**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA E QUÍMICA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA E CIÊNCIA DOS MATERIAIS**

**CONFIGURAÇÕES ESPACIAIS
PARA UM ÁTOMO DE DOIS
NÍVEIS EM ARMADILHAS
MAGNETO-ÓTICAS: ESTRUTURAS
EM ANÉIS**

Carla Figueira de Morisson Faria

Orientador : Prof. Dr. Vanderlei Salvador Bagnato

Dissertação de mestrado apresentada ao Instituto de Física e Química de São Carlos como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências - Física Básica.

São Carlos - São Paulo

1994

**IFSC UNIVERSIDADE
DE SÃO PAULO**
Instituto de Física e Química de São Carlos

Fone (0162) 72-6222
Fax (0162) 72-2218

MEMBRO DA COMISSÃO JULGADORA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE CARLA FIGUEIRA DE MORAES
APRESENTADA AO INSTITUTO DE FÍSICA E QUÍMICA DE SÃO CARLOS, DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
21/01/1994

Av. Dr. Carlos Botelho, 1465
Caixa Postal 369
CEP 13560-970 - São Carlos - SP
Brasil

COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. Vanderlei Salvador Banato

Prof. Dr. Luiz Eugênio Machado

Prof. Dr. José Wellington Tardes

AGRADECIMENTOS

A autora desta dissertação gostaria de agradecer às seguintes pessoas:

Ao professor Vanderlei Bagnato, pela orientação, atenção e acima de tudo **paciência**, bem como pelo grande auxílio prestado no sentido de viabilizar meus projetos futuros, mais especificamente nos próximos quatro anos.

À minha família, em especial pais e avós, bem como ao Andi, meu "maridão", pelo fortíssimo apoio emocional durante as crises histéricas e ataques de nervos (a TELESP, a TELEPARÁ e as companhias telefônicas européias provavelmente também agradecem). A este último também devo sugestões para sofisticações de última hora, que foram parcialmente aproveitadas, no "abstract" desta dissertação, que achava-se escrito em "informal English".

À Cláudia, de forma **muito especial**, pelo grande auxílio com editores de texto, arquivos, figuras, impressoras e outros animais da informática, muitas vezes noite adentro, imprescindível para que esta dissertação ficasse pronta dentro do prazo estipulado.

Ao Marcassa, única pessoa que me entende neste grupo e futuro "pai" do meu primeiro artigo, pelas discussões e auxílio nos momentos difíceis deste trabalho.

Ao Lino, por ter desenhado uma das figuras deste trabalho e parte dos diagramas de blocos.

Ao Ilde, Tereza e Débora, pelas figuras e informações acerca da montagem experimental, bem como pela fotografia de uma estrutura em anel.

A todas as pessoas que dividem comigo meu ambiente de trabalho (Fragalli, Lino, Nório, Marcassa, "Capi" e Sérgio), por suportarem o grande aumento de entropia no recinto durante a confecção desta dissertação, além de desocuparem o computador em que a mesma foi escrita e permitirem que a "máquina diabólica" fosse utilizada para tal fim em tempo integral.

Ao professor Luis Antônio, pela impressora a laser para a versão final, bem como pelo fato de ter permitido a livre utilização desta, literalmente 24 horas por dia, emprestando-me inclusive a chave da sua sala no fim de semana que antecedeu a entrega desta dissertação à gráfica.

Ao Luimar, por ter salvado um capítulo do trabalho graças a um "software" apropriado para o conserto de disquetes "paraguaio" três dias antes de o mesmo ter sido entregue à gráfica.

À Isabel, pela atenção e auxílio com as questões burocráticas (e pelas folhas de formulário contínuo).

À FAPESP e a CAPES, pelo suporte financeiro, e em especial ao CNPQ, pela bolsa de cada mês, pois sem dinheiro é impossível alimentar-se, e comida é essencial para o bom funcionamento dos neurônios.

Enfim, a todos que ajudaram neste trabalho, direta ou indiretamente.

RESUMO

O principal objetivo deste trabalho é investigar teoricamente a variação de uma possível distribuição espacial para átomos de sódio confinados em uma armadilha magneto-ótica, quando os feixes laser aprisionantes nas direções x e y acham-se desalinhados formando um caminho fechado. Utilizamos um tratamento bastante simplificado, baseado em simulação numérica, no qual estes átomos são considerados como sistemas de dois níveis, observando estruturas em forma de anéis sem a necessidade de levar em conta efeitos coletivos. Este fato confirma os resultados experimentais obtidos por nosso grupo, onde os raios destas estruturas são independentes do número de átomos aprisionados. As simulações mostram efeitos de desbalanço de intensidade, falta de paralelismo e outros na distribuição em anel formada pelos átomos.

ABSTRACT

The main objective of this work is to investigate theoretically the variations in a possible spatial distribution for sodium atoms confined in a magneto-optical trap when the laser beams in the x and y directions are misaligned in a closed-path configuration. We employ a simplified approach, based on numerical simulation, in which these atoms are considered as two-level systems, predicting the existence of ring-shaped structures without the necessity of taking into account collective effects. This fact confirms the experimental results obtained by our group, where the radii of these structures are independent of the number of trapped atoms. These simulations also exhibit effects due to intensity imbalance and lack of parallelism on the trapping beams, as well as other effects, which influence the ring-shaped distributions of the atoms.

ÍNDICE

Capítulo	Página
I - Introdução.....	1
II - A Armadilha Magneto-Ótica	5
II .1 - AspectosHistóricos.....	5
II .2 - Princípio de Funcionamento	8
II .3 - Estruturas Espaciais Encontradas e Teorias Existentes	12
II .3.1 - Modelo de Dois Níveis Simplificado	12
II .3.2 - NovasTeorias.....	13
II .4 - Controvérsia em Relação às Estruturas em Anéis no Modelo de Dois Níveis Simplificado	14
III- Justificativa para as Estruturas em Anéis Observadas	17
III .1- Modelo Bidimensional Simplificado	17
III .2- A Força de Vórtex e as Condições para a Formação de Órbitas Estáveis para um Átomo Aprisionado numa Armadilha Magneto-Ótica	23
III .3- Limitações no Modelo	26
III .4- Correções Introduzidas no Modelo	28
IV- Simulação Numérica do Processo	31
IV.1 - Métodos Numéricos Utilizados	31

IV.2 - Resultados Numéricos Obtidos com o Modelo Não	
Corrigido	34
IV.2.1 - Resultados para Armadilhas Simétricas	34
IV.2.2- Resultados para Armadilhas Assimétricas	44
IV.2.2.1- Desbalanço de Intensidade	44
IV.2.2.2- Desalinhamentos Assimétricos	51
IV.2.2.3- Desalinhamentos com Ângulos	53
IV.3 - Resultados Numéricos Obtidos com o Modelo Corrigido	59
IV.3.1 - Resultados para Armadilhas Simétricas	65
IV.3.2 - Resultados para Armadilhas Assimétricas	71
IV.3.2.1- Desbalanço de Intensidade	71
IV.3.2.2- Desalinhamentos Assimétricos	75
IV.3.2.3- Desalinhamentos com Ângulos	79
IV.4- Síntese dos Resultados Principais.....	82
V - Conclusões e Sugestões	85

Apêndice	Página
Apêndice I - Dedução da Força Média de Pressão de Radiação para um Átomo de Dois Níveis	88
Apêndice II - Difusão Transversal de um Feixe Atômico durante o Processo de Desaceleração por Ajuste Zeeman	99
Apêndice III- Programas Utilizados	117

ÍNDICE DE ILUSTRAÇÕES

Figura	Página
1 - Estrutura em anel obtida experimentalmente para átomos de sódio aprisionados em nosso laboratório.....	2
2 - Esquema simplificado do princípio de funcionamento de uma armadilha magneto-ótica	9
3 - Disposição espacial dos feixes laser e do campo magnético numa armadilha magneto-ótica	9
4 - Diagrama de níveis simplificado para o átomo de sódio ilustrando o processo de rebombeio	11
5 - Disposição dos feixes laser aprisionantes desalinhados no plano XY	18
6 - Diagrama de blocos dos programas utilizados para simular o movimento de um átomo em uma armadilha magneto-ótica	32
7 - Trajetória descrita por um átomo para frequências de Rabi de 10 MHz, detuning de -25 MHz, gradiente de campo de 7.148 G/cm e desalinhamentos de 0.4 cm nos feixes aprisionantes	35
8 - Trajetória descrita por um átomo para frequências de Rabi de 10 MHz, detuning de -25 MHz, gradiente de campo de 7.148 G/cm e desalinhamentos de 1 cm nos feixes aprisionantes	36
9 - Trajetória descrita por um átomo para frequências de Rabi de 10	

	MHz, detuning de -25 MHz, gradiente de campo de 7.148 G/cm e desalinhamentos de 1.2 cm nos feixes aprisionantes	37
10 -	Trajectoria descrita por um átomo para frequências de Rabi de 10 MHz, detuning de -25 MHz, gradiente de campo de 12 G/cm e desalinhamentos de 1.2 cm nos feixes aprisionantes	38
11 -	Raios das órbitas estáveis em função dos desalinhamentos para gradientes de campo de 5, 7.148, 10 e 15 G/cm, detuning de -20 MHz e frequência de Rabi de 20 MHz	39
12 -	Raios das órbitas estáveis em função dos desalinhamentos para detunings de -25, -20, -15 e -10 MHz, gradiente de campo de 7.148 G/cm e frequência de Rabi de 20 MHz	40
13 -	Raios das órbitas estáveis em função dos desalinhamentos para frequências de Rabi de 10 , 20, 30 e 40 MHz, detuning de -20 MHz e gradiente de campo de 7.148 G/cm	42
14 -	Trajectoria descrita por um átomo para detuning de -10 MHz, gradiente de campo de 7.148 G/cm, desalinhamentos de 2 cm nos feixes aprisionantes, três feixes com frequências de Rabi de 20 MHz e um quarto feixe com frequência de Rabi de 10 MHz	45
15 -	Trajectoria descrita por um átomo para detuning de -10 MHz, gradiente de campo de 7.148 G/cm, desalinhamentos de 2 cm nos feixes aprisionantes, três feixes com frequências de Rabi de 2 MHz e um quarto feixe com frequência de Rabi de 15 MHz.....	46
16 -	Trajectoria descrita por um átomo para detuning de -15 MHz,	

gradiente de campo de 7.148 G/cm, desalinhamentos de 2 cm nos feixes aprisionantes, três feixes com frequências de Rabi de 20 MHz e um quarto feixe com frequência de Rabi de 25 MHz	47
17 - Trajetória descrita por um átomo para detuning de -15 MHz, gradiente de campo de 7.148 G/cm, desalinhamentos de 2 cm nos feixes aprisionantes, três feixes com frequências de Rabi de 2 MHz e um quarto feixe com frequência de Rabi de 30 MHz	48
18 - Trajetória descrita por um átomo para detuning de -10 MHz, gradiente de campo de 7.148 G/cm, desalinhamentos de 2 cm nos feixes aprisionantes, três feixes com frequências de Rabi de 2 MHz e um quarto feixe com frequência de Rabi de 25 MHz	50
19 - Trajetória descrita por um átomo para detuning de -25 MHz, gradiente de campo de 7.148 G/cm, frequências de Rabi de 20 MHz, três desalinhamentos de 1.8 cm e um quarto de 2.6 cm nos feixes aprisionantes	51
20 - Trajetória descrita por um átomo para detuning de -25 MHz, gradiente de campo de 7.148 G/cm, frequências de Rabi de 20 MHz, três desalinhamentos de 1.8 cm e um quarto de 3.8 cm nos feixes aprisionantes	52
21 - Disposição dos feixes aprisionantes no plano XY para desalinhamentos não paralelos	54
22 - Trajetória descrita por um átomo para detuning de -25 MHz, gradiente de campo de 7.148 G/cm, frequências de Rabi de 20	

	MHz e desalinhamentos de coeficientes angulares de 0.5 cm^{-1} se levar em conta a mudança nas direções das forças	57
23 -	Trajectoria descrita por um átomo para detuning de -25 MHz, gradiente de campo de 7.148 G/cm, frequências de Rabi de 20 MHz e desalinhamentos de coeficientes angulares de 0.15 cm^{-1} levando em conta a mudança nas direções das forças	58
24 -	Trajectoria descrita por um átomo para detuning de -25 MHz, gradiente de campo de 7.148 G/cm, frequências de Rabi de 20 MHz e desalinhamentos de coeficientes angulares de 0.5 cm^{-1} sem levar em conta a mudança nas direções das forças	58
25 -	Trajectoria descrita por um átomo para detuning de -25 MHz, gradiente de campo de 7.148 G/cm, frequências de Rabi de 20 MHz e desalinhamentos de coeficientes angulares de 0.5 cm^{-1} levando em conta a mudança nas direções das forças	59
26 -	Disposição dos feixes aprisionantes considerada no modelo corrigido	61
27 -	Trajectoria descrita por um átomo para frequências de Rabi de 20 MHz, detuning de -10 MHz, gradiente de campo de 7.148 G/cm e desalinhamentos de 0.1 cm nos feixes aprisionantes.....	66
28 -	Trajectoria descrita por um átomo para frequências de Rabi de 20 MHz, detuning de -10 MHz, gradiente de campo de 10 G/cm e desalinhamentos de 0.1 cm nos feixes aprisionantes	67
29 -	Trajectoria descrita por um átomo para frequências de Rabi de 30	

MHz, detuning de -10 MHz, gradiente de campo de 10 G/cm desalinhamentos de 0.1 cm nos feixes aprisionantes	68
30 - Raios das órbitas estáveis em função da frequência de Rabi para gradientes de campo de 10, 12, 14 e 16 G/cm	69
31 - Raios das órbitas estáveis em função do detuning para frequências de Rabi de 23 MHz e desalinhamentos de 0.1 cm nos feixes aprisionantes, e gradientes de campo magnético de 10 e 12 G/cm	70
32 - Trajetória descrita por um átomo para detuning de -10 MHz, gradiente de campo de 10 G/cm, desalinhamentos de 0.1 cm nos feixes aprisionantes, três feixes com frequência de Rabi de 23 MHz e um quarto feixe com frequência de Rabi de 22 MHz	73
33 - Trajetória descrita por um átomo para detuning de -10 MHz, gradiente de campo de 10 G/cm, desalinhamentos de 0.1 cm nos feixes aprisionantes, três feixes com frequência de Rabi de 23 MHz e um quarto feixe com frequência de Rabi de 26 MHz	74
34 - Trajetória descrita por um átomo para detuning de -10 MHz, gradiente de campo de 14 G/cm, frequências de Rabi de 23 MHz, três desalinhamentos de 0.1 cm e um quarto de 0.12 cm nos feixes aprisionantes	76
35 - Trajetória descrita por um átomo para detuning de -10 MHz, gradiente de campo de 14 G/cm, frequências de Rabi de 23 MHz, três desalinhamentos de 0.1 cm e um quarto de 0.13 cm nos feixes	

aprisionantes	77
36 - Trajetória descrita por um átomo para detuning de -10 MHz, gradiente de campo de 14 G/cm, frequências de Rabi de 23 MHz, três desalinhamentos de 0.1 cm e um quarto de 0.06 cm nos feixes aprisionantes	78
37 - Trajetória descrita por um átomo para detuning de -10 MHz, gradiente de campo de 14 G/cm, frequências de Rabi de 23 MHz e desalinhamentos de coeficientes angulares de 0.15 cm^{-1} sem levar em conta a mudança nas direções das forças	

I - Comparação entre os resultados previstos pelo modelo com e sem correções e os resultados experimentais.....	83

I - INTRODUÇÃO

A área de resfriamento e aprisionamento de átomos vem sofrendo um grande desenvolvimento, desde a década passada, aumentando cada vez mais o interesse neste ramo da Física, fato que pode ser justificado pela quantidade de aplicações existentes para átomos resfriados e aprisionados, bem como a importância de algumas destas para o entendimento de propriedades fundamentais da matéria.

Podemos citar, por exemplo, a grande contribuição do resfriamento de átomos à espectroscopia de alta resolução, advinda do fato de que, ao diminuir-se a velocidade dos átomos em questão, diminui-se também o alargamento das linhas espectrais do mesmo devido ao efeito Doppler, além de aumentar-se o tempo de interação entre os feixes laser utilizados e o átomo. Vários grupos vem realizando espectroscopia em átomos aprisionados, obtendo larguras de linha inferiores à largura Doppler [1].

Tem sido feito também, em átomos aprisionados, o estudo de colisões em temperaturas ultra-frias [2], cuja importância reside no fato de termos, neste caso, grandes comprimentos de onda de De Broglie e baixos momentos angulares orbitais, o que permite estudar átomos experimentalmente num regime quântico e possibilita a reavaliação de muitas idéias acerca de colisões atômicas.

Também é importante destacar que as altas densidades alcançadas para átomos confinados atualmente poderão abrir caminho, no futuro, para a realização experimental da **Condensação de Bose Einstein**, possibilidade demonstrada

teoricamente em 1991 para átomos sujeitos a um potencial fraco variando espacialmente, que é o caso encontrado nas armadilhas existentes [3]. Muitos grupos tem tentado, por este motivo, obter densidades compatíveis com este fenômeno, sendo interessante mencionar aqui que, recentemente, D. Pritchard e colaboradores obtiveram densidades quase da ordem de 10^{12} átomos/cm³ para átomos de sódio [4].

Um estudo também bastante interessante, e que vem sendo realizado por vários grupos, é a observação de diversas distribuições espaciais para átomos aprisionados, como nuvens e anéis, tendo o comportamento das referidas estruturas com parâmetros externos uma importância fundamental no entendimento das forças atuantes em um átomo dentro de uma armadilha. Em nosso grupo, mais especificamente, observações destas estruturas para átomos de sódio aprisionados em uma armadilha magneto-ótica vem sendo realizadas nos últimos dois anos. A figura 1 mostra, como ilustração, a fotografia de um anel obtido em nosso grupo.

Figura 1 - Estrutura em anel obtida experimentalmente para átomos de sódio aprisionados em nosso laboratório.

É importante ainda ressaltar que, nas estruturas em anéis, observam-se manifestações da força de pressão de radiação não perceptíveis nos casos onde temos apenas nuvens de átomos, bem como variações bastante críticas destas estruturas com os parâmetros externos, o que torna o estudo destes anéis bastante importantes para o entendimento da força de pressão de radiação.

Esta dissertação trata justamente destas estruturas em anéis para um átomo aprisionado em uma armadilha magneto-ótica. Devido à extrema dificuldade na obtenção de uma solução analítica para as trajetórias descritas por este átomo, discutimos e analisamos seu comportamento com base numa abordagem bastante simples, centrada na simulação numérica. Além da introdução, temos aqui os seguintes capítulos, cuja estrutura acha-se resumida a seguir:

No Capítulo II, a armadilha magneto-ótica é discutida num contexto geral, dando-se uma noção dos resultados obtidos, bem como dos modelos criados para explicá-los, dentro da comunidade científica mundial.

Em seguida, temos o Capítulo III, onde é apresentado um modelo analítico simplificado para justificar as estruturas em anéis encontradas experimentalmente quando os feixes são desalinhados, levando-se em consideração que os átomos envolvidos no processo são átomos de dois níveis, sendo também discutidas as limitações deste modelo.

No Capítulo IV, por sua vez, os resultados obtidos numericamente para o comportamento destas estruturas são mostrados e analisados, tanto para o caso onde a armadilha é simétrica quanto para o caso onde introduz-se algum tipo de assimetria. Estes resultados são comparados qualitativamente com os obtidos em

nosso laboratório, sendo discutidas suas semelhanças e discrepâncias.

E, finalmente, apresentamos no Capítulo V as conclusões a que chegamos durante a realização deste trabalho, bem como sugestões para trabalhos futuros.

Além destes capítulos, apresentamos aqui três apêndices:

O primeiro destes (Apêndice I) consiste na derivação da expressão para a força média espontânea exercida por um feixe laser sobre um átomo de dois níveis, expressão que será utilizada exaustivamente ao longo desta dissertação.

O Apêndice II, por sua vez, trata do estudo do processo de difusão transversal de um feixe atômico desacelerado pela Técnica de Ajuste Zeeman, trabalho que foge um pouco ao assunto principal abordado aqui, mas que é um ponto de partida para o entendimento da influência deste processo nas estruturas em anéis observadas para átomos aprisionados, a qual é muito mais complexa e difícil de ser analisada .

No Apêndice III, finalmente, colocamos as listagens de todos os programas utilizados nesta dissertação.

II - A ARMADILHA MAGNETO - ÓTICA

II.1 - ASPECTOS HISTÓRICOS

O fato de que a luz exerce influência sobre o movimento de um feixe atômico, fenômeno no qual se baseia toda a área de resfriamento e aprisionamento de átomos por pressão de radiação, foi primeiramente observado em 1933, por Frisch [5], onde foi observada a deflexão de um feixe de átomos de sódio sob o efeito de uma lâmpada do mesmo material.

Décadas mais tarde, a idéia do resfriamento de átomos foi introduzida independentemente por Hänsch e Schawlow [6] e Wineland e Dehmelt [7], em 1975. Ambos os grupos notaram a influência crucial do Efeito Doppler no processo: se colocássemos o átomo considerado entre dois feixes laser sintonizados abaixo da sua frequência natural de transição, um contrapropagante e outro copropagante a este, o mesmo absorveria mais fótons do feixe contrapropagante, sendo desacelerado. O fato ocorre pois, devido a este efeito, a frequência do laser contrapropagante ao átomo estaria mais próxima da frequência da transição atômica necessária ao resfriamento no referencial do átomo, que possui uma velocidade não nula em relação ao referencial do laboratório. Deste fenômeno é advinda a idéia do aprisionamento de átomos utilizando-se para tal pressão de radiação, sendo elaborados vários modelos de como isso poderia ser realizado.

Entretanto, durante algum tempo, certos tipos de armadilhas foram tidas como instáveis e irrealizáveis do ponto de vista experimental, fato que se baseia

no Teorema Ótico de Earnshaw, demonstrado por Ashkin e Gordon em 1983 [8]. Este teorema, como o próprio nome diz, é um análogo ótico do teorema de Earnshaw da eletrostática, e, segundo o mesmo, o divergente do vetor de Poynting de um feixe laser estático é nulo na ausência de fontes ou sorvedouros de radiação. Logo, se a força exercida por cada feixe laser numa armadilha for proporcional ao vetor de Poynting, não teremos uma força apontando para o centro da armadilha, ou seja, não teremos armadilha.

O fato é que, considerando o átomo como um sistema de dois níveis, podem atuar sobre este dois tipos de forças associadas à pressão de radiação: a força espontânea, associada à transferência de momentum dos fótons do feixe laser incidente para a partícula a ser desacelerada e a força de dipolo, associada ao gradiente de intensidade deste feixe laser ([9] e [10]). Ambas as forças serão discutidas detalhadamente no Apêndice I.

Como a primeira força mencionada acima é proporcional à intensidade do feixe, o que equivale, evidentemente, a ser proporcional a seu vetor de Poynting, acreditou-se, durante muito tempo, ser inviável a construção de uma armadilha utilizando-se apenas a força espontânea de pressão de radiação numa configuração estática de feixes laser. Portanto, foi desencorajada a investigação sobre as armadilhas baseadas na força espontânea, e basicamente investigadas aquelas baseadas na força de gradiente de dipolo. Tem-se notícia, neste período, de apenas um dispositivo utilizando a força espontânea, elaborado pelo próprio Ashkin e desenvolvido experimentalmente em conjunto com o grupo de Steven Chu, em 1985 [11], onde foi realizado o resfriamento viscoso de átomos neutros utilizando-

se três pares de feixes laser contrapropagantes sintonizados abaixo da frequência natural de ressonância, sendo este resfriamento baseado no efeito Doppler. Entretanto, não se pode dizer que se trata de uma armadilha, pois os átomos não se encontram confinados num mínimo de potencial, ou seja, não há força restauradora alguma em direção ao centro deste dispositivo. A configuração espacial observada foi chamada de "melaço ótico".

No entanto, em 1986, David Pritchard e colaboradores propuseram uma armadilha capaz de confinar átomos neutros utilizando configurações espaciais estáticas de feixes laser e forças associadas apenas à emissão espontânea [12]. Tal grupo encontrou um modo de, levando em conta a estrutura interna dos átomos, contornar este teorema utilizando um campo magnético adequado.

Sendo assim, em 1987, Raab e colaboradores construíram a primeira armadilha magneto-ótica, também conhecida como MOT ("Magneto-Optical Trap") [13], armadilha que mostrou-se cerca de dez vezes mais profunda que as obtidas anteriormente, além de serem eliminados efeitos de aquecimento associados a flutuações na força de gradiente de dipolo. Na verdade os átomos são resfriados pelo mesmo efeito encontrado no caso do "melaço ótico", havendo apenas a introdução de uma força restauradora devida à inomogeneidade do campo magnético.

Devido às referidas vantagens, armadilhas deste tipo são as mais utilizadas atualmente no aprisionamento de átomos neutros, sendo as mesmas, ironicamente e ao contrário do que se pensava, não só possíveis como muito mais eficientes que as armadilhas dipolares. Por economia de notação, muitas vezes

utilizaremos a sigla MOT para designar estas armadilhas.

II.2 - PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO

Consideremos inicialmente, por motivos de simplicidade, um modelo unidimensional para entendermos o MOT.

Seja um átomo de dois níveis com um estado fundamental de spin $s=0$ ($m_s=0$) e um estado excitado de spin $s=1$ ($m_s = -1,0,+1$). Este átomo encontra-se imerso num campo magnético fraco da forma $B(z) = az$, onde a é uma constante. Como este campo é fraco, os níveis de energia deste átomo serão modificados pelo efeito Zeeman de forma que os incrementos nas energias destes sejam da forma $\Delta E = \mu_m B(z)$, linear com o campo magnético.

Fazendo incidir, sobre este átomo, um feixe laser de polarização σ^- propagando-se na direção $-\hat{z}$ e um outro feixe de polarização σ^+ propagando-se na direção $+\hat{z}$, ambos sintonizados abaixo da frequência de ressonância do átomo considerado para campo magnético nulo, teremos a seguinte situação :

Para $z>0$, o átomo absorverá mais fótons do feixe com polarização σ^- , pois a frequência dos lasers estará mais próxima da transição $s=0$ ($m_s=0$) $\rightarrow$ $s=1$ ($m_s=-1$), realizada por feixes com esta polarização.

Para $z<0$, o átomo absorverá mais fótons do feixe com polarização σ^+ , pelo fato de a frequência dos lasers estar mais próxima da transição $s=0$ ($m_s=0$) $\rightarrow$ $s=1$ ($m_s=+1$), realizada por feixes polarizados desta forma.

Deste modo, o átomo sofrerá sempre a ação de uma força restauradora,

Figura 2 - Esquema simplificado do princípio de funcionamento de uma armadilha magneto-ótica

Figura 3 - Disposição espacial dos feixes laser e do campo magnético numa armadilha magneto-ótica.

que tenderá a deslocá-lo em direção à origem. Este modelo acha-se ilustrado na figura 2.

Estendendo agora tal modelo a três dimensões, teremos três pares de

feixes ortogonais polarizados e dispostos como no caso unidimensional. O campo magnético, por sua vez, é gerado por duas bobinas circulares nas quais circulam correntes de sentidos opostos, de modo que teremos um campo magnético com gradiente constante ao longo do plano XY, e que apresentará um ponto de mínimo no centro da armadilha, sendo nulo neste ponto. A disposição dos feixes laser nesta armadilha pode ser vista na figura 3.

É importante destacar que o princípio que rege este tipo de armadilha também pode ser aplicado a átomos com uma estrutura hiperfina mais complicada, fato que vem sendo realizado por vários grupos, com vários tipos de átomos, dentre eles o Césio (transição $6S_{1/2}(F=4) \rightarrow 6P_{3/2}(F=5)$) [14] e o Sódio (transição $3S_{1/2}(F=2, m_f=2) \rightarrow 3P_{3/2}(F=3, m_f=3)$), sendo este último utilizado no trabalho desenvolvido em nosso laboratório.

Entretanto, um problema encontrado experimentalmente, advindo do fato de que os átomos envolvidos no processo de aprisionamento não são exatamente átomos de dois níveis, é a ocorrência de transições indesejadas devido ao bombeamento ótico, o que faz com que o átomo saia do processo de aprisionamento, havendo por isso a necessidade de um outro laser, chamado "laser de rebombeio", para recolocá-lo em ressonância com os feixes aprisionantes.

