UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

MILENA SOLDÁ POLICASTRO

Ressonância das aulas de matemática: da produção escrita ao diálogo e transformação cognitiva

FE/USP
2010

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

MILENA SOLDÁ POLICASTRO

Ressonância das aulas de matemática: da produção escrita ao diálogo e transformação cognitiva

Dissertação apresentada à Comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo como exigência parcial para a obtenção do título de mestre em educação, na Linha de Pesquisa Ensino de Ciências e Matemática

Orientadora: da Profª Drª Maria do Carmo S. Domite

São Paulo
2010

Catalogação na Publicação
Serviço de Biblioteca e Documentação
Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo

375.3 Policastro, Milena Soldá
P766r Ressonância das aulas de matemática : da produção escrita ao diálogo e transformação cognitiva / Milena Soldá Policastro ; orientação Maria do Carmo Santos Domite. São Paulo : s.n., 2010.
136 p.

Dissertação (Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Educação. Área de Concentração : Ensino de Ciências e Matemática) - - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo.

1 . Educação matemática 2. Matemática – Estudo e Ensino 3. Filosofia da Linguagem 4. Comunicação 5. Escrita 6. Discurso I. Domite, Maria do Carmo, orient.

Nome: POLICASTRO, Milena Soldá

Título: Ressonância das aulas de matemática: da produção escrita ao diálogo e transformação cognitiva

Dissertação apresentada à Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Educação

Aprovado em:

Banca Examinadora

Prof. Dr.________________________________ Instituição:______________________

Julgamento:______________________________ Assinatura:______________________

Prof. Dr.________________________________ Instituição:______________________

Julgamento:______________________________ Assinatura:______________________

Prof. Dr.________________________________ Instituição:______________________

Julgamento:______________________________ Assinatura:______________________

DEDICATÓRIA

Ao meu amado irmão, Danilo, que segurou minha mão sempre que eu precisei e nunca me deixou sozinha.

AGRADECIMENTOS

São tantos a quem devo agradecer por colaborarem nesta caminhada...! Peço desculpas se, por ventura, me falhar a memória num momento tão importante como este!

Meus sinceros agradecimentos...

A Deus primeiramente, por ter me dado forças para chegar até aqui.

À Professora Maria do Carmo Domite pela orientação e dedicação. Reconheço hoje, em ti, o sentido do que é educar amorosamente.

Ao meu pai pelo apoio incondicional em todos os momentos de minha jornada acadêmica. Sou-lhe eternamente grata pela confiança que sempre depositou em mim.

À minha mãe que sempre vibrou e viveu comigo cada momento dessa trajetória.

A toda minha família que soube respeitar as frequentes ausências em reuniões.

À amiga Lillian, presença constante, importante e querida em minha vida.

À amiga Adriana que, pacientemente, dedicou algumas horas a me ouvir e esteve ao meu lado sempre acalmando minhas inseguranças e incertezas em todo o processo.

Ao amigo Bruno que acompanhou desde os primeiros momentos toda essa jornada.

À amiga Manu que me incentivou sempre e nunca me deixou esquecer de que meu sucesso dependia do meu foco.

À amiga Claudia que, com carinho e sua experiência, soube me ouvir e me acalmar nos momentos finais, me dando sempre a certeza de que eu poderia ir adiante.

Ao Vanísio pela disposição e pelas orientações nos momentos mais importantes.

À Amanda que pela ajuda nos momentos finais, provando que, de fato, a pesquisa acadêmica é solidária!

Aos membros do GEPEm que me acolheram sempre com muito carinho e respeito.

Às professoras Iole, Cristina, Bárbara e Martha que respeitosamente me ofereceram a oportunidade de estreitar mais ainda meus laços com a educação.

Aos funcionários e funcionárias da Faculdade de Educação que sempre me atenderam com muita dedicação e cordialidade.

Aos alunos e alunas da 3ª série A, que aceitaram participar dessa pesquisa e, preocupados, dedicaram-se a ela tanto quanto eu.

Aos colegas da E.E. Profª Lúcia de Castro Bueno que me acompanharam nessa aventura que é ser professora-pesquisadora e me deram todo apoio para seguir em frente.

Ao Diretor Prof. Camilo e à Vice-Diretora Profª Railda da E.E. Profª Lúcia de Castro Bueno que, com compreensão, concederam o espaço da escola para que eu pudesse realizar esta pesquisa.

E, finalmente, à Secretaria da Educação do Estado pela concessão da bolsa de estudos.

POLICASTRO, Milena Soldá, **Ressonância das aulas de matemática: da produção escrita ao diálogo e transformação cognitiva**. 137 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

RESUMO

A presente pesquisa teve como principal objetivo responder à questão “O que as ressonâncias das aulas de matemática podem revelar/indicar sobre a aprendizagem (significativa) da matemática pelos alunos bem como sobre si mesmos enquanto sujeitos/autores/produtores de conhecimento?” Nesta perspectiva, a pesquisa aqui desenvolvida teve no centro das atenções a produção de textos entre os alunos – sobre a aula de matemática – de uma turma de 3ª série do Ensino Médio de uma escola pública de Taboão da Serra, os quais denominei ressonância das aulas de matemática. Para tanto, tomei como solo teórico os estudos de Bakhtin, Powell e Freire, voltado às condições dos processos dialógicos em sala de aula. Os resultados da pesquisa indicaram que a discussão sobre a matemática que estão aprendendo, refletida na produção das ressonâncias, parece ter mobilizado os educandos na busca de critérios para orientar as produções escritas, levando-os a adquirir mais e mais controle na procura de argumentos para encaminhar tais processos. As diferentes manifestações presentes nos textos mostraram que a produção das ressonâncias está associada a uma discussão viva, na qual, como bem diz Powell (2001), não há forma e raciocínio definidos, mas de cujo processo fazem parte elementos e raciocínios substanciais

Palavras Chave: Educação matemática, matemática – estudo e ensino, filosofia da linguagem, comunicação, escrita, discurso.

POLICASTRO, Milena Soldá, **Resonances in the mathematic classes: from the writing to the dialogue and cognitive transformation**. 137 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

ABSTRACT

The main objective of the present research is to answer the question: “What can the resonances from math classes reveal/indicate about the students and their (significant) math learning as subjects/authors/producers of knowledge?” In this perspective, the present investigation focused on the texts produced by high school seniors about their math classes. These texts are what we call the resonances of the math classes. Therefore, the theoretical ground was based on the studies of Bakhtin, Powell and Freire, on the conditions of dialogical processes in classrooms. The results of the investigation indicated that the discussions about the math that is being learned, reflected in the production of the resonances, seemed to have mobilized the students to search for criteria to guide written productions, leading them to acquire more and more control in finding arguments to refer such processes. The different manifestations in the texts showed that the production of resonances is associated with a live discussion in which, as Powell well said (2001), there is no form or reasoning defined, but substantial elements and reasoning are a part of it.

Key-Words: Math education, math - study and teaching, philosophy of language, communication, writing, discourse.

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Toda pesquisa, em todos os níveis, exige que o pesquisador se envolva de tal modo que o seu objeto de investigação passe a fazer parte das dimensões micro e macro de seus processos de vida.

Em educação, muitas vezes a pesquisa está situada dentro das pré-ocupações regulares do profissional dessa área, ou seja, não se desarticulam a pesquisa em educação das atividades exercidas nesse âmbito, pelo pesquisador/educador.

Nesse sentido, o estudo que se segue é fruto de seis anos de inquietações e indagações pessoais acerca dos motivos que levam um número significativo de alunos e alunas do Ensino Médio (foco de nossa pesquisa) ao pouco sucesso em relação à aprendizagem da matemática[1].

Todos os questionamentos geradores da pesquisa aqui desenvolvida e que aqui se encontram são derivados, portanto, de um processo dinâmico, porém permanente, que reuniu pensamentos e ações no esforço de elaborar conhecimentos dos aspectos que envolvem uma aprendizagem mais significativa da matemática pelos educandos.

Dessa maneira, considero importante descrever, em primeira pessoa, a trajetória que me conduziu até aqui, a fim de esclarecer os motivos que me levaram a aprofundar meus estudos no tema dessa pesquisa e contextualizar, assim, o surgimento das questões norteadoras deste trabalho.

CONTEXTUALIZANDO A ORIGEM DAS QUESTÕES ORIENTADORAS

Graduei-me em Licenciatura em Matemática no final do ano de 2002, pelo Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, curso

[1] Refiro-me aqui à matemática trabalhada com base nos currículos convencionais admitidos pelos livros didáticos e pelas escolas, tanto da rede pública quanto da particular, baseados, em geral, nas propostas dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs).

propositadamente escolhido por conta de um sonho pessoal que carregava desde a infância: eu queria ser professora!

Meu ingresso em uma escola, enquanto professora, se deu tardiamente[2] e, posso dizer, de maneira pouco convencional, pois quando me encontrava ainda no 3º ano de graduação, fui admitida no Colégio Objetivo, uma rede particular de ensino muito conceituada em São Paulo, não como professora, mas sim como “plantonista de dúvidas”.

Minha atividade enquanto plantonista se resumia em esclarecer dúvidas sobre os conteúdos de matemática e/ou física, principalmente de alunos do curso pré-vestibular, mas também de alunos do ensino médio daquela rede.

Essa primeira experiência com a educação, os primeiros contatos e oportunidades de poder compartilhar com alguém os meus conhecimentos (matemáticos) e poder ajudar as pessoas a compreender um pouco mais a matemática só reforçaram em mim a vontade de ‘ensinar’ matemática.

Iniciei, de fato, minha atuação enquanto docente quando já me encontrava graduada, no ano de 2003, na escola mencionada, percebendo logo no começo que um significativo número de alunos e alunas para os quais lecionava apresentava dificuldades relativas à matemática – muitas daquelas dificuldades eram em relação ao conteúdo matemático trabalhado, mas havia algo mais que, talvez por falta de experiência, eu ainda não conseguia detectar.

No mesmo ano de 2003, apesar de não possuir perspectivas de atuar na rede pública de ensino, prestei o concurso público para professor do ensino básico II (PEB II) do estado de São Paulo. Confesso ter recebido a notícia, com surpresa, já em meados de 2004, de que estava sendo convocada para assumir o cargo de professora de matemática e posso afirmar que, pela primeira vez, me deparava com a necessidade de tomar uma decisão tão importante em minha vida.

Meus receios a respeito da escola pública eram enormes, já que ouvia muitos colegas relatarem episódios de violência, indisciplina e descaso com a educação pública. Entretanto, apesar de me encontrar tomada de indecisões,

[2] Digo tardiamente, pois enquanto ainda cursava a graduação, muitos colegas, já desde o primeiro ano, trabalhavam como professores da rede pública de ensino, atuando como professores substitutos, denominados “eventuais” na rede do estado de São Paulo.

incertezas e muita insegurança, decidi assumir o cargo e, consultando uma amiga com quem cursei a graduação, que já atuava na rede pública em uma escola da região onde eu deveria assumir o cargo, fui orientada a escolher a unidade em que me encontro atuando até hoje[3], com recomendações de que naquela unidade eu não deveria encontrar problemas com relação à violência ou indisciplina.

De fato, não demorei muito a constatar que as recomendações daquela amiga não foram em vão. Encontrei naquela escola situações que me surpreenderam, por se tratar de uma escola pública: prédio muito bem conservado, estrutura física bastante satisfatória, exigência da equipe de coordenação com relação à disciplina e à obediência, tanto por parte dos alunos quanto dos professores das normas de conduta pré-estabelecidas na escola, ausência total de violência, entre outras. Assim, assumi as aulas da rede pública em setembro de 2004, procurando me adaptar o mais depressa possível àquela nova situação.

Com o passar do tempo, acabaram-se as inseguranças e incertezas e, então, já completamente adaptada ao novo ambiente, pude constatar algo que já havia observado na rede particular: as dificuldades com relação à matemática se repetiam naquele novo ambiente, com a mesma medida observada nos alunos e alunas da rede particular.

Foi nesse contexto, comparando as duas situações então vividas por mim – nas redes particular e pública de ensino – que pude colocar mais atenção nas questões que poderiam levar um número tão expressivo de alunos e alunas ao pouco sucesso com relação à matemática.

Nesse sentido, uma questão me chamou a atenção: grande parte dos estudantes que apresentavam dificuldades com a matemática, relativas ao conteúdo trabalhado, apresentava, também, dificuldades com relação à *linguagem matemática*, suas formalidades e características próprias.

Prestando mais atenção em tais dificuldades e, de algum modo, já alerta às mesmas, percebi que alguns dos principais obstáculos no processo de aprendizagem daqueles alunos eram justamente aqueles relacionados às

[3] A EE Profª Lúcia de Castro Bueno, situada na região de Taboão da Serra, município do estado de São Paulo.

questões da *comunicação matemática em sala de aula*[4], de maneira que, se fossem trabalhadas essas questões com melhor propriedade, talvez tais dificuldades começassem a desaparecer.

Desde aquela época, tenho tentado compreender de que modo os alunos estabelecem relações entre a linguagem matemática e a linguagem comum, e a importância que tais relações têm na maneira como lidam com o conhecimento matemático.

Foi nesse contexto que iniciei minha busca por literaturas que me auxiliassem na compreensão das questões relativas à “impregnação da matemática com a língua materna” (MACHADO, 2001) e de como essas questões influenciam nos processos de ensino e aprendizagem desse componente curricular, emergindo daí as questões que orientaram a pesquisa que aqui se apresenta.

[4] Ao longo deste trabalho as questões do *uso* da linguagem matemática em sala de aula, e mais especificamente a comunicação que se estabelece *sobre* a matemática nas salas de aula serão explicitadas conforme o que entendo e pretendo com a pesquisa.

CAPÍTULO 1 Da pesquisa: trilhando caminhos novos

Um fato incontestável é que o ser humano, desde a mais remota história, sempre tentou compreender e procurar respostas para questões que o intrigavam e, nesse sentido, sempre buscou, indagou e realizou pesquisas.

Partindo desse pressuposto, a presente pesquisa apresenta-se como uma tentativa de compreensão dos aspectos que vinculam a linguagem matemática (que se estabelece em sala de aula de matemática) à linguagem comum.

Assim, acredito na relevância de um estudo acerca de ações que envolvem modos de direções da produção de *discurso sobre a matemática (escolar)* – um estudo de processos que, a partir da linguagem matemática, com suas características próprias, produz *discursos em sala de aula sobre a matemática* – e, naturalmente, espero que uma abordagem pedagógica baseada na aplicação desses processos, no âmbito da educação, pode promover maior motivação e compreensão por parte dos alunos, uma aprendizagem mais significativa da matemática. Do meu entendimento, *aprendizagem significativa* (da matemática) é resultado de processos nos quais o aprendiz faz relações/elaborações próprias, com autonomia, compreendendo-as em tal nível de complexidade, que leve a elaboração de novos significados. A consideração de Macedo (1999) sobre o construtivismo vale aqui para melhor compreender a noção de significado , quando ele destaca que um processo do tipo é "produto de uma ação espontânea ou apenas desencadeada, mas nunca induzida” (MACEDO, 1999).

Acredito que a escrita em aulas de matemática pode se tornar, também, um forte instrumento capaz de auxiliar no desenvolvimento de uma aprendizagem mais significativa desse componente curricular e, nesse sentido, procurei justificar com esta pesquisa que a escolha por esse tipo de intervenção em sala de aula pode se tornar uma importante ferramenta a ser adotada por professores de matemática.

Nesse contexto, este capítulo procura, em primeiro lugar, apresentar um breve relato da minha trajetória enquanto professora/pesquisadora, buscando explicitar e justificar os caminhos escolhidos para o desenvolvimento desta pesquisa. Em segundo lugar, apresento o problema de pesquisa, sua justificativa e a metodologia escolhida para os procedimentos da mesma.

1.1. Eu, professora de matemática e pesquisadora

Desde que iniciei minha carreira enquanto docente, tenho estado alerta às questões relativas ao ensino e aprendizagem da matemática.

Tais questões me chamam mais atenção quando, de modo mais particular, se relacionam às “articulações” e “imbricações” (MACHADO, 2001) existentes entre a linguagem comum e a linguagem matemática.

Passei a me preocupar mais com tais questões ao presenciar situações em sala de aula em que os alunos e alunas demonstram demasiada dificuldade em articular os dois modos de linguagem, de maneira significativa, de modo a apreenderem mais concretamente a matemática (escolar).

Antes de meu ingresso no curso de Pós-Graduação da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, em 2007, procurei encaminhar meus estudos por leituras de bibliografias que tratassem das questões da linguagem matemática (e suas características próprias), até que encontrei na pesquisa de mestrado de Garnica (1992) uma proposta de trabalho relacionado ao tratamento da linguagem matemática, a partir de uma abordagem hermenêutica de textos matemáticos.

Posso afirmar que, mesmo com poucos instrumentos que pudessem sustentar uma leitura tão densa quanto aquela, encantei-me com o trabalho de Garnica e inicialmente acreditei que minha pesquisa de mestrado seria encaminhada no mesmo sentido daquela investigação.

No entanto, após ingressar no curso de Pós-Graduação, tive contato com os estudos de Arthur Powell e Marcelo Barrail (2006) que me inspiraram a trilhar outros caminhos em minha pesquisa.

Foi nesse momento que a *escrita em aulas de matemática*[5] a partir das *ressonâncias das aulas de matemática (RAM)* foi eleita como a principal fonte de criação de dados e fatos desta investigação.

Nesse mesmo período, dei início ao processo de coleta das *RAMs*, mas tal processo precisou ser interrompido em virtude de alguns obstáculos que impediam sua continuidade[6].

Simultaneamente a esse fato, durante o curso de disciplinas que são parte das exigências para a obtenção do título na Faculdade de Educação, acabei tendo contato com outros autores que, de algum modo, contribuíram para a alteração dos rumos desta pesquisa.

Dentre os autores estudados nesse período, destaco principalmente Mikhail Bakhtin, cujos estudos, apesar de não estarem vinculados às questões da educação matemática, chamaram minha atenção por sua abordagem acerca dos aspectos de como a linguagem se estabelece nas relações entre os indivíduos ou, mais especificamente, de como é possível verificar que a linguagem se estabelece nas relações dos processos educacionais.

Desde então, procurei aprofundar meus estudos sobre as teorizações de Bakhtin em busca de entrelaçá-las com questões da linguagem (comunicação) matemática e, em especial, com aquelas da aprendizagem da matemática que pode ser consolidada a partir da comunicação que se estabelece em sala de aula – já com alguma consciência de que um *discurso sobre a matemática* desencadeado em sala de aula está permeado de questões de poder e controle que, de algum modo, delimitam ‘espaços’ que marcam posições hierarquicamente bem definidas – por exemplo, entre o professor e os alunos, influenciando implícita ou explicitamente os processos de ensino e aprendizagem.

---

[5] Neste ponto, é importante esclarecer que as produções escritas pelos alunos durante as aulas – em formato de carta – serão denominadas, neste trabalho, *ressonâncias das aulas de matemática (RAM).* O termo e a ideia de *ressonância* serão discutidos e explicados mais adiante.

[6] O item 1.6. deste capítulo relata o referido momento

Ansiosa por encontrar meios que pudessem senão eliminar, mas ao menos amenizar os efeitos que essa hierarquização causa na aprendizagem dos educandos em relação à matemática, optei por encaminhar meus estudos no sentido de buscar uma metodologia capaz de me auxiliar nessa empreitada.

1.2. Justificativa e problema

A pesquisa aqui se justifica, primeiramente, pela visão e nossa percepção da impregnação entre a linguagem matemática e a língua materna, como discutido por Machado (2001, p. 10), dentro de uma perspectiva epistemológica da matemática:

> Entre a matemática e a língua materna existe uma relação de impregnação mútua. Ao considerarem-se estes dois temas enquanto componentes curriculares, tal impregnação se revela através de um paralelismo nas funções que desempenham, uma complementaridade nas metas que perseguem, uma imbricação nas questões básicas relativas ao ensino de ambas. É necessário se reconhecer a essencialidade dessa impregnação e tê-la como fundamento para a proposição de ações que visem à superação das dificuldades com o ensino de matemática.

Tal relação, segundo o autor, é bilateral e mútua, em termos da origem da construção de ambos os conhecimentos e, por isso, complementa-se nas metas que persegue.

A pesquisa também se justifica pela busca da revitalização da predisposição dos alunos e alunas para o estudo da matemática – uma atitude que, como professora, venho percebendo cada vez menos positiva. Por isso, minha preocupação com esta pesquisa está, também, em buscar compreender as razões dessas atitudes e representações pouco positivas, por parte dos alunos, sobre a matemática.

Nesse contexto de pouca motivação para a matemática, Medeiros (in BICUDO, 2005) observa:

> A compreensão de uma ciência não deve ser vista como um estado final e perfeito, mas sim, como estados de conhecimento que vão sendo atingidos por quem aprende ao pensar a Matemática. Para que o aluno a compreenda é preciso que esteja com a consciência dirigida para o assunto matemático estudado. Assim a pessoa só se apropria dele se também for apropriada por ele, se desejar compreendê-lo. Esta é a condição para a compreensão e ela é atingida quando a pessoa parte dos significados que atribui aos assuntos matemáticos e os supera pelos novos significados da Matemática, que não eram ainda seus, que já existiam impressos em livros, nas aulas e não eram por ela percebidos.

Justifico, assim, a realização de uma pesquisa sobre a *escrita em aulas de matemática* pela influência que essa ferramenta exerce no processo de superação das representações feitas pelos alunos acerca da matemática e das particularidades de sua linguagem formalizada.

O registro das aulas feito pelos alunos, e por isso *a escrita sobre e em aulas de matemática* tem sido visto por Powell & Bairral (2006) como um importante veículo na compreensão do processo de ensino e aprendizagem. Esses autores entendem a utilização da ferramenta escrita em aulas de matemática como um processo que transforma continuamente a cognição e o aprendizado de quem lida com a matemática por este meio.

É claro que, enquanto educadores e professores de matemática, todos nós ansiamos por estabelecer uma comunicação direta com nossos alunos, com seus processos de pensamento e, principalmente, com o pensamento que têm *sobre* a matemática. No entanto, somos capazes de comprovar facilmente que a comunicação[7] que se estabelece dentro das salas de aula de matemática, tanto entre professor-aluno, como entre aluno-aluno – e aqui deixo claro que este último tipo de comunicação me é tão cara quanto o primeiro – não tem sido a mais eficaz no sentido de contribuir para os processos de aprendizagem dos educandos.

Em geral, o que se verifica nas aulas de matemática são professores apresentando conteúdos matemáticos de um modo unilateral – o professor 'explica a matéria' através de um monólogo – e os alunos, por sua vez,

[7] É importante deixar claro que a comunicação de que trato aqui, e ao longo desta pesquisa, se refere, especificamente, àquela relativa a assuntos matemáticos que deve surgir durante as aulas.

recebendo passivamente os mesmos conteúdos, realizando uma infinidade de anotações (quando realizam) de maneira mais ou menos automática que eles próprios não sabem dizer para quê servem.

Além disso, uma prática bastante comum em aulas de matemática é a da repetição, quase que mecânica, por parte dos alunos de inúmeros exercícios, os quais, para os professores, devem ter como objetivo fixar as relações matemáticas até então estudadas, mas que, de fato, quase nunca apresentam aplicações de qualquer tipo de metodologia que solicite os educandos a *pensar* sobre a matemática que estão praticando e muito menos *dialogar* sobre ela.

Segundo Domite (1993), “a educação matemática se faz no silêncio dos educandos”, pois:

> Quase não há diálogo na sala de aula de matemática. Na maior parte do tempo, o professor fala e os alunos ouvem – quando ouvem! O papel do professor tem sido falar aos alunos sobre as relações da matemática, ou seja, tentar impô-las a eles e não dialogar com eles, sobre o seu conhecimento e o deles. Dentro desse panorama da ausência de diálogo, os alunos não manifestam seu próprio modo de pensar. Estes somente devem repetir, **imitar** o que o professor explica ou relata. Quanto mais percebem que seus pontos de vistas não são ouvidos, mais calados se tornam, pelo menos sobre seus conhecimentos matemáticos.

Passada mais de uma década da constatação da autora, é possível ainda hoje verificar que essa é uma realidade muito presente nas salas de aula de matemática. Como professora – entre muitos outros professores –, concordo plenamente com a autora no que se refere ao “silêncio dos educandos”, que parece se intensificar à medida que se percebem ignorados quanto aos seus pensamentos e conhecimentos matemáticos.

É nesse contexto que acredito que muitos educandos, ao se perceberem, então, ignorados, passam a (re)produzir mecânica e inconscientemente a matemática que lhes é apresentada, não possuindo, em muitas ocasiões, qualquer perspectiva de compreensão ou reflexão acerca do que estão realizando.

Em oposição a essa perspectiva, a escrita surge como uma ferramenta que, segundo Powell & Bairral (2001, p. 26), "[...] força os interlocutores a refletir, diferentemente, sobre sua experiência matemática. Enquanto examinamos nossas produções, desenvolvemos nosso senso crítico."

Ainda segundo esses autores:

> [...] Embora os alunos possam estar cientes de que pensam, frequentemente, eles não desenvolvem o hábito de pensar sobre o mesmo, e também não percebem uma utilidade nesta prática. Quando os alunos escrevem sobre sentimentos e pensamentos referentes à ideias matemáticas específicas, podemos captar suas ideias matemáticas; tal escrita pode ser um veículo eficaz para que nós (educadores) e eles (educandos) possamos, juntos, examinar, refletir profundamente e reagir ao seu pensamento matemático. A escrita, além de possibilitar a captação do pensar matemático, pode também servir como um veículo de aprendizagem. (POWELL & BAIRRAL, 2001)

De fato, além dos reflexos positivos para a aprendizagem da matemática apontados acima, a escrita tem capacidade de colocar o aprendiz no centro do seu próprio aprendizado e permitir sua autonomia enquanto produtor de conhecimento matemático, o que significa dizer que o educando deverá sentir-se livre e capaz para adotar um vocabulário próprio, porém rico, já que sentirá a necessidade de expressar com melhor clareza suas ideias acerca dos assuntos tratados.

Na perspectiva do professor, entretanto, considero que, quando as *ressonâncias* realizadas em aula são analisadas pelo educador, este acaba adquirindo um importante veículo para a realização da *escuta*[8] de como o pensamento matemático de seu aluno está sendo organizado. É dessa forma que acredito que poderá ser estabelecido um importante vínculo comunicativo entre educador e educando capaz de promover o sucesso na aprendizagem da matemática.

A atitude e postura do/a professor/a de considerar e respeitar o fato de que os educandos trazem consigo conhecimentos primeiros que *devem* ser

[8] Refiro-me aqui à escuta nos termos sugeridos por Paulo Freire (2007), ou seja, a escuta que o professor realiza quando respeita no outro o direito de falar; quando instiga no educando – já que sujeito cognoscente – a capacidade de inteligir e comunicar o inteligido.

levados em conta e, portanto, serem *comunicados*, pode ser “a chance de ativar um foco de dignidade naqueles que querem convocar para o conhecimento (escolar), assim como ativar forças interativas para situações de sala de aula” (DOMITE, 2004), o que, de fato, sob uma perspectiva freireana (FREIRE, 2007), constitui-se em uma das **exigências** do “saber ensinar” de um professor ou professora que visualiza a educação sob uma ótica libertadora.

Do considerado, as perguntas de pesquisa podem ser assim colocadas, de algum modo, sobrepostas:

- **O que as ressonâncias das aulas de matemática podem revelar/indicar sobre a aprendizagem (significativa) da matemática pelos alunos bem como sobre si mesmos enquanto sujeitos/autores/produtores de conhecimento?**
- **Quais as contribuições das ressonâncias para o desenvolvimento da cognição matemática?**

Além de responder as questões acima, busquei compreender em que aspectos uma abordagem pedagógica a partir das ressonâncias das aulas de matemática é capaz de tornar os educandos mais autônomos com relação à produção e desenvolvimento do conhecimento matemático.

1.3. Objetivos

O objetivo principal desta pesquisa é o de investigar como os alunos e alunas, por meio das RAMs, podem apreender, de modo mais significativo, as relações matemáticas e, assim, transformar/aprofundar seus conhecimentos matemáticos e o conhecimento sobre o próprio processo de conhecer.

Nesse sentido, apresentam-se como objetivos mais específicos:

- Identificar de que modo e em que extensão os alunos e alunas transformam suas concepções e sua aprendizagem sobre a matemática ao produzirem ressonâncias das aulas;

- Encaminhar uma dinâmica pedagógica em torno da produção escrita sobre as aulas de matemática, de modo a verificar em que medida essa atitude pode valorizar/promover maior autonomia nos educandos.
- Contribuir para que o professor valorize a produção escrita sobre as aulas de matemática enquanto um instrumento eficaz próprio à função da aprendizagem da matemática.

Desse modo, espero verificar neste trabalho como a linguagem matemática que se instala a partir de um *discurso (matemático)* em sala de aula pode revelar e fazer emergir questões ideológicas e/ou sociais nas interações entre os indivíduos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Entendo que, dessa forma, a relevância da pesquisa está na possibilidade de reflexão sobre ações pedagógicas mais concretas em sala de aula de matemática, ações essas que sejam capazes de ampliar o espaço comunicacional entre os educandos, estabelecendo ambientes de trocas de saberes, de busca compartilhada de soluções a partir da valorização da compreensão que eles têm de si próprios e de suas realidades.

1.4. O caminho da pesquisa

A realização de uma pesquisa envolve, simultaneamente, a articulação e confronto entre os dados, as evidências, as informações coletadas sobre o objeto de estudo e o conhecimento teórico já acumulado sobre ele.

Além disso, a escolha dos instrumentos e métodos para a realização da pesquisa está diretamente associada à problemática a ser estudada, ou seja, a seleção da abordagem metodológica depende estritamente dos fatores que se relacionam com a pesquisa. Dessa forma, tanto os métodos quanto as técnicas devem adequar-se à natureza do problema a ser investigado.

1.4.1. A opção pelo enfoque qualitativo

É frequente o interesse que os pesquisadores da área da educação têm demonstrado pelo uso de metodologias qualitativas de pesquisa.

De modo geral, para os fenômenos educacionais, não tem se mostrado revelador e tampouco conveniente a utilização de metodologias quantitativas de pesquisa, tanto quanto se mostram satisfatórios tais usos nos processos de pesquisa com os fenômenos das ciências físicas e naturais, isto é, por meio de uma contagem de casos, isolando algumas variáveis – não há o objetivo de avaliar, separadamente, a influência de alguns casos. Entretanto, isso não significa que seja impossível submeter os fenômenos educacionais a um tipo de abordagem analítica quantitativa. Mesmo assim, nos alertam as autoras Lüdke & André (1986, p. 5) que, em relação aos estudos e pesquisas no âmbito da educação, deve-se levar em conta que:

> Em vez da ação de uma variável independente, produzindo um efeito sobre uma variável dependente, o que ocorre em educação é, em geral, a múltipa ação de inúmeras variáveis agindo e interagindo ao mesmo tempo. Ao tentar isolar algumas dessas variáveis está-se optando, necessariamente, por uma redução ao enfoque do estudo a uma parte do fenômeno. Isso pode ser muito útil para fins de análises específicas, mas não resolve o problema da compreensão geral do fenômeno em sua dinâmica complexidade.

Com efeito, o emaranhado e a trama como os fenômenos da educação se desenvolvem – situados dentro de contextos sociais e, por isso, inseridos em uma realidade histórica – dificultam o isolamento das variáveis envolvidas e, principalmente, a indicação clara dos responsáveis por determinados efeitos. De outro modo, quando se tratam de fenômenos educacionais, há a necessidade de se captar e demarcar a realidade dinâmica e complexa do objeto de estudo, buscando situá-lo historicamente.

A modalidade qualitativa de pesquisa, essencialmente, caracteriza-se por envolver a obtenção de dados descritivos que são coletados do contato direto do pesquisador com o objeto de estudo e/ou situação estudada. Além disso, segundo Lüdke & André (1986, p. 13) “[a abordagem qualitativa] enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes”.

Do que foi considerado, naturalmente, optei por um enfoque qualitativo de análise desta investigação. Isso se deu pelo fato de que, de algum modo, estava convencida de que por esse tipo de abordagem, a pesquisa é concebida como uma trajetória circular em torno do objeto de estudo (aquilo que se deseja compreender), e não se preocupa “única e/ou aprioristicamente com princípios, leis e generalizações, mas voltando o olhar à qualidade, aos elementos que sejam significativos para o observador-investigador” (GARNICA, 1997, p. 111).

1.4.2. Os procedimentos da pesquisa

Os sujeitos participantes desta investigação são os alunos e alunas de uma turma da 3ª série do Ensino Médio da E.E. Profª Lúcia de Castro Bueno, uma escola pública localizada no município de Taboão da Serra, no estado de São Paulo.

A pesquisa foi encaminhada a partir da realização de encontros onde era requisitado aos alunos que produzissem, ao final das aulas, uma carta[9] endereçada a um colega da classe.

Os alunos foram orientados a escrever livremente sobre a dinâmica da aula e o conteúdo abordado na mesma.

As cartas eram então recolhidas por mim e, após reproduzi-las em xerocópia, entregava-as aos destinatários.

Após um período de seis encontros onde se deu a dinâmica descrita, a esse processo foi interrompido para fins de início da análise dos dados qualitativos obtidos.

[9] As ressonâncias produzidas pelos alunos e alunas eram apresentadas no gênero carta. O motivo dessa escolha será exposto mais à frente neste trabalho.

