

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA E QUÍMICA DE SÃO CARLOS

ok



**POLARIZABILIDADES ELÉTRICA E
MAGNÉTICA DO PRÓTON**

ROBERTO NICOLAU ONODY

Dissertação apresentada ao Instituto
de Física e Química de São Carlos,
USP, para obtenção do título de
Mestre em Física.

DEPARTAMENTO DE FÍSICA E CIÊNCIA DOS MATERIAIS
SÃO CARLOS – 1979

À

minha família

minha esposa

INDICE

AGRADECIMENTO	I
RESUMO	II
ABSTRACT	III
INTRODUÇÃO	IV
CAPÍTULO I - AS DENSIDADES DE HAMILTONIANAS	1
I.1.1 - Ressonâncias nucleônicas	3
I.1.2 - Ressonâncias mesônicas	6
CAPÍTULO II - CONTRIBUIÇÃO DAS RESSONÂNCIAS	
II.1 - Contribuição das ressonâncias com $J^P = 1/2^+$ e massa m^+	9
II.2 - Contribuição das ressonâncias com $J^P = 1/2^-$ e massa m^-	10
II.3 - Contribuição das ressonâncias com $J^P = 3/2^+$ e massa M^+	11
II.4 - Contribuição das ressonâncias com $J^P = 3/2^-$ e massa M^-	12
II.5 - Contribuição das ressonâncias com $J^P = 0^+$ e massa μ	13
II.6 - Os valores experimentais das cons tantes de acoplamento: a) ressonâncias nucleônicas	15
b) ressonância mesônica ϵ	16
CAPÍTULO III - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	19
CAPÍTULO IV - CONCLUSÕES E PROBLEMAS PROPOSTOS	21
APÊNDICE I - NÚMERO DE CONSTANTES DE ACOPLAMENTO	
I.1 - Ressonâncias com $J = 1/2$	22
I.2 - Ressonâncias com $J = 3/2$	23

APÊNDICE II - PROPAGADOR DE SPIN 3/2 NO ESPAÇO DE MOMENTO	24
APÊNDICE III - VIDA MÉDIA DO DECAIMENTO $\epsilon \rightarrow \gamma\gamma$	26
BIBLIOGRAFIA	29

AGRADECIMENTOS

- Ao Prof. Silvestre Ragusa que me orientou neste trabalho, por seus ensinamentos, dedicação e paciência.
- A todos os professores do Departamento de Física do Instituto de Física e Química de São Carlos, USP, pelo estímulo e amizade.
- Ao CNPq e FAPESP, pelo apoio financeiro.

RESUMO

Estimamos os valores das polarizabilidades di polares elétrica e magnética do próton, levando em conta as contribuições das ressonâncias nucleônicas de menor massa: P_{33} (1236), P_{11} (1450), D_{13} (1525), S_{11} (1550), e da ressonância mesônica ϵ (660). O valor obtido para a soma das polarizabilidades concorda bem com os dados experimentais. Por ou tro lado, o valor obtido para cada uma delas, que depende do valor não bem determinado da largura do decaimento $\epsilon \rightarrow \gamma\gamma$, é compatível com os valores experimentais.

ABSTRACT

We have estimated the values of electric and magnetic polarizabilities of the proton, taking into account the contributions of the low masses nucleon resonances $P_{33}(1236)$, $P_{11}(1450)$, $P_{13}(1525)$, $S_{11}(1550)$ and of the meson resonance $\epsilon(660)$. The obtained value for the sum of the polarizabilities is in good agreement with the experimental data. On the other hand, the value, of each polarizability, which depends on the not too well determined width decay $\epsilon \rightarrow \gamma\gamma$, is compatible with the experimental values.

INTRODUÇÃO

O nucleon tem uma distribuição espacial de carga e momento magnético que se estende por uma região da ordem de um Fermi (10^{-13} cm). Sob a ação de campo eletromagnético, essa distribuição se deforma dando origem ao aparecimento de multipolos. Para campos não muito intensos podemos escrever os dipolos elétrico e magnético induzidos:

$$\vec{d}_e = \alpha \vec{E} \quad , \quad \vec{d}_m = \beta \vec{H} \quad , \quad (0-1)$$

onde as quantidades α e β são chamadas polarizabilidades dipolar elétrica e magnética, respectivamente.

As hamiltonianas correspondentes à interação dipolar são:

$$H_e = - \frac{\alpha \vec{E}^2}{2} \quad e \quad H_m = - \frac{\beta \vec{H}^2}{2} \quad . \quad (0-2)$$

Pela expressão acima, vemos que α e β devem se evidenciar em experiências que envolvam dois fôtons; tal acontece no espalhamento Compton.

Um estudo fenomenológico das propriedades eletromagnéticas do nucleon, deve levar em conta sua estrutura e suas propriedades de deformação.

Low¹, Gell-Mann e Goldberger² mostraram que a amplitude de espalhamento Compton, até primeira ordem na frequência do fôton incidente, é completamente descrita pelas propriedades estáticas do sistema: carga (e), massa (m) e momento magnético (μ).

Até segunda ordem na frequência aparecem, na amplitude



Compton, mais dois parâmetros α e β , que representam as polarizabilidades elétrica e magnética do sistema. Os termos quadráticos na frequência foram investigados no contexto de teoria de campos^{3, 4, 5} e, mais recentemente, usando somente amplitudes de helicidade na camada de massa⁶. Abaixo damos a expressão de amplitude de esplamento Compton, até segunda ordem na frequência do fóton incidente e no sistema de laboratório, deduzida por Petrun'kin⁵:

$$\begin{aligned} \langle p' | S | p \rangle = & -i(2\pi)^4 \sqrt{\frac{m^2(2\pi)^2}{EE'\omega\omega'V^4}} \delta(p' + k' - p - k) N(\vec{p}') \chi^+ \left\{ \frac{e^2}{m} \vec{\varepsilon} \cdot \vec{\varepsilon}' + \right. \\ & - \frac{ie^2}{2m} \frac{\omega}{m} (1+2\lambda) \vec{\sigma} \cdot \vec{\varepsilon}' \times \vec{\varepsilon} - \frac{ie^2}{2m} \frac{\omega}{m} (1+\lambda)^2 \vec{\sigma} \cdot [(\vec{n} \times \vec{\varepsilon}) \times (\vec{n}' \times \vec{\varepsilon}')] - \frac{ie^2}{2m} \frac{\omega}{m} (1+\lambda) \times \\ & \times [\vec{\varepsilon} \cdot \vec{n}' \vec{\sigma} \cdot (\vec{n}' \times \vec{\varepsilon}') - \vec{\varepsilon}' \cdot \vec{n} \vec{\sigma} \cdot (\vec{n} \times \vec{\varepsilon})] - \frac{1}{2} \frac{e^2}{2m} \left(\frac{\omega}{m} \right)^2 (1+\lambda)^2 [\vec{\varepsilon} \cdot \vec{\varepsilon}' (1-\cos\theta) - \vec{\varepsilon} \cdot \vec{n}' \vec{\varepsilon}' \cdot \vec{n} (1-\cos\theta)] \\ & \left. - \frac{1}{2} \frac{e^2}{2m} \left(\frac{\omega}{m} \right)^2 \vec{\varepsilon} \cdot \vec{n}' \vec{n} \cdot \vec{\varepsilon}' - \left[\alpha + \frac{e^2 \langle r^2 \rangle_1}{3m} \right] \omega \omega' \vec{\varepsilon} \cdot \vec{\varepsilon} - \beta \vec{k} \times \vec{\varepsilon} \cdot \vec{k}' \times \vec{\varepsilon}' + O(\omega^3) \right\} \chi \end{aligned}$$

onde χ e $\vec{\sigma}$ são os spinores e matrizes de Pauli, respectivamente, m , p' e p a massa e os momenta final e inicial do próton, k' e k os momenta do fóton final e inicial e $\vec{\varepsilon}'$ e $\vec{\varepsilon}$ suas respectivas polarizações, $\lambda = 1,793$ é o momento magnético anômalo do próton, $\vec{n} = \vec{k}/\omega$, $\vec{n}' = \vec{k}'/\omega'$, $\vec{n} \cdot \vec{n}' = \cos\theta$, $N(\vec{p}') = (E' + m/2m)^{1/2}$, $N(\vec{p} = 0) = 1$, $E = m$, $E' = (\vec{p}'^2 + m^2)^{1/2}$ e $\langle r^2 \rangle_1$ o raio quadrático de Dirac. Estamos usando o sistema de unidades não racionalizado em que $e^2 = 1/137$ com $\hbar = c = 1$.