Mais especificamente, no caso de nosso laboratório, os átomos de sódio são bombeados óticamente para o subnível $3S_{1/2}(F=1)$. Como o laser aprisionante está sintonizado na frequência da transição $3S_{1/2}(F=2) \rightarrow 3P_{3/2}(F=3)$, o átomo não mais absorve fótons deste laser, não sendo mais possível aprisioná-lo. Entretanto, com a introdução de um segundo laser sintonizado na transição $3S_{1/2}(F=1) \rightarrow 3P_{3/2}(F=2)$,

o átomo é excitado para este último subnível, havendo uma probabilidade não nula de este decair tanto para $3S_{1/2}(F=1)$ quanto para $3S_{1/2}(F=2)$. No caso de o átomo realizar uma transição para este último subnível, o mesmo será recolocado no processo de aprisionamento. Caso contrário, entrará novamente no processo de

Figura 4 - diagrama de níveis simplificado para o átomo de sódio ilustrando o processo de rebombeio

rebombeio até que haja a transição correta.. Um diagrama de níveis bastante simplificado ilustrando o processo pode ser visto na figura 4.

Não temos como objetivo aqui a discussão detalhada do processo acima, mas ter noção da sua existência e da sua importância no aprisionamento de átomos,

bem como do fato de que este não é levado em consideração nas teorias existentes para descrever o comportamento de um átomo aprisionado numa armadilha magneto-ótica.

II.3 - ESTRUTURAS ESPACIAIS ENCONTRADAS E TEORIAS EXISTENTES

Neste tipo de armadilha, foram observadas diversas configurações espaciais, como nuvens de átomos, no caso de os seis feixes laser estarem completamente alinhados, ou estruturas em anéis com ou sem uma nuvem central, no caso de desalinhamento dos feixes laser aprisionantes. Inúmeras teorias tem sido desenvolvidas para justificar a dependência destas configurações com parâmetros externos, como a frequência e intensidade dos feixes aprisionantes, o gradiente do campo magnético utilizado e, no caso das estruturas em anéis, o desalinhamento dos feixes laser.

Mais especificamente, existem hoje em dia dois tratamentos teóricos distintos para descrever o comportamento dos átomos numa armadilha magneto-ótica, que serão resumidos a seguir.

II.3.1 - MODELO DE DOIS NÍVEIS SIMPLIFICADO

Os átomos no MOT são tratados como sistemas de dois níveis interagindo com feixes laser, e considera-se que a presença dos outros feixes não modifica a

interação deste átomo com o feixe mais interagente, o que equivale a dizer que as forças envolvidas no processo são somadas independentemente. Despreza-se também quaisquer possíveis efeitos relacionados à coerência envolvendo absorções seguidas de emissão estimulada, já que estes não contribuem para a chamada força espontânea de pressão de radiação.

Ao ser estimada, neste modelo, uma temperatura mínima para os átomos aprisionados [15], obteve-se algo equivalente à energia associada à largura de linha da transição considerada, o que é equivalente à afirmação de que a energia cinética mínima dos átomos confinados é igual à largura de linha natural da transição. Este modelo concordou relativamente bem com os primeiros dados experimentais obtidos, onde os átomos são resfriados até o limite Doppler previsto teoricamente para o "melaço ótico"[11].

II.3.2 - NOVAS TEORIAS

Entretanto, em 1988, conseguiu-se resfriar átomos muito abaixo do limite Doppler [16], além de serem observados comportamentos das configurações espaciais não previstos pelas teorias anteriores. Tais fatos tornaram necessário o desenvolvimento de novas teorias, que foi realizado por Jean Dalibard e Claude Cohen-Tannoudji, na Ecole Normale Supérieure [17] e pelo grupo de Stanford [18]. A mesma, feita inicialmente para o "melaço ótico", foi adaptada recentemente ao caso de átomos aprisionados numa armadilha magneto-ótica por Steane et al.[19]. A discussão detalhada da teoria sub-Doppler foge ao objetivo desta dissertação,

mas é importante ter noção de que, nesta, os átomos confinados não mais são considerados como átomos de dois níveis, mas seu estado fundamental possui múltiplos subníveis, sendo as populações nestes afetadas pelas polarizações dos feixes aprisionantes, bem como pelo movimento do átomo nestes feixes, surgindo uma força, de natureza totalmente diferente das demais, chamada "força de gradiente de polarização".

O coeficiente de amortecimento calculado nesta teoria é bem maior que o encontrado no modelo de dois níveis simplificado, motivo pelo qual encontramos resfriamento abaixo do limite Doppler.

II.4 - CONTROVÉRSIA EM RELAÇÃO ÀS ESTRUTURAS EM ANÉIS N O MODELO DE DOIS NÍVEIS SIMPLIFICADO.

Quando os feixes laser aprisionantes encontram-se desalinhados no plano XY, formando um quadrado (ver figura 5, no Capítulo III), são observadas distribuições espaciais de átomos em anéis, existindo, mesmo dentro do modelo de dois níveis simplificado, várias teorias conflitantes para justificar o aparecimento destas estruturas, cada uma com suas falhas para a descrição de tais configurações. Há basicamente dois modelos, criados pelo grupo do Colorado [14] e pelo grupo brasileiro [20], onde, lançando-se mão de uma série de simplificações, tenta-se prever o comportamento de tais estruturas.

Para o primeiro grupo [14], os efeitos coletivos, como a atenuação dos feixes laser aprisionantes e o espalhamento múltiplo de fótons, possuem

importância fundamental na formação de todas as estruturas observadas. É inclusive apresentado um modelo analítico simplificado onde são calculadas as trajetórias estáveis levando-se em conta uma força restauradora devida ao campo magnético, uma força viscosa devida ao efeito Doppler, uma força tangencial devida ao desbalanço local de intensidade provocado pelo desalinhamento dos feixes laser aprisionantes, e uma força radial repulsiva devida aos efeitos de re-espalhamento dos fótons absorvidos entre os átomos do anel, força chamada por eles de "Radiation Trapping Force". Neste modelo, esta última força é indispensável para a existência de estruturas em anéis estáveis, e, sendo dependentes do espalhamento secundário de fótons, as estruturas resultam fortemente dependentes do número de átomos.

Na outra teoria [20], por sua vez, os efeitos coletivos mencionados anteriormente são totalmente desprezados, considerando que o átomo no MOT está sujeito a uma soma de quatro forças espontâneas de pressão de radiação exercidas sobre um átomo de dois níveis, conforme calculadas na referências [9] e [10] (e por isso denominadas "Forças de Cook"), no plano XY, correspondentes a quatro feixes gaussianos desalinhados formando um quadrado. Estas forças são expandidas, encontrando-se uma expressão onde a força resultante sobre o átomo é constituída da soma de uma força viscosa, uma força restauradora e uma força tangencial devida ao desbalanço local de intensidade devido ao desalinhamento dos feixes laser com perfis gaussianos, chamada neste modelo de "Força de Vórtex".

Esta teoria explica qualitativamente resultados experimentais obtidos na região de baixas densidades ($n \leq 10^8$ átomos/cm³), onde observa-se que os raios dos

anéis e das nuvens são independentes do número de átomos presentes. Entretanto, é importante mencionar aqui que, para altas densidades, a "Radiation Trapping Force" passa a ter uma importância fundamental no que diz respeito ao comportamento das estruturas encontradas, sendo inclusive um grande entrave à obtenção de Condensação de Bose-Einstein em armadilhas magneto-ópticas.

Este último modelo será discutido em maior detalhe no capítulo a seguir.

III - JUSTIFICATIVA PARA AS ESTRUTURAS EM ANÉIS OBSERVADAS

Será discutido, neste capítulo, o modelo teórico em que se baseia esta dissertação. Trata-se de uma teoria bastante simplificada, e com muitas limitações, mas que consegue dar uma idéia intuitiva do que ocorre com um átomo aprisionado em uma armadilha magneto-ótica.

III.1 - MODELO BIDIMENSIONAL SIMPLIFICADO

Consideremos um átomo de dois níveis propagando-se com velocidade v e sujeito à ação de um feixe laser. Há transferência de momentum entre os fótons deste feixe laser e o átomo, sendo a força média devida à pressão de radiação dada por

$$\vec{F} = \frac{\hbar \Gamma \Omega^2 \vec{k}}{\Gamma^2 + 2\Omega^2 + 4[\Delta - \vec{k} \cdot \vec{v}]^2} \quad (1)$$

onde Γ = largura de linha da transição.

Δ = diferença entre a frequência do laser aprisionante e a frequência natural da transição, também chamado "detuning".

Ω = frequência de Rabi (parâmetro associado à intensidade do feixe laser)

$\vec{k}$ = vetor de onda do feixe laser

$\vec{v}$ = velocidade do átomo

Utilizaremos a expressão acima, cuja dedução pode ser encontrada no

Apêndice I, considerando um feixe laser gaussiano ($\Omega = \Omega_0 \exp(-(r/2w)^2)$), desprezando as forças oriundas do gradiente de intensidade, fato que pode ser feito porque, sendo o gradiente de intensidade não muito elevado, a força dipolar é desprezível comparada à força espontânea. Esta aproximação está explicada mais detalhadamente no Apêndice I.

Figura 5 - Disposição dos feixes laser aprisionantes desalinhados no plano XY.

No caso do MOT com feixes laser desalinhados, num modelo bidimensional simplificado teremos quatro feixes gaussianos desalinhados formando um quadrado no plano XY, disposição espacial que pode ser vista na figura 5, e imersos em um campo magnético linear de modo que, em cada direção, seu gradiente é constante, ou seja, as componentes de $\vec{B}$ podem ser escritas como

$$B_i = \frac{dB_i}{dx_i} x_i \quad (2)$$

Desta forma, a frequência de transição do átomo considerado será afetada

pelo efeito Zeeman causado pelo campo da armadilha da seguinte maneira:

$$\omega = \omega_0 \pm \frac{\mu_b}{\hbar} \frac{dB_z}{dx_i} x_i \quad (3)$$

onde ω_0 = frequência natural da transição para campo magnético nulo,

μ_b = magneton de Bohr.

Esta modificação deve ser introduzida na força de Cook, de modo que a expressão $\Delta - \vec{k} \cdot \vec{v}$ no denominador da mesma deve ser substituída por $\Delta - \vec{k} \cdot \vec{v} \mp (d\omega/dx_i)x_i$. O sinal deste termo dependerá da transição induzida pela polarização do feixe incidente, conforme foi visto no capítulo anterior.

Antes de analisarmos aqui as forças envolvidas no processo, ressaltamos o fato de que os feixes na figura 5, bem como os desalinhamentos correspondentes aos mesmos, estão numerados de 1 a 4 para facilitar o entendimento dos cálculos a seguir. Teremos então as seguintes forças, devidas, respectivamente, aos feixes laser 1, 2, 3 e 4 (utilizaremos a letra s para designar os desalinhamentos, notação que permanecerá a mesma ao longo de todo este trabalho):

$$\vec{F}_1 = \frac{\hbar k \Gamma \Omega_{10}^2 \exp\left(-\left(\frac{y+s_1}{w}\right)^2\right)}{\Gamma^2 + 2\Omega_{10}^2 \exp\left(-\left(\frac{y+s_1}{w}\right)^2\right) + 4\left[\Delta - kv_x - \frac{d\omega}{dx}x\right]^2} \hat{x} \quad (4.a)$$

$$\vec{F}_2 = - \frac{\hbar k \Gamma \Omega_{20}^2 \exp\left(-\left(\frac{y+s_2}{w}\right)^2\right)}{\Gamma^2 + 2\Omega_{20}^2 \exp\left(-\left(\frac{y+s_2}{w}\right)^2\right) + 4\left[\Delta + kv_x + \frac{d\omega}{dx}x\right]^2} \hat{x} \quad (4.b)$$

$$\vec{F}_3 = \frac{\hbar k \Gamma \Omega_{30}^2 \exp\left(-\left(\frac{x+s_3}{w}\right)^2\right)}{\Gamma^2 + 2\Omega_{30}^2 \exp\left(-\left(\frac{x+s_3}{w}\right)^2\right) + 4\left[\Delta - kv_y - \frac{d\omega}{dy}y\right]^2} \hat{y} \quad (4.c)$$

$$\vec{F}_4 = -\frac{\hbar k \Gamma \Omega_{40}^2 \exp\left(-\left(\frac{x+s_4}{w}\right)^2\right)}{\Gamma^2 + 2\Omega_{40}^2 \exp\left(-\left(\frac{x+s_4}{w}\right)^2\right) + 4\left[\Delta + kv_y + \frac{d\omega}{dy}y\right]^2} \hat{y} \quad (4.d)$$

Teremos, então, nas direções x e y respectivamente, que $F_x = F_1 + F_2$ e $F_y = F_3 + F_4$.

Considerando agora que o módulo da soma entre o termo Doppler e o termo Zeeman é muito menor que o módulo do detuning ($|\vec{k} \cdot \vec{v} \pm (d\omega/dx_i)x_i| \ll |\Delta|$), o que significa fisicamente que temos baixas velocidades e baixos campos magnéticos envolvidos no processo, cada força será dada por, aproximadamente,

$$F_i = \pm \frac{\hbar k \Gamma \Omega_i(\vec{r})^2}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2\Omega_i(\vec{r})^2] \left[1 - \frac{8\Delta(\vec{k} \cdot \vec{v} \pm \frac{d\omega}{dx_i}x_i)}{4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2\Omega_i(\vec{r})^2}\right]} \quad (5)$$

Supondo em seguida que $|8\Delta[\vec{k} \cdot \vec{v} \pm (d\omega/dx_i)x_i]| \ll \Gamma^2 + 4\Delta^2 + 2\Omega^2$, temos que

$$F_i = \pm \frac{\hbar k \Gamma \Omega_i(\vec{r})^2}{4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2\Omega_i(\vec{r})^2} \left[1 \pm \frac{8\Delta(\vec{k} \cdot \vec{v} \pm \frac{d\omega}{dx_i}x_i)}{4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2\Omega_i(\vec{r})^2}\right] \quad (6)$$

Teremos, então, que as forças nas direções x e y podem ser escritas respectivamente como

$$F_x = F_{x_a} + F_{x_\beta} + F_{x_\gamma} \quad (7)$$

sendo

$$F_{x_a} = \left[\frac{\hbar k \Gamma \Omega_{1o}^2 \exp\left(-\frac{(y+s_1)^2}{w^2}\right)}{4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2\Omega_{1o}^2 \exp\left(-\frac{(y+s_1)^2}{w^2}\right)} - \frac{\hbar k \Gamma \Omega_{2o}^2 \exp\left(-\frac{(y+s_2)^2}{w^2}\right)}{4\Delta^2 + \Gamma^2 + \Omega_{2o}^2 \exp\left(-\frac{(y+s_2)^2}{w^2}\right)} \right] \quad (7.a)$$

$$F_{x_\beta} = \left[\frac{8\hbar k^2 \Gamma \Delta \Omega_{1o}^2 \exp\left(-\frac{(y+s_1)^2}{w^2}\right)}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2\Omega_{1o}^2 \exp\left(-\frac{(y+s_1)^2}{w^2}\right)]^2} + \frac{8\hbar k^2 \Gamma \Delta \Omega_{2o}^2 \exp\left(-\frac{(y+s_2)^2}{w^2}\right)}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + \Omega_{2o}^2 \exp\left(-\frac{(y+s_2)^2}{w^2}\right)]^2} \right] v_x \quad (7.b)$$

$$F_{x_\gamma} = \left[\frac{8\hbar k \Gamma \Delta \frac{d\omega}{dx} \Omega_{1o}^2 \exp\left(-\frac{(y+s_1)^2}{w^2}\right)}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2\Omega_{1o}^2 \exp\left(-\frac{(y+s_1)^2}{w^2}\right)]^2} + \frac{8\hbar k \Gamma \Delta \frac{d\omega}{dx} \Omega_{2o}^2 \exp\left(-\frac{(y+s_2)^2}{w^2}\right)}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + \Omega_{2o}^2 \exp\left(-\frac{(y+s_2)^2}{w^2}\right)]^2} \right] x \quad (7.c)$$

e

$$F_y = F_{y_a} + F_{y_\beta} + F_{y_\gamma} \quad (8)$$

onde

$$F_{y_a} = \left[\frac{\hbar k \Gamma \Omega_{3o}^2 \exp\left(-\frac{(x+s_3)^2}{w^2}\right)}{4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2\Omega_{3o}^2 \exp\left(-\frac{(x+s_3)^2}{w^2}\right)} - \frac{\hbar k \Gamma \Omega_{4o}^2 \exp\left(-\frac{(x+s_4)^2}{w^2}\right)}{4\Delta^2 + \Gamma^2 + \Omega_{4o}^2 \exp\left(-\frac{(x+s_4)^2}{w^2}\right)} \right] \quad (8.a)$$

$$F_{y\beta} = \left[\frac{8\hbar k^2 \Gamma \Delta \Omega_{3o}^2 \exp\left(-\frac{(x+s_3)^2}{w^2}\right)}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2\Omega_{3o}^2 \exp\left(-\frac{(x+s_3)^2}{w^2}\right)]^2} + \frac{8\hbar k^2 \Gamma \Delta \Omega_{4o}^2 \exp\left(-\frac{(x+s_4)^2}{w^2}\right)}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + \Omega_{4o}^2 \exp\left(-\frac{(x+s_4)^2}{w^2}\right)]^2} \right] v_y \quad (8.b)$$

$$F_{y\gamma} = \left[\frac{8\hbar k \Gamma \Delta \frac{d\omega}{dy} \Omega_{3o}^2 \exp\left(-\frac{(x+s_3)^2}{w^2}\right)}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2\Omega_{3o}^2 \exp\left(-\frac{(x+s_3)^2}{w^2}\right)]^2} + \frac{8\hbar k \Gamma \Delta \frac{d\omega}{dy} \Omega_{4o}^2 \exp\left(-\frac{(x+s_4)^2}{w^2}\right)}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + \Omega_{4o}^2 \exp\left(-\frac{(x+s_4)^2}{w^2}\right)]^2} \right] y \quad (8.c)$$

Notando que o detuning é negativo, podemos observar três efeitos associados à força de Cook aplicada ao caso de um átomo numa armadilha magneto-ótica após a expansão realizada:

O efeito de uma força **viscosa**, expressa pelo termo dependente da velocidade, cujas componentes podem ser escritas sob a forma $-\beta_{ij}v_j$.

O efeito de uma força **restauradora**, expressa pelo termo dependente da posição, cujas componentes podem ser escritas como $-\alpha_{ij}x_j$.

O efeito de uma terceira força, advinda do fato de as intensidades dos feixes desalinhados dependerem das coordenadas, chamada "**Força de Vórtex**".

É interessante notar que não temos propriamente um coeficiente de amortecimento e uma constante de mola para as duas primeiras forças, pois além de estes serem funções das coordenadas, assumem um valor diferente ao longo de cada direção, tratando-se portanto de **tensores de segunda ordem**.

Em outras palavras, a expansão da força de Cook para baixos campos magnéticos e velocidades será escrita como

$$\vec{F} = -\sum_{ij} \alpha_{ij} x_j \hat{e}_j - \sum_{ij} \beta_{ij} v_j \hat{e}_j + \vec{F}_{vortex} \quad (9)$$

III.2 - A FORÇA DE VÓRTEX E AS CONDIÇÕES PARA A FORMAÇÃO DE ÓRBITAS ESTÁVEIS PARA UM ÁTOMO APRISIONADO NUMA ARMADILHA MAGNETO-ÓTICA

Utilizaremos aqui uma série de aproximações, realizadas na referência [20], com o intuito de chegarmos a um resultado que possa nos dar uma idéia intuitiva do que um átomo sofre ao estar aprisionado, bem como calcular raios para as órbitas estáveis. A validade destas aproximações será também discutida nesta dissertação.

Antes de mais nada, consideremos que a armadilha é simétrica, ou seja, que todos os feixes possuem a mesma intensidade e que os desalinhamentos são de mesmo módulo e simétricos em relação ao centro desta. Em outras palavras, teremos que $\Omega_{i0} = \Omega_0$ e que $s_1 = s_4 = s$; $s_2 = s_3 = -s$

Consideremos aqui também que os desalinhamentos são muito menores $s \ll w$ que as larguras dos feixes laser aprisionantes, o que significa que as gaussianas advindas da dependência espacial da frequência de Rabi podem ser expandidas em potências de $(x_i + s_i)^2/w^2$. Desprezando a dependência espacial destas frequências de Rabi no denominador das forças de Cook, primeira aproximação retirada da referência já citada, encontramos, expandindo até segunda ordem, a seguinte expressão para a Força de Vórtex:

$$\vec{F}_{vortex} = \frac{4S}{w} \frac{\hbar k \Gamma \Omega_o^2}{4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2\Omega_o^2} \left[\frac{y}{w} \left(\frac{y^2}{w^2} - 1 \right) \hat{x} - \frac{x}{w} \left(\frac{x^2}{w^2} - 1 \right) \hat{y} \right] \quad (10)$$

Esta pode ser escrita como o rotacional de um vetor $\vec{A}$, que por sua vez pode ser escrito como

$$\vec{A} = \frac{4S}{w} \frac{\hbar k \Omega_o^2}{4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2\Omega_o^2} \left[\frac{y^4 + x^4}{4w^3} - \frac{y^2 + x^2}{2w} \right] \hat{z} \quad (11)$$

Isto significa fisicamente que esta força é tangencial e impõe um movimento de rotação sobre o átomo considerado.

As forças restauradora e viscosa, por sua vez, poderão agora ser simplesmente escritas como

$$\vec{F}_{restauradora} = \frac{16\hbar k \Omega_o^2 \Gamma \Delta}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2\Omega_o^2]^2} \vec{r} \quad (12)$$

Temos, então, que a expressão para a força resultante sobre um átomo

$$\vec{F}_{viscosa} = \frac{16\hbar k^2 \Omega_o^2 \Gamma \Delta}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2\Omega_o^2]^2} \vec{v} \quad (13)$$

numa armadilha magneto-ótica pode agora ser escrita conforme a expressão abaixo, ou seja,

$$\vec{F} = -\alpha \vec{r} - \beta \vec{v} + \vec{F}_{vortex} \quad (14)$$

pois α e β , neste caso, são meras constantes.

As órbitas estáveis são encontradas para condições onde há equilíbrio entre essas três forças. Utilizaremos aqui as aproximações feitas na referência [20] para calcularmos tais órbitas, método que será exposto e discutido a seguir.

Primeiramente, os termos de segunda ordem da força de vórtex são escritos em coordenadas polares, de modo que temos

$$\vec{F}_{vortex} = \frac{4S}{w} \frac{\hbar k \Gamma \Omega_o^2}{4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2\Omega_o^2} \left[\frac{y}{w} \left(\frac{r^2 \sin^2 \varphi}{w^2} - 1 \right) \hat{x} - \frac{x}{w} \left(\frac{r^2 \cos^2 \varphi}{w^2} - 1 \right) \hat{y} \right] \quad (15)$$

Depois, utilizando-se o argumento de que as configurações espaciais observadas experimentalmente são invariantes em relação ao ângulo φ , é desprezada **toda e qualquer** dependência angular existente nesta força, de modo que agora o termo $(1 - r^2/w^2)$ possa ser posto em evidência. Com esta aproximação, a força de vórtex torna-se

$$\vec{F}_{vortex} = \frac{4S}{w} \frac{\hbar k \Gamma \Omega_o^2}{4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2\Omega_o^2} \left(1 - \frac{r^2}{w^2} \right) \left(\frac{x}{w} \hat{y} - \frac{y}{w} \hat{x} \right) \quad (16)$$

Por questões de economia de notação, chamamos a função escalar obtida de $\xi(r)$.

Conforme visto anteriormente, a condição para que sejam encontradas órbitas estáveis provém do equilíbrio entre a força restauradora, a força viscosa e a força de vórtex, sendo a força restauradora radial e as demais tangenciais e de sentidos opostos.

No caso de a força viscosa ser maior em módulo que a força de vórtex, o átomo perderá velocidade, colapsando no centro da armadilha. Caso contrário, o átomo descreverá uma trajetória em espiral no sentido de escapar da armadilha ou de expandir sua órbita buscando uma condição de equilíbrio. Esta condição é alcançada quando a força de vórtex e a força viscosa forem iguais em módulo, ou seja, quando, utilizando as expressões deduzidas, temos

$$\xi(r) = \beta v \quad (17)$$

o que nos dá a expressão $v = (\xi/\beta)r$ para a velocidade dos átomos nestas órbitas. Como, por outro lado, no caso destas trajetórias circulares a força centrípeta é igual à força restauradora, temos que, considerando a velocidade encontrada acima

$$\xi(r) = \beta \sqrt{\frac{\alpha}{M}} \quad (18)$$

onde M é a massa do átomo. Conseqüentemente, para os raios das órbitas estáveis obtemos a expressão

$$r_\alpha = w \left[1 - \beta \sqrt{\frac{\alpha}{M}} \right]^{1/2} \quad (19)$$

III.3 - LIMITAÇÕES NO MODELO

Apesar de este modelo prever a existência de distribuições na forma de

anéis para átomos aprisionados, ele apresenta limitações, com simplificações que não possuem justificativas muito precisas, sendo necessária uma breve discussão acerca das modificações que estas introduzem.

Em primeiro lugar, ao calcular-se a força de vórtex, desprezam-se as dependências espaciais da frequência de Rabi no denominadores das forças de Cook, de maneira a não mais trabalharmos com tensores de segunda ordem $\vec{\alpha}$ e $\vec{\beta}$, mas com simples constantes de mola e amortecimento. Estas dependências mostraram-se bastante importantes, conforme foi observado numericamente ao serem introduzidas as primeiras correções no modelo (maiores detalhes no capítulo a seguir).

Outra falha no modelo é o fato de que a dependência angular da força de vórtex é desprezada a nível dos termos de segunda ordem, mais especificamente na passagem da equação (15) à (16). A importância de tal dependência pode ser verificada numericamente, parecendo ser essencial para a obtenção de órbitas estáveis.

Uma outra limitação no modelo, anterior às aproximações analíticas efetuadas para a força de vórtex, é o fato de que este não consegue reproduzir as estruturas em anéis para parâmetros experimentais, apenas o fazendo para desalinhamentos da ordem de duas vezes os raios dos feixes, onde o próprio modelo perde a validade. Entretanto, qualitativamente alguns efeitos e estruturas se reproduzem, o que justifica o uso deste modelo simplificado para estes fins.

Notou-se, entretanto, que havia uma discrepância muito grande entre os resultados numéricos obtidos para as configurações espaciais, na região onde

encontramos anéis, quando consideramos, para os mesmos parâmetros externos, a expressão exata para as forças de Cook exercidas pelos quatro feixes desalinhados e sua expansão para baixos campos magnéticos e baixas velocidades. Isto nos motivou a verificar se esta expansão poderia ser realizada na citada região, e esta se mostrou inválida, exceto para casos "patológicos", onde, como era de se esperar, as configurações espaciais não diferem.

Portanto, este modelo não descreve exatamente um átomo aprisionado por quatro feixes laser onde a interação entre este e os feixes da armadilha é descrita por uma soma de forças de Cook, mas apenas por uma superposição de uma força viscosa, uma força restauradora e uma força de vórtex, servindo apenas para dar-nos uma idéia intuitiva do comportamento de um átomo num MOT. Um modelo mais realístico necessita de sérias modificações.

III. 4 - CORREÇÕES INTRODUZIDAS NO MODELO

No modelo utilizado e discutido até agora consideramos o efeito de cada feixe independente dos demais, aproximação válida para baixas intensidades, onde as forças de Cook devidas a cada feixe podem ser superpostas, permanecendo a expressão para cada uma destas inalterada diante da presença dos outros feixes laser. Em outras palavras, ignora-se totalmente a influência que estes últimos possam ter na taxa de absorção de fótons do feixe laser contrapropagante (e, conforme visto, mais interagente) pelo átomo considerado.

Tentando adicionar estes efeitos, muitos grupos introduziram correções

na força de Cook, como por exemplo Lett et al. [15], ou D. Sesko e colaboradores [14], que consideram que os feixes lasers não contrapropagantes ao átomo colaboram para a saturação da transição, exercendo uma influência sobre o átomo que faz com que este absorva menos fótons do feixe contrapropagante.

⇒ Na força de Cook, mais especificamente no denominador desta, existe um termo, dependente da frequência de Rabi, que corresponde fisicamente à saturação da transição. É este termo que é corrigido pelos grupos citados acima ([15] e [14]) e que, pelos mesmos motivos, será modificado por nós. Introduziremos a seguir uma correção no termo de saturação das forças envolvidas no processo levando em conta não mais o quadrado da frequência de Rabi correspondente ao feixe responsável pela força, que é proporcional à intensidade deste, mas a soma das intensidades de todos os feixes no ponto considerado, de modo que cada força, em módulo, será dada por

$$F_i = \frac{\hbar k \Gamma \Omega_i(\vec{r})^2}{\Gamma^2 + 2 \sum_{j=1}^n \Omega_j(\vec{r})^2 + 4 \left[\Delta - \vec{k} \cdot \vec{v} + \frac{d\omega}{dx} x_i \right]^2}, \quad (20)$$

onde n é o número total de feixes laser envolvidos no processo. No caso considerado, temos quatro feixes laser desalinhados no plano XY formando um quadrado e dois feixes alinhados no eixo Z apontando em direção à origem do nosso sistema de coordenadas, que é o centro da armadilha.

