UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

JOÃO CARLOS PEREIRA DE MORAES

**Insubordinação, Invenção e Educação Matemática: a produção de reflexões por meio do
espaço na formação inicial docente em pedagogia**

São Paulo

2018

JOÃO CARLOS PEREIRA DE MORAES

Insubordinação, Invenção e Educação Matemática: a produção de reflexões por meio do espaço na formação inicial docente em pedagogia

Versão Original

Tese apresentada à Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Educação.

Áreas de Concentração: Educação Científica, Matemática e Tecnológica.

Orientador: Prof. Dr. Oscar João Abdounur.

São Paulo

2018

MORAES, J. C. P. **Insubordinação, Invenção e Educação Matemática:** a produção de reflexões por meio do espaço na formação inicial docente em pedagogia. 2018. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018.

Aprovado em:

Banca Examinadora

Prof. Dr. Oscar João Abdounur

Instituição: Universidade de São Paulo – USP

Julgamento:

Assinatura:

Prof.^a Dr.^a Cristiane de Oliveira Coppe

Instituição: Universidade Federal de Uberlândia – UFU/ Faculdade de Educação - USP

Julgamento:

Assinatura:

Prof.^a Dr.^a Valkiria Venâncio

Instituição:

Julgamento:

Assinatura:

Prof.^a Dr.^a Tânia Baier

Instituição: Fundação Universidade Regional de Blumenau – FURB

Julgamento:

Assinatura:

Prof. Dr. Ubiratan D’Ambrósio

Instituição: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP

Julgamento:

Assinatura:

DEDICATÓRIA

Dedico esta Tese à pessoa que acreditou em sua existência antes mesmo do seu brotar. Ao meu pai amado que, infelizmente, não está mais presente fisicamente entre nós. Para você, eu digo com todo meu orgulho: “Sim, pai. Eu terminei!”

AGRADECIMENTOS

Primeiro, agradeço ao meu Orientador, Professor Oscar, pela paciência e companheirismo. Obrigado pelos aprendizados e ouvidos atentos às minhas dúvidas e dificuldades.

Agradeço, ainda, à minha família: Conceição, minha mãe; Josiane, João Paulo e Daiane, meus irmãos. Obrigado pela presença na minha ausência, pelo entendimento nos momentos difíceis em que precisei estar sozinho para me concentrar na minha escrita.

Obrigado aos professores que se dispuseram a ler o meu texto. Imagino que, em alguns momentos ou muitos, não deve ter sido uma tarefa fácil.

Por fim, o meu muito obrigado ao Felipe Augusto, pelo apoio, leitura e paciência para as minhas crises.

Não pense em por que questionar, simplesmente não pare de questionar. Não se preocupe com o que você não pode responder e não tente explicar o que você não pode conhecer. A curiosidade se justifica por si só. Você não fica perplexo ao contemplar os mistérios da eternidade, da vida, da estrutura maravilhosa por trás da realidade? E este é o milagre da mente humana – usar suas construções, conceitos e fórmulas como ferramenta para explicar o que o homem vê, sente e toca. Tente compreender um pouco mais a cada dia. Cultive a sagrada curiosidade.

Albert Einstein

RESUMO

MORAES, J. C. P. **Insubordinação, Invenção e Educação Matemática:** a produção de reflexões por meio do espaço na formação inicial docente em pedagogia. 2018. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018.

Esta Tese consiste em uma cartografia do processo de reflexão de licenciandos de um Curso Superior de Pedagogia sobre práticas e conceitos de espaço com vistas à composição de modos de pensar a Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. O trabalho foi desenvolvido no decorrer de seis oficinas criadas junto à Disciplina “Conteúdo, Metodologia e Prática de Ensino de Matemática”, ministradas por este autor, em uma turma de quarto termo do Curso de Pedagogia de uma Instituição de Ensino Superior privada no interior do estado de São Paulo. O objetivo foi provocar reflexões e produzir saberes e experiências em torno de práticas e conceitos de espaço para a referida etapa de ensino. A cartografia foi utilizada como método de intervenção e se estabeleceu no sentido de acompanhar os processos, mais do que representar resultados. O texto está subdividido em quatro capítulos e sugere os modos como a pesquisa envolveu os sujeitos que dela participaram. No primeiro, são apresentados momentos da Disciplina “Conteúdo, Metodologia e Prática de Ensino de Matemática” nos quais a intenção foi pôr em movimento uma perspectiva mais ‘insubordinada’ e criativa de atuação. O segundo capítulo contém aspectos históricos sobre o espaço – elemento provocador na composição das oficinas. No terceiro capítulo há um breve delinear da composição e dos usos da cartografia como dispositivo de abordagem metodológica para a pesquisa. No quarto capítulo são apresentadas as oficinas – suas dinâmicas e proposições. Consideramos, por fim, que desta experiência surgiram novas compreensões sobre Educação Matemática, expressas na necessidade de buscar formas de pensá-la que se respaldem no diálogo, na ação, e na participação coletiva. Que se pautem na comunicação, colaboração e conhecimento matemático para a tomada de decisão e numa proposta elaborada a partir da inventabilidade e no potencializar da formação de um professor criativo e esperançoso.

Palavras-chave: Espaço. Formação do Pedagogo. Educação Matemática. Anos Iniciais do Ensino Fundamental

ABSTRACT

MORAES, J. C. P. **The Process of Reflection on Practices and Concepts of Space in the Early Years of Elementary School by Futures Pedagogues: the composition of modes of thinking in Mathematics Education for this stage of teaching.** 2018. Thesis (Doctorate in Education) - Faculty of Education, University of São Paulo, São Paulo, 2018.

This thesis consists of a cartography of the process of reflection of graduates of a Higher Course of Pedagogy on space practices and concepts with a view to the composition of ways of thinking Mathematics Education in the Early Years of Elementary School. The work was developed during six workshops created by the subject "Content, Methodology and Practice of Teaching Mathematics", taught by this author, in a fourth term group of the Pedagogy Course of a Private Higher Education Institution within the state of São Paulo. The objective was to provoke reflections and produce knowledge and experiences around practices and concepts of space for the said stage of teaching. Cartography was used as an intervention method and was established in order to follow the processes, rather than to represent results. The text is subdivided into four chapters and suggests ways in which research involved the subjects who participated in it. In the first one, moments of the Discipline "Content, Methodology and Practice of Teaching Mathematics" are presented, in which the intention was to set in motion a more 'insubordinate' and creative perspective of action. The second chapter contains historical aspects about space - a provocative element in the composition of the workshops. In the third chapter there is a brief outline of the composition and uses of cartography as a methodological approach for research. In the fourth chapter are presented the workshops - their dynamics and propositions. Finally, we consider that from this experience new understandings about Mathematics Education have emerged, expressed in the need to find ways of thinking about it that are supported by dialogue, action, and collective participation. That they focus on communication, collaboration and mathematical knowledge for decision-making and a proposal drawn from the inventability and empowering the training of a creative and hopeful teacher.

Keywords: Space. Education of the Pedagogue. Mathematical Education. Early Years of Elementary Education.

SUMÁRIO

DÚVIDAS... INCOERÊNCIAS... MEU DESASSOSSEGO	12
1. DISCUSSÕES SOBRE A FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA: O ENCONTRO COM A MINHA LICENCIATURA E A PRODUÇÃO DE UMA DISCIPLINA.....	18
1.1 Idealizações sobre Matemática e seu Ensino: recordar, reescrever e problematizar minha Formação Inicial.....	19
1.2 A Formação do Docente de Matemática	26
1.2.1. Os saberes docentes: uma compreensão para a Disciplina Conteúdo, Metodologia e Prática do Ensino de Matemática	28
1.2.2 Outro olhar sobre formação do pedagogo em Educação Matemática: reinvenção de uma Disciplina	35
2. O ESPAÇO	49
2.1 A Saída do Interior para São Paulo: provocações sobre crenças	51
2.2 Estação Palmeiras/Barra Funda: tateando o espaço.....	53
2.3 ‘Próxima Estação: República, acesso à Linha Amarela do Metrô’: A mudança de direção	55
2.4 Da República à Paulista: a hierarquia dos lugares	57
2.5 Da Paulista à Fradique Coutinho: o espaço de semelhanças.....	64
2.6 Da Fradique Coutinho a Pinheiros: o espaço de representação.....	72
2.7 De Pinheiros ao Butantã: o espaço e o tempo	81
2.8 A chegada à Cidade Universitária... O final da estação pode ser apenas o meio do caminho	94
3. DA CARTOGRAFIA, DA EXPERIÊNCIA E DO DISPOSITIVO... POR UMA PESQUISA DE VIOLAÇÃO	97
4. AS OFICINAS	106
4.1 Encontro 1: O Espaço da Matemática em Nossas Vidas	106
4.1.1 O princípio... ..	106
4.1.2 As apresentações do grupo	107
4.1.3 Apresentação da Disciplina.....	108
4.1.4 Pesquisar junto	110
4.1.5 A Produção de Relatos	111
4.1.6 Amor e Ódio à Matemática... O espaço da matemática em nossas vidas.....	113
4.1.6.1 O retorno no tempo	113
4.1.6.2 “Me viro bem com as quatro operações”	115
4.1.6.3 “Bom professor, mas não ensinava”.....	117
4.1.6.4 “Gosto, mas não tem sentido”	118

4.1.6.5 Tentar, decorar e querer aprender.....	119
4.1.6.6 A sexta história... A minha.....	123
4.1.7 Quem sabe possamos inventar outro espaço... Quem sabe o monstro não seja tão aterrorizante assim?!.....	124
4.1.7.1 O monstro vai à escola comigo.	126
4.1.7.2 O Espaço habitado pela matemática só existe na cabeça	128
4.1.7.3 Um monstro de sete cabeças pode não ser tão ruim assim, pode até ser fofinho	129
4.1.7.4 Um futuro como educador matemático.....	132
4.1.7.5 De volta a Lins... ..	134
4.1.8 Espaço Amostral - Educação Matemática + Nós = Novo espaço	135
4.2 Encontro 2: O que é o Espaço.....	139
4.2.1 Uma nova ação.....	139
4.2.2 A dificuldade de definir.....	140
4.2.3 Padrões e modos de definir	141
4.2.4 Múltiplas definições?	144
4.2.5 Um conceito nunca está sozinho	146
4.2.6 Conceito e a ação.....	151
4.2.7 Sempre é bom ter alguém para ajudar a pensar.....	153
4.2.8 Das leituras para um Espaço Amostral.....	155
4.2.9 Da construção do Espaço Amostral.....	155
4.3 Encontro 3: Produção de Problemas sobre o Espaço.....	159
4.3.1 O Ato de Criar problemas	161
4.3.2 Tipos de problemas... É problema?	163
4.3.3 Organizar o espaço.....	165
4.3.4 Medir o espaço... ..	168
4.3.5 Um problema errado? O papel do erro e do outro na resolução de problemas... ..	171
4.3.6 Um problema, diferentes formas de pensar.....	173
4.3.7 Os apoios no processo de Resolução de Problemas... Materiais manipuláveis e Imagens. ...	176
4.3.8 Por que o problema tem que ser escrito?.....	178
4.3.9 Das leituras para um Espaço Amostral.....	181
4.3.10 A construção do Espaço Amostral	181
4.3,5 Aula em meio a encontros	184
4.3,5.1 O Plano de Aula	184
4.3,5.2 Desenvolvimento da Aula	186
4.3,5.3 O Final da Aula	187
4.4 Encontro 4: Resolver Problemas a Partir do Espaço	188

4.4.1 O retorno...	189
4.4.2 Processo Seletivo para Namoro – Problema 1	189
4.4.2.1 A espacialidade como resolução	192
4.4.2.2 Classificação, Conservação e Sieriação... Discutindo resoluções	196
4.4.2.3 Onde está o conceito?	199
4.4.2.4 Respostas ao problema...	204
4.4.3 O Matemático, O físico e o Pedagogo – Problema 2	205
4.4.3.1 Grupo 1: Erros e sobras	206
4.4.3.2 Segundo grupo: O Conflito e o etnomático	208
4.4.3.3 Grupo 3: Justiça social, Infinito e Espaço	212
4.4.3.4 Grupo 4: Conjuntos Numéricos	218
4.4.4 Leituras	222
4.4.5 Espaço Amostral	223
4.5 Encontro 5: Roteirizar o Espaço	225
4.5.1 Início dos trabalhos	225
4.5.1.1 Grupo 1 – Relação intuitivo e analítico	227
4.5.1.2 Grupo 2 - Realidade-Análise-Realidade	231
4.5.1.3 Grupo 3 – O cíclico	233
4.5.1.4 Grupo 4 – espiral	235
4.5.1.5 Grupo 5 – Rizomática	238
4.5.2 Leituras	242
4.5.3 Espaço Amostral	242
4.6: Encontro 6: Exposição de Espaços	244
4.6.1 Início dos trabalhos	244
4.6.1.1 Pablo Picasso e uma geometria do corpo	246
4.6.1.2 Jean Baptiste Debret e a possibilidade de uma matemática cultural pelo espaço	255
4.6.1.3 Romero Britto e a composição matemática de um espaço otimista	261
4.6.1.4 Van Gogh e uma geometria dos sonhos	267
4.6.2 Das leituras para um Espaço Amostral	273
4.6.3 A construção do Espaço Amostral	273
CONSIDERAÇÕES FINAIS	275
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	282

DÚVIDAS... INCOERÊNCIAS... MEU DESASSOSSEGO

Os pássaros vivendo em uma gaiola alimentam-se do que encontram na gaiola, voam só no espaço da gaiola, comunicam-se numa linguagem conhecida por eles, procriam e repetem-se e só veem e sentem o que as grades permitem. Não podem saber de que cor a gaiola é pintada por fora. No mundo acadêmico, os especialistas são como pensadores engaiolados em paradigmas e metodologias rígidas, que não permitem ver além do que é considerado academicamente correto.

D'Ambrósio (2013, p.04)

Ao longo da vida, eu aprendi a ter medo da crise. A crise desconforta, gera instabilidade. A comodidade de saber que tudo está como deve ser, acalma...

Oh! Doce ilusão.

Acreditamos que através de um método científico, de uma função profissional e, até mesmo, de um campo de saber, a vida se torna milimetrada. De certa forma, em alguns momentos, acreditei nessa perspectiva. Sentia-me despir do sujeito João Carlos, vestir os apetrechos de pesquisador, sentar e escrever minha Tese.

Entretanto, despertar de certas ignorâncias é doloroso. Dói imaginar que, ao percorrer a estrada de suas pesquisas, você pode não ter olhado para as pessoas que encontrou, para a paisagem ao lado e/ou para as pistas indicativas de mudanças. Dói perceber que a trilha dita segura, talvez seja falsa ou, simplesmente, não contribua para a sua formação.

Até aqui, a sua pergunta na certa é: o que provocou tal diferenciação? Eu responderia que foram os encontros que tive. O parar na estrada para se permitir estar com o outro, experienciar sua presença. Deixar que esses encontros nos perpassasse, nos toque, nos aconteça (LARROSA, 2002) e não sejam mera informação transeunte, incapaz de deixar qualquer vestígio.

Nesse sentido, o encontro da Qualificação de Doutorado talvez tenha sido decisório. De todas as dicas e considerações, me perturbou ouvir que, em diversos momentos, pareci ausente na escrita do trabalho. Senti-me fragilizando na minha própria formação. Ora, que pesquisador eu sou? Aquele que percebe a Tese como um cumprimento proforma da vida acadêmica, ou aquele que a compreende enquanto consolidação de um processo formativo e de engajamento no campo da Educação? Sem muito que pensar, resolvi tentar fazer a **minha**

Tese, com um grifo e negrito no ‘minha’. Algo que dê a ver o sujeito João Carlos que tem se produzido ao longo dessa história. Se consegui? Não sei.

Utilizando-me das palavras do professor Ubiratan sobre pássaros e gaiolas, talvez, eu estivesse há muito tempo preso a paradigmas e metodologias rígidas. Em alguns momentos durante a Tese, eu posso ter ido longe das amarras que construí. Em outros, eu posso voltar e me esconder. Em certos momentos, eu acredito que esteja totalmente livre, mas quem sabe eu nem tenha saído da gaiola e apenas me deslumbrei com minha própria narrativa.

Que dúvida!

São possibilidades e riscos a correr. O processo formativo tem dessas coisas – incertezas, dúvidas. Mas possuí, também, coragem e comprometimento. Só arrisca quem acredita ser possível fazer diferente. Hoje, o meu principal comprometimento está com o processo reflexivo daqueles que estiveram comigo durante a pesquisa, meus alunos do curso de Pedagogia, e com minha própria formação.

Inicialmente, eu desejava fazer minha pesquisa em duas Licenciaturas distantes geograficamente de onde moro. Após algumas reflexões, abandonei essa ideia. Viajar o país para uma pesquisa de Doutorado seria fugir da minha presença na Tese. No meu caso, seria sair de casa por receio de engendrar outros olhares para o que eu vivo. Um modo sutil de não tocar no currículo da Disciplina “Conteúdo, Metodologia e Prática do Ensino de Matemática” que leciono, desvinculando minha atuação docente da pesquisa que realizo.

Se eu sou professor no curso de Pedagogia da Faculdade Estácio de Sá de Ourinhos (FAESO) há três anos e anseio por uma excelente formação para esse grupo, o que me impediria de permitir uma ação diferente e na qual acredito “dentro da minha própria casa”?! A Tese tornou-se um momento ímpar para reinventar minha prática e oportunizar novos modos de pensar a formação dos meus alunos através de seis oficinas voltadas ao fazer coletivo, à elaboração coletiva de novas possibilidades de atuação.

Outro encontro a que me oportunizei foi com a leitura do trabalho das Professoras Celi e Beatriz. Permito-me chamá-las pelo primeiro nome, não por conhecê-las, mas pelo sentido que me fizeram as suas discussões sobre insubordinação docente (LOPES; D’AMBROSIO, 2015). A partir do debate empreendido, observei as minhas falhas ao me afastar da pesquisa. Eu faço parte da pesquisa, não posso me eximir disso. Tenho uma responsabilidade criativa com os sujeitos que dela participaram e sobre os caminhos nela tomados. Desde então, o

conceito de insubordinação criativa tem martelado em minha cabeça como um espaço flexível de subversão e, também, produção consciente de novas possibilidades educacionais.

Mesmo considerando pertinente tudo o que foi dito anteriormente, é bobagem dizer que este é o início de uma transformação. Os acontecimentos narrados são o meio da história (CLANDININ, 2013). Vivi e aprendi muito antes deles. Olhando para tudo, começo a rememorar outros encontros. Lembro-me da Graduação e, entre os achados e perdidos do meu quarto, encontrei textos meus da Licenciatura em Matemática. Lendo sua escrita, eu realmente percebo que aprendi muito. Diversas são as considerações que discordo e ideias que se perderam após a licenciatura. Belo e precioso documento histórico sobre minha vida! Ao longo da Tese, eu decidi apresentar alguns dos excertos desse momento, buscando reinventar certas discussões ali presentes.

Paralelamente aos elementos citados, este texto apresenta, também, uma discussão referente ao conceito de espaço. Algo que sempre me fascinou. Desde o mapa, a viagem espacial, a arquitetura, a geometria... A tentativa humana de apreendê-lo, de dominá-lo. No processo de reflexão sobre essa escolha, eu me lembrei do acontecimento que fez emergir meu interesse pelo conceito. Eram as minhas primeiras semanas na docência e eu lecionava para uma quinta série do Ensino Fundamental, quando a coordenadora decide assistir a minha aula. Nos primeiros minutos, ela questionou o motivo pelo qual eu ensinava geometria e não as quatro operações. Meio sem saber o que dizer, respondi que havia falado a semana toda sobre as operações e que queria algo diferente em matemática. Olhando-me com o rosto de poucos amigos, ela respondeu que o espaço é algo natural a criança e solicitou que me ativesse ao que realmente importa. Embora minha lembrança sobre o fato seja um pouco inconsistente, este foi o gatilho propulsor das minhas intenções de pesquisa.

Vale ressaltar, aqui, que o espaço não entra na Tese como conceito a ser ensinado. Assim como ele me foi potente para iniciar na Educação Matemática, espero que ele o seja para os licenciandos da Pedagogia. Portanto, o tema espaço emerge enquanto problematizador para a constituição de formas de aproximar da matemática e produzir modos de pensar a Educação Matemática.

Nesse sentido que este estudo se constituiu. Ao longo da Tese objetivou-se perceber **como, no decorrer das oficinas referidas, o processo coletivo de reflexão sobre práticas e conceitos de espaço junto com os licenciandos em Pedagogia entram em funcionamento na composição de modos de pensar a Educação Matemática, em novas possibilidades,**

nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. De forma secundária, ainda, me permiti fortalecer o direito à dúvida sobre o que nos é prescrito em sala (currículo, conceitos, metodologias, etc.) e explorar o ‘insubordinar-se’ como ato de crescimento e de responsabilidade profissional para com o sujeito professor que desejamos formar.

Pelo uso da narrativa é que o texto foi elaborado, detalhando acontecimentos e encontros. Muitas vezes, estes foram atravessados por artefatos. Sabes quando estás imaginando os possíveis encaminhamentos para algo, e te vem à cabeça um filme, um poema, uma obra de arte, um conto, suas próprias histórias? Os deixei estar na Tese e tentei com eles dialogar. Pensei tanto no meu leitor que o mesmo terá mecanismos de busca para uma interlocução sobre o que digo quanto à pesquisa em si que, no meu ponto de vista, se enriquece na exploração e aproximação com o outro (LARROSA, 2002). Isto é, falo de algo que não sou eu, pesquisador, mas que me provocou durante o processo de escrita.

Posso considerar como outros, também, os meus alunos da Pedagogia, do quarto período, com quem produzi este estudo. Durante as atividades realizadas, eles carregaram consigo suas histórias de vida, desejos, compreensões e inseguranças. Tive, ainda, que me encontrar com o currículo da Disciplina que leciono. Embora seja o terceiro ano em que sou o seu docente, precisei reinventá-lo, criar novas práticas em meio à resistente obrigatoriedade de vencer tudo o que nele é proposto.

Todos esses encontros são esmiuçados na Tese, em quatro chamados capítulos-deslocamentos: No Capítulo 1, “Discussões sobre a Formação de Professores que ensinam Matemática: o encontro com a minha licenciatura e a produção de uma Disciplina”, modifico alguns pontos da Disciplina “Conteúdo, Metodologia e Prática de Ensino de Matemática” que leciono, com o intuito de atender às concepções de formação docente em que acredito.

No Capítulo 2, “O Espaço”, procuro narrar essa história. Início descrevendo os motivos de meu interesse sobre o tema, atingindo a sua produção histórica no Ocidente. O Capítulo 3 “Da Cartografia, Da Experiência e Do Dispositivo... Por uma pesquisa de violação” apresenta, brevemente, questões teóricas sobre o método da cartografia, o dispositivo e a experiência. Discute-se, ainda, como estes conceitos são utilizados no sentido de produzir as oficinas, as quais caracterizam o campo desta pesquisa.

No Capítulo 4 “Encontros” são apresentadas as oficinas em suas dinâmicas e suas ressonâncias. Por fim, nas Considerações Finais há uma síntese mais sistematizada destas ressonâncias como possibilidades de práticas constituídas a partir de uma reorientação do

olhar mediado pelas oficinas. Não tem muito mais o que dizer aqui. A trajetória da pesquisa está pela frente. Espero que a leitura seja boa, agradável, e que tenhamos conseguido demonstrar o quanto aprendemos com tais encontros na vida.

CAPÍTULO 1

Estes escritos representam um recorte dos deslocamentos ocorridos durante a formação do pesquisador desta Tese. Apresentam-se excertos de textos autorais, provenientes da sua formação inicial, e as elaborações sobre cultura e conhecimento, advindas da reflexão frente aos mesmos. Após esse primeiro momento, o pesquisador modifica a Disciplina que leciona, com o intuito de atender às concepções de formação docente em que acredita e que possam entrar em consonância com as elaborações produzidas anteriormente. Tal modificação é pautada no Plano de Ensino, considerando-o não só um papel proforma, mas um indicativo das escolhas, tendências e desejos do formador para a formação dos sujeitos.

1. DISCUSSÕES SOBRE A FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA: O ENCONTRO COM A MINHA LICENCIATURA E A PRODUÇÃO DE UMA DISCIPLINA

Era um entulho que se escondia nas gavetas do guarda-roupas. Eram arquivos em pastas no computador, há anos, não abertos. Nisso consistiam meus relatos, trabalhos, pastas de estágio, rascunhos e anotações da época da Graduação. Olhando para eles, eu entendo os motivos que levam tantos pesquisadores em Educação Matemática na atualidade a investigarem esses “acúmulos” de nomes relevantes no campo. A partir daquelas reflexões, se fez um professor de Matemática: eu me produzi.

Se em meio a toda a bagunça de papéis guardados, amassados e velhos tem histórias de formação, por que não existem ali, também, modos de pensar a constituição do professor que ensina Matemática? Decidi recorrer a tal desorganização acumulada para escrever este capítulo. Em meio a todo o material ocorrem, nas entrelinhas, ressonâncias anotadas sobre o professor de Matemática em que acredito – fruto de uma crença não neutra, repleta de desejos e contornos, adquiridos ao longo de minha vida acadêmica.

Mesmo sendo significativo encontrar-me com minha formação, procurei fazer algo mais nesse início de Tese. Eu quis reelaborar elementos de minha prática. Decidi reinventar uma Disciplina que leciono há três anos no campo da Educação Matemática, em uma Universidade particular do interior de São Paulo. Algo que eu recebi dado como pronto – plano de ensino, planos de aula, referências bibliográficas, avaliações. *Era simplesmente ir lá e dar a aula!*¹ Embora eu não tenha nunca considerado a Disciplina pronta, uma vez que as frestas sempre persistiram – ora na minha atuação, ora pela fuga de atividades consideradas por mim enfadonhas –, quando eu não seguia o *script*, me sentia perverso, sentia que deixava a desejar.

Após as seis ofertas consecutivas da Disciplina, as aulas foram se enrijecendo. Peguei-me repetindo frases e usando o mesmo caderno de anotações. Interessante como, às vezes, o formador de professor realiza críticas à atuação docente de elementos que ele mesmo reproduz. De certo modo, essa era a “denúncia” afiada que eu desejava propor no Exame de Qualificação: colocar o dedo na ferida na prática de outros formadores, deixando a minha isenta.

¹ Fala de um colega de trabalho, quando pedi dicas para produzir a Disciplina no meu primeiro ano de docência da mesma.

Optar por questionar minha própria prática é doloroso. Além da sua própria insegurança, tem o olhar do outro, num sistema de educação privada que exige padrões e metas a serem alcançadas. Porém, ao colocar em cheque a minha prática, reavivei a boniteza de produzir educação – aquele sentimento que você tem quando quer transformar a vida de seus alunos. Hoje, um pouco mais maduro que antes, a euforia de fazer diferente diminuiu (não sumiu), dando espaço ao desejo de praticar uma educação mais humanizante.

Nesses escritos tem um pouco disso: deixar que o meu encontro com o João Carlos, estagiário, aluno da Graduação em Matemática e, depois, da Pedagogia, traga alguns pensamentos sobre os interesses daquele rapaz e, ainda, que esses sejam problematizados frente ao meu entendimento e concepção sobre formação desejável de professores que ensinam Matemática para a escola da atualidade. E que esse seja, ainda, como uma mola propulsora para reinventar aquilo que não tem causado mais paixão em mim, a Disciplina Conteúdo, Prática e Metodologia do Ensino da Matemática, no curso de Pedagogia.

1.1 Idealizações sobre Matemática e seu Ensino: recordar, reescrever e problematizar minha Formação Inicial

Minhas aulas na Licenciatura em Matemática se iniciaram em 04 de fevereiro de 2008, uma segunda-feira. Tinha 18 anos na época e não possuía plena compreensão do curso que tinha escolhido. Realizei a Graduação na Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP), na cidade de Jacarezinho, a 20 quilômetros de Santo Antônio da Platina/Paraná, minha terra natal. Do primeiro dia, lembro-me de entrar, na sala lotada, com extrema timidez e ansiedade. Um dia muito especial, a concretização de um objetivo.

Na sala com cinquenta alunos, a primeira professora a dar aula fez conosco uma dinâmica em que escrevíamos o que esperávamos da faculdade. Uma resposta muito fácil para aquele menino franzino que sonhara com a formação Matemática desde a infância². Todo cheio de mim, para não dizer soberbo, eu escrevi: *“Eu quero aprender na universidade a ser professor, pois, quanto maior a formação, melhor professor”*. (Relato sobre 04/02/2008, Caderno de Estágio, 2010).

² Até os 12 anos, morei na zona rural de Santo Antônio da Platina. Na casa dos meus pais havia uma longa área (longa para a mente de uma criança). Ali eu deitava e com uma pedra, daquelas que conseguem rabiscar o chão, eu fazia enormes operações. Cada pessoa de casa ditava um algarismo e eu fazia operações com bilhões e trilhões. Eu brincava de Matemática. Enquanto minha mãe brigava por ter sujado onde havia limpado, meu pai sempre dizia: ‘Deixa o menino. Ele vai ser professor!’

Eu estava bem obstinado. Sabia o que queria. Estava em busca de mais do que a faculdade. Eu desejava a Matemática. Imaginava-me resolvendo equações, demonstrando fórmulas, estudando o tão famoso Cálculo Diferencial Integral. Nós queríamos ser o John Nash³. Utilizo o termo ‘nós’, porque eram essas as conversas que ocorriam pelos corredores entre eu e alguns amigos de sala. Revivendo esta lembrança, o que me parece mais interessante é que nós queríamos ser o John Nash como um todo. Junto ao pacote do ser um matemático brilhante, estava sua dificuldade nas relações sociais, seu ar arrogante, seu ego inflado. Não queríamos só ser matemáticos, buscávamos parecer matemáticos.

Figura 1 - Cena do Filme “Uma Mente Brilhante”

Fonte: <https://catracalivre.com.br>

Naquele mesmo ano, meu êxtase foi completo quando um dos professores “[...] pediu que nos olhássemos e pensássemos que dali, daquele grupo de adolescentes, poderia sair um grande matemático”. (Relato sobre 2008, Caderno de Estágio, 2010)

Realmente, eu não pensava em ser professor. Eu pensava em ser matemático. Estar em bibliotecas, estudando e fazendo cálculos. Por mais clichê, exagerado e estereotipado que seja, era isso que eu queria.

Embora tenha falado ao leitor sobre a atitude de meus professores na Graduação, eu não tenho a intenção de julgá-los, mesmo parecendo, ao longo do relato de minha história, algo quase que inevitável. Num futuro, ou até mesmo agora, meus alunos provavelmente

³ John Forbes Nash Jr. foi um matemático norte-americano com esquizofrenia que trabalhou em áreas como teoria dos jogos, sendo midiaticamente representado no filme Uma Mente Brilhante (2001) por Russell Crowe. No caso do texto, falo sobre o John Nash midiático.

analisarão os discursos que proferi ao longo da minha atuação. Talvez esse seja um elemento quase que inerente à docência, que deva ser aproveitado como mecanismo de reflexão, visto que a reprodutibilidade neutra das ações de outros parece nos colocar pouco conscientes de nossa prática.

Por outro lado, vale ressaltar que as histórias aqui narradas são produções minhas no encontro com o outro. Construções a partir desse encontro com meus materiais da Graduação. Ou seja, como levanta Brião (2017, p. 35), “[...] importa menos se [tais memórias] são verdadeiras e mais o quanto estas estão presentes em meu dia a dia, da forma como as imagino”. Elas se tornam, para mim, verídicas nos engendramentos e produções que foram capazes de fazer comigo.

Para tentar sintetizar um pouco do que escrevi até aqui, aonde quero chegar é no seguinte ponto: eu almejava uma formação Matemática; não pela Matemática (LINS, 2004). Parafraseando as relações entre monstros e Educação Matemática, criadas por Lins (2004), eu posso dizer que me senti estar no jardim matemático. Desejava construir uma bela mansão ali, que causasse inveja na pobre casa do meu colega de sala, que repartia o quintal comigo. Eu tinha ambições. Concretizadas com o primeiro e único dez do grupo na aula de Cálculo Diferencial Integral I, no primeiro semestre do curso. Nem pensava em Matemática escolar, muito menos na docência.

Eu era um proeminente opressor (FREIRE, 1987), que me sentia enaltecido a cada desistência de um colega de classe, capaz de repetir piadas e dizeres excludentes dos docentes da licenciatura. Lembro-me da bronca que levei de minha mãe, ao reproduzir para minha irmã mais nova a fala de uns de meus professores: *“Vocês são tão desajeitados [com Matemática] que, caso eu pinte a porta de amarelo, não saberão sair daqui”*. (Professor de Álgebra)

Este era eu! Ao longo dos primeiros anos na Graduação entrei num processo desumanizante (D’AMBROSIO, 2005a). Ao fazer uma reflexão sobre esse passado, a única ideia que me vem à mente para explicar o que vivi seria que o meu sonho naquele momento, mesmo eu sendo julgado/categorizado como sujeito insuficiente constantemente por aquele sistema, era tornar-me um futuro o opressor (FREIRE, 1987). Queria exercer meu autoritarismo, camuflado de autoridade na Educação Básica.

Desejava ser um apóstolo da Matemática acadêmica, mesmo sem nunca ter colocado a mão em sua produção. Se pensarmos na definição do termo Matemática acadêmica de David, Moreira e Tomaz (2013), enquanto “[...] corpo científico de conhecimentos, produzido pelos

matemáticos profissionais e reconhecido socialmente como tal” (p. 45), almejava que o ‘reconhecido socialmente’ fosse reconhecimento elitizado socialmente. Acreditando que, quando formado, o máximo de minhas atribuições seria trabalhar num processo de simplificação desse conhecimento para a Educação Básica.

Esse início de formação, ao mesmo tempo em que engessou reflexões sobre a Matemática escolar, não permitiu significar a Matemática acadêmica enquanto uma produção cultural, uma etnomatemática que se tornou universalizada (D’AMBRÓSIO, 2005a). Hoje, revendo alguns excertos do que escrevi no processo formativo, me permito dizer que essa compreensão não é somente minha e nem exclusiva da formação do professor de Matemática. Análises, como as realizadas por Canen (1999), mostram que as configurações dos nossos cursos de licenciatura privilegiam uma formação docente para uma sociedade pretensamente homogênea e monocultural e, porque não dizer, no meu caso, potencialmente excludente.

A primeira vez que me permiti pensar de modo diferenciado sobre Matemática foi na Disciplina de História da Matemática, já no quarto semestre. Digo “me permiti” como uma forma de mostrar que, em alguns momentos, não estamos preparados para o encontro com o outro, as distâncias são enormes e as provocações vividas não nos atingem. Comento isso, pois, se naquele momento, a Disciplina fosse pedagógica⁴, possivelmente eu cumpriria seus créditos sem me afetar em nada. A história da Matemática me preparou para uma abertura à Matemática escolar.

Na Disciplina, tínhamos um estudo dirigido sobre um momento histórico da Matemática. Cada dupla escolhia um tema e realizava, ao longo do semestre, um relatório para ser entregue no final do período letivo. Minha dupla escolheu o teorema de Pitágoras. Na introdução do trabalho, nós escrevemos: “[...] *A escolha de Pitágoras deve-se ao seu brilhantismo intelectual para a nossa sociedade. [...] descobriu o teorema que determina relações entre os lados de um triângulo retângulo [...]*”. (Relatório, Disciplina História da Matemática, 2009)

Antes de prosseguir com a questão da Disciplina, penso ser interessante falar um pouco sobre minha professora de História da Matemática. Dona Lúcia⁵ que, mesmo com a formulação Dona, era bem jovem. Pelo que um dia me contou, ela assumiu a Disciplina

⁴ Assim chamávamos as Disciplinas provenientes do Departamento de Educação, como História da Educação, Didática, etc.

⁵ Nome fictício.

porque alguns professores do departamento achavam que a mesma tinha tudo a ver com ela. Num primeiro momento, nas palavras dela, isso pareceu um excelente elogio, mas, aos poucos, foi percebendo que existia envolto nisso um ‘*q*’ de machismo. Afinal, como dizia um dos meus colegas de sala, no auge de seu preconceito: “*A Matemática exige um rigor técnico e de estudo que somente um homem, sem os compromissos com os cuidados da casa, mercado, crianças, pode fazer!*” (Colega de Sala)

Talvez por ter se colocado numa posição feminista após o ocorrido, Dona Lúcia era um ser humano tão interessante. Nunca demonstrou receio de errar e ter que corrigir-se, ou de deixar alguns *cutucões sem respostas* na nossa mente, como dizia, e terminar a aula. Em algumas passagens, quando me lembro dela, parece que tomou a seguinte postura: *Já que eu não sou uma Matemática mesmo, vou me divertir com tudo isso*. Divertir-se, seria aqui, produzir o diferente. Como sua Disciplina não era vista como central no curso, parecia, também, que suas atitudes estavam mais libertas de padrões estereotipados de aula. Ela criava. Não sei se tinha uma abordagem teórica definida para a história na Educação Matemática ou se era um misto de tudo o que vivera, o que era mais provável. Eu sei que ela era inquietante!

De volta ao trabalho, com os questionamentos da professora e nossas incertezas constantes, fomos percebendo que, embora Pitágoras fosse uma figura proeminente e importante na Matemática, as intenções da Disciplina não consistiam em idolatrar nossos já fixos heróis, prestava-se mais em discutir o processo de produção de um modo de pensar matematicamente “[...] para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com o seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural” (D’AMBRÓSIO, 2005a, p.102).

“Assim, com o passar do tempo, aquela visão de que um alienígena desceu na terra e entregou o livro *Os Elementos* para Euclides ou que o próprio Euclides era um extraterrestre se desfez. [...] começamos a acreditar que a Matemática é da Terra e se faz na Terra”. (Relatório, Disciplina História da Matemática, 2009)

Embora meu desempenho não tenha sido considerado bom na Disciplina em questão, ela me provocou, gerando um movimento não visto nas demais. Iniciei um olhar mais atento para a relação realidade e produção do conhecimento matemático. Deste modo, quando entre os professores da banca de Qualificação do Doutorado, eu fui questionado sobre o processo de produção de conhecimento matemático, esta relação me veio à mente.

Entretanto, o elemento que não consegui abarcar na Disciplina de História da Matemática foi que não existe uma única forma de relacionar-se com a realidade (D'AMBRÓSIO, 2005b). Algo que acredito que só me propus a pensar anos mais tarde, no Mestrado, com reflexões mais aprofundadas referentes à relação cultura e Educação Matemática.

Uma boa definição do meu entendimento de tal relação pós-Disciplina História da Matemática se aproxima a de um “multiculturalista conservador” (SANTOS, 2003). Parafraseando a elaboração proposta por Boaventura de Sousa Santos (2003), eu admitia a existência de outras formas culturais de pensamento matemático, mas as via como inferiores. Não considerava, ainda, a incompletude da Matemática acadêmica. Para mim, ela continha em si mesma tudo o que melhor foi dito e pensado no mundo.

O que me permitiu problematizar essa visão foi a compreensão de aproximações e distanciamentos no processo de geração de conhecimento em diferentes culturas, pautadas nos estudos do Professor Ubiratan. Enquanto aproximações, percebi que, ao deparar-se com o seu cotidiano, o sujeito procura “explicações e formas de conviver com a realidade” (D'AMBRÓSIO, 2005b, p.16). Por sua vez, a realidade armazena fatos do passado que informam o indivíduo, propiciando a execução de uma ação, motivada por sua projeção no futuro, e que é capaz de modificar a realidade (D'AMBRÓSIO, 2005b). Entretanto, esse processo cíclico escapa de uma produção única de conhecimento pelos distanciamentos culturais, históricos, sociais e políticos ocorridos a partir das explicações e formas de conviver com a realidade, que nem sempre são as mesmas para todos. Este elemento proporciona fatos diferentes do passado para determinados grupos e, conseqüentemente, ações diferenciadas entre os sujeitos.

Assim, o sujeito passa a pertencer a uma cultura pela endoculturação, denominação dada ao processo de aprendizagem de atitudes e valores de determinada cultura. Para uma melhor elucidação, pode-se observar que povos distintos elencam como naturais, diferentes atividades exercidas em suas comunidades, mesmo que estas contradigam as práticas de outras civilizações. Deste modo, cada sujeito coloca a sua cultura no nível de verdade a ser seguida.

Embora num primeiro momento, o parágrafo anterior denote certa passividade por parte do sujeito em relação à realidade vivida, são suas ações que permitem o dinamismo e a constante produção do conhecimento e da cultura. Como diria Cortella (2000), tornamo-nos

um “produzido produtor do que o produz” (CORTELLA, 2000). Nesse sentido, a “[...] cultura é o substrato dos conhecimentos, dos saberes/fazeres e do comportamento resultante, compartilhado por um grupo, comunidade ou povo. Cultura é o que vai permitir a vida em sociedade” (D’AMBRÓSIO, 2005b, p. 22).

Isso contradiz alguns modos de ver que eu possuía sobre o conhecimento, na época da Graduação, delineados no questionário “Ser Docente!?”, elaborado pelo meu professor de Didática, logo no início da Disciplina:

Questão 7 – Por que você escolheu a licenciatura em Matemática e não outra Disciplina?

Eu escolhi Matemática porque ela é exata. Com a Matemática não há dúvidas. Ou está certo, ou está errado. Sem contar que é o conhecimento mais puro. As outras Disciplinas trazem diferentes formas de ver o mundo, a Matemática traz uma única só verdade. (Questionário de Didática, 2009)

A pureza e a unicidade da verdade Matemática são questionadas quando pensamos que há diferentes formas de se relacionar com a realidade. Ou seja, se o conhecimento se faz na relação entre sujeito e realidade, a verdade é uma produção nesse processo. Ela não está nem em um, e nem em outro, mas se constitui na relação em si (D’AMBRÓSIO, 2005b). Derivada disso, a verdade pode ser compreendida como um ato cultural e histórico e, portanto, também dinâmico e em transformação. Uma construção cultural que visa construir referências que orientem o sentido da ação humana e o sentido da existência (CORTELLA, 2000).

Tais considerações levam a refletir sobre o papel exercido pela escola frente ao conhecimento, bem como suas escolhas *textuais* para o seu cotidiano curricular. Nas palavras de Sacristan (1999), ao discorrer sobre a educação universalizada, a escola ultrapassa o nível da transmissão de cultura como “conjunto de significados ‘desinteressados’ que nutrem os currículos escolares” (p. 147). Toda escolha curricular representa uma opção cultural, muitas vezes, uma opção ideológica.

Isso pressupõe uma escolha prévia dos aspectos da cultura humana a serem considerados no interior da escola e, conseqüentemente, a exclusão de outros. Porém, ao considerar o princípio dinâmico da cultura, torna-se possível abrir espaços para um processo mais vivo e dialógico de produção de conhecimento, em que as escolhas sempre possam ser debatidas, tanto em seus resultados, quanto em seus critérios.

Acredito que o principal pressuposto que desejo ressaltar é a minha oposição a uma essencialização dos sujeitos, tanto herdada biologicamente, quanto fruto de uma síndrome de

Gabriela⁶. Torna-se mais oportuno a mim, pela minha história e pelos meus desejos de pesquisa, visualizar sujeitos, cultura e conhecimento como construções nas relações sociais, “[...] em articulação com momentos e espaços históricos, geográficos e interpessoais” (CANEN, 1999, p. 93). Talvez seja nesse sentido, das relações sociais, que professor Ubiratan ressalte a diversidade como potencial criativo da humanidade (D’AMBRÓSIO, 2005b). No encontro com o outro, permitimo-nos criar de nós mesmos modos alternativos de vida, o que, em certo sentido, promove e perpassa uma suspeita da realidade e da cultura oficializada e que são, de alguma forma, estruturadas nas injustiças de nossa sociedade atual.

Nesse contexto de permanente seleção, reelaboração e produção da cultura no ambiente escolar, os professores estão entre os principais agentes culturais da sociedade. Para este grupo, permanece a responsabilidade de valorização e difusão de aspectos e diversidade da cultura, mediar a relação entre os conhecimentos sociais de seus alunos e aqueles oficializados pelas políticas curriculares e, ainda, estimular reflexões e intervenções nas diferentes esferas e espaços da sociedade que levem à construção de ações humanas respaldadas na tolerância e na ética.

1.2 A Formação do Docente de Matemática

Eis que os meus dizeres anteriores me colocaram numa situação complexa. Sou professor, sou formador de professores. Como docente, me atribuí responsabilidades e necessito pôr em movimento elementos de minha prática para atender tais expectativas. Embora eu saiba que não se modifica tudo em um dia, e que “ninguém começa a ser educador numa certa terça-feira às quatro horas da tarde” (FREIRE, 2000, p. 56), é preciso estar em ação, colocando-se em processo de reflexão. Estar sempre a caminho da construção de uma prática educativa mais humanizante e engajada.

Ao falar assim da formação docente, parece que há certo consenso de teóricos sobre o professor que queremos ser e formar. Porém, não se consolida bem assim. No campo da Educação Matemática, por exemplo, Fiorentini (1994), analisando as pesquisas e intervenções no tema, descreveu o processo histórico dos últimos sessenta anos em relação ao assunto. O autor ressalta que os estudos focalizaram desde a eficácia de diferentes métodos para treinar professores em tarefas específicas (década de 1970); o pensamento do professor e a sua

⁶ Compreensão retirada da música Modinha para Gabriela de Gal Costa, mais precisamente do trecho: “*Eu nasci assim, eu cresci assim, eu sou mesmo assim, vou ser sempre assim... Gabriela... sempre Gabriela*”.

influência sobre seu desenvolvimento cognitivo e moral (início da década de 1980); coexistência da visão de ensino como arte e ensino como profissão (segunda metade da década de 1980); e análise de crenças, concepções e seus valores docentes (década de 1990).

Nos últimos anos, da década de 1990 para cá, têm ganhado força autores que discutem uma epistemologia da prática (TARDIF, 2002; SCHÖN, 2000; PERRENOUD, 1999; SCHULMAN, 1987), em que se priorizam a reflexão e a discussão sobre práticas docentes, analisando os saberes provenientes da mesma. De modo geral e sintético, podemos dizer que esses autores questionam o academicismo exacerbado de alguns modelos de formação docente e a pouca inserção prática dos discursos e elaborações teóricas do campo educacional.

Essa perspectiva adentrou minha prática quando iniciei o ensino da Disciplina Conteúdo, Prática e Metodologia do Ensino da Matemática, no curso de Pedagogia. Entusiasmado no meu ingresso como professor no Ensino Superior, em 2015, comecei a me dedicar aos estudos desta base teórica de formação de professores, que fundamentavam a Disciplina. Assim foi até minha Qualificação do Doutorado, quando um dos professores da banca me perguntou, muito tranquilamente, sobre os motivos da escolha dessa perspectiva da epistemologia da prática para a Tese. Parecia tão óbvio para mim, mas sem uma explicação aparente. O óbvio era aquela verdade incrustrada de tal forma, que se compunha no único modo de realizar aquela Disciplina. No único modo que eu conhecia.

Então, voltando de São Paulo, resolvi contatar uma aluna da primeira turma para a qual eu lecionei a Disciplina. A mesma, no primeiro dia de aula, me procurou para dizer: *“Professor, eu prometo que se você me passar na Disciplina, eu nunca vou dar aula de Matemática. Só vou pegar a Educação Infantil, de 0 a 5 para dar aula”*. (Primeiro dia de aula – Aluna do Curso de Pedagogia, 2015)

Assim, pensei comigo: *Se alguém é capaz de falar algo significativo dessa Disciplina, é essa aluna*. Criamos um bom vínculo, eu sabia que ela mealaria o que realmente pensa. Então, já um pouco inseguro, perguntei:

Eu: Deixa eu te perguntar uma coisa, mas prometa que me responda com sinceridade, ok?

Aluna: Lógico, pro... (Risos)

Eu: Você gostava da Disciplina de Matemática? Fez alguma diferença para você?

Aluna: Ai, pro!... Quer a verdade mesmo?... Eu gosto muito de você, mas Matemática é Matemática, né! Não sei o que vou fazer para me virar, mas não se preocupe, vou tentar o melhor. (Diálogo via *WhatsApp* – Pedagoga, ex-aluna, 2018)

Depois de ler tais palavras, eu tentei não me apegar àquela resposta. Era apenas uma professora, entre as várias da turma. Mas a consciência não deixou. Percebi, também, que nem eu tinha sido feliz. Ao longo de todas as versões de oferecimento da Disciplina, fiz o que estava no *script*. Fui um excelente reproduzidor de um roteiro que não escrevi, de aulas prontas que não elaborei. A Disciplina possui elementos interessantes, mas que se tornaram perdidos no demasiado tédio que eu sentia em fazer algo de um determinado modelo, porque tinha que ser feito daquela forma.

Então, eu decidi reescrevê-la ou, quem sabe, escrevê-la, dependendo da ótica. Propus a reformulação da Disciplina⁷. Primeiro, pelos meus alunos, que merecem uma discussão mais plausível sobre Educação Matemática, sentir-se pertencentes a um processo de construção Matemática, se vendo e pensando naquilo que faremos. Segundo, por mim mesmo. Do que vale uma provocação, um *cutucão sem resposta*, se ele não te leva a produzir e pensar criativamente? Desta forma, a seguir, há dois planos de ensino: aquele que pertencia à Disciplina, antes da reformulação; e o que elaborei para o trabalho pedagógico hoje, ambos acompanhados das teorias que os embasaram.

1.2.1. Os saberes docentes: uma compreensão para a Disciplina Conteúdo, Metodologia e Prática do Ensino de Matemática

Atualmente, as abordagens de formação docente não definem um bom professor pautadas no seu domínio sobre conteúdo da Disciplina que leciona. O que não consiste, também, em desconsiderar a relevância dos conhecimentos do docente referente ao seu campo de ensino. Entretanto, se o saber docente não é ter conhecimento da Disciplina, como é possível pensá-lo hoje? Ao longo das discussões sobre a temática em nível mundial, pesquisadores respaldados pela epistemologia da prática, apresentaram algumas possíveis respostas.

Primeiramente, vale lembrar a conceituação de saber docente, elaborada por Tardif (2002, p.54), para o qual o saber docente se define como um “[...] saber plural, formado de diversos saberes provenientes das instituições de formação, da formação profissional, dos currículos e da prática cotidiana”. Isto é, o saber docente consiste num amálgama de diversos outros saberes que, em sua combinação, formam o sujeito professor e estipulam as suas práticas.

⁷ A reformulação em toda a Disciplina. Optei por permanência de alguns aspectos.

Deste modo, como dito anteriormente, o saber docente pressupõe configurações que ultrapassam a dimensão do conhecimento do conteúdo da Disciplina, atingindo um patamar de saber reflexivo, plural e complexo, contextual, afetivo e cultural (FIORENTINI, 1994). Por essas características, não se torna válido considerá-lo conhecimento enrijecido e estagnado, mas *locus* de mudança e transformação. Entre fatores que possibilitam essa mutabilidade está a sua constituição volátil, mediada pela trajetória profissional docente e pelas interações com o ambiente de sala de aula.

Por esse motivo, Perrenoud (1999) considera o conhecimento do professor como um conhecimento na ação, a partir do qual é possível mobilizar diversos recursos cognitivos para enfrentar as situações profissionais que surgirem. Tais situações, como ressalta Ponte (1998), também constituem as possibilidades de o professor elaborar e reelaborar seu conhecimento, transformando-o. Ser docente em formação, então, consistiria em entrar neste ciclo de reflexão e produção de conhecimento por meio da prática, capaz de criar alternativas de ação frente ao contexto escolar.

Donald Schon (2000), outro pesquisador preocupado com a prática no processo formativo docente, corrobora tal perspectiva. Suas pesquisas ressaltam que o professor demonstra seu conhecimento na realização da ação, podendo esta ser o foco de intervenções no processo de formação. Para os futuros professores, este saber de ação pode ser compreendido nas vivências do espaço escolar. Para eles, o conhecimento da ação consiste em olhares reflexivos sobre professores que tiveram, na Educação Básica, os estágios enfrentados ou, ainda, aulas eventuais. Embora pareçam experiências pequenas, são esses os espaços em que teoria e prática se encontram na formação inicial.

Paralelo à relação com a prática, Shulman (1987) procura compreender como um professor se diferencia de um especialista de uma determinada Disciplina. Isto é, como um professor de Matemática se distingue de um matemático, por exemplo. Para compor sua teorização, ele ressalta três categorias de conteúdos que compõe o trabalho do professor: O Conhecimento Pedagógico; O Conhecimento do Conteúdo; e, por fim, o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, sendo este o maior *locus* da docência e fruto da intersecção com os demais.

Tal proposta de Shulman (1987) serviu como base para a elaboração do Plano de Ensino da Disciplina “Conteúdo, Metodologia e Prática do Ensino de Matemática” para a

Licenciatura em Pedagogia da Instituição de Ensino em que trabalho, como vemos a seguir, no Quadro 1⁸:

Quadro 1 - Contextualização do Plano de Ensino

<p>Contextualização</p> <p>Assim como nas demais áreas, o ensino da Matemática tem uma especificidade própria que justifica a necessidade de se estudar o conteúdo da Disciplina, o conhecimento didático do conteúdo e o conhecimento do currículo. <u>O conhecimento da Disciplina envolve o saber ensinar</u>, não como um conjunto de regras relativas à manipulação e aplicação do conteúdo, mas os saberes relativos à natureza e aos significados dos conteúdos, seu desenvolvimento histórico, os diferentes modos de organizá-los. <u>O conhecimento do currículo envolve o conhecimento de materiais</u> que o professor disponibiliza para ensinar, a capacidade de fazer articulações do conteúdo com outros conteúdos e com outras áreas do conhecimento. Este saber não está formalizado em teorias, mas nas diretrizes que o professor necessita traçar para o seu trabalho em sala de aula. <u>O saber didático do conteúdo é uma combinação entre o conhecimento do conteúdo, o conhecimento do modo de ensinar e de tornar a Matemática compreensível para o aluno.</u></p> <p>Este tipo de saber do professor incorpora o conhecimento da Matemática como um saber que será ensinado, modos de apresentá-lo e abordá-lo de forma que seja compreensível para os alunos. Além disso, inclui a necessidade de que o professor conheça as concepções, crenças e conhecimentos dos estudantes sobre a Matemática. (Recorte de Plano de Ensino 1, Contextualização, grifos do material, p. 01)</p>
--

Fonte: Elaboração própria.

Pelos encaminhamentos exigidos ao trabalho pedagógico, nota-se que as categorias descritas por Lee Shulman (1987) entram em evidência na composição da Disciplina.

Ao *conteúdo da Disciplina* podemos associar a categoria *Conhecimento do Conteúdo*, pois consiste na compreensão dos saberes pertencentes aos diferentes campos do conhecimento (Matemática, Química, Filosofia, etc.) que são produzidos e acumulados pela humanidade e relacionados com a Disciplina ministrada pelo docente. Basicamente, eles seriam o conhecimento do componente curricular pelo seu professor. No entanto, não é visto como sinônimo de conteúdos estanques em suas áreas do conhecimento ou *como um conjunto de regras relativas à manipulação e aplicação do conteúdo*, mas como saberes elaborados a partir de uma formação dinâmica nos campos científicos de base.

Com esse intuito, Shulman (1987) propõe que essa compreensão disciplinar inclua diferentes perspectivas sobre o mesmo tema, e o estabelecimento de relações entre vários

⁸ O Plano de Ensino em sua totalidade está em anexo.

tópicos do conteúdo Disciplinar e entre sua Disciplina e outras áreas do conhecimento. Ou seja, que os *saberes relativos à natureza e aos significados dos conteúdos, seu desenvolvimento histórico, os diferentes modos de organizá-los* sejam ressaltados no processo de ação docente.

Já no que concerne ao *conhecimento do currículo*, vemos uma estreita relação com o *conhecimento pedagógico*. Ambos estão respaldados nos estudos das Ciências da Educação, configurando-se, então, como o conjunto dos conhecimentos pedagógicos pautados nas técnicas e métodos de ensino (saber-fazer), desde que estruturados cientificamente. Nestes são consideradas as *diretrizes que o professor necessita traçar para o seu trabalho em sala de aula* com os saberes Disciplinares. Pertencem a estes saberes, por exemplo, o que os docentes precisam conhecer do currículo do nível em que lecionam (PONTE, 1998); o planejamento de ensino, as rotinas e os recursos didáticos e institucionais (LINEARES, 1996); a história dos movimentos que orientaram os currículos e seus fundamentos epistemológicos (PIRES, 2002), etc.

Por fim, nota-se o uso, no Plano de Ensino, da terceira categoria de Lee Shulman (1987), qual seja, o *conhecimento pedagógico do conteúdo*, delineando-o como a *combinação entre o conhecimento do conteúdo, o conhecimento do “modo de ensinar” e de tornar a Matemática compreensível para o aluno*. Ou, nas palavras do próprio autor, “[...] a capacidade de um professor para transformar o conhecimento do conteúdo que ele possui em formas pedagogicamente poderosas e adaptadas às variações dos estudantes, levando em consideração as experiências e bagagens dos mesmos” (SHULMAN, 1987).

Além de notarmos ressonâncias das categorias de Shulman (1987) na Contextualização do Plano de Ensino da Disciplina, em outros momentos também é possível notar essa presença, como, por exemplo, no Objetivo Geral e nos Conteúdos da Disciplina.

No Objetivo Geral, quadro abaixo, percebemos os conceitos matemáticos como foco para o trabalho com os licenciados. A partir deles, não por meio deles, a Disciplina deve se desenvolver, entrelaçada com a didática de tais conteúdos para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, e com seus delineamentos e encaixes no currículo na formação desta etapa da Educação Básica.

Quadro 2 – Objetivo geral do Plano de Ensino

Objetivo Geral

Reconhecer os **conceitos matemáticos**, abordados nos anos iniciais da escolaridade básica, num contexto de resolução de problemas, bem como as **questões didáticas e curriculares**, ampliando assim o conhecimento do pedagogo na área de ensino da Matemática. (Recorte de Plano de Ensino 1, Objetivo Geral, grifos nossos, p. 01)

Fonte: Elaboração própria.

Deste modo, o Objetivo Geral não permite que haja um espaço para se pensar os processos de formação cultural, social e política dos conceitos matemáticos. Os mesmos são dados como prontos e devem ser *reconhecidos* pelos pedagogos. Extrapolando a ideia, não são oferecidas possibilidades para que o sujeito em formação reflita sobre a inserção de tais conceitos na proposta curricular. No decorrer das aulas, o meu papel como formador é formular contextos em que os conceitos entrem ação, retirando recortes da realidade nos quais possam se encaixar.

Já os conteúdos, são formulados pautados nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental – PCN (BRASIL, 1998).

Quadro 3 – Conteúdos do Plano de Ensino

Conteúdos

Unidade 1: Os campos da Matemática

1.1 Conceito de Número e Sistema de Numeração

1.2 As operações num contexto de resolução de problemas

1.3 Espaço e Forma

1.4 Frações e Números Decimais

1.5 Grandezas e Medidas

1.6 Tratamento da Informação

Unidade 2: A Matemática e seu ensino

- 2.1 Os jogos na aula de Matemática
- 2.2 A resolução de problemas
- 2.3 O Livro Didático de Matemática: recurso no processo de ensino aprendizagem
- 2.4 Metodologias de ensino em Matemática: as tecnologias como recurso à aprendizagem

Unidade 3: Planejamento e Avaliação em Matemática

- 3.1 O que avaliar em Matemática
 - 3.2 O planejamento da aula de Matemática
- (Recorte de Plano de Ensino 1, Conteúdos, grifos do material)

Fonte: Elaboração própria.

Nota-se que a sequência de trabalho se enquadra de forma categórica nos PCNs (BRASIL, 1998), e na proposta de Lee Shulman (1987) para o conhecimento docente. Nesta última perspectiva, cada unidade se coloca para atender a uma das categorias criadas pelo teórico e a Disciplina como um todo para que os alunos entendam a aplicação curricular que deverá ser feita na Educação Básica, como mostra o quadro seguinte.

Quadro 4 – Divisão da Disciplina a partir dos pressupostos de Shulman (1987)

Conhecimento de Shulman	Unidade da Disciplina	Discussões da Unidade	Discussões Sobre PCN
<i>Conhecimento do Conteúdo</i>	Unidade 1: Os campos da Matemática	1.1 Conceito de Número e Sistema de Numeração 1.2 As operações num contexto de resolução de problemas 1.3 Espaço e Forma 1.4 Frações e Números Decimais 1.5 Grandezas e Medidas 1.6 Tratamento da Informação	

<i>Conhecimento Pedagógico do Conteúdo</i>	Unidade 2: A Matemática e seu ensino	2.1 Os jogos na aula de Matemática 2.2 A resolução de problemas 2.3 O Livro Didático de Matemática: recurso no processo de ensino aprendizagem 2.4 Metodologias de ensino em Matemática: as tecnologias como recurso à aprendizagem	
<i>Conhecimento Pedagógico</i>	Unidade 3: Planejamento e Avaliação em Matemática	3.1 O que avaliar em Matemática 3.2 O planejamento da aula de Matemática	

Fonte: Elaboração própria, 2018.

No quadro acima é interessante ressaltar os seguintes pontos: 1) A Disciplina coloca de início o *Conhecimento do Conteúdo*, o que nos faz considerar uma visão priorizada deste, propondo ao trabalho pedagógico que é necessário sabê-lo para adentrar outros pontos da Disciplina; 2) As divisões estipuladas não priorizam um olhar transversal ou mais relacional entre as categorias e unidades da Disciplina, nem mesmo no seu interior. Isso nos remete ao pensamento de que é necessário o término e apropriação de uma, para o início da outra; 3) Ressoa, de forma consistente, a necessidade do aluno saber *o que trabalhar* e *como trabalhar* Matemática nos Anos Iniciais, entendendo tal fato como uma transcrição sistemática dos PCN.

Do mesmo modo, os seguintes pontos deixam a desejar: 1) A participação do estudante no processo de seleção e escolha dos conteúdos, bem como o debate político e social sobre as novas configurações que se formam para o currículo – exemplo: Base Nacional Curricular Comum; 2) As possibilidades de discussão sobre a relação entre os estudantes e o saber matemático, como também seus desejos e anseios sobre Matemática na Educação Básica, e os objetivos e finalidades da Disciplina para a formação das crianças em nossas escolas; 3) As potencialidades da criatividade, do pensar a realidade de forma mais holística, e o papel do construir junto para o pensamento matemático.

1.2.2 Outro olhar sobre formação do pedagogo em Educação Matemática: reinvenção de uma Disciplina

Parece-me que os encontros com o outro são potentes quando nos fazem ressignificar elementos do passado. Depois que comecei a questionar a minha prática, retirei do armário a pasta de materiais da Disciplina Conteúdo, Metodologia e Prática de Ensino da Matemática. No ato de folhear estes arquivos, encontrei um bilhete carinhoso que recebi de uma aluna no final de um de seus trabalhos:

Querido Pro,

Tive muitas dificuldades na Disciplina e quero agradecer pela sua paciência para explicar quantas vezes fossem necessárias as coisas da educação Matemática. Sei que sou meio lenta para Matemática e não aprendi muito na escola... Rsrtrs... Você me ensinou bastante, espero um dia saber tanto de Matemática como você!

Com amorzinho, Lê. (Bilhete de uma aluna da Disciplina, 2017)

Quando recebi esse bilhete, me senti feliz e motivado a continuar o meu trabalho, até mesmo soberbo de ser um *bom* professor. Porém, nessa retomada do escrito, entendi o quanto eu não o li/ouvi da forma que deveria. Posso eu ser um bom professor se minha prioridade é minha aula/o saber que leciono, e não meu aluno? Minha fala, e não minha escuta? Durante essas indagações, o que ouço é a frase de Paulo Freire (2004): “Não há docência sem discência”. Não há docência sem a relação dialógica entre sujeitos.

No bilhete acima, vejo uma sujeição de minha parte para com a minha aluna e, ainda mais, a sua concordância e agradecimento a isso. Ao longo da oportunidade que tive de trabalhar junto com ela, eu produzi ou, pelo menos não mudei, a sua visão de que a Matemática pertencia a mim, à minha história, e não à dela. Acredito que, naturalizada com essa relação já proveniente da Educação Básica, ela se rendeu à autoridade da Matemática, corporificada e, quem sabe, empossada por mim, para se sentir não capaz de compreender e interferir neste conhecimento e, por meio dele, na sua realidade.

Compreendo ser necessária outra dinâmica em sala para que esse olhar não se perpetue. Precisamos criar outra forma de pensar para que a Educação Matemática na formação inicial do pedagogo contribua para a emancipação desse sujeito, sendo que este seja capaz de reconhecer o potencial do saber matemático para isso. Frente a esta ideia, a docência

precisa “[...] assumir atitudes de insubordinação criativa em prol daqueles que educam e do conhecimento que produzem e promovem” (D’AMBROSIO, LOPES, 2015, p. 10).

Nesse sentido, é vergonhoso pensar que contribui para subjugar e dominar o outro, reforçando em mais um sujeito a blindagem acabada e dada do conhecimento matemático. Aqui, a autodenúncia é o primeiro passo de pôr em movimento minha prática. Não quero que seja visto como dramaticidade e fajuta humildade, mas enquanto aceitação da minha incompletude, que se afasta da compreensão fatalista de educação na direção de uma perspectiva de esperança em ser um educador melhor (FREIRE, 2004). Eis o local sobre o qual repousa meu interesse em reformular a Disciplina: um espaço para poder pensar com o outro o campo Educação Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

No entanto, as respostas do *como fazer* essa perspectiva esperançosa não estão pré-estabelecidas. A dúvida faz parte desse sistema. Por outro lado, também não vou às cegas. Para compor uma remodelagem para essa Disciplina, eu possuo algumas ferramentas. Tenho o “[...] conhecimento profissional construído ao longo da carreira, que envolve elementos como origem social, política e cultural, bem como aspectos de foro pessoal e contextual” (D’AMBROSIO, LOPES, 2015, p. 4). Tenho, ainda, o processo reflexivo a meu favor, pautado na curiosidade investigativa, que traz consigo “[...] intuição, emoção e paixão, sem se limitar à busca de soluções lógicas e racionais para os problemas” (DEWEY, 1989 apud D’AMBROSIO, LOPES, 2015, p. 7-8). Em Tese, a ideia aqui presente consiste, sempre, no estar a caminho. O que quer dizer que as formulações criadas para a Disciplina são transitórias, estão de passagem e abertas a críticas, debates e análises.