1.5. Conhecendo o ambiente e os sujeitos: a escola e os alunos e alunas do Ensino Médio da E.E. Profª Lúcia de Castro Bueno

Julgo relevante apresentar o ambiente onde foi realizada a presente pesquisa, a saber, a E. E. Profª Lúcia de Castro Bueno, bem como os alunos e alunas participantes, a fim de contextualizar a realidade que vivem dentro e fora da escola.

1.5.1. A escola

A escola fica próxima à região central do município de Taboão da Serra, sendo considerada muito bem localizada pela disponibilidade de comércio e transporte público que a rodeiam.

Além disso, a escola é valorizada pela comunidade por conta das condições em que se encontra sua estrutura física – o prédio é bem conservado – e pela organização e competência administrativa.

Outro aspecto relevante é a qualidade do ensino oferecido na unidade escolar que é ressaltada pela comunidade e pelos alunos e alunas que frequentam a escola. Segundo os professores e a direção da escola, é muito comum ouvir relatos de ex-alunos ou dos pais de atuais alunos que os conteúdos trabalhados na escola muitas vezes não são tratados nem mesmo por escolas particulares da região.

A escola segue um programa de conteúdos, denominado “Rol de Conteúdos” para cada disciplina, que é baseado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs).

Outro fato que chama a atenção é que o quadro de docentes da escola é, em sua maioria, composto por professores efetivos com mais de dez anos de atuação só naquela unidade.

De minha percepção, acredito que tanto o ambiente como as condições oferecidas pela escola aos alunos tem relações estreitas com o potencial de aprendizagem dos educandos. Certamente a segurança tanto estrutural quanto emocional de que as situações ali desenvolvidas irão culminar num ambiente de aprendizagem permite que, tanto os alunos quanto os professores preservem seus papéis naquele contexto e, de fato, criem um ambiente escolar satisfatório. Minha interpretação sobre uma possível segurança emocional e intelectual desses alunos está no fato de que as diferentes partes da estrutura que constituem este núcleo educacional (aluno, proposta curricular, condições físicas/prédio, corpo docente) têm sido especialmente cuidadas no sentido de garantir resultados positivos. Vale aqui comentar que, um possível resultado positivo da atenção dedicada a essas diferentes partes está na posição ocupada pelos alunos da 3ª série do Ensino Médio no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) em 2008 – os alunos alcançaram o primeiro lugar no ranking das escolas públicas do Estado de São Paulo.

1.5.2. Alunos e alunas da 3ª série A

A pesquisa foi realizada em 2009, com os 29 alunos que compunham a turma vespertina de 3ª série do Ensino Médio da escola.

A turma era composta por alunos e alunas em idade compatível ao nível escolar em que se encontravam e a média da faixa etária era de 17 anos.

Vale comentar que, quando questionados pela pesquisadora sobre suas perspectivas frente à continuidade dos estudos após a conclusão do ensino médio, todos os alunos foram enfáticos ao responder que pretendiam ingressar num curso de graduação.

Entretanto, um número expressivo deles afirmou que provavelmente iria cursar a graduação em uma universidade particular já que acreditavam que o acesso a uma universidade pública só era possível após um curso direcionado aos vestibulares (curso pré-vestibular ou ‘cursinhos’, como são chamados em algumas regiões) e a necessidade de ingresso imediato no mercado de trabalho é um dos principais fatores que impede a dedicação exclusiva aos estudos.

Além disso, dado que uma das intenções centrais da pesquisa é a de perceber *o que as ressonâncias das aulas de matemática revelam sobre a aprendizagem matemática dos alunos e sobre si mesmos enquanto sujeitos/autores/produtores de conhecimento*, considerei relevante a aplicação de um questionário aos alunos, antes do início do processo de aplicação das ressonâncias. As questões tratavam do modo como eles viam a matemática escolar e a matemática que usam no cotidiano, suas expectativas em relação a elas, suas posturas diante de situações do dia a dia em que são requisitados conhecimentos matemáticos, entre outras. O intuito de tal questionário foi o de caracterizar/conhecer melhor os alunos e alunas participantes desta pesquisa.

Dessa forma, julgo relevante apresentar as questões que compuseram tal questionário. Em momento oportuno, farei uma síntese simplificada das expectativas/respostas dos alunos.

1. Descreva brevemente o que é a matemática para você.
2. Pensando na sua experiência com a matemática em sala de aula até hoje, comente (relate) alguns <u>conteúdos</u> que mais chamaram a sua atenção ao longo do seu processo de ensino.
3. Você se recorda de se encontrar diante de alguma situação ou problema do dia a dia em que necessitava de alguns conhecimentos matemáticos para solucioná-lo? Descreva, brevemente, como reagiu frente a tal situação e o que sentiu.
4. Como você descreveria a sua postura (atenção, preocupação, dedicação) nas aulas de matemática, em comparação com as outras aulas? (Independentemente de suas preferências por disciplinas e professores)
5. Você sente vontade de conhecer mais sobre a matemática, além daquilo que já conhece? Por quê?
6. Você considera a matemática com que trabalha na escola como sendo uma ferramenta útil em sua vida? Por quê?

1.6. Uma primeira experiência

Acredito ser relevante a breve explanação de uma experiência vivida durante a pesquisa, a qual foi de fundamental importância para uma mudança de direção tomada nos caminhos iniciais.

Comecei a investigação em sala de aula inspiradas pelas experiências relatadas por Powell e Bairral (2006). Em um primeiro momento, propus aos alunos e alunas por um período de três semanas que, ao final de cada aula, durante 15 minutos, produzissem uma *ressonância da aula de matemática*, ressaltando seu aprendizado, seus sentimentos, seus conhecimentos, suas impressões e descobertas acerca dos assuntos abordados.

Pretendia com tais *ressonâncias*, como afirmam Powell e Bairral (2006), verificar em que medida os registros escritos produzidos em aulas de matemática seriam ferramentas importantes para me ajudar a compreender melhor o processo de *matematização* dos estudantes.

Além disso, pretendia verificar em que extensão os alunos e alunas transformam suas concepções sobre a matemática, sobre o conhecimento matemático e sobre seu próprio modo de compreender a matemática, a partir da escrita em aulas de matemática. No entanto, fui surpreendida com uma situação peculiar: a maioria dos estudantes produzia relatos extremamente descritivos, ou seja, apenas escrevia o que havia se passado nas aulas, qual conteúdo havia sido tratado, se haviam sido trabalhados exercícios daquele conteúdo ou não e, no máximo, afirmavam terem gostado muito da aula, já que haviam "compreendido tudo".

Apesar de muitos admitirem que compreendiam o conteúdo tratado em aula, não apresentavam discussões, conclusões ou mesmo questionamentos acerca do que alegavam terem aprendido. Outro grupo sequer ousava assumir se havia ou não compreendido o que se passava em aula, permanecendo exclusivamente no âmbito da descrição da aula.

Em contrapartida, havia um pequeno grupo que alegava não ter compreendido quase ou absolutamente nada da aula, mas que também não apresentava argumentos ou exemplos que pudessem justificar tal afirmativa.

O que mais me chamava a atenção era que, mesmo após algumas aulas em que os alunos e alunas produziram as ressonâncias, muitos ainda pediam minha ajuda, questionando-me sobre o que deveriam escrever nos relatos.

Em alguns casos, a pergunta chegava a ser contundente: *"Professora, o que você quer que a gente escreva?"*

Do considerado, foi ficando cada vez mais claro que meus objetivos poderiam não ser alcançados, uma vez que eu estava detectando a presença de alguns fatores que interferiam nas relações que se estabeleciam entre mim – enquanto professora e pesquisadora – e os estudantes e que, de algum modo, acabavam influenciando a produção das ressonâncias.

Simultaneamente a esse momento, deu-se um fato que contribuiu para a mudança de orientação deste trabalho: entrei em contato, no curso de "Concepções de Linguagem e Ensino", ministrado pelo professor Dr. Émerson de Pietri, com a teoria de Bakhtin, a qual passei a utilizar, de modo quase central, para os fundamentos da pesquisa, dada sua sincronização com o foco de investigação da mesma.

1.7. A escolha do termo ressonância para as produções escritas pelos alunos

Penso ser relevante uma breve explicação dos motivos que me levaram à escolha do termo *ressonância* para caracterizar as produções escritas dos alunos e alunas nas aulas de matemática.

De acordo com o dicionário Houaiss, o fenômeno físico da "ressonância" é definido como "estado de um sistema que vibra numa freqüência própria, com amplitude acentuadamente maior, como resultado de estímulos externos que possuem a mesma frequência de vibração", ou ainda, segundo o mesmo dicionário, "processo de transferência de energia de um sistema, que oscila numa frequência própria, para outro que oscila com a mesma frequência" (HOUAISS, 2009). Acrescenta-se às definições anteriores a do dicionário Aurélio, que define "ressoar" como sendo "repetir, propagar, prolongar ou intensificar (som), refletindo-o, ou recebendo suas vibrações e passando a vibrar também" (AURÉLIO, 2005).

Com efeito, ao escolher o termo *ressonância* para caracterizar as produções escritas dos alunos e alunas durante as aulas de matemática, pretendia me aproximar da ideia de "transferência de energia" e "aumento da amplitude como resultado de estímulos externos" produzidos nos fenômenos físicos de ressonância. Em outras palavras, desejava, com esse termo, transmitir a ideia de que as produções escritas elaboradas em aula podem, de algum modo, apresentar-se como resultados dos estímulos causados pelas aulas de matemática e que são, se assim posso denominar, resultantes de uma transferência energética da aula em si, já que derivam das ações/reações dos sujeitos envolvidos no processo.

Além disso, a escolha do termo *ressonância* surgiu da necessidade de melhor transmitir a ideia de que tais produções escritas possuíam, de fato, um caráter documental capaz de relatar o prolongamento ou reflexão de, senão todas, quase todas as ações/reações/emoções envolvidas nos processos e que são, de algum modo, causadoras da intensificação do 'tom fundamental' produzido pela aula.

CAPÍTULO 2. Da linguagem e cognição: um diálogo possível

Este capítulo destina-se a abordar os aspectos que envolvem as relações entre linguagem e cognição acerca de questões que cercam o nosso objeto de estudo, ou seja, a escrita em aulas de matemática como ferramenta capaz de auxiliar e desenvolver a aprendizagem dos educandos.

Dessa forma, primeiramente farei uma abordagem das questões da linguagem, que enfocam a interação dos indivíduos no processo comunicacional, levantando alguns dos principais aspectos envolvidos nesse processo. Em seguida, voltarei o olhar para o modelo teórico de linguagem de Mikhail Bakhtin, de onde retirei alguns dos fundamentos para responder às perguntas desta pesquisa.

Mais adiante, farei uma abordagem dos aspectos que envolvem as questões da cognição, no âmbito da psicologia, para ampliar o terreno de investigação e, de algum modo, relacioná-los ao objeto de pesquisa. Para tal, farei uma síntese daquilo que julgo ser relevante sobre a teoria da psicologia cognitiva, destacando especialmente os estudos de J. Piaget e L. S. Vygotsky.

2.1. Da linguagem: uma perspectiva filosófica e algumas implicações para a educação

Os estudos voltados às questões da linguagem verbal vêm, ao longo dos anos, exercendo certo fascínio e detendo maior atenção daqueles que se ocupam dessa área, uma vez que a aprendizagem e o desenvolvimento dessa faculdade marcam as diferenças entre os seres humanos e os animais.

A propriedade da infinitude discreta da linguagem[10] já intrigava Galileu, um dos principais representantes do renascimento científico, que considerava a "maior de todas as invenções humanas" a possibilidade de poder expressar todos os sentimentos, pensamentos e imaginações apenas com a combinação de 26 caracteres, formando um número infinito de termos.

A capacidade humana de interação social e a busca da construção de sentidos para o mundo se manifestam a partir da linguagem que, por sua vez, se dá a partir da língua. De outro modo, dependemos da língua para o exercício da linguagem e, por conseguinte, do exercício desta para a interação social.

Segundo FANIZZI (2008, p. 26):

> Há uma relação de interdependência entre ambas, pois ao mesmo tempo em que as relações interativas dependem da linguagem para se efetuarem, a capacidade de comunicar-se por meio da linguagem também depende das relações interativas, uma vez que sem a coletividade e o convívio entre os indivíduos não surge a necessidade de comunicação.

Podemos, por exemplo, identificar os códigos de uma língua estrangeira mediante estudos diários com materiais autodidáticos, entretanto não somos capazes de compreender o conjunto de signos dessa língua, isto é, o instrumento de linguagem utilizado pelas comunidades que fazem uso dessa língua para comunicar-se e dar significado a tudo o que existe em seu entorno. É por esse motivo que se torna mais fácil o aprendizado de um novo idioma quando se está inserido no país cuja língua se deseja dominar, pois, de acordo com FANIZZI (2008, p. 26):

> Ao vivenciar o código na vida cotidiana da população local, é possível decifrar não apenas os sinais, como também os significados que a eles são conferidos.

De modo semelhante, não basta conhecer os códigos que compõem a linguagem matemática, pois isto não permitirá uma *leitura matemática* da realidade. No ensino desta disciplina, é poderíamos pensar que a imersão do

---

[10] Em sua forma mais pura, a propriedade da infinitude discreta da linguagem é exibida pelos números naturais 1, 2, 3, etc. e pode assim ser descrita: toda frase pode ser formada por um número inteiro de palavras, isto é, formam-se frases com três ou quatro palavras, mas nunca com três palavras e meia. Além disso, é sempre possível construir uma frase mais complexa com forma e sentido definidos.

educando em situações nas quais ele possa vivenciar/discutir o uso da linguagem matemática, mediado por materiais didáticos, professor e colegas, o auxiliariam a compreender melhor os significados da linguagem matemática.

É nesse sentido, portanto, que a atividade da linguagem – inclusive no aprendizado da matemática – pressupõe a comunicação e a interação. Todas as produções lingüísticas isoladas são abstratas e somente são concretizadas quando os indivíduos convivem e interagem socialmente.

Segundo BRAIT (*apud* FANIZZI, 2008, p. 27):

> A interação é um componente do processo de comunicação, de significação, de construção de sentido e que faz parte de todo ato de linguagem. É um fenômeno sociocultural, com características linguísticas passíveis de serem observadas, descritas, analisadas e interpretadas.

Nesse processo de interação, a fala é destinada ao outro, considerando-se os aspectos da forma (como se fala) e do conteúdo (o que se fala), e é determinada não só pelas competências linguísticas do indivíduo, mas também pela possibilidade de comunicação e suas intenções. Por isso mesmo, em sala de aula, embora alguns alunos tenham recursos linguísticos e cognitivos bastante apurados para expressar-se oralmente, os processos de interação comunicacional podem ficar prejudicados justamente pelo fato de o professor, em muitas ocasiões, expressar-se a partir de um monólogo não interativo, demonstrando uma atitude autoritária diante da classe.

Para FANIZZI (2008, p. 27) fica claro que

> Apesar de o professor e os alunos terem condições – cognitivas e linguísticas – de dialogar sobre os conteúdos de uma determinada disciplina, o *como* encaminhar o processo de interação do mestre (fundamentado na posição hierárquica escolar) define o *como* manifestar-se (ou calar-se) do aluno.

No ensino de matemática isto também parece ocorrer, o que, de algum modo, tem causado obstáculos e dificuldades na aprendizagem. Em situações como essas, embora o aluno esteja ‘inserido no país cuja língua se deseja dominar’ FANIZZI (2008), isto é, num ambiente no qual o uso da linguagem matemática é requerido, muitas vezes, não lhe é permitido, de fato, desenvolver sua capacidade de comunicar-se matematicamente.

Dentro do contexto desta pesquisa e a partir das considerações acima, foi ficando cada vez mais evidente que, para conduzir a investigação pretendida, eu deveria considerar mais profundamente os aspectos que cercam as questões de como as relações de interação comunicacional e social se estabelecem em sala de aula – entre professor-alunos e alunos-alunos – influenciando e, muitas vezes, determinando os processos de aprendizagem dos educandos.

Nesse sentido, foi natural a busca/encontro de bibliografias que tratassem das questões da filosofia da linguagem e também da psicologia cognitiva, a fim de apoiar teoricamente esta investigação.

2.2. A Filosofia da Linguagem

A filosofia da linguagem teve grande evolução na primeira metade do século XX, quando grandes filósofos, como Gottlob Frege, Bertrand Russell e Ludwig Wittgenstein desenvolveram importantes reflexões filosóficas relacionadas à linguagem.

Há duas acepções que se pode considerar como sendo as principais para a expressão “filosofia da linguagem”: uma de cunho mais estrito e outra mais ampla.

Estritamente, pode-se dizer que a filosofia da linguagem “é o resultado de uma investigação filosófica acerca da natureza e do funcionamento da linguagem”. (COSTA, 2003)

Em sua acepção mais ampla, a filosofia da linguagem “diz respeito a qualquer abordagem crítica de problemas filosóficos metodologicamente orientada por uma investigação da linguagem” (*idem ibidem*), e por isso é por vezes chamada de “crítica da linguagem”.

Além disso, historicamente, pode-se afirmar que há duas espécies de filosofia da linguagem: a filosofia da linguagem ideal e a filosofia da linguagem ordinária.

A filosofia da linguagem ideal é influenciada pela lógica simbólica desenvolvida a partir de Frege, principalmente pelo cálculo dos predicados. O objetivo é revelar, por trás das sentenças de nossa linguagem natural, sua verdadeira estrutura lógica, por vezes muito diversa da estrutura aparente e mostras aquilo que é verdadeiramente pensado.

A filosofia da linguagem ordinária, por sua vez, toma como modelo a linguagem do cotidiano, tentando investigar a sua estrutura funcional.

Todavia, foram enunciadas críticas a essas filosofias, visto que Bakhtin considera que a filosofia da linguagem ordinária reduz a linguagem à enunciação monológica (não a percebendo como dialógica), e que a filosofia da linguagem ideal reduz a linguagem a um sistema abstrato de formas. Desse modo, sob o ponto de vista de Bakhtin, essas concepções não nos permitem compreender de fato a linguagem. Para ele, para que tal compreensão ocorra, é necessário superar, dialeticamente, essas posições dicotômicas.

Então, Mikhail Bakhtin propõe a *interação verbal* como pilar de sustentação da filosofia da linguagem, tomando-a em sua acepção mais ampla, uma vez que busca compreender no interior das relações de interação entre situação social e linguagem os processos que imbricam as atividades de comunicação discursiva e outros tipos de atividade social.

No século XIX e mesmo posteriormente, pareceu natural aceitar, não só para explicar a própria origem da matemática (Filosofia da Matemática), mas também para se pensar o seu ensino, a filosofia da linguagem de Frege - visto que a Matemática era concebida, no Logicismo Matemático, como sendo um saber arbitrário. Nesse contexto, considera-se que o conhecimento da linguagem lógica resultaria na compreensão dos significados matemáticos. Entretanto, cada vez mais educadores matemáticos reconhecem a matemática como uma produção sociocultural, e o seu ensino como uma prática social. Podemos, então, pensar que a linguagem matemática empregada no ensino também é de natureza sócio-histórica, e não somente lógica; o que tem tornado possível pensar o ensino escolar da matemática com o apoio da teoria de Bakhtin.

2.3. Mikhail Bakhtin: uma nova concepção teórica da linguagem

Mikhail Mikhailovitch Bakhtin[11] nasceu no dia 16 de novembro de 1895, em Orel, uma pequena cidade ao sul de Moscou. Proveniente de uma família aristocrática empobrecida, Bakhtin tomou contato, desde cedo, com a diversidade cultural e linguística, por conta das inúmeras vezes em que precisou mudar de cidade com sua família. Era dono de uma sólida cultura clássica (obtida em seu curso universitário concluído em São Petersburgo em 1917), leitor voraz de literatura, profundo conhecedor da filosofia do século XIX e início do século XX (resultado de seu intenso convívio intelectual com o filósofo russo Matvei Kagan), estudioso das transformações do pensamento científico das primeiras décadas deste século, e animador carismático de grupos intelectuais compostos por artistas, filósofos, cientistas de variadas origens e diversificados interesses.

Bakhtin tem sido cada vez mais reconhecido como um dos estudiosos mais importantes e fascinantes das ciências humanas do século passado. O conjunto de suas ideias, que abordam de modo amplo e profundo temas centrais para todo o estudo das realidades humanas – a linguagem e, através dela, o sujeito, as relações entre sujeito/sociedade, a estética e a ética – constituiu o que se pode considerar uma revolução histórica de grande porte, cujos contornos, limites e conseqüências não foram ainda completamente percebidos e esgotados.

[11] É comum encontrarmos associado ao nome de Bakhtin os nomes de outros autores/filósofos que compunham o que denominamos Circulo de Bakhtin. Para maiores informações sobre Bakhtin e seu Círculo, ideias e contexto histórico de sua vida e obra podem ser consultadas, por exemplo, publicações brasileiras: BRAIT, Beth (org.) *Bakhtin, dialogismo e construção de sentido*. Campinas, SP, Editora Unicamp, 2005 (2008); BRAIT, Beth (org.) *Bakhtin: conceitos-chave*, 4ª Ed., (2008) e *Bakhtin: outros conceitos-chave*. São Paulo: Contexto, 2006; FARACO, Carlos Alberto; TEZZA; Cristóvão; DE CASTRO, Gilberto (orgs*.): Diálogos com Bakhtin*, 4ª Ed. Curitiba: Editora UFPR. (2007), dentre outras.

Apesar de fascinantes, as ideias desse autor podem ser consideradas demasiado difíceis de serem compreendidas, por alguns de seus leitores, e isto não se deve pelo fato de que ele seja um autor hermético. Muito ao contrário: seus textos são, em geral, muito claros e didáticos. Entretanto, algumas razões para a dificuldade de compreensão de suas ideias podem ser apontadas: o fato de sua obra ter sido publicada em "conta-gotas", como definiu FARACO (2007), ou eventuais problemas de tradução[12].

Apesar de Bakhtin operar com uma forma de pensar que se afasta radicalmente dos paradigmas hegemônicos no mundo acadêmico que estuda as realidades humanas, é muito comum depararmo-nos com leituras que tendem a enquadrá-lo em esquemas vigentes de leitura e interpretação.

Não pretendo apresentar ou afirmar que existe uma única e "correta" forma de interpretação dos escritos de Bakhtin. Minha intenção aqui, ao contrário, é a de justamente chamar a atenção para as inúmeras possibilidades de interpretação das teorias bakhtinianas. Entretanto, o que me interessa particularmente neste estudo são suas ideias sobre a linguagem, o texto, o discurso e as relações que os sujeitos estabelecem entre si e com a sociedade e a cultura em que estão inseridos.

2.3.1. O texto como objeto de estudo das ciências humanas

Mikhail Bakhtin, ao longo de suas reflexões sobre as ciências humanas e a linguagem apresentou ideias bastante inovadoras para o seu tempo a respeito do texto e, por isso mesmo, atualmente pode ser considerado o precursor dos estudos sobre o discurso.

O autor contraria os caminhos tomados pelos estudiosos da lingüística, os quais tomaram a língua por objeto e iniciaram a busca de unidades mínimas ou de unidades até a dimensão da frase ao afirmar que as particularidades e

[12] Sobre as obras de Bakhtin e de outros membros de seu Círculo, existem publicações individuais e outras ainda sob a polêmica em relação à autoria, se de Bakhtin ou de algum outro membro do Círculo que as assina juridicamente. Quanto à essa questão, não farei, no corpo desse trabalho, nenhuma referência especifica, exceto quando explicitado nos textos de onde extraímos as citações autorais.

especificidades das ciências humanas estão no fato de que o seu objeto de estudo é o texto.

De outro modo, o autor acredita que as ciências humanas voltam-se para o homem, mas é o homem produtor de textos que aí se apresenta. E esse homem produtor de textos de que fala Bakhtin, necessita dos outros para se constituir, não deixando, no entanto, de apresentar marcas significativas de alteridade. É essencialmente o excedente da visão, do conhecimento, da posse do homem – segundo Bakhtin, "*excedente* sempre presente em face de qualquer outro indivíduo" – que o constitui e o torna insubstituível no mundo (BAKHTIN, 2006, p. 21).

Além disso, de acordo o com teórico, "ser significa ser para o outro e, através dele, para si". Conforme explicita Bakhtin,

> Eu não posso passar sem o outro, não posso me tornar eu mesmo sem o outro; eu devo encontrar a mim mesmo no outro, encontrar o outro em mim (no reflexo recíproco, na percepção recíproca). A justificativa não pode ser *auto*justificativa, o reconhecimento não pode ser o *auto*-reconhecimento. Do outro eu recebo meu nome, e este existe para os outros (autonomeação – impostura) (BAKHTIN, 2007, p. 342)

No sentido de explicar suas intenções acerca dos estudos do texto, próprio autor (BAKHTIN, 2006, p. 308) comenta:

> Não é nossa intenção um aprofundamento na história das ciências humanas, particularmente da filologia e da lingüística – estamos interessados na especificidade do pensamento das ciências humanas, voltado para pensamentos, sentidos e significados dos outros, etc., realizados e dados para o pesquisador apenas sob a forma de *texto*.

Por esse caminho, Bakhtin extrapola os limites do entendimento do texto, concebendo-o como *enunciado*, localizado numa esfera extralingüística e assinalando que é na relação entre sujeitos, na produção e na interpretação dos textos que se constroem o sentido do texto e os próprios sujeitos. Em vista disto, cotidianamente, o enunciador, ao construir seu discurso, leva em conta o discurso "do outro", o que também se faz necessário para o ensino-aprendizagem da matemática – e de qualquer outra disciplina. De outra maneira, o que se pode entender é que essa concepção incorpora a constituição do sujeito e do sentido.

Ainda segundo Bakhtin (2006) há dois elementos que determinam o texto como enunciado: a sua intenção (ideia) e a realização dessa intenção. A “índole” do texto é, portanto, determinada pelas interrelações dinâmicas desses dois elementos e pela luta entre eles.

A partir dessa perspectiva, surge a noção de que o homem não só é conhecido por meio de seus textos, mas que também se constrói enquanto objeto de estudos neles ou por meio deles.

Nesse sentido, o texto como objeto das ciências humanas, se define como o esquema bem organizado por BARROS (in BRAIT, 2005, p 26-27):

> a) objeto significante ou de significado, isto é, o texto significa;
>
> b) produto da criação ideológica ou de uma enunciação, com tudo o que está aí subentendido: contexto histórico, social, cultural etc. (em outras palavras, o texto não existe fora da sociedade, só existe nela e para ela e não pode ser reduzido à sua materialidade lingüística [empirismo objetivo] ou dissolvido nos estados psíquicos daqueles que o produzem ou o interpretam [empirismo subjetivo]
>
> c) dialógico: já como conseqüência das duas características anteriores o texto é, para o autor, constitutivamente dialógico; define-se pelo diálogo entre os interlocutores e pelo diálogo com os outros textos;
>
> d) único, não reproduzível: os traços mencionados fazem do texto um objeto único, não reiterável ou repetível.

Além disso, quanto ao sujeito – produtor de textos – só se pode compreendê-lo nas ciências humanas dialogicamente, pois:

> As ciências exatas são uma forma monológica do saber: o intelecto contempla uma *coisa* e emite enunciado sobre ela. Aí só há um sujeito cognoscente (contemplador) e falante (enunciador). A ele só se contrapõe a *coisa muda*. Qualquer objeto do saber (incluindo o homem) pode ser percebido e conhecido como coisa. Mas o sujeito como tal não pode ser percebido e estudado como coisa porque, como sujeito e permanecendo sujeito, não pode tornar-se mudo,

> consequentemente, o conhecimento que se tem dele só pode ser *dialógico*. (BAKHTIN, 2006)

Assim, as relações que se dão entre o sujeito da cognição e o sujeito a ser conhecido nas ciências humanas são, para o autor, relações entre *destinador* e *destinatário*. O sujeito da cognição procura interpretar ou compreender o outro sujeito em lugar de apenas conhecer o objeto.

De fato, ainda segundo BAKHTIN (2006, p.137):

> A compreensão é uma forma de diálogo, ela está para a enunciação assim como uma réplica está para a outra no diálogo. Compreender é opor à palavra do locutor uma *contrapalavra.*

É dessa forma que se pode afirmar que as reflexões de Bakhtin sobre as ciências humanas tomam como ponto de partida, para a concepção da própria ciência, o texto como objeto central de toda a investigação sobre o homem.

2.3.2. O dialogismo bakhtiniano

O conceito de dialogismo em Bakhtin – princípio unificador de sua obra – surge a partir de seu projeto de investigação sobre a linguagem e, mais especificamente, sobre a existência do ser humano concreto. Pode-se afirmar que a visão bakhtiniana de mundo está estruturada a partir de uma concepção radicalmente social do homem.

É o caso de se apreender o homem como um ser que se constitui essencialmente na e pela interação, ou seja, sempre imerso numa complexa e intrincada rede de relações sociais, da qual participa permanentemente.

Segundo FIORIN (2008, p. 17), para Bakhtin,

> [...] A unicidade do ser humano existe na ação, no ato individual e responsável. Viver é agir e agir em relação ao que não é o eu, isto é, o outro. Eu e outro constituem dois universos de valores ativos, que são constitutivos de todos os nossos atos. As rações concretas realizam-se na contraposição de valores.

É assim que o dialogismo bakhtiniano estabelece a interação verbal no centro das relações sociais, pois:

> [...] toda a parte verbal de nosso comportamento (que se trate de linguagem interior ou exterior) não pode, em nenhum caso, ser atribuída a um sujeito individual considerado isoladamente. (BAKHTIN, *apud* DAHLET in BRAIT, 2005)

Do compreendido, foi por conta de afirmações como essa, dentro da concepção do dialogismo constitutivo, que Bakhtin revolucionou decisivamente o quadro teórico linguístico de sua época – a elaboração de uma teoria da enunciação desencadeou, na época, uma “revisão escrupulosa de todas as categorias lingüísticas fundamentais” (DAHLET, in BRAIT, 2005).

O salto teórico do dialogismo bakhtiniano é reconhecidamente notável e tem consequências imediatas na maneira de se conceber o discurso como uma “construção híbrida, (in)acabada por vozes em concorrência e sentidos em conflito” (DAHLET, in BRAIT, 2005).

No entanto, essas conseqüências são menores – não no sentido de serem inferiores, mas sim no sentido de serem mais especificas e pontuais – na organização do sujeito, se o que se concebe é que este sujeito modifica o seu discurso em função das intervenções de outros discursos – mesmo que sejam intervenções somente imaginadas – e a partir do “outro”, onde está localizado o seu interlocutor.

De fato, quando falamos não estamos agindo sozinhos. Todo locutor deve considerar em seu plano de ação uma previsão possível de seu interlocutor e adaptar constantemente seus recursos às reações percebidas, provenientes do outro.

Como decorrência dessa reciprocidade, toda ação verbal toma a forma socialmente essencial de uma interação, conforme explicita o próprio autor russo (BAKHTIN *apud* DAHLET, 2005):

> Nenhum enunciado em geral pode ser atribuído apenas ao locutor: ele é produto da interação dos interlocutores e, num sentido mais amplo, o produto de toda esta situação social complexa.

É nesse sentido que, de acordo com Bakhtin, tomando-se a língua em sua totalidade concreta, viva, e em seu uso real, pode-se verificar nela a propriedade de ser dialógica.

Sobre a concepção dialógica da linguagem pode-se tomar como bases três eixos do pensamento bakhtiniano: unicidade do ser e do evento; relação eu-outro e dimensão axiológica (FARACO, 2008).

No entanto, vale salientar que, as relações dialógicas de que trata Bakhtin não se restringem ao quadro estreito do diálogo face a face que, de acordo com FIORIN (2008), são apenas uma forma composicional em que elas ocorrem, ou seja, independentemente da forma ou dimensão em que ocorrem, todos os enunciados[13] no processo de comunicação são dialógicos.

> Neles [enunciados], existe uma dialogização interna da palavra, que é perpassada sempre pela palavra do outro, é sempre inevitavelmente também a palavra do outro. (FIORIN, 2008, p. 19)

Em outros termos, o que se pode concluir é que o enunciador constitui o próprio discurso levando em conta o discurso de outrem, isto é, as relações de sentido que se estabelecem entre dois enunciados são o que de fato constituem o dialogismo. Pode-se dizer, então, que todo discurso é “inevitavelmente ocupado, atravessado” pelo discurso alheio, de acordo com Fiorin (2008). Nesse contexto, pode-se dizer que o dialogismo se estabelece a partir das relações de sentido que se dão entre dois enunciados.

Nesse ponto, faz-se necessário esclarecer uma questão muito importante: quais os motivos que levaram Bakhtin e seu Círculo a darem lugar central à linguagem em suas investigações?

A resposta é porque, de acordo com o autor, não é possível estabelecer um acesso direto à realidade, uma vez que esta é sempre mediada pela linguagem. Isto quer dizer que a realidade apresenta-se para os indivíduos sempre semioticamente, ou seja, linguisticamente.

Segundo FIORIN (2008, p.20):

> Um objeto qualquer do mundo interior ou exterior mostra-se sempre perpassado por ideias gerais, por pontos de vista, por apreciações

---

[13] Sobre o termo *enunciado* é importante ressaltar que, em alguns estudos teóricos, é equivalente à frase ou sequências frasais. Entretanto, as teorias pragmáticas da linguagem concebem o termo *enunciado* como sendo uma unidade de comunicação, unidade de significação, necessariamente contextualizado. Nessa perspectiva, “uma mesma frase realiza-se em um número infinito de enunciados, uma vez que esses são únicos, dentro de situações e contextos específicos, o que significa que a ‘frase’ ganhará sentido diferente nessas diferentes realizações ‘enunciativas’” (BRAIT, 2008). A concepção de enunciado para Bakhtin segue essa última perspectiva.