Não é necessário salientar a relevância de se conhecer os valores das polarizabilidades elétrica e magnética do próton, as

quais, uma vez conhecidas, nos permitirão prever sua resposta dinâmica à solicitação eletromagnética. Vários autores estimaram as polarizabilidades do próton através de relação de dispersão^{7,8}. Neste trabalho, estimamos essas polarizabilidades calculando as contribuições das ressonâncias de menor massa, $P_{33}(1236)$, $P_{11}(1450)$, $D_{13}(1525)$ e $S_{11}(1550)$ nos canais s e u, e da ressonância mesônica $\epsilon(660)$ no canal t, no espalhamento Compton.

No Capítulo I, descrevemos o procedimento e fornecemos os subsídios teóricos necessários na elaboração desta tese.

No Capítulo II, encontra-se a nossa estimativa original das polarizabilidades do próton.

No Capítulo III, a discussão dos resultados.

CAPÍTULO I
AS DENSIDADES DE HAMILTONIANAS

Um grande número de ressonâncias do nucleon foram descobertos nos últimos anos através de espalhamento pion-nucleon e análise de defasagem^{9,10}. O espectro das ressonâncias de menor massa está mostrado abaixo, onde as ressonâncias foram rotuladas pelas correspondentes amplitudes de ondas parciais pion-nucleon. A paridade de cada ressonância é dada por $(-1)^{l+1}$ e os dois subíndices são $2I$ e $2J$ (isospin e momento angular total). Entre parênteses estão indicados os valores aproximados das massas. Nesta noção, o nucleon usual está indicado por $P_{11}(938)$.

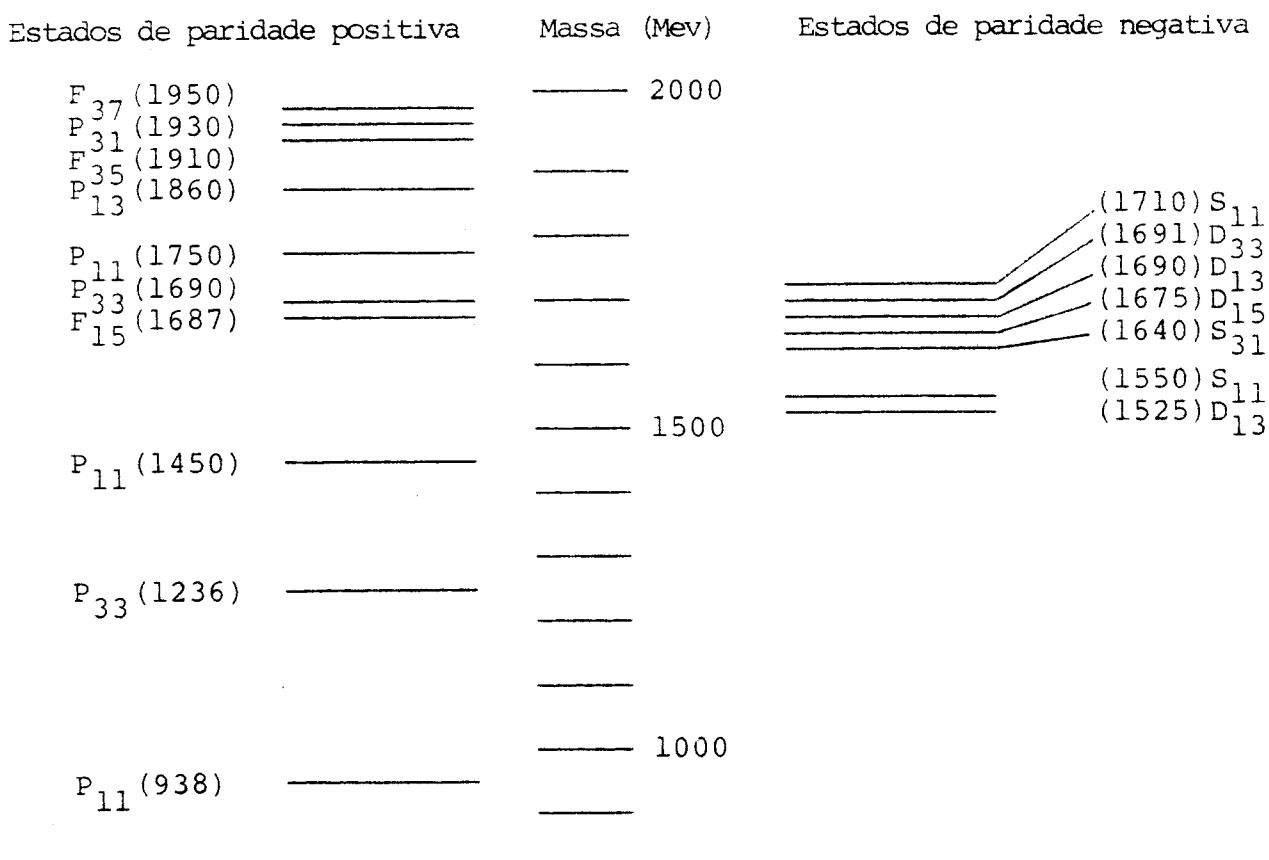


Fig. (I) - Ressonâncias nucleônicas de menor massa.

As ressonâncias mesônicas foram descobertas em processos de espalhamento pion-nucelon¹¹⁺¹², aniquilação próton-anti-próton¹³ e aniquilação elétron-pósitron¹⁴.

O espectro das ressonâncias de menor massa e baixo spin segue na tabela abaixo.

TABELA I
Ressonâncias mesônicas de menor massa

NOME	I	J ^P	Massa (Mev)
π^\pm	1	0 ⁻	140
π^0	1	0 ⁻	135
n	0	0 ⁻	549
ϵ	0	0 ⁺	660
σ	1	1 ⁻	765
ω	0	1 ⁻	784
π_N	1	0 ⁺	975
ϕ	0	1 ⁻	1019

Como veremos adiante, somente ressonâncias nucleônicas com $J^P = 1/2^\pm, 3/2^\pm$ e ressonâncias mesônicas com $J^P = 0^+$ contribuirão para as polarizabilidades elétrica e magnética. A seguir desenhamos os gráficos referentes à contribuição desses estados ressonantes.

Nestes gráficos, N^* designa uma qualquer das ressonâncias nucleônicas e π^* uma ressonância mesônica. O diagrama (a) é chamado termo direto, (b) termo cruzado e (c) canal t.

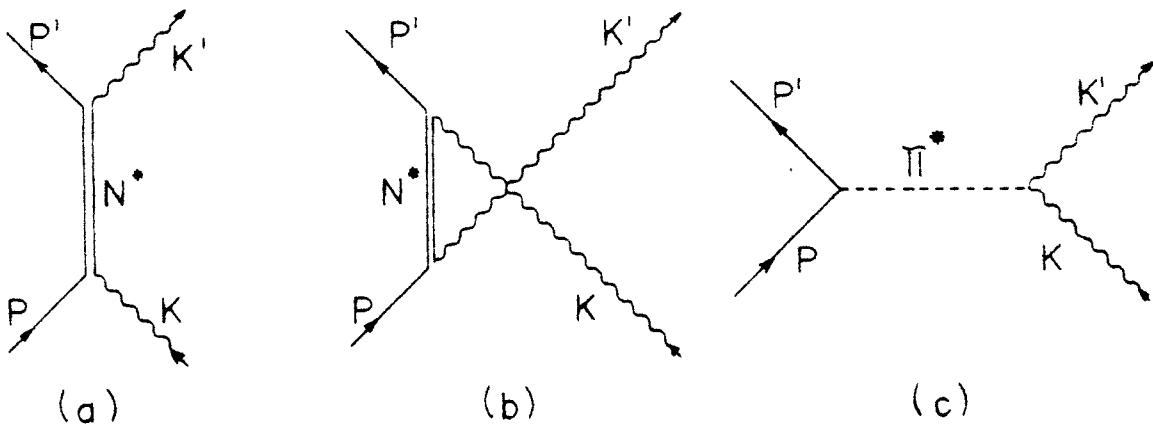


Fig. (II) Contribuições dos estados ressonantes no espalhamento Compton.

