

1. Introdução

Nossa primeira intenção com o presente trabalho é estudar o diálogo, na educação matemática e, mais especificamente, na educação a distância. Este estudo será dividido em duas partes. Na primeira, nosso interesse é pautado pelo estudo da importância do diálogo para a educação e para a educação matemática. Devido a amplitude e abrangência do tema diálogo, fizemos nossas escolhas e recortes para o nosso estudo tendo em vista as limitações que um trabalho deste nível no impõe.

Começamos estudando a importância do diálogo para a educação matemática, ou seja, analisando significados do termo diálogo que têm sido usados na educação e, em específico, para a educação matemática. Veremos no primeiro capítulo que o significado do termo diálogo ganha outras conotações quando utilizado na área de educação, que vão além de uma maior participação dos alunos. O diálogo traz consigo toda uma concepção do que é ensino e aprendizagem.

Também neste primeiro capítulo veremos que o suporte pelo qual se estabelece o diálogo, como a Oralidade, a Escrita e a Informática, influi na maneira como ele é conduzido e mesmo na maneira como seus interlocutores o conduzem, interpretam e aprendem com ele. As diferentes Tecnologias da Inteligência (LÈVY, 1993), condicionam a maneira de pensar de seus usuários, influenciando assim o diálogo desenvolvido nestas tecnologias. Outro fator importante é o contexto em que este diálogo é desenvolvido. O contexto influencia, e muito, os rumos, ou mesmo os temas relevantes para a discussão e mesmo a maneira como eles se desenrolam, o que mostra que o contexto é fundamental para se entender o diálogo em si.

Após esse estudo sobre os significados do diálogo na educação faremos um breve estudo da tradição iniciada pelos gregos, de obras literárias que são compostas em formato de diálogo. Platão é a referência inicial deste tipo de obra em forma de diálogo, verdadeiras aulas de filosofia em forma de conversa oral.

Platão explicita o grande potencial pedagógico do diálogo, exercitando sua capacidade de fazer filosofia por meio do acompanhamento de uma conversa. O leitor passa pelo mesmo percurso dos protagonistas das obras, adquire concepções e impressões sobre os temas e teses que serão derrubadas, ou postos em dúvida pelos personagens. Nos diálogos de Platão reina a Maiêutica de Sócrates, principal

personagem de suas obras. Trata-se do método da parteira, forma primeira do diálogo que gera a vida das palavras. Surge a provocação da dúvida que desestabiliza os interlocutores e suas certezas, seja sobre o sentido de virtude ou sobre a medida da diagonal de um quadrado de lados unitários. O leitor/interlocutor dos diálogos de Platão, principalmente por meio dos questionamentos de Sócrates, acompanha a lição primordial, que se baseia em se saber que nada sabe, primeiro passo para qualquer aprendizado. E todas estas sensações, dúvidas e incertezas são compartilhadas pelos leitores.

Ao longo da História, outros autores estabeleceram uma tradição de compor obras literárias em formato de diálogo, com os mais diferentes propósitos e temas. Pensando na importância deste formato de obras literárias ao longo dos séculos, resolvemos fazer um estudo sobre elas. Para nortear nossas escolhas, elaboramos alguns critérios para estudar obras em formato de diálogo. O primeiro critério é a obra ser em forma de diálogo. O segundo é o de ter como temática principal a matemática, ou pelo menos que seja utilizada no corpo da obra. O terceiro critério é a importância que a obra teve na história da matemática e por último, que as obras tenham sido produzidas em momentos históricos claramente distintos. Desta maneira escolhemos três obras para análise e discussão no capítulo dois: O **Mênon** de Platão, o **Diálogo sobre os dois máximos sistemas do mundo ptolomaico e copernicano** de Galileo Galilei e por último **A lógica do descobrimento matemático: Provas e refutações** de Imre Lakatos. Escolhemos autores que tinham objetivos diferentes ao escreverem suas obras, mas mesmo assim é possível encontrar algumas semelhanças e pontos em comum entre estas.

Chegamos agora à segunda parte deste trabalho, em que estudamos a importância do diálogo para a educação matemática, em termos de educação a distância. Pensando em um cenário em que a utilização de tecnologias comunicacionais e computacionais ganham cada vez mais importância e inserção na educação matemática, como será que o diálogo acontece? Ele continua a ter sua grande importância reconhecida? Muitos críticos das tecnologias afirmam que na verdade estas afastam as pessoas, desumanizando-as, fazendo com que percam o contato umas com as outras e se relacionem apenas com a máquina. Será mesmo? Será que o diálogo, tão importante para o ensino e aprendizado e que esteve presente em vários momentos da história com obras literárias que buscavam reproduzir no papel esta dinâmica perdeu o seu espaço?

Para discutir esta temática fizemos novamente nossas escolhas. Primeiro, falar em tecnologias comunicacionais e computacionais é algo muito amplo, por isso resolvemos nos restringir apenas a Educação a Distância. Mas antes de tudo, precisamos saber qual o significado deste termo e quais os modelos de EaD são os mais utilizados. Este será o objetivo da primeira metade do terceiro capítulo.

Na segunda metade do terceiro capítulo, voltaremos ao tema do diálogo, mas agora voltados para o cenário em questão. Entendemos, apoiados por outros autores, que na verdade o diálogo aparece no mundo da EaD com outro termo, mas que no fundo descreve o mesmo processo: a interatividade (ou interação). Discutiremos então sobre o que os principais autores de EaD falam sobre interatividade, bem como de alguns estudos específicos sobre este tema.

Por fim, no último capítulo, iremos estudar um conjunto de dez videoaulas de matemática de um curso de formação de professores a distância, tentando identificar a ocorrência de interatividade/diálogo entre seus participantes. Para isso, nos direcionaremos para este conjunto de dez videoaulas do Programa de Educação Continuada PEC – Formação Universitária Municípios II, com o olhar de um historiador da matemática, tentando identificar indícios de interatividade/diálogo caso eles existam. Toda a discussão realizada nos capítulos anteriores ajudará a apurar nosso olhar para verificar se é possível que um curso de formação de professores a distância pode ser dialógico, segundo a concepção de Paulo Freire (1980/2005) ou se a tecnologia “aprisiona” seus participantes a uma concepção “bancária” de educação.

2. O diálogo e a Educação.

Neste capítulo vamos estudar o significado do diálogo na educação em geral e na educação matemática em particular. Além disso, vamos analisar quais as influências do suporte, isto é, das tecnologias com as quais este diálogo é realizado e a importância do contexto histórico-social. Acreditamos que estes dois tópicos influenciam de maneira direta a forma como o diálogo é realizado e o significado que ele ganha entre seus participantes.

2.1 A Educação Dialógica

A princípio parece fácil definir o que é um diálogo. Esta palavra tem uso corrente, remetendo a uma situação em que os participantes estão desenvolvendo certa relação de amistosa, harmônica, resolvendo conflitos.

Em dicionários podemos encontrar a seguinte definição para o termo diálogo: “S. m. 1. Fala entre duas ou mais pessoas; conversação colóquio. 2. Obra literária ou científica em forma dialogada. 3. Troca ou discussão de idéias, de opiniões, de conceitos, com vista à solução de problemas, ao entendimento ou à harmonia; comunicação” (FERREIRA, 2004) Sendo que para esta última referência, a ausência de diálogo caracterizaria um estado de disputas, como no exemplo: “Ministros israelenses querem suspensão do diálogo com palestinos”¹. Já em um dicionário filosófico (MORA, 2000, p. 727), o diálogo é entendido também como uma forma de “expressão filosófica ou científico-filosófica”. Este mesmo autor traz duas categorias de diálogos, o autêntico e o falso.

¹ Folha on line: <http://www1.folha.uol.com.br/folha/mundo/ult94u461138.shtml>
Acesso 06/01/09

O autêntico (quer implique ou não comunicação por meio de palavras) é aquele no qual se estabelece uma relação viva entre pessoas como pessoas. O diálogo falso (qualificado como ‘monólogo’) é aquele no qual os homens crêem que se comunicam mutuamente, quando na verdade a única coisa que fazem é afastar-se uns dos outros (p. 728).

A participação efetiva do “outro” é um ponto central nesta definição de diálogo filosófico. E é este ponto que diferencia o diálogo de um monólogo. E parece ser justamente esta idéia de participação efetiva de outro personagem que aproximou o diálogo da educação, tentando afastar a prática do professor do monólogo para aproximá-la do diálogo autêntico.

Para Paulo Freire (1980/2005), o diálogo não é uma conversação como qualquer outra, mas sim um elemento fundamental para a liberdade de aprender. Para ele o diálogo é o encontro de pessoas com o objetivo de “dar nome ao mundo” ou “pronunciar o mundo”, ou seja, conversar sobre os acontecimentos e a possibilidade de se alterar a realidade encontrada por elas. Assim, o dialogar tem algo de existencial, da busca pela compreensão do ser humano e o mundo que o cerca pelo homem e ainda buscando sempre a mudança. Desta maneira a ação e a reflexão andam juntas e não é possível separar estas duas qualidades humanas, daí dizer-se que “a palavra verdadeira seja transformar o mundo” (FREIRE, 1980/2005, P. 89).

A partir do momento em que o sujeito da educação “pronuncia” o mundo em que vive, abre as portas deste para uma melhor compreensão. No momento em que as pessoas passam a compreender melhor o mundo, elas começam a vê-lo com outros “olhos”, pois os dois (os olhos, e o mundo que ganhou outro significado) já não são mais os mesmos. Freire ainda complementa que

existir, humanamente, é *pronunciar* o mundo, é modificá-lo. O mundo *pronunciado*, por sua vez, se volta problematizado aos sujeitos *pronunciantes*, a exigir deles novo *pronunciar*. (*Ibid.* p. 90, grifos do autor).

Desta maneira, o diálogo é encarado como um “fenômeno humano”, um direito de todos os homens e não o privilégio de alguns. O diálogo deve ser feito em conjunto porque

é encontro de homens que *pronunciam* o mundo, não deve ser doação do *pronunciar* de uns a outros. É um ato de criação. Daí que não possa ser manhoso instrumento de que lance mão um sujeito para a conquista do outro. A conquista implícita no diálogo é a do mundo pelos sujeitos dialógicos, não a de um pelo outro. Conquista do mundo para a libertação dos homens. (*Ibidem.* p. 91, grifos do autor)

Assim, parece haver uma relação de igualdade entre os participantes do diálogo, e não uma relação assimétrica. Isso não significa dizer que professor e alunos estão em condições totais de igualdade em suas relações, mas sim que não existe apenas uma pessoa “pronunciando” o mundo e outro apenas escutando. A educação exige a participação de todos, mesmo que estes não estejam em posição de igualdade, pois não podemos esquecer que o professor tem o saber, mas irá, através do diálogo, ampliar a visão de mundo de seus alunos, ajudando-os a pronunciar o mundo de uma maneira pessoal e não a do outro, imposta a eles.

Freire (1980/2005) ainda afirma que deve existir um sentimento de amor ao próximo e ao mundo, sendo este um dos fundamentos de um verdadeiro diálogo. Como consequência o diálogo exige humildade de seus participantes, humildade para se reconhecer como uma pessoa incompleta, que tem muito a aprender com o outro, e para que os participantes do diálogo se reconheçam como iguais. E por fim, o homem dialógico deve ter esperança no próximo, esperança de que ele possa ir além, que tenha capacidade e potencial de ir além.

A concepção freiriana de diálogo vem contrapor-se ao ensino monológico, em que apenas uma pessoa fala e as demais devem escutar. A passividade é a marca mais forte desta concepção “bancária” de ensino, onde o conhecimento é depositado na cabeça dos alunos, que aprendem a “pronunciar” o mundo apenas com a fala do outro.

A educação dialógica exige a participação do outro para a construção conjunta do conhecimento, com características de humildade e de respeito ao próximo. Não basta o aluno aprender a “pronunciar” o mundo, ele deve construir ao longo de sua educação, uma forma de criar esta sua pronúncia do mundo. É importante frisar que não basta apenas pronunciar o mundo, é fundamental mudá-lo, transformá-lo. Desta maneira, para Paulo Freire, o diálogo tem uma conotação comunicativa, pois exige a participação do

outro; epistemológica, pois é com o outro que o conhecimento se constrói; e ainda política, pois exige a transformação do mundo que cerca os participantes deste diálogo.

Skovsmose & Alrø (2006), inspirados nos trabalhos de Paulo Freire, apresentam a educação dialógica na área de educação matemática. Para estes autores, a comunicação e a aprendizagem estão conectadas, e mais, que “as qualidades da comunicação em sala de aula influenciam as qualidades de aprendizagem de matemática” (p. 11).

Com relação a estas qualidades, os autores Skovsmose & Alrø (2006), entendem que

as qualidades de comunicação podem ser expressas em termos de relações interpessoais. Muito mais do que uma simples transferência de informação de uma parte para outra, o ato de comunicação em si mesmo tem papel de destaque no processo de aprendizagem. A comunicação tem um sentido mais profundo do que se percebe à primeira vista. (...) Aprender é uma experiência pessoal, mas ela ocorre em contextos sociais repletos de relações interpessoais. E, por conseguinte, a aprendizagem depende da qualidade do contato nas relações interpessoais que se manifesta durante a comunicação entre os participantes. Em outras palavras, o contexto em que se dá a comunicação afeta a aprendizagem dos envolvidos no processo. (*Ibid.* p. 12).

Desta maneira, a aprendizagem está diretamente relacionada com o tipo de relação interpessoal que se estabelece nos locais onde ela ocorre. Apesar de ser um processo individual, que ocorre no interior de quem constrói o conhecimento, o processo de aprendizagem depende do contato com outras idéias, com outras formas de pensar, que só encontramos no contato com outras pessoas. O diálogo seria uma maneira de se promover esta comunicação em sala de aula, que favorece a aprendizagem.

Ao entenderem que o diálogo é uma “conversação com certas qualidades” Skovsmose & Alrø (2006) estão interessados no fato de que este “tem uma relação com certa interpretação de investigação” (p. 119). Desta maneira, o diálogo é uma conversação que visa à aprendizagem de seus participantes. Esta é uma maneira de se

entender o diálogo que é muito próxima à posição defendida por Freire (1980/2005). Mas estes autores entendem que o diálogo, além disso, exige também alguns atos dos alunos, como o de realizar uma investigação, correr riscos e promover a igualdade.

Realizar uma investigação significa que os participantes do diálogo devem abandonar a comodidade da certeza e deixar-se levar pela curiosidade por descobrir algo novo, seja uma respostas às suas necessidades ou a solução de um problema. Seguindo esta definição, o diálogo é uma conversação de investigação, ou inquérito, que visa a procura por um conhecimento que ainda não se tem, mas que se deseja alcançá-lo. É compartilhar o desejo de investigação com outras pessoas que também participam do diálogo.

Este processo de investigação, de busca por alternativas ou novas perspectivas, novos pontos de vista, é a vontade de se ir além do conforto da certeza da resposta parcial ou prévia. Além disso, começar uma investigação significa assumir a condução de uma atividade, com o intuito de executá-la. Os participantes do diálogo são os responsáveis por sua condução e execução. Isso vale para todos os participantes do diálogo, seja o professor ou os alunos, todos eles têm que se aventurar nesta busca por respostas.

Ainda sobre a investigação, Skovsmose & Alrø (2006) afirmam que

começar uma investigação em que pré-concepções foram momentaneamente deixadas de lado significa acreditar que algo imprevisto possa acontecer. Crenças e visões de mundo estabelecidas, ao serem confrontadas e desafiadas por uma investigação, deveriam ser passíveis de mudanças e aperfeiçoamentos. Um diálogo é algo imprevisível. Não há respostas prontas, conhecidas de antemão, para os problemas. Elas surgem através de um processo compartilhado de curiosa investigação e reflexão coletiva, com o propósito de obter conhecimento (p. 126).

Estar aberto e preparado para enfrentar estas situações imprevistas é o que os autores chamam de correr riscos. **Dialogar é correr riscos.** Quem participa do diálogo deve estar disposto a expor as suas próprias idéias trazendo para o grupo aquilo em que acredita. Mas, ao mesmo tempo, deve estar preparado para ouvir críticas às suas concepções, defendendo seus pontos de vista argumentando para o restante dos

participantes ou, se for o caso, trocar sua hipótese por outra que melhor se adeque à situação enfrentada. Isto torna os participantes de um diálogo abertos ao processo de investigação, que é a primeira característica citada pelos autores, porém esta abertura deixa seus participantes, ao mesmo tempo, vulneráveis.

No caso do professor, este deve estar preparado a se deparar com uma resposta inesperada por parte do grupo. O diálogo pode tomar rumos não previstos, que podem ser tanto ruins quanto interessantes, cabendo ao professor, conduzi-lo para outros caminhos, que podem ir além do que tinha sido planejado inicialmente. Isto exige uma preparação muito maior do professor que deve tomar decisões de maneira rápida, e a fazer escolhas durante o processo.

Segundo Skovsmose & Alrø (2006), o diálogo tem por base o princípio da igualdade. Para estes autores não é possível ocorrer um diálogo verdadeiro se existe uma assimetria de poder entre os seus participantes. Uma hipótese não pode ser imposta por alguém, mas sim discutida e avaliada por todos. Todos têm que estar em igualdade de condições para poder expor suas idéias e opiniões, sem a influencia dos papéis desempenhados pelos membros do grupo. Porém, é importante deixar claro que estamos falando de igualdade, e que isto não significa uniformidade, ou seja, que todos tenham a mesma opinião dentro de um grupo.

Promover a igualdade não significa negar a diversidade e as diferenças. Ser igualitário significa saber lidar com a diversidade e a diferença, e a chave para isso é a justiça (*Ibidem.*, p. 131).

No mesmo sentido, promover a igualdade não significa promover o acordo no grupo, o que se busca é o conhecimento, “um entendimento mais profundo” (SKOVSMOSE & ALRØ, 2006, p. 132), juntamente com os parceiros do diálogo. Estar em uma relação de igualdade também significa que todos podem aprender com todos, não existe somente uma fonte de conhecimento, mas inúmeras. Assim, se torna necessário que os interlocutores tenham a humildade de reconhecer que podem aprender muito um com o outro.

Esta é uma idéia muito próxima àquela de igualdade que discutimos anteriormente e que está presente na concepção de educação dialógica de Freire (1980/2005). Novamente, entendemos que a igualdade não significa que todos têm o

mesmo poder durante o processo. Este está na mão do professor. Mas isto não significa que ele é o único participante que detém o conhecimento. Dar oportunidades para que todos possam participar, contribuindo com suas idéias e hipóteses, não quer dizer que todos estão corretos o tempo todo. Cabe ao professor, com seu conhecimento na área em que leciona, verificar a validade das hipóteses e conclusões, pois cabe a ele esta função.

Promover a igualdade não significa dizer que a relação entre professor e alunos será simétrica, onde todos têm igualdade de poder de decisão. Não podemos esquecer que é o professor que tem o controle da situação. E, entendemos que este fato não vai contra uma educação dialógica. O fato de o professor ser a autoridade de uma classe, tanto no quesito disciplina quanto no quesito de conhecimento, não significa que o diálogo não possa ocorrer de forma democrática e que os alunos não possam construir o conhecimento coletivamente tendo oportunidades iguais para participar. Acreditamos que alguém deve coordenar todo este processo, e este alguém deve ser o professor.

Feita essa introdução sobre o significado do termo diálogo, bem como de algumas de suas características, principalmente aquelas voltadas para a educação em geral e a educação matemática em particular, presentes nos trabalhos de Freire (1980/2005) e Skovsmose & Alrø (2006), vamos fazer uma análise de outros referenciais teóricos que nos permitirão analisar mais de perto, o diálogo ao longo da história da matemática e no uso de tecnologias da informática no ensino da matemática.

Vimos, com os dois referenciais sobre diálogo que estudamos até o momento, como esse tipo de comunicação é fundamental para a educação. O conhecimento é construído pelos alunos com a participação de todos. Mas será que o meio onde este tipo comunicação irá acontecer influencia em seus resultados? Os suportes tecnológicos onde o diálogo é transmitido influenciam a maneira como ele acontece? O contexto histórico nos ajuda a entender melhor o desenrolar de um diálogo? É o que analisaremos nas duas próximas seções deste capítulo.

2.2 As Tecnologias da Inteligência

Em 1993, Pierre Lèvy introduz o conceito de Tecnologias da Inteligência no mundo acadêmico. Neste livro homônimo o objetivo principal do autor era estudar como as técnicas podem influenciar a maneira de o ser humano perceber e entender o mundo. Além disso, Lèvy (1993), afirma que

as categorias usuais da filosofia do conhecimento, tais como o mito, a ciência, a teoria, a interpretação ou a objetividade dependem intimamente do uso histórico, datado e localizado de certas tecnologias intelectuais (p.10).

Com este pequeno fragmento podemos perceber que para Lèvy, as técnicas e as tecnologias intelectuais não estão apenas a serviço da humanidade, mas elas influenciam e condicionam a maneira do ser humano perceber a realidade e também sua maneira de gerir o conhecimento, sendo que este é fruto de suas respostas ao meio que o cerca. Esta concepção conduz a idéia de que

certas técnicas de armazenamento e de processamento de representações tornam possíveis ou condicionam certas evoluções culturais, ao mesmo tempo em que deixam uma grande margem de iniciativa e interpretação para os protagonistas da história. (*Ibid.* p. 10)

Ou seja, estas tecnologias influenciam a própria evolução cultural de uma sociedade e até mesmo, em uma escala global, da própria humanidade.

Notemos também que a técnica está “datada e localizada” historicamente. Dessa maneira, leva-se em consideração o fato de que uma cultura em um dado momento histórico é influenciada e condicionada por uma tecnologia intelectual de uma maneira diferente que uma outra sociedade em um outro momento histórico. Ainda, neste sentido Lèvy complementa afirmando que

geralmente pensa-se que as formas de conhecer, de pensar, de sentir são grandemente condicionadas pela época, cultura e circunstâncias. Chamaremos de *transcendental histórico* aquilo que estrutura a experiência dos membros de uma determinada coletividade (*Ibidem.* p. 14, grifos do autor).

Podemos perceber que, com a criação do conceito de *transcendental histórico* Lèvy procura levar em consideração todos aqueles elementos externos a esta técnica mas que irão influenciar e condicionar o seu uso e a maneira de pensar de quem faz uso destas técnicas em si.

Pierre Lèvy escolheu, em seu livro, três destas técnicas intelectuais para realizar seus estudos, e as chamou de Oralidade, Escrita e Informática. Antes de passarmos a analisar cada uma delas mais detidamente, vamos citar uma das características principais do conjunto de Tecnologias da Inteligência (TIs):

a sucessão da oralidade, da escrita e da informática como modos fundamentais de gestão social do conhecimento não se dá por simples substituição, mas antes por complexificação e deslocamentos de centros de gravidade (*Ibidem.* p. 10).

Isto significa que o processo de passagem de uma TI para a outra não é tão simples quanto se pode imaginar em um primeiro momento. E, além disso, uma não é substituída por outra, mas elas passam a conviverem juntas e a se influenciarem mutuamente em um processo dialético contínuo. Como consequência deste fato, não existe nenhum tipo de hierarquia entre as TIs, uma não é mais importante que a outra, mas sim é mais evidenciada em uma determinada época sendo que todas podem conviver ao mesmo tempo, com grande importância.

2.2.1 Oralidade

A oralidade é a TI mais usada pelo ser humano em sua história, e hoje ainda se constitui uma das mais importantes, seja como meio de comunicação ou como maneira de representação. A palavra falada faz parte de nossas vidas e influencia até a maneira

como pensamos e representamos o mundo que nos cerca. Esta TI continua sendo de vital importância mesmo depois de inúmeros avanços tecnológicos na área de comunicação eletrônica.

Lèvy (1993), divide sua análise sobre a Oralidade em duas fases: a primária e a secundária. A primária diz respeito ao uso da palavra oral em sociedades que têm este como único recurso de representação, ou seja, nesta fase é analisado o papel da Oralidade antes do desenvolvimento da Escrita. Já a secundária diz respeito ao uso da Oralidade em sociedades que já desenvolveram a Escrita e mesmo a informática, e estas formas convivem conjuntamente, se complementando e se influenciando.

Nesta seção iremos nos ater apenas ao estudo das sociedades orais primárias, mais especificamente analisando alguns episódios da História da Matemática, isto por uma opção nossa, pois poderíamos fazer também um estudo da importância da Oralidade quando esta convive com outras tecnologias da inteligência. Acreditamos que os exemplos que traremos a seguir, de sociedades Oraís Primárias e suas produções matemáticas, exemplifiquem de maneira mais clara o papel da influência da Oralidade na produção de conhecimento, sem a participação de outras tecnologias intelectuais.

Em uma sociedade oral primária, a palavra acaba tendo a função principal de gestora de toda a memória social, antes mesmo de seu papel como instrumento de comunicação. Assim,

numa sociedade oral primária, quase todo o edifício cultural está fundado sobre as lembranças dos indivíduos. A inteligência, nestas sociedades, encontra-se muitas vezes identificada com a memória, sobretudo com a auditiva. (*Ibidem.* p. 77)

Desta maneira, todo o conhecimento e herança cultural de uma sociedade são transmitidos de geração em geração através da Oralidade, e dependem basicamente da capacidade e estratégias de memorização dos indivíduos.

O tempo para uma sociedade Oral Primária, segundo Lèvy (1993), pode ser representado por um círculo, pois todo o conhecimento e tradição de uma cultura devem ser repetidos nas gerações seguintes para não se perder. O passado é retomado no presente para poder sobreviver no futuro. E esta retomada deve ser feita em voz alta, de maneira oral, para que a geração seguinte possa memorizá-la.

A memória tem uma grande importância para este tipo de sociedade estando, em muitos casos, estreitamente relacionado com a inteligência. Lèvy (1993) afirma que a

memória pode ser dividida em duas categorias, a de curto e a de longo prazo. A primeira é acionada sempre que precisamos memorizar alguma informação que usaremos em um curto período de tempo, assim a repetição é uma boa estratégia para a memorização. Um exemplo de utilização deste tipo de memória é quando precisamos decorar um número de telefone que usaremos em breve e para isso repetimos inúmeras vezes este número até memorizá-lo. Após ser utilizada, esta informação deixa de nos ser útil, perdendo-se assim em nossa mente.

Já na memória de longo prazo, a informação deve ser mobilizada sempre que precisarmos dela, em momentos oportunos. Assim, a simples repetição não basta para retermos este tipo de informação, sendo necessária a criação de uma “rede associativa” em nossa memória, ou seja, relacioná-la com as informações que já temos, ou que ela seja significativa para aquele que a está memorizando. Como complementa Lèvy (1993)

lembramo-nos melhor, por exemplo, daquilo que precisamos, ou da informação que resultou de um esforço ativo de interpretação. A *implicação emocional* das pessoas face aos itens a lembrar irá igualmente modificar, de forma drástica, suas performances mnemônicas (p. 81, grifos do autor).

Mas, diante disso, quais são as representações que têm mais chances de sobreviverem de uma geração a outra? Para Lèvy (*Ibid.*), são aquelas que atenderem melhor aos seguintes critérios:

- 1) As representações serão ricamente interconectadas entre elas, o que exclui listas e todos os modos de apresentação em que a informação se encontra disposta de forma muito modular, muito recortada;
- 2) As conexões entre representações envolverão, sobretudo, relações de causa e efeito;
- 3) As proposições farão referência a domínios do conhecimento concretos e familiares para os membros das sociedades em questão;
- 4) Finalmente, estas representações deverão manter laços estreitos com “problemas da vida”, envolvendo diretamente o sujeito e fortemente carregadas de emoção (p.82).

Estas são, segundo Lèvy (1993), as características do Mito. O Mito acaba codificando em forma de narrativa algumas informações e heranças culturais de um povo e são

essenciais para um povo. As narrações mitológicas são muito mais simples de serem memorizadas do que narrativas “simples” ou apenas descritivas. As histórias “fantásticas”, por serem tão diferentes da vida cotidiana são melhores de serem memorizadas e transmitidas às próximas gerações. Desta maneira, têm mais chances de sobreviverem ao longo dos tempos.

Mas estas não são características apenas das narrativas mitológicas, podendo ser encontrados exemplos destas estratégias de memorização também na história da matemática, principalmente na nomenclatura de números usados por algumas sociedades antigas que contavam apenas com a Oralidade como tecnologia intelectual. Este é caso das tribos australianas Aranda e Kamilaroi.

A primeira tribo representa o número um com a palavra “*mintá*” e o dois com a palavra “*tara*”, já o número três é “*tara-mi-mintá*” e o quatro “*tara-ma-tara*”. Já os Kamilaroi utilizam a palavra *mal* para o número um, “*bulan*” para o número dois e “*guliba*” para o três, agora para o quatro utilizavam a expressão “*bulan-bulan*” e para o cinco “*bulan-guliba*” e o seis “*guliba-guliba*” (Ifrah, 1995).

Podemos perceber nestas representações um amplo uso da primeira característica citada por Lèvy de representações que têm mais chances de sobreviverem ao longo dos tempos. As representações estão estreitamente interconectadas, mostrando certa “economia” de termos a serem memorizados por quem os utiliza. Com poucos “símbolos orais” estas tribos conseguem representar aquelas quantidades que são mais úteis em suas práticas diárias.

Outro exemplo interessante é o da tribo dos Bugilai da Nova Guiné citada novamente por Ifrah (1995). Este povo tem a seguinte nomenclatura para os números de 1 a 10 cuja tradução é: 1- mão esquerda: dedo mínimo; 2- dedo seguinte; 3- dedo médio; 4- indicador; 5- polegar; 6- pulso; 7- cotovelo; 8- ombro; 9- mamilo esquerdo; 10- mamilo direito.

Percebemos aqui a utilização direta da terceira característica citada por Lèvy (1993), ou seja, a recitação dos números está estritamente relacionada aos conhecimentos familiares desta tribo. A anatomia do corpo e o nome que cada parte deste recebe servem também para realizar contagens e dizer o nome dos números. Esta polissemia dos termos utilizados para várias funções diferentes é um bom recurso de memorização, que além de tudo é econômica, pois não é necessária a criação de novos termos que deverão ser memorizados e transmitidos às próximas gerações. Outros

exemplos como estes podem ser encontrados em Ifrah (1995) e em Groza (1968) em seu breve estudo sobre a tribo Luli do Paraguai.

Podemos perceber nestes exemplos como a cultura de cada povo, ou tribo, imprime suas características nos sistemas de representação de cada um. As representações estão eminentemente relacionadas à realidade de cada povo, sendo que alguns criam estratégias de memorização que relacionam os termos, outros sistemas já levam em consideração para a representação a realidade direta daquele que irá representar.

Estas maneiras de representar os conhecimentos são respostas ao meio físico e cultural e vem ao encontro das necessidades encontradas por cada povo, além da tecnologia intelectual de que dispõe para a criação e representação deste saber. Mas é importante salientar que todos estes fatores condicionam estas produções e representações, mas estas não serão determinadas por estes fatores. Lèvy (1993) entende que a tecnologia intelectual e o transcendental histórico influenciam muito a geração de conhecimento de uma sociedade, mas estes fatores não determinam o que será desenvolvido.

2.2.2 Escrita

Com a Escrita chegamos ao modo de conhecimento e de ver o mundo ainda predominante em quase todas as sociedades modernas. Com esta tecnologia intelectual, a relação do ser humano com o tempo muda, e a partir daí, o emissor e o receptor de uma mensagem não precisam estar mais no mesmo lugar e momento como acontecia na Oralidade. Em culturas orais, o emissor da mensagem tem que estar frente a frente com o receptor. Como uma consequência desta dinâmica, o emissor de uma mensagem tinha a opção de adaptar a sua mensagem às circunstâncias em que ela seria emitida. Um mensageiro poderia mudar o seu discurso dependendo do humor de quem recebia esta mensagem, do impacto, positivo ou negativo que ela poderia causar. Com a Escrita, tudo isso muda.

Na escrita o emissor de uma mensagem e o leitor desta, podem estar separados no tempo e no espaço. Um leitor brasileiro no século XXI pode muito bem ler uma obra

de Euclides escrita no século III a.C. E ao contrário da Oralidade, a mensagem presente na Escrita não pode se adaptar as circunstâncias em que ela será lida. A mensagem emitida é a mesma que a recebida, o que irá mudar é a maneira que esta pode ser interpretada por seu leitor. A Escrita possibilita as mais diversas interpretações para os textos, e segundo Lèvy (1993)

a escrita, ao intercalar um intervalo de tempo entre a emissão e a recepção da mensagem, instaura a comunicação diferida, com todos os riscos de mal-entendidos, de perdas e erros que isto implica. A Escrita aposta no tempo. (p. 88)

Por causa desta separação entre emissor e receptor de uma mensagem, a palavra Escrita tem que se afastar do contexto e das circunstâncias particulares onde foi elaborada, ou pelo menos tem esta pretensão. Desta maneira as narrativas escritas têm que desenvolver estilos que se afastem ao máximo do meio, da tradição local, desenvolvendo um discurso que fale a todos, em qualquer contexto e época, que tenha pretensões universais, tanto no tempo quanto no espaço. Não é por acaso que as três maiores religiões do mundo são aquelas que se apóiam em textos, que mesmo elaborados em uma região do mundo (o Oriente Médio) têm caráter universal, pois se afastam do contexto em que foram escritas.