> dos outros; dá-se a conhecer para nós desacreditado, contestado, avaliado, exaltado, categorizado, iluminado pelo discurso alheio. Não há nenhum objeto que não apareça cercado, envolto, embebido em discursos.

Cabe aqui comentar que, notadamente a partir de concepções de ensino de matemática presentes no movimento da matemática moderna, muitas vezes, em sala de aula, não se tem considerado que o discurso matemático é "perpassado por idéias gerais, por pontos de vista, por apreciações dos outros". Menos ainda, ele "dá-se a conhecer para nós desacreditado, contestado, avaliado, exaltado, categorizado, iluminado pelo discurso alheio", ao contrário, pois a ele é atribuído uma autoridade que se relaciona à própria filosofia de Frege. Nesse sentido, podemos considerar que, ao olhar o ensino de matemática a partir da filosofia de Bakhtin, considero que seja possível constituir uma proposta diferente.

De modo geral, qualquer discurso que trate de um objeto não está voltado para a realidade em si, mas para os discursos que cercam tal realidade. Em consequência, toda palavra está, também, constantemente dialogando com outras palavras, rodeada por elas e constituindo-se a partir delas.

Além disso, todo enunciado é uma réplica de um diálogo, isto é, cada vez que um enunciado é produzido ele está respondendo ao movimento de participação de um diálogo com outros discursos.

Por isso, pode-se dizer que um enunciado não existe fora das relações dialógicas, já que "nele estão sempre presentes ecos e lembranças de outros enunciados, com que ele conta, que ele refuta, confirma, completa, pressupõe e assim por diante" (FIORIN, 2008).

Em outros termos, Bakhtin (2006) afirma que todo enunciado constitui essencialmente um processo complexo e amplamente ativo da comunicação discursiva. Contrariamente à concepção da representação esquemática de dois parceiros de comunicação discursiva[14] – o falante ativo no discurso e o ouvinte (receptor) passivo no discurso – o autor afirma que nesses processos,

[14] À essa concepção pode-se fazer referência aos estudos de Ferdinand de Saussure encontrados em *Trabalhos de Lingüística (*Moscou, 1977), conforme nota do próprio Bakhtin em *Estética da Criação Verbal*, 2006.

geralmente se encontram situações de ativa responsividade entre os interlocutores:

> Neste caso, o ouvinte ao perceber e compreender o significado (linguístico) do discurso ocupa simultaneamente em relação a ele uma ativa posição responsiva: concorda ou discorda dele (total ou parcialmente), completa-o, aplica-o, prepara-se para usá-lo, etc; essa posição responsiva do ouvinte se forma ao longo de todo o processo de audição e compreensão desde o seu início, às vezes literalmente a partir da primeira palavra do falante. (BAKHTIN, 2006, p. 271)

Assim, a compreensão de um enunciado vivo é de natureza puramente responsiva, isto é, toda compreensão pressupõe naturalmente uma resposta, fazendo com que o "ouvinte se torne um falante". (BAKHTIN, 2006) Evidentemente, o autor se refere a uma resposta que nem sempre é imediata, ou seja, a compreensão pode se dar, inicialmente, de forma passiva – o momento abstrato da compreensão – e, consequentemente, de forma ativamente responsiva, a resposta surge na forma de outro enunciado ou mesmo de uma ação. Com efeito, "cedo ou tarde, o que foi ouvido e ativamente entendido responde nos discursos subseqüentes ou no comportamento do ouvinte". (BAKHTIN, 2006, p. 272)

Além disso, a delimitação da dimensão de um enunciado é dada pela alternância entre os interlocutores, conforme explica o teórico:

> Todo enunciado – da réplica sucinta (monovocal) do diálogo cotidiano ao grande romance ou tratado científico – tem, por assim dizer, um princípio absoluto e um fim absoluto: antes do seu início, os enunciados de outros; depois do seu término os enunciados responsivos de outros (ou ao menos uma compreensão ativamente responsiva silenciosa do outro ou, por último, uma ação responsiva, baseada nessa compreensão). O falante termina o seu enunciado para passar a palavra ao outro ou dar lugar à sua compreensão ativamente responsiva. O enunciado não é uma unidade convencional mas uma unidade real, precisamente delimitada da alternância dos sujeitos dos discursos, a qual termina com a transmissão da palavra ao outro, por mais silencioso que seja o "dixi" percebido pelos ouvintes [como sinal] de que o falante terminou. (BAKHTIN, 2006, p. 275)

Bakhtin possuía um grande apreço pela ‘palavra do outro’, chegando a se relacionar com tal questão de maneira “amorosa” (FARACO, CASTRO & TEZZA (orgs.), 2007)

Para o autor russo, “o que foi dito merece ser ouvido” (*idem ibidem*) e é exatamente esta a grande qualidade de seu método: daí deriva um de seus pressupostos, isto é, a noção de que são as relações com os outros indivíduos que nos constituem.

Em última instância, Bakhtin afirma que a consciência e a própria vida humana são de natureza dialógica e que somente podem acontecer dentro das relações ininterruptas de interação social, pois:

> A única forma adequada de *expressão verbal* da autêntica vida do homem é o *diálogo inconcluso*. A vida é dialógica por natureza. Viver significa participar do diálogo: interrogar, ouvir, responder, concordar, etc. Nesse diálogo, o homem participa inteiro e com toda a vida: com os olhos, os lábios, as mãos, a alma, o espírito, todo o corpo, os atos. Aplica-se totalmente na palavra, e essa palavra entra no tecido dialógico da vida humana, no simpósio universal. (BAKHTIN, 2006, p. 348)

Quanto ao tecido dialógico da palavra, Bakhtin completa:

> A palavra, a palavra viva, indissociável do convívio dialógico, por sua própria natureza quer ser ouvida e respondida. Por sua natureza dialógica, ela pressupõe também a última instância dialógica. Receber a palavra, ser ouvido. É inadmissível a solução *à revelia*. Minha palavra permanece no diálogo contínuo, no qual ela será ouvida, respondida e reapreciada. (BAKHTIN, 2006, p. 356)

Com efeito, as implicações dessa teoria para a educação e, particularmente para as relações sociais nas salas de aula, surgem como consequência a tal movimento dialógico/comunicacional: professores e alunos envolvidos nesse processo criam condições para que se estabeleça um ambiente de aprendizagem com compreensão, já que, “[...] Na explicação existe apenas uma consciência, um sujeito; na compreensão, duas consciências, dois sujeitos. [...] Em certa medida, a compreensão é sempre dialógica” (BAKHTIN, 2006, p.316).

Assim, por conta do movimento dialógico em que são colocados os interlocutores dos discursos em sala de aula – professor e alunos –, considero a escrita em aulas de matemática uma ferramenta capaz de potencializar as ações/reações desses interlocutores obtidas responsivamente, dentro dos pressupostos bakhtinianos.

2.4. Da cognição: a perspectiva psicológica e algumas implicações para a Educação Matemática

O salto da Educação Matemática, que foca a atividade intelectual autônoma do educando, está intimamente relacionado com o surgimento da Psicologia Cognitiva como campo de estudo. As concepções acerca das crianças e dos modos como elas aprendem e se relacionam com o conhecimento, tem sido decisivas para a escolha dos métodos de aprendizagem não só da Matemática como também de outras áreas do conhecimento.

Dentre muitos estudiosos dos fenômenos do comportamento psicológico que mais contribuíram para a elaboração de novas concepções e teorias do desenvolvimento cognitivo destacam-se A. Binet, L.Stefee, A. Szeminska, J. Piaget, L.S. Vygotsky, A.V. Leontiev e A.R. Luria, J. Bruner, A. Vallon, C. Kamii, entre outros. Cada um deles representa pontos de vista do comportamento psicológico nos processos de aprendizagem com diferenças substanciais de teorias anteriormente elaboradas. Deles resultam as teorias da Psicologia Cognitiva conforme a conhecemos atualmente.

Neste trabalho, procuro focar apenas algumas partes das teorias de J. Piaget e L.S. Vygotsky, que deverão orientar a presente investigação. A escolha não se deu ao acaso e foi orientada pelo fato de que as obras desses autores, além de comporem o cenário contemporâneo voltado aos campos da Psicologia e da Educação, são também fontes das teorias de onde se têm retirado fundamentos para uma “pedagogia ativa centrada no educando”. (DOMITE, 1993)

Além disso, a justificativa para a escolha desses autores é justamente porque, ao longo de seus estudos, estiveram em busca de fatos e discutiram ideias advindas de evidências que emergiram da experimentação refletida. Nesse sentido, as expectativas, no âmbito desta investigação, quanto ao papel das ressonâncias das aulas de matemática no processo educacional vão ao encontro com os procedimentos e atitudes adotadas por esses autores na busca da construção de suas teorias.

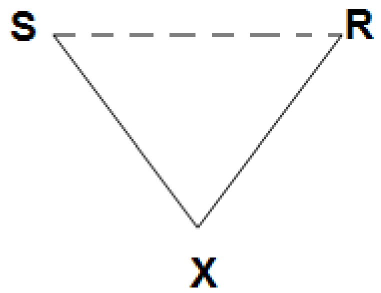
Atualmente, a Psicologia apresenta-se como um campo de estudos amplamente ramificado de disciplinas. Alguns desses ramos estudam as bases naturais dos processos psíquicos, enquanto outros estudam os fundamentos sociais da atividade psíquica. A Psicologia Cognitiva é uma das disciplinas que compõem esse segundo grupo e que, ao investigar aspectos da mente humana, procura analisar os processos cognitivos, buscando examinar soluções para problemas relevantes da Educação.

Para a Psicologia Cognitiva são rejeitadas as concepções empiristas associacionistas que tomam o conhecimento numa perspectiva, de certo modo, passiva, isto é, sujeito à percepção sensorial. Segundo essa corrente, a aprendizagem é mediada, essencialmente, por imagens e sons que atuam sobre o espírito. Piaget é contrário a essa concepção e explica:

> [...] o fato essencial que contradiz tais sobrevivências do empirismo associacionista, cujo estabelecimento é renovado nas concepções da inteligência, é que os conhecimentos derivam da ação, não no sentido de meras respostas associativas, mas no sentido muito mais profundo da associação do real com as coordenações necessárias e gerais da ação. (PIAGET, *apud* DOMITE, 1993)

A Psicologia Cognitiva se opõe também às concepções behavoristas que tomam o comportamento humano como sendo manipulado adequadamente por estímulos ambientais. Essa teoria baseia-se na observação do comportamento humano para extrair conclusões sobre o funcionamento da mente, e seu ponto central está na reação direta estímulo-resposta para orientar a aprendizagem. Vygostsky não só se mostrou contrário a essa questão como reelaborou a relação estímulo-resposta, introduzindo um componente intermediário que atua como um elo de ligação entre as duas extremidades:

> Toda forma elementar de comportamento pressupõe uma reação direta à situação-problema defrontada pelo organismo (o que pode ser representado pela fórmula simples S–R). Por outro lado, a estrutura de operações com signos requer um elo intermediário entre o estímulo e a resposta. Este elo intermediário é um estímulo de segunda ordem (signo), colocado no interior da operação, onde preenche uma função especial; ele cria uma nova relação entre S e R. O termo 'colocado' indica que o indivíduo deve estar ativamente engajado no estabelecimento desse elo de ligação. Esse signo possui, também, a característica importante da ação reversa (isto é, ele age sobre o indivíduo e não sobre o ambiente. Consequentemente o processo simples estímulo-resposta é substituído por um ato complexo, mediado, que representamos da seguinte forma:



> (VYGOTSKY, 1991)

De acordo com esse novo esquema, o impulso direto para reagir é inibido, e é incorporado um estímulo auxiliar que facilita a complementação da operação por meios indiretos.

Os estudiosos da Psicologia Cognitiva agregam às suas teorias diversos pressupostos ligados à questões epistemológicas fundamentais da natureza do conhecimento. Em primeira instância, o modelo cognitivo apóia-se no princípio fundamental de que o conhecimento é uma *representação mental*, isto é, o conhecimento, na verdade está associado à nossa maneira de representar as coisas e não às coisas propriamente ditas.

Segundo CHIARONTTINO (*apud* DOMITE, 1993),

> Pensar seria não apenas representar, mas organizar ou estruturar representações. Essas representações, ou as imagens mentais, segundo Piaget, seriam “cópias” do real. Usamos “cópia” entre aspas, porque as imagens para Piaget, não derivam dos objetos ou dos acontecimentos “em si”, mas do real tal qual está construído pelas ações do indivíduo num dado momento. (CHIAROTTINO, apud DOMITE, 1993)

Em outros termos, estamos constantemente participando ativamente da construção de nossas ideias na vida cotidiana, e as formas de representar o conhecimento que temos das coisas dependem de diferentes fatores, como nossos interesses, experiências anteriores e capacidades (CARRAHER, 1983).

No pensamento de Vygostsky, o conhecimento como *representação mental* ocupa lugar central, já que esta concepção possui relação estreita com a ideia de que os sistemas simbólicos influenciam o funcionamento psicológico do homem, ou seja, a relação entre o homem e o mundo não é dada diretamente, mas é mediada pelos “signos” – significações obtidas através de processos mentais. Nesse sentido, a mediação dos seres humanos entre si e com o mundo é feita pelos instrumentos técnicos e os sistemas de signos, construídos historicamente. Podemos considerar como signo mediador por excelência a linguagem, já que carrega em si conceitos generalizados e elaborados pela cultura humana. (REGO, 2008)

Ainda segundo a autora, a linguagem surge para imprimir três mudanças essenciais nos processos psíquicos do homem:

> A primeira se relaciona ao fato de que a linguagem permite lidar com os objetos do mundo exterior mesmo quando eles estão ausentes. Por exemplo, a frase “O vaso caiu” permite a compreensão do evento mesmo sem tê-lo presenciado, pois operamos com esta informação internamente.
>
> A segunda se refere ao processo de abstração e generalização que a linguagem possibilita, isto é, através da linguagem é possível analisar, abstrair e generalizar as características dos objetos, eventos, situações presentes na realidade. Como, por exemplo, a palavra, “árvore” designa qualquer árvore (independentemente de seu tamanho, se é frutífera ou não etc.) Nesse caso, a palavra generaliza o objeto e o inclui numa determinada categoria. Desse modo a

> linguagem não somente designa os elementos presentes na realidade mas também fornece conceitos e modos de ordenar o real em categorias conceituais.
>
> A terceira está associada à função de comunicação entre os homens que garante, como conseqüência, a preservação, transmissão e assimilação de informações e experiências acumuladas pela humanidade ao longo da história. A linguagem é um sistema de signos que possibilita o intercâmbio social entre indivíduos que compartilhem desse sistema de representação da realidade. Cada palavra indica significados específicos, como por exemplo, a palavra "pássaro" traduz o conceito deste elemento presente na natureza, é nesse sentido que representa (ou substitui) a realidade. É justamente por fornecer significados preciosos que a linguagem permite a comunicação entre os homens. (REGO, 2008, p.53-54)

Em seu programa de pesquisa, Vygotsky buscou analisar de que modo as relações entre o uso de instrumentos e a fala afetam diversas funções psicológicas, principalmente a percepção, as operações sensório-motoras e a atenção. Além disso, procurou verificar que a memória humana está intrinsecamente associada com o fato de que os seres humanos são capazes de *lembrar* ativamente com a ajuda de signos, o que os distingue essencialmente dos animais.

Assim, os sistemas de representação da realidade – os sistemas simbólicos –, em especial, a linguagem, atuam como elementos mediadores que permitem "a comunicação entre os indivíduos, o estabelecimento de significados compartilhados por determinado grupo cultural, a percepção e interpretação dos objetos, eventos e situações do mundo circundante" (REGO, 2008, p.55).

2.4.1. Implicações para a sala de aula: algumas relações dessas teorias com a teoria bakhtiniana

Considerar que os alunos e alunas chegam à escola enquanto indivíduos possuidores de algum conhecimento e que operam intelectualmente de acordo com os mecanismos de funcionamento mental da espécie humana deve ser, em nossa opinião, uma das principais preocupações de um professor que está atento à sua prática.

Nesse sentido, a escola, enquanto instituição responsável por transmitir um corpo de conhecimentos socialmente definidos como relevantes, além de trabalhar os modos de operar intelectualmente considerados adequados ao contexto social em que está inserida, deve se ocupar com o desafio de como fazer para encaminhar cada indivíduo do ponto de partida em que se encontra ao ingressar nessa escola para o ponto de chegada estabelecido pelos objetivos da mesma.

Os pensamentos tipicamente humanos, caracterizados pelos processos mentais superiores, são mediados por sistemas simbólicos, como destacou Vygotsky. Isto quer dizer que a nossa capacidade de operar mentalmente com representações de objetos, eventos e situações do mundo real existe mesmo na ausência das coisas representadas.

Segundo KOHL OLIVEIRA (1992),

> Essa capacidade de representação simbólica liberta o homem da necessidade de interação concreta com os objetivos de seu pensamento, permitindo que ele pense sobre coisas passadas ou futuras, inexistentes ou ausentes do espaço onde ele se encontra, sobre planos, projetos e intenções.

Além disso, a mediação da relação direta entre o sujeito e o objeto de conhecimento é feita por essas representações mentais que, por esse motivo, podem ser consideradas “uma espécie de ‘filtro’ através do qual percebemos o mundo real” (*idem ibidem*).

A percepção que temos de mundo é, também, moldada pela rotulação específica que damos aos signos – através das palavras –, isto é, os conceitos e representações da realidade são ordenados em categorias, de maneira a simplificar a sua extrema complexidade. Mas palavras, ensinou-nos Bakhtin, são produto da interação do locutor e do interlocutor; elas servem de expressão de um em relação ao outro e a significação das palavras constroem o sentido do texto.

No ensino de matemática, os conceitos são expressos não só pela linguagem lógica, mas também por palavras. Em vista disto, também no ensino de matemática, os conceitos são constituídos a partir das características objetivas a eles concedidas e, também, pelas formas de organização impostas pelos seres humanos ao mundo real. Conforme exemplifica KOHL OLIVEIRA (1992),

> [...] Assim, por exemplo, se por um lado a forma triangular existe no mundo físico, por outro, a palavra 'triângulo' agrupa todas as ocorrências dessa forma geométrica sob uma mesma categoria conceitual. O indivíduo que se desenvolve numa cultura que dispõe da palavra 'triângulo' interage simultaneamente com as formas triangulares que encontra no mundo e com a existência e o uso dessa palavra. O conceito de triângulo que esse indivíduo possui, portanto, procede ao mesmo tempo de um dado objetivo e da disponibilidade da palavra, com um determinado significado, na sua língua.

O exemplo de Kohl pode nos levar a refletir sobre a possibilidade da palavra "triângulo" não estar disponível na língua de um determinado aluno. Nesse caso, embora a forma triangular existisse no meio em que vive, ele não disporia de uma palavra que agrupasse, na mesma categoria conceitual, os objetos que possuem a forma triangular. É neste ponto que se torna pertinente observar que o movimento de interação dialógica – a comunicação matemática, no nosso caso – que se estabelece pelos discursos em sala de aula, entre professor/aluno e aluno/aluno, permite que os indivíduos construam suas estruturas conceituais e seus universos de significados (matemáticos), a partir de suas experiências com o mundo objetivo e no contato direto com as formas culturalmente determinadas.

Esse processo é ininterrupto ao longo da vida de um indivíduo e, portanto, permite que ele esteja constantemente adquirindo novos conceitos, relacionando-os, criando para eles outros significados e reordenando essas relações de acordo com o mundo real. Tal processo é, ainda, capaz de proporcionar ao indivíduo um leque de estruturas conceituais interligadas por relações de semelhanças, adjacências e dependências, como numa rede de conceitos que, podem representar simultaneamente o conhecimento acumulado por esse indivíduo bem como o “filtro através do qual ele é capaz de interpretar os fatos, eventos e situações com que se depara no mundo objetivo”. (KOHL OLIVEIRA, 1992)

Com o processo de amadurecimento do indivíduo, torna-se cada vez mais importante o seu processo de reflexão sobre os conceitos e mais evidentes e maiores são as suas possibilidades de tomada de ações deliberadas sobre o próprio universo de conhecimento.

Nesse ponto, fica estabelecida a ligação entre o processo de aprendizagem com a formação da rede de conceitos e a construção de universos de significados.

Em sala de aula, quando os conteúdos escolares são trabalhados pelo professor com seus alunos – que possuem, cada um, um universo conceitual próprio –, deve-se atentar para o fato de que o corpo de conceitos adquiridos pelos estudantes constitui, na verdade, o conteúdo intelectual acumulado por eles aliado à mediação simbólica da sua experiência e que é sobre essa base que se assentarão os diferentes episódios de aprendizagem. Nesse sentido, no ensino da matemática, cabe ao professor considerar que os alunos e alunas que chegam à sala de aula possuem já um corpo conhecimentos adquiridos em suas experiências de mundo-vida e tal corpo de conhecimentos será trabalhado a partir das interações discursivas estabelecidas no ambiente da sala de aula – então, a comunicação matemática – de tal modo que ocorrerão as possibilidades de aprendizagem.

Por isso mesmo, é fundamentalmente importante que seja feita a relação entre o novo conhecimento e a estrutura conceitual daquele indivíduo que se encontra no papel de aprendiz, uma vez que a aquisição de conhecimentos sobre certo tema é dada a partir da operação das transformações na estrutura de conceitos já adquiridos.

CAPÍTULO 3. Educação e comunicação: uma via de mão dupla

Neste capítulo pretendemos abordar de forma inter-relacionada a matemática e a comunicação – ou, se assim podemos dizer, a comunicação matemática – no desenvolver das expressões matemáticas oral e escrita, que ocorrem no contexto das salas de aula. Para tanto, procuraremos abordar a matemática sob dois aspectos, isto é, enquanto uma forma de linguagem que possui características próprias e também como um veículo de comunicação a ser utilizado em sala de aula.

Sobre o primeiro aspecto, encaminharemos nossa abordagem buscando compreender em que medida a linguagem comum está relacionada à linguagem matemática que se trabalha em sala de aula. Farei tal abordagem por compreender e reconhecer que, na matemática podem ser destacados ao menos dois segmentos bastante distintos: a matemática acadêmica e a matemática escolar. Nesse sentido, diferenciar os dois segmentos faz-se necessário, uma vez que, no contexto desta investigação, estamos preocupados justamente com a matemática - mais especificamente, com a comunicação matemática – com que lidamos em sala de aula.

Sobre o segundo aspecto, tentarei ressaltar a importância da comunicação para a educação matemática, apontando alguns caminhos que podem ser seguidos pelos professores em sala de aula para incentivar e motivar seus alunos a comunicarem suas ideias e pensamentos matemáticos.

Em seguida, retomarei um episódio relatado no primeiro capítulo deste trabalho a fim de expor minha interpretação sobre os motivos que podem levar os educandos a se sentirem inseguros quando convocados, em algumas situações, a compartilharem suas ideias e pensamentos matemáticos.

3.1. A matemática como uma forma de linguagem e suas consequências para a educação

É muito comum ouvirmos expressões como "*a matemática é abstrata*", "*a matemática é exata*" ou "*a linguagem da matemática é de difícil compreensão"* (MACHADO, 2001). Naturalmente, para aqueles que se envolveram um pouco mais com os estudos matemáticos – sejam professores ou pesquisadores da área – reduzi-la e simplificá-la com tais afirmações pode levar a grandes equívocos.

A matemática como área do conhecimento que tem enorme riqueza apresenta-se com diversas facetas, dentre as quais se destaca a sua linguagem própria. Perceber e considerar essa particularidade deve ser um dos papéis daqueles que estão envolvidos com a matemática e, principalmente, com a educação matemática. Enquanto educadores, devemos estar atentos para não reduzir a matemática a *slogans* que distorcem suas reais propriedades e atribuem a ela uma imagem de que se trata de uma ciência destinada apenas aqueles cujo 'dom' é inato. Além disso, devemos perceber que atitudes como essa podem, em última instância, segregar os educandos afastando-os mais ainda dos objetivos de aprendizagem da matemática.

Dessa forma, entendemos a matemática, no contexto dessa investigação, como constituída de uma linguagem própria que pode ser apreendida por qualquer indivíduo, basta que sejam observados e trabalhados aspectos próprios desta forma de linguagem.

Enquanto linguagem, a matemática pode ser decomposta em escrita, oral e pictórica, conforme defendem alguns autores (USISKIN, 1996). De fato, a linguagem matemática apresenta-se a partir de um conjunto de símbolos próprios codificados e que se relacionam a partir de determinadas regras, conhecidas por certa comunidade, capaz de fazer uso delas para se comunicar. Nesse sentido, pode-se afirmar que a matemática dispõe de um registro oral, uma vez que está implícita a capacidade de "falar" essa linguagem e, por isso mesmo, podemos falar em linguagem matemática oral. Naturalmente, a linguagem oral da matemática faz uso da língua natural como língua suporte para sua comunicação (MENEZES, 1999). Já a forma pictórica da linguagem matemática é composta, de acordo com Usiskin (1996), por exemplo, por gráficos, diagramas, barras de Cuisenaire ou desenhos.

Embora considere que todas as formas de representação da matemática são igualmente relevantes para a educação, aqui nesta pesquisa, darei especial atenção às questões que envolvem a linguagem matemática em sua forma escrita e suas relações com a aprendizagem desse componente curricular, uma vez que considero que o desenvolvimento capacidade pode ser uma importante ferramenta no que se refere à instrução matemática. Em outras palavras, acredito que, para os professores que são indivíduos sempre ávidos por reconhecer o afloramento de ideias e modos de raciocínio em seus alunos, a escrita matemática pode surgir como um valioso recurso a ser utilizado nos processos de ensino e aprendizagem da matemática.

Dessa maneira, elaborei quatro proposições que representam o meu entendimento acerca da natureza da matemática como uma forma de linguagem, fazendo uma espécie de paródia das proposições enunciadas por Bakhtin[15] (2006) acerca da sistematização do que ele considera como língua (ou linguagem), presente em *Marxismo e filosofia da linguagem.*

A primeira proposição aqui enunciada trata da linguagem matemática enquanto um sistema de formas que deve ser tomado não hermeticamente, ou seja, de modo a permitir a compreensão por parte de uma comunidade que não seja completamente restrita como é o caso da comunidade formada por pesquisadores matemáticos, por exemplo.

---

[15] Em Marxismo e Filosofia da Linguagem Bakhtin (2006, p.131-132) apresenta uma sistematização, de seu ponto de vista, acerca dos aspectos que estão envolvidos na língua, enquanto uma construção puramente social. Naquele contexto, o autor formula cinco proposições para dar conta desses aspectos e que se apresentam da seguinte forma: **1)** A língua como sistema estável de formas normativamente idênticas é apenas uma abstração *científica* que só pode servir a certos *fins teóricos e práticos particulares*. Essa abstração não dá conta de maneira adequada da *realidade concreta* da língua. **2**) A língua constitui um *processo de evolução ininterrupto*, que se realiza através da *interação verbal social dos locutores*. **3)** As leis da evolução lingüística não são de maneira alguma as leis da psicologia individual, mas também não podem ser divorciadas da atividade dos falantes. As leis da evolução lingüística são essencialmente *leis sociológicas*. **4)** A *criatividade* da língua não coincide com a criatividade artística nem com qualquer outra forma de criatividade ideológica específica. Mas, ao mesmo tempo, a criatividade da língua não pode ser compreendida *independentemente dos conteúdos e valores ideológicos que a ela se ligam*. A evolução da língua, como toda evolução histórica, pode ser percebida como uma necessidade cega do tipo mecanicista, mas também pode tornar-se "uma necessidade de funcionamento livre", uma vez que alcançou a posição de uma necessidade consciente e desejada. **5**) *A estrutura da enunciação é uma estrutura puramente social*. A enunciação como tal só se torna efetiva entre falantes. O ato da fala individual (no sentido estrito do termo "individual") é uma *contradictio in adjecto*.

1. *A (linguagem) matemática como sistema estável de formas normativamente idênticas, é apenas uma "abstração científica" que só pode servir a certos "fins teóricos e práticos particulares". Essa abstração não dá conta de maneira adequada da realidade concreta da matemática.*

De fato, se tomarmos a matemática enquanto manifestação do discurso científico, que se dá, fundamentalmente, na pesquisa, na construção do conhecimento matemático, como feita por seus profissionais, veremos que sua linguagem só pode servir mesmo para certos fins teóricos e práticos particulares. Em sala de aula, no entanto, quando tratamos das relações matemáticas, a linguagem utilizada não é, e nem pode ser um "sistema estável", pois se o objetivo principal naquele contexto é a produção e negociação de sentidos, não há propósito de lidar com suas relações de modo tão hermético.

Na realidade, a respeito da matemática, estamos diante de uma linguagem com características muito particulares, isto é, se por um lado a matemática apresenta-se como um meio de comunicação possuidor de um código próprio, com estrutura gramatical e que, em virtude disso, é utilizada por uma comunidade específica, por outro lado, no contexto de sala de aula, vincular esse tipo de linguagem à linguagem comum faz-se naturalmente necessário no que se refere à sua comunicação e, mais especificamente, ainda no que se refere aos aspectos que envolvem o ensino e a aprendizagem desse componente curricular.

De acordo com Menezes (1999), os registros de complexidade deste tipo de linguagem estão vinculados ao contexto em que está inserida e também à capacidade dos interlocutores em expressar-se por meio dela, pois:

> Esta linguagem tem registros orais e escritos e, como qualquer linguagem, apresenta diversos níveis de elaboração, consoante a competência dos interlocutores: a linguagem matemática utilizada pelos "matemáticos profissionais", por traduzir ideias de alto nível, é mais exigente do que a linguagem utilizada para traduzir ideais numa aula. (MENEZES, 1999, p.3)

É precisamente a segunda perspectiva abordada por Menezes que mais me interessa nesta investigação, ou seja, aquela que se dá em sala de aula, nas relações e diálogos entre professor-alunos ou alunos-alunos, acerca das relações matemáticas.

Enuncio a segunda proposição a partir da ideia de que a matemática, como qualquer outro tipo de linguagem, sofre gradualmente e constantemente transformações que, reconheço, derivam “de esforços de indivíduos e de todas as sociedades para encontrar explicações, formas de lidar e conviver com a realidade natural e sociocultural” (D’AMBRÓSIO, 2005), dando origem, assim, a tudo o que denominamos conhecimento. Nesse contexto, a interação verbal torna-se um elemento essencial para a construção e difusão de novos conhecimentos matemáticos.

2. *A matemática é constituída por um processo de evolução ininterrupto, que se realiza através da interação verbal social dos locutores.*

Uma vez que a matemática é uma construção histórica e social, como tal, está em constante processo de produção e desenvolvimento, isto é, em constante e ininterrupto processo de evolução.

Sem dúvida, a matemática foi criada e desenvolvida em tempos muito remotos em virtude dos problemas de então, de realidades, de percepções, necessidade e urgências que somente a história pode nos contar. Desde então, vem sofrendo processos ininterruptos de transformação e evolução.

Desse modo, reconhecer esta particularidade da ‘ciência matemática’ e procurar trabalhar esta questão com os educandos a fim de buscar explicitar que, a partir da interação verbal social é possível construir o conhecimento e chegar a outros níveis de complexidade, parece ser uma importante forma de professores estreitarem suas relações com seus alunos, em termos de uma aprendizagem mais significativa da matemática escolar.

A terceira proposição aqui enunciada baseia-se na tese de que podemos encontrar, em todas as culturas, manifestações relacionadas e, muitas vezes identificadas com o que atualmente denominamos matemática, e que se encontram, geralmente, incorporadas e, de algum modo, confundidas com o que denominamos Arte, Religião, Música, Técnicas, Ciências (D'AMBRÓSIO, 2005).

Em outras palavras, podemos constatar através da história que todas essas manifestações e a matemática foram criadas, aprimoradas e adquiriram certas qualidades com "a finalidade de explicar, de conhecer, de aprender, de saber/fazer e de predizer (artes divinatórias) o futuro" (D'AMBRÓSIO, 2005).

Segundo esse educador matemático,

> Todas aparecem mescladas e indistinguíveis como formas de conhecimento, num primeiro estágio de história da humanidade e na vida pessoal de cada um de nós (D'AMBRÓSIO, 2005).

Isso quer dizer que, ao longo dos tempos, a humanidade construiu corpos de conhecimento que permanecem em total simbiose, contextualizados temporal e espacialmente, variando, no entanto, de acordo com a localização geográfica, com a história dos indivíduos e com as diferenças dos grupos culturais em que estão inseridos. Em outros termos, podemos dizer que a matemática, como um corpo de conhecimento, está intrinsecamente relacionada com questões ideológicas, já que, como todo os outros corpos de conhecimento desenvolvidos pelos indivíduos, tem a finalidade primeira de oferecer condições aos grupos culturais de sobreviver em seus ambientes e de transcendê-los espacial e temporalmente.

3. *A criatividade da matemática não coincide com a criatividade artística. No entanto, sua criatividade não pode ser compreendida independentemente de conteúdos e valores ideológicos ligados a ela.*

O desenvolvimento da matemática ao longo dos tempos se deu por diversas razões e de diferentes modos. A história da matemática contribui, nesse sentido, para que possamos conhecer melhor o que motivou e de que modo se deu o desenvolvimento da matemática.

