor contido em uma célula à uma pressão de 10^{-8} Torr.

A Fig.4.1 apresenta um esboço da montagem experimental usada na construção na armadilha magneto-óptica para átomos de Na. Este aparato é similar ao utilizado por Monroe et. al.⁽¹⁾

A célula utilizada em nosso trabalho é formada de um cilindro de aço inox com $\phi=150$ mm e $L=60$ mm, no qual adaptamos 10 tubos, também de aço inox, com $\phi=34$ mm e $L=100$ mm. Na extremidade destes tubos, temos janelas de vidro com filme antirefletor para evitarmos as perdas por reflexão. Seis tubos provêm a geometria tridimensional necessária para a produção da armadilha. Em dois destes tubos são acopladas duas bombas: uma bomba turbo-molecular Balzers com capacidade de 50l/s, responsável por uma pressão de 10^{-7} Torr e uma bomba iônica VARIAN com capacidade de 20l/min que faz com que a pressão na célula seja 10^{-8} Torr, que é necessário para o funcionamento da armadilha.

A densidade de Na e de outros gases residuais como He, N₂ e CO no interior da célula é medida através de um espectrômetro

de massa Dycor da Metek modelo MA100.

A visualização dos átomos aprisionados na armadilha é feita através de dois outros tubos nos quais acoplamos um telescópio e uma câmera filmadora VHS que nos permite medir a dimensão espacial da estrutura de átomos observada. Um outro tubo permite obtermos do sinal detectado por uma fotomultiplicadora, o número de átomos confinados. Por fim, um último tubo possibilita a inclusão na célula de um sétimo feixe de laser que pode ser utilizado em experiências de espectroscopia.⁽²⁾

A célula é preparada para o experimento da seguinte forma. Considere a Fig.4.2, onde o sistema B corresponde à câmara onde se efetuará o aprisionamento e o sistema A ao forno de átomos de Na. O sistema A é acoplado ao sistema B através de uma válvula de gaveta (C). O Na encontra-se contido, dentro do sistema A, numa pequena ampola cilíndrica de quartzo à uma pressão de 10^{-6} Torr. Inicialmente mantemos a válvula C fechada e deixamos o sistema B sendo bombeado por algum tempo à temperatura ambiente. Quando a pressão no sistema B alcança 10^{-8} Torr, abrimos a válvula e deixamos o sistema A ser também bombeado. Quando alcançamos a mesma pressão no sistema total A+B, inicializamos o processo de aquecimento do sistema para aumentar a remoção de gases residuais como He, N₂, H₂O e CO, por exemplo. Novamente devemos seguir o mesmo procedimento

Fig. 4.1 - Montagem experimental usada na construção da armadilha magneto-óptica.

Fig. 4.2 - Diagrama esquemático da célula onde se processa a armadilha magneto-óptica. O sistema B corresponde à câmara onde os átomos são aprisionados, o sistema A ao forno de átomos de Na e C é a válvula que os acopla.

acima mencionado , ou seja primeiro faz-se vácuo no sistema B e depois no sistema A. Aquecemos, através do uso de fitas térmicas, a célula a uma temperatura de $T_c=473$ K. Quando a pressão alcança novamente 10^{-8} Torr a câmara está pronta para ser carregada com o vapor de Na proveniente do forno. Para isto devemos efetuar o seguinte procedimento. Primeiro, fecha-se a válvula de gaveta e quebra-se internamente a ampola de Na. Feito isto, aquece-se o forno a uma temperatura T_f maior que a temperatura da câmara T_c , pois devemos criar um gradiente de temperatura para o vapor de Na ir do forno para a câmara. Aqui mencionamos que a temperatura das janelas da câmara deve estar a uma temperatura T_j maior que T_f e T_c de forma que evitemos a deposição do vapor de Na na parte interna das janelas. Após o aquecimento do forno, abre-se a válvula C para permitir a passagem do vapor de Na para o sistema B. Depois, deixamos a câmara sendo carregada durante várias horas (≈ 24 h) com o vapor de Na. Por fim, fecha-se a válvula C para garantir que os átomos são capturados diretamente do vapor contido na câmara.

Variando-se a temperatura da câmara, controla-se a densidade de átomos de Na no interior do sistema B. Em nosso experimento, desligamos todos os sistemas de aquecimento e deixamos a câmara à temperatura ambiente do laboratório, no caso $T=290$ K, que corresponde a uma densidade de átomos de Na da ordem de 10^5 cm $^{-3}$.(3)

Os feixes de aprisionamento advêm de um laser de corante monomodo em anel, operando com rodamina 6G. O comprimento de onda ($\lambda=589$ nm, linha D $_2$ do Na) é inicialmente medido com um medidor de onda Burleigh Wavemeter Jr. Este laser é

estabilizado em frequência e amplitude. As frequências utilizadas no estudo das transições especificadas a seguir, são determinadas através da técnica de espectroscopia de saturação⁽⁴⁾ em um célula de vapor de Na, denominada célula de referência, cf. Fig.4.1. A largura de linha do laser é de 1 MHz. Para melhorarmos a qualidade do feixe gaussiano fundamental (TEM₀₀) fazemos uma filtragem espacial utilizando um filtro (FE) comercial da NRC. Isto foi efetuado porque toda a teoria baseada na força de vórtice apresentada no Cap. III subteme o uso de um feixe puramente gaussiano (TEM₀₀).

Após este filtro, o laser passa através de um modulador eletro-óptico ⁽⁵⁾ (MEO) feito a partir de um cristal de LiTaO₃ cujas dimensões são 1x1x30 mm³. Este modulador gera picos de frequências laterais de 1.712GHz que é a separação dos níveis hiperfinos do estado fundamental do Na (F=1 e F=2) igual a 1.772GHz menos a separação dos níveis hiperfinos do estado excitados (F'=3 e F'=2) igual a 60 MHz (cf. Fig.4.4). A eficiência de conversão de potências entre o laser principal e os picos laterais é de 30% por pico. Estas frequências laterais são produzidas para evitar o problema do bombeamento óptico que discutiremos na próxima seção. Observamos que sem a presença destas frequências laterais não é possível o aprisionamento dos átomos.

Em seguida utilizamos um telescópio, formado por duas lentes, para expandirmos o feixe laser uma vez que o número de átomos aprisionados depende fortemente da dimensão espacial dos feixes de aprisionamento que definem a região de captura da armadilha. Após esta expansão, o nosso feixe tem diâmetro igual

à $\phi=2w=12\text{mm}$, onde $w=6\text{ mm}$ é a cintura do feixe gaussiano. Logo após dividimos o feixe principal e os picos laterais que estão superpostos, em 3 feixes com polarização linear. Antes de entrarem na célula estes feixes passam através de lâminas de um quarto de onda ($\lambda/4$) de forma a ficarem com polarização circular, por exemplo σ^- . Após atravessarem a célula e passarem através de outras lâminas ($\lambda/4$) são retrorefletidos à célula com polarização circular contrária, isto é σ^+ .

O campo magnético quadrupolar é obtido através de um par de bobinas com corrente ligada em sentidos opostos, cf.Fig.2.2. Este arranjo denominado de configuração de Maxwell ou bobina de anti-Helmholtz fornece um gradiente de campo linear em todas as três direções. O gradiente de campo usado em nosso experimento foi 0.5G/cmA nas direções x e y e 1 G/cmA na direção z , direções perpendicular e paralela ao eixo das bobinas, respectivamente. A Fig.4.3 abaixo nos mostra a variação espacial do campo magnético na armadilha.

Fig. 4.3 - Variação espacial do campo magnético na armadilha magneto-óptica. A seta fina mostra uma possível trajetória de um átomo através da armadilha. As setas densas indicam a direção do campo magnético em vários pontos ao longo da trajetória do átomo. (6)

4.2 - Transições eletrônicas e o problema do bombeamento ótico.

A Fig. 4.4 mostra a estrutura hiperfina ⁽⁷⁾ dos níveis $3S_{1/2}$ e $3P_{3/2}$ do átomo de Na. Cada nível hiperfino F é um estado $2F+1$ degenerado. Esta degenerescência pode ser removida pela aplicação de um campo magnético (efeito Zeeman). Os subníveis Zeeman (m_F) para os níveis hiperfinos $F=1$ e $F=2$ do estado fundamental $3S_{1/2}$ do átomo de Na são mostrados na Fig.4.5.

As regras de seleção por dipolo elétrico a serem obedecidas para as transições eletrônicas são: (i) $\Delta F=0, \pm 1$ e $\Delta m_F=0, \pm 1$ para luz linearmente polarizada, e (ii) $\Delta F=0, \pm 1$ e $\Delta m_F=\pm 1$ para luz circularmente polarizada à direita e à esquerda, respectivamente. De acordo com a Fig.2.2, se utilizarmos luz circularmente polarizada à direita (σ^+), podemos aprisionar átomos sintonizando o laser para o vermelho da transição $3S_{1/2} (F=2, m_F=2) \rightarrow 3P_{3/2} (F=3, m_F=3)$. Estes átomos decaem então para o estado $3S_{1/2} (F=2, m_F=2)$, e são novamente excitados para o estado $3P_{3/2} (F'=3, m_F'=3)$. O raciocínio é análogo para a luz circularmente polarizada à esquerda (σ^-). Este é um comportamento de um sistema de dois níveis puro. Entretanto, após algumas transições cíclicas entre os estados $F=2$ e $F'=3$, o sistema pode efetuar uma transição errada indo parar no estado $F=2$ que dista apenas 60 MHz do estado $F'=3$, cf. Fig.4.4. O átomo no estado $F=2$ pode então decair para o estado $F=1$ saindo assim da ressonância com o feixe de aprisionamento σ^+ . Este efeito é denominado debombeamento óptico.