De fato, ao integrarmos numericamente a expressão acima, verificamos que os resultados obtidos após a introdução de tal correção são muito mais próximos dos valores experimentais, além do fato de que a expansão da força de

Cook para baixos campos magnéticos e velocidades mostra-se totalmente válida para este novo caso, afirmativa verificada numericamente plotando-se as duas condições necessárias para a realização da expansão e através de uma série de simulações onde foram utilizadas a expressão exata e expandida para a força de Cook corrigida, sendo a diferença entre os resultados obtidos uma insignificante discrepância no tamanho dos anéis.

Um cálculo analítico dos raios dos anéis não foi realizado para este caso, pois trata-se de um sistema altamente não linear, podendo apenas ser integrado numericamente, o que significa que todo e qualquer modelo analítico realizado aqui será muito aproximado, colocando em dúvida sua validade quantitativa.

Apesar disso, o modelo modificado é um bom indício de que a obtenção de órbitas estáveis é possível sem a introdução de efeitos coletivos através da "Radiation Trapping Force", o que contraria radicalmente a referência [14] e mostra que um modelo baseado no equilíbrio entre as forças viscosa, restauradora e de vórtex é totalmente válido para a descrição das órbitas estáveis de um átomo num MOT, apenas discordando-se do modo com estas são calculadas na referência [20].

Em outras palavras, este último modelo justifica as observações experimentais de anéis independentes do número de átomos aprisionados, motivo que nos levou a desprezar os efeitos coletivos no modelo discutido neste capítulo e em todas as simulações realizadas.

IV - SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO PROCESSO

Conforme foi mencionado no capítulo anterior, as expressões obtidas para as forças atuantes num átomo de dois níveis confinado em uma armadilha magneto-ótica são altamente não-lineares, o que significa que as trajetórias descritas por este átomo só podem ser encontradas através da integração numérica das equações de movimento.

Este capítulo trata basicamente dos resultados obtidos, bem como dos métodos numéricos utilizados. Consideramos aqui a transição $3S_{1/2}(F=2, m_f=2) \rightarrow 3P_{3/2}(F=3, m_f=3)$ do átomo de sódio, aproximado por um átomo de dois níveis. Esta transição é realizada experimentalmente na armadilha magneto-ótica existente em nosso laboratório. Utilizamos aqui, no termo correspondente ao deslocamento Zeeman, a constante $\gamma=(\mu_b/\hbar)=1.4$ MHz/G multiplicando os gradientes de campo considerados, correspondentes ao "splitting" entre os estados de maior momento angular.

Os feixes laser estão dispostos como na figura 5, e considera-se como origem do sistema de coordenadas o centro da armadilha.

IV. 1 - MÉTODOS NUMÉRICOS UTILIZADOS

Em todas as simulações realizadas neste trabalho, utilizamos programas que nada mais são do que variações do programa descrito pelo diagrama de blocos da figura 6.

Figura 6 - diagrama de blocos dos programas utilizados para simular o movimento de um átomo em uma armadilha magneto-ótica

Neste programa, é utilizado um método de integração numérica bastante simples, que consiste basicamente em calcular a expressão para a força de pressão de radiação para as coordenadas x_n e y_n e velocidades v_{x_n} e v_{y_n} num n -ésimo passo, e considerar que coordenadas e velocidades, propagam-se, respectivamente, como

$$x_{n+1} = x_n + v_{x_n}t + \frac{1}{2}a_{x_n}t^2 \quad (21.a)$$

$$y_{n+1} = y_n + v_{y_n} t + \frac{1}{2} a_{y_n} t^2 \quad (21.b)$$

e

$$v_{x_{n+1}} = v_{x_n} + a_{x_n} t \quad (22.a)$$

$$v_{y_{n+1}} = v_{y_n} + a_{y_n} t \quad (22.b)$$

onde $a_{x_{in}}$ = componente x_i da aceleração calculada no n -ésimo passo.

t = tempo utilizado em cada passo.

Em seguida, utilizamos as novas expressões para as coordenadas e velocidades no cálculo da força no passo seguinte, propagando as coordenadas novamente e repetindo o processo aqui citado quantas vezes for necessário.

Podemos notar que, neste método, consideramos a aceleração constante em cada passo, fato que pode, de um ponto de vista mais rigoroso, ser questionado. Entretanto, utilizando métodos mais sofisticados de integração, como por exemplo o método de Runge - Kutta de quarta ordem, notamos que os resultados para as trajetórias permanecem os mesmos, e, como tempo computacional é um fator importante a ser levado em consideração, haja vista o grande número de simulações realizadas, continuamos a adotar o método mais simples.

Como uma outra simplificação introduzida, desprezamos os efeitos devidos à emissão espontânea, fato que pode ser justificado observando-se que os resultados obtidos com e sem a presença desta não apresentam grandes alterações. As simulações de tais efeitos acarretam um aumento significativo no tempo computacional, o que é altamente desvantajoso e torna a inclusão dos mesmos desnecessária, a não ser que os resultados fossem radicalmente diferentes, o que

não é o caso.

Consideraremos aqui os modelos descritos no capítulo anterior, com e sem correção no termo de saturação, estabelecendo um paralelo entre ambos os casos. Discutiremos os resultados obtidos em termos das forças restauradora, viscosa e de vórtex.

IV.2 - RESULTADOS NUMÉRICOS OBTIDOS COM O MODELO NÃO CORRIGIDO

Utilizamos, nesta primeira parte, as expansões (7) e (8) como expressões para as forças. Conforme foi rapidamente mencionado no fim do capítulo anterior, estas expansões são válidas para a força de Cook apenas no caso de condições muito especiais, que não são satisfeitas para muitas regiões de desalinhamento, intensidade e detuning nas quais obtemos órbitas estáveis.

Ainda assim, é interessante observarmos os resultados obtidos ao variarmos as condições externas, e podemos interpretá-los como as estruturas espaciais obtidas para um átomo numa armadilha magneto-ótica cujo movimento é descrito pelas expansões (7) e (8).

IV.2.1 - RESULTADOS PARA ARMADILHAS SIMÉTRICAS

Discutiremos inicialmente os resultados obtidos quando os quatro feixes possuem mesma intensidade, e seus desalinhamentos são simétricos em relação ao

centro da armadilha. Consideramos aqui feixes gaussianos de 1 cm de diâmetro ($w = 1$ cm).

Primeiramente, será analisada a influência dos desalinhamentos para condições de detuning, intensidade e gradiente de campo magnético fixos.

A princípio, quando temos desalinhamentos pequenos, notamos que a trajetória descrita pelo átomo colapsa para o centro da armadilha. À medida que estes aumentam, o átomo colapsa mais lentamente, descrevendo um movimento em espiral cada vez mais acentuado, até encontrarmos condições de desalinhamento para as quais este não mais colapsa, apresentando uma trajetória fechada.

Como exemplo destas três situações temos as figuras 7, 8 e 9, respectivamente, onde utilizamos um detuning de -25 MHz, frequências de Rabi de 10 MHz para os feixes aprisionantes, gradiente de campo de 7.148 G/cm e desalinhamentos de, respectivamente, 0.4, 1 e 1.2 cm para os referidos feixes.

Figura 7 - trajetória para frequência de Rabi de 10 MHz, detuning de -25 MHz, gradiente de campo de 7.148 G/cm e desalinhamentos de 0.4 cm

Figura 8 - trajetória para frequência de Rabi de 10 MHz, detuning de -25 MHz, gradiente de campo de 7.148 G/cm e desalinhamentos de 1 cm

Na figura 7, notamos que o átomo descreve uma trajetória que colapsa em direção à origem sem nenhum movimento de rotação. Na figura 8, por sua vez, este colapsa descrevendo um movimento em espiral. Finalmente, na figura 9, o átomo apresenta uma trajetória fechada e com raio bem definido (0.3 cm).

Podemos interpretar o fato fisicamente como um aumento da força de vórtex. Isto ocorre pelo fato de, aumentando o desalinhamento entre os feixes, aumentarmos a diferença de intensidade local entre cada par de feixes aprisionantes, dando origem, neste ponto, a uma força cada vez maior.

Esta força, por ser tangencial, tende a colocar o átomo em rotação, o que pode ser observado quando este espirala mais e mais em direção à origem à medida que os desalinhamentos crescem. Quando o átomo começa a descrever órbitas

estáveis, isto significa que a força de vórtex passa a equilibrar as outras duas forças, e este equilíbrio permanece por um intervalo realmente grande de desalinhamentos.

Figura 9 - trajetória para frequências de Rabi de 10 MHz, detuning de -25 MHz, gradiente de campo de 7.148 G/cm e desalinhamentos de 1.2 cm

Tanto a largura deste intervalo quanto o ponto onde as órbitas estáveis começam a ser observadas dependem crucialmente dos outros parâmetros, conforme será analisado a seguir.

Consideremos agora diferentes gradientes de campo magnético, fixando as demais condições. Podemos observar que o raio dos anéis decresce conforme o gradiente de campo magnético aumenta, encontrando-se inclusive situações onde existem ou não órbitas estáveis, dependendo do gradiente de campo magnético utilizado.

Como exemplo, colocamos a figura 10, onde observamos que, para

mesmas condições de detuning, frequências de Rabi e desalinhamentos da figura anterior, para um gradiente de campo magnético de 12 G/cm no plano XY a

Figura 10- trajetória para frequências de Rabi de 10 MHz, detuning de -25 MHz, gradiente de campo de 12 G/cm e desalinhamentos de 1.2 cm

trajetória descrita pelo átomo colapsa no centro da armadilha.

Além disso, notamos que o intervalo de desalinhamentos para o qual temos órbitas estáveis diminui conforme o gradiente de campo aumenta, fato que pode ser observado na figura 11, onde plotamos os raios dos anéis em função dos desalinhamentos dos feixes laser para gradientes de campo magnéticos de 5, 7, 10 e 15 G/cm, considerando um detuning de -20 MHz e frequências de Rabi de 20 MHz para cada feixe aprisionante.

Pode também ser observado na mesma figura que o desalinhamento para o qual as estruturas em anéis começam a aparecer não é radicalmente afetado por este parâmetro, variando apenas o raio dos anéis encontrados, notando-se que estes

anéis começam a aparecer, para três das condições de gradiente de campo

Figura 11- raios das órbitas estáveis em função dos desalinhamentos para gradientes de campo de 5, 7.148, 10 e 15 G/cm, detuning de -20 MHz e frequência de Rabi de 20 MHz.

consideradas, para um desalinhamento de 2.2 cm nos feixes aprisionantes.

Notamos também que as curvas indicando a dependência destes raios com o desalinhamento tornam-se menos suaves à medida que o gradiente de campo magnético aumenta, havendo inclusive pontos onde estas se interceptam.

A diminuição do raio das órbitas estáveis descrita na página anterior pode ser entendida se levarmos em consideração que a força restauradora é proporcional ao gradiente do campo magnético, e este aumento na força restauradora faz com que os raios das órbitas tornem-se menores ou até mesmo nulos, situação onde a trajetória do átomo colapsa no centro da armadilha.

O fato de não ocorrerem modificações nos valores de desalinhamentos

para os quais começamos a observar anéis está relacionado ao fato de estas estruturas surgirem basicamente devido ao equilíbrio entre as forças viscosa e de vórtex. Deste modo, um aumento ou diminuição na força restauradora contribuirá muito mais para alterar o tamanho dos raios do que o ponto onde as estruturas em anéis começam a ser observadas

Para diferentes condições de detuning, por sua vez, podemos notar que, quanto mais negativo é este parâmetro, fixando-se as demais condições, maiores são os raios encontrados para as estruturas em anéis. Um exemplo bastante detalhado disso pode ser visto na figura 12, onde plotamos os raios das órbitas estáveis em função do desalinhamento, para vários detunings, mais especificamente -10; -15, -20 e -25 MHz, considerando um gradiente de campo magnético de 7.148

Figura 12- raios das órbitas estáveis em função dos desalinhamentos para detunings de -25, -20, -15 e -10 MHz, gradiente de campo de 7.148 G/cm e freq. de Rabi de 20 MHz .

G/cm e frequências de Rabi de 20 MHz nos feixes aprisionantes.

Isto pode ser explicado por um decréscimo nas forças restauradora e viscosa descritas pelas equações (7) e (8), que ocorre quando o detuning torna-se mais e mais negativo, o que pode ser entendido fisicamente pelo fato de os feixes laser se afastarem da ressonância em relação à frequência de transição do átomo aprisionado.

A diminuição na força viscosa é responsável pelo fato de os desalinhamentos para os quais começam a ser observadas órbitas estáveis decrescerem conforme o detuning torna-se mais negativo. O decréscimo na força restauradora, por sua vez, está relacionado ao fato de os raios crescerem com o módulo do detuning.

Finalmente, consideremos o caso onde variamos as intensidades dos feixes aprisionantes, varrendo um intervalo correspondente a frequências de Rabi que vão de 10 a 40 MHz.

Notamos que, com o aumento de intensidade, ocorre diminuição dos raios dos anéis, o que pode ser visto claramente na figura 13, onde estes raios são plotados em função dos desalinhamentos para diferentes condições de intensidade, mais especificamente frequências de Rabi de 10, 20, 30 e 40 MHz, mantendo-se o detuning em -20 MHz e o gradiente de campo magnético em 7.148 G/cm.

Nesta figura, observamos que as curvas descrevendo os raios dos anéis em função do desalinhamento comportam-se basicamente da mesma forma para diferentes intensidades, ao contrário do observado no caso de diferentes gradientes de campo magnético. Notamos também que o desalinhamento para o qual a

trajetória do átomo deixa de colapsar varia radicalmente com a intensidade, sendo tão maior quanto maior for a frequência de Rabi dos feixes aprisionantes considerada nas simulações. Isto pode ser entendido pelo fato de uma alteração na frequência de Rabi acarretar uma mudança nas forças viscosa e de vórtex, fazendo com que o ponto onde estas se encontram em equilíbrio seja modificado.

Figura 13- raios das órbitas estáveis em função dos desalinhamentos para frequências de Rabi de 10, 20, 30 e 40 MHz, detuning de -20 MHz e gradiente de campo de 7.148 G/cm.

O fato de as trajetórias dos átomos colapsarem para altas intensidades está relacionado ao aumento da dependência angular que ocorre em todas as forças envolvidas no processo, dependência que encontra-se implícita nos termos proporcionais aos quadrados das frequências de Rabi existentes nestas forças. Isto torna o sistema mais instável e requer maiores valores de desalinhamento para que ocorra o equilíbrio entre a força de vórtex e a força viscosa e, conseqüentemente, órbitas estáveis.

É interessante mencionar aqui que, para certas regiões de detuning, gradiente de campo, desalinhamentos e intensidades dos feixes aprisionantes, existe um ponto de equilíbrio estável no centro da armadilha, pois, independentemente da posição inicial do átomo, a trajetória deste sempre colapsa para tal ponto. Conforme os parâmetros externos são modificados, o equilíbrio estável transfere-se deste ponto para uma órbita com raio não nulo, pois, mesmo considerando o átomo inicialmente na origem, este passa a descrever uma trajetória estável. Pode-se dizer, portanto, que ocorre uma transição de fase que se dá de forma relativamente suave, fato que se torna ainda mais evidente nas figuras aqui mostradas. Este fato encontra-se discutido em detalhe em um artigo recém-publicado por nosso grupo [21], onde é inclusive construído um diagrama de fase delimitando regiões onde são encontradas todas as estruturas observadas experimentalmente.

Notamos que, para todos os casos aqui discutidos, os parâmetros para os quais encontramos órbitas estáveis, por exemplo, desalinhamentos da ordem de 1.2 a 3 cm para cada feixe laser em relação ao centro da armadilha, ou seja, maiores que a largura dos feixes, e detunings da ordem de -20 MHz, estão muito distantes dos parâmetros experimentais e no limite de validade do modelo. No laboratório, são obtidos anéis para desalinhamentos da ordem de 0.1 cm, e detunings da ordem de -10 MHz, parâmetros para os quais o átomo colapsa no modelo sem correções. Além do mais, observa-se experimentalmente que os raios das órbitas estáveis aumentam com a intensidade, resultado totalmente oposto ao previsto pelo modelo não corrigido. Também não são observadas em laboratório distorções

semelhantes às previstas por este modelo, onde as referidas órbitas, à medida que o desalinhamento dos feixes aprisionantes aumenta, apresentam uma forma geométrica cada vez mais próxima da disposição espacial dos feixes em relação ao centro da armadilha, ou seja, um quadrilátero. Este último comportamento está associado ao fato de que a anisotropia da armadilha torna-se bastante relevante na região de grandes desalinhamentos na qual são obtidas órbitas estáveis neste modelo. Nesta região de desalinhamentos, as dependências angulares das forças envolvidas no processo são bastante importantes.

IV.2.2 - RESULTADOS PARA ARMADILHAS ASSIMÉTRICAS

A partir de agora, analisaremos casos onde a armadilha magneto-ótica apresenta algum tipo de assimetria, seja nas intensidades dos feixes laser aprisionantes, seja nos desalinhamentos destes feixes em relação ao centro da armadilha.

IV.2.2.1 - DESBALANÇO DE INTENSIDADE

Consideramos aqui que os quatro feixes laser aprisionantes ainda se encontram dispostos simetricamente no plano XY em relação ao centro da armadilha, mas que há um desbalanço de intensidade na armadilha devido ao fato de um destes feixes possuir intensidade diferente da dos demais.

Introduzindo este novo efeito, notamos várias alterações nos resultados

já obtidos. Primeiramente, quando a trajetória descrita pelo átomo colapsa, isto não mais ocorre no centro da armadilha, havendo agora um ponto de equilíbrio estável que se afasta da origem conforme o desbalanço de intensidade aumenta.

Figura 14- trajetória para detuning de -10 MHz, desalinhamentos de 2 cm, gradiente de campo de 7.148 G/cm, três feixes com frequências de Rabi de 20 MHz e um quarto feixe com 10 MHz.

Este fato pode ser visto nas figuras 14 e 15, onde observamos desbalanços de intensidade correspondentes a uma diferença de frequências de Rabi de 10 e 5 MHz respectivamente, para condições de detuning de -10 MHz, cada feixe laser desalinhado de 2 cm em relação ao centro da armadilha e gradiente de campo de 7.148 G/cm. Para o desbalanço de intensidade maior, que corresponde a três feixes laser com frequência de Rabi de 20 MHz e um quarto feixe com frequência de Rabi de 10 MHz, a trajetória que o átomo descreve colapsa

aproximadamente no ponto $(-0.06 \text{ cm}, 0.145 \text{ cm})$. Para o outro caso, onde temos um feixe laser com frequência de Rabi de 15 MHz e os demais com frequências de Rabi de 20 MHz, observamos que isto ocorre muito mais próximo da origem,

Figura 15- trajetória para detuning de -10 MHz, gradiente de campo de 7.148 G/cm, desalinhamentos de 2 cm, três feixes com freq. de Rabi de 20 MHz e um quarto feixe com 15 MHz.

aproximadamente em $(-0.025 \text{ cm}, 0.06 \text{ cm})$.

Este deslocamento do ponto de equilíbrio estável, que é totalmente equivalente ao fato de a nuvem central observada em uma armadilha magneto-ótica deslocar-se desta posição diante de um desbalanço de intensidade, foi medido indiretamente, bem como estimado analiticamente, por Steane et al, em Oxford [19], havendo o referido grupo utilizado a teoria sub-Doppler para tais cálculos.

Analogamente ao que já foi mostrado nas figuras acima, no caso de termos órbitas estáveis notamos um deslocamento do centro das mesmas em

relação ao ponto onde o campo magnético é nulo, que, como no caso anterior, aumenta conforme aumenta o desbalanço de intensidade, fato exemplificado na

Figura 16- trajetória para detuning de -15 MHz, desalinhamentos de 2 cm, gradiente de campo de 7.148 G/cm, três feixes com freq. de Rabi de 20 MHz e um quarto feixe com 25 MHz.

figura 16 .

Os raios das órbitas, por sua vez, diminuem à medida que a intensidade do feixe laser responsável pelo desbalanço aumenta, chegando a uma situação onde este possui intensidade muito superior aos demais. Neste caso não temos órbitas estáveis, mas somente um ponto de equilíbrio estável onde o átomo colapsa.

Este fato pode ser visto na figura 17, para condições de detuning, desalinhamento e gradiente de campo magnético iguais a respectivamente -15 MHz, 2 cm e 7.148 G/cm . Nesta figura, observamos que, para um desbalanço de frequências de Rabi de 10 MHz, situação onde temos três feixes com frequências

de Rabi de 20 MHz e um quarto com 30 MHz, a trajetória que este átomo descreve

Figura 17- trajetória para detuning de 15 MHz, desalinhamentos de 2 cm, gradiente de campo de 7.148 G/cm, três feixes com freq. de Rabi de 20 MHz e um quarto feixe com 30 MHz.

passa a colapsar.

Observamos também distorções nas órbitas deste átomo, quando o feixe laser que introduz este desbalanço possui intensidade muito menor que a dos demais.

É importante mencionar que um desbalanço de intensidade introduz uma assimetria em todas as forças envolvidas no processo, modificando a componente destas na direção onde ocorre o referido desbalanço. Nos casos discutidos aqui, por exemplo, as componentes horizontais das forças restauradora, viscosa e de vórtex são modificadas, pois o desbalanço de intensidade introduzido é na direção x.

Esta assimetria explica o afastamento do ponto de equilíbrio estável em

relação ao centro da armadilha, pois o mínimo de potencial cujo gradiente é a força restauradora não mais está localizado no centro da armadilha.

A diminuição ou aumento dos raios dos anéis em relação à armadilha simétrica no caso de, respectivamente, desbalanços positivos ou negativos de intensidade, é um resultado previsível diante do fato de que os raios das órbitas estáveis decrescem com a frequência de Rabi, que varia ao longo de uma das direções conforme introduzimos um desbalanço de intensidade, tornando-se maior ou menor do que no caso simétrico.

Há também um terceiro fator, que é a modificação na força de vórtex, que passa não só a provocar rotações mas também tem uma influência no sentido de deslocar o ponto de equilíbrio estável do centro da armadilha. Tal fato pode ser observado diretamente nas equações (7.a) e (8.a) se fizermos, por exemplo, os desalinhamentos nulos e considerarmos frequências de Rabi diferentes, e contribui para o fato de que a trajetória descrita pelo átomo passa a colapsar para grandes desbalanços de intensidade positivos, embora isto se deva basicamente à diminuição do raio das estruturas obtidas com a intensidade.

É interessante mencionar também que, dependendo do desbalanço de intensidade e da posição do átomo na armadilha, poderá ocorrer uma mudança local no sentido da componente da força de vórtex correspondente à direção onde há este desbalanço. Isto ocorre numa situação onde, apesar de o átomo achar-se mais próximo do centro da gaussiana correspondente à intensidade do feixe de menor frequência de Rabi, a intensidade local do feixe de maior frequência de Rabi é maior, o que poderá colocar o átomo de rotação no sentido oposto. Tal fato pode

ser visto na figura 18, onde temos, agora, para mesmas condições de desalinhamento, detuning e gradiente de campo magnético das figuras 13 e 14, um desbalanço de intensidade positivo, ou seja, o feixe de intensidade diferente apresenta frequência de Rabi maior que a destes últimos. Pode ser visto que a trajetória deste átomo colapsa num ponto de equilíbrio estável, como nas figuras

Figura 18- trajetória para detuning de -10 MHz, desalinhamentos de 2 cm, gradiente de campo de 7.148 G/cm, três feixes com frequências de Rabi de 20 MHz e um quarto feixe com 25 MHz.

13 e 14, mas espirala em sentido totalmente contrário.

Apesar de ocorrer uma alteração em uma componente de todas as forças consideradas, a dependência destas com as coordenadas não se modifica radicalmente, pois o átomo ainda se acha sob a influência de quatro feixes laser gaussianos dispostos exatamente da mesma maneira que na armadilha simétrica, apenas um destes possuindo intensidade diferente da dos demais.

IV.2.2.2 - DESALINHAMENTOS ASSIMÉTRICOS

Nesta parte do trabalho, consideramos que os feixes laser aprisionantes não mais acham-se desalinhados simetricamente em relação ao centro da armadilha, ou, seja, s_1 , s_2 , s_3 e s_4 não mais possuem o mesmo módulo.

Como resultado, obtivemos grandes distorsões nas órbitas estáveis, que mostram-se tão mais presentes quanto maior for a assimetria entre os desalinhamentos.

Figura 19- trajetória descrita por um átomo para $s_1=s_3=s_4=1.8$ cm e $s_2=2.6$ cm.

O fato é ilustrado na figuras 19 e 20, para mesmas condições de detuning, frequência de Rabi (-25 MHz e 20 MHz respectivamente) e gradiente de campo (7.148 G/cm). No caso de termos uma assimetria nos desalinhamentos da ordem de 0.8 cm (figura 19), correspondente a três feixes laser desalinhados de 1.8

cm em relação ao centro da armadilha e um quarto feixe desalinhado de 2.6 cm, observamos uma pequena deformação nas estruturas em anel. Mais detalhadamente, observando a figura 5, teremos $s_1=s_3=s_4=1.8$ cm enquanto que $s_2=2.6$ cm.

Figura 20 - trajetória descrita por um átomo para $s_1=s_3=s_4=1.8$ cm e $s_2=3.8$ cm.

Se, por outro lado, considerarmos agora uma assimetria muito maior nos deslinhamentos, para os mesmos parâmetros, como por exemplo três feixes desalinhados de 1.8 cm em relação ao centro da armadilha e um quarto feixe desalinhado de 3.8 cm, notamos uma distorsão nas órbitas estáveis maior que na figura 19.

Essas distorsões podem ser explicadas pelo fato de ocorrer uma alteração radical na dependência angular das forças envolvidas no processo. Mais especificamente, no caso de termos três desalinhamentos de mesmo módulo e um quarto de módulo diferente, há uma alteração no desbalanço de intensidade local

devido ao fato de a gaussiana correspondente à intensidade deste último feixe agora achar-se centrada num ponto totalmente diferente. Este fato modifica radicalmente uma componente das forças envolvidas no processo, principalmente a força de vórtex, o que explica as fortes distorsões encontradas..

Pode ser observado que a distorsão nas órbitas é mais forte justamente próximo ao local onde o feixe 2 intercepta o feixe 4, e que a órbita descrita para $y < 0$ é muito semelhante ao caso da figura 19 e à trajetória descrita por um átomo em uma armadilha simétrica. Para $y > 0$, por outro lado, notamos que este átomo desloca-se muito mais que no caso simétrico, devido ao fato de que o feixe 2 começa a exercer uma força apreciável no átomo, modificando sua trajetória, para valores maiores da coordenada y .

IV.2.2.3 - DESALINHAMENTOS COM ÂNGULOS

Uma outra modificação no modelo bidimensional simplificado interessante de ser introduzida é considerar que os feixes laser aprisionantes não mais são paralelos entre si, mas seus desalinhamentos variam com as coordenadas de forma linear, ou seja,

$$S_i = S_{oi} + \varepsilon_i X_i \quad (23)$$

onde ε_i é a tangente do ângulo que o vetor de onda de cada feixe laser forma com o eixo x ou y , dependendo do caso. A disposição destes feixes no plano XY acha-

se ilustrada na figura 21, onde θ_1 , θ_2 , θ_3 e θ_4 são os ângulos feixes 1, 2, 3 e 4 respectivamente formam com os eixos coordenados.

Esta situação é um pouco mais realística que o caso de desalinhamentos paralelos, pois, experimentalmente, os feixes laser desalinhados apresentam um pequeno ângulo.

Figura 21 - disposição dos feixes laser aprisionantes no plano XY.

Quando os feixes laser acham-se desalinhados conforme esta última figura, devido ao fato de que estes não se acham exatamente paralelos aos eixos coordenados, ocorre uma modificação na taxa de absorção de momentum nas direções x e y pelos átomos confinados. Em outras palavras, há uma alteração nas componentes das forças de Cook exercidas pelos feixes aprisionantes, pois estas encontram-se na direção dos vetores de onda destes feixes, conforme pode ser visto na equação (1). Ou seja, a componente das forças de Cook em cada direção será

dada por

$$F_{x_i} = \frac{\hbar \vec{k} \cdot \hat{e}_i \Omega_i(\vec{r})^2 \Gamma}{4 [\Delta - \vec{k} \cdot v \hat{e}_i + \gamma B(z)]^2 + 2 \Omega_i(\vec{r})^2 + \Gamma^2} \quad (24)$$

onde o sinal no termo dependente do campo magnético é determinado pela polarização do feixe laser. Neste caso, os feixes 1 e 3 possuem polarização σ^- , enquanto que os feixes 2 e 4 possuem polarização σ^+ .