Em algumas culturas antigas, podemos verificar a prática de uma matemática utilitária – como é o caso das civilizações egípcias e gregas – que tinha como principal finalidade a repartição de terras e a distribuição de recursos. Em contrapartida, é possível encontrar relatos de algumas civilizações – inclusive a grega – que desenvolveram um pensamento abstrato, típico do que denominamos atualmente matemática abstrata, e que tinham principalmente objetivos religiosos e rituais. De todo modo, por razões de ordem prática ou de abstenção da realidade, o desenvolvimento da matemática sempre esteve, de alguma forma, relacionado a questões ideológicas que envolvem os processos de desenvolvimento humano.

A quarta e última proposição aqui enunciada dá conta da estrutura enunciativa da matemática, e procura relacioná-la com os aspectos sociais de interação entre os indivíduos.

4. *A estrutura da enunciação matemática é uma estrutura puramente social.*

Com efeito, o processo de gerar conhecimento como ação é enriquecido pelo intercâmbio com outros indivíduos, imersos no mesmo processo, por meio do que chamamos *comunicação*. No âmbito da matemática, e mais especificamente, da educação matemática, esse processo não é (e não pode ser) diferente, já que entendemos e tratamos a matemática como uma construção social.

Diante desse quadro, podemos afirmar que a matemática tem se apresentado atualmente como uma metaciência, na medida em que perpassa e estrutura muitas outras ciências. É por isso que a matemática tem sido reconhecida como linguagem universal das ciências.

Apesar de tanto *status*, ainda no âmbito da educação, pode-ser verificar que a universalidade da linguagem matemática não tem se mostrado a mais eficaz no sentido de promover uma aprendizagem significativa dos alunos e alunas que com ela se envolvem.

Ao contrário, nota-se com certa freqüência que os educandos se sentem cada vez mais retraídos diante dessa linguagem que, muitas vezes, julgam *incompreensível*.

Entretanto, ao reconhecermos a “imbricação” (MACHADO, 2001) existente entre a língua natural (língua materna) e a linguagem matemática, percebemos um caminho possível para lidar com as questões do pouco sucesso da matemática escolar. Em outras palavras, nas salas de aula, faz-se necessário o reconhecimento de que a matemática carece de um complemento de uma linguagem natural para que sejam atingidos os seus objetivos de ensino.

Nesse sentido, não há como desvincular a matemática da linguagem natural, como de fato, já reconhecem os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1999), quando salientam, a respeito da linguagem que:

> [A linguagem] é considerada [...] como a capacidade humana de articular significados coletivos em sistemas arbitrários de representação, que são compartilhados e que variam de acordo com as necessidades e experiências da vida em sociedade. A principal razão de qualquer até de linguagem é a produção de sentido
>
> [...] A produção contemporânea é essencialmente simbólica e o convívio social requer o domínio das linguagens como instrumentos de comunicação e negociação de sentidos.
>
> [...] a reflexão sobre a linguagem e seus sistemas, que se mostram articulados por múltiplos códigos e sobre os processos e procedimentos comunicativos, é, mais do que uma necessidade, uma garantia de participação ativa na vida social, a cidadania desejada.

E, em seguida, completam com relação à matemática:

> [...] é preciso que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma <u>linguagem</u> de comunicação de ideias e permite modelar a realidade e interpretá-la.
>
> (BRASIL, 1999 - grifo nosso)

Dessa forma, ao considerarmos que a produção da matemática escolar se dá fundamentalmente a partir da linguagem em sala de aula, visando ao aprimoramento da articulação de ideias e de organização do pensamento, estamos assegurando a importância que os estudos da linguagem têm para a Educação Matemática.

3.2. A sala de aula como ambiente de comunicação

Tradicionalmente, o ensino da matemática desvia-se dos caminhos que levam à comunicação, talvez pelo fato de que os principais veículos utilizados para isso – a oralidade e a escrita – não sejam prioritariamente adotados nas salas de aula de matemática. Entretanto, já há algumas décadas, em diversos países, estudos voltados, em especial, à questão da comunicação em aulas de matemática, tem sustentado a ideia de que os estudantes precisam aprender a comunicar seus pensamentos matemáticos através da oralidade, mas principalmente da escrita. (NMSA, 2004; SCANS, 1991; NCTM, 1989, 2000; COBB, BOUFI, MCCLAIN, WHITENACK, 1997; POWELL, 2000, 2001, 2003, 2006).

Um documento oficial[16] publicado nos Estados Unidos no final da década de 1980 enfatiza a necessidade dos estudantes comunicarem suas ideias matemáticas compartilhando-as com outros estudantes, oralmente ou através da linguagem escrita, conforme podemos verificar pelo trecho abaixo extraído desse documento:

> O estudo da Matemática deve incluir inúmeras oportunidades de comunicação em que os estudantes possam relacionar materiais físicos, figuras e diagramas com ideias matemáticas; refletir e tornar mais claros seus pensamentos sobre suas ideias matemáticas e situações que envolvam matemática; relacionar a linguagem natural à linguagem matemática de símbolos, perceber que representar, discutir, ler, escrever e escutar a matemática é parte vital para apreender matemática" (NCTM, 1989) [Trad. nossa]

Atualmente muitos educadores matemáticos concordam que a participação de discussões em que as ideias matemáticas estão envolvidas pode contribuir fortemente com a aprendizagem dos educandos em relação à matemática.

Segundo McCrone (apud POWELL & MAHER, 2006) a participação de ambientes de discussão

[16] O National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) publicou, na época, uma série de documentos oficiais denominados Standards buscando organizar uma proposta pedagógica para a educação matemática nos Estados Unidos e no Canadá. Em 1989 o NCTM desenvolveu o 'Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics', seguido pelo 'Professional Standards for Teaching Mathematics' (1991) e, depois, por 'Assessment Standards for School Mathematics' (1995). Essa série de documentos foi aplaudida pelos órgãos oficiais de educação norte-americanos e, desde então, vem sendo utilizada como diretrizes curriculares naquele país.

> [...] permite que os estudantes testem suas ideias, escutem e incorporem ideias de outros, de modo a consolidar seus pensamentos expressando-os em palavras e, por isso, aprofundando suas compreensões sobre conceitos chave. [Trad. Nossa]

Minha proposta é a de que, ao serem estimulados e, de algum modo, convocados a comunicarem suas ideias e pensamentos matemáticos, os alunos podem ativar suas potencialidades discursivas. Diante da necessidade de explicitarem tais pensamentos e ideias matemáticas, os alunos podem, em ambientes de discussão e comunicação, realizar um intercâmbio de conceitos, ferramentas e métodos matemáticos, com a oportunidade de justificar e embasar seus argumentos que, nesse movimento de troca, podem acabar aprovados ou refutados.

Nesse sentido, acredito que os alunos podem apreender matemática por meio dos processos comunicativos estabelecidos em ambientes de sala de aula.

Em outro documento oficial mais recentemente publicado nos EUA, ainda se pode verificar que a comunicação é um foco central da educação matemática naquele país, pois é uma:

> [...] forma de compartilhar ideias e clarear o entendimento. Através da comunicação, as ideias se tornam objetos de reflexão, refinamento, discussão e regras. Os processos de comunicação ajudam a construir significados permanentes para as ideias, além de torná-las públicas. (NCTM, 2000, p. 60)

Concentrando ainda nossa ênfase na comunicação e suas potencialidades para a educação, estamos concordando com alguns pesquisadores (JACOBS, CLARK, BORKO, 2005) que ressaltam a importância de se criarem grupos de discussão em sala de aula. Segundo as autoras, esses grupos são formados para que os alunos se sintam livres para expressar seus pensamentos e assumir a responsabilidade de escutar, expressar de modo próprio e em outras palavras o que os outros dizem, questionar e interpretar as ideias de outros. Tais grupos podem ser igualmente produtivos se forem formados por um número reduzido de alunos ou ainda com a classe toda.

McClain e Whitenack (1997) notam que é fundamental que os professores encorajem seus alunos a participar de grupos de discussão e reflexão a fim de fazer emergir habilidades e tornar os estudantes competentes em relação aos processos de comunicação. Estes autores ainda completam suas argumentações afirmando que *"as crianças constroem ativamente seu entendimento matemático quando elas participam de processos sociais em sala de aula"* (p.264).

Nesse sentido, podemos relacionar tal processo com um dos princípios básicos da teoria da psicologia sócio-cultural desenvolvida por Vygotsky, acerca do aprendizado da criança. Tal princípio trata da noção de "zona de desenvolvimento proximal" (Vygotsky, 1978). A zona de desenvolvimento proximal é a distância entre o nível em que se encontra um indivíduo capaz de resolver um problema sozinho e o nível em que se encontra o mesmo indivíduo que é capaz de resolver um problema apenas com a ajuda de outro indivíduo – mais capacitado ou que já tenha vivido a mesma experiência anteriormente. Em outras palavras, a zona de desenvolvimento proximal inclui todas as funções e atividades que um aprendiz pode realizar somente com a assistência de outra pessoa.

Assim, no contexto dessa investigação, e indo ao encontro dos mecanismos vygotskyanos de aprendizagem, acredito que os processos de comunicação desenvolvidos em aulas de matemática contribuem para que os alunos e alunas transcendam individualmente as fronteiras de suas zonas de desenvolvimento proximais e realizem uma aprendizagem (matemática) com compreensão.

3.3. A escrita (matemática): implicações importantes para a sala de aula

O papel da escrita na Educação Matemática ganhou força a partir do final da década de 1980, em especial nos Estados Unidos, com o movimento de reforma da educação matemática e, desde então, tem sido objeto de investigação em vários países preocupados com as questões da matemática e da educação. Em diferentes cenários educacionais, em diferentes níveis de ensino e com diferentes propósitos pedagógicos, a escrita em matemática tem sido o foco das atenções de muitos educadores matemáticos (POWELL, 2001, 2003, 2006; COBB, 1997).

Diversas propostas curriculares sustentam a ideia de que a escrita é um importante veículo de aprendizagem da matemática. No Brasil, os PCN dão indicativos do valor dessa ferramenta:

> [...] no ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras, escritas numéricas); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a "falar" e a "escrever" sobre a Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções e a aprender como organizar e tratar dados. (BRASIL, 1998)

De acordo com a proposta, o tratamento da matemática a partir de esquemas, tabelas, figuras e escritas numéricas seria uma maneira de lidar com a realidade, modelando-a de acordo com a linguagem própria da matemática a fim de facilitar sua interpretação. Além disso, a escrita surgiria como uma forma de estimular a comunicação e levar o aluno a elaborar relações entre a realidade e conceitos matemáticos.

Em outros países, pode-se encontrar nos documentos curriculares atuais posicionamentos mais específicos com relação a essa abordagem em educação matemática. Nos Estados Unidos, o movimento conhecido como Escrita através do Currículo[17], proposto a partir de 1992, levou importantes mudanças para as salas de aulas norte-americanas, no que se refere à utilização da escrita para aquisição de novos conceitos.

Para Powell & Bairral, a escrita é uma importante ferramenta "para desenvolver a cognição e fomentar o aprendizado matemático" (POWELL & BAIRRAL, 2006).

[17] O movimento ganhou a sigla WAC que, em inglês, significa Writing Across the Curriculum

Para esses autores, a escrita desenvolvida com diferentes instrumentos e em diferentes espaços comunicativos é capaz de contribuir não só para os processos de desenvolvimento cognitivo, mas também, para a reflexão crítica dos alunos, além de estimular os processos colaborativos de diferentes tomadas de consciência sobre as experiências individuais e coletivas.

A escrita em aulas de matemática tem a capacidade de colocar o educando no centro de sua própria aprendizagem, pois proporciona a ele a oportunidade de lidar com a linguagem (natural) para expressar suas ideias e pensamentos matemáticos. Para Mayher, Lester e Pradl (*apud* POWELL & BAIRRAL, 2006, p. 27), com relação à aprendizagem em geral,

> A escrita que envolve escolha de linguagem requer que quem escreve encontre as suas próprias palavras para expressar tudo o que esteja a ser aprendido. Tal processo pode inicialmente servir para a revelação de mais falhas do que compreensão do estudante numa determinada disciplina, mas mesmo isso pode ser de grande valor diagnóstico tanto para o professor como para o educando. E à medida que o processo se repete, adquire-se um domínio real e duradouro da disciplina e do seu vocabulário técnico.

Apesar de não ser o foco de investigação desta pesquisa, vale aqui comentar que, além dos fatores acima mencionados, a escrita em aulas de matemática pode ser, também, um importante veículo de avaliação de aprendizagem a ser utilizado pelos professores, já que “diferentemente da fala, a escrita é um meio estável que permite a alunos e docentes examinarem colaborativamente o desenvolvimento do pensamento matemático” (POWELL & BAIRRAL, 2006, p.27). Nesse sentido, a postura do professor deve ser a de incentivar os alunos a escreverem suas ideias e pensamentos matemáticos, buscar e explicitar o entendimento de partes dos textos produzidos por eles, bem como instigá-los com novos questionamentos.

De todo modo, considero que a escrita pode proporcionar aos estudantes oportunidades de refletirem e trabalharem com conceitos e termos matemáticos e ajudá-los, também, a se sentirem cada vez mais confiantes em relação à matemática, colocando-se mais e mais à serviço do trabalho com a matemática, adquirindo maior autonomia em relação aos seus processos de aprendizagem.

3.4. Diálogo, educação e aprendizagem: de Bakhtin à Freire

Quando no início deste capítulo estivemos preocupados em encaminhar considerações acerca da importância de se promover um ambiente de comunicação matemática em sala de aula, não procuramos levar em conta alguns fatores que podem surgir durante este processo e que, de algum modo, podem interferir nos resultados que desejamos obter em relação à aprendizagem dos alunos.

Retomo nesse ponto do trabalho um fato relatado no primeiro capítulo, e que mudou decisivamente os caminhos de nossa investigação. Descrevi a experiência por mim vivenciada quando, achava, estava já coletando dados para análise dessa pesquisa e, naquele episódio, relatei que foi necessário interromper a coleta das produções escritas pelos alunos, pois estava diante de um fato curioso: os alunos nos questionavam sobre <u>o que deveriam escrever</u>, a cada ressonância que solicitávamos deles. Estava, como dissemos, detectando a presença de alguns fatores que interferiam nos processos de produção das escritas e, por isso, na época, julguei necessária a interrupção da coleta de dados.

Neste ponto da investigação e, após todo o percurso da pesquisa, acredito que consegui detectar ao menos um dos fatores que, talvez, tenha contribuído para o episódio relatado, o qual discutirei a partir de duas perspectivas: a primeira, inspirada nas teorizações de Bakhtin, que lida com as questões sociais que envolvem as expressões dos atos de fala, isto é, das enunciações, e a segunda, motivada pelos estudos freireanos acerca da escuta e do diálogo.

Em *Marxismo e Filosofia da Linguagem* Bakhtin afirma que, nas interações discursivas “a situação social mais imediata” (BAKHTIN, 2006, p.116) determina todos os aspectos das expressões-enunciações dos interlocutores. Em outras palavras, de acordo com o autor, as posições sociais ocupadas pelos interlocutores definem, de fato, as dimensões das enunciações desses interlocutores.

Sobre essa questão, Bakhtin (2006, p. 116) explica que:

> Com efeito, a enunciação é o produto da interação de dois indivíduos socialmente organizados e, mesmo que não haja um interlocutor real, este pode ser substituído pelo representante médio do grupo social ao qual pertence o locutor. *A palavra dirige-se a um interlocutor*: ela é função da pessoa desse interlocutor: variará se se tratar de uma pessoa do mesmo grupo social ou não, se esta for inferior ou superior na hierarquia social, se estiver ligada ao locutor por laços sociais mais ou menos estreitos (pai, mãe, marido, etc.). (BAKHTIN, 2006, p.116)

Não faz sentido, portanto, conceber um indivíduo que estabeleça interação com um interlocutor abstrato, isto é, qualquer pretensão de pensamento ou de expressão de um indivíduo não se realiza senão através "do meio social concreto" o envolve. Em geral, tais interações se dão a partir da suposição de um "horizonte social bem definido que determina a criação ideológica do grupo social e da época" a que pertencem os indivíduos. (BAKHTIN, 2006, p.116)

Nesse sentido, as elaborações expressas em forma de enunciações realizadas por cada indivíduo estão diretamente relacionadas com o "mundo interior" e as reflexões de cada um deles, já que cada indivíduo possui um "auditório social" próprio muito bem definido, de onde retira material concreto para realizar suas "deduções interiores, suas motivações, apreciações, etc." enfim, suas expressões de mundo (*idem ibidem*).

É por isso que o autor russo considera a função do interlocutor como sendo particularmente importante, no que se refere à orientação da palavra, pois:

> Na realidade, toda palavra comporta duas *faces*. Ela é determinada tanto pelo fato de que procede *de* alguém, como pelo fato de que se dirige *para* alguém. Ela constitui justamente *o produto da interação do locutor e do ouvinte*. Através da palavra, defino-me em relação ao outro, isto é, em última análise, em relação à coletividade. A palavra é uma espécie de ponte lançada entre mim e os outros. Se ela se apóia sobre mim numa extremidade, na outra apóia-se sobre o meu interlocutor. A palavra é o território comum do locutor e do interlocutor. (BAKHTIN, 2006, p.117)

Nesse sentido, a estrutura de uma enunciação também é determinada pela posição social dos interlocutores, ou seja, a situação social mais imediata e o meio social mais amplo determinam completamente a estrutura da enunciação. Assim, pode-se afirmar que uma enunciação ganha forma e estilo a partir da situação social em que ocorre, ou seja, uma enunciação ganha determinada entoação como, por exemplo, “a solicitação ou exigência, a afirmação de direitos ou a prece pedindo graça, um estilo rebuscado ou simples, a segurança ou timidez” de acordo com o contexto social em que está inserida (BAKHTIN, 2006, p.118)

Nessa perspectiva, para Bakhtin (2006), tanto a situação quanto os participantes mais próximos acabam por determinar os modos de expressão e estilo eventuais da enunciação. As pressões sociais mais substanciais determinam, portanto, a essência da estrutura das enunciações produzidas pelos locutores e dirigidas a seus ouvintes.

Ainda nesse contexto, o autor russo afirma que, quanto mais bem orientada a posição social do indivíduo em relação ao seu interlocutor, mais bem elaborada é a atividade mental daquele indivíduo. Em outras palavras, a tomada de consciência da atividade mental é diretamente proporcional ao seu grau de orientação social.

> Na verdade, a simples tomada de consciência, mesmo que confusa, de uma sensação qualquer, digamos a fome, pode dispensar uma expressão exterior, mas não dispensa uma expressão ideológica; tanto isso é verdade que toda tomada de consciência implica discurso interior, entoação interior e estilo interior, ainda que rudimentares. A tomada de consciência da fome pode ser acompanhada de deprecação, de raiva, de lamento ou de indignação. Enumeramos aqui apenas os matizes mais grosseiros e mais marcados da entoação interior; na realidade, a atividade mental pode ser marcada por entoações sutis e complexas. A expressão exterior, na maior parte dos casos, apenas prolonga e esclarece a orientação tomada pelo discurso interior, e as entoações que ele contém.
>
> [...] O contexto social imediato determina quais serão os ouvintes possíveis, amigos ou inimigos para os quais serão orientadas a consciência e a sensação da fome. [...] é preciso distinguir graus na consciência, na clareza e na diferenciação dessa orientação social da

> experiência mental. Mas é certo que sem uma orientação social de caráter apreciativo não há atividade mental. (BAKHTIN, 2006, p.118-119)

Sobre o caráter apreciativo da atividade mental de que fala o autor russo, podemos dizer que se trata do ângulo social em que será recebida a consciência da atividade mental, ou seja, que ela depende ao mesmo tempo da situação imediata em que se situa a percepção de uma sensação qualquer e da situação social do indivíduo que está experimentando tal sensação.

Tanto a realização da tomada de consciência quanto à elaboração ideológica se dão dentro dos limites de dois pólos, na relação com um ouvinte em potencial. A atividade mental permanece em oscilação entre esses dois pólos, os quais Bakhtin (2006) denominou <u>atividade mental do eu</u> e <u>atividade mental do nós</u>.

Sobre as duas formas de atividade mental, o autor nos explica:

> [...] a atividade mental do *eu* tende para a auto-eliminação; à medida que se aproxima do seu limite, perde a sua modelagem ideológica e consequentemente seu grau de consciência, aproximando-se assim da reação fisiológica do animal. A atividade mental dilapida então o seu potencial, seu esboço de orientação social e perde, portanto, sua representação verbal. Atividades mentais isoladas, ou mesmo sequências inteiras podem tender para o pólo do *eu*, prejudicando assim sua clareza e sua modelagem ideológica, e dando provas de que a consciência foi incapaz de enraizar-se socialmente.
>
> A atividade mental do *nós* não é uma atividade de caráter primitivo: é uma atividade diferenciada. [...] a diferenciação ideológica, o crescimento do grau de consciência são diretamente proporcionais à firmeza e à estabilidade da orientação social. Quanto mais forte, mais bem organizada e diferenciada for a coletividade no interior da qual o indivíduo se orienta, mais distinto e complexo será o seu mundo. (BAKHTIN, 2006, p.119)

Darei mais atenção ao que Bakhtin denomina <u>atividade mental do nós</u> uma vez que é este tipo de atividade que mais se aproxima dos nossos objetos de investigação.

Nesse tipo de atividade mental, a perspectiva bakhtiniana considera que existem diferentes graus e diferentes tipos de modelagem ideológica[18]. Isso quer dizer que, a "coloração da atividade mental" de um indivíduo tenderá para formas ideológicas determinadas, dependendo da relação que tal indivíduo possui com a coletividade que o cerca, isto é, se possui algum vínculo – material, emocional, afetivo, econômico, cultural, entre outros – com tal coletividade, ou não. É assim que se forma um terreno mais ou menos favorável para o desenvolvimento nítido e ideologicamente bem formado da atividade mental (BAKHTIN, 2006).

Os dois casos de atividade mental analisados geram, de acordo com Bakhtin (2006), "modelos e formas de enunciações correspondentes", mas tanto num caso, como no outro, a situação social é determinante "do modelo, da metáfora e da forma de enunciação" que servirá para exprimir as sensações vividas pelos indivíduos a partir das direções inflexivas da experiência de cada um (BAKHTIN, 2006).

No contexto dessa investigação e, a partir da perspectiva bakhtiniana, procurei realizar um exercício de interpretação, ainda que pouco aprofundado, acerca do que, considero, possam ter sido fatores preponderantes nos obstáculos enfrentados durante o episódio anteriormente relatado.

A despeito de diversificadas e modernas tecnologias que estão cada vez mais presentes nos ambientes educacionais, não se pode negar que os processos de ensino-aprendizagem ainda ocorram predominantemente

---

[18] Há várias acepções para *ideologia*, porém, tomaremos aquela que, definida por Maria Lúcia de Arruda Aranha (2006), se aproxima mais de nossas convicções, no contexto desta investigação. Aranha afirma que há dois sentidos possíveis para se tomar o significado de *ideologia*. Um mais restrito e outro mais amplo. Segundo a autora, no sentido mais amplo, ideologia é "*o conjunto de ideias, concepções, opiniões, crenças sobre algum ponto sujeito a discussão, bem como normas estabelecidas a partir de valores*". Nesse sentido, a ideologia é um corpo teórico que possui uma organização sistemática dos conhecimentos que orientam a prática e ação efetivas. Assim, a autora afirma que cada indivíduo possui uma ideologia que o auxilia a tomar decisões sobre suas atitudes, situações e posturas diante dos acontecimentos da vida. Já no sentido mais restrito, para a autora, ideologia "*é uma representação ilusória da realidade porque o conjunto de ideias e normas de conduta veiculado leva os indivíduos a pensarem, sentirem e agirem de acordo com os interesses da classe que detém o poder*". É desse modo, portanto, que a ideologia esconde os conflitos que existem dentro de uma sociedade dividida, apresentando-se como o eixo harmônico de confluência de interesses e ideias. Para a autora, a função da ideologia é "*...ocultar as diferenças de classe, facilitar a continuidade da dominação de uma classe sobre a outra, assegurar a coesão entre os indivíduos e a aceitação sem críticas das tarefas mais penosas e pouco recompensadoras, simplesmente como decorrentes da 'ordem natural das coisas'*" (ARANHA, 2006). É justamente o último sentido tomado pela autora para definir ideologia que me interessa no âmbito desta investigação. Estou me referindo, portanto, às relações que se estabelecem em sala de aula, e que possuem o caráter de manutenção (ainda que camuflado) da dominância de um indivíduo (o professor) sobre outros (os alunos).

conforme os modelos tradicionais da educação, ou seja, por meio das interações lingüísticas entre professores e alunos.

Em relação às características que definem as interações entre o professor e seus alunos, podemos ressaltar, particularmente no âmbito da educação tradicional, que tais interações se dão assimetricamente, em virtude, por exemplo, das diferenças de idade entre os indivíduos envolvidos no processo, diferenças de experiências e conhecimentos e, principalmente, a diferença de poder atribuído às partes integrantes desse processo, que é normalmente conferido pela escola. De um lado, o professor é incumbido de selecionar os conteúdos a serem tratados, bem como as metodologias a serem adotadas para as abordagens de tais conteúdos. De outro lado, aos alunos cabe aceitarem tal seleção de conteúdos e também os métodos de abordagem escolhidos pelo professor.

Nessa relação, o professor ocupa uma posição privilegiada e que, por vezes, acaba lhe conferindo, tacitamente, o direito de falar mais, de iniciar e sustentar a alternância conversacional, de orientar e dirigir os discursos conforme seus julgamentos sobre o que deve ou o que não deve ser tratado em determinada aula. Também é trabalho do professor decidir se deverá garantir ou não, em sua aula, um espaço para que os alunos se manifestem e atuem, podendo assim, diminuir o grau de assimetria nas interações ocorridas em sala de aula.

Nesse contexto, após exaustivo trabalho de leitura ultrapassamos diversas etapas de elaboração e interpretação da perspectiva bakhtiniana acerca dos modos como se dão as interações sociais até que, acredito, podemos aqui voltar novamente nosso olhar para o episódio que relatei no primeiro capitulo recapitulado no início deste item, a fim de buscar alguma relação entre a teoria de Bakhtin com a situação por mim vivenciada naquela ocasião.

Os alunos e alunas que participavam da pesquisa naquela ocasião me questionavam constantemente sobre o que deveriam escrever em suas ressonâncias e como deveriam fazê-lo. De minha interpretação, considero que aqueles indivíduos, acreditando estarem situados em uma posição social hierarquicamente considerada inferior à da professora/pesquisadora[19], não se julgavam capazes de produzir enunciados que estivessem suficientemente bem elaborados para aquela situação. Em outras palavras ou, usando os termos bakhtinianos, a orientação social em que aqueles alunos e alunas se julgavam encontrar não os permitia elaborar uma atividade mental suficientemente consciente, a ponto de produzirem enunciados que fossem considerados constituídos de significados.

De modo geral, pude constatar que os enunciados produzidos naquela ocasião eram carregados de um conteúdo ideológico e marcados de apreensão e insegurança com relação aos possíveis julgamentos que a professora/pesquisadora poderia realizar. Era fácil perceber que os alunos não buscavam expressar seus sentimentos, opiniões, expectativas, frustrações ou qualquer outro tipo de emoção acerca das aulas e tampouco da matemática com que estavam lidando.

Da perspectiva de Bakhtin, pude perceber que, naquele contexto, as relações sociais, marcadas por questões de ordem ideológica, estabelecidas entre a professora/pesquisadora e os alunos, interferiram substancialmente nos processos de enunciações produzidos pelos indivíduos que estavam envolvidos naquele episódio.

A interpretação dada até aqui para o fato foi elaborada, como mencionado, a partir da perspectiva bakhtiniana acerca das relações sociais e, deste ponto em diante, procurarei dirigir a interpretação a partir da segunda perspectiva que me impulsionou a discutir os motivos que me levaram a interromper o processo de coleta de dados para a presente investigação.

Conforme já disse, para a educação tradicional, a posição do professor – no nosso caso, o professor de matemática – nas relações que se estabelecem em sala de aula, é carregada de um conteúdo ideologicamente marcado e, por isso, lhe são conferidos certos privilégios enquanto conhecedor do conteúdo matemático a ser trabalhado, figura ‘experiente’ e ‘consciente’ dos métodos de abordagem de tais conteúdos, além de ser o grande responsável pela mediação comunicacional que ocorre durante as aulas. No outro pólo dessa

[19] Vale aqui observar que, em todo o processo, os alunos e alunas foram informados de que estavam participando de uma pesquisa para encadeamento de um trabalho de dissertação de mestrado.

relação, encontram-se os alunos e alunas que, de acordo com as mesmas cargas ideológicas, devem atender aos requisitos de aprendizagem dos conteúdos matemáticos escolhidos pelo professor, de acordo com a metodologia adotada por ele, não sendo, em geral, dado a esses alunos o direito de expressar suas vontades e expectativas com relação a tais conteúdos e métodos.

É nesse contexto de pouco diálogo entre educador e educandos que se encontram, muitas vezes, as salas de aula de matemática e que, nas palavras de Paulo Freire, podemos chamar de "concepção bancária da educação". (FREIRE, 2002). Para aquele educador, a educação que não se orienta numa direção libertadora, é uma educação que se dá no "... ato de depositar, de transferir valores e conhecimentos" (FREIRE, 2002).

> Em lugar de comunicar-se, o educador faz 'comunicados' e depósitos que os educandos, meras incidências, recebem pacientemente, memorizam e repetem. Eis aí a concepção 'bancária' da educação, em que a única margem de ação que se oferece aos educandos é a de receberem os depósitos, guardá-los e arquivá-los. Margem para serem colecionadores ou fichadores das coisas que arquivam. No fundo, porém, os grandes arquivados são os homens nesta (na melhor das hipóteses) equivocada concepção 'bancária' da educação. (FREIRE, 2002, p.58)

Nessa visão "bancária" de educação, os alunos e alunas que, passivamente recebem os "depósitos" de conhecimento, não são convocados a pensarem, dialogarem ou discutirem sobre os conteúdos que estão 'recebendo'. Nesse sentido, o saber torna-se uma "doação" daqueles que se julgam sábios para aqueles que são considerados ignorantes, no sentido de que nada sabem.

Sobre a "doação" do saber, Freire observa que ela:

> [...] se funda numa das manifestações instrumentais da ideologia da opressão – a absolutização da ignorância, que constitui o que chamamos de alienação da ignorância, segundo a qual esta se encontra sempre no outro.
>
> O educador, que aliena a ignorância, se mantém em posições fixas, invariáveis. Será sempre o que sabe, enquanto os educandos serão sempre os que não sabem. A rigidez destas posições nega a

> educação e o conhecimento como processos de busca. (FREIRE, 2002, p. 58)

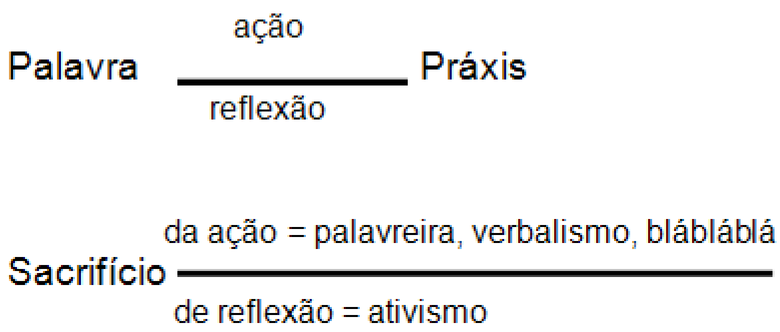
É sob a perspectiva 'bancária' da educação que se verifica que quanto mais os alunos sejam solicitados a exercitar o arquivamento dos depósitos de conhecimento que lhe são feitos, menos eles se tornam indivíduos criticamente conscientes, o que os permitiria uma inserção no mundo, como seres transformadores desse mesmo mundo.

E nesse contexto, Freire (2002) lança o conceito de educação como um processo de libertação a partir da humanização dos indivíduos envolvidos em tal processo – professor e alunos – e que estão comprometidos, para esse fim, com um tipo de educação problematizadora. Para isso, afirma o educador, que um professor comprometido com este tipo de educação e contrário à concepção 'bancária', deverá sempre relacionar-se com os educandos buscando tronar-se um companheiro destes e orientar-se no sentido "do pensar autêntico e não no sentido da doação, da entrega do saber" (FREIRE, 2002, p.62).

> A educação que se impõe aos que verdadeiramente se comprometem com a libertação não pode fundar-se numa compreensão dos homens como seres 'vazios' a quem o mundo 'encha' de conteúdos; não pode basear-se numa consciência espacializada, mecanicista compartimentada, mas nos homens como 'corpos conscientes' e na consciência como consciência *intencionada* ao mundo. Não pode ser a do depósito de conteúdos, mas a da problematização dos homens em suas relações com o mundo. (FREIRE, 2002, p.67)

É assim que, diferentemente da concepção 'bancária', a educação problematizadora responde "à essência do ser da consciência, que é sua intencionalidade" (FREIRE, 2002, p.67) e se recusa a proceder a partir de comunicados, colocando em evidência a comunicação. Por isso mesmo, segundo o autor, não há educação problematizadora que aconteça fora do diálogo e, desse modo, podemos falar de uma educação que acontece numa via de mão dupla: o educador já não é aquele que somente educa, mas que, em diálogo com os educandos, é, também, educado. E, envolvidos nesse movimento, ambos, educador e educandos "se tornam sujeitos do processo em que crescem juntos e em que os 'argumentos de autoridade' já não valem" (FREIRE, 2002, p.68).