Fig. 4.4 - Estrutura dos níveis hiperfinas de energia dos estados $3S_{1/2}$ e $3P_{3/2}$ do átomo de Na.

Fig. 4.5 - Diagrama de energia mostrando os subníveis Zeeman (m_F) dos estados hiperfinos $F=1$ e $F=2$ do estado $3S_{1/2}$ do Na.

Para evitarmos este problema devemos utilizar uma frequência adicional sintonizada na transição $3S_{1/2}(F=1) \rightarrow 3P_{3/2}(F'=2)$ de forma que os átomos excitados para o nível $F'=2$ decaiam para o nível $F=2$ e entrem novamente em ressonância com o laser de aprisionamento. Esta frequência adicional é denominado de frequência de rebombeio.

No caso do Na os níveis hiperfinos $F=1$ e $F=2$ do estado fundamental ($3S_{1/2}$) estão separados em energia de 1.772GHz. Esta separação é muito maior que a largura de linha atômica, portanto, se não houver alargamento por potência, cada componente de frequência interage apenas com um nível hiperfino.

Como mencionamos na seção anterior, usaremos um modulador eletro-óptico para obtermos a frequência de rebombeio. A Fig.4.6 nos mostra a separação em frequência de $\omega \pm 1.712\text{GHz}$ entre o laser principal e os picos laterais.

Neste trabalho observamos átomos aprisionados em duas combinações das possíveis transições que podem ocorrer, permitidas por dipolo elétrico, entre os estados $3S_{1/2}$ e $3P_{3/2}$. Estas combinações são denominadas de armadilhas do tipo I e II. Na armadilha tipo I, o confinamento ocorre quando o laser principal é sintonizado para o vermelho da transição $F=2$ para $F'=3$ e o pico lateral de $F=1$ para $F'=2$, cf.Fig. 4.7a. Nesta configuração observamos, como mostra a Fig.4.8a, para os feixes de aprisionamento perfeitamente alinhados, uma nuvem com 2.4×10^6 átomos com diâmetro de 1.0 mm o que corresponde a uma densidade da ordem de 10^9 cm^{-3} . Na armadilha tipo II as

transições que levam ao confinamento dos átomos são: laser principal sintonizado para o vermelho da transição $F=2$ para $F'=2$ e o pico lateral de $F=1$ para $F'=0$, como mostra a Fig.4.7b. A nuvem observada tem aproximadamente 2×10^6 átomos com diâmetro de 3mm correspondendo a uma densidade da ordem de 10^8 cm^{-3} , cf. Fig 4.8b.

Observamos que as mesmas armadilhas, tipo I e tipo II, são também obtidas nas transições: laser principal sintonizado em $F=1$ para $F'=2$ com pico lateral de $F=2$ para $F'=3$ e laser principal de $F=1$ para $F'=0$ com pico lateral de $F=2$ para $F'=2$. Isto é facilmente entendido com base nas Figs.4.6 e 4.7. Quando a frequência do laser principal (ω) sintonizado para o vermelho da transição $F=2$ para $F'=3$ é deslocada de 1.772 GHz ficando agora sintonizada de $F=1$ para $F'=2$, os picos laterais de frequências $\omega \pm \delta$ também seguem este deslocamento. Dessa forma o pico lateral de frequência $\omega - \delta$ que estava fora de ressonância passa a ter frequência próxima a transição $F=2$ para $F'=3$. Neste caso o pico lateral assume o papel do laser principal e vice-versa. O mesmo raciocínio é utilizado na explicação da armadilha Tipo II onde a frequência do laser principal está em $F=1$ para $F'=0$ e a do pico lateral de $F=2$ para $F'=2$.

As armadilhas tipo I e tipo II, são similares com respeito as duas configurações descritas acima. Se tivermos operando em um regime de intensidades acima da intensidade de saturação da respectiva transição atômica como é o caso deste trabalho. Pode-se a princípio obter estruturas espaciais circulares em ambas as armadilhas. Entretanto como mostrado por Milori,⁽⁸⁾ a constante de restauração α da armadilha tipo II é

menor cerca de três vezes que a armadilha tipo I. Este resultado explica o porquê de observarmos uma diferença no diâmetro das nuvens, como mostra a Fig.4.8. Devido a este fato, produzimos as estruturas circulares que são mostradas no próximo capítulo a partir da armadilha tipo II.

Fig.4.6 - Separação em frequência entre o laser principal (ω) e os picos laterais ($\omega \pm \delta$, $\delta=1.712\text{GHz}$) gerados pelo modulador eletro-óptico.

Fig. 4.7 - Transições envolvidas na obtenção das armadilhas Tipo I (a) e Tipo II (b). ω é a frequência do laser principal e $\omega + \delta$ é a frequência do pico lateral.

(a)

(b)

Fig. 4.8 - Distribuição de átomos aprisionados na armadilha magneto-óptica nas duas configurações (a) Tipo I e (b) Tipo II.

Referências

- (1) - C. Monroe, W. Swann, H. Robinson and C. Wieman, Phys. Rev. Lett. **65**,1571 (1990)
- (2) - J.W.R. Tabosa, G. Chen, Z. Hu, R. Lee and H. J. Kimble, Phys. Rev. Lett. **66**,3245 (1991)
- (3) - W. Fairbank, Jr., T. Hänsch and A. Schawlow, J. Opt.Soc. Am. **65**,199 (1975)
- (4) - W. Demtröder, *Laser Spectroscopy*, Spring - Verlag, Berlin (1984)
- (5) - J. Kelly and A. Gallagher, Rev. Sci. Instrum. **58**,563 (1987); S. C. Zílio, E. C. Monteiro, E. Marega Jr. e V. S. Bagnato, Rev. Fis. Aplic. e Inst. **6**,130 (1991)
- (6) - K. Lindquist, M. Stephens and C. Wieman, Phys. Rev.A **46**, 4082 (1992)
- (7) - H. A. Bethe and E. E. Salpeter, *Quantum Mechanics of One and Two Electrons Atoms*. Spring - Verlag, Berlin (1957).
- (8) - D. M. B. P. Milori, Tese de Doutorado. IFQSC 1994, em preparação.

V - Resultados e Discussões

5.1 - Considerações iniciais

Como vimos no Cap. III, o comportamento do raio do anel em função do número de átomos aprisionados é bastante diferenciado em duas regiões: uma na qual independe do número e outra em que depende significativamente. Assim, antes de apresentarmos o estudo sistemático do raio em função dos parâmetros experimentais e de sua comprovação de acordo com a Eq. (3.17) ou Eq. (3.18), devemos saber em que região estamos trabalhando. Como antecipamos na Seq. 3.4, o número de átomos aprisionados, a partir do vapor em uma célula a temperatura ambiente, é da ordem de 10^5 . Logo, estamos na região onde o raio do anel independe do número de átomos, visto que o efeito da força de confinamento da radiação é desprezível. Na próxima seção apresentamos um estudo sobre a variação do número de átomos aprisionados no anel em função de alguns parâmetros experimentais.

O estudo do comportamento do raio do anel em função do gradiente de campo magnético, intensidade do laser, dessintonia e desalinhamento, além da análise da condição de estabilidade expressa pela Eq. (3.31) em função destes parâmetros é apresentado na Seq. 5.3. Por fim, na Seq. 5.4, estimamos a temperatura dos átomos aprisionados nos anéis observados.

Como uma última consideração mencionamos o fato que todos os pontos experimentais foram determinados após 5 medidas e que

as barras de erro foram calculadas com respeito ao valor médio obtido. ~

5.2 -Determinação do número de átomos aprisionados

Para sabermos o número de átomos aprisionados no anel detectamos a fluorescência destes átomos através de uma fotomultiplicadora calibrada. A taxa de fluorescência f pode ser expressa em termos do número total de átomos através da relação:

$$f = \frac{Nh\nu}{\tau} \rho_{22} = \frac{Nh\nu}{\tau} \frac{\Omega_o^2}{4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2\Omega_o^2} \quad (5.1)$$

onde $h\nu$ é a energia do fóton emitido pelo átomo, ρ_{22} é a população de átomos no estado excitado, τ é o tempo de vida da transição e os demais termos já foram definidos no Cap. II. Para a linha D₂ do Na, $h\nu$ e τ valem respectivamente, 3.36×10^{-19} J e 16ns.