I.1 - As densidades Hamiltonianas

Para o cálculo dos diagramas da Fig. (II), necessitamos escrever as densidades hamiltonianas correspondentes aos vértices $N^*N\gamma$, $NN\pi^*$ e $\pi^*\gamma\gamma$. Trataremos, inicialmente, da construção das densidades hamiltonianas das ressonâncias nucleônicas e, em seguida, das ressonâncias mesônicas.

I.1.1 - Ressonâncias nucleônicas

a) Ressonâncias com $J^P = 1/2^+$

A densidade hamiltoniana dessas ressonâncias tem, como será mostrado no Apêndice I, somente uma constante de acoplamento (com fóton real). Ainda, a densidade deve ser invariante por transformação de gauge, o que acarreta a presença de $F_{\mu\nu}$ na interação.

A interação $N_{1/2} N_{1/2}^* \gamma$ pode, então, ser escrita:

$$\mathcal{H}(x) = \frac{ieC}{m_\pi} (\bar{\psi} \sigma_{\mu\nu} \phi) F_{\mu\nu} + h.c. , \quad (I.1)$$

onde h.c. é a abreviação de hermitiano conjugado e $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$.

Nessa expressão C é uma constante de acoplamento adimensional, A_μ o quadrivetor potencial, m_π a massa do pion, ψ a função de onda do nucleon, ϕ a função de onda da ressonância e $\sigma_{\mu\nu} = [\gamma_\mu, \gamma_\nu]/2i$. Estamos trabalhando na métrica de Pauli em que: $p = (\vec{p}, ip_0)$, as matrizes $\vec{\gamma}$ são dadas por $\vec{\gamma} = -i\beta\vec{\alpha}$, $\{\gamma_\mu, \gamma_\nu\} = 2\delta_{\mu\nu}$, $\gamma_4 = \beta$ e $\gamma_5 = \gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4$, todas hermitianas.

Pelas conhecidas regras, o primeiro termo do segundo membro da (I.1) contribui para o vértice superior da figura II(a) e (b), o segundo termo (hermitiano conjugado) contribui para o vértice inferior.

b) Ressonâncias com $J^P = 1/2^-$

Para essas ressonâncias a densidade hamiltoniana será semelhante a do caso anterior, com a introdução, porém, da matriz γ_5 para levar em conta a paridade.

Dessa forma, temos:

$$\mathcal{H}(x) = \frac{eC'}{m_\pi} (\bar{\psi} \gamma_5 \sigma_{\mu\nu} \phi) F_{\mu\nu} + \text{h.c.} \quad (I.2)$$

Notemos que (I.2) pode ser obtido (I.1) fazendo $C \rightarrow C'$ e $\phi \rightarrow -i\gamma_5\phi$.

c) Ressonâncias com $J^P = 3/2^+$

Essas ressonâncias são descritas por funções de onda que obedecem à equação de Dirac: $(i\vec{\phi} + m)\psi_\mu = 0$ e satisfazem as condições subsidiárias: $\partial_\mu \psi_\mu = 0$ e $\gamma_\mu \psi_\mu = 0$.

As densidades hamiltonianas dessas ressonâncias, correspondentes aos vértices $NN^*\gamma$ da figura II, devem ser invariantes

por transformação de gauge e, portanto, o tensor $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ deve comparecer. No Apêndice I, demonstramos que as densidades das ressonâncias com $J \geq 3/2$, tem dois acoplamentos independentes para o caso do fóton livre.

Dessa maneira, pode-se escrever a densidade hamiltoniana na correspondente ao vértice $N_{3/2}^* N_{1/2} \gamma$:¹⁵

$$\mathcal{H}(x) = -ie \left[\frac{C_3}{m_\pi} \bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \psi_\beta + \frac{2C_4}{m_\pi^2} \bar{\psi} \gamma_5 \partial_\mu \psi_\beta \right] F_{\beta\mu} + h.c. \quad (I.3)$$

onde a matriz γ_5 comparece devido à paridade.

d) Ressonâncias com $J^P = 3/2^-$

Essas ressonâncias tem a densidade de hamiltoniana semelhante a do caso anterior, exceto pelo ausência de γ_5 para levar em conta a paridade.

Desse modo, pode-se escrever¹⁵:

$$\mathcal{H}(x) = -e \left[\frac{D_3}{m_\pi} \bar{\psi} \gamma_\mu \psi_\beta + \frac{2D_4}{m_\pi^2} \bar{\psi} \partial_\mu \psi_\beta \right] F_{\beta\mu} + h.c. \quad (I.4)$$

Observemos que (I.4) pode ser obtido de (I.3), fazendo $\psi_\beta \rightarrow -i\gamma_5 \psi_\beta$, $C_3 \rightarrow D_3$ e $C_4 \rightarrow D_4$.

e) Ressonâncias com $J^P \geq 5/2$

Vamos mostrar que ressonâncias nucleônicas com $J \geq 5/2$ não contribuem para as polarizabilidades. Toda a nossa argumentação se baseia no fato de que as polarizabilidades aparecem em segunda ordem na frequencia do fóton incidente (vide equação (0.3)) e, portanto, ressonâncias que contribuem somente em ordens maiores

para a amplitude Compton não contribuirão para as polarizabilidades.

Consideremos o caso $J = 5/2$. Essas ressonâncias são descritas por funções de onda $\psi_{\mu\nu}$, simétricas em μ e ν e sem traço. Como no caso anterior, a densidade hamiltoniana terá dois acoplamentos independentes e deverá ser invariante por transformação de gauge. Uma maneira de escrevê-las é a seguinte:

$$\mathcal{H}(x) = G_1 \bar{\Psi}_{\beta\mu} \gamma_\alpha \psi^\partial_\mu F_{\alpha\beta} + G_2 \partial_\alpha \bar{\Psi}_{\beta\mu} \psi^\partial_\beta F_{\alpha\mu} + \text{h.c.} .$$

No segundo membro da expressão acima, os dois primeiros termos, que contribuem para os vértices inferiores dos diagramas (a) e (b) da figura II, já são de segunda ordem na frequência; com o outro vértice, a contribuição para a amplitude Compton será de quarta ordem na frequência, não colaborando, portanto, para as polarizabilidades.

Analogamente, ressonâncias com $J = 7/2, 9/2, \dots$, não contribuirão para as polarizabilidades, posto que, somente contribuirão para a amplitude Compton em ordens maiores (6a., 8a., ...).

I.1.2 - Ressonâncias Mesônicas

Mostraremos a seguir que, entre as ressonâncias mesônicas, as únicas que contribuirão para as polarizabilidades serão aquelas com $J^P = 0^+$.

a) Ressonâncias com $J^P = 0^+$

Para o vértice $\pi^* \gamma\gamma$ (figura II(c)) pode-se escrever a seguinte densidade hamiltoniana¹⁴:

$$\mathcal{H}(x) = \frac{e^2 g'}{2} \phi F_{\mu\nu} F'_{\mu\nu}, \quad (\text{I.5a})$$

onde ϕ é a função de onda da ressonância.