Dentro desse contexto, a dialogicidade, nos estudos de Paulo Freire (2002), surge como a essência de uma educação como prática da liberdade, concedendo à *palavra* um caráter especial, já que ela é mais que um meio para que se faça o diálogo. Mas, a *palavra verdadeira* só se realiza, de fato, na *práxis*. A práxis, aqui, deve ser compreendida como derivada de um movimento que envolve a palavra num processo de ação/reflexão. Daí que, no sacrifício da ação, a palavra se torna apenas, conforme Freire (2002), "palavreira, verbalismo, blábláblá" e, no sacrifício de reflexão, ela se torna ativismo. O esquema, extraído dos escritos freireanos[20], e reproduzido abaixo elucida o que foi dito:



E assim dizer a *palavra verdadeira* é, na perspectiva freireana, transformar o mundo, pois a existência humana é sempre dada a partir do pronunciamento do mundo, buscando modificá-lo.

Contudo, se a *palavra verdadeira* transforma o mundo, dizê-la, portanto, não pode e não deve ser privilégio de somente alguns homens, mas de todos eles. É exatamente por isso que não se pode dizer a *palavra verdadeira* sozinho, ou mesmo dizê-la para os outros ou roubá-la deles. É assim que o diálogo entre os homens se estabelece, isto é, "no encontro dos homens, mediatizados pelo mundo, para pronunciá-lo, não se esgotando, portanto na relação eu-tu" (FREIRE, 2002, p. 78).

É justamente nesse encontro dos homens em que se instala o diálogo, que se solidarizam o refletir e o agir dos sujeitos inseridos nos mundo a ser

[20] Esquema retirado do livro *Pedagogia do Oprimido*, 2002.

transformado e humanizado e, por isso, o ato verdadeiramente dialógico não pode limitar-se a um simples ato de depositar ideias de um sujeito no outro ou mesmo transformar-se na troca de ideias a serem “consumidas pelos permutantes” (FREIRE, 2002, p.79)

Dentro desse contexto, a educação libertadora de que fala Paulo Freire é uma educação essencialmente dialógica. Ela não acontece se não estiver balizada pelos preceitos de um agir e refletir puramente dialógicos. E, por sua vez, esse agir e refletir somente são dialógicos quando são baseados em humildade, reconhecimento da própria ignorância, reconhecimento da não propriedade da palavra verdadeira e fé nos homens enquanto seres capazes de fazer e refazer.

Na educação, o diálogo começa na procura do conteúdo programático a ser trabalhado, no momento em que o educador – que agora é, também, educando – busca orientar a sua prática a partir da escolha do que vai dialogar com seus educandos – que agora são, também, educadores.

Para um educador libertador e problematizador, é imprescindível uma atitude de *escuta* dos educandos. O saber escutar de que fala Freire (2007) é parte integrante da educação dialógica e, sem aquele, esta inexiste.

> [...] não é falando aos outros, de cima para baixo, sobretudo, como se fôssemos os portadores da verdade a ser transmitida aos demais, que aprendemos a *escutar*, mas é *escutando* que aprendemos a *falar com ele*. Somente quem escuta pacientemente e criticamente o outro, fala *com ele*, mesmo que, em certas condições, precise falar a ele. (FREIRE, 2007, p.113)

Nesse comprometimento com a escuta, um educador libertador e problematizador aprende a árdua tarefa de transformar o seu discurso que muitas vezes é necessário, aos seus alunos, numa fala *com* eles.

Ainda nesse processo da fala e da escuta, o silêncio disciplinado – numa condição de ser essencial – completa o ato da comunicação dialógica dos indivíduos. Esse silêncio é fundamental porque demonstra a capacidade que os indivíduos envolvidos na comunicação dialógica tem de controlar a necessidade de dizer a sua palavra, e também, o gosto pessoal de expressá-la.

O educador que sabe escutar tem o dever de motivar, de “desafiar quem escuta, no sentido de que, quem escuta diga, fale, responda” (FREIRE, 2007).

Nesse movimento de aprender a falar escutando, o educador comprometido com essa educação problematizadora e libertadora promove um ambiente de respeito mútuo à palavra do outro, não prevalecendo, portanto, nenhum tipo de hierarquia ou autoritarismo em relação à palavra verdadeira.

> A importância do silêncio no espaço de comunicação é fundamental. De um lado, me proporciona que, ao escutar, como sujeito e não como objeto, a fala comunicante de alguém, procure *entrar* no movimento interno do seu pensamento, virando linguagem; de outro, torna possível a quem fala, realmente comprometido com *comunicar* e não com fazer puros *comunicados*, escutar a indagação, a dúvida, a criação de quem escutou. Fora disso, fenece a comunicação. (FREIRE, 2007, p.117)

Ciente da necessidade em reconhecer que, enquanto professores, não somos detentores da *palavra verdadeira* e também estamos em constante processo de aprendizagem quando damos aos nossos educandos a chance de falar e ser ouvidos, acredito que estamos trilhando caminhos na direção de uma educação mais democrática e, consequentemente, mais eficaz. Por isso, quando me deparei com a situação que descrevi sobre a atitude pouco positiva dos alunos diante das primeiras ressonâncias que solicitei deles, senti que seria necessário que fizesse uma reflexão/avaliação da minha própria prática para que, enfim, pudesse encontrar soluções para os motivos que levavam os alunos àquelas atitudes e, assim, superar os primeiros obstáculos encontrados.

De fato, percebi que àqueles alunos nunca havia sido dada a oportunidade de *falar* sobre a matemática e, principalmente, sobre a matemática com a qual estavam lidando. Nesse sentido, quando foram solicitados que se expressassem sobre ela, acredito que não se sentiram a vontade para fazê-lo, principalmente pelo fato de que suas considerações e observações deveriam se dirigir à professora/pesquisadora que, naquela situação, era concebida como a detentora da palavra.

Por isso mesmo, decidi interromper o processo de coleta das produções escritas e, então, desenvolver, a partir de outras atividades, o diálogo, a fala e a escuta com aqueles alunos e alunas.

Somente quando senti que os alunos já estavam mais seguros com esse movimento, decidi retomar o trabalho de produção das ressonâncias das aulas de matemática.

CAPÍTULO 4. Acertando o passo para a análise

De modo a iniciar o processo de análise dessa investigação, retomarei, primeiramente, as respostas ao questionário proposto aos alunos e alunas, apresentado em capítulo anterior.

Como mencionado, pretendia, com tal questionário, conhecer melhor os alunos e alunas e buscar, de algum modo, perceber como eles/elas se sentem diante da matemática com que lidam na escola e no seu cotidiano.

Da leitura atenta e repetida das respostas às perguntas do questionário:

Descreva brevemente o que é a matemática para você.

Pensando na sua experiência com a matemática em sala de aula até hoje, comente (relate) alguns conteúdos que mais chamaram a sua atenção ao longo do seu processo de ensino.

Você se recorda de se encontrar diante de alguma situação ou problema do dia a dia em que necessitava de alguns conhecimentos matemáticos para solucioná-lo? Descreva, brevemente, como reagiu frente a tal situação e o que sentiu.

Como você descreveria a sua postura (atenção, preocupação, dedicação) nas aulas de matemática, em comparação com as outras aulas? (Independentemente de suas preferências por disciplinas e professores)

Você sente vontade de conhecer mais sobre a matemática, além daquilo que já conhece? Por quê?

Você considera a matemática com que trabalha na escola como sendo uma ferramenta útil em sua vida? Por quê?

... foi possível perceber alguns aspectos comuns que permitiram concluir que a maioria dos estudantes entende que a matemática é uma “ferramenta útil”, tanto para ser usada no seu cotidiano, quanto para fins mais específicos e imediatos, como o ingresso em um concurso vestibular. No que se refere aos conteúdos que mais chamaram a atenção dos estudantes, as respostas variaram entre conteúdos de álgebra – progressões, sistemas lineares e funções – e de geometria, em especial, geometria analítica.

Sobre o uso da matemática em situações-problema do dia a dia – assunto central da terceira questão – grande parte dos alunos trouxe a tona situações do cotidiano nas quais fez uso da matemática e descreveu que reagiu com bastante confiança/segurança ao perceber que tal uso ajudou a solucionar o problema enfrentado. Alguns alunos manifestaram um sentimento de satisfação nesse sentido.

Os alunos admitiram, quase todos, que sua postura nas aulas de matemática – em comparação às aulas de outras disciplinas – é de maior atenção, preocupação e dedicação. Os motivos para isso giram em torno ora do interesse pela matemática – gosto e motivação –, ora das dificuldades percebidas frente a esse componente curricular.

Além disso, grande parte dos alunos respondeu que gostaria de conhecer mais sobre a matemática[21], além do que já conhece e os motivos para tal desejo parecem envolver pelo menos dois aspectos: o reconhecimento de que a matemática é uma ferramenta muito importante, inclusive para usos do cotidiano e, também, a curiosidade sobre sua construção histórica e aplicações.

Do exposto, foi possível concluir que, por um lado os alunos olham a matemática de uma perspectiva utilitarista, ou seja, como uma ferramenta útil para a solução de situações e problemas do cotidiano. Por outro lado, sentem vontade de conhecer mais ou aprofundar-se mais nas questões que envolvem relações matemáticas e, por isso mesmo, tendem a se dedicar mais nos estudos desse componente curricular.

Dando continuidade ao processo de análise, encaminhamos aqui uma discussão de mesma ordem – análise crítico-reflexiva das manifestações – das produções escritas elaboradas pelos alunos e alunas, as *ressonâncias.*

De um lado, estive atenta às manifestações dos alunos, em termos de suas semelhanças e diferenças, que foram se configurando nos processos de raciocínio, ação e problematização dos mesmos, as quais, a partir do meu olhar, se constituíram em categorias de análise. Com efeito, esse movimento a partir de uma atitude da pesquisadora sobre a realidade – dentro da práxis (FREIRE, 2007) – levou à emersão de duas categorias de análise.

[21] Vale aqui comentar sobre o entusiasmo dos alunos em conhecer mais sobre matemática. Mesmo reconhecendo-os como alunos curiosos, interessados e dedicados aos estudos da matemática, o interesse e a motivação destes alunos pela matemática parece ter sido despertado por motivos que extrapolam a dinâmica da sala de aula. Em outras palavras, esta motivação pode ter sido mais ativada em um momento imediatamente anterior ao questionário, dada a visita e vivência do grupo no ambiente da MATEMATECA, laboratório de matemática aplicada situado no Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo.

Uma delas, aqui denominada **Tenacidade** é resultado da minha percepção frente às manifestações dos alunos de maior ou menor impulso/perseverança na construção das ressonâncias. A condição de maior ou menor empenho de perseverança em buscar explicações, delinear as intenções no momento da escrita vinculada ou não aos fatos matemáticos do texto em questão – mesmo que de modo tímido – perpassaram em diferentes momentos e diferentes grupos, em quase todos os processos de ressonância.

Transformação de aprendizagem é outra categoria emergente do meu exercício na *práxis*, diante das relações feitas pelos alunos ao longo de explicações/escritas – possibilitando algum entendimento de relações matemáticas, em outro nível de complexidade.

Vale ressaltar que as manifestações que constituíram tais categorias nem sempre puderam ser exemplificados por dados/fatos mais objetivos, ou seja, frequentes manifestações como "*Eu entendi a matéria, mas não sei como explicar aqui, com palavras"* ou *"Se você não entender o que eu escrevi, me liga que eu te explico com palavras*", foram, no caso, interpretadas pela pesquisadora como havendo indícios de **transformação de aprendizagem**.

De outro lado, foram tomadas outras duas categorias, diversas das duas primeiras no que se refere à sua gênese enquanto categoria de análise – são resultantes de processos previamente considerados, delineados nas minhas intenções nesta pesquisa, que podem levar a um aprofundamento e clareamento em termos de análise. São, portanto, consideradas categorias prévias. É natural aqui afirmar que, tal construção é resultante de leituras, interlocução e reflexão diante dos estudos e teorizações escolhidas para constituir o solo teórico desse trabalho.

A primeira dessas categorias, especialmente eleita para construir discussões em termos de análise, denominada **"Dialogismo na enunciação dos sujeitos"**, foi gerada em especial da minha reflexão e estudo sobre a teorização de Bakhtin acerca das questões da linguagem e, mais especificamente, acerca do diálogo que se estabelece na e para a interação entre os sujeitos produtores de texto. Segundo Bakhtin, o diálogo está totalmente balizado diante da necessidade do interlocutor se fazer compreendido. Nesse sentido, o *destinador* da enunciação no decorrer do diálogo posiciona-se como que em espera à réplica de seu *destinatário*, aguardando tacitamente uma atitude responsiva deste em relação ao seu discurso. Tal categoria está, então, de um lado, a serviço de evidenciar que cada destinador possui, antes de emitir seu próprio enunciado, uma infinidade de enunciados de outros. De outro lado, de mostrar que a posição ativamente responsiva em que se encontra o destinador em relação a seu destinatário já o coloca em processo de elaboração de novos enunciados.

"Cognição socialmente emergente", a segunda das duas categorias do segundo tipo, foi elaborada nos meandros dos trabalhos de investigação de Powell (2001) acerca dos processos de interação entre os alunos e a aula de matemática. A ênfase nos modos de interação discursiva entre os alunos e alunas interlocutores, no caso, a da troca de cartas, produziu um movimento cognitivo que ganhou *status* de categoria de análise, no âmbito dessa investigação. Esta categoria organiza naturalmente nossa análise, em especial pelo fato de Arthur Powell ser o principal inspirador/organizador de minhas crenças e comportamento frente a esse modelo de pesquisa.

Segundo o autor, ao tomarmos esse eixo temático como instrumento para análise, colocamos os alunos no centro de sua aprendizagem, procurando compreender o seu estado de reflexão ao produzir um texto a outro aluno e, por isso, socialmente envolvido com um "outro". Essa categoria configura-se nas interações enquanto produção coletiva no ambiente criado para tal movimento interativo – no caso, os textos de um aluno a outro. A ideia de emergência em Powell (2001) está associada a uma discussão viva, de onde as manifestações não têm forma e raciocínio definidos, mas de cujo processo fazem parte elementos e raciocínios substanciais. Em outras palavras, a noção de cognição socialmente emergente se constitui como um processo através do qual pensamentos e modos de raciocínio se concretizam – em um processo emergente – a partir das interações discursivas entre os interlocutores. Tais interlocutores transitam em um campo onde alguns destes pensamentos e modos de raciocínio foram internalizados, anteriormente, por um interlocutor individualmente de maneira que permanecem acessíveis aos demais interlocutores por meio de processos de negociação de significados.

De todo modo, vale aqui mencionar que, a escolha das categorias para organizar a análise é sempre resultado de um olhar atento a todo movimento de pesquisa somado ao conhecimento acumulado da pesquisadora a qual, por sua vez, é também um dos sujeitos que vivenciou – enquanto professora que possuía uma relação (estreita) com os alunos – o contexto produzido pela pesquisa e, por isso reflete um estado de envolvimento com questões mais sutis do entorno dos educandos, as quais somente o vivenciar cotidiano permite.

Segue então, a apresentação de quadros organizados de modo a discutir e analisar – a partir de uma relação vincular, tanto de forma quanto de conteúdo, entre as categorias de análise e as manifestações dos alunos que as produziram – os diferentes tipos/modos de reações e criações dos alunos na produção das ressonâncias. Vale aqui ressaltar que, a interpretação de alguns dos aspectos que revelam a congruência ou semelhança entre tais manifestações se deu como resultado de uma via de mão dupla, ou seja, as incidências de manifestações semelhantes dos alunos culminaram em categorias de análise, as quais, por sua vez, surgiram abaixo, envolvendo e dando significado às mesmas manifestações de tal modo que foi possível agrupá-las dentro de uma mesma categoria de análise.

Paralelamente à transcrição de algumas manifestações inscritas em cada uma das categorias, apresentarei comentários dispostos lateralmente, que constituem um tipo de **painel semântico** relacionado ao momento e ao tipo de manifestação da qual se está tratando. Tais comentários surgem como um apoio à leitura/interpretação das manifestações dos alunos inseridas dentro das categorias de análise.

É importante aqui esclarecer que preferi, por questões éticas, transcrever as enunciações dos alunos buscando alterar seus nomes. Também procurei utilizar uma notação que orientasse o leitor quanto à relação que se estabelece entre os alunos no momento da produção e destino das ressonâncias, ou seja, usamos a notação $\textit{nome do destinador} \rightarrow \textit{nome do destinatário}$, para especificar o(a) aluno(a) que produz a enunciação e o(a) aluno(a) a quem ela se dirige, respectivamente. Indiquei, também, em que processo de comunicação (ressonância) se deu tal enunciação, usando as notações RAM1, RAM2, RAM3 e assim por diante, para nos referirmos à ressonância da aula 1, aula 2 e aula 3, respectivamente.

Do **Dialogismo presente na enunciação dos sujeitos**, enquanto categoria de análise foi elaborado o quadro a seguir como uma tentativa de explicitar e analisar a enunciação dos alunos – uma evidência de disponibilidade para o diálogo – nos meandros das produções de texto.

Categorias de análise	Da enunciação dos alunos	Do olhar da pesquisadora
Dialogismo presente na enunciação dos sujeitos	*"... Lembra quando aprendemos o teorema de 'Pit'*[teorema de Pitágoras], *que era* $hipotenusa^2 = cateto^2 + cateto^2$ *?"* *[Nair→Melina(RAM1)]* *"Bom, como eu te conheço, eu não vou resolver porque senão você nem ao menos vai tentar resolver"* *[Laís→Nilza (RAM3)]* *"Bom, se você prestar atenção no triângulo retângulo acima, você vai perceber que..."* *[Nilza→Joana (RAM1)]* *"Com certeza, o jeito mais simples de resolver situações como essa é apelando. No caso, o método de apelação seria, prolongar linhas paralelas ao eixo x e y, dessa forma* [a aluna apresenta figura]. *Dessa forma, você descobre a área de tudo e depois subtrai esses quatro triângulos retângulos..."* *[Laís→Nilza (RAM2)]* *"Espero que eu tenha conseguido explicar direito, e que você entenda"* *[Joana→Simone (RAM)]*	Foi possível perceber evidências de um processo dialógico bakhtiniano, no qual um dos falantes manifesta-se conscientemente considerando em seu plano de ação uma previsão possível de quem é o seu interlocutor e adapta seus recursos às reações que, presume, podem surgir. Ao organizar seu texto de maneira a compreender e se fazer compreendido, o locutor, além de utilizar todo o aparato de instrumentos que a língua oferece como um sistema faz uso de normas e estratégias que se combinam com regras culturais, sociais e situacionais conhecidas e reconhecidas pelos participantes do evento comunicacional.

As evidências de interação aluno-conteúdo-comunicação, um movimento caráter dialógico, segundo as teorizações de Bakhtin, parecem, de algum modo, estar de acordo com a visão do autor no sentido de que as manifestações dependeram fortemente da posição ocupada pelos interlocutores no discurso, uma vez que os alunos procuraram se manifestar adaptando e reavaliando constantemente suas colocações/explicações a fim de se fazerem compreendidos (BAKHTIN, 2006)

Alguns enunciados apresentados no quadro dos diálogos produzidos mostraram, de algum modo, que os alunos tiveram como orientação de seu discurso o aluno interlocutor 'ouvinte'. A manifestação "... *eu não vou resolver porque senão...*", indica, por exemplo, a quem o discurso se destina. É possível afirmar que tal manifestação, pretendeu, de algum modo, ser um <u>referencial regulador do discurso</u> produzido pelo interlocutor 'falante', que buscou equilibrar aquilo que produziu como discurso a fim de que fosse compreendido por aquele a quem se destinava tal discurso.

Como compreendido, a questão do dialogismo toma duas dimensões na perspectiva bakhtiniana: a de diálogo entre interlocutores e a de diálogo entre discursos. A primeira que se refere às relações entre sujeitos em processo interativo, também pode ser apreendida na manifestação *"... Lembra quando aprendemos o teorema de 'Pit'...*', uma vez que esta demonstra a convivência dos interlocutores no ambiente da mesma sala de aula. A segunda que se refere às "vozes" que perpassam e ecoam dos discursos da comunidade, pode ser sutilmente percebida na manifestação *"... se você prestar atenção no triângulo retângulo acima, você vai perceber que...*". A expressão "se você prestar atenção..." é, quase com certeza, um eco da fala do professor, da minha fala.

Da reflexão acima, os enunciados na construção das ressonâncias revelam lembranças de outros enunciados, as quais estão vinculadas *"no interior de uma esfera comum da comunicação verbal*" (BAKHTIN, 1997, p.316). No nosso caso, esta esfera vai se constituindo nas ações de aprender e ensinar na sala de aula de matemática

É possível ainda considerar que, pelas duas dimensões dialógicas da perspectiva bakhtiniana, de um lado, cada aluno possui, antes de emitir seu próprio enunciado, um sem número de enunciados de outros – enunciados do professor durante a aula, de alunos e alunas que participaram da dinâmica da aula, entre outros – e que servem como balizamento das possibilidades de interdiscursividade na elaboração de suas manifestações. De outro lado, a posição ativamente responsiva em que se encontra o aluno/destinador em relação ao aluno/destinatário o colocou em processo de elaboração de novos enunciados.

Nesse sentido é que podemos afirmar que os alunos inseridos nessa esfera específica de comunicação verbal organizada sócio-historicamente constituem os sentidos de interação verbal, pelo fato de que os enunciados por eles produzidos em contextos específicos – o caso das ressonâncias – podem ser reconhecidos como unidades reais de comunicação. Isso se dá, justamente, pela possibilidade que os enunciados têm de estabelecer uma alternância dos sujeitos falantes, pois na visão de Bakhtin, a compreensão do enunciado de outrem significa orientar-se em relação a ele, isto é, adequar-se no seu contexto correspondente, pois, "*compreender é opor à palavra uma contra-palavra*" (BAKHTIN, 2006).

Foi possível perceber, de modo bastante sutil que, em alguns momentos, os alunos procuraram utilizar um vocabulário que parece ser comum àqueles envolvidos nos processos de interação discursiva em uma sala de aula de matemática. Manifestações como, por exemplo, "... *que nesse exercício só achamos a área pelo modo <u>apelativo</u>...*" demonstrou que os alunos usaram, a partir da relação que têm com seus interlocutores – sejam outros alunos ou o próprio professor –, o vocabulário "modo apelativo", oriundo do e no grupo, que fez com que pudessem ser compreendidos dentro daquela comunidade e situação específicas, quais sejam, a sala de aula e a solução de um determinado problema matemático.

De modo geral, a evidência de **Dialogismo presente na enunciação dos sujeitos**, de um lado parece ressoar de modo frágil – usando aqui um adjetivo próprio do processo de ressonância – dado que os processos dialógicos não poderiam ser especialmente explícitos. Tal dificuldade de explicitação está diretamente relacionada ao fato de que o texto produzido por cada aluno se deu de um modo isolado e, portanto, a minha busca enquanto pesquisadora concentrou-se, também, em perceber que, ora o aluno dialogava com um raciocínio que se dava em um momento passado, ora ele mostrava certa ansiedade em se expressar oralmente com o outro.

Por outro lado, uma vez tomado o diálogo alimento desta investigação aqui realizado, inspirado não somente nos estudos de Bakhtin, mas também fundamentado nas teorizações de Powell e Freire, sinto necessidade de deixar mais clara a minha posição em relação ao desencadeamento de uma enunciação, no sentido de que este só ocorre se o(s) sujeito(s) está, de algum modo, convocado para tal movimento – um outro sujeito ou um fato o coloca em estado de problematização. E, tal afirmação, me põe como discípula e cúmplice dos autores mencionados – e, está aqui, também, declarada a minha intenção em realizar tal convocação propondo as cartas/ressonâncias escritas uns aos outros alunos e alunas.

O quadro a seguir foi elaborado como uma tentativa de melhor organizar a análise em torno do eixo Cognição socialmente emergente, procurando evidenciar como os diferentes modos de interação podem interferir nos processos cognitivos.

Vale aqui, mais uma vez comentar que os quadros apresentados com manifestações/ações dos alunos devem ser vistos como organizações resultantes de um processo de mão-dupla – isto é, as manifestações neles representadas são aquelas que geraram a configuração de categorias e estas estão aqui, agora em evidência, para possibilitar uma dinâmica de discussão em torno de cada categoria, mais e mais aprofundar a pesquisa no sentido da análise.

Categorias de análise	Da enunciação dos alunos	Do olhar da pesquisadora
Cognição socialmente emergente	*"Essa figura é um quadrado, só que [para calcular a área] você não poderia atribuir aquele método de área = base x altura, porque você tinha que provar que aquilo é um quadrado"* [*Laís→Nilza* (RAM3)] *"E mais interessante é sabermos porque não caímos no ônibus...vai, eu cheguei quase perto! Falei que era porque... E você que falou que a gente não caia porque..."* [*Jandira→Analice* (RAM2)] *"Bom, se você prestar atenção no triângulo retângulo acima, você vai perceber que d_{AB} é a hipotenusa e que os outros dois lados são os catetos"* [*Nilza→Joana* (RAM1)] *"Havia várias formas de comprovar que a figura era um quadrado, eu, por exemplo, a dividi em dois triângulos e provei que eles eram retângulos usando a regra de Pitágoras"* [*Rodrigo→Magali* (RAM3)] *"Em um exercício tínhamos que calcular a área de certa figura que parecia um quadrado, mas nós não podíamos afirmar isso sem as provas. A Laís desenvolveu isso, mas tentando explicar, confundiu de vez eu e a Nilza, que nesse exercício só achamos a área pelo modo 'apelativo'"* [*Joana→Simone* (RAM3)]	A interação discursiva coloca os educandos no centro de seus aprendizados e a troca de informações permite que eles, mutuamente, construam ideias e modos de raciocínio que serão, conseqüentemente, internalizados e, posteriormente, passarão por momentos de reflexão individual de cada interlocutor em seus processos de aprendizagem.

Categorias de análise	Da enunciação dos alunos	Do olhar da pesquisadora
Cognição socialmente emergente	*"Já reparou que nunca paramos pra pensar porque quando usávamos o 'esqueleto' da função do 1º grau 'y=ax+b' ou 'y=mx+h', o 'b' é o coeficiente linear que cruza o eixo 'y' com x=0? E qual seria a função do 'a' que é o coeficiente angular? ... E agora sabemos! Talvez seja por isso que ele se chama coeficiente angular, vem de ângulo, por isso determina a inclinação da reta"* *[Jandira→ Analice (RAM3)]* *"Aparentemente a figura parecia um quadrado, mas nós não tínhamos como calcular sua área direto, porque não conseguíamos provar que aquilo era um quadrado (ou seja, quatro ângulos retos e quatro lados iguais). Foi então que decidi 'apelar'. Achei uma figura maior na qual a figura 1* [original] *estava dentro e também tinha 4 triângulos retângulos dos quais eu calculei a área, somei-as e depois subtrai da área da figura maior. Aí, eu consegui achar a área da figura* [original]*"* *[Nilza→ Joana (RAM3]*	Estabelecido o ambiente de comunicação, os alunos e alunas sentem-se mais seguros para expressar suas ideias e pensamentos matemáticos e, assim, apresentam diferentes qualidades de interação que levam a diferentes qualidades de aprendizagem. É possível notar que, nesse momento, os alunos já produzem enunciados muito mais elaborados e com maior qualidade de explicitação de seus pensamentos.

A busca de evidências de relações matemáticas próprias dos alunos na construção das ressonâncias não é uma tarefa fácil, dado que o recurso interativo é a situação nova do meio escrito – as ressonâncias –, em especial quando comparado com a produção de tais evidências no ambiente da sala de aula. Com efeito, no contexto sala de aula, a emersão das relações construídas pelos alunos que podem apontar uma cognição socialmente emergente, frequentemente são percebidas tanto nos momentos de manifestações de ordem implícita – gestos, demonstração de atenção – como de ordem escrita e oral, explicitamente enunciadas.

De todo modo, algumas expressões apresentadas no quadro indicam que alguma aprendizagem parece ter se dado diferentemente daquela já estabelecida. A maneira como o aluno se expressa como, por exemplo, *“Essa figura é um quadrado ... você não poderia atribuir aquele método de área = base x altura, porque você tinha que provar que aquilo é um quadrado”*, parece refletir a incorporação de uma nova aprendizagem ou transferência de uma aprendizagem para uma nova situação – uma tentativa de socializar o próprio raciocínio, buscando a compreensão do outro

Para Powell (2001), o pensamento crítico do aluno pode ser aguçado pela possibilidade de experimentar uma reflexão sobre ideias matemáticas próprias. Para o autor, um ambiente de aprendizagem significativa é desencadeado quando os alunos, convocados a refletirem sobre suas experiências, podem realizar uma reflexão mais e mais atenta sobre o próprio conhecimento.

Do meu ponto de vista, esse movimento prático-teórico pode ativar processos metacognitivos. A reflexão sobre o próprio pensamento matemático em tal estado de organização – mesmo que pouco clara para o cognoscente – pode ser reorganizada possibilitando processos de transformação de aprendizagem.

De fato, alguns enunciados destacados no quadro parecem mostrar que os alunos, a partir da produção das ressonâncias, foram colocados – ao compartilhar suas idéias com os outros – em situação de reflexão crítica sobre sua experiência (matemática), tornando-se capazes de explorar, tornar mais claro e ampliar seu pensamento matemático. Manifestações como *“Aparentemente a figura parecia um quadrado, mas nós não tínhamos como calcular sua área direto, porque não conseguíamos provar que aquilo era um quadrado (ou seja, quatro ângulos retos e quatro lados iguais). Foi então que decidi ‘apelar’...*” ou ainda *“Quando traçamos as medianas,[...], percebi que elas se cruzam em um mesmo ponto. Esse ponto se chama baricentro.”,* podem revelar, de algum modo, que os processos de reflexão crítica foram motivados pelo convite à produção escrita.

Além dos fatos destacados, é possível ainda ressaltar que a produção das ressonâncias parece ter também contribuído para que os interlocutores aprimorassem suas capacidades de colaborar na troca de conhecimentos – no nosso caso, conhecimentos matemáticos – como é possível perceber na enunciação *"Já reparou que nunca paramos pra pensar porque quando usávamos o 'esqueleto' da função do 1º grau 'y=ax+b' ou 'y=mx+h', o 'b' é o coeficiente linear que cruza o eixo 'y' com x=0? E qual seria a função do 'a' que é o coeficiente angular? ... E agora sabemos! Talvez seja por isso que ele se chama coeficiente angular, vem de ângulo, por isso determina a inclinação da reta"*.

É possível afirmar que, no processo dinâmico das ressonâncias, os educandos colocaram mais atenção no sentido de organizar suas ideias e seus pensamentos, para que fossem compreendidos por seus interlocutores. Neste movimento pela via do meio escrito os recursos utilizados pelos alunos – linguísticos, pictóricos ou gráficos – foram se aprimorando na dinâmica de troca das ressonâncias. Tais evidências me permitiram inferir que os laços de interação entre os indivíduos foram se fortalecendo e, consequentemente, os processos de aprendizagem.

A categoria **Transformação de aprendizagem**, agora aqui tomada como eixo para a análise, parece estar numa posição adequada ao vir após a discussão em torno das duas primeiras, dado que pode ser tratada como um processo de derivação das mesmas. Em outras palavras, **Transformação de aprendizagem**, se constitui enquanto categoria de análise no bojo da nossa percepção de movimentos dialógicos e cognitivos produzidos pelas ressonâncias que, quando combinados, culminam naquilo que pude compreender como sendo indícios de "transformação" nos processos de aprendizagem.

O quadro a seguir sintetiza alguns momentos – por mim compreendidos – daquilo que ficou entendido como sendo os momentos em que os indícios de transformação de aprendizagem são explícitos nos enunciados dos estudantes.

Categorias de análise	Da enunciação dos alunos	Do olhar da pesquisadora
Indícios de transformação de aprendizagem	*"Aprendemos que as semi-retas que encontramos na figura [...] passam a ser chamadas de medianas."* [Simone→Laís (RAM2)] *"E analisando o triângulo retângulo, logo pude perceber que havia uma relação com o teorema de Pitágoras."* [Bárbara→Beatriz (RAM1)] *"O baricentro divide as medianas em proporção 2:1. Isso significa que se medir uma parte da mediana até o baricentro, ela é exatamente a metade da outra (se essa for a menor parte da mediana)"* [Nair→Melina (RAM2)]	O aluno explicita seus raciocínios e entendimentos das relações matemáticas trabalhadas colocando-se a partir de suas interpretações

Vale aqui mais uma vez explicitar que a transformação de aprendizagem é entendida, no contexto dessa investigação, como um movimento cognitivo do educando ao indicar que passa a fazer relações em outro nível de complexidade – o qual se mostra de algum modo, explicitado no contexto sala de aula ou enunciado nas ressonâncias produzidas após as aulas. Nesse sentido, estou, também, considerando relevantes os momentos em que as manifestações dos alunos não puderam ser mais claramente explicitadas por meio de enunciados nas ressonâncias ou se mostraram pouco elucidativas de modo a denunciar processos de transformação.

Por um lado, as situações/dinâmicas que geraram este entendimento em forma de categoria são, de algum modo, constituídos de aspectos bastante sutis no que se refere à confirmação de indícios de transformação de aprendizagem por parte dos alunos, pois os processos que os envolvem nem sempre podem ser retirados das intervenções nos momentos de ressonância. Nesse sentido foi, necessário, em algumas ocasiões, contar com a minha experiência acumulada enquanto professora que trabalhava com esses alunos, atuando no grupo de modo a validar algumas observações/considerações. No entanto, vale aqui comentar que, tal atuação como professora não será levada em conta para a análise.