Quando este modo de pensar chegou ao Plano de Ensino, o primeiro elemento que modifiquei foi o perfil docente. A intenção está em garantir que o formador da Disciplina, no caso eu, ultrapasse as exigências teóricas e de experiência nele contido, inserindo apontamentos sobre sua atitude frente aos licenciandos.

Quadro 5 – Perfil Docente

Perfil Docente
Licenciatura Plena em Pedagogia ou em Matemática. Mestrado em Educação ou Educação Matemática.
Experiência na Educação Básica - Séries iniciais.
Sujeito capaz de compreender-se aprendiz ao longo do processo de docência,

questionando e dando espaço para questionar suas práticas, experiências e escolhas. (Recorte do Plano de Ensino 2 – Atualizado, Perfil Docente)
--

Fonte: Elaboração própria.

Tal elaboração permite fazer referência ao inacabamento necessário ao docente formador e, a partir de sua consciência, à necessidade de cultivar a curiosidade e a criatividade numa atitude permanente de busca. Além disso, esse sujeito que desejo ser e que acredito ser necessário enquanto formador de professores, acolhe e valoriza a voz do licenciando (D'AMBRÓSIO, 2004), oportunizando a ele *espaço para questionar as práticas, experiências e escolhas* do professor. Esse processo potencializa a ideia de um ensino da Matemática do *fazer junto* ao aluno e, quem sabe, possa ressoar em atitudes deste futuro professor em sua atuação na Educação Básica.

Nesta proposta, tornou-se necessário que essa relação possa se concretizar no Objetivo da Disciplina e, parafraseando D'Ambrósio⁹ (2015), considere a seguinte escrita:

Quadro 6 – Perfil Docente

Objetivo Geral

Apoiar, incentivar e criar oportunidades para que os licenciandos e o seu formador galguem à amplitude do seu potencial humano, compreendendo o conhecimento matemático – enquanto produção histórica, vinculada a questões políticas, sociais, econômicas e culturais – como um entre os modos possíveis de pensar e intervir na realidade. (Recorte do Plano de Ensino 2 – Atualizado, Objetivo Geral)
--

Fonte: Elaboração própria.

A intenção explicitada pelo objetivo consiste em buscar uma direção de atuação para a Matemática e a Educação Matemática inseridas na Disciplina a serviço da apropriação de valores humanos (LOPES; D'AMBRÓSIO; CORREIA, 2016). Um encaminhamento que as leve ao encontro do bem-estar do outro e do compromisso com o respeito a ele. Uma abordagem que permita, ainda, a atuação e desenvolvimento da consciência de potencial do grupo para inventar modos matemáticos de analisar o mundo. Já para a escolha dos conteúdos da Disciplina, duas ideias foram observadas:

⁹ “Vejo o objetivo da educação como sendo o de apoiar, incentivar e criar oportunidades para que todas as crianças, jovens e adultos atinjam o seu potencial humano” (D'AMBROSIO, 2015, p.02).

- *Primeira premissa*: Para exercer uma educação através da Matemática, a Disciplina requer colocar “[...] a escolha de conteúdo claramente como apenas uma escolha do que me vai ser útil em minha empreitada e, nunca, como uma escolha ‘do que deve ser ensinado’” (LINS, 2004, p. 119).

A partir dessa premissa, estipulei que a Disciplina necessitava se afastar da concepção de conteúdos estanques – abordagem que os licenciandos já experimentaram na Educação Básica –, para adentrar no campo das ações e que essas pudessem ser construídas, debatidas e analisadas como modos de pôr o pensamento matemático em atuação. Embora essa abordagem, erroneamente, em primeiro momento, possa assemelhar-se a uma visão instrumentalista de educação, a proposta consiste em trazer o licenciando para algumas vivências com a produção do conhecimento matemático, não para a padronização de modelos de aulas dos Anos Iniciais.

Tangencialmente, a proposta destaca os conceitos matemáticos e as questões curriculares. A expectativa é que as discussões sobre eles possam ser realizadas de forma mais transversal, sem a produção de uma linearidade e uma compartimentalização aparentes, semelhantes aos presentes na versão anterior do Plano de Ensino. Segue a elaboração produzida neste novo plano aos conteúdos:

Quadro 6 – Conteúdos/Ações

Conteúdos/Ações*	
☞	Narrar-se;
☞	O ato de definir/formalizar;
☞	Descrever;
☞	Problematizar o mundo;
☞	Organização: comparação, ordenação, classificação;
☞	Quantificar;
☞	Inferir sobre situações;
☞	Analisar a produção cultural por meio de saberes matemáticos;
☞	Roteirizar o aprender;

Tais elementos serão mediados com discussões de conceitos matemáticos e questões curriculares referentes aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. (Recorte do Plano de Ensino 2 – Atualizado, Conteúdos/Ações)

*No âmbito da atuação da Disciplina, poder-se-á voltar a alguns elementos da Disciplina anterior, caso considerar necessário.

Fonte: Elaboração própria.

- *Segunda premissa*: “Criar e ousar na ação docente decorre do desejo de promover uma aprendizagem na qual os estudantes atribuam significados ao conhecimento matemático” (D’AMBROSIO, LOPES, 2015, p. 2).

Além do foco nas ações, já descrito anteriormente, considere que um elemento que perpassa a Disciplina, podendo se compor mecanismo de resgate do vivido e percorrido e, ainda, que viesse a se produzir na constância dos debates, pareceu-me algo propulsor na atribuição de significados ao conhecimento matemático. Para tanto, a escolha consistiu no conceito de espaço¹⁰.

A intenção prescrita direciona-se para aulas mais rizomáticas, capazes de se entrelaçarem, formando um conjunto emaranhado, em que um momento, discussão e inferência possam remeter a outros, não fragmentando o todo da Disciplina, mas que, ao mesmo tempo, permita a análise de situações pontuais.

Outros elementos que compõem o Plano de Ensino que considero válidos para a explicitação são os Procedimentos de Ensino e a Avaliação da Disciplina. Quanto aos Procedimentos de Ensino, elaborei o seguinte:

Quadro 7 – Procedimentos de Ensino

Procedimentos de Ensino

Partir de vivências experienciadas no campo da Matemática pelos licenciando ou por proposição das mesmas durante as aulas. Essas serão motivos para debate e análise em sua relação com o campo da Educação. (Recorte do Plano de Ensino 2 – Atualizado, Procedimentos de Ensino)

Fonte: Elaboração própria.

Este elemento foi constituído a partir do pressuposto de que as vivências dos sujeitos são desencadeadoras de conhecimento, uma vez que representam o *locus* para a relação entre

¹⁰ O Conceito de espaço será abordado no próximo capítulo, bem como os motivos de sua escolha.

o sujeito e a realidade, demonstrando modos de atuação no cotidiano. Um ponto a evitar nos Procedimentos de Ensino é o racionalismo extremante que as Disciplinas de âmbito de formação inicial docente possuem, uma vez que consideramos que a produção do conhecimento não ocorre “[...] somente intelectual e socialmente, mas também de forma emotiva e moral” (D’AMBROSIO; LOPES, 2015, p. 4). Ou seja, necessitamos deixar espaços para o sujeito se pôr, impor e se expor, e que essa abertura privilegie o diálogo e a busca por uma educação mais humanizada. Já, para a Avaliação, decidiu-se pensar numa construção posteriori:

Quadro 8 – Procedimentos de Avaliação

<p>Procedimentos de Avaliação</p> <p>Pensado junto com os alunos, ao longo do processo. (Recorte do Plano de Ensino 2 – Atualizado, Avaliação)</p>

Fonte: Elaboração própria.

Ao propor que os procedimentos avaliativos sejam pensados no coletivo, me permito observar o movimento realizado pelo grupo, durante a Disciplina, sobre a Matemática e sua relação com o ensino. O ato de imaginar junto quais seriam as propostas avaliativas condizentes ao conhecimento aprendido, ao seu processo de construção e ao incentivo da capacidade criativa e inventiva da autoria de práticas Matemáticas, nos afasta da ideia de que o valor humano pode ser medido e categorizado por provas e notas (D’AMBROSIO; LOPES, 2015).

Além dessas, outras modificações foram realizadas. As demais são apresentadas a seguir, no Quadro 9, a partir de um processo comparativo entre os Planos de Ensino. Por fim, vale ressaltar que o Plano de Ensino, embora seja visto, muitas vezes, como um papel vazio, apresenta pensamentos, ideologias e concepções. Mudá-lo, nesse sentido, significou pensar nos meus pensamentos, ideologias e concepções, organizando-os e os colocando no papel como uma proposta de ação.

Quadro 9 – Comparação dos Planos de Ensino da Disciplina “Conteúdo, Metodologia e Prática de Ensino em Matemática

Plano de Ensino 1	Plano de Ensino 2 – Atualizado
<p>Perfil Docente</p> <p>Licenciatura Plena em Pedagogia ou em Matemática. Mestrado em Educação ou Educação Matemática. Experiência na Educação Básica - Séries iniciais</p>	<p>Perfil Docente</p> <p>Licenciatura Plena em Pedagogia ou em Matemática. Mestrado em Educação ou Educação Matemática. Experiência na Educação Básica - Séries iniciais. Capaz de se compreender aprendente ao longo do processo, questionando e dando espaço para questionar suas práticas.</p>
<p>Contextualização</p> <p>Assim como nas demais áreas, o ensino da Matemática tem uma especificidade própria que justifica a necessidade de se estudar o conteúdo da Disciplina, o conhecimento didático do conteúdo e o conhecimento do currículo. O conhecimento da Disciplina envolve o saber ensinar, não como um conjunto de regras relativas à manipulação e aplicação do conteúdo, mas os saberes relativos à natureza e aos significados dos conteúdos, seu desenvolvimento histórico, os diferentes modos de organizá-los. O conhecimento do currículo envolve o conhecimento de materiais que o professor disponibiliza para ensinar, a capacidade de fazer articulações do conteúdo com outros conteúdos e com outras áreas do conhecimento. Este saber não está formalizado em teorias, mas nas diretrizes que o professor necessita traçar para o seu trabalho em sala de aula. O saber didático do conteúdo é uma combinação entre o conhecimento do conteúdo, o conhecimento do “modo de ensinar” e de tornar a Matemática compreensível para o aluno.</p> <p>Este tipo de saber do professor incorpora o conhecimento da Matemática como um saber que será ensinado, modos de apresentá-lo e abordá-lo de forma que seja</p>	<p>Contextualização</p> <p>A Disciplina da Matemática tem sido o ‘monstro’ que assombra boa parte dos pedagogos que atuam na Educação Infantil e Anos Iniciais. Essa reflexão nos permite pensar que estes medos são advindos das experiências desses sujeitos na Educação Básica, algo que precisa ser questionado, analisado e reformulado, uma vez que a o ciclo do ódio à Matemática precisa ser quebrado ou, ao menos, amenizado. O professor precisa conceber os conceitos matemáticos da Educação Básica, tanto na sua formulação acadêmica quanto curricular e didática, como processos e produtos políticos, culturais, sociais e econômicos. Este tipo de saber do professor incorpora o conhecimento como transformador da realidade e a realidade como transformadora do conhecimento, sendo todos (professores, alunos, comunidade, etc.) sujeitos de ação nesse contexto.</p>

compreensível para os alunos. Além disso, inclui a necessidade de que o professor conheça as concepções, crenças e conhecimentos dos estudantes sobre a Matemática.	
<p>Ementa</p> <p>Os conhecimentos de números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação, sob a perspectiva do seu ensino na escola básica e num contexto de resolução de problemas. Abordagem de conteúdos dos diferentes campos da Matemática tratados a partir da sua didática específica e articulados com outros conhecimentos. Os recursos e opções metodológicos na formação de alunos matematicamente competentes. O planejamento e avaliação em Matemática.</p>	<p>Ementa</p> <p>Discussões problematizadas a partir do tema ‘espaço’ e elaboradas a partir de ações a serem empreendidas e analisadas pelo grupo.</p> <p>Transversalmente, espera-se a discussão de conceitos matemáticos e suas questões curriculares na Educação Básica.</p>
<p>Objetivo Geral</p> <p>Reconhecer os conceitos matemáticos, abordados nos anos iniciais da escolaridade básica, num contexto de resolução de problemas, bem como as questões didáticas e curriculares, ampliando, assim, o conhecimento do pedagogo na área de ensino da Matemática.</p>	<p>Objetivo Geral</p> <p>Apoiar, incentivar e criar oportunidades para que os licenciandos e o seu formador galguem à amplitude do seu potencial humano, compreendendo o conhecimento matemático – enquanto produção histórica, vinculada a questões políticas, sociais, econômicas e culturais – como um, entre os modos possíveis de pensar e intervir na realidade.</p>
<p>Objetivos Específicos</p> <p>(a) Reconhecer a relevância dos conceitos e metodologias de ensino de Matemática para a formação de alunos matematicamente competentes;</p> <p>(b) Identificar conhecimentos que possibilitem a compreensão da Matemática e seus processos de</p>	<p>Objetivos Específicos</p> <p>(a) Debater os entendimentos construídos frente ao conhecimento matemático no decorrer da trajetória de vida dos licenciandos e perceber as implicações em sua prática docente.</p> <p>(b) Conceber-se, enquanto professor e educando, como produtores e produtos dos saberes matemáticos, vivenciando</p>

<p>ensino e aprendizagem;</p> <p>(c) Estabelecer significados para práticas, conteúdos e recursos metodológicos trazendo à tona novas leituras com novos enfoques para o ensino da Matemática necessários à vida do cidadão.</p>	<p>experiências nesse sentido;</p> <p>(c) Criar um ideário de ação responsivo, criativo e questionador frente à Matemática e sua relação com a sociedade.</p>
<p>Conteúdos</p> <p><i>Unidade 1: Os campos da Matemática</i></p> <p>1.1 Conceito de Número e Sistema de Numeração</p> <p>1.2 As operações num contexto de resolução de problemas</p> <p>1.3 Espaço e Forma</p> <p>1.4 Frações e Números Decimais</p> <p>1.5 Grandezas e Medidas</p> <p>1.6 Tratamento da Informação</p> <p><i>Unidade 2: A Matemática e seu ensino</i></p> <p>2.1 Os jogos na aula de Matemática</p> <p>2.2 A resolução de problemas</p> <p>2.3 O Livro Didático de Matemática: recurso no processo de ensino aprendizagem</p> <p>2.4 Metodologias de ensino em Matemática: as tecnologias como recurso à aprendizagem</p>	<p>Conteúdos/Ações*</p> <p>☞ Narrar-se;</p> <p>☞ O ato de definir/formalizar;</p> <p>☞ Descrever;</p> <p>☞ Problematizar o mundo;</p> <p>☞ Organização: comparação, ordenação, classificação;</p> <p>☞ Quantificar;</p> <p>☞ Inferir sobre situações;</p> <p>☞ Analisar a produção cultural por meio de saberes matemáticos;</p> <p>☞ Roteirizar o aprender;</p> <p>Tais elementos serão mediados com discussões de conceitos matemáticos e questões curriculares referentes aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.</p> <p>*No âmbito da atuação da Disciplina, poder-se-á voltar a alguns elementos da Disciplina anterior, caso considerar necessário.</p>

<p><i>Unidade 3: Planejamento e Avaliação em Matemática</i></p> <p>3.1 O que avaliar em Matemática</p> <p>3.2 O planejamento da aula de Matemática</p>	
<p>Procedimentos de Ensino</p> <p>Aulas exploratórias com materiais estruturados, a partir de situações problema envolvendo os conteúdos dos diferentes campos da Matemática; Sistematização dos conceitos por meio de diálogos, debates e espaços de compartilhamento das diferentes experiências vivenciadas nas aulas e das leituras realizadas.</p>	<p>Procedimentos de Ensino</p> <p>Partir de vivências experienciadas no campo da Matemática pelos licenciandos, ou por proposição das mesmas durante as aulas. Essas serão motivos para debate e análise em sua relação com o campo da Educação.</p>
<p>Recursos</p> <p>Materiais estruturados: materiais de contagem; ábaco; material dourado; tangram; blocos lógicos; sólidos geométricos. Sucata.</p> <p>Data show ou retroprojektor, aparelhos de TV e DVD.</p> <p>Os recursos didáticos são considerados elementos essenciais no trabalho dos conteúdos escolares com os alunos. Os recursos didáticos têm a função de mediar as relações didáticas que ocorrem na sala de aula. Os recursos didáticos são essencialmente mediadores já que possibilitam uma efetiva relação pedagógica de ensino-aprendizagem. Defendemos que eles são mediadores tanto no trabalho dos educadores nos momentos em que expõem os conteúdos escolares como nos trabalhos de grupos dos alunos, momento em que realizam reflexões sobre o conteúdo escolar abordado na aula. Temos percebido que o debate sobre o uso dos recursos didáticos se torna cada vez menos frequente nos cursos</p>	<p>Recursos</p> <p>Materiais estruturados:</p> <p>Todos aqueles necessários a pensar matematicamente, suscitados pelo docente ou pelos alunos.</p> <p>Os recursos didáticos são considerados elementos essenciais no trabalho dos conteúdos escolares com os alunos, desde que vistos como forma de pensar situações de forma Matemática.</p>

<p>de formação de professores, o que nos parece um contraponto diante do desenvolvimento das tecnologias na sociedade e da sua importância educacional. Para alguns docentes de CONTEÚDO, METODOLOGIA E PRÁTICA DO ENSINO DA MATEMÁTICA, as tecnologias, principalmente os aparelhos eletrônicos como o televisor, o vídeo, os aparelhos de DVD, o computador, constituem em recursos didáticos porque servem de material audiovisual nas aulas. No entanto, afirmam outros docentes de História da Matemática, eles não são utilizados tampouco ensinados em cursos de licenciaturas. Precisamos destacar ainda a fundamental atividade mediadora exercida pelo docente de CONTEÚDO, METODOLOGIA E PRÁTICA DO ENSINO DA MATEMÁTICA. É função dele selecionar os recursos, planejando seu uso e indicando-os aos alunos. A interação verbal é fundamental no desenvolvimento da aula. Por isso, destacamos a importância de se aprender a ser mediador na sala de aula. Saber usar as metodologias e os recursos didáticos. Neste contexto didático, o docente de CONTEÚDO, METODOLOGIA E PRÁTICA DO ENSINO DA MATEMÁTICA deve entender que a função dos recursos didáticos é de semiotizar os conteúdos escolares, ou seja, mediar as relações de forma que os alunos se apropriem dos conteúdos escolares. Aliás, esse deve ser o objetivo maior de sua utilização no processo ensino aprendizagem. Neste sentido o docente deve utilizar aulas expositivas, seminários, leituras de textos pertinentes à Disciplina, apresentação de aulas por parte dos alunos.</p>	
<p>Procedimentos de Avaliação</p> <p>O processo de avaliação será composto de três etapas, Avaliação 1 (AV1), Avaliação 2 (AV2) e Avaliação 3 (AV3).</p>	<p>Procedimentos de Avaliação</p> <p>Pensado junto com os alunos, ao longo do processo.</p>

<p>As avaliações poderão ser realizadas através de provas teóricas, provas práticas, e realização de projetos ou outros trabalhos, representando atividades acadêmicas de ensino, de acordo com as especificidades de cada Disciplina. A soma de todas as atividades que possam vir a compor o grau final de cada avaliação não poderá ultrapassar o grau máximo de 10, sendo permitido atribuir valor decimal às avaliações. Caso a Disciplina, atendendo ao projeto pedagógico de cada curso, além de provas teóricas e/ou práticas contemple outras atividades acadêmicas de ensino, estas não poderão ultrapassar 20% da composição do grau final.</p> <p>A AV1 contemplará o conteúdo da Disciplina até a sua realização, incluindo o das atividades estruturadas.</p> <p>As AV2 e AV3 abrangerão todo o conteúdo da Disciplina, incluindo o das atividades estruturadas.</p> <p>Para aprovação na Disciplina o aluno deverá:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Atingir resultado igual ou superior a 6,0, calculado a partir da média aritmética entre os graus das avaliações, sendo consideradas apenas as duas maiores notas obtidas dentre as três etapas de avaliação (AV1, AV2 e AV3). A média aritmética obtida será o grau final do aluno na Disciplina. 2. Obter grau igual ou superior a 4,0 em, pelo menos, duas das três 	
--	--

avaliações.	
3. Frequentar, no mínimo, 75% das aulas ministradas.	
<p>Bibliografia Básica</p> <p>HUETE, Sánchez; BRAVO, Fernández. O ensino da Matemática: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 2006.</p> <p>SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Inez; CANDIDO, Patrícia. Cadernos do Mathema: jogos de Matemática de 1º a 5º ano. Porto Alegre: ARTMED, 2007.</p> <p>WALLE, John A. Van. Matemática no Ensino Fundamental - Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula. Porto Alegre: ARTMED, 2009.</p>	<p>Bibliografia Inicial (Primeira aula)</p> <p>BELCHIOR. Como nossos pais (música). Intérprete: Elis Regina, 1989.</p> <p>LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação Matemática. In: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M.C. (Org.). Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004</p> <p>WAN, James. Invocação do Mal (trecho de filme). 2013</p>
<p>Bibliografia Complementar</p> <p>BOYER, Carl B. História da Matemática. Editora Edgard Blucher Ltda., 1974. S. Paulo. SP</p> <p>DELIZOICOV, Demétrio; ANGOTTI, José André e PERNAMBUCO Marta Maria. Ensino de Ciências: Fundamentos e Métodos. Cortez Editora, 2003. S. Paulo. SP</p> <p>TAHAN, Malba. O Homem que Calculava. Editora Record. 2003. S. Paulo. SP</p>	<p>Bibliografia Sequencial</p> <p>A construir no decorrer do processo.</p>

Fonte: Elaboração própria.

CAPÍTULO 2

O espaço sempre povoou minha mente. Nesse capítulo, procuro traduzir essa história. Essa minha relação com o espaço lembra a minha vinda para São Paulo. Frente a isso, atribuo o processo entre o conceito e eu aos possíveis caminhos no metrô paulista. Inicio a narrativa contando os motivos de meu interesse pelo espaço. Minha primeira parada é breve, e no campo da Psicologia da Educação Matemática. Logo em seguida, caminho para uma construção da história do conceito. Finalizo, por fim, pensando como esse estudo se relaciona com a Disciplina Conteúdo, Metodologia e Prática do Ensino em Matemática.

2. O ESPAÇO

No capítulo anterior, apresentei o espaço como elemento transversal às atividades que serão realizadas na Disciplina Conteúdo, Metodologia e Prática de Ensino da Matemática. Enquanto minha escolha, ele se pauta tanto em critérios relativos à investigação quanto ao meu histórico de vida, mesmo considerando que, em diversos momentos, esses critérios não são de tão fácil divisão. Eles se imbricam, impossibilitando a categorização.

Para fins didáticos, eu poderia dizer que na categoria relacionada à investigação estão:

- 1) A natureza pictórica e visual dada ao espaço na sociedade eurocêntrica, que o aproxima de representações como pintura, desenho, arquitetura e cartografia. Tal compreensão permite um arcabouço de possibilidades de intervenções junto aos licenciandos, bem como diferentes modos deles darem a ver seus pensamentos ao longo do processo;
- 2) O compartilhamento do tema em nosso cotidiano. Ora licenciandos e eu repartimos espaços, vivendo tanto situações do contexto de sala de aula quanto da sociedade de modo mais geral, ora os distanciamos, vivendo nossas peculiaridades, nossos guetos. Nesse contínuo ir e vir, concebi que o processo de produção do espaço pode dar dinamicidade ao trabalho a ser realizado na Disciplina.

Além disso, o conceito de espaço possui uma carga afetiva no meu processo formativo, em que se enquadrariam as justificativas referentes à minha história de vida. O tema representa uma busca que perdura alguns anos na minha formação de pesquisador. Ele brotou no interior de uma sala de aula, a partir de uma provocação – algo que será discutido mais à frente, ainda neste capítulo. Com sua problematização, segui algumas trilhas e desisti de outras na formação acadêmica. E fui me encontrando com o pesquisador que desejo ser.

Lembro-me que, certa vez, um colega de doutorado me indagou sobre os motivos que me levavam a falar repetidamente sobre o espaço. Na minha memória, o diálogo foi, mais ou menos, assim:

Colega: Mais uma vez você com essa história de espaço (Risos). Não sei o porquê esse fascínio todo.

Eu: Ah, fio! Cada cidade que morei, as pessoas que encontrei, foram modificando e produzindo o meu espaço. Sem contar que é minha Tese, né? Alguém precisa me ouvir sobre ela (Risos).

Colega: É coisa de matemático. Coisa de geometria.

Eu: É e não é! É, porque a geometria tenta matematizar ele. Não é, porque ele sempre escapa e ultrapassa tudo isso. (Conversa entre cafés no Doutorado)

para saber se seus ventos fortes são reais. Já na estação ‘Pinheiros’, eu procurei observar a sua profundidade.

Embora seja difícil resistir ao fluxo de pessoas no metrô e ser o estranho que pára e observa a estação, não quero robotizar o trajeto como muitos o fazem. Investigar o espaço tem sido um pouco disso. Parar, observar, vivenciar e produzir a partir dele. Logo após acreditar que tudo o que tem para ser discutido sobre o tema terminou, encontro com outra linha, outra estação. Assim, o processo investigativo se reinicia, para permitir outras produções.

2.1 A Saída do Interior para São Paulo: provocações sobre crenças

Quando eu te encarei frente a frente não vi o meu rosto
Chamei de mau gosto o que vi, de mau gosto, mau gosto
É que Narciso acha feio o que não é espelho
E à mente apavora o que ainda não é mesmo velho
Nada do que não era antes quando não somos Mutantes. [...]

(Caetano Veloso – Sampa, 1978)

Minha história com conceito de espaço começa no meu encontro com a sala de aula. Era uma quinta série. Cerca de trinta e cinco alunos. Cochichos e um calor forte de março. Bate o sinal para a segunda aula, duas aulas seguidas de Matemática comigo. Ouço leves batidas na porta e, quando a abro, percebo a coordenadora da escola já dando o primeiro passo para entrar na sala. Olhando diretamente para as crianças, mas se remetendo na fala a mim, eis que ela começa um diálogo, quase teatralizado:

Coordenadora: Boa tarde, senhor João!

Eu: Boa tarde, coordenadora!

Coordenadora: Hoje vim visitar esses alunos. Saber como estão e como andam as atividades de Matemática. Quero ver alguns cadernos e sentar lá no fundo (aponta para o fundo da sala) para saber como anda a aula.

Eu: Tudo bem! (Lembranças da conversa com a coordenadora – início da profissão)

Eu sabia que as intenções dela não eram observar a sala, mas o meu trabalho. Eu, professor novo, podia precisar de uns “ajustes” para me adequar ao modelo de ensino da escola. Então, ela entrou, sentou-se no fundo da sala com uma ficha em mãos e passou os cinquenta e cinco minutos da aula ali, analisando minhas atitudes. Eu, logicamente nervoso, continuei a aula fingindo naturalidade. Era uma aula sobre polígonos, em que as crianças inventavam nomes para as figuras geométricas e depois discutíamos a necessidade de convenções para a nomenclatura, bem como os seus reais nomes.

A aula acabou e ela me chamou em sua sala, iniciando uma conversa:

Coordenadora: Primeiro, quero parabenizar por sua aula, você interage muito bem com os alunos e dá para perceber que eles gostam muito de você.

Eu: Obrigado – já imaginando que depois de elogios, sempre vêm as críticas.

Coordenadora: Porém, nosso programa prescreve um trabalho intenso com as quatro operações nesse início do bimestre e espero que você cumpra o programa.

Eu: Bom, é que geometria também está no programa. Já trabalhei bastante essa semana as operações. Queria algo diferente.

Coordenadora: Acho superinteressante você querer algo diferente. Pense num jogo que trabalhe as operações, por exemplo. Um campeonato de tabuada, por que não? Isso de geometria está no programa, mas não cai na prova do sistema e, também, essas coisas são naturais à criança, nem sei o porquê de trabalhar isso. (Lembranças da conversa com a coordenadora – início da profissão)

Realmente, com a fala da coordenadora eu fiquei em dúvida da importância da geometria na Educação Básica. Eu tinha aquele pensamento de que sabia que era importante, mas não os motivos. Na realidade, minha *mente* se *apavorou* quando o que me era *velho* foi questionado, uma vez que *Narciso acha feio o que não é espelho*, como diria Caetano Veloso (1978). Foram-se muitos anos estudando geometria, tanto na escola quanto no Nível Superior.

Decidi que o único modo de entender o porquê de aprender geometria era entender se ela é ou não natural à criança, como a fala da coordenadora sugeriu. Eis que iniciei um processo de investigação. Considero essa a minha saída do interior e a vinda para São Paulo, a partida do lugar que se conhece, em que se estabeleceu um reinado, para algo desconhecido, sem saber no que tudo isso dará.

2.2 Estação Palmeiras/Barra Funda: tateando o espaço

Figura 3 - Estação Palmeiras/Barra Funda

Fonte: www.estadao.com.br

É que quando eu cheguei por aqui eu nada entendi
Da dura poesia concreta de tuas esquinas
Da deselegância discreta de tuas meninas [...]

(Caetano Veloso – Sampa, 1978)

Para mim, que sempre se percebeu matemático, quando cheguei à Educação Matemática, *eu nada entendi*. Na *dura poesia* do campo pedagógico, senti-me órfão. Necessitava de algo familiar para ter coragem de seguir este caminho. Algo semelhante à primeira vez em que cheguei à Estação Palmeiras/Barra Funda. Ao descer do ônibus, eu ansiava por algum elemento que se aproximasse da minha realidade vivida. Em meio ao formigueiro acelerado de pessoas, encontrei algumas poltronas, perto dos guichês de passagem. Dali eu conseguia criar uma tática para enfrentar a estação. Repousei minha ansiedade, dilui meus receios e elaborei minha atuação. Segui rumo ao metrô, fingindo a aparência de naturalidade.

A psicologia da educação fora minha poltrona na Educação Matemática. Já tinha estudado alguns assuntos relativos ao campo na Graduação e possuía compreensão da sua importância para o debate sobre a aprendizagem. Naquele momento, este era um lugar passível de eu iniciar meus estudos sobre o tema espaço. Além do mais, se a resposta que eu desejava adentrava o campo do natural ou não, a psicologia seria propulsora para pensar as questões das estruturas cognitivas da formação de um conceito como este.

Entre as primeiras respostas de minha pesquisa, deparei com o trabalho de Piaget e Inhelder (1993). Minha primeira leitura sobre a temática. Conforme os teóricos, a criança passa por três relações no processo de adquirir a noção de espaço, que seriam:

- a) Relações topológicas: são as primeiras elaborações da criança quanto à noção de espaço e se relacionam com as características dos objetos em si. Nesse momento, são elencadas relações de vizinhança (perto-longe), separação (distinção entre objetos), envolvimento (dentro-fora), continuidade (percepção sobre interrupção de linhas e planos) e ordem (organização espacial).
- b) Relações projetivas: referem-se àquelas que coordenam a relação entre objetos, considerando todos os pontos de vista sem fixar, de forma inicial, dimensões e distâncias num sistema de coordenadas, uma vez que o ponto de vista é pensado como único.
- c) Relações euclidianas: relações que permitem localizar objetos em um sistema de referência, com base na noção de distância. Pauta-se na conservação de distância, de comprimento e superfície e a construção de medida em uma, duas ou mais dimensões.

Desde então, essa abertura ao universo da Psicologia da Educação Matemática, leitura após leitura, me oportunizou certa sensibilidade para tatear a questão do espaço no processo cognitivo da aprendizagem. Desse estudo, outras pesquisas foram inseridas na pilha de temas para aprofundamento. Desde Níveis de Van Hiele (HIELE, 1986), à visualização geométrica (GUTIÉRREZ, 1991), por exemplo. Da discussão a partir desses referenciais surgiu a minha Dissertação de Mestrado (MORAES, 2014), dedicada a analisar os processos de visualização geométrica em alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, mediados pela arte.

Entretanto, produzir o trabalho junto com as crianças deixou ruídos incômodos. Algumas questões se acumularam durante o processo: Perante as mudanças constantes da sociedade, o espaço permanece sempre o mesmo?; As relações dos sujeitos com o espaço independem do seu âmbito cultural de formação?; Como o sujeito produz o espaço a partir de suas vivências? São problematizações que potencializaram um novo olhar do lugar em que eu estava inserido, a ponto de redimensionar minha ação investigativa.

De modo algum, esse deslocamento invalida a linha de pensamento em que eu me encontrava. Talvez eu pudesse produzir a partir dali apontamentos significativos para minhas indagações ou, quem sabe ainda, me deparar com outras questões que me levassem a construções expressivas para a Educação Matemática. Nunca se sabe. Mas, para mim, essa foi a hora de deixar a linha vermelha do metrô e me permitir encontrar outro sentido, com outras estações, outro fluxo de debate, outras possibilidades.

2.3 ‘Próxima Estação: República, acesso à Linha Amarela do Metrô’: a mudança de direção

Figura 4 - Estação Palmeiras/Barra Funda

Fonte: www.wikimapia.org

O espaço é um cruzamento de móveis... O espaço estaria em relação ao lugar da mesma forma que a palavra quando é pronunciada... Em suma, o espaço é um lugar praticado.

(CERTEAU, 1996, p. 172-173)

Descer na Estação República e encontrar a outra linha não foi uma tarefa fácil na primeira vez em que a realizei. Tive que me ater ao intervalo da chegada de um trem para o outro. Esperar quase todos da estação partirem e decidir o que fazer antes que o próximo grupo chegasse à parada. Quanto ao conceito de espaço, ao me deslocar da minha origem e buscar outro sentido, as possibilidades foram surgindo. Inicialmente, pensei em algumas possíveis divisões históricas passíveis de serem feitas. Eu poderia seguir as divisões em “revoluções Matemáticas” de Mlodinow (2005) ou, ainda, em escolas estilísticas da arte, como propõe Ostrower (1998). Decidi ficar no entremeio, num local que não fosse tão disciplinar.

O que essas leituras iniciais me propuseram é que o espaço toma formas diferenciadas ao longo da história, com ressonâncias tanto na Matemática quanto na arte. De certa forma, ele pertence ao que podemos considerar um campo primeiro de produção. Um momento histórico em que se tornou possível pensar sobre ele de um determinado modo e não de outro. Um modelo de ordenamento do saber capaz de provocar direções e formas nos campos Disciplinares.

Nesse sentido, a produção do conceito de espaço numa determinada sociedade atrelar-se-ia às organizações culturais e sociais da mesma, estipulando-o quanto “[...] meio pelo qual

a posição das coisas se torna possível” (MERLEAU-PONTY, 1999, 328). Ou seja, as tentativas de delimitar o conceito de espaço nos levam mais ao que pode ser empreendido por meio dele, do que a uma definição que se pautar em imobilidade e ausência de práticas.

Na tentativa de abarcar o conceito no seu campo de estudo, Certeau (1996) propõe a seguinte diferenciação entre espaço e lugar:

É um lugar a ordem (qualquer que ela seja) segundo a qual os elementos são distribuídos em relações de coexistência. Encontra-se aqui, então, excluída a possibilidade de duas coisas estarem no mesmo lugar. A lei do ‘próprio aí reina’... Há espaço desde que se considere vetores de direção, quantidades de velocidade e a variável tempo. O espaço é um cruzamento de móveis... O espaço estaria em relação ao lugar da mesma forma que a palavra quando é pronunciada... Em suma, o espaço é um lugar praticado. (CERTEAU, 1996, p. 172-173)

A noção de espaço remontaria à dimensão da existência de um lugar habitado, constituído como tal somente enquanto possibilidade de produção de prática social. Assim, seu estudo torna-se relevante na ação que ele permite, ou seja, na produção de sentidos que dele podem ser manifestados. Desta forma, Certeau¹¹ relata que “[...] é a atividade que qualifica o espaço”, ou seja, seria o nosso modo de apropriação dele que o adjetivaria. Nesse contexto, o espaço configura-se “como lugar de expressão dos conflitos” e “lugar de desejo” (LEFEBVRE, 1991).

Ao realizar qualquer análise do espaço visível, considerar-se-á que, sobre ele, reina espaços invisíveis, inscritos pela atividade humana, pela arte do *savoir-faire* [saber fazer]. Uma arte constituída no âmbito das práticas, gestos e narrativas do cotidiano. Consequentemente, pesquisar o espaço condiz com enfatizar a multiplicidade dos modos de apropriação do espaço praticado.

Portanto, exercer um espaço requererá do usuário um ato de reconhecimento, uma imposição dos planos mentais estabelecidos e das regras de uso do espaço sobre seu corpo (saberes). Suas práticas devem ser condicionadas para não caracterizarem desvio da percepção correta do outro sobre ele.

Em meio ao dito, essa linha mais historicizada entre algumas atividades humanas e produção de conhecimentos se tornou a minha perspectiva de investigação sobre o conceito de espaço. A elaboração de escrita que segue intenta analisar a produção do espaço a partir da

¹¹ Frase pronunciada por Certeau em 1974 em uma conferência organizada por Paul Virilio.

história da cultura ocidental, bem como as suas ressonâncias nos campos das ciências exatas, humanas, artes, etc.

Figura 5 - Linha Amarela

Fonte: www.wikimapia.org

2.4 Da República à Paulista: a hierarquia dos lugares

Figura 6 - Estação Paulista

Fonte: www.wikimapia.org

(...) durante a Idade Média existia um conjunto hierárquico de lugares (...). E ainda havia também lugares onde certas coisas eram colocadas porque tinham sido deslocadas, por sua vez, de uma forma violenta, e, pelo contrário, lugares onde as coisas encontravam as suas base e estabilidade naturais.

(FOUCAULT, 2001, p.01)

A citação acima retrata uma das poucas frases de Foucault sobre o conceito de espaço anterior ao período do Renascimento. Até o contexto da Idade Média, como o filósofo aponta, o termo espaço esteve atrelado à ideia de lugar. Remeter-se a este período histórico consiste em compreender as estruturas hierárquicas entre os lugares, principalmente a dicotomia entre lugar profano e sagrado. Entretanto, como relatam Miguel e Zamboni (1996), o espaço, desde os primórdios das civilizações, é objeto de desejo e povoa o imaginário dos homens e é, em decorrência da prematura percepção da necessidade de sua tematização, que deixou de ser espaço vivido para se tornar também o espaço concebido.

Etimologicamente, o termo espaço deriva do latim *spatium*, que se refere aos conceitos de distância, intervalo e extensão. Porém, esta não seria a primeira palavra utilizada para designá-lo. Anterior a ela, a palavra hebreia *Makon* e a grega *Topos* representaram, quase que concomitantemente, o espaço enquanto lugar. A maioria dos estudiosos do tema acreditam que *Makom* teria surgido primeiro e que obteve maior influência no Mundo Antigo pela sua estreita ligação com a cultura judaico-cristã, sua definição entrelaça-se com o divino, considerando-o ora como um atributo de Deus, ora como o próprio Deus.

Em um debate crítico do tema, o espaço emerge como campo de discussão inicialmente nas reflexões filosóficas na Escola de Eleia, no século VI a. C. (RAY, 1993). Esses filósofos recusavam que os sentidos pudessem conduzir à verdade, rejeitando a legitimidade racional da multiplicidade e do movimento. Assegurando as inferências filosóficas do grupo, Zenão elaborou um conjunto de aporias mostrando que as Teses de seus opositores, principalmente os pitagóricos, levavam a absurdos lógicos e estavam em desacordo com a experiência sensível. Em seus paradoxos¹² sobre espaço, tempo e movimento,

[...] justamente a ideia da divisibilidade do espaço e do tempo. Podemos começar imaginando uma distância ou uma duração do tempo dividida por dois, e imaginamos que o processo de divisão continue. O que nos impede de supor que o processo pode continuar indefinidamente? Zenão diz que qualquer suposição nesse sentido levaria a contradições lógicas. Mas também argumenta que suposições de que o processo tem um certo limite definido causaria um volume igual de problemas. (RAY, 1993, p. 17-18).

¹² São quatro os paradoxos em que Zenão elabora o tema: Aquiles e a tartaruga, dicotomia, flecha e estádio.

Já a Escola Pitagórica concebia o espaço como *kenon*, o que se pode associar à ideia de vazio (EVES, 1995). O mundo seria como uma forma, regido por uma única lei pautada numa visão estético-Matemática do universo. As coisas organizar-se-iam mediante leis Matemáticas, regras balizadoras da realidade. Assim, o número confinava e organizava o espaço. Tudo era número e o papel do estudioso era desvelar a lei Matemática que regia o universo. Um ideário tão consistente que, por exemplo, qualquer aproximação com noções próximas ao infinito os amedrontava.

Entre o mundo ordenado dos números da Escola Pitagórica e do não-ser¹³ da Escola de Eleia emerge uma nova corrente de pensamento no século V a.C., o atomismo, de Leucipo e Demócrito. A filosofia dos atomistas procurou superar a contradição vigente entre conhecimento sensível e intelectual, buscando a conciliação da exigência de unidade, pertencente à razão, com a evidência do movimento e da multiplicidade dos seres que nos são revelados pelos sentidos.

Os atomistas tinham para si que o espaço se organizava por átomos e por vazio. Sendo os átomos elementos indivisíveis, indissolúveis e impenetráveis. Perante essas características, o vazio corresponderia à ausência de átomos e ao *locus* no qual eles mover-se-iam para realizar combinações e constituir todos os seres. Consequentemente, a realidade seria composta de dois modos de extensão: um resistente, o átomo, e outro não resistente, o vazio. O espaço seria um absoluto, um receptáculo infinito, uno e imóvel, no qual se movem, por toda eternidade, os átomos.

Embora estas três vertentes de pensamento incitem durante toda a história ocidental provocações nos mais diversos campos do conhecimento, a noção clássica de espaço surge com Platão, pautado no *khora*, ou seja, na ideia de intervalo, lugar e receptáculo. Para o filósofo tudo é forma, até mesmo a matéria e o tempo, exceto o *khora*. Este caracterizaria como um modo de vazio, um espaço invisível e do nada. O *khora* seria o lugar da criação cosmológica, “um tipo difícil e obscuro” (PLATÃO, 2011, p. 43). Platão lhe atribui como propriedade natural primeira a de “receptáculo e, por assim dizer, a alma de tudo quanto devém” (PLATÃO, 2011, p. 131) que, juntamente com o *Ser* e *Acontecer*, formaria a realidade humana.

¹³ Nome que foi dado a filosofia dos eleatas, entre eles Zenão. O pensamento do grupo pautava-se na ideia que o *ser* é a única coisa pensável e exprimível, a ponto de fazer coincidir o pensar e o *ser*, pois não há pensamento que não exprima o *ser*. Ao contrário, o *não-ser* é de todo impensável, inexprimível, indizível e, portanto, impossível e absurdo.

Das ideias de Platão derivou o conceito de espaço reinante no ocidente até o final da Idade Média, presente nos trabalhos de Aristóteles. Para o filósofo, espaço e lugar eram considerados sinônimos quando pensados no sentido posicional. Espaço definia-se como “uma superfície que envolve o corpo” (WERTHEIM, 2001, p. 73), uma realidade autônoma, ou, nas palavras do próprio autor, “[...] o primeiro limite imóvel que encerra um corpo” (ARISTÓTELES, 1995, p. 128). Perante esta concepção existem *lugares naturais* em que o corpo naturalmente está ou para o qual deve voltar quando dele é afastado. Como relata Aristóteles, em seu Livro IV da Física:

Uma coisa move-se naturalmente ou não naturalmente, e os dois movimentos são determinados pelos lugares próprios ou pelos lugares estranhos. O lugar no qual uma coisa permanece ou para o qual se movimenta não por natureza deve-se ser o lugar natural de alguma outra coisa, como demonstra a experiência (ARISTÓTELES, 1995, p. 139).

Toda física aristotélica está baseada neste teorema. O *lugar* de Aristóteles só pode ser considerado espaço enquanto campo onde as coisas são particularizações pois, por este conceito, é impossível conceber as coisas sem o seu espaço. Desta forma, não se poderia pensá-lo como um mero receptáculo, como imaginara Platão, e nem como vazio, conforme sugerem os atomistas.

Portanto, o espaço é passível de determinação e afeta diretamente o corpo em que nele se encontra. Essa determinação espacial fundamenta-se na ideia, por redução ao absurdo, que se o espaço fosse indeterminado, seria indiferente aos corpos ocuparem este ou aquele lugar, o que não o é na física aristotélica. Contudo, o filósofo considerava que tal determinação não se refere aos objetos em si, mas às categorias de objetos não sendo, também, uma causa material e nem formal, mas um modo de *estar em*. O espaço seria, ao mesmo tempo, separável e inseparável dos corpos, separável pela mobilidade dos corpos e inseparável porque estes ocupam sempre um lugar. Assim, conforme Wertheim (2001), a filosofia aristotélica faz frente a uma imagem de mundo em que

[...] a matéria preenche cada fenda, e o espaço é meramente o conjunto de limites que separam uma coisa material de outra. Por mais estranha que essa visão possa nos parecer, ela se fundava numa crença profunda na plenitude do universo. Em palavras simples, o universo aristotélico é cheio. (...), Aristóteles chegou à conclusão de que o próprio espaço não podia ter volume. Propôs, assim, que o espaço é apenas a superfície que envolve os objetos (p. 73)

Nesse contexto, com as teorias de Aristóteles o mundo passa a possuir um “centro absoluto e “lugares” diferenciados, para os quais tendiam respectivamente o elemento terra, o elemento fogo, etc.” (THUILLER, 1994, p. 60).

Na Matemática, no mesmo período, Euclides elabora o principal marco da geometria, a compilação de *Os Elementos* (cerca de 300 a C). O autor reúne os conhecimentos geométricos da época, fundamentando-os em princípios dedutivos. Euclides faz o primeiro relato abrangente sobre a natureza do espaço bidimensional através do raciocínio puro, sem nenhuma referência ao mundo físico.

Conforme Mlodinow (2005), a geometria euclidiana trouxe a percepção de que conseguimos compreender o mundo em que vivemos por meio da projeção num plano abstrato que controlamos (dedução lógica), sendo que é pelos gregos que a ideia do espaço se torna uma ideia de abstração Matemática. Contudo, Jammer (2010) ressalta que a união entre espaço abstrato matemático e espaço físico só ocorre efetivamente no período do Renascimento. O autor indaga-se constantemente como o espaço euclidiano e suas linhas e planos homogêneos e infinitos conseguiram caber no universo aristotélico anisotrópico e finito.

Na antiguidade grega, a reflexão crítica do espaço fixa-se somente nos domínios da física e da teologia. Os gregos, por exemplo, não se ativeram à elaboração de espaços ontológicos ou psicológicos. Isto é, o espaço não era um elemento que seccionava de forma transversal o conhecimento grego. Nessa ausência de espaço uno encontrou-se, também, a possibilidade de diversidades de lugares. Wertheim (2001, p. 22) relata que o próprio

[...] homem era uma criatura de *soma* e *pneuma*, corpo e espírito, o que, consequentemente, finda-se na Era medieval em hierarquia dos lugares, é, neste momento, que o *pneuma* grego foi integrado ao pensamento judaico e essa amalgamação das correntes intelectuais grega e judaica deu origem à noção teologicamente complexa da alma cristã.

No medievo, o espaço é impregnado de toda a conotação mística da religião. O *Ser* compõe-se de dois lugares distintos, um referente ao cosmo físico e outro ao cosmo espiritual, que condiziam, respectivamente, ao espaço do corpo e ao espaço da alma. Em si, o homem medieval era formado por estes dois espaços, devendo abdicar do espaço de seu corpo para num futuro ter as honrarias do espaço da alma. Assim, a hierarquia do espaço encontrava-se posta: a sobreposição do cosmo espiritual sobre o físico. Wertheim (2001), corroborando esta ideia, descreve que

[...] na Terra, tudo era mortal e mutável, sujeito à morte e à degradação, mas no reino celeste, segundo a compreensão medieval, era imutável e eterno (...). Entre a Terra e o Empíreo havia, portanto, uma gradação de crescente pureza e graça. (...) O paraíso podia ser a apoteose do espaço da alma medieval, mais precisamente em razão de sua perfeição estar essencialmente além das palavras humanas. É o reino do inefável. (p. 40-48)

A iconografia do momento também a isso conduzia. As imagens possuíam o “dever” de narrar sermões da igreja, narrar e representar a presença de Deus. Nelas, os personagens eram pintados conforme seus *status* religioso e social. “Então, os personagens importantes eram desenhados relativamente grandes e posicionados no centro do quadro” (FLORES, 2007, p. 87-88). Em *A Virgem, Adão e Eva*, por exemplo, encontram-se indícios desta ideia:

Figura 7 - A Virgem, Adão e Eva

Fonte: <http://lealuciaarte.blogspot.com.br>

Figura 8 – A Virgem, Adão e Eva: Análise

Fonte: Elaboração própria, 2018.

Na obra não há a intenção de demonstrar o “real”, mas um espaço “ideal, intemporal e, sobretudo simbólico” (FLORES, 2007, p. 89). Não há, também, lugar para o vazio, a obra é preenchida, em sua centralidade, pelo divino e os demais espaços, pelo aglomerado de fieis, inexistindo a possibilidade de vazio entre os objetos.

Esse modo de representar corroborava o espaço prescrito por Aristóteles: um lugar plenamente cheio e com limite imóvel que encerra cada corpo. A pintura ainda atendia às exigências da Igreja: a representação de um Deus onipresente, vivo e ativo em cada lugar. Pensar o vazio seria acreditar que em algum lugar Ele não se faria presente.

2.5 Da Paulista à Fradique Coutinho: o espaço de semelhanças

Figura 9 - Estação Fradique Coutinho

Fonte: www.saopaulo.sp.gov.br

A representação do espaço está intimamente ligada ao regime de saber em questão e à experiência dos homens em relação a este espaço.

(FLORES, 2007, p. 87)

Como a frase de Flores (2007) sugere, a forma como se concebe o espaço ao longo da história se elabora na relação entre o campo de possibilidades em que se configuram os saberes e as práticas do homem naquele momento. Não haveria uma delimitação rígida entre esses fatores, mas um contexto entrelaçado em que o conceito de espaço emergiria.

Os primeiros indícios de um deslocamento do espaço cheio e finito do Medievo para o espaço homogêneo, profundo e medido do final do Renascimento foram as obras de Giotto e Duccio. Embora esses pintores pertençam à Idade Média, em suas obras um modo diferente de conceber o espaço se inaugura. Essa nova forma pode ser vista no detalhe da obra *São Francisco recebendo os Estigmas*, de 1300, realizada por Giotto.

Figura 10 - São Francisco recebendo os Estigmas

Fonte: Flores (2007, p. 95)

Na obra percebe-se uma espécie de caixa responsável pela impressão da ideia de profundidade. Neste período anterior ao Renascimento, Giotto passa a inserir as cenas que deseja representar nessa espécie de caixa, de tal forma que ela se assemelhe ao mundo que se queira pintar. O artista possui a intenção de aproximar a imagem e o seu olhar, ou seja, ele quer tornar a imagem próxima do mundo que vê ou, ainda, torná-la o próprio mundo observado. Assim, a caixa-mundo passava a orientar a composição da pintura, sendo capaz de captar os sinais impressos no mundo e torná-los palpáveis na imagem.

Figura 11 - São Francisco recebendo os Estigmas: análise GeoGebra

Fonte: Elaboração própria

Diante disso, é que por volta do século XV enraíza-se no campo da produção de saberes uma nova maneira de pensar, que denominamos Renascimento. O homem se encontra agora como centro do universo, aquele que explora o mundo, o vê e produz meios para o conhecer. Desloca-se da vida contemplativa em direção à vida ativa, com novas preocupações atreladas ao mundo terrestre e às relações humanas (KOYRÉ, 1979). Em relação à natureza, por exemplo, Rodrigues e Falcon (2000, p. 55) ressaltam que sua percepção

[...] e sua observação obrigam a um procedimento analítico sempre renovado, que requer um aprimoramento da forma de olhar esses objetos (...). Esse olhar é, agora, resultante da permanente observação dos fenômenos, mais especializados e apurado, classificador e organizador.

Cada vez mais, foi possível a humanidade ir ao encontro de um espaço como o *continente universal* dos corpos físicos, em que conhecer, primeiramente, era tomar o universo como um todo passível de ser apreendido em sua forma natural de apresentação. Dois nomes entraram em evidência quanto ao conceito de espaço: Bernardino Telésio (1509-1588) e Giordano Bruno (1548-1600). O espaço, em seus trabalhos, era entendido como uma extensão homogênea e indiferenciada, base para a geometria e física modernas (SAITO, 2014). É, a partir deles que qualidades como homogêneo, isotrópico, contínuo, infinito e tridimensional são atribuídas ao espaço.

Mas, como seria possível ao homem apreender este novo espaço? Entre as possíveis formas estariam a cartografia e a técnica da perspectiva¹⁴. Ambas se configurariam como “ramos de um mesmo sistema de representação” (FLORES, 2007, p. 98), enquanto a cartografia gerava uma correlação entre pontos sobre a esfera e sobre o plano com o espaço habitado, a técnica da perspectiva propiciava a correspondência entre objeto e imagem num espaço de representação tridimensional.

Na cartografia ocorre o deslocamento dos mapas simbólicos e religiosos para a busca de relações mais descritivas entre local e mapa. Enquanto que no medievo os mapas traziam como centro do mundo a cidade de Jerusalém, remetendo ao poder simbólico da religião, no Renascimento, um mapa era a busca da descrição do mundo tal como ele é.

O *Mapa de Psalter* de 1250 ilustra o espaço na Idade Medieval (figura a seguir). Acima de tudo encontra-se Cristo que, com seus braços abertos, protege o mundo. No interior do mapa encontramos, ainda, a cidade de Jerusalém no centro e a presença de ícones religiosos, como a Arca de Noé e a Torre de Babel.

Figura 12 - Mapa de Psalter

Fonte: Pelletier (1989 apud NORONHA, 2000)

¹⁴Método de representação do tridimensional num plano bidimensional, elaborado no ano de 1413 pelo arquiteto Brunelleschi.

Tais elementos podem ser observados com maior nitidez nos recortes da obra apresentados a seguir:

Figura 13 - Mapa de Psalter: Análise

Fonte: Elaboração própria

No Renascimento, o mapa passa a se constituir como o lugar do homem, daquele que dita as regras do como se deve ver. Condicionado ao espaço que ele mesmo representou em seus mapas, o homem elabora uma nova forma de relacionar e praticar o espaço, numa busca incessante para conhecê-lo e dominá-lo.

O seu interesse na dominação do espaço propiciou a elaboração de mapas, como o *Mapa Europa-Rainha*, de Heinrich Bünting, de 1581 (NORONHA, 2000). Só num momento em que a supremacia e o domínio da Europa sobre os outros povos eram vigentes, uma descrição como esta seria possível, demarcando territórios e definindo projeções futuras do reinado:

Figura 14 - Mapa Europa-Rainha

Fonte: Stewart (1985 apud NORONHA, 2000)

Neste período também a técnica da perspectiva toma corpo nas pinturas renascentistas. Embora a perspectiva não tenha chegado a mudar a percepção do espaço durante o Renascimento, ela forneceu as condições para as mudanças dessas concepções, como afirmam Pérez-Gómez e Pelletier (2000). É através dela que o espaço começa a se instituir como métrico, homogêneo e infinito.

Com a perspectiva, o homem pode conhecer o espaço, pois, a partir de então, ele possui um lugar no mundo e na imagem. O pintor passa a retirar daquilo que vê as proporções e dimensões e inseri-las no quadro. O espaço torna-se matemático e ideal, capaz de pôr a conhecer todas as coisas. Assim, haveria, para além “dos raciocínios matemáticos, alguma coisa mais espontânea e mais intuitiva: uma nova maneira de olhar o mundo, de ‘sentir’ sua organização, de imaginar suas estruturas” (THUILLIER, 1994, p. 61). Seria esse um espaço de semelhança, em que o conhecimento era compreendido como a pura descrição do mundo, que se buscava apreender a natureza tal como se apresentava. Corroborando este pensamento, Kosminsky (2008, p. 62) afirma que:

A existência de uma série de procedimentos capazes de reproduzir a realidade “tal como ela é” implica na experiência de “um modo correto de ver” e na existência – ou na crença de existência – de uma realidade que pode

ser reproduzida. Neste sentido, a capacidade dos órgãos do sentido e, principalmente do olhar, de captar o mundo “real” irá se apoiar em um sistema de “procedimentos científicos”. A perspectiva garante a adequação da capacidade de observação, ou seja, a possibilidade de estabelecer uma relação com a verdade do que é observado - desde que certos princípios sejam adotados.

Deste modo, a técnica da perspectiva atendeu a necessidade e as expectativas do momento, uma vez que promovia a consciência da presença de um observador que frui o espaço e o reconstrói mentalmente (WHERTHEIM, 2001). Contudo, como forma do pensamento do Renascimento, a perspectiva interessa-se, muito mais, pelas coisas no espaço do que no espaço em si. Esse espaço, fechado em três dimensões, só passa a ter autonomia em relação ao homem que o vê. “Em termos de percepção, uma pessoa é um observador que se vê a si próprio no centro do mundo que o rodeia. Quando se move, o centro do mundo move-se com ele” (ARNHEIM, 2001, p. 60). Tudo poderia ser aproximado e compreendido se convergisse ao olho do homem. Tal efeito pode ser percebido na pintura *O Retorno do Embaixador*, de Vittore Carpaccio (1460-1526):

Figura 15 - O Retorno do Embaixador

Fonte: Wikimidia

Figura 16 - O Retorno do Embaixador: Análise

Fonte: <http://www.projetovida.com.br/blogdeartes/2012/05/24/perspectiva-e-renascimento/>

Neste contexto, o espaço geométrico homogêneo condicionado pela perspectiva respalda-se, principalmente, no pensamento de que as coisas do espaço são simples indicadoras do lugar que ocupam em relação umas às outras, isentas de qualquer conteúdo fora dele. O homogêneo vem a se constituir como potencial para a semelhança de estrutura, não como um produtor do espaço dado, mas como espaço criado pela representação.

A perspectiva, então, teria sido a forma que o Renascimento utilizou para conseguir ligar, num *continuum* ininterrupto, os significados isolados das coisas, compondo um discurso visual sem vazios, fluido e cerrado (MASSIRONI, 1996, p. 56). Logo, a capacidade de produção de uma ilusão do espaço, em que se poderiam ver as coisas, elabora, também, a noção de espaço real numa ilusão do próprio real. O espaço torna-se uma realidade positiva e mensurável. Consequentemente,

[...] a perspectiva [seria] um aprisionar, um transformar do espaço exterior em espaço interior. (...) O pintor da renascença ganha a proeminência de ser aquele que mostra, iniciando com isso uma dinastia de olhar operativo, o olhar que dá a conhecer (...). O que é visto é conhecido, a representação é ela mesma uma realidade, com impacto de realidade virtual (QUEIROZ, 2001, p. 125)

O espaço concebido passa a estabelecer uma relação biunívoca entre os espaços de Euclides e o mundo habitado. Esta nova forma de representar traz à geometria euclidiana diversas consequências, pois a compreensão bidimensional da realidade, característica dessa, é insuficiente e o momento exigia algumas transformações. Entre as várias consequências, Russo (2007) aponta: o interesse de outras projeções e processos de representação; a origem

da geometria projetiva, que subvertia o espaço euclidiano; e, posteriormente, a descoberta de geometrias que escapam à nossa intuição e negam, por completo, o espaço euclidiano.

2.6 Da Fradique Coutinho a Pinheiros: o espaço de representação

Figura 17 - Estação Pinheiros

Fonte: www.saopaulo.sp.gov.br

O mundo se torna, apenas, nossa representação. Mundo-visão, visão de um sujeito clássico, trata-se de um mundo sem interior, sem profundidade. Um mundo-quadro.

(TERNES, 2000, p. 60)

No Período Clássico, como a ordem do conhecimento é saber representar, o centro do saber passa a ser o quadro. Pela e na sua superfície distribuem-se todas as coisas visíveis representadas de modo ordenado e coerente, abarcando a necessidade de colocá-las dispostas umas em relação a outras. O imprescindível será o registro dessa distribuição, classificação e divisão para tornar as coisas passíveis de se conhecer. Estabelece-se, então, uma relação de correspondência entre a ideia das coisas e a representação no quadro:

A figura do quadro é o campo tabular que se apresenta como o altiplano ilustrativo das coisas; é o campo onde se registram as classificações, onde se estabelecem as coerências e ordenações aos conteúdos próprios dos saberes da Idade Clássica. No quadro, graficamente os seres e as coisas estarão representados (ARTHUR, 2007, p. 63)

Nesse momento, conforme Foucault (2000, p. 90-91), na constituição do saber no quadro “[...] todas as representações são ligadas entre si como signos; em conjunto, formam como que uma imensa rede; cada uma na sua transparência se dá como o signo daquilo que ela representa”, ou seja, “a filosofia clássica (...) foi inteiramente uma filosofia do signo”

(FOUCAULT, 2000, p. 91). Mediante isso, a técnica da perspectiva, além permanecer no período, adquire força na constituição do conhecimento, já que agora o mundo-quadro era o centro do saber que a perspectiva poderia organizar.

Anteriormente, no Renascimento, a técnica da perspectiva conseguiu produzir uma relação biunívoca entre o espaço de Euclides e o espaço habitado, mas na Idade Clássica emerge, por essa relação, uma nova necessidade para o campo de constituição dos saberes. Surge à procura de uma reestruturação que acabe de vez com os mitos medievos e que forneça ao homem um corpo de saber claramente sem ambiguidades e funcional.

Neste sentido, Gerald Desargues tenta formular uma nova geometria, criando um corpo único com o mesmo processo para resolver todos os problemas – uma geometria mais geral que a de Euclides, que a inclui e inclui a perspectiva e projeções paralelas num único processo. A chamada geometria projetiva expande a noção euclidiana de espaço, demarcando um pouco das compreensões teológicas de conceitos geométricos como, por exemplo, o infinito (MLODINOW, 2005).

Os estudos de Desargues não tiveram muito impacto no saber do momento, porém induziram Descartes a se concentrar na busca efetiva por uma organização de todo o conhecimento como ramos de uma mesma estrutura e na procura de um método que permitisse progredir igualmente em qualquer ramo do saber (KOYRÉ, 1979). Esses pressupostos foram a base para a filosofia cartesiana. Desta forma, inaugura-se um novo espaço de possibilidade para a produção de conhecimento, em que há uma valorização extrema do indivíduo, em detrimento da tradição, como também do pensamento e da percepção individual no lugar de quaisquer supostas verdades veiculadas por qualquer ciência. O sujeito se configura como a base para a verdade que aceita, torna-se um indivíduo racional, que exerce a máxima: “Cogito, ergo sum”¹⁵.

Para racionalizar seu pensamento, Descartes tenta criar uma geometria que possa representar o todo. Nela, o espaço demonstrado figura como coisa extensa e essência dos corpos. Caso se retire de um corpo suas propriedades sensíveis, que são sempre mutáveis, sobrarão apenas a extensão, ou seja, o verdadeiro ato de conhecer uma substância corporal só pode se dar por meio da sua extensão. Assim, entre os corpos e o espaço em que ele está inserido, cabe apenas uma distinção de razão, pois a extensão é que o constitui.

¹⁵ Penso, logo existo.

A extensão espacial torna-se uma realidade isolada, que pode sujeitar-se ao movimento e às transformações que afetam os corpos, permanecendo inalterada quando a grandeza, a estrutura e o relacionamento com outras partes do universo são os mesmos. Neste contexto, o espaço real é a extensão do real, e o espaço inteligível, a extensão abstrata (KOUZNETSOV, 1974). Já o vazio é impossível, porque inclui extensão, que se confunde, por sua vez, com a substância do corpo. Logo, se os corpos perdessem suas qualidades sensíveis (secundárias) – forma, volume, cor... – seriam reduzidos à extensão, coincidindo suas dimensões com a dimensão do espaço.

Por conseguinte, as qualidades secundárias diferem da extensão quanto ao modo de percepção. A primeira é percebida pelos sentidos, já a segunda é conhecida a priori, antes mesmo da experiência sensível, algo aprendido como evidência pela intuição. Conforme Sapunaru (2006) seria para a manipulação de ambos que Descartes teria introduzido os princípios da geometria analítica.

A geometria analítica, a pertencente a Descartes, não exprime graficamente seu conceito de espaço, mas o faz com o recurso de expressões pois, para o filósofo, o verdadeiro poder de uma teoria de localização está na habilidade em relacionar locais diferentes, caminhos e formas entre si, e manipulá-las empregando as equações. Inicia-se, neste momento, a unificação da geometria e da álgebra.

Posterior a Descartes, dois estudiosos disputam acerca da constituição físico-filosófica do espaço: eram eles Newton e Leibniz. Para Newton, por exemplo, há o espaço relativo e o espaço absoluto. Em *Philosophiaenaturalis principia mathematica*, de 1687, ele ressalta que:

O espaço absoluto, na sua própria natureza, sem relação com nada externo, permanece sempre similar e imóvel. O espaço relativo é uma dimensão móvel ou medida dos espaços absolutos, que os nossos sentidos determinam mediante a sua posição relativa dos corpos, e que é vulgarmente considerado como espaço imóvel (FITAS, 1996, p. 63).