Para o vértice π^*NN tem-se¹⁶:

$$\mathcal{L}(x) = g \bar{\psi} \psi \phi^+ . \quad (I.5b)$$

b) Ressonâncias com $J^P = 0^-$

Para o vértice $NN\pi^*$, a densidade hamiltoniana pode ser escrita:

$$\mathcal{L}(x) = g \bar{\psi} \gamma_5 \psi \phi^+ . \quad (I.5c)$$

Como o vértice $\pi^*\gamma\gamma$ é de segunda ordem na frequência pela presença de $F_{\mu\nu}$ e $F'_{\mu\nu}$, podemos tomar ambos os nucleons com momentos nulos. Nestas condições, a (I.5c) se anula, pois:

$$\bar{\psi}(\vec{p}' = 0) \gamma_5 \psi(\vec{p} = 0) = 0 .$$

Concluímos, então, que ressonâncias com $J^P = 0^-$ contribuem para a amplitude Compton no mínimo em terceira ordem na frequência e, por conseguinte, não contribuem para as polarizabilidades.

c) Ressonâncias com $J \geq 1$

Focalizemos o problema sobre $\pi^*\gamma\gamma$. A densidade correspondente já é de segunda ordem na frequência, pelo comparecimento dos tensores $F_{\mu\nu}$ e $F'_{\mu\nu}$.

As ressonâncias com $J = 1, 2, \dots$, são descritas por funções de onda $V_\mu, V_{\mu\nu}, \dots$, que satisfazem a equação de Klein-Gordon. Para a contração dos índices das funções de onda deverão comparecer derivadas como, por exemplo, $\partial_\alpha V_\mu F_{\alpha\beta} F'_{\mu\beta}$. Tais derivadas, por sua vez, tornarão a densidade hamiltoniana de 3a., 4a., ..., ordem na frequência e, em decorrência disso, ressonâncias mesônicas

com $J \geq 1$ não contribuirão para as polarizabilidades.

Vimos, neste Capítulo, que as ressonâncias que podem contribuir para as polarizabilidades do próton são aquelas com $J^P = 1/2^+$, $1/2^-$, $3/2^+$, $3/2^-$ e 0^+ .

No próximo Capítulo, calcularemos as contribuições dessas ressonâncias e estimaremos os valores das polarizabilidades elétrica e magnética do próton.

CAPÍTULO II
CONTRIBUIÇÃO DAS RESSONÂNCIAS

Com as densidades hamiltonianas escritas no Capítulo anterior, estamos, agora, capacitados a calcular as contribuições das ressonâncias para a amplitude de espalhamento Compton, em segunda ordem na frequência do fóton incidente.

A matriz S do espalhamento (vide diagramas da figura II (a), (b) e (c)) se escreve:

$$S = (-i)^2 \int \underline{\underline{H(x_1) H(x_2)}} dx_1 dx_2 , \quad (II.1)$$

onde (x_1) e (x_2) são as densidades hamiltonianas correspondentes aos vértices e estamos indicando a contação sobre todas as linhas que darão origem aos propagadores.

Inserindo as hamiltonianas vistas no Capítulo I na expressão (II.1) e expandindo-a até segunda ordem na frequência, calcularemos as contribuições das ressonâncias para as polarizabilidades.

II.1 - Contribuição das ressonâncias com $J^P = 1/2^+$ e massa m^+ .

Substituindo (I.1) em (II.1) e integrando em x_1 , x_2 e p^* (p^* é o momentum do estado intermediário), teremos:

$$S = -i(2\pi)^4 \sqrt{\frac{(2\pi)^2 m^2}{EE' \omega \omega'} \sqrt{\frac{E' + m}{2m}}} \delta(p' + k' - p - k) M ,$$

onde M é dado por:

$$M = -i \left\{ \bar{\mu}(\vec{p}') \left[\frac{2eC}{m_\pi} \sigma_{\mu\nu} k'_\nu \epsilon'_\mu \left(-\frac{p+k+im^+}{(p+k)^2+m^+2} \right) \frac{2eC}{m_\pi} \sigma_{\mu\nu} k'_\nu \epsilon'_\mu \right] \mu(0) + \text{termo cruzado} \right\}$$

Expandindo o spinor $\mu(\vec{p}')$ e o denominador do propagador em potências de ω/m , vem até segunda ordem na frequência

$$M = \chi^+ \left\{ -\frac{8e^2 C^2}{(m^+ - m)m_\pi^2} \vec{k} \times \vec{\epsilon} \cdot \vec{k}' \times \vec{\epsilon}' + \frac{8e^2 C^2}{(m^+ + m)m_\pi^2} \omega \omega' \vec{\epsilon} \cdot \vec{\epsilon}' \right\} \chi .$$

Comparando esta última expressão com o termo entre chaves da equação (0-3), identificamos as contribuições dessas ressonâncias para as polarizabilidades. Chamando α_1 e β_1 essas contribuições obtem-se:

$$\alpha_1 = \frac{-8e^2 C^2}{(m^+ + m)m_\pi^2} \quad (\text{II.2a})$$

$$\beta_1 = \frac{8e^2 C^2}{(m^+ - m)m_\pi^2} \quad (\text{II.2b})$$

II.2 - Contribuição das ressonâncias com $J^P = 1/2^-$ e massa m^- .

Substituindo (I.2) em (II.1) e integrando em x_1 , x_2 e p^* , obtemos a seguinte expressão para M , já na segunda ordem em questão:

$$M = \chi^+ \left\{ \frac{8e^2 C^2}{(m^- + m)m_\pi^2} \vec{k} \times \vec{\epsilon} \cdot \vec{k}' \times \vec{\epsilon}' - \frac{8e^2 C^2}{(m^- - m)m_\pi^2} \omega \omega' \vec{\epsilon} \cdot \vec{\epsilon}' \right\} \chi .$$

Comparando a expressão acima com (0-3) vem as contribuições α_2 e β_2 de $1/2^-$ para as polarizabilidades:

$$\alpha_2 = \frac{8 e^2 C^2}{(m - m) m_\pi^2} \quad (\text{II.3a})$$

$$\beta_2 = -\frac{8 e^2 C^2}{(m + m) m_\pi^2} \quad (\text{II.3b})$$

Observemos que (II.3a) e (II.3b) podem ser obtidos de (II.2a) e (II.2b) pelas substituições $m^+ \rightarrow -m$, $C \rightarrow C'$.

II.3 - Contribuição das ressonâncias com $J^P = 3/2^+$ e massa M^+

Inserindo (I.3) em (II.1) e integrando em x_1 , x_2 e p^* ,

vem:

$$M = -i \left\{ \bar{\mu}(\vec{p}') \left[\frac{eC_3}{m_\pi} (k' \epsilon'_\alpha - k'_\alpha \epsilon') \gamma_5 - ie \frac{2C_4}{m_\pi^2} (p^* \cdot \epsilon k'_\alpha - p^* \cdot k' \epsilon'_\alpha) \gamma_5 \right] P_{\alpha\beta} \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{eC_3}{m_\pi} (k_\beta \epsilon - k \epsilon_\beta) \gamma_5 - ie \frac{2C_4}{m_\pi} (k_\beta p^* \cdot \epsilon - \epsilon_\beta p^* \cdot k) \gamma_5 \right] \mu(0) + \text{t.c.} \right\},$$

onde $p^* = p + k$ e $P_{\alpha\beta}$ é o propagador de spin 3/2 (vide Apêndice II) dado por¹⁷:

$$P_{\alpha\beta}(M^+) = - \left\{ \frac{p^* + iM^+}{p^{*2} + M^{+2}} \right\} \left[\delta_{\alpha\beta} - \frac{\gamma_\alpha \gamma_\beta}{3} + \frac{i}{3M^+} (\gamma_\alpha p_\beta^* - \gamma_\beta p_\alpha^*) + \frac{2}{3M^{+2}} p_\alpha^* p_\beta^* \right].$$

Procedendo da mesma maneira que as anteriores, obtemos:

$$M = \chi^+ \left\{ - \frac{4e^2 C_3^2}{3(M^+ - m) m_\pi^2} \vec{k} \times \vec{\epsilon} \cdot \vec{k}' \times \vec{\epsilon}' + \frac{4e^2 C_3^2}{3(M^+ + m) m_\pi^2} \omega \omega' \vec{\epsilon} \cdot \vec{\epsilon}' \left(1 + \frac{m}{M^+} + \frac{m^2}{M^{+2}} \right) + \right. \\ \left. + \frac{16m^2 e^2 C_4^2 \omega \omega' \vec{\epsilon} \cdot \vec{\epsilon}'}{3(M^+ + m) m_\pi^4} - \frac{8m}{3M^+} \frac{e_2 C_3 C_4}{m^3} \omega \omega' \vec{\epsilon} \cdot \vec{\epsilon}' \left(\frac{M^+ - m}{M^+ + m} \right) \right\} \chi.$$