Por outro lado, algumas situações foram, de fato, evidências de processos de transformação de aprendizagem, oriundas dos texto/ressonâncias das aulas. Exemplo disso é a manifestação de uma aluna, ao escrever para sua interlocutora acerca de uma relação matemática produzida em uma aula, "*O baricentro divide as medianas em proporção 2:1. Isso significa que se medir uma parte da mediana até o baricentro, ela é exatamente a metade da outra (se essa for a menor parte da mediana)*", a qual parece demonstrar um processo de elaboração de aprendizagem em outro nível de complexidade.

De modo geral, os indícios de transformação de aprendizagem ficam cada vez mais evidentes quando os alunos necessitam explicitar seus pensamentos e modos de raciocínio matemáticos – num ambiente dialógico proporcionado pela dinâmica da ressonância – organizando suas ideias para que se façam compreendidos.

A "**Tenacidade**", enquanto categoria de análise que revela o impulso e a motivação do aluno em se envolver com a escrita sobre a matemática emergiu, como mencionado, de modo semelhante à categoria "**Transformação de aprendizagem**", do movimento de leitura e reflexão das ressonâncias, este muito mais inspirado na elaboração da nossa leitura dos estudos de Arthur Powell acerca da escrita nas aulas de matemática.

No quadro a seguir, procurei exemplificar a partir de alguns enunciados retirados das ressonâncias, o modo como os alunos se sentiram mais e mais envolvidos em produzir reflexões sobre a matemática, a partir da escrita.

Categorias de análise	Da enunciação dos alunos	Do olhar da pesquisadora
Tenacidade	*"Mesmo meu raciocínio sendo lento (não ri, viu?) fico esperando para saber o que a 'Prô' vai ensinar. Tenho que aprender para te explicar direito, né?"* *"Fiz várias contas para achar as coordenadas dos pontos médios (isso te expliquei na última carta, lembra?)..."* *[Analice→Jandira (RAM2)]* *"Na aula de matemática Segunda [...], eu estava muito sem concentração, mas eu gostei, eu gosto de gráfico, não consegui fazer uns itens lá... E para você estava fácil? Como foi para você? Vê se me manda resposta, viu, eu vou estar esperando..."* *[Gislaine→Giovana(RAM 3)]*	O educando sente a necessidade de prolongar esse movimento, pois está envolvido pelo impulso e motivação causados pela necessidade de reflexão crítica sobre o que ele escreve da matemática com que está lidando.

De acordo com Powell (2001), os alunos adquirem mais confiança no contexto da matemática quando se vêem envolvidos com a necessidade de trabalhar com os conteúdos e relações matemáticas, a partir da escrita, em termos de sua própria linguagem.

É importante aqui reconhecer que o aluno se desenvolve por meio de fatores relacionados com os mais diferentes aspectos como, por exemplo, o afetivo/emocional, cultural, cognitivo e que a nossa reflexão sobre a questão da tenacidade, seja vista como um pressuposto associado à real possibilidade de aquisição de conhecimento.

Do nosso ponto de vista, os significados das relações matemáticas tratadas nas ressonâncias estão relacionados com a tenacidade e esta vai ficando mais e mais quando o aluno se propõe a dialogar no espaço da ressonância sobre elas.

Ao analisar os resultados em torno do eixo tenacidade, estou observando se quando o aluno se mostra mais empenhado a produzir uma ressonância, há maior indicio de apreensão de idéias matemáticas assim como motivação para considerar mais e mais tais idéias e modos de atuar na relação com o outro por meio das ressonâncias.

Manifestações como *"... fico esperando para saber o que a 'Prô' vai ensinar. Tenho que aprender para te explicar direito, né?*" parecem revelar que o envolvimento dos alunos com o contexto produzido pelas ressonâncias está contribuindo para a construção de processos de aprendizagem, uma vez que ao se perceberem colocados no centro de seu aprendizado, eles são capazes de sentir a necessidade de prolongar o estado de envolvimento e motivação para tal processo (Powell, 2006)

Procurando, então, discutir mais amplamente sobre o meu movimento nesta investigação, é possível perceber que o processo individual dos alunos de envolvimento com a escrita sobre matemática, proporcionou aos alunos a oportunidade de refletir sobre ideias matemáticas em um grau de aprofundamento e complexidade diferente daquele que provavelmente se daria em uma sala de aula – onde, em geral, está em jogo a condução do professor das situações didáticas que muitas vezes atropela os processos individuais de raciocínio (DOMITE, 2009). Há também na sala de aula as relações afetivas/emocionais próprias desse ambiente, como competição, dispersão, cooperação, entre outras, comuns ao convívio do ser humano que podem desviar do alvo proposto a ser atingido enquanto aprendizagem.

De maneira geral, segundo Powell (2001), quando os alunos são convocados e motivados a refletirem criticamente sobre suas experiências matemáticas, reagem não só a situações em que a matemática está envolvida mas, também, à questões individuais que são de seu próprio arbítrio. Nesse sentido, manifestações como "*Na aula de matemática de Segunda [...], eu estava muito sem concentração, mas eu gostei, eu gosto de gráfico, não consegui fazer uns itens lá...*" mostram que os alunos estão envolvidos não só com questões relativas ao conteúdo matemático, mas também com questões individuais que influenciam nos seus processos de aprendizagem.

De todo modo, é possível afirmar sem preocupação que várias das diferentes manifestações presentes nos textos mostraram que as ações dos alunos na direção da produção das ressonâncias permitiram que esses pudessem expressar suas idéias, pensamentos, sentimentos e expectativas com relação à matemática, à aula de matemática entre outros fatores que interferem em suas aprendizagens.

Assim, caminhando aqui para uma finalização da análise, é possível afirmar que, se por um lado não é tão fácil perceber momentos significativos de aprendizagem da matemática por meio das ressonâncias, por outro lado, as produções escritas em aulas de matemática, por meio das ressonâncias propiciaram o aumento da motivação à aprendizagem e das habilidades sociais e de cooperação e respeito entre os colegas de uma sala.

Considerações Preliminares

Ao me aproximar da parte final deste trabalho, relembro a época em que cheguei à Faculdade de Educação, como aluna do Programa de Pós Graduação, com preocupações oriundas de minha trajetória enquanto professora de matemática, ansiosa por melhor compreender de que modo os alunos e alunas lidavam com as relações matemáticas a partir da linguagem natural e, especialmente, buscar encontrar ferramentas que me auxiliassem nos processos de ensino e aprendizagem da matemática. Até aquele momento, o contexto em que eu estava inserida permitia-me, apenas, levantar hipóteses acerca dos modos como o tratamento da matemática em sala de aula e os processos de comunicação estavam relacionados com o desempenho em matemática dos alunos e principalmente com a aprendizagem deste componente curricular.

Minhas hipóteses foram se configurando pela percepção de que, de algum modo, a matemática está relacionada com o contexto sociocultural pelo *"[...] fato de a matemática ser uma linguagem (mais fina e precisa que a linguagem natural) que permite ao homem comunicar-se sobre fenômenos naturais, conseqüentemente, ela se desenvolve no curso da história da humanidade desde os "sons" mais elementares, e, portanto intimamente ligada ao contexto sociocultural em que se desenvolve – por isso falamos em matemática grega, matemática hindu, matemática pré-colombiana*" (D'Ambrósio, p.35).

Do meu entendimento, no Ensino Médio (etapa escolar em que se encontravam os alunos desta pesquisa), os conhecimentos matemáticos devem estar apresentados/discutidos de tal forma que proporcione – como explicitado nas diferentes propostas curriculares atuais – ao aluno as habilidades de leitura, interpretação da realidade e desenvolvimento de capacidades necessárias para atuação efetiva na sociedade e na vida profissional (PCNEM,1998; NCTM, 1989). Convencida desses objetivos, minha percepção inicial sobre o trabalho com a matemática em sala de aula se deu no sentido de que o contexto em que ocorre a aprendizagem deveria ser orientado para que o aluno pudesse desenvolver mais e mais a comunicação matemática – e, por isso o trabalho pela via de uma comunicação nos meandros da linguagem matemática, de modo que apropriação dessa linguagem levasse a uma aprendizagem mais significativa.

De modo a refletir aqui nesta elaboração final sobre o movimento e os resultados desta pesquisa, considero importante fazer um retrospecto da trajetória percorrida neste sentido.

Os primeiros passos na direção desta organização acadêmica-educacional estiveram em torno, como em geral se dá com o pesquisador iniciante, da leitura de diferentes autores e do diálogo com os professores dos cursos atendidos do Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Educação, em busca de organizar as bases teóricas que orientariam o meu movimento de investigação no sentido de encontrar respostas às perguntas de pesquisa, de algum modo, já formuladas.

Assim, a natureza do objeto de estudo foi se delineando no sentido da produção escrita entre os alunos sobre as aulas de matemática – as ressonâncias – como a principal fonte de dados para análise, com a expectativa de que esta dinâmica de produção sobre as aulas contribuísse, também, com os processos de aprendizagem dos educandos.

Mikhail Bakhtin, Arthur Powell e Paulo Freire tiveram um duplo papel nesta pesquisa: tanto suas teorizações foram inspiradoras da minha criatividade em termos do meio utilizado – as ressonâncias – para o desenvolvimento da comunicação matemática e conseqüente aprendizagem, como a análise dos resultados se deu a partir de elaborações fundamentadas nos estudos desses autores.

Um dos pilares desta investigação – o princípio dialógico – conceituado pela perspectiva da lingüística, orientado pelos estudos de Bakhtin assim como pela perspectiva da educação, orientado pelos estudos de Freire, serviu, por um lado, como orientação deste estudo, pois a interação entre os alunos estabelecida em aula e explicitada nas ressonâncias tornou-se alvo de minhas análises. Por outro lado, passou a ser o método/caminho para a busca de evidências nesta pesquisa, pois a construção da análise se deu a partir de tais interações.

Outro pilar desta investigação tratou do estabelecimento de relações (matemáticas) realizadas pelos alunos no bojo dos processos de produção das ressonâncias e, por isso pertencente ao campo da cognição, o qual serviu, por um lado, como organizador da minha visão frente aos indícios de apreensão de conhecimento pelo aluno e, por outro lado, passou a ser um critério para obtenção de evidências em termos de análise, dado o contexto de ensino e aprendizagem próprio da pesquisa.

Vale aqui destacar que, durante todo o processo de investigação, fui colocada em um estado de reflexão de minha própria atuação como professora de matemática dentro da *"práxis"*, tendo a oportunidade, portanto, de reelaborá-la, renová-la, enfim recriá-la.

As ressonâncias das aulas de matemática que tinham como finalidades, buscar revelar/indicar alguma transformação na aprendizagem dos alunos e, também, alguma transformação nos próprios alunos enquanto sujeitos produtores de conhecimento, além de verificar em que medida elas contribuem com a cognição matemática dos alunos, trouxeram o entendimento de que:

- os alunos podem se sentir pouco motivados para a dinâmica da produção escrita em virtude de estar inseridos em um contexto ideologicamente poluído pelas relações sociais estabelecidas com o professor;

- quando convocados para a dinâmica de troca das ressonâncias com seus colegas, os alunos foram mostrando ao longo desse movimento maior motivação/impulso para a produção das ressonâncias;

- a tentativa de interação produzida pelas ressonâncias pôde contribuir para que os alunos refletissem sobre suas ideias e pensamentos matemáticos;

- a necessidade de compartilhar suas ideias e pensamentos matemáticos com compreensão – no contexto da produção das ressonâncias –, levou os alunos a melhor organizar os próprios pensamentos e ideias matemáticas.

Desse modo, ressalto que, ao contrário da maioria dos estudos sobre processos de ensino e aprendizagem das idéias matemáticas, centralizo aqui minha atenção, não na minha observação das reações dos alunos na sala de aula, como muitas pesquisas do campo da cognição, mas sim na fase posterior à situação sala de aula – isto é, a reflexão, por parte do aluno, sobre a aula.

Naturalmente, há diferentes aproximações entres esses dois movimentos e, dependendo da atitude do professor, elas podem até ser confundidas. Mesmo assim, cada uma delas – a observação do aluno em sala de aula e a reflexão dele pós sala de aula – guarda características próprias e, se assim posso dizer, tem suas próprias leis.

Assim, tendo concentrado toda a minha atenção na caracterização das ressonâncias como um caminho para o ensino e aprendizagem da matemática, destacando o valor dessa dinâmica pedagógica, estou orientando uma direção a seguir, uma conduta a ser explorada, na organização das propostas das atividades dos professores que buscam superar as dificuldades tão comumente encontradas.

Sem dúvida, estou à procura de conscientizar o educador de que haverá maior possibilidade do conhecimento matemático, relativo ao ensino básico, quando se cria no educando, o entusiasmo para refletir/discutir as vivências em sala de aula. Uma etapa posterior de trabalho seria, então, a de procurar caminhos para interagir esta proposta – a produção de ressonâncias – com a construção do conhecimento matemático sistematizado, na dinâmica da sala de aula. Para tanto, um professor deverá ser um pesquisador, e a experiência educativa deverá ir além da sala de aula.

Dessa maneira, consciente do processo de transformação por mim sofrido ao longo desta pesquisa e inspirada no diagnóstico de i*nacabamento* de Freire, justifico aqui o subtítulo "preliminar" presente nesta elaboração final. Freire assim discute o inacabamento:

> Como professor crítico, sou um "aventureiro" responsável, predisposto à mudança, à aceitação do diferente. Nada do que experimentei em minha atividade docente, deve necessariamente repetir-se. Repito, porém, como inevitável a franquia de mim mesmo, radical, diante dos outros e do mundo. Minha franquia ante os outros e o mundo mesmo e a maneira radical como me experimento como

> ser cultural, histórico, inacabado e consciente do inacabamento (FREIRE, 2007, p. 50)

Quero também dizer que, de meu entendimento, este trabalho acabou *inacabado* e este *inacabamento* é por mim reconhecido como uma das características que pode torná-lo verdadeiro.

Referências Bibliográficas

ARANHA, Maria Lúcia de Arruda. *Filosofia da Educação.* 3ª Ed. São Paulo: Moderna, 2006.

BAKHTIN, Mikhail M. *Estética da criação verbal*. 4 ed. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

___________________. *Marxismo e Filosofia da Linguagem*. 12 ed. São Paulo: Hucitec, 2006

BARROS, Diana Luz Pessoa. *Contribuições de Bakhtin às teorias do discurso.* In: BRAIT, Beth (org). *Bakhtin: dialogismo e construção de sentido.* 2 ed. rev., Campinas: Ed. Unicamp, 2005.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; GARNICA, Antonio V. Marafioti. *Filosofia da Educação Matemática*. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

BORTOLOTTO, Nelita. *O Sentido da Ciência no Ato Pedagógico: conhecimento teórico na prática social.* Tese de Doutorado. UFSC, Florianópolis, 2007.

BRAIT, Beth (org). *Bakhtin: dialogismo e construção de sentido.* 2 ed. rev., Campinas: Ed. Unicamp, 2005.

_______________ . *Bakhtin Conceitos-Chave.* 4ª Ed. São Paulo: Contexto, 2008.

________________. *Bakhtin Outros Conceitos-Chave*. São Paulo: Contexto, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental, Parâmetros curriculares nacionais: matemática. MEC/SEF, 1998.

COBB, P; BOUFI, A.; McCLAIN, K. & WHITENACK, J. *Reflective discourse an collective reflection.* Journal of Research in Mathematics Education. 1997. 258-277.

CARRAHER, D.W., *Aprender pensando,* in: Carraher T. (org.), Pernambuco: Universidade Federal de Pernambuco, 1983.

COSTA, Cláudio. *Filosofia da Linguagem*, Rio de Janeiro, Jorge Zahar Ed, 2003, 2ª ed.

COURA, Flávia. *A escrita matemática em uma turma da 6ª série do Ensino Fundamental.* Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação/UFMG. Belo Horizonte, 2008.

DAHLET, Patrick. *Dialogização enunciativa e paisagens do sujeito.* In: BRAIT, Beth (org). *Bakhtin: dialogismo e construção de sentido.* 2 ed. rev., Campinas: Ed. Unicamp, 2005.

D´AMBRÓSIO, Ubiratan. *Educação Matemática: da teoria à prática*. 13 ed. Campinas, SP: Papirus, 1996.

_____________________. *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. 2 ed. 2ª reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

DOMITE, Maria do Carmo Santos. Da compreensão sobre formação de professores e professoras numa perspectiva etnomatemática. In: Gelsa Knijnik e outros. Etnomatemática, currículo e formação de professores. Santa Cruz do Sul: Edunic, 2004.

DOMITE, Maria do Carmo Santos; MONTEIRO, Alexandrina; OREY, Daniel Clark. Etnomatemática: papel, valor e significado. In: Etnomatemática: papel, valor e significado. São Paulo: Zouk, 2004.

DOMITE, M. C. S. ou MENDONÇA, M. C. D. . *Formulação de problemas e educação matemática: a quem compete?*. Movimento (Niterói), v. 14, p. 24-37, 2009.

ERNEST, Paul. *The Philosophy of Mathematical Education*. The Falmer Press, 1991.

_____________ *Mathematics, Education and Philosphy: an international perspective,* London, The Falmer Press, 1994c, Trad: Antonio Miguel.

FANIZZI, Sueli. *A Interação nas Aulas de Matemática: um estudo sobre aspectos constitutivos do processo interativo e suas implicações na aprendizagem.* Dissertação de Mestrado. São Paulo, 2008.

FARACO, Carlos Alberto; TEZZA, Cristovão; CASTRO, Gilberto de (orgs). *Diálogos com Bakhtin.* 4. ed. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

FIORIN, José Luiz. *Introdução ao pensamento de Bakhtin.* São Paulo: Ática, 2008.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa*. 36ª ed. São Paulo: Paz e Terra, 2007.

______________ *Pedagogia do Oprimido.* 34ª Ed. São Paulo: Paz e terra, 2002.

FREIRE, Paulo & SHOR, Ira. *Medo e ousadia: o cotidiano do professor.* 12ª Ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2008.

FREITAS, Maria Tereza Menezes. *A escrita no processo de formação contínua do professor de matemática.* Tese de Doutorado. Faculdade de Educação/UNICAMP. Campinas, 2006.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. *A interpretação e o fazer do professor: a possibilidade do trabalho hermenêutico na Educação Matemática.* Dissertação de Mestrado. Rio Claro, 1992.

_____________________________. *Algumas notas sobre Pesquisa Qualitativa e Fenomenologia.* Interface – Comunicação, Saúde, Educação, v. 1, n.1, 1997.

GIANOTTI, José Arthur. *Dois Jogos de Pensar.* [jun-2006]

GOTTSCHALK, Cristiane. *A Natureza do Conhecimento Matemático sob a Perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais.* Cad. Hist. Filosofia Ci, Campinas, Série 3, v. 14, n.2, p. 305-334, jul-dez-2004.

HEIDEGGER, Martin. *A caminho da linguagem*. Rio de Janeiro: Ed. Vozes, 2003.

JACOBS, J; CLARK, K. K.; BORKO, H. *Strategies for building mathematics communication in the middle school classroom: modeled in professional development implemented in the classroom.* CIMLE, 2005, p.1-12.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M.E.D.A. *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986.

MACEDO, L. *Ensaios Construtivistas*. 5ª. ed. SÃO PAULO: Casa do Psicólogo, 1999.

MACHADO, Antonio Pádua. *Do Significado da Escrita da Matemática na Prática do Ensinar e no Processo de Aprendizagem a Partir do Discurso de Professores.* Tese de Doutorado. Rio Claro, 2003.

MACHADO, Nilson José. *Matemática e Língua Materna: análise de uma impregnação mútua*. 5ª ed. São Paulo: Cortez, 2001.

MEDEIROS, Cleide Farias. *Por uma educação como intersubjetividade.* In: BICUDO, M.A.V. (org.): *Educação Matemática*. 2ª Ed. São Paulo: centauro, 2005.

MENDONÇA, M. C. D. *Problematização: um caminho a ser percorrido em educação matemática.* (Tese de doutorado), Unicamp, 1993.

____________________ *Resolução de problemas pede re<formulação.* Faculdade de Educação/UNESP, 1998.

MENEZES, Luís. *Matemática, Linguagem e Comunicação.* Actas do ProfMat 1999, 71-81.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston. 1989. VA: NCTM.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston. 2000. VA: NCTM.

OLIVEIRA, Martha Kohl. *Algumas contribuições da Psicologia Cognitiva.* Série idéias, n.6, São Paulo: FDE, 1992, p.47-51.

PORTO, André da Silva. *As Bases filosóficas do construtivismo matemático de Wittgenstein.* Tese de doutorado, PUC-RJ, 2002

POWELL, Arthur B.; BAIRRAL, Marcelo. *A escrita e o pensamento matemático: interações e potencialidades*. Campinas, São Paulo: Papirus, 2006.

POWELL, Arthur. B., FRANCISCO, J. M. & MAHER, C. A. *Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento das idéias matemáticas e do raciocínio de estudantes*. BOLEMA, 21, 81-140. (2004)

POWELL, Arthur. B. *Captando, examinando, e reagindo ao pensamento matemático*. Boletim GEPEM, 39, Set/2001.

__________________. *Socially emergent cognition: particular outcome of student-to student discursive interactions during mathematical problem solving*. Horizontes, v. 24, n 1, p. 33-42, Jan/jun 2006.

POWELL, Arthur B., FRANKENSTEIN, Marilyn. *Respecting Intellectual Diversity: an Ethnomathematical Perspective.* In F. A. Rosamond & L. Copes (Eds.), Educational transformation: A tribute to Steve Brown (pp. 161-190). Bloomington, IN: AuthorHouse.

POWELL, Arthur. B., & LÓPEZ, J. A. (1989). *Writing as a vehicle to learn mathematics: A case study*. In P. Connolly & T. Vilardi (Eds.), The Role of Writing in Learning Mathematics and Science (pp. 157-177). New York: Teachers College.

REGO, Tereza Cristina. *Vygotsky: Uma perspectiva Histórico-Cultural da Educação.* 19ª ed. Rio de Janeiro: Editora Vozes, 2008.

RIBEIRO, J. P. M. (Org.). *Etnomatemática: papel, valor e significado*. 1. ed. São Paulo: Zouk, 2004.

RUIZ, Castor Bartolomé. *Dialética e Linguagem*. [2007].

SEVERINO, Antonio Joaquim. *Metodologia do trabalho científico*. 23 ed. São Paulo: Cortez, 2007.

SKOVSMOSE, Ole. *Educação Crítica: incerteza, matemática, responsabilidade.* São Paulo: Cortez, 2007.

SMOLE, K. S. e DINIZ, M.I. (orgs.) *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática*. Porto Alegre: Artmed, 2000.

STEINER, Hans-Georg. *Aspectos Filosóficos e Epistemológicos da matemática e suas interações com a teoria e a prática em educação matemática.* For the Learning of Mathematics 7, Fev- 1987. Trad. Antonio Miguel.

USISKIN, Z. *Mathematics as a language.* In: P.C.Elliot e M.J.Kenner (eds.). Communication in mathematics. Yearbook, 1996. P. 231-243.

VYGOTSKY, L.S., *Pensamento e Linguagem*, São Paulo: Ed. Martins Fontes, 1987.

______________. *A Formação Social da Mente,* São Paulo: Ed. Martins Fontes, 1988.

VILELA, Denise Silva. *Matemáticas nos usos e jogos de linguagem: ampliando concepções na educação matemática.* Tese de doutorado, UNICAMP, 2007.

____________________ *Um olhar filosófico sobre a questão dos significados nas matemáticas escolar e de rua.* UNICAMP, 2007.

____________________ *Uma compreensão das matemáticas como práticas sociais.* UNICAMP 2007.

VILELA MENDONCA PINTO COELHO, Maria Aparecida y LUCCHESI DE CARVALHO, Dione. *O estudo do discurso em educação matemática: a problematização de significados hegemônicos sobre resolução de problemas*. Paradìgma, dic. 2006, vol.27, n.2, p.253-276.

Anexos

/ /

E ai Bonzé BLZ?

No aula de Hoje o professora quis mostrar pra gente como se calcula o baricentro de um triângulo através das medianas que são as retas que passam por um vértice e o ponto médio oposto desse vértice, aprendemos também que o baricentro de um triângulo divide todas as suas medianas em uma propor-ção 2:1.

VLW Bonzé, fica na PAZ.

Ronie

01/09/09

Oii melina

Na última aula de Geometria Analítica que tivemos, nós corrigimos os exercícios que a Mi passou para fazermos.
Depois começamos a fazer um trabalho.
Até onde eu fiz o trabalho pedia para fazermos um gráfico e representar nele 6 funções diferentes.
Quando fiz isso, notei que as retas eram paralelas umas às outras.
Tive que fazer 3 gráficos diferentes, 2 deles com 6 funções diferentes cada e o outro com 6 pares ordenados.
Nesse último, com os pares que foram formados estavam definidos sobre a mesma reta, ou seja, estavam alinhados.
Então, acho que foi só isso!

* Beijos me *

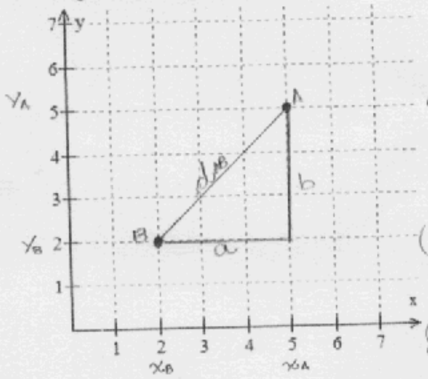
ASS: Nair

oi Beatriz

Tudo bem?
Espero que sim!
Bom, como a professora pediu para escrevermos para um amigo ou amiga falando sobre a aula dela, vamos lá...

Pelo que entendi, o tema da aula foi o cálculo da distância entre dois pontos.
O que eu pude perceber é que a intenção dela era mostrar para a gente de onde saiu aquela fórmula que está no livro, para calcular a distância entre pontos.

Eu entendi que, quando nós temos dois pontos, por exemplo, A(5,5) e B(2,2), se desenharmos esses pontos no plano, podemos tentar enxergar um triângulo retângulo, assim:



Lembrar:

Teorema de Pitágoras
$(h^2 = c^2 + c^2)$

$(d_{AB})^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$
Tirando a raiz de ambos os lados:
$d_{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$

"Eu, analisando o triângulo retângulo logo pude perceber que havia uma relação com o Teorema de Pitágoras, ou seja, descobri ao longo da explicação que, não seria necessário gravar a tal da fórmula enorme que estava no livro, bastava relacionar o Teorema com o triângulo. No Teorema temos: $(\text{hipotenusa})^2 = (\text{cateto})^2 + (\text{cateto})^2$, relacionando-o com o triângulo acima, a hipotenusa seria "d_{AB}" e os catetos seriam "a" e "b". Sendo assim, não precisaria de muito esforço para encontrar o valor da distância, basta lembrar e demonstrar, a partir do meu conhecimento.

Beijos.
Bárbara ..."

20/08/09

Oi Beatriz

Espero que esteja bem!

Bom, lá vou eu, novamente, tentar te explicar o que entendi da aula de matemática de hoje.

Então; o assunto dessa aula foi basicamente as medianas do triângulo. Incluindo, é claro, algumas propriedades, como por exemplo, a do "baricentro", que é o encontro das medianas.

Ah, já ia me esquecendo, as tais das medianas citadas anteriormente, são as mais conhecidas "semi-retas" que passam por um vértice do triângulo e também pelo ponto médio oposto a esse vértice.

Para uma melhor compreensão, realizamos o desenho de um triângulo (dados os pontos), em uma folha entregue pela professora e encontramos no desenho o "baricentro".

Assim, termino essa carta. Espero que consiga acompanhar meu raciocínio, pois isso foi exatamente o que entendi da aula. 4

Beijinhos

Bárbara.

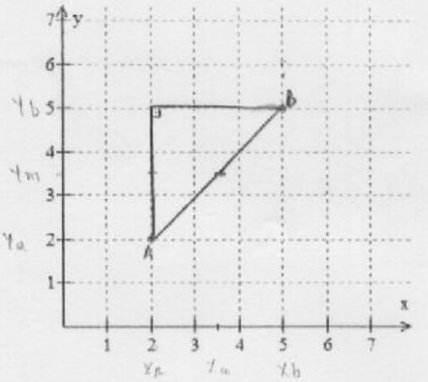
DATAPEL

oi Jardine

Tudo bem?
Espero que sim!
Bom, como a professora pediu para escrevermos para um amigo ou amiga falando sobre a aula dela, vamos lá...

Pelo que entendi, o tema da aula foi o cálculo da distância entre dois pontos.
O que eu pude perceber é que a intenção dela era mostrar para a gente de onde saiu aquela fórmula que está no livro, para calcular a distância entre pontos.

Eu entendi que, quando nós temos dois pontos, por exemplo, $A(5,\overset{5}{6})$ e $B(2,2)$, se desenharmos esses pontos no plano, podemos tentar enxergar um triângulo retângulo, assim:



$Ym = (Ya + Yb) : 2$
$Ym = (2 + 5) : 2$
$Ym = \frac{7}{2}$ //

$Xm = (Xa + Xb) : 2$
$Xm = (2 + 5) : 2$
$Xm = \frac{7}{2}$ //

$M\left(\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right)$

$dAB = \sqrt{(Xa - Xb)^2 + (Ya - Yb)^2}$
$\sqrt{(2-5)^2 + (2-5)^2}$
$\sqrt{-3^2 + (-3)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$ //

Aprendeu? muito legal não acha? divertido é pensar que eu ia carta pra diretora Terezinha KKK. E você? aposto que não né Rs.
Mesmo meu raciocínio sendo meio lento (não né viu),
fico esperando pra saber o que a pró vai ensinar.
Tento que aprende pra te explica direito né OKSPAOKS.
Quando aprender mais te escrevo. Beijos Amiga.

Oi Jandia

Suave?

A aula de hoje foi divertida (ri tanto com você RSRS). Tá vendo, prometi que escreveria quando aprendesse matéria nova (juro que aprendi viu). (2) e (4)

Conhece o baricentro? é você tem um também sabia; e descobri que quando eu ~~estou~~ estou num ônibus, e estou em pé, eu viro um triângulo. Me rachei.

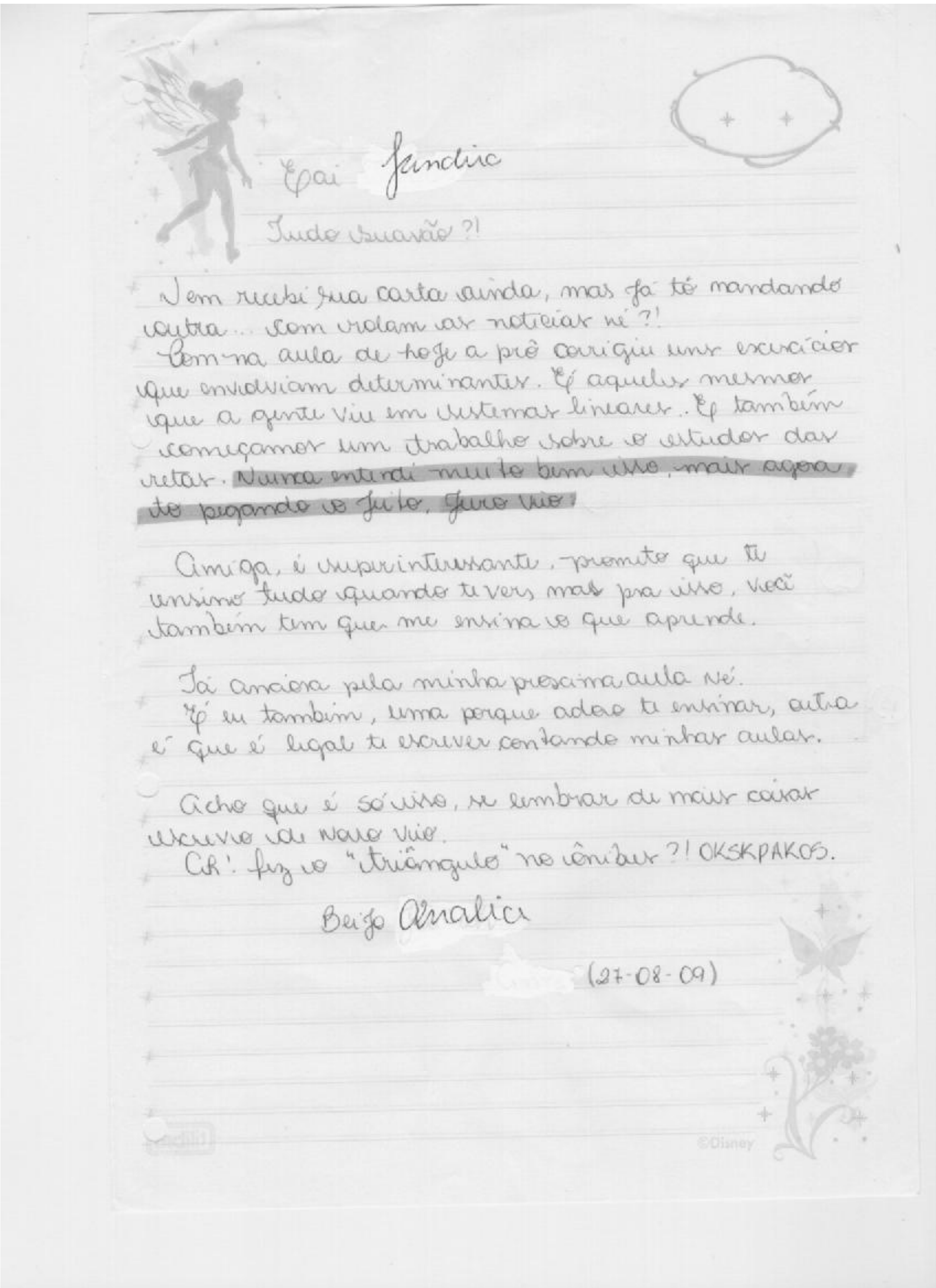
(3) Aprendi o que são medianas, até desenhei um triangulo num gráfico. Fiz várias (2) contas pra achar as coordenadas dos pontos médios (isso te expliquei na ultima carta, lembra?) (2)

Quando a gente se ver, que tal estudarmos um pouquinho. Vou esperar hein.