A Fig. 5.1, mostra a dependência do número de átomos aprisionados no anel utilizando a armadilha tipo II, em função do parâmetro de saturação que relaciona-se com a intensidade do feixe de aprisionamento de acordo com a Eq.(2.37). A intensidade foi variada através do uso de filtros calibrados colocados após o modulador eletro-óptico, cf. Fig. 4.1, de

forma que alteramos a intensidade dos seis feixes igualmente. O gradiente de campo magnético foi de 10 G/cm, a dessintonia $|\Delta|=10$ MHz e o desalinhamento da ordem de $s=15$ mm. A curva sólida corresponde ao resultado obtido do modelo teórico que discutiremos a seguir.

De acordo com o modelo apresentado na Seq. 2.5.1, podemos obter a velocidade de captura em função da força máxima de desaceleração feita sobre o átomo pelo campo de radiação. Entretanto, para estudarmos o comportamento do número de átomos em função da intensidade do feixe de aprisionamento ou analogamente ao parâmetro de saturação, devemos de alguma forma levar em conta esta dependência no cálculo da velocidade de captura. Como as forças que atuam sobre o átomo na armadilha magneto-óptica são em geral forças que saturam com a intensidade, podemos escrever:

$$F = \frac{\hbar k \Gamma}{4} \left(\frac{S}{1+S} \right) \quad (5.2)$$

Utilizando a Eq. (2.28) e impondo o vínculo que a velocidade de captura seja no máximo três vezes maior que a velocidade estabelecida pelo limite Doppler, e com base no resultado obtido da Fig.3.3 temos, usando a Eq.(2.26), que :

$$N = 10^6 \left(\frac{S}{1+S} \right)^2 \quad (5.3)$$

onde usamos $n \approx 10^5 \text{ cm}^{-3}$, $r = 6 \text{ mm}$ e $\tau \approx 3 \text{ s}$.

Observamos da Fig. 5.1, que embora este modelo para o cálculo do número seja extremamente simples, ele descreve de forma bastante razoável os resultados obtidos. Para $S \ll 1$ o número varia de forma aproximadamente quadrática e para $S \gg 1$ tende a um valor constante.

Fig. 5.1 - Dependência do número de átomos no anel em função do parâmetro de saturação S . Os parâmetros utilizados foram $b=10$ G/cm, $|\Delta|=10$ MHz e $s=1.5$ mm.

Para estudarmos o comportamento do número de átomos aprisionados em função do gradiente de campo magnético através do mesmo procedimento, vamos considerar que na região de captura, a condição de ressonância seja dada por $\Delta' = \gamma b z$, com $\Delta' = \Delta - kv$. Esta relação é válida apenas para grandes valores do gradiente de campo magnético. Substituindo-a na Eq. (2.28) temos:

$$V_c = \sqrt{\frac{\hbar k \Gamma^2}{2 \gamma b}} \quad (5.4)$$

onde consideramos $\Delta' \approx \Gamma$. Efetuando as mesmas considerações que levaram a dedução da Eq. (5.3), podemos escrever :

$$N = 10^7 \left(\frac{1}{b} \right)^2 \quad (5.5)$$

onde b é o gradiente de campo magnético expresso em G/cm.

A Fig. 5.2, mostra como varia o número de átomos no anel com relação ao gradiente de campo magnético. A intensidade dos feixes de aprisionamento é $I = 60 \text{ mW/cm}^2$ (por feixe) e a dessintonia e o desalinhamento são os mesmos que utilizados anteriormente. A curva sólida corresponde à Eq. (5.5).

Fig. 5.2 - Dependência do número de átomos no anel em função do gradiente de campo magnético. Os parâmetros utilizados foram $I=60\text{mW/cm}^2$, $|\Delta|=10\text{MHz}$ e $s=1.5 \text{ mm}$.

Observe que o número de átomos no anel, para um certo valor de dessintonia ($|\Delta| = 10$ MHz), diminui quando aumentamos o gradiente de campo magnético. Na verdade, embora não mostrado na Fig. 5.2, o número começa a aumentar linearmente com o gradiente de campo, alcança um valor máximo e depois decresce. A explicação qualitativa para tal comportamento é a seguinte: para valores de b tais que $b \approx 0$ não é possível o aprisionamento dos átomos visto que, a força restauradora é praticamente nula. Aumentando-se o valor do gradiente de campo magnético, o átomo tem seus níveis de energia modificados pelo efeito Zeeman e passa a ficar mais ressonante com o campo de radiação aumentado dessa forma tanto o mecanismo de desaceleração quanto a força de restauração, possibilitando então seu aprisionamento. Para grandes valores de b , o deslocamento dos níveis de energia torna-se maior que a dessintonia do laser de aprisionamento diminuindo assim o mecanismo de desaceleração e o processo de captura, o que implica na diminuição do número de átomos aprisionados.

Para obtermos todo este comportamento, devemos integrar numericamente a Eq. (2.27), como discutido na Seq.2.5.1. Entretanto, mesmo sendo aproximado, o modelo proposto descreve bem o comportamento obtido para grandes valores de b .

Os comportamentos acima discutidos, são também observados para a nuvem de átomos aprisionados como mostrado por Milori (cf.Ref.(7), Cap. IV) em átomos de Na e por Lindquist et. al (cf.Ref.(9), Cap II) para átomos de Cs.

Embora não tenhamos efetuado as medidas da variação do número de átomos confinados em função da dessintonia e do

desalinhamento, podemos discutir qualitativamente os comportamentos a serem observados.

Com relação a dessintonia a análise é também baseada na eficiência da força de amortecimento (desaceleração). Quando o laser é sintonizado próximo à ressonância ($\omega \approx \omega_0$) a força de amortecimento não cancela o efeito Doppler e assim não devemos observar o confinamento de átomos. À medida que o laser é sintonizado para o vermelho da ressonância ($\omega < \omega_0$), a força de amortecimento vai aumentando até tornar-se máxima. Se deslocarmos ainda mais o laser para o vermelho a força de amortecimento começa a deixar de ser eficiente no cancelamento do deslocamento Doppler. Como conclusão o número de átomos na armadilha deve aumentar à medida que sintonizamos o laser para frequência $\omega < \omega_0$, alcançar um valor máximo e depois diminuir.

Como discutimos no Cap. III, para termos a formação de órbitas estáveis a força de vórtice deve ser, em módulo, igual à força de amortecimento (cf. Eq. (3.15)). Dessa forma, dentro do limite de validade do modelo proposto ($s < w$) podemos concluir que para um dado Δ e b fixos, o número de átomos deve aumentar com o parâmetro de desalinhamento s .

5. 3 - Estudo do comportamento do raio do anel em função dos parâmetros utilizados na armadilha magneto-ótica

5.1 - Considerações preliminares

Uma vez determinado o número de átomos aprisionados no anel e conseqüentemente a região de observação, iremos comparar os resultados experimentais obtidos com os previstos pela Eq.(3.18), que reescrevemos abaixo na forma:

$$R = \left[w^2 \left(1 - a \frac{\beta}{\Psi_0} \sqrt{\frac{\alpha}{m}} \right) - 2s^2 \right]^{1/2} \quad (5.6)$$

Onde a é um parâmetro de ajuste incluído "ad hoc" para levarmos em conta o fato que, mesmo com a filtragem espacial efetuada (cf. Seq. 3.2), o perfil do feixe laser não é perfeitamente gaussiano e também ao desbalanço de intensidade entre os feixes contrapropagantes devido às perdas por reflexão nos componentes ópticos e a absorção pelos átomos de Na na célula. Os resultados mostrados nas próximas figuras foram calculados usando os valores de α , β e Ψ_0 obtidos a partir do sistema de multiníveis, (cf. Seq. 3.5) e como parâmetro de ajuste $a=0.7$.

5.3.2 - Raio do anel em função do gradiente de campo magnético

A Fig. 5.3, mostra as distribuições de átomos aprisionados na armadilha magneto-óptica em função do gradiente de campo magnético. Observe que o raio do anel diminui à medida que aumentamos o gradiente de campo. Este comportamento é esperado uma vez que aumentando-se o gradiente de campo aumenta-se a constante de restauração, cf. Eq.(2.12), o que força o átomo a mover-se em órbitas cada vez mais próximas do centro da armadilha, até colapsar em uma nuvem de átomos.

A concordância entre os resultados experimentais obtidos e a curva teórica calculada a partir da Eq. (5.6) é mostrada na Fig. 5.4. Neste cálculo utilizamos os seguintes parâmetros $I=60\text{mW/cm}^2$, $|\Delta|=10\text{ MHz}$, $s=1.5\text{ mm}$ e $w=6\text{ mm}$.

O comportamento observado é confirmado pela análise da Eq. (3.31), cuja solução numérica em relação a três diferentes valores de gradiente de campo é mostrada na Fig. 5.5.

As curvas (a) e (b) correspondem ao caso a.II, enquanto que a curva (c) ao caso a.I, discutidos na Seç. 3.6. Neste último, a força de vórtice é ineficiente para produzir a formação de órbitas circulares e em consequência devemos observar apenas uma nuvem de átomos como mostrado na Fig.5.3e.

Devemos deixar claro que esta análise, bem como as que serão apresentadas nas próximas seções, descreve de forma apenas qualitativa os resultados observados experimentalmente.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

1.0 mm
└─┘

Fig. 5.3 - Distribuições espaciais de átomos aprisionados na armadilha magneto-óptica em função do gradiente de campo magnético. (a) $b=5\text{G/cm}$; (b) $b=7.5\text{ G/cm}$; (c) $b=10\text{G/cm}$; (d) $b=12.5\text{G/cm}$; (e) $b=15\text{G/cm}$ e (f) $b=17.5\text{G/cm}$.