Comparando a expressão acima com (0-3), identificamos:

$$\alpha_3 = \frac{4e^2 c_3^2}{3(M^+ + m)\pi^2} \left(1 + \frac{m}{M^+} + \frac{m^2}{M^{+2}} \right) - \frac{16m^2 e^2 c_4^2}{3(M^+ + m)m_\pi^4} + \frac{8me^2 c_3 c_4}{3M^+ m_\pi^2} \left(\frac{M^+ - m}{M^+ + m} \right) \quad (\text{II.4a})$$

$$\beta_3 = \frac{4e^2 c_3^2}{3(M^+ - m)\pi^2} \quad (\text{II.4b})$$

II.4 - Contribuição das ressonâncias com $J^P = 3/2^-$ e massa M^-

Introduzindo (I.4) em (II.1), integrando em x_1 , x_2 e p^* e procedendo de maneira inteiramente análoga às anteriores, obtemos:

$$M = \chi \left\{ \frac{4e^2 D_3^2}{3(M^- + m)\pi^2} \vec{k} \times \vec{\varepsilon} \cdot \vec{k} \times \vec{\varepsilon}' - \frac{4e^2 D_3^2 \omega \omega' \vec{\varepsilon} \cdot \vec{\varepsilon}'}{3(M^- - m)\pi^2} \left(1 - \frac{m}{M^-} + \frac{m^2}{M^{-2}} \right) \right.$$

$$\left. - \frac{16m^2 e^2 D_4^2 \omega \omega' \vec{\varepsilon} \cdot \vec{\varepsilon}'}{3(M^- - m)m_\pi^4} + \frac{8me^2 D_3 D_4 \omega \omega' \vec{\varepsilon} \cdot \vec{\varepsilon}'}{3M^- m_\pi^2} \left(\frac{M^- + m}{M^- - m} \right) \right\} \chi$$

Donde, comparando-a com (0-3), resulta

$$\alpha_4 = \frac{4e^2 D_3^2}{3(M^- - m)\pi^2} \left(1 - \frac{m}{M^-} + \frac{m^2}{M^{-2}} \right) + \frac{16e^2 D_4^2 m^2}{3(M^- - m)m_\pi^4} - \frac{8me^2 D_3 D_4}{3M^- m_\pi^3} \left(\frac{M^- + m}{M^- - m} \right) \quad (\text{II.5a})$$

$$\beta_4 = - \frac{4e^2 D_3^2}{3(M^- + m)\pi^2} \quad (\text{II.5b})$$

Notemos que (II.5a) e (II.5b) podem ser obtidas de (II.4a) e (II.4b) pelas substituições $M^+ \rightarrow -M^-$, $C_3 \rightarrow D_3$ e $C_4 \rightarrow D_4$.

II.5 - Contribuição das ressonâncias com $J^P = 0^+$ e massa μ .

Inserindo (I.5a) e (I.5b) em (II.1) e integrando x_1 , x_2 e p^* , obtemos:

$$M = -i \left\{ \bar{\mu}(0)g \mu(0) \frac{-i4\pi}{p^{*2} + \mu^2} \frac{e^2 g'}{2} (2\vec{k} \times \vec{\varepsilon} \cdot \vec{k}' \times \vec{\varepsilon}' - 2\omega\omega' \vec{\varepsilon} \cdot \vec{\varepsilon}') \right\},$$

onde

$$\frac{-i4\pi}{p^{*2} + \mu^2}$$

é o propagador não racionalizado de spin zero.

Expandindo o denominador do propagador e lembrando que $\bar{\mu}(0)g \mu(0) = \chi^\dagger g \chi$, temos:

$$M = \chi^\dagger \left[\frac{4\pi g e^2 g'}{\mu^2} (\omega\omega' \vec{\varepsilon} \cdot \vec{\varepsilon}' - \vec{k} \times \vec{\varepsilon} \cdot \vec{k}' \times \vec{\varepsilon}') \right] \chi.$$

Comparando a expressão acima com (0-3), identificamos:

$$\alpha_5 = -\frac{4\pi g e^2 g'}{\mu^2}, \quad (II.6a)$$

$$\beta_5 = \frac{4\pi g e^2 g'}{\mu^2}. \quad (II.6b)$$

Das equações (II.2a) até (II.6b) verificamos que, para dado spin e paridade, a contribuição da ressonância diminui com o aumento da massa. Como se depreende dos valores numéricos apresentados adiante (equações (II.9a) a (II.10b)), as constantes de aco

plamento das ressonâncias caem praticamente por um fator dez quando passamos da de menor massa, P_{33} , para as de massas subsequentemente maiores. Consideraremos, então, somente as contribuições das ressonâncias mais baixas. Examinando a figura I, tomamos as ressonâncias nucleônicas de menor massa, $P_{33}(M^+ = 1236 \text{ Mev})$, $P_{11}(m^- = 1450 \text{ Mev})$, $D_{13}(M^- = 1525 \text{ Mev})$, $S_{11}(m^- = 1550 \text{ Mev})$ e, da tabela I, a ressonância mesônica ϵ ($\mu = 660 \text{ Mev}$), como representantes das ressonâncias $3/2^+$, $1/2^+$, $3/2^-$, $1/2^-$ e 0^+ , respectivamente.

Somando as contribuições dessas ressonâncias (isto é, somando as equações (II.2a), (II.3a), (II.4a), (II.5a) e (II.6a)), obtemos para a polarizabilidade elétrica:

$$\begin{aligned} \alpha = & -\frac{4e^2 C_3^2}{3(M^+ + m)\pi^2} \left(1 + \frac{m}{M^+} + \frac{m^2}{M^{+2}} \right) - \frac{16m^2 e^2 C_4^2}{3(M^+ + m)\pi^4} + \frac{8me^2 C_3 C_4}{3M^+ m^3 \pi} \left(\frac{M^+ - m}{M^+ + m} \right) + \\ & + \frac{4e^2 D_3^2}{3(M^- - m)\pi^2} \left(1 - \frac{m}{M^-} + \frac{m^2}{M^{-2}} \right) + \frac{16m^2 e^2 D_4^2}{3(M^- - m)\pi^2} - \frac{8me^2 D_3 D_4}{3M^- m^3 \pi} \left(\frac{M^- + m}{M^- - m} \right) \\ & - \frac{8e^2 C^2}{(m^+ + m)\pi^2} + \frac{8C'^2 e^2}{(m^- - m)\pi^2} - \frac{4\pi g e^2 g'}{\mu^2} . \end{aligned} \quad (\text{II.7})$$

Somando as equações (II.2b), (II.3b), (II.4b), (II.5b) e (II.6b), obtemos para a polarizabilidade magnética

$$\beta = \frac{4e^3 C_3^2}{3(M^+ - m)\pi^2} - \frac{4e^2 D_3^2}{3(M^- + m)\pi^2} + \frac{8e^2 C^2}{(m^+ - m)\pi^2} - \frac{8e^2 C'^2}{(m^- + m)\pi^2} + \frac{4\pi g e^2 g'}{\mu^2} \quad (\text{II.8})$$

II.6 - Os valores experimentais das constantes de acoplamento

a) Ressonâncias Nucleônicas

As constantes de acoplamento das ressonâncias P_{33} e D_{13} foram determinadas em experiências de fotoprodução de pions por Gourdin e Salin¹⁵. Os valores encontrados foram os seguintes (com $M^+ = 1,236$ Gev e $M^- = 1,514$ Dev):

$$C_3 = 0,345 , \quad (\text{II.9a})$$

$$C_4 = -0,0043 , \quad (\text{II.9b})$$

$$D_3 = 0,033 , \quad (\text{II.9c})$$

$$D_4 = 0,0117 . \quad (\text{II.9d})$$

Para as ressonâncias P_{11} e S_{11} , Devenish e Lyth¹⁶ obtiveram com $m^+ = 1,434$ Gev e $m^- = 1,505$ Gev, os seguintes valores para as constantes de acoplamento:

$$C = 0,023 , \quad (\text{II.10a})$$

$$C' = 0,017 . \quad (\text{II.10b})$$

Substituindo os valores das constantes de acoplamento em (II.7) e (II.8), calculamos as contribuições parciais de cada uma das ressonâncias para as polarizabilidades. Essas contribuições estão mostradas na Tabela II na próxima página.