Portanto, em Newton, o espaço é uma medida absoluta, uma entidade em que as medidas do espaço relativo se encontram como tais em sua função. Isto é, o absoluto é considerado o fundamento de toda a dimensão espacial. O espaço absoluto não era o próprio Deus, como outros antes dele colocavam, mas uma elaboração divina de um Ser onipresente. Deste modo, o espaço seria uma realidade em si, independente dos objetos situados nele e dos seus movimentos (os movimentos podem ser relativos, mas o espaço não).

Os princípios do espaço de Newton instituem as condições para o desenvolvimento de sua mecânica clássica. Se o espaço e tempo são absolutos, qualquer acontecimento pode ser determinado quando for passível de estabelecer, matematicamente, sua posição no espaço (espaço tridimensional euclidiano) (FITAS, 1996).

Em contrapartida, Leibniz traz outro conceito de espaço: neste, o espaço não é absoluto, não é uma substância, não é um acidente de substâncias, mas uma relação. Só as mônadas¹⁶ são substâncias, o espaço não pode ser substância. Ele seria uma ordem, uma ordem de coexistência ou, mais especificamente, a ordem dos fenômenos coexistentes. Então, seria o espaço não real, mas ideal; não havendo um espaço real fora do universo material, sendo ele, em si mesmo, algo ideal. Em suas palavras, o matemático diz:

Para mim (Leibniz), eu notei mais de uma vez que eu concebia o espaço como qualquer coisa de puramente relativo, da mesma forma que o tempo: por uma ordem de sucessões. Pois, o espaço determina em termos de possibilidades uma ordem das coisas que existem ao mesmo tempo, enquanto elas existem juntas, sem entrar nas suas formas de existir. E, enquanto se vê muitas coisas em conjunto, percebe-se essa ordem das coisas entre elas próprias... Eu, digo, portanto, que se o espaço fosse um ser absoluto, ele seria qualquer coisa impossível se não houvesse uma razão suficiente, que ainda é o nosso axioma (LEIBNIZ, 1974, p. 413)

Leibniz considerou o espaço como *intuição* indivisível de três dimensões, enquanto a extensão corresponde a uma superfície material indefinidamente divisível de duas dimensões. Assim, também, o espaço seria uma noção qualitativa, impossível de se compreender intelectualmente e, ao contrário, a extensão algo mensurável que se define exatamente pelas relações entre os objetos.

Contudo, além da Matemática e da física, o Período Clássico exerceu influência no modo de conceber o espaço em outros saberes, como na pintura e na arquitetura. É no século XVII que surge o movimento artístico Barroco, terminologia derivada do nome dado a qualquer pérola imperfeita, *barrueco*. Como a própria definição reporta, o Barroco significou o desvio à norma, o *pecado da divergência* em relação ao espaço renascentista (GOMBRICH, 1979).

O movimento critica a organização espacial do Renascimento, propondo novas soluções como curvas, diagonais, efeitos de luz e sombra, recuos, avanços, planos horizontais

¹⁶No sistema filosófico deste autor, significa substância simples – do grego *μονάς*, *μόνος*, que se traduz por "único", "simples". Como tal, faz parte dos compostos, sendo ela própria sem partes e, portanto, indissolúvel e indestrutível.

e verticais. Na organização do espaço interno dos templos, por exemplo, houve um abandono das linhas diretas e das superfícies planas para ressaltar as figuras ovais e esquemas mais complexos (CONTI, 1984). Esses aspectos propiciaram o rompimento com a “ideia renascentista de construção redonda e simétrica” (GOMBRICH, 1979, p. 302).

Assim, Bosi (1991) ressalta algumas divergências entre arte clássica renascentista e a arte barroca:

O clássico é linear e plástico; o barroco é pictórico.

O clássico trabalha o espaço figurativo em planos distintos e obedece às leis renascentistas da perspectiva; o barroco penetra o espaço em profundidade, obrigando o olho a avançar ou retroceder diante dos jogos violentos de contrastes entre as imagens.

O clássico fecha a composição reportando cada elemento ao todo, de sorte que as posições fiquem bem definidas (...). O barroco abre a composição, esboçando algumas figuras e realçando cromaticamente outras: a forma é disseminada pelas curvas e espirais que apartam do centro geométrico o nosso olhar perdido entre os caprichos do prazer visual.

O clássico articula cada parte do conjunto, analisando e perfazendo as suas linhas, que são os seus limites: cada figura recebe um tratamento plástico acabado. O barroco vai direto ao coração do efeito pictórico, dando a esta ou àquela figura todo o peso simbólico (ou, frequentemente, alegórico), que é a chave da obra, merecendo, portanto, maior tratamento expressivo ou ornamental. (BOSI, 1991, p. 39)

Essa diferenciação é perceptível nas duas obras abaixo, ambas com o mesmo motivo pictórico, mas pertencentes a formas diferentes de conceber o espaço.

Figura 18 - Santa Ceia Renascentista de Leonardo da Vinci

Fonte: <http://pt-br.toque105.wikia.com/wiki/13>

Figura 19 - Santa Ceia Barroca de Tintoretto

Fonte: <http://pt-br.toque105.wikia.com/wiki/13>

Na primeira pintura há a predominância de um espaço regido pelo padrão geométrico renascentista, com Jesus no centro, local em que se concentra o ponto que introduz a noção de espaço tridimensional infinito. As posições de todos são bem definidas no espaço, os apóstolos reúnem-se de três em três.

Figura 20 - Santa Ceia Renascentista de Leonardo da Vinci: Análise GeoGebra

Fonte: Elaboração própria

A luz também configura um espaço homogêneo que denota a razão, ela se espalha por toda tela e sem grandes contrastes. Na obra encontra-se um equilíbrio estático, proporcionado por Da Vinci, pela utilização de linhas que dividem o quadro na horizontal e na vertical.

Figura 21 - Santa Ceia Renascentista de Leonardo da Vinci – Análise GeoGebra

Fonte: Elaboração própria

Enquanto isso, na pintura a seguir, o espaço é aberto e movente. As formas se distribuem de maneira a produzir a sensação de movimento. O pintor aproveita a diagonal, que liga o canto inferior esquerdo ao superior direito para a distribuição da maioria dos participantes da santa ceia, obrigando aquele que olha a não fixar-se na imagem de Cristo. Essa diagonal com a outra, mesmo com menor aproveitamento, produz um certo equilíbrio do espaço, pensado a partir da luz da luminária, os anjos no canto superior esquerdo e do homem de vestes azul no canto inferior direito. Há, ainda, um predomínio da escuridão e de contrastes de sombras e luz, bem como uma certa indefinição dos contornos das formas.

Figura 21 - Santa Ceia Barroca de Tintoretto – Análise GeoGebra

Fonte: Elaboração própria

Assim, o Barroco produz a libertação do espaço, das convenções da geometria elementar e da simetria. Em termos espaciais, o Movimento implica a negação absoluta de todas as nítidas e rítmicas divisões dos vazios em elementos geométricos, e a interpretação horizontal ou vertical de formas complexas, cuja essência prismática se perde em contato com as formas vizinhas.

O perceptível nas pinturas acima se encontra, também, nas formas arquitetônicas referentes a cada momento, a seguir. Segundo Pirié (2012), enquanto *Villa Rotonda* (Século XVI), de Andrea Palladio, atende às expectativas do Renascimento, *San Pietro* (Século XVII), de Gian Lorenzo Bernini, demonstra uma construção interligada com a construção de um espaço do Classicismo.

Figura 22 - Detalhes da Villa Rotonda. Andrea Palladio

Fonte: Perié (2012)

Figura 23 - San Pedro.Vaticano. Bernini

Fonte: Perié (2012)

Na primeira imagem, Villa Rotonda do século XVI, predomina um espaço de semelhança, de ordens micro e macrocósmica, tanto em sua planta como na distribuição do espaço. O fornecimento de sinais refere-se à saudade de uma linguagem que mantém atreladas as palavras às coisas, e expõe a tendência a se perceber como entidades semelhantes à natureza (funcionalidade orgânica). Já na segunda, San Pedro do século XVII, é produzido

perante uma geometria que busca a perfeição do artifício da representação, um destaque sensacionalista da representação.

2.7 De Pinheiros ao Butantã: o espaço e o tempo

Figura 24 - Estação Butantã

Fonte: www.saopaulo.sp.gov.br

O espaço mescla-se com o tempo assim como o corpo se mescla com a alma.

(Frederich Novalis)

No século XVII, Ole Christensen Roemer consegue medir a velocidade da luz (JAMMER, 2006). Embora o astrônomo não tenha atingido o valor atribuído atualmente, distanciado por setenta e quatro quilômetros, a partir daquele momento, a luz passa a ser vista como elemento de intensa rapidez e de potencial análise aos teóricos da época. Essa abertura possibilita que a luz atinja patamar semelhante ao conceito de espaço, imbricando-se com este. Essa aproximação já se concretizava, por exemplo, nas obras barrocas, como de Tintoretto, apresentada na figura 19.

Mediante esse pressuposto, William Turner e, depois, Paul Cézanne deslocam-se do espaço em perspectiva para buscar outras possibilidades de configuração. Os pintores aproveitam para pensá-lo de outro modo, num caminho em que “[...] é sempre a intuição a priori de um espaço (...) que se concretiza e se apresenta à percepção” (ARGAN, 1992 p. 40 apud CONCEIÇÃO, 2007, p. 56).

Figura 25 - Castelo, com arco-íris (1824)

Fonte: www.wahooart.com

Na produção “O Castelo, com Arco-Íris” (1824), por exemplo, nota-se que a proposta de espaço de Turner encontra-se associada ao uso constante dos efeitos de luz. O próprio pintor considera que

[...] o espaço é uma extensão infinita (logo, newtoniano, ou einsteiniano) animada pelo agitar de grandes forças cósmicas, de modo que as coisas são tragadas em vórtices de ar e em turbilhões de luz, acabando por serem reabsorvidas e destruídas no ritmo do movimento universal (ARGAN, 1992 apud CONCEIÇÃO, 2007, p. 59).

Tais características das obras de arte podem ser uma ressonância das investigações que estavam sendo feitas naquele momento. Turner, por exemplo, dedicou-se ao aprofundamento dos estudos de luz e cor que estavam em evidência na época (RODRIGUES, 2017). No campo da física, Maxwell adentra nas discussões sobre a luz, considerando-a como uma onda e, com isso, necessitando de matéria para se propagar (JAMMER, 2010). Nesse sentido, pode-se observar nas obras de Turner uma relação entre luz, cor e matéria para compor o espaço da paisagem representada.

Em suas pesquisas, no século XIX, Maxwell passou a considerar que a luz possuía uma velocidade fixa. Entretanto, o físico enfrentava o obstáculo da teoria de Newton, que declarava a inexistência da plena inércia. Frente a essa contradição, para não refutar as teorias newtonianas e, ao mesmo tempo, reconhecer a coerência das elaborações de Maxwell, emerge uma nova teoria, a existência do éter. A partir do éter, a luz poderia ser, então, medida. Sobre o tema, Maxwell ressaltou que

[...] sejam quais forem às dificuldades que tenhamos para formar uma ideia consistente sobre a constituição do éter, não há dúvida de que os espaços interplanetários e interestelares não são vazios, mas são ocupados por uma substância ou corpo material, que certamente é o maior de todos os corpos e o mais uniforme de que temos conhecimento (JAMMER, 2010, p. 203).

Paralelo às relações físicas e artísticas do espaço, no campo da Matemática, os acúmulos de tentativas fracassadas de prova do quinto postulado da geometria euclidiana¹⁷ tornava-se preocupação. O momento possibilitava o questionamento de grandes teorias – como a newtoniana –, o que permitiu a dúvida da unicidade da geometria euclidiana, mais especificamente do pressuposto do espaço como curvatura nula.

Em 1733, Girolamo Saccheri em mais uma tentativa de prova, desta vez por redução ao absurdo, não encontrou princípios lógicos que evidenciassem o quinto postulado (ÁVILA, 2001). Entretanto, duvidar do império euclidiano não seria tarefa fácil e a relutância dos matemáticos fez-se vigente, o que tornou o trabalho de Saccheri uma produção negligenciada em primeiro momento (MLODINOW, 2005).

Entre 1813 e 1816, analisando questões semelhantes à de Saccheri, Carl Friedrich Gauss desenvolveu equações que relacionavam as partes de um triângulo num espaço não euclidiano (EVES, 1995; BOYER, 2001). Porém, o matemático receava o momento histórico da prevalência das ideias kantianas sobre o conceito de espaço. Enquanto Kant adotara a intuição para composição do espaço, pautado no apelo dos geômetras ao senso comum e das figuras gráficas em suas demonstrações, Gauss apoiou-se no rigor para configurar sua ideia de geometria, alegando que a maioria dos matemáticos era incompetente (MLODINOW, 2005).

Em meados de 1830, o matemático húngaro János Bolyai e o russo Nicolay Ivanovich Lobachevsky, com estudos independentes entre si, mas consoantes com as problematizações do momento, publicam trabalhos que constroem geometrias sem contradição que negam o postulado das paralelas, denominadas de geometrias não-euclidianas. Mais uma vez, conforme Ávila (2001), os trabalhos não foram suficientes para convencer a comunidade Matemática da época, entretanto, geraram questões como: Quem garante que a contradição não estará no próximo teorema? Quem garante que todos os teoremas já foram enunciados e demonstrados? Questões estas que permitiram aos matemáticos pensarem em novas geometrias e duvidarem da própria geometria euclidiana, que estava sujeitada às mesmas indagações.

¹⁷ Num plano, por um ponto fora de uma reta existe uma e somente uma paralela à reta dada.

Conforme os historiadores da Matemática (EVES, 1995; MLODINOW, 2005; BOYER, 2001), a explosão de novas formas de conceber geometria e, conseqüentemente, a confirmação de novas apreensões sob o espaço dá-se no ano de 1868. Isso se deve à divulgação da demonstração Matemática produzida por Eugênio Beltrami, na qual proponha que se a geometria euclidiana forma uma estrutura Matemática consistente, então o mesmo deve ocorrer com os espaços não euclidianos recém-descobertos.

A partir do real rompimento com a unicidade da geometria euclidiana, segundo Mlodinow (2005), emergem as seguintes formas de pensar o espaço/geometria:

- *O espaço hiperbólico de Lobachevsky*: com um número infinito de paralelas e curvatura negativa, sobre o qual algumas considerações podem ser feitas:

- a) Na geometria hiperbólica, os triângulos semelhantes são obrigatoriamente congruentes, ou seja, tem que possuir as mesmas medidas;
- b) A área de um triângulo euclidiano é dada por $LH/2$, onde L é o comprimento de um lado do triângulo e H a altura relativa ao respectivo lado, o que não é válido para os triângulos hiperbólicos;
- c) Na geometria hiperbólica não existem retângulos, os quadriláteros terão no máximo três ângulos retos.
- d) Na geometria euclidiana se duas retas são paralelas a uma terceira, então elas são paralelas entre si, o mesmo não se pode dizer para a Geometria Hiperbólica.

Em 1880, Henri Poincaré definiu um modelo concreto de espaço hiperbólico, o “Modelo de Disco de Poincaré”. Para Mlodnow (2004), o modelo elaborado pelo matemático não é apenas um modelo de espaço hiperbólico, ele é o espaço hiperbólico (em duas dimensões).

Figura 26 - Modelo de Disco de Poincaré

Fonte: <http://www.ghc.usp.br>

O modelo de Poincaré pode ser associado, no campo da arte, com as obras de Maurits Escher, por exemplo. Na análise elaborada da obra *Círculo limite III* pode-se observar a presença de retas hiperbólicas.

Figura 27 - Círculo Limite III – Analisado

As linhas brancas semicirculares/ retas hiperbólicas se interceptam, dividindo-se em partes que correspondem sempre ao tamanho de um peixe. Ao mesmo tempo, as retas indicam o trajeto dos animais, desde aquele que tende ao infinitamente pequeno, perpassando o tamanho máximo e, voltando, aos pequenos.

Fonte: <https://creerparacrear.files.wordpress.com>

- O espaço elíptico – não possui retas paralelas, sendo sua curvatura positiva, o que seria responsável pelo espaço curvo.

Segundo Mlodnow (2005), Bernhard Riemann, um dos matemáticos associados a esta geometria não-euclidiana, em uma conferência sobre Fundamentos da Geometria, propôs que os objetos a serem examinados na geometria fossem, a partir dos novos espaços, as variedades

de dimensão n , equipadas com uma métrica para determinar a distância entre pontos infinitamente próximos, de onde surgiria a possibilidade de calcular distâncias em espaços de dimensões maiores que três (MLODINOW, 2005). Para o matemático, as retas seriam as geodésicas, enquanto os planos deveriam ser de dimensão dois. Subitamente, os espaços matemáticos passaram a ser considerados como estruturas lógicas abstratas (ÁVILA, 2001).

No campo das artes, os artistas procuram responder, em suas obras, de forma consciente, as compreensões relatadas anteriormente. Entre tais elaborações está o Cubismo, que procura superar as representações tridimensionais no campo da pintura. Os estudos de Tassinari (2001) e Conceição (2007) divergem da relação entre o movimento artístico e as concepções de espaço do momento. Enquanto a primeira aponta essa representação como conscientemente antinaturalista (TASSINARI, 2001), a segunda pesquisa o considera como “mais naturalista do que nunca” (CONCEIÇÃO, 2007, p. 58).

Nosso ponto de vista corrobora o de Conceição (2007), uma vez que o Cubismo visava investigar e reformular a estrutura dinâmica de espaços em movimento, não seria possível, a partir de todo o debate nos campos da Física e da Matemática, apontar para outro modo de representar que divergisse dessa tendência de olhar para a natureza.

No Cubismo, os espaços são considerados sempre relativos, cujas formas se recriam em relacionamentos recíprocos. A realidade, por sua vez, se compõe de fenômenos fragmentários, em detrimento da tentativa de apreender uma diversidade de momentos e facetas para a obra. Essa compreensão pode ser percebida na tela *Harbor in Normandy*, de 1909:

Figura 28 - Harbor in Normandy (1909)

Fonte: <http://www.artchive.com/artchive>

Na pintura é possível notar que os planos são fragmentados mais e mais, e desintegrados até chegarem a facetas diminutas e quase uniformes, como se fossem dimensões no interior de outras dimensões, como é analisado nas imagens a seguir. Na sua elaboração, nota-se que as superposições de pequenas superfícies dominam a estrutura formal do espaço. Conforme Ostrower (1998), essa estrutura de composição é característica do movimento artístico e consiste na compreensão de que todas as aparências da imagem estão presentes e se fundem.

Figura 29 - Harbor in Normandy (1909). Análise com GeoGebra. Parte 1

Fonte: Elaboração própria

Figura 30 - Harbor in Normandy (1909). Análise com GeoGebra. Parte 2

Fonte: Elaboração própria

Figura 31 - Harbor in Normandy (1909). Análise com GeoGebra. Parte 2

As superposições e os contrastes formais (claro/escuro e curvo/angular) potencializam na pintura um sentido de profundidade ao espaço, bem como a constante formação de centros, margens e campos energéticos interdependentes. A busca por tal efeito, segundo Conceição (2007), representa a tentativa do movimento de inserir o tempo às três dimensões já figuradas na técnica da perspectiva, totalizando um espaço quadrimensional.

A inserção do tempo na obra de arte foi fomentada a partir da relatividade da simultaneidade, elaborada por Einstein. Nessa teoria, o físico diferencia a simultaneidade dos acontecimentos ocorridos em lugares próximos daqueles sucedidos em lugares separados por distâncias astronômicas. Para trabalhar com a ordem temporal desses últimos, Einstein vê-se numa contradição: para “[...] determinar a simultaneidade dos acontecimentos distantes é necessário conhecer a velocidade; mas para medir a velocidade é necessário conhecer a simultaneidade dos acontecimentos” (SANTOS, 1996, p. 08). A sua conclusão foi a seguinte: não existe uma simultaneidade universal dos acontecimentos e sim simultaneidades relativas. Desta forma, tanto o tempo quanto o espaço são pensados por Newton como absolutos que inexistem. A única afirmação passível de ser feita é que eles são, também, relativos.

Nesse sentido, Einstein demonstra que não é possível encontrar, no universo, nenhum ponto de referência para comparações absolutas, já que o espaço é apenas a ordem de relação das coisas umas com as outras. Deste modo, o espaço depende das coisas que o ocupam e do sujeito que as percebe. O que difere tanto das ideias de Newton, de espaço como estrutura fixa dada por Deus, quanto de Huygens, do espaço como um grande aquário elaborado por Deus e o nosso planeta como um brinquedo flutuante que lançamos para distrair os peixes (JAMMER, 2010).

A partir desse pressuposto, em 1915, Einstein anuncia em seu artigo, o que hoje denominamos de relatividade geral. O trabalho anunciava uma equação relacionando a

distribuição da matéria no espaço (e no tempo) com a métrica do espaço-tempo tetradimensional. Como a métrica determina a geometria, as equações de Einstein definem a forma do espaço-tempo (MLODNow, 2005). Na teoria de Einstein, o efeito da massa não é exercer uma força gravitacional, mas sim mudar a forma do espaço-tempo.

Conforme Barbosa (1995), junto com a questão científica da relatividade, instaurou-se um pensamento filosófico relativo. Pensadores racionalistas e realistas entraram em choque e a noção de que todos os saberes são fixados por princípios absolutos foi abalada. O mundo absoluto do qual a humanidade buscava criar representações desmoronou, emergindo, em seu lugar, um mundo relativo capaz apenas de ser analisado por verificações (BARBOSA, 1995). A natureza, até então de representação una, encontrava, através da ciência, novas possibilidades para ser apreendida.

No campo da arte, a ideia do hiperespaço (espaço com mais de três dimensões), como apresenta Wertheim (2001), teve repercussão principalmente nos trabalhos de Marcel Duchamp. Na obra *The Large Glass* (figura 32), de 1917, por exemplo, esses efeitos são significativos.

Figura 32 - *The Large Glass* (1917)

Fonte: <https://smarthistory.org/duchamp-largeglass/>

Conforme Wertheim (1991), Duchamp explica essa obra ressaltando que na parte superior há correspondência a uma noiva que analisa uma fábrica de noivos na parte inferior.

Além disso, o pintor ressalta utilizar resquícios da perspectiva em seus desenhos na parte inferior, algo que, de certa forma, condiz com uma própria perversão da técnica. A obra, por ser elaborada em lâminas transparentes, ainda faz com que os objetos se tornem presentes para quem dela se aproxima. Isto é algo que permite ao trabalho de Duchamp, segundo Conceição (2007, p. 65), colocar “[...] toda espacialidade real dentro do seu plano de representação, lembrando que o espaço em si não é perspectivo, mas ao mesmo tempo, que ele também não é tridimensional, mas sim polidimensional”.

Figura 33 - The Large Glass (1917) – Analisa com GeoGebra

Fonte: Elaboração própria

Já na segunda metade do século XX, na ascensão do mundo tecnológico, uma nova relação passa a configurar na concepção do espaço, uma junção entre tecnologia, arte e Matemática. No interior dessa relação, surgem as discussões sobre a geometria dos fractais¹⁸. Tal termo aparece pela primeira vez no estudo *Les Objects Fractals: forme, hasard et dimension* (1975) de Benoit Mandelbrot (SILVA; SOUZA, 2010).

Conforme Wolfgang Lorenz (2002), esse novo campo de atuação, os fractais, pode ser definido por seus atributos:

[...] é “rugoso”, ou seja, em nenhuma parte é regular; é “semelhante a si mesmo”: as suas partes se assemelham ao conjunto; “desenvolvem-se por iteração”, o que quer dizer que as transformações são aplicadas repetidamente; e “depende das condições iniciais”. Outra característica é que um fractal é “complexo”, mas apesar disso pode ser descrito por um algoritmo simples – o que significa que por detrás dos objetos irregulares existe alguma ordem (LORENZ, 2002, p.8, tradução nossa).

Porém, essa investigação referente às estruturas iterativas não é um elemento sem precedentes até Mandelbrot. Embora houvesse discussões quanto o tema desde o final do século XIX, somente em 1904 Helge von Koch elabora o primeiro gráfico de um fractal, denominado de Floco de Neve de Koch, apresentado na figura a seguir.

Figura 34 - Floco de Neve de Koch

Fonte: Silva e Souza (2010)

O Floco de Neve é derivado da Curva de Koch (1904), uma produção, também, de Helge von Koch. Para a construção da Curva de Koch parte-se de uma reta, dividindo-a em

¹⁸ O nome de fractais vem do latim fractus – quebrado.

três partes iguais e adicionando um triângulo equilátero com base no terço médio da mesma. O terço médio da reta dividida que serviu de base é então retirado, e o processo anteriormente iniciado com a divisão do triângulo equilátero sobre o terço médio da reta é repetido em cada novo segmento de reta formado (SILVA; SOUZA, 2010). Com esse processo sendo repetido indefinidamente, obtém-se a curva de Koch.

Figura 35 - Curva de Koch

Fonte: Silva e Souza (2010)

As produções de fractais a partir de Mandelbrot chegam a tal ponto que a própria natureza é vista e analisada por eles. Extrapolando essa ideia, podemos pensar que a construção do espaço matemático do fractal é vista como o modo que a natureza se comporta. Santos e Oliveira (2004), por exemplo, consideram que:

Os fractais podem ser encontrados em todo o universo natural e em toda a ciência, desde o aspecto das nuvens, montanhas, árvores e relâmpagos, até à distribuição das galáxias, assim como na arte e na Matemática (SANTOS; OLIVEIRA, 2004, s/p).

Conforme os autores, a partir dos computadores, as propriedades dos fractais servem para modelarem árvores, montanhas, plantas, etc. Ou seja, isso permitiu produzir uma estrutura lógico-matemática para a criação do mundo natural. Um exemplo pode ser observado na figura 36:

Figura 36 - Folha de Samambaia analisada perante fractais

Fonte: www.fractarte.com.br

De certa forma, acreditamos que esse modo de matemático de produzir o espaço esteja atrelado ao pensamento científico da segunda metade do século XX. Conforme Silva (2010), a partir deste período, o real confere *status* de válido ao conhecimento elaborado a partir das “relações naturais elementares”, as chamadas “leis da natureza”, já que a própria matéria se molda e está condicionada a elas. Isto é, o próprio fractal tornou-se um ato de traduzir fenômenos e objetos de estudo em conceitos lógicos matemáticos abstratos.

Nesse sentido, entra em evidência o rigor matemático como condição científica do período (SANTOS, 1996). Juntamente com a relatividade, o espaço do século XX elevou-se ao patamar de pensamento puro, realizável somente por princípios da lógica e da Matemática. Até mesmo a experimentação, característica essencial da ciência moderna, foi substituída por essa nova forma de pensar, uma vez que os fenômenos e escalas da natureza da nova ciência não eram passíveis de observação. Segundo Silva (2010), o pensamento do período era que

[...] a natureza, o mundo material, emerge segundo uma ordem, segundo relações, simetrias, enfim, segundo leis, sem as quais o mundo material sequer poderia existir, e que tais leis que lhes são imanescentes, são leis abstratas, sem materialidade. Não se pode “pesar”, observar uma lei, ela mesma, mas somente seus efeitos (SILVA, 2010, pp. 34-35).

Além da criação de leis para descrever a natureza, a geometria fractal atingiu as artes plásticas, a criação de músicas, esculturas, entre outras áreas das artes. Isso ocorreu a tal ponto que não sabemos se quem produz Arte Fractal consiste num matemático ou num artista, ou em um terceiro sujeito sem denominação clara.

Um exemplo do modelo arte-ciência são os *Fractais Fabergé* (2003), de subBlue, pseudônimo de Tom Beddard.

Figuras 37 e 38 - Fractais Fabergé

Fonte: www.universoracionalista.org

Assim como os ovos Fabergé ornamentados, produzidos na Rússia no início do século XX, SubBlue elabora obras com curvas e linhas labirínticas que circundam os lados dos objetos matemáticos criados.

A chegada à Cidade Universitária... O final da estação pode ser apenas o meio do caminho

Do lugar que estou já fui embora.

(Manoel de Barros)

Acreditar que concluir a história do espaço é como chegar ao final de uma linha do metrô, no meu caso, a linha amarela: na parada final, sempre existe uma multiplicidade de possibilidades a serem buscadas. Assim me parece a Cidade Universitária da Universidade de São Paulo: uma multiplicidade de lugares, bibliotecas, Disciplinas de pós-Graduação, grupos de pesquisa, etc.

Tão difícil quanto realizar as escolhas para produzir uma história do espaço no interior dessa multiplicidade, talvez, seja pensá-lo enquanto elemento potencializador de debate em uma Disciplina de Educação Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Mas isso se tornou necessário para mim, uma vez que o significado da pesquisa sobre o tema se concretiza nas intenções do que almejo para a minha atuação docente e nos debates que quero empreender junto aos licenciados em Pedagogia.

A parte mais difícil de todo esse processo está em saber que cada escolha implica em centenas de renúncias. Escolher uma proposta de atuação é abandonar outras possíveis vivências. Porém, as escolhas que faço não são inconscientes, são repletas de desejos e vontades da formação que quero para nós (licenciandos e eu).

Contudo, alguns elementos pensados inicialmente foram deixados de lado – uma atitude que penso ser imprescindível frente à flexibilização do próprio ato da docência, enquanto encontro entre sujeitos. Tais engendramentos, mesmo aqueles abandonados ao longo da trajetória, são descritos no próximo capítulo, juntamente com pensamentos e considerações feitas ao longo da Disciplina.

CAPÍTULO 3

Nesse breve capítulo, procuro apresentar alguns elementos pertencentes à metodologia da pesquisa de campo. Sendo assim, descrevo alguns pressupostos e usos da cartografia, do dispositivo e da experiência para a produção das oficinas. Por fim, relato quais serão as atividades empreendidas e como estas devem ocorrer.

3. DA CARTOGRAFIA, DA EXPERIÊNCIA E DO DISPOSITIVO... POR UMA PESQUISA DE VIOLAÇÃO

O que nos violenta é mais rico do que todos os frutos de nossa boa vontade ou de nosso trabalho aplicado; e mais importante do que o pensamento é “aquilo que faz pensar”.

(DELEUZE, 2006, p. 09)

Entre as possibilidades teórico-metodológicas para a empreitada da pesquisa de campo, eu escolhi a cartografia como proposta. Acredito que ela poderá me ajudar a desenredar o emaranhado de linhas que compuseram o plano da experiência construído no estudo. Acredito, também, que o leitor mereça um esclarecimento mais detalhado de como me utilizo e penso esses pressupostos metodológicos. Essa é a tentativa deste capítulo: apresentar os elementos que compõem a pesquisa de campo.

Na tentativa de sua escrita inicial, eu dividi este capítulo em três tópicos: a cartografia; a experiência; e o dispositivo. Entretanto, nas (re)leituras do escrito, algo me intrigou: por que separar conceitos tão entrelaçados na pesquisa? Outra organização me pareceu mais plausível, qual seja, narrá-los em conjunto. A hipótese era de que uma narrativa sobre a trama que esses conceitos compõem seria mais eficaz para o funcionamento da pesquisa, do que uma descrição que os isolasse. Desta forma, o emaranhado cartografia-experiência-dispositivo tornou-se mais produtivo, já que, em suas conexões, permite mobilizar outras possibilidades para além da somatória de seus usos individuais. A seguir, a título de debate, relato alguns pontos desse entrelaçamento.

Ao me sugerirem que deveria me enveredar pelos meandros da cartografia, isto é, pelo método formulado por Gilles Deleuze e Félix Guattari (2000), minha primeira sensação foi de receio. Como, a partir do meu objetivo de pesquisa, produzir dados¹⁹ no campo e inventar (e inventar-me) uma cartografia? Não sei se a minha formação inicial na área das exatas influenciou em algo por seguidamente cobrar resultados rígidos de pesquisa, mas a cartografia, a meu ver, foi e continua sendo um dos maiores conflitos na produção desta Tese. Talvez o receio resida no fato de que não existem, para ela, regras pré-estabelecidas, algo que, inicialmente, parecia não me soar correto em uma pesquisa séria. Isso porque, o que sempre

¹⁹ No entendimento de Kastrup (2007), o termo “coleta de dados” não condiz com os princípios da cartografia. Na cartografia, o que acontece é uma produção de dados com a contribuição de todos os participantes da pesquisa, desde a etapa inicial de campo até as etapas posteriores de escrita.

tive em mãos, foram pistas (PASSOS; KASTRUP; ESCÓSSIA, 2009), estudos que problematizam modos de pesquisar, que discutem questões como: a atenção, o processo, a política de escrita, etc.

Entre os medos de se trabalhar com esse método, o que mais me aflige é o de cair em armadilhas homogeneizantes dos acontecimentos que irei vivenciar. Tenho receio de ceder espaços na pesquisa para julgamentos e juízos de valor sobre o que os outros falam, ou como agem frente às ações empreendidas, o que colocaria o trabalho no caminho da busca de verdades gerais, a partir das oficinas e dos sujeitos envolvidos. Claro, essa não é a nossa intenção. Kastrup (2009) reconhece essa dificuldade inicial numa primeira pesquisa com o método, embora ressalte também que nenhuma cartografia, em seu uso constante, é igual, já que o pesquisador, ao exercitar e cultivar o ato de abrir-se ao que passa diante de si, vai se tornando cada vez mais experiente.

Contudo, mesmo sendo um cartógrafo de primeiro mapa, já venho elaborando alguns *nãos* para esta pesquisa. Um deles é não querer produzir uma representação do objeto de pesquisa; o outro é não estabelecer um caminho linear para atingir um fim (KASTRUP, 2009). Essas são as negativas que desejo pôr em prática, conforme o meu modo de pesquisar, sobretudo nas oficinas do 4º termo do Curso de Pedagogia – Licenciatura, da Faculdade Estácio de Sá de Ourinhos. É nesse espaço que a minha primeira cartografia tomará corpo. Nela, prevemos, como sujeitos da pesquisa, além de mim, os licenciandos do 4º termo. Tenho como intuito produzir um mapa²⁰ das nossas invenções²¹ ao longo do processo das oficinas.

Ou seja, a intenção é construir uma pesquisa por meio do movimento dos encontros acontecidos na instituição entre os sujeitos participantes. Assim, não sei de antemão quais serão os dados produzidos. Segundo Kastrup (2009), isso não significa dizer que o pesquisador vai de mãos vazias a campo, e sim, que ele precisa ter uma atenção suspensa que

²⁰ Utilizamos mapa mediante a compreensão de Deleuze, de que um mapa “[...] é aberto, é conectável em todas as suas dimensões, desmontável, reversível, suscetível de receber modificações constantes. Ele pode ser rasgado, revertido, adaptar-se a montagens de qualquer natureza, ser preparado por um indivíduo, um grupo, uma formação social” (DELEUZE; GUATTARI, 2000, p. 22).

²¹ O termo invenção é utilizado mediante pistas elaboradas por Kastrup em “Políticas Cognitivas na Formação do Professor e o Problema do Devir-Mestre” (2005). Nos dizeres da autora, alguns possíveis cerceamentos podem ser levantados: (1) a invenção é “[...] uma potência que a cognição tem de diferir de si mesma”; (2) “[...] a invenção é sempre invenção do novo, sendo dotada de uma imprevisibilidade que impede sua investigação e o tratamento no interior de um quadro de leis e princípios invariantes da cognição” (3) a invenção “[...] não é um processo psicológico a mais, além da percepção, do pensamento, da aprendizagem, da memória ou da linguagem, mas é uma potência temporal, potência de diferenciação, que perpassa todos os processos psicológicos”; e (4) a invenção “[...] não é um processo que possa ser atribuído a um sujeito. A invenção não deve ser entendida a partir do inventor. O sujeito, bem como o objeto, são efeitos, resultados do processo de invenção”. (pp. 1274-1275)

deverá pousar sobre pontos pertinentes e que, possivelmente, tragam sentidos referentes ao seu tema de pesquisa.

Na elaboração desse trabalho, habitar o território existencial foi uma das primeiras decisões que tomei. Assim, decidi por observar e interagir com os licenciandos envolvidos na proposta antes que ela ocorresse. Uma espécie de habitar, inicialmente, um território. Mesmo já conhecendo alguns licenciandos, meus olhares, neste momento, devem ser outros. Olhares mais atentos e observadores.

Sendo assim, no semestre anterior à Disciplina, frequentei algumas aulas de colegas docentes com a turma – totalizando dez aulas. Para mim, essa é uma necessidade ao se fazer cartografia, pois compreendo que o território existencial da pesquisa é um *locus* de expressividade, um espaço de passagem, um plano em constante processo de formação, o que implica dizer que

[...] o trabalho da cartografia não pode se fazer como sobrevoo conceitual sobre a realidade investigada. Diferentemente, é sempre pelo compartilhamento de um território existencial que sujeito e objeto da pesquisa se relacionam e se codeterminam. (ALVAREZ; PASSOS, 2009, p. 131).

Com essa ideia, estar na sala do 4º termo, ao lado dos licenciandos, mesmo antes de propor as atividades no grupo, se constitui como uma procura de “[...] compor com o território existencial, engajando-se nele” (ALVAREZ; PASSOS, 2009, p. 135).

Ao habitar o território, eu devo permitir que os signos e os acontecimentos do vivido em sala de aula me perpassem. Preciso entregar-me à experiência (LARROSA, 2002), a qual não pode ser confundida com o experimento, uma vez que não é algo genérico, mas singular (Idem, 2002, p. 08). Nesse sentido, experienciar não é se preocupar com a produção de homogeneidade ou de consensos; que se deixe isso ao experimento. A lógica da experiência é outra: ela se faz na diferença, na heterogeneidade e no plural. Segundo Agamben (2005), a experiência não segue a necessidade de uma certeza e a comprovação por método, ou qualquer outra herança do pensamento moderno ocidental que pressuponha um sujeito absoluto e transcendental, pois esses são princípios do experimento.

É o sujeito dessa experiência que pretendemos alcançar nas oficinas da pesquisa. Desejamos também que quem acompanhar esse processo possa, de igual modo, experienciá-lo. Para Larrosa (2002), o sujeito da experiência é o que se permite à paixão, algo que ocorre de forma passional e não ativa. Dizer isso não significa considerar que, na experiência,

ficamos inativos ou passivos. Um sujeito de paixão/experiência é aquele que cultiva o padecimento, a paciência, uma abertura fundamental ao encontro. Aquele que descobre na experiência a “própria fragilidade, a própria vulnerabilidade, a própria ignorância, a própria impotência, o que vez ou outra foge ao nosso saber, ao nosso poder e à nossa vontade” (LARROSA, 2004, p. 24).

Esse sujeito assemelha-se a uma superfície sensível, a um território de passagem, ou ainda, a um espaço onde têm lugar os acontecimentos (Idem, 2002). Em nossa pesquisa, um desses espaços sou eu. Um espaço que, no encontro com os outros, poderá ser tocado, bem como tocar os demais que estarão comigo. Ou seja, o sujeito da experiência é um plano capaz de ser rasurado, passível de marcas e cicatrizes, em que os acontecimentos e as passagens não são eventos que simplesmente passam, mas que lhe perpassam e lhe tocam, produzindo interrupções e suspensões. Tal prática de ser é

[...] quase impossível nos tempos que correm [uma vez que ela]: requer parar para pensar, parar para olhar, parar para escutar, pensar mais devagar, olhar mais devagar, parar para sentir, sentir mais devagar, demorar-se nos detalhes, suspender a opinião, suspender o juízo, suspender a vontade, suspender o automatismo da ação, cultivar a atenção e a delicadeza, abrir os olhos e os ouvidos, falar sobre o que nos acontece, aprender a lentidão, escutar aos outros, cultivar a arte do encontro, calar muito, ter paciência e dar-se tempo e espaço (LARROSA, 2002, p. 24).

Partindo da compreensão de que a abertura à experiência é uma prática rara nos dias atuais, como cultivá-la em minha pesquisa? Além das indicações de Larrosa, antes apontadas, considero que, se me proponho a experienciar, devo abrir-me à exposição

[...] com tudo o que isso tem de vulnerabilidade e de risco. (...) [O sujeito da experiência, ainda] não é um sujeito que permanece sempre em pé, ereto, erguido e seguro de si mesmo; não um sujeito que alcança aquilo que se propõe ou que se apodera daquilo que quer; não um sujeito definido por seus sucessos ou por seus poderes, mas um sujeito que perde seus poderes precisamente porque aquilo de que faz experiência dele se apodera (LARROSA, 2002, p. 05).

Enfim, ao criar oportunidades para ser o pesquisador e o sujeito da experiência, abro mão da necessidade de dizer como as coisas são. Esse entendimento não faz parte da prática de pesquisa que assumo, embora eu saiba que, muitas vezes, de forma clandestina, ele habita nosso corpo e nossas ações.

Outro receio que tenho discutido é o meu encontro com o que é familiar²², o que era hábito, ou seja, a minha presença em frente a uma sala do 4º termo do curso de Pedagogia. O medo de recair em modelos para lecionar, por mim elaborados, tornou-se uma preocupação. Essa ideia me faz considerar a atenção dada por Larrosa ao *isso*, presente na frase, e ao cerceamento da experiência, quando diz *isso que me passa*. O autor argumenta que o *isso* da definição denota “o algo que não sou eu”,

[...] que não depende de mim, que não é uma projeção de mim mesmo, que não é resultado de minhas palavras, nem de minhas ideias, nem de minhas representações, nem de meus sentimentos, nem de meus projetos, nem de minhas intenções, que não depende nem do meu saber, nem de meu poder, nem de minha vontade. “Que não sou eu” significa que é “outra coisa que eu”, outra coisa do que aquilo que eu digo, do que aquilo que eu sei, do que aquilo que eu sinto, do que aquilo que eu penso, do que eu antecipo, do que eu posso, do que eu quero (LARROSA, 2011, p. 05).

Entre as muitas mobilizações que a cartografia impõe, a minha tentativa de conciliá-la com a experiência se caracteriza enquanto uma possibilidade de entender o processo que se sucederá na pesquisa, um entender que difere do ato de explicar ou desvelar, inserindo-se, no estudo, como uma condição para construir conexões entre o pensar, o sentir e o se expressar. Nessa relação experiência-cartografia, cartografar torna-se o ato de se deixar capturar pelas experiências, o que não significa procurar origens, nem interpretar resultados, mas pretender pegar “[...] as coisas onde elas crescem, pelo meio: rachar as coisas, rachar as palavras” (DELEUZE, 1992, p. 109). Já o sujeito da experiência e da cartografia é um inventor de realidades, aquele que, ao “caminhar, traça no percurso, suas metas” (PASSOS; BARROS, 2009, p.17). Enfim, a cartografia aliada à experiência torna-se uma “[...] aposta na experimentação do pensamento – um método não para ser aplicado, mas para ser experimentado e assumido como atitude” (PASSOS, KASTRUP, ESCÓSSIA, 2009, p. 10), um acompanhar processual dos acontecimentos.

Como ressalta Rotondo (2010), é no acontecimento que a pluralidade de sentidos ocorre, em que devo me dispor a exercitar o pensamento. Assim, a cartografia é mais um método descritivo do que interpretativo, é um caminho através, em que o pesquisador se expõe para que a experiência o atravessa (LARROSA, 2004). Ou seja, no campo, eu não quero obter dados matemáticos que os alunos possam vir a construir sobre as atividades, mas mapear encontros que, no estranhamento, são capazes de potencializar a criação de sentidos.

²² Lecionei três anos seguidos para outras turmas a Disciplina “Conteúdo, Metodologia e Prática do Ensino de Matemática”.

Ao trabalhar na Disciplina “Conteúdo, Metodologia e Prática do Ensino de Matemática”, precisei ficar atento para rastrear movimentos e buscar pistas e signos de processualidade. Não é uma atenção à procura de informações, mas uma “atitude de concentração pelo problema e no problema” (KASTRUP, 2009, p. 40). Isto é, uma concentração sobre como o processo de reflexão sobre práticas e conceitos espaço nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental entram em funcionamento na composição de modos de pensar a Educação Matemática nesta etapa de ensino. Então, minha atenção, embora aberta, se concentrará na busca por movimentos que poderão emergir nas processualidades dos encontros, podendo denotar potencialidades à minha pergunta de pesquisa.

Entretanto, Kastrup e Barros (2009) relatam que, além dessa abertura à experiência, toda pesquisa pautada na prática cartográfica requer procedimentos concretos para desembaraçar as linhas que compõem o campo. Por isso, pautadas nos estudos de Deleuze (1992) e Foucault (2007), as autoras apropriam-se, colocando em funcionamento em suas pesquisas cartográficas, do conceito-ferramenta dispositivo. Na definição de Deleuze, o dispositivo “[...] é de início um novelo, um conjunto multilinear. Ele é composto de linhas de natureza diferente” (DELEUZE, 1992, p. 155). Já para Foucault, seria

[...] um conjunto decididamente heterogêneo que engloba discursos, instituições, organizações arquitetônicas, decisões regulamentares, leis, medidas administrativas, enunciados científicos, proposições filosóficas, morais, filantrópicas. Em suma, o dito e o não dito são os elementos do dispositivo. O dispositivo é a rede que se pode estabelecer entre esses elementos (FOUCAULT, 2007, p. 244).

Nesta pesquisa, encaramos os dispositivos como “máquinas que fazem ver e falar” (DELEUZE, 1992, p. 155), capazes de atualizar o que é virtual²³ no campo da oficina, produzindo modos de ser e realidade de dizer. É o processo de produção desses efeitos que visamos acompanhar. Assim, na cartografia,

O dispositivo tensiona, movimenta, desloca para outro lugar, provoca agenciamentos. Ele é feito de conexões e, ao mesmo tempo, produz outras. Tais conexões não obedecem a nenhum plano predeterminado, elas se fazem num campo de afecção onde partes podem se juntar a outras sem com isso fazer um todo (KASTRUP; BARROS, 2009, p. 90).

²³ Conforme Kastrup (2007, p. 22), o virtual se atualiza segundo um processo de criação e diferenciação. Neste sentido, distingue-se do possível, realizado através de um processo de limitação e de semelhança. Um bom exemplo da atualização de uma virtualidade – como produção de algo que já estava lá – é a produção das mãos de um pianista através de repetidos treinos.

Pautados nessa compreensão, elaboramos alguns dispositivos que pretendemos colocar em funcionamento no campo da pesquisa:

a) *Diário de bordo e anotações no campo*: ao longo do processo, e nos momentos mais oportunos, relatarei os acontecimentos, produzindo, ao final de cada dia, um diário de bordo sobre o vivenciado. No trabalho, eles se apresentarão com um “funcionamento mais ou menos regular, em que se caracteriza a repetição e a variação” (KASTRUP; BARROS, 2009, p. 79). Por meio da repetição dos registros, será possível extrair deles forças que se desviam e que podem produzir sentidos;

b) *O Espaço da Matemática em Nossas Vidas*: Este será o momento de nos conhecermos. Falaremos sobre nossas histórias de vida e apresentarei as propostas das oficinas pertinentes à Disciplina. Discutiremos as relações do grupo com a Matemática, por meio da produção imagética de nossos monstros. A apresentação de tais monstros será visto, por mim, como o desencadeador de fala no grupo. Nesta oficina, espera-se entrar em movimento a ação *narrar-se*;

c) *O que é o Espaço*: A proposta consiste em que cada licenciando produza uma definição sobre o conceito de espaço, registrando-a em seu caderno quadriculado. Estas serão socializadas e debatidas no grande grupo da sala. Nesta oficina, espera-se entrar em movimento o ato de *definir/formalizar e o de descrever*;

d) *Produção de Problemas sobre o Espaço*: Pedirei para que os licenciandos elaborem problemas a partir do tema espaço. Ao longo da oficina, deixarei que ocupem o espaço que desejarem na faculdade e ali produzam problemas. Tais problemas devem ser registrados no caderno quadriculado e serão lidos e debatidos em sala. Nesta oficina, espera-se entrar em movimento a ação de *Problematizar o mundo e Inferir sobre situações*;

e) *Resolver Problemas a Partir do Espaço*: Construirei duas situações problemas e estas deverão ser resolvidas a partir do espaço. Na primeira delas, eu requererei um modo espacial de resolver, sendo este pensado pelos grupos. Já no segundo, eu utilizarei uma situação inspirada a partir do Paradoxo da Dicotomia de Zenão, deixando-os que criem respostas. Nesta oficina, espera-se entrar em movimento a ação de *Organização: comparação, ordenação, classificação e quantificação*;

f) *Roteirizar o Espaço*: Pedirei que, em grupos, os licenciandos produzam um roteiro de ensino-aprendizagem do espaço nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Para tanto, disponibilizarei um rol de livros didáticos e programas curriculares em vigência para a

pesquisa. Frente às discussões iniciais, os grupos deverão formular uma proposta. Após este começo, deverão procurar no campo das artes elementos que possam servir de pensamento analógico e, por meio deles, refinar suas propostas. Nesta oficina, espera-se entrar em movimento *a ação de roteirizar o aprender*;

g) *Exposição de Espaços*: Após uma breve apresentação minha sobre a história do espaço, os licenciandos se reunirão em grupos e formularão uma exposição artístico-matemática de pinturas. Sendo assim, escolherão um pintor, farão um estudo sobre seu contexto histórico, sua corrente pictórica e sua história de vida. A partir destes elementos, devem formular ressonâncias de modos de entender a Educação Matemática e exercícios de olhar matematicamente o espaço. Nesta oficina, espera-se entrar em movimento *a ação de analisar a produção cultural por meio de saberes matemáticos*.

Em cada uma das oficinas, contamos com as seguintes formulações: a) A apresentação da atividade a ser realizada; b) A realização da atividade e sua apresentação; c) Encaminhamento de leituras a partir dos caminhos empreendidos no debate; d) A construção do que denominamos de Espaço Amostral, a representação visual coletiva de alguns fechamentos das oficinas.

Vale ressaltar, ainda, que uma oficina não é sinônimo de um dia de intervenção. Em todas foram utilizadas entre duas ou três aulas para a sua realização, intercalando com outras aulas da Disciplina. Os ocorridos nestas últimas, embora interessante para descrição, não é apresentado neste estudo, por não estarem em consonância direta com o objetivo da pesquisa.

Pretendemos, mediante os dispositivos mencionados, dar a ver linhas que entram em processualidade no campo de pesquisa, aquelas geradas pelo encontro com o outro e que potencializam a geração de novos modos de pensar a Educação Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Esses dispositivos permitem que virtualidades se atualizem, deixando entrever as transformações e as produções ocorridas no processo.

CAPÍTULO 4

Nesse capítulo, apresentamos as oficinas elaboradas junto com os licenciandos do curso de Pedagogia. Optamos por apresentar cada uma delas como um encontro. Ressaltamos, ainda, que, pelo uso da cartografia, elas são apresentadas de modo mais descritivo, ou seja, importa mais o detalhamento de ressonâncias possibilitadas pelos encontros.

4. AS OFICINAS²⁴

4.1 Encontro 1: O Espaço da Matemática em Nossas Vidas

***CONHECER O OUTRO, CONHECER A SI MESMO... REFLETIR SOBRE MEMÓRIAS...
PRODUZIR NOSSO ESPAÇO²⁵***

Proposta: Narrar-se²⁶.

Espaço: Espaço como construção coletiva, do encontro entre histórias e memórias, em busca de constituir um objetivo comum de Educação Matemática.

Pauta de trabalho:

A) Outro como espaço de estranhamento:

- Apresentações do grupo;
- Apresentação da Disciplina;
- Apresentação da pesquisa;

B) Notar-se enquanto espaço em construção:

- Minha relação com a Matemática;
- Conhecer o monstro;

C) O nosso espaço:

- Uma Educação Matemática nossa.

4.1.1 O princípio...

São vinte alunos à minha espera. Mais um semestre se inicia. Sempre existe um estranho nervosismo em começar a Disciplina. Agora mais ainda, uma vez que me propus a fazer algo diferente, o que gera certa instabilidade.

Estou com certo receio. Nunca trabalhei com essa turma. Será a primeira vez que eles têm aula comigo. Já repassei muitas vezes quais serão as atitudes que quero ter junto a eles. Finalmente,

²⁴ Considerei como encontro não necessariamente o espaço de um dia, mas o espaço de um tema.

²⁵ Fontes variadas foram utilizadas para compor o capítulo. Para uma melhor divisão, nós utilizamos as seguintes formatações no texto: (1) Diários de Bordo (DB) e Transcrições Parciais dos diálogos nas oficinas (TP), escritos em Itálico, fonte 11, espaçamento simples e sucedidos da data de suas elaborações; (2) Elementos que mobilizaram questões na pesquisa são apresentados em quadros, compostos por três linhas circundantes.

²⁶ Com o respaldo da coordenação do curso de Pedagogia e dos alunos da turma, foram realizadas gravações das aulas em áudio.

08 de agosto de 2017, 19h10, uma terça-feira. As aulas de Conteúdo, Metodologia e Prática de Ensino começarão.

Quando chego à sala, vejo um grupo de rostos desconhecidos, de todos os tipos. Ao todo, vinte futuros professores, dezoito meninas e dois meninos. Por outro lado, percebo que eles me olham com certa curiosidade. Afinal, já devem ter ouvido falar de mim por outros alunos, do meu modo de trabalho, das minhas manias. Estão me tateando, assim como eu os estou.

*Tudo é novo para nós. Juntos, precisamos construir o **nosso espaço**. Pensar no que faremos e aonde almejaremos chegar, qual será a nossa busca formativa. Não posso decidir isso sozinho. Acredito que, mesmo que quisesse, não conseguiria decidir por eles qual professor devem ser.*

Iniciei a aula como das outras vezes. Com um leve 'Boa Noite', respondido sempre em coro. Segui, ainda, o padrão orientado pela instituição para o começo de cada semestre: apresentações do professor, do grupo de alunos e do Plano de Ensino da Disciplina.

(DB Encontro 1, grifos presentes no diário de bordo)

4.1.2 As apresentações do grupo

Após aquele momento constrangedor entre desconhecidos, a aula iniciou-se do seguinte modo:

Eu: Boa noite, turma!

Licenciandos em coro: Boa noite!

Eu: Tudo bem com vocês?... Ansiosos para começar o semestre? (Pequenos Risos da sala). Antes de qualquer coisa, deixa eu me apresentar para vocês. Eu sou o João Carlos e serei o professor de vocês da Disciplina Conteúdo, Metodologia e Prática de Ensino da Matemática... Desse nomão todo. Ok? (Pequeno silêncio). Gostaria que vocês se apresentassem.

Borboleta Rosa²⁷: Professor, você não vai falar do que você fez na vida? Tipo, Faculdade, Mestrado,... Os professores sempre contam. Eu gosto de saber.

Eu: Está bem... Primeiro, eu sou professor de matemática e pedagogo. Fiz mestrado na Educação Matemática e faço doutorado também nisso. Faz algum tempo que estou interessado na formação de vocês enquanto professores de matemática.

(...) **Borboleta Rosa:** A gente não é professor de matemática, a gente ensina matemática por acidente... (Risos)

Eu: Acidente?

Borboleta Rosa: Tipo... A gente tem que fazer... Faz parte. Não que a gente seja PROFESSOR DE MATEMÁTICA (Pronúncia silabada e mais alta).

Eu: Bom, acredito que a gente terá tempo de discutir isso durante nossas aulas, afinal, estamos aqui para isso, para pensar um pouco o que é ser educador matemático... Mas...

Borboleta Rosa: Educador matemático até vai... Isso a gente pode fazer.

(...) **Eu:** (...) Vamos às apresentações?! Por onde começaremos?

(Então os alunos começam a se apresentar)

Borboleta Rosa: Começa por mim mesmo, professor. Eu sou a Borboleta Rosa e não gosto de matemática... Tô com medo dessa matéria.

²⁷ Cada aluno escolheu um nome para si, este deveria ser escrito no seu caderno quadriculado.

Helena: *Eu sou a Helena.*

Filósofo: *Eu sou o Filósofo... Não gosto de matemática... Professor até já sabe²⁸... (Risos)*

(Assim, as apresentações se sucederam).

(TP Encontro 1)

Ao longo dos meus anos de docência dessa Disciplina, o discurso proferido acima tem sido recorrente entre os licenciandos da Pedagogia. Sempre surge um susto quando a denominação *Professor de Matemática* aparece. A autoridade desta figura se apresenta. De certa forma, percebe-se que há uma configuração estável do sujeito professor de matemática. Algo que eles ou não desejam ser, ou não acreditam ter condições para exercer.

Já o termo *Educador Matemático* soou mais agradável a eles. Mesmo que eu considere no meu cotidiano ambos como sinônimos, na visão dos licenciandos são termos bem distintos. Nesse sentido, termos diferentes significam atuações diferentes, ou seja, uma proposta de trabalho que eles considerem capazes de realizar na Educação Básica – algo fora do padrão enrijecido do que conhecem como Professor de Matemática.

Outro elemento que aparece na fala do grupo, também recorrente em outras turmas, é a constância do dizer que *não gosta/não se dá bem/tem medo da Matemática*, mesmo que eu não pedisse que explicitassem sua relação com a Disciplina. Isso sempre me soou como um *pedido de desculpas ou de socorro* antecipado de um possível não conseguir bom desempenho na Disciplina. Um ato de convencimento de que terão dificuldades com as aulas, como ocorrera durante a escola.

4.1.3 Apresentação da Disciplina

Após essa conversa inicial, realizei uma apresentação em *slides*, referente ao Plano de Ensino da Disciplina, como recomenda a instituição.

(...) **Eu:** *Bom, gente! Vamos falar da Disciplina, então?!*

Início a apresentação da Disciplina.

Eu: (...) *A Disciplina tem o seguinte objetivo (faço a leitura):*

Objetivo Geral: *Apoiar, incentivar e criar oportunidades para que os licenciandos e o seu formador galguem em direção à amplitude do seu potencial humano, compreendendo o conhecimento*

²⁸ Filósofo é meu orientando de Iniciação Científica em um projeto sobre Gênero, Sexualidade e Ciência e já havia me dito antes que não gostava de matemática. Relatou, na ocasião, que estava com medo do que eu poderia pensar de sua capacidade intelectual, caso não tivesse êxito na Disciplina que eu leciono.

matemático – enquanto produção histórica, vinculada a questões políticas, sociais, econômicas e culturais – como um entre os modos possíveis de pensar e intervir na realidade.

Eu: *A ideia é a gente pensar como a matemática é uma produção humana e pode ser algo que nos permite intervir no nosso cotidiano.*

Ana: *Tipo assim... O delta (referindo-se ao teorema de Báscara), eu uso para fazer isso, isso e isso... Com o x, eu faço tal coisa... (Risos da aluna).*

Eu: *O objetivo da Disciplina vai um pouco mais que isso. Eu pensei em discutirmos coisas do pensamento matemático. A gente tem algumas formas de pensar que envolvem o ato de fazer a matemática.*

Borboleta Rosa: *Professor, eu não vou saber fazer matemática. N-E-V-E-R, never, nunca, nunquinha.*

(...) **Eu:** *Vamos pensar por outro lado, Borboleta Rosa. Vamos pensar que a discussão aqui é para ver como a gente pode potencializar esse pensamento nas crianças, quando vocês começarem a dar aula.*

Borboleta Rosa: *Isso eu acho legal. Bem bacana. Legal, mesmo.*

(...) **Eu:** *Então, nossa proposta caminhará da seguinte maneira (leio os conteúdos/ações em slide, presentes no Quadro 9, às páginas anteriores):*

(...) (Mudo de slide)

Filósofo: *Pera, professor! Quero copiar. Achei bacana, quero pensar em casa. Talvez seja usável quando eu der aula.*

(TP Encontro 1)

Faz algum tempo que tenho me preocupado com o ato de culpar o pedagogo por um não conhecimento matemático. Como se eles não quisessem trabalhar com tais saberes no seu cotidiano. Possivelmente, há docentes que assim o fazem. Mas uma generalização é preocupante. Isso nos leva a culpá-los pelas falhas em sua própria formação. Na minha condição de formador, isso talvez pudesse ser um local de conforto – alegar que o pouco empenho no campo da Educação Matemática deva-se aos licenciandos. Acredito que todos aceitariam tal pressuposto.

Porém noto, nas falas anteriores, o interesse responsivo dos futuros professores (D'AMBROSIO; LOPES, 2015). Borboleta Rosa e Filósofo, mesmo contrariando o próprio interesse pela matemática, ao imaginarem que as ações na Disciplina possibilitarão potencializar o saber matemático de seus futuros alunos, colocam-se de forma a se envolverem com a Disciplina.

Ainda sobre a Disciplina, discutimos a sua avaliação, assunto que sempre está entre os mais esperados neste momento.

(...) **Eu:** *Bom, gente, no que diz respeito à avaliação, eu queria decidir com vocês.*

Ducarmo: *Como assim? A gente vai escolher como vai ser a prova?*

Eu: Não é a prova em si, Ducarmo. É a questão da avaliação como um todo. Todo mundo sabe que eu preciso pôr uma nota no final do sistema. Então, a gente precisa conversar de como vai ser essas coisas.

Norberto: Podia não ter prova, né? (Risos)

Eu: É gente, vocês sabem que tenho que fazer Av1²⁹ e a Av2. São coisas que o modelo de ensino pede. (...) O que a gente pode é pensar em como fazer isso. A gente podia fazer outras coisas em paralelo.

Norberto: Verdade... Trabalhos são bacanas... Importante... (Risos)

Eu: Como fazer os trabalhos e as provas é a questão?

Borboleta Rosa: Você não disse que tem esse negócio das práticas pra matemática. Taí! Podia ser como nós deve ser avaliado. Você pode dar os pontinhos para nossas atividades, as que nós fazer.

Eu: Gostei. Posso fazer assim, cada vez que eu der a atividade, proponho o que quero e avalio em cima disso.

(...) **Filósofo:** Na prova, o professor podia dar uns temas pra gente escolher e escrever, valendo uma nota maior.

Helena: a gente pode fazer os rascunhos em casa dos temas que o professor der. Como dizem que é a prova de mestrado.

(...) **Eu:** Tá fechado, então. Notas em cima das atividades e nas provas essa questão da produção do texto.

(TP Encontro 1)

Os alunos consideram um ato diferente discutir com eles os modos de avaliação. Em um primeiro momento, eu também fiquei com receio, uma vez que acreditei que poderiam, de alguma forma, ‘perverter’ o processo. No entanto, o mesmo se tornou um elemento interessante de debate em relação a como chegamos a um caminho compartilhado.

Com as sugestões deles, me percebi trabalhando com outra lógica. Diferente da ideia de nota, uma prescrição do sistema: entramos no contexto da aprendizagem (LUCKESI, 2014). Como avaliar sem o consentimento do sujeito ou separado das propostas de aprendizado empreendidas ao longo do processo da Disciplina? Talvez nos esqueçamos, muitas vezes, de produzir modos de avaliar que sejam condizentes com a aprendizagem valorizada e promovida ao longo da aula. Algo que nos afasta do sujeito em si e dos caminhos que ingressa frente a nossa presença.

4.1.4 Pesquisar junto

Finalizada a discussão sobre o Plano de Ensino da Disciplina, resolvi conversar com eles sobre a pesquisa de Doutorado que se consolidará.

²⁹ Av significa avaliação.

(...) **Eu:** Outra coisa que eu queria falar para vocês, como alguns de vocês já sabem, essa nossa Disciplina fará parte de minha Tese.

Helena: Por isso professor que você está fazendo essas aulas diferentes?! Agora, eu entendi!

Eu: É e não é. Na realidade, a proposta veio por causa da Tese. Eu falava tanto sobre formação de professores e de repente percebi que não estava mudando em nada o que eu mesmo faço. (...) Daí eu pensei bem e vi que seria necessário fazer diferente com vocês para ser um bom doutor. (...) Então, de certa forma, acredito que não é também. Pensei que essa atitude possa me fazer melhor, um melhor professor, que procura propostas que atenda melhor a relação do que espero que vocês sejam quanto professor.

(...) **Filósofo:** Nossa... O que acontecer aqui vai estar escrito. As pessoas vão saber que a gente é ruim em matemática?

Eu: Olha Filósofo, eu não posso dizer que o que a gente viver não será visto, e faz parte da pesquisa, eu analisar. Mas, vou ser bem sincero (Risos), eu acredito que estou com mais receio que vocês. Eu vou meio que mostrar para todo mundo o que eu faço. Vocês não serão identificados, eu serei. (...) Estou tentando ao máximo me pôr em cheque, também, acho que assim poderei ser melhor professor também. Isso dá um pouco de medo. (...) Se não quiserem participar eu entenderei.

Joy: Eu não ligo... (Risos)... Vai ser bom saber que você vai sofrer com a gente com a matemática. Brincadeira, professor... (Risos). Eu topo participar

(Todos concordaram em participar da pesquisa)

(TP Encontro 1)

Ao falarmos da pesquisa, eu percebo o receio de exposição por parte dos licenciandos. Tal fato me remete à pouca sinceridade com os sujeitos de algumas pesquisas no campo da Educação. Eu já fui sujeito de pesquisa de outros e sempre prevalece a visão de que estamos sendo julgados. Contudo, não posso dizer aos meus alunos que uma pesquisa não apresenta uma forma de juízo de valor. Além de mentir, isso seria caminhar por uma hipótese de Ciência como produção neutra (LACEY, 2006), afastada das questões sociais, culturais, históricas e políticas que nos encontramos. Por outro lado, se certo juízo de valor é colocado em ação, o que posso oferecer para eles é a minha participação enquanto sujeito que se expõe na pesquisa e que intenta criar uma contribuição para uma visão mais inventiva sobre a matemática.

4.1.5 A Produção de Relatos

Figura 38 - Caderno quadriculado

Para início das intervenções, contei ao grupo um pouco dos meus relatos durante a Graduação, presentes no meu primeiro capítulo. Em seguida, sugeri que pudéssemos fazer algo semelhante:

Eu: Então, gente. Um dos elementos que eu pensei que seria interessante para vocês e para a pesquisa é a gente tentar

registrar alguns relatos. Eu fiz bastante isso na minha faculdade, como vocês viram e isso tem me ajudado a pensar os caminhos que estou tomando e talvez seja interessante para vocês também. (...) Por isso, eu arrumei caderninhos quadriculados para a gente registrar nossas coisas.