Fig. 5.4 - Variação do raio do anel em função do gradiente de campo magnético. A curva teórica foi calculada para os seguintes parâmetros: $I=60\text{mW/cm}^2$, $|\Delta|=10\text{MHz}$, $s=1.5\text{ mm}$ e $w=6\text{ mm}$.

Fig. 5.5 - Solução numérica da Eq. (3.39) para três valores diferentes de gradiente de campo magnético: (a) $b=5\text{G/cm}$; (b) $b=10\text{G/cm}$ e (c) $b=15 \text{ G/cm}$.

5.3. 3 - Raio do anel em função da intensidade do laser de aprisionamento

As diferentes distribuições de átomos aprisionados em função da intensidade do feixe de aprisionamento, são mostradas na Fig. 5.6. Note que, ao aumentarmos a intensidade do laser, para um dado parâmetro de desalinhamento, observamos que ocorre uma mudança na distribuição de átomos confinados na armadilha magneto-óptica. Inicialmente para $I=24\text{mW/cm}^2$, a distribuição observada corresponde a uma nuvem de átomos. Com o aumento da intensidade do laser, esta distribuição modifica-se e passa a ter a forma de um anel. Observe ainda que o raio deste anel aumenta em função da intensidade do campo de radiação.

Na Fig. 5.7 mostramos a concordância entre os pontos experimentais obtidos da análise da Fig. 5.6 e a curva teórica expressa pela Eq. (5.6). Os valores utilizados para este cálculo foram $b=10\text{ G/cm}$, $|\Delta|=10\text{MHz}$, $s=1.5\text{ mm}$ e $w=6\text{ mm}$.

Para entendermos fisicamente este comportamento vamos nos valer mais uma vez da solução numérica da Eq. (3.31). A Fig. 5.8 nos mostra esta solução para três valores de intensidade do laser (a) $I=24\text{mW/cm}^2$, (b) $I=36\text{mW/cm}^2$ e (c) $I=60\text{mW/cm}^2$. Para o caso (a) temos que a intensidade é muito baixa de forma que a força de vórtice é insuficiente para produzir o torque sobre a nuvem de átomos como mostra a Fig. 5.8a. A medida que aumentamos a intensidade do laser, a força de vórtice vai tornando-se mais eficaz e então começamos a observar a formação de anéis, cf. Fig. 5.8 b e Fig 5.8 c.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

1.0 mm
┌───┐

Fig. 5.6 - Distribuições espaciais de átomos aprisionados na armadilha magneto-óptica em função da intensidade do feixe de aprisionamento. (a) $I=24\text{mW/cm}^2$, (b) $I=36\text{mW/cm}^2$, (c) $I=48\text{mW/cm}^2$, (d) $I=54\text{mW/cm}^2$ e (e) $I=60\text{ mW/cm}^2$.

Fig. 5.7 - Variação do raio do anel em função da intensidade do feixe de aprisionamento. Os parâmetros utilizados foram $b=10\text{G/cm}$, $|\Delta|=10\text{MHz}$, $s=1.5\text{ mm}$ e $w=6\text{mm}$.

Fig. 5.8 - Solução numérica da Eq. (3.31) em função da intensidade do laser de aprisionamento. (a) $I=24\text{mW/cm}^2$; (b) $I=36\text{mW/cm}^2$ e (c) $I=60\text{mW/cm}^2$.

5.3.4 - Raio do anel em função da dessintonia do laser de aprisionamento

O comportamento das estruturas espaciais de átomos aprisionados em função da dessintonia do laser de aprisionamento é mostrado na Fig. 5.9. Note que, quando a dessintonia ($|\Delta| = \omega_0 - \omega$) é pequena, ou seja, a frequência do laser (ω) está próxima da frequência de ressonância do átomo (ω_0), observamos apenas a formação de uma nuvem de átomos. Aumentando a dessintonia começamos a observar o surgimento de anéis. Verificamos que o raio destas órbitas aumentam em função da dessintonia. Para grandes valores de $|\Delta|$ ($|\Delta| \approx 30\text{MHz}$), embora não mostrado na Fig. 5.9, o raio torna-se muito grande ($R \approx w$) de forma que o anel fica em uma posição extremamente instável. Neste ponto qualquer flutuação em algum parâmetro da armadilha magneto-óptica faz com que o átomo espirale para fora da órbita circular estável. Para $|\Delta| > 30\text{MHz}$ não mais observamos o confinamento dos átomos. A explicação é atribuída a diminuição tanto da força de amortecimento quanto da força de restauração.

A análise do comportamento das diferentes distribuições de átomos observados feita anteriormente, pode ser melhor entendida com base na Fig. 5.10, que mostra a solução numérica da Eq. (3.31) para três diferentes valores de $|\Delta|$. Quando $|\Delta|$ é pequeno ($|\Delta| < \Gamma$) a força de aprisionamento efetiva é maior que a força de vórtice levando assim a observação de uma nuvem de átomos, cf. Fig. 5.10, o que está em concordância com o resultado mostrado na Fig. 5.9a. A medida que aumentamos a

dessintonia, embora as duas forças diminuam (cf. Fig. 5.10b e Fig. 5.10c), começamos a observar a formação de anéis. Isto se deve ao fato, como já mencionamos, que aumentando-se a dessintonia reduz-se mais a força de confinamento efetiva e em consequência a reação ao torque efetuado pela força de vórtice.

A Fig. 5.11, mostra a correspondência entre os pontos experimentais obtidos da análise da Fig. 5.9 e a curva teórica dada pela Eq. (5.6). Os parâmetros utilizados foram $I=60\text{mW/cm}^2$, $s=1.5\text{ mm}$ e $w=6\text{ mm}$.

(a)

(b)

(c)

(d)

1.0 mm
└─┘

Fig. 5.9 - Distribuições espaciais de átomos aprisionados na armadilha magneto-óptica em função da dessintonia do feixe de aprisionamento. (a) $|\Delta| = 5$ MHz; (b) $|\Delta| = 10$ MHz; (c) $|\Delta| = 20$ MHz e (d) $|\Delta| = 25$ MHz.

Fig. 5.10 - Solução numérica para a Eq. (3.39) em função da dessintonia do laser de aprisionamento. (a) $|\Delta| = 5\text{MHz}$; (b) $|\Delta| = 10\text{ MHz}$ e (c) $|\Delta| = 20\text{ MHz}$.

Fig. 5. 11 - Variação do raio do anel em função da dessintonia dos feixes de aprisionamento. A curva teórica foi calculada utilizando os seguintes parâmetros: $I=60\text{mW/cm}^2$, $b=10\text{ G/cm}$ e $s=1.5\text{mm}$.

5.3.5 - Raio do anel em função do parâmetro de desalinhamento s

A Fig. 5.12, mostra o comportamento do raio dos anéis obtidos em função do parâmetro de desalinhamento. Observamos que aumentando-se o desalinhamento dos feixes, o raio das órbitas aumenta de forma quase linear. A explicação para este comportamento é a seguinte: uma vez que a força de aprisionamento efetiva independe do desalinhamento, a variação do raio do anel é determinada apenas pela força de vórtice, que aumenta em função deste parâmetro dentro do intervalo de validade do modelo em consideração (cf. Eq. (3.13)). Este resultado é confirmado pela análise da Eq. (3.31) mostrada na Fig. 5.13. Na Fig. 5.14 mostramos a comparação entre os resultados experimentais e a Eq. (5.6).

A investigação da região $s \geq w$, que nos possibilitaria comprovarmos as previsões obtidas da análise do diagrama de fase mostrado na Fig. 3.7, não foi possível devido ao fato que utilizamos nas janelas da célula um colimador ($\phi=14\text{mm}$). Isto foi feito para evitarmos o espalhamento da radiação e a deposição de Na na parte interna das janelas, durante o processo de carregamento da armadilha magneto-óptica. Em outras palavras, a presença deste colimador limitou a variação do parâmetro de desalinhamento em nosso experimento.

(a)

(b)

(c)

1.0 mm
┌──┐

Fig.5.12 - Distribuição de átomos aprisionados na armadilha magneto-óptica em função do parâmetro de desalinhamento. (a) $s=1.5\text{mm}$; (b) $s=1.8\text{ mm}$ e (c) $s=2.2\text{mm}$.

Fig. 5.13 - Solução numérica da Eq. (3.31) em função do parâmetro de desalinhamento. (a) $s=1.5mm$; (b) $s=1.8mm$ e (c) $s=2.2mm$.

Fig. 5.14 - Variação do raio do anel em função do desalinhamento dos feixes de aprisionamento. A curva teórica foi calculada utilizando-se os seguintes valores: $I=60\text{mW/cm}^2$, $b=10\text{G/cm}$ e $|\Delta|=10\text{MHz}$.