Diferentemente da Oralidade, a Escrita não precisa recorrer às técnicas de memorização. Todas aquelas regras citadas por Lèvy (1993) para que uma narrativa tenha mais chances de sobrevivência não são mais necessárias. Agora, para se transmitir uma mensagem ao longo das gerações, não é mais preciso criar uma narrativa que contenha elementos relacionados com a realidade de quem a criou, nem estar relacionada com a memória de longo prazo, a mensagem pode ser transmitida em sua forma “pura”. Para uma pessoa recuperar a mensagem, basta consultar um livro, ou onde esta mensagem foi gravada. De certa forma a Escrita é uma ferramenta de ajuda valiosa à memória de longo prazo do ser humano. Assim, o conhecimento se dissocia da memória.

A escrita possibilita o nascimento da Teoria. O discurso teórico tenta transformar o texto de tal maneira que ele baste por si mesmo, que fale com qualquer leitor em qualquer espaço e tempo, independentemente das circunstâncias da emissão e da recepção da mensagem. Não será coincidência que as primeiras teorias matemáticas, ou os primeiros algoritmos, nasceram em sociedades em que se fazia largo uso da

Escrita. Com esta tecnologia intelectual, “a encenação da ação, as representações ‘dramáticas’ cedem lugar, em parte, a disposições ‘sistemáticas’” (LÈVY, 1993, p. 92).

Além disso, o tempo da escrita, segundo Lèvy (*Ibid.*) pode ser representado por uma linha reta, pois o lugar do passado é bem definido, e não existe a necessidade de cada nova geração retomar todas as tradições novamente. Assim, como consequência, foi possível se dar uma maior atenção às descobertas recentes, aos novos desenvolvimentos culturais. Desta maneira, é possível distinguir claramente o passado do presente e ainda o futuro. Com a Escrita, tem início um processo cumulativo que permite armazenar grandes quantidades de informação e dados, tanto numéricos quanto escritos, em tabelas que podem ser consultadas a qualquer momento e em qualquer circunstância.

Grandes quantidades de informação, discurso distante do contexto em que foi produzido e o encadeamento de um número maior de dados, são características que podemos encontrar em várias obras. Para Lèvy (*Ibidem.*)

a forma hipotético-dedutiva, ou ainda as cadeias de inferências destinadas a encontrar todas as consequências de um pequeno número de princípios são outras formas sistemáticas de disposição das representações. Podemos pensar, por exemplo, nos *Elementos* de Euclides. Não existe teoria enquanto gênero de conhecimento socialmente estabelecido sem o uso regular da escrita (p. 92).

Os *Elementos* de Euclides apresenta-se em treze livros, ou capítulos, e contém 465 teoremas Matemáticos, provados por meio da referência a um conjunto limitado de postulados ou provas anteriores já mostradas no próprio livro. Muitos destes teoremas estão, assim, ligados entre si, ou seja, para a demonstração de um teorema é necessária a utilização de um resultado previamente demonstrado em um outro teorema, e ainda, em alguns momentos é demonstrado um resultado em um teorema e sua recíproca em outro.

Todo o trabalho de construção deste edifício matemático proposto por Euclides só foi possível graças à larga utilização da escrita como uma ferramenta de transmissão de informação e de consulta, servindo de apoio a memória de longa duração. Lèvy (1993) vai além ao afirmar que

resta dizer que a prosa escrita não é um simples modo de expressão da filosofia, das ciências, da história ou do direito. Ela os *constitui*, já que estes domínios do conhecimento, tal como os conhecemos hoje, não preexistiam a ela. Sem escrita, não há datas nem arquivos, não há listas de observações, tabelas de números, não há *códigos* legislativos,

nem *sistemas* filosóficos e muito menos críticas destes sistemas (p. 96).

Desta maneira, tomando como base a afirmação de Lèvy e o nosso exemplo, podemos dizer que a obra *Os Elementos* de Euclides, não é apenas influenciado pela escrita, mas é fruto da escrita. Sem a escrita, provavelmente, não teríamos esta estrutura axiomático-dedutiva na matemática.

2.2.3 Informática

Esta é a tecnologia intelectual que tem ganhado em importância nos últimos tempos, em comparação com as outras TIs. O desenvolvimento de novos meios de comunicação e de tecnologias computacionais fez com que ela fosse incorporada à vida humana. Porém, ao abordar a Informática do ponto de vista da teoria das Tecnologias da Inteligência, Lèvy não está analisando somente a importância dos computadores na vida moderna.

Na verdade, o foco de sua análise são as possibilidades cognitivas que esta TI abre, ou que já existiam, mas passam a ser potencializadas pela Informática. Desta maneira, algumas destas possibilidades que abordaremos no presente trabalho já eram utilizadas pelos seres humanos antes mesmo da invenção dos computadores e das redes mundiais que os conectam. Este fato irá possibilitar o nosso estudo deste tema com um olhar na história da matemática.

O tempo da Informática é diferente do tempo das outras TIs. Na Informática, a “velocidade” aumenta e o tempo deixa de ser percebido como aquele que era predominante na Escrita. A internet conecta todos os cantos do globo e tudo parece ser instantâneo. Os sites de notícia mostram o que está acontecendo neste momento no mundo afora no chamado “tempo real”, no agora. Isto acontece, pois todos, ou quase todos, estão conectados em uma rede de comunicações, no caso a Internet. A “velocidade” da informação aumenta, pois ela é transmitida através das ligações desta imensa rede, que causa a sensação de “instantaneidade”. Para Lèvy (1993), o tempo real é a “condensação no presente” de tudo o que está acontecendo.

Porém, como consequência desta nova relação do ser humano com o tempo, o emissor e o receptor da mensagem dificilmente estão em contextos diferentes. Sobre esta característica da Informática Lèvy (1993) completa que

a imediatez dos efeitos da ação e o fato de que os protagonistas da comunicação partilham um mesmo contexto aproximam as mídias eletrônicas da oralidade (p.126)

Ou seja, ao mesmo tempo em que a Informática traz uma nova relação do ser humano com o tempo, com sua aceleração e imediatez das coisas, ela possibilita uma espécie de retorno à Oralidade, trazendo de volta uma de suas características principais, a importância do contexto na emissão de uma informação.

Este é um exemplo do que discutimos previamente sobre as características gerais das TIs e a sucessão de uma para outra. Uma característica marcante da Oralidade, o fato de o emissor e o receptor de uma mensagem terem que estar em um mesmo contexto se repete na Informática, mas com outras características. Na oralidade “estar no mesmo contexto” significava que quem emitia e quem recebia a mensagem estavam no mesmo lugar, compartilhando o mesmo evento comunicativo. Na Informática, duas pessoas podem compartilhar um contexto da mensagem, mas separados fisicamente, cada um em uma parte diferente do planeta. Isto acontece por causa da rapidez com que as mensagens são transmitidas e recebidas.

Mas, além deste *retorno à Oralidade*, a Informática evidencia outra característica atual: a constante mudança. Parece que tudo é mutável, as informações mudam a cada minuto, o que era relevante há 30 minutos já deixou de ser, pois foi substituído por algo novo, mais relevante para o momento. O mundo parece estar em constante movimento, em uma mutação permanente. Nesta nova dinâmica “tudo o que é sólido desmancha no ar”, na expressão de Marx que de alguma forma define o fenômeno da Modernidade (BERMAN, 1988). Assim, para Lèvy (1993),

com exceção de certos livros, as mensagens escritas são cada vez menos recebidas ou interpretadas fora do contexto de sua emissão. Justamente por isso, e de acordo com a velocidade de transformação do saber, são cada vez menos concebidas para durar. Os critérios de pertinência, aqui e agora, tomam pouco a pouco o lugar sobre os de universalidade e objetividade, mesmo no domínio científico (p. 121).

Desta maneira, a Teoria, que era a forma principal de saber da Escrita, vai perdendo aos poucos a importância que tinha. A verdade absoluta almejada pelas teorias vai dando espaço à relevância e pertinência. Aos poucos a Teoria vai dando lugar ao *Modelo*. Segundo Lèvy (*Ibid.*),

as teorias, com suas normas de verdade e com a atividade crítica que as acompanha, cedem terreno aos *modelos*, com suas normas de eficiência o julgamento de pertinência que preside sua avaliação (p.120).

Um modelo não se encontra escrito em um papel, mas é desenvolvido para rodar em um computador. Sua função é a de simular situações reais da melhor maneira possível. As noções de “verdadeiro” e “falso”, normalmente não se aplicam a um modelo, o que passa a importar é saber se ele é “testável” no computador, se ele é mais ou menos eficaz em simular um fenômeno, se é simples, fácil e rápido de rodar em computadores, se pode ser alterado e melhorado sem maiores dificuldades, se é manipulável e se facilita a tomada de decisões ou ao ensino.

Porém é importante ressaltar que o declínio da verdade crítica, não significa que a partir deste momento, qualquer coisa é válida e aceita sem qualquer análise, mas que

iremos lidar com modelos de pertinência variável, obtidos e simulados de forma mais ou menos rápida, e isto de forma cada vez mais independente de um horizonte da verdade, uma à qual pudéssemos aderir firmemente. Se há cada vez menos contradições, é porque a pretensão à verdade diminui. Não se critica mais, corrigem-se os erros. (LÈVY, 1993, p. 120)

Ao manipular um modelo, o usuário pode analisar todas as circunstâncias possíveis e adquirir uma espécie de *intuição* sobre as relações de causa e efeito presentes nele. Esta *intuição* que o usuário adquire graças a manipulação de forma interativa do modelo, possibilita o que Lèvy (1993) chamou de *conhecimento por simulação*. Este é um conhecimento que não se assemelha ao conhecimento Teórico, pois o usuário não tem como saber se a situação é verdadeira para *todos* os cenários possíveis, pois em alguns casos é impossível testar todas as possibilidades. Porém este conhecimento também não se assemelha ao conhecimento adquirido através da experiência prática, pois o usuário não está lidando com um evento “real”, já que por melhor que seja um modelo, ele nunca será igual ao evento real.

Um modelo nada mais é do que uma simulação do mundo real. Para Lèvy (1993), a simulação está muito relacionada a um processo de tentar prever o que irá acontecer quando uma determinada ação é executada, e a partir daí o usuário pode tentar tomar uma decisão baseado nas informações que aparecem na tela de seu computador. Em nosso dia-a-dia, levamos em consideração nossas experiências pessoais para criarmos um modelo mental do mundo que nos cerca. Esta capacidade que o ser humano tem de simular o ambiente que o cerca, de criar um modelo mental deste para tomar suas decisões, é o que se pode chamar de imaginação.

A imaginação acompanha o homem desde os tempos mais remotos, e pode ser considerada como um mecanismo de defesa, pois com ela é possível simular todos os movimentos e suas conseqüências antes mesmo de executá-los, evitando assim, possíveis “acidentes” de percurso. Um caçador pode simular todos os seus movimentos para caçar sua presa antes mesmo de realizá-los, podendo prever o possível resultado de seus atos e criar a melhor estratégia para realizar seu objetivo.

Em uma simulação realizada por um computador, o usuário pode ir além da capacidade humana de tentar prever as conseqüências de uma ação, e experimentar inúmeros casos e possibilidades de ação, bastando apenas mudar os parâmetros de seu modelo. Além disso, para Lèvy (*Ibid.*),

a simulação por computador permite que uma pessoa explore modelos mais complexos e em maior número do que se estivesse reduzido aos recursos de sua imagística mental e de sua memória de curto prazo, mesmo se reforçadas por este auxiliar por demais estático que é o papel. (p. 125)

Pode-se então, considerar a simulação como uma “imaginação auxiliada por computador”, embora a ênfase esteja na capacidade imaginativa, pois o computador é mera ferramenta auxiliar. Por isso, cremos que a simulação não é apenas conseqüência do advento dos recursos computacionais, mas uma ferramenta da própria mente humana, que auxiliou e auxilia no crescimento do conhecimento e na resolução de problemas e que pode ser potencializada, e muito, com a utilização de programas de computadores.

O estudo até o momento neste capítulo, nos permite verificar que as diferentes tecnologias intelectuais condicionam a maneira como o ser humano representa e pensa sobre o mundo. O mundo da Oralidade era marcado por um eterno retorno ao passado, à

memória coletiva de uma sociedade. A Escrita veio para libertar um pouco a memória dos homens, e possibilitou um grande avanço no desenvolvimento da ciência e da tecnologia. A Informática traz de volta a importância do contexto da mensagem e a importância da simulação como auxílio à imaginação. Mas qual a influência do contexto sócio-histórico e cultural na maneira como vemos e entendemos o mundo? Qual a importância deste contexto para a produção de um diálogo? É o que começaremos a analisar nos próximos tópicos no caso específico da história da matemática.

2.3 Os Sistemas Semióticos de Significação Cultural

2.3.1 A Concepção Externalista da Matemática

De maneira geral existem várias maneiras de se olhar para o passado, e cada uma delas pode representar uma interpretação diferente do que pode ter acontecido. Estas interpretações refletem algumas concepções dos pesquisadores e da linha teórica que seguem. A história da matemática não está livre destas questões, e existem sim diferentes linhas de pesquisa que se desenvolveram ao longo dos tempos, mas no fundo, segundo pesquisadores como Zuñiga (1990), existem duas concepções principais que influenciam a maneira de se olhar a gênese da matemática.

Na primeira destas concepções, a História da Matemática pode ser encarada como uma narração dos feitos de grandes mentes que se sobressaiam do resto de toda a humanidade ao longo da história. Mentres brilhantes que realizavam os maiores feitos matemáticos sem a influência de nada mais além de sua genialidade. Esta concepção entende que a matemática era e é criada por mentes superiores, desconectadas de seu tempo, de sua cultura e sociedade. Esta é uma visão internalista da matemática, que na definição de Zuñiga (*Ibid.*, tradução nossa),

é aquela que assume que a gênese e a validação dos conhecimentos não são influenciadas por fatores externos e seu estudo é competência da história e filosofia das idéias.

Segundo os defensores desta concepção, a matemática é considerada uma ciência fechada em si mesma, que depende apenas de suas próprias necessidades para impulsionar o seu desenvolvimento. Desta maneira, os avanços matemáticos viriam apenas para responder somente às necessidades desta própria ciência. Assim, os internalistas se preocupam com a lógica e a racionalidade internas da matemática.

Em oposição a esta visão, cada vez mais, os historiadores tentam entender como a matemática e o seu desenvolvimento pode ser influenciada por fatores que não são aqueles internos. Assim, podemos perceber a preocupação crescente de se incluir aspectos como a importância que a cultura em que o matemático está inserido pode influenciar seu processo de criação e o significado que sua produção intelectual pode ter, bem como dos motivos do estudo e desenvolvimento de certos temas em detrimento de outros em um período histórico. Esta é uma visão externalista da matemática e sua história, e segundo Zuñiga (*Ibidem*. tradução nossa), esta concepção

dirige seu interesse para a estrutura e a organização da ciência – sua ênfase se direciona aos fatores psicossociais, políticos, orgânico-administrativos, etc., em detrimento, geralmente, dos elementos lógicos dedutivos da ciência.

Desta maneira, o desenvolvimento matemático não se dá apenas por influência de sua lógica interna, de suas necessidades, mas passa a ser impulsionado também por fatores externos, como a cultura e a economia, que ganham uma importância tão grande quanto as questões internas da matemática. Assim, os historiadores passam a considerar também os elementos sociais de cada período e tentam entender como eles podem influenciar no desenvolvimento da matemática.

Dentro desta nova forma de conceber a criação matemática e a maneira de ver a sua história, surgiram várias perspectivas metodológicas de pesquisa histórica desta ciência, como podemos encontrar em Motta (2006), que levavam em conta a influência de diversos outros fatores externos para tentar compreender melhor a sua história. Uma destas é a Perspectiva Sócio-Cultural da História da Matemática.

Um dos maiores representantes desta perspectiva é o pesquisador Luis Radford. Radford, no começo da década de 1990 deu início às suas pesquisas em história da matemática, principalmente no que diz respeito a sua utilização aulas desta disciplina. Tomando como base a concepção externalista da matemática e algumas das idéias de

Lev Vigotsky (1896-1934) sobre como a cultura pode influenciar a maneira do indivíduo ver e entender o mundo, este pesquisador fez importantes contribuições para a história da matemática.

A perspectiva teórica Sócio-Cultural da História da Matemática defende uma visão externalista da matemática. Radford (1997) defende que

o conhecimento matemático é mais do que meramente concomitante com seu entorno cultural e a configuração e o conteúdo do conhecimento matemático ficam própria e intimamente definidos pela cultura em que se desenvolvem e na qual se incluem. Consequentemente, qualquer tentativa de estudo deve levar em consideração a composição extra-matemática da estrutura cultural na qual está embutido o conhecimento matemático. (p.15)

Assim, este autor nos diz que mais do que ser influenciada por fatores externos, a matemática *é definida e condicionada* por estes fatores extra-matemáticos. Desta maneira, para alcançarmos o significado de um conceito matemático temos que levar em conta os fatores sócio-culturais, econômicos, políticos e lingüísticos do período em que este conceito foi desenvolvido, caso contrário, corremos o risco de perder muito de seu real significado. Mas, será que, através de uma pesquisa histórica, conseguimos alcançar o real significado de um conceito matemático? Tentaremos responder a esta pergunta no próximo item.

2.3.2 Um Novo Olhar sobre a História da Matemática

Logo no princípio de suas pesquisas, que buscavam levar em consideração esta concepção externalista da matemática, Radford se deparou com dois problemas de ordem epistemológica, ao analisar a maneira com a história da matemática é apresentada em muitos dos mais importantes livros sobre este tema. O primeiro deles, diz respeito ao fato de muitas destas obras já clássicas, considerarem as contribuições de sociedades do passado como “incompletas” e que suas descobertas, as vezes, estavam bem longe do que era considerado “correto” matematicamente. Para Radford (1997), estes livros de história da matemática

desenvolvem narrativas episódicas fundamentadas implicitamente numa epistemologia de estilo platônico apriorístico. Isso nos leva a ver as realizações matemáticas passadas como esforços massivos que sempre tenderam à formulação conceitual que encontramos na nossa Matemática moderna (p. 2).

Ao que tudo indica, estes livros têm a tendência de submeter o passado ao presente, ou seja, todos os desenvolvimentos e feitos alcançados por matemáticos de outras épocas eram incompletos, e visavam, sem muito sucesso, apenas chegar aonde esta ciência se encontra hoje. Este é o caso do exemplo citado por Radford (1997) retirado do livro clássico de Florian Cajori (1919/2007), *História da Matemática*, em que este autor faz a seguinte afirmativa sobre a álgebra de Diofanto (250 d.C.? – 334 d.C.):

O que invalida muito do seu trabalho em termos científicos é o fato de que Diofanto sempre estava satisfeito com uma solução, embora a equação em estudo pudesse admitir um número indefinido de valores de soluções. Outro grande defeito na obra de Diofanto é a ausência absoluta de métodos gerais (p. 101).

Assim como Radford, podemos nos perguntar: com base em quê pode-se afirmar que o trabalho de Diofanto é invalidado em termos científicos? Por que este matemático não deve se satisfazer com apenas uma solução para uma equação? Ele precisa ter um método geral? Apenas com uma visão internalista e com a concepção de os esforços de que os matemáticos antigos tentavam a todo custo chegar aos estágios atuais da matemática, ou seja, de submeter os desenvolvimentos do passado às atuais concepções e desenvolvimentos, podemos concordar com estas afirmações de Cajori.

Ainda neste sentido, Radford (1997) complementa as suas críticas e questionamentos sobre este tipo de concepção de matemática e de sua história, pois

parece pouco plausível que: a) os matemáticos do passado pudessem ter uma visão tão opaca dos nossos conceitos modernos e b) que eles pudessem estar lutando, em sua época remota, para trazer seus conceitos o mais próximo possível dos nossos modernos (p. 2).

Entendemos que esta é uma visão interessante da história da matemática, pois ela é relativista, não emite julgamentos quantos aos desenvolvimentos do passado com base no que sabemos no presente. Os feitos dos matemáticos de outras épocas eram importantes para suas necessidades e estavam de acordo com a própria concepção de matemática que tinham. Para aquele contexto onde ela foi criada, ela se adequou perfeitamente.

O segundo problema encontrado por Radford (1997) em suas reflexões sobre a História da Matemática pode ser considerado como uma consequência do primeiro. Ao se afirmar, como Cajori (1919/2005) o fez, que a álgebra de Diofanto era incompleta e inválida cientificamente, o que se tem como parâmetro para se expor este juízo de valor? Simples: a matemática atual.

Para Radford (1997), sempre que olhamos para o passado, olhamos com os olhos do presente, com as concepções modernas do que é a matemática e onde os seus desenvolvimentos a levaram em mente, e mais ainda com as concepções modernas sobre o passado. Não é possível ver os eventos históricos em sua “pureza”, entendê-los em seu real significado sem qualquer “interferência”, “ruído” ou “poeira” do presente. Mas então, como levar a cabo uma investigação histórico-matemática?

O simples fato de se admitir este problema, não é suficiente para que ele possa ser resolvido, segundo Radford (1997). O autor sugere que para entender o passado é necessário colocar em contato e confrontar dois horizontes diferentes, mas que estão inevitavelmente fundidos: o passado e o presente. É imprescindível que ocorra um processo dialógico entre estes dois horizontes, um verdadeiro “choque cultural” entre estes “dois mundos” diferentes.

Este diálogo entre o passado e o presente é, para Radford (*Ibid.*), a tão desejada *contextualização* que tanto almejam os defensores da concepção externalista da matemática e sua história. Porém este *contexto* não é apenas olhar para a matemática do passado, levando em consideração apenas os aspectos internos desta ciência com os olhos “modernos” de um observador. Significa ir além e tentar entender o passado em todas as suas nuances, levando em consideração os aspectos externos à matemática, as influências sócio-culturais, políticas, econômicas e lingüísticas do contexto onde aquela matemática está sendo produzida e desenvolvida.

Após os levantamentos destes dois problemas iniciais, Radford (1997) acredita que é possível chegarmos a dois corolários muito interessantes para a discussão sobre a história da matemática:

- a) o significado ‘real’ de um conceito do passado é intangível; será sempre ‘filtrado’ pelo nosso contexto e por nossas concepções sócio-culturais modernas da história e
- b) dado que toda investigação histórica coloca em contato dois horizontes diferentes, e que o horizonte presente está sempre em movimento, a história de qualquer conceito ou de qualquer teoria terá de ser reescrita (p. 5).

Assim podemos deduzir que não existe uma História da Matemática, mas Histórias no plural, todas elas fruto deste diálogo incessante entre passado e presente. A visão da história da matemática não é apenas relativa com relação aos desenvolvimentos feitos no passado, mas também com relação às interpretações que os pesquisadores fazem no presente.

2.3.3 Uma ferramenta para se entender a História da Matemática

A discussão do tópico anterior mostra a importância de uma nova visão, externalista, da história da matemática e como consequência o fato de colocarmos dois horizontes diferentes, passado e presente, em um diálogo incessante. Mas após toda esta discussão, algumas questões surgem: Como levar tudo isto em consideração em uma pesquisa histórico-matemática? Como fazer um estudo dos fatores externos à matemática?

Para responder a estas questões Radford (1998) criou um projeto de pesquisa de cunho histórico-epistemológico, ou seja, que tem a intenção de estudar a gênese de um conceito matemático ao longo da história, levando-se em conta todo o entorno sociocultural em que este conceito é desenvolvido. Para poder entender melhor as influências externas à produção matemática, este pesquisador elaborou o conceito de *Sistemas Semióticos de Significação Cultural (SSSC)*.

Para Radford (1998 p.13, tradução nossa), SSSC são “aqueles sistemas culturais que disponibilizam várias formas de produção de significado através de práticas sociais específicas e significantes”. De uma maneira geral, podemos dizer que os SSSC são todos os fatores externos que influenciam uma dada cultura na sua produção de significados, ou seja, além de influenciar o que será produzido, o que será desenvolvido, eles também irão determinar o significado que uma cultura irá dar a um determinado signo ou conceito desenvolvido. Além disso, Radford (*Ibid.*) complementa que o

SSSC é um elemento estrutural na organização de atividades do grupo cultural, como consequência da mediação com o signo específica e de natureza semiótica onde a atividade é feita. (p. 14, tradução nossa).

Isto significa que um símbolo, ou um signo, só terá sentido, ou poderemos conhecer seu sentido pleno, quando inserido em um sistema cultural ou quando inserido em um contexto sociocultural. O que será aceito como válido em todos os sentidos, sejam os problemas enfrentados, as respostas encontradas, a maneira de representá-las e inclusive o significado da própria matemática é determinado por toda uma cultura, um sistema semiótico completo. E as próprias produções matemáticas exprimem um pouco destes significados.

Como exemplo da maneira como uma determinada cultura “imprime” suas formas de pensar nas produções matemáticas e em suas representações, podemos citar os sistemas de numeração antigos em geral, pois em sua maioria eles são muito influenciados por fatores externos e culturais. Vamos, a seguir, olhar mais detalhadamente o sistema de numeração egípcio.

Neste sistema de representação, conforme observamos no quadro a seguir, o algarismo 1 era representado por um bastão, que segundo Ifrah (1995), é uma herança de sociedades pré-históricas, que costumavam utilizar este símbolo para a unidade. Já o 10, era representado por um “U” maiúsculo e invertido, que, para Ifrah (*Ibid.*) poderia representar “um cordão que, outrora, pode ter servido para religar esses bastonetes [unidade] para formar um pacote de dez unidades” (p. 347).

	LEITURA DA DIREITA PARA A ESQUERDA					LEITURA DA ESQUERDA PARA A DIREITA				
1										
10	∩					∩				
100										
1 000										
10 000										
100 000										
1 000 000										

Já os algarismos 100 e 1000 eram representados pelos símbolos de uma espiral e uma flor de lótus. Estes símbolos têm as mesmas estruturas fonéticas dos algarismos que representam, portanto, é plausível que tenham sido escolhidos por terem sons parecidos, e esta era, também, uma prática de muitos dos povos antigos. O hieróglifo da dezena de milhar, um dedo levantado e ligeiramente inclinado, que, ainda segundo Ifrah (*Ibidem.*) “poderia ter constituído uma sobrevivência da contagem manual que os egípcios empregavam” (p. 347).

Agora a centena de milhar era representada por um girino. Estes batráquios eram muito abundantes durante o período de baixa do rio Nilo. O algarismo do milhão pode ter tido uma origem psicológica, pois alguns egiptólogos sustentam que ele representa um homem assustado pela importância e grandiosidade que este número tem. Porém, Ifrah, acredita que este símbolo pode ter um outro significado, a de um “gênio sustentando a abóbada celeste”, e possivelmente foi criado por um astrônomo contemplando a vastidão do universo.

É possível perceber com este exemplo como uma cultura imprimiu sua forma de pensar o mundo e suas práticas sociais (os algarismos 1, 10, 10.000 e o de milhão), suas características lingüísticas (como é o caso dos algarismos do 100 e do 1000) e a utilização de elementos do seu contexto para a representação de objetos matemáticos (o algarismo do número 100.000). Todas estas formas de representar são escolhas, e para estas, a bagagem cultural de cada povo as influencia.

Só é possível chegarmos ao real significado destas representações após um estudo de elementos externos à matemática dos egípcios, ou seja, se levarmos em consideração o SSSC egípcio. Com este exemplo podemos entender quando Radford (1998) afirma que

uma das características dos SSSC é a sua relação, por um lado, com as ideologias [crenças religiosas, políticas, culturais etc.], e por outro lado com as atividades individuais (p. 26, tradução nossa).

Assim, encontramos tanto elementos presentes no que ele chama de ideologias, como no caso da representação dos algarismos 100, 1000, dez mil e um milhão, quanto com as atividades pessoais como é o caso das representações dos algarismos 1, 10 e dez mil.

Outra maneira de se entender e representar os números foi desenvolvida na Grécia Antiga. Os gregos tinham uma maneira peculiar de conceber os números, no estudo de suas propriedades, ou seja, no que eles chamavam de aritmética, fazendo uma conexão entre esta e a geometria². Assim, segundo Heath (1981),

com raras exceções, como o crivo de Erastotenes, um dispositivo para separar os sucessivos números primos, a teoria dos números só será tratada em conexão com a geometria, e por esse motivo apenas a forma geométrica de demonstração era usada, onde figuras tomam forma de pontos que formam quadrados, triângulos, gnomons etc. ou como linhas retas (Euclides). (p. 16).

A partir desta maneira de se conceber os números, há duas conseqüências importantes. A primeira delas, diz respeito à forma como eram demonstrados os teoremas da teoria dos números nesta época, ou seja, a partir de métodos eminentemente geométricos. A segunda diz respeito ao fato de os gregos não lidarem com os números negativos (ou desconhecerem estes números). Vamos entender um pouco melhor este último ponto.

De acordo com esta concepção, os gregos representavam os números através de segmentos de reta, desta maneira o número um era representado por um segmento e o número dois com um segmento de reta que tinha o dobro do tamanho do primeiro e

² É importante deixar claro, que estamos falando apenas do conceito de número e da maneira como este conceito era representado e não do algarismo, como foi o caso anterior dos algarismos egípcios, pois os gregos também representavam os algarismos com as letras de seu alfabeto.

assim por diante. Desta maneira, todas as operações eram concebidas como a manipulação destes segmentos, assim, uma soma entre 1 e 2 teria como resultado um segmento de reta de tamanho 3.

Porém, na subtração encontramos uma característica interessante. Quanto seria o resultado da conta $2-1$? Simples, do segmento de tamanho 2 retiramos um segmento de tamanho 1, obtendo um segmento de tamanho 1 como resposta, que nada mais é que a diferença de tamanho entre os segmentos. Mas, qual seria o resultado da conta $1-2$? A resposta pode parecer estranha, mas é a mesma que a anterior, um segmento de tamanho 1. Como os gregos lidavam com segmentos de reta, e a subtração era encarada como a diferença de tamanho entre dois segmentos, temos que esta operação acaba ganhando mais uma propriedade, segundo esta concepção. Ela passava a ser comutativa.

Este pode ter sido um dos motivos pelo qual os Gregos Antigos não tinham conhecimento, ou não se aprofundavam no estudo dos números negativos, explicação esta que podemos encontrar através de um estudo de como eles concebiam os números, ou seja, através de um estudo do SSSC grego.

Todo este estudo realizado no presente capítulo tem a finalidade de entendermos um pouco melhor os diálogos como uma forma de interatividade. Acreditamos que um diálogo pode ser condicionado pela tecnologia intelectual que é utilizada para representá-lo, desta maneira um diálogo oral é diferente de um diálogo escrito ou realizado com a ajuda da informática. Algumas mudanças são feitas para adaptá-los as tecnologias intelectuais utilizadas para transmiti-los.

Outro ponto importante é o que diz respeito ao contexto em que este diálogo é realizado. Será que um diálogo feito na Grécia Antiga tem os mesmos significados de um diálogo do renascimento? Entendemos que compreender o contexto sócio-cultural em que são elaborados estes diálogos é um ponto relevante para entendê-los, para podermos retirar deles seus significados. No próximo capítulo analisaremos três diálogos que foram escritos em épocas diferentes, e com propósitos diferentes. Cada um destes diálogos teve uma importância para a história da matemática, mas, como veremos cada um traz consigo uma concepção de matemática diferente.

3. Os Diálogos na história da matemática.

Neste capítulo discutiremos três diálogos que têm grande relevância para a história e filosofia da matemática. Cada um marcou uma época bem distinta, mas todos têm importância para o desenvolvimento desta ciência. O estudo de algumas obras que tratam destes diálogos continua relevante, são elas: o *Menon* de Platão, *Diálogo sobre os dois máximos sistemas do mundo ptolomaico e copernicano* de Galileo Galilei e *A lógica do descobrimento matemático: Provas e refutações* de Imre Lakatos.

Para esta análise, utilizaremos o referencial teórico dos Sistemas Semióticos de Significação Cultural de Luis Radford procurando entender um pouco mais o contexto onde estes textos foram desenvolvidos. Acreditamos que este contexto sociocultural influencia e mesmo condiciona a concepção de matemática utilizada nas obras sendo que alguns dos significados presentes nos textos são fundamentais mesmo para entender um pouco mais a importância do próprio texto em si.

3.1 O Mênon de Platão

Quase todas as obras de Platão estão na forma de diálogo e, para muitos pesquisadores das obras deste autor e do pensamento antigo, a escolha deste formato para os textos não foi mero acaso. Para Jaeger (1936), os diálogos têm um caráter eminentemente pedagógico, de ensinar, em princípio, as idéias socráticas, e do próprio sistema filosófico de Platão.

Com seus diálogos, Platão tenta propor, por meio da reprodução no texto de uma conversa oral, novas formas de não só transmitir suas idéias, mas de inspirar a curiosidade de seus leitores, provocar a investigação de um tema, de construir um conhecimento em conjunto com o outro, que tanto pode ser o interlocutor dos diálogos quanto o próprio leitor. Um diálogo em forma de texto é na verdade uma junção de duas Tecnologias da Inteligências onde a Escrita tenta simular a Oralidade, mas como vimos

no capítulo anterior, isto não significa que apenas juntamos as duas tecnologias intelectuais, mas uma acabará se aproveitando de algumas características da outra.