O caderno quadriculado foi escolhido como campo de registro para acompanhar como os alunos lidariam com o espaço quadriculado e milimetrado. Outro motivo se refere à minha relação na infância com esse material, que era muito utilizado nas aulas de matemática. Como minha idade não é muito distante das idades de meus alunos, imaginei que o caderno pudesse trazer algumas lembranças em relação à infância para a nossa reflexão.

(...) **Gabizinha Cinderela:** *Ai que tudo, pro! Sempre quis ter um caderno quadriculado.* (Risos da sala)

Filósofo: *Ah, tá! Você nunca teve um caderno desses... Eu já tive vários desses nos anos iniciais. Fazia tabuada neles.*

Gabizinha Cinderela: *Na minha escola não tinha. Isso daqui (pega o caderno quadriculado) é coisa de escola particular. Na escola pública, isso não tem.*

Filósofo: *Fia, alguém por aqui estudou na escola particular. A gente é tudo de escola pública.*

(...) **Gabizinha Cinderela:** *Mas que é fofinho, é fofinho. É para fazer desenho, ampliar né. Negócio de simetria.* (Mostrou como faz)

Filósofo: *é de tabuada.* (Mostrou como faz)

(...) **Eu:** *Gente, o caderno quadriculado é para gente fazer o que quiser. Depende do objetivo que o professor tinha, o quão era útil para atender aquilo.*

(TP Encontro 1)

Frente ao que observei em sala, tenho pensado bastante na relação conteúdo-metodologias-material pedagógico. Principalmente na formação do professor dos Anos Iniciais, estamos acostumados a associar certos materiais a determinados conteúdos. Eu mesmo, tempos atrás, apresentei uma oficina denominada *Como usar Material Dourado*³⁰, mostrando os caminhos para ensinar o Sistema de Numeração Decimal. Não nego a aplicabilidade deste material para essa conotação, mas, também, não nego a sua potencialidade para discutir questões de área e perímetro³¹.

Muitas vezes nós, professores, esquecemos de que entre os materiais pedagógicos e o conteúdo existe a intencionalidade do ato de planejar. O que pode ser visto na discussão sobre o caderno quadriculado, na sua tentativa de definição de objeto para isso, ou para aquilo.

³⁰ A oficina foi apresentada no ano de 2016 no âmbito da Secretaria Municipal de Educação de Ourinhos para docentes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Vale ressaltar, ainda, que o material dourado foi elaborado por Maria Montessori, com a intencionalidade de trabalhar com aritmética.

³¹ Na oficina, lembro de que uma das professoras me olhou e disse: ‘esse material é muito legal para fazer casinhas, eles podem?’. Minha resposta esteve no âmbito da negativa, ressaltando que o material servia para outra coisa.

4.1.6 Amor e Ódio à Matemática... O espaço da matemática em nossas vidas...

(...) **Eu:** *Vamos lá. A primeira atividade que faremos no caderno quadriculado, a gente vai contar nossa história. Nossa história com a Matemática. Nossa relação com ela.*

Ana: *Tem certeza disso, professor? É cada história para contar...*

Eu: *Tenho sim. Quero conhecer um pouco melhor vocês. (...) Então, podem escrever.*

(Os licenciandos escrevem suas histórias)

Eu: *A gente podia compartilhar cada um a sua história, né?*

Angelina: *Ai, professor! É tão particular.*

(...) **Eu:** *Eu acho assim, a gente precisa contar, pra gente pensar um pouco do que faremos no futuro com tudo isso. (...) Eu conto a minha história no final também.*

Angelina: *Pra você é fácil. Você é professor de matemática.*

Eu: (...) *Conta quem sentir a vontade, pode ser?*

(Todos concordam com a cabeça).

(TP 15/08)

Tivemos alguns voluntários para contar suas histórias, algumas a seguir:

4.1.6.1 O retorno no tempo

Ana Cristina leu sua história:

Figura 39 - Relação com a Matemática – Ana Cristina

Fonte: Caderno quadriculado de Ana Cristina

Terminada a história, iniciou-se o debate:

Eu: Alguém tem algo a comentar?

Filósofo: *Que sonho...* (Risos). *A gente podia destruir esse homem.* (Risos)

Eu: *Quem é esse homem?*

Filósofo: *Sei lá... Pitágoras ou Báscara. Um desses cara aí... Um pode ser reencarnação do outro. Você (apontando para mim) pode ser uma reencarnação de um desses...* (Risos).

Ducarmo: *Medo de você, filósofo.*

Ana Cristina: *É tipo assim, professor, alguém inventou. Se alguém inventou, podia não ter inventado. Podia ter inventado outra coisa, sei lá. (...) Tipo uma arte que resolvesse as mesmas coisas que a matemática, uma matecarte (diz olhando para filósofo buscando aprovação).*

Eu: *Como seria a matecarte?*

Ana Cristina: *Podia ser tipo uma coisa que envolvesse desenho, pintura,... música. Sei lá. Tivesse vida. Que eu pudesse pegar, mexer com ela.*

Eu: *Por que a matemática não é assim?*

Ana Cristina: *Tipo, o cara fez uma fórmula lá de um triângulo. Aquele cara lá, que você disse (referindo-se a Pitágoras) e ninguém fez mais nada com isso.*

Eu: *Por que diz isso?*

Ana Cristina: *porque é assim.*

(Momento de silêncio)

Noah: *Pelo menos é o que o povo disse. Lá na escola.*

(TP Encontro 1)

Em alguns momentos do diálogo anterior, eu tive vontade de apresentar uma perspectiva de matemática enquanto elaboração da trajetória da humanidade, como um

constructo cultural. Porém, acredito que o campo da imaginação, de inventar algo que resolvesse os problemas sem matemática talvez fosse mais interessante. Talvez, o *matecarte* seja um protótipo de uma tentativa de uma matemática mais humanizada, de uma etnomatemática em ação (D'AMBRÓSIO, 2005a).

4.1.6.2 “Me viro bem com as quatro operações”

Outra que se dispôs a ler o seu escrito, foi Brida:

Figura 40 - Relação com a Matemática – Brida

Fonte: Caderno quadriculado de Brida

Assim que terminou a leitura, Brida já se manifesta:

Brida: Tá certo, professor?

Eu: Não sei, por que não estaria?

Brida: Sei lá... Eu pra ser professora, preciso me relacionar de outra forma?

Eu: Não sei, precisaria?

Brida: Ai, pro! Responde.

(Tempo de silêncio)

Cecília: Você não vê que o professor tá tentando fazer a gente pensar?! Olha, pro, eu acho que seria importante a gente ter uma boa relação com a matemática, mas também acho que é nosso trabalho é nosso trabalho, posso não gostar, mas tem que ser bem feito.

Eu: Tenho a seguinte opinião, sabia. Se um professor não gosta de matemática, é muito capaz de seus alunos sentirem isso e também não gostarem.

(...) **Cecília:** Tem que ser meio teatro, professor. Um bom professor é um bom ator também, tem que fingir que gosta e que é a melhor coisa do mundo.

(TP Encontro 1)

Nota-se que é uma preocupação do grupo a qualidade do ensino que vão oferecer. Isso nos mostra a atitude responsiva dos licenciandos. Por outro lado, há certo sofrimento por parte do grupo, com a matemática que eles acreditam que precisam lecionar aos seus futuros alunos. Uma saída encontrada pelo grupo é o teatro. Como a mãe que odeia verduras e finge se deliciar frente ao seu filho para motivá-lo, o professor dos Anos Iniciais também o faria com a matemática.

Quem sabe, o caminho talvez seja de explicar o *para que serve* a matemática, ou dizer que é uma construção histórica válida por si mesma.

(...) **Eu:** Brida, me diga uma coisa, por que você diz que as fórmulas não são associadas à realidade?

Brida: Sei lá, professor. Eu nunca usei Báscara. Nem sei onde usa. É estranho a gente aprender algo que nem sabe pra que serve.

Eu: Então, por que será que a gente aprende, sala?

Filósofo: A gente viu que é tipo porque é um negócio produzido na sociedade e na cultura³², tipo pra gente aprender a ser humano, a gente precisa aprender tudo isso.

Eu: E o que você acha? (Direcionado a filósofo)

Filósofo: Oi?

Eu: O que você acha dessa ideia?

Filósofo: Hum... Acho que é verdade. (...) Só queria saber como a gente faz para aprender novas coisas que vem acontecendo. A gente sabe informática, internet, o face,... tem muito de matemática. Agora não sei o quê³³.

Figura 41- Grafos

PENSANDO EM UMA MATEMÁTICA MAIS CONTEMPORÂNEA
E COM VÁRIAS APLICAÇÕES EM ÁREAS DIVERSAS ...
MATEMÁTICA DISCRETA E, EM PARTICULAR, TEORIA DOS GRAFOS, NÃO
DEVERIA SER ABORDADA NA BNCC DO ENSINO MÉDIO?
ESPECIALMENTE SE O PENSAMENTO COMPUTACIONAL VAI SER UMA
DAS HABILIDADES DESENVOLVIDAS?

Fonte: Enviada por filósofo

que

(TP Encontro 1)

Os alunos veem que existem saberes matemáticos que estão acontecendo no mundo, mas que são pouco discutidas no campo da escola. Isso nos faz pensar na participação desses

³² Filósofo procurava referenciar a Pedagogia Histórico-Crítica. Vale ressaltar, aqui, que as transcrições são das falas dos alunos.

³³ A figura 41, sobre teoria dos grafos, foi enviada por Filósofo a mim, no dia 16/08, motivada por nossa discussão, com os seguintes dizeres: 'podia ser algo assim que tivesse na escola, profe'.

futuros educadores matemáticos nas escolhas do que ensinar na Educação Básica, bem como na propensão da matemática produzida na escola para intervir em questões vividas por seus alunos.

4.1.6.3 “Bom professor, mas não ensinava”...

Gaby Cinderela quis, também, compartilhar sua história:

Figura 42 - Relação com a Matemática – Gaby Cinderela

Fonte: Caderno quadriculado de Gaby Cinderela

Após a leitura, a minha primeira reação fora perguntar:

Eu: Como ele era bom, Gaby Cinderela, se ele era insuportável? Como pode isso?

Gaby Cinderela: Ele era um bom professor porque ele dava toda a matéria. A gente sempre fazia toda a apostila. Agora, eu não gostava dele. Ele era insuportável, nem queria saber da gente.

(...) **Eu:** Olhando para como ele era, o que você aprendeu como professora?

Gaby Cinderela: Eu não queria ser igual a ele, queria ser diferente. Mas tenho medo de fazer as mesmas coisas... No dia-a-dia, a gente perde-se, esquece de cuidar dos nossos alunos.

Eu: Então, acho que seria bacana a gente pensar o que seria um educador matemático com qualidade.

(TP Encontro 1)

Um dos elementos presentes na fala de Gaby é a compreensão do que consiste um bom professor de matemática. Nesse sentido, a licencianda associa um bom professor àquele que sabe o conteúdo matemático, não necessariamente aquele que se preocupa com outros âmbitos de sua atuação docente.

Vejo esse um dos aspectos que estava vigente no formato anterior da Disciplina Conteúdo, Metodologia e Prática de Ensino da Matemática, como apresentado no primeiro capítulo. Focava-se nos conteúdos matemáticos antes de qualquer discussão, o que levava muitos licenciandos a saírem com a compreensão de falhos e incapazes, debate também empreendido no primeiro capítulo.

4.1.6.4 “Gosto, mas não tem sentido”

Ana também resolveu ler a sua história:

Figura 43 – Relação com a Matemática - Ana

Fonte: Caderno quadriculado de Ana

Eu: Que bom, acho que foi a única que escreveu que gosta de matemática.

Ana: Eu gosto mesmo.

Eu: Do que você mais gosta na matemática?

Ana: *Eu sempre gostei dos cálculos mesmo. Na escola, eu gostava de pensar enquanto eu fazia os negócios da matemática.*

Eu: *Como assim, pensava?*

Ana: *Eu pensava na vida... Era só tipo decorar o que fazer. Daí eu ficava fazendo os exercícios que o professor passava... Daí, ele ia lá e passava uns 10 pra fazer em uma aula... Ficava pensando nas coisas e fazia... Era desestressante.*

(...) **Eu:** *Mas pensar sobre a matemática?*

Ana: *Ah, professor! Não precisa muito, era só pegar e fazer... Bem assim.*

(TP Encontro 1)

Ana é a única licencianda que diz gostar de matemática. Tanto que tentou o vestibular para essa Licenciatura também. A matemática em sua vida tem um fim terapêutico, algo mecanizado que permite que ela abra a sua mente para os problemas do cotidiano. Um *hobby desestressante*. Em sua fala, nota-se que ela parte do seguinte pressuposto: aprende as regras, ou seja, siga o modelo; faça todos os exercícios pedidos; deixe o tempo passar.

4.1.6.5 Tentar, decorar e querer aprender

Três alunas resolveram comentar juntas as suas escritas. A primeira foi Cecília:

Figura 44 - Relação com a Matemática – Cecília

"Minha relação com a matemática" na época do ensino foi com bastante dificuldade. Desde as primeiras séries e até hoje. Quando não gostava, e a dificuldade. Meu pai sempre me ajudava com as deveres, sempre tive preferência de não de matemática, pois não tenho o que reclamar.

Sempre fiz aulas particulares de matemática para melhorar. Com a ajuda das pessoas conseguia ir bem nos exercícios, nos problemas, mas as vezes nunca conseguia realizar as tarefas.

Nos educação infantil até o ensino médio nunca mudou a minha relação com a matemática, sempre com as dificuldades e o "não gosto" só aumentando. É então parei de tentar, quero aprender a matemática. É uma vontade antiga que tenho que conviverei com ela no meu dia a dia.

Fonte: Caderno quadriculado de Cecília

(...) **Eu:** Verdade, Cecília? (referindo-se ao trecho parei de tentar). Desistiu da matemática?

Cecília: Ah! Professor. Não tem muito o que dizer. Escolhi pedagogia porque achei que não tinha matemática. Dá vergonha de dizer, mas é... Dá medo... Aceitei isso de não ser minha praia.

Eu: Vamos tentar mais uma vez? Quem sabe uma maticarte? (Risos)

Figura 45 - Imagem enviada por Cecília

Cecília: Ah, pro... Não consigo mesmo... Eu vou me empenhar. Eu prometo. Até já procurei professor particular.

Eu: Não precisa, Cecília. Vamos esperar e conversar. Pode ser? A gente se ajeita... tuuuuuuuudo dá certo.

Cecília: Pro, sou dazumanas. Super me identifico com aqueles memes tipo do Ajudar o Povo das humanas a fazer miçanga³⁴, conhece pro?

Fonte: Conversa por WhatsApp

Eu: Não, não.

³⁴ Página de humor do Facebook.

Cecília: Eles zoam e se aceitam sem saber matemática. Zoam a matemática.

Bianca: Pro, posso ler um trecho do meu?

Eu: Leia, Bianca.

Bianca:

Figura 46 - Trecho – Relação com a Matemática – Bianca

Fonte: Caderno quadriculado de Bianca

Eu: Por que esse trecho?

Bianca: Pra dizer pra você, Cecília: “miga, sua loca, só decora”. (Risos)... Não sofre. Tipo assim, professor de matemática começou a dar aula, você aprende do que ele gosta, faz tudo na sala daquele jeito. Tipo assim, tinha um professor meu que tinha um livro que ele passava os exercícios, eu vi qual livro era e arrumei um igual. Ele só dava os exercícios de revisão do livro para a prova. Era tipo, pedia pra alguém bom em matemática fazer e eu decorava. (...) Pena que contei isso pra você, pro...(Risos)... Só contei porque sei que vai ter vários trabalhos.

(...) **Joy:** Eu quero ler o meu agora, também.

Eu: Leia, Joy. Vocês que mandam aqui mesmo (Risos)

Joy: Eu escrevi assim, ó:

Figura 47 - Relação com a Matemática – Joy

Fonte: Caderno quadriculado de Joy

Eu: Bacana isso!

Joy: Eu quero aprender... Queria entrar nesse mundo, acho que eu seria mais feliz.

Eu: Mais feliz?

Joy: Feliz assim ó: a gente fica de fora. Queria poder tipo entender os números tudo que vem no jornal, nas revistas... Você lê e não entende as coisas... Daí você é enganado. A gente fica de fora.

Eu: Sabe... Tem hora que vejo esse estar de fora e penso que é tanta gente fora, que não dá pra saber quem tá fora e quem tá dentro... (Risos da sala)

(TP Encontro 1)

Cada uma das licenciandas lidou com a negação da pertença à matemática de um modo. Cecília sente uma mescla de derrota e apoia-se no humor para superar essa descrença em suas capacidades. Bianca encontrou táticas de sobrevivência, que não chamaria de burlar, uma vez que ela está plenamente enquadrada no sistema educacional. Joy ainda insiste em aprender, tem esse desejo, mesmo com todas as desmotivações.

Contudo, são tantas pessoas do *lado de fora* que, por um instante, me pareceu que estar fora fosse regra e estar dentro, algo incomum. Olhando para este momento, vejo que cedi ao discurso separatista e segregador para com a matemática. Uma lógica que prima por gênios, considerando-os padronizados e poucos. Sujeitos que estão do *lado de dentro*, enquanto não há mal algum no restante da humanidade em estar do *lado de fora*. Afinal, matemática é para poucos.

4.1.6.6 A sexta história... A minha

(...) **Ducarmo:** *Prô, e a sua história?!*

Sala em coro: *Aéeeee....* (Risos)

Bianca: *Tem que contar...*

Gaby Cinderela: *Tipo, a gente se expôs e você vai ser ileso... na-na-ni-na-não. Pode contar.*

Eu: *Eu conto* (Risos meus):

Era uma vez um menino no interior do Paraná, que nasceu na zona rural. Esse menino era eu (Risos meu). *Na primeira e segunda série, eu frequentei uma sala multisseriada. Aquela que tem várias séries na mesma sala e um professor só para turma. (...) Na primeira série, eu tinha uma professora muito ruim, Dona Célia (nome fictício para a escrita). Ela era bem brava. Não esqueço que no dia do carnaval, ela deu uma Carmem Miranda para gente pintar, o que, na época, era pra mim uma mulher com um monte de fruta na cabeça. Eu pintei a mulher toda de verde. Eu achei lindo* (Risos da sala). *Primeiro desenho que tinha pintado na vida.* (Risos meus, num tom de justificativa). *Ela sentou do meu lado pra tomar a leitura do alfabeto. Eu era muito ruim. Ela começou a gritar que eu era muito ruim. Eu não sabia o que fazer. Então, abri o meu desenho lindo da Carmem Miranda e mostrei pra ela. Ela me olhou, disse com todas as palavras: Que coisa horrível, seu... (omiti o termo). Amassou e jogou fora.*

Bianca: *Pro, sua mãe não fez nada?*

Eu: *Estávamos em outro momento e meus pais sempre foram do tipo... Professor tem sempre razão. (...) Mas continuemos...*

Eu sofri muito com aquilo. Já era uma criança bobinha, mais do que sou hoje (Risos meus). *Daí, terminei o ano e não aprendi a ler e escrever. Não queria ir mais pra escola. Então, no primeiro dia do segundo ano, eu não queria ir, mas minha mãe me obrigou. Lembro que Dona Célia não trabalhava mais ali. A prefeitura mudou ela de escola por problemas com uns pais. Então, veio um professor, professor Alessandro. Professor Alessandro era diferente. Ele elogiou o meu tênis novo e lembro que abri um sorriso. Foi uma relação de amor na hora.* (Risos). *Mas eu não sabia ler e escrever e eu queria que ele gostasse de mim, então decidi ser o melhor aluno de matemática que ele tinha. Foi para ler problemas que eu aprendi a ler. A matemática de certa forma me salvou.*

Ducarmo: *Ai, pro! Que lindo! Na realidade, quem te salvou foi o professor Alessandro. Que bonito, pro!*

Cecília: *Pro, você já encontrou com ele depois disso? Depois de adulto?*

Eu: *Encontrei sim! Eu tenho uma relação de gratidão muito grande com ele. Mas vou te contar a coisa mais engraçada que descobri... Professor Alessandro não gosta de matemática. Na realidade, ele disse para mim que odeia* (Risos da sala).

Cecília: *É, pro! Ele fez o seu papel. Bonito isso.* (TP Encontro 1)

Neste momento, me narrar trouxe lembranças bonitas. Acredito que os licenciandos e eu tivemos a impressão do quão é importante um professor na formação de uma criança. Mas, fico na dúvida, ainda, quem *salva* uma vida: o conhecimento matemático, ou professor?

4.1.7 Quem sabe possamos inventar outro espaço... Quem sabe o monstro não seja tão aterrorizante assim?!

Depois das conversas iniciais sobre as histórias de vida, começamos a pensar o monstro que constituímos para a matemática.

(...) **Eu:** *Então, a gente discutiu aqueles monstros da matemática em nossa vida. Agora nós vamos falar sobre esse monstro. (...) Quem gosta de filme de terror?*

Filósofo: *Deus me livre, tenho pânico!*

Marsha: *Eu gosto, sempre gostei. Tenho meu tom meio dark...* (Risos)

Borboleta Rosa: *Isso não quer dizer muita coisa, eu gosto também... E sou do rosa.*

(...) **Eu:** *Mas vamos assistir um trecho de um filme que eu adoro...* (Risos com tom maldoso)

Filósofo: *Uiiiiiii...*

(TP Encontro 1)

O trecho do filme se inicia.

Figura 48 - Cartaz do Filme *Invocação do Mal II*

Fonte: www.adorocinema.com

O trecho do filme que assistimos em sala era “Invocação do Mal II”. No trecho em questão, Lorraine Warren, interpretada por Vera Farmiga, depara com a presença de um fantasma corporificado na figura de uma freira demoníaca. Ele percorre, em forma de sombra, a parede da sala escura da casa de Lorraine, enquanto a mesma só observa, num tom de suspense, o caminho percorrido.

(...) **Borboleta Rosa:** *Eu amo esse filme. Adoooooro!*

Filósofo: *Se eu tiver um pesadelo com isso, você vai ser culpado, professor.*

Ducarmo: *O que isso tem a ver com a matemática, professor.*

Eu: *Calma, Ducarmo. Já que você descobre.*

(...) **Eu:** *Eu quero contar uma história para vocês sobre monstros. Um conto para ser mais exato.*

Abro minha apresentação de *slides* sobre o texto “Matemática, monstros, significados e educação matemática” (LINS, 2004).

Figura 49 - Apresentação em Power Point

Fonte: Elaboração própria.

(...) **Bianca:** *Pro, que história bacana. Não sabia que tinha gente que escrevia histórias sobre matemática.*

Brida: *Eu achei bem interessante. Fala da gente, né? Eu estou no jardim dos não-matemáticos. Nunca tinha pensado assim.*

(TP Encontro 1)

Embora nada me tire da cabeça que Rômulo Lins é um contador de histórias, no melhor sentido do termo, eu optei por não relatar a presença da área da Educação Matemática

para o grupo. Meu receio estava em imaginar a categorização prévia que pudessem fazer. Deixei que encontrassem Lins (2004) como representante do mundo ficcional da literatura do que o aproximassem do campo da matemática.

(...) **Eu:** Depois de ouvirmos essa história. Vamos tentar desenhar nosso monstro e pensar sobre ele.

(TP Encontro 1)

Os desenhos ficaram da seguinte forma:

4.1.7.1 O monstro vai à escola comigo.

De maneira semelhante à apresentação das histórias, só apresentou seu monstro aquele que quisesse o apresentar. Borboleta Rosa foi a primeira a se candidatar.

(...) **Eu:** Apresente o seu monstro (direcionado a Borboleta Rosa).

Borboleta Rosa: Esse é meu monstro (Ergue o caderno para mostrar a todos). Eu tenho medo dos números. De todos eles...Embora eu sempre os achei lindos... Sei lá... Super adorei poder desenhá-los.

Figura 50 - Monstro de Borboleta Rosa

Fonte: Caderno quadriculado – Borboleta Rosa

(...) **Helena:** Meu medo é das frações... (...) Toda vez que achava que tinha entendido, eu era derrotada.

Figura 51 - Monstro de Helena

Fonte: Caderno quadriculado – Helena

Norberto: (...) Meu medo é quando junta números e letras. Parece que eu vou, vou e vou, daí chega nas letras derruba tudo o que eu fiz.

Figura 52 - Monstro de Norberto

Fonte: Caderno quadriculado – Norberto

Os monstros de Borboleta Rosa, Helena e Norberto moram na escola. Lá eles os encontraram e os estão revisitando nessa Disciplina na graduação em Pedagogia. Esses monstros causam algumas sensações, já descritas por Lins (2004): mesmo não dando conta dos números, Borboleta Rosa é atraída por eles – “uma espécie de desejo” (sexta Tese de Lins); as frações, para Helena, “sempre escapam” (segunda Tese de Lins) e; o limite para Norberto é quando números se juntam às letras, “um policiamento de fronteiras” (quinta Tese de Lins).

4.1.7.2 O Espaço habitado pela matemática só existe na cabeça

(...) **Eu:** Seu monstro tem nome e está de ponta-cabeça?! Diferente, Júlia.

Julia: (...) O meu monstro tem tudo a ver com cabeça. Ele virou meu mundo de ponta cabeça. (...) Ele está na cabeça. (...)

Eu: Por que ele está na cabeça?

Julia: Porque o monstro vai e diz: ‘não use os dedos, use a cabeça’; ‘quem conta nos dedos não consegue abstrair’... E assim vai.

Figura 53 - Monstro de Julia

Fonte: Caderno quadriculado – Julia

(...) **Brida:** Eu também tenho meu negócio com os dedos (O monstro de Brida em sua fala diz: ‘Não pode usar os dedos’)... A cabeça serve pra pensar matemática e o corpo para agir (...). Cabeça pensa, corpo faz ação.

Figura 54 - Monstro de Brida

Fonte: Caderno quadriculado – Brida

Eu: *O que será que fazia para pensar matemática os povos primitivos? Já pensou?*

Brida e Julia me olham com um semblante de dúvida

(TP Encontro 1)

As falas de Brida e Julia remontam que o jardim matemático é o espaço da abstração, e que este estaria em nosso cérebro, na nossa cabeça. O corpo, por sua vez, atrapalha esse processo. Ele está para impossibilitar ou trapacear o verdadeiro pensamento matemático. No entanto, a indagação sobre a matemática realizada nos povos primitivos desestabiliza essa compreensão. Precisaremos propor outros caminhos...

4.1.7.3 Um monstro de sete cabeças pode não ser tão ruim assim, pode até ser fofinho

(...) **Joy:** *Eu fiz um bicho de sete cabeças... Tão romântico.*

Eu: *Romântico?*

Joy: *Um graçudinho de monstro... Vontade de morder (Risos)*

Figura 55 - Monstro de Joy

Fonte: Caderno quadriculado – Joy

(...) **Marsha:** *Eu também fiz um monstro de sete cabeças... Acho que se a gente chegar bem perto dele, a gente se apaixona. (...) Tudo tem seu lado bom e ruim, né?!*

Figura 56 - Monstro de Marsha

Fonte: Caderno quadriculado – Marsha

(...) **Bianca:** (...) *Ai professor, pensando bem que mal tem. Quem sabe a matemática não é um monstro tão assim... Tão, tão horrível. Se tem gente que gosta é porque tem coisa que vale a pena. Deve ter.*

Gaby Cinderela: *Acho que eles são até fofinhos. Tipos os minions do Meu Malvado Favorito (figura ao lado do desenho de Gaby Cinderela). Eu tentei desenhar eles... (...) A gente pode fazer isso da matemática, uma fofinha...*

Monstro da Matemática

4 9 5

0	1	2
3	4	5
6	7	8

x 1 6

8

3 10 2

131

Quem ama o feio, bonito lhe parece, dizia o ditado. Ou, como diria Lins (2004), em sua primeira Tese sobre o monstro da matemática, o corpo do monstro é um corpo cultural. Agora, Joy, Marsha, Bianca e Gaby Cinderela aproximam-se do monstro. Ele lhes começa a ser familiar. No convívio com o feio, as belezas podem aparecer. Isso ocorrerá em um estalar de dedos? Não. Mas precisa ocorrer a partir de certa abertura. Deixar-se entreter e admirar as peculiaridades do monstro, para ele *não ser tão horrível assim*, quem sabe *um graçudinho* ou *fofinho*.

4.1.7.4 Um futuro como educador matemático

(...) **Filósofo:** *Sabe professor. Isso tudo me faz pensar numa coisa. A gente tem que evitar o eterno retorno³⁵. Evitar fazer o mesmo que fizeram com a gente. (...) Por isso, eu desenhei um redemoinho... Sei lá... O vento vai e o vento volta. Parece que tudo se faz do mesmo jeito. Eu não quero fazer do mesmo jeito. Quero fazer diferente.*

Figura 59 - Monstro de Filósofo

Fonte: Caderno quadriculado – Filósofo

Olívia: *Acho mesmo que a gente pode tentar outra vez. Dar uma chance para o senhor (referindo-se a mim) (Risos). Uma chance pra gente gostar de matemática.*

³⁵ Filósofo se refere ao estudo de Nietzsche.

Figura 60 - Monstro de Olívia

Fonte: Caderno quadriculado – Olívia

(...) **Angelina:** Ai, professor... Eu pensei e pensei e não desenhei um monstro. (...) Desenhei eu e o que posso fazer com a matemática. (...) Acho que dá pra nós fazer a diferença. (...) Nós vamos fazer diferente.

Figura 61 - Monstro de Angelina

Fonte: Caderno quadriculado – Angelina

Filósofo, Olívia e Angelina conseguiram representar e descrever o nosso desejo de formação enquanto grupo: buscar evitar que nossas experiências ruins com a matemática voltem a se repetir pelas nossas mãos e que possamos dar uma chance para uma matemática que faça a diferença. Como faremos isso? Não são respostas claras. No entanto, um norte se produz.

4.1.7.5 De volta a Lins...

(...) **Eu:** *Pra finalizar... Vocês gostaram do conto?*

(...) **Marsha:** *Meu que assim... A moral da história é que a gente pode fazer diferente. Tipo quando você tem um sonho, lá na frente. Você acha que não dá, mas daí você percebe que dá sim... Você pode ser melhor. Daí você olha pra trás e acho tudo muito simples. Mas tem hora que tem que ter suor.*

Eu: *Mas sabe toda vez que eu vejo essa história, eu lembro que esse suor que você disse, pode ser aquele mesmo suor que a gente tem quando faz um esporte que gosta. Tipo aquela paixão nossa. Que faz a gente soar, mas faz a gente ser vida.*

Filósofo: *É estranho falar da matemática assim. Isso é outra coisa... Sei lá...*

(...) **Eu:** *Agora, vou contar pra vocês que esse texto não é um conto. Ou poderia ser (Risos). É um texto de um educador matemático. É um texto científico.*

Katyane: *Capaz, professor.*

Bianca: *Pro, mas tipo o que vocês estudam pra fazer isso?*

Eu: *O campo da Educação Matemática é muito vasto. Tem muitos trabalhos interessantes para pensar todas essas questões em sala e na vida da gente.*

Bianca: *Tipo, o professor tem esse texto para me emprestar, pra mim ler. Achei interessante.*

Eu: *Vou escanear e mandar para vocês. Quem tiver interesse de ler. Esse texto para mim é bem icônico sabe, sempre que leio tem algo para eu pensar.*

(...) **Eu:** *Seria bacana a gente começar nossos debates entendendo um pouco esse campo da Educação Matemática. Esse espaço de conflito, interesses e perspectivas...*

(TP Encontro 1)

O caminho que escolhi para mostrar para os licenciandos como se constitui o espaço da Educação Matemática é o mesmo que tenho comigo. Um espaço que fala da minha vida de docência, um espaço que, antes de ser Educação Matemática, é uma história, um conto.

Definimos, ainda, que antes de começar nosso próximo encontro, lembrando que cada encontro não caracteriza necessariamente o espaço de um dia juntos, faríamos nosso Espaço Amostral³⁶. Para compô-lo duas leituras deveriam ser feitas³⁷:

³⁶ Definimos espaço amostral, de forma consciente, como a organização de tudo o que debatemos num encontro com as leituras acadêmicas que fizemos sobre eles. Os textos foram mandados por e-mail, ao final do encontro.

³⁷ D'AMBRÓSIO, Ubiratan et al. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99-120, 2005; FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil p. 1-38. **Zetetiké**, v. 3, n. 1, 1995.

4.1.8 Espaço Amostral - Educação Matemática + Nós = Novo espaço

Além das discussões empreendidas em sala, os licenciandos tiveram a oportunidade de ler dois textos sobre o campo da Educação Matemática, que considerei pertinentes para o debate que estava sendo posto em ação até aquele momento. Frente a isso, no dia 22/08/2017, fizemos em sala, de forma coletiva na lousa, o nosso Espaço Amostral. Este procurou apresentar o espaço que queremos constituir a partir do encontro entre as experiências que vivemos em nossa vida, a escola que nós conhecemos, a escola que queremos e os nossos objetivos de vida e formação.

Eis como ficou:

Figura 61 - Monstro de Angelina

Fonte: Caderno quadriculado – Angelina

A primeira conclusão que evidenciamos inferiu que o ato de reavivar memórias, histórias de vida e relações/compreensões sobre o pensamento matemático potencializou as leituras dos artigos. *As leituras pareciam que falavam comigo* (Filósofo). Não podemos ter receio de olhar nossas dores do passado, *a gente precisa valorizar nossa vida como aprendizado* (Luíza). A segunda consideração que acreditamos pertinente para este momento foi a criação da nossa Educação Matemática, uma que condissesse com o *educador matemático* dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Nesse sentido, alguns campos dentro do nosso Espaço Amostral emergiram e se fizeram significativos no debate:

- *O medo do que pode ser a matemática em suas vidas de docência*

Duas opções foram levadas em consideração como modos de vida para com a Matemática e a docência:

- Seguir a lógica de *opressor-oprimido* (FREIRE, 1987), em que nos culparíamos por uma possível não capacidade de ingressar no jardim do matemático (LINS, 2004), acreditando que esse espaço é para poucos. Tal abordagem implicaria na reprodução na docência das práticas e discursos excludentes vivenciadas pelo grupo na Educação Básica;

- Mesmo com medo, caminhar em direção à subversão do discurso excludente, pautado na visão de matemática para poucos. Essa seria a nossa atitude de Insubordinação Docente (D'AMBRÓSIO; LOPES, 2015), construída pelo senso responsivo com os alunos que teremos, fomentada *por nossa vontade de fazer diferente* (Angelina).

Decidimos que a segunda opção é necessária, se desejarmos modificar a educação e transformarmos a escola num espaço melhor. Nesse ponto, levantou-se a importância da *nossa rede de amigos* para apoiarmos nessa jornada (Cecília). Ninguém pode, ou precisa, fazer essa mudança sozinho. *Temos uns aos outros* (Angelina).

- A Matemática com que trabalharemos

Optamos por ir ao encontro da *Matecarte*. Ana ficou surpresa que o seu protótipo da *Matecarte* como imaginara já existe, a Etnomatemática (D'AMBRÓSIO, 2005^a). *Aquelas coisas que você pensa, mas não consegue elaborar, que alguém vai lá e faz* (Ana). *Essa etnomatemática é uma matemática cultural* (Helena), ou seja, “[...] um estudo da evolução cultural da humanidade no seu sentido amplo, a partir da dinâmica cultural que se nota nas manifestações matemáticas” (D'AMBRÓSIO, 2005^a, p. 102). Acreditamos que isso *possa dar vida* à nossa docência (Filósofo).

“Outro ponto interessante dessa Educação Matemática é a questão de uma matemática para todos, que permite pensar o respeito de outras formas de pensar e que visa à paz”. (Filósofo citando D'AMBRÓSIO, 2005^a). Mas não uma *paz boboca* (Borboleta Rosa), uma paz que *não é igual cruzar os braços*, uma atitude que implica *ação e levantamento de bandeiras* da ética humana (Luiza).

- A qualidade de Ensino

Um ensino de qualidade é aquele que permite que a vida aconteça em sua plenitude e que tenha a aprendizagem como sinônimo dessa busca. Somente uma *matemática com vida e para a vida* é capaz de *dar sentido* ao que se aprende, como, também, *vontade de aprendê-lo* (filósofo). Para isso, essa escola precisa de um professor que pense nos seus alunos. *Não se é bom professor só porque sabe a matéria* (Norberto). Necessitamos ser um professor que assume “[...] atitudes de insubordinação criativa em prol daqueles que educam e do conhecimento que produzem e promovem” (D'AMBROSIO, LOPES, 2015, p. 10), enquanto forma de “apoiar, incentivar e criar oportunidades para que todas as crianças, jovens e adultos atinjam o seu potencial humano” (D'AMBROSIO, 2015, p.02).

Outros *atalhos* que tomamos para a docência *podem ser doloridos e prejudiciais para nós* (Borboleta rosa). Atalhos como *a teatralização do gostar da matemática* (Cecília) e o *conteúdo por si mesmo* (Gaby Cinderela), dissociado da sua produção e das possibilidades de intervenções no cotidiano, fazem uma *matemática de amargura que*

ninguém gosta, mas vê como necessária (Eu). *Depois não adianta olhar com um olhar irritado quando nossos alunos encaram a matemática com um humor sarcástico ou decorando exercícios* (Borboleta Rosa). Essas são atitudes de resistência ao processo de exclusão despendido por tais atalhos (KNIJNIK, 1996).

- Os usos dos materiais pedagógicos

Não é possível pensar uma escola sem intencionalidade ou, ainda, fruto de neutralidades política, cultural e social (SACRISTAN, 1999). Logo, *se precisamos ter essa ação intencional, ela necessita condizer com a matemática que queremos, essa matemática para vida* (Luiza). *Não dá para esquecer tudo que se vive fora da escola* (Cecília). Essa intencionalidade se traduz desde os conteúdos que ensinamos até os materiais pedagógicos que utilizamos.

Se estivermos em busca de uma matemática de ação, *precisamos deixar que os materiais pedagógicos sejam explorados e investigados* (Filósofo), *usados como modo de se relacionar com o mundo* (Angelina), *para pôr a mão na massa* (Ducarmo) e *não necessariamente grudados em tal conceito matemático* (Eu). Isso necessita de inventividade e criatividade docentes (D'AMBRÓSIO; LOPES, 2015).

- Conviver com o monstro

Em relação ao monstro, chegamos à conclusão de que é necessário conviver com ele, torná-lo familiar (LINS, 2004). O primeiro passo, acreditamos que já realizamos: *quebrar o paradigma do monstro que nos amedronta* (Filósofo), para que possamos produzir um *olhar de doçura* para com ele (Gaby Cinderela). *Se a beleza está nos olhos de quem vive e se permite a viver* (Filósofo), mesmo que isso represente *muito suor* (Ana), precisamos realizar esse empreendimento.

Desejamos, também, que essa matemática seja uma *matemática de corpo inteiro* (Eu). Algo que fuja de uma visão platônica de matemática (FIORENTINI, 1995), que se possam *usar os dedos* (Brida), *desenhos* (Julia), *o tato* (Joy), para produzir o que

pensamos. Queremos uma *matemática que aconteça com a gente, no aqui e agora* (Brida).

E toda vez que eu me desamparar?

E toda vez que eu me sentir desesperado com a matemática, vou lembrar as minhas histórias de infância (Cecília), vou pensar na escola que vive em contraposição com a escola que desejo, vou ter a esperança de realizar um espaço de vida melhor (FREIRE, 1987).

4.2 Encontro 2: o que é o Espaço

DEFINIÇÕES, CONCEITOS E CONVENÇÕES... REFLETIR SOBRE O PROCESSO DE COMPREENSÃO MATEMÁTICA... DELIMITAR ESPAÇO

Proposta: o ato de definir/formalizar e o de descrever.

Espaço: Espaço como conceito.

Pauta de trabalho:

a)Definir o espaço;

b) Analisar currículos;

4.2.1 Uma nova ação

Assim que finalizamos o Espaço Amostral apresentado anteriormente (Encontro 1), entramos na segunda ação. Pedi para que fizessem uma definição. A definição de Espaço.

(DB Encontro 2)

Eu: (...) Eu quero que vocês façam agora pra mim a definição de espaço. (...)

Depois de olhares sofredores e cerca de dez minutos, as reclamações iniciaram.

Gaby Cinderela: Ai pro... Muito difícil... Não dá pra fazer.

Eu: O que se passa, fia?

Gaby Cinderela: É muito difícil... Ter que dizer o que a coisa é... Tem muitos...

(...) As reclamações continuaram, até que Helena questiona:

Helena: *Tenso... Acho que isso não condiz com nossa proposta matemática...*

Eu: *Por quê?*

(...) **Helena:** *Parece que mata a nossa matemática... Sei lá*

Filósofo: *Ela é fria.*

Eu: *Mas a definição não é necessária?*

Filósofo: *Deve ser, professor. Mas tipo acho que é isso que estraga a matemática.*

(...) **Noah:** *Podemos fazer em casa?*

Eu: *Tudo bem, pode sim... (Risos)*

(TP Encontro 2)

A proposta de trabalho consistia em problematizar a lógica de ensino definição-modelo-reprodução de modelo, presentes em muitas das histórias de vida dos licenciandos da Pedagogia. Minha intenção era reproduzir essa lógica no campo de sala de aula, para podermos refletir sobre ela. Paralelo a isso, desejava também pensar junto com o grupo como se constituem as definições em matemática e o seu papel nesta ciência.

No início da proposta, o grupo já percebe as dificuldades de construir uma definição e, conseqüentemente, como será visto a seguir, conseguem percebendo que ela não é *fria* (Filósofo), mas o que fazemos com ela em sala nos leva a isso.

4.2.2 A dificuldade de definir

Na próxima semana de aula, voltamos as nossas discussões.

(...) **Eu:** (...) *Como foi fazer a atividade, gente?...*

Luiza: *Olha professor... Muito difícil... Tentei fazer sozinha como você pediu, mas não consegui... Tive que pesquisar... Desculpa.*

Eu: *Me diz, o que foi difícil?*

Luiza: *É que assim, a gente precisa pensar muito... (...) Tem que ter repertório... (...) Não sai do nada...*

Eu: *O que seria ter repertório?*

Luiza: *É que elas não nascem do nada... Acho que tem algo a ser feito antes... Sei lá...*

Eu: *As definições têm passado. (Risos)*

(TP Encontro 2)

Na tentativa de definir, Luiza começa a perceber que as definições são históricas, não somente enquanto produções de alguns humanos, mas como produção da humanidade. Isso

acarreta que existe um processo a ser realizado antes que elas se fechem e se tenha um alto grau de certeza³⁸.

(...) **Eu:** *Agora, eu tenho uma dúvida para vocês... Se as definições são históricas por um lado e elas sozinhas são frias... Como a gente usa em Educação Matemática?*

Borboleta Rosa: *Não usa... (Risos)... Ou usa com moderação...*

Luiza: *Coloca história nelas... Não dá pra não usar... Elas fazem parte da matemática... Tipo... Tenho que definir triângulo com os meus alunos...*

Borboleta Rosa: (...) *É, isso é mesmo.*

(...) **Ana:** *Pro, mas por que a gente tem que começar definindo sempre?*

Eu: *Quem disse isso?*

Os olhares de dúvida me atravessam nesse momento.

(TP Encontro 2)

Os licenciandos percebem a necessidade de inserção das definições no campo de ensino da matemática, porém, o debate agora está em como realizar isso. A primeira sugestão é historicizar as definições, essa seria uma abordagem condizente com as propostas metodológicas de História da Matemática para o Ensino (MIGUEL; MIORIM, 2005). Outra proposta que começa a surgir é iniciar o trabalho da docência por outros caminhos que não a definição, que são indícios de metodologias como a Resolução de Problemas (ONUCHIC; AVELLATO, 2004).

4.2.3 Padrões e modos de definir

(...) **Eu:** *Olívia me conte do seu.*

Olívia: *Eu fiz assim (Olívia faz a leitura).*

³⁸ Optou-se pelo termo certeza no lugar de verdade.

Figura 62 - Definição de Espaço – Olívia

Fonte: Caderno quadriculado de Olívia

Eu: (...) Por que fez assim?

Olívia: Porque achei que cabia tipo um dicionário... (...). É que tem padrão pra fazer... É um tipo de texto.

Eu: Como assim um tipo de texto?

Olívia: É que cada texto se escreve de um jeito... A gente aprendeu em Metodologia do Português isso... E esse é o jeito que se escreve definições.

Eu: E quem disse que se escreve assim? (Risos).

Olívia: Deus quis assim... (Risos)

Helena: É convenção... Tipo foi decidido que era assim...

Eu: Quem decide?

Filósofo: No caso da matemática, deve ser os matemáticos. Nem todo mundo pode falar. Tipo somente aqueles que são autorizados, já dizia Foucault³⁹.

(TP Encontro 2)

As discussões entram no âmbito das convenções matemáticas. Os licenciandos ressaltam que uma definição é uma convenção matemática. Isso exige certas formas de escritas que são validadas e pensadas no interior do campo dessa Disciplina. Como ressaltava Filósofo, a partir de Foucault (1986), essas são validadas por aqueles que são *autorizados a falar*, os próprios matemáticos.

³⁹ FOUCAULT, Michel. *A Arqueologia do saber*. Rio de Janeiro: Forense, 1986.

Nesse sentido, considerei pertinente contar ao grupo sobre a presença de Euclides na composição da matemática, apoiando-se nos textos de Mlodnow (2005), apresentei o seu papel de compilador do pensamento de um momento histórico. Junto a isso, apresentei a questão da *linguagem formalizada* (DAHLBERG, 1978) no campo da matemática como uma estrutura de trabalho, um modo de conversa no campo. Cerca de um mês depois, Helena me enviou a seguinte imagem:

Figura 63 - Euclides por Olívia

Fonte: WhatsApp

Os dizeres eram os seguintes:

Helena: *Pobre Euclides. Olha o que fizeram com ele...rsrsrs*

Eu: *o que?*

Helena: *A cara de sofrimento depois de tudo o que ele fez...rsrsrs*

Sequenciando o assunto, procurei relacionar as discussões com a Educação Matemática:

Eu: *E a relação disso tudo com Educação Matemática?*

(Silêncio momentâneo)

Helena: *Tipo assim... É uma língua, professor. (...) Essa língua tem que ser aprendida pelo aluno.*

Eu: Mas o que é uma língua?

Olivia: Língua é uma forma de expressar.

Eu: (...) Vamos pensar a relação língua, cultura e Educação Matemática...

Helena: Difícil, pro.

Filósofo: É assim... Língua é cultura, se matemática é língua é também cultura... Tipo a língua da matemática é uma convenção, mas também tá em movimento...

(...) **Gaby cinderela:** Professor, mas ouvindo vocês falarem, eu imaginei... A gente estudou que a criança adquire a linguagem, ela não sabe tudo, mas vai aprendendo... Isso na Educação Matemática é igual professor?

Eu: Eu sempre vejo assim, Gaby Cinderela, existem as convenções, o processo de produção dessas convenções e as convenções que utilizamos. Acho que o pior de tudo é a gente achar que as convenções é a própria matemática...

Filósofo: Isso professor (demonstrando com empolgação) ... Você disse o que eu queria... Parece que a gente coloca o negócio fechado no lugar do processo. O que a gente viveu foi isso... O professor sempre focava nessa convenção e esquecia da nossa matemática de vida.

Eu: Então, a gente tem que pensar se é possível produzir textos, escrever e se comunicar em matemática...

Helena: Se a gente conseguisse fazer isso, essa seria a nossa matemática.

(TP Encontro 2)

Ao longo das nossas discussões, pretendi criar com o grupo uma discussão sobre a relação língua, cultura e Educação Matemática. As inferências que adquirimos consistiram em que, embora as convenções matemáticas denotem estabilidade, elas são culturais e estão sempre em movimento.

O grupo também considerou que para a nossa proposta de matemática, precisamos ir a caminho de um movimento que leve para a expressão matemática, em que se produzam textos, se escreva e se comunique com ela. Essa seria a nossa matemática.

4.2.4 Múltiplas definições?

(...) **Ana Cristina:** Ai, professor, acho que fiz errado...

Eu: Por que diz isso?

Ana Cristina: Escrevi um monte de coisas sobre o espaço...

Eu: Leia, fia... (Risos)... Vamos ver...

Ana Cristina: (leitura da aluna)

Figura 64 - Definição de Espaço – Ana Cristina

Fonte: Caderno quadriculado de Ana Cristina

Eu: Por que achou que está errado?

Ana Cristina: Por que escrevi um monte de coisa... E definição é só um, né?

Eu: É, de certo modo a definição fecha numa única coisa... Mas tem outra coisa que podemos pensar que é o conceito...

Ana Cristina: (...) Tá, mas o que é de diferente?

Eu: Uma definição⁴⁰ é algo mais rígido... Agora o conceito é mais fluido... É difícil muitas vezes pensar numa definição para um determinado conceito... Mas, quando a gente sabe um conceito, a gente consegue fazer com ele coisas sem precisar necessariamente definir o que é... Até sabemos quando alguém usa errado..

(...) **Ana:** Então, a nossa matecarte, nossa matemática é dos conceitos e não das definições...

Eu: Acho que é? (Meio na dúvida)

Ana: É sim, professor... É tipo eu tô cuidando para que ela seja experimentada, tipo... Ela não me interessa muito no negócio final, mas no tipo de ações...

Angelina: É o negócio de processo e produto da professora Sueli⁴¹, dos tipos de conteúdos⁴²? (Olha para filósofo)

⁴⁰ LAUDARES, 2013

⁴¹ Professora de Planejamento Educacional.

Filósofo: *Acho que é assim*

(Olhando para mim, que não entendi a fala)

Filósofo: *É assim professor, a gente discutiu que mais importante que o produto é o processo no planejamento. Daí a gente pensa que é melhor pensar na matemática do que na definição.*

Eu: *Entendi (...). E o negócio dos conteúdos?*

Angelina: *Tem três conteúdos, professor. Tem os de procedimento, tem os de atitude e tem os de conceito. Tipo nossa matemática reúne os três se você pensar bem... Uma forma de vida.*

(TP Encontro 2)

No decorrer do debate, vem à tona que estamos pensando numa matemática que se produz por meio de conceitos e não de definições. Embora não descartássemos a necessidade da definição, passamos a estipular que nossa prática tivesse que “[...] partir da compreensão conceitual [para que] o estudante possa alcançar níveis satisfatórios de generalidades e abstração, e então formular a definição” (LAUDARES, 2013).

Associado a esse processo, os licenciandos associam os saberes discutidos na Disciplina de Didática, pautada nos estudos de Zabala (1998), em que, para compormos nossa matemática seria necessário pensá-la em dimensões conceituais, procedimentais e atitudinais. Somente assim, nossa matemática poderia ser considerada uma *forma de vida*.

4.2.5 Um conceito nunca está sozinho

(...) **Filósofo:** *posso falar o meu, professor.*

Eu: *fale.*

(Faz a leitura)

⁴² Conteúdos Conceituais, Procedimentais e Atitudinais (ZABALA, 1998).

Figura 65 - Definição de Espaço – Filósofo

Fonte: Caderno quadriculado de Filósofo

Filósofo: eu escrevi isso.

(Momento de silêncio)

Filósofo: Então, eu pensei, pensei e pensei... Acho que a gente não podia falar do espaço sem relacionar com outras coisas, como o tempo. Já o que a gente tava falando de coisas que tem conceito... Na realidade, eu acho que o espaço é onde as coisas acontecem... Até mesmo os conceitos.

Eu: Ok...

Filósofo: Só ok, não vai perguntar nada? (Risos)

Eu: Calma, eu tô pensando... (Risos)... Tá... Se o espaço é onde as coisas acontecem, quer dizer que ele não muda?

Filósofo: Eu preciso pensar agora... (Risos)... Tenho uma boa... O espaço não muda, quem muda é a realidade.

Norberto: Acho essa conversa infundada... Desnecessária?

Filósofo: What?

Norberto: Ué, não interessa quem veio primeiro, o ovo ou a galinha. Sabe o que interessa é que tipo uma coisa interfere na outra... Se um muda o outro muda.

Ducarmo: A gente é como as pessoas são pra gente... E... (Intervenção de filósofo)

Filósofo: Ai Ducarmo, isso não tem nada a ver com nada... Se você não tem... (Decido intervir)

Eu: Acho que precisamos ouvir a Ducarmo, deixe ela dizer.

Ducarmo: É assim... A gente é como as pessoas agem com a gente. O espaço deve ser assim também. Se a realidade muda, o espaço também muda.

Eu: bem interessante essa ideia.

(...) **Norberto:** Pra mim, o espaço ele é usado em tudo...

Eu: como assim?

Norberto: Em tudo... Ele é uma coisa grande... Tem a ver com a nossa vida interna, com as galáxias, com o dia-a-dia... É meio que tudo mesmo. (Leitura do seu conceito de espaço)

Figura 66 - Definição de Espaço – Norberto

Fonte: Caderno quadriculado de Norberto

Cecília: Sabe o que eu tava pensando, professor?!

Eu: o que?

Cecília: Essa relação de definição e conceito... (...) O conceito não vem sozinho. Você viu que a gente falou de TV, de realidade, de texto,... (...) Definição é um e conceito é maior.

Bianca: Eu também pensei nisso... Até lendo o que eu peguei da internet (Risos). Desculpa, pro. Eu vi que tem tipo matéria, extensão. Coisas que também não sei definir... (Risos). Mas vai juntando coisas.

Eu: Leia, então, o que escreveu:

Bianca: (leitura da aluna)

Figura 67 - Definição de Espaço – Bianca

Fonte: Caderno quadriculado de Bianca

(...) **Eu:** Vamos fazer um Espaço Amostral pra espaço, então? Aí a gente vê como isso fica...

(TP Encontro 2)

O grupo decidiu que junto ao conceito de espaço, outras questões estariam adjacentes:

Figura 68 - Espaço Amostral de Espaço

Fonte: Reprodução do Espaço produzido em Sala

Os principais temas relacionados ao conceito de espaço foram Realidade, Conhecimento e Vida. A Realidade foi escolhida por que o grupo considera que ela *precisa do espaço para acontecer* (Filósofo), mas que essa realidade muda. Hoje vivemos num mundo da cibercultura⁴³, em que existe *um mundo todo dentro do computador* (Norberto), capaz de encurtar o espaço entre todos e transformando o espaço privado como algo *praticamente impossível de viver* (Marsha).

Já o Conhecimento também é transformado pelo espaço. *No espaço de casa, no cotidiano, ele é um. No espaço da escola, ele é outro*⁴⁴ (Joy). O espaço configura o tipo de conhecimento. Infelizmente, *tem me parecido que o conhecimento não consegue modificar o espaço* (Marsha). Nesse momento, discutimos as questões relativas a Paulo Freire,

⁴³ Cibercultura consiste no “[...] conjunto de técnicas (materiais e intelectuais), de práticas, de atitudes, de modos de pensamento e de valores que se desenvolvem juntamente com o crescimento do ciberespaço”. Sendo o ciberespaço, “[...] o novo meio de comunicação que surge da interconexão mundial dos computadores” (LÉVY, 1999, p. 17).

⁴⁴ Discussão semelhante pode ser encontrada em Carraher; Schliemann; Carraher, 1993.

principalmente seu conceito de Educação Bancária⁴⁵ (FREIRE, 1991). *Olhando pra esse conceito de Paulo Freire, a gente pode pensar que [a escola] continua dizendo que um espaço é pobre, o outro é rico* (Joy), um detém conhecimento, e o outro não.

Discutimos, ainda, a segmentação do conceito de espaço dentro da escola. *O espaço é dividido nas matérias, tem ele na geografia, na arte,...* (Brida), *na geometria* (Eu). Aproveitei este momento, para apresentar que a construção Disciplinar é, ela mesma, uma produção histórica, que intentava dividir a realidade em fatias para melhor apreendê-la⁴⁶.

O último elemento considerado essencial pelo grupo é a Vida. *É vida é o espaço que a gente se produz* (Noah/Filósofo). Ao longo do tempo, nós construímos nosso espaço de viver. Ele é nossa extensão. *Somente uma boa relação entre humanidade e natureza é que faria este espaço bacana para todos nós* (Noah).

(...) **Eu:** *E a pergunta que não quer calar, o que isso tem a ver com Educação Matemática*⁴⁷?

(...) **Brida:** *Pro, tem assim... Se a gente não faz uma matemática diferente do que a gente viveu. A gente mantém tudo igual.*

Noah: *Não dá pra pensar Educação Matemática separada da nossa vida...*

Brida: *Tudo separadinho em matérias...*

Eu: *Ah, é. Por que?*

(Momento de silêncio)

Joy: *Porque as coisas não são separadinhas, as coisas são grudadas... (...) As coisas são tudo junto e misturado...*

Filósofo: *Os conceitos são interligados, a realidade é uma só... Não várias...*

(TP Encontro 2)

⁴⁵ Conforme Freire (1991), Educação Bancária é o modelo de educação que se reduz ao depósito de conhecimento, por parte do professor, para o aluno. Isso é pautado na memorização em detrimento dos pensamentos crítico e problematizador.

⁴⁶ FAZENDA, 2010.

⁴⁷ Essa resposta pode ser encontrada em Ubiratan (2005a, 106): “Muitos continuaram intrigados: “Mas como relacionar trinômio de 2º grau com Paz?”. É provável que esses mesmos indivíduos tenham o hábito de ensinar trinômio de 2º grau dando como exemplo a trajetória de um projétil de canhão. Mas estou quase certo que não dizem, nem sequer sugerem, que aquele belíssimo instrumental matemático, que é o trinômio de 2º grau, é o que dá a certos indivíduos — artilheiros profissionais, que foram, provavelmente, os melhores alunos de matemática da sua turma — a capacidade de dispararem uma bomba mortífera de um canhão para atingir uma população de seres humanos, de carne e osso, de emoções e desejos, e matá-los, destruir suas casas e templos, destruindo árvores e animais que estejam por perto, poluindo lagoas ou rios próximos. E ao voltar da missão, receber com tranquilidade elogios e condecorações. A mensagem implícita acaba sendo: aprenda bem o trinômio do 2º grau e você terá a oportunidade de fazer tudo isso, pois somente quem for bem em Matemática terá suficiente base teórica para apontar canhões sobre populações”.

4.2.6 Conceito e a ação

(...) **Eu:** *Vamos continuar nossas discussões sobre as definições!*

Borboleta Rosa: *Mas já não acabamos?...*

Eu: *Vamos ver se tem mais algo que a gente possa usar pra Educação Matemática (...)*

(...) **Angelina:** *Eu escrevi bem assim, professor.*

(Leitura da Aluna)

Figura 69 - Definição de Espaço – Angelina

Fonte: Caderno quadriculado de Angelina

Angelina: *Eu escrevi isso, porque de tudo o que eu li, eu achei esse o que mais tem a ver com o que eu penso.*

Eu: *Como assim?*

Angelina: *De primeiro, eu imaginei o espaço do meu quarto. Eu faço as coisas lá dentro. E, então eu li esse daqui (aponta para o caderno quadriculado), daí eu pensei que era esse que valia mesmo. É o que dá pra mim ver que o espaço tem a atividade da pessoa. (...) Dá pra medir, por exemplo.*

(...) **Borboleta Rosa:** *O meu eu coloquei que esse espaço tem características. Tipo... (A licencianda realiza a leitura)*

Figura 70 - Definição de Espaço – Borboleta Rosa

Fonte: Caderno quadriculado de Borboleta Rosa

Eu: O espaço tem volume?

Borboleta Rosa: Não sei se tem... É que tipo pra mexer com ele a gente precisa medir, que nem a Angelina disse.

Ducarmo: Parece que ele existe só se a gente mexer com ele.

Eu: Isso seria possível pensar para outros conceitos que nós ensinamos na escola?

Ducarmo: (...) Acredito que sim, pro. A escola parece que não liga pra fazer, mas eu acho que a gente precisa mexer com os conceitos pra gente conhecer eles.

Eu: Pensando nisso, eu concordo, Ducarmo.

Borboleta Rosa: Mesmo que o negócio já esteja meio pronto, é bom a gente experimentar. (...) Quem sabe a gente até não faz uma ligação nova? Imagina, professor, a gente matemático!

(TP Encontro 2)

Nosso grupo passa a entender que a compreensão de um conceito é uma questão de ação. Ou seja, conseguimos operar com o conceito, fazer dele algo passível de uso na nossa atuação humana. Um ato de *experimentar* que, para o grupo, chega ao ponto de nos vermos como *matemáticos*. Algo que passaria por pontos como os delimitados por Carvalho (2007, p. 01):

- (i) Delimitar claramente onde o conceito se aplica, assinalando também onde ele não se aplica;
- (ii) Relacionar o conceito com outros conceitos estendendo-o a situações mais amplas.
- (iii) Exibir variados exemplos e contra-exemplos onde o conceito respectivamente se aplica ou não.
- (iv) Aplicar o conceito a outras situações, resolvendo novos problemas e consequentemente gerando novos conceitos (CARVALHO, s/ano, p. 1)

Nesse sentido, Ducarmo expressa a visão de que escola tem esquecido o *mexer* com os conceitos. Talvez, a polidez com que os conceitos no interior da escola têm sido tratados ou a

visão de que ali se encontra o fim de um pensamento, tenha gerado uma estrutura em que a ação do sujeito é inibida, em detrimento do decorar. Talvez a ilusão de que a matemática seja um ato de pura abstração tenha atingido tal nível que, além de retirar a presença do corpo da jogada, fez com que a própria atividade matemática fosse minguada.

4.2.7 Sempre é bom ter alguém para ajudar a pensar

(...) **Samanta Noway**: *Pro, o meu tem tudo a ver com o que vocês falaram.*

(Leitura da Licencianda):

Figura 71 - Definição de Espaço – Samanta Noway

Fonte: Caderno quadriculado de Samanta Noway

Eu: Legal, você pediu para os aluninhos da escola?

Samanta Noway: Precisa ver a felicidade deles quando eu disse que eles iam me ajudar a fazer o trabalho da faculdade.

Eu: O que eles disseram?

Samanta Noway: Que a gente é tudo bobo. Que é um trabalho muito fácil. (Risos)

Eu: Como foi fazer com eles?

Samanta Noway: Tão bonitinho eles discutindo. Daí eu disse que era o trabalho de matemática e eles falaram que matemática só faz sozinho. Isso não é matemática.

Eu: Ah é?

Samanta Noway: É que a professora deles diz sempre assim 'na hora da matemática tem que fazer silêncio, não pode conversar com ninguém', diz que 'precisa ter concentração, porque matemática só se faz sozinho'.

Eu: E você o que acha?

Samanta Noway: Acho que não.

Eu: E como faz então?

Samanta Noway: Não faz pergunta difícil, profe. (Risos)

Katyane: Faz conversando, ué! Como nós fizemos aqui. Como você (referindo-se a Samanta Noway) fez com as crianças.

Eu: Eu também penso assim. Uma matemática de ação precisa ter isso do diálogo. Ouvir, chegar num acordo. Não concordar com a resolução de uma situação. Tem que ser de onde se vive, discutir as coisas, resolver os problemas do grupo. Mas não dá pra fazer isso sozinho. Quem resolve sozinho está mais pra ditador. (Risos)

Samanta Noway: E a exatidão fica onde?

Eu: Eu sempre pensei assim, tem essa ideia da matemática exata, mas também tem a questão de como usar essa matemática exata. Tem a questão do que é justo, do que é certo, do respeito e do pensar no outro. É os problemas do dia-a-dia que faz a gente pensar nisso e pensar como a matemática serve pra ajudar a gente nisso.

(Entra-se numa discussão sobre problemas cotidianos da escola)

(...) **Noah:** Pro, eu estava quase rasgando a folha e fazendo outra definição... Nada do que vocês falavam se encaixava no que eu queria... Então, acho que essa é a brecha.

(Leitura da Licencianda):

Figura 72 - Definição de Espaço – Noah

Fonte: Caderno quadriculado de Noah

Eu: Por que essa foi a brecha?

Noah: Porque eu escrevi do que vivo. Pensei na minha vida. No que eu estou vivendo de Educação Infantil. (...) A gente pensa cada cantinho com amor, cada espacinho pra criança. E aí a gente deixa ela experimentar. (...) Tô nessa dos cantinhos agora.

(...) Eu: Se você (Noah) tivesse que pensar isso pra Educação Matemática, o que diria?

Noah: Sei lá, pro. Eu vejo quanto que o que a gente vive é importante pra nós. E a escola não fala disso. Acho que talvez os conceitos deveriam ser por aí. A gente tem que viver as coisas, os conceitos precisam ter essa relação com a nossa vida. (...) Daí, eu tô ensinando adição e o menino vive na pobreza, e vê as coisas só adicionando na vida dos outros e na dele nada?! E a gente nunca fala disso? Tenso né!

(TP Encontro 2)

Neste momento, as discussões empreendidas estiveram relacionadas com a individualidade no ato de aprender e o papel social da matemática ensinada na escola. O diálogo no processo de decisão de resolução das problemáticas foi posto em ação como elemento essencial na prática matemática. Levando em consideração, ainda, que tais práticas são válidas quando nos possibilitam discutir a realidade vivida por nossos alunos, bem como reflexões sobre a mesma.

4.2.8 Das leituras para um Espaço Amostral

Definimos que antes de começar nosso próximo encontro, faríamos nosso Espaço Amostral. Para compô-lo, duas leituras deveriam ser feitas⁴⁸ problematizando os documentos a partir daquilo que desenvolvemos em sala com as definições referente ao espaço. O texto servia de partida para o nosso Espaço amostral.

4.2.9 Da construção do Espaço Amostral

A aula mal se inicia no dia 29/08, e já ouço a primeira fala:

Noah: Odiei os documentos.

⁴⁸ - BRASIL. Ministério de Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais: Anos Iniciais do Ensino Fundamental – Matemática**. Brasília, MEC/SEMTEC, 1998.