Mais especificamente, para as expansões para baixos campos e baixas velocidades consideradas nos programas para o modelo não corrigido, teremos, em módulo, as componentes x e y das das forças devidas aos feixes 1, 2, 3 e 4 respectivamente

$$F_{1x} = \frac{\cos\theta_1 \hbar k \Gamma \Omega_1^2(\vec{r})}{\Gamma^2 + 2 \Omega_1^2(\vec{r}) + 4 \Delta^2} + \frac{8 k^2 \Delta \cos^2\theta_1 \hbar k^2 \Delta \Gamma \Omega_1^2(\vec{r}) v_x}{[\Gamma^2 + 2 \Omega_1^2(\vec{r}) + 4 \Delta^2]^2} + \frac{8 \cos\theta_1 \hbar k \Delta \Gamma \Omega_1^2(\vec{r}) \frac{d\omega}{dx} x}{[\Gamma^2 + 2 \Omega_1^2(\vec{r}) + 4 \Delta^2]^2} \quad (25.a)$$

$$F_{1y} = \frac{\sin\theta_1 \hbar k \Gamma \Omega_1^2(\vec{r})}{\Gamma^2 + 2 \Omega_1^2(\vec{r}) + 4 \Delta^2} - \frac{8 k^2 \Delta \sin^2\theta_1 \hbar k^2 \Delta \Gamma \Omega_1^2(\vec{r}) v_y}{[\Gamma^2 + 2 \Omega_1^2(\vec{r}) + 4 \Delta^2]^2} + \frac{8 \sin\theta_1 \hbar k \Delta \Gamma \Omega_1^2(\vec{r}) \frac{d\omega}{dy} y}{[\Gamma^2 + 2 \Omega_1^2(\vec{r}) + 4 \Delta^2]^2} \quad (25.b)$$

$$F_{2x} = \frac{\cos\theta_2 \hbar k \Gamma \Omega_2^2(\vec{r})}{\Gamma^2 + 2 \Omega_2^2(\vec{r}) + 4 \Delta^2} - \frac{8 k^2 \Delta \cos^2\theta_2 \hbar k^2 \Delta \Gamma \Omega_2^2(\vec{r}) v_x}{[\Gamma^2 + 2 \Omega_2^2(\vec{r}) + 4 \Delta^2]^2} - \frac{8 \cos\theta_2 \hbar k \Delta \Gamma \Omega_2^2(\vec{r}) \frac{d\omega}{dx} x}{[\Gamma^2 + 2 \Omega_2^2(\vec{r}) + 4 \Delta^2]^2} \quad (26.a)$$

$$F_{2y} = \frac{\text{sen}\theta_2 \hbar k \Gamma \Omega_2^2(\vec{r})}{\Gamma^2 + 2\Omega_2^2(\vec{r}) + 4\Delta^2} - \frac{8k^2 \Delta \text{sen}^2\theta_2 \hbar k^2 \Delta \Gamma \Omega_2^2(\vec{r}) v_y}{[\Gamma^2 + 2\Omega_2^2(\vec{r}) + 4\Delta^2]^2} - \frac{8\cos\theta_2 \hbar k \Delta \Gamma \Omega_2^2(\vec{r}) \frac{d\omega}{dy} y}{[\Gamma^2 + 2\Omega_2^2(\vec{r}) + 4\Delta^2]^2} \quad (26.b)$$

$$F_{3x} = \frac{\text{sen}\theta_3 \hbar k \Gamma \Omega_3^2(\vec{r})}{\Gamma^2 + 2\Omega_3^2(\vec{r}) + 4\Delta^2} + \frac{8k^2 \Delta \text{sen}^2\theta_3 \hbar k^2 \Delta \Gamma \Omega_3^2(\vec{r}) v_x}{[\Gamma^2 + 2\Omega_3^2(\vec{r}) + 4\Delta^2]^2} + \frac{8\text{sen}\theta_3 \hbar k \Delta \Gamma \Omega_3^2(\vec{r}) \frac{d\omega}{dx} x}{[\Gamma^2 + 2\Omega_3^2(\vec{r}) + 4\Delta^2]^2} \quad (27.a)$$

$$F_{3y} = \frac{\cos\theta_3 \hbar k \Gamma \Omega_3^2(\vec{r})}{\Gamma^2 + 2\Omega_3^2(\vec{r}) + 4\Delta^2} + \frac{8k^2 \Delta \cos^2\theta_3 \hbar k^2 \Delta \Gamma \Omega_3^2(\vec{r}) v_y}{[\Gamma^2 + 2\Omega_3^2(\vec{r}) + 4\Delta^2]^2} + \frac{8\cos\theta_3 \hbar k \Delta \Gamma \Omega_3^2(\vec{r}) \frac{d\omega}{dy} y}{[\Gamma^2 + 2\Omega_3^2(\vec{r}) + 4\Delta^2]^2} \quad (27.b)$$

$$F_{4x} = \frac{\text{sen}\theta_4 \hbar k \Gamma \Omega_4^2(\vec{r})}{\Gamma^2 + 2\Omega_4^2(\vec{r}) + 4\Delta^2} + \frac{8k^2 \Delta \text{sen}^2\theta_4 \hbar k^2 \Delta \Gamma \Omega_4^2(\vec{r}) v_x}{[\Gamma^2 + 2\Omega_4^2(\vec{r}) + 4\Delta^2]^2} - \frac{8\text{sen}\theta_4 \hbar k \Delta \Gamma \Omega_4^2(\vec{r}) \frac{d\omega}{dx} x}{[\Gamma^2 + 2\Omega_4^2(\vec{r}) + 4\Delta^2]^2} \quad (28.a)$$

$$F_{4y} = \frac{\cos\theta_4 \hbar k \Gamma \Omega_4^2(\vec{r})}{\Gamma^2 + 2\Omega_4^2(\vec{r}) + 4\Delta^2} - \frac{8k^2 \Delta \cos^2\theta_4 \hbar k^2 \Delta \Gamma \Omega_4^2(\vec{r}) v_y}{[\Gamma^2 + 2\Omega_4^2(\vec{r}) + 4\Delta^2]^2} - \frac{8\cos\theta_4 \hbar k \Delta \Gamma \Omega_4^2(\vec{r}) \frac{d\omega}{dy} y}{[\Gamma^2 + 2\Omega_4^2(\vec{r}) + 4\Delta^2]^2} \quad (28.b)$$

As forças resultantes nas direções x e y , por sua vez, serão dadas por

$$F_x = -F_{1x} + F_{2x} - F_{3x} - F_{4x} \quad (29)$$

$$F_y = F_{1y} + F_{2y} - F_{3y} + F_{4y} \quad (30)$$

Numericamente, estas modificações devem ser levadas em consideração,

especialmente para altos coeficientes angulares nos desalinhamentos dos feixes laser aprisionantes. Para pequenos coeficientes angulares, no entanto, como os feixes encontram-se quase paralelos, deve ser possível desprezar esta situação e integrar as forças como nos casos anteriores. Com o intuito de verificarmos o intervalo de validade desta última aproximação, realizamos uma série de simulações considerando ou não as mudanças nas direções das forças de Cook com as

Figura 22- trajetória sem levar em conta a mudança nas direções das forças para coeficientes angulares de 0.15 cm^{-1} nos desalinhamentos.

coordenadas.

Notamos que para desalinhamentos com coeficientes angulares de módulo 0.15 cm^{-1} não há muita diferença entre as duas situações, observando-se apenas que a distorsão nas órbitas estáveis é um pouco maior quando se considera que as direções das forças variam com as coordenadas. Este fato pode ser observado nas figuras 22 e 23, para um detuning de -25 MHz, frequências de Rabi de 20 MHz nos feixes aprisionantes, gradiente de campo de 7.148 G/cm, coeficientes lineares

$s_0=1.8$ cm e coeficientes angulares de 0.15 cm^{-1} nos desalinhamentos. Na figura 22, vemos a trajetória obtida para um átomo aprisionado ignorando as alterações nas

Figura 23 - trajetória levando em conta as mudanças nas direções das forças para coeficientes angulares de 0.15 cm^{-1} nos desalinhamentos.

Figura 24 - trajetória sem levar em conta as mudanças nas direções das forças para coeficientes angulares de 0.5 cm^{-1} nos desalinhamentos.

direções das forças de Cook, que, por sua vez, são levadas em conta na figura 23.

Entretanto, ao aumentarmos estes coeficientes angulares, a discrepância entre os dois casos aumenta, observando-se que a aproximação onde não consideramos as variações nas direções das forças não é mais válida. Como exemplo, temos as figuras 24 e 25, onde, para os mesmos parâmetros acima e coeficientes angulares de módulo 0.5 cm^{-1} nos desalinhamentos, obtemos

Figura 25 - trajetória levando em consideração a mudança nas direções das forças para coeficientes angulares de 0.5 cm^{-1} nos desalinhamentos

resultados totalmente diferentes para as trajetórias descritas pelo átomo.

IV.3 - RESULTADOS NUMÉRICOS OBTIDOS COM O MODELO CORRIGIDO

Utilizamos agora, nas integrações numéricas cujos resultados serão mostrados a seguir, expressões da forma da equação (20) para descrevermos as forças médias de pressão de radiação sobre um átomo de dois níveis confinado em

uma armadilha magneto-ótica exercidas pelos feixes aprisionantes.

Não consideramos aqui qualquer expansão para baixos campos magnéticos e baixas velocidades, utilizando a expressão exata para as forças de Cook. Entretanto, conforme já foi mencionado no final do Capítulo III, a utilização da referida expansão não introduziria diferença alguma, ao contrário do que ocorre no modelo não corrigido, tanto que nos servimos da força viscosa, restauradora e de vórtex para a discussão dos resultados obtidos.

Vale mencionar aqui que outras correções para o termo de saturação da força de Cook foram tentadas anteriormente, sem, no entanto, terem sido bem sucedidas.

A primeira destas foi considerar apenas um fator numérico multiplicando o termo de saturação destas forças correspondente ao número de feixes presentes, correção já introduzida anteriormente pelos autores da referência [15]. Se a dependência espacial das intensidades no termo de saturação não for relevante, conforme foi suposto na referência [20] para o cálculo da força de vórtex, estas correções devem introduzir mudanças significativas nos resultados. Consideramos inicialmente um fator quatro multiplicando o termo de saturação, o que em outras palavras significa que só estávamos levando em conta a presença dos feixes desalinhados no plano XY, e, em seguida, notando que os resultados permaneciam idênticos aos do modelo não corrigido, consideramos também a influência dos dois feixes laser alinhados na direção z na saturação da transição, não considerando mais um fator quatro, mas um fator seis. Inutilmente, pois esta última correção não introduziu mudança alguma nos resultados obtidos anteriormente.

Este fato levou-nos a desconfiar que a dependência espacial das frequências de Rabi no termo de saturação exercia um papel mais importante do que o suposto no processo de aprisionamento, motivo pelo qual não mais introduzimos simplesmente um fator numérico no termo de saturação, mas consideramos este último como a soma das intensidades de todos os feixes envolvidos no processo levando em conta sua **dependência com as coordenadas**, ou seja, este passa a ser dado por $\sum \Omega_i(\vec{r})$, correção já citada e discutida no final do capítulo III.

Consideramos então seis feixes laser gaussianos dispostos na forma vista na figura 26 :

quatro feixes **desalinhados** no plano XY, formando um quadrado;

dois feixes **alinhados** na direção z, apontando em direção ao centro da armadilha.

Figura 26 -disposição dos feixes laser aprisionantes.

Teremos então, explicitamente, que as forças envolvidas no processo serão dadas, em cada direção, por

$$F_x = F_1 + F_2 \quad , \quad (31)$$

onde

$$F_1 = \frac{\hbar k \Gamma \Omega_{1o}^2 \exp \left(- \left(\frac{y + s_1}{w} \right)^2 \right)}{\Gamma^2 + 2 \sum_{i=1}^6 \Omega_i (\vec{r})^2 + 4 \left[\Delta - k v_x - \frac{d\omega}{dx} x \right]^2} \quad (31.a)$$

$$F_2 = - \frac{\hbar k \Gamma \Omega_{2o}^2 \exp \left(- \left(\frac{y + s_2}{w} \right)^2 \right)}{\Gamma^2 + 2 \sum_{i=1}^6 \Omega_i (\vec{r})^2 + 4 \left[\Delta + k v_x + \frac{d\omega}{dx} x \right]^2} \quad (31.b)$$

$$F_y = F_3 + F_4 \quad , \quad (32)$$

onde

$$F_3 = \frac{\hbar k \Gamma \Omega_{3o}^2 \exp \left(- \left(\frac{x + s_3}{w} \right)^2 \right)}{\Gamma^2 + 2 \sum_{i=1}^6 \Omega_i (\vec{r})^2 + 4 \left[\Delta - k v_y - \frac{d\omega}{dy} y \right]^2} \quad (32.a)$$

$$F_4 = - \frac{\hbar k \Gamma \Omega_{4o}^2 \exp \left(- \left(\frac{x + s_4}{w} \right)^2 \right)}{\Gamma^2 + 2 \sum_{i=1}^6 \Omega_i (\vec{r})^2 + 4 \left[\Delta + k v_y + \frac{d\omega}{dy} y \right]^2} \quad (32.b)$$

e

$$F_z = F_5 + F_6 \quad , \quad (33)$$

onde

$$F_5 = - \frac{\hbar k \Gamma \Omega_{50}^2 \exp\left(-\left(\frac{y^2 + x^2}{w^2}\right)\right)}{\Gamma^2 + 2 \sum_{i=1}^6 \Omega_i(\vec{r})^2 + 4 \left[\Delta + k v_z + \frac{d\omega}{dz} z\right]^2} \quad (33.a)$$

$$F_6 = \frac{\hbar k \Gamma \Omega_{60}^2 \exp\left(-\left(\frac{y^2 + x^2}{w^2}\right)\right)}{\Gamma^2 + 2 \sum_{i=1}^6 \Omega_i(\vec{r})^2 + 4 \left[\Delta - k v_z - \frac{d\omega}{dz} z\right]^2} \quad (33.b)$$

A respeito destas últimas forças, que não eram levadas em consideração no modelo anterior, é importante que sejam feitas as seguintes observações:

Se o movimento do átomo limitar-se ao plano XY, o que equivale a dizer que $z = 0$, se este não possuir componente de velocidade na direção z e, finalmente, se estes dois feixes possuírem a mesma intensidade ($\Omega_{50} = \Omega_{60}$), a força resultante nessa direção será **nula**, havendo apenas a contribuição dos dois últimos feixes para a saturação da transição. A componente do gradiente de campo magnético na direção z , por sua vez, é, em módulo, o dobro das componentes deste gradiente no plano XY, condição necessária para que a equação de Maxwell $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ seja satisfeita. Os resultados encontrados serão descritos e analisados a seguir.

Utilizamos agora parâmetros próximos à realidade experimental, como feixes aprisionantes de largura 0.6 cm desalinhados de distâncias da ordem de 0.1 cm em relação ao centro da armadilha, sintonizadas cerca de 10 MHz abaixo da frequência de ressonância para a transição já citada no início deste capítulo.

Se, por outro lado, consideramos a expansão para baixos campos

magnéticos e velocidades, teremos, para as forças nas direções x e y, únicas necessárias para a análise dos resultados a seguir, respectivamente

$$F_{vortex_x} = \hbar k \Gamma \left[\frac{\Omega_{10}^2 \exp\left(-\left(\frac{y+s_1}{w}\right)^2\right)}{4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2 \sum_{i=1}^6 \Omega_i(\vec{r})^2} - \frac{\Omega_{20}^2 \exp\left(-\left(\frac{y+s_2}{w}\right)^2\right)}{4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2 \sum_{i=1}^6 \Omega_i(\vec{r})^2} \right] \quad (34.a)$$

$$F_{viscosa_x} = 8\hbar k^2 \Gamma \Delta \left[\frac{\Omega_{10}^2 \exp\left(-\left(\frac{y+s_1}{w}\right)^2\right)}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2 \sum_{i=1}^6 \Omega_i(\vec{r})^2]^2} + \frac{\Omega_{20}^2 \exp\left(-\left(\frac{y+s_2}{w}\right)^2\right)}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2 \sum_{i=1}^6 \Omega_i(\vec{r})^2]^2} \right] v_x \quad (34.b)$$

$$F_{restauradora_x} = 8\hbar k \Gamma \Delta \frac{d\omega}{dx} \left[\frac{\Omega_{10}^2 \exp\left(-\left(\frac{y+s_1}{w}\right)^2\right)}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2 \sum_{i=1}^6 \Omega_i(\vec{r})^2]^2} + \frac{\Omega_{20}^2 \exp\left(-\left(\frac{y+s_2}{w}\right)^2\right)}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2 \sum_{i=1}^6 \Omega_i(\vec{r})^2]^2} \right] x \quad (34.c)$$

e

$$F_{vortex_y} = \hbar k \Gamma \left[\frac{\Omega_{30}^2 \exp\left(-\left(\frac{x+s_3}{w}\right)^2\right)}{4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2 \sum_{i=1}^6 \Omega_i(\vec{r})^2} - \frac{\Omega_{40}^2 \exp\left(-\left(\frac{x+s_4}{w}\right)^2\right)}{4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2 \sum_{i=1}^6 \Omega_i(\vec{r})^2} \right] \quad (35.a)$$

$$F_{viscosa_y} = 8\hbar k^2 \Gamma \Delta \left[\frac{\Omega_{30}^2 \exp\left(-\left(\frac{x+s_3}{w}\right)^2\right)}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2 \sum_{i=1}^6 \Omega_i(\vec{r})^2]^2} + \frac{\Omega_{40}^2 \exp\left(-\left(\frac{x+s_4}{w}\right)^2\right)}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2 \sum_{i=1}^6 \Omega_i(\vec{r})^2]^2} \right] v_y \quad (35.b)$$

$$F_{restauradora_y} = 8\hbar k \Gamma \Delta \frac{d\omega}{dy} \left[\frac{\Omega_{30}^2 \exp\left(-\left(\frac{x+s_3}{w}\right)^2\right)}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2 \sum_{i=1}^6 \Omega_i(\vec{r})^2]^2} + \frac{\Omega_{40}^2 \exp\left(-\left(\frac{x+s_4}{w}\right)^2\right)}{[4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2 \sum_{i=1}^6 \Omega_i(\vec{r})^2]^2} \right] y \quad (35.c)$$

IV.3.1 - RESULTADOS PARA ARMADILHAS SIMÉTRICAS

A princípio, do mesmo modo que foi feito para a força não corrigida, analisaremos os resultados obtidos quando os feixes encontram-se desalinhados simetricamente em relação ao centro da armadilha e possuem a mesma intensidade, além de estabelecermos uma comparação entre estes e os resultados experimentais.

Variando-se inicialmente os desalinhamentos dos feixes laser aprisionantes e mantendo-se os demais parâmetros fixos, observamos o crescimento do raio dos anéis com o desalinhamento, com a diferença de que esta variação dá-se agora de maneira muito mais crítica, bastando uma variação da ordem de 0.05 cm nestes para alterar totalmente as configurações espaciais observadas.

O aumento do raio das órbitas estáveis com o desalinhamento dos feixes laser, conforme foi explicado na seção IV.2.1, reside no fato de que a força de vórtex aumenta devido ao aumento do desbalanço de intensidade local entre cada par de feixes laser.

O fato de, neste modelo, observarmos anéis para desalinhamentos da ordem de 0.1 cm pode ser justificado observando-se que a correção introduzida no termo de saturação torna a força viscosa e restauradora bem menores que as do modelo anterior. Esta correção também impõe um decréscimo na força de vórtex, que é, no entanto, bem menor que o ocorrido nas outras duas forças, o que significa que, apesar de haver um decréscimo no efeito repulsivo desta, o efeito atrativo exercido pela força restauradora e o efeito dissipativo exercido pela força viscosa tornaram-se muito menores, não mais fazendo a trajetória do átomo

colapsar no centro da armadilha.

Figura 27 - trajetória para frequência de Rabi de 20 MHz, detuning de -10 MHz, desalinhamentos de 0.1 cm e gradiente de campo de 7.148 G/cm

Exemplificamos aqui o fato com a figura 27, onde, para um detuning de -10 MHz, frequências de Rabi de 20 MHz e desalinhamentos de 0.1 cm nos feixes aprisionantes, e um gradiente de campo magnético de 7.148 G/cm no plano XY, parâmetros totalmente dentro do intervalo experimental, podemos observar anéis com raios da ordem de 0.12 cm.

Analisando agora a dependência destes raios com o gradiente de campo magnético utilizado, notamos que os mesmos decrescem conforme o gradiente de campo aumenta, fato que já foi discutido para o modelo anterior e que é explicado fisicamente pelo aumento da força restauradora.

A título de ilustração, consideremos a figura 28, onde, para as mesmas

condições de detuning, desalinhamentos e intensidades dos feixes laser da figura anterior, considerando-se apenas um gradiente de campo magnético um pouco maior (10 G/cm) no plano XY, podemos observar que a trajetória descrita pelo átomo colapsa no centro da armadilha.

Figura 28 - trajetória para frequência de Rabi de 20 MHz, detuning de -10 MHz, desalinhamentos de 0.1 cm e gradiente de campo de 10 G/cm

Passando agora ao comportamento das estruturas em anel com a intensidade, observamos que, ao contrário do que ocorria no modelo anterior, ocorre um aumento dos raios com este parâmetro, comportamento que, inclusive, mostra-se muito mais de acordo com os dados experimentais. Esta dependência demonstra a importância das modificações realizadas, pois o simples fato de considerar-se que todos os feixes aprisionantes contribuem para a saturação da transição de interesse alterou totalmente os resultados anteriores.

Esta alteração pode ser explicada pelo decréscimo nas forças viscosa e restauradora com o aumento na intensidade dos feixes laser aprisionantes, o que ocorre pelo fato de um crescimento na intensidade implicar em um crescimento no termo de saturação. Devemos lembrar aqui que o denominador destas duas forças varia com o quadrado deste termo, conforme pode ser observado nas expansões (33). Nota-se, inclusive, que, para altas intensidades, os átomos escapam, sendo esta dependência bastante crítica.

Figura 29 - trajetória para frequência de Rabi de 30 MHz, detuning de -10 MHz, desalinhamentos de 0.1 cm e gradiente de campo de 10 G/cm.

Como exemplo podemos observar a figura 29, onde, para as mesmas condições de desalinhamento, detuning e gradiente de campo magnético da figura 28, considerando-se agora uma frequência de Rabi de 30 MHz nos feixes laser aprisionantes, obtemos um anel de raio muito maior que o anterior (1.6 cm). Em

condições experimentais, visto que este raio extrapola o tamanho da armadilha, isso corresponderia ao fato de o átomo escapar da mesma.

Notamos aqui distorsões nas órbitas semelhantes às encontradas para o modelo anterior, fato que está relacionado à anisotropia da armadilha para distâncias da ordem do raio desta órbita.

Exemplificamos a seguir o comportamento do raio dos anéis com a intensidade e gradiente de campo magnético no plano XY , mais especificamente 10, 12, 14 e 16 G/cm, podendo ser observado na figura 30 que, analogamente ao que ocorre para os demais parâmetros, a dependência destes raios com a intensidade é muito mais crítica, notando-se que o intervalo de frequências de Rabi onde encontram-se anéis é muito menor que no caso anterior.

Figura 30 - raios das órbitas estáveis em função da frequência de Rabi para gradientes de campo de 10, 12, 14 e 16 G/cm.

Notamos também, ainda na figura 30, que, para uma frequência de Rabi fixa, encontramos maiores raios para menores gradientes de campo magnético, o que, conforme já foi discutido, é explicado pelo fato de a força restauradora ser proporcional a este gradiente de campo.

O único problema ocorrido neste modelo é advindo da dependência do raio dos anéis com o detuning, que se mostrou totalmente oposta à verificada

Figura 31 - raios das órbitas estáveis em função do detuning para frequência de Rabi de 23 MHz, desalinhamentos de 0.1 cm e gradientes de campo de 10 e 12 G/cm.

experimentalmente. Observou-se que estes decrescem com o detuning utilizado, conforme ilustrado na figura 31, onde plotamos o comportamento destes raios em função do detuning, variado entre -11 e -9 MHz. Foram considerados desalinhamentos de 0.1 cm entre os feixes laser, uma frequência de Rabi de 23 MHz

e gradientes de campo magnético de 10 e 12 G/cm.

O estreito intervalo de detunings considerados na figura 31 (2 MHz) deve-se ao fato de que a dependência das estruturas encontradas é bastante crítica em relação a este parâmetro, observando-se que as trajetórias descritas pelo átomo colapsam para detunings menores que -11 MHz e que o átomo escapa da armadilha para detunings maiores que -9 MHz. Este comportamento é muito mais crítico que o observado experimentalmente.

A discordância do comportamento do raio com o detuning pode advir do fato de que o átomo na verdade é um sistema de múltiplos níveis, necessitando ser tratado como tal. Num trabalho recentemente realizado em nosso laboratório [22], mostrou-se a importância de incluir o aspecto de múltiplos níveis no modelo a fim de obter-se o correto comportamento da distribuição atômica. Nossos estudos para justificar este comportamento anômalo estão tendo continuação.

IV.3.2 - RESULTADOS PARA ARMADILHAS ASSIMÉTRICAS

Passemos agora ao caso onde a armadilha apresenta algum tipo de assimetria, do mesmo modo que foi feito para o modelo anterior. Os resultados obtidos serão expostos a seguir.

IV.3.2.1 - DESBALANÇO DE INTENSIDADE

Analogamente ao que foi feito para o modelo anterior, consideramos aqui

que os feixes laser envolvidos no processo de aprisionamento de átomos não mais possuem a mesma intensidade.

Neste modelo, introduzimos, além do desbalanço de intensidade no plano XY abordado no modelo anterior, uma outra situação, com o objetivo de comprovarmos ainda mais a influência do termo de saturação no raio dos anéis, onde consideramos os feixes laser no plano XY todos com a mesma intensidade, e variamos as intensidades dos feixes na direção z .

No caso de termos um feixe no plano XY com intensidade diferente da dos demais, observamos que, para desbalanços de intensidade pequenos (correspondentes a diferenças da ordem de 1 ou 2 MHz na frequência de Rabi), os centros das órbitas estáveis são deslocados em relação à origem. Para desbalanços de intensidade fora desse intervalo, as trajetórias que o átomo descreve colapsam, não mais se observando órbitas estáveis. É importante destacar que o ponto de equilíbrio estável observado neste último caso, como no modelo anterior, acha-se fora da origem e afasta-se cada vez mais do centro da armadilha à medida que o desbalanço de intensidade aumenta.

Como exemplo do deslocamento destas órbitas em relação ao centro da armadilha temos a figura 32, onde consideramos, no plano XY, três feixes de frequências de Rabi 23 MHz e um quarto feixe com frequência de Rabi 22 MHz, todos com detuning de -10 MHz e desalinhados de 0.1 cm, para condições de gradiente de campo magnético de 14 G/cm. Nesta figura, observamos basicamente o mesmo comportamento obtido para o modelo anterior, exceto pelo fato de que os anéis não mais apresentam distorsão alguma.

Figura 32 - trajetória para desalinhamentos de 0.1 cm, detuning de -10 MHz, gradiente de campo de 14 G/cm, três feixes com frequência de Rabi de 23 MHz e um quarto feixe com 22 MHz.

É interessante observar também que o raio dos anéis apresenta um comportamento bastante curioso, mostrando-se menor que para o caso simétrico para desbalanços negativos de intensidade, e aumentando para desbalanços positivos de intensidade até um determinado ponto, a partir do qual este raio começa a decrescer até chegarmos a uma situação onde temos apenas um ponto de equilíbrio estável.

Ilustramos tal situação com a figura 33, onde, considerando as mesmas condições de detuning, gradiente de campo e desalinhamentos da figura 28, mas com um desbalanço de intensidade no plano XY correspondente a uma diferença na frequência de Rabi de 3 MHz (um feixe com 26 MHz e os demais com 23

MHz), podemos observar que o átomo não mais descreve uma órbita estável, passando a sua trajetória a colapsar a partir daí. Nota-se também que o intervalo onde encontramos anéis é muito maior para o caso de desbalanços de intensidade positivos, comparativamente aos negativos.

Figura 33 - trajetória para detuning de -10 MHz, gradiente de campo de 14 G/cm, três feixes com frequência de Rabi de 23 MHz e um quarto feixe com 26 MHz.

Podemos explicar este comportamento notando que, com o aumento da intensidade, há um decréscimo nas forças viscosa e restauradora, o que acarreta um aumento nos raios, até um ponto onde a força de vórtex passa a ter um efeito muito maior no sentido de deslocar o átomo em relação ao centro da armadilha do que colocá-lo em rotação, efeito que só está associado a esta força no caso de existirem desbalanços de intensidade, conforme já foi discutido para o modelo sem correções. Para o caso do modelo corrigido, este efeito contribui muito mais para que as

trajetórias descritas pelo átomo colapsem.