Bom vou indo porque a aula acabou assim.

Beijos, Analice (20-08-09)

©Disney



E aí Jandira

Tudo suave?!

Nem recebi sua carta ainda, mas já tô mandando outra... com rolam as notícias né?!
Bem na aula de hoje a prô corrigiu uns exercícios que envolviam determinantes. É aqueles mesmos que a gente viu em sistemas lineares. E também começamos um trabalho sobre o estudo das retas. Nunca entendi muito bem isso, mais agora tô pegando o jeito. Juro viu!

Amiga, é superinteressante, prometo que te ensino tudo quando te ver mas pra isso, você também tem que me ensina o que aprende.

Tô ansiosa pela minha próxima aula né.
É eu também, uma porque adoro te ensinar, outra é que é legal te escrever contando minhas aulas.

Acho que é só isso, se lembrar de mais coisas escrevo na nova viu.
Ah! fiz o "triângulo" no ônibus?! OKSKPAKOS.

Beijo Analia

(27-08-09)

10/09/09

Oi de novo Fernanda

Tudo de boa na Lagoa?! RS.

Quanto tempo que eu não passo por aqui pra te conta sobre a aula de G.A né?!
Bem mais to aqui pra conta de um trabalhinho que a gente fez em sala...
Uns alunos da USP que fazem Matematica, foram na sala, porque eles fazem um estudo (trabalho, pesquisas) com a nossa prô.
Mas vamos lá...
No trabalho, fizemos dois graficos, que com os pontos que havia lá, formariamos uma figura, e nela teriamos que descobrir a área. Foi meio complicado sabe, afinal eu faltei na utima aula. (/RSRS).
Mas durante todo o trabalho, esses "profs" amigos da prô, circularam pela sala pra ajudar a gente.
O que ajudou foi que era em dupla, e eu fiz com uma colequinha bem intelligente (=b)
No entanto sabe, até que foi bem divertido.
Sei que não deveria, mas dei risada quando não conseguia, ou saía algo errado OKSAPAKOS!
Amiga, comsei. ZUERA.
Mas Volto aqui pra conta mais sobre outras coisas.

Beijão

+ Ah! parabenhês atrasado pelo seu NIVER RS

Analice

tilibra

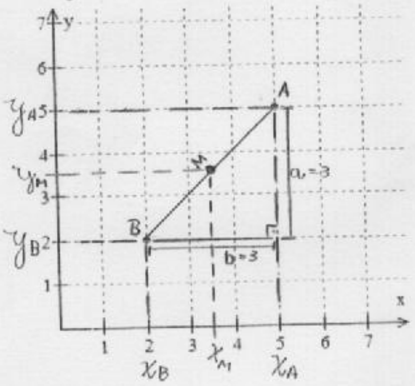
18-08-09

Oi Analice

Tudo bem?
Espero que sim!
Bom, como a professora pediu para escrevermos para um amigo ou amiga falando sobre a aula dela, vamos lá...

Pelo que entendi, o tema da aula foi o cálculo da distância entre dois pontos.
O que eu pude perceber é que a intenção dela era mostrar para a gente de onde saiu aquela fórmula que está no livro, para calcular a distância entre pontos.

Eu entendi que, quando nós temos dois pontos, por exemplo, A(5,5) e B(2,2), se desenharmos esses pontos no plano, podemos tentar enxergar um triângulo retângulo, assim: podemos enxergar o ponto médio do segmento $\overline{AB}$, além de também ser possível visualizar que a distância pode ser calculada por Pitágoras (por ser possível formar um triângulo retângulo). Veja:



1º) Cálculo da distância entre dois pontos:

$$d_{\overline{AB}} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(5-2)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

... ou através do Teorema de Pitágoras:

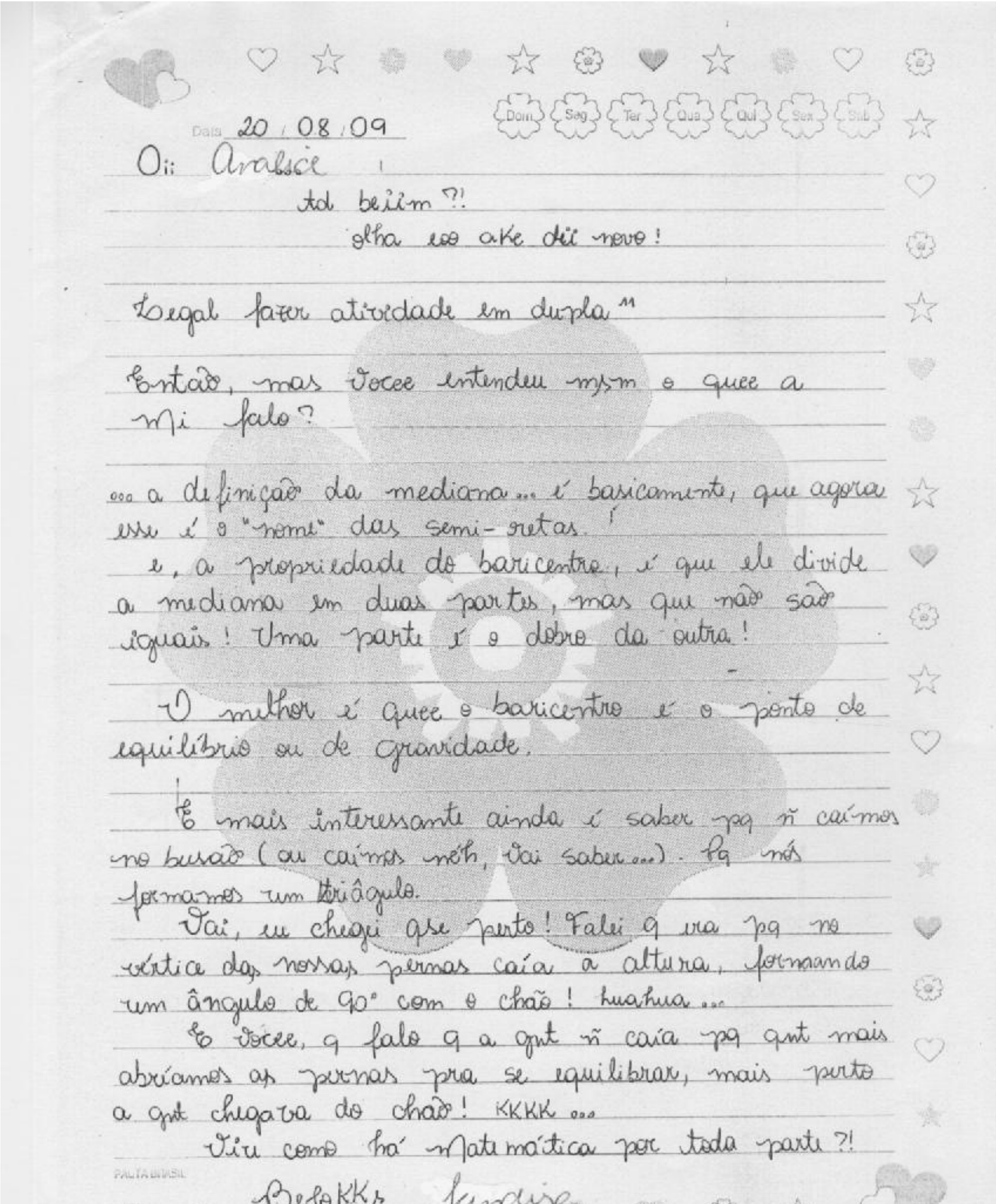
$$\overline{AB}^2 = a^2 + b^2$$
$$\overline{AB}^2 = 3^2 + 3^2$$
$$\overline{AB}^2 = 9 + 9$$
$$\overline{AB} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

2º) Cálculo do ponto médio: basta fazer a "média aritmética" das coordenadas das extremidades:

$$x_M = \frac{x_B + x_A}{2} = \frac{2+5}{2} = \frac{7}{2}$$
e
$$y_M = \frac{y_B + y_A}{2} = \frac{2+5}{2} = \frac{7}{2}$$

$$\Big\} \; M\left(\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right)$$

[illegible] =D



Data 20 / 08 / 09

Oi: Aralsce

td beiim ?!

olha eu aKe dii novo!

Legal fazer atividade em dupla ^^

Então, mas voce entendeu msm o quee a mi falo?

... a definição da mediana... é basicamente, que agora esse é o "nome" das semi-retas!

e, a propriedade do baricentro, é que ele divide a mediana em duas partes, mas que não são iguais! Uma parte é o dobro da outra!

O melhor é quee o baricentro é o ponto de equilíbrio ou de gravidade.

E mais interessante ainda é saber pq ñ caímos no busão (ou caímos néh, vai saber...). Pq nós formamos um triângulo.

Vai, eu chegei qse perto! Falei q era pq no vértice das nossas pernas caía a altura, formando um ângulo de 90° com o chão! huahua...

E você, q falo q a gnt ñ caía pq qnt mais abríamos as pernas pra se equilibrar, mais perto a gnt chegava do chão! KKKK...

Viu como há Matemática por toda parte ?!

Bejo KKs Jandira

03. 09. 09

Olá Analice

Tudo bem com vc?

Vc reparou só como tah ficando legal toda explicação da matéria que tínhamos desde o 1º ano?!

... Que a tg é o ângulo de inclinação, que é o coeficiente ângular da equação do 1º grau! E, podemos calcular o coef. ângular sendo: $tg\,\theta = m = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$.

Já reparou, que nunca paramos para pensar, porque quando usávamos o "esqueleto" da função do 1º grau: $y = aX + b$ (ou $y = mX + h$), o "b" que é o coeficiente linear, que cruza o eixo "Y" com $X = 0$. E qual seria a função do "a" que é o coeficiente ângular?!

... e agora sabemos! Talvez por isso que ele se chama coef. ângular, vem de ângulo, por isso determina a inclinação do ângulo! rs

(3)

Também já sabemos como determinar a equação de uma reta! Basta sabermos dois pontos quaisquer (P_1 e P_2) que pertençam a ela, ou seja, que satisfaça a reta tornando-a verdadeira! Calculamos por meio do determinante ou encontrando os coeficientes angular e linear.

... e agora a equação da reta pode se dada por:

1. Equação reduzida → $y = mX + h$;
2. Equação geral → $aX + bY + C = 0$; onde "c" é o coef. linear!

interessante néah?! Beijinhos!!! Atéé ...

Jandira

10 09 09

Olá Analice Td bem ??

Legal a aula de hoje neh, com os estagiários, nossa, a sala parecia que tinha mais professores do que alunos! rsrs.

Nós, fazendo as atividades em duplas, e um monte de professores na sala perguntando se há alguma dúvida ... haha

E o 1º exercícios, que a gente teve que achar a área daquela figura ... nós tentamos por Pitágoras e tudo mais. Mas não adiantou, tivemos que ir por "apelação". =P ... e a paciência de ficar prolongando as retas ....

Mas pior ainda, foi quando fomos fazer o gráfico do 2º exercício, e uma de suas retas saia da folha quadriculada (não coube).

(2) Mas faz parte errar, refazer, para entender e, finalmente, acertar!

Bem, é só!

Beijinhos!

Sandie

27 08 09

Oii Analice

Tudoo bem ?!

Bom, como tu falto na última aula, onde iríamos terminar o trabalhinho, vou te dar uma breve explicação. (pelo menos, tentar).

• A mediana é uma reta que sai de um vértice, e vai até um ponto do lado oposto.

• O baricentro é um ponto que divide a mediana em duas partes (não é ao meio), é a tal da proporção 2:1 (dois para um), que significa que uma dessas partes da mediana é o dobro da outra.

Sendo assim, é como se o baricentro fosse a média aritimética das coordenadas "x" e/ou "y" dos vértices.

Já a última matéria ("Alinhamento dos Pontos") tem os "det's" rs. O Problema é se tiver escalonamento!;PP

E o trabalho de hj, sobre o estudo das retas (as funções de 1º grau, do 1º ano... rsrs) agora que td começa a ser explicado... legal neh ?!

B... Jandira Sss "D

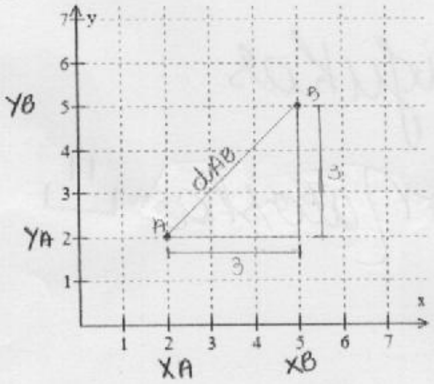
Atéé a Próxima !

oi Joana

Tudo bem?
Espero que sim!
Bom, como a professora pediu para escrevermos para um amigo ou amiga falando sobre a aula dela, vamos lá...

Pelo que entendi, o tema da aula foi o cálculo da distância entre dois pontos.
O que eu pude perceber é que a intenção dela era mostrar para a gente de onde saiu aquela fórmula que está no livro, para calcular a distância entre pontos.

Eu entendi que, quando a gente tem dois pontos, por exemplo, A(5,5) e B(2,2), se a gente desenhar esses pontos no plano, a gente pode tentar enxergar um triângulo retângulo, assim:



Quando nós estudamos os triângulos retângulos há alguns anos aprendemos a calcular o valor de seus lados com o Teorema de Pitágoras, que era o seguinte:

$hip^2 = cat^2 + cat^2$

Bom, se você prestar atenção no triângulo retângulo acima, você vai perceber que dAB é a hipotenusa e, que os outros dois lados são os catetos.
Só que na matemática, nem tudo é tão fácil assim. Observando o triângulo, a profª nos fez perceber que conseguimos os valores dos catetos se calcularmos XB-XA e YB-YA.

Dessa forma, conseguimos por ~~em~~ em prática o teorema de Pitágoras.

$$(d_{AB})^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$d_{AB} = \sqrt{(5-2)^2 + (5-2)^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{9+9}$$

$$d_{AB} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

Foi assim que aprendemos a calcular a distância entre dois pontos e que foi do teorema de pitágoras que saiu essa formula.

Beijukas

Nilza

20 08 09

Para: Minha pequena Joana ;)

Oi meu amor, tudo bem?

Bom, hoje eu vou falar da aula de matemática de novo. rs.

A aula começou com a correção dos exercícios da aula e, que por acaso eu esqueci o caderno de novo. =/

Depois da correção a "prô" entregou para nós umas folhinhas para fazermos uma atividade de G.A. em grupo. Uma das folhas era o roteiro e, a outra era uma folha trocifada para um gráfico.

No roteiro tinha todas as explicações do que nós tinhamos que fazer e a primeira coisa foi encontrarmos no gráfico as coordenadas que, ligadas, formavam um triângulo. Depois, nós tinhamos que encontrar um ponto médio dos lados.

Meu, depois ela começou a nos explicar sobre baricentro, que é o centro gravitacional de algo. Você sabia que o baricentro do ser humano é o umbigo? Eu não tinha certeza, mas pensava que nosso umbigo era alguma coisa a mais do que um buraco na barriga.

Vou ficando por aqui Tá!!!

Beijukas Nilza. !!!

P.S. O baricentro é o encontro das medianas de um polígono qualquer, como na estrela ao lado.

S T Q Q S S D
M T W T F S S

Oi Joana, Tudo bem minha
pequena? Espero que sim

Bom, hoje nós ouvimos as funções do 1º grau
na aula. Você acredita que eu nem lembrava
como fazia os gráficos de uma função do 1º grau?
Pois é, comecei a fazer o trabalho, mas tive
que apagar e fazer tudo de novo. (2)
Enfim, no trabalho tinhamos que traçar o
gráfico de vários funções do 1º grau e analizá-
-los. Bom, o que percebemos foi:
$y = ax + b$ → linear
angular
→ quando o valor do angular é positivo, o gráfico
é crescente.
→ quando é negativo, o gráfico é decrescente.
→ o valor do coeficiente linear é onde a
reta do gráfico passa exatamente em cima
do eixo y.

Bom, como eu sou meio doida, eu esqueci o
que a gente fez depois, mas outro dia eu
te conto. A gente tem muito fofoco pra colocar
em dia

Beijukas
Nilza

Para: Joana 11/09/09

Oi minha linda, tudo bem com você?

Bem, acho que faz tempo que eu não escrevo né?
Olha, eu prometo escrever melhor da próxima vez, mas é que a aula de hoje é do tipo daquela que eu entendo mas não sei explicar... rsrs.
Na aula de hoje vieram, junto com a prof^a, os estagiarios de matemática que estudam na USP. Eles passaram uma atividade simples, mas para mentes super "especiais" com as que têm na nossa sala, a tarefa foi relativamente complicada.
Bem, o exercício fornecia coordenadas que, quando representadas num mesmo plano cartesiano, formavam uma figura e, nós, tinhamos que calcular a área dessa figura. Aparentemente, a figura parecia um quadrado de lado, mas nós não tinhamos como calcular a sua área direto porque não conseguiamos provar que aquilo era um quadrado (ou seja, quatro ângulos retos e quatro lados iguais). Foi então que eu decidi "apelar": achei uma figura maior na qual a figura estava dentro e também tinha 4 triângulos retângulos, dos quais eu calculei a área, somei-as e depois subtraí da área da figura maior. Aí, eu consegui achar a área da figura.

O segundo exercício pedia pra gente representar num outro plano cartesiano quatro retas e identificar quais eram paralelas, enfim, eu desenhei e tudo mais, aí identifiquei e tals, mas num deu tempo de terminar essa. =/

Spiral

Bom, em outra aula eu termino e escrevo aqui okay!

Te amo muito minha flor.

Beijukas da sua amiga

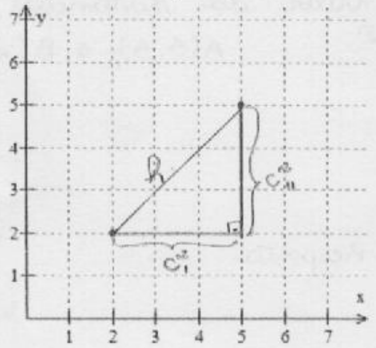
Nilza

Oi Nilza!

Tudo bem?
Espero que sim!
Bom, como a professora pediu para escrevermos para um amigo ou amiga falando sobre a aula dela, vamos lá...

Pelo que entendi, o tema da aula foi o cálculo da distância entre dois pontos.
O que eu pude perceber é que a intenção dela era mostrar para a gente de onde saiu aquela fórmula que está no livro, para calcular a distância entre pontos.

Eu entendi que, quando nós temos dois pontos, por exemplo, A(5,5) e B(2,2), se desenharmos esses pontos no plano, podemos tentar enxergar um triângulo retângulo, assim:



Supondo que a hipotenusa seja h, teremos que descobrir o valor de "h" sem usar uma regua.

Você lembra daquele carinha chamado Pitágoras? Então, ele reapareceu. Para achar o valor de "h", nós vamos usar a fórmula de Pit: a hipotenusa ao quadrado é igual a soma dos dois catetos ao quadrado ($h^2 = c_I^2 + c_{II}^2$)

Para achar o valor de cada cateto, é preciso subtrair o valor de cada extremidade das coordenadas e elevar ao quadrado, ou seja, para descobrir c_I^2 tem que subtrair x_A pelo x_B e elevando esse resultado ao quadrado, assim: $(x_A - x_B)^2$. E para encontrar o valor c_{II}^2 é o mesmo raciocínio, $(y_A - y_B)^2$.

Substituindo isso na fórmula de Pit fica: h_{AB}^2 (lê-se: distância de A até B) $= (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$. — — — —>

E para sumirmos com esse quadrado $h^2_{AB} = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$ colocamos tudo dentro da raiz (pois, em uma igualdade, se você colocar um lado dentro da raiz o outro também tem que ficar dentro de uma raiz, caso contrario, ~~deixaria~~ deixaria de ser uma igualdade)

ficando assim: $\sqrt{h_{AB}^2} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$

Aqui a raiz pode sair, pois há um quadrado dentro dela, mas o mesmo não pode acontecer do outro lado porque há soma e subtração e nesse caso não pode. Primeiro é necessário calcular a soma e as subtrações, depois tira a raiz, então a fórmula fica:

$$h_{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

Agora podemos o valor da distância entre A e B.

$A(5,5)$ e $B(2,2)$

$$h_{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$
$$h_{AB} = \sqrt{(5-2)^2 + (5-2)^2}$$
$$h_{AB} = \sqrt{3^2 + 3^2}$$
$$h_{AB} = \sqrt{9+9}$$
$$h_{AB} = \sqrt{18}$$

Fatorando: $\boxed{2\sqrt{3}}$ ← Resposta

18 | 2
6 | 2
3 |

Entendeu?!

Se não, me liga e agente marca de se encontrar e eu te explico pessoalmente, tá?!

Bjs, Laís

20/08/09

Oi Nilza

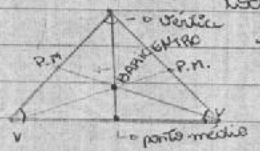
Tudo bem?!

Naah, hoje a aula foi sobre baricentro!

A professora entregou duas folhas pra cada um e explicou o conteúdo.

Para encontrar o baricentro, nós traçamos 3 semi-retas (que na verdade se chamam medianas) da seguinte forma:

A partir de um ângulo qualquer dentro de um triângulo (vértice) é traçado uma semi-reta(mediana) até o ponto médio do lado oposto a esse vértice. E fazendo isso com todos os vértices e pontos médios, todas as medianas se encontram no mesmo lugar, este ponto é o baricentro.



O baricentro de um polígono qualquer é o ponto de equilíbrio desse polígono. É também conhecido como centro de gravidade.

Esse baricentro divide as medianas de forma que, um lado do ponto é o dobro do ~~lado~~ outro lado do baricentro. Formando uma proporção 2:1 (dois para um).

Pode confirir Nah, que é isso mesmo.

Bom, espero ter explicado a matéria direitinho (com certeza eu devo ter esquecido de alguma coisa), em fim, eu te expliquei o que eu entendi, qualquer coisa me liga, tah?!

Bjo♥

Laís

11-09-09

Oi Nilza

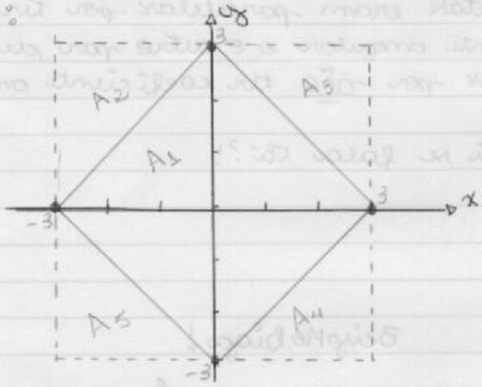
Tudo bem?!

Ontem a professora e alguns estagiários nos entregaram uma folha com duas questões, onde na primeira questão você tinha que determinar a área de uma figura no plano cartesiano.

Essa figura era um quadrado, só que você não podia atribuir àquele método de: área = base $\times$ altura, porque você tinha que provar que aquilo era um quadrado, ou seja, daria mais trabalho.

Com certeza, o jeito mais simples de resolver situações como essa, é apelando.

No caso, o método de apelação seria, prolongar linhas paralelas ao eixo x e y, dessa forma:



Dessa forma, você descobre a área de tudo e depois subtrai esses quatro triângulos retângulos (sim, porque, como foi prolongado linhas paralelas aos eixos x e y, o encontro delas, produz um ângulo de 90°).

Assim:

Área paralelogramo $= A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$

Lembrando que para calcular a área de um triangulo retângulo, é só multiplicar base pela altura e dividir por 2, assim:

$\dfrac{base \cdot altura}{2}$

Bom, como eu te conheço, eu não vou resolver, porque se não você nem ao menos vai tentar resolver.

Depois a gente se encontra e compara os resultados.

A questão 2, pedia para desenhar as retas de que 4 fórmulas no mesmo plano cartesiano e descobrir se elas eram paralelas e porquê.

Dois pares de retas eram paralelas entre si; um par de retas eram paralelas por ter o mesmo coeficiente angular e o outro par de retas eram paralelas por NÃO ter coeficiente angular.

E é isso!

Depois agente se fala tá?!

Beijo Me Biga!

Laís

Oi Nilza

Tudo bem?!

Hoje na aula, agente teve "tipo" um flash back, onde nós vimos algumas matérias do 1º ano. Como função do 1º grau, tangente, etc...

Na função do 1º grau ($y = ax + b$) nós lembramos que "a" é o coeficiente angular e "b" é o coeficiente linear. Onde "b" é o número onde a reta passa no eixo "y"

Você se lembra que o termo ao qual nós nos referíamos a função?

Era "máquina", aí tinha aquela "brincadeira" de que colocamos um número qualquer na máquina ela te devolvia outro.

E foi assim a nossa aula de 5ª feira.

A professora nos relembrou e nós fizemos exercícios.

Beijo Me Liga!

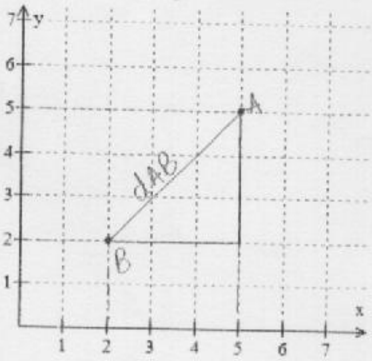
Laís

oi Melina

Tudo bem?
Espero que sim!
Bom, como a professora pediu para escrevermos para um amigo ou amiga falando sobre a aula dela, vamos lá...

Pelo que entendi, o tema da aula foi o cálculo da distância entre dois pontos.
O que eu pude perceber é que a intenção dela era mostrar para a gente de onde saiu aquela fórmula que está no livro, para calcular a distância entre pontos.

Eu entendi que, quando nós temos dois pontos, por exemplo, A(5,5) e B(2,2), se desenharmos esses pontos no plano, podemos tentar enxergar um triângulo retângulo, assim:



Quando queremos descobrir a distância entre esses dois pontos (dAB), forma-se um triângulo retângulo. Lembra quando aprendemos o "Pit" que era hip² = cat² + cat²? E usavamos no Teorema em triângulos retângulos.

Então, assim que descobrimos a distância. Pegamos os valores de "x", elevamos ao quadrado e tiramos a raiz. O mesmo é feito com o "y". Por exemplo:

$dAB = \sqrt{(5-2)^2 + (5-2)^2}$

$dAB = \sqrt{9 + 9}$

$dAB = \sqrt{18}$.

Portanto $\sqrt{18}$ é a distância de AB.

Ass: Nair

20/08/09

S T Q Q S S D

M T W T F S S

Oie Amiga...

Tudo bem?

Então, estou te escrevendo essa carta novamente para falar sobre a aula de matemática (geometria analítica).

Vimos hoje sobre as medianas. Antes nós a conheciamos como semirretas que iam, por exemplo, do vértice e passavam pelo ponto médio de um triângulo.

Quando traçamos as medianas, como escrevo à cima, percebi que elas se cruzam em um mesmo ponto, esse ponto se chama baricentro. O baricentro divide as medianas em projeções de 2:1. Isso significa que se medir uma parte da mediana até o baricentro, ela é exatamente a metade da outra parte. (se essa for a menor parte da mediana).

Acho que é isso somente melina.

Beijos...

Ass: Nair

Oi Bárbara !

Tudo bem?

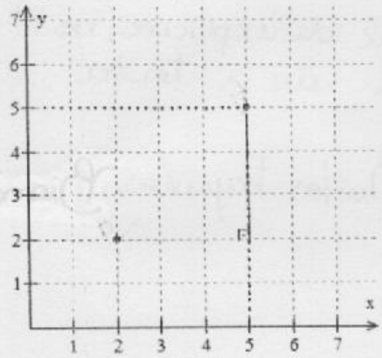
Espero que sim!

Bom, como a professora pediu para escrevermos para um amigo ou amiga falando sobre a aula dela, vamos lá...

Pelo que entendi, o tema da aula foi o cálculo da distância entre dois pontos.

O que eu pude perceber é que a intenção dela era mostrar para a gente de onde saiu aquela fórmula que está no livro, para calcular a distância entre pontos.

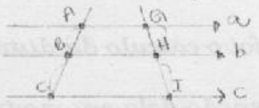
Eu entendi que, quando nós temos dois pontos , por exemplo, A(5,6) e B(2,2), se desenharmos esses pontos no plano, podemos tentar enxergar um triângulo retângulo, assim:



E a partir deste triângulo retângulo descobrimos a distância entre os pontos A e B usando aquele fundamento que aprendemos na oitava série , o Teorema de Pitágoras. Com ele descobrimos a medida de um lado de um triângulo retângulo, a partir da medida dos outros dois lados.

Então, em um segmento de reta tem vários pontos, mas tem um ponto "especial" que divide o segmento ao meio, o chamam de ponto médio de um segmento. Este ponto M possue coordenadas, porque todo ponto possui coordenadas.

Para descobrir as coordenadas do ponto M obedecemos uma definição do Teorema de Tales que diz que quando duas retas transversais cortam retas paralelas, as medidas dos segmentos formados pelas transversais são proporcionais, assim:



- $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{GH}}{\overline{HI}}$

- $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{GI}}{\overline{GH}}$

Que coisa difícil de explicar, né?!
Espero que eu não a tenha confundido :)

Muitos beijinhos, Beatriz

20/08/09

Barbara, querida 3º A

Fizemos hoje um trabalho em grupo. Localizamos três pontos no plano carteziano, depois os ligamos e obtivemos um triângulo.

Encontramos os pontos médios dos lados do triângulo e calculamos suas coordenadas.

A Milena nos pediu para traçarmos semirretas que passassem por um vértice do triângulo e pelo ponto médio do lado oposto ao tal vértice. Depois que tracei, percebi que todas se encontravam em um ponto lá dentro do triângulo. Então a Mi nos contou uma coisa... Todo triângulo tem um ponto que se chama baricentro e este ponto é dado pelo encontro das medianas (antes chamadas de semirretas). O baricentro é o ponto de equilíbrio de qualquer polígono. Ele divide cada uma das medianas em uma proporção: 2:1 (dois para um).

Aí sim! Marcamos o

baricentro do triângulo que desenhamos e ele atendia à propriedade, que a Mi explicou.

Ainda temos mais algumas coisas pra fazer, depois te conto.

Muitos beijinhos,

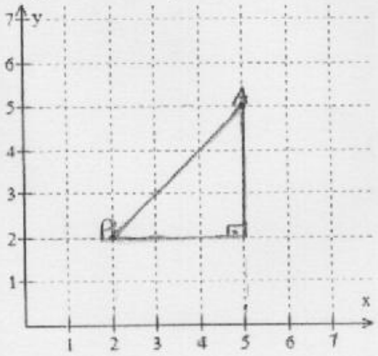
Beatriz

oi Andréa

Tudo bem?
Espero que sim!
Bom, como a professora pediu para escrevermos para um amigo ou amiga falando sobre a aula dela, vamos lá...

Pelo que entendi, o tema da aula foi o cálculo da distância entre dois pontos.
O que eu pude perceber é que a intenção dela era mostrar para a gente de onde saiu aquela fórmula que está no livro, para calcular a distância entre pontos.

Eu entendi que, quando nós temos dois pontos, por exemplo, A(5,5) e B(2,2), se desenharmos esses pontos no plano, podemos tentar enxergar um triângulo retângulo, assim:



Onde Temos dois pontos, A(5,5) e B(2,2), quando desenhamos esses pontos no plano enchergamos um triângulo retângulo.
Observando o triângulo retângulo, podemos descobrir a distância e a Hipotenusa atraves do Teorema de Pitagoras.

$Hiputenusa^2 = Cateto^2 + cateto^2$

Agora você ve a medida dos cateto e descobri a Hipotenusa que é o segmento

Guilherme

Oi Andréa
Tubo bem?

Hoje na aula trassamos 3 pontos em um plano e vimos que os 3 pontos depois de traçados vimos que os 3 pontos se encontram.
Quando esses pontos se cruzam em um mesmo lugar demos o nome de Baricentro.
Espero que você tenha itendido a aula de hoje e gostado.

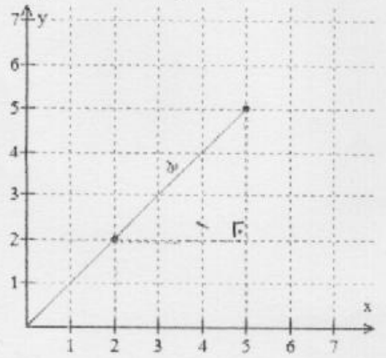
Beijos
Guilherme

Oi Laíric

Tudo bem?
Espero que sim!
Bom, como a professora pediu para escrevermos para um amigo ou amiga falando sobre a aula dela, vamos lá...

Pelo que entendi, o tema da aula foi o cálculo da distância entre dois pontos.
O que eu pude perceber é que a intenção dela era mostrar para a gente de onde saiu aquela fórmula que está no livro, para calcular a distância entre pontos.