Com a leitura entre as páginas 51 e 61, nas quais são discutidas as questões: seleção; blocos e organização; e avaliação de conteúdos de matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum: documento preliminar**. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília, 2015. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>.

Com a leitura entre as páginas 263 e 273, nas quais são discutidas competências específicas da matemática para o Ensino Fundamental.

Eu: Ai, meu Deus, por que assim... De cara já?

Noah: Quando eu li o PCN, eu até gostei. Agora, a Base...

Eu: O que tem ela?

Noah: Professor, ela tem até um discurso interessante no início, naquela parte da teoria. Depois ela acaba com tudo. Quebra nossas pernas... (...) Quando eu vou conseguir propor uma matemática para pensar com aquilo tudo pra fazer com as crianças? (Referindo-se aos objetos de conhecimento da BNCC).

(...) **Bianca:** A gente estava discutindo isso mesmo aqui, profe. O bacana assim, os dois têm aquilo do cidadão, de formar um cidadão. Mas daí chega na hora H, a base taca mil conteúdos. Tipo... vira aquele professor que termina a apostila⁴⁹.

(...) **Olivia:** Ah, mas tem outra coisa também. Na base, eu achei bacana um negócio que achei dos temas integradores⁵⁰. O que o PCN não tem.

Eu: Na realidade, os PCN falam de temas transversais.

Filósofo: Isso é bem ridículo, nas duas, professor.

Eu: O que?

Filósofo: Estes temas. Aff... (...) É pra inglês ver. Se fosse pra ser de verdade tava junto. Não separado. Tipo é pra cuidar do conteúdo. Se fosse pra fazer de verdade, tava junto. O lugar que tá no documento também não diz muito, professor?!

Eu: Sim. Essas coisas são pensadas.

(...) **Filósofo:** Daí, eles propõe isso de cidadão, mas não dá espaço pra isso. Inglês ver total... (...)

(...) **Eu:** O que acharam dos blocos?

Norberto: Até nisso, os PCN é mais bonitinho. (...) Olha o nome 'Espaço e Forma' (referindo-se ao PCN). Olha o nome 'Geometria' (referindo-se a BNCC). (...) Imagine quanta coisa de legal, de diferente, entra em espaço e forma. E, geometria, só aquela matemática do 'o quadrado da hipotenusa é a soma dos lados'⁵¹. Perde a graça.

Eu: Graça?

Norberto: Graça de fazer diferente, sor.

(...) **Eu:** E agora José⁵²? Vocês vão virar professores com esse currículo...

Cecília: Professor, me diga, a gente é obrigado a seguir o PCN ou base?

Eu: A partir da aprovação, os currículos dos lugares tem que ser condizente com a base.

Cecília: Outra pergunta, o que você acha?

Eu: Eu?

Cecília: Sim, você.

Eu: Oh pai... (momento de silêncio meu)

Cecília: Pro, qual é nossa obrigação como educador de matemática?

⁴⁹ Retomando questões anteriores presentes no Encontro 1.

⁵⁰ BRASIL, 2015.

⁵¹ Transcrição da fala do aluno.

⁵² Frase pautada no poema "José", de Carlos Drummond de Andrade.

Eu: Oferecer uma educação de qualidade.

Cecília: Ou seja, a qualidade que você falou antes⁵³.

(...) **Brida:** A gente segue o que achar importante... Deixa que o principal é a formação do cidadão... A gente não vai estar desrespeitando o que se tá escrito. Tá lá né... A formação do cidadão. Matemática tem que ser pra isso.

(TP Encontro 2)

O grupo de licenciandos considerou a proposta de ambos currículos contraditórias – PCN e BNCC ao acreditarem que eles impossibilitam o espaço para a formação do cidadão, nos dizeres empregados em suas propostas filosóficas. Questionam, ainda, a presença a parte de temas integradores (BNCC) e temas transversais (PCN) como se *fossem coisas pra fazer se der tempo* (Norberto), não prioridades do ato educativo.

De certo modo, eu me omiti quando desejaram a minha presença, meu juízo de valor aos documentos. No momento do ocorrido, o identifiquei como o ato de um pesquisador que se afasta do sujeito de pesquisa. Atualmente, estou inclinado a considerar esta atitude, um ato de covardia, afinal, também sou membro do grupo. Acreditei que, enquanto professor, não pudesse manifestar opiniões, mas não acredito mais nisso⁵⁴. Penso ser necessário ter como norte a ética, mesmo que ela contradiga outros.

Consigo ver no grupo, por outro lado, indícios de uma insubordinação docente (LOPES; D'AMBRÓSIO, 2015). Eles querem pensar na educação de qualidade. Essa é a prioridade. Quanto à proposta curricular, eles querem pensar em como propor ações consonantes a elas, mas que permitam realizar a educação matemática que acreditam ser capaz de atender a educação de qualidade.

Frente a isso tudo, decidimos fechar o nosso Espaço Amostral, que ficou com a seguinte configuração:

⁵³ A qualidade educacional descrita por mim para os licenciandos pautou-se no objetivo da educação, elaborada por Beatriz D'Ambrósio (2015, p. 2), “[...] o de apoiar, incentivar e criar oportunidades para que todas as crianças, jovens e adultos atinjam o seu potencial humano”.

⁵⁴ “Posso não aceitar a concepção pedagógica deste ou daquela autora, e devo inclusive expor aos alunos as razões por que me oponho a ela, mas o que não posso, na minha crítica, é mentir” (FREIRE, 2004, p. 18).

Figura 73 - Espaço Amostral – Conceito

Fonte: Produção coletiva

Na nossa análise em relação ao trabalho como educadores matemáticos, quatro pontos foram de destaque:

- a) *Definição*. As definições são *construções históricas* (Luiza/Eu), representadas por uma linguagem formalizada (DAHLBERG, 1978). A partir delas, enquanto *convenções* (Helena), é possível que exista a *comunicação* da matemática acadêmica (Filósofo). Já nosso papel, na condição de educadores matemáticos, consiste em *as historicizar* (Luiza) ou *não as tornar como ponto de partida da atuação docente* (Ana/Eu).
- b) *A Qualidade do Ensino*. Um ensino de qualidade deve ser o foco da ação docente, cabe-nos pensar o que consideramos um ensino de qualidade. Em resposta à indagação dos alunos sobre o tema, minha designação compreendeu o apoio e incentivo ao potencial humano (D'AMBRÓSIO, 2015), o que levou os alunos a associarem tal encaminhamento a uma *educação para a paz* (Norberto), apoiados na leitura que realizaram de D'Ambrósio (2005a), para a constituição de um sujeito de *felicidade e ética* (Noah);
- c) *O Currículo*. Ao analisarmos os currículos vigentes, Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) e Base Nacional Curricular Comum – documento preliminar (BRASIL,

2015), as indicações que seguiram evidenciaram a presença da *formação do cidadão* nos documentos (Bianca). Entenderam, ainda, que tal princípio é pouco relevante nas propostas de ação (Olívia), uma vez que o grupo acredita que a separação dos Temas Transversais (BRASIL, 1998) e Temas Integradores (BRASIL, 2015) do próprio campo das Disciplinas ressalta a pouca ênfase para a realização de ações mais humanizantes. Algo que, com o excesso de conteúdo de trabalho, provavelmente seria negligenciado (Filósofo). Além disso, o grupo considerou que o caminho de utilização de um currículo para uma educação de qualidade é o diálogo (*diálogo com os sujeitos* (Noah), *diálogo com os problemas da realidade local* (Norberto), *diálogos entre docentes* (Noah));

d) *Conceitos*. Outro ponto bastante debatido ressaltou as relações empreendidas em torno dos conceitos matemáticos em Educação Matemática. Conforme o grupo, esses exigem dos envolvidos uma atitude de *problematização da realidade* (Norberto), que é feita pelo *diálogo, experimentação, ação e movimento*. Sua possibilidade de construção acontece *na relação com outros conceitos* (Cecília), no interior de *espaços culturais* (Noah) e com a *participação do outro* (Samanta Noway) como alguém que debate e deseja chegar a consensos referentes a ele. O grupo ainda ressaltou que esse processo gera vida ao ensino da matemática, uma vida que sempre está em transformação em prol da qualidade de ensino.

4.3 Encontro 3: Produção de Problemas sobre o Espaço

INVENTAR PROBLEMAS... REFLETIR SOBRE A NOSSA RELAÇÃO COM A REALIDADE... RELACIONAR-SE COM ESPAÇO

Proposta: A ação de Problematizar o mundo e Inferir sobre situações.

Espaço: Problematizar o espaço.

Pauta de trabalho:

- a) Produzir problemas sobre o espaço;*
- b) Discutir a metodologia de Resolução de Problemas;*

Logo após o Espaço Amostral sobre conceitos, ingressamos na busca de mais um encontro, com a ideia de problematizar a realidade. Neste momento, a ação pautou-se em produzir um problema que referisse ao Espaço.

Para a atividade, os licenciandos foram ‘liberados’ uma hora da aula. Ao longo deste tempo, eles precisavam se deslocar para o espaço que desejassem da faculdade e ali produzirem o seu problema. A intenção desta liberdade discutia, mesmo que minimamente, o espaço da sala da aula como único local de produção de conhecimento.

(DB Encontro 3)

(...) Eu: Essa é a atividade de vocês, ok?

Norberto: Mas como assim problema? Problema matemático?

Olívia: Se a gente está na aula de matemática, tem que ser, né?

Eu: Existe outro tipo de problema?

(...) Norberto: Meus problemas financeiros... (Risos)... Espera, isso não foi um bom exemplo... Meus problemas afetivos... Esses não são matemáticos.

Gaby Cinderela: Só se você quiser dividir números de namoradas pra cada dia da semana... (Risos).

Norberto: Não tá assim, não. Sou menino de família.

Eu: Sei, sei... (Risos). Mas me diga senhor menino de família se eu tivesse que fazer uma linha entre os problemas matemáticos e outros problemas... Como eu saberia o que vem pra lá e o que vem pra cá?

Norberto: Pelos números, uai...

Luíza: Se resolve com número é da matemática.

Eu: E lógica? Geometria?

Luíza: Se resolve com números, com lógica e geometria, uai... (Risos)

Eu: Tá, mas se eu tivesse que definir um problema de matemática, como faria?

Norberto: Definir ou conceituar... (Risos)... (...). Problema de matemática usa conceito de matemática.

Helena: Tem matemática é problema de matemática.

Eu: Mas quando eu decido quando uso matemática ou não?

Norberto: Tipo o tratamento que você quer dar. Posso resolver minhas contas (Referência aos problemas financeiros) calculando ou simplesmente negando a sua existência. O problema é o mesmo, mas um tem matemática e o outro não. (Risos)

Eu: Concordam?

Luíza: Sim, tipo... Problema é problema... Como eu resolvo que diz que é matemática ou não.

Filósofo: Mas tem também [o seguinte] que se uso matemática, as respostas podem ser mais úteis. (...) A gente pode usar a calculadora.

(TP Encontro 3)

Se formos partir da definição que Dante (1988) propõe para problema matemático, como qualquer situação que exija uma maneira matemática de pensar e conhecimento matemático para solucioná-lo, nota-se que o grupo compreende tal acepção. Entretanto,

aponta-se outro elemento: a escolha por usar ou não uma resposta matemática para tomar decisões sobre determinado problema é uma escolha do sujeito que o resolve.

Acredito que, enquanto docentes, nossas exigências exacerbadas que matemática é feita somente com lápis e papel tem contribuído para reforçar o pouco uso dos conteúdos da matemática ensinados na escola para a resolução de problemas cotidianos. Afinal, muito do que ensinamos é feito por máquinas. Talvez, o ponto chave seja o foco nas estratégias e habilidades para resolver problemas (POZO; ECHEVÉRRIA, 1998) ou, ainda, na potencialidade matemática para enfrentamento do mundo.

4.3.1 O Ato de Criar problemas

No retorno para a sala de aula, Julia é a primeira a dizer...

(...) **Julia:** *Pro, não consegui fazer. (...) Eu sentei lá no meio⁵⁵ e fiquei olhando as coisas que tem lá. As mesas... As cadeiras... Daí, eu desenhei. Só isso que consegui fazer.*

Figura 74 - Invenção de Problema – Julia

Fonte: Caderno quadriculado – Julia

Eu: (...) *Me diz como foi o processo?*

Julia: *Não tem o que dizer pra você, pro. Eu pensei 'vou começar pelo desenho'. Ele vai me fazer pensar... Mas não saiu...*

⁵⁵ 'Meião' é como alguns alunos denominam o centro de convivência da faculdade.

(...) **Eu:** *Ta, não se preocupe, tudo bem. (...) Como a gente começa a fazer um problema?*

Filósofo: *Os problemas já existem. A gente tem que catá-los...*

Julia: *Uiiiiiii... Como assim?*

Filósofo: *Tipo... Tem os problemas... Eles existem na humanidade... Tem uns que dá pra resolver pela matemática.*

Eu: *E o que a gente fez aqui? (Referindo-se a atividade)*

Filósofo: *A gente criou uma invenção da realidade... Tipo um pedacinho que a gente tira e desmembra e cria em cima.*

Eu: *Pra que serve esse pedaço então?*

(...) **Julia:** *Eu acho que mesmo que seja inventada, ele precisa pensar uma coisa maior... Uma coisa dessa realidade.*

(TP Encontro 3)

A relação realidade-problematização-invenção fora ressaltada pelo grupo. As inferências obtidas consistem em pensar que existem os problemas reais, que podem ou não ser matemáticos. Contudo, para eles, a atividade pedida por mim consiste numa invenção dessa realidade. *Um pedacinho que a gente tira e desmembra e cria em cima.* De certo modo, concordo com tal compreensão, a análise de um problema se constitui como um recorte da realidade. Mas é percebido, ainda, que mesmo inventados, os problemas partem da realidade vivida, ou pelo menos deveriam partir, o que potencializa ao professor que com eles trabalha, o debate sobre a realidade. Uma realidade vivida que pode ser *locus* de intervenção perante modos matemáticos de atuação.

Esse debate envolve questões éticas no processo de tomada de decisão, como propõe o grupo:

(...) **Eu:** *E se a gente fosse virar os desenhos em um problema?*

Luíza: *Põe número aí... E uma pergunta...*

Eu: *Todo problema tem pergunta?*

Luíza: *Tem sim...*

Eu: *Por quê?*

Luíza: *Ué, é um problema... Problema tem pergunta... (Risos)...*

Eu: *Só isso?*

DuCarro: *Tipo assim professor a gente tem pergunta porque a gente precisa tomar um caminho no problema... Não dá pra ficar a parte...*

Eu: *É... Isso é a decisão...*

DuCarro: *Problema sempre gera uma transformação... Seguir por ali... Seguir por aqui...*

(...) **Eu:** *Resposta e Decisão é a mesma coisa?*

Ducarmo; hummmmm... (cara de indecisão)

Julia: Se a gente tá falando da resposta do problema, ela tá lá. A decisão é o que eu faço com ela... O caminho é meu... Um caminho que tem consequências.

Eu: Aí que envolve também as questões éticas dos problemas, a gente pensar que decisão precisa ir pra algo ético...

(TP Encontro 3)

Normalmente, parecemos associar uma resposta de um problema e a decisão que o envolve como as mesmas coisas. Percebemos, no debate, que estes não são elementos a serem confundidos. Nesse sentido, nem sempre as respostas que me são dadas a partir dos problemas são viáveis eticamente para atuação. Ao chegar nesta encruzilhada, entre respostas e princípios éticos, acredito que está na hora de rever a nossa lógica de compreensão das situações cotidianas ou, ainda, a lógica do pensamento matemático empregado para as resoluções⁵⁶.

4.3.2 Tipos de problemas... É problema?

(...) **Borboleta Rosa:** Profes, eu fiz esse problema.

(Leitura do problema):

Figura 75 - Invenção de Problema – Borboleta Rosa

Fonte: Caderno quadriculado – Borboleta Rosa

⁵⁶ Nós, professores de matemática, precisamos nos ater aos pressupostos responsivos e éticos das análises e encaminhamentos matemáticos que propomos para a realidade em nossas salas. Acredito que tal ação seja algo inadiável.

Cecília: Isso não é um problema?

Borboleta Rosa: É sim... (...) Não é, professor?

Eu: Por que não seria um problema, Cecília?

Cecília: Porque não tem decisão... Não tem... Tipo é tem que saber...

Eu: Sim, tem que definir...

Borboleta Rosa: Mas é ou não é problema?

Eu: Na realidade, existem tipos de problemas⁵⁷. Aí está um deles...

(Explicação minha sobre tipos de problemas)

(...) **Borboleta Rosa:** o que importa é o que a gente quer trabalhar, né, professor?

(...) **Borboleta Rosa:** Mas pro, se eu tenho que saber as características de quadrado é um ótimo problema... (Risos)

Eu: Por que você acha isso?

Borboleta Rosa: É sim... Pensa... O aluno precisa organizar as ideias... Tem que ver se pertence a um grupo ou outro... Tipo... Tá nessa caixa ou na outra.

Eu: Esse mexe com um dos pontos interessantes da matemática que é classificar...

Cecília: Mas pra isso não precisa de problema... (Risos)...

Borboleta Rosa: Pro, não liga... Ela só quer judiar de mim... (...).

Eu: A gente acha que nasce com a gente, mas, por exemplo, Kamii estuda algumas formas de conhecer que a gente pode pensar a associar aos problemas matemáticos.

(Explicação sobre a natureza do número, do livro A Criança e o Número (KAMII, 1998)⁵⁸)

Borboleta Rosa: Então, por que a gente não faz isso nos anos iniciais?

Eu: (Risos)... Não sei... Por quê?

Borboleta Rosa: Porque a gente acha que matemática é só conta... Pode ser, né?

Eu: Se você está dizendo...

Borboleta Rosa: Aff, pro. (...). Por que a gente não tem paciência pra esperar a criança pensar?! (...) Tem aquele negócio do currículo.

Eu: Encontrar o problema ou mudar a ação: eis a questão! (Risos)

(TP Encontro 3)

Durante o debate, os licenciandos começam a perceber que nem todo o problema é igual, o que me fez apresentar as divisões propostas por Dante (1988). De certo modo, reproduzem, também, as considerações de Lopes (1994) à divisão empregada pelo autor

⁵⁷ Dante (1988) propõe a existência dos seguintes tipos de problemas: 1. Exercícios de reconhecimento; 2. Exercícios de algoritmos; 3. Problemas padrões; 4. Problemas-processo ou heurísticos; 5. Problemas de aplicações ou situações-problema; 6. Problemas de quebra-cabeça.

⁵⁸ Na explicação dada do livro foram ressaltadas as relações entre abstração empírica e abstração reflexiva, bem como a presença destas no processo de construção do número, perpassando, ainda, a presença da ordem e da inclusão hierárquica nesse contexto.

(DANTE, 1988), na qual propõe que “[...] tais classificações pouco auxiliam os professores na compreensão e exploração das atividades de resolução de problemas, e expressam uma visão reducionista no que se refere a objetivos didáticos e educacionais pretendidos pela Educação Matemática” (LOPES, 1994, p.34).

Acredito, ainda, que a discussão elencada no interior do nosso grupo ressalta o foco na Educação Básica para o conteúdo da matemática escolar, em detrimento do pensamento matemático. Embora eu reforce minha opinião frente aos licenciandos que *mudar a ação* é o melhor caminho, Borboleta Rosa aponta que essa ênfase pode ser fruto da concepção que *matemática é só conta* ou da *pouca paciência docente para esperar* que o pensamento matemático se engendre, já que possui um *currículo* para dar conta.

4.3.3 Organizar o espaço...

(...) **Ana Cristina:** *Eu fui na biblioteca, pro. Eu e Brida. (...) Queria pegar um lugar sussa...*

Brida: *Queria é tomar cafezinho com o Wagner⁵⁹. (...) Mas a gente fez o trabalho sim... (Risos)*

(...) **Ana Cristina:** *Pro, eu tava lá... Daí falei pra ele (Wagner) que a gente tinha o trabalho pra fazer. E a gente olhou as caixas da prateleira... Tudo ali... Daí a gente pensou em fazer algo que pensasse organizar o espaço...*

(Leitura do problema)

Figura 76 - Invenção de Problema – Ana Cristina

Fonte: Caderno quadriculado – Ana Cristina

⁵⁹ Bibliotecário da Instituição.

Brida: Tipo... Quando a gente pensou... Era assim 'tem que organizar ali' e a matemática é ótima pra isso.

Eu: Matemática pra isso?

Brida: Tipo... A gente inconscientemente tem o negócio do padrãozinho pra organizar as coisas.

Eu: Inconscientemente?

Brida: Sei lá... Acho que é... Ninguém nunca disse tem que ser assim... A gente vai aprendendo assim...

Noah: Pro, eu que trabalho na Educação Infantil, vejo isso lá... A gente ensina sim as crianças a fazer isso...

Eu: Lembrei de um material interessante... Vou mostrar pra vocês algumas coisas da Educação Infantil com os blocos lógicos⁶⁰...

(Mostrei para a turma a questão das relações de conhecimento pensada por Piaget, a partir dos blocos lógicos)

(TP Encontro 3)

Uma apresentação semelhante à explicação que fiz está em Nogueira (2007), e está apresentada no quadro a seguir:

⁶⁰ Cerca de um ano, mediante vários debates entre a Universidade e os professores do curso de pedagogia, conseguimos uma sala fixa para realização de um laboratório de ensino. Minhas aulas da Disciplina Conteúdo, Metodologia e Prática de Ensino de Matemática ocorrem nesse espaço, em que se encontram diversos materiais de trabalho para a Educação Básica, produzidos por mim ou por licenciandos em ofertas anteriores da Disciplina. Entre eles estão os Blocos Lógicos.

Quadro 10 - Blocos lógicos e Tipos de Conhecimento de Piaget

<p style="text-align: center;">BLOCOS LÓGICOS</p>	<p>Conhecimento físico: é o conhecimento dos objetos e elementos presentes no mundo físico, isto é, na realidade externa, como por exemplo, tamanho, cor, forma, textura, espessura, os sons produzidos pelos objetos, o peso, flexibilidade, temperatura etc. Estas propriedades estão nos objetos e podem ser percebidas pela observação e experiência. (NOGUEIRA, 2007, p. 89).</p> <p>Aproveitei esse momento para mostrar os Blocos Lógicos em suas características físicas: as cores, formas, etc.</p>
<p>Conhecimento lógico-matemático: Está intimamente ligado ao conhecimento físico, todavia, é elaborado a partir de ações ou relações estabelecidas sobre ou entre os objetos. Exemplificando, quando falamos que um objeto é maior que o outro, a propriedade maior, não está em nenhum dos objetos, mas na relação estabelecida pelo sujeito. Assim, o conhecimento lógico-matemático consiste nas relações estabelecidas pelo indivíduo entre os objetos, isto é, em uma abstração feita a partir da ação, da ordenação, da classificação etc. (NOGUEIRA, 2007, p. 89).</p> <p>Após essa explicação, comecei a relacionar os Blocos Lógicos entre si. Discutindo o processo de categorização.</p>	<p>Conhecimento social: é obtido por meio das ações do indivíduo e de suas interações com outras pessoas. Por exemplo, na situação acima, a cor, o cheiro a forma das maçãs são exemplos de conhecimento físico; a quantidade ou dizer que uma maçã é maior do que a outra, são exemplos de conhecimento matemático. Agora, saber que o nome daquela “coisa” sobre a mesa é maçã, que ela é uma fruta, que o nome da sua cor é vermelho, são exemplos de conhecimento social, porque dependemos da interação social para apreendê-lo. (NOGUEIRA, 2007, p. 89).</p> <p>Apresentei, neste momento, nomenclaturas como atribuições sociais e apreendidas dentro de um contexto de cultura.</p>

Fonte: Elaboração própria.

(...) **Noah:** Pro, muito dez. Dá pra usar da escola.

Eu: O que precisa é de criatividade pra propor práticas.

Noah: (...) tem que ser algo consciente pra gente, né? (...) Tem matemática antes da matemática...

(TP Encontro 3)

A partir da vontade de organizar o espaço, notei que o grupo percebe que certos modos matemáticos de pensar são inatos. Independentemente dos apoios do pensamento de Piaget no campo da Educação Matemática, a presença de seus estudos junto ao grupo permitiu problematizar que *tem matemática antes da matemática*. Ou seja, antes de pensarmos que um problema matemático utiliza somente conceitos matemáticos já ditos clássicos na Educação Básica (adição, subtração, multiplicação, etc.), ele coloca em ação formas de pensar que não são dadas, mas potencializadas e, quiçá, produzidas pela escola.

4.3.4 Medir o espaço...

(...) **Angelina:** Pro, acho que o meu não é espaço. Tipo... Pensando no que a gente leu nos currículos, acho que é outra coisa.

Eu: Diz isso, por que?

Angelina: Porque ele tá nas medidas⁶¹. Não tá no Espaço e Forma.

(Leitura do que escreveu)

Figura 77 - Invenção de Problema – Angelina

Fonte: Caderno quadriculado – Angelina

⁶¹ Eixo/Unidade Temática Grandezas e Medidas.

(...) **Helena:** O meu também tá igual. Só que com metros.

(Leitura do problema)

Figura 78 - Invenção de Problema – Helena

Fonte: Caderno quadriculado – Helena

(...) **Eu:** Tem mais algum assim?

Olívia: O meu também, pro.

(Leitura pela licencianda)

Figura 79 - Invenção de Problema – Olívia

Fonte: Caderno quadriculado – Olívia

(...) **Angelina:** *Pro, isso é espaço? Tá certo?*

Eu: *Gente, lembra que a gente conversou das Disciplinas⁶². Então, imagina essa separação entre grandezas e medidas e espaço e forma são separações que a gente criou. Não é que são separados.*

Borboleta Rosa: *Pensei nisso, mesmo. Lembrei das convenções. Tipo, a gente vê que o espaço tá tudo medido em convenção.*

Eu: *Por que, fia?*

Borboleta Rosa: *Olha, pro. Tipo o metro, meses... Não é tudo convenção?*

Eu: *É sim. A convenção se cria. Medir o tempo, medir distância, medir a água. Mas podia ser outra né?*

(...) **Angelina:** *Jesus, tô pensando aqui. Se é convenção, a gente não começa a falar direto de metro [na escola]?! O que será que tem antes?... (...) O que o homem pensava antes...*

Eu: *Antes disso tem a intenção de medir, de se apropriar de alguma coisa... E o uso do que tinha... Palmo, por exemplo. (...) Daí se cria a convenção, pra se comunicar.*

(...)⁶³

Angelina: *É tipo né.. Nossa ação de matemática, pensar a matemática... Legal.*

Eu: *E os problemas então?*

Borboleta Rosa: *Tem que ser mais abertos de início... mas, no final, acho que tem que ter a convenção.*

Eu: *Ah é?*

Borboleta Rosa: *Porque a resposta também ter que o outro entender. (...) Igual a gente falando de língua... O que adianta uma resposta se os outros não entendem?! (...) Resposta também é texto. (...)*

Eu: *isso tem que fazer com que a gente discuta sempre num problema a eficiência do modo de responder com os alunos.*

(TP Encontro 3)

O grupo compreende que as convenções chegam às resoluções de problemas. Respostas precisam ser comunicáveis. Nesse sentido, as percepções caminham para entender que trabalhar a partir da Resolução de Problemas requer planejar a construção da resolução matemática com os alunos (HILL et al, 2011), rever o problema com estes a fim de buscar soluções mais eficientes (mais curtas, mais elegantes, que use conteúdos mais básicos) (PÓLYA, 1978) e prever o compartilhar das resoluções com outras pessoas (PONTE, 2014).

⁶² FAZENDA, 2010.

⁶³ O trecho omitido traz uma discussão sobre a presença de Grandezas e Medidas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Para minhas indagações ao grupo utilizei incursões já apresentadas em documentos, como os PCNs (BRASIL, 1998). O viés da conversa consistiu na inserção do corpo como unidade de medida e a necessidade de convenção para a comunicação matemática.

4.3.5 Um problema errado? O papel do erro e do outro na resolução de problemas...

Entre um dos cantos da sala, Noah e Gaby Cinderela conversavam e tentavam resolver uma discussão⁶⁴. Ambas fizeram problemas semelhantes, mas com resoluções diferentes. Embora uma já tenha explicado para a outra qual foi o processo correto, considere pertinente apresentar a situação para o grupo, a partir do consentimento de ambas⁶⁵.

Figura 80 - Invenção de Problema – Gaby Cinderela e Noah

Fonte: Caderno quadriculado – Noah e Gaby Cinderela

(...) **Eu:** Gente, eu estava aqui conversando com as meninas (Referindo-se a Gaby Cinderela e Noah) e eu queria compartilhar a nossa conversa com vocês. (Todos prestam atenção)... Eu queria mostrar pra vocês dois jeitos de respostas para um mesmo problema.

(Representei na lousa um retângulo de 5 metros por 4 metros e inventei um problema oralmente semelhante ao das alunas, em que é necessário calcular a área da sala. Em seguida, resolvi das duas formas, uma com a adição e outra com a multiplicação. Todos identificam o erro).

Eu: Vamos supor que dois sujeitos façam um a primeira resposta e o outro a segunda resposta. O que podemos pensar de Educação Matemática sobre isso?

⁶⁴ Isso ocorreu no final da aula, mas para fins de apresentação dos resultados, optamos por inseri-los aqui.

⁶⁵ O consentimento aconteceu desde que eu não apresentasse quem errou.

Filósofo: Bom, professor. Eu acho que a gente já passou da fase do 'esse tá certo' e 'esse tá errado'... Pensando no que a gente discutiu dos conceitos, a primeira coisa é ver o que eles usaram pra pensar. (...) Tipo... Cada um pensou numa coisa.

Eu: E os resultados?

Luíza: Processo, pro! Eu que te pergunto processo ou resultado, pro?! (Risos)

Eu: Só pra saber de vocês... (Risos)... Mas, então, o aluno errou, o que a gente faz?

(...) **Gaby Cinderela:** A gente sentou e conversou... Um explica pro outro...

Luíza: Acho que isso é uma coisa que a gente tem visto muito... Tipo, o outro que tá junto com a gente é muito importante. Nós precisa da parte dele. Dessa conversa pra pensar matemática.

Noah: Se a gente tem que resolver junto, o outro vai consertando as ideias da gente.

Eu: Mas se não concordarmos com a ideia do outro?

Noah: Dá briga ou alguém sede. Sempre eu é que sedo.

Katiane: Tem que se valer na fala. Precisa saber se defender. (...) Por a sua opinião. Deixar o outro falar a dele também. Não dá pra ficar nha-nha-nha-nha... Tipo, chega num acordo.

Eu: Mas se o acordo não for a resposta certa?

Katiane: (...) Pro, errar é humano... (...) Cadê você (referindo-se à figura do professor em sala) pra não deixar isso acontecer?

Eu: O professor não pode deixar isso acontecer?

(...) **Luíza:** Para o que você tá fazendo ser seu, tem que você fazer, não dá para o professor corrigir assim... Mas ele tem que ver o erro pra pensar o que o aluno tá pensando sobre o erro.

Filósofo: O que você pensa, professor?

Eu: Eu acredito em coisas semelhantes com a que vocês tão falando. Tem uma autora, Helena Cury⁶⁶, que diz o seguinte sobre o erro, que o erro pode ser um jeito da gente investigar o processo de pensamento dos alunos. Eu posso, por exemplo, usar isso como metodologia pra fazer com que os alunos pensem sobre as próprias atividades.

Gaby Cinderela: É o que aconteceu com a gente [na discussão entre ela e Noah sobre o problema], tipo não olhar e dizer 'Tá errado', mas deixar que a gente pense... (...) Se a gente for fazer na escola deve demorar pra gente ir pra frente na aula, também!

Eu: Se a criança entra com 4 [anos] agora na escola, vai ficar até os 17... (Risos meus)... Treze anos dá pra fazer muita coisa... (Risos)...

Norberto: (Risos)... Eu fiquei tudo isso na escola e não sei fazer raiz quadrada... (Risos)... Pressa inimiga da perfeição.

(TP Encontro 3)

A partir de duas situações semelhantes, o grupo discutiu o uso dos problemas como mecanismo de argumentação matemática, *uma vez que é preciso se valer na fala, mas, ao mesmo tempo, respeitar a opinião do outro*. Assim, a participação do outro na construção do nosso conhecimento é novamente evidenciada. O outro é quem faz meu contraponto, a quem preciso argumentar e tornar válidas minhas estratégias.

⁶⁶ Cury, 2008

Nesse sentido, o erro não pode ser visto como elemento perverso a aprendizagem matemática (CURY, 2008). Ele é parte do processo de investigação docente do pensamento empreendido pelo aluno na resolução de um problema. Algo que está no caminho do *não olhar e dizer 'Tá errado'*, mas permitir que o pensamento aconteça a seu tempo, mediado pelas intervenções docentes, já que *pressa é inimiga da perfeição*.

4.3.6 Um problema, diferentes formas de pensar...

(...) *Ducarmo*:

(Leitura do problema sobre espaço)

Figura 81 - Invenção de Problema – Ducarmo

Fonte: Caderno quadriculado – Ducarmo

Ducarmo: Foi esse que eu fiz...

(Meu momento de silêncio, imaginando como abordar tal incoerência⁶⁷)

Eu: Hummm... Então, Ducarmo, e como você usou o espaço?

Joy: Porque não tem né... É multiplicação...

⁶⁷ À primeira vista, eu acreditei que a fala de Ducarmo fosse incoerente. Não consigo imaginar 'espaço' a partir do problema dela. Mas os pensamentos não são meus, são de Ducarmo. Não poderia promover uma intervenção, antes mesmo de entender o seu processo de elaboração.

Eu: Vamos ouvir o pensamento matemático da Ducarmo. Achei interessante... Quero descobrir.

Ducarmo: Pro, quando você falou espaço, eu lembrei das minhas coisas lá dá Bahia. Quando era criança. (...) Lembro que minha professora mandava a gente fazer as árvores pra matemática⁶⁸. Era a coisa que eu mais gostava, os desenhos das árvores. Daí, quando você deixou nós procurarmos um lugar pra fazer, eu peguei o laboratório de informática, pra pegar um problema de árvore.

(Logo associei o problema e as árvores)

Eu: Adorei, Ducarmo. Sabia que eu também que eu adorava. Era interessante (...) faz na lousa pros outros verem... (Os outros licenciandos olhavam com um olhar de estranhamento).

Figura 82 - Figura semelhante à representação de Ducarmo – Árvore de possibilidades

Fonte: <http://lh3.ggpht.com>

(...) **Borboleta Rosa:** Que belezinha, Ducarmo... Fofis... (...) Bacana você vir explicar. A gente sempre resolveu na lousa. (...) A gente nunca explicou nossas ideias...

Eu: Daqui pra frente vocês são os profes.

(TP Encontro 3)

Nesse momento com Ducarmo, eu percebi as dificuldades que temos de dar crédito ao pensamento de nossos alunos ou, ao menos, de partirmos de suas explicações. Associado a isso, ainda, nota-se que a Licencianda utilizou o espaço como campo para organizar seu pensamento no papel frente à sala, mediante a exposição de seu processo de raciocínio.

Este espaço é reivindicado por Borboleta Rosa, já que suas experiências na Educação Básica com a Matemática sempre estiveram relacionadas *com resolver* o certo *na lousa* e *nunca com a possibilidade de explicar suas ideias*. Algo que, no meu ponto de vista, está

⁶⁸ Árvores de possibilidades.

atrelado à lógica de atuação docente que pouco privilegia a escuta do outro⁶⁹, respaldando-se no esquecimento da condição deste como sujeito no interior da escola.

(...) **Cecília:** *Eu quero apresentar o meu também... Porque ele só faz sentido se eu contar.*

Eu: *O palco é todo seu... (Risos)...*

(Cecília pegou um pincel de lousa e representou algo semelhante ao que estava no seu caderno quadriculado)

Figura 83 - Invenção de Problema – Cecília

Fonte: Caderno quadriculado – Cecília

Cecília: *Eu vi assim, conforme a gente foi falando, meu problema não tem questão assim, de desafio, e fiquei pensando que ele não é sobre o espaço, mas tipo, eu representei ele com o espaço. Eu usei espaço. Na minha cabeça, o problema tava problema, mas acho que ele precisa ser pensado.*

Eu: *Sabe o que eu pensei é que o modo que vocês pensaram (Cecília e Ducarmo) usa o pensamento espacial pra resolver coisas, não se pauta tudo no numérico.*

Norberto: *É bem aquilo... O importante é por em funcionamento a gente pensando... Depois a gente oficializa... Se é pelas mãos ou por desenho, importa mais pensar.*

(...) **Eu:** *E o papel dos profes nisso tudo?*

⁶⁹ “Escutar é obviamente algo que vai mais além da possibilidade auditiva de cada um. Escutar, no sentido aqui discutido, significa a disponibilidade permanente por parte do sujeito que escuta para a abertura à fala do outro, ao gesto do outro, às diferenças do outro. Isto não quer dizer, evidentemente, que escutar exija de quem realmente escuta sua redução ao outro que fala” (FREIRE, 1991, p. 135).

Norberto: (...) É tipo lidar com tudo isso... Tá meio que fazer com que o aluno faça diversas formas de pensar... Que vá lidando com que a gente tá estudando... (TP Encontro 3)

Nesse ponto, eu desejei problematizar o papel do professor no campo de Resolução de Problemas. Como resposta à minha indagação, as inferências feitas condizem com a compreensão do professor enquanto aquele que possibilita que diversas formas de pensar aconteçam, permitindo *usos pelas mãos ou por desenhos*. Esta atitude docente priorizaria o *funcionamento do pensamento*, em detrimento da *oficialização* da resolução.

4.3.7 Os apoios no processo de Resolução de Problemas... Materiais manipuláveis e Imagens.

(...) **Norberto:** Eu fiz o oposto das meninas (referindo-se a Cecília e Ducarmo). Eu usei a imagem pra fazer um problema... Não usei de pensar o problema com imagens. Fiz assim, oh (Mostra o caderno quadriculado, mesmo a distância).

Eu: Leia, criatura... (Risos da turma)...

Norberto: (Realiza a Leitura)

Figura 84 - Invenção de Problema – Norberto

Fonte: Caderno quadriculado – Norberto

Norberto: Eu não consegui terminar no tempo que o senhor deu. Eu demorei porque eu fiquei pensando se o que eu queria era do espaço ou não. Porque tem cara daquele negócio do x^7 . Tipo do que conversamos. Mais daí eu quis usar a organização espacial pra pensar.

Eu: Fez até um objetivo aqui em cima (Eu estava com o caderno em mãos).

Norberto: Eu fiz... Achei bacana... Bate naquilo que a gente discutiu de tem que ter intenção... Eu quis usar o desenho, mas tem que ter intenção.

(...) **Filósofo:** Eu também quis ter algo de apoio pra fazer o meu trabalho. Daí vi esse negócio que chama Geoplano aqui⁷¹

Eu: E o que você fez com ele...

Filósofo: Eu não fiz nada... (Risos)... Escrevi isso... (Mostra para os outros e lê algumas partes)

Figura 85 - Invenção de Problema – Filósofo

Fonte: Caderno quadriculado – Filósofo

⁷⁰ Unidade Temática Álgebra, da BNCC.

⁷¹ Antes de propor seu problema, Filósofo quis que eu explicasse no que consistia aquele material que tínhamos em sala, o Geoplano.

Eu: Por que diz não ter feito nada?

Filósofo: Porque não fiz, peguei e não fiz o problema... Não tem questionamento, desafio... Não tem um quê pra tomar decisão, daquele pensar matemático.

Eu: O que faltou?

Filósofo: Faltou criatividade... (...) Ser professor hoje é ter criatividade...

Eu: Fio, ser educador matemático frente todas as necessidades do nosso país é ter muita criatividade e inventividade.

Filósofo: Como se adquire isso, professor?

Eu: (Risos)... Perguntinha ein... Não sei se dá pra adquirir, por que não sei se é uma coisa que se tem. Acho que é meio, como posso explicar... Uma atitude... Um modo de encarar a vida... Isso é com vocês... Comigo também.

(TP Encontro 3)

Ao observarmos os usos da imagem (Norberto) e do Geoplano (Filósofo) no interior do grupo, compreendemos que o recurso não substitui a docência⁷² como ato criativo. Conforme D'Ambrósio e Lopes (2015, p.10), essa docência criativa “[...] precisa ser direcionada para ações positivas e em prol do bem-estar humano, com cuidado, para não comprometer a ética e o respeito ao outro”.

Em meu ponto de vista, não podemos encarar essa capacidade criativa como inata. Vejo-a no campo das atitudes, num modo de encarar a vida. Algo, assim, passível de ser cultivado e potencializado em nossa formação, mediante o apoio e a ação colaborativa entre nós professores. Nesse sentido, a criatividade nos exige o uso responsivo da liberdade para ousar, mas, ao mesmo tempo, a humildade para o diálogo com o outro.

4.3.8 Por que o problema tem que ser escrito?

(...) **Joy:** Agora vou estourar a boca do balão... (Risos)... Pensei algo que ninguém pensou...

Eu: Compartilhe vossa sabedoria, pessoa... (Risos)...

Joy: Eu pensei o seguinte... Gosto da Educação Infantil... Tipo... Vamos fazer problema pra Educação Infantil... Daí eu só confirmei que o meu problema era bom quando o professor explicou aquilo tudo do Piaget.

Eu: Continue...

Joy: A grande sacada é... Rufem os tambores... Por que um problema tem que ser escrito?!... Pra pensar sobre uma coisa, ela não precisa ta escrita... Eu tenho é que por em ação...

(Sala bate palmas)...

⁷² Que nossa discussão não sirva para pensar de forma irresponsável que a ausência de recursos no âmbito escolar promova a criatividade docente. Um educador criativo com bons materiais em mãos torna-se muito mais potente em sua intervenção que com a ausência desses.

Eu: Então apresente o que fez...

Joy: Primeiro, eu pensei nos pés das crianças, as crianças ocupam espaços... Se você tem criança muito pequena, tipo uns três [anos], você precisa fazer que elas reconheçam o espaço que vivem... E elas vão pra lá e pra cá com os pés... Isso seria bacana então fazer...

(A licencianda lê a primeira parte de seu trabalho)

Figura 86 - Invenção de Problema – Joy

Fonte: Caderno quadriculado – Joy

Joy: Daí eu pensei, a criança tem corpo que precisa se movimentar, pensei numa dinâmica... Tem a do tubarão⁷³, por exemplo.

Eu: Me explica como é...

(A licencianda explicou utilizando alguns alunos da sala, após esta aula, ela enviou por e-mail a dinâmica para a sala. Esta se encontra no quadro a seguir).

⁷³ A imagem que representa a invenção do problema de Joy está um pouco apagada. É possível perceber no final da atividade a seguinte escrita: “dinâmica do nó, do tubarão”.

Quadro 12 - Dinâmica Tubarão

DINÂMICA: OLHA O TUBARÃO!

OBJETIVO: Reforçar o sentido de união, grupo, comunidade.

MATERIAL:

- Diversos tapetes ou folhas de jornal abertas;
- Uma música (a do filme “Tubarão” de preferência);
- Um apito.

ESPAÇO: um salão ou pátio, o tamanho depende do número de pessoas.

- Num lugar espaçoso, espalhe diversos tapetes de diversos tamanhos. Que cada um caiba de 4 a 8 pessoas.
- Explique aos presentes que aquele grande salão é o mar. E eles estão viajando num cruzeiro, mas de repente o navio afunda e todos são jogados ao mar, não há botes salva-vidas. E eles tem que nadar até encontrar uma ILHA. As ilhas são os tapetes.
- Mas, para poder chegar à ilha é preciso nadar bastante. E eles vão precisar ficar nadando, nadando... enquanto toca a música (trilha sonora do filme). Até que pare a música e alguém grite: “Olha o tubarão”!
- A regra é que quando for dado o alarme do “tubarão”, todos devem correr para as ilhas. Devem se ajudar e não deixar ninguém de fora. Quando soar o apito pronto, quem não subiu na ilha foi comido pelos tubarões.
- Na primeira vez devem caber todos em cima dos tapetes (ilhas).
- Mas... eles não podem ficar na ilha pra sempre, não há comida pra todos... Vão ter que nadar de novo em busca de ajuda. Todo mundo pro mar de novo!
- Nadando, nadando... A música do tubarão tocando... Até que: “Olha o tubarão!”... Nova corrida para as ilhas... E é preciso que todos se salvem, é preciso se ajudar...
- Soa o apito... Mas nessa rodada (alguém começa a tirar alguns tapetes) tem menos ilhas... Agora vão sobrar algumas pessoas... Elas devem sair fora da brincadeira (mais ou menos como a brincadeira das cadeiras).
- E vai fazendo rodadas sucessivas até que sobre só um tapete, de preferência pequeno, que caiba poucas pessoas.

À medida que a brincadeira vai evoluindo mais pessoas vão ficando sem ter pra onde ir. O segredo da coisa é que eles têm que tentar salvar todo mundo, sempre. Aí, o grupo vai se empilhando cada vez mais. E você vai incentivando a salvar este ou aquele que não coube na ilha. Eles chegam até a pegar uns no colo. Mas quando fica uma ilha só é que a coisa pega...

Ao final da brincadeira pede-se que se faça uma análise crítica do “filme”.

- Como as pessoas se comportaram?
- Teve alguém que só se preocupou com a própria pele?
- Teve alguém que chegou a “jogar” o outro no mar pra ter lugar?
- Teve gente que se preocupou sempre com os outros?

Fonte: E-mail de Joy

Joy: *Se você perceber, a gente trabalha a noção de espaço... Dentro e fora... Cabe e não cabe... Sem contar que dependendo de nossa intervenção, pode discutir valores...*

Eu: *Super interessante... Tinha esquecido de pensar esses aspectos... Do não escrito...*

Joy: *A gente tem que multiplicar a forma de pensar problemas, profe... Fazer diferente... Tipo a nossa matemática mesmo.*

(TP Encontro 3)

4.3.9 Das leituras para um Espaço Amostral

Definimos que antes de começar nosso próximo encontro, faríamos nosso Espaço Amostral. Para compô-lo duas leituras deveriam ser feitas⁷⁴; Tais leituras deveriam ser feitas relacionando os textos com as seguintes palavras-chaves: problema, realidade e Educação Matemática.

4.3.10 A construção do Espaço Amostral

No terceiro encontro, construímos o Espaço Amostral referente aos problemas. O mesmo ficou com a seguinte configuração:

⁷⁴ SOARES, Maria Teresa Carneiro; PINTO, Neuza Bertoni. Metodologia da resolução de problemas. **24ª Reunião**, 2001; ZORZAN, A. S. L. Ensino-Aprendizagem: algumas Tendências na Educação Matemática. **Revista de Ciências Humanas - Educação**, v. 8, n. 10, p. 77-94, 2007.

Figura 87 - Espaço Amostral – Problema

Fonte: Elaboração própria.

Na nossa análise em relação ao trabalho como educadores matemáticos, quatro pontos foram de destaque:

a). *Problematização da realidade*. Um problema matemático necessita ser pensado a partir da realidade vivida e sobre esta refletir e intervir. A partir das leituras de Zorzan (2007), o grupo considerou que pressupostos teórico-metodológicos de relação com a matemática, como Modelagem Matemática, Etnomatemática e Resolução de Problemas, se fundamentam a partir da problematização da realidade vivida, sendo que *cada um tem uma forma de abordá-la* (Norberto);

b). *O Papel do Docente*. O educador matemático é aquele que propõe mediações, *sem dar respostas imediatas* (Luiza), mantendo uma atitude criativa e responsiva com o grupo de trabalho (D'AMBRÓSIO; LOPES, 2015). Abordagem que o leva a diferentes representações e usos do pensamento matemático em sala, pautando-se na inventividade e no foco intencional de suas ações;

c) *Colaboração e Comunicação*. Ao partir da resolução de problemas como proposta de trabalho torna-se necessário repensar constantemente os mecanismos de colaboração e comunicação postos em evidência. Quanto à colaboração deve-se priorizar: o respeito e participação do outro, o erro como ato investigativo (CURY, 2008) e a explanação de ideias. Já no que se refere à comunicação, as atitudes valorizadas são: planejamento na construção da resolução de problemas (HILL et al, 2011), busca de soluções eficientes (PÓLYA, 1978) e o compartilhar das resoluções com outros (PONTE, 2014);

d) *Enfrentamento do mundo*. Um problema matemático envolve tanto conhecimentos quanto modos matemáticos de pensar (DANTE, 1988), mas abarca, também, uma tomada de decisão para enfrentamento do mundo, que deve se pautar em princípios éticos. Entre as formas de potencializar esta ação, o grupo considerou que tempos e currículos escolares com maior flexibilidade promoveriam um olhar mais atento e uma compreensão mais holística da realidade, evitando dicotomias entre conhecimentos.

4.3,5 Aula em meio a encontros

ESPAÇO E FORMA

Ao longo dos três encontros propostos, mesmo estando bastante empolgado com as discussões que tinham sido promovidas pelas atividades realizadas, senti insegurança em torno da proposta. Alguns questionamentos batem à minha porta: E se todos os entendimentos que elaboramos fazem parte da construção de um castelo de areia da minha mente? Se o ato de ter me afastado da gaiola⁷⁵ é uma ilusão? Às vezes, posso estar perfumando minha prática e não estar modificando nenhuma ação ou, pior, retirando dos licenciandos a oportunidade de certos saberes em detrimento de outros.

Nesse ponto, decidi recorrer a uma aula pronta da Disciplina para o trabalho em sala, seguindo o plano de aula e *slides* indicados pela instituição de ensino. Portanto, não considere essa aula como parte de um encontro... Ela está no meio do caminho, entre o 3.3 e o 3.4, por isso ela seria um 3.3,5. Para a escolha de qual plano de aula seguir, observei entre as cinco primeiras aulas qual dos pontos foi menos debatido. Optei, assim, pela aula três – *Espaço e Forma*. Ela permitiria, ainda, não me afastar de maneira abrupta das discussões do terceiro encontro.

A seguir, apresento o Plano de Aula e as ressonâncias ocorridas no encaminhamento nesta noite de trabalho.

4.3,5.1 O Plano de Aula

O Plano de Aula da Disciplina está elaborado da seguinte forma:

⁷⁵ Referência ao trabalho de Ubiratan (2013)

Quadro 13 - Plano de Ensino – Espaço e Forma

Semana Aula: 3
Tema: O Espaço e a Forma
Palavras-chave
Objetivos <ul style="list-style-type: none"> • Identificar a localização e movimentação no espaço com diferentes pontos de referência; • Reconhecer propriedades das formas geométricas; • Explorar situações de reconhecimento das formas geométricas;
Estrutura de Conteúdo: <ol style="list-style-type: none"> (1) Estabelecendo relações espaciais (2) Construindo a maquete e explorando a localização (3) A representação do espaço (4) O reconhecimento das figuras e dos corpos geométricos
Procedimentos de Ensino Análise (discussão/debate) com apresentação dos conteúdos relevantes e potencialmente significativos, exemplificações e discussão por questionamentos de Conteúdo, Metodologia e Prática do Ensino da Matemática.
Estratégias de Aprendizagem
Indicação de Leitura Específica
Recursos Análise (discussão/debate) sobre os princípios teóricos com auxílio de projetores multimídia (<i>datashow</i>) e modelos. Resolução de problemas; análise crítica das soluções e socialização dos comentários sobre os textos lidos.
Aplicação: articulação teoria e prática Análise de estudo de casos voltados para o reconhecimento do significado das relações espaciais pela criança. Sugestão de Leitura do material impresso e da resolução de atividades propostas pelos professores Biblioteca Virtual Universitária: LOPES, S.R. O Metodologia do Ensino da Matemática. Capítulo 7 – Os conceitos geométricos no ensino da geometria. (p.81 - 95) ProLetramento Matemática. Fascículo 3. Disponível em: portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/fasciculo_mat.pdf
Avaliação A avaliação da Disciplina Conteúdo, Metodologia e Prática do Ensino da Matemática deve recair não apenas no produto final, mas igualmente no processo de aprendizagem e permitir

que o estudante seja um elemento ativo, reflexivo e responsável da sua aprendizagem.

Considerações Adicionais

Sólidos geométricos, figuras planas, construção do tangram por dobraduras Vídeo debate: (1) De olho na sala de aula: assista o vídeo sobre como as crianças constroem a representação do espaço: www.youtube.com. Pensamento Infantil - Noção de espaço. No vídeo, crianças de 4 a 6 anos desenham e manipulam argila com a educadora Monique Deheinzelin. O foco é observar as noções espaciais que as ... por revista novaescola

Fonte: Material da Disciplina Conteúdo, Metodologia e Prática de Ensino da Matemática.

4.3,5.2 Desenvolvimento da Aula

Direcionei a aula conforme os encaminhamentos pedidos pela Instituição. A estratégia de utilização consiste na apresentação em slides e a seguinte ordem de elaboração: leitura do slide, apresentação de exemplo, debate e fechamento.

Após os devidos cumprimentos aos licenciandos, eu iniciei a instalação do *datashow*.

(...) **Luíza:** *Pro, vamos usar Datashow hoje?*

Eu: *Vamos sim.*

Luíza: *Mas não vai ser aquela aula chata, né?... (Risos).*

Eu: *Vai ser a aula com slide... (Risos)*

Filósofo: *O professor é diferente, mesmo a aula com slides deve ser algo socrático.*

Eu: *Que chique, eu sendo um socrático... (Risos meus).*

(...)

Helena: *Eu gosto das aulas do Datashow. É tipo tudo que cai na Av2⁷⁶.*

(TP Aula 1)

Eis que abro o primeiro *slide*:

Figura 88 - Slide 1- Espaço e Forma

⁷⁶ A Instituição de Ensino possui um banco de questões de cada Disciplina, essas questões são formuladas a partir dos *slides* e materiais do Sistema de Ensino. A segunda avaliação (Av2) é ‘rodada’ por tal banco, não tendo o docente acesso em sua formulação.

Fonte: Material da Instituição

Luíza: Ixe... Aula de slide mesmo, então.

(As reclamações do grupo se iniciam).

(...) **Eu:** Gente, qual é o problema?

Filósofo: Desculpa falar, professor, mas por que vamos cortar nosso ritmo?

Eu: Qual ritmo?

Filósofo: Professor, é que as nossas discussões estavam tão bacanas.

Eu: Mas a gente também pode discutir com os slides...

Luíza: É diferente.

Eu: Diferente?

Luíza: Tipo... A gente faz e a gente discute... É da gente...

(TP da Aula)

Decidi continuar a aula e o silêncio prevaleceu.

Não se ouviu, ao longo da noite, nenhuma conversa, nenhum comentário, nem mesmo mais reclamações. Somente era possível ouvir nos áudios de transcrição, a minha explicação. O que se via eram as anotações. O que se percebia eram as barreiras entre eles e eu.

Neste momento, compreendi que o *nós* estava abalado. Éramos *eu* e *eles*. Eu explanando minha aula e eles anotando as informações.

4.3,5.3 O Final da Aula

Terminada a aula, um grupo de três alunos me procura para conversar⁷⁷.

Filósofo: *Professor, por que hoje foi diferente.*

Eu: *Não foi diferente... Foi a mesma.*

Katyane: *É que a gente estava se dando bem. Pro, alguém pegou no seu pé por causa das aulas?*

Eu: *Não, não... É que estou na dúvida. Tenho dúvidas se o ritmo que estava seguindo era o ideal.*

Filósofo: *Pro, você tratou a gente como outros professores. Até estava me interessando pela matemática.*

(...) **Borboleta Rosa:** *Faz assim, pro, pergunte o que quiser pra gente. Você vai ver que a gente tá melhorando.*

Eu: *Ok, gente. Obrigado, viu. Eu vou fazer isso. Eu precisava ouvir isso.*

Borboleta Rosa: *Semana que vem voltamos?*

Eu: *Voltamos sim.*

(DB Aula 1)

Ao ser professor da Pedagogia, aprendia algo de muito interessante. Eles sabem qual formação querem. Ouvi-los fez-me entender que estar próximo é algo essencial para que o meu trabalho seja de qualidade. Essa, talvez, seja minha tentativa de exercer a humildade na docência⁷⁸.

Porém, que não se confunda essa humildade com humilhação. Não aceitaria qualquer atitude deles para comigo que esteve no âmbito do desrespeito. Mas, por outro lado, eles possuem o direito de repensar junto comigo o que nós estudamos pois, como diria Luíza, *é da gente*. Nem meu, nem deles, é nosso.

4.4 Encontro 4: Resolver Problemas a Partir do Espaço

REFLETIR SOBRE A INVENÇÃO DOS NÚMEROS... QUANTIFICAR O ESPAÇO

Proposta: Organização: comparação, ordenação, classificação e quantificação.

Espaço: Espaço milimetrado.

Pauta de trabalho:

⁷⁷ Transcrição de memória, realizada perante as anotações do Diário de Bordo.

⁷⁸ Para pensar sobre isso, valho-me de Freire (1993, p. 27): “O aprendizado do ensinante ao ensinar se verifica à medida em que o ensinante, humilde, aberto, se ache permanentemente disponível a repensar o pensado, rever-se em suas posições; em que procura envolver-se com a curiosidade dos alunos e dos diferentes caminhos e veredas, que ela os faz percorrer”.

a) Espacialidade quanto representação.

b) Medir o Espaço.

4.4.1 O retorno...

Após as questões discutidas na aula anterior decidi, perante as indagações do grupo, retornar à proposta que vínhamos produzindo ao longo das oficinas. Sendo assim, apresentei para a turma duas situações-problemas, elaboradas por mim, que eles precisavam resolver. Ambas tinham que se utilizar da ideia de espaço.

A primeira devia ser resolvida e debatida em sala, com a demonstração para os demais. Precisavam, ainda, utilizar o quanto menos símbolos numéricos, atendo-se a outras representações, como desenho. Minha intenção era problematizar, além da resolução de problemas, o uso dos números, aproximando-os de experiências numéricas das crianças em idade pré-escolar. Ou seja, pensar o mundo sem a formalização plena de tais símbolos.

Já a segunda atividade era para ser resolvida em grupos de três pessoas e realizada num momento fora da sala de aula. Das três pessoas, uma representava o que denominamos de etnomático⁷⁹, que só poderia observar e realizar anotações, sem interferir. Já os outros dois deviam discutir e só poderiam apresentar uma resolução caso houvesse consenso. As intenções desta atividade consistiam em colocá-los tanto no lugar da escuta, como uma ação da docência quanto no lugar do aluno, que entra em confronto com o seu colega na resolução de um problema.

As inferências realizadas a partir das atividades são apresentadas a seguir.

4.4.2 Processo Seletivo para Namoro – Problema 1

O problema consistia no seguinte:

⁷⁹ O uso do termo foi elaborado pelo grupo por considerar o trabalho de observação da resolução de um problema matemático como um acompanhamento de uma manifestação cultural. O termo emerge da leitura realizada de Ubiratan D'Ambrósio (2005).

Processo Seletivo para Namoro

Chapeuzinho, que todos conhecem, aquela menina de capuz vermelho, perdida igual barata tonta na floresta encantada, começou a ter sintomas estranhos: não queria brincar de boneca, pensava em maquiagem, irritava-se com tudo e aos pais respondia (embora isso nada justifique)... Todos sabiam, chegou à adolescência!

Mãe nervosa e vovozinha desesperada, a menina, o “bebezinho da família” iria começar, a qualquer hora, falar em namoro, e assim se sucedeu.

- Vixe, Maria! – Mamãe já imaginou um genro tipo “Pinóquio” que mente desmedidamente e a vovó, louca da vida, sofria com a ideia de aparecer um “Peter Pan” daqueles que sempre serão crianças.

Então, Chapeuzinho decidiu, para evitar confusão, um processo seletivo do coração e listou as qualidades imprescindíveis aos concorrentes:

- bonito;
- inteligente;
- simpático;
- hábil.

Mas se escreveram apenas dois candidatos:

1º) Senhor Lobo: que se achava lindo, em simpatia ele era dez, bastava um sorriso para ouvir-se dizer: “que dentes grandes você tem”...Inteligência lhe faltava, nunca ia à escola.

2º) O Lenhador: um hábil trabalhador, simpatia ele não tinha, pois sisudo era, entretanto, era um excelente protetor, risco do lado dele, ninguém corria.

Tão difícil para a Chapeuzinho, aos 16 anos, escolher namorado; lógico, o empate foi anunciado.

O desempate veio em desafio:

Como vovozinha muita lenha para cortar tinha e não gostava de desperdiçar, ganharia quem mais possibilidades oferecessem de toda madeira serrar e nada de tamanho diferente viesse a sobrar, sabendo que as toras tinham 20 metros cada, quais os tamanhos de lenha picada possíveis?

Fonte: Elaboração Própria

Terminado o tempo de realização da atividade, os trios deveriam começar a socializar as resoluções. Antes que essa discussão acontecesse, uma retomada sobre o tema criatividade no ensino de matemática ocorreu:

(...) **Borboleta Rosa:** *Pro, foi você que inventou?*

Eu: *Foi sim...*

Borboleta Rosa: *A gente pode inventar problemas assim na escola?*

Ducarmo: *Se a sala é sua, você inventa, ué... Podemos escolher fazer diferente. Esqueces?!*

Borboleta Rosa: *Mas é muita criatividade, não sei se consigo.*

Eu: Lembra... Criatividade é uma atitude. Não precisa ser um problema... Pode ser um projeto, por exemplo.

Ducarmo: Pode ser uma brincadeira, né! Lembra da brincadeira da Noah!?

Eu: Depende da sua intenção.

Borboleta Rosa: É que a gente não tem isso aqui (referindo-se ao curso superior).

(TP Encontro 4)

A fala de Borboleta Rosa provocou-me quanto à relação criatividade e Ensino Superior. Essa capacidade de criar tem sido cada dia mais requerida ao professor presente na Educação Básica⁸⁰. No entanto, em nossos cursos de Pedagogia, continuamos a ênfase exacerbada de teorias por si mesmas. Essa crítica ao Ensino Superior não é exclusivamente minha, Csikszentmihalyi (2006) aponta a presença de propostas curriculares nesse nível de ensino voltadas unicamente para a transmissão do conhecimento.

Entre os próprios estudantes, essa denúncia chega a tal ponto, que é comum ouvir:

(...) **Ducarmo:** Nós aprendemos de tudo, profe, mas não aprendemos nada. É muito difícil.

(...) **Filósofo:** Na faculdade de Pedagogia, parece que cada professor que entra por essa porta tem a Disciplina mais importante do mundo. 'Se você não aprender didática, não vai saber dar aula', 'tem que saber alfabetização, caso contrário, nunca alfabetizará ninguém'. Mas o que eles dizem tá tudo lá, nos livros. (...) Os professores esquecem que a gente tá aqui. Nós temos medo do que faremos lá (Referindo-se à Educação Básica).

(TP Encontro 4)

Em alguns momentos, nós do grupo docente da instituição entramos em debate sobre essa necessidade dos licenciandos. Porém, as falas sempre recaem no mesmo lugar, que estudantes procuram receitas⁸¹ para o ensino. Assim, continuamos oferecendo o *pedagogizês* (Norberto) em nossos tronos do saber, para não oferecer 'modelos' de prática. No entanto, estou inclinado a acreditar que os reais motivos para que muitos de nós, docentes do Ensino Superior, fuçamos de problematizar a Educação Básica seja fruto do nosso afastamento⁸² deste nível de ensino, como, também, do conforto das teorizações por nós produzidas (repetidas, talvez) em níveis de Mestrado e Doutorado.

⁸⁰ Acredito que seja a partir dessa necessidade que surge uma enormidade de metodologias no campo de Educação como chamariz para estudantes ao ensino. Entretanto, muitas vezes, parece-me que tais metodologias se perdem em pressupostos teórico-metodológicos, findando em métodos incapazes de questionar consigo *o que e para que se ensina*, ficando à mercê somente do *como se ensina*.

⁸¹ Este argumento se apoia no discurso que os licenciandos procuram uma formação pautada na Racionalidade Técnica que, por sua vez, condiz com o privilegiar dos problemas instrumentais da prática docente (SCHÖN, 2000), afastando-se da autorreflexão e da reflexão sobre o conhecimento (HABERMAS, 1982).

⁸² Valho-me das discussões de Ludke e Cruz (2005) para ressaltar a pouca aproximação docente de Nível Superior com a Educação Básica.

Então o leitor pode me perguntar: O que isso tem a ver com criatividade? Antes de criatividade, considero que este fato tem a ver com humildade. Humildade de aceitar que eu, professor universitário, não sei o que Norberto, em sua escola de Ibirarema⁸³ com trinta alunos em uma sala de Educação Infantil, pode fazer. Mas que podemos encontrar modos criativos para pensar aquela realidade e para isso podemos nos apoiar nas teorizações e, também, no engajamento político para propor/exigir resoluções dos governantes da cidade.

Nesse sentido, eu tenho acreditado na criatividade. Será esse profissional criativo que será capaz de dominar estratégias eficientes para identificar oportunidades, abordar e resolver situações de imprevisão (GILSON, 2008; CROPLEY, 2005). Um elemento necessário no interior de qualquer escola. Porém, não sei se seria possível atingir tal feito com as propostas atuais de Ensino Superior, altamente conteudistas (ALENCAR; FLEITH, 2010).

Nesse sentido, vou compreender a fala dos licenciandos como um pedido para um Ensino Superior mais criativo. Não colocarei neles a busca por receitas, mas por uma ampliação e debates para um caminho mais inventivo de atuação.