5.4 - Estimativa da temperatura dos átomos nos anéis

Quando da discussão do diagrama de fase apresentado na Seq.3.6, afirmamos que a presença da força de vórtice faz com que o átomo, movendo-se em uma trajetória circular, seja acelerado até sua velocidade tornar-se grande o suficiente de forma que esta força seja igual a força de amortecimento. Em outras palavras, a energia adicionada ao átomo pela força de vórtice é removida pela força de amortecimento. Dessa forma, devemos esperar que os átomos nos anéis tenham uma temperatura maior do que a obtida para a estrutura tipo nuvem. Considerando a região onde a força de confinamento da radiação é desprezível podemos estimar a temperatura medindo a largura do anel. Das Eqs.(3.14) e (3.15) com $N' \approx 0$ e $v = \omega r$, temos que a largura do anel δr relaciona-se com a difusão da velocidade tangencial δv através da relação:

$$\delta v = \left(\frac{\alpha \beta}{m \Psi(R)} \right) \delta r \quad (5.7)$$

Usando o teorema da equipartição, obtemos que a temperatura do átomos nos anéis pode ser estimada a partir da relação:

$$T \approx \frac{1}{k_B m} \left[\frac{\alpha \beta \delta r}{\Psi(R)} \right]^2 \quad (2.8)$$

Note então que, quanto maior for o desalinhamento, maior será a temperatura dos átomos nos anéis. De acordo com a Figs. 5.3, 5.6, 5.9 e 5.12, a largura do anel observado é da ordem de $\delta r \approx 1.0 \text{ mm}$. Substituindo os parâmetros experimentais utilizados encontramos que a temperatura dos átomos é de aproximadamente $T = 1.4 \text{ mK}$. Este valor é cerca de três vezes maior que o obtido quando os feixes estão alinhados. Como conclusão temos que devido à presença da força de vórtice a força de amortecimento (e consequentemente a taxa de espalhamento de fótons) aumenta levando a um aumento na temperatura dos átomos.

VI - Conclusões

Podemos destacar como as principais contribuições deste trabalho: (i) o aprisionamento e observação de estruturas espaciais de átomos de Na aprisionados diretamente a partir do vapor atômico contido em célula à temperatura ambiente; (ii) a explicação através de um modelo teórico simples, do processo de formação destas estruturas; e (iii) o estudo sistemático do comportamento do raio das órbitas estáveis observadas com relação aos parâmetros experimentais utilizadas na armadilha magneto-óptica.

No primeiro caso, confirmamos a hipótese de Cable e colaboradores¹⁾ de que o princípio de aprisionamento de átomos na armadilha magneto-óptica independe da temperatura da célula ou em outras palavras da densidade inicial do vapor. Entretanto, como mostra a Fig. 3.2, verificamos que o número N de átomos aprisionados no anel aumenta em função da temperatura, para o intervalo investigado. Isto é devido ao fato que a pressão em nossa célula é superior a 10^{-8} Torr, o que faz com que o número de átomos dependa da densidade do vapor, como discutido na Seq. 2.5.1.

Para a célula à temperatura ambiente, o número de átomos aprisionados nos anéis observados foi da ordem de $N \approx 10^5$. Estudamos o comportamento deste número em função de alguns parâmetros experimentais. Os resultados obtidos com respeito à variação do parâmetro de saturação e do gradiente de campo magnético estão em boa concordância com os obtidos a partir das Eqs. (5.3) e (5.5), mesmo sendo estas aproximadas. O

comportamento do número de átomos no anel em função destes parâmetros é, como já mencionamos no Cap. V, qualitativamente igual ao comportamento da nuvem de átomos, embora nesta última configuração este número é maior cerca de uma ordem de grandeza em relação à primeira. A explicação para este fato é atribuída à diminuição tanto na eficiência do mecanismo de resfriamento quanto no processo de captura quando os feixes de aprisionamento estão desalinhados.

No segundo caso, mostramos a partir de um modelo simples que leva em conta tanto a força de vórtice, originária do desalinhamento dos feixes de aprisionamento no plano xy, quanto a força de confinamento da radiação, devido ao efeito coletivo entre átomos aprisionados, que a formação de estruturas circulares estáveis é conceitualmente diferente em duas regiões. Este resultado vem solucionar uma aparente controvérsia existente na literatura (2,3) sobre qual mecanismo é dominante no processo de formação de órbitas estáveis, pois de acordo com a Ref.(2) este processo é atribuído significativamente à força de confinamento da radiação, enquanto que na Ref.(3) os autores afirmam que a força de vórtice é dominante e responsável pelo processo de formação das estruturas espaciais.

O modelo apresentado na Seq.3.3 foi desenvolvido mediante algumas simplificações. Negligenciando a anisotropia da armadilha, devido ao perfil não uniforme de intensidade (gaussiano no caso), supomos um átomo movendo-se em uma trajetória circular. Esta hipótese é válida para valores de $R, s \ll w$ e permite-nos negligenciar a dependência com a coordenada

angular tanto da força de restauração quanto da força viscosa. Devido à consideração acima, efetuamos uma média sobre todos os possíveis ângulos que o átomo pode assumir no plano. Isto nos possibilitou escrever a força de vórtice dependente da coordenada radial na forma dada pela Eq.(3.13). Levando em conta o efeito de todas as forças que agem sobre o átomo derivamos a Eq.(3.12) que é a equação geral de movimento do átomo movendo-se em uma órbita estável.

A partir da Eq.(3.12) estudamos o comportamento do raio dos anéis em função do número de átomos aprisionados para determinarmos quando a força de confinamento da radiação (efeito coletivo entre átomos) torna-se importante. A solução numérica da Eq.(3.12) para vários parâmetros de desalinhamento é mostrada na Fig.(3.2). Com base nesta solução concluímos que existem duas regiões onde o mecanismo de formação de órbitas estáveis é atribuído à processos diferentes.

Se o número N de átomos aprisionados for maior que 10^7 , observa-se, que o raio da órbita circular depende fortemente de N . Esta forte dependência faz com que a força de restauração efetiva, cf. Eq.(3.12), seja bastante diminuída e assim os átomos ficam fracamente ligados ao centro da armadilha. Logo, basta um pequeno desalinhamento entre os feixes de aprisionamento para que a nuvem de átomos modifique-se levando à observação de anéis. Neste caso a força de confinamento da radiação é dominante no processo de formação dos anéis como afirmado por Walker e colaboradores.⁽²⁾

Para $N < 10^7$ verificamos que o raio do anel praticamente independe do número de átomos aprisionados, ou seja, nesta

região a força de confinamento da radiação é desprezível no processo de formação de órbitas estáveis. Esta análise confirma os resultados obtidos por nós neste trabalho e por Bagnato et. al.⁽³⁾ Dessa forma, utilizando apenas a força de vórtice, que depende significativamente da coordenada radial, conseguimos explicar a formação de órbitas circulares estáveis como resultado do torque produzido por esta força sobre a nuvem de átomos. Assim, esta análise teórica simplificada esclarece a controvérsia existente na literatura sobre a origem da formação dos anéis de átomos na armadilha magneto-óptica. Infelizmente devido ao fato deste modelo não levar em conta a largura dos anéis, não podemos obter o resultado discutido na Sec.3.4 sobre o comportamento das estruturas espaciais quando o número de átomos aprisionados for maior que 10^8 .

No terceiro caso, uma vez determinada a região em que estamos trabalhando ($N \approx 10^8$), utilizamos a Eq. (3.18) para obter a correspondência, entre os resultados experimentais, referentes ao estudo sistemático da variação do raio do anel em função dos parâmetros utilizados na armadilha, e os previstos pelo modelo apresentado.

Os resultados obtidos a partir da variação do raio do anel em função do gradiente de campo magnético, intensidade dos feixes de aprisionamento, dessintonia e desalinhamento são mostrados nas Figs. (5.4), (5.7), (5.11) e (5.14), respectivamente. Ao nosso conhecimento estes são os primeiros resultados que mostram o comportamento dos anéis em relação a estes parâmetros experimentais.⁽⁴⁾ Observamos uma boa concordância entre os resultados teóricos e experimentais,

mesmo considerando todas as simplificações contidas no modelo desenvolvido na Seq. 3.3.

Apresentamos na Seq. 3.6, com base em um trabalho anterior feito por Bagnato et. al⁽⁵⁾, como obter a partir da análise da força de vórtice um diagrama de fase que nos permite saber sob condições específicas, que estrutura espacial de átomos aprisionados devemos observar. Também, utilizando esta análise, descrevemos na Seq. 5.3, de forma apenas qualitativa, o comportamento observado do raio do anel em função dos parâmetros experimentais.

A extensão mais importante, sob o meu ponto de vista, do estudo apresentado neste trabalho é a possibilidade de sua aplicação no desenvolvimento da área de litografia com feixes de átomos neutros, que tem recebido muita atenção nos últimos anos.⁽⁶⁾

Uma outra extensão está na comprovação experimental das previsões efetuadas no Cap. III, acerca do comportamento das estruturas espaciais a ser observado quando o número de átomos aprisionados for maior que 10^7 . Como teremos neste caso uma densidade maior que 10^{10} cm^{-3} podemos também investigar os processos colisionais que ocorrem entre os átomos confinados nas diferentes distribuições espaciais.