Consideraremos agora o segundo caso aqui mencionado, ou seja, quatro feixes de mesma intensidade no plano XY e dois feixes de mesma intensidade na direção z, sendo esta diferente da intensidade dos quatro primeiros feixes .

Observamos que, à medida que a intensidade destes dois feixes aumenta, há um crescimento bastante significativo no raio das estruturas em anéis obtidas, bastando uma diferença de frequência de Rabi da ordem de 5 MHz entre os feixes na direção z e os feixes no plano XY para que o átomo escape da armadilha .

Desta forma, mais uma vez é possível comprovar que a contribuição de todos os feixes para a saturação da transição utilizada para o aprisionamento possui uma importância fundamental no comportamento de um átomo confinado numa armadilha magneto-ótica, pois os feixes na direção z, estando alinhados e possuindo mesma intensidade, não exercem força líquida alguma sobre o átomo aprisionado, colaborando deste modo apenas para o termo de saturação das forças de Cook envolvidas no processo.

IV.3.2.2 - DESALINHAMENTOS ASSIMÉTRICOS

Consideramos aqui desalinhamentos ainda paralelos, mas totalmente assimétricos em relação ao centro da armadilha.

Tomamos como base uma armadilha simétrica cujos feixes laser possuem frequências de Rabi de 23 MHz, detuning de -10 MHz e desalinhamentos de 0.1 cm no plano XY, variando um ou dois destes desalinhamentos de modo a

introduzirmos assimetrias. Para que se tenha uma idéia clara da disposição dos feixes laser aprisionantes, utilizamos parte da notação da figura 26, onde os feixes laser no plano XY estão numerados de 1 a 4, bem como seus respectivos desalinhamentos, nas legendas das figuras.

Figura 34 - trajetória para frequências de Rabi de 23 MHz, detuning de -10 MHz, gradiente de campo de 14 G/cm e desalinhamentos de 0.12 cm no feixe 2 e 0.1 cm nos demais feixes.

Observamos que, para pequenas assimetrias, o átomo descreve órbitas estáveis e aproximadamente circulares, notando que, quando esta assimetria começa a crescer, há um certo ponto onde ocorrem mudanças bastante abruptas nas estruturas encontradas. Por exemplo, para assimetrias de até 0.02 cm, quase não há mudança tanto na forma quanto no tamanho dos anéis. Entretanto, se considerarmos assimetrias fora deste intervalo, o átomo escapa ou sua trajetória colapsa num ponto de equilíbrio estável fora do centro da armadilha, dependendo dos desalinhamentos

utilizados.

Podemos ilustrar este fato através das figuras 34 e 35, onde consideramos condições bastante semelhantes (mesmo detuning de -10 MHz, mesma frequência de Rabi nos feixes aprisionantes, de 23 MHz, e mesmo gradiente de campo magnético, de 14 G/cm), havendo apenas uma diferença de 0.01 cm entre a assimetria considerada. Notamos que esta pequena diferença já modifica totalmente o comportamento deste átomo dentro da armadilha, pois, se para três desalinhamentos de 0.1 cm e um quarto de 0.12 cm o átomo descreve uma trajetória estável de raio igual a 0.4 cm sem praticamente nenhuma deformação (figura 34), quando este último desalinhamento é modificado para 0.13 cm o átomo escapa da armadilha (figura 35).

Figura 35 - trajetória para frequência de Rabi de 23 MHz, detuning de -10 MHz, gradiente de campo de 14 G/cm, desalinhamento de 0.13 cm no feixe 1 e de 0.1 cm nos demais feixes.

Por outro lado, se fizermos um dos desalinhamentos menor ou da ordem de 0.06 cm, a trajetória que o átomo descreve colapsa num ponto fora do centro da armadilha.

Como exemplo temos a figura 36, onde, já para um desalinhamento de 0.06 cm e três de 0.1 cm nos feixes aprisionantes, observamos que o átomo se desloca da origem em direção a um ponto de equilíbrio estável. Quanto maior a assimetria, mais este ponto se afasta do centro da armadilha. Notamos, neste caso, a inexistência das distorções observadas para o modelo sem correções, além de ocorrer, como em todos os casos estudados até agora, uma dependência muito mais crítica das estruturas espaciais obtidas com os parâmetros externos para este último modelo.

Figura 36 - trajetória para frequências de Rabi de 23 MHz, detuning de -10 MHz, gradiente de campo de 14 G/cm, desalinhamentos de 0.06 cm no feixe 2 e 0.1 cm nos demais feixes.

Há também aqui, como no modelo anterior, uma alteração bastante grande da dependência angular das forças envolvidas no processo, notando-se que as condições para as quais a força de vórtex equilibra a força viscosa estão restritas a um intervalo relativamente pequeno de desalinhamentos, sendo a figura 35 um exemplo de uma situação onde a força de vórtex é maior que a força viscosa e a figura 36 uma ilustração da situação oposta.

IV.3.2.3 - DESALINHAMENTOS COM ÂNGULOS

Consideramos agora uma situação onde os desalinhamentos não mais são paralelos, mas possuem dependência linear com as coordenadas, do mesmo modo que foi feito para o modelo sem correções, realizando uma série de simulações onde estes coeficientes angulares são iguais em módulo. Como no modelo anterior, há uma alteração na direção das forças de Cook em relação ao caso onde temos desalinhamentos paralelos, sendo a componente de cada força envolvida no processo na direção dos eixos coordenados dada por

$$F_{cook_{x_i}} = \frac{\hbar \vec{k} \cdot \hat{e}_i \Omega_i^2(\vec{r})}{4 [\Delta - \vec{k} \cdot v \hat{e}_i + \frac{d\omega}{dx_i} x_i]^2 + 2 \sum_{j=1}^N \Omega_j^2(\vec{r}) + \Gamma^2} \quad (36)$$

onde $\hat{e}_i$ é o vetor unitário na direção considerada.

Se, no entanto, os coeficientes angulares forem pequenos em módulo, espera-se que, com uma boa aproximação, possamos integrar as forças de Cook

como no caso de desalinhamentos paralelos. Tendo interesse em verificar o intervalo de coeficientes angulares para os quais esta aproximação é válida, e até que ponto tal mudança nas direções das forças de Cook é importante no processo de aprisionamento, realizamos uma série de simulações considerando ou não esta dependência.

Considerando a princípio um coeficiente angular de 0.15 cm^{-1} nos desalinhamentos, notamos que, se considerarmos as forças paralelas aos eixos coordenados, ocorrem apenas pequenas distorções nas órbitas estáveis, enquanto que, levando em conta a mudança das direções destas forças, não ocorre sequer aprisionamento.

Figura 37 - trajetória para coeficientes angulares de 0.15 cm^{-1} nos desalinhamentos sem considerar mudança nas direções das forças.

O fato pode ser observado nas figuras 37 e 38, onde levamos em conta

as duas situações para condições de detuning de -10 MHz, frequência de Rabi de 23 MHz nos feixes aprisionantes e um gradiente de campo de 14 G/cm e coeficientes angulares de módulo 0.15 cm^{-1} nos desalinhamentos.

Figura 38 - trajetória para coeficientes angulares de 0.15 cm^{-1} nos desalinhamentos levando em conta a variação nas direções das forças.

Podemos inclusive observar que, mesmo para coeficientes angulares da ordem de 0.05 cm^{-1} as estruturas encontradas mostram-se altamente distorcidas, mostrando que no modelo corrigido a mudança nas direções das forças é um fator bastante significativo, não podendo ser utilizadas aqui aproximações que se mostraram razoáveis no modelo anterior, quando eram considerados baixos coeficientes angulares. Exemplificamos o fato com a figura 39, onde consideramos as mesmas condições de detuning, intensidade, gradiente de campo e coeficientes lineares nos desalinhamentos das duas figuras anteriores, para um coeficiente

angular de 0.05 cm^{-1} nos feixes aprisionantes.

Figura 39 - trajetória levando em conta a mudança nas direções das forças para coeficientes angulares de 0.05 cm^{-1} nos desalinhamentos.

É importante notar aqui que a forma das distorções obtidas numericamente para este caso corresponde às observações experimentais, onde não temos órbitas exatamente circulares, mas em forma de "pera".

IV.4 - SÍNTESE DOS RESULTADOS PRINCIPAIS

Com o objetivo de tornarmos ainda mais claro até que ponto os dois modelos aqui discutidos reproduzem os resultados experimentais, apresentamos a seguir uma tabela sintetizando os principais resultados numéricos obtidos para o modelo sem e com modificações no termo de saturação, comparando-os com o

experimento.

Intervalo onde ocorrem anéis	Modelo sem correções	Modelo com correções	Resultados experimentais
$s_{\min}(\text{cm})$	~1 a 2	~0.1	~0.1
Ω (MHz)	10 a 40	10 a 40	<40
Δ (MHz)	<-15	~-10	~-10
dB_i/dx_i no plano XY (G/cm)	7 a 12	5 a 16	5 a 17.5
Comportamento dos raios com parâmetros externos			
s (cm)	crescente	crescente	crescente
Ω (MHz)	decrecente	crescente	crescente
Δ (MHz)	crescente	decrecente	crescente
dB_i/dx_i no plano XY (G/cm)	decrecente	decrecente	decrecente

Tabela I -Principais resultados e comparação com resultados experimentais

Podemos observar que, conforme já foi mencionado, para

desalinhamentos e detunings da ordem dos utilizados em laboratório(respectivamente 0.1 cm e -10 MHz), o modelo com correções prevê estruturas em anéis. Já com o modelo não corrigido, só obtemos tais estruturas para desalinhamentos mínimos da ordem de 1 a 2 cm nos feixes aprisionantes e detunings, salvo em casos "patológicos", menores que -15 MHz.

Notamos também que ambos os modelos concordam com o experimento no que diz respeito ao intervalo de gradientes de campo e frequências de Rabi para os quais são observadas órbitas estáveis.

Com relação ao comportamento dos raios dos anéis, notamos que em ambos os modelos os mesmos crescem com os desalinhamentos e decrescem com o gradiente de campo, descrevendo qualitativamente bem os resultados experimentais.

Entretanto, há uma discrepância entre os dois modelos no que diz respeito à dependência destes raios com o detuning e a intensidade, e de forma bastante curiosa, conforme já foi exposto neste capítulo e encontra-se ratificado nesta seção:

No modelo sem correções, os raios decrescem com a intensidade, contrariando as observações feitas em laboratório, que, por sua vez, concordam com as previsões do modelo com correções. O oposto ocorre com comportamento dos raios com o módulo do detuning previsto pelos dois modelos: o comportamento crescente do modelo sem correções corresponde mais à realidade experimental do que o comportamento decrescente obtido para o outro modelo.

As principais conclusões acerca destes e de outros resultados deste trabalho serão apresentadas a seguir

V - CONCLUSÕES E SUGESTÕES

O resultado mais importante desta dissertação é o fato de que o modelo com correções no termo de saturação, aqui apresentado e discutido, mostra uma concordância razoável com os dados obtidos em nosso laboratório, além de demonstrar que é possível a obtenção de estruturas em anéis para átomos confinados em uma armadilha magneto-ótica sem levar em consideração a "Radiation Trapping Force".

Pôde também ser verificada a importância fundamental do termo de saturação para justificar a existência das órbitas estáveis observadas experimentalmente, pois, considerando-se a influência de todos os feixes laser aprisionantes neste termo, partiu-se de uma expansão para as forças de Cook que só previa qualitativamente algumas das estruturas observadas chegando-se num modelo com resultados muito próximos dos experimentais.

É necessário mencionar também que, teoricamente, o modelo sem estas correções só previa as estruturas em anéis já no seu limite de validade, não representando, exceto em alguns casos especiais, uma expansão para as forças de Cook exercidas sobre um átomo de dois níveis. Este fato foi totalmente corrigido com as modificações introduzidas, resultando num modelo que prevê órbitas estáveis num regime onde as expansões para baixos campos e velocidades representam seguramente as forças de Cook.

É importante lembrar que trata-se de um modelo bastante simplificado do que realmente ocorre com um átomo confinado em uma armadilha magneto-ótica, não sendo portanto esperada uma concordância quantitativa precisa entre os resultados previstos teoricamente e os resultados experimentais. Entretanto, uma falha importante neste

modelo que não pode ser ignorada e deve ser corrigida é o comportamento encontrado para os raios das órbitas estáveis com o detuning, totalmente oposto ao observado experimentalmente.

Os modelos analíticos existentes para a descrição destas estruturas em anéis (referências [14] e [20]) são cheios de limitações e desprezam detalhes importantíssimos na força de Cook revelados numericamente, como, por exemplo, o caráter tensorial do "coeficiente" de amortecimento e da "constante" de mola e a dependência espacial do termo de saturação. A simplificação introduzida na referência [20] em relação à dependência angular da força de vórtex também mostrou-se uma falha no modelo simplificado, pois esta dependência é fundamental para a obtenção de órbitas estáveis numericamente, além de ser um fator muito importante na descrição física do problema.

Ressaltamos também que há uma grande dificuldade na interpretação dos resultados obtidos numericamente, devido à complexidade das forças envolvidas no processo. Foi possível, entretanto, compreender uma série de resultados bastante interessantes, inclusive no que diz respeito aos efeitos de assimetrias no MOT sobre as distribuições espaciais dos átomos aprisionados. Estes últimos resultados são importantes no sentido de explicar algumas distribuições observadas experimentalmente, como por exemplo as deformações devidas ao não paralelismo dos feixes aprisionantes.

Muitos fatores importantes na montagem experimental não foram levados em consideração aqui, como por exemplo o laser de rebombeio, cuja importância é fundamental no processo de aprisionamento. É inclusive interessante destacar aqui que a influência deste laser no processo está sendo mais e mais estudada, tendo sido publicado recentemente um artigo, por David Pritchard e colaboradores [4], onde consegue-se obter

altas densidades para átomos para átomos aprisionados diminuindo-se os efeitos da "Radiation Trapping Force" através de um laser de rebombeio que varia espacialmente, o que pode significar um caminho aberto para a verificação experimental da Condensação de Bose Einstein.

Como sugestões para trabalhos futuros, temos a construção de diagramas de fase para as configurações espaciais possíveis para um átomo aprisionado em uma armadilha magneto-ótica, conforme já foi realizado por nosso grupo [21] utilizando-se o modelo da referência [20], considerando desta vez o modelo **com correções**. Seria interessante verificar também a mudança nestes diagramas de fase na presença de um desbalanço de intensidade, bem como de desalinhamentos assimétricos e/ou dependentes das coordenadas.

Uma outra sugestão é calcular a força média de pressão de radiação exercida por um feixe laser gaussiano sobre um átomo aprisionado considerando a presença do laser de rebombeio. Teríamos então um átomo cujo diagrama de níveis simplificado pode ser visto na figura 4, sob a influência de dois feixes laser: o feixe aprisionante e o laser de rebombeio. Isto pode promover alterações importantes nas interpretações até agora obtidas.

APÊNDICE I - DEDUÇÃO DA FORÇA MÉDIA DE PRESSÃO DE RADIAÇÃO PARA UM ÁTOMO DE DOIS NÍVEIS.

No modelo utilizado nesta dissertação, com e sem correções, para justificar as estruturas observadas experimentalmente, partimos de uma expressão para a força média de pressão de radiação exercida por um feixe laser contrapropagante sobre um átomo de dois níveis. Este apêndice trata justamente da derivação desta força.

Basearemos tal dedução nas idéias de Cook, utilizando uma abordagem semi-clássica [9]. É importante deixar bem claro que este tratamento descreve bem apenas o comportamento do centro do pacote de onda atômico e a força média atuante sobre o mesmo, nada dizendo sobre o espalhamento deste pacote de onda durante o processo ou sobre as flutuações desta força em torno do seu valor médio. Há uma outra derivação da mesma força, desenvolvida pelo mesmo autor [10], a partir de primeiros princípios, onde consegue-se obter informação sobre estes últimos aspectos utilizando-se para tal um tratamento puramente quântico.

Entretanto, como estamos apenas interessados na força média exercida por um feixe laser sobre um átomo de dois níveis, é suficiente para esta dissertação o modelo semi-clássico, baseado nas equações óticas de Bloch e no teorema de Ehrenfest. Este modelo foi o primeiro passo no sentido de dar-se um tratamento unificado à força de pressão de radiação, pois, até então, existiam apenas teorias

bastante fragmentadas, abordando somente aspectos parciais desta força.

Consideremos aqui um átomo num campo eletromagnético clássico. O hamiltoniano para este átomo, na aproximação de dipolo elétrico, será dado pela expressão

$$H = \frac{P^2}{2M} + H_0 - \vec{\mu} \cdot \vec{E}(\vec{R}, t) \quad , \quad (1)$$

onde $(P^2/2M)$ = energia cinética associada ao momentum do centro de massa deste átomo

H_0 = hamiltoniano que descreve o movimento interno do átomo não perturbado

$\vec{\mu} \cdot \vec{E}(\vec{R}, t)$ = termo de interação entre o átomo e o campo eletromagnético, sendo $\vec{\mu}$ o operador momento de dipolo elétrico e $\vec{E}(\vec{R}, t)$ o operador associado ao campo elétrico calculado na posição do centro de massa.

Sabendo-se que a evolução temporal do valor médio de um operador A é descrita pela expressão abaixo [23]

$$\frac{d\langle A \rangle}{dt} = (i\hbar)^{-1} \langle [A, H(t)] \rangle + \left\langle \frac{dA}{dt} \right\rangle \quad , \quad (2)$$

teremos, para os operadores $\vec{R}$ e $\vec{P}$ respectivamente,

$$\frac{d\langle \vec{R} \rangle}{dt} = (i\hbar)^{-1} \langle [\vec{R}, \frac{P^2}{2M}] \rangle \quad (3)$$

e

$$\frac{d\langle \vec{P} \rangle}{dt} = (i\hbar)^{-1} \langle [\vec{P}, \vec{\mu} \cdot \vec{E}] \rangle \quad (4)$$

Calculando os comutadores, obtemos

$$\frac{d\langle \vec{R} \rangle}{dt} = \frac{\langle \vec{P} \rangle}{M} \quad (5)$$

$$\frac{d\langle \vec{P} \rangle}{dt} = \langle \nabla (\vec{\mu} \cdot \vec{E}) \rangle \quad (6)$$

Das equações acima podemos concluir que o centro do pacote de onda atômico obedece às leis da mecânica clássica. Substituindo (5) em (6), obtemos

$$M \frac{d^2 \langle \vec{R} \rangle}{dt^2} = \langle \nabla (\vec{\mu} \cdot \vec{E}) \rangle \quad , \quad (7)$$

que nada mais é do que a força média atuante neste pacote de onda.

Por questões de simplicidade, consideramos, nos cálculos a seguir, que o campo elétrico externo é da forma $\vec{E}(\vec{R}, t) = \hat{e}E(\vec{R}, t)$, onde o versor de polarização $\hat{e}$ é independente da posição e do tempo, além do fato de considerarmos aqui que ∇E é aproximadamente uniforme ao longo do pacote de onda, de modo que a força média exercida pelo campo eletromagnético sobre o pacote de onda atômico pode ser escrita como

$$\vec{F} = \langle \vec{\mu} \cdot \hat{e} \rangle \nabla (E(\vec{r}, t)) \quad , \quad (8)$$

onde $\vec{r}$ é a posição do centro do pacote de onda atômico.

Consideremos agora um átomo de dois níveis, com energias E_1 e E_2 correspondentes, respectivamente, aos autoestados $|1\rangle$ e $|2\rangle$ de H_0 , que, por sua vez, serão considerados com paridades definidas e opostas. Este átomo encontra-se imerso em um campo eletromagnético monocromático, ou seja,

$$E(\vec{r}, t) = E(\vec{r}) \frac{[e^{i(\theta(\vec{r}) + \omega t)} + e^{-i(\theta(\vec{r}) + \omega t)}]}{2} \quad (9)$$

Sejam C_1 e C_2 as amplitudes de o átomo encontrar-se respectivamente em $|1\rangle$ e $|2\rangle$. O estado do átomo considerado pode ser descrito como a superposição destes estados, ou seja, $|\Psi\rangle = C_1|1\rangle + C_2|2\rangle$, e a evolução deste estado será determinada pela equação de Schrödinger. Substituindo a expressão para $|\Psi\rangle$ nesta última, teremos

$$i\hbar (\dot{C}_1|1\rangle + \dot{C}_2|2\rangle) = (H_0 - \vec{\mu} \cdot \hat{e}) (C_1|1\rangle + C_2|2\rangle) \quad (10)$$

Aplicando $\langle 1|$ e $\langle 2|$ temos, respectivamente,

$$i\hbar \dot{C}_1 = E_1 C_1 - C_1 \langle 1 | \vec{\mu} \cdot \hat{e} | 1 \rangle E(\vec{r}, t) - C_2 \langle 1 | \vec{\mu} \cdot \hat{e} | 2 \rangle \quad (11)$$

$$i\hbar\dot{C}_2 = E_2 C_2 - C_1 \langle 2 | \vec{\mu} \cdot \hat{e} | 1 \rangle E(\vec{r}, t) - C_2 \langle 2 | \vec{\mu} \cdot \hat{e} | 2 \rangle \quad (12)$$

Como o operador $\vec{\mu} \cdot \hat{e}$ é ímpar, este só acopla estados de paridades diferentes, ou seja,

$$\langle i | \vec{\mu} \cdot \hat{e} | j \rangle = 0 \quad , \quad i = j \quad (13)$$

Chamando $\langle 1 | \vec{\mu} \cdot \hat{e} | 2 \rangle = \mu$, e, sendo μ real, temos que

$$i\hbar\dot{C}_1 = E_1 C_1 - \mu E(\vec{r}, t) C_2 \quad (14)$$

$$i\hbar\dot{C}_2 = E_2 C_2 - \mu E(\vec{r}, t) C_1 \quad (15)$$

Definiremos agora uma relação entre C_1 e C_2 e novos parâmetros introduzidos aqui, D_1 e D_2 de modo que

$$C_1 = D_1 \exp\left\{-\frac{iE_1 t}{\hbar} + \frac{i}{2} [\Delta t + \theta(t)]\right\} \quad (16)$$

$$C_2 = D_2 \exp\left\{-\frac{iE_2 t}{\hbar} - \frac{i}{2} [\Delta t + \theta(t)]\right\} \quad , \quad (17)$$

onde $\Delta = \omega - \omega_0$ é a diferença entre a frequência do campo eletromagnético e a frequência da transição considerada, que por sua vez é igual a $\omega_0 = (E_2 - E_1)/\hbar$, e $\theta(t)$ é uma diferença de fase arbitrária que depende de t através de $\vec{r}$.

Teremos então, para D_1 e D_2 , as seguintes relações:

$$i\hbar\dot{D}_1 = \frac{\hbar}{2} (\Delta + \dot{\theta}) - \mu E(\vec{r}, t) D_2 \exp[-i(\omega t + \theta)] \quad (18)$$

$$i\hbar\dot{D}_2 = -\frac{\hbar}{2} (\Delta + \dot{\theta}) - \mu E(\vec{r}, t) D_1 \exp[i(\omega t + \theta)] \quad (19)$$

Substituiremos agora explicitamente $E(\vec{r}, t)$ nas expressões encontradas acima, utilizando a aproximação de onda girante, que consiste em desprezar todos os termos em $e^{\pm 2i\omega t}$. Esta aproximação é justificada pelo fato de que estes termos variam muito rapidamente com o tempo para exercerem influência apreciável no movimento atômico.

As equações (18) e (19) tornam-se então

$$i\hbar\dot{D}_1 = \frac{\hbar}{2} (\Delta + \dot{\theta}) D_1 - \mu E(\vec{r}) D_2 \quad (20)$$

$$i\hbar\dot{D}_2 = \frac{\hbar}{2} (\Delta + \dot{\theta}) D_2 - \mu E(\vec{r}) D_1 \quad (21)$$

Escrevendo a matriz densidade para o movimento deste átomo, temos

$$\rho = \begin{pmatrix} D_1 D_1^* & D_1 D_2^* e^{i(\omega t + \theta)} \\ D_2 D_1^* e^{-i(\omega t + \theta)} & D_2 D_2^* \end{pmatrix} \quad (22)$$

Definindo agora uma outra matriz σ relacionando os coeficientes D_n de forma análoga, ou seja, $\sigma_{nm} = D_n D_m^*$, e utilizando as expressões (16) e (17), podemos

escrever as equações de taxa para os elementos desta última matriz como

$$\dot{\sigma}_{11} = -\frac{i\Omega}{2} (\sigma_{12} - \sigma_{21}) \quad (23)$$

$$\dot{\sigma}_{22} = \frac{i\Omega}{2} (\sigma_{12} - \sigma_{21}) \quad (24)$$

$$\dot{\sigma}_{12} = -(\Delta + \dot{\theta}) \sigma_{12} + \frac{i\Omega}{2} (\sigma_{22} - \sigma_{11}) \quad (25)$$

O parâmetro Ω introduzido na expressão acima é a frequência de Rabi do campo eletromagnético, relacionada com o campo e o momento de dipolo através da expressão

$$\Omega(t) = \frac{\mu E(t)}{\hbar} \quad (26)$$

O valor esperado de $\vec{\mu} \cdot \hat{e}$ pode ser escrito em termos da matriz densidade, ou em termos da matriz σ como

$$\langle \vec{\mu} \cdot \hat{e} \rangle = \mu (\rho_{12} + \rho_{21}) = \mu [\sigma_{12} e^{i(\theta + \omega t)} + \sigma_{21} e^{-i(\theta + \omega t)}] \quad (27)$$

A equação de movimento para este pacote de onda atômico será obtida substituindo-se as expressões (27) e (9) na equação (8). Considerando novamente a aproximação de onda girante, obtemos, para a força,

$$\vec{F} = \frac{\mu}{2} [\nabla E (\sigma_{12} + \sigma_{21}) + iE \nabla \theta (\sigma_{21} - \sigma_{12})] \quad (28)$$

Introduzimos os efeitos associados à emissão espontânea adicionando termos de relaxação às equações (23), (24) e (25) para os elementos da matriz σ , que tornam-se

$$\dot{\sigma}_{11} = -\frac{i\Omega}{2} (\sigma_{12} - \sigma_{21}) + A\sigma_{22} \quad (29)$$

$$\dot{\sigma}_{22} = \frac{i\Omega}{2} (\sigma_{12} - \sigma_{21}) - A\sigma_{22} \quad (30)$$

$$\dot{\sigma}_{12} = -i(\Delta + \dot{\theta})\sigma_{12} - \frac{i\Omega}{2} (\sigma_{22} - \sigma_{11}) - \frac{A\sigma_{12}}{2}, \quad (31)$$

onde

$$A = \frac{4\omega_o^2}{3\hbar c^3} |\langle 1 | \vec{\mu} | 2 \rangle|^2 \quad (32)$$

é a taxa de emissão espontânea(coeficiente A de Einstein), que fisicamente pode ser interpretada como a largura da transição, chamada de Γ durante toda esta dissertação.

O cálculo dos termos de relaxação, a partir de primeiros princípios, pode ser encontrado na referência [24].

As equações para $\vec{F}$ e para os elementos da matriz σ podem ser escritas em termos das variáveis reais

$$U = \sigma_{12} + \sigma_{21} \quad (33)$$

$$V = -i (\sigma_{12} - \sigma_{21}) \quad (34)$$

$$W = \sigma_{22} - \sigma_{11} \quad (35)$$

Teremos, então, que a força será dada por

$$\vec{F} = \frac{\hbar}{2} (U \nabla \Omega + V \Omega \nabla \theta) \quad (36)$$

e as taxas de variação de U, V e W por, respectivamente,

$$\dot{U} = (\Delta + \dot{\theta}) V - \frac{AU}{2} \quad (37)$$

$$\dot{V} = -(\Delta + \dot{\theta}) U + \Omega W - \frac{AV}{2} \quad (38)$$

$$\dot{W} = -\Omega V - A(W + 1) \quad (39)$$

Estas três últimas equações nada mais são do que as equações de Bloch na aproximação de onda girante, e, em conjunto com a equação (35), descrevem o movimento do centro do pacote de onda associado a um átomo de dois níveis numa onda eletromagnética de amplitude $E(\vec{r})$ e fase $\theta(\vec{r})$ arbitrárias.

Consideraremos agora uma situação bastante específica, onde a amplitude e a fase do campo eletromagnético variam muito pouco durante um tempo de vida $\tau = 1/A$. Este caso corresponde fisicamente a átomos movendo-se com velocidades

baixas o suficiente para que, em cada instante, U , V e W assumam os valores de estado estacionário, obtidos fazendo-se $\dot{U}=\dot{V}=\dot{W}=0$, sendo inclusive o caso de átomos aprisionados, considerado nesta dissertação.

Obteremos, neste caso, para a força média de pressão de radiação a expressão

$$\vec{F} = \frac{\hbar\Omega}{2} \left[\frac{2A\Omega\nabla\theta}{4(\Delta+\dot{\theta})^2 + A^2 + 2\Omega^2} - \frac{4(\Delta+\dot{\theta})\nabla\Omega}{4(\Delta+\dot{\theta})^2 + A^2 + 2\Omega^2} \right] \quad (40)$$

Uma aplicação específica para a expressão deduzida acima exaustivamente utilizada nesta dissertação é a força exercida por um feixe laser gaussiano num átomo de dois níveis.