4.4.2.1 A espacialidade como resolução

(...) **Eu:** *Me conta o que foi fácil e o que foi difícil...*

Ana Cristina: *Assim, pro. A gente chegou fácil nas respostas até... Mas registrar sem números foi uó.*

Eu: *Ah é?*

Ana Cristina: *Tipo, a gente sabe a resposta... Mas daí tem que tentar usar o mínimo de números.*

Eu: *Como vocês fizeram?*

Ana Cristina: *Eu e a Bida fizemos primeiro com números e depois fomos tirando aquilo que achava que dava...*

Eu: *Espertinhas vocês... (Risos)*

(...) **Brida:** *Me lembrei fazendo concurso... Desenhando as respostas na prova inteira. (...) Daí, eu tenho até uma dúvida, pro.*

Eu: *Diga.*

Brida: *Eu sempre senti vergonha disso. Pensei nas crianças da escola que fazem isso, sabe. É errado? Preciso obrigar a usar número?*

Eu: *O que você acha?*

Brida: *Pro, depois de tudo que a gente discutiu, eu penso que não é errado. A gente pode dizer que a criança pode inventar formas de resolver, e que uma dessas formas é o número.*

(TP Encontro 4)

⁸³ Cidade do interior de São Paulo.

Mesmo que a escola de Brida a tenha ensinado que problemas matemáticos se resolvem com números, ela ainda recorre aos rascunhos de desenhos em suas provas de concurso. Porém, sente vergonha dessa atitude. Nesse sentido, percebo o pouco espaço para a inventabilidade no processo de produção do pensamento matemático. Nota-se, ainda, a atribuição de não conseguir ir bem em matemática à sua dificuldade de usar números.

(...) **Brida:** *Mas não passei em nenhum concurso ainda por causa da matemática. Sou burrinha pra números (...). Só sei fazer desenhos pra pensar.*

Eu: *Já pensou em aprimorar o uso dos desenhos, então?*

Brida: *Pro, são desenhos. Preciso de números... Vai existir matemática sem números?*

Eu: *Não sei... Vai depender do que você ta descrevendo como matemática?*

(Um breve silêncio)

Brida: *A gente comentou que matemática é uma forma de pensar...*

Eu: *E... O número seria o que?*

Brida: *Uma coisa que a gente inventou pra fazer matemática, não é?!*

(...) **Cecília:** *Ah, entendi uma coisa. Número é invenção, matemática é pensamento, uso número pra pensar matemática, número é ferramenta então,...*

Eu: *Hum... E na escola, essa discussão serve pra quê?*

Cecília: *Pra dizer que a gente pode fazer matemática de maneiras diferentes, número é uma forma.*

Eu: *E você Brida, o que acha?*

Brida: *Tipo... Você perguntou sobre aprimorar desenho e tô entendendo que não era fazer o desenho melhor, era aprimorar o pensamento por desenho. (...) Nossa, pro, pensando aqui, eu poderia ter sido uma resolvedora de problemas brilhante por desenho, né.*

(...) **Eu:** *E o que a gente faz com a Educação Matemática na escola então?*

Cecília: *Faz pensar né, pro. Não importa muito pra onde vai o jeito de pensar, mas pensar.*

(TP Encontro 4)

Como Brida ressalta, *ela poderia ter sido uma resolvedora de problemas brilhantes por desenhos*, mas a formulação do ensino da matemática que a acompanhou impediu que isso acontecesse. As situações pelas quais passou em relação ao *resolver por desenho* foram inibidas no processo de sua aprendizagem, chegando a ponto de atingir a *vergonha* de dizer que usou tal modo de raciocínio.

(...) **Eu:** *Vamos pensar no seguinte, gente: existe o número que é o símbolo (faço na lousa do 1 ao 9) e tem o pensamento que permitiu que o constituísse... (...)*

(...)

Cecília: *Tipo os desenhos da Brida?*

Eu: *Acho que de certa forma envolve sim. Os números vêm por nossa necessidade de enumerar.*

Noah: *Enumerar tipo 1,2,3,4... (Apontando pra objetos)... Isso que é enumerar né?*

Eu: *É isso...*

Brida: Tipo, tem uma organização visual antes do símbolo, né?!

(...) **Norberto:** Eu tenho uma dúvida, professor, é certo contar o zero? (...) Por que na escolinha que eu trabalho, as professoras contam. Elas fazem assim: as crianças antes de contar fecham os olhos e daí elas contam até três e as crianças antes de abrir os olhos gritam zero, daí, com o olho aberto, conta 1, 2, 3, 4...

(Risos da sala)

Eu: O que você acha disso?

Norberto: Bizarro... (Risos)... Você conta pra contar e coloca o zero lá.

Eu: Vou contar um fato da história da matemática pra vocês...:

Quadro 15 - História do Zero

Origem do zero

Embora a grande invenção prática do zero seja atribuída aos hindus, desenvolvimentos parciais ou limitados do conceito de zero são evidentes em vários outros sistemas de numeração pelo menos tão antigos quanto o sistema hindu ou mais. Porém, o efeito real de qualquer um desses passos mais antigos sobre o desenvolvimento pleno do conceito de zero - se é que de fato houve - não está claro.

O sistema sexagesimal babilônico usado nos textos matemáticos e astronômicos era essencialmente um sistema posicional, ainda que o conceito de zero não estivesse plenamente desenvolvido. Muitas das tábuas babilônicas indicam apenas um espaço entre grupos de símbolos quando uma potência particular de 60 não era necessária, de maneira que as potências exatas de 60 envolvidas devem ser determinadas, em parte, pelo contexto. Nas tábuas babilônicas mais tardias (aquelas dos últimos três séculos a.C.) usava-se um símbolo para indicar uma potência ausente, mas isto só ocorria no interior de um grupo numérico e não no final. Quando os gregos prosseguiram o desenvolvimento de tabelas astronômicas, escolheram explicitamente o sistema sexagesimal babilônico para expressar suas frações, e não o sistema egípcio de frações unitárias. A subdivisão repetida de uma parte em 60 partes menores precisava que às vezes “nem uma parte” de uma unidade fosse envolvida, de modo que as tabelas de Ptolomeu no *Almagesto* (c.150 d.C.) incluem o símbolo $\overline{0}$ ou 0 para indicar isto. Bem mais tarde, aproximadamente no ano 500, textos gregos usavam o ômicron, que é a primeira letra palavra grega *oudem* (“nada”). Anteriormente, o ômicron, restringia a representar o número 70, seu valor no arranjo alfabético regular.

Talvez o uso sistemático mais antigo de um símbolo para zero num sistema de valor relativo se encontre na matemática dos maias das Américas Central e do Sul. O símbolo maia do zero era usado para indicar a ausência de quaisquer unidades das várias ordens do sistema de base vinte modificado. Esse sistema era muito mais usado, provavelmente, para registrar o tempo em calendários do que para propósitos computacionais.

É possível que o mais antigo símbolo hindu para zero tenha sido o ponto negrito, que aparece no manuscrito Bakhshali, cujo conteúdo talvez remonte do século III ou IV d.C., embora alguns historiadores o localize até no século XII. Qualquer associação do pequeno círculo dos hindus, mais comuns, com o símbolo usado pelos gregos seria apenas uma conjectura.

Como a mais antiga forma do símbolo hindu era comumente usado em inscrições e manuscritos para assinalar um espaço em branco, era chamado *sunya*, significando “lacuna” ou “vazio”. Essa palavra entrou para o árabe como *sifr*, que significa “vago”. Ela foi transliterada para o latim como *zephirum*

ou *zephyrum* por volta do ano 1200, mantendo-se seu som mas não seu sentido. Mudanças sucessivas dessas formas, passando inclusive por *zeuero*, *zepiro* e *cifre*, levaram as nossas palavras “cifra” e “zero”. O significado duplo da palavra “cifra” hoje - tanto pode se referir ao símbolo do zero como a qualquer dígito - não ocorria no original hindu.

Fonte: Adaptação minha de GUNDLACH (1993)

Norberto: *Então, zero não faz parte do pensamento de enumerar. Sabe o que pensei, professor, a gente precisa pensar que enumerar e usar o zero são coisas diferentes.*

Eu: *É bom a gente ter consciência desses processos, né?*

Norberto: *Mas como a gente sabe disso?*

Eu: *Tá aí o povo que estuda Educação Matemática. Tem um livro do Iran⁸⁴ mesmo bem bacana sobre isso, só não lembro o nome.*

Norberto: *O que a gente faz pra pesquisar Educação Matemática? A gente pode ser sem ser da matemática⁸⁵?*

Eu: *Quem disse que você não é da matemática... Olha o Jardim aí? (Risos meus). Se você quer é lógico que pode.*

(TP Encontro 4)

O ato criativo e a necessidade de refletir sobre o próprio conhecimento começam a trazer a necessidade de buscar teorizações. Aquilo que era visto como natural começa a ser questionado: o símbolo dos números e sua relação com o enumerar, os modos de pensar a matemática, o uso do zero. Para quem leu uma das notas de rodapé contidas no diálogo transcrito, perceberá que um grupo de licenciandos me procurou para iniciar estudos no campo da Educação Matemática, algo que eles nem acreditavam que eram ‘autorizados’ a realizar.

Observando os interesses do grupo de estudo, as discussões têm caminhado para pensar a matemática enquanto uma estratégia desenvolvida pelo homem ao longo de sua história para explicar, entender, manejar e conviver com a realidade e com seu imaginário (D’AMBRÓSIO, 2005). Algo que permite pensar as próprias práticas matemáticas presentes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental como passíveis de reelaborações por meio da história dessa ciência.

⁸⁴ Referia-me a: MENDES, I. A. **Números: o simbólico e o racional na história**. São Paulo: Livraria da Física, 2006.

⁸⁵ Norberto e outros quatro alunos da sala procuraram-me para compor um grupo de estudo de Educação Matemática. Atualmente, o grupo se denomina Matecarte e pauta-se em discutir a relação entre história da matemática e invenção de práticas docentes para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

4.4.2.2 Classificação, Conservação e Seriação... Discutindo resoluções

(...) **Eu:** *Vamos lá: Como vovozinha muita lenha para cortar tinha e não gostava de desperdiçar, ganharia quem mais possibilidades oferecessem de toda madeira serrar e nada de tamanho diferente viesse a sobrar, sabendo que as toras tinham 20 metros cada, quais os tamanhos de lenha picada possíveis?... Como resolveram?*

(...) **Norberto:** *A gente usou outros artificios... A gente pensou que podia 'dobrar' a tora no meio e dobrando cada torinha depois.*

Angelina: *Assim a gente chega...*

Eu: *Chega onde?*

Angelina: *Não sei... No infinito... (Risos).*

Norberto: *Daí a gente faz assim... Pra contar a gente tem que colocar as toras do mesmo tamanho juntas.*

Eu: *Por que isso?*

Norberto: *Pensa, professor. Pra saber as possibilidades não dá pra espalhar. Tem que tá grudadinhas as iguais.*

Eu: *Hummm.*

(...) **Marsha:** *Eu fiz sozinha, mas ficou parecido com o grupo deles (Norberto e Angelina). Fiz assim: a gente primeiro organiza as toras. (...) Porque não dá pra pensar com as coisas bagunçadas. (...) Elas são tudo igual, então pegariamos uma. Cortariamos um pedaço e íamos ver se encaixa na tora inteira. Sem sobrar nada.*

Eu: *O da Marsha é igual o do Norberto? (Pergunta direcionada para sala)*

(Breve silêncio)

Samanta Noway: *Parecido, mas usam estratégias diferentes.*

Eu: *Tipo o que?*

Samanta Noway: *Ai, profe... Imagina dois lados, um do Norberto e o da Marsha do outro lado... Ta, imaginou?... Daí do lado da Marsha tem que organizar e do lado do Norberto também... Do Norberto começa do grande e vai dividindo, da Marsha começa do pequeno e vai vendo quanto cabe.*

(Propus a construção de um quadro de comparação já que o grupo identificava as propostas de resolução semelhantes, o mesmo segue após este diálogo).

Marsha: *O nosso tem de igual que ele usa o igual. Tipo a gente pega um de modelo e vê se os outros são iguais. Se não é igual não dá pra fazer.*

Eu: *O que você ta dizendo que é igual é o que ta pedindo no problema?*

Marsha: *Sei lá. Acho que não é isso... É tipo que assim... Você vai contar precisa pôr os iguais. Não dá a impressão que tipo você usando igual você consegue chegar em qualquer lugar? É tipo uma regra de três quase... (Risos)... Usa pra tudo.*

(...) **Eu:** *E o que mais vocês usaram?*

Marsha: *Acho que só.*

Eu: *Você, Norberto?*

Norberto: *O que eu vi é que nós fizemos o mesmo final.*

Eu: *Como assim?*

Norberto: Nós demos o mesmo final. Colocamos os tamanhos iguais que deram certo em cada grupinho. Depois outro tamanho igual em outro grupinho. Assim, nós terminamos todos.

(...) **Eu:** E se tivessem que contar quantos grupinhos tem pra não se perder?

Marsha: A gente já disse... Colocava ordem.

Eu: O que seria essa ordem?

Marsha: Algo que a gente pudesse fazer pra não se perder, pra por ordem.

Eu: hummm... Tipo cor!

Marsha: (pensa um pouco). Não. Tem que ser ordem que dê pra gente, mesmo que sair e esquecer, entender a ordem. Tipo... O grupinho das pequeninhas, depois ir aumentando e tal.

(TP Encontro 4)

A partir do diálogo empreendido, nós fizemos um quadro comparativo na lousa das resoluções de Norberto e Angelina e de Marsha:

Quadro 16 - Comparativo de resoluções

Norberto	Marsha
Necessidade de organização	Necessidade de organização
Do todo para parte	Da parte para o todo
Necessidade de Igualdade	Necessidade de Igualdade
Criação de grupos	Criação de grupos
Ordenar	Ordenar
Manter Padrão	Manter Padrão

Fonte: Elaboração própria.

Ao longo da conversa, percebi que poderia usar alguns elementos do modo de pensar dos alunos para discutir o processo de construção do conceito de número. Assim, após o quadro, eu apresentei para a sala como Piaget (RANGEL, 1992) considera que a criança constrói o conceito de número:

Construção do Número

Piaget investigou como se processa a construção do conceito de número de forma experimental. Em sua teoria, considerou que a criança só percebe os fatos através dos sentidos, a partir de manipulações práticas.

Na aquisição do conceito de número, destacam-se quatro noções básicas: classificação, seriação, correspondência biunívoca e conservação da quantidade.

Classificar é agrupar segundo um critério. Podemos classificar figuras geométricas (cor, forma, tamanho), utensílios de cozinha (utilidade), livros de história (gênero), animais (espécie), frutas (tipo), secos e molhados, insetos, figurinhas, materiais escolares, botões (número de furos, tamanho, cor), enfim, tudo aquilo que for da vivência da criança.

Seriar significa colocar em série, em ordem, ordenar. Podemos seriar com materiais diversos, tais como: blocos lógicos, botões, palitos, tampinhas e com os próprios alunos, estabelecendo relações do tipo: maior que, menor que, mais pesado que, menos pesado que, mais que, menos que.

Correspondência biunívoca é a correspondência também chamada um a um, ou seja, cada elemento do primeiro conjunto deverá corresponder a um e somente um elemento do segundo conjunto que também será esgotado.

Conservação da quantidade: a criança conserva a quantidade no momento em que ela reconhece que o número de elementos de um conjunto não varia, quaisquer que sejam as maneiras como se agrupam esses elementos. Podemos organizar duas fileiras de botões, tampinhas, bolinhas, fazendo a correspondência termo a termo. Após, modifica-se a disposição dos mesmos e questionamos a criança perguntando se nas duas fileiras tem a mesma quantidade.

Fonte: Texto pautado em Rangel (1992)

Em seguida à apresentação, os alunos foram percebendo a comparação entre aquilo que utilizaram para compor a resolução de seu problema e os próprios pensamentos de Piaget para a construção do número:

(...) **Borboleta Rosa:** *Pro do céu, a gente é muito bom. Tipo se Piaget não tivesse pensado, a gente pensaria...* (Risos)

(...) **Norberto:** *Sabe, professor. Eu ia falar que eu tava me sentindo perdido como uma criança, mas fiquei com vergonha de dizer. Mas, olha que interessante parece que a gente volta pro passado quando não pode usar os números.*

Eu: *Eu achei bem interessante mesmo quando vocês foram falando, até antes eu pensava meio que assim: ‘esse raciocínio vai entrando em desuso e tal’, mas nota-se que não. Nós que exploramos pouco.*

(...) **Filósofo:** *É meio lúdico, né! Mas não aquele lúdico boboca que você deixa as coisas bonitinhas, enfeitadinhas. Você parece que pensa ludicamente, tipo como se tivéssemos o lúdico dentro da gente, precisa aflorar. Pensando aqui... Nossa Matecarte é de um lúdico bom.*

(TP Encontro 4)

Ao sair da sala, as palavras de Filósofo me intrigaram e, quase instantaneamente, eu lembrei-me do livro *Homo Ludens: o jogo como elemento da cultura* de Huizinga (1938). Questionei-me sobre a potência de pensar que aquela proposta de Educação Matemática que procurávamos formar era lúdica⁸⁶. Assim como o lúdico, para Huizinga (1938), tenho percebido o pensamento matemático enquanto uma categoria absolutamente primária da vida. Algo pouco explorado frente à aceleração de conteúdos matemáticos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, isto é, nessa (...) *correria louca pra ensinar a criança tabuada logo de cara e pra depois dizer que ela não sabe tabuada lá no Ensino Médio* (Bianca).

Acredito que essa associação pensamento matemático-lúdico seja uma forma de dar destaque à criatividade e imaginação no processo de produção da matemática. No meu entendimento, tal relação nos propõe um breve retorno àquela criança que fomos, que estava repleta de imaginação para a atividade criadora. Criança que vivia numa infância⁸⁷ que, no fundo, não deveria ter sido inibida, mas motivada a experienciar, em que se deixasse que ocorressem conflitos e apaziguamentos, para ser possível a produção e esperança de uma realidade nova.

4.4.2.3 Onde está o conceito?

(...) **Ducarmo:** *Pro, que conceito trabalha nesse problema.*

Filósofo: *Pra mim não importa mais. Valeu o bruto pensamento matemático.*

Eu: *Eu acho que a gente possa pensar algum conceito que dê para trabalhar.*

Ducarmo: *Eu sei que é fração... (Risos)...*

Bianca: *Oxe, cadê fração aqui?*

Helena: *Eu vi multiplicação.*

Eu: *Cadê a criatividade de vocês. Nem chegaram perto.*

Joy: *Raiz quadrada... (Risos)... Chute, pro.*

⁸⁶ Atualmente, esse livro tem sido uma das leituras do nosso grupo de estudo para pensar a potencialidade da relação pensamento matemático, lúdico e criatividade.

⁸⁷ Criança e Infância são palavras nobres aqui, não significam idade, mas modos de viver a vida, em deixar-se abrir ao novo, ter a curiosidade por ele, olhar o que acontece com o arrebatamento da primeira vez, etc.

Filósofo: *Professor, me responde uma coisa, a escola precisa ter realmente essa coisa do tipo: ‘Esse bimestre vamos estudar tal coisa’, ‘acabou isso, vamos estudar aquilo’? (Fala realizada imitando um robô). (...) Não dá pra fazer uma educação de pensar mais o mundo?... Pensar na sustentabilidade, por exemplo,... Nessas coisas da nossa vida.*

Eu: *Não acredito que precise ter conceitos rígidos e tal. Depende do seu objetivo de educação. Mas tem algumas coisas, sabe. Eu vejo que tem o currículo prescrito pra cada ano. Tem coisa pra fazer mesmo que a gente não concorde cem por cento. São decisões mais políticas, no viés partidário mesmo, sabe.*

Filósofo: *Mas e essas propostas aí do MEC, de não ter mais certas Disciplinas (Citando a Lei nº 13.415/2017 do Ministério da Educação, sob a qual o aluno do Ensino Médio poderá escolher algumas das Disciplinas que cursará e, ainda, refere-se à Educação em Tempo Integral). Tô achando bem legal.*

Eu: *Mas daí eu tenho um ponto. Por isso que eu penso muito na intelectualização do docente. Intelectual como alguém crítico, não papagaio de teoria ou governo. (...) Não vejo esse discurso como a favor de transversalidade ou a procura de melhoras em certos pontos, como de debate da sustentabilidade. Pra mim, temos que olhar a ideologia envolvida (...)*⁸⁸

(TP Encontro 4)

As discussões sobre a presença dos conceitos na proposta levaram Filósofo a considerar uma ação docente mais dinâmica em relação às questões sociais, como a *sustentabilidade*. Embora concorde com o seu olhar, preocupa-me a visão deturpada de temas como: transversalidade, interdisciplinaridade, formação para o trabalho/cidadania, contextualização da realidade, etc. Muitas vezes, o que é feito dessas propostas consiste em um empobrecimento da educação, desde os recursos financeiros a ela repassados, até a formação de seus docentes.

A partir de Gadotti (2010), por exemplo, é possível pensar o que tem sido feito com conceitos como Educação Integral. Para ele,

A educação integral não pode se constituir apenas num projeto especial de tempo integral, mas numa política pública para todos, entendendo-a como um princípio orientador do projeto eco-político-pedagógico de todas as escolas, o que implica conectividade, intersetorialidade, intertransculturalidade, intertransdisciplinaridade, sustentabilidade e informalidade. Enfim, educação integral é uma concepção geral da educação, que não se confunde com o horário integral, o tempo integral ou a jornada integral. (GADOTTI, 2010, p.9)

Nesse sentido, minha preocupação se faz sobre a formação de professores. Se no papel de formadores de docentes nos ausentarmos do engajamento crítico do processo de

⁸⁸ Em apresentação dos resultados da Tese para o grupo, o mesmo preferiu que a continuidade da discussão não fosse exibida. Helena e Norberto desejam elaborar outra intervenção para problematizar a relação entre política pública e criticidade docente.

formulação das políticas públicas, possivelmente estaremos abandonando nossos futuros professores a serem reprodutores de conhecimento e apoiadores acríticos do discurso estatal.

Frente a esse ponto, é que associo os trabalhos de Beatriz D'Ambrósio e Celi Lopes (2015) e Paulo Freire (2000). Sem dúvida, Freire era um insubordinado responsivo que potencializava a criatividade em seus escritos e atitudes⁸⁹. Sem fugir da rigorosidade metódica, Freire (2000) abandona uma educação autoritária para uma *práxis* pedagógica do diálogo e da criticidade. Essa compreensão possui um impacto significativo nas minhas propostas de atuação no Ensino Superior. Embora eu apresente aquilo que considero pertinente ao falar de educação, tenho o dever de dar espaço ao olhar crítico sobre minhas ideias. Sem isso, acredito que a presença de qualquer autoridade perante o sujeito que formo continuará a prescrever o que se pensa e como se pensa sobre educação, impossibilitando qualquer atitude subversiva do mesmo (D'AMBRÓSIO; LOPES, 2015).

Nesse sentido, senti-me responsável em problematizar novamente as questões curriculares da Educação Básica, algo não pensado inicialmente para este momento. Pedi, então, que os trios apresentassem possíveis saberes matemáticos passíveis de serem trabalhados com o problema debatido.

(...) **Eu:** *Gente, sobre os conceitos, eu reservei o laboratório de informática e a gente vai lá. Enquanto eu arrumo, vocês têm quinze minutos pra discutir a apresentação e se organizar. Pensando numa proposta que use o espaço.*

(Quinze minutos depois, e já no laboratório de Informática).

Eu: *Gente, eu fiz uma representação pra vocês no GeoGebra⁹⁰, da atividade.*

Figura 88 - Representação do Problema 1

⁸⁹ Acredito que o trabalho de Beatriz e Celi (2015) tenha iniciado um percurso bonito da relação entre criatividade e criticidade. Tenha a esperança que no presente esta seja uma discussão empreendida por muitos pesquisadores.

⁹⁰ Em outro momento, exterior a ação da Disciplina, realizei uma oficina de tecnologias na Educação Matemática e apresentei para o grupo o *software* GeoGebra.

Fonte: Elaboração própria.

(...) **Eu:** Agora vocês vão mostrar o que pensaram...

1ª Trio⁹¹: A gente pensou na reta numérica.

(Eu fiz a reta numérica no GeoGebra conforme a indicação das licenciandas)

Figura 89 - Representação da Reta numérica

Fonte: Elaboração própria.

(...) **1º Trio:** Tipo... Pode não aparecer os números. (...) Tipo... Não é porque é reta numérica que tem que enfocar nos números, né? (...) O que a gente pode trabalhar com a criança é tipo ele reconhecer que tem espacinhos iguais entre cada ponto. Se a gente fizesse num barbante podia fazer nozinho. Ficaria show. Tipo distância igual de um pro outro... Tipo desse nozinho (aponta para o ponto que representaria o 1) até esse (aponta para o 4) é igual a distância de qual outro?(...) Tipo... Dá pra ir perguntando o que tem entra um nozinho e outro. Daí no software amplia e tudo mais. (...) Pra não deixar a criança tipo já focada que número dá a resposta certa, mas tipo pra pensar.

(...) **2º Trio:** Sabe o que a gente pensou, professor. Dá pra mostrar outros agrupamentos⁹². Você fixa aquele ícone ali (Semicírculo definido entre dois pontos) e vai jogando em cima. Assim, as crianças vão ver que não precisa contar de um em um, né. (...) A gente consegue fazer subtração e adição de espaço assim...

⁹¹ Preferimos usar uma fala única para o trio enquanto uma compilação de falas individuais. Isso se deve a falhas de áudio pela mudança de local de intervenção.

⁹² Os alunos se referiam a outros agrupamentos diferentes do Sistema de Numeração Decimal. Este foi tema de uma das aulas da Disciplina.

Figura 90 - Representação de agrupamentos

Fonte: Elaboração própria

(...) **Angelina:** Olha que matemática linda que ficou, pro!

Borboleta Rosa: Tipo... Quem não ama?!

(...) **3º Trio:** Pro, tudo dá pra ver nessa imagem (Referindo-se à imagem elaborada com o segundo trio). Pode trabalhar multiplicação com eles. Divisão também dá. Assim, o inteiro dá pra dividir certinho por tal pedacinho (falando de uma distância fixa). Daí o aluno vê que divisão exata não pode sobrar (...).

(...) **4º Trio:** (...) A gente viu a fração da Ducarmo, do pequenininho (parte) em relação ao grandão (todo). (...) A gente tava pensando agora, também, em simetria... Olha que lindo esses arcos (Referindo-se à imagem elaborada com o segundo trio). Poe uma reta bem no meio, dá pra ver simetria.

(TP Encontro 4)

Os alunos iniciam a percepção de que num processo de resolver problemas, os conceitos não vêm a priori, mesmo que o professor, ao trabalhar com a turma, saiba os destinos que deseja. Como ressaltam Onuchic e Allevato (2004), o problema é o ponto de partida. A partir dele, pelas elaborações dos alunos e pela condução dos professores, é possível construir novos conceitos e conteúdos matemáticos.

Entretanto, indagações são suscitadas pelo grupo quanto à relação dessa resolução com a realidade problematizada ou, ainda, da intervenção que essa resolução pode oferecer para a mesma.

4.4.2.4 Respostas ao problema...

(...) **Brida:** *Pro, eu vi que a resposta matemática não influi na verdadeira resposta do problema.*

Helena: *É mesmo. Se a menina fica com o lobo ou com o caçador pouco importa o número que dá.*

Norberto: *Eu acho assim... Ela fica com o caçador. Ele é mais inteligente e conhece árvore, lenha, essas coisas...*

Borboleta Rosa: *Mas mulheres sempre querem ter um lobo em suas vidas... (Risos)...*

Brida: *O que acha, professor?*

Eu: *Eu acho que vocês possuem razão, pra resolver o real problema, 'com quem casar', ela não precisa da matemática.*

Filósofo: *Mas a matemática não está em tudo, profe? Não tem aquela propaganda⁹³!*

Eu: *o que vocês acham?*

(Momento breve de silêncio)

Norberto: *Pensando no que eu vi, isso é mentira.*

Eu: *Mentira?*

Norberto: *É, ué. Tipo... Nossa Educação Matemática não pode pensar que a matemática tá em tudo. Se a matemática tá em tudo, ela é tipo um Deus, uma Deusmática (...) Tipo, Deus vem antes do ser humano, mas a matemática não.*

Eu: *Tô entendendo.*

Norberto: *Tipo... O homem vem antes da matemática. Ele é mais importante. Ele que pode pôr a matemática em tudo ou não. Tipo não é a matemática que tá lá, é a gente que vai e vê ela.*

(...) **Helena:** *Se seguirmos essa linha da matemática em tudo, não parece que os valores vêm depois da matemática? Algo que vai assim... Sem matemática não existe nada.*

(TP Encontro 4)

Neste momento, nosso grupo começa a delimitar uma fronteira entre a *matemática está em tudo* e a *matemática nos serve para pensar o mundo*. Quando Norberto questiona uma visão onipresente e santificada da matemática, uma *Deusmática* (Norberto), ele carrega na fala a pulverização de um saber intocável. Assim, é possível pensá-la, indagá-la e colocá-la a serviço da humanidade. E *se seguirmos essa linha da matemática em tudo, não parece que os valores vêm depois da matemática?* (Helena). Com certeza, Helena!

⁹³ Propaganda que apresenta o tema *A Matemática está em Tudo*, da Semana Nacional de Ciência e Tecnologia de 2017.

Para você, Helena, eu digo que os valores humanos são o princípio da Educação Matemática, que “[...] atingir PAZ TOTAL deve ser a utopia de todo ser humano. Essa é a essência de ser humano. É o ser [substantivo] humano procurando ser [verbo] humano. Esse é o verdadeiro sentido de humanidade” (D’AMBRÓSIO, 2001, p. 14).

E a matemática? Talvez fosse a continuidade da pergunta de Helena. Hoje, minha resposta seria: *Ela precisa estar a serviço desta utopia. Caso contrário, ela estará a serviço de outros objetivos, outras ideologias... Nem sempre revelados em sua atuação. O que muito de nós, professores, ainda não conseguiram entender.*

Mas acredito que Helena nem precisou de minha constatação, afinal, conforme ela:

(...) **Helena:** *É, pro. Por isso que tem muito professor de matemática esnobe. Parece que os conteúdos vêm antes dos valores. Parece que os conteúdos vêm antes da gente. Feio isso... Mas, como você diz né, a gente é que ter esperança de ser diferente. O passado serve pra fazer pensar...*

(TP Encontro 4)

4.4.3 O Matemático, O físico e o Pedagogo – Problema 2

O problema consistia no seguinte:

Quadro 18 - Problema 2

ERA PARA SER PIADA

Um Matemático, um Físico e um Pedagogo decidiram disputar uma corrida. Todos se preparavam ansiosamente para o dia.

Porém, cada um queria correr num lugar diferente. O físico queria correr da terra até a lua, o matemático pensava em ir da Faculdade Estácio de Sá de Ourinhos até o marco zero de Chavantes⁹⁴/SP e o Pedagogo decidiu dar uma volta ao redor do mundo.

Sabendo dos diferentes trajetos, resolveram consultar um filósofo. O mesmo apresentou a seguinte solução:

- Não há problemas em serem percursos diferentes, desde que vocês sigam a seguintes regras: 1) Você só pode andar, no máximo, três horas por dia; 2) Nunca ande, no dia, mais da metade do percurso que ainda falta.

Quem ganhou a corrida? Apresente uma resposta.

Fonte: Elaboração própria

⁹⁴ Cidade a 20 km de Ourinhos.

Tal problema é elaborado a partir dos estudos filosóficos de Zenão de Eleia⁹⁵. Sua proposta de atuação visava questionar os estudos da Escola Pitagórica, que assumia o espaço e o tempo como consistindo de pontos e instantes, mônadas que, para eles, era o indivisível (CHAUÍ, 1994).

Essa atitude de Zenão trouxe à tona questões sobre a relação entre o discreto e o contínuo (KLINE, 1972). As propostas de Zenão podem ser abordadas por dois aspectos: O tempo e o espaço são divisíveis infinitamente ou; Existe um menor elemento de tempo (o instante) e espaço (um ponto) indivisível.

Sem apresentar Zenão ao grupo de alunos, deixei que pensassem sobre o problema suscitado.

4.4.3.1 Grupo 1: Erros e sobras

(...)

Samanta Noway: *Nosso cartaz ficou assim:*

(Ergue o cartaz)

Figura 91 - Cartaz Samanta Noway, Ana Cristina e Brida – Problema 2

Fonte: Elaboração própria

⁹⁵ Mais precisamente no que se refere ao Paradoxo da dicotomia, este consiste na seguinte descrição: Imagine um móvel que está no ponto A e quer atingir o ponto B. Este movimento é impossível, pois antes de atingir o ponto B, o móvel tem que atingir o meio do caminho entre A e B, isto é, um ponto C. Mas para atingir C, terá que primeiro atingir o meio do caminho entre A e C, isto é, um ponto D. E assim, ao infinito.

Ana Cristina: A gente descobriu que tava sobrando pedaço no problema... Tipo, a gente ficou trabalhando com as três horas. E fez um monte de coisa... Daí descobrimos que era uma informação falsa.

Samanta Noway: A gente sofreu...

Brida: Como elas sofreram... (Risos)... (Brida era a etnomática).

Samanta Noway: Nunca tinha imaginado um problema sem número... Muito estranho.

Ana Cristina: Daí a gente percebeu que não dava... Então a gente percebeu que o único modo era pensar com três fitas. Daí fizemos uma fita curtinha, uma fita maiorzinha e outra grandona. Então, a gente foi picando pelo meio. Sabe o que a gente viu... Tipo... Nunca acaba... Ninguém chegará.

Samanta Noway: E as fitas foram ficando cada vez do mesmo tamanho.

Brida: Foi muito divertido... Elas não acreditaram, daí a gente tentou fazer o teste real. A gente pegou daqui da Estácio até o McDonald's. Viu na internet que dá 1km e 300 metros. Daí nós três andamos metade, 650 m. Depois andamos 325 m. Depois 162,5 m. E a gente foi chegando.

Samanta Noway: As três loucas na rua. (Risos)

Ana Cristina: Quando deu perto de 1 m já ficamos com vergonha. Daí entramos e comemos e discutimos... (Risos)... A gente mereceu né... Mas chegamos à mesma conclusão. Ninguém chega e os números só servem pra atrapalhar mesmo.

Samanta Noway: É uma resposta filosófica. Não é matemática.

(TP Encontro 4)

Todos os grupos tiveram o consenso que ninguém chegará ao destino. Entretanto, o grupo 1 ressaltou que nem todas as informações estão em uso ao longo da resolução. Os números de horas presentes no problema (andar três horas por dia) não foram utilizados no processo. Eles categorizaram a informação como *falsa* ou *sobras* (Ana Cristina).

(...) **Eu:** vocês disseram que houve uma informação falsa?

Ana Cristina: Sim, a das três horas.

Eu: Por que falsa?

Ana Cristina: Ela não serve para a resolução do problema e por isso é falsa. Não falsa, mas desnecessária.

(...) **Borboleta Rosa:** Deixa eu opinar?!... Isso foi uma discussão que a gente teve no nosso [problema]. A gente vê que a gente tá tão acostumado com problema matemático certinho, que você usa todos os números, que se você não usar uma informação, acha que ela é falso.

Eu: Os problemas matemáticos são recortes...

Borboleta Rosa: Não sei porque recortar tanto então, pro. A gente sabe que a realidade não é assim... Que o problema não vem só com os dados matemáticos... Tem muita coisa envolvida.

Filósofo: Isso não seria uma camuflagem da matemática, professor?

Eu: Camuflagem?

Filósofo: daquelas que você esconde informação pra esconder a realidade. Eu, professor, quero que meu aluno aprenda a matemática e não que ele reflita sobre a realidade. Daí eu corto a realidade...

Eu: *Isso é um bom pensamento... Daí eu corto a realidade, tiro dados significativos, tiro opiniões conflituosas, tiro questões polêmicas e tacho abacaxis e laranjas...*

Borboleta Rosa: *Ah tá... Abacaxi e laranjas daqueles probleminhas... Entendi.*

(TP Encontro 4)

Nesse sentido, percebe-se que há um padrão de escrita de problemas em sala de aula na Educação Básica. Problemas muitas vezes pertinentes a situações da realidade que são *camuflados* (Filósofo) para omitir e recortar a realidade, tirando *dados significativos, opiniões conflituosas, questões polêmicas* (Eu).

(...) **Borboleta Rosa:** *Pro, ninguém viu isso na Educação Matemática ainda? A gente tem que ver.*

Eu: *Tem muita gente discutindo isso, já. Mas sempre é bom mais alguém, né! Tem o povo da Etno, tem o povo da Matemática Realística, da Modelagem Matemática, da Educação Matemática Crítica,...*

Borboleta Rosa: *O que seria a Educação Matemática Crítica?*

Eu: *Sei muito pouco sobre, infelizmente... Eu sei que tem os estudos do professor Ole⁹⁶... Sei que tem um viés muito de cidadania e sociedade e tal... Sei pouco mesmo.*

Borboleta Rosa: *Pro, vamos ler na nossa leitura⁹⁷? Tipo pra você e pra gente... Primeira vez nossa com a Educação Matemática Crítica... (Risos).*

Eu: *Eu topo. Quem sabe encontro algo pra minhas indagações também.*

(TP Encontro 4)

Ao compartilhar este momento com o grupo e depois na escrita da Tese, desejo ressaltar o deslocamento que fiz na minha proposta de atuação. No instante desta conversa, as dúvidas presentes sobre o caminho que escolhi para a proposta formativa se dissiparam. Eu era desejoso de uma formação para nós e que os licenciandos pudessem participar de muitas escolhas.

Quando Borboleta Rosa perguntou sobre Educação Matemática Crítica e eu sabia muito pouco, percebi que não houve aquele estranho olhar por parte dos licenciandos e nem o meu medo de dizer que conhecia pouco. Em uma visão conteudista da Disciplina, eu teria dito: ‘Sei pouco sobre isso, mas procurarei saber e, na próxima aula, eu te informo’. Mas a atitude que prevaleceu foi ‘vamos saber mais juntos’, ‘vamos pensar juntos sobre ela’, ‘vamos ver se existe algo que nos possa ajudar a pensar nossa Educação Matemática’.

4.4.3.2 Segundo grupo: O Conflito e o etnomático

⁹⁶ Professor Ole Skovsmose.

⁹⁷ Borboleta Rosa se referia às leituras que realizamos para terminar todos os encontros.

(...) **Eu:** *Me contem o de vocês (para o segundo grupo).*

Ducarmo: *A gente fez esse cartaz:*

Figura 92 - Cartaz Ducarmo, Norberto e Borboleta Rosa – Problema 2

Fonte: Elaboração própria

(...) **Ducarmo:** *Pro do céu, a gente não se deu bem...*

Eu: *Por quê?*

Ducarmo: *Eu odeio ficar quieta (Ducarmo era a etnomática). Horrível não poder dar palpite... A gente saber a resposta e não dar a notícia... Ouvir os outros irem pro caminho errado e ter que deixar.*

Eu: *Isso se assemelha a ser professor?*

Ducarmo: *Acho que não!... Não sei!... Professor tem que falar.*

Eu: *Tem?*

Ducarmo: *Não tem?*

Eu: *Eu que pergunto... (Risos)...*

(Silêncio momentâneo)

Ducarmo: *Olha o jeito da sala. Um professor aí (aponta para a lousa) e a gente aqui (aponta para as cadeiras). Se ele não falar, quem vai?!*

Eu: *Quem vai falar?... O que vai falar?*

Norberto: *Na nossa Educação Matemática teria que todo mundo meio que ser igual para funcionar.*

Ducarmo: *Mas igual, igual mesmo, não funciona.*

Norberto: *funciona sim.*

(...) **Eu:** *Primeiro, a gente precisa pensar então o que é esse igual.*

Norberto: *Igual de poder dar a opinião (...). Sem isso a gente nem sente que é da gente. Tô falando, pensando na Educação Matemática da gente. Tipo, sou igual ao professor. Não é a Educação Matemática dele.*

Ducarmo: *Meio egoísta isso... Tipo é a MINHA matemática.*

Norberto: *Mas não é porque é minha que não é tua também. Você tá vendo, a gente tá fazendo junto isso. (...). Criar uma proposta.*

(TP Encontro 4)

Se o professor não falar, quem vai? (Ducarmo). Uma pergunta derivada talvez seria: Se o professor não falar, o que ele vai fazer? Qual será sua função? Perguntas nesse sentido, além de retratarem a realidade vivida pelos licenciandos na Educação Básica, esquecem que o exercício do diálogo requer o exercício da escuta. Sem os momentos de ouvir e de fazer silêncio, a comunicação parece ser impensada.

Pelo ato de “[...] escutar o educando em suas dúvidas, em seus receios, em sua incompetência provisória, [...] aprendo a falar com ele” (FREIRE, 2004, p. 135). Nesse sentido, Santiago e Batista Neto (2011) aponta a escuta como uma atitude, saber e prática pedagógica a ser cultivada na docência.

Embora o exercício de ouvir realizado por Ducarmo seja simples, trouxe a ela o estranhamento quando o comparei com a prática docente. Ele trouxe uma provocação frente ao papel docente. Ser quem fala parece ser a essência do docente. No entanto, quando vamos para pensar a escuta nesse processo, não é um simples ouvir para cumprir o proforma da ação.

Escutar é obviamente algo que vai mais além da possibilidade auditiva de cada um. Escutar, no sentido aqui discutido, significa a disponibilidade permanente por parte do sujeito que escuta para a abertura à fala do outro, ao gesto do outro, às diferenças do outro. Isto não quer dizer, evidentemente, que escutar exija de quem realmente escuta sua redução ao outro que fala (FREIRE, 1991, p. 135).

Junto a escuto, a evidência do diálogo também se faz no debate:

(...) **Borboleta Rosa:** *Levo isso que o Norberto falou pra nosso debate, já que é a gente que tinha que discutir. Tipo... Não é fácil ter o diálogo... Eu quero uma coisa e ele quer outra.*

Norberto: *Mas foi lindo, tipo... A gente abriu mão do que a gente pensava pra pensar o que o outro pensava.*

Eu: *Qual o motivo de vocês abrirem mão?*

(...) **Borboleta Rosa:** *A gente quer resolver o problema. A gente tem algo junto pra fazer.*

Eu: *Ah é?*

Borboleta Rosa: *Até comentei com ele (Norberto), se a gente não se desse bem, ia ser punk.*

Norberto: *Eu não ia querer resolver da maneira dela só pra irritar.*

(...) **Borboleta Rosa:** *Nossa vida também é assim... Pra resolver problema com o outro, tem que ter uma espécie de perdão e deixar o passado pra trás.*

Ducarmo: *Isso pode ser considerado matemática, pro? Não parece meio religião... (Risos)*

Borboleta Rosa: *Nossa matemática pode. Nossa matemática é da paz e do amor e do futuro bom...*

(TP Encontro 4)

Além de considerar essa escuta, o grupo também evidenciou a questão do diálogo na prática educativa. Assim como Borboleta Rosa, não considero o diálogo uma tarefa fácil de ser realizada. Exige um processo de exercício na formação docente. Esse diálogo requer uma permanente abertura à fala do outro e não apenas como capacidade auditiva (FREIRE, 1991), requer *abrir mão do que a gente pensava pra pensar o que o outro pensava* (Norberto).

Conforme o grupo, o diálogo exige também interesses comuns, *algo junto pra fazer* (Borboleta Rosa). Nesse sentido, uma *Educação Matemática nossa* é viável e necessária. Um projeto para o ensino da matemática em que nos encontramos como coautores. Diferente do que possa parecer, não consiste numa reinvenção da roda, mas de pensar qual projeto de Educação Matemática queremos seguir.

4.4.3.3 Grupo 3: Justiça social, Infinito e Espaço

Antes de iniciar a apresentação, o grupo levanta o seu cartaz.

Figura 93 - Cartaz Helena, Joy e Julia – Problema 2

Fonte: Elaboração própria.

(...) **Helena:** Pro, a gente ficou com uma dúvida bem estranha... Sobre o infinito.

Eu: E o que foi?

Helena: Eu sempre vi um infinito que sempre crescia... Mas esse infinito não faz... Ele tipo cada vez ta mais perto do mesmo lugar, mas também com menos movimento. Daí a gente foi pesquisar e encontrou umas coisas bem interessante.

Eu: Conte, então!

Helena: A gente encontrou isso (Explica o texto abaixo, enviado via e-mail após para mim).

Quadro 19 - Infinito, por Helena, Joy e Julia
Infinito , representado com o símbolo ∞ , é uma noção quase-numérica empregada em proposições matemáticas, filosóficas ou teológicas e que faz referência à falta de limite e falta de fronteira no tamanho, quantidade ou extensão.
Distingue-se entre infinito potencial e infinito real:
INFINITO POTENCIAL
Infinito Potencial é usado para processos que podem, em princípio, continuar para sempre, ou para objetos que podem, em princípio, crescer para sempre. A sequência abaixo é potencialmente infinita: é possível estendê-la indefinidamente.
$P.a.(2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; \dots)$
O conceito de infinito potencial é, em geral, de fácil aceitação e não apresenta controvérsias.
INFINITO REAL
Infinito Real (ou Infinito Completo) é um assunto mais complexo: será possível existir uma entidade completa e existente de tamanho infinito?
Infinito na Matemática
Em matemática, conjuntos infinitos foram primeiramente considerados por Georg Cantor, por volta de 1873. Cantor observou que conjuntos infinitos podem ter tamanhos diferentes, distinguindo entre conjuntos infinitos contáveis e incontáveis, e desenvolveu sua teoria de números cardinais baseado nesta observação. A matemática moderna aceita o infinito real.
Representação
O infinito é representado matematicamente pelo símbolo ∞ . Quando o símbolo é precedido por um sinal de mais ($+\infty$), representa um número positivo infinito. Quando é precedido por um sinal de menos ($-\infty$), representa um número infinito negativo.
Na teoria dos conjuntos, o infinito é representado pela letra hebraica <i>Aleph</i> ($\aleph$).
A curva matemática que gera o símbolo ∞ é a lemniscata.
Infinito no Universo
"Será que o infinito real existe no universo físico? Existem infinitas estrelas? O universo tem volume infinito? O espaço cresce para sempre?"
A questão de algo ser infinito é logicamente separada da de não ter fronteiras. Por exemplo, a superfície bidimensional da Terra é finita, embora não tenha fronteiras. Se algo se mover em uma linha reta paralela ao solo, vai retornar ao ponto exato da partida. O universo, pelo menos a princípio, poderia operar de forma similar: se um corpo se mover sempre na mesma direção e por tempo suficiente, talvez passe exatamente pelo ponto de onde saiu.

"O conceito matemático de infinito tem alguma relação com o conceito religioso de Deus?"

Esta questão foi feita tanto por Georg Cantor, com o seu conceito de infinito absoluto, no qual ele iguala infinito e Deus, como também por Kurt Gödel, com sua "prova ontológica" da existência de uma entidade, que Gödel relacionou com Deus.

Fonte: Elaboração própria.

Eu: Depois deste estudo sobre infinito o que vocês descobriram?

Helena: A gente descobriu uma matemática filosófica... Super mágico esse negócio de quase número, de mistura de teologia, matemática e filosofia...

Julia: Esse oito deitadinho que todo mundo faz de tatuagem eu sabia que era infinito, mas nunca imaginei que fosse algo matemático... Um símbolo dela.

Helena: Tipo ter infinitos diferentes e tal... (...)

Julia: Eu achei bacana a pergunta do Georg Cantor também. Sabe, querendo relacionar Deus e o Infinito.

Filósofo: É que a religião sempre perverteu tudo...

Eu: Explica melhor.

Filósofo: Aff, professor. Tipo a Idade Média... Eles acabaram com tudo. O povo tinha medo da religião, a gente sabe disso.

Eu: Mas isso não acontece hoje?

Filósofo: Hoje não mais... Religião não manda mais nada.

Eu: Então a matemática de hoje não tem interferência e relação com nada mais?

Filósofo: Não é isso que eu disse, professor. A religião não interfere mais, mas tem outras coisas, né?!

Eu: Tipo?

Filósofo: Ah tipo o insta, o face, o twitter... Essas redes sociais... Elas que mandam na matemática.

Eu: Como mandam?

(Silêncio momentâneo)

Filósofo: Mandam sim...

(Silêncio momentâneo)

Julia: Eu vi uma vez que nas eleições, acho que dos Estados Unidos, eles fizeram uma ferramenta matemática lá pra ver o perfil das pessoas⁹⁸...

Filósofo: Tipo isso aí. Compra e venda de dados. CSI Miami⁹⁹.

Eu: A matemática se enquadra hoje nisso?

(Silêncio momentâneo)

Filósofo: Não sei... Mas tem interferência. Não tem um negócio igual o povo fala da indústria farmacêutica de mexer com um remédio porque dá mais lucro.

Noah: Não é igual meio que assim, professor, tipo... Te dou dinheiro e desenvolve a matemática que preciso?

Eu: Deve existir isso... É triste pensar que tem matemática pra coisas como armamento nuclear e tal...

⁹⁸ No ano de 2018, essa informação se confirmou. A empresa *Cambridge Analytica*, por meio de teste elaborado por Alexander Kogan, coletou informações de usuários da rede social *Facebook*, as quais foram utilizadas na campanha política de Donald Trump para a presidência dos Estados Unidos.

⁹⁹ Série estadunidense de investigação criminal, pautada no uso da ciência na coleta e análise de pistas.

(...) **Noah:** *Eu acho que o matemático e quem joga a bomba são tão ruins quanto. (...). A Educação tem que pensar nisso, né?*

(TP Encontro 4)

Como produção cultural, a matemática não está isolada da humanidade. Ela produz saberes e possui ressonâncias de outros saberes. O grupo percebeu que a matemática não é isenta pois, em sua composição, tem se tornado uma força para validar e respaldar o pensamento de um momento histórico. Entretanto, ingressamos em outro ponto derivado deste, qual seja, a responsabilidade social da produção matemática, *no te dou dinheiro e desenvolve a matemática que preciso* (Noah).

Nesse sentido, Noah considera que a responsabilidade de quem produz conhecimento e daquele que o utiliza para destruir a humanidade são os mesmos, *o matemático e quem joga a bomba são tão ruins quanto* (Noah). Mas ela crê que a Educação (Matemática) possa ser um modo de enfrentar tal situação, “enfrentar a injustiça social” (D’AMBRÓSIO, 2005).

Embora possa parecer inicialmente que um bombardeio na Síria¹⁰⁰ e a educação para todos não possuam relação, não acredito ser possível fazer uma educação para todos, sem pensar naqueles que não estão dentro de nossas salas de aula. Uma Educação Matemática para todos não poderia ser individualista, para aqueles vinte e poucos que estão ali comigo. Ela precisa ser para todos, com todos e por todos.

O que posso eu fazer por aquele sírio que perdeu sua família, seus bens, sua paz? *É triste pensar que tem matemática pra coisas como armamento nuclear* (Eu).

(...) **Noah:** *Tão triste, pro. O que a gente pode fazer?*

Julia: *O que nossa Educação Matemática pode fazer?*

(Silêncio momentâneo meu)

Eu: *Infelizmente, a gente não pode ir lá no Iraque ou no Afeganistão e ajudar eles. Mas posso combater essa lógica. Posso lutar junto com aquele que é deficiente, do negro, do pobre, do homossexual. Posso formar minha criança pra isso. Eu posso tentar fazer isso com vocês, aqui.*

(TP Encontro 4)

Paulo Freire que me perdoe, mas, às vezes, a nossa esperança parece enfraquecer. As forças parecem esmiuçar. Sem a presença deles, meus estudantes de Pedagogia, talvez não fosse possível lutar. Talvez seja por isso que Freire tenha utilizado tanto o termo *amor* em suas palavras. Amar e ter esperança na capacidade daquele outro, faz o professor ter garra.

¹⁰⁰ No dia em que escrevi este trecho da Tese, os Estados Unidos bombardearam algumas regiões da Síria, consideradas por eles como instalações para produção de armas químicas.

Esperança que estes futuros professores possam se unir a mim para fazer algo que não fiz ainda.

(...) **Norberto:** *Então tem gente lutando pela nossa causa na Educação Matemática? Lutando pela gente*¹⁰¹?

Eu: *Para ser bem sincero, nem tanto quanto eu acho preciso. Tem alguns trabalhos sobre gênero, mas sobre sexualidade ainda é pouco. Os mais famosos que eu vejo é um livro sobre gênero na EJA e tem uma pesquisadora inglesa bacana*¹⁰² *também.*

Norberto: *Que pena que é ainda pouco, professor.*

Eu: *Pena, nada! Aí está um trabalho para nós.*

(TP Encontro 4)

Ter esperança precisa ser sinônimo de ação¹⁰³. Como diria a canção “Quem sabe faz a hora, não espera acontecer”. Essa foi a atitude que pensei em reforçar em Norberto. Há muita estrada para uma Educação Matemática da justiça social para ficarmos sentados à sua beira esperando que os outros a façam. Esse ponto tem sido indubitável para minha prática: convidar, apoiar e acompanhar meus alunos para esse destino.

Esse destino deve ser apreciado e vivido. Ou, apoiados na proposta do problema, que essa estrada, mesmo sendo finita – pois sabemos qual é a nossa busca –, seja infinita em suas vitórias, conquistas e alegrias.

(...) **Eu:** *Ok, gente... Foco aqui... Meninas (referindo-se a Helena, Joy e Julia), voltando à pesquisa de vocês, depois que descobriram sobre o infinito, o que isso impactou na resolução do problema?*

Joy: *A gente pensou que pra não parecer uma loucura essa coisa dele nunca chegar, a gente tem que separar o que é espaço do que é o fim.*

Eu: *Isso quer dizer o que?*

Joy: *É que tipo o infinito é o infinito de metades que nós fazemos. Mas o fim tá lá. Não é infinito.*

¹⁰¹ Tanto Norberto quanto eu somos gays e nossa causa refere-se a isso.

¹⁰² O livro citado é SOUZA, M. C. R. F; FONSECA, M. C. F. R. **Relações de gênero, Educação Matemática e discurso:** enunciados sobre mulheres, homens e matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2010 e a autora inglesa é Valerie Walkerdine.

¹⁰³ “[...] a existência humana e a necessária luta para fazê-la melhor, sem esperança e sem sonho. A esperança é necessidade ontológica; a desesperança, esperança que, perdendo o endereço, se torna distorção da necessidade ontológica. [A esperança é um imperativo existencial e histórico. A desesperança é imobilizadora da ação, faz crer no fatalismo de que não é possível mudar ou recriar o mundo. Mas à esperança é preciso juntar a consciência e ação crítica, porque a] esperança é necessária, mas não é suficiente. Ela, só, não ganha a luta, mas sem ela a luta fraqueja e titubeia. [Por isso a esperança precisa apoiar-se em uma *práxis*]. Enquanto necessidade ontológica a esperança precisa da prática para tornar-se concretude histórica”. (FREIRE, 1991, p. 05)

Julia: O que muda é que a gente sabe onde vai chegar... É tipo o infinito quanto dure¹⁰⁴. Ele não é infinito mesmo, tem o finalzinho ali. Mas que ele demore pra ser bom... (Risos)

Borboleta Rosa: Povo apaixonado.

(...) **Eu:** O que isso tem a ver com Educação Matemática?

Julia: Que ela seja infinita enquanto dure... (Risos)...

Helena: Vou filosofar, tá... Pensei assim: 'A matemática tá lá, naquele jardim, e a gente vai sabe que pra chegar nela é um caminho que tem fim, mas a gente enrola pra deixar tudo infinito'.

Joy: Mas se eu não tiver pressa de chegar? Tipo, posso olhar tudo.... Vou andaninho... Paro na metade, olho tudo... Ando mais um pouco... (Risos).

(TP Encontro 4)

4.4.3.4 Grupo 4: Conjuntos Numéricos

(...) **Eu:** E vocês, o que pensaram?

Figura 94 - Cartaz Katyane, Olivia e Bianca – Problema 2

Fonte: Elaboração própria.

¹⁰⁴ Soneto de Fidelidade de Vinicius de Moraes (MORAES, 1960): De tudo ao meu amor serei atento/ Antes, e com tal zelo, e sempre, e tanto/ Que mesmo em face do maior encanto/ Dele se encante mais meu pensamento./ Quero vivê-lo em cada vão momento/ E em seu louvor hei de espalhar meu canto/ E rir meu riso e derramar meu pranto/ Ao seu pesar ou seu contentamento/ E assim, quando mais tarde me procure/ Quem sabe a morte, angústia de quem vive/ Quem sabe a solidão, fim de quem ama/ Eu possa me dizer do amor (que tive):/ Que não seja imortal, posto que é chama/ Mas que seja infinito enquanto dure.

Katyane: Discutimos e chegamos no mesmo resultado que ninguém chega, embora a gente sabe que alguém chega. (...). A gente se sentiu matemáticas e resolvemos provar... (Risos).

Olívia: Fizemos assim, com números.

Eu: Como assim?

Olívia: Fomos colocando números. Se não dá pra pensar de um jeito, pensa do outro. Não é isso que a gente combinou?!

Eu: Ok! ... (Risos meus) ...

Katyane: A gente pensou que a distância é dez. Daí a gente dividiu e caminhou até o 5. O 5, nós dividimos por meio, deu 2,5 e a gente somou com o 5. Do 5, a gente foi até o 7,5. Do 7,5 até o 8,75 e assim foi...(...). Daí a gente não sabia como mostrar isso com os números, a gente fez com o GeoGebra.

Figura 95 - Representação de Katyane, Olivia e Bianca – Problema 2

Fonte: Elaboração própria

Bianca: Daí a gente discutiu, discutiu e discutiu o que a gente ia dizer aqui na frente. Daí a gente resolveu contar a coisa interessante que aconteceu... (Risos das três)... A gente fez uma mistura de números e saiu alguma coisa. A gente nem sabia usar direito. (...) Sabia a resposta, mas não sabia provar com os números.

Eu: Muito número?

Bianca: Não é muito número. É muito número diferente.

Eu: Números com valores diferentes?

Bianca: Não.

Ducarmo: Pro, ela tá querendo dizer: fração, número com vírgula, número sem vírgula.

Bianca: Isso...

Eu: Vocês tiveram dificuldade de usar?

Bianca: No começo sim, mas depois foi. É que na escola a gente aprende separadinho. Primeiro, sem vírgula. Depois, vem o com vírgula. Daí tem a fração. Tem a raiz.

Eu: O que você acha disso?

Bianca: Eu não sei. Tenho que pensar.

Eu: Vou contar, mais uma história pra vocês, então... Histórias da Matemática.

(Recontei oralmente o fato descrito abaixo)

Quadro 20 - História da Matemática

Se a necessidade de contagem foi o motor propulsor para a construção dos números naturais, a necessidade da medição impôs ao homem a criação das frações. A primeira coisa provavelmente feita por nossos ancestrais para poder “transformar” um problema de medida em um problema de contagem, que já era dominado por eles, foi escolher, de maneira arbitrária, uma unidade de medida. Em seguida, se verificava “quantas vezes a unidade escolhida cabia no que estava sendo medido”, porém nem sempre a comparação entre a unidade de medida escolhida e a grandeza a ser medida resultava em um número inteiro. Houve, assim, a necessidade da subdivisão da unidade em partes iguais o que deu origem a frações da unidade. As noções de unidade e de frações dessa unidade tornaram a medição de qualquer grandeza contínua sempre possível.

O desenvolvimento do comércio, a repartição de terrenos, os cálculos de distância, impuseram o desenvolvimento dos números decimais por serem eficientes aos cálculos. Entretanto, embora os antigos chineses já representassem números inferiores à unidade de forma semelhante à nossa; embora o árabe AL-Uglidisi já utilizasse decimais em 952, e em 1429 o também árabe AL-Kasi publicasse uma teoria das frações decimais é somente no século XVI que os matemáticos europeus compreenderam que se poderia utilizar para números não inteiros a mesma escrita dos números inteiros.

François Viète (1540-1603) usa os números decimais com mais de uma representação. O belga Simon Stevin sugeriu que os cálculos e as medidas podiam ser simplificadas com o uso dos números decimais. Seu livro “A Disme” (a décima), primeiro livro cujo único conteúdo trata da representação decimal dos números, é uma espécie de aritmética que permite efetuar todas as operações usando números inteiros. O número 0,375 é por ele representado como 3 (1) 7(2) 5(3) que se lê 3 primeiras, 7 segundas e 5 terceiras.

A notação de Stevin foi substituída pela de John Napier, a partir de 1620 e resulta na notação atual, segundo a qual a vírgula separa a parte inteira da parte decimal. Esses números eram conhecidos como números de Stevin. Mas foi apenas em 1792, com a Revolução Francesa e com o surgimento do sistema métrico decimal em substituição aos antigos sistemas de unidades, que o cálculo com decimais passou a ser fortemente aceito com interesse para a vida prática. De acordo com Ifrah (1981), a notação atual com a vírgula da forma como temos hoje, deve-se ao neerlandês Wilbord Snellius no século XVII (IFRAH, 1997).

Em conformidade com Cunha (2002), foi a necessidade de exprimir e representar medidas de quantidades menores ou maiores que uma unidade fixada e ainda facilitar os cálculos, tornando-os mais práticos e mais rápidos, que impulsionou a evolução do sistema decimal de numeração de posição.

Essa evolução foi marcada por dificuldades e pela lentidão causada por obstáculos provenientes do próprio conceito de número. Durante muito tempo (século VIII ao século X). Os números foram concebidos como sendo múltiplos da unidade e a unidade não era considerada como um número, como um conceito de número Natural. [...] Atualmente, os números que impregnam nossa vida são números cuja representação é feita por

intermédio de dígitos com vírgula, cuja gênese e desenvolvimento, discutimos nos parágrafos anteriores. Embora os decimais sejam bastante trabalhados, ainda assim, não são interpretados corretamente (CUNHA, 2002, p. 53).

Fonte: Nogueira, Andrade e Brandani (2011, p. 134-5)

Eu: Depois disso, o que dá pra pensar da minha pergunta? Como pensa que dever a prática para o trabalho com esses números?

Bianca: Assim, eu acho que tem que ter o desafio, né. Pra você passar de um conjunto pro outro. Tipo, a criança tá acostumada com uma coisa e de repente cai em outra. E no final ela não entende nada.

Olivia: Pior, o professor olha pra ela e diz pra esquecer tudo que aprendeu e fazer outra coisa que não tem nada a ver com a anterior.

Helena: Fica mandando a criança saber o nome do número, mas a criança não sabe nem usar aquele número.

(...) **Eu:** Pensar a história da matemática é sempre bom pra pensar essas coisas.

Olivia: Será que existe uma relação entre a história da matemática e como a gente elabora o que a gente pensa¹⁰⁵?

(TP Encontro 4)

Ao longo da história da matemática, sabemos que conceitos podem estar em processo de produção. O número decimal, por exemplo, durante séculos, era apenas um instrumento para medidas e representação de quantidade. Depois, passou a ser instrumento para facilitar operações com números racionais e irracionais, configurando-se como elemento de aproximação. Somente no século XIX, podemos dizer que ele adquire a formulação que possui hoje (MENDES, 2006).

Observando a fala de Bianca, Olívia e Helena e o apresentado no parágrafo anterior, acredito que a organização em conteúdos estanques tem se mostrado prejudicial à formulação de conceitos no campo da matemática escolar. *A criança tá acostumada com uma coisa e de repente cai em outra* (Bianca). A amplitude de usos, práticas e debates são pormenorizadas porque os temas mudam rapidamente na estrutura da escola. *O professor olha pra ela e diz pra esquecer tudo que aprendeu e fazer outra coisa que não tem nada a ver com a anterior* (Olívia).

Nesse sentido, concordo com Nogueira, Andrade e Brandani (2011), são dois os principais pontos no conceito dos números racionais: a conceituação, que deve ser

¹⁰⁵ Acredito que as discussões desenvolvidas em MENDES, Iran Abreu; FOSSA, John A.; VALDÉS, Juan E. N. **A história como um agente de cognição na Educação Matemática**. Porto Alegre: Editora Sulina, 2006 possam ser úteis nesse sentido.

considerada em longo prazo, pois um conceito demora muito para ser construído e o outro, que pode ser alcançado mais rapidamente, se refere à representação desses números.

Penso que isso se estenda a outros conceitos que podem ser explorados mesmo sem suas definições formais, como ocorreu na apresentação do grupo com o conceito de limite.

(...) **Bianca:** *Pro, posso te mostrar um negócio... As meninas não querem que eu mostre* (Olívia e Katyane olham com um olhar de negativa)

Eu: *Fala.*

Bianca: *Eu estava pensando, pensando e pensando sobre o desenho que a gente fez e daí comecei a desenhar em cima dele... Quando eu vi o grupo da Joy, eu lembrei de um desenho que eu fiz... Ele mostra que tipo tem fim, mesmo que não chegue no fim.*

Figura 96 - Representação de Bianca – Problema 2

Fonte: Elaboração própria

Eu: *Sabe perto do que vocês chegaram... de Limite... Um dos primeiros conceitos do Cálculo.*

Bianca: *Aquele do povo da Engenharia?*

Eu: *Sim.*

Bianca: *Aquele que o povo reprova um monte?*

Eu: *Sim. Esse mesmo.*

Bianca: *Pro, fala sobre ele... Conta a história dele...*

Eu: *Um outro dia. Qualquer coisa, te empresto uns livros depois.*

(TP Encontro 4)

4.4.4 Leituras

Definimos que antes de começar nosso próximo encontro, faríamos nosso Espaço Amostral. Para compô-lo, duas leituras deveriam ser feitas¹⁰⁶; problematizando o papel da matemática e da Educação Matemática na Modernidade.

4.4.5 Espaço Amostral

No final do encontro, construímos o Espaço Amostral referente ao mesmo. A configuração final foi a seguinte:

Figura 97 - Espaço Amostral – História e Pensamento Matemático

Fonte: Elaboração própria.