Referências

- (1) - A. Cable, M. Prentiss and N. Bigelow, Opt. Lett. **15**, 507 (1990)
- (2) - T. Walker, D. Sesko and C. Wieman, Phys. Rev. Lett. **64**, 408(1990)
- (3) - V.S. Bagnato, L.G. Marcassa, M. Oriá, G. I. Surdutovich and S.C. Zílio, Laser Phys. **2**, 172(1992)
- (4) - I. Guedes, M.T. de Araujo, D.M.B.P. Milori, G. I. Surdutovich, V.S. Bagnato and S.C. Zílio, submetido ao J. Opt. Soc. Am. B
- (5) - V.S. Bagnato, L.G. Marcassa, M. Oriá, G.I. Surdutovich, R. Vitlina and S.C. Zílio, Phys. Rev. A (novembro/1993)
- (6) - M. Prentiss, G. Timp, N. Bigelow, R.E. Behringer and J. E. Cunningham, Appl. Phys. Lett. **60**, 1027(1992)

ANEXO

Trabalho submetido ao J. Opt. Soc. Am. B (setembro de 1993)

Forces acting on magneto-optically trapped atoms

*I. Guedes, M. T. de Araujo, D. M. B. P. Milori, G.I. Surdutovich,
V. S. Bagnato and S. C. Zilio*

Instituto de Física e Química de São Carlos
Universidade de São Paulo
Caixa Postal 369, 13560-970 São Carlos, SP, Brazil

Abstract

We investigated how the size of ring-shaped clouds of cold, magneto-optically trapped sodium atoms depends on the trapping parameters: magnetic field gradient, laser intensity, detuning and misalignment. The experiments were carried out in the low density regime ($N < 10^6$ atoms) and the ring radius was shown to be independent of the number of trapped atoms. The results are explained with a simple model including a coordinate-dependent vortex force and the usual magneto-optical trap forces.

1. INTRODUCTION

In the past few years, several methods to manipulate the motion of atoms using radiation pressure have been developed. Among these techniques, the confinement of neutral atoms by laser fields has become an important tool for the development of new applications in atomic spectroscopy. There are two main possibilities for such confinement: induced force light traps¹ and spontaneous force light traps². Although the induced force light trap was demonstrated first, spontaneous force traps have received more attention and are associated with a greater number of applications. The possibility of using the spontaneous force to build light traps was pointed out by Pritchard et al² and the magneto-optical trap (MOT) was demonstrated one year later³. This trap consists of three mutually orthogonal, retro-reflected laser beams intersecting at the center of a quadrupolar magnetic field, generated by a pair of coils carrying opposite currents. At the center, the field is zero and changes linearly in all directions. The Zeeman splitting of the atomic levels and the use of convenient laser beams polarizations produce a spatially dependent light force whose net effect is to restore the atomic position to the trap center. The use of a red detuning produces a viscous force in addition to the restoring one and thus, an atom trapped in a MOT undergoes an overdamped harmonic motion². Owing to the spontaneous emission, the atom suffers a diffusion in momentum space and as consequence it acquires a finite temperature, typically of the order of 0.5 mK. Due to the thermal motion, the cloud of trapped atoms spreads out with a Gaussian-shaped density distribution, as given by the solution of the Fokker-Planck equation for a damped harmonic oscillator. This is the behavior of the cloud for a relatively small number of trapped atoms ($N \leq 10^5$ atoms). In this ideal gas regime, as more atoms are loaded into the trap, the size of the cloud remains the same while the density increases. For a larger number of atoms ($N \geq 10^6$ atoms), repulsive forces caused by the reabsorption of scattered photons (radiation trapping) lead to an increase in the cloud size while the density remains constant⁴. In

this regime, a Coulomb-like force has to be introduced in the equation of motion for an atom in the magneto-optical trap⁵.

The picture presented above assumes that each pair of laser beams is well aligned with respect to the retro-reflection. In this case, the stable spatial distribution presents a spherical shape. On the other hand, when the trapping beams are slightly misaligned such that they form a racetrack configuration in a plane and the orthogonal beam remains retro-reflected, different spatial distributions can be observed. In experiments with trapped cesium atoms, stable ring structures with central cores were reported⁴. Later, rings without the central core were observed in Cs⁵ as well as in trapped Na atoms⁶. In order to explain the stability of the Cs ring plus core structure, Walker et al⁴ proposed a model where in addition to the usual MOT forces, the radiation trapping force from the inner core and a force related to the local imbalance between the beams due to the misalignment could produce circular orbits at a given radius. In this case, the ring radius must be proportional to the cubic root of the number of atoms in the central core. Later, to explain the observation of configurations without the central core, the authors generalized their model by taking into account the radiation pressure from atoms in the ring⁵. With this consideration, the ring radius must be proportional to $N^{1/3}$, where N' is the effective number of atoms that provide the repulsive radiation trapping force, defined in the next section. On the other hand, the ring structures observed in Na by Bagnato et al⁶ were achieved with a relatively small number of atoms ($N \cong 10^5$ atoms), in a regime where the radiation trapping force is negligible. Besides, the ring radius did not show any dependence on the number of trapped atoms. In order to explain these results, a model based on a coordinate-dependent vortex force (CDVF) acting on each individual atom was proposed⁶ and later extended to explain different spatial distributions (ball, ring and ring with a central core) of atoms in the MOT⁷. This model does not use any assumptions about radiation trapping forces but only takes into account the fact that the Gaussian laser beam profile, together with the misalignment, produce a macroscopic vortex force with a

strong radial dependence which is enough to stabilize a circular orbit in a broad range of parameters.

There seems to exist a contradiction between these two models presented in the literature. One of the aims of the present work is to show that this contradiction is just apparent. In the ideal gas regime the ring radius depends strongly on the size of the misalignment but not on the number of atoms while in the case of larger number of atoms, the radiation trapping mechanism predominates such that the ring radius depends on the number of atoms. In order to prove the existence of a regime where the radiation trapping force is not relevant, we carried out measurements showing that the ring radius depends on the number of trapped atoms for $N < 10^6$. We also measured the radius as a function of several of the trapping parameters such as the magnetic field gradient, laser intensity, misalignment and detuning and the results obtained are well described by the CDVF model. In Section 2 we present some theoretical considerations on the forces acting on magneto-optically trapped atoms, in Section 3 a brief description of the experimental apparatus is made, and in Section 4, the experimental data are compared with the results of the theoretical calculation based on the CDVF model.

2. THEORY

A. Forces in the MOT

Let us consider N atoms in a stable ring-shaped spatial distribution of radius r and negligible thickness in a MOT where the trapping laser beams are misaligned by s in the xy plane shown in Fig. 1. The beams in the z -axis are considered to be exactly

counter-propagating. It is well established that a given atom in the ring is subjected to a motion described by the equation⁵:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -K\vec{r} - \gamma \frac{d\vec{r}}{dt} + \frac{\alpha N'}{r^2} \hat{r} + \xi(r) \hat{z} \times \vec{r} \quad (1)$$

The first two terms in the right-hand side represent the damped-harmonic trapping force as discussed previously^{2,3}. The spring constant K , produced by the laser beams and the Zeeman shifts of the atomic energy levels, is given for a two-level system by:

$$K = \frac{16\hbar k \Gamma \Delta \Omega_0^2 (d\omega / dx)}{4\Delta^2 + \Gamma^2 + 12\Omega_0^2} \quad (2)$$

where Ω_0 is the Rabi frequency for each beam, $k = 2\pi/\lambda$ is the magnitude of the wave vector, Δ is the detuning between the laser frequency and the atomic frequency, Γ is transition natural linewidth ($\Gamma/2\pi = 10$ MHz for sodium) and $(d\omega/dx)$ is the change of the atomic transition frequency due to the magnetic field. On the other hand, the damping constant γ due to the Doppler shift is $\gamma = kK / (d\omega / dx)$. Both the spring and damping constants are obtained by expanding the denominator of the spontaneous force expression⁸ for low velocities and magnetic field gradients. The extra factor 6 in front of the usual $2\Omega_0^2$ term in the denominator assumes that all laser beams contribute equally to the saturation process, in the case of small misalignments.

The third term in the right-hand side of Eq. (1) arises from the strong long-range coupling between the atoms due to the reabsorption of scattered photons (radiation trapping) and from the attenuation of the trapping beams as they are absorbed by the trapped atoms. In the case of a ring with a central core, N' is the effective number of atoms providing the repulsive radiation trapping force F_r and is given by⁵:

$$N' = N \left[\eta_c + \frac{\eta_r \ln(2\eta_r N / \pi)}{2\pi} \right] \quad (3)$$

where $\eta_c N$ and $\eta_r N$ are respectively the number of atoms in the central core and in the ring. Since we are assuming here a ring without the core, we have $\eta_c = 0$ and $\eta_r = 1$. As discussed by Sesko et al⁵ and Steane et al⁹, the strength of the repulsive force is related to the cross-section σ_L for absorption of photons from the laser field and to the cross-section σ_R for an atom to absorb reradiated photons, according to:

$$\alpha = \frac{I \sigma_L^2 (\sigma_R / \sigma_L - 1)}{4\pi c} \quad (4)$$

where I is the laser intensity and c is the speed of light. The value of α is quite sensitive to the experimental conditions and the model used to calculate it. Finding α implies in the solution of two extremely complex problem of calculating the emission and absorption spectra of a multi-level atom in the saturating field of three standing waves. Nevertheless, by employing the approximate two-level approach of reference 9 (Eq. 29) we can estimate the parameter α as 5.10^{-36} J.m and this value was used in the calculations presented in Section 2.C.