Consideremos agora um feixe laser gaussiano de largura w propagando-se na direção z . O campo elétrico deste feixe será dado, em módulo, por

$$E(\vec{r}, t) = E_0 \exp\left(-\left(\frac{x^2+y^2}{w^2}\right)\right) \cos(kz - \omega t) \quad (41)$$

Neste caso, teremos que

$$\Omega(x, y) = \frac{\mu E_0}{\hbar} \exp\left(-\frac{(x^2+y^2)}{w^2}\right) \quad (42)$$

e

$$\theta(z) = -kz \quad (43)$$

E, substituindo estas expressões em (40), obtemos

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{espontânea}} + \vec{F}_{\text{dipolo}} \quad (44)$$

onde

$$\vec{F}_{\text{espontânea}} = - \frac{\hbar \Omega^2 A \vec{k}}{4 (\Delta + kv)^2 + A^2 + 2\Omega^2} \quad (45)$$

e

$$\vec{F}_{\text{dipolo}} = \frac{4\hbar (\Delta + kv) (x\hat{x} + y\hat{y}) \Omega^2 (\vec{r})}{w^2 [4 (\Delta + kv)^2 + A^2 + 2\Omega^2 (\vec{r})]} \quad (46)$$

O primeiro termo é exatamente a força de pressão de radiação associada à transferência de momentum entre os fótons do feixe laser contrapropagante e o átomo sendo desacelerado, exaustivamente utilizada nesta dissertação, enquanto que o segundo termo representa uma força transversal advinda da interação entre o momento de dipolo induzido no átomo e o gradiente do campo eletromagnético externo. Como pode ser visto, para um feixe gaussiano este termo não é apreciável, pois a intensidade não varia bruscamente, especialmente se estamos próximo ao centro desta gaussiana ($r \ll w$), caso já citado no capítulo III e utilizado para justificar o desprezo desta força. No caso de termos feixes cuja intensidade varie bruscamente, o que significa variações de intensidade em distâncias da ordem de Angstroms, esta passa a ter uma importância fundamental no processo.

APÊNDICE II - DIFUSÃO TRANSVERSAL DE UM FEIXE ATÔMICO DURANTE O PROCESSO DE DESACELERAÇÃO POR AJUSTE ZEEMAN

Um problema real observado em estruturas em anéis para átomos aprisionados em uma armadilha magneto-ótica é a difusão devida à emissão espontânea, processo que vem sendo estudado em nosso grupo. Com o objetivo de compreendermos tal efeito, estudamos a difusão transversal de um feixe atômico ao ser desacelerado por ajuste Zeeman, problema muito mais simples que para as distribuições em anéis.

Neste apêndice, apresentamos os resultados deste trabalho, desenvolvido por nós no primeiro semestre de 1992, onde utilizamos basicamente simulação numérica para a abordagem do problema.

A Técnica de Ajuste Zeeman, por sua vez, será resumidamente discutida a seguir, fato imprescindível para o bom entendimento dos resultados expostos aqui.

A TÉCNICA DE AJUSTE ZEEMAN

Para que um feixe atômico seja desacelerado por um feixe laser contrapropagante, é preciso que ambos encontrem-se em ressonância, de modo que os fótons deste feixe laser sejam absorvidos pelos átomos, ocorrendo uma

transferência líquida de momentum $\hbar k$ por fóton na direção do movimento. Notemos que, para que haja uma desaceleração apreciável, é necessário que o átomo absorva uma quantidade bastante significativa de fótons do feixe desacelerador, ou seja, este e o feixe atômico devem permanecer em ressonância por um intervalo de tempo relativamente grande.

É importante lembrar que o feixe atômico desloca-se com uma velocidade v não nula, o que significa que a frequência necessária para desacelerá-lo será modificada pelo efeito Doppler, não sendo exatamente a frequência natural da transição. Devido a este efeito, quando ocorre um número relativamente grande de absorções a velocidade do átomo é modificada de forma que os átomos e o feixe laser saem de ressonância, havendo uma interrupção do processo de desaceleração.

Muitos grupos buscaram soluções para o problema, como por exemplo variar a frequência do laser desacelerador à medida que o processo ocorre, técnica conhecida como "Chirping", proposta por Lethokov [25] ou a Técnica de Ajuste Zeeman, proposta pela primeira vez em 1982 por W. Phillips e H. Metcalf [26], que consiste em compensar o efeito Doppler com o efeito Zeeman, utilizando-se para tal um campo magnético adequado.

Para entendermos mais detalhadamente tal técnica, consideremos a força espontânea exercida sobre um átomo de dois níveis propagando-se com uma velocidade v deduzida no apêndice anterior, ou seja,

$$\vec{F} = - \frac{\hbar \Omega^2 \Gamma \vec{k}}{\Gamma^2 + 2\Omega^2 + 4[\Delta + kv]^2} \quad (1)$$

Consideremos agora que este átomo encontra-se imerso em um campo magnético $B(z)$ que varia espacialmente, de forma que a frequência da transição necessária para desacelerá-lo seja deslocada de $\gamma B(z)$. Deste modo, a frequência natural da transição passará a ser $\omega_0 + \gamma B(z)$, de modo que a força de Cook torna-se

$$\vec{F} = - \frac{\hbar \Omega^2 \Gamma \vec{k}}{\Gamma^2 + 2\Omega^2 + 4[\Delta - \gamma B(z) + kv]^2} \quad (2)$$

Esta força será máxima quando $\Delta + kv - \gamma B(z) = 0$, o que nos dará uma aceleração constante e igual a

$$\vec{a}_{\max} = - \frac{\hbar \vec{k}}{M} \frac{\Omega^2 \Gamma}{\Gamma^2 + 2\Omega^2} \quad (3)$$

Neste caso teremos um movimento uniformemente acelerado de modo que podemos obter v em função da coordenada z através da equação de Torricelli, ou seja,

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2a_{\max}z} \quad , \quad (4)$$

o que nos dará

$$B(z) = \frac{1}{\gamma} (\Delta + k\sqrt{v_0^2 - 2a_{\max}z}) \quad , \quad (5)$$

um perfil de campo magnético que manterá o átomo em ressonância com o feixe laser, imprimindo ao mesmo uma desaceleração máxima.

PROCESSO DE DIFUSÃO TRANSVERSAL

Durante o processo de desaceleração, cada átomo do feixe considerado absorve fótons de momentum $\hbar k$ do feixe laser contrapropagante em uma direção bem definida mas, ao emitir, este átomo retransmite $\hbar k$ de momentum numa direção aleatória. Este fato em nada contribui para a desaceleração, mas dá origem a um processo de difusão transversal, pois agora o átomo passa a possuir uma componente transversal de velocidade, e não apenas na direção do feixe laser desacelerador, o que ocorria antes da emissão espontânea. Este processo de difusão transversal é estudado aqui numericamente.

MODELO UTILIZADO

Consideramos aqui um átomo de sódio, aproximado por um sistema de dois níveis (transição $3S_{1/2}(F=2) \rightarrow 3P_{3/2}(F=3)$). Nas simulações realizadas, a força de Cook é integrada numericamente utilizando-se para tal o método de Runge-Kutta de quarta ordem [27]. Utilizamos aqui um campo parabólico teórico, dado por

$$B(z) = b_0 + \alpha \sqrt{1 - \beta(z - z_0)^2} \quad , \quad (6)$$

onde $b_0 = 277.2$ G

$$\alpha = 972 \text{ G}$$

$$\beta = 0.01 \text{ cm}^{-1}$$

$$z_0 = 20 \text{ cm},$$

parâmetros escolhidos de modo que o campo magnético seja máximo na origem do

sistema de coordenadas e nulo para $z=120$ cm. Não consideramos aqui um passo dt fixo para a propagação no tempo, mas que este é dado por

$$dt = \frac{L}{v_z N} \quad (7)$$

onde L = distância total percorrida pelo átomo,

v_z = componente longitudinal da velocidade do átomo,

N = número de passos do programa.

Desta forma, consideramos um intervalo de tempo de modo que o átomo sempre percorra a distância desejada, durante a desaceleração.

Impomos que, quando ocorre uma variação de velocidade longitudinal de $\hbar k/M=3$ cm/s, o que corresponde à absorção de um fóton pelo átomo de sódio, ocorre emissão espontânea.

Este processo é simulado trocando-se v_x , v_y e v_z por, respectivamente, $v_x - 3\text{sen}\theta\cos\varphi$, $v_y - 3\text{sen}\theta\text{sen}\varphi$ e $v_z - 3\cos\theta$, onde tanto $\cos\theta$ quanto $\cos\varphi$ são dois números gerados aleatoriamente entre -1 e 1, associados às orientações do vetor de onda do fóton emitido em relação ao eixo z e ao eixo x respectivamente. Deste modo, após a emissão de um fóton, a velocidade transversal de um átomo pode variar de 0 a 3 cm/s, dependendo da direção em que este fóton é emitido. Consideramos aqui um feixe com muitos átomos, tomando cada um destes separadamente e desacelerando-o, introduzindo as flutuações descritas acima. Em todas as simulações, consideramos o feixe laser desacelerador como uma onda plana de frequência de Rabi igual a 20 MHz.

Os valores de x e y , bem como de v_x e v_y , finais são então armazenados

para um dado valor da coordenada z e o processo é repetido varrendo-se z de 0 a 120 cm. O esquema do programa está ilustrado a seguir.

Figura 1 -diagrama de blocos dos programas utilizados.

Deste modo, conseguimos obter algumas informações acerca do processo e do coeficiente de difusão no espaço real e de velocidades, bem como sobre a evolução das distribuições de velocidades longitudinais e transversais no decorrer do processo de desaceleração, que serão mostradas a seguir.

VARIAÇÃO DO PERFIL DO FEIXE

Inicialmente, tendo como objetivo estudar como o feixe atômico se comporta durante a desaceleração, consideramos que todos os átomos deste feixe encontram-se com uma velocidade longitudinal bem definida a uma distância nula do eixo de quantização. Tal situação não corresponde à realidade experimental mas facilita enormemente a compreensão do processo de difusão transversal. Em outras palavras, a distribuição inicial de velocidades será dada por

$$\frac{dN}{dv} = C \delta(v - v_0) \quad , \quad (8)$$

onde v_0 é a velocidade inicial considerada. Consideramos aqui um feixe atômico com 30 átomos.

Notamos que, à medida que o feixe atômico é desacelerado, a distância média dos átomos deste feixe à origem aumenta, ou seja, o feixe atômico começa a divergir devido ao processo de difusão transversal. Ilustramos este comportamento através da figura 2, onde plotamos o raio médio deste feixe para detunings de -100 e -400 MHz no feixe desacelerador em função da coordenada z . Podemos observar dois comportamentos distintos das referidas curvas, correspondentes às regiões onde o feixe atômico e o feixe laser desacelerador

encontram-se ou não em ressonância. Na primeira região, observa-se um aumento muito pequeno do raio do feixe atômico durante o processo, devido ao fato de que poucos fótons são espalhados, não havendo quase difusão (região (a) da figura). Na segunda região, por sua vez, nota-se que ocorre um aumento bastante pronunciado da distância média do feixe atômico ao eixo de quantização, o que é explicado fisicamente pelo fato de haver um espalhamento muito maior de fótons, pois o feixe atômico e o feixe laser encontram-se em ressonância (região (b)).

Figura 2- distância média ao eixo de quantização de um feixe atômico para detunings de -100 e -400 MHz e uma velocidade inicial longitudinal de 10^5 cm/s.

Observamos que para detunings menos negativos do feixe acelerador o feixe atômico e o feixe laser entram em ressonância para valores menores de z , havendo um número maior de fótons espalhados no processo. Isto explica o fato de observarmos maiores raios para o feixe atômico no final do processo no caso

em que o detuning é 100 MHz. Este resultado confirma os obtidos na referência [28], onde faz-se um estudo numérico da fluorescência observada para um feixe atômico desacelerado por ajuste Zeeman, notando-se maiores picos na fluorescência para valores mais positivos de detuning. A não linearidade observada nos gráficos pode ser explicada pelo fato de o tempo entre uma absorção e outra variar no decorrer do processo.

De fato, ao plotarmos o tempo entre duas absorções sucessivas como função da coordenada z , notamos que este diminui consideravelmente no final do processo, notando-se que a região onde esta diminuição ocorre é tão maior quanto mais positivo é o detuning utilizado.

Figura 3 - tempo entre duas absorções consecutivas para detunings de -400 e -100 MHz em função de z , para uma velocidade longitudinal inicial de 10^5 cm/s .

Ilustramos o fato com a figura 3, onde podemos ver as curvas citadas acima para detunings de -100 e -400 MHz, considerando-se que o feixe inicialmente possuía uma velocidade longitudinal de 10^5 cm/s. Comparando os dois casos, podemos ver que existe uma região onde o tempo entre duas absorções consecutivas diminui consideravelmente, e este intervalo é bem maior para o detuning de -100 MHz.

Figura 4 - média aritmética das velocidades transversais num feixe atômico para detunings de -100 e -400 MHz e velocidade inicial longitudinal de 10^5 cm/s.

Passando agora ao comportamento da velocidade transversal adquirida pelos átomos deste feixe, notamos, analogamente ao que ocorre no espaço real, dois comportamentos, correspondentes às regiões onde o feixe atômico e o feixe laser encontram-se ou não ressonantes. Na primeira região, a velocidade transversal deste átomo acha-se bastante próxima de zero, pelo fato de não ocorrer um espalhamento

apreciável de fótons. Quando, por outro lado, o feixe atômico e o feixe laser entram em ressonância, as velocidades transversais tendem a um valor constante. Pode ser observado aqui também que o feixe atômico e o feixe laser desacelerador entram em ressonância mais cedo para valores mais positivos de detuning. Os aspectos discutidos acima acham-se exemplificados na figura 4, onde podemos ver o comportamento da velocidade transversal em função da coordenada z para condições de detuning de -100 e -400 MHz.

Estimamos, a seguir, um coeficiente de difusão para o processo, tanto no espaço real quanto no espaço de velocidades.

COEFICIENTE DE DIFUSÃO

Com o objetivo de determinarmos o coeficiente de difusão no espaço de velocidades, plotamos aqui a média quadrática das velocidades transversais em função do tempo (figura 5). Observamos que, na região onde o feixe laser e o feixe atômico não se encontram em ressonância, esta curva apresenta um comportamento não linear, devido ao fato de que a taxa de absorção de fótons aumenta à medida que estes se aproximam da ressonância.

Quando o feixe atômico e o feixe laser encontram-se em ressonância, a taxa de absorção de fótons por unidade de tempo torna-se praticamente constante, o que faz com que a referida curva apresente um comportamento aproximadamente linear nessa região. Temos então um processo difusivo que pode ser estudado através de um modelo de "Random-Walk" bidimensional com passo variável, dado

por

$$L = \left| \frac{\hbar k}{M} \text{sen}\theta \right| \quad (9)$$

onde $\text{sen}\theta$ é um número aleatório variando de -1 a 1.

Figura 5 - melhor reta para as médias quadráticas das velocidades transversais dos átomos do feixe, plotadas em função do tempo para detunings de -400, -100 e +100 MHz..

Também na figura 5 ajustamos retas para esta última região, podendo-se observar que estas apresentam praticamente a mesma inclinação, apenas mudando o ponto onde o feixe atômico e o feixe laser desacelerador começam a apresentar comportamento ressonante. Portanto, sabendo-se que o coeficiente de difusão é dado por

$$D = \frac{\langle v_{transversal}^2 \rangle}{2t} \quad (10)$$

podemos dizer que, no espaço de velocidades, na região onde o feixe atômico e o feixe desacelerador encontram-se em ressonância, o coeficiente de difusão é constante e independente do detuning considerado.

No espaço real, por sua vez, vemos que o raio quadrático médio do feixe atômico não é uma função linear do tempo, fato que pode ser explicado pelo fato de o tempo entre duas absorções variar ao longo do processo e o tempo de propagação variar conforme a velocidade diminui.

Figura 6 - melhores curvas para o raio quadráticos médio dos átomos no feixe plotado em função do tempo, para detunings de -100, 0 e 100 MHz

Notamos que, à medida que o detuning torna-se mais positivo, as inclinações das curvas aumentam. Mostramos, na figura 6, o comportamento do raio quadrático médio deste feixe atômico para vários detunings, onde foi feito um ajuste polinomial de quinto grau para os pontos obtidos numericamente.

VARIAÇÃO DAS DISTRIBUIÇÕES DE VELOCIDADE

Com o objetivo de verificarmos como as distribuições de velocidades são modificadas pelo processo de difusão transversal, consideramos aqui um feixe com 100 átomos, que deixam o forno dirigindo-se ao magneto onde serão desacelerados por ajuste Zeeman com uma distribuição de velocidades longitudinais dada por

$$\frac{dN}{dv} = I_0 v^3 \exp\left(-\left(\frac{v^2}{\alpha^2}\right)\right) \quad , \quad (11)$$

sendo

$$\alpha = \left(\frac{2k_b T}{M}\right)^{1/2} \quad (12)$$

onde k_b = constante de Boltzmann

T = temperatura do forno

M = massa do átomo

I_0 = constante

conforme pode ser encontrado na referência [29] . Utilizamos, para gerar esta distribuição, a subrotina "Velini", retirada da referência [31].

No decorrer do processo de desaceleração, esta distribuição tende a se

estreitar, concentrando-se em torno de um determinado valor de velocidade que diminui conforme o feixe vai sendo desacelerado. Este resultado encontra-se plenamente de acordo com a referência [31], onde, para diversas velocidades iniciais, observa-se que, ao desacelerar-se um feixe atômico, estas convergem para uma única velocidade.

As figuras 7 e 8 mostram a evolução destas distribuições, considerando-se os valores de, respectivamente, 10 cm e 50 cm para a coordenada z , para condições de detuning de -100 MHz.

Figura 7 - distribuição das velocidades longitudinais para $z = 10$ cm e detuning de -100 MHz.

Para a velocidade transversal, por sua vez, que inicialmente era considerada nula, ou seja, a distribuição inicial podia ser representada por uma função delta de Dirac centrada em $v=0$, observa-se que, no decorrer do processo,

Figura 8 - distribuição das velocidades longitudinais para $z = 10$ cm e um detuning de -100 MHz.

esta se alarga e seu pico é deslocado para velocidades cada vez maiores, conforme pode ser visto nos histogramas das figuras 9 e 10, feitos para os mesmos valores de z das figuras 7 e 8, e, ainda, para $z = 120$ cm, que corresponde ao final do processo (figura 11). Notamos que, inicialmente (figura 9), a velocidade transversal acha-se muito mais concentrada e seu pico está muito próximo de zero, mas, à medida que a difusão ocorre, este é deslocado. É interessante notar que a largura desta distribuição no final da desaceleração (4.11 m/s) está em boa concordância com a estimativa feita por W. Phillips e colaboradores na referência [30], onde, considerando-se que há uma absorção de um numero da ordem de 3×10^4 fótons no processo, estima-se uma largura de cerca de 5 m/s para a distribuição das velocidades transversais no final da desaceleração por ajuste Zeeman.

Figura 9 - distribuição das velocidades transversais para $z = 10 \text{ cm}$ e um detuning de -100 MHz .

Figura 10 - distribuição de velocidades transversais para $z = 50 \text{ cm}$ e um detuning de -100 MHz .

Figura 11-distribuição das velocidades transversais para $z = 120 \text{ cm}$ e um detuning de -100 MHz .

APÊNDICE III - PROGRAMAS UTILIZADOS

Listamos aqui todos os programas utilizados nas simulações desta dissertação, bem como no Apêndice II, estando os mesmos escritos em FORTRAN.

ESTRUTURAS EM ANÉIS

MODELO NÃO CORRIGIDO

Apresentamos a seguir as listagens dos programas utilizados para simular o movimento de um átomo numa armadilha magneto-ótica, utilizando forças de Cook sem correção no termo de saturação.

Força Exata

PROGRAM EXAT1

- * Este programa simula o movimento bidimensional de um átomo num
- * MOT na presença de 4 feixes gaussianos. Neste caso utilizamos as
- * expressões exatas para as forças de Cook.
- * Parâmetros de entrada:
- * Posição inicial (cm) : x, y
- * Frequências de Rabi de cada feixe (MHz) : om1, om2, om3, om4
- * Desalinhamento de cada feixe em relação ao centro do MOT (cm) : s01,
- * s02, s03, s04.
- * coeficientes angulares destes desalinhamentos(cm^{-1}) : a1, a2, a3, a4
- * detuning (MHz) : del
- * gradiente de campo (G/cm): gradx, grady
- * largura dos feixes (cm) : w
- * Para 4 feixes desalinhados formando um quadrado, devemos ter s01>0,

```

*      s02<0, s03<0, s04>0
*
*      Declaração de variáveis
*
      Implicit double precision (a-h,o-z)
      Double precision xs(0:9000), ys (0:9000)
      Double precision vxs(0:9000), vys(0:9000)
      Double precision m1, m2, m3, m4, k
      real d2, d1
*
*      Leitura dos parâmetros de entrada
*
      read (8,*)x, y, vx, vy
      read (8,*)om1, om2, om3, om4
      read (8,*) s01, s02, s03, s04
      read(8,*)a1, a2, a3, a4
      read(8,*)del, gradx, grady, w
*
*      Definição da largura de linha (gam), vetor de onda (k), inicialização do
*      tempo de integração e contadores.
*
      gam = 10.0d0
      k=0.017d0
      tf = 0.0d0
      d1 = 1.0
*
*      Início da integração
*
      do 10 i =0, 500000
*
*      Cálculo dos termos (delta-kv±bx). O fator 1.4 é a abertura Zeeman para
*      a transição
*
      m1=del+k*vx+1.4*gradx*x
      m2=del-k*vx-1.4*gradx*x
      m3=del+k*vy+1.4*grady*y
      m4=del-k*vy-1.4*grady*y
*
*      Cálculo dos desalinhamentos
*
      s1=s01+a1*x
      s2=s02+a2*x
      s3=s03+a3*y
      s4 =s04+a4*y
*
*      Cálculo das exponenciais

```

```

*
ep1 = exp(-(((y+s1)/w)**2))
ep2 = exp(-(((y+s2)/w)**2))
ep3 = exp(-(((x+s3)/w)**2))
ep4 = exp(-(((x+s4)/w)**2))
*
*
Cálculo das forças
*
f1 = - (om1**2)*ep1/(4*(m1**2)+gam**2+2*(om1**2)*ep1)
f2 = (om2**2)*ep2/(4*(m2**2)+gam**2+2*(om2**2)*ep2)
f3 = - (om3**2)*ep3/(4*(m3**2)+gam**2+2*(om3**2)*ep3)
f4 = (om4**2)*ep4/(4*(m4**2)+gam**2+2*(om4**2)*ep4)
*
*
Acelerações resultantes em cada direção
*
d2x = 6.2831853d0*3.0d6*gam*(f1+f2)
d2y = 6.2831853d0*3.0d6*gam*(f3+f4)
*
*
Integração das equações de movimento
*
x = x+vx*tf+(d2x/2)*(tf**2)
y = y+vy*tf+(d2y/2)*(tf**2)
vx = vx+d2x*tf
vy = vy+d2y*tf
*
*
O programa é parado para um raio maior que 4w. Salva-se um em cada
200 pontos calculados
*
if (r.gt.4w) then
go to 20
else
d1 = i/200
if (d1.eq.d2) then
vxs(d2) = vx
vys(d2) = vy
d2 = d2+1
endif
*
*
Definimos o intervalo de integração como 10-6 segundos
*
tf=1.0d-6
endif
10
continue
*
*
Geração de arquivos de saída para trajetórias e velocidades
*

```

```

Do 30 i = 0, d2-1
write(33,*) xs( i ), ys( i )
30 continue
Do 40 i = 1, d2-1
write(35,*)vxs( i ), vys ( i )
40 continue
stop
end

```

Força Expandida

```

PROGRAM EXP1
* Este programa simula o movimento de um átomo num MOT na presença
* de 4 feixes laser gaussianos, utilizando-se a expansão da força para
* baixos campos e velocidades.
* Parâmetros de entrada:
* Posição inicial (cm) : x, y
* Velocidade inicial (cm/s) : vx, vy
* Frequências de Rabi de cada feixe (MHz) : om1, om2, om3, om4
* Desalinhamento de cada feixe em relação ao centro do MOT (cm) : s01,
* s02, s03, s04.
* Coeficientes angulares destes desalinhamentos( $\text{cm}^{-1}$ ) : a1, a2, a3, a4
* detuning (MHz) : del
* gradiente de campo (G/cm): gradx, grady
* largura dos feixes (cm) : w
* Para 4 feixes desalinhados formando um quadrado, devemos ter s01>0,
* s02<0, s03<0, s04>0
*
* Declaração de variáveis
*
* Implicit double precision (a-h,o-z)
* Double precision xs(0:9000), ys (0:9000)
* Double precision vxs(0:9000), vys(0:9000)
* Double precision m1, m2, m3, m4, k
* real d2, d1
*
*
* Leitura dos parâmetros de entrada
*
* read (8,*)x, y, vx, vy
* read (8,*)om1, om2, om3, om4
* read (8,*)s01, s02, s03, s04
* read(8,*)a1, a2, a3, a4
* read(8,*)del, gradx, grady, w
*

```



```

*      Definição da largura de linha (gam), inicialização do tempo de integração,
*      raio médio e contadores.
*
      gam = 10.0d0
      tf = 0.0d0
      rmed = 0.0d0
      d2 = 1.0
      nrai = 0
*
*      Armazenamento das posições e velocidades iniciais
*
      vxs(0) = vx
      vys(0) = vy
      xs(0) = x
      ys(0) = y
*
*      Início da integração
*
      do 10 i =1, 500000
*
*      Cálculo dos desalinhamentos
*
      s1=s01+a1*x
      s2=s02+a2*x
      s3=s03+a3*y
      s4 =s04+a4*y
*
*      Cálculo das exponenciais
*
      ep1 = exp(-(((y+s1)/w)**2))
      ep2 = exp(-(((y+s2)/w)**2))
      ep3 = exp(-(((x+s3)/w)**2))
      ep4 = exp(-((x+s4)/w)**2))
*
*      Cálculo dos denominadores da força de vórtex, constantes de
*      amortecimento e de mola
*
      m1 = (4*(del**2)+gam**2+2*(om1**2)*ep1)
      m2 = (4*(del**2)+gam**2+2*(om2**2)*ep2)
      m3 = (4*(del**2)+gam**2+2*(om3**2)*ep3)
      m4 = (4*(del**2)+gam**2+2*(om4**2)*ep4)
*
*      Cálculo das forças de vórtex (estas já se acham divididas pela massa)
*
      fx1 = -1.885d8*(om1**2)*ep1/(m1)
      fx2 = 1.885d8*(om2**2)*ep2/(m2)

```

```
fy3 = -1.885d8*(om3**2)*ep3/(m3)
```

```
fy4 = 1.885d8*(om4**2)*ep4/(m4)
```

```
fx = fx1+fx2
```

```
fy=fy3+fy4
```

```
*
```

```
*
```

```
*
```

```
Cálculo da constante de mola
```

```
alf = 1.508d9*abs(del)*1.4d0
```

```
alfy = alf*grady*(((om3**2)*ep3/(m3**2))+((om4**2)*ep4/(m4**2)))
```

```
alfx = alf*gradx*(((om1**2)*ep1/(m1**2))+((om2**2)*ep2/(m2**2)))
```

```
*
```

```
*
```

```
*
```

```
Cálculo da constante de amortecimento
```

```
bet = 1.508d9*abs(del)*0.0169779
```

```
betx = bet*(((om1**2)*ep1/(m1**2))+((om2**2)*ep2/(m2**2)))
```

```
bety = bet*(((om3**2)*ep3/(m3**2))+((om4**2)*ep4/(m4**2)))
```

```
*
```

```
*
```

```
*
```

```
Cálculo das acelerações e integração das equações de movimento
```

```
d2x = fx-alfx*x-betx*vx
```

```
d2y = fy-alfx*y-bety*vy
```

```
x = x+vx*tf+(d2x/2)*(tf**2)
```

```
y = y+vy*tf+(d2y/2)*(tf**2)
```

```
vx = vx+d2x*tf
```

```
vy = vy+d2y*tf
```

```
*
```

```
*
```

```
*
```

```
Cálculo do raio médio
```

```
r = ((x**2)+(y**2))*0.5
```

```
if ( i.ge.300000) then
```

```
  rmed = rmed+r
```

```
  nrαι = nrαι+1
```

```
endif
```

```
*
```

```
*
```

```
*
```

```
*
```

```
O programa é parado para um raio maior que 4w. Salva-se um em cada 200 pontos calculados
```

```
if (r.gt.4w) then
```

```
  go to 20
```

```
else
```

```
  d1 = i/200
```

```
  if (d1.eq.d2) then
```

```
    vxs(d2) = vx
```

```
    vys(d2) = vy
```

```
    d2 = d2+1
```

```
  endif
```

```

*
*      Definimos o intervalo de integração como  $10^{-6}$  segundos
*
      tf = 1.0d-6
      endif
10    continue
*
*      Cálculo do raio médio (divisão pelo no. de pontos envolvidos nesta
*      média)
*
      rmed = rmed/nrai
*
*      Geração dos arquivos de saída para raio médio, trajetórias e velocidades
*
      write(31,*) rmed
      Do 30 i = 0, d2-1
      write(33,*) xs( i ), ys( i )
30    continue
      Do 40 i = 1, d2-1
      write(35,*)vxs( i ), vys ( i )
40    continue
      stop
      end

```

Teste na expansão

```

PROGRAM TEXP1
*
*      Este programa testa a expansão para baixos campos e velocidades para
*      as forças de Cook atuantes sobre um átomo num MOT na presença de
*      feixes laser gaussianos no plano XY ao longo de uma trajetória estável.
*      Parâmetros de entrada :
*      Posição inicial (cm) : x, y
*      Velocidade inicial (cm/s) : vx, vy
*      Frequências de Rabi de cada feixe (MHz) : om1, om2, om3, om4
*      Desalinhamento de cada feixe em relação ao centro do MOT (cm) : s01,
*      s02, s03, s04
*      coeficientes angulares destes desalinhamentos ( $\text{cm}^{-1}$ ) : a1, a2, a3, a4.
*      detuning (MHz) : del
*      gradiente de campo (G/cm): gradx, grady
*      largura dos feixes (cm) : w
*      Para 4 feixes desalinhados formando um quadrado, devemos ter s01>0,
*      s02<0, s03<0, s04>0
*
*      Declaração de variáveis

```

*

Implicit double precision (a-h,o-z)

Double precision xs(0:9000), ys (0:9000), doph(0:9000), dopv(0:9000)

Double precision vxs(0:9000), vys(0:9000), den1(0:9000), den2(0:9000)

Double precision den3(0:9000), den4(0:9000)

Double precision m1, m2, m3, m4, k

real d2, d1

*

*

Leitura dos parâmetros de entrada

*

read (8,*)x, y, vx, vy

read (8,*)om1, om2, om3, om4

read (8,*) s01, s02, s03, s04

read (8,*)a1, a2, a3, a4

read(8,*)del, gradx, grady, w

*

*

Definição da largura de linha (gam), do vetor de onda (q), inicialização do tempo de integração, raio médio e contadores.