Na nossa análise em relação ao trabalho como educadores matemáticos, cinco pontos foram de destaque:

¹⁰⁶ - SKOVSMOSE, O. Matemática em Ação. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (eds.). **Educação Matemática: Pesquisa em Movimento (30-57)**. São Paulo: Cortez Editora, 2004.
- ZANLORENZI, Marcos Aurelio. Relações de Poder e Educação Matemática: do poder disciplinar à possibilidade de resistências. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 10, n. 22, 2017.

a) *Nossa Educação Matemática*. A Educação Matemática que procuramos fomentar está na direção da valorização humana, da ética, da justiça social e da paz (D'AMBRÓSIO, 2013; 2005; 2001). Para essa busca, necessitamos de uma atitude infantil, *lúdica* (Filósofo), insubordinada e criativa (D'AMBRÓSIO; LOPES, 2015). Estes termos não são pejorativos a um professor, mas simbolizaram ao nosso grupo, a *vontade da infância* (Helena), a *imaginação da ludicidade* (Norberto), a coragem da insubordinação e a reinvenção do já existente da criatividade. Essa é nossa forma de *enfrentar o mundo* (Ducarmo).

b) *Conceitos e Pensamentos Matemáticos*. Embora pareçam, muitas vezes rígidos, conceitos são produções históricas e fruto da invenção humana. Eles estão em processo de construção, se utilizam da criatividade e das elaborações a partir de pensamentos, como, por exemplo, classificar, conservar e seriar. O grupo considerou o trabalho de *Zenão como um exemplo de criatividade* (Bianca), capaz de imbricar a multiplicidade de modos de pensar, as críticas do pensamento pitagórico e a *forma inventiva de argumentar* (Helena).

c) *Professor Criativo*. O primeiro ponto em nossa discussão sobre professor criativo respalda-se na *ideia que este se afasta do professor conteudista* (Borboleta Rosa), considerando que o último se preocupa mais com o conteúdo do que com a formação do sujeito. Um professor criativo possui *responsabilidade e atitude frente às questões sociais* (Bianca). Isso exige humildade e o pensar no outro, uma perspectiva que se traduz na escuta atenta e no diálogo (FREIRE, 2004).

d) *Problema*. Um problema é o ponto de partida para desencadear o pensamento matemático (ONUCHIC; AVELLATO, 2004). Entretanto, nas discussões do grupo, suscitou-se a preocupação de um problema ser sempre um *recorte da realidade* (Noah), o que nos leva a pensar nos cuidados que um educador matemático precisa ter de não abandonar discussões pertinentes para a vida de seus alunos. Caso contrário, ele cairia num *Deusmática* (Norberto), uma visão de matemática onipotente e que sobreporia os valores humanos.

e) *Emaranhado que atravessam a Educação Matemática*. A partir das leituras realizadas, os alunos elaboraram que a matemática, a Educação Matemática e a Educação são permeadas de relações de poder (ZANLORENZI, 2017) que as ultrapassam e as levam a se compor consonantes a muitas injustiças sociais. Nesse sentido, trazer à tona essas

relações nos permitirá colocar a Educação Matemática na luta por uma educação de justiça social para todos (SKOVSMOSE, 2004).

4.5 Encontro 5: Roteirizar o Espaço

ROTEIRIZAR PROCESSOS DE ENSINO-APRENDIZAGEM... ESPAÇO E O CURRÍCULO

Proposta: Roteiros de ensino-aprendizagem.

Espaço: Espaço Concatenado

Pauta de trabalho:

- a) *A presença do espaço no currículo dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental;*
- b) *Raciocínio analógico como potencial para pensar Educação Matemática;*
- c) *Espacializar o currículo.*

4.5.1 Início dos trabalhos

Neste encontro, a atividade consistia em roteirizar uma proposta de apreensão do espaço nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A sala foi dividida em cinco grupos que, a partir de livros didáticos de Matemática dos Anos Iniciais utilizados pela Secretaria Municipal de Educação de Ourinhos e dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática deste nível de ensino (BRASIL, 1998), elaboraram o que denominamos de um *roteiro* de ensino-aprendizagem.

A proposta era analisar diversos materiais e compor uma organização que pudesse estipular um projeto de “roteirização” do ensino-aprendizagem. Ou seja, uma estrutura que viesse a descrever um processo de trabalho do professor com o conceito de espaço e, ao mesmo tempo, potencializar uma discussão sobre a relação entre aluno, conhecimento matemático, docente, realidade local, etc.

Como forma de aguçar o empreendimento de ação, sugeri a utilização de metáforas ou analogias¹⁰⁷ com a arte. A intenção explicada ao grupo consistia em iniciar um roteiro, debatendo alguns pontos sobre ele e, em seguida, procurar no campo da arte¹⁰⁸ algumas possibilidades para pensar e auxiliar na sua produção. Sendo assim, sugeri cinco passos¹⁰⁹ para compor esse processo:

- a) Leitura inicial dos materiais;
- b) Discussão sobre como *roteirizar* o ensino-aprendizagem do espaço;
- c) Procura de produção artística que viesse a condizer com o processo suscitado;
- c) Análise da produção artística, utilizando de seus elementos para fortalecer o *roteiro* de ensino-aprendizagem pensado;
- d) Esboçar inferências.

Em um primeiro momento, os licenciandos acharam a atividade muito difícil.

(...) **Borboleta Rosa:** *Aiiii, pro! Coisa difícil... Certeza disso?*

Eu: *Sim, sim... Sei que dão conta.*

(TP Encontro 5)

Entretanto, após a sua realização, o grupo considerou que esta foi a atividade de maior envolvimento, aprendizado e diversão.

(...) **Brida:** *Nossa, pro! Adorei fazer... De repente, você começa a estudar, comparar e as coisas vão surgindo... Muito interessante.*

¹⁰⁷ Metáforas e analogias podem ser compreendidas como modo de comparação entre dois domínios heterogêneos, reconhecendo características semelhantes entre eles. Segundo Utges (1999), estas palavras são vistas como sinônimos e, a partir deste pressuposto, nós não nos preocuparemos em delimitá-las. Nossa intenção está voltada para o raciocínio analógico, algo inerente a ambas. O que nos leva a não nos importarmos se os licenciandos estão usando metáforas ou analogias, mas o uso deste modo de pensar.

¹⁰⁸ O uso da arte deve-se à potência que vemos nela para fazer pensar o mundo. Segundo Gabrielli (2011, p. 02), “[...] na Arte, encontramos os caminhos para abrandarmos a tensão do dia a dia, descarregando nossa agressividade. Nela, percorremos uma estrada de mão dupla: de um lado o artista que cria, do outro o observador que aprecia a obra de Arte. Nesse processo, ambos estão criando. Aquele que observa também cria suas próprias fantasias, faz sua viagem imaginária para o interior da obra. Esta é a magia da Arte, na qual procuramos representar no espaço limitado do papel, ou da tela, todas as nossas esperanças, alegrias, tristezas, revelando nosso mundo interior e provocando uma resposta, que é, ou não, a aceitação da obra, o reconhecimento da mensagem oculta em seu interior. Cria-se um processo ao mesmo tempo mental e emocional, entre o criador e a criatura, o criador e o observador”.

¹⁰⁹ Tais passos são inspirados no modelo TWA (*Teaching With Analogies*) de (GLYNN et al, 1998), que possui os seguintes passos: 1) Introduzir o assunto-alvo; 2) Sugerir o análogo; 3) Identificar as características relevantes do alvo e análogo; 4) Mapear similaridades; 5) Indicar onde a analogia falha; 6) Esboçar conclusões.

(...) **Borboleta Rosa:** *Tipo... Você acha algo difícil de pensar, joga pra outra coisa. Daí lá você pensa e você volta e vê o que serve para o seu problema.*

(...) **Gaby Cinderela:** *Pro, acho que usar outra coisa pra pensar o que a gente está pensando faz da gente criativos, sabe...*

(TP Encontro 5)

No grupo, o raciocínio analógico passou a ser considerado um modo pertinente para criar inferências sobre o mundo. Ele apoiou a reflexão sobre elementos difíceis de pensar, pois *se você acha algo difícil de pensar, joga pra outra coisa. Daí lá você pensa e volta e vê o que serve para o seu problema* (Borboleta Rosa). Este, talvez, seja um caminho para se compor a criatividade, um percurso para fazer da *gente, criativos* (Gaby Cinderela).

A seguir, nós apresentamos as incursões feitas na atividade em questão. Ressaltamos que a ordem de apresentação dos grupos não é a mesma ocorrida no dia. Para fins de organização textual, resolvemos usar outra estrutura, que pudesse demonstrar, na nossa concepção, o progresso do debate.

4.5.1.1 Grupo 1 – Relação intuitivo e analítico

(...) **Cecília:** *Pro, a gente discutiu primeiro sobre onde estaria o espaço no currículo. Daí a gente pensou que ou é geometria ou é as unidades de medida...*

Eu: *Por que um ou outro?*

Cecília: *Porque é tipo geometria é o próprio espaço e as medidas é o medir este espaço.*

(...) **Eu:** *E as outras partes de matemática?*

Cecília: *As outras... Lembra que a gente viu... São tudo ligada uma na outra... Não se separa certinho. A gente pensou que pra esse trabalho a geometria e as medidas seria o bacana.*

(...) **Helena:** *É. O espaço nem é só da matemática... Tem na geografia também, por exemplo.*

(TP Encontro 5)

Ao refletirem sobre a presença do espaço no currículo dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, os licenciandos levantam dois eixos dos PCN de matemática para este nível de ensino, Espaço e Forma e Grandezas e Medidas (BRASIL, 1998). A presença de ambos foi imperativa na apresentação dos demais grupos.

Por outro lado, os alunos reconhecem que o espaço não é elemento único destes dois eixos. Os eixos são *tudo ligado um no outro* (Cecília). *O espaço nem é só da matemática* (Helena). Ele está presente em outros campos do saber, como a *geografia* (Helena).

Mas, e quanto ao roteiro que o grupo 1 produziu?

(...) **Ana Cristina:** Nosso roteiro ficou assim... A gente viu que é do grande pro pequeno. Tipo, uma coisa grande e a gente vai tirando coisa pra analisar.

Noah: Daí a gente investigou e investigou e chegou na obra de arte do Picasso. Uma que chama litografia.

Eu: Litografia e o que mais?

Noah: Litografia Bull (1945), uma que tem onze desenhinhos.

Figura 98 - Bull de Pablo Picasso (1945)

Fonte: <https://i.blogs.es/cb0500>

Noah: A gente pensou assim... Começa do grande. Então o ensino deve começar da caixa pra chegar no cubo, por exemplo. (...) Começa daquilo que a criança pode pegar... Que é a caixa pra chegar no volume do cubo.

(...) **Samanta Noway:** É, profe! A gente pensou que começa do concreto pra ir para o mais abstrato. Iniciar com aquilo que vê e ir pegando o que importa.

Eu: E a obra do Picasso?

Samanta Noway: A gente viu que é como ele fez a obra dele. Ele pega do concreto e vai levando para o abstrato. O boi a gente vê... Seria, tipo, pegar uma caixa e virar cubo.

Noah: Pega esse primeiro (Mostra o primeiro desenho do Picasso) e vai indo até chegar aqui (Mostra o último desenho). Assim é que a escola faz.

Figura 99 - Produção a partir de Bull de Pablo Picasso (1945)

Fonte: Elaboração própria

(...) **Ana Cristina:** Então, pro. O que a gente viu da analogia. Foi assim... A gente discutiu bastante... A gente descobriu o seguinte... Se você começa do concreto e vai indo e indo... Você sempre vai tirando coisa...

Eu: O que isso significa?

Ana Cristina: Significa, pro... Que tipo tem coisa que vai ficando pra trás.

Noah: Tipo... O boi é um boi ainda, mas fica faltando muita coisa.

Eu: Fica faltando o que?

Noah: Tipo... O touro já não tem cor, por exemplo.

(...)

Helena: Mas olha a imagem (olhando para a obra de Picasso), nem parece a mesma coisa. O boi do início é um e o desenho é outro.

(...)

Eu: Sabe o que sempre penso quanto a essa questão da abstração... É em relação aos critérios que a gente usa...

Ana Cristina: Isso mesmo, profe. A gente vê que do boi para o rabisco do boi a gente não usou a cor, ela foi embora, ela não importou pro Picasso. Se nós levar pra caixa e o cubo, tipo... Você não liga pra coisas e tal, além dos pontinhos de encontro ou dos lados¹¹⁰.

(...)

Eu: Vamos pensar o contrário então? Tipo do analítico para o que a gente vê... O desenho ficaria assim (Eu elaborei a imagem, invertendo-a).

Figura 100 - Produção a partir de Bull de Pablo Picasso (1945)

Fonte: Elaboração própria

¹¹⁰ Referência a vértice e faces.

Eu: *O que vocês acham?*

Cecília: *Parece que a gente tem um esqueletinho e a gente vai enchendo de carne, né?*

Noah: *Tipo... Do esqueleto a gente pode fazer um monte de coisa... Pode ser um boi ou uma vaca né?!*

(...)

(TP Encontro 5)

Conforme Meneghetti e Bicudo (2003), antes de Kant, duas posições frente ao conhecimento matemático eram vistas. Uma que fundamentava a matemática a partir da razão e outra que a concebia pela intuição ou experiência. Em certa medida, a segunda perspectiva levantada entrou em vigor na fala do grupo: iniciar uma proposta de atuação pela intuição e experiência – a caixa/o boi – até atingir níveis mais, digamos, racionalizados de pensamento – o cubo/o rabisco estrutural do boi. Ou, ainda, como aponta Chauí (1994), partiríamos da intuição sensível para obter a intuição intelectual¹¹¹.

Este caminho também pode ser fundamentado no discurso recorrente de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental ao dizerem que *trabalham primeiro no concreto*, já debatido por Nacarato (2005). Conforme a autora, para muitos desses professores, trabalhar no concreto é sinônimo de inserir conceitos a partir de material manipuláveis. Entretanto, as relações tão evidentes para nós, adultos e docentes, entre caixa-cubo e touro-estrutura nem sempre o são assim às crianças (MATOS, SERRAZINA, 1996).

Acredito que isso tenha sido percebido pelos licenciandos. Entre o touro e sua estrutura *tem coisa que vai ficando pra trás* (Ana Cristina), *fica faltando muita coisa* (Noah). Os elementos que são abandonados são fruto das escolhas do processo de abstração. *O touro já não tem cor* (Noah). *Da caixa para o cubo resta somente pontinhos de encontros e os lados* (Ana Cristina). Esses são deixados a partir dos critérios que se produzem para a abstração e a análise.

Tal ponto é reforçado quando proponho a realização do caminho inverso, da estrutura para o touro. Nota-se que diversos atributos não considerados no percurso podem ser

¹¹¹ Segundo Chauí (1994), por meio da intuição sensível, nós obtemos o conhecimento direto e imediato das qualidades sensíveis do objeto ou de estados internos ou mentais. Por outro lado, a intuição intelectual nos fornece o conhecimento direto e imediato dos princípios da razão, das relações necessárias entre seres ou ideias.

inseridos. Um exemplo disso é o comentário de Noah: *o animal será fêmea ou macho* (Noah)? Afinal, gênero não estava entre os critérios de abstração¹¹².

4.5.1.2 Grupo 2 - Realidade-Análise-Realidade

(...) **Borboleta Rosa:** *Pro, a gente leu os materiais e pensou, pensou e pensou. O nosso espaço a gente usou a medida da área. A gente chegou na seguinte conclusão... Trabalhar a partir da realidade do aluno... Acho que é isso que todos eles falam*¹¹³...

Eu: *Realmente, esse trabalhar com a realidade do aluno é bastante falado, mas o que será que é trabalhar com a realidade do aluno?*

Borboleta Rosa: *A gente pensou nisso também, sabe. É difícil falar da realidade. A gente não conhece os alunos. Tem que conhecer os alunos, né.*

Norberto: *É importante que ele pense o que ele vive... Não é só sair do que ele vê.*

Marsha: *Então, a gente pensou que teria que vir da realidade o que vai aprender... O que ocorre é assim... Tem a realidade, a gente pega e analisa e depois volta pra mudar a realidade.*

(...) **Eu:** *E a arte que vocês usaram pra pensar?*

Norberto: *Ai, professor. A gente não conseguiu pensar nenhuma arte... Mas acho que essa do boi pode servir pra gente também...*

Eu: *como assim?*

Norberto: *Tipo assim... Esse boi que é feito pelo Picasso é um desenho de um boi de verdade... Tipo a gente pode ter o boi de verdade. Ele pode estar na realidade do aluno. Tipo... Imagina a criança no nordeste, vendo as vaquinhas magrinhas... Tipo é preciso partir desse ponto pra analisar, né? Porque é coisa que ela vive...*

Figura 101 - Produção a partir de Bull de Pablo Picasso (1945)

Fonte: Elaboração própria

Borboleta Rosa: *Daí você analisa isso... Depois você vê certinho... E daí isso volta pra realidade...*

¹¹² Sobre o assunto, é válido ressaltar, ainda, a relação entre pensamentos intuitivo e analítico, pensada por Bruner (1973): “Cremos que deveria ser reconhecida a natureza mutuamente complementar dos pensamentos intuitivo e analítico. Através do pensamento intuitivo, o indivíduo poderá, muitas vezes, chegar a soluções para problemas que não conseguiria alcançar de modo algum ou, quando muito, só mais lentamente, através do pensamento analítico. Uma vez conseguidas por métodos intuitivos, essas soluções deverão, se possível, ser verificadas por métodos analíticos, sendo ao mesmo tempo respeitadas como hipóteses válidas para tal verificação. Realmente, o pensador intuitivo pode até mesmo inventar ou descobrir problemas que o analista não descobriria. Poderá ser, contudo, o analista, quem irá dar aos problemas o formalismo conveniente”. (BRUNER, 1973, p. 54)

¹¹³ Citando documentos curriculares oficiais.

(...) **Marsha:** *Investiga com a matemática, usa os conteúdos.*

(...)

Eu: *e como é essa relação de voltar pra realidade?*

Borboleta Rosa: *É volta... Tem que voltar melhor...*

(...) **Marsha:** *Quando volta tem que para melhorar os negócios da realidade e tal. Que nem a gente pensou no espaço de medida... Se eu peguei a metragem da casa pra iniciar a realidade... Daí eu vi que na casa do rico a metragem por pessoa é bem maior que a do pobre... Tipo o aluno tem que ver que o espaço que o rico tem é bem maior que o do pobre.*

Borboleta Rosa: *Ou, no desenho, sair das vacas magras e ir pra vacas gordas, literalmente.*

Norberto: *Então, a gente pensa o que isso significa na sociedade.*

Eu: *Bacana. É pensar a matemática por meio da realidade.*

(TP Encontro 5)

O discurso de trabalhar com a realidade do aluno, presente tanto nos PCNs quanto na BNCC, inspirou o grupo a pensar como produzir um roteiro de ensino-aprendizagem. Quanto a isso, os licenciandos apresentaram três pontos a considerar: *Conhecer os alunos* (Borboleta Rosa); *Pensar o que vive* – problematizar essa realidade (Norberto); e *Vir da realidade o que se vai aprender* (Marsha).

Tais discussões me fizeram lembrar de muitos dos elementos apontados na alternativa curricular Situação de Estudo (SE)¹¹⁴, elaborada pelo Grupo Interdepartamental de Pesquisa sobre Educação em Ciências da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (Giprec-Unijuí). Ao falar sobre o assunto, Auth (2002) aponta as seguintes etapas da SE:

a) *Problematização*: este seria o momento em que alunos expressam seu entendimento sobre o tema a ser abordado (AUTH, 2002).

A necessidade deste para os licenciando é apresentada, além dos pontos que considerei anteriormente, no próprio exemplo frente à obra de arte de Picasso. Para compor a narrativa, eles consideraram ser necessário inserir uma imagem que antecede a obra do pintor e que seja consoante à realidade vivida pelos alunos. *Imagina a criança no nordeste, vendo as vaquinhas magrinhas* (Norberto). Este seria o ponto de partida para a atuação frente ao conhecimento.

¹¹⁴ Esta proposta pauta-se em estudos de Paulo Freire.

b) *Primeira elaboração*: neste momento, aprofunda-se na temática elaborada na problematização, junto a isso são propostas ações que permitam a socialização da situação de estudo (AUTH, 2002).

Frente à fala dos licenciandos, considere que eles se empenharam para compor algo semelhante a Auth (2002), quando propuseram ações, mesmo que ainda não totalmente explícitas, como “*Daí você analisa isso... Depois você vê certinho*” (Borboleta Rosa) ou “*Investiga com a matemática, usa os conteúdos*” (Marsha). Esta última fala, por exemplo, pode caracterizar a compreensão de que é por meio das atividades pós problematização que o contato com os conhecimentos científicos pode ocorrer, algo descrito por Gehlen (2009) para esta etapa da SE.

c) *Função da elaboração e compreensão conceitual*: etapa “que se enquadra com o nível conceitual atribuído a cada ciclo de estudos ou série, e a volta ao problema em foco” (AUTH, 2002, p. 141).

A questão de retorno ao problema foi bastante suscitada pelos licenciandos. Após o estudo, as compreensões precisam *voltar melhor (Borboleta Rosa), quando volta tem que para melhorar os negócios da realidade e tal (Marsha)*. Este talvez seja o modo de conseguir com a educação transformar a visão de sujeitos sobre a sociedade. Para sairmos *das vacas magras e ir pra vacas gordas, literalmente (Borboleta Rosa)*. Ou, ainda, no campo da matemática, “*Se eu peguei a metragem da casa pra iniciar a realidade... Daí eu vi que na casa do rico a metragem por pessoa é bem maior que a do pobre... Tipo o aluno tem que ver que o espaço que o rico tem é bem maior que o do pobre*” (Marsha).

4.5.1.3 Grupo 3 – O cíclico

(...) **Olívia**: Bom, pro. Quando a gente foi fazer o nosso... A gente pensou assim... Observou tipo área e perímetro... Daí a gente percebeu que tudo vai e volta.

Gaby Cinderela: Tipo ciclo, sabe. Você tem que trabalhar área no segundo ano, no terceiro e no quarto... E fica se repetindo... Como se a gente tivesse dando volta, sabe.

Olívia: Daí pra pensar por analogia, a gente descobriu uma imagem de Escher. Bem no que a gente queria...

Figura 102 - Möbius Strip II de Escher (1963)

Fonte: <http://ilmondodiescher.weebly.com>

Gaby Cinderela: A gente descobriu que ele se inspirou num negócio chamado fita de möbius... Então tipo a formiguinha está de um lado e ela acha que está super andando... Daí o que você vê é que ela percorre sempre o mesmo lado... Nem sai do lugar direito... Sempre volta para o mesmo lugar...

Eu: Então, uma fita de Möbius é o que a gente chama de um espaço topológico, você pode fazer se colar duas extremidades de uma fita, só que dando meia volta em uma das pontas. Se você pegar e fazer uma linha a partir de onde colou, você andarás o dobro da fita de início até chegar no mesmo lugar.

(...) **Eu:** E o que vocês pensaram quanto ao roteiro pelo desenho?

Filósofo: Além de que os conteúdos sobre o espaço se repetem, você vê que área está no segundo, no terceiro, no quarto [ano] e assim vai, tem a questão da formiguinha. Ela acha que está progredindo, mas nunca sai pra frente.

Olívia: Essa foi nossa questão: por que tantas vezes área e perímetro nos Anos Iniciais?

Filósofo: Sempre se repetindo...

Eu: Repetir seria benéfico ou ruim para a aprendizagem?

(Silêncio momentâneo)

Filósofo: Ai, professor! Acho que repetir, repetir mesmo, a gente nunca consegue. Ninguém se molha num mesmo rio duas vezes¹¹⁵, né? Mas, assim, a gente tem que saber que a área e perímetro do segundo ano não pode ser igual à do terceiro né?

Eu: Por quê?

Filósofo: Tem que haver uma melhora de um para outro. Um aprofundamento.

Eu: Como podemos pensar isso na imagem do Escher?

(Silêncio momentâneo)

Olívia: Não dá, eu acho. Quando ele volta para o lugar, tinha que ser um lugar melhorado.

¹¹⁵ Frase atribuída a Heráclito: “Ninguém pode entrar duas vezes no mesmo rio, pois quando nele se entra novamente, não se encontra as mesmas águas, e o próprio ser já se modificou”.

Helena: *Só se a gente pensasse que em cada retorno, a formiguinha constrísse uma coisa sobre o assunto. A cada vez que o aluno voltasse na área, ele aprendesse algo. Hoje, ele aprende o que é medir área, depois ele aprende a área do quadrado, depois de outras formas e assim vai.*

(TP Encontro 5)

O terceiro grupo de licenciandos escolheu como representante do espaço os conceitos de área e perímetro. O grupo percebeu que o mesmo se repete do segundo ao quinto anos do Ensino Fundamental. Isso pode ser constatado no Primeiro e Segundo ciclos dos PCNs de Matemática (BRASIL, 1998). Tal fato levou o grupo a questionar essa repetição no currículo, *como se a gente tivesse dando voltas* (Gaby Cinderela).

Para apoiar a discussão sobre a questão do ciclo de repetição, o grupo utilizou-se da obra Möbius Strip II, de Escher (1963). A partir dela, alguns aspectos suscitados são passíveis de atenção. A repetição de temas de estudo pode operar de maneira que sempre se *volte ao mesmo lugar*, mesmo que se acredite, como a formiga da obra de Escher, *que se está super andando* (Gaby Cinderela), isto é, numa possível compreensão errônea de que estamos *progredindo* (Filósofo).

Entretanto, como filósofo ressalta, ao citar Heráclito, *ninguém se molha num mesmo rio duas vezes* (Filósofo). Nesse sentido, a repetição de temáticas não pode significar a ausência de reflexão. *A gente tem que saber que a área e perímetro do segundo ano não pode ser igual à do terceiro*, entre um e outro existe o *aprofundamento* (Filósofo). Ou seja, aspectos a desenvolver que se respaldam no conhecimento adquirido, mas que não se limitam a ela.

Perante isso, talvez o ciclo contínuo de Escher só seja pertinente para o raciocínio analógico se, *em cada retorno, a formiguinha constrísse uma coisa sobre o assunto. A cada vez que o aluno voltasse na área, ele aprendesse algo. Hoje, ele aprende o que é medir área, depois ele aprende a área do quadrado, depois de outras formas e assim vai* (Helena).

4.5.1.4 Grupo 4 – espiral

(...) **Angelina:** *Pro, uma coisa que marcou a gente foi à questão do corpo que a gente conversou¹¹⁶. Então, quando a gente pensou sobre o espaço, a gente pensou na relação dele com o corpo. Tipo... A matemática começa no corpo... Daí a gente pensou no eixo Grandeza e Medidas... Tipo começa do corpo e vai até virar os padrões...*

¹¹⁶ Conversa sobre uma matemática do corpo em encontro anterior.

Eu: Então vocês pensaram espaço como grandezas e medidas?

Angelina: Sim, pro. (...) A gente pensou assim... A grandeza e as medidas tem a ver com a forma que a gente se relaciona com o mundo e tudo isso...

(...) **Joy:** A gente achou a imagem perfeita pra pensar a nossa organização de trabalho. De uma tal de Lia Chechelashvili (Mostra a imagem).

Figura 103 - Spiral of life de Lia Chechelashvili (1990)

Fonte: <https://www.myartmakers.com>

Eu: Por que essa imagem?

Joy: A gente leu em algum lugar do negócio do espiral... Tipo... Ele começa e vai girando e subindo... Tipo não dá pra trabalhar a medida de grande e pequeno no primeiro ano e nunca mais trabalhar... A gente sempre volta.

Eu: Mais o que isso é diferente do ciclo?

(Silêncio Momentâneo)

Eu: Vou colocar as duas imagens uma do lado da outra pra pensar.

Figura 104 - Comparação entre Möbius Strip II e *Spiral of life*

Fonte: Elaboração própria

(...) **Joy:** *Pensei assim... No primeiro, no ciclo, parece que tem as formigas não evoluem... No segundo, eles estão felizes, crescendo...*

Katyane: *No segundo, a gente vê que a próprio sujeito é diferente... Parece que ele explora mais tudo o que vive.*

Helena: *É mesmo! Tem uma coisa assim... O primeiro não sai do lugar, tipo está em volta do umbigo sabe... O dos hominhos (o segundo) já traz um movimento que vai pra outro lugar que não fica só nele mesmo.*

(...) **Eu:** *O que isso reflete em Grandezas e Medidas?*

(...) **Joy:** *Então, profe, falando sobre a Grandezas e Medidas, acho que, assim, não tem algo que não deva ser trabalhado, mas a gente tem que pensar coisas mais do tipo que nível ensinar. Igual a gente falou, não preciso ensinar milímetro pra uma criancinha de primeiro ano, mas tipo que ela possa usar formas do corpo de medida e tal.*

(TP Encontro 5)

O quarto grupo partiu da compreensão de espaço pertencente ao eixo Grandezas e Medidas (BRASIL, 1998). Tal entendimento parte da ideia de que o espaço *começa no corpo* e vai se estendendo para formas de quantificar e medir o mundo que o rodeia, *até virar os padrões* (Angelina). Para o raciocínio analógico, os licenciandos utilizaram a obra *Spiral of Life* de Lia Chechelashvili (1990), apresentando uma proposta de roteiro em espiral, no qual *ele começa e vai girando e subindo*, (...) [algo que] *sempre volta* (Joy).

Pensamento semelhante pode ser visto na elaboração de currículo em espiral, apresentado por Bruner (1973). Segundo o autor, “[...] um currículo, à medida que se desenvolve, deve voltar repetidas vezes a essas ideias básicas, elaborando e reelaborando-as,

até que o aluno tenha captado inteiramente a sua completa formulação sistemática”. (BRUNER, 1973, p. 12)

Porém, levantei a seguinte questão: qual a diferença desta concepção, daquela referente ao ciclo?

Como resposta, os licenciandos apontam que numa proposta em espiral a *movimentação* fica mais evidente (Helena), considerando o próprio sujeito diferente nas duas situações. Na imagem trazida para pensar o currículo em espiral, *parece que o sujeito explora mais tudo o que vive* (Katyane). Em meu ponto de vista, tal argumentação dos licenciandos se aproxima da produzida por Silva e Pires (2013), quando ressalta que em um currículo em espiral “[...] é desejável que as atividades proporcionem situações que estimulem o aluno a refletir, conjecturar, inferir, estimar, demonstrar, provar, relacionar, analisar, e não apenas calcular, encontrar, seguir, observar, efetuar” (p. 255).

Nessa mesma perspectiva, os licenciandos consideram que não existem saberes difíceis ou fáceis, mas níveis para o ensino. *Não tem algo que não deva ser trabalhado, mas a gente tem que pensar coisas mais do tipo que nível ensinar* (Joy). Ou, como diria Bruner (1973, p. 31), “[...] qualquer assunto pode ser ensinado com eficiência, de alguma forma intelectualmente honesta, a qualquer criança, em qualquer estágio de desenvolvimento”.

Conforme Silva e Pires (2013), isso evidencia a preocupação nesta proposta voltada às questões de linguagem, metodologia e trabalho do professor, afastando-se da ideia de que a seleção de conteúdos se deve somente à faixa etária dos aprendizes, mas, muito mais, na forma com que este é apresentado no espaço escolar.

4.5.1.5 Grupo 5 – Rizomática

(...) **Brida:** *Professor, eu espero que você não brigue comigo...*

Eu: *Eu deveria?* (Risos meus)

Brida: *Minha obra de arte é uma foto que você tirou e eu roubei do seu face...*

Eu: *Ai, meu Deus...* (Risos)... *Qual delas?*

Brida: *Essa daqui...*

Figura 105 - Foto – Pousada Namastê

Fonte: Elaboração própria

Brida: *Eu não sei de onde é, mas a gente achou bem pertinente...*

Júlia: De onde vem essa imagem, professor?

Eu: Bom, essa imagem é uma foto que tirei em um carnaval... Eu fui pra uma praia em Cananéia. (...) Então, eu fui para uma pousada bem alternativa, chamada Namastê, em Cananéia... Daí esse mural estava lá e achei bárbaro e tirei uma foto...

(...) **Bianca:** Das coisas pra aprender de espaço, nós pensamos no ponto, na reta e no plano... (...) Se você olhar pra imagem a gente está bem no centro (Indica o centro). Daí não tem um caminho certo pra ir, você pode ir pra qualquer lugar...

Eu: Como assim qualquer lugar?

Bianca: *Pro, a gente está num mundo cheio de coisa pra pensar. Então você não tem pra qual caminho seguir, pode ir indo e tal...*

Brida: *A gente pode ir por aqui (aponta o dedo), ir pra ali (aponta o dedo para outro lugar). Então o ponto da matemática não precisa ser da matemática, pode ser o da arte ou da língua portuguesa. Não tem caminho pronto então, né....*

Eu: *Estaríamos perdidos?*

(Silêncio momentâneo)

Ducarmo: Sim...

Brida: Não...

Eu: Estaríamos perdidos?

Ducarmo: Sim... Pra quem não sabe pra onde ir qualquer lugar serve...

Brida: Não acho. As coisas estão tudo lá... O caminho vai ser tudo o que a gente segue e tal... Eu posso construir o que eu acho certo.

Eu: Gente, eu acredito que o que a gente constrói é a narrativa a partir dali. O que a gente não perder de vista é nosso objetivo pra formação do ser humano, sabe.

(...) **Eu:** Vamos pensar como seria trabalhar então com ponto, linha e plano?

Brida: Depois de tudo o que a gente discutiu com a imagem, a gente ficou muito em dúvida como lidar com tudo isso...

Eu: Chegaram a alguma conclusão?

Brida: Mais ou menos... Pra ser sincera, é mais tipo o que não fazer. A gente pensou e acho que era o que sempre a professora de didática dizia, que se a gente pensa o conhecimento de um jeito, não pode ensinar de outro. Assim, não dá pra o professor ser aquele controlador, né?

Eu: Controlador?

Brida: Sim, controlador...

Bianca: Controlador quer dizer que ele diz pro aluno: 'faz assim', 'usa isso', 'vai por aqui'.

Brida: Nessa bolota de coisas, é até egoísta a gente não deixar que o aluno use tudo que ele quer.

Eu: E o ponto, a linha e o plano?

(...) **Julia:** A gente teria que por lá na frente o conteúdo, profe. Pra um caminho daquele de projetos que você discutiu com a gente em ciências¹¹⁷. Você deixa que os alunos construam e você só vai questionando e tal.

Gaby Cinderela: Daí deixa o aluno se virar, né!

Julia: Tem que pensar numa construção e tal pras crianças, e que elas usem o ponto, a reta e o plano... De onde vão tirar daí é com eles.

Eu: Como que a gente sabe se o que eles vão trazer é conhecimento bom ou ruim?

(Silêncio momentâneo)

Bianca: O próprio uso não responde isso?! (...)

(...) **Filósofo:** Se ele serve a nossa Educação Matemática.

Eu: É, aquela nossa Educação Matemática para paz e solidariedade humana.

(TP Encontro 5)

O grupo apresentou o ponto, a reta e o plano como formas de pensar o espaço – elementos do eixo da geometria (BRASIL, 1998). Entretanto, essa pertença a tal eixo quem categoriza sou eu, o professor da turma. Para os licenciandos, *o ponto da matemática não precisa ser da matemática, pode ser o da arte ou da língua portuguesa* (Brida). Nesse sentido, o grupo escolheu uma imagem que trouxesse uma visão mais rizomática¹¹⁸, que fugisse de uma linearidade produzida para o currículo. Chega-se, assim, à inferência de que *não tem um caminho certo pra ir, você pode ir pra qualquer lugar, uma vez que estamos num mundo cheio de coisa pra pensar* (Bianca).

¹¹⁷ Disciplina Conteúdo, Metodologia e Prática de Ensino em Ciências e Educação Ambiental.

¹¹⁸ Numa imagem rizomática, a organização dos elementos não segue linhas de subordinação hierárquica – com uma base ou raiz dando origem a múltiplos ramos – mas, pelo contrário, qualquer elemento pode afetar ou incidir em outro.

Mas há uma pergunta a se fazer: *Estaríamos perdidos?* (Eu)

Talvez os licenciandos possam levantar elementos para pensar essa questão. O primeiro ponto seria saber o que não é lidar com isso tudo. Se *a gente pensa o conhecimento de um jeito, não pode ensinar de outro* (Brida). Ou seja, se nossa visão de conhecimento é mais rizomática, não podemos nos fixar a propostas controladoras. daquelas que desejam prever todos os passos e escolhas dos seus estudantes: *'faz assim', 'usa isso', 'vai por aqui'* (Bianca).

Um caminho possível pode ser trazido por Gallo (1994), para o qual a transversalidade¹¹⁹

[...] transversalidade é o tipo de trânsito por entre os liames de um rizoma, de um emaranhado de saberes. (...) uma abertura para todo e qualquer percurso, uma abertura para as experiências. (...) uma aposta na multiplicidade, sem almejar uma unidade dada ou a ser construída mas, exatamente ao contrário, um investimento no desmonte de qualquer simulacro de unidade que nos é imposto (GALLO, 1994, p. 08).

Essa abertura, como propõe Gallo (1994), estaria *em deixar que os alunos construam* (Julia), que eles experimentem caminhos, possibilidades e ligações. Deixar que o sujeito viva sua potencialidade, pois essas “[...] só se realizarão de acordo com os encontros com outros objetos exteriores, promovendo saltos, rupturas e conexão com outros devires, com outras linhas, produzindo os agenciamentos” (SOUZA, 2012, p. 246).

Junto a isso, vale ressaltar que não poderíamos perder de vista a formação que almejamos para nossa Educação Matemática, uma Educação Matemática para a paz e a solidariedade humana. O que necessitaria de uma reunião de forças dos sujeitos envolvidos direcionadas para uma ação coletiva, possibilitando os crescimentos social e intelectual de todos – alunos, professores e comunidade.

¹¹⁹ Outra proposta significativa neste sentido é a transdisciplinaridade, um aprofundamento no tema pode ser encontrado em D'AMBROSIO, U. **Transdisciplinaridade**. 2. ed. São Paulo: Palas Athena, 1997

4.5.2 Leituras

Definimos que antes de começar nosso próximo encontro, faríamos nosso Espaço Amostral. Para compô-lo, duas leituras deveriam ser feitas:

- SILVA, M. A.; PIRES, C. M. C. Organização curricular da Matemática no Ensino Médio: a recursão como critério. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 19, n. 2, p. 249–266, jun. 2013.
- D'AMBRÓSIO, U. Educação, Currículo e Avaliação. In: D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1996.

Tal leitura deveria ser feita problematizando os roteiros realizados e questão do currículo em Educação Matemática.

4.5.3 Espaço Amostral

No final do encontro, construímos o Espaço Amostral referente ao mesmo. A configuração final foi a seguinte:

Figura 106 – Espaço Amostral – Roteiros de Ensino-Aprendizagem

Fonte: Elaboração própria.

Na nossa análise em relação ao trabalho como educadores matemáticos, cinco possibilidades de roteiros foram destacadas:

a) *Relação Intuitivo e Analítico*. Pensar que as práticas matemáticas em sala partam do intuitivo para o analítico, do concreto para o abstrato, ou vice-versa, seria pormenorizar tais relações. Talvez ambos possam ser vistos como complementares nesse processo (BRUNER, 1973). Outro ponto que incide neste contexto é a nossa crença docente que as inferências tiradas de tais relações são evidentes. Entre um e outro, podem existir diversos elementos deixados de lado em nome da análise. Entre a caixa e o cubo foram deixadas de lado as cores, por exemplo;

b) *Realidade-Análise-Realidade*. As discussões suscitadas assemelham-se à Situação de Estudo (SE), o que me levou a associar e discutir, a posteriori, com o grupo as etapas de tal alternativa curricular, elaborada por Auth (2002). Junto às falas, percebi momentos de problematização (1), primeira elaboração (2) e função da elaboração e compreensão conceitual (3). Porém, mais que enquadrar-se nas etapas, os pontos mais importantes foram a importância dada em conhecer, pensar sobre e tomar a realidade como ponto de partida e a necessidade e desejo do grupo de que a ação sempre retorne à realidade vivida;

c) *Cíclico*. Discutimos a questão da repetição cíclica no interior de um currículo. Algo que nos levou a compreender que a ausência de reflexão, permitiria cairmos em uma falácia de progresso e no não aprofundamento de debates. Poderíamos nos transformadores *em fazedores mais do mesmo* (Noah). Compreensão que nos levou a perceber a necessidade de diferenciar aquilo que produzimos, utilizando *de modo criativo o que temos* (Norberto);

d) *Espiral*. Na diferenciação entre uma proposta em espiral e cíclica, inferimos que a segunda adquire, para além da repetição, a reelaboração. Frutos disso, notamos a presença da movimentação e experimentação do mundo enquanto elementos para colocá-la em prática. Dito isso, o foco não se traduziria necessariamente na relação conteúdo e faixa etária do aluno (BRUNER, 1973), mas na atuação exercida pelo docente nesta proposta (SILVA; PIRES, 2013);

e) *Rizomática*. Uma proposta que entrou em evidência, também propôs um olhar que fugisse de uma perspectiva linear de atuação. Essa configuração permitiria que o processo se produzisse por uma multiplicidade de caminhos, realizada pela escolha frente a uma gama de possibilidades. Acredito que essa abertura esteja atrelada a propostas como a transversalidade e a transdisciplinaridade.

Para finalizar o encontro, vale ressaltar, ainda, as fortes conotações que tiveram a compreensão de currículo como estratégia para a ação educativa (D'AMBRÓSIO, 2005) e a possibilidade múltipla de abordagem curricular (SILVA, PIRES, 2013). Ambas tiveram efeitos na responsabilidade social do grupo com relação à temática, uma vez que *não há um modo único de pensar o jeito que organizamos o que faremos na escola* (Brida), *esse modo reflete o que queremos* (Ducarmo) e *será muito feio se falarmos uma coisa e fizermos outra* (Norberto). Nesse sentido, mudanças de compreensões, exigem mudanças de atitudes.

4.6: Encontro 6: Exposição de Espaços

AOS OLHOS DA MATEMÁTICA... O ESPAÇO E UMA ANÁLISE DAS ARTE

Proposta: Apoiar-se nos saberes matemáticos para ver o espaço.

Espaço: Espaço visto.

Pauta de trabalho:

- a) Uma história do Espaço;*
- b) O discurso matemático para pensar o espaço;*
- c) A matemática produzida ao olhar o espaço como potência para a Educação Matemática.*

4.6.1 Início dos trabalhos

O sexto encontro teve como proposta a elaboração de discussões matemáticas por meio de um olhar sobre obras de arte. Para iniciar o assunto, apresentei ao grupo as incursões

contidas no terceiro capítulo desta Tese. A intenção desta apresentação inicial pautava-se em problematizar a relação entre as compreensões de um momento histórico, a organização do espaço e uso do discurso matemático para tal.

Ao longo dessa, alguns comentários que viessem balizar o entendimento do grupo puderam ser ouvidos.

(...) **Filósofo:** *Interessante pensar que a matemática se transforma e que ela ajuda a compor outras coisas, né?*

(...) **Ducarmo:** *Pensar que tem matemática numa obra de arte ou na arquitetura é bem bacana. Mas acho que o mais legal é que não é dizer assim: 'o artista usou tal matemática', mas tipo ver que tinha um pensamento que deixava a gente pensar assim.*

(TP Encontro 6)

Como aponta Moraes (2017), a relação entre Arte e Matemática para pensar a Educação Matemática pode ser compreendida de diversos modos. Entre estes, duas possibilidades tornam-se mais atrativas para esta pesquisa: *Arte e Matemática como forma de pensar a produção do saber em determinado momento histórico* e *Arte e Matemática enquanto relação potente para produção de pensamentos sobre Educação Matemática*.

Considero que a primeira já foi pensada pelo grupo mediante a apresentação da minha incursão histórica sobre o espaço. A segunda fora pensada a partir de indagações que suscitei:

(...) **Eu:** *Gente, mas será que quando olhamos pra obra, a gente tem a mesma sensação de alguém da época [que ela foi produzida]?*

Noah: *Acho que não dá pra saber (...). Não dá pra saber nem o que a Brida está pensando vendo ela [a obra] junto comigo!*

Filósofo: *Mas tem tipo um modo de pensar. Hoje eu penso assim, eles pensavam assado... Então, tem tipo algo, sei lá, que a gente compartilha hoje.*

(...) **Norberto:** *Eu olho e vejo coisas que eu vivi, mas tem também a história da pintura...*

Eu: *Quando eu fiz um estudo sobre Arte e Matemática pra Educação Matemática, eu cheguei em alguns pontos parecidos. Tem a história da obra, tem nossa história, tem esse encontro e, ainda, tem a vontade de pensar a Educação Matemática¹²⁰. Tudo imbricado!*

(TP Encontro 6)

Neste ponto, adentramos na compreensão de que Arte e Matemática podem servir como modos potentes para pensar a Educação Matemática, ou, ainda, a Educação de forma geral. Para que isso ocorra, esta relação deve ser vista enquanto provocação, no sentido de deixar-se inquietar por ela, permitir que uma zona de instabilidade se configure e que promova divagações, lampejos e agenciamentos do pensamento.

¹²⁰ Um aprofundamento encontra-se em Moraes (2014).

Essa se configurou minha proposta ao grupo – que permeassem entre uma *Arte e Matemática como forma de pensar a produção do saber em determinado momento histórico* e uma *Arte e Matemática enquanto relação potente para produção de pensamentos sobre Educação Matemática*. Sendo assim, propus que escolhessem um artista e dele compusessem um exercício de olhar para pensar os saberes matemáticos que utilizou e as provocações possíveis sobre Educação Matemática que poderíamos elaborar junto às suas pinturas.

Decidimos que o melhor modo de nos apresentarmos seria a realização de uma exposição. A partir de sugestão dos alunos, convidamos a professora Tatiane¹²¹, que leciona a Disciplina de Conteúdo, Prática e Metodologia de Ensino de Arte, para contribuir para as discussões.

Quatro grupos se formaram e, a seguir, apresento suas exposições.

4.6.1.1 Pablo Picasso e uma geometria do corpo

(...) **Angelina:** *Profe, o nosso pintor escolhido foi Pablo Picasso. Primeiro, a gente foi procurar sobre a história dele.*

(...) **Brida:** *A gente pensou em iniciar assim porque a gente acredita que não é só o momento que ele viveu que interfere no que ele faz, tem também a história dele. Como a gente tinha conversado, né?*

Angelina: *Vou falar alguns trechos sobre ele.*

(Leitura)

Figura 107 - Trecho da Biografia de Pablo Picasso – Parte 1

Biografia de Pablo Picasso

Pablo Picasso (1881-1973) foi um pintor espanhol. "A Pomba da Paz", "Guernica", "Les Femmes d'Alger", são algumas de suas obras mais importantes. Foi um dos criadores do "Cubismo", um dos maiores movimentos de arte do século XX.

Pablo Ruiz Picasso (1881-1973) nasceu em Málaga, Espanha, no dia 25 de outubro de 1881. Filho do pintor e professor de desenho José Ruiz Blasco e de Maria Picasso y López, logo cedo mostrou seu talento para as artes. Seus primeiros desenhos representavam touradas. Mudou-se com a família para a cidade de A Corunha, onde o pai foi contratado como professor.

Fonte: Elaboração do Grupo 1.

¹²¹ Nome Fictício.

Angelina: Então, pelo que a gente leu, o Picasso teve alguns momentos de bastante festa e teve a guerra. Quando jovem, o povo descreve ele como bastante vaidoso e orgulhoso. Ele não tinha paciência pros professores e tal...

Brida: Mas também imagine o tipo de escola... Daquela que diz faz desse, desse modo.

Samanta Noway: Não muito diferente de umas coisas de hoje.

Angelina: Está bem, continuemos, né!... Pelo o que a gente leu, ele tinha uma personalidade forte. Quando ele estava em Barcelona, ele era bem saidinho... Ele começa a frequentar a noite e tal. Mas daí um amigo dele se suicidou e ele ficou bem mal. E entrou na fase azul... Que é

(Leitura)

Figura 108 - Trecho da Biografia de Pablo Picasso – Parte 2

Fase azul → (1901-1904) → onde ele abandona as cores quentes e aperfeiçoa em tons frios e severos, dando atenção aos elementos marginalizados da sociedade → a vida, acrobata com a Bda.

Fonte: Elaboração do Grupo 1.

Angelina: Depois, dizem que por causa de amor por uma mulher, ele entra na fase rosa.

(Leitura)

Figura 109 - Trecho da Biografia de Pablo Picasso – Parte 3

Fase Rosa → (1905-1907) → suas obras ganham conotação lírica, influência de Cézanne e desenvolve o estilo artístico CUBISMO.

Fonte: Elaboração do Grupo 1.

(...) **Samanta Noway:** Eu vou falar sobre o cubismo. É interessante que a gente pensou que o cubismo é uma forma de geometria do corpo. Não só do corpo tipo homem e mulher, mas de tudo quanto é corpo. O Picasso tinha aquela rebeldia, nessa época, a gente tinha as discussões sobre o espaço de Einstein e tal... E daí Picasso foi lá e fez diferente... Tem um trecho nosso que diz algo assim...

(Leitura)

Figura 110 - Trecho da Biografia de Pablo Picasso – Parte 4

Em 1906, Pablo Picasso começou a trabalhar em “Le Demoiselles d’Avignon”, onde as formas geométricas eliminam a profundidade espacial. Uma obra com diversas influências, entre elas, a arte africana, ibérica e elementos de El Greco e Cezanne, era o início de uma nova fase, e em companhia do pintor Georges Braques, deu início ao “Cubismo”, onde prevalecem os motivos totalmente fragmentados. São dessa época: “Nu” (1910), “O Poeta” (1911), “O Aficionado” (1912) e “Copos e Garrafas” (1913). A partir de 1915, Picasso abandona aos poucos o rigor do Cubismo e entra na etapa figurativa. Vai para Roma e casa-se com a bailarina Olga Khokhlova, muda seu modo de vida e faz opção pelo neoclássico, pinta: “O Retrato de Olga na Poltrona” (1917), “Pablo Vestido de Arlequim” (1924), entre outras.

Fonte: Elaboração do Grupo 1

(...) **Eu:** *E Picasso conhecia essas novas discussões de espaço?*

Samanta Noway: *Isso, eu não sei. Mas tipo, eu imagino Picasso na mesa de bar... (Risos). Imagina, falando com o povo inteligente, discutindo e tudo... Pensando na vida. Daí o povo querendo fazer diferente, falando de coisas que parecia loucura... Deve ter alguém que fez chegar no ouvido dele essa coisa de pensar diferente. Ele usou pra pensar as obras dele.*

(...) **Brida:** *Ele tinha o espírito e oportunidade, né. (...) Daí que a gente pensou na Educação Matemática. (...) A gente precisa se abrir pra outras coisas pra fazer ela poderosa. Conversa de bar, mesmo. Deixar voar nas coisas para gente criar coisas. (...) Só que isso só vai acontecer se a gente tiver o espírito e lutar pela oportunidade.*

(TP Encontro 6)

O Grupo 1 escolheu Pablo Picasso para analisar em sua exposição. Além do contexto histórico de vida do pintor e do pensamento envolto em sua escola pictórica, os licenciandos procuram reforçar a *história dele* (Angelina), uma vez que acreditam que esta possui interferência em suas escolhas. Nesse sentido, tudo o que ele vivera, a vida boêmia e a guerra, entram em ação na produção do ser humano Picasso e, consequentemente, no pintor que se tornou.

As discussões apresentadas, ainda, apontam para a relação de Pablo Picasso com a educação escolar. Uma relação de menosprezo por parte dele às lições repetitivas e pouco criativas da instituição. Algo que o produzia impaciência, o que não é muito *diferente de umas coisas de hoje* (Samanta Noway).

Quanto às suas fases na pintura – azul e rosa –, o grupo atribui a acontecimentos particulares em sua vida. A fase azul se relaciona com sua depressão após o suicídio de seu amigo Carlos Casagemas. Já a fase rosa está atrelada ao seu amor por Fernande Oliver. A partir desta última fase, Picasso ingressa no cubismo (GOMBRICH, 1979).

A partir das pesquisas e inferências, os licenciandos consideram o movimento cubista e, mais especificamente, as pinturas de Picasso como uma *geometria do corpo*. Não só do corpo dos homens e das mulheres, mas de todos os corpos (Samanta Noway). Essa se produz pelo encontro da rebeldia criativa do pintor e as inseguranças advindas das teorias sobre o espaço elaboradas por Einstein¹²². Visão que permitiu problematizar a profundidade espacial do quadro a partir de formas geométricas, uma multiplicidade de dimensões no mundo-quadro, característica básica do cubismo (WERTHEIM, 2001).

Nesse contexto, a explicação dada pelo grupo dos modos com que tais discussões referentes ao espaço são apreendidas pelo pintor representa a transversalidade com que formas de pensar perpassam a sociedade. Isso ocorre nos encontros informais, *na mesa de bar, nas discussões reflexivas sobre a vida*. Numa atitude de *querer fazer diferente*, o que permite que Picasso usasse toda essa gama de saber para produzir suas obras (Samanta Noway).

Indagados sobre como Picasso pode servir para pensar Educação Matemática, são trazidos para a conversa o *espírito e oportunidade* do pintor. Uma Educação Matemática poderosa, nesse sentido, é aquela que se abre *pra outras coisas da vida* (Brida). Esses podem ser alguns pressupostos de atuação da própria história do campo¹²³, mas reforçam a necessidade do não isolamento da Educação Matemática, de sua procura por questões a ela transversais e/ou que possam servir de apoio para o seu crescimento.

Entretanto, esse encontro com outros saberes para pensar a Educação Matemática requer o *espírito e a luta por oportunidades* (Brida). O espírito refere-se a ser um sujeito que procura a criatividade, como forma de pensar o mundo e a escola, e a luta como modo de insubordinar-se de forma responsiva sobre esta (D'AMBRÓSIO, LOPES, 2015).

¹²² Vale relembrar o seguinte parágrafo desta Tese, presente no terceiro capítulo, “Conforme Barbosa (1995), junto com a questão científica da relatividade, instaurou-se um pensamento filosófico relativo. Pensadores racionalistas e realistas entraram em choque e a noção de que todos os saberes são fixados por princípios absolutos foi abalada. O mundo absoluto do qual a humanidade buscava criar representações desmoronou, emergindo, em seu lugar, um mundo relativo capaz apenas de ser analisado por verificações (BARBOSA, 1995). A natureza, até então de representação una, encontrava, através da ciência, novas possibilidades para ser apreendida”.

¹²³ A composição da Educação Matemática pode ser vista enquanto um ato de associação de diversos saberes. Alguns autores procuraram compreender esse processo. Podemos citar, por exemplo, o modelo de relações da didática da matemática com outras Disciplinas e sistemas (STEINER, 1990), modelo tetraédrico para a Educação Matemática (HIGGINSON, 1980), o modelo do tronco do octaedro da Educação Matemática (GODINO; BATENERO, 1998). De certa forma, tais pesquisadores reforçaram a contribuição de áreas das ciências humanas, das tecnologias e de investigações sobre a própria produção do saber matemático nessas relações. Compreensão que nos permite dizer que a potência da Educação Matemática está nessa composição multidimensional.

(...) **Brida:** Vamos falar sobre a questão do que a gente falou de geometria do corpo. (...) Escolhemos quatro obras. Nós pensamos em tipo fazer o estudo da geometria nelas, mas queríamos ela inteira.

Eu: Por que essa escolha?

Brida: Ai, pro. Ela é mais bonita inteira. O Picasso fez ela inteira, então acho que ela deva vir inteira, entende?

(...) **Brida:** A nossa primeira obra é a *Mulher Chorando*.

(Mostra a pintura)

Figura 111 - Mulher Chorando de Pablo Picasso

Fonte: Elaboração do Grupo 1.

Brida:

(Leitura)

Figura 112 - Trecho sobre Mulher Chorando de Pablo Picasso

Mulher Chorando

A angustiante emoção do luto experimentado por essa mulher atormentada reflete-se com grande intensidade nas cores berrantes e nas pinceladas rígidas.

A atenção do espectador focaliza-se imediatamente na fria área azul e branca em torno da boca e dos dentes: seus olhos e a testa estão deslocados, literalmente quebrados de tristeza. Os olhos da figura parecem pequenas vasilhas que derramam grossas lágrimas sobre o lenço transparente.

As cores que predominam na obra são: laranja, que traz o significado do perigo, da agressividade e da agitação daquele período histórico; preta, representando a morte, o desconhecido, revelando o espírito de insegurança e horror da guerra; vermelho, como a violência; e, por fim, verde-escuro, mostrando o frio, a umidade das lágrimas da mulher.

A figura retrata Dora Maar, amante de Picasso. No curso de seu relacionamento, de 1936 a 1944, ele pintou vários retratos dela, algumas vezes mostrando-a bondosa, outras, ameaçadora

Esta obra é um dos exemplos mais expressivos da série de Picasso intitulada “Mulheres Chorando”. A maneira pela qual o rosto da mulher foi distorcido e fragmentado é um desenvolvimento das ideias cubistas.

Fonte: Elaboração do Grupo 1

Brida: *Se a gente olhar, a obra dá angústia mesmo. A gente pensou que a geometria ali usa tipo a alma e o exterior dela. Tipo o corpo inteiro mesmo, o que está dentro e o que está fora. Tem o colorido de fora, tem o azul claro de dentro.*

(...) **Angelina:** *Sem contar que a gente vê que parece que os dois espaços vivem juntos, né! Na mesma pintura tem o que a pessoa é e o que a pessoa sente.*

Eu: *E por que isso é geometria?*

(Silêncio momentâneo)

Brida: *Geometria não é tipo uma organização do espaço?! Então, pensa bem... Ela não é sentimental só. Também não é tipo só do que a gente vê de cara. Junta os dois pra ser uma geometria do corpo.*

(...) **Samanta Noway:** *Outra coisa que a gente achou interessante é que parece que ele usa o reto pra tristeza e o curvo para sensualidade...*

Eu: *Como assim?*

Samanta Noway: *Se você olhar nessa obra (Mulher Chorando) tem um monte de coisas retas (aponta para as retas da obra). Se você olhar nessas outras (Mulher Sentada e O sonho), elas têm curvas e tal, as mulheres são sedutoras.*

Figura 113 - O Sonho e Mulher Sentada de Pablo Picasso

Fonte: Elaboração do Grupo 1.

Angelina: *Eu filosofei bonito nisso... (Risos). Se você andar no mundo reto, você terá tristeza. Se você andar no mundo curvo, terá prazer. Acho que pode ser isso que ele quis dizer.*

(TP Encontro 6)

A geometria do corpo elaborada pelo grupo ressalta que trazer um corpo inteiro é propor uma análise *do está dentro e o que está fora, a alma e o exterior* (Brida). Nessa perspectiva, *os dois espaços vivem juntos* (Angelina), o exterior representado pelas cores quentes, e o interior, representado pelas cores frias.

Esse estudo configura-se geometria pela própria definição do que os licenciandos entendem por geometria, *uma organização do espaço*¹²⁴. Nesse sentido, a geometria de Picasso, a geometria do corpo, utiliza como fontes de matéria prima o *sentimental* e aquilo que é percebido a priori (Brida).

Poderíamos pensar, ainda, que essa geometria possui os seguintes pressupostos (Samanta Noway):

- a) *Linhas retas são prescrições para a tristeza.*
- b) *Linhas curvas são prescrições para a sensualidade.*

Mas o que ocorre se os corpos abandonarem sua inteireza – interior e exterior?

(...) **Samanta Noway:** *A última obra do Picasso que a gente quer falar é da Guernica.*

¹²⁴ Compreensão que pode ser associada à de Mlodinow (2005), geometria enquanto estudo do espaço.

Figura 114 – Guernica - Picasso

Fonte: Elaboração do Grupo 1.

Samanta Noway:

(Leitura)

Figura 115 - Trecho sobre Guernica de Pablo Picasso

Guernica

A principal imagem existente sobre os horrores da Guerra Civil Espanhola (1936-1939) é o quadro Guernica, pintado por Pablo Picasso em 1937. A produção artística do pintor espanhol causou comoção da opinião pública internacional por retratar as ações militares desencadeadas pelas forças do General Franco contra as populações que habitavam o território espanhol, em especial o intenso bombardeamento realizado sobre a vila de Guernica, ocorrido no mesmo ano de produção da obra do pintor.

Guernica era uma vila de mais ou menos 6 mil habitantes situada na região norte da Espanha, em uma das províncias do País Basco.

A ação de bombardear e metralhar civis indefesos ocorreu em 26 de abril de 1937, e possivelmente Franco não esperava que causasse a comoção pública internacional verificada, já que não contava com a presença dos correspondentes de guerra que cobriam o conflito espanhol na mesma noite em que se deu o bombardeio. Rapidamente a notícia se espalhou pelos jornais de todo o mundo.

Foi desta divulgação que Pablo Picasso teve a ideia de retratar o ataque. Radicado na França, o pintor havia recebido um pedido do governo republicano espanhol para produzir um quadro que comporia o pavilhão espanhol na Exposição Internacional de Paris de 1937. Como o objetivo era também fazer propaganda contra a insurreição franquista, o choque do pintor com as imagens veiculadas pelos jornais dos destroços causados pelo bombardeio em Guernica levou-o a produzir em pouco mais de um mês a sua obra mais conhecida.

Fonte: Elaboração do Grupo 1.

Samanta Noway: Quando eu vi a primeira vez, eu não achei nada. Depois que nós pensamos nessa geometria do corpo. Eu vi. Eu vi essa mistura de corpo. Tipo o homem não está mais inteiro. Está cheio de pedaços. Isso vira um monstro.

(...) **Norberto:** O corpo e espaço podem ser um caminho para relacionar matemática e sexualidade... Ainda não sei bem direito como... Mas pode¹²⁵.

(TP Encontro 6)

Na geometria do corpo, quando a guerra acontece, o ser humano perde sua inteireza¹²⁶. Ele se mistura, se quebra, se parte. A guerra, pelo seu picotar do corpo, constrói o monstro, algo não-humano, desumano. Mas, como esse corpo entra em sala?

(...) **Professora Tatiane:** Vocês trabalhariam essas obras com crianças?

(Silêncio momentâneo)

Brida: Depende do nível de profundidade do que a gente vai falar. A gente tem que ser sensato. Nem pensar que as crianças são bobinhas e nem pensar que elas são adultas, né?

Professora Tatiane: Vocês viram a história do homem nu e a criança no museu¹²⁷?

Brida: Eu vi sim.

Professora Tatiane: O que vocês acharam?

(Silêncio Momentâneo)

Angelina: O que você acha, professor João?

Eu: Eu?... (Risos)... Eu, sinceramente, não sei. Tenho muitas dúvidas sobre isso.

(Silêncio Momentâneo)

Brida: Pro, olha pro mundo medieval. Lembra que você disse que na arte tinha a hierarquia das imagens. Tipo, o santo em cima e o que era do corpo lá embaixo. Isso me lembrou muito essa história.

Eu: Como assim?

Brida: Olha, a gente separando a criança, que é o santo, da nudez, que é o pervertido. Mas não é a gente que diz que isso é uma coisa e isso é outra?! Depois a criança cresce, achando que o corpo é ruim... Eu acho que se não tem uma má intencionalidade, não tem problema. Nosso corpo é lindo... Nosso corpo não é a mesma coisa que sexo.

Eu: Pensando por esse sentido... Bela reflexão, Brida... Preciso pensar mais ainda... Tenho que pensar em questões éticas... Ainda não sei.

(TP Encontro 6)

De certa forma, as indagações de Professora Tatiane e Brida trouxeram a questão de Norberto, *O corpo e o espaço podem ser um caminho para relacionar matemática e*

¹²⁵ Ao longo das oficinas, Norberto questionou-se constantemente como a Educação Matemática pode e tem pensado o debate de sexualidade no espaço escolar.

¹²⁶ Um sujeito de inteireza consiste naquele que possui um equilíbrio entre mente, corpo, coração, espírito, capaz de orientar-se individual e coletivamente no exercício de ampliação de sua própria consciência com significativas repercussões para uma vida mais plena, digna de qualidade (PORTAL, 2007)

¹²⁷ Performance realizada por um artista nu, em setembro de 2017, no Museu de Arte Moderna – MAM (São Paulo), em que houve a interação de uma criança.

sexualidade? Nesse sentido, considero que Brida encontrou um caminho muito pertinente para pensar as questões atuais, olhar a história do espaço talvez seja uma maneira possível de levantar considerações sobre como os organizamos hoje.

Como apresentei na conversa, ainda tenho dúvidas sobre a notícia trazida à tona. Porém, apoio os argumentos de Brida. Nossa separação da criança do espaço do seu próprio corpo potencializa a visão deste como ruim, repleto de pecado. Se olharmos para a história do espaço, a produção do espaço no medievo, que hierarquizava e categorizava o profano e o santo (OSTROWER, 1998), talvez tenha ressonâncias nesse aspecto.

Por outro lado, existem as questões dos princípios éticos. Aquilo que é possível e passível de estar na vida de uma criança, que não a coloque em situação prejudicial para o seu desenvolvimento. Nesse sentido, a visão do professor é posta à prova. A vida docente entre um ou outro não é e não pode ser compreendida enquanto debate simples, insignificante ou superado.

4.6.1.2 Jean Baptiste Debret e a possibilidade de uma matemática cultural pelo espaço

(...)

Borboleta Rosa: *Nós escolhemos pra exposição o Jean Baptiste Debret.*

(Leitura)

Figura 116 - Trecho da Biografia de Debret – parte 1

Filho de Jacques Debret, funcionário do parlamento francês e estudioso de História Natural e Arte, e irmão de François Debret (nascido em 1777), arquiteto, membro do Institut de France. Era parente (primo) de Jacques-Louis David (1748-1825), líder da escola neoclássica francesa. Estudou no Lycée Louis-le-Grand. Foi aluno da Escola de Belas Artes de Paris, na classe de Jacques-Louis David. Também chegaria, como seu irmão François, ao Institut de France. Obteve em 1791 o segundo prêmio de Roma, com a tela *Régulus voltando a Cartago*.

A Revolução Francesa necessitava de engenheiros que entendessem de fortificações; foram, então, selecionados alguns dos alunos mais brilhantes para o curso de Engenharia. Debret foi um dos escolhidos, tendo estudado engenharia por cinco anos, seguindo a tradição da família, na École Nationale des Ponts et Chaussées.