Segundo Mondolfo (1966), Platão era

discípulo de Crátilo, heraclíteo, antes de entrar, aos 20 anos, no círculo de familiares de Sócrates. Nele encontrou o Mestre, a quem quis testemunhar a sua imperecível gratidão, fazendo-o interlocutor principal de quase todos os seus diálogos, quase para reconhecer a derivação dele, do seu próprio pensamento. (p. 179)

Sócrates é o personagem principal de grande parte dos diálogos de Platão, e em particular do *Mênon*. Este diálogo faz parte do que Mondolfo chamou de segunda fase das obras de Platão, que é “de desenvolvimento progressivo e de sistematização da doutrina platônica” (*Ibid.* p. 179). É desta fase também a obra mais famosa de Platão, *A República*.

Acompanhamos, nos diálogos, as idas e vindas de Sócrates na tentativa de alcançar um novo conhecimento, ou como ele próprio diria a “sabedoria”. Porém, em nenhum momento, Sócrates transmite suas idéias aos seus interlocutores e aos leitores dos diálogos, ele assume uma atitude investigativa. Invariavelmente, o personagem principal dos diálogos alega sua ignorância sobre o assunto que está sendo discutido, por exemplo, se a Virtude é um tema que pode ser ensinado (discussão central do diálogo *Mênon*).

Partindo das idéias e concepções de seus interlocutores, Sócrates investiga, em conjunto, a validade destas, pedindo a todo o momento que seja explicada e defendida as posições de seus “adversários” durante a discussão. A princípio Sócrates, aparentemente, concorda com a posição de seus interlocutores, e os incentiva a continuar suas exposições e a fortalecer suas opiniões. Depois é que ele se revela como mestre.

Quando tudo parecia indicar que seus interlocutores estavam com a razão, que o argumento destes parecia tão sólido que não poderia ser nada mais do que a verdade buscada, Sócrates aponta uma falha, uma contradição nos argumentos de seus opositores. O Mestre de Platão parece esperar o momento certo para atacar, e depois de

seu ataque não sobra nada do argumento de seus interlocutores. Este ataque gera dúvida e incerteza em quem está ouvindo ou lendo o que Sócrates expõe. E este parece ser exatamente o objetivo principal de Sócrates, pois, ao contrário do que tudo parecia indicar, o filósofo grego não aponta um caminho certo, e não oferece a resposta do que era procurado, mas sim a certeza de que o que tínhamos como certo, não o é na verdade.

E isto se repete em todos os diálogos de Platão.

Entendemos que vale aqui uma longa citação de Jaeger (1936), que explica com maestria a técnica de utilizada por Platão nos diálogos:

A grande descoberta poética de Platão é que a pujança investigadora das autênticas investigações científicas, que avançam para a meta por rumos sempre novos e surpreendentes, encerra um altíssimo encanto dramático. [...] Já as repetidas tentativas dos diálogos socráticos para se aproximar cada vez mais do objetivo perseguido num esforço comum revelam a consumada mestria de Platão na arte pedagógica de despertar em nós esta participação ativa. O nosso pensamento, associando-se ao dos outros, procura adiantar-se ao andamento da discussão; e Platão, muito embora pareça pôr ponto final à conversa, sem qualquer resultado positivo, não uma só, mas muitas vezes consegue deste modo o efeito de procurarmos fazer o pensamento avançar, por nossa conta, na direção para o qual o diálogo nos encarreirou-se se tratasse duma conversa real o que tivéssemos assistido, poderíamos atribuir ao acaso este resultado negativo; mas o escritor e educador filosófico que continuamente nos conduz a este resultado de ignorância tem por força de procurar com isso algo mais que pintar com as cores da verdade viva este proverbial não-saber socrático. O que com isso pretende é pôr-nos nas mãos um enigma, deixando-nos a nós resolver, pois entende que a sua solução se encontra dum modo ou doutro ao nosso alcance (p. 556).

Podemos perceber que o objetivo principal dos diálogos não é oferecer uma resposta definitiva aos problemas levantados no texto, mas sim, incentivar a busca por estas. A dúvida que vem a tona pela falta de conclusão dos textos, na verdade, gera curiosidade em seus leitores, e esta possibilita a busca pelo conhecimento, o eterno questionamento do mundo. Neste sentido, Gusdorf (1967) complementa:

Sócrates não defende a sua própria causa, pela simples razão de que a verdade nunca pode ser dádiva de um homem a outro homem. A verdade só pode surgir como resultado de uma busca e de uma luta que cada um de nós tem que travar consigo próprio, por sua própria conta e risco (p. 21).

E para Gusdorf, é exatamente esta a marca maior de um grande Mestre: despertar a curiosidade e incentivar esta busca pessoal pela verdade.

Mais do que despertar a curiosidade do leitor, os repetidos fracassos apontados por Sócrates em se chegar à verdade, à resposta procurada, demonstram a enorme dificuldade de se obter um conhecimento real. Além disso, o leitor adquire a consciência de que aquilo que até então tomava como certo e evidente, não é tão claro assim. Ao descobrir as fontes de erro do seu pensamento, o leitor percebe o caráter discutível das opiniões dominantes, de se aceitar como certo algo pelo simples motivo de ser um consenso geral. Segundo Jaegger (1936), o leitor assume assim uma postura mais crítica.

O tema central do diálogo Mênon é a Virtude. Mais especificamente, se ela pode ser ensinada a uma pessoa ou se esta já nasce com a Virtude como uma de suas características. Antes de procurar a resposta à pergunta, Sócrates sente a necessidade de definir o significado real do termo Virtude, e a tarefa que a princípio parecia ser simples, ao longo do diálogo Sócrates demonstra, por meio de questionamentos, que não é bem assim.

Esta obra conta com quatro personagens: Sócrates; Mênon, um sofista; Anito, um político extremamente contrário a Sócrates e a todos os intelectuais em geral e por último o Escravo, que só é identificado desta maneira, mas que é um personagem com quem Sócrates simpatiza desde o começo.

Para Sócrates não existe ensino, não se pode ensinar nada a ninguém pelo simples fato de que qualquer pessoa já possui todo o conhecimento em questão, e apenas não se recorda que o tem. O conhecimento teria sido adquirido em vidas passadas, e permanece “escondido” em sua memória, adormecido, esperando alguém que o traga novamente à tona. Segundo Mondolfo (1966), não existe aprendizagem, mas sim reminiscências do conhecimento.

Desta maneira, o papel de um mestre, ou professor, seria o de tirar de seu aluno o conhecimento que, na verdade, ele já possui. Isto é, fazer com que se recorde daquilo que já sabe. O mestre deve trazer o conhecimento do aluno à tona, ao mundo. Ao mestre, cabe a tarefa de ajudar seu pupilo dar a luz ao conhecimento. Esta é a base do método socrático da Maiêutica, ou da parteira.

É interessante notar que, tomando-se por base a teoria das reminiscências, não existe o erro; uma pessoa nunca está errada, apenas se deixou enganar pelo mundo das aparências³, ou ainda não se recordou de todo o conhecimento que possui, mas apenas de uma parte. Cabe ao método da Maiêutica possibilitar ao discípulo recordar-se do conhecimento e não deixá-lo levar-se pelo mundo das aparências (MONDOLFO, 1966).

É exatamente após a apresentação desta teoria socrática à Mênon que se situa o trecho que traremos a seguir do diálogo. Sócrates, diante da postura cética de Mênon, pretende dar um exemplo de sua teoria das reminiscências e mostrar seu método da Maiêutica em ação.

Para isso, ele chama o escravo de Mênon, que até então tinha acompanhado tudo a distância, para participar da conversa. Antes de iniciar o diálogo com o escravo, Sócrates se certifica com Mênon de que este não teve nenhum tipo de instrução formal e de que não possui, aparentemente, grandes conhecimentos em matemática. Após esta introdução segue-se o seguinte diálogo entre Sócrates e o Escravo:

Sócrates - (Voltando-se para o escravo ao mesmo tempo que traça no solo as figuras necessárias à sua demonstração): Diz-me, rapaz: sabes o que é um quadrado?

Escravo - Sei.

S - Não é uma figura, como esta, de quatro lados iguais?

E - É.

S - E estas linhas, que cortam o quadrado pelo meio, não são também iguais?

E - São.

³ Platão dividia o mundo em dois: o das aparências, que é o mundo real que nos certa, e que não é perfeito; e o das idéias, que por sua vez é perfeito (JAEGGER, 1936). Por exemplo, um círculo desenhado em um papel, portanto no mundo real, não será perfeito, pois ao nos aproximar do desenho perceberemos que na verdade ele não é um círculo, pois possui inúmeros defeitos provocados pela superfície do papel, que não é totalmente lisa. O círculo, só poderia ser perfeito e de acordo com sua definição, quando o imaginamos, ou seja, no mundo das idéias, pois sua imagem sairá sem nenhum defeito provocado pelo mundo real.

S - Esta figura poderia ser maior ou menor, não poderia?

E - Poderia.

S - Se, pois, este lado mede dois pés e este também dois pés – quantos pés terá a superfície deste quadrado? Repara bem: se isto for igual a dois pés e isto igual a um pé, a superfície não terá de ser o resultado de uma vez dois pés?

E - Terá.

S - Mais este lado mede também dois pés; portanto, a superfície não é igual a duas vezes dois pés?

E - É.

S - A superfície por conseguinte mede duas vezes dois pés?

E - Mede.

S - E quanto iguala duas vezes dois pés? Contas e dize!

E - Quatro, Sócrates.

S - E não nos seria possível desenhar aqui uma outra figura, com área dupla e de lados iguais como esta?

E - Sim, seria.

S - E quantos pés, então, mediria a sua superfície?

E - Oito.

S - Bem; experimenta agora responder ao seguinte: que comprimento terá cada lado da nova figura? Repara: o lado deste mede dois pés – quanto medirá, então, cada lado do quadrado de área dupla?

E - É claro que mede o dobro daquele.

S - (A Mênon:) Vês, caro Mênon, que nada ensino, e que nada mais faço do que interrogá-lo? Este rapaz agora pensa que sabe quanto mede a linha lateral que formará um quadrado de oito pés. És da minha opinião?

Mênon - Sou.

S - Mas crês que ele de fato saiba?

M - Não, não sabe.

S - Mas ele está convencido de que o quadrado de área dupla tem também lado duplo, não é?

M - Está, sem dúvida.

S - Observa como ele irá recordando pouco a pouco, de maneira exata. Responde-me (disse voltando-se para o escravo): tu dizes que uma linha dupla dá origem a uma superfície duas vezes maior? Compreende-me bem: não falo de uma superfície longa de um quadrado e curta de outro. O que procuro é uma superfície como esta, igual em todos os sentidos, mas que possua uma extensão dupla, ou

mais exatamente oito pés. Repara agora se ela resultará do desdobramento da linha.

E - Creio que sim.

S - Será, pois, sobre esta linha que se construirá a superfície de oito pés, se traçarmos quatro linhas semelhantes?

E - Sim.

S - Desenhemos então os quatro lados. Esta é a superfície de oito pés?

E - É.

S - E agora? Não se encontram, porventura, dentro delas estas quatro superfícies, das quais cada uma mede quatro pés?

E - É verdade!...

S - Mas então? Qual é esta área? Não é o quádruplo?

E - Necessariamente.

S - O duplo e o quádruplo são a mesma coisa?

E - Nunca, por Zeus!

S - E que são, então?

E - Duplo significa duas vezes; e quádruplo quatro vezes.

S - Por conseguinte, esta linha é lado de um quadrado cuja área mede quatro vezes a área do primeiro?

E - Sem dúvida.

S - E quatro vezes quatro dá dezesseis, não é?

E - Exatamente.

S - Mas, então, qual é o lado do quadrado de área dupla? Este lado dá o quádruplo, não dá?

E - Sim.

S - A superfície de quatro pés quadrados tem lados de dois pés?

E - Tem.

S - O quadrado de oito pés quadrados é o dobro do quadrado de quatro e a metade do quadrado de dezesseis pés, não é?

E - É.

S - E seu lado, então, não será maior do que o lado de um e menor do que o de outro desses dois quadrados?

E - Será.

S - Bem; responde-me: este lado mede dois pés e este quadro?

E - Sim.

S - Logo, o lado da superfície de oito pés quadrados terá mais do que dois e menos do que quatro pés.

E - Tem.

S - Experimenta então responder-me: qual é o comprimento desse lado?

E - Três pés.

S - Pois bem: se deve medir três pés, deveremos acrescentar a cada linha a metade. Não temos três, agora? Dois pés aqui, e mais um aqui. E o mesmo faremos neste lado. Vê! Agora temos o quadrado de que falaste.

E - Ele mesmo.

S - Repara, entretanto: medindo este lado três pés e o outro também três pés – não se segue que a área deve ser três vezes três pés?

E - Assim penso.

S - E quanto é três vezes três?

E - Nove.

S - E quantos pés deveria medir a área dupla?

E - Oito.

S - Logo, a linha de três pés não é o lado do quadrado de oito pés, não é?

E - Não, não pode ser.

S - E então? Afinal, qual é o lado do quadrado sobre que estamos discutindo? Vê se podes responder a isto de modo correto! Se não queres fazê-lo por meio de contas, traça pelo menos na areia a sua linha.

E - Mas por Zeus! Sócrates, não sei!

S - (voltando-se para Mênon:) Reparaste, caro Mênon, os progressos que a sua recordação fez? Ele de fato nem sabia e nem sabe qual é o comprimento do lado de um quadrado de oito pés quadrados; entretanto, no início da palestra, acreditava saber, e tratou de responder categoricamente, como se o soubesse; mas agora está em dúvida, e tem apenas a convicção de que não o sabe!

M - Tens razão.

S - E agora não se encontra ele, não obstante, em melhores condições relativamente ao assunto?

M - Sem dúvida!

S - Despertando-lhe dúvidas e paralisando-o como a tremelga⁴, acaso lhe causamos algum prejuízo?

M - De nenhum modo!

S - Sim, parece-me que fizemos uma coisa que o ajudará a descobrir a verdade! Agora ele sentirá prazer em estudar este assunto que não conhece, ao passo que há pouco não faria, pois estava firmemente convencido de que tinha toda razão de dizer e repetir diante de todos que a área dupla deve ter o lado duplo!

⁴ Espécie de peixe venenoso, cujo veneno causa paralisia temporária.

M - É isso mesmo.

S - Crês que anteriormente a isto ele procurou estudar e descobrir o que não sabia, embora pensasse que o sabia? Agora, porém, está em dúvida, sabe que não sabe e deseja muito saber!

M - Com efeito.

S - Diremos, então, que lhe foi vantajosa a paralisação?

M - Como não!

S - Examina, agora, o que em seguida a estas dúvidas ele irá descobrir, procurando comigo. Só lhe farei perguntas: não lhe ensinarei nada! Observa bem se o que faço é ensinar e transmitir conhecimentos, ou apenas perguntar-lhe o que sabe. (E, ao escravo): Responde-me: não é esta a figura de nosso quadrado cuja área mede quatro pés quadrados? Vês?⁵

E - É.

S - A este quadrado não poderemos acrescentar este outro, igual?

E - Podemos.

S - E este terceiro, igual aos dois?

E - Podemos.

S - E não poderemos preencher o ângulo com outro quadrado, igual a estes três primeiros?

E - Podemos.

S - E não temos agora quatro áreas iguais?

E - Temos.

S - Que múltiplo do primeiro quadrado é a grande figura inteira?

E - O quádruplo.

S - E devíamos obter o dobro, recordas-te?

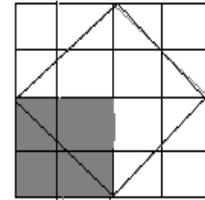
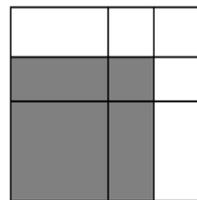
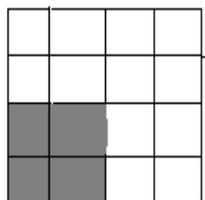
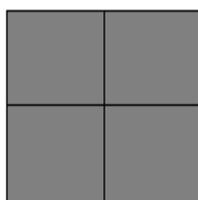
E - Sim.

S - E esta linha traçada de um vértice a outro de cada um dos quadrados interiores não divide ao meio a área de cada um deles?

E - Divide.

S - E não temos assim quatro linhas que constituem uma figura interior?

⁵ As imagens utilizadas por Sócrates em sua demonstração são as seguintes



- E - Exatamente.
- S - Repara, agora: qual é a área desta figura?
- E - Não sei.
- S - Vê: dissemos que cada linha nestes quatro quadrados dividia cada um pela metade, não dissemos?
- E - Sim, dissemos.
- S - Bem; então, quantas metades temos aqui?
- E - Quatro.
- S - E aqui?
- E - Duas.
- S - E em que relação aquelas quatro estão para estas duas?
- E - O dobro.
- S - Logo, quantos pés quadrados mede esta superfície?
- E - Oito.
- S - E qual é seu lado?
- E - Esta linha.
- S - A linha traçada no quadrado de quatro pés quadrados, de um vértice a outro?
- E - Sim.
- S - Os sofistas dão a esta linha o nome de diagonal e, por isso, usando este nome, podemos dizer que a diagonal é o lado de um quadrado de área dupla, exatamente como tu, ó escravo de Mênon, o afirmaste.
- E - Exatamente, Sócrates!

(PLATÃO, 1945, P. 80)

Pudemos perceber como Sócrates demonstra seu método da Maiêutica neste trecho, muito apoiado em sua teoria das reminiscências. Ele chega mesmo a interromper seu diálogo com o Escravo para se dirigir a Mênon com a intenção de certificar-se que o mesmo perceba que na verdade não está transmitindo nada ao Escravo. E que este, na medida em que o diálogo avança, vai recordando seu conhecimento prévio.

Com relação à matemática que é abordada neste trecho, é interessante ressaltar alguns pontos importantes. Primeiro, ao “conduzir” o Escravo a conclusão certa sobre o tamanho do lado de um quadrado de área de oito pés, Sócrates diz que este lado existe, porém não conclui, em nenhum momento, qual o tamanho exato do lado. Sócrates somente afirma que o lado procurado trata-se de uma diagonal de um quadrado de lado de quatro pés, porém não afirma que este segmento tem comprimento $\sqrt{8}$ pés, e muito

menos que este é um número irracional, ou na linguagem dos gregos antigos, um número incomensurável.

Trata-se aqui de um indício de como os gregos antigos lidavam com este tipo de números, sabiam de sua existência, e que $\sqrt{8}$ é um número maior do que dois e menor do que três, porém não iam além disso. Isto se deve à maneira como os gregos encaravam estes números.

Quando Pitágoras e seus seguidores afirmavam que tudo era feito de números, por números eles entendiam apenas os números inteiros, positivos e as razões entre eles. Ao se deparar com números que não são inteiros e que não podem ser representados como a razão entre dois inteiros, ou seja, números que são incomensuráveis entre si, a matemática grega entrou em crise e que, segundo Boyer (1996, p. 50), abalou a “fé pitagórica nos inteiros” e “perturbou a harmonia da aritmética e da geometria” (STRUIK, 1989, p.80). Porém, é interessante notar que mesmo sem entender a natureza dos números irracionais, eles eram trabalhados e de certa maneira estudados.

O segundo ponto sobre a matemática que ressaltamos do diálogo Mênon, é que Sócrates não apenas afirma que existe um número cujo quadrado seja oito pés, mas ele demonstra a existência deste número, e mais, ainda demonstra que este número não pode ser nem 2 e nem 3, porém um valor entre estes dois. Deparamos-nos aqui com um dos fatores que muitos autores como Struik (1989), Boyer (1996) e Calinger (1999) entre outros, entendem ser o grande diferencial da matemática clássica grega com relação às matemáticas desenvolvidas por povos contemporâneos ou precedentes: a demonstração. Quais os fatores que levaram a mudança de uma matemática empírica para uma dedutiva?

Radford (1998), a partir de um grande estudo sobre a cultura clássica grega, e de uma análise de seus principais autores como Homero, Parmênides e Platão além de um estudo sobre a teoria dos números pares e ímpares presente no livro de Euclides, **Os Elementos** chegou a algumas conclusões interessantes sobre os fatores que mais influenciaram esta mudança da matemática empírica para a matemática dedutiva grega.

Apoiado nas conclusões de Szabó (1977), Radford acredita que a passagem de uma matemática empírica, para uma matemática dedutiva na Grécia Antiga, pode ser entendida a partir da análise de dois fatores principais:

- I) A distinção entre o conhecimento “real” e a “opinião;
- II) A distinção entre o Ser e o Não-Ser.

O primeiro fator está muito relacionado com a Recusa às Aparências, presente em muitas obras deste período. Radford (1998) cita a presença deste conceito nas obras de autores como Homero e Platão entre outros. Neste segundo autor, podemos encontrar este conceito na obra *A República*, principalmente no famoso trecho do mito da caverna. Esta distinção entre a opinião e o conhecimento, levou à recusa de que as sensações, o mundo sensorial, pudessem produzir conhecimento “real”. Isto porque a opinião, o mundo sensorial, poderia conduzir à equívocos. Podemos ser enganados pelas aparências do mundo real, e a verdade, o conhecimento, só podem ser alcançados através do mundo das idéias, através da razão, ou seja, da demonstração racional (RADFORD, 1998). Como citamos anteriormente, este, o mundo das aparências, era a única fonte dos erros, segundo a teoria socrática de conhecimento.

Este fato levou ao desenvolvimento das técnicas de demonstração matemática, à organização lógica de um argumento, a fim de convencer ao ouvinte, a não deixá-lo com nenhuma dúvida de que as conclusões que se chegam são verdadeiras, e não fruto de alguma opinião ou de “aparências”. Para que um teorema como o de Pitágoras fosse considerado verdadeiro para os gregos antigos ele não pode apenas parecer verdadeiro para certo número de casos, nem ser constatado como tal em aplicações práticas, ele deveria ser provado através de argumentos racionais não refutáveis, e, além disso, ser verdadeiro para *todos* os casos e em *todas* as situações possíveis.

O segundo item citado por Radford (1998), a distinção entre o Ser e o Não-Ser, também terá grandes conseqüências para a evolução da matemática grega, principalmente na maneira como ela desenvolveu e em suas limitações. No Sistema Semiótico de Significação Cultural (SSSC) grego, ou um objeto era algo, ou ele não era algo, e ele não poderia ser enquadrado em um meio termo entre os dois casos. Por exemplo, um número só poder ser considerado par ou ímpar, ele não pode ser um meio termo entre os dois conceitos, ou os dois conceitos ao mesmo tempo. Da mesma maneira, uma afirmação só pode ser considerada verdadeira ou falsa, e não existe alternativa para ela.

Por causa desta distinção, os matemáticos gregos puderam desenvolver uma técnica de demonstração indireta ainda muito usada: a redução ao absurdo ou *reductio ad absurdum*. Podemos perceber o uso desta durante o diálogo Mênon.

Ao se deparar com a primeira resposta do Escravo de que o tamanho do lado do quadrado mede quatro, Sócrates a aceita como verdadeira. Em seguida verifica quais são as conseqüências desta afirmação, e chega à conclusão que a área do quadrado de lado quatro na verdade será o quádruplo da área do primeiro quadrado. Mas o que era procurado era um quadrado com o dobro da área do primeiro e não o quádruplo. Portanto, esta não pode ser a resposta certa, pois ao admiti-la chega-se a uma contradição, ou a uma resposta que contradiz o que é procurado. Sócrates repete este mesmo processo para a segunda hipótese do Escravo de que o lado na verdade mede três, chegando novamente a uma contradição.

Podemos perceber assim, como Platão se utiliza da concepção de matemática que a cultura clássica grega adotava, com suas interpretações e influencia da SSSC desta cultura. Além disso, no que diz respeito ao diálogo como gênero literário, Platão é o criador, ou o autor que tornou clássico este modelo que servirá de base para os posteriores textos deste gênero. Sua influência poderá ser sentida em todo o mundo ocidental, inclusive quase dois mil anos após a morte do filósofo grego, no contexto da revolução na Ciência em que ressurge a tradição platônica dos diálogos.

3.2 O Diálogo de Galileu

Um dos trabalhos de Galileu Galilei que colaborou no surgimento de uma nova maneira de pensar a ciência foi o *Diálogo sobre os dois máximos sistemas do mundo ptolomaico e copernicano*, publicado em 1632.

O Diálogo não foi apenas dirigido aos leitores pertencentes ao mundo acadêmico, mas a sua linguagem permitiu que a obra alcançasse uma esfera mais ampla de leitores. A grande popularidade deve-se também à língua em que o livro foi escrito e a forma do texto. Ao contrário do usual para a época, o texto de Galileu não foi escrito em latim como todos os textos acadêmicos, mas sim em italiano, e ainda tinha a forma de diálogo.

Pode-se dizer que este texto teve grande impacto cultural e político, pois após sua publicação, Galileu foi condenado pelo tribunal da inquisição à prisão domiciliar. Porém, as idéias presentes no Diálogo, começaram a nascer muito antes do ano de sua publicação. Esta obra é fruto de um período de grandes controvérsias entre ciência e religião, mais especificamente entre dois sistemas filosóficos que cada um dos lados desta disputa defendia.

Em sua introdução na tradução do Diálogo para o português, Pablo Mariconda afirma que esta obra espelha perfeitamente um período que vai de 1616 a 1632 que ele denominou de Período Polêmico (GALILEI, 1632/2004, Introdução). Este é o período em que Galileu se envolveu em diversas disputas em torno da temática copernicana do movimento da Terra e da centralidade do Sol. Dentro deste intervalo de 16 anos, Mariconda ainda faz uma subdivisão em dois momentos distintos.

O primeiro período vai de 1610 a 1616, e tem início com a publicação do ensaio *Sidereus Nuncious (A mensagem das Estrelas)* em que, pela primeira vez, Galileu anuncia para o mundo as suas descobertas feitas a partir do uso do telescópio. Este ensaio gerou discussões em duas grandes frentes.

A primeira diz respeito às descobertas astronômicas de Galileu, por um lado, por ter demonstrando que o mundo celeste não era, como anunciavam os defensores das idéias de Aristóteles, incorruptível, inalterável e impassível. As descobertas de Galileu mostraram que o mundo celeste sofre alterações, pois ele observou pela primeira vez o relevo acidentado da Lua, a ocorrência de manchas que se moviam na superfície do Sol, as fases do planeta Vênus e as diferenças de tamanho de Marte. Estas duas últimas constatações demonstraram impossibilidade de a Terra ocupar o centro do universo, colocando o Sol em seu lugar, e aproximando Galileu do modelo cosmológico de Copérnico.

Além disso, as observações de Galileu alargavam ainda mais o mundo celeste, cuja magnitude de tamanho começava a vir à tona, isto depois de a visão do tamanho da Terra também ser ampliada com as descobertas das novas terras no continente americano. A visão do que era o homem em relação ao resto do universo e do seu próprio planeta começavam a mudar.

A segunda frente de discussões tinha um caráter epistemológico. Algumas críticas dirigidas a Galileu e suas descobertas questionavam se as sensações mediadas por um aparelho (telescópio) eram tão válidas quanto as sensações diretas (olho nu). Estas críticas vinham dos Jesuítas, defensores das idéias de Aristóteles de que o

conhecimento verdadeiro só era alcançado através de observações *diretas*, ou, nas palavras de Koyré (1982, p. 185), através da “percepção sensível” do mundo real. Desta maneira, tendo-se como base as idéias de Aristóteles, é até coerente se perguntar se um conhecimento obtido através de um instrumento é válido ou não.

Estas eram as críticas mais bem elaboradas dirigidas a Galileu, pois além de difíceis de serem refutadas, influenciavam a primeira frente de discussões que apresentamos anteriormente, pois muitos partidários das idéias aristotélicas, simplesmente se recusavam a verificar as conclusões de Galileu, já que não aceitavam fazer observações no telescópio por entenderem que este não era um conhecimento “válido”. Assim, segundo Mariconda (GALILEI, 1632/2004, Introdução), muitas vezes Galileu se defrontava com opositores que nunca tinham usado um telescópio e nem tinham a intenção de fazê-lo.

Mas, existia um tema que estava por trás de todas estas discussões e que era o verdadeiro motivo das disputas. Neste período a preocupação maior de Galileu era com a liberdade da ciência, ou seja, a defesa de que a ciência e os cientistas pudessem decidir quais os temas eram válidos ou não para a investigação, sem a interferência de órgãos externos, muitas vezes não especializados e com um julgamento não baseado em fatos científicos. Mariconda (GALILEI, 1632/2004, Introdução, p. 16) complementa:

Assim, na primeira etapa, que se desenrola de 1610 e 1616 e, particularmente, de 1613 a 1616, Galileu faz uma vigorosa defesa da liberdade da pesquisa científica e da universalidade da razão, cujo horizonte é a delimitação nítida do campo científico e das competências científicas específicas ao campo disciplinar considerado como autônomo e, por isso, independente dos critérios externos de autoridade, sejam eles provenientes da teologia ou da filosofia natural. Com isso nega-se que o princípio da autoridade possa proporcionar critérios para avaliar questões científicas internas tais como a da escolha entre as teorias de Ptolomeu e de Copérnico.

Mais do que ser contrário às idéias de Aristóteles, Galileu estava interessado em acabar com a interferência da Igreja Católica em assunto científicos, que decidia por meio de sua autoridade espiritual, política e mesmo com base na força, qual a teoria cosmológica era “verdadeira” e qual era a “falsa”. O que marcou este primeiro período foi a busca pela liberdade de pesquisa e a livre discussão para se decidir qual a teoria

poderia ser a mais válida. E, segundo Mariconda (*Ibid.*, Introdução, p. 31), esta liberdade só poderia ser alcançada, segundo as idéias de Galileu, através de uma única via:

É pelo escrutínio crítico pela experiência que torna o método científico livre de toda e qualquer autoridade, até mesmo daquela do autor do discurso.

Para a Igreja Católica, a Terra ocupava o centro do universo e não estava em movimento, mas sim os outros planetas e estrelas se movimentavam ao seu redor. Esta concepção, inspirada na Bíblia Sagrada, era contrária ao modelo cosmológico de Copérnico, defendido por Galileu e evidenciado em suas observações astronômicas. Não demoraria muito para que estas duas visões entrassem em choque.

No dia 5 de março de 1616, o Santo Ofício publicou o decreto da Sagrada Congregação do Índice “que dava força de lei à decisão judicial de acatar a censura e de proibir o copernicanismo” (GALILEI, 1632/2004, Introdução, p. 52). A condenação dos defensores das idéias de Copérnico veio em seguida, e a de Galileu encerrou o que Pablo Mariconda chamou de primeira fase do Período Polêmico.

A segunda etapa do Período Polêmico é marcada por uma mudança do foco dos ataques de Galileu, devido principalmente a sua condenação pela Inquisição em 1616. Segundo Mariconda (*Ibid.*, Introdução, p. 17) esta segunda etapa

que vai de 1616 até a publicação do Diálogo [1632], feita sobre as restrições impostas pelo decreto inquisitorial de 1616, que impediam Galileu de tratar diretamente do copernicanismo como alternativa à cosmologia tradicional, posto que devia limitar-se, consoante o compromisso instrumentalista vigente, a tratá-lo como pura hipótese matemática, a atenção de Galileu concentra-se na crítica incisiva à autoridade da filosofia natural aristotélica nas questões científicas, por meio não só da discussão dos procedimentos internos – métodos e técnicas – que qualificam o juízo científico e definem quem tem competência para julgar, mas também do ataque à concepção de explicação e de ciência, nas quais se assentava a interpretação conservadora.

É interessante notar que ao mesmo tempo em que irá combater as idéias de Aristóteles, Galileu tem um ponto de concordância com o filósofo grego. Como já

afirmamos anteriormente, segundo Koyré (1982), Aristóteles defendia que o conhecimento verdadeiro só era alcançado através da observação direta do mundo. De certa maneira, ao entender que a base do conhecimento científico é a experimentação, Galileu se aproximou de Aristóteles, se diferenciando apenas da maneira como esta observação do mundo, ou experimentação, era feita, se diretamente ou através de um instrumento. Podemos dizer, sem sombra de dúvida, que neste ponto Galileu se aproximou muito mais das idéias de Aristóteles do que das idéias de Platão.

Porém, esta situação se inverteu quando o assunto passa a ser a utilização da matemática na física, ou seja, da utilização da matemática como uma ferramenta para explicar os fenômenos naturais. Aristóteles e seus defensores acreditavam que a matemática não deveria ser utilizada na física, e que esta deveria se basear unicamente no senso comum, nas observações diretas e das conclusões que se pode tirar a partir delas. Para Koyré (*Ibid.*, p. 185) “a física de Aristóteles se baseia na percepção sensível, e é por isso que é decididamente antimatemática”. Qualquer tentativa de entendimento da natureza por meio da matemática era refutada pelos aristotélicos contemporâneos de Galileu.

Como vimos anteriormente, para Platão, o mundo das aparências poderia gerar engano para quem o observasse. A única conclusão que um observador pode tirar de uma observação direta da natureza, segundo Platão, será apenas uma opinião, que não é a mesma coisa que um conhecimento real, e que pode não estar correta. Para obter um conhecimento real, o pesquisador deve se afastar do mundo das aparências e ir em direção ao mundo das idéias, sendo este perfeito. E a melhor ferramenta para se chegar ao mundo das idéias e se livrar dos possíveis enganos que o mundo das aparências pode induzir é através da matemática. Portanto, Platão era um defensor da utilização da matemática como ferramenta para explicar o mundo físico (*Ibid.*, 1982).