*

*

gam = 10.0d0

tf = 0.0d0

rmed = 0.0d0

d2 = 1.0

nrai = 0

q = 0.0169779

e1 = 4*(del**2)+(gam**2)

*

*

Cálculo dos desalinhamentos na posição inicial

*

s1=s01+a1*x

s2=s02+a2*x

s3=s03 +a3*y

s4 =s04+a4*y

*

*

Armazenamento das posições e velocidades iniciais, bem como termo Doppler + termo Zeeman e denominadores das forças de Cook sem estes efeitos para os 4 feixes

*

*

vxs(0) = vx

vys(0) = vy

xs(0) = x

ys(0) = y

doph(0) = abs(q*vx+gradx*x)

dopv(0) = abs(q*vy+grady*y)

den1(0) = e1+2*(om1**2)*exp(-((y+s1)/w)**2))

den2(0) = e1+2*(om2**2)*exp(-((y+s2)/w)**2))

```
den3(0) = e1+2*(om3**2)*exp(-((x+s3)/w)**2))
den4(0) = e1+2*(om4**2)*exp(-((x+s4)/w)**2))
```

```
*
*
* Início da integração
```

```
*
*
* do 10 i =1, 500000
```

```
*
*
* Cálculo dos desalinhamentos
```

```
*
*
* s1=s01+a1*x
* s2=s02+a2*x
* s3=s03+a3*y
* s4 =s04+a4*y
```

```
*
*
* Cálculo das exponenciais
```

```
*
*
* ep1 = exp(-(((y+s1)/w)**2))
* ep2 = exp(-(((y+s2)/w)**2))
* ep3 = exp(-(((x+s3)/w)**2))
* ep4 = exp(-((x+s4)/w)**2))
```

```
*
*
* Cálculo dos denominadores da força de vórtex, constantes de
* amortecimento e de mola
```

```
*
*
* m1 = (4*(del**2)+gam**2+2*(om1**2)*ep1)
* m2 = (4*(del**2)+gam**2+2*(om2**2)*ep2)
* m3 = (4*(del**2)+gam**2+2*(om3**2)*ep3)
* m4 = (4*(del**2)+gam**2+2*(om4**2)*ep4)
```

```
*
*
* Cálculo das forças de vórtex (estas já se acham divididas pela massa)
```

```
*
*
* fx1 = -1.885d8*(om1**2)*ep1/(m1)
* fx2 = 1.885d8*(om2**2)*ep2/(m2)
* fy3 = -1.8858d8*(om3**2)*ep3/(m3)
* fy4 = 1.885d8*(om4**2)*ep4/(m4)
* fx = fx1+fx2
* fy=fy3+fy4
```

```
*
*
* Cálculo da constante de mola
```

```
*
*
* alf = 1.508d9*abs(del)*1.4d0
* alfy = alf*grady*(((om3**2)*ep3/(m3**2))+((om4**2)*ep4/(m4**2)))
* alfx = alf*gradx*(((om1**2)*ep1/(m1**2))+((om2**2)*ep2/(m2**2)))
```

```
*
*
* Cálculo da constante de amortecimento
```

```

bet = 1.508d9*abs(del)*0.0169779
betx = bet*(((om1**2)*ep1/(m1**2)+((om2**2)*ep2/(m2**2)))
bety = bet*(((om3**2)*ep3/(m3**2)+((om4**2)*ep4/(m4**2)))

```

```

*
*   Cálculo das acelerações e integração das equações de movimento
*

```

```

d2x = fx-alfx*x-betx*vx
d2y = fy-alfx*y-bety*vy
x = x+vx*tf+(d2x/2)*(tf**2)
y = y+vy*tf+(d2y/2)*(tf**2)
vx = vx+d2x*tf
vy = vy+d2y*tf

```

```

*
*   Cálculo do raio
*

```

```

r = ((x**2)+(y**2))*0.5

```

```

*
*   O programa é parado para um raio maior que 4w. Salva-se um em cada
*   200 pontos calculados
*

```

```

if (r.gt.4w) then
go to 20
else
d1 = i/200
if (d1.eq.d2) then

```

```

*
*   Cálculo do termo Doppler+Termo Zeeman
*

```

```

cdoph=abs(q*vx+gradx*x)
cdopv=abs(q*vy+grady*y)

```

```

*
*   Armazenamento de termos
*

```

```

vxs(d2) = vx
vys(d2) = vy
doph(d2) = cdoph
dopv(d2) = cdopv
den1(d2)=m1
den2(d2)=m2
den3(d2)=m3
den4(d2)=m4
d2 = d2+1
endif

```

```

*
*   Definimos o intervalo de integração como 10-6 segundos
*

```

```

tf = 1.0d-6
endif
10 continue
*
*   Geração dos arquivos de saída para os termos Doppler + termo Zeeman
*   para cada feixe, bem como os denominadores das forças de Cook sem
*   estes efeitos em função das coordenadas e velocidades
*
Do 30 i = 0, d2-1
write(30,*) xs( i ), vxs( i ), doph( i )
30 continue
Do 40 i = 0, d2-1
write(32,*) ys( i ), vys( i ), dopv( i )
40 continue
Do 50 i = 0, d2-1
write(34,*) xs( i ), vxs( i ), den1( i )
50 continue
Do 60 i = 0, d2-1
write(36,*) xs( i ), vxs( i ), den2( i )
60 continue
Do 70 i = 1, d2-1
write(38,*)ys( i ), vys ( i ), den3 ( i )
70 continue
Do 80 i = 0, d2-1
write(40,*) ys( i ), vys( i ), den4( i )
80 continue
stop
end

```

Desalinhamentos com Ângulos Variando as Forças

```

PROGRAM ANG1
*   Este programa simula o movimento de um átomo num MOT na presença
*   de 4 feixes laser gaussianos, utilizando-se a expansão da força para
*   baixos campos e velocidades.
*   Parâmetros de entrada:
*   Posição inicial (cm) : x, y
*   Velocidade inicial (cm/s) : vx, vy
*   Frequências de Rabi de cada feixe (MHz) : om1, om2, om3, om4
*   Desalinhamento de cada feixe em relação ao centro do MOT (cm) : s01,
*   s02, s03, s04.
*   Coeficientes angulares destes desalinhamentos(cm-1) : a1, a2, a3, a4
*   detuning (MHz) : del
*   gradiente de campo (G/cm): gradx, grady

```

```

*      largura dos feixes (cm) : w
*      Para 4 feixes desalinhados formando um quadrado, devemos ter s01>0,
*      s02<0, s03<0, s04>0
*
*      Declaração de variáveis
*
*      Implicit double precision (a-h,o-z)
*      Double precision xs(0:9000), ys (0:9000)
*      Double precision vxs(0:9000), vys(0:9000)
*      Double precision m1, m2, m3, m4, k
*      real d2, d1
*
*      Leitura dos parâmetros de entrada
*
*      read (8,*)x, y, vx, vy
*      read (8,*)om1, om2, om3, om4
*      read (8,*)s01, s02, s03, s04
*      read(8,*)a1, a2, a3, a4
*      read(8,*)del, gradx, grady, w
*
*      Definição da largura de linha (gam), inicialização do tempo de integração,
*      raio médio e contadores.
*
*      gam = 10.0d0
*      tf = 0.0d0
*      rmed = 0.0d0
*      d2 = 1.0
*      nrai = 0
*
*      Armazenamento das posições e velocidades iniciais
*
*      vxs(0) = vx
*      vys(0) = vy
*      xs(0) = x
*      ys(0) = y
*
*      Início da integração
*
*      do 10 i =1, 500000
*
*      Cálculo dos desalinhamentos
*
*      s1=s01+a1*x
*      s2=s02+a2*x
*      s3=s03+a3*y
*      s4 =s04+a4*y

```


Cálculo das exponenciais

```
ep1 = exp(-(((y+s1)/w)**2))
ep2 = exp(-(((y+s2)/w)**2))
ep3 = exp(-(((x+s3)/w)**2))
ep4 = exp(-((x+s4)/w)**2))
```

Cálculo dos denominadores da força de vórtex, constantes de amortecimento e de mola

```
m1 = (4*(del**2)+gam**2+2*(om1**2)*ep1)
m2 = (4*(del**2)+gam**2+2*(om2**2)*ep2)
m3 = (4*(del**2)+gam**2+2*(om3**2)*ep3)
m4 = (4*(del**2)+gam**2+2*(om4**2)*ep4)
```

Cálculo dos senos e cossenos dos ângulos que os feixes laser formam com os eixos coordenados.

```
ctet1=(1/sqrt(1+a1**2))
stet1=abs(a1)*ctet1
ctet2=(1/sqrt(1+a2**2))
stet2=abs(a2)*ctet2
ctet3=(1/sqrt(1+a3**2))
stet3=abs(a3)*ctet3
ctet4=(1/sqrt(1+a4**2))
stet4=abs(a4)*ctet4
```

Cálculo das forças de vórtex. Estas forças já se encontram divididas pela massa

```
fx1=1.885d8*(om1**2)*ep1*ctet1/m1
fx2=1.885d8*(om2**2)*ep2*ctet2/m2
fx3=1.885d8*(om3**2)*ep3*stet3/m3
fx4=1.885d8*(om4**2)*ep4*stet4/m4
fy1=1.885d8*(om1**2)*ep1*stet1/m1
fy2=1.885d8*(om2**2)*ep2*stet2/m2
fx3=1.885d8*(om3**2)*ep3*ctet3/m3
fx4=1.885d8*(om4**2)*ep4*ctet4/m4
fx=-fx1+fx2-fx3-fx4
fy=fy1+fy2-fy3+fy4
```

Cálculo das constantes de mola

```
alf=1.508d9*abs(del)*1.4d0
alfy1=-alf*grady*(om1**2)*ep1*stet1/(m1**2)
```

```

alfy2=alf*grady*(om2**2)*ep2*stet2/(m2**2)
alfy3=-alf*grady*(om3**2)*ep3*ctet3/(m3**2)
alfy4=alf*grady*(om4**2)*ep4*ctet4/(m4**2)
alfy=alfy1+alfy2-alfy3+alfy4
alfx1=-alf*gradx*(om1**2)*ep1*ctet1/(m1**2)
alfx2=alf*gradx*(om2**2)*ep2*ctet2/(m2**2)
alfx3=-alf*gradx*(om3**2)*ep3*stet3/(m3**2)
alfx4=alf*gradx*(om4**2)*ep4*stet4/(m4**2)
alfx=-alfx1+alfx2-alfx3-alfx4

```

*

*

*

Cálculo da constante de amortecimento

```

bet=1.508d9*abs(del)*0.0169779
betx1=-bet*(om1**2)*ep1*(ctet1**2)/(m1**2)
betx2=bet*(om2**2)*ep2*(ctet2**2)/(m2**2)
betx3=-bet*(om3**2)*ep3*(stet3**2)/(m3**2)
betx4=-bet*(om4**2)*ep4*(stet4**2)/(m4**2)
betx=-betx1+betx2-betx3-betx4
bety1=bet*(om1**2)*ep1*(stet1**2)/(m1**2)
bety2=bet*(om2**2)*ep2*(stet2**2)/(m2**2)
bety3=-bet*(om3**2)*ep3*(ctet3**2)/(m3**2)
bety4=bet*(om4**2)*ep4*(ctet4**2)/(m4**2)
bety=bety1+bety2-bety3+bety4

```

*

*

*

Cálculo das acelerações e integração das equações de movimento

```

d2x = fx-alfx*x-betx*vx
d2y = fy-alfx*y-bety*vy
x = x+vx*tf+(d2x/2)*(tf**2)
y = y+vy*tf+(d2y/2)*(tf**2)
vx = vx+d2x*tf
vy = vy+d2y*tf

```

*

*

*

Cálculo do raio

```

r = ((x**2)+(y**2))*0.5
if (r.gt.4w) then
go to 20
else
d1 = i/200
if (d1.eq.d2) then
vxs(d2) = vx
vys(d2) = vy
d2 = d2+1
endif

```

*

```

*      Definimos o intervalo de integração como  $10^{-6}$  segundos
*
      tf = 1.0d-6
      endif
10     continue
*
*      Geração dos arquivos de saída para trajetórias e velocidades
*
      Do 30 i = 0, d2-1
      write(33,*) xs( i ), ys( i )
30     continue
      Do 40 i = 1, d2-1
      write(35,*) vxs( i ), vys ( i )
40     continue
      stop
      end

```

MODELO CORRIGIDO

Passemos agora aos programas utilizados para simular a trajetória de um átomo numa armadilha magneto-ótica utilizando o modelo com correções no termo de saturação.

Força Exata

```

PROGRAM EXAT2
*      Este programa simula o movimento tridimensional de um átomo na
*      presença de 6 feixes laser gaussianos. Neste caso calculamos a força
*      utilizando a expressão exata para ela.
*      Parâmetros de entrada :
*      Posição inicial (cm) : x, y,z
*      Velocidade inicial (cm/s) : vx, vy,vz
*      Frequências de Rabi de cada feixe (MHz): om1, om2, om3, om4, om5,
*      om6
*      Desalinhamento de cada feixe em relação ao centro do MOT (cm) : s01,
*      s02, s03, s04, s05, s06, s07, s08, s09, s010, s011, s012.
*      Coeficientes angulares dos desalinhamentos no plano XY ( $\text{cm}^{-1}$ ) :a1, a3,

```

```

*      a5, a7
*      detuning (MHz) : del
*      gradiente de campo (G/cm): gradx, grady, gradz
*      largura dos feixes (cm) : w
*      Para 4 feixes desalinhados formando um quadrado no plano XY, devemos
*      ter s01>0, s03<0, s05<0, s07>0 e os demais desalinhamentos iguais a
*      zero
*      Declaração de variáveis
*
Implicit double precision (a-h,o-z)
Double precision xs(0:9000), ys (0:9000), zs(0:9000)
Double precision vxs(0:9000), vys(0:9000), vzs(0:9000)
Double precision m1, m2, m3, m4, m5, m6, k
real d2, d1
*
*      Leitura dos parâmetros de entrada
*
read (8,*)x, y, z, vx, vy, vz
read (8,*)om1, om2, om3, om4, om5, om6
read (8,*) s01, s02, s03, s04, s05, s06
read(8,*) s07, s08, s09, s010, s011, s012
read (8,*) a1, a3, a5, a7
read(8,*) del, gradx, grady,gradz, w
*
*      Definição da largura de linha (gam), vetor de onda (k), inicialização do
*      tempo de integração e contadores.
*
gam = 10.0d0
k=0.017d0
tf = 0.0d0
d1 = 1.0
*
*      Início da integração
*
do 10 i =0, 500000
*
*      Cálculo dos termos (delta-kv±bx). O fator 1.4 é a abertura Zeeman para
*      a transição
*
m1=del+k*vx+1.4*gradx*x
m2=del-k*vx-1.4*gradx*x
m3=del+k*vy+1.4*grady*y
m4=del-k*vy-1.4*grady*y
m5=del+k*vz+1.4*gradz*z
m6=del-k*vz-1.4*gradz*z
*

```

* Cálculo dos desalinhamentos

*
 $s1 = s01 + a1 * x$
 $s3 = s03 + a3 * x$
 $s5 = s05 + a5 * y$
 $s7 = s07 + a7 * y$

* Cálculo das exponenciais

*
 $ep1 = \exp(-((y+s1)/w)**2 - ((z+s2)/w)**2)$
 $ep2 = \exp(-((y+s3)/w)**2 - ((z+s4)/w)**2)$
 $ep3 = \exp(-((x+s5)/w)**2 - ((z+s6)/w)**2)$
 $ep4 = \exp(-((x+s7)/w)**2 - ((z+s8)/w)**2)$
 $ep5 = \exp(-((x+s9)/w)**2 - ((y+s10)/w)**2)$
 $ep6 = \exp(-((x+s11)/w)**2 - ((z+s12)/w)**2)$

* Cálculo do termo de saturação

*
 $om = (om1**2)*ep1 + (om2**2)*ep2 + (om3**2)*ep3 + (om4**2)*ep4$
 $om = om + (om5**2)*ep5 + (om6**2)*ep6$

* Cálculo das forças

*
 $f1 = - (om1**2)*ep1 / (4*(m1**2) + gam**2 + 2*om)$
 $f2 = (om2**2)*ep2 / (4*(m2**2) + gam**2 + 2*om)$
 $f3 = - (om3**2)*ep3 / (4*(m3**2) + gam**2 + 2*om)$
 $f4 = (om4**2)*ep4 / (4*(m4**2) + gam**2 + 2*om)$
 $f5 = - (om5**2)*ep5 / (4*(m5**2) + gam**2 + 2*om)$
 $f6 = (om6**2)*ep6 / (4*(m6**2) + gam**2 + 2*om)$

* Acelerações resultantes em cada direção

*
 $d2x = 6.2831853d0 * 3.0d6 * gam * (f1 + f2)$
 $d2y = 6.2831853d0 * 3.0d6 * gam * (f3 + f4)$
 $d2z = 6.2831853d0 * 3.0d6 * gam * (f5 + f6)$

* Integração das equações de movimento

*
 $x = x + vx * tf + (d2x/2) * (tf**2)$
 $y = y + vy * tf + (d2y/2) * (tf**2)$
 $z = z + vz * tf + (d2z/2) * (tf**2)$
 $vx = vx + d2x * tf$
 $vy = vy + d2y * tf$
 $vz = vz + d2z * tf$
 $r = \text{sqrt}((x**2) + (y**2) + (z**2))$

```

*      O programa é parado para um raio maior que 4w. Salva-se um em cada
*      200 pontos calculados
*
      if (r.gt.4w) then
      go to 20
      else
      d1 = i/200
      if (d1.eq.d2) then
      vxs(d2) = vx
      vys(d2) = vy
      vzs(d2) = vz
      d2 = d2+1
      endif
*
*      Definimos o intervalo de integração como 10-6 segundos
*
      tf = 1.0d-6
      endif
10    continue
*
*      Geração de arquivos de saída para trajetórias e velocidades
*
      Do 30 i = 0, d2-1
      write(33,*) xs( i ), ys( i ),zs( i )
30    continue
      Do 40 i = 1, d2-1
      write(35,*)vxs( i ), vys ( i ), vzs( i )
40    continue
      stop
      end

```

Força Expandida

```

PROGRAM EXP2
*
*      Este programa simula o movimento de um átomo num MOT na presença
*      de 4 feixes laser gaussianos desalinhados no plano XY e dois feixes
*      alinhados na direção z, utilizando-se a expansão da força para baixos
*      campos e velocidades, com correção no termo de saturação. Introduz -se
*      o efeito dos dois feixes alinhados em z no termo de saturação, sem, no
*      entanto, escrevermos explicitamente as forças devidas a estes, pois no
*      caso considerado nas simulações (movimento restrito ao plano XY e
*      feixes em z com mesma intensidade) a força líquida em z é nula.
*      Parâmetros de entrada:
*      Posição inicial (cm) : x, y

```

```

* Velocidade inicial (cm/s) : vx, vy
*
* Freqüências de Rabi de cada feixe (MHz) : om1, om2, om3, om4, om5,
* om6
* Desalinhamento de cada feixe em relação ao centro do MOT (cm) : s01,
* s02, s03, s04.
*   coeficientes angulares destes desalinhamentos( $\text{cm}^{-1}$ ) : a1, a2, a3, a4
* detuning (MHz) : del
* gradiente de campo (G/cm): gradx, grady
* largura dos feixes (cm) : w
* Para 4 feixes desalinhados formando um quadrado, devemos ter s01>0,
* s02<0, s03<0, s04>0
*

```

Declaração de variáveis

```

*
* Implicit double precision (a-h,o-z)
* Double precision xs(0:9000), ys (0:9000)
* Double precision vxs(0:9000), vys(0:9000)
* Double precision m1, m2, m3, m4, k
* real d2, d1
*

```

Leitura dos parâmetros de entrada

```

*
* read (8,*)x, y, vx, vy
* read (8,*)om1, om2, om3, om4, om5, om6
* read (8,*) s01, s02, s03, s04
* read(8,*)a1, a2, a3, a4
* read(8,*)del, gradx, grady, w
*

```

```

* Definição da largura de linha (gam), inicialização do tempo de integração,
* raio médio e contadores.
*

```

```

gam = 10.0d0
tf = 0.0d0
rmed = 0.0d0
d2 = 1.0
nrai = 0

```

Armazenamento das posições e velocidades iniciais

```

*
* vxs(0) = vx
* vys(0) = vy
* xs(0) = x
* ys(0) = y
*

```

Início da integração

```
do 10 i =1, 500000
```

```
*
* Cálculo dos desalinhamentos
*
```

```
s1=s01+a1*x
s2=s02+a2*x
s3=s03 +a3*y
s4 =s04+a4*y
```

```
*
* Cálculo das exponenciais
*
```

```
ep1 = exp(-(((y+s1)/w)**2))
ep2 = exp(-(((y+s2)/w)**2))
ep3 = exp(-(((x+s3)/w)**2))
ep4 = exp(-((x+s4)/w)**2))
om = (om1**2)*ep1+(om2**2)*ep2+(om3**2)*ep3+(om4**2)*ep4
om = om+(om5**2)*ep5+(om6**2)*ep6
```

```
*
* Cálculo do denominador da força de vórtex, constantes de amortecimento
* e de mola
*
```

```
m = (4*(del**2)+gam**2+2*om)
```

```
*
* Cálculo das forças de vórtex (estas já se acham divididas pela massa)
*
```

```
fx1 = -1.885d8*(om1**2)*ep1/m
fx2 = 1.885d8*(om2**2)*ep2/m
fy3 = -1.885d8*(om3**2)*ep3/m
fy4 = 1.885d8*(om4**2)*ep4/m
fx = fx1+fx2
fy=fy3+fy4
```

```
*
* Cálculo da constante de mola
*
```

```
alf = 1.508d9*abs(del)*1.4d0
alfy = alf*grady*(((om3**2)*ep3/(m**2))+((om4**2)*ep4/(m**2)))
alfx = alf*gradx*(((om1**2)*ep1/(m**2))+((om2**2)*ep2/(m**2)))
```

```
*
* Cálculo da constante de amortecimento
*
```

```
bet = 1.508d9*abs(del)*0.0169779
betx = bet*(((om1**2)*ep1/(m**2))+((om2**2)*ep2/(m**2)))
bety = bet*(((om3**2)*ep3/(m**2))+((om4**2)*ep4/(m**2)))
```

```
*
* Cálculo das acelerações e integração das equações de movimento
*
```



```

d2x = fx-alfx*x-betx*vx
d2y = fy-alfx*y-bety*vy
x = x+vx*tf+(d2x/2)*(tf**2)
y = y+vy*tf+(d2y/2)*(tf**2)
vx = vx+d2x*tf
vy = vy+d2y*tf
*
*
*   Cálculo do raio médio
*
r = ((x**2)+(y**2))*0.5
if ( i.ge.300000) then
rmed = rmed+r
nrai = nrai+1
endif
*
*
*   O programa é parado para um raio maior que 4w. Salva-se um em cada
*   200 pontos calculados
*
if (r.gt.4w) then
go to 20
else
d1 = i/200
if (d1.eq.d2) then
vxs(d2) = vx
vys(d2) = vy
d2 = d2+1
endif
*
*
*   Definimos o intervalo de integração como  $10^{-6}$  segundos
*
tf = 1.0d-6
endif
10 continue
*
*
*   Cálculo do raio médio (divisão pelo no. de pontos envolvidos nesta
*   média)
*
rmed = rmed/nrai
*
*
*   Geração dos arquivos de saída para raio médio, trajetórias e velocidades
*
write(31,*) rmed
Do 30 i = 0, d2-1
write(33,*) xs( i ), ys( i )
30 continue
Do 40 i = 1, d2-1

```

```

40      write(35,*)vx( i ), vys ( i )
      continue
      stop
      end

```

Teste na expansão

```

PROGRAM TEXP2
*
*   Este programa testa a expansão para baixos campos e velocidades para
*   as forças de Cook atuantes sobre um átomo num MOT com correções no
*   termo de saturação na presença de 4 feixes laser gaussianos desalinhados
*   no plano XY e dois feixes alinhados na direçãoz ao longo de uma
*   trajetória estável.
*   Parâmetros de entrada :
*   Posição inicial (cm) : x, y
*   Velocidade inicial (cm/s) : vx, vy
*   Frequências de Rabi de cada feixe (MHz) : om1, om2, om3, om4, om5,
*   om6
*   Desalinhamento de cada feixe em relação ao centro do MOT (cm) : s01,
*   s02, s03, s04.
*   coeficientes angulares destes desalinhamentos (cm-1):a1, a2, a3, a4
*   detuning (MHz) : del
*   gradiente de campo (G/cm): gradx, grady
*   largura dos feixes (cm) : w
*   Para 4 feixes desalinhados formando um quadrado, devemos ter s01>0,
*   s02<0, s03<0, s04>0
*
*   Declaração de variáveis
*
*   Implicit double precision (a-h,o-z)
*   Double precision xs(0:9000), ys (0:9000), doph(0:9000), dopv(0:9000)
*   Double precision vx(0:9000), vys(0:9000), den1(0:9000), den2(0:9000)
*   Double precision den3(0:9000), den4(0:9000)
*   Double precision m1, m2, m3, m4, k
*   real d2, d1
*
*   Leitura dos parâmetros de entrada
*
*   read (8,*)x, y, vx, vy
*   read (8,*)om1, om2, om3, om4, om5, om6
*   read (8,*) s01, s02, s03, s04
*   read(8,*)a1, a2, a3, a4
*   read(8,*)del, gradx, grady, w
*

```

```

*      Definição da largura de linha (gam), do vetor de onda (q), inicialização
*      do tempo de integração, raio médio e contadores.
*
      gam = 10.0d0
      tf = 0.0d0
      rmed = 0.0d0
      d2 = 1.0
      nrai = 0
      q = 0.0169779
      e1 = 4*(del**2)+(gam**2)
*
*      Cálculo dos desalinhamentos nas posições iniciais
*
      s1=s01+a1*x
      s2=s02+a2*x
      s3=s03+a3*y
      s4 =s04+a4*y
*
*      Armazenamento das posições e velocidades iniciais, bem como termo
*      Doppler + termo Zeeman e denominadores das forças de Cook sem estes
*      efeitos para os 4 feixes
*
      vxs(0) = vx
      vys(0) = vy
      xs(0) = x
      ys(0) = y
      doph(0) = abs(q*vx+gradx*x)
      dopv(0) = abs(q*vy+grady*y)
      d=ep1+2*(om1**2)*exp(-((y+s1)/w)**2)+2*(om2**2)*exp(((y+s2)/w)**2)
      d=d+2*(om3**2)*exp(-((x+s3)/w)**2)+2*(om4**2)*exp(-((x+s4)/w)**2)
      den(0)=d
*
*      Início da integração
*
      do 10 i =1, 500000
*
*      Cálculo dos desalinhamentos
*
      s1=s01+a1*x
      s2=s02+a2*x
      s3=s03 +a3*y
      s4 =s04+a4*y
*
*      Cálculo das exponenciais
*
      ep1 = exp(-(((y+s1)/w)**2))