Notemos que a contribuição de P_{33} é bem maior do que as ressonâncias seguintes. Indicando por α_{N*} e β_{N*} a soma das contribuições das ressonâncias nucleônicas indicadas na Tabela II obtém-se:

$$\alpha_{N*} = -3,72 \cdot 10^{-43} \text{ cm}^3 , \quad (\text{II.11a})$$

$$\beta_{N*} = +15,31 \cdot 10^{-43} \text{ cm}^3 . \quad (\text{II.11b})$$

TABELA II

Contribuição das ressonâncias nucleônicas para as polarizabilidades do próton

ressonância	$\alpha \times 10^{-43} \text{ cm}^3$	$\beta \times 10^{-43} \text{ cm}^3$
P ₃₃	-5,00	+15,12
D ₁₃	+1,15	-0,01
P ₁₁	-0,05	+0,24
S ₁₁	+0,18	-0,04

b) Ressonância Mesônica ϵ .

A constante g' do vértice $\gamma\gamma\epsilon$, foi obtida da largura experimental do decaimento $\epsilon \rightarrow \gamma\gamma$. Orito¹⁴ encontrou os seguintes valores para a largura e massa da ressonância:

$$\Gamma_{\epsilon\gamma\gamma} = 9,6^{+12,3}_{-8,0} \text{ kev} \quad ; \quad \mu = 660 \text{ Mev} \quad . \quad (\text{II.12})$$

No Apêndice III, calculamos a vida média desse decaimento e chegamos ao resultado

$$\tau^{-1} = \Gamma_{\epsilon\gamma\gamma} = \pi^2 e^4 g'^2 \mu^2 \quad . \quad (\text{II.13})$$

Escolhendo o valor intermediário de $\Gamma_{\epsilon\gamma\gamma}$ em (II.12), obtemos:

$$g'^2 = 1191,84 \text{ Gev}^{-2} \quad . \quad (\text{II.14})$$

Para a constante de acoplamento g do vértice $NN\epsilon$, usaremos o valor de Sawada et al¹⁶, determinado em experiências de espalhamento nucleon-nucleon,

$$g^2 = 13,7 \quad . \quad (II.15)$$

De (II.14) e (II.15), teremos:

$$g^2 g'^2 = 16328,2 \text{ Gev}^{-2} \quad . \quad (II.16)$$

Dessa relação resulta

$$gg' = -127,78 \text{ Gev}^{-1} \quad . \quad (II.17)$$

Na passagem de (II.16) para (II.17), o sinal negativo foi escolhido de tal modo a se obter $\alpha > 0$, como indicado pelos dados experimentais.

Substituindo (II.17) em (II.7) e (II.8) e usando $\mu = 660 \text{ Mev}$ obtemos a contribuição de ϵ para as polarizabilidades do próton

$$\alpha_\epsilon = -\beta_\epsilon = 15,09 \cdot 10^{-43} \text{ cm}^3 \quad . \quad (II.18)$$

Queremos salientar os valores α_ϵ e β_ϵ quando usamos para $P_{\epsilon\gamma\gamma}$ os valores superior e inferior da expressão (II.12); se tomamos o limite superior da largura teremos:

$$\alpha_\epsilon = -\beta_\epsilon = 22,79 \cdot 10^{-43} \text{ cm}^3 \quad . \quad (II.18a)$$

Para o limite inferior

$$\alpha_\epsilon = -\beta_\epsilon = 6,16 \cdot 10^{-43} \text{ cm}^3 \quad . \quad (II.18b)$$

Vemos de (II.11a) e (II.11b) e (II.18), que a contribuição da ressonância ϵ é da ordem de P_{33} com sinal oposto.

Para efeito de comparação com os dados experimentais, daremos o valor de $\alpha' = \alpha + e^2 \langle r^2 \rangle_1 / 3m$, chamada polarizabilidade elétrica generalizada. Usando o valor¹⁹ do raio quadrático médio de Dirac $\langle r^2 \rangle_1 = (0,75 \pm 0,05) \cdot 10^{-13} \text{ cm}$, o termo em $\langle r^2 \rangle_1$ dá $e^2 \langle r^2 \rangle_1 / 3m = 2,87 \cdot 10^{-43} \text{ cm}^3$ e obtemos

$$\alpha' = 14,2 \cdot 10^{-43} \text{ cm}^3 , \quad (\text{II.19})$$

$$\beta = 0,2 \cdot 10^{-43} \text{ cm}^3 . \quad (\text{II.20})$$

Usando os valores de (II.18a) e (II.18b) de α_{ε} e β_{ε} , correspondentes aos valores superior e inferior de $\Gamma_{\varepsilon\gamma\gamma}$ e somando-os às equações (II.11a) e (II.11b), obtém-se, respectivamente

$$\alpha' = 21,9 \cdot 10^{-43} \text{ cm}^3 \quad \text{e} \quad \beta = -7,5 \cdot 10^{-43} \text{ cm}^3 , \quad (\text{II.21})$$

$$\alpha' = 5,3 \cdot 10^{-43} \text{ cm}^3 \quad \text{e} \quad \beta = 9,1 \cdot 10^{-43} \text{ cm}^3 . \quad (\text{II.22})$$

CAPÍTULO III
DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A determinação experimental das polarizabilidades do protóton é feita usando α e β como parâmetros de ajuste da expressão teórica da secção de choque Compton²⁰, não polarizada, com os dados experimentais. Nesse ajuste, α e β não são tomados como independentes, mas vinculados através da regra de soma:

$$\alpha' + \beta = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sigma_T(\omega)}{\omega^2} d\omega , \quad (\text{III.1})$$

onde σ_T é a secção de choque total. Essa regra de soma é obtida utilizando-se relações de dispersão que associam a secção de choque Compton com a secção de choque total^{21, 22}.

Damashek e Gilman²³ calcularam o lado direito de (III.1). Para baixas frequências, a secção de choque total é dominada pela secção de choque da fotoprodução de pions, a qual é bem conhecida experimentalmente, e, para altas frequências, os autores²³ utilizaram polos de Regge. O valor obtido foi:

$$\alpha' + \beta = (14,2 \pm 0,3) 10^{-43} \text{ cm}^3 . \quad (\text{III.2})$$

Somando-se (II.19) e (II.20), obtivemos o seguinte valor para a soma $\alpha' + \beta$:

$$\alpha' + \beta = 14,4 10^{-43} \text{ cm}^3 . \quad (\text{III.3})$$

Esse valor concorda com o valor experimental (III.2). Notemos que, como $\alpha_{\varepsilon} = -\beta_{\varepsilon}$, a regra de soma não depende da contribuição da ressonância ε .

Quanto aos valores individuais das polarizabilidades do próton, Matone e Prosperi²⁴, interpolando todos os dados experimentais disponíveis (isto é, os de Oxley²⁵, Goldans'ky²⁶ e Baranov²⁷) e usando a regra de soma (III.2), encontrou:

$$\alpha' = (12,4 \pm 2,5)10^{-43} \text{ cm}^3 \quad \text{e} \quad \beta = (1,8 \pm 2,5)10^{-43} \text{ cm}^3 \quad . \quad (\text{III.4})$$

Comparando (II.19) e (II.20), correspondentes ao valor intermediário de $\Gamma_{\epsilon\gamma\gamma}$, com (III.4), vemos que eles concordam muito bem com os valores experimentais. Por outro lado, se compararmos (II.21) ou (II.22) com (III.4), o resultado fica aquém ou além do valor experimental. Nesse sentido, uma melhor determinação de $\Gamma_{\epsilon\gamma\gamma}$ faz-se necessária.