Neste sentido, Galileu é um seguidor de Platão, e um de seus maiores defensores. Para Koyré (1982), esta discussão sobre a utilização ou não da matemática na física é o ponto central e inovador da ciência do século XVII, e são duas as razões que irão provocar a revolução nesta área: “a matematização (geometrização) da natureza e, por conseguinte, a matematização (geometrização) da ciência”.

Mas, é interessante notar que na verdade, Galileu se utilizou das idéias dos dois grandes filósofos gregos, a observação do mundo real defendida por Aristóteles e a utilização da matemática para a explicação do mundo defendida por Platão. Somente um homem da renascença para buscar diferentes influências, que a primeira vista parecem contraditórias, para combiná-las e criar, assim, uma nova visão de ciência. É somente após Galileu, e através da revolução na ciência que ele desencadeou que a Matemática passou a ser considerada como a Linguagem da Ciência.

A defesa de uma linguagem matemática era um argumento de Galileu contra os aristotélicos, pois, segundo Mariconda (GALILEI, 1632/2004, P. 30, Introdução), este defendia que existiam dois tipos de linguagens:

Uma, comum, usada pelos homens da vida cotidiana para regular seus afazeres comuns e pelo Espírito Santo na Bíblia para ensinar o caminho da salvação; a outra, matemática, usada nas investigações naturais rigorosas que se podem fazer com o uso da razão natural.

Esta distinção entre duas linguagens diferentes visava deixar clara a separação entre os campos religioso e científico. Galileu, não questionava a veracidade das afirmações religiosas, apenas defendia que existia outra maneira de explicar o mundo físico, através de outra linguagem. Porém, segundo Mariconda (*Ibid.*, Introdução) Galileu fazia questão de afirmar a superioridade da linguagem matemática sobre a teológica, pois existem leis que regem a natureza, e que só podem ser compreendidas e explicadas em sua totalidade através da ciência.

A matematização da física é o tema central das discussões do que Mariconda chamou de segundo período polêmico, que vai de 1616 a 1632 e culmina com a publicação do Diálogo. É ao redor dele que acontecerão todas as contendas entre os defensores de Aristóteles e Galileu. E esta temática se refletirá no Diálogo, pois, para Koyré (1982, p. 166)

o que constitui o verdadeiro assunto do Diálogo sobre os dois maiores sistemas do mundo é o direito da ciência matemática, da explicação matemática da natureza, em oposição à explicação não matemática do senso comum e da física aristotélica, muito mais do que a oposição entre dois sistemas astronômicos.

Mariconda (GALILEU, 1632/2004, Introdução) neste ponto concorda com Koyré, e afirma que pouco será discutido sobre os dois sistemas astronômicos como o título do Diálogo a principio poderia sugerir. Aliás, segundo Mariconda, o título da obra *Diálogo sobre os dois máximos sistemas do mundo ptolomaico e copernicano* não foi criado por Galileu, mas foi uma imposição dos censores da inquisição para que o livro pudesse ser impresso. Seu título original era *Do fluxo e refluxo do mar*, já que é através do fenômeno das marés que Galileu tentará provar a mobilidade da Terra no final do livro.

Outra imposição da Inquisição para a publicação do livro dizia respeito a teoria de Copérnico. Galileu deveria deixar claro que na verdade não acreditava no modelo cosmológico que colocava o Sol no centro do universo, mas que o via apenas como uma “hipótese matemática”. Galileu cumpre esta exigência logo na apresentação do Diálogo, em uma carta ao “discreto leitor”, ele avisa que toma no livro as idéias de Copérnico “apenas como pura hipótese matemática” (GALILEI, 1632/2004, p. 86). Somente cumprindo estas exigências, o livro pôde ganhar o *Imprimatur* da Igreja Católica.

O Diálogo está dividido em quatro partes que Galileu chamou de Jornadas. Cada Jornada representa um dia inteiro em que os três personagens do texto se reúnem para discutir sobre questões relacionadas à ciência. Os personagens são Salviati, Sagredo e Simplicio. Koyré (1982, p. 210) explica um pouco mais cada um dos personagens:

Salviati, o representante da nova ciência, porta voz de Galileu; Sagredo, o *bona mens*, espírito aberto, livre de preconceitos escolares e que, por isso, é capaz de compreender e receber o ensinamento de Salviati; e Simplicio, mantenedor da tradição universitária dominada por Aristóteles, cujas posições defende, de resto, sem muito ardor.

Mais adiante, em uma nota de rodapé, Koyré (*Ibid.*, p. 244) nos dá maiores informações sobre estes personagens:

Os dois primeiros não são apenas personagens simbólicos; são também personagens reais. Sagredo (1571-1620) é um veneziano e Salviati (1582-1614), um florentino, amigos de Galileu cuja memória este quis perpetuar. Simplicio é puramente simbólico. É pouco provável que Galileu tenha escolhido seu nome pensando no grande defensor de Aristóteles, Simplicius. É pouco verossímil que tenha

desejado indicar que o espírito de um aristotélico é simplista por definição, ou que, jogando com a influência dos nomes, tenha desejado sugerir que os descendentes espirituais de Simplicius fossem simplistas.

Apesar desta explicação de Koyré, Galileu usa de muita ironia ao longo de todo o Diálogo, colocando na boca de Simplicio algumas respostas, no mínimo estranhas, e mesmo ridicularizando este personagem em alguns momentos. Diante de alguma situação em que tenha que argumentar em defesa das idéias de Aristóteles, frequentemente Simplicio responde que:

Para todas essas coisas temos respostas muito adequadas, que por hora deixarei de lado para tratar das razões mais particulares e das experiências sensíveis, as quais devem por último antepor-se, como bem disse Aristóteles, a quanto possa ser fornecido pelo discurso humano (GALILEI, 1632/2004, p. 127).

Quando a discussão ruma para argumentos e demonstrações matemáticas e é pedida a opinião de Simplicio, este invariavelmente afirma não ter conhecimentos matemáticos suficientes para decidir sobre a veracidade dos argumentos de Salviati, e pede que seu adversário se utilize apenas de argumentos filosóficos, pois acredita muito mais nestes do que em “sutilezas matemáticas” (*Ibid.*, P. 111).

A escolha de Galileu de um texto em forma de diálogo não se deu por acaso. Um dos motivos, o próprio autor explica:

Pensei depois propositadamente explicar estes conceitos em forma de diálogo, que, por não estar restrito à rigorosa observância das leis matemáticas, dá lugar também a digressões muitas vezes não menos interessantes que o principal argumento. (GALILEI, 1632/2004, p. 87).

O uso da linguagem corrente em detrimento da linguagem matemática dava a Galileu uma maior liberdade de expor todos os seus argumentos, matemáticos e filosóficos, e ainda combater mais livremente as idéias aristotélicas. Tomando como base este combate às idéias aristotélicas, a escolha pelo formato de diálogo permitiu ao livro ter um alcance maior em relação ao público, ajudando em sua rápida popularização.

Outro ponto que pesou pela escolha no formato de diálogo, foi a grande influência que as obras de Platão tiveram sobre Galileu. Esta influência pode ser percebida tanto na forma do texto quanto na presença da teoria das reminiscências e da utilização do método da Maiêutica em vários momentos do texto. Koyré (1982) vai além, e acredita que Galileu não apenas era influenciado pelas idéias de Platão, mas que era seu seguidor, podendo ser considerado como um verdadeiro platônico, e complementa que

a repetida menção da maiêutica socrática e da doutrina da reminiscência, não são ornamentos superficiais provenientes do desejo de enquadrar-se na moda literária resultante do interesse que o pensamento da Renascença dedica a Platão. Tampouco visam a atrair para a nova ciência a simpatia do “leitor mediano”, cansado e desgostoso da aridez da escolástica aristotélica. (...) Essas alusões são perfeitamente sérias e devem ser tomadas tal como são feitas (p. 171).

Para ilustrar bem esta afirmação de Koyré, apresentamos a seguir um trecho do Diálogo de Galileu, em que as referências à teoria socrática das reminiscências são claras. Neste trecho (GALILEI, 1632/2004, P. 170-171), Salviati discute com Simplicio a natureza da luz da Lua, em que aquele se usou do método da Maiêutica com este:

Salviati – Agora, Sr. Simplicio (se é que eu vos satisfiz), podeis compreender como vós mesmos sabíeis verdadeiramente que a Terra resplendia não menos que a Lua, e que bastou recordar-vos de algumas coisas conhecidas por vós mesmos, e não ensinadas por mim, para que tivésseis certeza disso: porque eu não vos ensinei que a Lua mostra-se mais resplendente de noite que de dia, mas vós já o sabíeis por vós mesmos, como também sabíeis que uma nuvenzinha mostra-se tão clara quanto a Lua; sabíeis igualmente que iluminação da Terra não se vê de noite, e, em suma, sabíeis tudo, sem saber que o sabíeis. A partir daqui não deverá ser razoavelmente difícil que concedais a reflexão da Terra possa iluminar a parte tenebrosa da Lua, com uma luz não inferior àquela com a qual a Lua ilumina as trevas da noite, mas antes, tanto mais, quanto a Terra é quarenta vezes maior que a Lua.

Simplicio - Na verdade, eu acreditava que aquela luz secundária fosse da própria Lua.

Salviati – E isto também vós o sabíeis por vós mesmos, sem que vos apercebais de sabê-lo.

Podemos perceber que neste pequeno trecho, Salviati, que segundo o próprio Koyré (1982) era a voz de Galileu no Diálogo, afirma que na verdade ele não ensinou nada à Simplicio, e que este já possuía este conhecimento e que estava apenas se recordando dele. Esta é uma clara evidência da utilização da teoria das reminiscências por Galileu.

É inegável que, mesmo separados por quase 1500 anos, os diálogos de Platão e de Galileu têm muitos pontos em comum. Além de este segundo conter algumas referências diretas a teorias socráticas presentes nos diálogos do primeiro, percebemos algumas similaridades também no que diz respeito à estrutura do diálogo em si.

O papel desempenhado por alguns dos personagens é muito semelhante, por exemplo: nos dois diálogos existe o personagem que irá conduzir o andamento da conversa, que tem uma meta em mente e pretende “levar” seus interlocutores até ela. Este papel é desempenhado por Sócrates no diálogo com Mênon e por Salviati no diálogo de Galileu. Estes são os personagens centrais nos dois textos, eles conduzem o diálogo, e no caso de alguma demonstração matemática presente nas discussões, os dois irão conduzi-las.

Além disso, temos a presença, nos dois diálogos, da figura dos interlocutores. Ou seja, aqueles a quem de fato os personagens principais irão se dirigir, podemos dizer que são estes a quem se deve convencer ao final do texto. No caso do diálogo platônico este papel é desempenhado por Mênon, e no de Galileu por Sagredo. Estes dois personagens, de início não acreditam muito nas idéias dos personagens centrais, mas se mostram abertos ao diálogo, ao debate.

Por último contamos com a presença dos antagonistas. Estes são claramente contrários às idéias dos personagens principais e mesmo após todos os argumentos destes não se convencem ao final dos textos, se mostrando totalmente resistentes a quaisquer argumentos de seus “adversários”, mesmo não mostrando uma defesa sólida para isso. No diálogo de Platão este papel é desempenhado por Anito, que é um político

totalmente contrário a Sócrates e suas idéias. Já no diálogo de Galileu temos Simplicio, um defensor ferrenho das idéias aristotélicas.

Estes dois personagens têm a função de enfrentar os condutores dos diálogos, de apresentarem argumentos contrários, de apresentarem idéias diferentes àquelas que são apresentadas no texto pelos seus autores, ou mesmo de apresentar aquelas idéias que os autores desejam explicitamente combater, como é o caso de Galileu.

Estes últimos personagens são relevantes, pois na verdade são eles que irão fornecer todas as ferramentas e temas para que os personagens principais possam desempenhar seus papéis. É através dos argumentos apresentados pelos antagonistas que os diálogos começam a se desenvolver, pois os personagens principais sempre partem das idéias e concepções de seus interlocutores e não de suas próprias. Nos dois diálogos, os personagens principais primeiro destroem os argumentos contrários e só a partir desta ação começam o movimento de construção de seus próprios argumentos. Primeiro se destroem as idéias, mostrando suas incoerências e impossibilidades, para em seguida começar o movimento de construção de uma teoria, ou deixar o interlocutor ou leitor propenso a esta investigação. Em nenhum momento o diálogo transcorre em sentido contrário.

Este movimento de destruição e depois de construção acaba por causar certo impacto nos antagonistas, que muitas vezes se sentem desconcertados, pois os argumentos que iriam utilizar para combater as idéias dos personagens principais já foram previamente destruídos. Assim, quando chega o momento de combater, os antagonistas já não têm mais armas para usarem. E este impacto pode servir para convencer o leitor. Como este pode acreditar e mesmo defender idéias que foram tão contundentemente derrubadas? Se não se convencer pelo ponto de vista defendido pelos autores dos diálogos, o leitor pelo menos se sente impulsionado a se questionar por uma nova solução dos problemas, a buscar um novo conhecimento, pois sua curiosidade foi despertada.

Podemos dizer que, por terem a mesma estrutura, ambos pertencem à mesma tradição de textos, embora em contextos históricos distintos. É por este motivo que Koyré (1982) afirmou categoricamente que Galileu era um platonista em todos os

sentidos, pois este não só utilizava algumas idéias platônicas, mas seguia também a tradição dos diálogos iniciada pelo pensador grego.

3.3 O Diálogo de Lakatos com a História da Matemática

Na tradição da estrutura de diálogo iniciada com o texto de Platão e presente no texto de Galileu, será publicada na década de 1970, um texto póstumo do filósofo Imre Lakatos (1922-1974). Além do texto não ter um personagem principal e todos, em determinado momento, desempenharem o papel de antagonistas, Lakatos criou uma maneira nova de transmitir suas idéias através do diálogo. Sua voz não está presente em um personagem, ou em vários, mas sim no texto inteiro, na maneira como as idéias vão sendo construídas.

O diálogo *A lógica do descobrimento matemático: provas e refutações* foi publicado em inglês em 1976, dois anos após a morte de seu autor, portanto coube a seus editores a tarefa de terminar a revisão desta obra. Boa parte do que é defendido neste texto já estava presente no artigo *A lógica do Descobrimto Matemático* publicado em quatro partes no *British Journal of the Philosophy of Science* entre os anos de 1963-64. Porém, as idéias deste artigo e do diálogo já se encontravam na tese de doutorado que Lakatos apresentou em Cambridge, em 1961. Mas, é importante frisar que, algumas das idéias já presentes na tese foram ampliadas, e outras foram deixadas de lado pelo autor, que foi mudando sua maneira de pensar certos temas ao longo dos treze anos que separam sua tese e o começo dos trabalhos de publicação do diálogo.

Um dos grandes interesses de Lakatos era entender a maneira como as teorias científicas nascem e se desenvolvem ao longo do tempo. Como se dá este processo de criação ou descoberta? E mais ainda, como a ciência progride ao longo dos tempos? Ele estava interessado no que chamava de metodologia das ciências, para o próprio Lakatos (1974) deve ser entendido no mesmo sentido que Pólya (1978) ⁶ atribuía ao termo Heurística, ou seja, aos esquemas para a resolução de um problema, em contraste à

⁶ Pólya deu duas definições para o termo heurística neste seu trabalho, na seção Pequeno dicionário de Heurística. A primeira no verbete heurística encontramos: “O objetivo da Heurística é o estudo dos métodos e das regras da descoberta e da invenção”. Já no verbete Heurística Moderna encontramos: “Heurística Moderna procura compreender o processo solucionador de problemas, particularmente as operações mentais, típicas desse processo, que tenham utilidade” (PÓLYA, 1978, p. 86).

definição de algoritmo. E dentro deste programa de investigação da epistemologia da ciência, Lakatos incluía a matemática, como um dos temas mais interessantes de serem estudados.

Na matemática, ao contrário das outras ciências, os dados empíricos têm pouca importância. Somente os resultados obtidos a partir da dedução lógica e com a utilização de axiomas são considerados válidos. Desta maneira, apenas o resultado final, formal, é aceito como a verdadeira matemática. Todos os passos intermediários que levaram o matemático à sua descoberta, ou à sua demonstração final não são considerados relevantes pela comunidade matemática. Encarada sob este ponto de vista, a matemática parece uma ciência infalível, auto-evidente e que caminha firme, sem tropeços e dúvidas, em direção à “verdade almejada”.

Lakatos (1974) chama de formalistas aqueles que entendem que têm esta concepção de matemática. Para os formalistas na visão de Lakatos, a única matemática válida é aquela que é axiomáticamente construída, com uma notação própria e que utiliza uma demonstração rigorosa para se chegar aos resultados. Pode-se dizer que o formalismo desliga a história da matemática da filosofia da matemática, já que “de acordo com o conceito formalista de matemática, não há propriamente história da matemática” (LAKATOS, 1974, p. 14). Desta maneira, para os formalistas, a matemática propriamente dita só nasceu no século XIX, quando passou a ser encarada com um ponto de vista mais rigoroso, e apoiado invariavelmente na lógica e nas demonstrações e passou a ser eminentemente dedutiva.

Toda a matemática feita antes do século XIX não era considerada como tal e muito menos tinha um status de ciência, pois não estava livre das impurezas e incertezas da matemática não formalista. Pode-se incluir na categoria de “não-matemática” mesmo os desenvolvimentos de Newton (1643-1727) no cálculo diferencial e integral “que teve que esperar quatro séculos até Peano e Russell, e Quine abrir-lhe as portas do céu formalizado do *Calculus*” (*Ibid.*, p. 14) e se transformar em matemática de verdade.

Mas Lakatos (1974) questiona esta concepção de matemática, e faz diversas críticas a ela:

Mas que se pode descobrir numa teoria formalizada? Duas espécies de coisas. *Primeiro*, pode-se descobrir a solução de problemas que a máquina Turing devidamente programada poderia resolver em tempo finito (como, por exemplo: certa pretensa prova é ou não é uma prova?). Nenhum matemático tem interesse em obedecer ao monótono “método” mecânico preconizado por tais decisórios.

Segundo, pode-se descobrir soluções para problemas (tais como: será teorema certa fórmula numa teoria não conclusiva) em que só se pode ser orientado pelo “método” do “vislumbre indisciplinado e boa sorte”? (p.16).

Em sua opinião, a matemática e as ciências em geral não são construídas seguindo-se o modelo formalista e grande parte do que foi construído em matemática não segue este ponto de vista formal.

Lakatos entende que existem duas categorias de teorias matemáticas: as Euclidianas que seguem o modelo formalista, e as não-formais ou semi-empíricas. Para Koetsier (1991, p. 2, tradução nossa) esta última categoria leva em consideração “as provas informais, o desenvolvimento histórico da matemática, a possibilidade de erro matemático, as explicações matemáticas (em contraste às provas formais)”.

Segundo Lakatos (1974) este segundo tipo de teoria é a que prevalece no caso da matemática “viva”, naquela que era e é desenvolvida pelos matemáticos. Para ele, a matemática sempre tem um caráter hipotético, semi-empírico e progride “mediante incessante aperfeiçoamento de opiniões por especulação e crítica, pela lógica das provas e refutações” (*Ibid.* p. 18). Nesta fala de Lakatos encontramos o maior diferencial da matemática semi-empírica com relação à matemática formalista. Esta não admite o aperfeiçoamento, e muito menos as opiniões, para esta concepção o único aperfeiçoamento aceito é o de uma demonstração, transformando-a em uma alternativa “mais elegante” da primeira versão, e nada mais.

Na visão de matemática de Lakatos, não só a crítica entre os pares ganha um papel de destaque, mas o erro passa a ser encarado como a força propulsora de novas descobertas e aperfeiçoamentos. Na matemática, o erro seria evidenciado através de refutações às hipóteses levantadas. Na maioria dos casos, a base destas refutações seria a descoberta de contra-exemplos que indicariam a não validade para todos os casos da hipótese. Assim, a partir da evidência do contra exemplo, o matemático não abandonaria sua hipótese inicial, mas sim retornaria a ela para modificá-la de modo a adaptá-la, e este processo continuaria indefinidamente.

Koetsier (1991, p. 4, tradução nossa) resume esta posição de Lakatos em relação a matemática em duas teses principais:

- 1) Falibilidade – o conhecimento matemático também é falível

2) Racionalidade: apesar de falível, o desenvolvimento da pesquisa matemática não é totalmente arbitrário, ele segue a sua própria racionalidade.

A primeira tese é negada pelos filósofos da matemática que seguem a linha formalista, pois “mesmo reconhecendo que os matemáticos cometem erros, o conhecimento matemático é essencialmente infalível” (*Ibid.*, p. 4, tradução nossa). Porém, como visto anteriormente, esta tese é a espinha dorsal das idéias de Lakatos, para quem o erro desempenha um papel importantíssimo no desenvolvimento do conhecimento matemático.

Quanto à segunda tese, Lakatos (1978) acreditava que as ciências, mesmo falíveis, não seguiam um caminho aleatório, mas que possuíam um

núcleo característico tenazmente definido, uma cintura protetora mais flexível e cada qual com o seu elaborado mecanismo de solucionar problemas. Todas elas, em qualquer estágio do seu desenvolvimento, apresentam problemas não resolvidos e anomalias não digeridas. Todas as teorias, neste sentido, nasceram refutadas e morrem refutadas (p. 17).

Este “elaborado mecanismo de solucionar problemas” é específico para cada ciência, e será ele que permitirá a esta lidar com os desafios e contradições que surgem internamente, as refutações de Lakatos. Será esta racionalidade interna de cada ciência juntamente com sua “cintura protetora mais flexível” que influenciará o seu desenvolvimento.

Estas duas teses de Lakatos terão um forte impacto na maneira de compreender a matemática e principalmente na maneira de entender como se dá a sua construção. Nesta concepção, a matemática deixa de ser uma cadeia de afirmações auto-evidentes, construída a partir de axiomas por meio de demonstrações lógicas. Como consequência da tese de falibilidade do conhecimento matemático, Koetsier (1991, p. 24, tradução nossa) afirma que

conjectura e também provas são, na visão de Lakatos, especulações, palpites. Uma prova não é uma dedução de axiomas evidentemente verdadeiros, mas a decomposição da conjectura em subconjecturas. Consequentemente, as provas devem ser objetos de severos testes.

Esta última frase de Koetsier é interessante, pois indica a necessidade de uma prática que não é muito utilizada em matemática, os testes. O máximo que acontece, na visão formalista, é uma verificação dos passos seguidos pelo matemático em sua prova, para ver se ele não cometeu nenhum “deslize” em seu percurso, passando por este teste, a prova está correta.

Lakatos vai além, ao entender que primeiro, conjecturas e provas são na verdade, especulações ou palpites, e como tal devem passar por rigorosos testes que indiquem sua validade ou não. Isto significa a busca por falhas em suas definições e de contra-exemplos que possam atestar a sua falsidade. E segundo, caso isto se concretize, a conjectura ou prova, não devem ser abandonadas, mas deve ser aperfeiçoada para poder eliminar os problemas que indicavam que ela era falsa.

Foi exatamente para dar um exemplo de como funcionam todas estas idéias que Lakatos escreveu o diálogo *A lógica do descobrimento matemático: provas e refutações*. Sua intenção, a princípio, era mostrar como se dá a criação matemática a partir do momento que se pensa esta ciência como sendo falível e utilizando-se o método de provas e refutações. No início do diálogo, Lakatos (1974) nos dá uma descrição do cenário em que este irá se desenrolar que é muito esclarecedora:

O diálogo dá-se numa sala de aula imaginária. A turma está interessada num PROBLEMA: haverá uma relação entre o número de vértices V , o número de arestas A e o número de faces F dos poliedros – sobretudo dos *poliedros regulares* – análoga à relação trivial entre o número de vértices e arestas de *polígonos* de acordo com o número de arestas (ou vértices): triângulos, retângulos, pentágonos etc. Relação análoga permitiria classificar *poliedros*.

Os participantes do diálogo, depois de muita tentativa e erro, observam que para todos os poliedros regulares $V - A + F = 2$. Alguém aventura o *palpite* de que isso pode aplicar-se a qualquer poliedro. Outros tentam falsear esta *conjectura*, tentando pô-la a prova de muitos modos diferentes, com resultado satisfatório. Os resultados *corroboram* a conjectura, e sugerem que ela pode ser *provada*. É a esta altura – depois das fases *problema* e *conjectura* – que entramos na sala. O professor tem como plano de aula oferecer uma *prova*. (p. 19).

É interessante notar que antes de usar o termo conjectura, Lakatos usou o termo palpite para se referir a mesma idéia que alguém teve. Isto deixa clara a sua concepção, apontada por Koetsier (1991) da natureza com que ele concebia a conjectura e mesmo uma prova matemática.

Como o próprio Lakatos afirmou no trecho acima, o diálogo se passa em uma sala de aula. Seus personagens são um professor e alguns alunos que são identificados como alfa, beta, gama... e assim por diante, seguindo o alfabeto grego. Em uma nota de rodapé, Lakatos (1974, p. 70) afirma que esta turma era muito avançada, sendo provavelmente de pós-graduação, e que estava familiarizada não só com a matemática, mas também com estudos recentes (para a época) sobre a filosofia da ciência, pois a discussão se desenrola nestes dois campos, com a proposição de demonstrações avançadas e a discussão se algumas delas bem como os contra-exemplos que vão surgindo são válidas ou não.

O Professor tem o papel de, primeiro propor à sua turma uma demonstração inicial, que estes têm a tarefa de demonstrar ou refutar. Em segundo lugar o professor tem o papel de conduzir as discussões, dando a palavra a alguns alunos e incentivando as discussões. Nota-se que, ao contrário dos dois diálogos anteriormente estudados, o personagem que poderia ter o papel principal, tem uma atuação que poderíamos chamar de “marginal”, ficando quase que ao lado do leitor acompanhando as discussões, e intervindo em alguns momentos. O diálogo não tem propriamente dito, um personagem principal. Certo aluno pode ter um destaque em algum momento, mas em seguida dá lugar a outro que tem uma nova abordagem para demonstrar o problema proposto pelo professor.

A seguir, traremos um trecho do diálogo, que entendemos ser bastante significativo, e nos dá um exemplo de como ele transcorre. Trata-se da primeira tentativa de demonstração da conjectura $V - A + F = 2$, que é proposta pelo professor:

Professor: Em nossa última aula, chegamos a um conjectura referente ao poliedros, isto é, que para todos os poliedros $V - A + F = 2$, em que V é o número de vértices, A o número de arestas e F o número de faces. Pusemo-la à prova por diversos métodos. Mas ainda não a comprovamos. Alguém terá descoberto uma prova?

Aluno Sigma: “Quanto a mim, devo admitir que não fui capaz ainda de vislumbrar uma prova rigorosa desse teorema...Como, porém, a verdade dele ficou patente em tantos casos, não pode haver dúvida de

que ela valha para qualquer sólido. Assim, a proposição me parece satisfatoriamente demonstrada”. Mas se o senhor tem uma prova, por favor, apresente-a.

Professor: De fato, tenho uma [demonstração]. Consiste da seguinte reflexão. Primeiro passo: Imaginemos que o poliedro seja oco, com uma superfície feita de borracha fina. Se removermos uma das faces, podemos estender a superfície restante no quadro-negro, sem rasgá-la. As faces e arestas ficarão deformadas, as arestas poderão ficar curvas, mas V e A não se alterarão, de modo que se, e apenas se $V - A + F = 2$ para o poliedro original, $V - A + F = 1$ para esta estrutura plana lembra que removemos uma face. A Figura 1 mostra o desenho plano para o caso de um cubo. Segundo passo: agora, triangulamos nosso mapa – que, na verdade, parece um mapa geográfico. Desenhemos diagonais (possivelmente curvilíneas) que já não são triângulos (possivelmente curvilíneos). Ao desenharmos cada diagonal, aumentamos tanto A como F de um, de modo que o total $V - A + F$ não se alterará (Fig. 2).

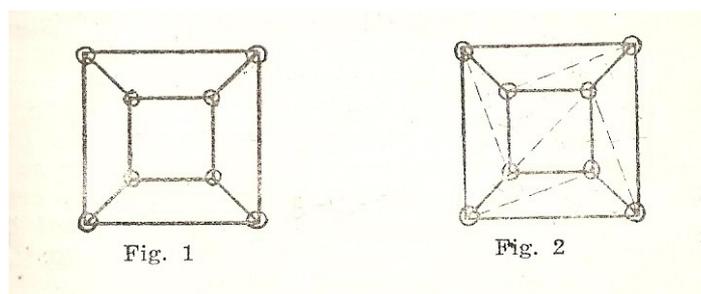


Figura 2: Esquemas usados na demonstração

Terceiro passo: do desenho triangulado, retiramos agora os triângulos um a um. Para remover um triângulo nós ou removemos uma aresta – com o que uma face ou uma aresta desaparecem (Fig. 3 (a)), ou removemos duas arestas e um vértice – com o que uma face, duas arestas e um vértice desaparecem (Fig. 3 (b)). Desse modo, se $V - A + F = 1$ antes do triângulo ser removido, assim continua depois que o triângulo for removido. No final desse processo, temos um único triângulo. Para este caso é verdadeira a fórmula $V - A + F = 1$. Desse modo, provamos nossa conjectura.

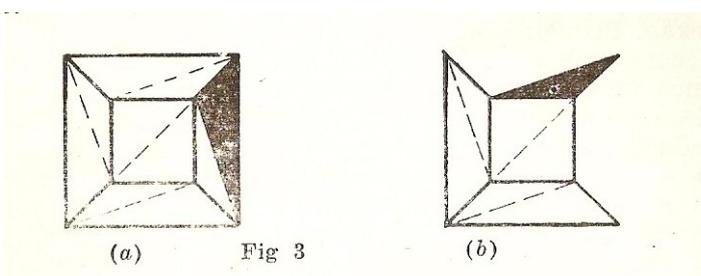


Figura 3: Esquemas utilizados na demonstração

Aluno Delta: Agora o senhor pode chamá-la de *teorema*. Não se vê o que mais exista de *conjectural* no caso.

Alunos Alfa: Tenho uma dúvida. Percebo que essa experiência pode ser feita para um cubo ou para um tetraedro, mas como posso saber que poderá ser feita para *qualquer* poliedro? Por exemplo, o senhor está seguro de que *qualquer poliedro, depois de retirarmos uma de suas faces, pode ser esticado planamente no quadro-negro*? Tenho minhas dúvidas quanto ao primeiro passo.

Aluno Beta: O senhor está seguro de que *ao triangular o mapa teremos sempre uma nova face para uma nova aresta*? Tenho dúvidas quanto ao segundo passo.

Aluno Gama: O senhor está certo de que *há apenas duas alternativas – o desaparecimento de uma aresta ou então de duas arestas e um vértice – quando se retiram os triângulos um a um*? O senhor tem mesmo certeza de que *ficamos com um único triângulo no final desse processo*? Tenho dúvidas quanto ao terceiro passo

Professor: É claro, não tenho certeza.

(LAKATOS, 1974, p. 21-22, grifos do autor).

O que há de tão especial neste pequeno trecho extraído do diálogo de Lakatos? O que há de tão surpreendente que irá diferenciá-lo tanto dos diálogos de Platão e de Galileu? Começemos a responder a estas questões a partir da conjectura inicial que o professor e sua turma querem demonstrar. Esta nada mais é do que a chamada Conjectura de Euler, que pode ser encontrada em vários livros de matemática do ensino médio, e que relaciona o número de vértices, faces e arestas de um poliedro convexo.

Euler dá nome a esta conjectura, pois foi ele o primeiro matemático a perceber a relação $V - A + F = 2$. Lakatos (*Ibid.*, p. 19) afirma em uma nota de rodapé, que Euler chegou a esta relação a partir do problema de classificação de poliedros. Seu objetivo era criar uma classificação que seguisse os moldes das classificações de polígonos, já que estes podiam muito facilmente ser classificados quanto ao seu número de lados, que será sempre igual ao seu número de ângulos.

Ainda segundo Lakatos, foi o próprio Euler quem criou os termos arestas e vértices com o intuito de poder classificar os poliedros. A criação destes termos se deve ao fato de Euler querer diferenciar os termos utilizados no estudo dos poliedros do estudo dos polígonos. Portanto, Lakatos decide montar um diálogo que gira em torno da busca de uma demonstração para uma conjectura bem conhecida na matemática.

Somente este fato seria um ingrediente para deixar o diálogo interessante, porém, o autor vai além.

Vejamos novamente a fala do Aluno Sigma no trecho do diálogo acima apresentado. Ela aparenta ser uma posição de quem está convencido da validade da conjectura, apesar de não ter conseguido prová-la e Lakatos a coloca no diálogo para demonstrar sua posição de que os teoremas matemáticos na verdade são apenas hipóteses. Isto tudo não deixa de ser verdade, mas existe algo a mais nesta fala.