```

```

ep2 = exp(-(((y+s2)/w)**2))
ep3 = exp(-(((x+s3)/w)**2))
ep4 = exp(-((x+s4)/w)**2))

```

```

*
*
* Cálculo do denominador da força de vórtex, constantes de amortecimento
* e de mola

```

```

om = (om1**2)*ep1+(om2**2)*ep2+(om3**2)*ep3+(om4**2)*ep4
om = om+(om5**2)*ep5+(om6**2)*ep6
m = (4*(del**2)+gam**2+2*om)

```

```

*
*
* Cálculo das forças de vórtex (estas já se acham divididas pela massa)

```

```

fx1 = -1.885d8*(om1**2)*ep1/m
fx2 = 1.885d8*(om2**2)*ep2/m
fy3 = -1.8858d8*(om3**2)*ep3/m
fy4 = 1.885d8*(om4**2)*ep4/m
fx = fx1+fx2
fy=fy3+fy4

```

```

*
*
* Cálculo da constante de mola

```

```

alf = 1.508d9*abs(del)*1.4d0
alfy = alf*grady*(((om3**2)*ep3/(m**2))+((om4**2)*ep4/(m**2)))
alfx = alf*gradx*(((om1**2)*ep1/(m**2))+((om2**2)*ep2/(m**2)))

```

```

*
*
* Cálculo da constante de amortecimento

```

```

bet = 1.508d9*abs(del)*0.0169779
betx = bet*(((om1**2)*ep1/(m**2))+((om2**2)*ep2/(m**2)))
bety = bet*(((om3**2)*ep3/(m**2))+((om4**2)*ep4/(m**2)))

```

```

*
*
* Cálculo das acelerações e integração das equações de movimento

```

```

d2x = fx-alfx*x-betx*vx
d2y = fy-alfx*y-bety*vy
x = x+vx*tf+(d2x/2)*(tf**2)
y = y+vy*tf+(d2y/2)*(tf**2)
vx = vx+d2x*tf
vy = vy+d2y*tf

```

```

*
*
* Cálculo do raio

```

```

r = ((x**2)+(y**2))*0.5

```

```

*
*
* O programa é parado para um raio maior que 4w. Salva-se um em cada

```

```

*      200 pontos calculados
*
      if (r.gt.4w) then
      go to 20
      else
      d1 = i/200
      if (d1.eq.d2) then
*
*      Cálculo do termo Doppler+Termo Zeeman
*
      cdoph=abs(q*vx+gradx*x)
      cdopv=abs(q*vy+grady*y)
*
*      Armazenamento de termos
*
      vxs(d2) = vx
      vys(d2) = vy
      doph(d2) = cdoph
      dopv(d2) = cdopv
      den(d2)=m
      d2 = d2+1
      endif
*
*      Definimos o intervalo de integração como 10-6 segundos
*
      tf =1.0d-6
      endif
10    continue
*
*      Geração dos arquivos de saída para os termos Doppler + termo Zeeman
*      para cada feixe, bem como os denominadores das forças de Cook sem
*      estes efeitos em função das coordenadas e velocidades
*
      Do 30 i = 0, d2-1
      write(30,*) xs( i ), vxs( i ), doph( i )
30    continue
      Do 40 i = 0, d2-1
      write(32,*) ys( i ), vys( i ), dopv( i )
40    continue
      Do 50 i = 0, d2-1
      write(34,*) xs( i ), vxs( i ), den( i )
50    continue
      stop
      end

```

Desalinhamentos com Ângulos Variando a Direção da Força

```

PROGRAM ANG2
*
* Este programa simula o movimento bidimensional de um átomo num
* MOT na presença de 4 feixes gaussianos desalinhados no plano XY e
* dois feixes alinhados no eixo z, considerando a modificação introduzida
* no termo de saturação. Neste caso utilizamos as expressões exatas para
* as forças de Cook.
*
* Parâmetros de entrada:
* Posição inicial (cm) : x, y
* Frequências de Rabi de cada feixe (MHz) : om1, om2, om3, om4, om5,
* om06
* Desalinhamento de cada feixe em relação ao centro do MOT (cm) : s01,
* s02, s03, s04.
* coeficientes angulares destes desalinhamentos( $\text{cm}^{-1}$ ) : a1, a2, a3, a4
* detuning (MHz) : del
* gradiente de campo (G/cm): gradx, grady
* largura dos feixes (cm) : w
* Para 4 feixes desalinhados formando um quadrado, devemos ter s01>0,
* s02<0, s03<0, s04>0
*
* Declaração de variáveis
*
* Implicit double precision (a-h,m,o-z)
* Double precision xs(0:9000), ys (0:9000)
* Double precision vxs(0:9000), vys(0:9000)
* Double precision k
* real d2, d1
*
*
* Leitura dos parâmetros de entrada
*
* read (8,*)x, y, vx, vy
* read (8,*)om1, om2, om3, om4,om5,om6
* read (8,*) s01, s02, s03, s04
* read(8,*)a1, a2, a3, a4
* read(8,*)del, gradx, grady, w
*
*
* Definição da largura de linha (gam), vetor de onda (k), inicialização do
* tempo de integração e contadores.
*
* gam = 10.0d0
* k=0.017d0
* tf = 0.0d0
* d1 = 1.0
*

```

```

*      Início da integração
*
do 10 i =0, 500000
*
*      Cálculo dos desalinhamentos
*
s1=s01+a1*x
s2=s02+a2*x
s3=s03+a3*y
s4 =s04+a4*y
*
*      Cálculo das exponenciais
*
ep1 = exp(-(((y+s1)/w)**2))
ep2 = exp(-(((y+s2)/w)**2))
ep3 = exp(-(((x+s3)/w)**2))
ep4 = exp(-((x+s4)/w)**2))
ep5 = exp(-(x**2+y**2)/w**2)
*
*      Cálculo do termo de saturação
*
om=(om1**2)*ep1+(om2**2)*ep2+(om3**2)*ep3+(om4**2)*ep4
om=om+ep5*(om5**2+om6**2)
*
*      Cálculo dos senos e cossenos dos ângulos que os feixes laser formam
*      com os eixos coordenados.
*
ctet1=(1/sqrt(1+a1**2))
stet1=abs(a1)*ctet1
ctet2=(1/sqrt(1+a2**2))
stet2=abs(a2)*ctet2
ctet3=(1/sqrt(1+a3**2))
stet3=abs(a3)*ctet3
ctet4=(1/sqrt(1+a4**2))
stet4=abs(a4)*ctet4
*
*      Cálculo dos termos(delta-kv±bx)
*
m1x=del+k*vx*ctet1+1.4*gradx*x
m2x=del-k*vx*ctet2-1.4*gradx*x
m3x=del+k*vx*stet3+1.4*gradx*x
m4x=del+k*vx*stet4-1.4*gradx*x
m1y=del-k*vy*stet1+1.4*grady*y
m2y=del-k*vy*stet2-1.4*grady*y
m3y=del+k*vy*ctet3+1.4*grady*y
m4y=del-k*vy*stet4-1.4*grady*y

```

*
*
*

Cálculo das forças

```
f1x=(om1**2)*ep1*ctet1/(4*(m1x**2)+gam**2+2*om)
f2x=(om2**2)*ep2*ctet2/(4*(m2x**2)+gam**2+2*om)
f3x=(om3**2)*ep3*stet3/(4*(m3x**2)+gam**2+2*om)
f4x=(om4**2)*ep4*stet4/(4*(m4x**2)+gam**2+2*om)
f1y=(om1**2)*ep1*stet1/(4*(m1y**2)+gam**2+2*om)
f2y=(om2**2)*ep2*stet2/(4*(m2y**2)+gam**2+2*om)
f3y=(om3**2)*ep3*ctet3/(4*(m3y**2)+gam**2+2*om)
f4y=(om4**2)*ep4*ctet4/(4*(m4y**2)+gam**2+2*om)
```

*
*
*

Cálculo das acelerações

```
d2x=6.281853d0*3.0d6*gam*(-f1x+f2x-f3x-f4x)
d2y=6.281853d0*3.0d6*gam*(f1y+f2y-f3y+f4y)
```

*
*
*

Integração das equações de movimento

```
x = x+vx*tf+(d2x/2)*(tf**2)
y = y+vy*tf+(d2y/2)*(tf**2)
vx = vx+d2x*tf
vy = vy+d2y*tf
```

*
*
*
*

O programa é parado para um raio maior que 4w. Salva-se um em cada 200 pontos calculados

```
if (r.gt.4w) then
go to 20
else
d1 = i/200
if (d1.eq.d2) then
vxs(d2) = vx
vys(d2) = vy
d2 = d2+1
endif
```

*
*
*

Definimos o intervalo de integração como 10^{-6} segundos

```
tf=1.0d-6
endif
continue
```

10
*

*
*

Geração de arquivos de saída para trajetórias e velocidades

Do 30 i = 0, d2-1


```

write(33,*) xs( i ), ys( i )
30  continue
    Do 40 i = 1, d2-1
write(35,*)vxs( i ), vys ( i )
40  continue
    stop
    end

```

DIFUSÃO TRANSVERSAL DE UM FEIXE ATÔMICO

Escrevemos a seguir as listagens dos programas utilizados para o estudo da difusão transversal de um feixe atômico durante a desaceleração pela técnica de Ajuste Zeeman.

TEMPO ENTRE DUAS ABSORÇÕES

```

PROGRAM DELTAT
*
* Este programa calcula o tempo entre duas absorções consecutivas para
* um átomo sendo desacelerado por ajuste Zeeman.
*
* Declaração de variáveis e inicialização de constantes
*
Implicit double precision (a-h,o-z)
Integer seed
Common delta
Double precision det (15001), zd (15001)
Double precision k0, k1, k2, k3
Parameter (pi = 3.14159265359d0)
Parameter (n = 12000, L = 120.0d0)
*
* Lê dados de entrada :
* detuning (MHz) : delta
* velocidade inicial na direção z (cm/s) : v0
*
Write(*,*) 'Digite o valor de delta'
Read(*,*) delta
Write(*,*) 'Digite a velocidade inicial do feixe'

```

```

Read(*,*) v0
*
* Define o passo dz e inicializa a semente para os números aleatórios, a
* velocidade e os contadores delt, ds e nabs, respectivamente para o tempo
* entre absorções, variação de velocidades e número de fótons absorvidos
*

seed = 1634959
dz = L/n
v = v0
delt = 0.0d0
ds = 0.0d0
nabs = 0

*
* Inicia o processo de integração
*

do 20 i = 1, n
dt = L/(n*abs (v) )
dv = dz*dvdz(z,v)
auxiliar = dvdz(z,v)
k0 = dz*auxiliar
auxiliar = dvdz (z+dz/2.0d0, v+k0/2.0d0)
k1 = dz*auxiliar
auxiliar = dvdz (z+dz/2.0d0, v+k1/2.0d0)
k2 = dz*auxiliar
auxiliar = dvdz (z+dz, v+k2)
k3 = dz*auxiliar
v = v+(k0+2.0d0*(k1+k2)+k3)/6.0d0

*
* Simulação da emissão espontânea
*

ds = ds + dv
delt = delt + dt
if (-ds.lt.3.0d0) then
go to 15
else
teta = pi * ran( seed)
v = v-3.0d0*cos(teta)

*
* Acrescenta uma unidade ao número de fótons absorvidos
*

nabs = nabs+1

*
* Armazena z e tempo entre absorções
*

det(nabs)= delt

```

```

      zd(nabs) = z
*
*
*   Anula contadores
*
      delt = 0.0d0
      ds = 0.0d0
      endif
*
*
*   propaga em z
*
15      z = z +dt
20      continue
*
*
*   Escreve arquivos de saída :
*   tempo entre abssorções em função de z
*   número de fótons absorvidos
*
      do 30 i = 1,nabs/10
      write (20, *) zd(i*10), det (i*10)
30      continue
      write (*,*) nabs
      stop
      end
*
*
*   Funções utilizadas no programa
*
      Double precision function B(z)
      implicit double precision (a-h,o-z)
      B = 1.0d0-1.0d-2*(z-20.0d0)
      B = sqrt(B)
      B = 36.0d0*(7.7d0+27.0d0*B)
      return
      end
*

      double precision function dvdz(z,v)
      implicit double precision (a-h,o-z)
      common delta
      double precision k, mu
      parameter (pi = 3.14159265359d0, k = 0.017d0, mu = 1.4 MHz)
      parameter (gam = 10.0d0, omega = 20.0d0)
      dvdz = (delta-mu*B(z)+k*v)**2
      dvdz = v*(4.0d0*dvdz+gam**2+2.0d0*(omega**2))
      dvdz = 3.0d6/dvdz
      dvdz = -2.0*pi*gam*dvdz*(omega**2)
      return
      end

```

PERFIL DO FEIXE, COORDENADAS E VELOCIDADES DURANTE O PROCESSO.

```

*
*     Este programa simula a difusão transversal para um feixe atômico
*     desacelerado por ajuste Zeeman
*
*     Declaração de variáveis e inicialização de constantes
*
Implicit double precision (a-h,o-z)
Integer seed
Common delta
Parameter (natomos = 30)
Double precision te(120), rm2(120),vm2 (120)
Double precision xd(natomos,120), yd(natomos,120),v0 (natomos)
Double precision k0, k1, k2, k3
Parameter (pi = 3.14159265359d0)
Parameter (n = 12000, L )

*
*     Lê dados de entrada :
*     Detuning(MHz) : delta
*     Semente para números aleatórios : seed
*     velocidade inicial longitudinal para o feixe atômico (cm/s): v1
*

read (3,*)delta
read(3,*)seed
read(3,*)v1

*
*     Inicia-se a varredura na coordenada z indo-se de 1 a 120 cm
*

do 60 int = 1,120
L = int

*
*     Inicialização do passo dz, do raio e da velocidade transversal
*

dz = L/n
r = 0.0d0
vt = 0.0d0

*
*     Atribuição da velocidade v1 ao feixe atômico
*

do 9 i = 1, natomos
v0 ( i ) = v1
9 continue
*
*     Inicia-se a varredura no número de átomos indo-se de 1 a natomos

```

```

*
do 30 j = 1, natomos
*
*   Inicialização das coordenadas e velocidades iniciais para cada átomo do
*   feixe
vz = v0( j )
z = 0.0d0
x = 0.0d0
y = 0.0d0
vx = 0.0d0
vy = 0.0d0
t = 0.0d0
ds = 0.0d0
*
*   Integração da equação de movimento
*   do 20 i = 1, n
dt = L/(n*abs (v) )
dv = dz*dvdz(z,v)
auxiliar = dvdz(z,v)
k0 = dz*auxiliar
auxiliar = dvdz (z+dz/2.0d0, v+k0/2.0d0)
k1 = dz*auxiliar
auxiliar = dvdz (z+dz/2.0d0, v+k1/2.0d0)
k2 = dz*auxiliar
auxiliar = dvdz (z+dz, v+k2)
k3 = dz*auxiliar
v = v+(k0+2.0d0*(k1+k2)+k3)/6.0d0
*
*   Simulação da emissão espontânea
*
ds = ds + dv
if (-ds.lt.3.0d0) then
go to 15
else
teta = (ran(seed)-0.5)/0.5
fi = (ran(seed)-0.5)/0.5
tet1=ran(seed)
if (tet1.lt.0.5) then
fi2 = sqrt (1 - (teta**2))
else
fi2 = -sqrt (1 - (teta**2))
endif
vz = vz-3.0d0*teta
vx = vx - 3.0d0*tet2*fi
vy = vy - 3.0d0*tet2*fi2
*

```

```

*      Anula contador
*
      ds = 0.0d0
      endif
*
*      propaga em z
*
15      z = z+dt
      t = t+dt
20      continue
*
*      Cálculo da velocidade quadrática média e do raio quadrático médio para
*      o "ensemble " de átomos considerado
*
      vt = vt + vx**2 + vy**2
      r = r + x**2 + y**2
*
*      Armazena as posições e velocidades cada átomo
*
      xd( j,int ) = x
      yd( j,int ) = y
30      continue
*
*      armazena o raio quadrático médio, o tempo e a velocidade quadrática
*      média para cada valor de z
*
      te(int) = t
      rm2(int) = r/natomos
      vm2(int) = vt/natomos
60      continue
*
*      Escreve arquivos de saída
*
      do 50 int=1,120
      write(20,*)te(int), rm2(int)
      write(40,*)te(int), vm2(int)
50      continue
      do 60 int = 1,12
      do 60 j =1, natomos
      write(*,50+int)xd(j,10*int), yd(j,10*int)
60      continue
*
*      Funções utilizadas no programa
*
      Double precision function B(z)
      implicit double precision (a-h,o-z)

```

```

B = 1.0d0-1.0d-2*(z-20.0d0)
B = sqrt(B)
B = 36.0d0*(7.7d0+27.0d0*B)
return
end

```

*

```

double precision function dvdz(z,v)
implicit double precision (a-h,o-z)
common delta
double precision k, mu
parameter (pi = 3.14159265359d0, k = 0.017d0, mu = 1.4 MHz)
parameter (gam = 10.0d0, omega = 20.0d0)
dvdz = (delta-mu*B(z)+k*v)**2
dvdz = v*(4.0d0*dvdz+gam**2+2.0d0*(omega**2))
dvdz = 3.0d6/dvdz
dvdz = -2.0*pi*gam*dvdz*(omega**2)
return
end

```

DISTRIBUIÇÕES DE VELOCIDADES

*

*

Este programa simula a difusão transversal para um feixe atômico desacelerado por ajuste Zeeman

*

*

*

Declaração de variáveis e inicialização de constantes

*

```

Implicit double precision (a-h,o-z)
Integer seed
Common delta
Parameter (natomos = 100)
Double precision te(120), rm2(120),vm2 (120)
Double precision vt(natomos,120), vlong(natomos,120),v0 (natomos)
Double precision k0, k1, k2, k3
Parameter (pi = 3.14159265359d0)
Parameter (n = 12000, L )

```

*

*

Lê dados de entrada :

*

Detuning(MHz) : delta

*

Semente para números aleatórios : seed

*

velocidade inicial longitudinal para o feixe atômico (cm/s): v1

*

```
read (3,*)delta
```

```
read(3,*)seed
```

```
read(3,*)v1
```

*

*

Inicia-se a varredura na coordenada z indo-se de 1 a 120 cm

```

*
do 60 int = 1,120
L = int
*
*
Inicialização do passo dz, do raio e da velocidade transversal
*

dz = L/n
r = 0.0d0
vt = 0.0d0
*
*
Geração da distribuição inicial de velocidades
*

call velini(v0, seed, natomos)
*
*
Inicia-se a varredura no número de átomos indo-se de 1 a natomos
*

do 30 j = 1, natomos
*
*
Inicialização das coordenadas e velocidades iniciais para cada átomo do
feixe
vz = v0( j )
z = 0.0d0
x = 0.0d0
y = 0.0d0
vx = 0.0d0
vy = 0.0d0
t = 0.0d0
ds = 0.0d0
*
*
Integração da equação de movimento
do 20 i = 1, n
dt = L/(n*abs (v) )
dv = dz*dvdz(z,v)
auxiliar = dvdz(z,v)
k0 = dz*auxiliar
auxiliar = dvdz (z+dz/2.0d0, v+k0/2.0d0)
k1 = dz*auxiliar
auxiliar = dvdz (z+dz/2.0d0, v+k1/2.0d0)
k2 = dz*auxiliar
auxiliar = dvdz (z+dz, v+k2)
k3 = dz*auxiliar
v = v+(k0+2.0d0*(k1+k2)+k3)/6.0d0
*
*
Simulação da emissão espontânea
*

```



```

ds = ds + dv
if (-ds.lt.3.0d0) then
go to 15
else
teta = (ran(seed)-0.5)/0.5
fi = (ran(seed)-0.5)/0.5
tet1=ran(seed)
if (tet1.lt.0.5) then
fi2 = sqrt (1 - (teta**2))
else
fi2 = -sqrt (1 - (teta**2))
endif
vz = vz-3.0d0*teta
vx = vx - 3.0d0*tet2*fi
vy = vy - 3.0d0*tet2*fi2
*
*
*
Anula contador
*
*
ds = 0.0d0
endif
*
*
*
propaga em z
*
15
z = z+dt
t = t+dt
20
continue
*
*
*
Armazena as velocidades transversais e longitudinais decada átomo
*
*
vt( j,int ) =sqrt(vx**2+vy**2)
vlong( j,int ) =vz
30
continue
60
continue
*
*
*
Escreve arquivos de saída
*
*
do 60 int = 1,12
do 60 j =1, natomos
write(*,50+int)vt(j,10*int)
write(*,70+int) vlong(j,10*int)
60
continue
*
*
*
Funções utilizadas no programa
*
*
Double precision function B(z)
implicit double precision (a-h,o-z)

```

```

B = 1.0d0-1.0d-2*(z-20.0d0)
B = sqrt(B)
B = 36.0d0*(7.7d0+27.0d0*B)
return
end

```

```

*

```

```

double precision function dvdz(z,v)
implicit double precision (a-h,o-z)
common delta
double precision k, mu
parameter (pi = 3.14159265359d0, k = 0.017d0, mu = 1.4 MHz)
parameter (gam = 10.0d0, omega = 20.0d0)
dvdz = (delta-mu*B(z)+k*v)**2
dvdz = v*(4.0d0*dvdz+gam**2+2.0d0*(omega**2))
dvdz = 3.0d6/dvdz
dvdz = -2.0*pi*gam*dvdz*(omega**2)
return
end

```

```

*

```

```

*

```

```

*

```

Subrotina para gerar velocidades iniciais

```

SUBROUTINE VELINI(v0, seed, natomos)
Implicit double precision(a-h, k, m, o-z)
Integer seed
Common delta
Double precision vel(100), rind(100), v0(natomos)
k=0.017d0
mu = 1.4d0
t = 100.0d0
max = (1.4*B(z)-delta)/k
a = 7222530.89d0*t
c = 2.0d0/(a**2)
do 10 i = 1,100
aux = i*max/100
vel( i ) = aux
rind( i ) = c*(aux**3)*exp(-(aux**2)/a)
10 continue
do 20 i = 1, 99
rind( i+1) = rind(i+1)+rind( i )
20 continue
do 30 i = 1, natomos
aux = ran(seed)*rind(100)
do 40 j =1, 99
if(aux.lt.rind( j ).or.aux.ge.rind(j+1)) go to 40
v0( i )=vel( j )
go to 30

```

```

40      continue
30      continue
      return
      end

```

HISTOGRAMAS

```

      PROGRAM HIST
*      Este programa gera dados para os histogramas para um determinado z a
*      partir dos arquivos de saída do programa anterior
*
*      Declaração de variáveis
*
      Implicit double precision(a-h,o-z)
      parameter (natomos = 100, nhist = 10)
      double precision r(natomos), n(nhist), zd (natomos), v0(natomos)
*
*      Leitura dos arquivos de entrada
*
      do 5 i =1, natomos
      read (7,*) vt ( i )
5      continue
*
*      Determinação dos limites inferior e superior para este histograma
*
      vmax = vt( i )
      vmin = vmax
      do 10 i =1, natomos
      if(vt( i ).le.vmin) then
      vmin = vt ( i )
      endif
      if(vt( i ).ge.vmax) then
      vmax = vt ( i )
      endif
10     continue
*
*      Determinação dos intervalos em que será dividido o histograma
*
      dv = (vmax-vmin)/nhist
      ved = vmin
*
*      Inicialização dos números de átomos em cada intervalo
*
      do 15 = 1, nhist

```

```

n( i ) = 0.0d0
15  continue
*
*
*  Distribuição dos números de átomos em cada intervalo
*
do 17 j =1, nhist
v1 = vmin
vmin = vmin+dv
do 16 i = 1, natomos
vel = vt( i )
if (vel.le.vmin.and.vel.ge.v1) n( j ) =n( j )+1
16  continue
17  continue
*
*
*  Arquivos de saída
*
do 20 i = 1, nhist
write(118,*) ved, n( i )
ved = ved+dv
20  continue
stop
end

```

REFERÊNCIAS

- [1] L. Hilico, C. Fabre, and E. Giacobino, *Europhys. Lett.* **18**, 685 (1992); D. Grison, B. Lounis, C. Salomon, J. Curtois and G. Grynberg, *Europhys. Lett.* **15**, 149 (1991); J. Tabosa, G. Chan and H. Kimble, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 3245 (1991).
- [2] A. Gallagher, *Phys. Rev. A* **44**, 4249 (1991); H. R. Thorstheim, J. Weiner, P. S. Julienne, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2420 (1987)
- [3] V. Bagnato and D. Kleppner, *Phys. Rev. A* **44**, 7439 (1991).
- [4] W. Ketterle, B. Davis, M. A. Joffe, A. Martin and D.E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2253 (1993).
- [5] R. Frisch, *Z.Phys.* **86**, 42 (1933).
- [6] T. Hänsch, A. Schawlow, *Opt. Comm.* **13**, 68 (1975).
- [7] D. Wineland and H. Dehmelt, *Bull. Am. Phys. Soc.* **20**, 637 (1975).
- [8] A. Ashkin and J. P. Gordon, *Opt. Lett.* **8**, 511 (1983)
- [9] R. J. Cook, *Phys. Rev. A* **20**, 224 (1979)
- [10] R. J. Cook, *Phys. Rev. A* **22**, 1078 (1980)
- [11] S. Chu, J. E. Bjorkholm, A. Cable and A. Ashkin, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 48 (1985)
- [12] D. E. Pritchard, E. L. Raab, V. Bagnato, C. E. Wieman, R. N. Watts, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 310 (1986)
- [13] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, D. E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987)

- [14] D. W. Sesko, T. G. Walker and C. E. Wieman, J. Opt. Soc. Am. B **8**, 946 (1991)
- [15] P. D. Lett, W. D. Phillips, S. L. Rolston, C. E. Tanner, R. N. Watts, C. I. Westbrook, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2084 (1989)
- [16] P. Lett, R. Watts, C. Westbrook, W. Phillips, P. Gould, H. Metcalf, Phys. Rev. Lett. **61**, 169 (1988)
- [17] J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2023 (1989)
- [18] P. J. Ungar, D. S. Weiss, E. Riis, S. Chu, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2058 (1989)
- [19] A. M. Steane, M. Chowdhury and J. C. Foot, J. Opt. Soc. Am. B **9**, 2142 (1992)
- [20] V. S. Bagnato, L. G. Marcassa, M. Oriá, G. I. Surdutovich, S. C. Zílio, Laser Phys. **2**, 172 (1992)
- [21] V. S. Bagnato, L. G. Marcassa, M. Oriá, G. I. Surdutovich, R. Vitlina and S.C. Zilio, Phys. Rev. A **48**(5), (1993)
- [22] I. G. Silva, Estruturas Espaciais de Átomos de Na em Armadilha Magneto-Óptica, tese de doutorado apresentada em 1994, no Instituto de Física e Química de São Carlos - Universidade de São Paulo.
- [23] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, C Laloë, Quantum Mechanics, (J. Wiley, New York, 1977)vol. 1, pag. 241
- ⇒ [24] W. H. Louisell, Quantum Statistical Properties of Radiation(J. Wiley, New York, 1973), pag. 347.
- [25] V. S. Letokhov, V. G. Minogin and D. Pavlik, Opt. Comm. **19**, 72 (1976)
- [26] W. D. Phillips, H. J. Metcalf, Phys. Rev. Lett **48**, 596 (1982)

- [27] A. F. P. C. Humes, I. S. H. Melo, L. K. Yoshida, W. T. Martins, Noções de Cálculo Numérico(McGraw-Hill, 1984) pag. 184.
  - [28] RMJ. Napolitano, S. C. Zilio and V. S. Bagnato, Opt. Comm. **80**(2), 110(1990)
  - [29] N. F. Ramsey, Molecular Beams(Oxford Press, 1963)
  - [30] W. D Phillips, J. V. Prodan, H. J. Metcalf, J. Opt.Soc. Am. B **2**, 1751 (1985)
  - [31] R. J. Napolitano, Simulação do Processo de Desaceleração de Átomos pela Técnica de Ajustamento Zeeman, dissertação de mestrado apresentada em 1990, no Instituto de Física e Química de São Carlos, Universidade de São Paulo.
-