A análise feita acima não está livre de problemas; de fato, na obtenção de (III.4), Matone e Prosperi interpolaram dados experimentais nos quais a energia do fóton incidente é da ordem de 100 Mev; para tal energia, por exemplo, a contribuição do méson π^0 , apesar de aparecer somente em ordem maior na frequência do fóton incidente, torna-se importante²⁹ e pode alterar consideravelmente os valores encontrados. Portanto, nossa atitude deve-se considerar os valores de (III.4) mais como uma indicação dos valores experimentais das polarizabilidades do próton. Uma determinação mais precisa desses parâmetros exige experiências a energias bem menores, $\omega < 50$ Mev, do fóton incidente.

CAPÍTULO IV
CONCLUSÕES E PROBLEMAS PROPOSTOS

No presente trabalho, estimamos as polarizabilidades di polares eletromagnéticas do próton assumindo que a amplitude de espalhamento Compton não-Born é dominada pelas ressonâncias nucleônicas e mesônicas de menores massas.

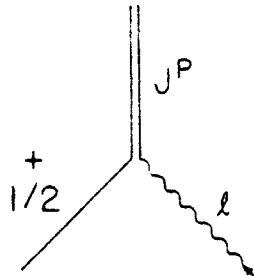
O valor obtido para a soma das polarizabilidades concor da bem com os dados experimentais. Por outro lado, o valor obtido para cada uma delas, que depende do valor não bem determinado da largura do decaimento $\epsilon \rightarrow \gamma\gamma$, é compatível com os valores experimentais.

Como problemas propostos indicamos:

1. Estimar as polarizabilidades eletromagnéticas do mésion π . Quanto à situação experimental, existem indicações somente sobre o valor da parte elétrica através do estudo dos átomos piônicos; a polarizabilidade magnética parece estar longe das possibilidades experimentais atuais. Entretanto, devido ao papel especial desempenhado pelo pion em interações fortes, é interessante termos discussões de suas polarizabilidades, tanto elétrica quanto magnética;
2. Estudar as polarizabilidades eletromagnéticas à luz das relações de dispersão. A relação de dispersão, para a amplitude para frente, dá a regra de soma (3-1). A relação de dispersão corresponde à amplitude para trás permite estudar o valor da diferença $\alpha - \beta$ e, portanto, obter o valor de α e β em separado.

APÊNDICE I
NÚMERO DE CONSTANTES DE ACOPLAMENTO

O número de constantes de acoplamento da densidade hamiltoniana correspondente ao vértice mostrado na figura abaixo, é dado pelo número de multipolos que permitem a transição para aquela ressonância (com momento angular e paridade das ressonâncias conhecidos).



O campo eletromagnético pode ser decomposto em campos de multipolos elétrico e magnético²⁶. Os multipolos elétricos têm paridade $(-1)^l$ e os magnéticos $(-1)^{l+1}$. Considerando a conservação do momento angular e paridade, calcularemos a seguir, o número de constantes de acoplamento.

I.1 - Ressonâncias com $J = 1/2$

Da conservação do momento angular vem:

$$l + 1/2 = J = 1/2 \rightarrow l = 0 \quad (\text{não existe multipolo com } l = 0 \text{, devido à transversalidade do campo})$$

$$l - 1/2 = J = 1/2 \rightarrow l = 1 \quad (\text{I-1})$$

a) $P = +1$

$$\text{multipolos elétricos } (-1)^l = 1 \rightarrow l = 2, 4, \dots \quad (\text{I-2a})$$

$$\text{multipolos magnéticos } (-1)^{l+1} = 1 \rightarrow l = 1, 3, \dots \quad (\text{I-2b})$$

Interseccionando (I-1) com (I-2a) e (I-2b) vem $\lambda_m = 1$, isto é, a transição é de dipolo magnético e teremos uma constante de acoplamento.

b) $P = -1$

$$\text{multipolos elétricos } (-1)^{\lambda} = -1 \rightarrow \lambda = 1, 3, \dots \quad (\text{I-3a})$$

$$\text{multipolos magnéticos } (-1)^{\lambda+1} = -1 \rightarrow \lambda = 2, 4, \dots \quad (\text{I-3b})$$

Interseccionando (I-1) com (I-3a) e (I-3b) vem $\lambda_e = 1$ e a transição é de dipolo elétrico. Novamente teremos uma constante de acoplamento.

I.2 - Ressonâncias com $J = 3/2$

Pela conservação de momento angular, tem-se:

$$\lambda + 1/2 = J = 3/2 \rightarrow \lambda = 1 \quad (\text{I-4a})$$

$$\lambda - 1/2 = J = 3/2 \rightarrow \lambda = 2 \quad (\text{I-4b})$$

a) $P = +1$

Interseccionando (I-4a) e (I-4b) com (I-2a) e (I-2b) vem $\lambda_e = 2$, $\lambda_m = 1$, isto é, a transição é de dipolo elétrico e quadrupolo magnético, com duas constantes de acoplamento.

Para $J \geq 5/2$ teremos duas constantes de acoplamento, com uma transição de multipolo elétrico e uma de multipolo magnético (com a ordem dos multipolos aumentando com J).

APÊNDICE II

PROPAGADOR DE SPIN 3/2 NO ESPAÇO DE MOMENTO

Uma partícula livre de spin 3/2 é descrita por uma função de onda ψ_μ , que satisfaz a equação de Dirac: $(i\gamma^\mu + m)\psi_\mu = 0$ e as condições subsidiárias: a) $\gamma_\mu \psi_\mu = 0$ e b) $\partial_\mu \psi_\mu = 0$.

O propagador para essa partícula será, então, um tensor de segunda ordem. Podemos escrever esse propagador, no espaço de momento, multiplicando o propagador de spin 1/2 por um tensor geral de segunda ordem (construído com quadrimomentos e matrizes de Dirac) e aplicando as condições subsidiárias.

Dessa forma, temos:

$$P_{\mu\nu} = (-1) \frac{p + im}{p^2 + m^2} (\delta_{\mu\nu} + A\gamma_\mu\gamma_\nu + B\gamma_\mu p_\nu + C\gamma_\nu p_\mu + Dp_\mu p_\nu) . \quad (II-1)$$

Aplicando b) sobre (II-1) e multiplicando por p_ν , vem:

$$A + 1 - m^2 D = 0 , \quad (II-2)$$

$$B + C = 0 . \quad (II-3)$$

Aplicando a) sobre (II-1) e multiplicando por γ_ν , à direita, obtemos:

$$-2 - 8A - m^2 D = 0 \quad (II-4)$$

$$2Bm^2 - 4m^2 C + 4im + 16imA - im^3 D = 0 \quad (II-5)$$

Resolvendo o sistema de equações lineares dado pelas equações (II-2), (II-3), (II-4) e (II-5) resulta: $A = -1/3$, $D = 2/3m^2$, $B = -C = i/3m$.

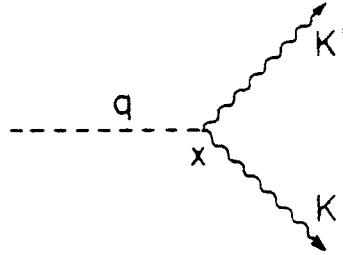
Donde, substituindo esses valores em (II-1) vem o propagador

gador no espaço de uma partícula com spin 3/2:

$$P_{\mu\nu} = (-1) \left(\frac{p + im}{p^2 + m^2} \right) (\delta_{\mu\nu} - \frac{1}{3} \gamma_\mu \gamma_\nu + \frac{i}{3m} (\gamma_\mu p_\nu - \gamma_\nu p_\mu) + \frac{2}{3m^2} p_\mu p_\nu)$$

(II-6)

APÊNDICE III

VIDA MÉDIA DO DECAIMENTO $\varepsilon \rightarrow \gamma\gamma$ 

A densidade hamiltoniana se escreve (vide Capítulo I , (I.5a)):

$$\mathcal{H}(x) = \frac{e^2 g'}{2} \phi(x) F_{\mu\nu}(x) F'_{\mu\nu}(x)$$

E a amplitude:

$$A = -\frac{i}{\sqrt{2}} \int \mathcal{H}(x) dx = -\frac{ie^2 g'}{2\sqrt{2}} \int \sqrt{\frac{2\pi}{q_0 V}} e^{-iqx} \sqrt{\frac{2\pi}{\omega V}} i(k'_\mu \epsilon'_\nu - k'_\nu \epsilon'_\mu) e^{ik' x} \sqrt{\frac{2\pi}{\omega V}} \times \\ \times i(k_\mu \epsilon_\nu - k_\nu \epsilon_\mu) e^{ikx} dx$$

onde $1/\sqrt{2}$ comparece devido à indistinguidade das partículas.