Lakatos montou seu diálogo para ser lido de duas maneiras. Na primeira o leitor pode ler o texto sem se ater para as notas de rodapé e explicações que aparecem. Já na segunda o leitor faz uma leitura do texto do diálogo complementando-a com a leitura das notas de rodapé. Nelas é que está o verdadeiro significado deste diálogo, pois é através desta leitura que o leitor verificará que a fala de Sigma que está entre aspas, na verdade é uma fala do próprio Euler. Este matemático, apesar de propor inicialmente a conjectura dos poliedros que leva seu nome, não conseguiu elaborar uma prova para comprovar sua impressão. Lakatos, assim, colocou uma fala de um matemático do passado em seu diálogo através da voz de um de seus personagens. E esta não é uma exceção, mas a regra em todo este texto.

Vejamos agora, a primeira tentativa de demonstração da conjectura proposta pelo Professor no trecho acima. Segundo uma nota de rodapé do diálogo (*Ibid.*, p. 22), esta é uma idéia que Cauchy desenvolveu para tentar demonstrar a conjectura. E logo em seguida temos a fala do Aluno Delta que afirma que depois da exposição do professor, entende que a conjectura pode virar um teorema, pois agora ela está demonstrada. Esta era a opinião de diversos matemáticos do século XIX, entre eles Crelle, Mathiessen e Jonquières.

Apenas neste pequeno trecho inicial do diálogo que trouxemos aqui, existe a citação direta, através das falas dos personagens, de cinco matemáticos dos séculos XVIII e XIX que trabalharam diretamente com a conjectura de Euler. Ao longo de todo o livro encontramos outras referências a Legendre, L'Huilier, Steiner, von Staudt, Riemann, Lising, Jordan, Becker. E estes são apenas os nomes daqueles matemáticos que trabalharam diretamente na tentativa de demonstração da conjectura de Euler. Se levarmos em conta todos os matemáticos que aparecem nas discussões sobre o que é o fazer matemática, ou nas discussões sobre o que é uma demonstração matemática, podemos citar Newton, Descartes, Galileu, Kepler, Pólya, Poincaré, Abel, Hardy.

Lakatos coloca a fala de cada um destes matemáticos e pesquisadores na boca de seus personagens. Sua intenção era dar um exemplo da sua tese do desenvolvimento das ciências através do método das provas e refutações, então nada mais interessante do que escolher um problema real da matemática, e trazer para o diálogo as falas dos matemáticos que tentaram resolver este problema, fazendo uma verdadeira reconstrução histórica, segundo Koetsier (1991) uma reconstrução racional, da tentativa de demonstração da hipótese de Euler.

O diálogo nos mostra as tentativas de demonstração de uma conjectura, principalmente os fracassos de várias tentativas que são evidenciadas por contra-exemplos e questionamentos sobre as definições usadas. O texto dá outro olhar ao trabalho de um matemático, que se mostra mais tortuoso e por vezes percorrendo caminhos que beiram a opinião pessoal de cada um, o que contraria a impressão usual da matemática. Era este ponto que Lakatos queria deixar claro com seu diálogo, contrariando as concepções formalistas da matemática. A partir desta obra é possível ter um novo olhar para o desenvolvimento histórico desta ciência.

Para Koetsier (*Ibid.*), apesar de todas estas qualidades, o diálogo merece algumas críticas. A primeira é a de que apesar de os fatos históricos e a reconstrução das tentativas de demonstração da hipótese de Euler estarem bem próximos dos fatos históricos, a ordem cronológica dos eventos não está. No diálogo, a primeira tentativa de demonstração da hipótese é uma idéia de Cauchy, mas a primeira tentativa foi do próprio Euler e em seguida foi Legendre quem atacou este problema. Porém a proposta de demonstração de Legendre só irá aparecer bem mais tarde no diálogo.

Outra crítica de Koetsier (1991) é a de que Lakatos pegou mais de um século de pesquisas e tentativas de demonstração da hipótese de Euler e os condensou em seu diálogo. Desta maneira, todo o contexto histórico é perdido, a reconstrução acaba se tornando bastante anacrônica. O estudo histórico de Lakatos é, segundo a definição de Zuñiga (1990), internalista. Por tudo isso, “a reconstrução racional é convincente principalmente por mostrar o comportamento matemático, porém é consideravelmente menos convincente em sua relação com a história” (KOETSIER, 1991, p. 43). O livro é excelente para se entender o ponto de vista de Lakatos, porém não é uma boa fonte de pesquisa histórica da tentativa de demonstração da hipótese de Euler. Mesmo assim, o método de Lakatos nos dá uma idéia muito melhor e mais completa do desenvolvimento histórico de uma teoria, do que a explicação lógica proposta pelos formalistas (e presente na maioria dos livros de história da matemática).

Apesar de seus pontos passíveis de crítica com relação à história da matemática, o diálogo *A lógica do descobrimento matemático: provas e refutações* de Imre Lakatos é monumental. Com ela seu autor dá um novo sentido ao gênero literário dos diálogos, principalmente aqueles voltados para a matemática. Da mesma maneira que esta obra permite dois tipos de leitura, entendemos que ela também permite a interpretação de dois níveis de diálogos. O primeiro ocorre na sala de aula imaginária onde professor e alunos tentam resolver um problema de matemática. Este acaba sendo um exemplo do fazer matemática em uma sala de aula.

O segundo nível, mais complexo, é um diálogo na e com a própria história da matemática, na qual os personagens não são o Professor, ou o Aluno Sigma ou Delta, mas matemáticos como Euler (1707-1783), Legendre (1752-1833), Cauchy (1789-1857), Riemann (1826-1866) e muitos outros. Neste nível o diálogo ocorre entre estes matemáticos separados por décadas ou séculos, e Lakatos elege como seu personagem principal a própria história da matemática. Assim, não importa se Cauchy toma a fala antes de Legendre, ou se o contexto onde cada um destes matemáticos emite suas falas não foi levado em consideração, mas o que é realmente importante é que eles estão dialogando entre si. Nesta obra Lakatos rompe as barreiras do tempo e dialoga com a própria história da matemática.

4. Educação a Distância, Interatividade e Diálogo

Para estudar os diálogos na educação a distância, neste capítulo faremos um estudo sobre dois termos – interatividade e diálogo. Como já mencionamos, entendemos que o conceito de diálogo pode ser estudado, no contexto da educação a distância, por meio do conceito de interatividade. O objetivo dessa pesquisa é analisar como se dá o diálogo, ou seja, a interatividade entre professor e alunos em um curso a distância de formação de professores em aulas de matemática, temos que primeiro definir o que é a Educação a Distância, discutindo um pouco a trajetória desta modalidade de ensino e ainda quais as definições e modelos mais usados. Este é o primeiro passo que daremos neste capítulo. O segundo será analisar a questão da Interatividade, procurando entender um pouco melhor o(s) significado(s) deste termo. Por meio de pesquisa na bibliografia consultada, iremos identificar suas trajetórias históricas, definições e significados procurando mostrar a estreita relação entre estes dois termos.

4.1 Educação a Distância

Nas últimas duas décadas esse tema ganhou volume com ampla bibliografia. Isso pode ser atribuído à utilização de Tecnologias da Informática e Computação e, principalmente, ao advento da Internet. Belloni (1999) fez um levantamento de definições do termo Educação a Distância (EaD). Todas elas têm alguns pontos em comum, como a distância que separa o professor e o aluno e a utilização de diferentes tecnologias para a comunicação entre estes.

A autora destaca que nenhuma destas concepções encontradas leva em consideração o fato de o aluno e o professor também estarem separados no tempo. O mesmo ocorre com a concepção apresentada por Moore & Kearsley (2007):

Educação a distância é o aprendizado planejado que ocorre normalmente em um lugar diferente do local de ensino, exigindo técnicas especiais de criação do curso e de instrução, comunicação por meio de várias tecnologias e disposições organizacionais e administrativas especiais (p. 2).

Já Maia & Mattar (2007) nos dão a seguinte concepção de EaD:

A EaD é uma modalidade de educação em que professores e alunos estão separados, planejada por instituições e que utiliza diversas tecnologias de comunicação (p. 6).

Ao longo do texto esses autores afirmam que a separação pode ser tanto no espaço, com os professores e alunos separados geograficamente, ou seja, não estão no mesmo ambiente no momento de ensino/aprendizagem; assim como no tempo, sendo que a emissão e a recepção da mensagem podem ocorrer em momentos diferenciados.

A separação temporal é uma característica tão importante para a EaD quanto a separação geográfica, pois ela também determinará as características dos diferentes modelos desta forma de ensino/aprendizagem. O fato de ela ocorrer ou não, determinará a estrutura de um curso inteiro, inclusive a maneira como a relação aluno/professores pode é planejada.

Com esta separação temporal o momento em que o professor produz um conteúdo ou o disponibiliza, é diferente do momento em que o aluno irá entrar em contato com ele. É o que se denomina de processo assíncrono. Este processo se contrapõe ao ensino em sala de aula convencional em que professor e alunos estão em um mesmo ambiente no mesmo intervalo de tempo podendo se relacionar em “tempo real”. Este é um processo denominado de síncrono. Como veremos mais a diante, existem alguns modelos de EaD que são síncronos, mesmo seus participantes separados geograficamente, mas as interações entre estes são instantâneas, pois seus participantes não estão separados pelo tempo.

Desta maneira, dentre a grande variedade de concepções deste termo, escolhemos, para este primeiro momento, a definição de EaD dada por Moran (2002), que contempla todos os pontos importantes para a nossa discussão sobre esta modalidade de ensino e que nos ajudará a entender um pouco de sua história. Assim

educação a distância é o processo de ensino-aprendizagem, mediado por tecnologias, onde professores e alunos estão separados espacial e/ou temporalmente. (p. 1)

Estas duas características de separação no tempo e no espaço marcaram grande parte da história da EaD, que não é tão recente como se poderia imaginar. Autores como Litwin (2001), Belloni (1999), Giusta (2003) e Peters (2003) fazem um histórico desta modalidade de ensino no âmbito mundial e Maia & Mattar (2007) e Niskier (1999) estudam a emergência da EaD no Brasil ao longo do século XX. Cada autor tem uma linha de pesquisa e um enfoque da história da EaD diferente, alguns olhando para o desenvolvimento da tecnologia e a influencia nesta modalidade de ensino, outros mais preocupados com os aspectos políticos e econômicos. Neste tópico, discutiremos brevemente a história da EaD em âmbito mundial, pois entendemos que esta acabou influenciando seus desenvolvimentos no Brasil.

Segundo Peters (2003), as primeiras experiências com esta modalidade de ensino se deram ainda no século XIX, principalmente nos países mais industrializados. A instrução normal já não conseguia formar trabalhadores especializados para as indústrias em crescente expansão e cada vez mais sedentas por mão de obra qualificada. Assim surgiu a necessidade de uma modalidade de ensino barata, para quem a administrasse e que atingisse o maior número de alunos possível, mesmo aqueles que estivessem em lugares distantes.

Desta maneira, empresários e editores da época perceberam que era possível lucrar com a grande demanda educacional, explorando as possibilidades da produção e distribuição de materiais que as tecnologias de correios e ferrovias ofereciam, inclusive com a diminuição dos custos.

Assim, surgiu a “primeira onda de EaD” (PETERS, 2003), que era baseada na troca de correspondências entre professores e alunos. Esta primeira onda fez certo sucesso nos países industrializados e ainda em países de dimensões continentais ou de

grandes dimensões como a Argentina, Brasil, Canadá, Austrália e a ex- União Soviética, por poder alcançar a população mais afastada dos grandes centros urbanos.

A correspondência consistia basicamente de material impresso, padronizado e produzido em grande escala para reduzir os custos e que eram distribuídos via correios, aproveitando-se a infra-estrutura das ferrovias. As correções de exercícios ou a respostas às dúvidas dos alunos eram então elaboradas por um professor. Aos alunos cabia a tarefa de estudar os materiais e em caso de dúvidas entrarem em contato com o professor, novamente via correspondência. Devido às grandes distâncias, as respostas demoravam a ir de um ponto a outro. Desta maneira fica clara a separação de espaço e no tempo entre professor e a aluno. Assim esta modalidade de ensino pode ser classificada como assíncrona.

Outra característica marcante desta primeira geração de EaD foi o fato de ter rompido com a tradição de ensino praticada até então, passando da oralidade para a escrita. O paradigma principal na escola presencial regular era o ensino baseado puramente na oralidade, tradição que remonta aos primórdios da prática escolar. A EaD mudou este cenário utilizando a escrita de impressos presentes nos materiais didáticos de apoio e conseqüentemente, a leitura dos mesmos, como meio de instrução. Essa diferença fez com que os primeiros desenvolvedores de materiais para esta modalidade de ensino pensassem em alternativas didáticas para se adaptarem a esta nova realidade. Peters (2003) afirma que as correspondências entre professores e alunos adotaram

em primeiro lugar, a atitude de respostas recíprocas, pela qual se estabelece um *diálogo por escrito*; em segundo lugar, a *locução direta* e, em terceiro lugar, o *tom pessoal* costumeiro em cartas. (p. 49, grifos do autor)

Estas estratégias acabavam criando um vínculo entre professor e aluno que diminuía a sensação de distância entre eles. Porém, estas características se afastavam muito do modo acadêmico de ministrar aulas do ensino superior, o que ajudava a criar certo preconceito com relação à educação a distância (PETERS, 2003), mas este não era o único motivo para isso.

Como tinha o caráter de suprir as necessidades de alunos que não tiveram uma formação regular adequada, que muitas vezes voltavam a estudar na idade adulta, a EaD foi, por muito tempo, considerada de baixa qualidade e para as “massas”, e a pesquisa

sobre esta modalidade de ensino não era considerada de grande relevância para o meio acadêmico, como salienta Peters (2003). Maia & Mattar (2007) afirmam que houve grande resistência com relação aos cursos universitários e foram poucas as experiências duradouras nesta modalidade de ensino. Além de tudo, as primeiras experiências de EaD eram consideradas apenas técnicas, e que proporcionavam apenas uma formação profissional para os alunos, longe da concepção humanista de educação que prevalecia na época. Ainda segundo Peters (2003),

a instrução por correspondência, que acompanhou a industrialização do trabalho, preenchendo lacunas e compensando as deficiências do sistema educacional, especialmente no treinamento profissional, e facilitando o primeiro curso alternativo (um segundo) para a entrada na universidade. (p. 46)

Esta tendência de EaD foi predominante em quase todo mundo até o final da década de 1960, quando surgiu na Grã-Bretanha uma nova geração de cursos. Com financiamento governamental, e se apoiando em mídias de massa, nasceram as primeiras Universidades Abertas, com destaque para a *Open University*. O grande financiamento público possibilitou a elaboração de materiais didáticos de alta qualidade que seriam veiculados no rádio e principalmente na televisão.

A necessidade por uma educação em nível superior era a força propulsora desta nova geração. As universidades não estavam mais dando conta da crescente demanda de estudantes, e as Universidades Abertas surgiam como uma alternativa para a democratização do ensino superior. Segundo Peters (2003), estas universidades abertas se caracterizaram por um

considerável progresso na criação e no acesso à educação superior para grupos maiores de adultos, experimentação pedagógica, a aplicação cada vez maior de tecnologias educacionais, a introdução e a manutenção de aprendizado aberto e permanente e o início da educação superior em massa. As conseqüências destes avanços são inestimáveis: tornaram a educação a distância ainda mais relevante do que antes. (p. 32)

Estes alunos se caracterizavam por já serem adultos e estarem inseridos no mercado de trabalho, necessitando assim de uma maior flexibilidade com relação ao curso e seus horários. Além disso, a aprendizagem era feita sem a interrupção das atividades profissionais. Segundo Peters (2003),

a educação a distância nos anos 70, 80 e 90, que ajudou as universidades nos países industrializados e nos países em desenvolvimento a canalizarem um crescente número de alunos que não completaram o segundo grau para a educação superior. Não apenas expandiu a capacidade das universidades, como também desenvolveu novas formas de combinação de trabalho e estudo, introduziu estudos universitários regulares na educação de adultos e inspirou e efetuou importantes inovações pedagógicas. (p. 46)

A utilização do rádio e da televisão, mídias de massa, fez com que a EaD alcançasse um número bem maior de alunos do que na sua primeira geração, via correspondência impressa. Além disso, estes alunos contavam com centros de apoio presenciais, em que poderiam tirar suas dúvidas com professores ou tutores do curso. Existe aqui um retorno da oralidade para a EaD. Quando feita a distância, o aluno é apenas um ouvinte, não tem como conversar com o professor ou apresentador que fala no rádio ou na televisão. Sua participação se torna mais ativa através da fala apenas nos encontros presenciais com os tutores. Mas ainda, nesta tendência, temos uma forte participação da escrita, por meio dos materiais escritos, que tem a função de complementar as palestras.

Nesta modalidade de EaD, apesar da oportunidade de alguns encontros presenciais, professores e alunos ainda estão separados pela distância e também no tempo, sendo, portanto, uma modalidade de EaD predominantemente assíncrona, com alguns momentos síncronos.

Iniciativas como a da *Open University* contribuíram não só para o desenvolvimento de tecnologias para a EaD e da utilização de tecnologias de comunicação para “alcançar” um número maior de alunos. Tudo isto foi aliado a cursos de qualidade reconhecida pelos meios acadêmicos e de pesquisa. Giusta (Giusta & Franco, 2003) acredita que a *Open University* ajudou a consolidar o *status* da EaD como uma modalidade de ensino superior de qualidade, que não visa apenas à formação

técnica de mão de obra, mas a todos os tipos de formação exigidas pelo mercado de trabalho.

Autores como Peters (2003) e Maia & Mattar (2007) afirmam que a utilização da tecnologia da informática nesta mesma estrutura utilizada pelas universidades abertas, causou uma terceira revolução na educação a distância. Esta passa a acontecer em um novo território, o espaço virtual de aprendizagem, com a utilização de banco de dados, hipertextos, *softwares* de simulação entre outros.

A entrada em cena destas tecnologias da computação provocou mudanças no processo de ensino/aprendizagem com relação ao que estávamos acostumados. Agora este processo

terá de ser aberto, centrado no aluno, baseado no resultado, interativo, participativo, flexível quanto ao currículo, às estratégias de aprendizado e envio e não muito preso a instituições de aprendizado superior, porque pode também se dar nos lares e nos locais de trabalho (*ibid.* p. 42).

O aluno passou a ser o centro deste processo. O ensino deve se basear em suas necessidades intelectuais e profissionais, e em seus interesses, e isto implica a flexibilidade do currículo. O processo de ensino e aprendizado passa a ser mais aberto. Segundo Giusta (2003), este é

o momento em que a matriz epistemológica – a construcionista – fundamenta a defesa de uma proposta de educação mais aberta, flexível, e mais atenta ao contexto sociocultural e às diversidades dos alunos, concebidos como agentes do processo de aprendizagem e da construção do conhecimento. (p. 30)

Belloni (1999) também chama este processo de aprendizagem aberta e a contrapõe a um modelo anterior que chama de Fordista, que é a EaD baseada unicamente em meios de comunicação via correspondência e mesmo via TV e rádio. Este último modelo se baseia na produção de conteúdo para uma grande massa de estudantes, que recebem informações padronizadas. Já com as novas tecnologias de comunicação a aprendizagem pode se tornar aberta, quase que personalizada, pois é o aluno quem direciona seus estudos, escolhendo a forma de o realizar (podendo até integrar os modelos presencial e a distância, de acordo com suas necessidades) e o quê irá estudar baseado em seus centros de interesse.

Se considerarmos apenas a utilização de tecnologia de informática, essa terceira onda somente propiciou um ensino assíncrono, pois o aluno e o professor ainda estão separados no tempo, pois o momento da emissão e da recepção da mensagem ainda é diferenciado. Porém, uma ferramenta de comunicação pode transformá-lo em um ensino síncrono. Estamos falando da utilização da Internet.

A Internet torna possível a comunicação a longas distâncias seja instantânea, em tempo real, isto é, síncrona, não importando quão distante estejam professor e aluno. E ainda, com a utilização de tecnologias relacionadas à informática (como microfones e *webcams*), som e imagens podem ser acrescentados à comunicação entre duas pessoas em tempo real com imagem e som, possibilitando um retorno à oralidade, tão marcante no ensino tradicional.

Professores e alunos passam a se comunicar instantaneamente. Desta maneira, segundo Borba *et al.* (2008)

a ausência física do professor é compensada por uma comunicação intensa, que limita a possibilidade do aluno se sentir sozinho, isolado. Para tanto, suas dúvidas são esclarecidas em curto espaço de tempo, e sua participação é constantemente incentivada. (p. 26)

Este fato provoca grandes mudanças na EaD, pois alunos e professores passam a sentir que a distância geográfica que os separa “diminuiu” e tudo passa a ser feito em um intervalo de tempo cada vez menor. Não há a necessidade de professores e alunos estarem conectados ao mesmo tempo, mas o intervalo entre as mensagens diminui consideravelmente quando comparado ao modelo de EaD apoiado em correspondência via correios como forma de comunicação. A utilização da Internet como a principal ferramenta de comunicação possibilita o surgimento de uma “quarta onda da EaD”. Pois estamos diante de novas possibilidades de ensino e aprendizagem a distância, nunca antes visto.

Peters (2003) afirma que nos momentos históricos da EaD, não houve uma substituição completa de uma tendência por outra, mas uma adaptação à nova realidade. A herança de uma onda pode ser percebida na próxima. Além de tudo, cada tendência utiliza tecnologias presentes em cada época e vem em resposta às necessidades da sociedade num dado momento de desenvolvimento científico e cultural.

Além disso, os momentos ou ondas ou gerações referidos aqui são históricos, amplos e gerais da EaD, já que em cada país ela pode ter tido um desenvolvimento diferente, com a ausência de uma ou mais das etapas apresentadas, dependendo das necessidades e disponibilidade técnica de cada região. Por exemplo, segundo Niskier (1999) no Brasil a primeira experiência com educação a distância aconteceu na década de 1920 com a Rádio Sociedade do Rio de Janeiro que transmitia aulas de Literatura, Línguas, Literatura Infantil etc. Só no início da década de 1940 é que foram criados os primeiros cursos por correspondência do Instituto Universal Brasileiro.

Porém, Maia & Mattar (2007) voltam um pouco mais no tempo e acreditam que as primeiras experiências de EaD no Brasil tenham ocorrido em 1904, com os primeiros anúncios no Jornal do Brasil de cursos profissionalizantes por correspondência. De qualquer maneira, estas primeiras experiências com EaD se restringiam apenas as grandes capitais, outras regiões só tiveram acesso a esta modalidade de ensino na segunda metade do século XX.

4.2 Alguns modelos de Educação a Distância

Estas tendências discutidas no item anterior são gerais, e não quer dizer que cada uma delas tenha sua realização limitada a um momento histórico. O que aconteceu é que em cada uma delas, existe uma variedade de outros modelos, que têm características diferentes, e algumas adaptações feitas às realidades onde são seguidas. Peters (2003) identifica oito grandes modelos que permearam a história da EaD.

Discutiremos as características principais de cada um desses modelos a seguir, mas antes gostaríamos de dizer que eles não são os únicos, dão apenas algumas idéias gerais do que pode ser feito em cada uma das tendências. Além disso, esta discussão dos modelos servirá, mais adiante neste trabalho, para categorizar o modelo utilizado no Programa de Educação Continuada (PEC) Formação Universitária Municípios.

A maneira como apresentaremos estes modelos segue a ordem das tendências discutidas no item anterior, ou seja, os primeiros modelos utilizavam recursos tecnológicos de comunicação por correspondências, em seguida os baseados em mídias de massa e, por último, os que se apóiam nas tecnologias de informática e na internet.

Em alguns, é possível perceber características de mais de um recurso utilizado em cada modelo. Além disso, não significa que exista uma ordem qualitativa entre estes modelos, cada um tem seu valor, e é mais adequado a determinadas situações e ao público a que se destina.

Começamos pelo modelo que Peters (2003) chama de **Preparação para Exame**. Este é um modelo que tem como objetivo preparar o aluno para o exame que confere grau em uma universidade. Através dele, e por meio de correspondência, o aluno ficava sabendo como era o exame e recebia a indicação de uma bibliografia básica para seus estudos. Este não tem nenhuma atividade didática, e servia apenas para aconselhar o aluno sobre que fazer. Esta forma de EaD é muito interessante, segundo Peters (*Ibid.*), pois é o modelo de “aprendizagem independente, ou autônoma, em sua forma mais pura.” (p. 74).

O modelo de **Educação por Correspondência** é o mais antigo da EaD. Ele é simples e barato, pois após a elaboração do material, já vai para uma gráfica que o produz larga escala. Além disso, desenvolveu inúmeras abordagens pedagógicas específicas, pois está baseado apenas na escrita e voltado para alunos que realmente estão à distância e que não frequentam universidades. Segundo Peters (*Ibid.*), este modelo viria a ser uma fonte rica de *insights* pedagógicos para os modelos de EaD que estão baseados na informática.

Segundo Giusta (2003), este modelo de ensino a distância por correspondência também tinha função de formar mão de obra especializada, com cursos técnicos que visavam formar o aluno para trabalhar em uma profissão específica. Segundo Maia & Mattar (2007), esta foi a primeira função desempenhada pela EaD no Brasil, formar mão de obra especializada através de cursos profissionalizantes. No mesmo período eram famosas as chamadas escolas internacionais, que normalmente eram instituições norte americanas que ofereciam cursos de línguas.

No final dos anos 1960 entre em cena o **Modelo Multimídia**. Sua característica mais marcante é o uso regular e integrado do rádio e da televisão com o material impresso de acompanhamento. Neste modelo, são criados os centros presenciais de apoio ao estudante, que podem entrar em contato com os tutores e monitores. Este é o modelo das universidades abertas, que levaram o ensino a distância a outro patamar de qualidade de educação.

Se levarmos em consideração apenas os cursos que utilizavam o rádio como meio principal de comunicação, este modelo começou no Brasil, segundo Maia &

Mattar (2007), no ano de 1934 com a criação da Rádio Escola, no Rio de Janeiro. Em 1939 é criada, também no Rio de Janeiro a Rádio Monitor e em 1947 o SESC e o SENAC criam a Universidade do Ar, todos ofereciam cursos à distância via rádio.

O modelo de **Educação a Distância em Grupo** é bem semelhante ao anterior, pois está apoiado no rádio e na televisão. Porém, aqui a palestra é transmitida para centros de estudos, e depois discutida por grupos de alunos com a ajuda de um coordenador local. O único material impresso desenvolvido são as notas de aula que servem para ajudar o acompanhamento das transmissões por rádio ou televisão. Peters (2003) considera que este, na verdade, não chega a ser um modelo de ensino a distância, mas sim uma “forma de educação convencional tecnicamente estendida” (p. 78), pois não existe uma metodologia própria, mas uma reprodução do ensino presencial normal, com a desvantagem de não haver o contato direto entre professor e aluno. Este é um modelo muito usado na China.

Este foi o modelo de EaD que ganhou maior popularidade no Brasil e seu grande representante é o Telecurso 2000. Criado em 1977 pela fundação Roberto Marinho, oferece cursos de educação supletiva para o ensino fundamental (MAIA & MATTAR, 2007). Este modelo utiliza livros, vídeos e transmissões via TV e oferece salas de aula em todo o país para que os alunos assistam as transmissões, acessem o material de apoio e discutam os conteúdos das aulas.

No modelo do **Aluno Autônomo**, assim como no modelo por correspondência, o aluno é responsável por organizar sua aprendizagem. Mas aqui, suas responsabilidades aumentam, pois eles, os alunos, são responsáveis por montar suas grades curriculares, a determinação dos propósitos e objetos de seus cursos, a seleção dos conteúdos, pelas estratégias e mídias que irão utilizar (se o curso será feito em sua maioria a distância ou presencial) e pela sua própria avaliação. Estes alunos passam frequentemente por entrevistas presenciais com os professores, que têm a função de orientá-los em suas escolhas. Exatamente por este motivo, os professores não podem ter muitos alunos sob sua responsabilidade, o que acaba aumentando os custos deste modelo.

Para Peters (2003) o modelo de **Educação a Distância Baseada na Rede**

torna possível trabalhar em um ambiente informatizado de aprendizagem...Podem trabalhar on-line ou off-line...Podem participar de seminários, workshops, reuniões com tutores e com

orientadores, grupos de estudo ou grupos para realização de projetos, todos virtuais, e bater papo com seus colegas. (p. 80)

Este é um modelo que se apóia tanto no computador quanto na internet e em hipertextos, é multimídia e possibilita a utilização de diferentes ferramentas, inclusive as de busca.

Entendemos que neste momento é interessante discutirmos a idéia de **EaDOnline** desenvolvida por Borba, Santos e Zullato (2008) e que ao mesmo tempo se aproxima bastante do modelo de Educação a Distância Baseado na Rede mas se diferencia em um aspecto que consideramos importante. Para estes autores EaDOnline é entendida como “a modalidade de educação que acontece primordialmente mediada por interações via internet e tecnologias associadas” (*ibid.* p. 15).

Estes autores se baseiam na diferenciação de Belloni (1999) dos termos interação e interatividade, estando o primeiro relacionado, como veremos no próximo item, a forma como duas ou mais pessoas se relacionam, enquanto interatividade está relacionada a possibilidade de se interagir com uma máquina. Para Borba, Santos e Zullato (2008) estas interações entre pessoas via internet são fundamentais para o processo de ensino/aprendizagem a distância.

Desta maneira, entendemos que este é um momento de mudarmos a definição de EaD que será utilizada neste trabalho. A princípio tínhamos optado pela definição apresentada por Moran (2002), mas acreditamos que ela não contempla esta questão da intensa comunicação entre os participantes, o que pode diminuir a sensação de separação tanto geográfica quanto temporal. A partir deste momento utilizaremos a concepção de EaDOnline, pois estamos interessados em analisar as interações entre professores e alunos em um conjunto de dez Videoaulas de matemática do PEC – Formação Universitária Municípios II.

O modelo de **Ensino em Sala de Aula Estendido Tecnicamente**⁷ é muito popular nos Estados Unidos e é uma variação do anterior. Este é um modelo síncrono que transmite uma aula realizada em uma universidade tradicional⁸ e que faz parte de algum de seus cursos regulares presenciais para outras localidades, via internet. Segundo Peters (2003), trata-se do modelo de Educação a Distância em Grupo, mas

⁷ Um exemplo deste modelo, que foi realizado de maneira assíncrona, pode ser conferido no site: <http://academicearth.org>, [acesso em 02/2009] que contem aulas e cursos de algumas das principais universidades americanas.

⁸ Tradicional no sentido de ter um campus real e estar voltada para o ensino presencial, e não no sentido de ter aulas tradicionais.

com a possibilidade da participação, limitada, de alunos de outras localidades. Uma das críticas que este mesmo autor faz a este modelo é a de não existir uma didática própria para a educação a distância, mas sim uma transmissão via internet de uma aula presencial e complementa sua crítica afirmando que

os experimentos mais interessantes e pedagogicamente úteis não são os que se restringem a imitar o ensino em sala de aula, mas aqueles que deliberadamente colocam em prática funções individuais e particulares em um sistema global de ensino a distância on-line.

(p. 83)

Feito este breve estudo sobre a Educação a Distância partiremos a seguir para o segundo ponto principal para nossa análise: a interatividade.

4.3 Interatividade e Diálogo

Um dos termos mais comuns no mundo informatizado é o da Interatividade. Existem programas de computador interativos, jogos interativos, páginas na internet interativas, exposições de arte interativas, TVs interativas, e até, como vimos no tópico anterior, modelos interativos. O termo interatividade, praticamente desconhecido há quarenta anos (SILVA, 2000), hoje passou a fazer parte do vocabulário das pessoas. E com a entrada em cena das tecnologias de informática e comunicação como mídias predominantes na EAD, a idéia de interatividade passou também a habitar com freqüência os estudos sobre esta modalidade de ensino. Mas, o que realmente significa interatividade? Qual o seu significado em EAD?

Para Belloni (1999), a interatividade é a característica principal das tecnologias de informática e comunicação. Para a autora, esta característica técnica, “significa a possibilidade de o usuário interagir com uma máquina” (p. 58). A caracterização feita por Belloni leva em consideração a diferenciação entre os termos interação e interatividade. O primeiro, de cunho sociológico, é a ação recíproca de dois ou mais participantes, que podem ou não estar separados por um meio, uma mídia.

O segundo termo tem dois significados distintos, mas que em muitos casos são confundidos como sendo o mesmo. Interatividade tanto pode ser a potencialidade técnica oferecida por determinado meio (CD-ROMs, hipertextos, jogos informatizados, etc.) e também pode ser entendida como “a atividade humana, do usuário, de agir sobre a máquina, e de receber em troca uma ‘retroação sobre ele’” (p. 58).

Ou seja, quando estamos lidando com o contato entre pessoas, estamos na verdade, falando de interação (BELLONI, 1999). A partir do momento em que analisamos as potencialidades técnicas de uma mídia, ou a “atividade humana” sobre ela que irá provocar uma resposta, ou a produção de uma nova mensagem, estamos nos referindo a interatividade.

Em seu estudo, Silva (2000) defende que a interatividade na verdade é um “processo de reconfiguração das comunicações humanas em toda a sua amplitude” (p. 11). Ou seja, ela não é apenas fruto de tecnologias da informática e da comunicação, mas faz parte de um novo paradigma comunicacional, em que a recepção passiva da mensagem pronta, fechada, é substituída pela autonomia de busca e a possibilidade de maior participação do receptor.