The last term in the equation of motion is the macroscopic vortex force F_v . It deserves a special consideration because it is responsible for the ring formation in the ideal gas regime. Although it is introduced with some details in the next Section, we will present a brief description here of how it acts on the trapped atoms. Let us consider a particular atom in the ring shown in Fig. 1. In order to simplify the analysis, let us choose the atom to be on the positive branch of the x-axis at a distance r from the origin. Any other position on the ring is equivalent to this one if the atom is close to the trap center such that the trap anisotropy can be neglected. Since the trapping lasers are misaligned and their transverse profiles are Gaussians, the beam going to the +y direction will exert a stronger force on the atom than the beam going to the -y

direction. As a consequence, the atom is accelerated in the +y direction, tangentially to the trajectory, giving rise to a circular motion.

B. Coordinate-dependent Vortex Force

The main difference between the coordinate-dependent vortex force given in reference 6 and the one introduced phenomenologically by Sesko et al⁵ is the explicit dependence of the force magnitude on r due to the Gaussian profile of the laser beam. Without such dependence, the vortex force cannot produce stable rings in the regime where the radiation trapping force is negligible. As discussed above, the vortex force arises due to an imbalance between the two spontaneous forces acting in opposite directions in the case of misaligned Gaussian laser beams. In order to find an expression for this force, the Gaussian profile is included in the spontaneous force such that:

$$\Omega_{\pm x}^2(y, s) = \Omega_0^2 \exp\{-2(y \pm s)^2 / w^2\} \quad (5)$$

for the beams going to the +x and -x directions. Here, $2w$ is the laser beam waist. Considering $y, s < w$ and expanding the exponential of the spontaneous force up to the first order in s , we obtain the net force in the x direction due to the misalignment as $F_{vx} = -\xi(y)y$, where $\xi(y) = \xi_0 \exp\{-2(y^2 + s^2) / w^2\}$ and

$$\xi_0 = \frac{8\hbar k \Gamma (s / w^2) \Omega_0^2}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + 12\Omega_0^2]} \quad (6)$$

A similar analysis for the y-component of the vortex forces yields $F_{vy} = \xi(x)x$ and $\xi(x) = \xi_0 \exp\{-2(x^2 + s^2)/w^2\}$. Therefore, by using polar coordinates, the CDVF can be written as $\vec{F}_v = \xi(r)\hat{k}x\vec{r}$, where $\xi(r) = \xi_0 \exp\{-(r^2 + 2s^2)/w^2\}$ and $\langle x^2 \rangle = \langle y^2 \rangle = r^2/2$ is an average over all possible angles the atom can assume in the plane. As in reference 7, we are neglecting here any trap anisotropy which could produce a spatial dependence on K and γ .

C. Formation of Stable Orbits

Since we are considering a stable circular orbit of radius r and negligible thickness, the conditions $\dot{r} = \ddot{r} = 0$ and $\dot{\theta} = \omega = \text{constant}$ must be fulfilled. Therefore, the equations of motion in the radial and tangential directions, derived from Eq. (1) are given respectively by:

$$m r \omega^2 = \left(K - \frac{\alpha N'}{r^3} \right) r \quad (7)$$

$$\gamma r \omega = \xi(r) r \quad (8)$$

The radiation trapping force in Eq. (7) has the effect of softening the MOT spring constant with a trend of increasing the orbit radius. On the other hand, Eq. (8) states that the atom is accelerated by the vortex force until its velocity becomes large enough such that the vortex force is exactly balanced by the damping force. In the stable trajectory, the work done by the vortex force is dissipated by damping, leading to an increase in the temperature of the trapped atoms, when compared to the case of

aligned beams (no vortex force). From Eq. (7) one obtains an expression for the radius of the stable ring trajectory as:

$$r = \left[\frac{\alpha N'}{K - m\omega^2(r)} \right]^{1/3} \quad (9)$$

Although this expression is similar to the one given in reference 5, it has the important feature that the orbital frequency $\omega(r) = \xi(r)/\gamma$, as given by Eq. (8), depends on the radius and misalignment due to the Gaussian profile of the laser beam. Fig. 2 shows how the ring radius given by Eq. (9) changes as a function of the number of trapped atoms for a few different misalignments. For these calculations and those presented in the next Section we have summed over all the Zeeman sub-levels in order to evaluate K , γ and ξ_0 , as done in reference 10 and using data of reference 11. Two different regimes can be observed in these plots: (i) for $N < 10^6$, the vortex force predominates and the ring radius does not depend on N but depends on the misalignment s , and (ii) for $N > 10^8$, the radiation trapping force plays the dominant role and the ring radius depends strongly on N . In the intermediate region $10^6 < N < 10^8$ neither of the two forces can be neglected when evaluating the ring radius. The present analysis assumes a ring without width. When a finite width is considered, the radiation trapping force from the outer part of the ring compresses the inner atoms, forcing them to go to the center. Therefore, the ring width should increase and it is even possible that for a given N of the intermediate region, a transition from a ring structure to a ring plus core happens. On the other hand, the CDVF is sufficient by itself to explain this sort of transition in the ideal gas regime.

The above discussion elucidates the apparent discrepancy between the models existing in the literature. In Section 4, we present experimental results which prove the existence of the region where the radiation trapping force is negligible in explaining the stable circular orbit.

3. EXPERIMENTAL APPARATUS

The apparatus for this experiment consists of a Zeeman-shift spontaneous-force trap², which captures sodium atoms from a vapor cell, similarly to the case of cesium atoms previously reported¹². Three orthogonal retro-reflected laser beams with $w = 6$ mm and carrying opposite circular polarizations intercept in a region with a magnetic field varying linearly with the displacement from the origin, defined as the point where the beams intercept. The field is produced by a pair of anti-Helmholtz coils and is characterized by a gradient of 0.5 G/(cm.A) in the xy plane. The source of atoms for this trap comes from the low velocity tail of the atomic vapor present in the vacuum chamber, which has a density of $2.10^9/\text{cm}^3$ at 90°C ¹³. In order to minimize collisions between trapped sodium atoms and foreign molecules the background gas pressure is kept below 10^{-8} Torr. The beam provided by an actively stabilized dye laser is tuned to the $3S_{1/2} (F=2) \rightarrow 3P_{3/2} (F'=3)$ transition (sodium D_2 line). All laser beams carry an electro-optically generated sideband frequency at 1712 MHz, which works as a repumper for atoms that are optically pumped to the $3S_{1/2} (F=1)$ ground state.

When all trapping beams are well aligned with respect to the retro-reflection and to the magnetic field and the laser is tuned about 10 MHz below the resonance, an almost spherical cloud of trapped atoms is observed at the trap center. By using a calibrated photomultiplier tube and taking into account that the number of spontaneously emitted photons is proportional to the number of trapped atoms¹⁰, we estimate to have 10^6 trapped atoms for a laser intensity of 60 mW/cm^2 and a magnetic field gradient of 10 G/cm . On the other hand, when the laser beams contained in the xy plane (perpendicular to the axis of the coils) are misaligned as shown in Fig. 1, the formation of ring structures are observed. In this ring configuration, the maximum number of trapped atom, achieved at optimum trapping conditions, was found to be approximately $5 \cdot 10^5$, well below the radiation trapping regime shown in Fig. 2. The ring radius can then be measured with a calibrated survey telescope as a function of

several of the trap parameter and to be compared to the vortex force model. The next Section presents the results of these measurements and how they compare with the theoretical model.

4. RESULTS

A. Ring Radius as a Function of the Number of Trapped Atoms

In order to prove the existence of a regime where the CDVF predominates, we have carried out measurements showing that the ring radius does not depend on the number of trapped atoms for $N < 5 \cdot 10^5$ atoms. The experiment consists in obtaining a good ring structure for the trap operating at a high vapor temperature (90 - 100°C) and through a slow decrease of the cell temperature (about 10°C/hour) to around 22°C try to observe any changes in the atomic spatial distribution. A VCR film was recorded during the whole experiment and after that it was registered with photography. During the whole observation (about 9 hours) the laser (frequency and intensity) and the magnetic field were unchanged. Only the vapor temperature, and consequently the number of trapped atoms, decreased as experimentally observed. The results for ring structures observed at 90°C, 70°C and 30°C are shown in Fig. 3. As the temperature decreases, it is evident that the fluorescence decreases very strongly, but the geometrical structure does not change appreciably. This result indicates that the number of atoms present in the ring has little influence on the geometrical parameters of the atomic distribution. From our estimate, the total variation in the number of atoms in the ring structure should affect the ring radius by a factor of 5 if the radiation trapping force was the dominant mechanism in the ring formation.