Então

$$A = \frac{ie^2 g'}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{(2\pi)^3}{q_0 \omega \omega' V^3}} (2\pi)^4 \delta(q - k' - k) (k'_\mu \epsilon'_\nu - k'_\nu \epsilon'_\mu) (k_\mu \epsilon_\nu - k_\nu \epsilon_\mu)$$

Mas,

$$(k'_\mu \epsilon'_\nu - k'_\nu \epsilon'_\mu) (k_\mu \epsilon_\nu - k_\nu \epsilon_\mu) = 2(k' \cdot k \epsilon' \cdot \epsilon - k' \cdot \epsilon k \cdot \epsilon') = 2B ,$$

onde chamamos de $B = k' \cdot k \epsilon' \cdot \epsilon - k' \cdot \epsilon k \cdot \epsilon'$.

Tomando o módulo quadrado da amplitude, teremos:

$$|A|^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{e^2 g'}{2} \right) \frac{(2\pi)^3}{q_0 \omega \omega' V^3} (2\pi)^8 \delta(q-k'-k) 4|B|^2 \frac{V}{(2\pi)^3} \frac{T}{2\pi}$$

E a probabilidade por unidade de tempo:

$$\frac{|A|^2}{T} = \frac{1}{2} \left(\frac{e^2 g'}{2} \right) \frac{(2\pi)^7}{q_0 \omega \omega' V^2} \delta(q-k'-k) 4|B|^2$$

Integrando nas densidades de estados finais, obtemos a probabilidade por unidade de tempo média, que chamaremos $d\omega$, dada por:

$$d\omega = \int \frac{|A|^2}{T} \frac{V d^3 k'}{(2\pi)^3} \frac{V d^3 k}{(2\pi)^3} = \frac{1}{2} \left(\frac{e^2 g'}{2} \right)^2 4(2\pi) \int \frac{\delta(q-k-k')}{q_0 \omega \omega'} |B|^2 d^3 k d^3 k'$$

Integrando a expressão acima em $d^3 k'$, temos:

$$d\omega = \frac{1}{2} \left(\frac{e^2 g'}{2} \right)^2 4(2\pi) \int \frac{\delta(\omega + \omega' - q_0)}{q_0 \omega \omega'} |B|^2 k^2 dk d\Omega$$

com o integrando calculado com o vínculo $\vec{k} + \vec{k}' = \vec{q}$.

No centro de massa teremos $\vec{k} + \vec{k}' = 0 \rightarrow \omega = \omega'$, donde:

$$d\omega = \frac{1}{2} \left(\frac{e^2 g'}{2} \right)^2 4(2\pi) \int \frac{\delta(2\omega - q_0)}{q_0 \omega^2} |B|^2 \omega^2 d\omega d\Omega$$

Integrando em $d\omega$ e $d\Omega$, temos:

$$d\omega = \frac{1}{2} \left(\frac{e^2 g'}{2} \right)^2 4(2\pi) (4\pi) \frac{1}{2q_0} |B|^2 \left| \begin{array}{l} \vec{k} + \vec{k}' = 0 \\ 2\omega = q_0 = \mu \end{array} \right. \quad (\text{III-1})$$

onde μ é a massa de repouso da ressonância mesônica ϵ .

Usando a relação de ortogonalidade:

$$\sum_{\lambda=1}^2 (\varepsilon_i)_\lambda (\varepsilon_j)_\lambda = \delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{\omega^2}$$

Somando sobre as polarizações finais obtemos:

$$|B|^2 \text{ não polarizado} = 8\omega^4 = \frac{\mu^4}{2}$$

Substituindo a expressão acima em (III-1), vem

$$d\omega = \frac{1}{2} \left(\frac{e^2 g'}{2} \right)^2 4(2\pi)(4\pi) \frac{1}{2q_0} \frac{\mu^4}{2}$$

Donde, finalmente:

$$\tau^{-1} = \Gamma_{\varepsilon\gamma\gamma} = \pi^2 (e^2 g')^2 \mu^3 \quad (\text{III-2})$$

BIBLIOGRAFIA

- (1) F.E. Low - Phys. Rev., 96, 1428 (1954).
- (2) M. Gell-Mann e M.L. Goldberger - Phys. Rev., 96, 1433 (1954).
- (3) A. Klein - Phys. Rev., 99, 998 (1955).
- (4) A.M. Baldin - Nucl. Phys., 18, 310 (1960).
- (5) V.A. Petrun'kin - Sov. Phys. JETP, 13, 808 (1961).
- (6) S.R. Choudhury e D.Z. Freedman - Phys. Rev., 168, 1739 (1968).
- (7) J. Bernabeu; T.E.O. Ericsson e C. Ferro Fontan - Phys. Lett., 49B, 381 (1974).
- (8) D.M. Akhmedov e L.V. Fil'kov - Nucl. Phys., B125, 530 (1977).
- (9) B.H. Bransden; R. Moorhouse e P. O'Donnell - Phys. Rev., 139B, 1566 (1965); P. Bareyre et al, Phys. Rev., 165, 1730 (1968); P. Auvin, A. Donnachie, A.T. Lea e C. Lovelace, Phys. Lett. 12, 76 (1964).
- (10) A. Donnachie; R. Kirsopp e C. Lovelace - Phys. Lett., 26B, 161 (1968).
- (11) Erwin et al - Phys. Rev. Lett., 6, 628 (1961).
- (12) Alff et al - Phys. Rev., 145, 1072 (1966).
- (13) Maglić et al - Phys. Rev. Lett., 7, 178 (1961).
- (14) S. Orito; M.L. Ferrer; L.Paoluzi e R. Santonico - Phys. Lett., 48B, nº 4, 380 (1974).
- (15) M. Gourdin e PH. Salin - N.Cim., 27, nº 1, 309 (1963), e ver referência S. Fubini, C. Rosseri e G. Furlan, N. Cim., 43A, 2545 (1966) onde o valor de C_3 , usado no presente trabalho, foi calculado.
- (16) S. Sawada; T. Ueda; W. Watari e M. Yonezawa - P.T.P., 32, nº 3, 380 (1964).
- (17) M. Gourdin e PH. Salin - N.Cim., 27, nº 1, 193 (1963).

- (18) R.C.E. Devenish e D.H. Lyth - Nucl. Phys., B93, 109, (1975)
As constantes de acoplamento estão explicitadas no artigo de J.G. Körner e M. Kuroda, Desy preprint (não publicado), julho (1976).
- (19) F. Bumiller; M. Croissiaux; E. Dally e R. Hofstadter - Phys. Rev., 124, 1623 (1961).
- (20) V.S. Barashenkov; H.J. Kaiser e A.A. Ogreba - Phys. Lett., 2, 33 (1962).
- (21) M. Gell-Mann; M.L. Goldberger e W.E. Thirring - Phys. Rev., 95, 1612 (1954).
- (22) M. Cini e R. Strofolini - Nucl. Phys., 5, 685 (1958).
- (23) M. Damashek e F.J. Gilman - Phys. Rev. D., 1, 1319 (1970).
- (24) G. Matone e D. Prosperi - N. Cim., 38A, nº 4, 471 (1977).
- (25) C. Oxley e V.L. Telegdi - Phys. Rev., 100, 435 (1955) e C. Oxley, Phys. Rev., 110, 733 (1958).
- (26) V.I. Gol'dansky et al - Sov. Phys. JETP, 11, 1223 (1960).
- (27) P. Baranov et al - Phys. Lett., 52B, nº 1, 122 (1974).
- (28) J.D. Jackson - "Classical Electrodynamics", John Wiley & Sons Inc., 4a. edição, 538 (1965).
- (29) J. Bernabeu e B. Tarrach - Phys. Lett., 69B, nº 4, 484 (1977).