A interatividade, segundo este mesmo autor, é sim um “fenômeno da ‘sociedade da informação’” (p. 10), porém ela se manifesta nas esferas tecnológica, mercadológica e social. Isto reforça a sua tese de que a interatividade é mais do que um mero produto de novas tecnologias, é uma postura emergente dos seres humanos. Produtos personalizados, obras de arte que precisam de uma maior participação do expectador⁹, os restaurantes *self service* onde os clientes “montam” seus próprios pratos são exemplos de práticas que refletem esta aspiração a uma maior participação das pessoas no mundo que as cerca. Uma maior aspiração à interatividade.

Partindo do referencial da comunicação e da pós-modernidade, Silva (2000) afirma que na verdade, a interatividade é um tipo específico de interação. Este último termo tem sua origem na física e foi incorporado pela sociologia e a psicologia social e na área da informática se transmuta para o termo interatividade.

Para Silva (2000), a interatividade é constituída de três binômios fundamentais, a saber: a Participação-Intervenção; Bidirecionalidade-Hibridação e a Permutabilidade-Potencialidade. O primeiro, diz respeito à possibilidade de participação do receptor de uma mensagem que deixa de ter o caráter fechado e intocável para se reconhecer “o caráter múltiplo, complexo, sensorial e participativo do receptor, o que implica

⁹ O autor cita as artes digitais e a obra Parangolé de Hélio Oiticica como dois exemplos deste tipo de arte.

conceber a informação como manipulável, como ‘intervenção permanente sobre os dados’” (p. 109). O receptor tem a possibilidade de escolher como receber a mensagem e o que irá receber.

A partir do momento em que o receptor tem a possibilidade de participar e intervir na mensagem passa a existir uma “mão dupla” no processo de comunicação, que deixa de ser unidirecional para se transformar em bidirecional. Assim, ao receber uma mensagem este receptor responde a ela, criando uma nova mensagem, que é um híbrido da primeira, não é mais a mensagem original, mas uma transformação desta que produz nova informação. E em cada etapa desta comunicação, que pode ser entre dois sujeitos ou entre uma pessoa e uma obra de arte ou mesmo entre um usuário e seu computador, uma nova mensagem é criada, sendo sempre um híbrido das anteriores. Entra em cena a noção de co-autoria, pois neste processo, o receptor da mensagem torna-se um co-autor dela.

O terceiro eixo da interatividade encontra o seu terreno mais fértil na informática, principalmente na internet. Um hipertexto permite uma grande liberdade de navegação, é possível percorrer diferentes caminhos, *links*. Este movimento pelo hipertexto possibilita a ampla combinação de caminhos que um usuário pode percorrer (permutabilidade), e cada caminho gera a possibilidade de uma “narrativa possível”, diferente daquela imaginada por outros usuários (potencialidade).

Para Silva (2000) estes três eixos compõem a interatividade em sua essência, e não apenas no campo da comunicação, mas em todos os processos em que eles aparecem. Vista desta maneira, a interatividade provoca uma redefinição dos papéis do emissor e do receptor de uma mensagem. O segundo passa de uma postura passiva, de receber “pacotes” de informações prontas, para uma participação ativa no processo de produção de significados. O primeiro, ao emitir a mensagem, tem que levar em consideração desta condição do receptor e favorecer a sua participação, assim o emissor

disponibiliza a possibilidade de múltiplas redes articulatórias: não propõe uma mensagem fechada, ao contrário, oferece informações em redes de conexões permitindo ao receptor ampla liberdade de associações e de significações. (p. 167)

Desta maneira, a comunicação se transforma em uma participação conjunta da emissão e da recepção da mensagem, “o emissor é um receptor em potencial e o

receptor é um emissor em potencial” (*ibid.* p. 158), a participação de ambos é fundamental. Mas esta participação, em um processo educativo, não pode se resumir a um simples sim ou não do aluno em resposta ao professor. Para Silva (*ibidem*, p. 158), participar é “muito mais do que escolher uma opção dada; participar é modificar, é interferir na mensagem”. E ainda complementa que

neste ambiente, o professor não mais se limita ao falar-ditar e se apresenta como propositor da participação livre e plural, provocador do diálogo que disponibiliza e articula múltiplas informações. (p. 167)

Este autor chama este ambiente de Sala de Aula Interativa, e esta pode ser tanto presencial quanto a distância. Neste ambiente, a participação do aluno é fundamental e, como já foi dito, não apenas para responder “sim” ou “não” a formulações prontas, mas para expor as suas idéias e contribuir para a construção do conhecimento juntamente com seus colegas e o professor. A Sala de Aula Interativa baseia-se na vivência coletiva e na expressão e recriação da cultura e do conhecimento escolar. Assim, o falar-ditar do professor perde seu lugar de destaque e os outros participantes deste processo ganham voz. O conteúdo escolar não é mais transmitido, mas discutido, modificado, construído por todos.

O professor, na sala de aula interativa

pode garantir a confrontação coletiva e a aprendizagem atentando para a teia de interações constituída por ele mesmo, pelos alunos, conteúdos curriculares e instrumentos pedagógicos (meios de comunicação, equipamentos de ensino, etc.). Ao mesmo tempo, garante a materialidade da ação comunicacional disponibilizando e provocando a participação livre e plural, o diálogo e a articulação de múltiplas informações e conexões (*ibidem*. p. 174).

Para Silva (2000) uma das maneiras de se criar uma sala de aula interativa é através do diálogo. Moore & Kearsley (2007) ao abordarem a questão da interatividade em cursos à distância entendem que ela acontece em diferentes âmbitos como nas inter-relações entre as pessoas que participam deste processo, no caso o professor e os alunos. Os primeiros com o conteúdo do curso e ainda dos alunos com seus colegas de curso. Para estes autores, o diálogo não pode ser entendido como sendo o mesmo que uma

interação, mas é fundamental para entendermos as inter-relações entre professores e alunos através das palavras. Ainda para Moore e Kearsley (2007)

o termo *diálogo* é empregado para descrever uma interação ou uma série de interações tendo qualidades positivas que outras interações podem não ter. Um diálogo tem uma finalidade, é construtivo e valorizado por cada participante. Cada participante de um diálogo é um ouvinte respeitoso e ativo; cada um contribui e se baseia na contribuição do outro(s) participante(s)... O direcionamento de um diálogo em um relacionamento educacional inclina-se no sentido de uma melhor compreensão do aluno. (p. 241)

Eles entendem que, mesmo não podendo ser confundido com a interação, o diálogo é fundamental para se entender um tipo específico de interação, aquele que estuda a participação das pessoas envolvidas na situação de ensino/aprendizagem. Outro autor que utiliza a metáfora do diálogo para tratar da interatividade é Pierre Lèvy.

De uma maneira geral, para Lèvy (2000, p. 79), o termo interatividade é usado para “ressaltar a participação ativa do beneficiário de uma transação de informação” Mas, o autor se pergunta se em algum momento o receptor de uma informação é um sujeito passivo no processo de se apropriar de uma mensagem. É possível um receptor ser um sujeito passivo e receber a informação em seu sentido puro pretendido pelo emissor, sem alterá-la?

Lèvy entende que não, pois até mesmo um telespectador em frente ao seu aparelho de TV sem controle remoto “decodifica, interpreta, participa, mobiliza seu sistema nervoso de muitas maneiras, e sempre de forma diferente de seu vizinho” (p. 79). As experiências e conhecimentos prévios, suas opiniões e crenças, tudo isso irá influenciar na maneira como o indivíduo que recebe a mensagem irá se reapropriar da informação nela contida. Desta maneira, segundo Lèvy (*Ibid.*), toda vez que o receptor tem a oportunidade de reapropriar e recombina uma mensagem enviada por um emissor, estamos diante da interatividade.

Assim, este termo passa a ter uma gama maior de exemplos que se encaixam em sua definição, como é o caso da já citada TV sem controle remoto. Mesmo sentado em sua poltrona o telespectador participa ativamente do processo de reapropriação da mensagem emitida. Este exemplo mostra que há interatividade mesmo quando um dos lados da comunicação, a TV, emite sua mensagem já pronta e não é influenciada pelo

outro canal que está aberto a interatividade, no caso, o receptor desta mensagem, o telespectador.

Porém, também é possível falar de interatividade quando os dois lados da comunicação estão participando deste processo. Este é o caso do telefone que é uma mídia interativa que permite

o diálogo, a reciprocidade, a comunicação efetiva, enquanto a televisão, mesmo digital, navegável e gravável, possui apenas um espetáculo para oferecer (Lèvy, 2000, p. 80).

Isto significa que os dois (ou mais) participantes de uma conversa telefônica são mutuamente influenciados pela participação do outro, a resposta de um depende do que o outro irá falar, a reação de um depende da reação do outro, a conversa pode tomar rumos não previstos pelos participantes. Além de se reapropriar e recombina a informação recebida, um participante obriga o outro a também passar pelo mesmo processo, e esta dialética continua até o fim da conversa. Existe um processo de hibridação da mensagem, utilizando o termo de Silva (2000) da mensagem. Mas é importante lembrar que o telefone permite apenas um meio de comunicação, a oralidade, a informação visual das reações das pessoas é toda perdida.

Outro exemplo de mídia interativa são os Jogos Eletrônicos. Podemos dizer que estes “reagem” às ações do jogador, que por sua vez também reage ao cenário com que se depara no jogo. Como no caso do telefone, temos dois sentidos na interação, o jogador e o jogo, mesmo que este tenha uma gama de cenários que, apesar de grande, não podemos esquecer, é finita e limitada ao que os programadores tinham em mente ao desenvolver o jogo. Mesmo assim, esta mídia se aproxima muito mais do modelo de interatividade disponibilizada pelo telefone do que a da que é disponibilizada pela televisão.

Nos jogos eletrônicos, quando temos mais de um jogador participando, podemos dizer que o grau de interação aumenta. Neste cenário, além de reagir aos estímulos do jogo, o jogador tem que reagir ao comportamento de seu adversário que também reage aos seus movimentos, criando um processo dialético.

Apesar de se aproximarem em muitos sentidos (como depender da resposta do outro para elaborar uma resposta ou ação), o telefone e os jogos eletrônicos têm suas diferenças quando analisamos a interatividade disponibilizada por estas duas mídias. No primeiro, vamos imaginar uma conversa entre duas pessoas, A e B. Ao falar no fone A

manda uma mensagem para B, este, ao receber, cria uma imagem mental de A com base em seu conhecimento prévio tanto de A quanto do tema da conversa, e ainda na nova mensagem recebida. Com base nestas informações, B irá conceber e enviar sua resposta para A, que irá passar pelo mesmo processo que B. Em cada passo desta conversa o interlocutor cria uma imagem mental da pessoa que está do outro lado do fone. “Com o telefone, a imagem reatualizada da situação deve ser constantemente reconstruída pelos parceiros, cada um por si e separadamente” (LÈVY, 2000, p. 81).

No caso dos jogos eletrônicos, esta imagem mental do outro participante não precisa ser criada pelo jogador, pois ela pode visualizá-la na tela. A cada ação dos jogadores, uma nova imagem é criada imediatamente e, além disso, todos os jogadores presenciam a mesma imagem, o que não acontece em uma conversa telefônica. O universo virtual do jogo parece ser quase ilimitado, desde que fique restrito às suas circunstâncias.

Por outro lado, o som que uma pessoa escuta ao telefone é a de seu interlocutor que está do outro lado do fone. O som que se ouve no fone não é uma representação virtual daquela pessoa. O telefone possibilita que as pessoas tenham um contato “corporal” entre si já que coloca em contato a manifestação física de cada um dos interlocutores, criando uma dimensão “afetiva” neste tipo de interação, o que não acontece nos jogos eletrônicos. Assim, Lèvy (2000) conclui que

a comunicação por mundos virtuais é, portanto, em certo sentido, mais interativa que a comunicação telefônica, uma vez que implica, na mensagem, tanto a imagem da pessoa como a da situação, que são quase sempre aquilo que está em jogo na comunicação. Mas, em outro sentido, o telefone é mais interativo, porque nos coloca em contato com o *corpo* do interlocutor. (p. 81)

Estes exemplos discutidos mostram que é possível encontrar várias mídias que se encaixam perfeitamente nesta definição de interatividade dada por Lèvy. Porém, pudemos perceber que estas são muito diferentes entre si, e parece que a interatividade possibilitada por cada uma delas não é a “mesma”. Pensando nisso, Lèvy (2000) classificou a interatividade em três tipos diferentes: **Difusão Unilateral, Diálogo ou Reciprocidade e Diálogo entre vários participantes.**

A **Difusão Unilateral** tem como exemplo maior a televisão, ou todas as mídias similares como é o caso do rádio, cinema, etc. Ela ocorre quando apenas um dos lados

da comunicação está emitindo uma mensagem, que não pode ser alterada pela presença de um receptor. Este só pode receber a mensagem, e dela se reapropriar e recombiná-la em sua estrutura mental. Porém, o receptor não pode dar um “retorno” ao emissor da mensagem, não pode influenciar diretamente o que será emitido. Lèvy (2000) chega a incluir nesta categoria também os jogos de videogame com apenas um jogador. Isto é possível, pois as reações do jogador estão limitadas ao universo do jogo, mesmo que aquele possa responder às mensagens emitidas por este.

O **Diálogo ou Reciprocidade** diz respeito a uma comunicação entre dois participantes, em que eles podem influenciar o andamento de todo o processo. É o caso da conversa telefônica que discutimos anteriormente, mas outros tipos de mídias também podem ser classificadas como um diálogo, como é o caso de uma troca de correspondência entre duas pessoas (tanto virtual quanto no modo tradicional via correio), uma videoconferência entre dois participantes, ou mesmo um diálogo em um mundo virtual, ou seja, um *chat* entre duas pessoas.

Em todos estes casos, uma fala influencia diretamente a resposta do interlocutor, que irá levar em consideração também seus conhecimentos prévios do assunto e sobre a pessoa com quem conversa para elaborar a sua resposta. No Diálogo podemos perceber uma participação mais efetiva dos dois participantes em todo o processo.

O **Diálogo entre Vários Participantes** é muito semelhante à categoria anterior, porém com a diferença do número de participantes. Como exemplos desta modalidade de interatividade, podemos citar as redes de correspondência entre várias pessoas, os grupos de discussão *on-line* e videoconferências multiponto com a participação efetiva de todos. Nestes exemplos, a relação dialética de influência mútua é muito mais complexa devido ao número de participantes.

É interessante notar que esta definição e, conseqüentemente, a categorização de Lèvy é muito mais ampla que a definição de Silva (2000). Segundo os critérios deste segundo autor, a *difusão unilateral* não seria uma comunicação interativa, pois entendemos que esta não contempla os binômios bidirecionalidade-hibridação e potencialidade-permutabilidade. A comunicação na *difusão unilateral* é apenas de uma via, a do emissor para o receptor, e este não tem a oportunidade de devolver a mensagem modificada (híbrida), além disso, não existem caminhos possíveis a serem seguidos, mas apenas aqueles pré-definidos pela transmissão, não havendo possibilidades de caminhos diferentes a serem percorridos por receptores diferentes.

Portanto, neste trabalho entendemos a interatividade da mesma maneira como Silva (2000) a definiu, qual seja, toda comunicação que contemple os binômios bidirecionalidade-hibridação, participação-intervenção e potencialidade-permutabilidade. Mas, também utilizamos a metáfora do diálogo que Lèvy (2000) aborda. O próprio Silva (2000) afirma que o diálogo é um dos recursos mais interessantes para uma sala de aula interativa.

Nos capítulos precedentes vimos a importância do diálogo para a educação e em particular para a educação matemática. Em seguida discutimos três exemplos de diálogos que tiveram grande importância para a história da matemática. Agora chegamos ao ponto em que o diálogo ganha importância na Educação a Distância (EaD). Nesta modalidade de ensino, o diálogo aparece como uma forma de interação entre seus participantes, seja, de maneira assíncrona ou mesmo síncrona. Neste momento nos resta a pergunta: conseguimos encontrar indícios de que o diálogo realmente ocorre em um curso de formação de professores em matemática a distância? Se o diálogo ocorre, conseguimos detectar pistas dos três binômios da interatividade estudados por Silva (2000)? Buscaremos responder a estas perguntas no próximo capítulo.

5. Diálogos em Aulas de Matemática

Neste capítulo analisaremos momentos escolhidos a partir do estudo de um conjunto de dez Videoaulas (VAs) de matemática, do Programa de Educação Continuada (PEC) - Formação Universitária Municípios II, que foram transmitidas no período de 22 de agosto a 29 de setembro de 2007. Nosso objetivo é discutir a interatividade neste pequeno conjunto de Videoaulas e para isso, utilizaremos o referencial teórico de Silva (2000) sobre este tema, e que foi discutido no capítulo 1. Este autor entende que a interatividade é composta por três binômios, a saber: Participação-Intervenção; Bidirecionalidade-Hibridação e a Permutabilidade-Potencialidade. Tentaremos, a partir da análise deste conjunto de Videoaulas identificar estes binômios. E também se o diálogo entre professor e alunos nos dá pistas destes binômios representativos da interatividade.

Para realizar esta análise na tentativa de responder a estas questões, utilizaremos o referencial teórico do paradigma indiciário de Ginzburg (1990) e, além disso, faremos um contraponto, segundo o referencial de Ferreira (2008), entre o que discutimos nos capítulos anteriores e as VAs. Estes dois referenciais serão discutidos em maiores detalhes mais adiante neste capítulo.

Antes de partirmos para esta análise das VAs, faremos uma descrição do programa PEC- Formação Universitária Municípios II, que segue os moldes e utiliza a estrutura do programa predecessor PEC – Formação Universitária, bem como de seus objetivos e de qual é seu público alvo. Nesta descrição iremos situar o leitor em relação ao modelo

de EaD utilizado por este programa, além de sua estrutura tecnológica, os recursos utilizados e a maneira como as VAs aconteciam.

5.1 Conhecendo o PEC Formação Universitária Municípios II

O Programa PEC Formação Universitária Municípios II, é uma continuação do PEC Formação Universitária. Por isto seus objetivos principais bem como as estruturas tecnológicas, o modo de organização do curso e a metodologia utilizada são as mesmas do programa inicial, se diferenciando apenas quanto ao público ao qual se destinavam: a primeira versão do programa era destinada a professores da rede estadual de ensino de São Paulo, e a segunda aos professores da rede municipal de diversas cidades do estado de São Paulo.

A primeira versão do PEC foi realizada por meio de uma parceria entre a Secretária da Educação de São Paulo com a Universidade de São Paulo (USP), Universidade Estadual de São Paulo (UNESP) e a Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Já na versão oferecida para as redes municipais apenas a Secretária da Educação de São Paulo e a USP participaram do projeto. Todas as universidades participaram da elaboração do programa base do curso e dos materiais didáticos comuns (NICOULAU & KRASILCHIK, 2006).

O objetivo principal do PEC II era oferecer formação universitária, licenciatura plena, para professores efetivos e em exercício das séries iniciais do Ensino Fundamental e de Educação Infantil das redes públicas municipais do Estado de São Paulo. Estes professores tinham, em sua grande maioria, formação de Magistério e não possuíam formação superior (NICOULAU & KRASILCHIK, 2006). A primeira edição do PEC municípios aconteceu entre 2003 e 2004, contou com 41 municípios e formou

cerca de 4500 alunos¹⁰. Nesta primeira versão participaram apenas professores do Ensino Fundamental I.

Segundo Penin (2006), o PEC foi um projeto de formação de professores inovador por quatro motivos principais. O primeiro diz respeito ao oferecimento de formação universitária para um grande número de professores que já atuam nas redes municipais e estaduais e que não a possuem, tendo apenas formação em magistério. Em segundo lugar

porque organiza a programação do curso em blocos temáticos estabelecendo um tratamento interdisciplinar do currículo e facilitando o interesse e a compreensão dos conteúdos por parte dos alunos, assim como o alcance dos objetivos do ensino (PENIN 2006, p. 1).

Esta é a organização de todo o conteúdo do PEC e em especial do curso de matemática. Santos (2006) nos dá uma descrição dos seis blocos temáticos que organizam o curso de matemática:

- 1) Delineando o cenário: unidade introdutória para os demais blocos, discussão sobre o papel da matemática, análise de textos oficiais sobre o ensino de matemática e “reflexões sobre as competências a serem desenvolvidas pelos alunos e sua utilização como critérios para seleção de conteúdos” (SANTOS, 2006, p. 102);
- 2) Conhecimentos prévios, hipóteses e erros: o aspecto principal desta unidade é uma reflexão sobre os “conhecimentos prévios que os alunos possuem e que são construídos dentro e fora da unidade escolar, e às hipóteses que eles são capazes de formular a respeito dos conceitos e procedimentos matemáticos”, a valorização das estratégias pessoais dos alunos ao resolver situações-problema e o erro como importante fonte “para elaboração de propostas adequadas de trabalho com o tema em questão” (*Ibid.*, p. 102);
- 3) Contextualização, resolução de problemas e construção de significados: “reflexão sobre a resolução de problemas como

¹⁰ Informação disponível no site do programa
http://www.rededosaber.sp.gov.br/contents/SIGS-CURSO/sigscFront/default.aspx?SITE_ID=7&SECAO_ID=36 [acesso em 11/2008]

perspectiva articuladora do ensino de matemática e a importância da abordagem de noções matemáticas a partir de contextos significativos para os alunos” (*Ibidem.*, p. 102);

- 4) Demandas dos novos tempos: nesta unidade são abordados temas como o tratamento de informação e o uso de novas tecnologias nas aulas de matemática;
- 5) Valorizando diferentes competências matemáticas: esta unidade teve como objetivo a discussão da necessidade de se valorizar outras competências matemáticas, “tão importantes quanto as competências numéricas”. Para o autor, estas competências são: experimentar, conjecturar, representar, relacionar, comunicar, argumentar, validar entre outros. “Além disso, é um tema que favorece a discussão sobre a relação entre conhecimento matemático, natureza e arte” (*Ibidem.*, p. 103);
- 6) Conexões entre Matemática e cotidiano e entre diferentes temas matemáticos: nesta unidade, escolheu-se o tema grandezas e medidas como tópico central para todas as discussões.

Ainda segundo Santos (2006, p. 103), o foco principal desses eixos temáticos era

orientar o aluno-professor para diferentes aspectos de seu interesse: objetivos do ensino de matemática, conteúdo, abordagem metodológica, materiais didáticos, trabalho em grupo, relação professor/aluno, interdisciplinaridade, dificuldades de aprendizagem, avaliação, etc.

O objetivo final era que o aluno-professor pudesse ter um olhar diferenciado para a lógica da organização curricular da matemática, fato que a organização do curso em blocos de conteúdos (números, operações, geometria, etc.) não possibilita. Segundo Santos (2006, p. 103) estes conteúdos foram abordados nos eixos temáticos, mas como um “recurso para ilustrar e dar significado à discussão proposta”.

O terceiro ponto inovador levantado por Penin (2006) é o fato de o PEC ser fruto do trabalho realizado em parceria entre três universidades paulistas – USP, UNESP e PUC-SP, e que contou com a interlocução da Secretaria da Educação de São Paulo. E por último

o PEC inova porque utiliza-se de mídias interativas e, deflagra um processo que possibilitou em dois anos às três universidades colocarem em patamares, antes inimagináveis para o mesmo período, um número expressivo de professores formados em nível superior (PENIN, 2006, p. 2).

Sem negar a importância do que foi levantado acima por Penin (2006), entendemos que o ponto mais relevante, quando o assunto é a utilização de mídias interativas, não é este. Entendemos que o mais importante foi a possibilidade de os professores/alunos terem a oportunidade de participarem do programa e de obterem uma formação universitária de qualidade em suas próprias cidades, ou na região onde moram e trabalham, sem a necessidade de se deslocarem por grandes distâncias. Talvez, este tenha sido um dos fatores principais para que o PEC tenha tido o alcance que teve em sua versão para os municípios do estado de São Paulo.

Este é um ponto que já foi analisado por Ferreira (2000) em um estudo sobre a utilização da internet como ferramenta para a formação continuada de professores no estado de Mato Grosso. O autor afirma que esta ferramenta foi fundamental para suprir o déficit universitário em algumas regiões daquele estado, que além de não possuírem instituições de ensino superior, ficavam a distâncias de até mil quilômetros de regiões que possuíam estas instituições, o que impossibilitava o deslocamento dos professores que já exerciam sua profissão. Para Ferreira (2000, p. 20)

a Educação à Distância democratiza o acesso à Educação, atendendo alunos dispersos geograficamente e residentes em locais onde não haja instituições convencionais de ensino.

5.2 As Videoaulas

O PEC em si era formado por duas modalidades de ensino: presencial e a distância. A modalidade presencial era realizada em pólos localizados nos municípios que participavam do programa. Nestes pólos ocorriam os acompanhamentos dos professores tutores, que tinham como tarefa auxiliar os alunos, sanar dúvidas e

encaminhar o desenvolvimento dos trabalhos dos mesmos. Era nos pólos onde os alunos realizavam as provas de cada módulo além de atividades programadas e trabalhos monitorados. Estes trabalhos presenciais tinham uma carga horária prevista de 28 horas por semana.

Ainda nestes pólos, se realizavam grande parte dos trabalhos à distância. Esta modalidade contava com a realização de videoconferências (o que comumente ficou conhecido como videoaulas) e teleconferências, além de atividades realizadas pela internet como *chat* e fórum de discussões sobre os temas do curso. No endereço eletrônico do PEC também era possível encontrar uma parte do material de apoio do curso, a outra parte consistia de material impresso.

As videoaulas eram transmitidas de São Paulo, mais especificamente de um estúdio localizado na Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, para os pólos localizados nos municípios via internet. Estas transmissões eram síncronas, ou seja, o professor e os alunos participavam ao mesmo tempo das VAs, a emissão e a recepção da mensagem ocorriam ao mesmo tempo, de forma simultânea.

O estúdio era composto por dois computadores, duas câmeras e um aparelho de televisão onde o professor poderia visualizar as turmas localizadas nos pólos (Figura 4).



Figura 4: O estúdio do PEC de onde eram transmitidas as VAs¹¹

Uma das câmeras presentes no estúdio era direcionada para o professor, e por ela os alunos poderiam visualizá-lo enquanto ele ministrava sua VA. A outra câmera presente no estúdio era denominada câmera de documento, que poderia filmar qualquer tipo de documento que o professor desejasse que os alunos visualisassem, como por exemplo, um livro que poderia ilustrar uma fala (Figura 5).

¹¹ Imagem descarregada no dia 27/01/09 do site:
http://www.rededosaber.sp.gov.br/apresentacao_PECMU.asp

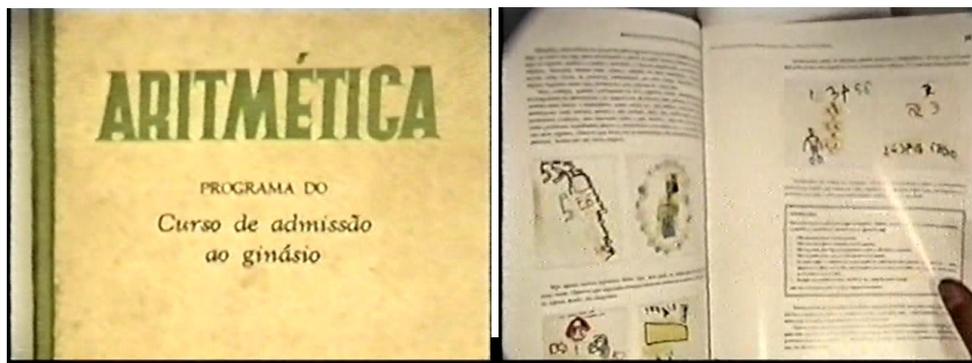


Figura 5: Câmera de Documentos com exemplos de livros que o professor mostrou para as turmas

Enquanto isso, cada pólo contava também com uma câmera que era voltada para toda a turma e que poderia ser manipulada por um controle remoto, sendo possível direcioná-la para os lados e aumentar ou diminuir o foco da imagem. Além desta, existia uma câmera de documentos, que tinha a mesma função da disponível para o professor, assim os alunos poderiam transmitir qualquer imagem de documento para os outros participantes da VA.

Em cada pólo existia apenas um microfone, por meio do qual as turmas poderiam se comunicar com o professor e com as demais turmas localizadas nos outros pólos. Com o intuito de facilitar a comunicação, cada turma elegia um porta-voz, que falava em seu nome transmitindo suas opiniões e contribuições sempre que solicitado, e que serviria de interlocutor do professor e a turma.

Outro recurso também disponível para o professor era a utilização do conteúdo presente em um de seus computadores para os pólos. Desta maneira, o professor poderia transmitir uma imagem, um vídeo, uma seqüência de slides, um *software* educativo ou site da internet para todos que estivessem assistindo a VA. Assim, era possível integrar o conteúdo disponível pelo computador com as transmissões das videoaulas.

É importante ressaltar que quem controlava a emissão de todas as imagens era o professor, ou seja, era ele quem decidia qual imagem seria transmitida na VA. Por exemplo, se o professor estivesse fazendo uma fala para os participantes ele acionava a câmera que filmava a sua imagem. Se no meio de sua fala, o professor precisasse mostrar um exemplo de um livro, bastava apertar um botão em sua “estação de controle” que a imagem transmitida seria a da câmera de documentos. O mesmo poderia ser feito com todas as outras câmeras, inclusive as dos pólos. O professor era uma

espécie de diretor da VA, como um diretor de cinema ou televisão. Era ele quem decidia o que seria visualizado por todos.

Além disso, cada pólo tinha um dispositivo, que poderia ser apertado a qualquer momento, enviando um sinal para a “estação de controle” do professor, indicando que aquela turma o estava chamando. Assim, sempre que sentiam a necessidade, as turmas poderiam pedir a palavra para emitir suas opiniões e contribuições. Este era um importante dispositivo que possibilitava uma comunicação mais efetiva entre as turmas e o professor, pois uma turma não precisaria ficar esperando até que o professor “passasse” pelo pólo para poder emitir as suas opiniões.

Mas é importante deixar claro que quando um pólo chamava, a VA não era interrompida bruscamente e a imagem contava diretamente para a turma que pediu a palavra. Se isto acontecesse a transmissão acabaria ficando muito confusa. O professor é que deveria apertar o botão em sua “estação de controle” referente à turma que o chamou para realmente passar a palavra, desta maneira era possível terminar um raciocínio ou finalizar uma fala antes de iniciar a comunicação com a sala que estava chamando. Este recurso de certa maneira permitia que o professor organizasse as VAs, evitando que todos falassem ao mesmo tempo.

Com base no estudo realizado no primeiro capítulo, acreditamos que as Videoaulas do PEC sigam o modelo denominado por Peters (2003) de Educação a Distância Baseada na Rede, pois está apoiado na Internet como o meio para a transmissão. Porém, situar as VAs apenas neste modelo não descreve duas características de possibilidade de uma maior participação de professores e alunos. Desta maneira acreditamos que este seja um bom exemplo do que Borba, Santos e Zullato (2008) denominam de *EaOnline*, pois as VAs são parte de um modelo de EaD que acontece, em grande parte, mediado por interações entre seus participantes via internet. Além disso, estas interações são síncronas e acontecem por meio de imagens emitidas durante as Videoaulas.

Mas será que o simples fato destas interações serem possibilitadas pelo modelo de EaD utilizado no PEC faz com que as VAs sejam interativas? Conseguiremos identificar os três binômios que segundo Silva (2000) caracterizam a interatividade? No próximo item discutiremos o referencial teórico que nos possibilitará analisar as VAs para tentar responder a estas questões.

5.3 O referencial teórico para a análise das Videoaulas

Feita esta descrição de como eram realizadas as videoaulas do PEC – Formação Universitária Municípios traremos nesta seção dois referenciais teóricos que nos ajudarão em nossa análise das mesmas. Primeiro falaremos do Paradigma Indiciário de Carlo Ginzburg e em seguida, da noção de Contraponto desenvolvida por Teixeira.

Carlo Ginzburg foi quem chamou a atenção do mundo acadêmico para a importância dos pequenos indícios que podem revelar informações fundamentais, que de outra maneira não poderiam ser acessadas por um pesquisador. O Paradigma Indiciário é inspirado em um método desenvolvido por um especialista do século XIX, Giovanni Morelli, para identificar obras de arte falsas. Ginzburg chama a atenção para as similaridades do método de Morelli com o utilizado pelo personagem mais famoso de Arthur Conan Doyle, Sherlock Holmes e mesmo por Freud na psicanálise.

Morelli acreditava que uma maneira muito eficiente de reconhecer obras de arte falsas era examinar os pormenores mais negligenciáveis e que são menos influenciáveis pelas características da escola que pertencia o pintor da obra original. Assim, uma análise deveria se ater àqueles detalhes menos famosos de uma obra como os “lóbulos das orelhas, as unhas, as formas dos dedos das mãos e dos pés” (GINSBURG, 1990, p. 144).

Ao estudar estes pormenores e como eles eram feitos pelos artistas, Morelli foi capaz de identificar diversas obras originais e algumas falsificações, pois muitas vezes os falsários os deixavam passar, ou davam menos atenção a estes pequenos detalhes. Visitando alguns museus europeus, Morelli conseguiu montar um catálogo repleto de minúcias e ilustrações de unhas, pés, mãos, fios de cabelo e identificou a maneira como cada pintor os executava em suas obras. Com base nestes dados ele conseguia identificar as obras verdadeiras, distinguindo-as de suas imitações e mesmo atribuindo obras a seus autores.