Depois de formado, em janeiro de 1795 foi contratado como desenhista de 3 classes na École centrale des Travaux Publics (futura École Polytechnique) que apenas começava suas atividades. Em dezembro do mesmo ano passa a professor de desenho. Em abril de 1796, sua vaga foi extinta e ele deixa a École Polytechnique.

Apesar da carreira de engenheiro, Debret voltaria à pintura. Expôs no *salon* de 1798 um quadro com figuras de tamanho natural – *Le général méssénien Aristomène délivré par une jeune fille*, com o qual ganhou um segundo prêmio. Expôs em 1804, no *salon*, o quadro *O médico Erasistrato descobrindo a causa da moléstia do jovem Antíoco*.

Em 1805 muda a temática de suas pinturas, expondo *Napoleão presta homenagem à coragem infeliz*, que recebeu menção honrosa do Instituto de França. Debret finalmente encontrara-se com o que seria o tema principal de suas obras enquanto na França: Napoleão. Expôs no *salon* em 1808 o quadro *Napoleão em Tilsitt condecorando com a Legião de Honra um soldado russo*. Em 1810, um novo “tributo” à Napoleão fora criado – *Napoleão falando às tropas*; seguido por *A primeira distribuição de cruzeiros da Legião de Honra na Igreja dos Inválidos*, de 1812. Não por acaso, Napoleão era um verdadeiro mecenas para artistas como Debret e David, apoiando – inclusive financiando – a disseminação da arte neoclássica.

Fonte: Elaboração do Grupo 2

Borboleta Rosa: *O que a gente percebe é que ele cresceu como artista se envolvendo nas questões políticas, né? Tipo, quando ele veio pro Brasil, ele continuou assim.*

(Leitura)

Figura 117 - Trecho da Biografia de Debret – parte 2

A derrota de Napoleão, em 1815, foi um golpe duro aos artistas neoclássicos, que perderam o principal pilar que sustentava – financeira e ideologicamente - a arte neoclássica. Isto, somado com a perda do filho único, de apenas dezenove anos, abalara muito Debret. No mesmo período, ele e o arquiteto Grandjean de Montigny foram convidados à participar de uma missão de artistas franceses que rumava para a Rússia a pedido do Czar Alexandre I da Rússia. Mas, paralelamente, se aprontava em Paris a missão ao Brasil, chefiada por Joachim Lebreton, por solicitação de Dom João VI. Debret - assim como Grandjean de Montigny - escolheu o Brasil. Embarcou em Le Havre a 22 de janeiro de 1816. Calpe, o veleiro norte-americano que trazia a missão, aportou em território brasileiro em 26 de março de 1816. A missão foi planejada por Antônio de Araújo e Azevedo, o conde da Barca, que escrevera ao Marquês de Marialva, embaixador de Portugal em Paris, pedindo-lhe que cuidasse da vinda de uma missão artística, missão que, entre outros objetivos, idealizaria e organizaria a criação de uma Academia de Belas Artes.

Sua chegada, em 1816, ao Brasil coincide com a morte da então rainha de Portugal, D. Maria I. Debret é então incumbido de retratar o funeral da Rainha e a aclamação do novo monarca da Corte, o que lhe dá rápida penetração na corte. Instalou-se no Rio de Janeiro e, a partir de 1817 passa a ministrar aulas de pintura em seu ateliê, onde tem como aluno Simplicio de Sá. Em 1818, colabora na decoração pública para a aclamação de D. João VI. Por volta de 1825, pinta águas-fortes, hoje confiadas à Seção de Estampas da Biblioteca Nacional.

Fonte: Elaboração do Grupo 2

(...) **Ana Cristina:** Então, professor. Na Educação Matemática, a gente pensou nesse interesse cultural do Debret com o que se vivia no Brasil. Algo que a gente pensou como uma matemática cultural.

Eu: Uma matemática cultural?

Ana Cristina: O que a gente percebeu que ele investigava pra pintar a vida do povo. Ele pintou tanto os ricos, os reis, até os índios e povo geral. Tem desde a Coroação de Dom Pedro I até o Caboclo. (Aponta para as obras)

Figura 118 - Coroação de Dom Pedro I (1828) e Caboclo (1820), ambas de Debret

Fonte: Elaboração do Grupo 2

Ana Cristina: A gente pensou assim, ele foi umas das primeiras pessoas acho que a olhar para o povo brasileiro. (...) A gente sabe que a visão dele era meio ruim.

Professora Tatiane: Por que era ruim?

Ana Cristina: É assim, professora. Aquilo que nós vimos em aspectos antropológicos¹²⁸, quando um homem olha pra outra cultura, ele precisa não julgar o que os outros fazem.

Katyane: Só que, também, depois do que nós conversamos sobre a história do espaço, a gente pensou também que era meio o que dava pra fazer naquela época. Ele era ligado aos reis e tal. Ele tinha uma visão meio que assim poluída, meio que idealizada do povo e tal.

(...) **Eu:** E a Educação Matemática?

Ana Cristina: Verdade... A Educação Matemática, a gente pensou como essa coisa da cultura mesmo. Tipo, eu olho pra como vive o aluno, como ele faz a matemática dele e tal. Não dá pra julgar...

Eu: Se não julgamos, fazemos o que?

Borboleta Rosa: Achou que ia pegar a gente de calça curta, né professor? ... (Risos)... Aí que vem o tchan da obra do Debret pra aquilo que a gente quer pensar...

Eu: Diga, então.

Borboleta Rosa: O Debret fez um livro que tinha três tomos. Em um tem os índios. No segundo tem os escravos. Mas o terceiro tem as manifestações culturais e povo todo. É esse que interessou a gente.

Ana Cristina: A gente começou a pensar o seguinte... Olha essa obra dele (Mostra a Sapataria), ela traz a transformação cultural. Tipo... A gente acha que tem a matemática da criança e matemática da escola. Por que não pode existir algo que as duas façam juntas?

Figura 119 - Sapataria de Debret

Fonte: Elaboração do Grupo 2

¹²⁸ Disciplina Aspectos Antropológicos da Educação, realizada no primeiro período da licenciatura em Pedagogia.

Katyane: Pro, na hora que a gente viu a obra dele, a gente fez associação. O povo rico é a matemática da escola, o povo escravo e índio é a matemática da rua e eles juntos fazem algo novo, uma civilização nova.

Ana Cristina: O problema que a gente vê é que os reis e os escravos têm coisas bacanas nas culturas e tal, mas que os que os reis fazem é mandar nos escravos.

Eu: Isso tem a ver com Educação Matemática?

Borboleta Rosa: Oras, profe. É a matemática do rei em cima da matemática do escravo. (...) É triste que assim se forma o preconceito do que vem do escravo, da matemática da rua.

Eu: O escravo não contribui em nada?

Ana Cristina: O que a gente achou bonito, pro, é que parece que lá no fundo quem ganha é o escravo. Não, tipo, ele que reina... Sei lá... É tipo, aquela música... O que você faz quando ninguém te vê fazendo¹²⁹... Se você olhar no fundo do Debret (aponta pra obra O Entrudo), parece que no fundo é o escravo que tem poder naquela cidade, mesmo que ele não saiba... Sei lá... Devaneio...

Figura 120 - O Entrudo de Debret

Fonte: Elaboração do Grupo 2

Katyane: É triste porque parece tipo que a gente podia fazer algo bacana se a gente aceitasse as diferenças e tudo mais. Aceitar de fazer um negócio junto, tipo um lugar nosso e tal.

(TP Encontro 6)

O segundo grupo escolheu para a exposição as pinturas de Jean Baptiste Debret. O primeiro ponto destacado pelos licenciandos consiste no envolvimento do pintor em questões políticas. Primeiro junto a Napoleão e, em seguida, próximo à família real no Brasil. Entretanto, a questão principal ressaltada foi o interesse cultural do artista.

¹²⁹ Música: Quatro vezes você, Capital Inicial.

Conforme Dias (2001), em seus trabalhos presentes em *Viagem Pitoresca e Histórica ao Brasil*¹³⁰, Debret procura apresentar uma perspectiva que ultrapassa o país exótico e rico em história natural. A intenção do artista é demonstrar detalhes minuciosos da formação cultural do povo brasileiro. A obra perpassa questões políticas, religiosas e culturais do país.

Observando as pinturas de Debret, os licenciandos ingressaram numa discussão pautada no que denominaram de *matemática cultural* (Ana Cristina). Os pressupostos desta matemática cultural para o grupo não estão nem na Matemática Acadêmica, *a representação dos ricos/reis*, nem na Matemática da rua¹³¹, *na representação dos índios* (Ana Cristina). A proposta estaria numa matemática do povo. Povo no sentido de encontro das culturas, algo semelhante ao que Debret demonstra no terceiro tomo de seu livro, em que apresenta as manifestações culturais transformadas e em transformação pelos elementos do escravo, índio e do europeu (Borboleta Rosa).

No entanto, uma pergunta difícil de ser respondida seria: *Por que não pode existir algo que as duas [matemática da criança e matemática da escola] façam juntas?* (Ana Cristina). Porém, a matemática da escola sobressai sobre a matemática da rua, julgando-a e gerando preconceitos. Mas, por outro lado, a matemática da rua resiste e é ela que manda na cidade, que rege a vida da população.

O grupo lamenta essa situação. *É triste, porque parece tipo que a gente podia fazer algo bacana se a gente aceitasse as diferenças e tudo mais. Aceitar de fazer um negócio junto, tipo um lugar nosso e tal* (Katyane). Nesse sentido, uma Educação Matemática dever-se-ia focar mais no produzir na coletividade algo bom, junto ao sujeito, que enfatizar conteúdos enrijecidos.

E como a matemática cultural pode ser discutida na pintura de Debret?

(...) **Katyane:** *Nós pensamos, também, em como aquilo que o Debret pensava está em matemática na obra dele. A gente percebeu que tem hora que ele é doce, tem hora que ele parece que enfeita de mais, tem hora que ele é histórico, tem hora que parece que ele é todo metódico... Quem é esse homem, pelo amor de Deus...* (Risos).

¹³⁰ Publicada em Paris, entre 1834 e 1839, sob o título *Voyage Pittoresque et Historique au Brésil, ou séjour d'un artiste française au Brésil, depuis 1816 jusqu'en en 1831 inclusivement*, a obra é composta de 153 pranchas, acompanhadas de textos que elucidam cada retrato. O livro é dividido em 3 tomos: no primeiro, de 1834, estão representados índios, aspectos da mata brasileira e da vegetação nativa em geral. O segundo tomo, de 1835, concentra-se na representação dos escravos negros, no pequeno trabalho urbano, nos trabalhadores e nas práticas agrícolas da época. Já o tomo terceiro, de 1839, trata de cenas do cotidiano, das manifestações culturais, como as festas e as tradições populares (DIAS, 2001).

¹³¹ Utilização dos termos de CARRAHER; SCHLIEMANN; CARRAHER, 1993.

(...) *Daí, usamos nossa função etnomáticas... (Risos). Fomos pensando o pensamento matemático que ele usou... É pura imaginação.*

(...) **Borboleta Rosa:** *Então, ele tem um misto de idealização do neoclassicismo, um pouco de romantismo e um pouco de histórico.*

Katyane: *A gente viu que em algumas obras, ele usa formas geométricas bem organizadas pra valer o que pensa o neoclassicismo... Foco no rigor e tudo mais.*

Figura 121 - Obra de Debret

Fonte: Elaboração do Grupo 2

Katyane: *Se vocês observarem ela não parece muito organizada, mas olha bem no meio, a presença de um triângulo. A gente pensou assim... Imagina o Debret colocando o triângulo ali. Tudo vai pra lá.*
(...) *A gente achou que isso tem um uso da matemática pra por ordem e tal.*

(TP Encontro 6)

4.6.1.3 Romero Britto e a composição matemática de um espaço otimista

(...) **Joy:** *Naquela apresentação sobre a história do espaço, nós discutimos e queríamos trazer algo do mundo de hoje. Como você disse, pro, a gente estuda o passado pra pensar como acontece o presente.*

(...) *Escolhemos o Romero Britto, então. Alguém do presente pra pensar o presente.*

Professora Tatiane: *Vocês escolheram porque sabem que eu sou fã... (Risos)*

(...) **Joy:** *Sobre ele, a gente escreveu assim:*

(Leitura)

Figura 122 - Trecho da Biografia de Romero Britto

Romero Britto. Seu estilo é cubismo com pop art.

Escolhemos esse artista, pois suas obras são vibrantes e coloridas, divertidas de se ver e estudar, pois há várias formas geométricas que podem ser estudadas. Aachamos suas obras e sua vida muito interessantes, pois é brasileiro, porém conseguiu fazer sucesso apenas fora do país.

Romero Britto nasceu dia 6 de outubro de 1963 em Recife, Pernambuco. Britto criou uma linguagem visual de esperança e felicidade própria, que é confiável para todos, inspirando milhões. Autodidata em uma idade precoce, Britto pintou em pedaços de papel ou papelão ou qualquer meio que ele pudesse encontrar antes de entrar no seu próprio e viajar para Paris, onde foi apresentado às obras de Matisse e Picasso. Sua apreciação por esses mestres influenciou-o a criar um estilo icônico que The New York Times descreveu, "exala calor, otimismo e amor".

O trabalho de Britto foi exibido em galerias e museus em mais de 100 países, incluindo a Exposição do Salon de la Société des Beaux Arts no Carrousel du Louvre em 2008 e 2010. Em 2013, Maria Elena e Carlos Slim Domit convidaram Romero para ser o primeiro a viver Artista para exibir no MuseoSoumaya. Ele criou instalações de arte pública para o O2 Dome em Berlim, o Aeroporto John F. Kennedy de Nova York, o Cirque Du Soleil no Super Bowl XLI, e foi creditado com a maior escultura monumental da história de Hyde Park em Londres. Britto serviu como artista oficial para a Copa do Mundo de 2010, Embaixador da Copa do Mundo da FIFA 2014 no Brasil e foi um portador de tocha honorário para os Jogos Olímpicos Rio 2016. A sensibilidade pop de Britto desde então se inclinou por muitas colaborações com marcas internacionais como Audi, Bentley, Coca-Cola, Walt Disney, Evian, Hublot e Mattel para citar alguns.

Romero é um ativista de organizações de caridade em todo o mundo e, acima de tudo, um artista que acredita que "a arte é muito importante para não compartilhar".

Britto doou tempo, arte e recursos para mais de 250 organizações de caridade. Não era um ativista silencioso, Britto era um orador selecionado para as artes no Fórum Econômico Mundial na Suíça. Além disso, Romero Britto é orgulhosamente um Benefactor Fundador Inaugural do Programa Internacional de Negociação de Harvard. Um crente no papel de um artista como agente de mudança positiva, Romero Britto está empenhado em desenvolver e apoiar o papel que a arte continuará a desempenhar em questões mundiais.

Fonte: Elaboração do Grupo 3

(...) **Joy:** *Quando olhamos pra obra do Romero Britto, a gente sente leveza. Pelo menos eu sinto. Mas a gente sabe que muita gente critica ele também. Então, a gente pensou que ele seria interessante, pela controvérsia.*

Bianca: *As pessoas dizem que ele é vendido, porque ele ganha bastante dinheiro com as obras deles e tal. Vende coisas pra Coca-Cola, como a Joy leu.*

Joy: *Para o nosso trabalho, a gente começou a pensar que tipo de espaço o Romero Britto oferece que o povo tanto quer?!*

(...). A gente chegou à conclusão que é um tipo de leveza mesmo. A gente vê e lembra a infância, a inocência. Uma coisa otimista, tipo como descreveu o jornal.

(...) **Noah:** Então, como o professor sugeriu, nós começamos a pensar o que isso pode ajudar a gente na Educação Matemática...

(...) A gente espera uma Educação Matemática que traga essa felicidade, esse otimismo.

Professora Tatiane: Que lindo isso... Como fazer isso que é complicado.

Noah: Nós pensamos numa coisa. (Mostra a imagem de Children of the World, 2006).

Figura 123 - Children of the World, Romero Britto (2006)

Fonte: Elaboração do Grupo 3

Noah: Olha tudo de símbolo. Tipo o mundo na mão dessas crianças é meio que o nosso futuro nas mãos delas. Daí tem que pensar que a Educação Matemática tem isso... A gente cuida das crianças pras crianças cuidarem do futuro, né! A Educação Matemática tem que a ver com esse cuidar do mundo. Educação Matemática podia se associar a Educação Ambiental, por exemplo.

Bianca: Você pode ver as crianças felizes, elas colocando a mão na massa, sentadinhas... Focado nas coisas simples... Eu aprendi isso com você, profe, em relação a matemática. Eu sofri tanto com a Matemática na minha vida. Agora as coisas são simples, não que sejam fáceis, mas são simples.

(...) Isso podia ser a Educação Matemática da escola, algo simples e de parceria, de pôr a mão na massa.

TP Encontro 6

O terceiro grupo trouxe um artista contemporâneo para a sua análise. A ideia partiu da possibilidade de que o espaço construído por Romero Britto pudesse trazer as necessidades do ser humano na atualidade. Uma suposição dos licenciandos consistiu em que as obras do artista trazem *leveza, infância e inocência* (Joy). Características humanas, muitas vezes, não encontradas facilmente na nossa sociedade. Nesse sentido, as pinturas de Romero Britto resgatariam o *otimismo*, como aponta o *New York Times*.

Se esse é o espaço que a humanidade atualmente procura, talvez seja a Educação Matemática que deveríamos produzir. *Uma Educação Matemática que traga essa felicidade, esse otimismo* (Noah).

A dúvida seria *como fazer isso?* (Professora Tatiane).

Uma Educação Matemática otimista se apoiaria nas crianças. Nosso futuro está nas mãos delas. Precisamos cuidar de nossos alunos, para eles cuidarem do mundo. Acredito que este educar possui uma parcela de acreditar na possibilidade de as crianças transformarem a realidade em que vivem¹³². Para tanto, a Educação Matemática associa-se a problemáticas políticas, culturais e sociais, como a Educação Ambiental¹³³.

No que se refere a discutir uma Matemática nas pinturas de Romero Brito, o grupo levantou as seguintes considerações:

(...) **Ducarmo:** *Eu fiquei responsável por discutir algumas coisas da Matemática com as obras do Romero Britto. Eu comecei tentando entender a lógica da corrente que ele segue. Ele é cubista e, também, tem Pop Art.*

(...) *Daí a gente tem que o cubismo é essa coisa de fragmentar o espaço e tal, mas não acho que o Romero Britto quis isso.*

(...) *Ele diz, pra mim, que a gente está num mundo picadinho... É só olhar pra obra das crianças... Mas ao mesmo tempo ele junta todos os pedacinhos e forma algo doce.*

Professora Tatiane: *Então, ele não é cubista? Ele quebra o espaço, mas ele une o espaço.*

(Silêncio Momentâneo)

Ducarmo: *Daí eu já não sei. Não entendo de arte a esse ponto... Mas parece que esse negócio de quebrar a imagem e depois unir e ficar alegre, parece que é pra dizer pra gente estamos num mundo fragmentado... Como aquela história das Disciplinas e tal¹³⁴... Mas temos esperança... Vamos colar e fazer melhor.*

(...) **Joy:** *A gente queria falar dos ângulos ainda... Esse negócio de interpretação é muito doido. Você começa fazendo uma coisa, daí parece que tudo vai se encaixando... Os ângulos dele parecem que combinam. Assim, o espaço é todo picadinho, mas você olha os ângulos e eles parecem se repetir. Tipo se um pedacinho fosse irmão do outro... E daí ele tem a soma de todos os ângulos numa circunferência. Todos os ângulos levam a essa circunferência...*

(...) *Viajamos mesmo, profe... Bem, legal.*

(...) *Olha essas imagens, isso que eu falei.*

¹³² Nesse sentido, acredito que a presença de Freire (2004) nesse diálogo se tornou constante. Para o professor, “formar é muito mais do que puramente treinar o educando no desempenho de destrezas” é desenvolver o diálogo e a reflexão para a transformação social (FREIRE, 2004, p. 15).

¹³³ Alguns debates sobre essa relação são encontrados em Carreira (1994) e Caldeira (1998).

¹³⁴ Debates já realizados anteriormente sobre a história da constituição das Disciplinas.

Figura 124 - Children of the World, Romero Britto (2006) - Analisado

Fonte: Elaboração do Grupo 3

Figura 125 - Cutting Trees, Romero Britto (1992)

Fonte: Elaboração do Grupo 3

(...) **Ducarmo:** *Isso a gente vê com as formas também, profe. Tem obra dele que elas se repetem e tal. Olha, os quadriláteros e os triângulos dessas daqui (Mostra as obras abaixo – Colors of Brazil e Mona Cat)... O que a gente pensou, olhando, é que os quadriláteros, eles não são quadrados, pra dar movimento pra aquilo que ele pinta. Tipo, eles mexem, mudam de lado e tudo mais...*

Figura 126 - Colors of Brazil, Romero Britto – Analisado

Fonte: Elaboração do Grupo 3

Ducarmo: Já os triângulos da Mona Cat são tortinhos... São daquela geometria que a gente nem sabia que existia... Mas não parece que eles querem dar fundura pra imagem?! Tipo... Já é todo em pedacinhos... Como vou dar fundura? Coloco os pedacinhos tortos de triângulo.

Figura 127 - Mona Cat, Romero Britto – Analisado

Fonte: Elaboração do Grupo 3

(TP Encontro 6)

Alguns pontos suscitados pelo grupo sobre as pinturas de Romero Britto referem-se à sua inserção entre o cubismo e a *PopArt* (SILVA et al, 2016). Do cubismo, o artista propõe a fragmentação do espaço, como se quisesse dizer que vivemos em meio a uma realidade

fragmentada, estilhaçada na individualidade. As cores da *PopArt* trazem a esperança de união entre todos.

Consoante a essa ideia, o grupo compreende a presença dos ângulos na obra de Romero Britto como manifestações dessa intencionalidade. *Os ângulos dele parecem que combinam. Assim, o espaço é todo picadinho, mas você olha os ângulos e eles parecem se repetir. Tipo se um pedacinho fosse irmão do outro... E daí ele tem a soma de todos os ângulos numa circunferência. Todos os ângulos levam a essa circunferência* (Joy). Mesmo frente ao mundo fragmentado, há a perspectiva de uma visão holística da realidade.

Quanto às figuras geométricas, o grupo ressaltou a presença de quadriláteros e triângulos. Os quadriláteros são representantes do movimento e fogem da forma estática dos quadrados, pois visam *mexer, mudar de lado* (Ducarmo). Já os triângulos são condizentes para a profundidade, dar *fundura*. Tais triângulos são provenientes de uma *geometria que a gente nem sabia que existia*, a geometria não euclidiana (Ducarmo).

4.6.1.4 Van Gogh e uma geometria dos sonhos

(...) **Marsha:** *Nós fizemos o trabalho usando o Van Gogh...*

(Aponta para a imagem)

Figura 128 - Auto Retrato de Van Gogh

Fonte: Elaboração do Grupo 4

(Leitura da licencianda)

Figura 129 - Trecho da Biografia de Van Gogh – parte 1

INTRODUÇÃO

Um dos pintores mais importantes de toda a história da arte foi Van Gogh, mas mesmo assim, esse artista praticamente não fez sucesso algum enquanto estava vivo. Os problemas de depressão dos quais foi vítima, em vários momentos se refletiram em sua obra, predominantemente impressionista. Van Gogh é considerado um dos principais representantes da pintura mundial. Nasceu na Holanda, no dia 30 de março de 1853. Teve uma irmã e um irmão chamado Theo. Com este irmão, estabeleceu uma forte relação de amizade. Através das cartas que trocou com o irmão, os pesquisadores conseguiram resgatar muitos aspectos da vida e do trabalho do pintor.

A genialidade de Vincent Van Gogh somente foi reconhecida após a sua morte. Em vida, o artista holandês, que passou fome e frio, viveu em barracos e conheceu a miséria, vendeu apenas uma pintura – "O Vinhedo Vermelho". Em maio de 1990, uma de suas mais conhecidas obras, "O Retrato de Dr. Gachet", pintado um século antes, justamente no ano de sua morte, foi comercializado por US\$ 82,5 milhões. Maior expoente do pós-impressionismo, ao lado de Paul Gauguin e Paul Cézanne. Na sua fase mais produtiva (1880/90), Van Gogh foi completamente ignorado pela crítica e pelos artistas. Atualmente, os seus quadros estão entre os mais caros do mundo.

O grupo optou pelo autor, pois, de certa forma, suas obras nos encantam, assim como sua trajetória, difícil e miserável, entretanto não negamos a profundidade e o empenho de uma vida vivida no exercício da arte e a legitimidade e prestígio que o mesmo conseguiu após a sua morte.

Fonte: Elaboração do Grupo 4

Marsha: *O que nós gostamos de Van Gogh é a sua história. Acho que ela diz muito do que ele produz e da matemática que ele usou, sabe... Alguns pontos são: ele teve que sair da escola cedo pra trabalhar; queria ser pastor, mas não passou no exame de teologia; ele tinha péssimos relacionamentos amorosos... E quem não tem... (Risos)... Deixa eu ler um trecho pra vocês.*

Figura 130 - Trecho da Biografia de Van Gogh – parte 2

Van Gogh tinha uma vida amorosa catastrófica e era atraído por mulheres problemáticas. O caso mais emblemático foi sua paixão por Clasina Maria Hoornik, uma prostituta alcoólatra. Ela se tornou sua companheira, amante e modelo.

Quando Hoornik voltou para a prostituição, van Gogh ficou totalmente deprimido. Em 1882, sua família ameaçou cortar o seu dinheiro, a menos que ele deixasse a namorada e Haia. Em meados de setembro, ele viajou para Drenthe, um distrito pouco habitado na Holanda. Pelas próximas seis semanas, ele viveu uma vida nômade, enquanto desenhava e pintava a paisagem e seu povo.

Fonte: Elaboração do Grupo 4

(...) **Cecília:** Continuando. Van Gogh encontrou na arte equilíbrio emocional. Ele era bem intenso. Tanto que tem o episódio da orelha arrancada.

(Leitura)

Figura 131 - Trecho da Biografia de Van Gogh – parte 3

ORELHA ARRANCADA

"Eu sonho a minha pintura, então eu pinto o meu sonho."
Van Gogh

Ele mudou-se para a "pequena casa amarela" e gastou seu dinheiro em pintura, em vez de alimentos. Ele vivia de café, pão e absinto e estava se sentindo doente e esquisito. Em pouco tempo, tornou-se evidente que, além de sofrer fisicamente, a sua saúde psicológica estava em declínio; nesta época, teria tomado solvente e comido pintura.

Theo estava preocupado, e ofereceu dinheiro a Paul Gauguin para vigiar van Gogh em Arles. Quase um mês depois, van Gogh e Gauguin discutiam constantemente, e, uma noite, Gauguin saiu. Van Gogh o seguiu, e quando Gauguin se virou, ele viu van Gogh segurando uma navalha na mão. Horas mais tarde, van Gogh foi para o bordel local e pagou por uma prostituta chamada Rachel. Com sangue escorrendo de sua mão, ele ofereceu-lhe a orelha, pedindo-lhe para "manter este objeto com cuidado." A polícia o encontrou em seu quarto na manhã seguinte e ele foi levado ao hospital Hôtel-Dieu. Theo chegou no dia de Natal para ver van Gogh, que estava fraco pela perda de sangue e tendo convulsões violentas.

Fonte: Elaboração do Grupo 4

Cecília: Ou seja, ele tinha problemas de equilíbrio emocional. Tanto que se suicidou depois de algum tempo. Morreu com trinta e sete anos.

Professora Tatiane: Ele era um gênio incompreendido.

(...) **Eu:** O que vocês pensaram em Educação Matemática?

Filósofo: Nós pensamos em tudo que vivemos esses dias. Categorizamos a matemática de Van Gogh como uma geometria dos sonhos. Uma Educação Matemática dos sonhos. O que nós percebemos é a diferença de ter esperança e ter sonho. Tipo, Van Gogh delirava. A gente não pode delirar com a Educação Matemática. Tem que ter sonho e pôr em ação.

(...) Até conversamos que imaginamos que tem muitas doenças dos professores na escola pública por causa desses delírios ou das desistências. (...) Vamos imaginar que eu tenho uma sala de alunos e estou trabalhando com eles, quero que eles gostem, use e tenham a matemática deles criativa. Mas daí eu fico nos meus delírios de vida, fazendo coisas pra mim e não pra eles. Achando que eles não querem aprender, que eles não se interessam. Eu fico doente...

(...) Agora, eu preciso sonhar. Mas isso vem com luta, né? Não delírios... (...) O sonhar relaciona-se com a coletividade e a participação ativa, já os delírios retratam uma visão egocêntrica de mundo...

Marsha: É triste a gente ver tanta criatividade e genialidade sendo perdida no mundo. A humanidade não sabe cuidar das pessoas e deixa-las serem criativas, geniais, mas também seres humanos de vida mental saudável.

(...) **Julia:** Fizemos, ainda, um estudo da matemática da obra dele.

(...). *O Van Gogh era um pós-impressionista... O que, pra mim, era um impressionista mais moderninho. Isso e a história dele ajudou muito a gente a pensar a geometria do sonho.*

(...) *A gente quase delirou igual o Van Gogh, até quiseram cortar um pedacinho da orelha de um aí... Mas ninguém quis se voluntariar... (Risos).*

(...) *Pensamos no Euclides, ele meio que criou o espaço euclidiano, levando os postulados e tal. Fizemos os postulados da geometria do sonho... (Risos)... Olha, o que fizemos com as imagens primeiro... (mostra as imagens)...*

Figura 132 - O Quarto em Arles de Van Gogh – Análise

Fonte: Elaboração do Grupo 4

Figura 133 - Vaso com quinze girassóis de Van Gogh - Analisado

Fonte: Elaboração do Grupo 4

Figura 134 - A Igreja de Auvers de Van Gogh - Analisado

Fonte: Elaboração do Grupo 4

Figura 135 - The Starry Night de Van Gogh - Analisado

Fonte: Elaboração do Grupo 4

Julia: O primeiro postulado é: As coisas não têm limites definidos. Não dá pra saber em que lugar termina um e começa outro na pintura. Assim, tudo é meio que uma coisa só. Daí vem desse postulado que não tem área as coisas... Porque área é pra coisa limitada, a gente está na geometria do sonho.

(...) **Julia:** O segundo é que as coisas tem volume.

Eu: Não tem área e tem volume?

Julia: Pro, nossa geometria... Deixa a gente argumentar... O volume é visto pela cor. Tipo cores mais fortes que são mais volumosas. Tem as cores mais fraquinhas que são menos.

(...) **Eu:** Tem terceiro?

Julia: O terceiro está assim... As formas são transformativas. Se você olha pro quadro agora, tem uma forma. Se você olha pro quadro daqui a pouco, tem outra. Elas vão se transformando.

(...) Quanto menos volumosa também, mais transformativa a coisa...

(...) Se Euclides podia, porque eu não, né?!

O último grupo a se apresentar utilizou-se de Van Gogh para a sua produção. Os licenciandos ressaltaram características da vida do artista: *sair da escola cedo pra trabalhar; procurar a ser pastor, mas não passar no exame de teologia; péssimos relacionamentos amorosos* (Marsha). Destacaram, ainda, o *equilíbrio emocional* que o pintor atingia somente com a arte (Cecília).

Aproximando Van Gogh da Educação Matemática, o grupo elaborou uma *geometria dos sonhos* (Filósofo). Filósofo procurou diferenciar sonhar e delirar em Educação Matemática. Sonhar envolve ter *esperança e ação*¹³⁵. Por outro lado, o delírio nos coloca em estagnação. *O sonhar relaciona-se com a coletividade e a participação ativa, já os delírios retratam uma visão egocêntrica de mundo* (Filósofo).

Aprofundando-se nas obras de Van Gogh e nas possibilidades de uma geometria dos sonhos, o grupo elabora postulados. *Se Euclides elaborou um espaço euclidiano com postulados, isso seria possível se fizéssemos também postulados* (Julia). Os pressupostos proferidos pelo grupo foram os seguintes:

- a) *As coisas não têm limites definidos.* Isso acarreta a ausência da possibilidade de quantificar a área;
- b) *As coisas não tem volume.* O volume é quantificado a partir da cor;
- c) *As formas são transformativas.* Conforme se olha o quadro, suas formas se transformam.

¹³⁵ Alguns elementos sobre a relação entre educação e sonho podem ser pensados a partir do pensamento freireano. Segundo Gadotti (2000, p. 5), “[...] a relação entre **educação** e **utopia** está na base do pensamento freireano. Ela pode ser resumida em cinco pontos:

1º - Para construir o futuro é preciso primeiro sonhá-lo, imaginá-lo. No seu último livro, Pedagogia da autonomia, ele critica o neoliberalismo exatamente por negar o sonho, por ser fatalista, por negar a possibilidade de mudança. Para ele o neoliberalismo se apresenta, arrogantemente, como a plenitude dos tempos, não reconhece que a história continua se fazendo. O neoliberalismo afirma o “fim da história” porque não lhe interessa que a história mude. Interessa sim que ela continue como está.

2º - A pedagogia é um guia na construção do sonho. Não basta sonhar. É preciso saber como construir o sonho. Paulo Freire apresentou os seus “saberes necessários” para realizar o sonho. Ofereceu em Pedagogia da autonomia, a mediação pedagógica necessária para conquistá-lo. Todos os livros de Paulo Freire são livros de pedagogia, isto é, são livros destinados à educação para construir o sonho.

3º - A pedagogia vê primeiro o futuro, um futuro melhor para todos, a utopia. Depois é que ela se volta para o presente e para o passado.

4º - A pedagogia freireana é dialógico-dialética. Não mecânica. A dialética continua válida desde que não exclua a subjetividade. Caso contrário ela se transforma numa mecânica sem sentido que lembra a divina providência cristã. A dialética mecanicista é idealista e idealizadora da realidade.

5º - A realidade nasce e morre todos os dias. Se alguém está vivo nasce e morre várias vezes ao dia. Todos têm direito ao sonho. Sempre é possível recomeçar”.

4.6.2 Das leituras para um Espaço Amostral

Para finalizarmos este encontro, elegi duas leituras para compor o nosso Espaço Amostral:

- D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. Insubordinação criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 29, n. 51, p. 1-17, abr. 2015.
- MORAES, J. C. P. A Forma, A Proporção e O Desenho do Corpo em Kandinsky: potencialidades para discutir Arte e Educação Matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 8, n. 5, p. 1-15, 2017.

Tais leituras deveriam ser feitas relacionando os textos com as seguintes palavras-chaves: Arte e Educação Matemática.

4.6.3 A construção do Espaço Amostral

Ao final do sexto encontro, construímos o Espaço Amostral referente à Arte e Educação Matemática. O mesmo ficou com a seguinte configuração:

Figura 136 - Espaço Amostral – Arte e Educação Matemática

Fonte: Elaboração própria.

Na nossa análise em relação à Arte e Educação Matemática, quatro grupos se apresentaram e problematizaram questões:

Grupo 1: Pablo Picasso. O grupo produziu incursões referentes a uma geometria do corpo. Esta se apoiaria em uma Educação Matemática de inteireza do corpo, capaz de relacionar oportunidade e espírito na formação do educador matemático. Quanto às formas geométricas, estas entrariam em ação nas obras de Picasso como elementos para pensar múltiplas dimensões, a profundidade e as ressonâncias da teoria da Relatividade de Einstein;

Grupo 2: Jean Baptiste Debret. O grupo apresentou uma possível Matemática Cultural. Esta seria produzida pelo o encontro da Matemática da rua e da Matemática acadêmica. Para tanto, o educador matemático necessita evitar a prevalência de preconceitos entre uma e outra, objetivando a produção de um bom lugar para seus alunos neste encontro.

Grupo 3: Romero Brito. O terceiro grupo elaborou o que denominaram de Educação Matemática Otimista. Pelas obras de Romero Britto são trazidas para essa perspectiva características de leveza, infância e inocência – aspectos que seriam condizentes com a procura de transformar a realidade, modificando o espaço fragmentado para um espaço em totalidade. Essa manifestação se revela pelos usos do artista em seus triângulos, quadriláteros e ângulos.

Grupo 4: Vicent van Gogh. O grupo produziu o que elegeram como Geometria de Sonhos, a partir das pinturas e vida de Van Gogh. Esta abandonaria o delírio em direção ao sonho. Este seria uma composição entre diálogo, futuro e realidade, que podem pôr e entrar em movimento a partir da Pedagogia.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Existe um ser que mora dentro de mim como se fosse a casa dele, e é.
Trata-se de um cavalo preto e lustroso que apesar de inteiramente selvagem pois
nunca morou antes em ninguém nem jamais lhe puseram rédeas nem sela apesar de
inteiramente selvagem tem por isso mesmo uma doçura primeira de quem não tem
medo: come às vezes na minha mão.
Seu focinho é úmido e fresco.
Eu beijo o seu focinho.
Quando eu morrer, o cavalo preto ficará sem casa e vai sofrer muito.
A menos que ele escolha outra casa e que esta outra casa não tenha medo daquilo que
é ao mesmo tempo selvagem e suave.
Aviso que ele não tem nome: basta chamá-lo e se acerta com seu nome.
Ou não se acerta, mas, uma vez chamado com doçura e autoridade, ele vai.
Se ele fareja e sente um corpo-casa é livre, ele trota sem ruídos e aí.
Aviso também que não se deve temer seu relinchar: A gente se engana e pensa que é a
gente mesma que está relinchando de prazer ou de cólera, a gente se assusta com o
excesso de doçura do que é isto pela primeira vez.
(Clarice Lispector)

Iniciei a Tese apresentando minhas inseguranças. Existe uma pontinha de mim, para não dizer uma grande parte, que deseja dizer para quem a leu até aqui que isso tudo mudou, que a insegurança foi embora. Mas estaria mentindo. Porém, identifiquei a insegurança. Ela é vigilância. E estou muito feliz com ela.

A vigilância me permitiu tirar proveito da crise. Até mesmo, tê-la como amiga. Sentir saudade daquela instabilidade vibrátil que me permite o interesse pelo que o outro produz, aquilo que não será *mais do mesmo* sob o qual, muitas vezes, nos configuramos. Talvez, esse seja o meu fascínio pelo espaço. Ele não me permite parar. A mudança acontece. Cabe a mim decidir contribuir ou não nesse processo. Optar pela passividade ou pela paixão.

Talvez seja por isso que eu me interesso tanto pela questão da experiência, pela divagação utópica e tudo mais. Assim, me encontrei como ambicioso. Ambicioso por encontros. Encontrar tornou-se para mim um sinônimo de viver. Viver com este outro, produzir uma Educação Matemática com ele. E, nesse devaneio, é que Clarice me diz que em si mora um cavalo preto, lustroso e selvagem. Não seria deixar que este faça morada em nós um pressuposto para o encontro?

Para mim, é. Preciso alimentá-lo para não ir embora. Deixar que a humildade reine nessa relação. Se tentar domá-lo, ele partirá. Preciso dele. Preciso que ele deixe viver com ele. Por outro lado, digo isso a Clarice, não quero que esta potência de pensar o mundo morra

No segundo encontro:

A Educação Matemática que entrou em ação apresenta-se como um questionamento da concepção de ensino da Disciplina por conteúdos conceituais. Os licenciandos esperam uma Educação Matemática que se respalde no diálogo, na ação, na participação coletiva. Esta exigiria um currículo mais flexível e olhares voltados para a paz e a felicidade humana;

Figura 138 – Retorno Espaço Amostral 2

Fonte: Elaboração própria

No terceiro encontro:

A Educação Matemática que se instaurou entre os futuros professores pauta-se na comunicação, colaboração e conhecimento matemático para a tomada de decisão. Esta precisa se associar à realidade e enfatizar os processos de pensar em detrimento aos produtos.

Figura 139 - Retorno Espaço Amostral 3

Fonte: Elaboração própria.

No quarto encontro:

A Educação Matemática em evidência se propõe a partir da inventabilidade e no potencializar a formação de um professor criativo. Arelados à Educação Matemática, são necessários os valores éticos, a justiça social, a paz, etc.

Figura 140 - Retorno Espaço Amostral 4

Fonte: Elaboração própria

No quinto encontro:

A Educação Matemática que se produziu procura refletir sobre a construção de encadeamentos curriculares e sobre o sujeito que se deseja formar.

Figura 141 - Retorno Espaço Amostral 5

Fonte: Elaboração própria

No sexto encontro:

A Educação Matemática evidenciada ressalta a produção criativa mediante pontos da cultura. Criar formas esperançosas de propor a Educação Matemática. Tal fato levou os grupos a produzirem as suas Educação Matemática – Geometria do Corpo, Educação Matemática Otimista, Geometria dos Sonhos, e Matemática Cultural.

Figura 142 - Retorno Espaço Amostral 6

Fonte: Elaboração própria.

Frente a tudo o que passamos, para dar como finalizado este trabalho, desejo relatar que me sinto um educador matemático melhor depois do vivido. Isso tem importância enquanto elemento da Tese? Para mim, tem. Essa foi a minha busca, ao ingressar no Doutorado: ser um sujeito professor educador matemático melhor. Para aqueles que não almejam isso, eu só digo: Não sabem o que estão perdendo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGAMBEM, G. **Infância e História**: destruição da experiência e origem da história. Tradução de Henrique Burigo. Belo Horizonte, MG: Editora UFMG, 2005.

ALENCAR, E. M. L. S.; FLEITH, D. S. **Práticas pedagógicas que promovem a criatividade segundo professores do ensino fundamental**. Relatório Técnico. Brasília: Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, 2010.

ALVAREZ, J.; PASSOS, E. Cartografar é habitar um território existencial. **Pistas do Método da Cartografia: pesquisa-intervenção e produção de subjetividade**. Porto Alegre: Sulina, p. 131-149, 2009.

ARNHEIM, R. **O Poder do Centro** – Um Estudo de Composição nas Artes Visuais. Lisboa, 2001.

ARISTOTLE. **Physics**, books I-IV. Trad. P. H. Wicksteed & F. M. Cornford. Cambridge: Harvard University Press, 1995.

ARTHUR, N. C. **Noção de espaço em As Palavras e as Coisas, de Michel Foucault**. Dissertação (Mestrado em Filosofia) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2007.

AUTH, M. A. **Formação de professores de ciências naturais na perspectiva temática e unificadora**. Tese de doutorado. Florianópolis: UFSC, 2002.

ÁVILA, G. Euclides, Geometria e Fundamentos. **Revista do Professor de Matemática**, 45, 2001. Disponível em:
http://www.bibvirt.futuro.usp.br/textos/hemeroteca/rpm/rpm45/rpm45_01.pdf.

BARBOSA, E. Espaço-Tempo e Poder-Saber: uma nova epistémé? (Foucault e Bachelard). **Tempo Social: Rev. Sociol.** USP, S. Paulo, 7(1-2): 111-120, outubro de 1995.

BOSI, A. **Reflexões sobre a Arte**. São Paulo: ed. Ática, 1991

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum: documento preliminar**. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília, 2015. Disponível em:
<<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>.

BRASIL, Secretaria de Ensino Fundamental/MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais: primeiro e segundo ciclos do ensino fundamental – Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRIÃO, G. F. A Pesquisa Narrativa Autobiográfica De Uma Professora De Matemática: Aproximações Com A Insubordinação Criativa. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 8, n. 4, p. 31-49, 2017.

BRUNER, J. S. **O processo da educação**. 3. ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1973.

CALDEIRA, A D. **Educação Matemática e Ambiental: um contexto de mudanças**. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, SP, 1998.

CANEN, A. Multiculturalismo e formação docente: experiências narradas. **Educação e Realidade**, v. 24, nº 2, p. 89-102, 1999.

CARRAHER, T.; SCHLIEMANN, D; CARRAHER, A. **Na Vida Dez, na Escola Zero**, São Paulo: Cortez, 1993.

CARREIRA, A.C.S. A Educação Matemática e a questão ambiental. **Temas & Debates**, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 5, p.21-28, 1994.

CARVALHO, Marcelo. **O ensino da matemática**. Universidade Federal de Santa Catarina - Departamento de Matemática, 2007. Disponível em: <
<http://www.pb.utfpr.edu.br/comat/mcarvalho.pdf> >

CERTEAU, M. de. **A invenção do Cotidiano 2: morar, cozinhar**. Petrópolis, RJ: Vozes, 1996.

CHAUÍ, M. **Introdução à História da Filosofia-** dos pré-socráticos a Aristóteles, v. 1. São Paulo: Editora Brasiliense, 1994.

CLANDININ, D. J. **Engaging in narrative inquiry**. California: Left Coast Press, 2013.

CONCEIÇÃO, R. V. **Do Plano ao Espaço... Mas, que espaço?** Dissertação de Mestrado em Poéticas Visuais – Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS, 2007.

CONTI, F. **Como reconhecer a arte barroca**. São Paulo: Martins Fontes, 1984.

CORTELLA, M. S. **A escola e o conhecimento**. São Paulo: Cortez, 2000

CROPLEY, Arthur J. **Creativity in education & learning**. London: Routledge, 2005.

CSIKSZENTMIHALYI, Mihaly. Developing creativity. In: JACKSON, Norman; OLIVER, Martin; SHAW, Malcolm; WISDOM, James (Org.). **Developing creativity in higher education**. London: Routledge, 2006. p. xviii-xx.

CURY, H. N. **Análise dos Erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008

DAHLBERG, I. Teoria do conceito. **Ciência da Informação**, Brasília, v. 7, n. 2, p. 101-107, 1978.

D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. Insubordinação criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 29, n. 51, p. 1-17, abr. 2015.

D'AMBROSIO, B. S. A subversão responsável na constituição do educador matemático. In: **Encuentro Colombiano de Matemática Educativa**, 16, 2015, Bogotá. Memorias del Encuentro Colombiano de Matemática Educativa... Bogotá, 2015, p. 1- 8.

D'AMBROSIO, B. S. Preparing teachers to teach mathematics within a constructivist framework: the importance of listening to children. In: WATANABE, T.; THOMPSON, D. R. **The work of mathematics teacher educators: exchanging ideas for effective practice**. San Diego, CA: Association of Mathematics Teacher Educators, 2004. p. 135-150.

D'AMBRÓSIO, U. Educação, Currículo e Avaliação. In: D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1996.

D'AMBRÓSIO, U. **Transdisciplinar idade**. 2. ed. São Paulo: Palas Athena, 1997

D'AMBRÓSIO, U. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. In: **Educação e Pesquisa** – Revista da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99-120. jan/abr 2005a.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 12. ed. Campinas: Papirus, 2005b. (Coleção perspectivas em Educação matemática).

D'AMBRÓSIO, U. **Paz, Educação Matemática e Etnomatemática**, Teoria e Prática da Educação (Maringá, PR), Vol. 4, nº 8, junho, 2001.

DANTE, Luiz Roberto. **Criatividade e resolução de problemas na prática educativa matemática**. Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Tese de Livre Docência, 1988.

DAVID, M. M. M. S.; MOREIRA, P. C.; TOMAZ, V. S. Matemática escolar, matemática acadêmica e matemática do cotidiano: uma teia de relações sob investigação. **Acta Scientiae**. Canoas/RS, v.15, n.1, p. 42-60, jan./abr., 2013.

DELEUZE, G. **O que é Filosofia?** Rio de Janeiro: Editora 34, 1992.

D'AMBRÓSIO, U; GUATTARI, F. **Mil Platôs: capitalismo e esquizofrenia** – Vol. 1. Tradução de Aurélio Guerra Neto e Célia Pinto Costa. Rio de Janeiro: Ed. 34, 2000.

D'AMBRÓSIO, U. **Diferença e Repetição**. 2. ed. revis. e atual. Tradução L. Orlandi e R. Machado. São Paulo: Graal, 2006.

DIAS, E. A Representação da Realeza no Brasil: uma análise de retratos de D. João VI e D. Pedro I, de Jean Baptiste Debret. In: **Anais do Museu Paulista**, v. 14, n. 1, p. 243-261, jan-jun, 2001.

EVES, H. **Introdução à história da Matemática**. (Coleção Repertórios). Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 1995.

FAZENDA, I.C.A. Interdisciplinaridade e Transdisciplinar idade na formação de Professores. **Ideação (Unioeste)**, v. 10, n. 1, p. 93-103, 2010

FIORENTINI, D. **Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática: o caso da produção científica em cursos de pós-graduação**. Tese (Doutorado) - Faculdade de Educação da UNICAMP, Campinas, 1994.

FITAS, A. J. S. Os Principia de Newton, alguns comentários (Primeira parte, a Axiomática). **Vértice**, n. 72, p. 61-68, 1996.

FLORES, C. R. **Olhar, saber, representar: sobre a representação em perspectiva**. São Paulo: Musa, 2007.

FOUCAULT, M. **Outros espaços**. In: FOUCAULT, M. Ditos e escritos III. Rio de Janeiro: Forense Universitária. p. 411-422. Tradução de Inês Autran Dourado Barbosa, 2001.

FOUCAULT, M. **As Palavras e as Coisas**. Paris, Gallimard, 2000.

FOUCAULT, M. **A Arqueologia do saber**. Rio de Janeiro: Forense, 2007.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo. Ed. Paz e Terra. 2004.

FREIRE, P. **A educação na cidade**. 4ª ed. São Paulo: Cortez, 2000.

FREIRE, P. **Professora sim, tia não: cartas a quem ousa ensinar**. São Paulo, Olho D'Água, 1993.

FREIRE, P. Educação bancária e educação libertadora. In: PATTO, M. H. S. P. **Introdução à psicologia escolar**. 3. ed. São Paulo: Quatro, 1991.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. 17ª. Ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, v. 3, 1987.

GABRIELLI, W. M. Arte e Pensamento. **Revista Arte e Ciência (descontinuada)**, v. 1, 2011.

GADOTTI, M. **Qualidade na educação: uma nova abordagem** -Moacir Gadotti. São Paulo: Editora e Livraria Instituto Paulo Freire, 2010. -- (Instituto Paulo Freire; 5 / Série Cadernos de Formação)

GADOTTI, M. Saber aprender: um olhar sobre Paulo Freire e as perspectivas atuais da educação. **Produção de terceiros sobre Paulo Freire; Série Artigos**, 2000.

GALLO, S. Educação e interdisciplinaridade. **Impulso**, vol. 7, no 16. Piracicaba: Ed.Unimep, 1994.

GEHLEN, S. T. **A função do problema no processo ensino -aprendizagem de Ciências: Contribuições de Freire e Vygotsky**. Tese doutorado. Florianópolis: UFSC, 2009.

GILSON, Lucy L. Why be creative: a review of the practical outcomes associated with creativity at the individual, group, and organizational levels. In: ZHOU, Jing; SHALLEY, Christina E. (Org.). **Handbook of organizational creativity**. New York: Lawrence Erlbaum, 2008. p. 303-322.

GLYNN, Shawn M. et al. **Teaching science with analogies: a resource for teachers and textbooks authors**. 1998. Disponível em: http://curry.edschool.virginia.edu/go/clic/nrrc/scin_ir7.html

GODINO, J. D.; BATANERO, C. Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in Mathematics Education. In: SIERPINSKA, A.; KILPATRICK, J. (Orgs.), **Mathematics education as a research domain: A search for identity** (pp. 177-195). Dordrecht, Netherlands: Kluwer, 1998.

GOMES, M. Newton e Leibniz: a questão do século XVII. **Revista Sociedade Brasileira de História da Ciência** 11, 1994, pp. 89-96.

GOMBRICH, E. H. **A História da Arte**. Rio de Janeiro: Zahar, 1979.

GUNDLACH, B. H. **Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula: Números e Numerais**. Atual, São Paulo, 1993.

GUTIERREZ, A. Procesos y habilidades em visualizacion espacial. In: **3er Congreso Internacional sobre investigación em educação matemática**, p. 44-59. Valência, 1991. Disponível em:<<http://www.uv.es/angel.gutierrez/marcotex.html>>.

HABERMAS, J. **Conhecimento e interesse**. Rio de Janeiro: Zahar, 1982.

HILL, H. C. et al. Measuring the Mathematical quality of instruction: learning mathematics for teaching project. **Journal for Mathematics Teacher Education**, v. 14, n. 1, p. 25-47, 2011.

JAMMER, M. **Conceito de espaço: a história das teorias do espaço na física**. São Paulo: Livraria da Física Editora, 2010

KAMII, C. **A criança e o número**. 18. ed. Campinas: Papirus, 1998.

KASTRUP, V. O funcionamento da atenção do cartógrafo. In: PASSOS, E; KASTRUP, V; ESCÓSSIA, L. (org). **Pistas do método da cartografia: pesquisa intervenção e produção de subjetividade**. Porto Alegre: Sulina, 2009, p. 32-51.

KASTRUP, V; BARROS, R. B. Movimentos-funções no dispositivo na prática da cartografia. In: PASSOS, E; KASTRUP, V; ESCÓSSIA, L. (org). **Pistas do método da cartografia: pesquisa intervenção e produção de subjetividade**. Porto Alegre: Sulina, 2009, p. 76-91.

KASTRUP, V. O funcionamento da Atenção no trabalho do Cartógrafo. **Psicologia & Sociedade**, 19(1), 15-22, 2007.

KASTRUP, V. Políticas cognitivas na formação do professor e o problema do devir-mestre. **Educação e Sociedade**, v. 26, n. 93, p. 1273-1288, 2005.

KLINE, Morris. **Mathematical Thought from Ancient to Modern Times**. New York: Oxford University Press, 1972.

KOSMINSKY, D. C. **O olhar inocente é cego: a construção da cultura visual moderna**. 2008. 306f. Tese (Doutorado em Artes e Design) PUC, Rio de Janeiro, 2008.

KOUZNETSOV, B. **História da Filosofia para Físicos e Matemáticos**. Moscou: Nauka, 1974

KOYRÉ, A. **Do Mundo Fechado ao Universo Infinito**. 1979.

Lacey, H. Relações entre fatos e valores. **Cadernos de Ciências Humanas**, 9, 2, p. 251-66, 2006.

LARROSA, J. Experiência e alteridade em educação. **Reflexão e Ação**, v. 19, n. 2, p. 04-27, 2011.

LARROSA, J. Algunas notas sobre la experiencia y sus lenguajes. In: BARBOSA, R.L.L.B. (org). **Trajetórias e perspectivas da formação de educadores**. São Paulo: Ed UNESP, 2004. p. 19-34

LARROSA, J. Literatura, experiência e formação – entrevista com Jorge Larrosa. In: COSTA, M.V. (Org) **Caminhos Investigativos – novos olhares na pesquisa em educação**. Porto Alegre. Ed. Meditação, 2002.

LAUDARES, J. B. O conceito e a definição em matemática: aprendizagem e compreensão. In: **XI Encontro Nacional de Educação Matemática**, XI ENEM, 2013, Curitiba, PR. Anais do XI ENEM, p. 1-13, 2013.

LEFEBVRE, H. **The Production of Space**. Tradução (translated): Donald N. Smith. Blackwell Publishing (USA), 1991. p. 454 p.

LÉVY, P. **Cibercultura**. Rio de Janeiro: Editora 34, 1999.

LEIBNIZ, G. W. **Correspondência com Clarke**. Coleção “Os Pensadores”. São Paulo, 1974.

LINARES, S. Contextos y aprender a enseñar matemáticas: el caso Del estudianties para profesores de primaria. In: GIMENES; LINARES; SANCHÉS. **El proceso de llegar a ser un profesor de primaria**. España: Comares, 1996.

LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M.C. (Org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004.

LOPES, C. A. E.; D'AMBROSIO, B. S.; CORRÊA, S. A. Atos de insubordinação criativa promovem a ética e a solidariedade na educação matemática. **Zetetike**, v. 24, n. 3, p. 287-300.

LOPES, A. J. et al. Resolução de problemas: observações a partir do desempenho dos alunos. A educação matemática em revista. **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM)** Ano II – n.º 3 e 2º semestre 94 p. 33-40.

LORENZ, W. **Fractals and Fractal Architecture**, VUT, Vienna, 2002.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições**. Cortez editora, 2014.

LÜDKE, M.; CRUZ, G.B. Aproximando universidade e escola de educação básica pela pesquisa. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, n.125, p. 81-109, 2005.

MATOS, J. M.; SERRAZINA, M. L. **Didáctica da Matemática**. Lisboa: Universidade Aberta, 1996, 304p.

MASSIRONI, M. **Ver pelo desenho: aspectos técnicos, cognitivos, comunicativos**. Lisboa: Edições 70, 1996.

MENDES, I. A. **Números: o simbólico e o racional na história**. São Paulo: Livraria da Física, 2006.

MENEGHETTI, R. C. G.; BICUDO, I. O. Uma discussão sobre a constituição do saber matemático e seus reflexos na educação matemática. **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, SP, ano 16, n. 19, p. 58-72, 2003.

MERLEAU-PONTY, M. **Fenomenologia da percepção**. 2ª edição, Martins Fontes, São Paulo, 1999, 662 p.

MIGUEL, A.; ZAMBONI, E. (org.). **Representações do espaço: multidisciplinaridade na educação**. Campinas: Autores Associados, 1996.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na educação matemática: propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

MLODINOW, L. **A janela de Euclides**. São Paulo: Geração Editorial, 2005.

MORAES, J. C. P. **Experiências de um corpo em Kandinsky: formas e deformações num passeio com crianças**. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2014.

MORAES, J. C. P. A Forma, A Proporção e O Desenho do Corpo em Kandinsky: potencialidades para discutir Arte e Educação Matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 8, n. 5, p. 1-15, 2017.

MORAES, V. **Antologia Poética**. Editora do Autor, Rio de Janeiro, 1960.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 9-10, p. 1-6, 2005

NOGUEIRA, C. M. I. As teorias de aprendizagem e suas implicações no ensino de matemática. **Acta Scientiarum Human and Social Sciences**, v. 29, n. 1, p. 83-92, 2007. Disponível em: <www.periodicos.uem.br>.

NOGUEIRA, C. M. I.; ANDRADE, D.; BRANDANI, E. Números com vírgula, decimais, racionais e potências. In: NOGUEIRA, C. M. I.; ANDRADE, D. (Org). **Conceitos Básicos em Educação Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Eduem: 2011.

NORONHA, I. A corografia medieval e a cartografia renascentista: testemunhos iconográficos de duas visões de mundo. **História, Ciências, Saú- de Manguinhos**, nov. 1999/fev. 2000, vol.6, nº 3, pp.681-687.

ONUCHIC, L. R.; AVELLATO, N. S. G. Novas reflexões sobre ensino e aprendizagem de matemática através de resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação matemática pesquisa em movimento**. São Paulo: UNESP, 2004.p.213231.

OSTROWER, F. **A sensibilidade do intelecto**. Rio de Janeiro: Campus, 1998.

PASSOS, E; KASTRUP, V; ESCÓSSIA, L. (org). **Pistas do método da cartografia: pesquisa intervenção e produção de subjetividade**. Porto Alegre: Sulina, 2009.

PASSOS, E; BARROS, R. B. A cartografia como método de pesquisa intervenção. In: PASSOS, E; KASTRUP, V; ESCÓSSIA, L. (org). **Pistas do método da cartografia: pesquisa intervenção e produção de subjetividade**. Porto Alegre: Sulina, 2009, p. 17-31.

PÉREZ-GÓMEZ, A.; PELLETIER, L. **Architectural Representation and the Perspective Hinge**. Cambridge, Massachusetts/London, England: MIT Press, 2000.

PERRENOUD, P. Formar professores em contextos sociais em mudança. **Revista Brasileira de Educação**, v. 12, p. 5-19, 1999.

PLATÃO. **Timeu-Crítias**. Tradução do grego, introdução, notas e índices: Rodolfo Lopes. Universidade de Coimbra: Centro de Estudos Clássicos e Humanísticos, 2011.

PIAGET, J.; INHELDER B. (1993). **A representação do espaço na criança**. Tradução de Albuquerque, B.M., Porto Alegre: Artes Médicas.

PIRES, C. M. C. Reflexões sobre os cursos de licenciatura em matemática, tomando como referência as orientações propostas nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores da educação básica. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, ano 9, n. 11, p. 44-56, 2002.

PIRIÉ, A. Episteme clásica y evolución de la tipografía en el Barroco. In: **Caracter Tipográfico: reflexión, pensamiento y experiencias**. 2012, disponível em: <<http://www.caractertipografico.com.ar>>

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

PONTE, J. P. Formação do professor de Matemática: perspectivas atuais. In: J. P. Ponte (Org.), **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, p. 343-360, 2014.

PÉREZ ECHEVERRÍA, M; POZO, J.I. **Aprender a resolver problemas y resolver problemas para aprender**. En Pozo, J.I. y col. (Eds.): La solución de problemas. Madrid: Santillana, 1994.

QUEIROZ, P. **Cativar a Imagem**. Lisboa: Universidade de Lisboa, Faculdade de Belas Artes, 2002.

RANGEL, A. C. S. **Educação matemática e a construção do número pela criança: uma experiência em diferentes contextos socioeconômicos**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.

RAY, C. **Tempo, espaço e filosofia**. Campinas: Papirus, 1993.

RODRIGUES, A. E. M.; FALCON, F. J. C. **Tempos Modernos: ensaios de história cultural**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2000.

RODRIGUES, A. R. **Ruína e patrimônio cultural no Brasil**. Tese (Doutorado) - Faculdade de Arquitetura e Urbanismo, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2017.

ROTONDO, M. A. S. **O que pode uma escola?** Cartografias de uma escola do interior brasileiro. Tese (Doutorado) - Curso de Educação Matemática, UNESP, Rio Claro, 2010.

RUSSO, B. F. V. **Geometria e a Concepção do Espaço: a importância dos processos de representação do espaço para a arquitetura**. FAUP, 2007.

SACRISTÁN, J. G. **Poderes instáveis em educação**. Porto Alegre, Artes Médicas, 1999.

SANTIAGO, M. E.; BATISTA NETO, J. Formação De Professores Em Paulo Freire: Uma Filosofia Como Jeito De Serestar E Fazer Pedagógicos. **Revista e-Curriculum**, vol. 7, núm. 3, diciembre, 2011, pp. 1-19 Pontifícia Universidade Católica de São Paulo São Paulo, Brasil.

SAPUNARU, R. A. **O “Estilo newtoniano”, O Espaço, O Tempo e O Movimento “Absolutos”: Controvérsias entre Cartesianos e Newtonianos**. Rio de Janeiro, v. 178, 2006.

SAITO, F. **Algumas Considerações sobre a concepção de Espaço Geométrico no Século XVI (Palestra)**. In: XI Jornada De Educação Matemática - Faculdades Guarulhos Faculdades Integradas De Ciências Humanas Saúde E Educação, Guarulhos, SP, 2014.

SANTOS, C; OLIVEIRA, A. A. **Universidade Federal de São Carlos**. Disponível em: <<http://www2.dm.ufscar.br/~caetano/iae2004/G9/historico.html>>

SANTOS, B.S. Dilemas do nosso tempo: globalização, multiculturalismo e conhecimento (entrevista com Boaventura de Sousa Santos). **Currículo sem Fronteiras**, v. 3, n. 2, p. 5-23, jul./dez. 2003.

SANTOS, B.S. *Um discurso sobre as ciências*. Porto: Afrontamento, 1996.

SILVA, M. M., SOUZA, W. A. **Dimensão Fractal**. **Revista Eletrônica de Matemática**, n. 2, 2010. Disponível em: < www2.jatai.ufg.br/ojs/index.php/matematica> Acesso em: 6 Jan. 2014.

SILVA, V. C. A Filosofia da Ciência da Mecânica Quântica e a Construção da Ontologia Materialista. **Cadernos do PET Filosofia – Volume 1, Nº 2**, p. 30-43, 2010.

SCHON, D. **Educando o Profissional Reflexivo: um novo design para o ensino e aprendizagem**. Trad. Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

SHULMAN, L. S. **Knowledge and teaching: foundations of the new reform**. Harvard Educational Review, v.57, n.1, p.1-22, 1987.

SILVA, M. A.; PIRES, C. M. C. Organização curricular da Matemática no Ensino Médio: a recursão como critério. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 19, n. 2, p. 249–266, jun. 2013.

SILVA, G. G. et al. A arte de Romero Britto: uma aproximação estratégica. **Pesquisa**, v. 11, nº. 16, p. 159-175, 2016.

SKOVSMOSE, O. Matemática em ação. In: Bicudo, Maria A.; Borba, Marcelo (Orgs.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**, pp. 30-57. São Paulo: Cortez, 2004.

SOARES, Maria Teresa Carneiro; PINTO, Neuza Bertoni. Metodologia da resolução de problemas. **24ª Reunião**, 2001.

SOUZA, R. M. de. Rizoma deleuze-guattariano: representação, conceito e algumas aproximações com a educação. **Revista Sul-Americana de Filosofia e Educação**. Número 18: maio-out/2012, p. 234-259.

SOUZA, M. C. R. F; FONSECA, M. C. F R. **Relações de gênero, Educação Matemática e discurso**: enunciados sobre mulheres, homens e matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

TASSINARI, A. **O espaço moderno**. Cosac & Naify, 2001

TERNES, J. A morte do sujeito. In: PORTOCARRERO, V.; BRANCO. G. C. **Retratos de Foucault**. Rio de Janeiro: Nau, 2000.

THUILLIER, P. **De Arquimedes a Einstein: a face oculta da invenção científica**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1994.

UTGES, G. R. **Modelos e Analogias na Compreensão do Conceito de Ondas** - Tese de Doutorado, USP. Orientadora: Jesuína Pacca, S.P: 1999.

VAN HIELE, P.M. **Structure and insight**. A theory of mathematics education. London: Academic Press, 1986.

WERTHEIM, M. **Uma história do espaço, de Dante à Internet**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2001.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZANLORENZI, Marcos Aurelio. Relações de Poder e Educação Matemática: do poder disciplinar à possibilidade de resistências. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 10, n. 22, 2017.

ZORZAN, A. S. L. Ensino-Aprendizagem: algumas Tendências na Educação Matemática. **Revista de Ciências Humanas - Educação**, v. 8, n. 10, p. 77-94, 2007.