A second convincing experiment was carried out by observing the ring structure variation during the charging time of the trap. The experiment was done by blocking all trapping laser beams simultaneously, unblocking them and observing the time evolution of the ring. At 30°C, the charging time is of the order of 3s and during this time the total number of trapped atoms increases from zero to the steady state value ($N \sim 5 \cdot 10^5$ atoms), corresponding to several orders of magnitude variation of N . Using a VCR camera we recorded the time evolution of the ring and later measured the ring radius as a function of the time. The results are presented in Fig. 4. During the charging process the intensity of the trap fluorescence increases very much, but the radius of the ring stood unchanged. This seems to be a conclusive evidence about the independence of the ring structure on the number of atoms in the ideal gas regime.

B. Dependence of the Ring Radius on the Trap Parameters

The theory presented in Section 2 predicts the ring radius to be given by Eq. (9). However, in the case of an ideal gas, we may neglect the radiation trapping force given by the second term in the right-hand side of Eq. (7) and, thus, the condition for a stable orbits is $\xi(r) = \gamma\omega = \gamma\sqrt{K/m}$. Since $r, s < w$, we may expand the exponential in the expression for $\xi(r)$ and the ring radius will be given by:

$$r = \left[w^2 \left(1 - \frac{ay}{\xi_0} \sqrt{\frac{K}{m}} - 2s^2 \right) \right]^{1/2} \quad (10)$$

where a is a fitting parameter which takes into account the fact that the laser beam profile is not perfectly Gaussian and also the intensity imbalance between pairs of counter-propagating laser beams due to reflection losses and absorption by sodium

atoms in the cell. The results shown in the next figures are best fitted for $a = 0.7$ when the Zeeman multilevel system is employed.

Fig. 5 shows that the ring radius decreases with the magnetic field gradient. This is expected because an increase in dB/dx produces a trap with a stronger spring constant which forces the atom to orbitate closer to the origin. The radiation trapping model also predicts this sort of behavior. However it does not explain the change of the ring radius as a function of the misalignment shown in Fig. 6. According to that model, the radius should diverge as s gets close to $\sqrt{K/m}$. On the other hand, the vortex force model predicts a behavior shown by the solid line curve of Fig. 6, which fits well the experimental data and can be understood by considering the Gaussian shape of $\xi(r)$. The initial increase of r is based on the fact that ξ_0 increases linearly with s . When s is further increased, the spatial dependence of $\xi(r)$ limits the vortex force and the radius increase is very slow. Unfortunately, due to limitations in the size of the vacuum chamber windows, we could not obtain any results for values of s larger than 2.2 mm.

The variation of the ring radius with the laser intensity and detuning are shown in Fig. 7 and 8, respectively. Even with the approximations used to obtain the equation for the ring radius, we observe a good agreement between the experimental data and the theoretical curve which lead us to conclude that the CDVF model is by itself adequate to explain our results.

C. Estimate of the Temperature of Atoms in the Ring

Since the vortex force does work on the atoms of the ring and this work is dissipated by the damping, one should expect a temperature somewhat higher than the one obtained in the case of aligned beams. In the range where the radiation trapping force is negligible, this temperature can be estimated by measuring the ring width.

From Eq. (7) and (8), with $N' \approx 0$ and $v = \omega r$ one obtain that the ring width δr is related to the spread δv of the tangential velocity according to $\delta v = (K\gamma / m\xi_0)\delta r$.

Using $\delta v = (\langle v^2 \rangle - \langle v \rangle^2)^{1/2} \cong (k_B T / m)^{1/2}$, we obtain:

$$T \cong \frac{1}{k_B m} \left(\frac{K\gamma \delta r}{\xi_0} \right)^2 \quad (11)$$

For a typical measurement where $I = 60 \text{ mW/cm}^2$, $\Delta = -10 \text{ MHz}$, $s = 1.5 \text{ mm}$ and $dB/dx = 10 \text{ G/cm}$, we observed a ring width of about 1.0 mm and from Eq. (11), the temperature is estimated to be 1.4 mK . This is about three times larger than what is achieved with aligned beams². The presence of the vortex force gives a tangential velocity to the atom, the damping due to the Doppler cooling increases and so does the photon scattering rate, leading to the increase in temperature.

5. CONCLUSIONS

The main conclusion of this work is the existence of two regions responsible for the stabilization of ring structures in misaligned magneto-optical traps. When the number of trapped atoms is relatively small, the ring has its origin in a coordinate-dependent vortex force and in this case, the radius depends strongly on the misalignment. In contrast, the radius depends strongly on the number of trapped atoms when this is large enough. In this region, the radiation trapping force prevails, as observed for Cs atoms^{4,5}. Further work is necessary to verify a possible transition from the ring to the ring plus core structures. We have shown the existence of the region governed by the vortex force by verifying the independence of the ring radius on the number of trapped sodium atoms. Besides, the behavior of the radius as a function of

several trapping conditions is well described by considering only the vortex force and neglecting the radiation trapping force. The model presented here neglects the trap anisotropy and the approximations leading to Eq. (10) are not reasonable for $r, s \sim w$. Effects involving sub-Doppler cooling, as recently pointed out¹⁴, seem to have little influence here; however the extent of their contribution remains to be studied.

ACKNOWLEDGEMENTS - This work was supported by FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo). The authors would like to thank L.G. Marcassa and C.F.M. Faria for helpfull discussions and J. Weiner for a critical reading of the manuscript.

References

1. S. Chu, J. Bjorkholm, A. Ashkin and A. Cable, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 314 (1986).
2. D. Pritchard, E. Raab, V. Bagnato, C. Wieman and R. Watts, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 310 (1986).
3. E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu and D. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987).
4. T. Walker, D. Sesko and C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 408 (1990).
5. D. Sesko, T. Walker and C. Wieman, *J. Opt. Soc. Am. B* **8**, 946 (1991).
6. V. S. Bagnato, L. G. Marcassa, M. Oriá, G. I. Surdutovich and S. C. Zilio, *Laser Phys.* **2**, 172 (1992).
7. V. S. Bagnato, L. G. Marcassa, M. Oriá, G. I. Surdutovich, R. Vitlina and S. C. Zilio, "Spatial Distribution of Atoms in a Magneto-Optical Trap", *Phys. Rev. A* (in press).
8. A. P. Kazantsev, G. I. Surdutovich and V. P. Yakovlev, "Mechanical Action of Light on Atoms", World Scientific, Singapore, 1990, p. 266.
9. A. M. Steane, M. Chowdhury and C. Foot, *J. Opt. Soc. Am. B* **9**, 2142 (1992).
10. K. Lindquist, M. Stephens and C. Wieman, *Phys. Rev. A* **46**, 4082 (1992).
11. P. M. Farrel, W. R. MacGillivray and M. C. Standage, *Phys. Rev. A* **37**, 4240 (1988).
12. C. Monroe, W. Swann, H. Robinson and C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1571 (1990).
13. W. Fairbank, T. Hänsch and A. Schawlow, *J. Opt. Soc. Am.* **65**, 199 (1975).
14. A. Steane and C. Foot, *Europhys. Lett.* **14**, 231 (1991).

Figure Captions

Fig. 1 - Schematic representations of the laser beams misalignment in the xy plane and of the forces acting on an atom in a stable ring of radius r . The radiation trapping force F_r leads to a softening of the spring constant while the vortex force F_v is balanced by the damping force.

Fig. 2 - Calculation of the ring radius as a function of the number of trapped atoms for different misalignments. We used $I = 60 \text{ mW/cm}^2$, $\Delta = -7 \text{ MHz}$, $w = 6 \text{ mm}$, $I_s = 5 \text{ mW/cm}^2$ and $dB/dx = 10 \text{ G/cm}$.

Fig. 3 - Visual observation of the ring structure for a cell temperature of (a) 90°C , (b) 70°C and (c) 30°C . The experimental conditions used for this experiment are: $s = 1.2 \text{ mm}$, $\Delta \sim -20 \text{ MHz}$, $dB/dx = 10 \text{ G/cm}$ and $I = 20 \text{ mW/cm}^2$ (for each beam).

Fig. 4 - (a) Observed ring radius during the charging time at 30°C , $\Delta \sim -20 \text{ MHz}$, $s = 1.2 \text{ mm}$ and $I = 20 \text{ mW/cm}^2$ (for each beam). (b) Change of the trap fluorescence intensity with time as a reference for (a). The error bars in the data come from the average of five measurements.

Fig. 5 - Ring radius as a function of the magnetic field gradient for $I = 60 \text{ mW/cm}^2$, $s = 1.5 \text{ mm}$ and $\Delta = -10 \text{ MHz}$. The solid circles are experimental data while the curve represents the radius given by Eq. (10).

Fig. 6 - Ring radius as a function of the misalignment for $I = 60 \text{ mW/cm}^2$, $\Delta = -10 \text{ MHz}$ and $dB/dx = 10 \text{ G/cm}$. The curve is obtained through Eq. (10).

Fig. 7 - Ring radius as a function of the intensity of each laser beam for $s = 1.5$ mm, $\Delta = -10$ MHz and $dB/dx = 10$ G/cm.

Fig. 8 - Ring radius as a function of the detuning to red of the atomic transition $3S_{1/2} (F=2) \rightarrow 3P_{3/2} (F' = 3)$ for $s = 1.5$ mm, $I = 60$ mW/cm² and $dB/dx = 10$ G/cm.

Fig - Schematic of

(a)

(b)

(c)

2 mm

50 100 150