Desta maneira, o conhecedor de arte passa a ser comparado ao detetive, que procura pelos menores indícios que o ajudam a chegar às suas conclusões. É exatamente desta maneira que o personagem mais famoso de Arthur Conan Doyle, o detetive Sherlock Holmes, faz as suas descobertas. Holmes consegue descobrir o autor

de um crime baseado em indícios imperceptíveis para a maioria das pessoas como uma pegada na lama, as cinzas de um cigarro, o formato de um lóbulo de uma orelha. Holmes descobriu os criminosos a partir de pequenos indícios incriminadores que passavam despercebidos por todos, inclusive por seus autores.

O terceiro exemplo de utilização do Paradigma Indiciário é o que era utilizado por Freud na psicanálise. Segundo Ginzburg (1990), o psicanalista tinha certa familiaridade com a obra de Morelli, tendo entrado em contato com ela pela primeira vez antes mesmo do desenvolvimento da teoria psicanalítica. Freud não diagnosticava seus pacientes analisando a maneira como eles se sentiam, pois dificilmente um paciente se “abre” de uma forma tão direta. O paciente era diagnosticado a partir de pequenos indícios, sinais que deixam “escapar” inconscientemente, que muitas vezes podem ser considerados pequenos demais, mas que irão revelar o essencial, o âmago da pessoa analisada.

Assim, Morelli, Arthur Conan Doyle e Freud tinham um ponto em comum: todos eram médicos, ou formados em medicina. E esta é uma ciência que se baseia em sintomas, pequenas pistas e indícios que poderão informar a um médico qual a doença de seu paciente, ou seja, é uma ciência que se baseia no paradigma indiciário, e este fato pode ter influenciado o trabalho de cada um deles, seja na análise de obras de arte, na literatura ou na psicanálise. Porém é importante ressaltar que o paradigma indiciário não é fruto do século XIX e começo do século XX, e que suas origens se encontram em um passado mais distante.

Para Ginzburg (1990), esta maneira de se obter informações era utilizada na arte divinatória da Babilônia, pois os mestres adivinhos “liam” as mensagens dos deuses escritas em pedras, manchas de café, ou outros eventos para tentar descobrir como seria o futuro. Outro exemplo interessante é o dos caçadores. Para localizar uma presa, um caçador precisa “ler” a natureza que o cerca, identificando pegadas, cheiros, galhos quebrados. Informações que o permitirão encontrar o animal que procura.

Em todos estes exemplos citados por Ginzburg (1990) a personalidade de um artista ou do autor de um crime ou o diagnóstico de um paciente é procurada onde os esforços pessoais são menos intensos. São os pequenos gestos, que não são tão pensados, que são executados quase que inconscientemente, que revelam as características de uma pessoa. Para Ginzburg (1990, p. 177) “se a realidade é opaca, existem zonas privilegiadas – sinais, indícios – que permitem decifrá-la”. Se não é possível descobrir algo de maneira direta, ela então é procurada de maneira indireta,

através de pequenos indícios. É exatamente isso que Morelli, Holmes, Freud e mesmo mestres adivinhos e caçadores faziam. Para Ginzburg (1990, p. 149), o Paradigma Indiciário é “a proposta de um método interpretativo centrado sobre resíduos, sobre os dados marginais, considerados reveladores”.

Nossa intenção no presente trabalho é identificar a interatividade, segundo definida por Silva (2000), em videoaulas de um programa de formação de professores a distância. Entendemos que não seria interessante verificar a interatividade nestas videoaulas de maneira direta, ainda que isso pudesse se constituir em pesquisa por meio de entrevista de seus participantes, mesmo anos depois de sua realização. Mas não foi este o caminho escolhido no presente trabalho.

Optamos por analisar este conjunto de videoaulas com um olhar diretamente sobre os registros gravados em fitas de vídeo, depois passadas para DVD, procurando pequenos indícios da interatividade. Para isso, olharemos para os momentos de diálogos entre os participantes tentando identificar indícios dos binômios identificados por Silva (2000) que caracterizam o fenômeno da interatividade, quais sejam a participação-intervenção, bidirecionalidade-hibridação e potencialidade-permutabilidade discutidos no primeiro capítulo deste trabalho.

Passemos agora a noção de Contraponto. Teixeira (2007) sugeriu esta noção de Contraponto como uma metodologia de pesquisa inspirada no significado que este termo tem em teoria musical. Assim

o Contraponto em música é a técnica usada na composição, em que duas ou mais vozes melódicas são compostas levando-se em conta, simultaneamente: 1) o perfil melódico de cada uma delas; 2) e a qualidade intervalar e harmônica gerada pela sobreposição das duas ou mais melodias (TEIXEIRA, 2007, p. 39).

Teixeira (2007) utilizou esta metáfora do Contraponto na música, para analisar a entrevista de uma pesquisadora realizada em sua pesquisa juntamente com seu referencial teórico. Desta maneira, nas palavras da própria autora sua intenção era

criar um Contraponto, por meio das considerações da pesquisadora, relacionando às crenças e concepções manifestadas pela nossa entrevistada, e os pontos de vista dos autores, levantados durante a pesquisa (TEIXEIRA, 2007, p. 40).

Na presente pesquisa, procederemos da mesma maneira que Teixeira (2007) utilizando a metáfora de Contraponto, porém em nosso caso, na análise das videoaulas do PEC – Formação Universitária Municípios II. Nosso objetivo ao utilizar esta metáfora é contrapor a análise das videoaulas analisadas com boa parte da teoria discutida nos capítulos precedentes. Desta maneira, ao longo das transcrições dos trechos de diálogos entre professores e alunos, ou mesmo entre alunos, retomaremos alguns pontos que consideramos importantes, tanto da discussão sobre a Educação a Distância, quanto da Interatividade e mesmo dos diálogos.

5.4 O Diálogo à distância: análise de algumas Videoaulas

Nesta seção iremos analisar dois exemplos de videoaulas. A primeira é a videoaula de número seis do dia 14 de setembro de 2007, cujo tema central era *O Cálculo e suas novas demandas*. Nesta videoaula participam o professor de matemática, que a partir de agora será identificado apenas como Professor e cinco turmas, que passaremos a identificá-las pelo nome dos respectivos pólos onde estavam localizadas: Mogi Mirim, Leste Quatro, Itu, Catanduva e Centro Oeste.

A videoaula começa com uma apresentação do professor, que em seguida passa a palavra para cada um dos pólos para saber se cada um está recebendo o som e a imagem da transmissão perfeitamente. O Professor aproveita também para perguntar o nome do interlocutor de cada um dos pólos, que será o porta-voz da turma durante toda a videoaula. Esta prática foi mantida em todas as videoaulas analisadas, para que se conhecesse um pouco mais cada um dos interlocutores e também para que se verificasse se a parte técnica estava funcionando perfeitamente em todos os pólos. .

Após as apresentações, o Professor anuncia o tema da videoaula e propõe a atividade 1 em que as turmas deveriam responder a seguinte pergunta: “em sua opinião, do que depende uma boa habilidade de cálculo?” Em seguida é realizado um pequeno debate conduzido pelo Professor em que cada pólo expõe as suas idéias sobre esta questão.

O trecho que transcrevemos a seguir ocorre logo após este breve debate introdutório com o Professor propondo a seguinte atividade:

Professor: Vocês agora serão convidados a fazerem uma conta com números grandes pensando em formas diferentes, vocês podem pensar na forma que vocês quiserem para fazer essa operação? É uma operação de adição. Pensar nesses procedimentos e eventualmente acrescentar algum comentário. Acredito que vocês façam esta atividade em 5 minutos. Tudo bem com relação à atividade e o tempo para ela?

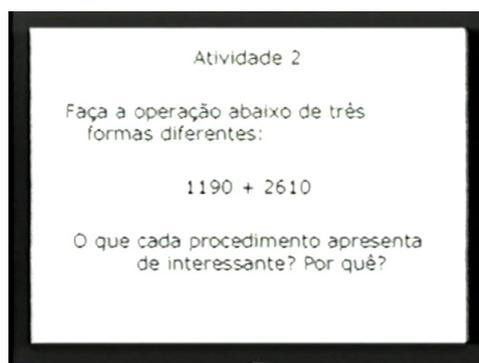


Figura 6: Atividade 2

O Professor faz esta última pergunta e passa a palavra a um dos pólos para se certificar que a atividade foi compreendida e de que o tempo para a sua execução é adequado. Este foi um cuidado tomado em todas as atividades que visavam garantir que os alunos entenderam a proposta. Em uma sala de aula presencial, esta sondagem sobre a compreensão dos alunos sobre uma atividade é mais direta, pois a imagem de um olhar, uma postura hesitante, ou mesmo uma fala parecem suficientes para dar pistas ao professor. Na EaD o professor não tem esta informação de maneira direta, é necessário ir atrás dela a partir de questionamentos e passando a palavra aos pólos. Alava (2002) chama a atenção para esta questão:

O olhar, o contexto, os fenômenos de grupo não são mais os mesmos [na EaD]. Com isso, ele [o professor] tem dificuldade de antecipar e de perceber as falhas no dispositivo. Os professores experientes superam em pouco tempo essa dificuldade, aumentando sensivelmente a fase de contato antes das seções (fase de diálogo antes do curso em tempo real), participando de fóruns de discussão abertos aos estudantes, pedindo fotos dos aprendizes ou supervalorizando as videoconferências. O que está em jogo é a

dinâmica de interação que está no centro da prática de ensino e aprendizagem (p. 64).

As falhas do dispositivo citadas pelo autor podem ser tanto técnicas quanto de compreensão ou comunicação entre os participantes. Um contato direto e freqüente, um diálogo aberto desde o início, pode diminuir este problema. No começo das videoaulas o Professor abre o diálogo com os pólos para se certificar de que não há nenhum problema técnico, se áudio e vídeo estão funcionando corretamente, e no início de cada atividade ele repete esta prática, mas desta vez para verificar se todos compreenderam a tarefa. Após o intervalo de cinco minutos a videoaula prossegue.

Professor: Vamos ver para quem a gente vai perguntar. Pode ser para leste Quatro? Fizeram a conta?

Leste Quatro: Fizemos sim Professor, a colega vai colocar no vídeo. Letra *a* uma conta de cabeça, o resultado sai direto. A letra *b* tradicional dividida em unidade, dezena, centena e milhar. E a letra *c* decompôs os números para dar o resultado. Passo a palavra.

(a) $1190 + 2610 = 3.800$

(b)

m	c	d	u
1	1	9	0
2	6	1	0
<hr/>			
3	8	0	0

(c)

1000
190
2000
610
<hr/>
3800

Figura 7: Resposta de Leste 4

Professor: Ótimo, muito bem. Eu queria perguntar para vocês, se vocês têm uma idéia de como processa o cálculo mental? Na linha *a* vocês disseram que já sai direto o resultado. Vocês teriam alguma hipótese de como seria esta conta? Como uma pessoa faria esta conta usando cálculo mental? Passo a palavra.

Leste Quatro: Nós fizemos mentalmente, pois já estamos acostumadas, então foi pela prática que a gente conseguiu fazer o cálculo mental.

Professor: Então, a gente vai tentar chegar, vou passar para o pessoal de Mogi Mirim para perguntar para eles se fizeram de alguma outra forma e fazer a mesma pergunta, como eles acham que se processa o cálculo mental em casos como esses? Passo a palavra

Mogi Mirim: Olha Professor, nós levantamos algumas hipóteses. Na primeira nós fizemos a operação direta, depois nós fizemos pensando no cálculo mental, é interessante pela ordem

crescente e decrescente, 2000 mais 1000 mais 600 mais 100 mais 90 mais 10. Também fizemos de outra forma, 1000 mais 100 que nós juntamos o 10 com o 90, mais 100 mais 600.

Professor: Vocês não mostraram na tela seus procedimentos mas a descrição de vocês ficou bem clara, e deu para entender bem. Vamos ver agora com o pessoal de Centro Oeste, como é que ficou com este exercício, se eles têm alguma coisa a acrescentar. Passo a palavra.

Centro Oeste: Ficou parecido com o do pessoal de Mogi [mostrando a produção do grupo no vídeo]. Primeiro fizemos por agrupamento. A outra idéia foi arredondar, 1200 mais 2600, e uma outra foi somar 2000 com 1000 e depois 610 com 90. Foram essas as nossas contribuições. Passo a palavra.

Professor: Muito interessante a forma de vocês fazerem. Alguma delas, talvez fosse a que representaria melhor o cálculo mental. Vocês têm alguma hipótese de qual delas seria a mais próxima do cálculo mental ou não? Passo a palavra

Centro Oeste [Após uma breve discussão entre os membros do grupo, respondem]: a primeira, 90 mais 10 igual a 100, 600 mais 100 igual a 700 e dois mil mais mil igual a três mil, é essa aí que em nossa opinião representaria o cálculo mental.

Professor: Muito bem. Então eu também concordo, eu acho que quando a gente faz cálculo mental a gente de alguma forma faz uma operação com imagens mentais que pode ser apoiada até no uso ao material concreto ou então no agrupamento. Passo a palavra para Catanduva.

Catanduva: Boa noite professor, aqui eu, as outras professoras e as nossas crianças, que são nossas alunas contribuíram dessa forma. Elas colocaram uma continha de 1190 mais 2610 armada. Colocaram aproximado e a decomposição. A turma acredita que a maneira mais fácil está dividida entre as alternativas. Algumas acham que é por aproximação e outras por decomposição. Passo a palavra.

$\begin{array}{r} 2.610 \\ + 1.190 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2600 \\ + 1200 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2000 \\ + 1000 \\ \hline 600 \\ + 100 \\ \hline 10 \\ + 90 \\ \hline \end{array}$
<p>Inverter as parcelas</p>	<p>Por aproxima- ção</p>	<p>Decompor</p>
<p>000</p>		

Figura 8: Resposta de Catanduva

Professor: Muito bem. Vocês percebem a diversidade de procedimentos acontecendo aí mesmo né, a professora e as alunas e as crianças fazendo várias projeções de como trabalhar. A gente pode perceber então, que em uma simples conta, como era feita antigamente, com a idéia do arme e efetue, esconde todo um universo de atividades, não é verdade? Eu vou passar para Mogi Mirim que está pedindo a palavra, depois eu volto para ouvir a opinião de Itu. Passo a palavra.

Mogi Mirim: Agora nós conseguimos colocar na câmera de documentos para mostrar nossos procedimentos. Quando nós dividimos em milhar centena dezena e unidade, e a outra hipótese do agrupamento. É só para mostrar professor, o que a gente não tinha conseguido mostrar antes. Passo a palavra.

Professor: Gostei! Hoje a vídeo está bem visual, acho que se a gente conseguir continuar assim, eu sei que dá trabalho, mas isso torna a nossa conversa, a nossa comunicação, mais eficiente. Muito obrigado ao pessoal de Mogi Mirim, e agora eu passo a palavra para Itu e em seguida eu colocarei uma questão em cima desta atividade para encerrá-la. Passo a palavra

Itu: A nossa sugestão é parecida com a de nossos colegas dos outros pólos. Nossa opinião é de que o aluno pode estar invertendo as parcelas, como no primeiro caso, onde ele pode concluir que não importa a ordem das parcelas na adição, pois o resultado será o mesmo. No segundo momento, nós pensamos por aproximação, onde ele aproximou o 1200 ao 1190 e arredondou depois o 1600 e permaneceu o mesmo resultado. E o terceiro exemplo é por decomposição, onde após decompor os números o aluno vai chegar ao mesmo resultado. E a gente acredita que uma das fórmulas que incentivam o calculo mental seja por aproximação. Passo a palavra

Percebemos nas respostas emitidas por todos os pólos um pouco do que Skovsmose & Alrø (2006) chamariam de correr riscos. Para estes autores, participar de um diálogo significa correr riscos, ou seja, os participantes devem estar dispostos a expor as suas idéias ao restante do grupo socializando a todos aquilo em que acreditam. Mas para que isto ocorra é necessária uma postura do professor de promover a igualdade entre os participantes do diálogo. Isto significa que o professor deve se mostrar aberto a considerar as opiniões e idéias de todos de maneira igualitária (FREIRE, 2005). Esta postura do Professor possibilita a todos os participantes do diálogo que se sintam a vontade para emitir suas considerações, já que estas também são consideradas válidas, pois a verdade não pertence a apenas um participante, mas é construída por todos.

É interessante notar que a própria turma de Mogi Mirim sentiu a necessidade de ilustrar a sua fala com uma imagem, mesmo que esta não esteja muito clara no monitor. Como a exposição dos pólos de Catanduva, Centro Oeste e Leste Quatro, ficou mais clara com o recurso da imagem, a fala destas turmas influenciou a maneira de Mogi Mirim ver a sua própria exposição e assim rerepresentarem as suas idéias utilizando o recurso da imagem. Percebemos o indício desta influencia no momento em que este pólo pede a palavra novamente ao Professor, apenas para ilustrar a maneira como tinham feito a atividade, sem acrescentar nenhuma outra informação nova a sua fala anterior.

Temos aí um indício de um dos binômios que Silva (2000) usa para caracterizar a comunicação interativa: Bidirecionalidade-Hibridação. É um exemplo de comunicação Bidirecional (ou mesmo Multidirecional), pois todos os pólos têm a chance de participar da videoaula, colocando suas opiniões para discussão coletiva. Como dissemos, a segunda exposição da turma de Mogi Mirim foi diretamente influenciada pela apresentação dos outros pólos, principalmente no que diz respeito a utilização do recurso da imagem para ilustrar a sua fala. Esta turma mudou a forma de apresentar um conteúdo, tornou, assim, a sua apresentação um híbrido das demais.

Outro ponto que chama a atenção neste primeiro trecho é quando o Professor ressalta o fato de a comunicação na videoaula ficar muito mais interessante quando as turmas utilizam os recursos de imagem. Entendemos que desta maneira é utilizada boa parte da potencialidade da Informática, como uma Tecnologia da Inteligência, assim a Interatividade entre os Pólos e o professor se torna muito mais efetiva, se aproximando do Diálogo Entre Vários Participantes citados por Lèvy, (2000). Voltemos a videoaula.

Professor: Muito bem. Vocês também atingiram este nível de mostrar, e vimos como fica tudo muito claro, a idéia da inversão. A aproximação neste caso..., este exercício foi proposto para que se chegasse à idéia de aproximação porque a diferença para números redondos é de 10, para mais e para menos, então você balanceia os números e rapidamente chega à solução. Eu vou fazer uma pergunta para vocês aí, para vocês fazerem bem rápido, não vou dar nem tempo para fazerem conta. Seria diferente fazer R\$ 11,90 + R\$ 26,10? Esta conta é fácil de fazer? A gente faz uma conta dessa de cabeça? Qual o resultado dessa conta? Vamos passar a palavra para Itu

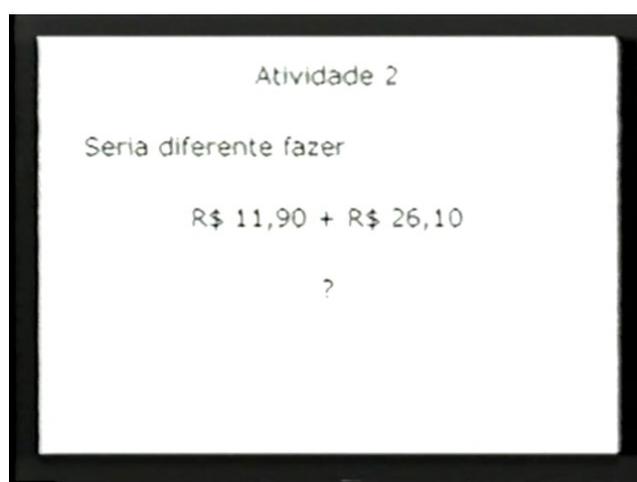


Figura 9: Continuação da Atividade 2

Itu: Ele poderia usar também a aproximação, só que daí ele estaria pensando em dinheiro, e seria mais fácil para a criança, pois manipulando o dinheiro ela chegaria mais rápido a resposta. Ele pode passar os 10 centavos do 26 para o 11 e ficaria 12. Passo a palavra

Professor: Então na opinião de vocês é fácil de visualizar assim. Inclusive com a questão que vocês já tinham proposto da aproximação de que os 10 centavos de um lado passam para o outro e assim fica muito fácil de ver, e nesse agrupamento você vai acrescentar um real chegando aos 38 reais. Então, é isso aí. Veja só, essa operação é a mesma da operação anterior, a única diferença é que na anterior a gente tinha os números puros e muitas vezes por trás de números puros como esses podem existir muitos outros, pois os números são relativos, pois ao invés de 1190 unidades de algo, você pode ter 11,90 ou 1,19. Uma coisa que você poderia fazer rapidamente, seria diferente fazer esta conta, daria para fazer da mesma forma uma conta assim como esta? É a mesma conta que a anterior, a operação mental é a mesma, o que vocês acham pessoal de Leste Quatro. Vocês acham que fazer esta última conta é fácil, o que vocês acham?

Atividade 2

Seria diferente fazer

$$\text{R\$ } 1,19 + \text{R\$ } 2,61$$

?

Figura 10: Desdobramento da Atividade 2

Leste Quatro: O Pessoal aqui está falando que é fácil, pois é igual a outra conta, mas para a gente, não sei se seria para as crianças...

Professor: É isso aí, o que a gente está querendo mostrar é que o que para a criança pode ser difícil em um momento não será em outro. Mas seja como for, esse tipo de atividade pode ser a mesma idéia da outra, mas de uma forma diferente quando lida com a idéia da vírgula. Como a gente tinha mostrado para vocês em outras ocasiões, a vírgula está presente na mídia de tal forma que é muito importante que a gente trabalhe com o sistema decimal pensando no valor relativo dos algarismos. Quando a gente trabalha com números como aqueles iniciais, por trás disso podem estar números com vírgula. Tudo isso são questões que a gente tem que pensar e a única maneira de trabalhar com isso é se inserir no universo da matemática. Ok?. Então, algumas das formas que vocês fizeram foram essas: a decomposição dos dois números, a conta armada e a soma do segundo com a decomposição do primeiro [em seguida o professor apresenta os seguintes slides]:

Alguns procedimentos possíveis para fazer

$$1\ 190 + 2\ 610 = 3\ 800$$

$1\ 000 + 2\ 000 = 3\ 000$
$100 + 600 = 700$
$90 + 10 = 100$
$3\ 000 + 700 + 100 = 3\ 800$

Figura 11: O primeiro procedimento de cálculo

Segundo Procedimento

$$1\ 190 + 2\ 610 = 3\ 800$$

$1\ 190$
$+ 2\ 610$
$3\ 800$

Figura 12: O segundo procedimento de cálculo

Terceiro Procedimento

$$1\ 190 + 2\ 610 = 3\ 800$$

	$+ 1\ 000$	$+ 100$	$+ 90$
$2\ 610$	$3\ 610$	$3\ 710$	$3\ 800$

Figura 13: O terceiro procedimento de cálculo

Professor: A atividade três é bem parecida com as anteriores só que agora os números são outros e a operação também é outra, mas estes números foram colocados de propósito para que vocês pensem aí em estratégias para fazer. Vou deixar cinco minutos para vocês fazerem e

pensarem em maneiras diferentes para resolver. Tudo bem para vocês? Mogi o que vocês acham?

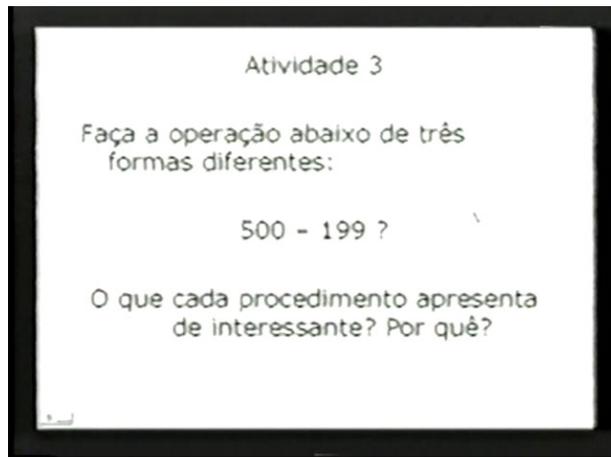


Figura 14: A atividade 3

Mogi Mirim: Aqui tudo bem professor. Cinco minutos é um bom tempo.

O Professor tem o costume de tomar a maior parte das decisões sobre o tempo necessário para a realização das atividades em conjunto com as turmas. Este não é um caso isolado presente apenas nesta videoaula. Encontramos esta mesma prática nas outras VAs, inclusive alguns casos em que as turmas entenderam que o tempo para realização de uma atividade era muito curto. Nestes casos o Professor perguntava qual era o tempo que as turmas entendiam que era o ideal e reconsiderava a sua proposta inicial. Para Freire (2005) esta é uma característica fundamental de um diálogo, pois existe uma relação de igualdade entre os participantes, suas opiniões são levadas em conta na tomada de decisões. Existe uma relação de igualdade entre todos os participantes do diálogo.

Esta dinâmica de participação nas decisões para ser aprovada pelas turmas, é o que podemos perceber na videoaula do dia 26 de Setembro, realizada com as mesmas turmas. Neste dia o Professor resolveu ouvir a opinião dos pólos sobre esta iniciativa de ouvir as turmas nos momentos de decisão e sobre a sua maneira de conduzir as videoaulas, dando voz aos participantes em diferentes momentos. Podemos perceber uma grande satisfação e aprovação em todas as respostas dos pólos, sendo que a turma de Mogi Mirim afirmou “Pode continuar assim, está aprovado, estamos gostando muito e nos sentimos muito confortáveis”.

Mas é importante ressaltar que esta relação Professor/alunos, ou no caso, Professor/Pólos, não é necessariamente simétrica. O Professor abre o canal de diálogo com os seus alunos nos Pólos, incentiva a participação de todos, propõe a co-autoria da construção do conhecimento nas videoaulas, mas ele ainda tem a autoridade da “palavra final”, é dele que parte o fechamento para os alunos. É o que vimos neste último trecho, mesmo depois da participação dos Pólos nas discussões, o Professor fez uma breve fala para sistematizar o que foi discutido, trazendo outros exemplos a partir daqueles apresentados na atividade para garantir (ou pelo menos tentar garantir) a compreensão de todos.

Estar aberto ao diálogo, à co-autoria do conhecimento, à participação ativa dos alunos, não significa que o Professor terá o seu papel reduzido em importância, muito pelo contrário. Nos exemplos de diálogos que trouxemos no capítulo 2, sempre esteve presente uma figura que pudesse, de alguma maneira, em maior ou menor grau, “organizar a conversa”. A figura, como ressaltava Gusdorf (1967), do mestre. Aquele que tem em mente onde quer chegar com o seu discípulo, e que conta com a ajuda deste para chegarem a sua meta. É o caso de Sócrates na passagem com o escravo, de Salviati e Sagredo no diálogo de Galileu e do Professor e seus Alunos alternando seus respectivos papéis no diálogo de Lakatos. No caso de nossa videoaula, esta organização coube ao Professor, que tem o papel de coordenar e organizar o diálogo com os diferentes Pólos e garantir assim, um fechamento da discussão, como vimos do trecho acima.

Estes são indícios (GINZBURG, 1990) de um dos binômios da interatividade levantados por Silva (2000), trata-se da participação/intervenção. Todos podem participar das decisões e intervir nas discussões e nos resultados produzidos pelas discussões, seja para dar uma resposta que acrescente algo para as discussões ou mesmo para alterar a resposta que tinha anteriormente dado. Esta última situação pode ser vista no próximo exemplo.

O trecho a seguir foi retirado da videoaula de número 3, realizada no dia 28 de agosto de 2007 e tinha como título “Os conhecimentos prévios dos alunos e o sistema de numeração decimal”. Participaram desta transmissão todos os pólos da videoaula anterior, sendo, em muitos casos, os mesmos interlocutores e representantes das turmas. A transcrição que apresentamos a seguir foi retirada do momento em que o Professor apresenta a proposta da segunda atividade a ser trabalhada no dia.

Antes de apresentar a atividade, o Professor explica que o objetivo neste ponto é refletir um pouco sobre a utilização de números nos mais variados contextos, antes

mesmo de partir para o tema central da videoaula. Segundo o Professor é destes diferentes contextos que os alunos adquirem seus primeiros conhecimentos sobre os números. Assim, a intenção é fazer os grupos refletirem sobre estes usos dos números e discutirem a relação destes usos com o ensino de matemática. Passemos então à videoaula.

Professor: Na segunda atividade do dia, a proposta é que vocês escrevam este número que está na tela de 3 formas diferentes [na tela é mostrado o número 1.050.000], depois que vocês pensem qual delas, ou quais outras formas são as mais usadas, com base na experiência de vocês, pela mídia para representar estes tipos de números. Em seguida pensem nas seguintes questões: o que este tipo de representação acarreta em nosso ensino? Que relação este tipo de escrita de números traz para o nosso ensino? Esta é a atividade 2 que eu estou propondo. Eu vou perguntar para os colegas de Centro Oeste se entenderam a atividade e se ela pode ser feita em 10 minutos. O que vocês acharam, concordam com o tempo para a realização da atividade? Passo a palavra

Centro Oeste: A atividade foi entendida e achamos que o tempo é suficiente.

Professor: Se vocês quiserem escrever as suas respostas e colocarem na câmera de documentos vai contribuir muito para a nossa discussão. Até já.

Depois do tempo de realização da atividade a videoaula recomeça.

Professor: Vamos ver com as turmas se podemos retomar a atividade. Vamos começar com as colegas de Leste Quatro, tudo bem? Podemos começar com vocês, chegaram à resposta desta atividade? Passo a palavra.

Um representante desta turma mostra a seguinte folha com suas respostas para a câmera:

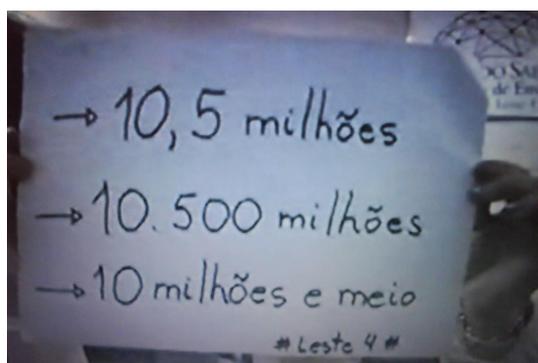


Figura 15: A turma de Leste Quatro mostra sua resposta

Leste Quatro: Olha professor estas são as três maneiras que escrevemos. É importante mostrar as diferentes formas de se escrever os números para os alunos para que eles possam entrar em contato com a maneira como eles são representados pela imprensa e a mídia em geral. Além disso, este tipo de trabalho possibilita que os alunos pensem nas diferentes maneiras de se representar um mesmo número.

Professor: Vocês tinham colocado estas formas de apresentar o mesmo número e eu fiquei com um pouco de dúvida nesta forma aqui olha [aponta para a segunda representação, que ele tinha escrito em uma folha sobre a câmera de documentos], será que esta forma que vocês escreveram está correta? Como vocês fariam a leitura desta forma de escrever este número? Passo a palavra

Leste Quatro: Dez milhões e quinhentos mil, mas parece que está um pouco estranho.

Professor: Então, esta forma que vocês colocaram aqui vai gerar uma dúvida para as crianças. Porque o que acontece, se coloca 10,5 milhões, você tem as unidades de milhão que são colocadas antes da vírgula e em seguida a fração desta unidade, então a primeira forma e a última estão corretas pois significam dez milhões e meio e representam a mesma quantidade. Agora esta forma de escrever aqui [aponta para a segunda], representa este número, foi na verdade ele que vocês escreveram [escreve um número e o mostra na câmera de documentos], então ele é um número maior. Vamos ver se conseguimos ler este número. Ele é na verdade 10,5 bilhões. Então esta forma de escrever que vocês utilizaram no meio é na verdade um número bem maior, pois o “milhões” presente na escrita, representa as unidades, então teremos 10500 milhões, tudo bem com relação a isso? Vocês concordam que esta segunda forma de escrever pode gerar dúvida? Passo a palavra.

Leste Quatro: Sim professor, e pensamos melhor e conseguimos mudar a escrita e agora ela parece mais coerente com o número, veja só, temos na verdade 10500 mil. Está correto?

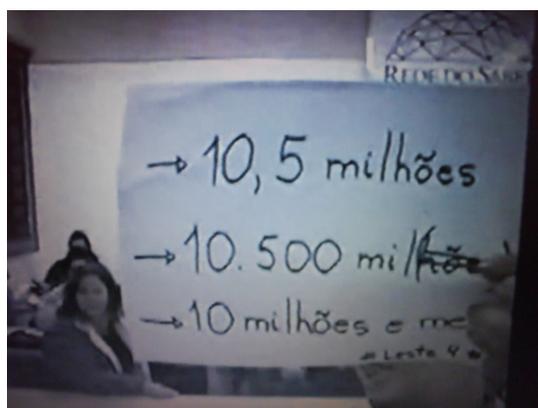


Figura 16: A segunda resposta de Leste Quatro

Professor: Tudo bem, agora ela estaria certa, pois agora a unidade do número passa a ser o mil, então vocês estariam multiplicando o 10500 por mil, ou milhares, e aí sim você teria a representação corretado número. Tudo bem com relação a esta atividade?

Leste Quatro: Sim, professor, agora ficou bem claro, passo a palavra.

Neste pequeno trecho de uma videoaula nos deparamos com alguns indícios (GINZBURG, 1990) que colaboram com toda a discussão realizada neste trabalho. Primeiro encontramos uma pista de como o Professor conduz as discussões das tarefas com os alunos, e que se trata de uma postura dialógica segundo as palavras de Freire

(2005). Ao se deparar com o erro de escrita de um dos Pólos, embora o Professor não afirme de início que ela não está correta, deixa a turma com dúvidas, fazendo dois questionamentos (Esta forma que vocês escreveram está correta? Como vocês fariam a leitura desta forma de escrever este número?).

Com estas duas perguntas, o Professor faz com que seus alunos do pólo Leste Quatro reflitam sobre o que acabaram de fazer e se questionem sobre a validade de sua própria resposta. Ele poderia simplesmente afirmar que a resposta estava errada e ter dito qual era a certa, caso tivesse uma concepção bancária (FREIRE, 2005) da educação. Esta abertura ao diálogo do Professor, fez com que a própria turma de Leste Quatro refletisse sobre sua escrita, levando em consideração uma breve explicação do Professor, o que possibilitou que conseguissem refazer sua resposta, desta vez correta. Esta turma teve a oportunidade de participar das discussões e mesmo intervir no andamento dela, alterando sua resposta. Encontramos aqui outro indício do binômio participação/intervenção característico da interatividade discutido por Silva (2000).

Através de questionamentos, o Professor conseguiu fazer com que a turma refletisse e chegasse a uma resposta correta. Esta dinâmica é muito semelhante a adotada por Sócrates em seus diálogos, instigando seus interlocutores na busca da “verdade” através de questionamentos. Este, como já discutimos anteriormente, é o denominado método da Maiêutica ou da parteira. Em um artigo, Louise Marchand (2002) discute a aplicação deste método na EaD, para ela

Embora a aula eletrônica torne possíveis as interações entre aprendizes, a dinâmica da comunicação e de aprendizagem está centrada na pessoa do professor. A maiêutica pretende manter a atenção e estimular a motivação do aprendiz. Na formação a distância, propõe-se uma adaptação desse método chamado de ‘conversação didática orientada’. Tal interação é orientada para os conhecimentos a transmitir. (p. 145)

A Maiêutica grega aparece aqui com o nome de Conversação Didática Orientada, mas os princípios são os mesmos. O importante é que ela está centrada na figura do professor, que como dissemos anteriormente ainda tem a responsabilidade de conduzir os diálogos, tendo como meta os objetivos traçamos no planejamento da videoaula.

Estar aberto ao diálogo é ter consciência que o imprevisto pode acontecer a qualquer momento, inclusive erros podem aparecer como no trecho transcrito acima.

Uma aula, ou videoaula, para o professor, dificilmente será igual a outra, pois um erro como o que vimos pode não mais aparecer em outras circunstâncias, mas outros distintos. Uma resposta dada em um dia por um Pólo, pode ser completamente diferente daquela dada por outro pólo, em outra videoaula, sobre o mesmo tema.

O professor se depara assim, com vários cenários diferentes em uma aula/videoaula e cada um deles gera uma discussão distinta, uma “narrativa diferente”. Para o professor dialógico, o binômio Permutabilidade-Potencialidade discutido por Silva (2000) está presente muito fortemente. O trecho que apresentamos acima é um indício disto, pois o Professor viu surgir uma resposta inesperada de uma turma e a aproveitou para ampliar a discussão sobre a maneira de representar um número. Criou uma narrativa naquele momento, com base na resposta do Pólo.

Vejam agora mais um exemplo da Conversação Didática Orientada discutida por Louise Marchand (2002) em prática. O trecho a seguir foi retirado da videoaula realizada no dia 21 de agosto de 2007, cujo título era *Alguns caminhos para fazer matemática em sala de aula*. Neste momento o Professor começa a discutir com os pólos de Mogi Mirim, Centro Oeste, Catanduva e Itu (compostos em sua grande maioria por professoras de educação infantil) um pouco de história da matemática, principalmente como pode ter nascido a matemática.

Para aquecer a discussão com os pólos, o Professor apresenta para todos uma imagem do osso de Ishango, considerado o mais antigo artefato relacionado com a matemática, que está estreitamente vinculado com o nascimento dos primeiros registros matemáticos e mesmo com o nascimento desta disciplina. A videoaula está na atividade de número três que tem como objetivos levantar hipóteses sobre alguns dos significados das marcas presentes no osso de Ishango, quem teria feito estas marcas e com que propósito.

Professor: A atividade número três será sobre história da matemática e começaremos estudando um pouco o chamado osso de Ishango, que está relacionado com a origem da matemática, pois ele seria o artefato mais antigo relacionado com a matemática que temos conhecimento. Então este é um osso que tem algumas marcas, que seriam marcas de números, e é um osso preservado até hoje e demonstraria a origem da matemática. Antes de falar um pouco sobre a proposta da atividade em si, deixo eu mostrar uma imagem deste osso para vocês. [O professor mostra uma imagem do osso e chama a atenção das turmas para as marcas feitas neste osso]. A hipótese principal sobre o que seria este osso é o que explicaria o início da matemática, ou o seu primeiro registro conhecido, ele seria o primeiro artefato matemático do mundo. Eu agora gostaria de

perguntar para vocês se alguém tem alguma hipótese sobre de que época é este osso de Ishango. Quantos anos teria este osso de Ishango, o primeiro artefato de matemática? Vamos começar escutando a hipótese do pessoal de Mogi Mirim, passo a palavra.

Mogi Mirim: Bom professor aqui está uma discussão sobre várias hipóteses levantadas pelas colegas, mas falaram 2000 a.C., milhões de anos atrás, 10 mil anos, mil anos atrás. Estas são nossas hipóteses, mas não temos certeza sobre nenhuma delas. Passo a palavra.

Professor: É, a origem deste osso é de vinte mil anos atrás, aproximadamente, segundo as principais pesquisas na área. Agora o que é interessante é que estas descobertas têm mexido com as cabeças dos pesquisadores de história da matemática, por que as marcas se tratam de um calendário lunar. E o calendário lunar se refere a períodos. Então fica a maior dúvida: quem é que produziu as marcas no osso de Ishango? O importante na verdade é refletir em quem inventou a matemática, segundo a uma das teorias sobre este artefato, que vocês estão entrando em contato agora. Então agora eu perguntarei para vocês quais seriam as hipóteses que os pesquisadores da área levantaram sobre o que significaria estes períodos? Quem será que teria feito estas marcas de um período lunar? Quem teria interesse em registrar estes períodos a vinte mil anos atrás? O pessoal de Itu está chamando, vamos ver se eles têm alguma hipótese sobre estas questões, passo a palavra.

Itu: Acreditamos que tenham sido os egípcios na época dos faraós, para uso dos agricultores que plantavam as margens do rio Nilo, e eles poderiam usar estas informações sobre os períodos lunares. É uma hipótese que nós temos. Passo a palavra.

Professor: É uma hipótese bem interessante, e poderia ser muito plausível. Mas para termos uma noção de como este osso de Ishango é antigo, vocês falaram do Egito Antigo e das cheias do rio Nilo, mas essa é uma matemática de três mil anos antes de Cristo, mas nos estamos falando de um período pré-histórico, bem mais antigo que este período do Egito, é um período bem mais remoto. Vamos passar então agora ao pessoal de Centro-Oeste, para ver eles me respondem a esta seguinte pergunta: vocês acham que quem fez estas marcas no osso era um homem ou uma mulher?

Centro Oeste: Professor, acreditamos que era um homem, pois deste esta época eles já gostavam de números.

Professor: Mas para que serve um período lunar para um homem, vocês sabem me dizer?

Centro Oeste: Quando o senhor falou de período a segunda idéia que veio para a turma era sobre a agricultura. A primeira era que o osso poderia ser também para marcar um ciclo menstrual, mas mudamos de idéia, pois não há razão para um homem fazer isso.

Professor: Vocês acertaram em cheio. A hipótese dos antropólogos é de que se trata de um registro do ciclo menstrual. Isto teria grandes implicações para a história da matemática, pois ela começaria a ser contada do ponto de vista das mulheres, porque a natureza do pensamento matemática está muito relacionada com os períodos, os padrões e os ciclos. E estes períodos e ciclos estão muito mais relacionados com as mulheres, pois são elas que têm os períodos férteis, os ciclos menstruais, são as mulheres que engravidam, que estão relacionadas com o ciclo da vida desde o momento da concepção. Neste período do osso de Ishango, as famílias seguiam a

estrutura matriarcal, pois elas sobreviviam melhor, pois existia uma preocupação das mulheres sobre os ciclos de alimentação, por que o homem tem a idéia de matar um animal e comer ele inteiro, e a mulher tem a idéia de preservar o alimento por um longo período de tempo. Todas estas preocupações eram das mulheres, que tinham que lidar com estes períodos e ciclos. Então a teoria atual é de que a matemática nasceu da reflexão e da necessidade de marcar os ciclos e períodos das mulheres. Elas é que começaram, por assim dizer, a matemática. Vamos passar a palavra para Catanduva que está chamando.

Catanduva: Nós havíamos levantado a hipótese que o senhor comentou sobre o ciclo menstrual da mulher. O que acabou de ser discutido. Passo a palavra.

Professor: Então é isto pessoal, esta foi a atividade 3 que tinha como objetivo discutir um pouco sobre esta questão dos períodos e ciclos na matemática. Vamos seguir agora com a nova videoaula.

Neste trecho encontramos indícios, segundo a definição de Ginzburg (1990) do binômio da interatividade Participação-Intervenção discutido por Silva (2000). A todo o momento o Professor incentiva que os pólos participem e intervenham na videoaula apresentando hipóteses possíveis sobre o significado das marcas do osso de Ishango. Mesmo quando a resposta que surge de uma participação da turma de Itu seja errada, o Professor se aproveita dela para trazer mais informações que ajudarão os pólos nas próximas hipóteses e para direcionar os seus questionamentos para que os ajudem a formular novas hipóteses (*vocês acham que quem fez estas marcas no osso era um homem ou uma mulher?*).

O Professor esta se utilizando no fundo do método da Maiêutica de Sócrates, muito presente nos diálogos de Platão, ou como Marchand (2002) denominou no caso da Educação a Distância de Conversação Didática Orientada, para que o conhecimento “nasça” dos alunos. Por meio de questionamentos, os alunos são incentivados a refletir e a levantar hipóteses sobre o tema em discussão. É importante ressaltar novamente que ao formular as suas perguntas o Professor tem sempre em mente o seu objetivo para aquela videoaula ou mesmo a sua meta para determinada atividade que esteja sendo realizada com os alunos.

Neste capítulo estudamos alguns exemplos tirados das videoaulas de matemática do PEC – Formação Universitária Municípios II. Tínhamos em mãos cerca de 30 horas de gravações destas videoaulas. Escolhemos aqueles trechos que exemplificariam melhor a discussão que tínhamos em mente com este trabalho. Neste pequeno conjunto de exemplos, encontramos diversos indícios de diálogo/interatividade entre os participantes, sendo este uma das marcas de maior força em todo o processo. O que

ficou muito forte com a análise realizada é que o diálogo/interatividade não é algo que aconteceu apenas os trechos presentes e transcritos neste capítulo, não foi a exceção, mas a regra na grande maioria das 30 horas de material gravado.

Como vimos em um dos exemplos transcritos neste trabalho, em alguns momentos o professor propunha uma conta para os professores levantarem hipóteses sobre as possíveis maneiras que os alunos poderiam resolvê-las, pensando em maneiras diferentes de pensarem. Em outros momentos, o professor apresentava aos pólos reportagens de jornal que utilizavam gráficos ou com formas de representação de números grandes para darem início a discussões, ou mesmo estas nasciam sobre o valor calórico de um refrigerante conhecido apresentado em seu rótulo. Além de sugestões de músicas, parlendas e mesmo o trabalho com história da matemática. Em todos estes exemplos, o diálogo/interatividade entre professores e alunos permeou o processo de ensino/aprendizagem todo.

Por causa deste fato, na verdade, não precisamos procurar os indícios de ocorrência de diálogo/interatividade entre os participantes das videoaulas, eles apareciam por si sós, “saltavam” da tela do aparelho de TV e das transcrições que realizamos. Isto só pode acontecer, pois, ao longo de todo o estudo fomos refinando nosso olhar, tornando-o mais crítico, deste o significado do diálogo na educação, o histórico de utilização deste formato literário, e mesmo com o estudo sobre o que é a própria educação a distância e o significado que o diálogo ganha com neste contexto.

Não podemos deixar de ressaltar também que o fato de termos contraposto a análise do conjunto de videoaulas com o estudo que realizamos, isto fez com que a relação não só entre diálogo/interatividade ficasse mais clara, mas também pudemos perceber que o diálogo continua relevante, e muito, em processos de ensino pautados, ou mediados, por tecnologias de comunicação. O nosso olhar de historiador da matemática deixou um pouco mais claro que uma prática tão antiga e importante para a história da matemática e para o ensino da própria matemática, ainda continua relevante, mesmo em contextos em que a alta tecnologia é utilizada para a formação de professores, ou seja, para processo de ensino/aprendizagem.

6. Considerações Finais

Nosso objetivo primeiro era estudar a importância do diálogo para a educação matemática, estudando particularmente a possibilidade e a forma da presença desse tipo de interação em cursos a distância de formação de professores, especificamente na área de matemática. Perguntávamos-nos no início da pesquisa como ocorreria um diálogo em cursos pautados pelo uso de novas tecnologias e pela distância entre seus participantes, e de que forma se poderia estabelecer um contraponto entre essa forma e a tradição clássica do diálogo na educação.

Estudando a presença do diálogo, seja ela na educação matemática, na história da matemática e em um curso de formação de professores de matemática, procuramos identificar esse contraponto.

Vimos no primeiro capítulo, que o diálogo, com suas características ou qualidades proporciona uma educação dialógica (FREIRE, 1980/2005), que faz com que o estudante tenha uma participação maior neste processo de aprendizado. Ele deixa de receber as informações do professor (educação bancária) para ser um sujeito ativo e participativo em sua aprendizagem, ele irá, junto com seus colegas e com o professor, construir o seu conhecimento.

Além disso, o diálogo é uma comunicação com qualidades específicas, segundo Skovsmose & Alrø (2006), que tem grande destaque no processo de aprendizagem. Ou seja, o diálogo como entendido na educação e na educação matemática em particular, não é uma simples conversa entre professor e alunos. Esta comunicação entre os participantes do processo de ensino/aprendizagem tem um objetivo principal que devem pautar todo este processo: a produção coletiva de conhecimento. É a partir daí que o professor conduz o diálogo (ou o inicia e o restante dos participantes seguem “sozinhos” como na obra de Lakatos), sempre tendo em vista seus objetivos, sejam eles a construção de um conceito matemático por parte da turma ou a resolução de um problema.

Outro ponto que foi ressaltado a partir do estudo realizado no capítulo um é que o contexto histórico cultural (Radford, 1998) e mesmo o meio tecnológico (Lèvy, 1993) em que o diálogo é realizado influenciam o próprio andamento e estrutura deste. Este

fato ficou exemplificado na discussão feita no segundo capítulo. Vimos que mesmo com algumas características em comum nas obras elas tem a “marca” de seus tempos, dos contextos histórico-culturais em que foram elaboradas. É inegável a influência que Platão exerceu sobre Galileu, que era um seguidor do filósofo grego, mas não era um platônico no sentido estrito da palavra. Galileu era um homem de seu tempo, um renascentista que não via problemas em juntar o que há de melhor, sob seu ponto de vista, das idéias de Platão e Aristóteles, e criar as suas a partir desta mistura.

Os objetivos dos autores ao elaborarem suas obras só ficam mais claros também ao se realizar um estudo do contexto que os cercava e também de suas idéias. Platão queria divulgar as idéias de Sócrates, mas não simplesmente transmitindo-as aos leitores, mas que estes aprendessem o sistema socrático a partir de um diálogo, mesmo que o aprendizado final fosse a certeza de não se ter mais certezas, verdades últimas e pré-concebidas. Os diálogos platônicos tinham grande força pedagógica, o objetivo de ensinar os seus leitores.

Galileu tinha outras preocupações. Engajado em uma disputa com o poder secular de sua época e principalmente de seus representantes no mundo acadêmico, não bastava que as pessoas aprendessem suas idéias sobre o cosmo, era preciso também popularizá-las. O formato de diálogo foi a primeira escolha neste sentido, acompanhada da decisão de escrever a obra em italiano, idioma corrente entre a população, em detrimento do latim, língua que era usada pelos acadêmicos da época e pelo clérigo. Além disso, os personagens foram cuidadosamente criados, Salviati o representante da nova ciência, a “voz” de Galileu na obra, Sagredo um homem aberto, sem preconceitos acadêmicos ou religiosos e que está disposto antes de tudo a procurar entender o que é discutido para só depois se posicionar com relação as idéias apresentadas (seria quem sabe o representante do público a quem Galileu pretendia convencer?) e Simplicio o típico representante do tradição acadêmica e religiosa da época.

Um texto que reproduz uma conversa, escrito em língua corrente para a grande maioria da população, personagens com simbólicos que representam as idéias a serem defendidas, e as que serão atacadas, um texto claro e bastante didático. Será que falta alguma coisa? Sim, junte-se a tudo isso uma pitada de humor e malícia que teremos a receita da rápida popularização desta obra. Simplicio em diversos momentos do texto cai em contradição, demonstrando não ter domínio até mesmo das idéias que defende, e se mostra comicamente contrário a toda filosofia nova e contrária a sua. Tudo isso é aproveitado com humor por Galileu.

Lakatos, por sua vez, tinha objetivos distintos. Este filósofo queria dar um exemplo prático de como se dá a criação matemática, a partir de seu ponto de vista, ou seja, um exemplo do método de Provas e Refutações em ação. Para isto foi criada uma sala de aula com alunos bastante avançados em seus conhecimentos matemáticos com um professor que propôs o problema a ser resolvido e que conduzia de tempos em tempos o andamento das discussões. Mas, para dar mais força ainda a suas argumentações, Lakatos elaborou as falas e o andamento do diálogo com base em fatos históricos dos matemáticos envolvidos na tentativa de resolução do mesmo problema. Desta maneira, não eram os alunos que “falavam”, mas grandes matemáticos como Lagrange, Cauchy, Euler entre outros grandes nomes desta ciência. Mesmo não seguindo a ordem cronológica dos acontecimentos e das falas dos personagens, Lakatos criou um diálogo que ocorre dentro da sala de aula e com a própria história da matemática, para criar um exemplo de sua teoria sobre a gênese do conhecimento matemático em ação.

Não podemos nos esquecer da importância do meio tecnológico onde o diálogo acontece. Segundo Lèvy (1993), as diferentes tecnologias da inteligência influenciam e condicionam a maneira de pensar do ser humano, inclusive na maneira de gerir o próprio conhecimento produzido por determinada sociedade que utiliza com maior força uma determinada tecnologia intelectual. As três principais tecnologias da inteligência discutidas por este autor são a Oralidade, a Escrita e a Informática. Cada uma delas condiciona a maneira como o conhecimento é comunicado, vejamos o exemplo dos diálogos.

Em um diálogo oral, com os participantes compartilhando o mesmo lugar no espaço e no tempo, inúmeros fatores estão presentes. Pode-se ver as reações das pessoas através das linguagens corporais (gestos, posturas, expressões faciais), fatores que podem influir no andamento do próprio diálogo. Além disso, cada participante pode intervir no diálogo a qualquer momento (inclusive mais de uma pessoa pode falar ao mesmo tempo), concordando ou discordando ou mesmo mudando completamente o rumo do que é discutido coletivamente. Sem contar a influencia do ambiente em que o diálogo transcorre (em uma sala confortável, no meio de uma praça sob o Sol escaldante, etc.). Todos estes fatores podem mudar os rumos e o andamento de um diálogo.

Um diálogo escrito nada mais é do que a tentativa de reprodução de um diálogo oral. Devido às características da Escrita, que discutimos no primeiro capítulo, o diálogo neste suporte sofre algumas alterações, passa a ser linear, onde os eventos só podem

acontecer um após o outro, e não simultaneamente, e o tempo passa a ser uma linha reta. Isto com certeza muda a estrutura de um diálogo, mas por outro lado a escrita acrescenta a possibilidade dele resistir a passagem do tempo. Um diálogo escrito por Platão pode ser lido por uma pessoa no século XXI enquanto que o diálogo oral se perde no tempo, podendo ser acompanhado apenas por suas testemunhas oculares. Tudo isso faz com que a própria estrutura e a maneira como o diálogo é pensado e conduzido sejam diferentes daquele realizado oralmente.

Quando o suporte passa a ser a Informática temos certa junção dos outros dois suportes. Primeiro o diálogo passa a ser síncrono e as reações das pessoas, em parte podem ser compartilhadas, em parte, pois apenas podemos visualizar a pessoa que fala no momento, e não a reação dos ouvintes. Porém, o diálogo realizado no conjunto de videoaulas que estudamos no capítulo quatro tem algumas características da Escrita. Os fatos parecem seguir a mesma estrutura de um diálogo escrito, uma pessoa só pode falar após a outra, e não é possível, pelas características técnicas da tecnologia usada duas ou mais falarem ao mesmo tempo, pois o som fica incompreensível. O tempo, desta maneira, parece transcorrer em linha reta, em que um evento sucede o outro, e o final de um e o começo de outro são marcados pelo “Passo a palavra” tão repetido durante todas as videoaulas.

Mas para podemos analisar estas videoaulas, precisamos primeiro discutir o que era a educação a distância, analisando brevemente alguns dos modelos mais utilizados, para verificarmos em qual deles o PEC (Programa de Educação Continuada) se situava melhor. Percebemos que para analisar a ocorrência de diálogo em um exemplo de curso de EaD tínhamos a necessidade de utilizar uma outra perspectiva, assim, como alguns autores da área como Lèvy (2000), Moore (2007) entre outros, entendemos que na verdade o diálogo uma forma de interatividade, ou interação entre os seus usuários. Para Moore (2007) inclusive

O termo *diálogo* é empregado para descrever uma interação ou uma série de interações tendo qualidades positivas que outras interações podem não ter. Um diálogo tem uma finalidade, é construtivo e valorizado por cada participante. Cada participante de um diálogo é um ouvinte respeito e ativo; cada um contribui e se baseia na contribuição do outro(s) participante(s). (p. 241).

Assim, durante a análise das videoaulas, voltamos nosso foco de atenção para a interatividade/interação entre os participantes. Mas restava então definir mais precisamente o significado do próprio termo interatividade. Para isso foi de grande valia o trabalho de Silva (2000). Para este autor, a interatividade é constituída de três binômios básicos, que são a participação-intervenção, bidirecionalidade-hibridação e potencialidade-permutabilidade. Desta maneira, passamos então a olhar para o conjunto de videoaulas que tínhamos em mãos, com olhos de historiador da matemática, procurando indícios, tal como Ginzburg (1990) os entende, de diálogo, com a roupagem de interatividade.

Esta foi uma decisão muito interessante, pois as reflexões de Silva (2000) apuraram este nosso olhar para o conjunto de videoaulas e, desta maneira, focar no ponto que realmente nos interessava no meio daquele conjunto imenso de dados, e não precisamos procurar os indícios, pois eles foram surgindo conforme avançávamos com nossa análise. Não só pudemos constatar a presença de diálogo na videoaulas de matemática do programa PEC II Formação Universitária Municípios, como o fizemos em suas qualidades presentes nos binômios de Silva (2000), a participação-intervenção, bidirecionalidade-hibridação e potencialidade-permutabilidade estavam ali. A interatividade/diálogo estava acontecendo nas videoaulas em diversos momentos, desde a decisão sobre o tempo de realização de uma tarefa até a discussão do conteúdo que estava em pauta.

Para quem assiste a estas gravações fica a impressão de que os alunos não se dão conta que estão separados por grandes distâncias, e que estão vendo os colegas e o professor por um televisor. O diálogo iniciado, incentivado e conduzido pelo professor aproximava os pólos, criando momentos de grandes aprendizagens e construção coletiva do conhecimento e até instantes de grande descontração, muitas vezes comuns em aulas presenciais. O ambiente fica mais leve com o diálogo, e o meio tecnológico que une as pessoas e que poderia causar certo desconforto, quase que “desaparece” ou as pessoas o deixam de perceber. O diálogo se aproxima muito de um diálogo oral com os participantes todos no mesmo ambiente, que só não se torna igual por causa de sua semelhança com um diálogo escrito, conforme discutido acima.

Entendemos que o diálogo constante entre os participantes das videoaulas possibilita o que Valente (2003) denominou de “Estar Junto Virtual”. Para este autor

O ‘estar junto virtual’ envolve múltiplas interações no sentido de acompanhar e assessorar constantemente o aprendiz para poder

entender o que ele faz e, assim, propor desafios que o auxiliem a atribuir significado ao que está desenvolvendo. Essas interações criam meios para o aprendiz aplicar, transformar e buscar outras informações e, assim, construir novos conhecimentos. (p. 31)

Acreditamos que foi o que realmente aconteceu durante todo o processo, mas a elaboração de uma outra pesquisa poderia confirmar estes indícios que encontramos em toda a nossa discussão. Mas esta nova pesquisa deveria levar em consideração a opinião dos participantes, suas impressões sobre uma vídeoaula dialógica e se ela propicia uma aprendizagem efetivamente melhor para os alunos e se possibilitou a construção de novos conhecimentos como afirma Valente.

Além disso, algumas outras questões permanecem em aberto e este trabalho não deu conta de responder, ou mesmo que apareceram durante todo o desenvolvimento desta pesquisa, e que futuras pesquisas poderiam abordar: O diálogo entre os participantes realmente acontece também em outros modelos de Educação a Distância? Será que é possível que o diálogo aconteça em outros modelos de Educação a Distância? E por último uma questão que achamos que, se investigada, seria de grande valia para esta discussão: o diálogo propicia aos alunos uma maior aprendizagem? Ficam as questões que esperamos que possam ser respondidas em outros trabalhos para que possamos assim dar continuidade a este diálogo por muito tempo ainda.

7. Referências Bibliográficas

ALAVA, Seraphin (Org.). Ciberespaço e formações abertas: Rumo a novas práticas educacionais? Porto Alegre: Artmed, 2002.

BELLONI, Maria Luiza. Educação a distância. Campinas: Editores Associados, 1999.

BERMAN, Marshall. Tudo que é sólido desmancha no ar: a aventura da modernidade. São Paulo: Companhia das Letras, 1988.

BORBA, Marcelo de Carvalho, MALHEIROS, Ana Paula dos Santos & ZULATTO, Rúbia Barcelos Amaral. Educação a distância Online. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

BOYER, Carl B. História da Matemática. São Paulo: Editora Edgard Blüncher, 1996 (ver se usou)

CAJORI, Florian. Uma História da Matemática. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 1919/2007.

CALINGER, Ronald. A contextual history of mathematics. New Jersey: Prentice Hall Inc., 1999.

EVES, Howard. Introdução à História da Matemática. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

FERREIRA, Aurélio B. de H. Novo dicionário da língua portuguesa. Curitiba: Positivo, 2004.

FERREIRA, Ruy. A Internet como ambiente da educação à distância na formação continuada de professores. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Mato Grosso, 2000.

FREIRE, Paulo. Pedagogia do Oprimido. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1980/2005.

GALILEI, Galileu. Diálogo sobre os dois máximos sistemas do mundo ptolomaico e copernicano. Tradução: Pablo Rubén Mariconda 2ed. São Paulo: Discurso Editorial/ Imprensa Oficial do estado de São Paulo 1632/2004.

GINZBURG, Carlo. Mitos, emblemas, sinais: morfologia e história. São Paulo: Companhia das Letras, 1990.

GIUSTA, Agnela da Silva. Educação a Distância: Contexto Histórico e Situação Atual *in* GIUSTA, Agnela da Silva & FRANCO, Iara Melo (Orgs.).

Educação a distância: uma articulação entre teoria e prática. Belo Horizonte: PUC Minas: PUC Minas Virtual, 2003.

GROZA, Vivian Shaw. *A Survey of Mathematics: Elementary Concepts and Their Historical Development*. New York: Rinehart and Winston, 1968.

GUSFORF, Georges. *Professores, para quê? Para uma pedagogia da pedagogia*. Lisboa: Livraria Morais Editora, 1967.

HEATH, Sir Thomas L. *A History of Greek Mathematics Vol.1: From Thales to Euclid*. New York: Dover Publications INC, 1981.

IFRAH, Georges. *História Universal dos Algarismos*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1995.

JAEGER, Werner Wilhelm. *Paideia: a formação do homem grego*. São Paulo: Herder, 1936.

KOETSIER, Teun. *Lakato's philosophy of mathematics: a historical approach*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers, 1991.

KOYRÉ, Alexandre. *Estudos de História do Pensamento Científico*. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1982.

LAKATOS, Imre. *A lógica do descobrimento matemático: Provas e refutações*. Zahar Editores, Rio de Janeiro, 1974.

_____. *História da Ciência e suas reconstruções racionais*. Lisboa: Edições 70, 1978.

LÈVY, Pierre. *As Tecnologias da Inteligência: o futuro do pensamento na era da informática*. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

_____. *Cibercultura*. São Paulo: Editora 34, 2000.

LITWIN, Edith (Org.). *Educação a distância: Temas para debate de uma nova agenda educativa*. Porto Alegre: Artmed, 2001.

MAIA, Carmem & MATTAR, João. *ABC da EAD: A educação a distância hoje*. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

MARCHAND, Louise. *Características e problemáticas específicas: a formação universitária pela videoconferência*. In ALAVA, Seraphin (Org.). *Ciberespaço e formações abertas: Rumo a novas práticas educacionais?* Porto Alegre: Artmed, 2002.

MORA, J, Ferrater. *Dicionário de Filosofia Tomo I*. São Paulo: Edições Loyola, 2000.

MONDOLFO, Rodolfo. O Pensamento Antigo: História da filosofia Greco-romana 1. São Paulo: Editora Mestre Jou, 1968.

MOORE, Michael & KEARSLEY, Greg. Educação a Distância: uma visão integrada. São Paulo: Thomson Learning, 2007.

MORAN, José Manuel. O que é educação a distância. Disponível em: <http://www.eca.usp.br/prof/moran/dist.html>. Acesso em: 15 de jul. 2009.

MOTTA, Cristina D. V. B. História da matemática na educação matemática: espelho ou pintura? Santos: Comunicar, 2006.

NICOLAU, Mariete L. M. & KRASILCHIK, Myriam (Orgs.). Uma experiência de formação de professores na USP: PEC – programa de educação continuada. São Paulo: FEUSP, 2006 (Imprensa Oficial).

NISKIER, Arnaldo. Educação a distância: a tecnologia da esperança. São Paulo: Edições Loyola, 1999.

PENIN, Sonia T. S. Prefácio *in* NICOLAU, Mariete L. M. & KRASILCHIK, Myriam (Orgs.). Uma experiência de formação de professores na USP: PEC – programa de educação continuada. São Paulo: FEUSP, 2006 (Imprensa Oficial).

PETERS, Otto. A educação a distância em transição: tendências e desafios. São Leopoldo: Editora Unisinos, 2003.

PLATÃO. Diálogo: Mênon, Banquete e Fedro. Tradução: Dr. Jorge Paleikat. Rio de Janeiro. Edição Livraria do Globo – 1945.

POLYA, G. A arte de resolver problemas. Rio de Janeiro. Interciência, 1978.

RADFORD, Luis. On Psychology, historical Epistemology and the teaching mathematics towards a socio-cultural history of mathematics, 1997. In <http://oldwebsite.laurentian.ca/educ/lradford/PUBLIC.HTML> descarregado dia 20/06/2007.

_____. On Culture and Mind: A post-Vygotskian Semiotic Perspective with an example from greek mathematical thought, 1998. In <http://oldwebsite.laurentian.ca/educ/lradford/PUBLIC.HTML> descarregado dia 20/06/2007.

SANTOS, Vinício de M. A matemática na formação do Professor: a elaboração de recursos didáticos *in* NICOLAU, Mariete L. M. & KRASILCHIK, Myriam (Orgs.). Uma experiência de formação de professores na USP: PEC – programa de educação continuada. São Paulo: FEUSP, 2006 (Imprensa Oficial).

SILVA, Marco. Sala de Aula Interativa. Rio de Janeiro: Quartet, 2000.

SKOVSMOSE, Ole & ALRØ, Helle. Diálogo e aprendizagem em educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

STRUIK, Dirk. História Concisa das Matemáticas. Lisboa: Gradiva, 1989.

TEIXEIRA, Susane A. Uma reflexão sobre ambigüidade do conceito de jogo na educação matemática. Dissertação de Mestrado FE-USP, 2008.

VALENTE, José Armando. Curso de especialização em desenvolvimento de projetos pedagógicos com o uso das novas tecnologias: descrição e fundamentos *in* PRADO, Maria Elisabette B. Brito, ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini de & VALENTE, José Armando (Orgs.). Educação a distância via internet: Formação de educadores. São Paulo: Avercamp, 2003.

ZUÑIGA, Angel R. Polemicas de Metodo en la historia de la ciencia y las matematicas. In Memorias de Tercer Congresso Nacional de Matematicas, San Jose – Costa Rica, 1990.