Eu entendi que, quando nós temos dois pontos , por exemplo, A(5,5) e B(2,2), se desenharmos esses pontos no plano, podemos tentar enxergar um triângulo retângulo, assim:



A distância é a hipotenusa do triângulo e daí surge a fórmula: $d_{BA}^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$

Essa é a formula de Pitágoras, que podemos resolver substituindo as coordenadas na fórmula:

$d_{BA}^2 = (5-2)^2 + (5-2)^2$

$d_{BA}^2 = 3^2 + 3^2$

$\sqrt{d_{BA}} = \sqrt{18}$

$d_{BA} = 3\sqrt{2}$

Com isso nós obtemos a distância entre os pontos e não precisamos decorar a fórmula, apenas lembrar de como demonstramos através do gráfico.

Luzia

Destinatário: Laívia

Oi Bia, tudo bem?!

Assim como na outra carta, nesta eu contarei um pouco sobre o que aprendemos na aula de hoje...

Na aula anterior nós tínhamos aprendido sobre ponto médio de um segmento. Para calcularmos as coordenadas desse ponto usamos a média aritmética: $X_M = \frac{X_A + X_B}{2}$ e $Y_M = \frac{Y_A + Y_B}{2}$

Nesta aula nós montamos um triângulo, e marcamos o 3 pontos médios.

Depois traçamos medianas (antes chamadas de semi-retas), que ~~traçaram~~ passaram por um vértice do triângulo ΔACD e pelo ponto médio do lado oposto a esse vértice.

Percebemos que todas as medianas se cruzaram no mesmo ponto, que estava localizado no meio do triângulo, que é chamado de baricentro. Uma das propriedades do baricentro de um triângulo é que este ponto divide cada uma das medianas na proporção de 2:1.

Na próxima aula iremos confirmar se essa propriedade se aplica ao nosso triângulo usando o teorema de Tales.

Beijos.

Luzie

credeal

01 09 09

Oi Bia!
Tudo bem?

Vamos falar um pouco das aulas passadas... Nas aulas de G.A. nós aprendemos alinhamento de pontos e descobrimos que para ver se os pontos são colineares basta usarmos as coordenadas de x e ~~de~~ y e acrescentarmos uma coluna de 1, formando assim uma matriz onde devemos calcular o determinante.
Exemplo: C(1,2) D(2,1) E(3,5)

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \end{vmatrix} \quad D=(1+10+6)-(3+5+4)$$
$$D=17-12=5$$

Como $D \neq 0$, os pontos não estão alinhados.

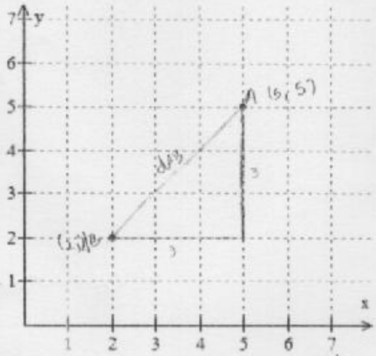
Para calcularmos o determinante precisamos saber as coordenadas de no mínimo 2 pontos, pois as coordenadas do terceiro ponto nós conseguimos descobrir usando sistema.
Nós fizemos exercícios e depois de corrigi-los, nós iniciamos um trabalho em grupo. É isso, até a próxima aula!
Bjos
Laerzio

oi Klaudio

Tudo bem?
Espero que sim!
Bom, como a professora pediu para escrevermos para um amigo ou amiga falando sobre a aula dela, vamos lá...

Pelo que entendi, o tema da aula foi o cálculo da distância entre dois pontos.
O que eu pude perceber é que a intenção dela era mostrar para a gente de onde saiu aquela fórmula que está no livro, para calcular a distância entre pontos.

Eu entendi que, quando nós temos dois pontos, por exemplo, A(5,5) e B(2,2), se desenharmos esses pontos no plano, podemos tentar enxergar um triângulo retângulo, assim:



A(5,5)
B(2,2)

$d_{AB} = \sqrt{(2-5)^2 + (2-5)^2}$

$d_{AB} = \sqrt{-3^2 + -3^2}$

$d_{AB} = 3 + 3$

$d_{AB} = 6$

e a distância entre os pontos A e B é: 6

Para achar a distância eu usei a fórmula que foi passada para nós na aula anterior, aí foi só [illegible] ver.

Rodrigo.

20/08/09

Oi Leandro

Beleza?

Então, fui encarregada de te escrever essa carta para você para falar sobre a aula de hoje. A professora nos entregou um trabalho para fazer em duplas, no max em trio. O trabalho é para ser feito passo a passo, fazendo o que cada item nos pede.

Primeiro foi pedido para marcarmos pontos em um plano cartesiano e após ligarmos esses pontos foi pedido para marcarmos os pontos medios dos lados do triângulo, em um outro item foi pedido para traçarmos a mediana de cada vertice do triangulo achando assim, o baricentro do triângulo, que é onde todas as medianas se encontram e é conhecido como centro de gravidade

Abraços Rodrigo

DATAPEL

31/08/09

Oi Leandro

Hoje, nós fizemos a continuação do trabalho que a professora passou na ultima aula, nao qual não estive presente. Mas eu consegui começar o trabalho e fiquei bem avançado nele.

O trabalho, tinha suas instruções e pedia para achar coordenadas num plano cartiziano atravez das funções do primeiro grau, nós fizemos diversas tabelas e diversas retas num mesmo plano, e depois disso o trabalho nos pedia para tirarmos conclusões em relação à essas retas.

Abraços Rodrigo

10/09/09

Oi Leandro

Na aula de hoje, a professora trouxe os estagiarios para fazer aquele projeto que ela tinha falado com agente um tempo atráz. Eles passaram uma atividade, onde o primeiro exercício nós tinhamos que marcar pontos no plano cartesiano, esses pontos ligados formaram uma figura, nós tivemos que calcular sua área.

No segundo exercício havia algumas funções para nós acharmos suas retas que tam bem formavam uma figura e era pedido para calcularmos sua área também.

Foi isso só, pois isso levou muito tempo, teve gente que até não conseguiu terminar...

Eu fui um desses RS.

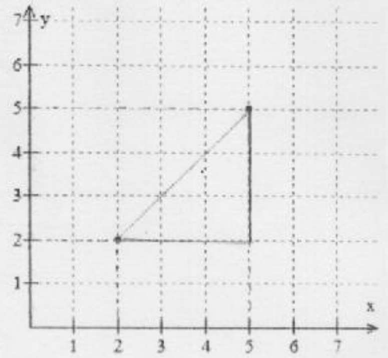
Abraços, Rhodrigo

Oi Simone

Tudo bem?
Espero que sim!
Bom, como a professora pediu para escrevermos para um amigo ou amiga falando sobre a aula dela, vamos lá...

Pelo que entendi, o tema da aula foi o cálculo da distância entre dois pontos.
O que eu pude perceber é que a intenção dela era mostrar para a gente de onde saiu aquela fórmula que está no livro, para calcular a distância entre pontos.

Eu entendi que, quando nós temos dois pontos , por exemplo, A(5,5) e B(2,2), se desenharmos esses pontos no plano, podemos tentar enxergar um triângulo retângulo, assim:



E para calcular a fórmula da distância basta enxergar pitágoras.
Assim calculamos a distância AB ao quadrado (que é o que queremos encontrar), que é igual a diferença das abscissas ao quadrado mais a diferença das ordenadas ao quadrado.

Ex: $(dAB)^2 = (xB - xA)^2 + (yB - yA)^2$

$dAB = \sqrt{(xB - xA)^2 + (yB - yA)^2}$

$dAB = \sqrt{(5-2)^2 + (5-2)^2}$

$dAB = \sqrt{(3)^2 + (3)^2}$

$dAB = \sqrt{9+9}$

$dAB = \sqrt{18}$

$dAB = 2.\sqrt{3}$

Espero que eu tenha conseguido explicar direito, e que você entenda. :)

Beijos
Joana

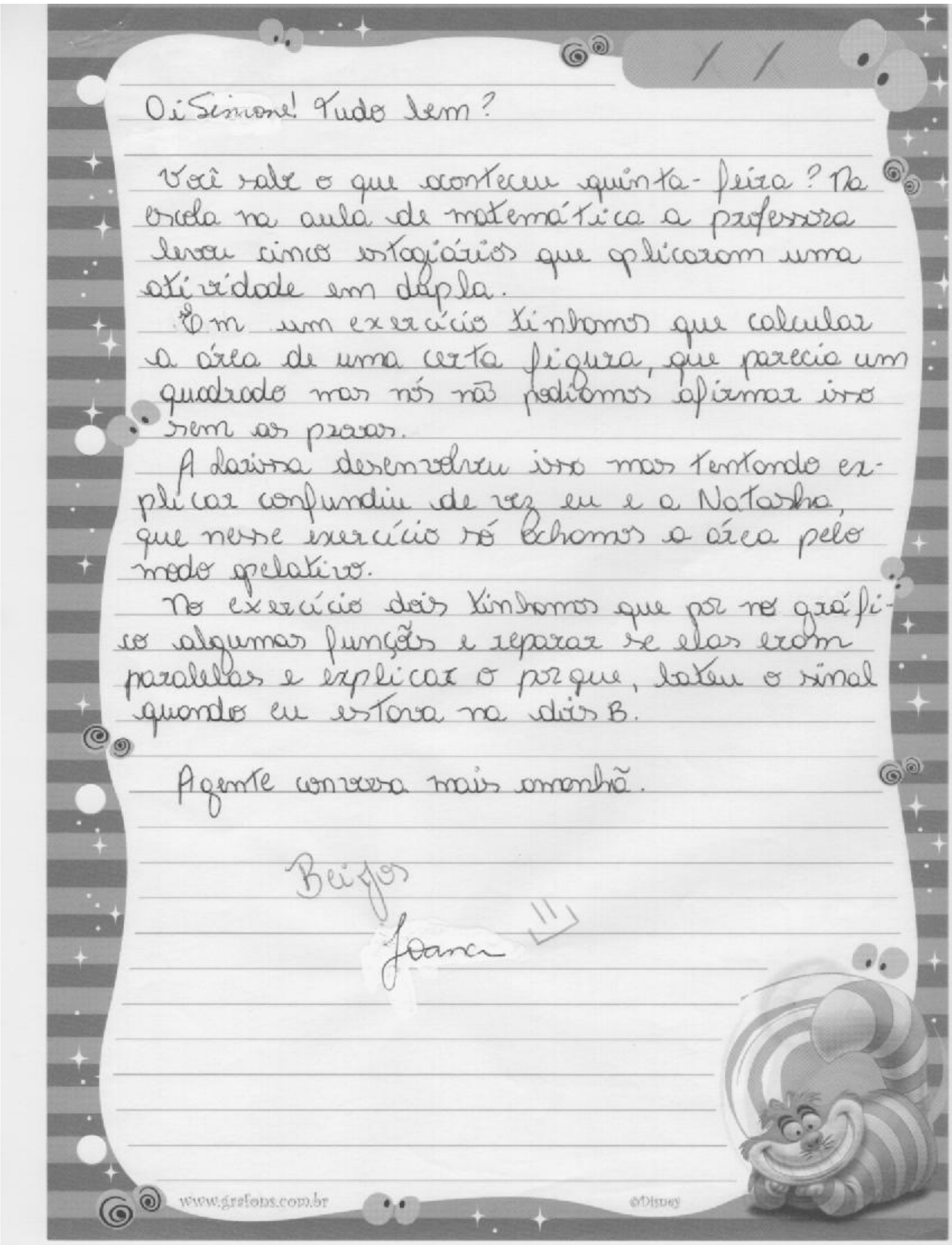
Simone / /

Oi minha loira! Tudo bem?
Hoje na aula de matemática corrigimos 2 exercícios de ponto médio, que eu esqueci de fazer =/
E depois começamos um trabalho em grupo que, eu estou fazendo com a Nashata OPS Natasha e a Fiamma.
E através do que era pedido tínhamos que formar um triângulo no plano cartesiano e calcular o ponto médio.
E aprendemos que o segmento que passa pelo ponto médio se chama mediana e que o encontro delas é o baricentro: o ponto de equilíbrio.
Descobri uma utilidade para o umbigo sabia que ele é o nosso ponto de equilíbrio e p/ você não cair no ônibus é só abrir um pouco as pernas formando um triângulo.

Meu dia acabou depois que eu fiquei sabendo que vamos ficar até as 9:30 na escola.
menos vamos ficar todos na merda juntos.

Beijos
Joana

www.grafons.com.br ©Disney


/ /

Oi Simone! Tudo bem?

Você sabe o que aconteceu quinta-feira? Na escola na aula de matemática a professora levou cinco estagiários que aplicaram uma atividade em dupla.

Em um exercício tínhamos que calcular a área de uma certa figura, que parecia um quadrado mas nós não podíamos afirmar isso sem as provas.

A Larissa desenvolveu isso mas tentando explicar confundiu de vez eu e a Natasha, que nesse exercício só achamos a área pelo modo apelativo.

No exercício dois tínhamos que por no gráfico algumas funções e reparar se elas eram paralelas e explicar o porque, bateu o sinal quando eu estava na dois B.

Agente conversa mais amanhã.

Beijos

Joana

www.grafons.com.br ©Disney

(/ /)

Oi! Luzia

Tudo bem?!?

Hoje fizemos uma atividade sobre G.A onde tivemos que ~~montar~~ representar os pontos dados no plano cartesiano e calcularmos a área da figura obtida. Também tivemos que fazer a análise de algumas retas explicando como chegamos ao resultado.

Essa atividade foi dada para ~~(que)~~ saber ~~(até então)~~ ~~[illegible]~~ o que sabemos sobre os exercícios dados e análise do raciocínio usado. E usando ~~as~~ a forma $y = mx + b$ podemos ~~descobrir~~) determinar a equação da reta para descobrirmos um dos pontos.

by: Lívia

Oi! Louzia

Tudo bem?!

Hoje vimos novamente sobre ponto médio e aprendemos sobre as medidas de um baricentro (ponto de equilíbrio de um polígono) Representamos em um plano cartesiano os pontos A, C e D, formando um triângulo onde traçamos as semi-retas que passam pelo vértice e pelo ponto médio de seu lado oposto um segmento chamado de mediana. Vimos também que todas as semi-retas se encontraram no mesmo ponto depois de confirmadas as medidas foram coordenados (~~cateto~~) apartir das fórmulas $x_M = \frac{x_A + x_C}{2}$ e $y_M = \frac{y_A + y_C}{2}$.

by: Lívia

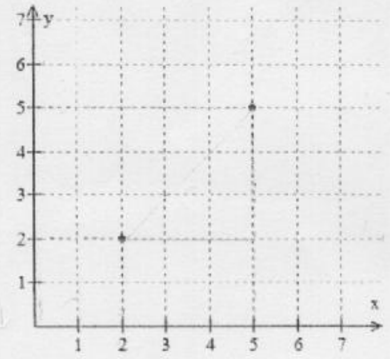
credeal

oi Luzia

Tudo bem?
Espero que sim!
Bom, como a professora pediu para escrevermos para um amigo ou amiga falando sobre a aula dela, vamos lá...

Pelo que entendi, o tema da aula foi o cálculo da distância entre dois pontos.
O que eu pude perceber é que a intenção dela era mostrar para a gente de onde saiu aquela fórmula que está no livro, para calcular a distância entre pontos.

Eu entendi que, quando nós temos dois pontos , por exemplo, A(5,5) e B(2,2), se desenharmos esses pontos no plano, podemos tentar enxergar um triângulo retângulo, assim:



Sua intenção era mostrar a distância do Ponto A para o ponto B, para que possamos enxergar a [illegible]ncia que existe de um ponto para o outro. E que [illegible] método de Tales podemos perceber que dados os pontos A(5,5) e B(2,2), podemos determinar M.

$$d_{BA}^2 = (xA - xB)^2 + (yA - yB)^2$$

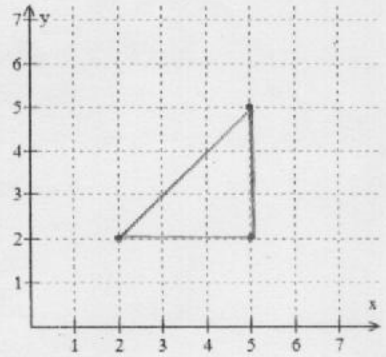
Ass: Lívia

oi José

Tudo bem?
Espero que sim!
Bom, como a professora pediu para escrevermos para um amigo ou amiga falando sobre a aula dela, vamos lá...

Pelo que entendi, o tema da aula foi o cálculo da distância entre dois pontos.
O que eu pude perceber é que a intenção dela era mostrar para a gente de onde saiu aquela fórmula que está no livro, para calcular a distância entre pontos.

Eu entendi que, quando nós temos dois pontos , por exemplo, A(5,~~6~~ 5) e B(2,2), se desenharmos esses pontos no plano, podemos tentar enxergar um triângulo retângulo, assim:



E nesse caso calcularíamos a distância entre A e B a partir da soma dos quadrados dos catetos desse triângulo que poderíamos colocá-lo no gráfico, veja:

*A medida do cateto horizontal é 5-2,
3
*A medida do cateto ~~horizontal~~ vertical é 5-2, 3

Claro, os mesmos obtidos pela fórmula:

$(dAB)^2 = (xB - xa)^2 + (yb - ya)^2$ ⇒ Aqui dAB equivale à hipotenusa no triângulo

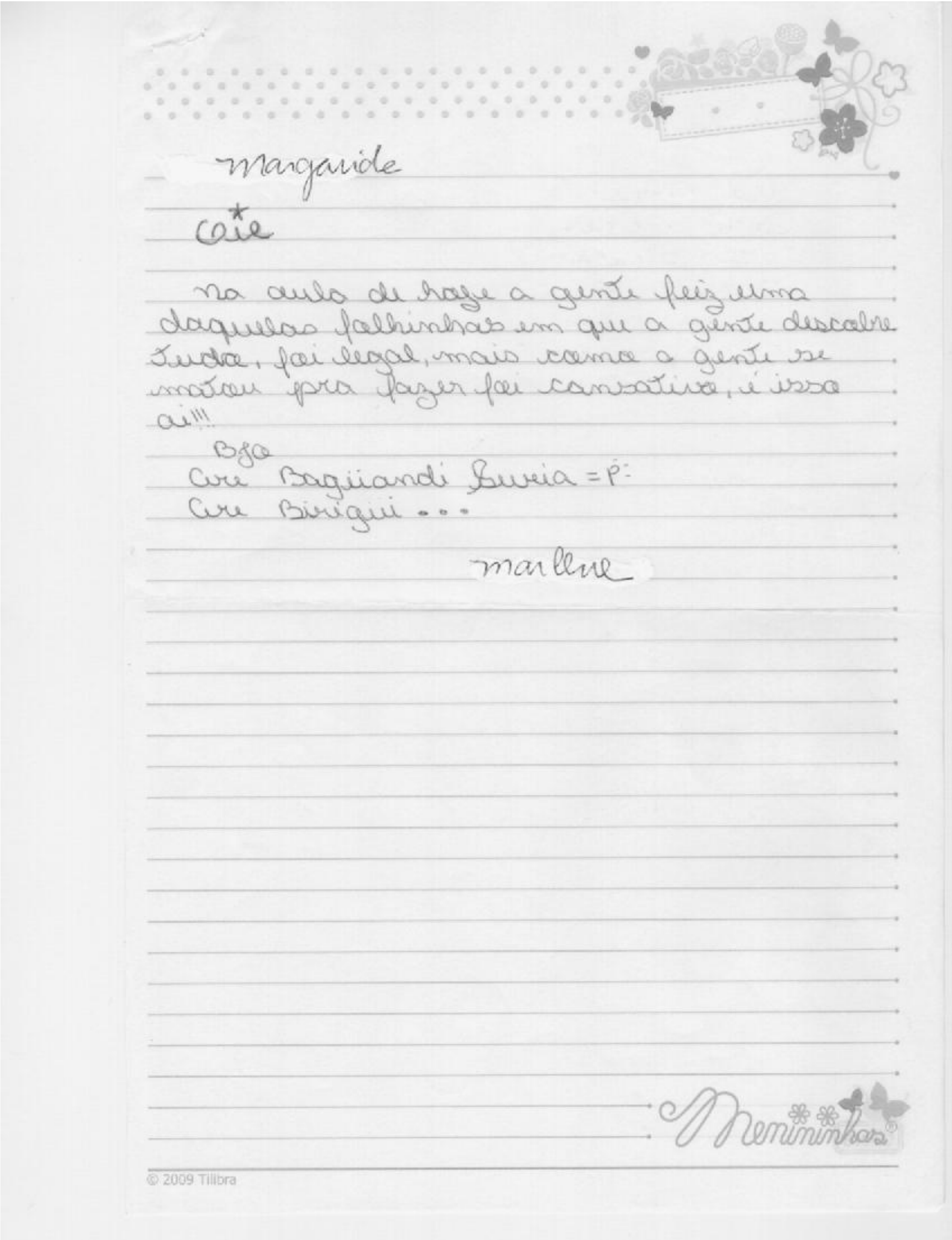
$\cancel{((dAB)^2 = (xb + xa)^2)}$

$(dAB)^2 = (5-2)^2 + (5-2)^2$

$dAB = \sqrt{(5-2)^2 + (5-2)^2}$

$dAB = 6$

ass. Roni



margaride

Oie

na aula de hoje a gente feiz uma daquelas folhinhas em que a gente descobre tudo, foi legal, mais como a gente se matou pra fazer foi cansativo, é isso aí!!!

Bjo

Cre Bagüandi Buria =P:

Cre Birigüi . . .

marlene

Menininhas

© 2009 Tilibra

20-08-09

O. margarida
Tudo bem?
Aqui é o .

As aulas de matemáticas hoje foram massan
Te pakas!!!
mais vou te explicar um pouquinho!!
nós fizemos um triângulo em plano
cartesiano (no gráfico), aí, marcamos
o ponto médio e descobrimos que
as medianas, que é um ponto que
é ligado ao ponto médio, percebemos
que elas se encontravam em um
baricentro.
Entendeu? calbeçudinho!!

BJS e PeiTenha!!!
mardene

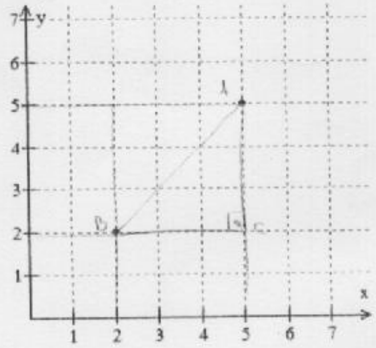
Menininhas

Oi Margarida

Tudo bem?
Espero que sim!
Bom, como a professora pediu para escrevermos para um amigo ou amiga falando sobre a aula dela, vamos lá...

Pelo que entendi, o tema da aula foi o cálculo da distância entre dois pontos.
O que eu pude perceber é que a intenção dela era mostrar para a gente de onde saiu aquela fórmula que está no livro, para calcular a distância entre pontos.

Eu entendi que, quando nós temos dois pontos, por exemplo, A(5,5) e B(2,2), se desenharmos esses pontos no plano, podemos tentar enxergar um triângulo retângulo, assim:



e podemos desta forma ver que por ser um triângulo é possível utilizar o Teorema de Pitágoras para descobrir $\overline{AB}$, ou seja se como mostra o gráfico a distância de $\overline{AC}$ é 5-2, ou seja 3 e a de $\overline{BC}$ é 5-2, portanto 3 também, aplicando o Teorema de Pitágoras, onde a soma dos catetos ao quadrado $\overline{AC}=(3)^2$ e $\overline{BC}=(3)^2$ é igual a hipotenusa ao quadrado $(\overline{AB})^2$;

$(\overline{AB})^2 = (\overline{AC})^2 + (\overline{BC})^2$
$(\overline{AB})^2 = 3^2 + 3^2$
$(\overline{AB})^2 = 9 + 9$
$(\overline{AB})^2 = 18 \rightarrow d_{AB} = \sqrt{18}$

→ Entendeu?
Daí que veio a fórmula
$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Marlene

20/08/09

Oi margarida

Tudo bem?

Você ja sabe quando sai o quinto livro? :)

Você viu até que a aula de Matematica passou rápido, é assim quando agente ta fazendo algo neah RSRS., mas claro eu desliguei totalmente na 1ª aula fazer o que neah é a vida :P!

Mas até que a segunda aula foi produtiva e deu para aprender bastante, e bater o olho e ver algumas coisas neah.

Bom acho que é só HeHe.

E se lembre Jacob is bad :)

Beijo

Cassia

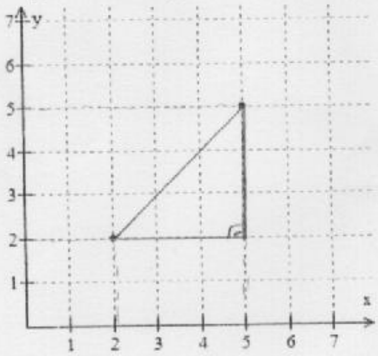
DATAPEL

Oi Margarida

Tudo bem?
Espero que sim!
Bom, como a professora pediu para escrevermos para um amigo ou amiga falando sobre a aula dela, vamos lá...

Pelo que entendi, o tema da aula foi o cálculo da distância entre dois pontos.
O que eu pude perceber é que a intenção dela era mostrar para a gente de onde saiu aquela fórmula que está no livro, para calcular a distância entre pontos.

Eu entendi que, quando nós temos dois pontos, por exemplo, A(5,5) e B(2,2), se desenharmos esses pontos no plano, podemos tentar enxergar um triângulo retângulo, assim:



$A(5,5)$ e $B(2,2)$

$x = \frac{5+2}{2} \Rightarrow \frac{7}{2}$

$y = \frac{5+2}{2} \Rightarrow \frac{7}{2}$

$M = \left(\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right)$

Viu?!
A, e outra foi fácil entender que se você quiser descobrir o ponto médio você pega e faz como eu fiz do lado do gráfico. Só não entendi muito bem os últimos exercícios mas é fazendo que se entende melhor.

Beijos

Cassie

20/08/09

Cassie

Vou te confessar, a primeira aula tava meio sei la não entava muito além, mas foi bacana.

Agora a segunda aula foi massa, mesmo que p/ aprender bastante tipo da p/ tirar uma boa nota mas por ter sido em dupla mas foi de fácil aprendizado. Não vou dar uma de local daquelas como foi a aula? 77'

Fui, Fui, Vou ser FOI?
ser VAI?

77'

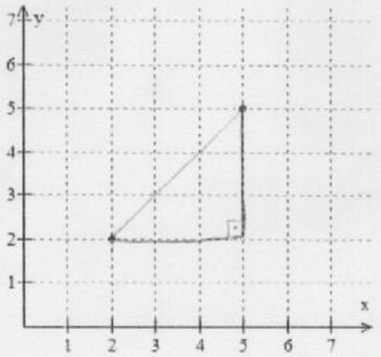
Margarida

Oi Cassio

Tudo bem?
Espero que sim!
Bom, como a professora pediu para escrevermos para um amigo ou amiga falando sobre a aula dela, vamos lá...

Pelo que entendi, o tema da aula foi o cálculo da distância entre dois pontos.
O que eu pude perceber é que a intenção dela era mostrar para a gente de onde saiu aquela fórmula que está no livro, para calcular a distância entre pontos.

Eu entendi que, quando nós temos dois pontos, por exemplo, A(5,~~6~~ 5) e B(2,2), se desenharmos esses pontos no plano, podemos tentar enxergar um triângulo retângulo, assim:



Juntando as coordenadas de um segmento.
Calculamos sua distância

$x_m = \frac{x_B + x_A}{2}$ $y_m = \frac{y_B + y_A}{2}$

$x_m = \frac{5 + 5}{2}$ $y_m = \frac{2 + 2}{2}$

$x_m = 2$ $y_m = 2$

By Margarida
Since 1992

TCHAUZINHO !!!

20/08/09

Oi Cassia

Bom, a aula de hoje foi bem interessante, pois a professora fez um jeito diferente de explicar a matéria. Ela quis que nós mesmos descobríssemos a fórmula. Ela não chegou lá na frente e falou "a fórmula é essa e agora resolvam os exercícios"

OBS: TIC HE MAYA!!!

\o/ MAYA

Beijos

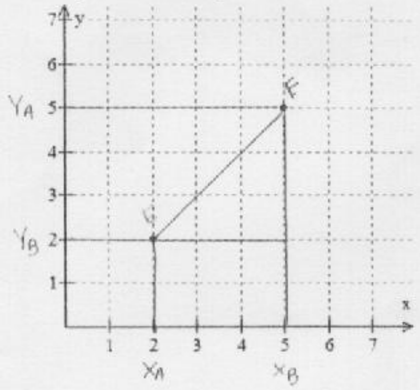
Marie

oi Cassie

Tudo bem?
Espero que sim!
Bom, como a professora pediu para escrevermos para um amigo ou amiga falando sobre a aula dela, vamos lá...

Pelo que entendi, o tema da aula foi o cálculo da distância entre dois pontos.
O que eu pude perceber é que a intenção dela era mostrar para a gente de onde saiu aquela fórmula que está no livro, para calcular a distância entre pontos.

Eu entendi que, quando nós temos dois pontos, por exemplo, A(5,5) e B(2,2), se desenharmos esses pontos no plano, podemos tentar enxergar um triângulo retângulo, assim:



Para descubrirmos a dEF, podemos usar o teorema de Pitágoras do seguinte modo:

$$(d_{EF})^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A) \Rightarrow d_{EF} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

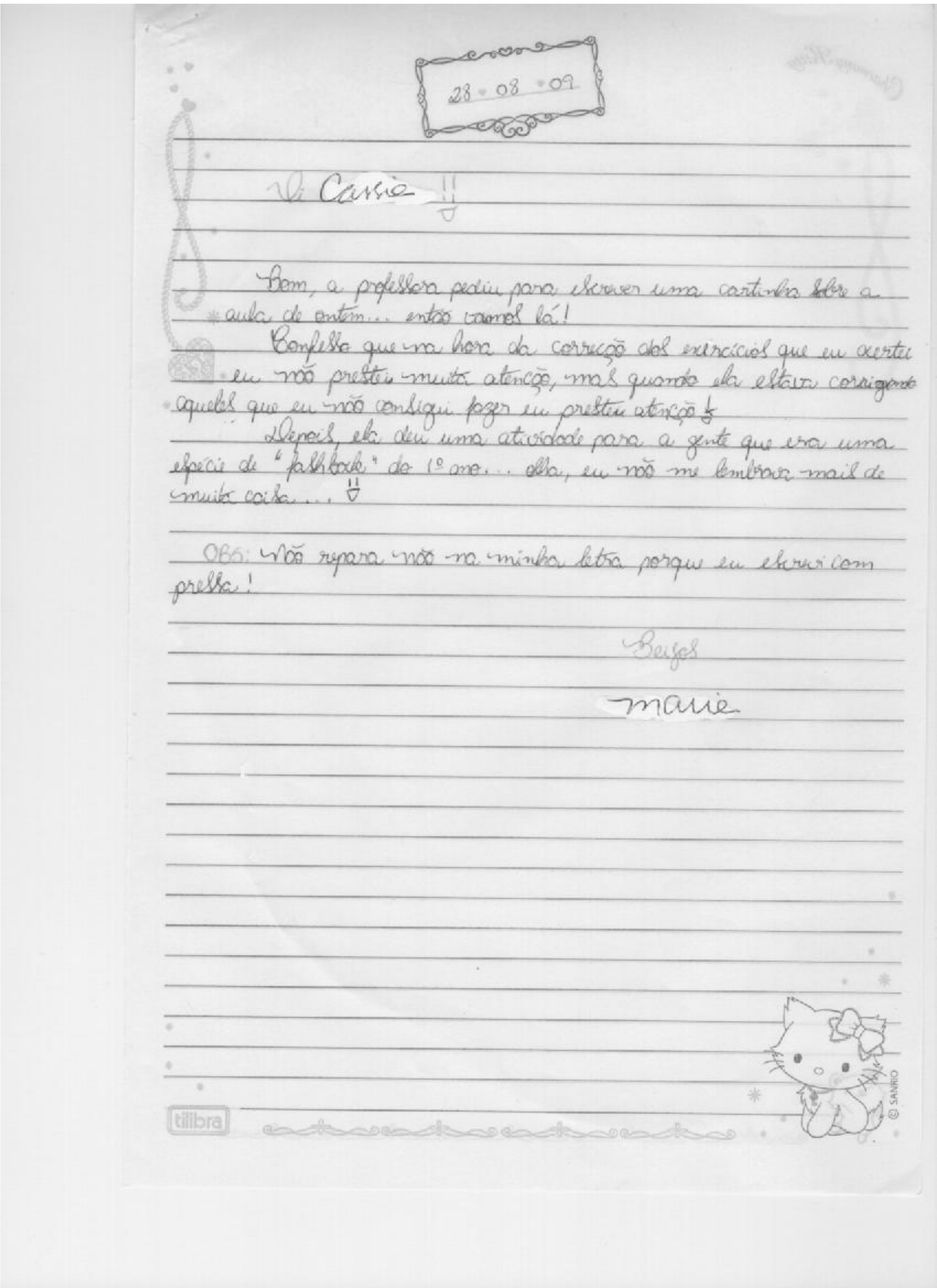
$$d_{EF} = \sqrt{3^2 + 3^2} \Rightarrow d_{EF} = 3\sqrt{2}$$

Eu espero que a minha explicação venha ajudar você a entender melhor!!

Beijos

Marie

OBS: Não repare que eu subi a serra!



28 08 09

Oi Cassie !!

Bem, a professora pediu para escrever uma cartinha sobre a aula de ontem... então vamos lá!

Confesso que na hora da correção dos exercícios que eu acertei eu não prestei muita atenção, mas quando ela estava corrigindo aqueles que eu não consegui fazer eu prestei atenção

Depois, ela deu uma atividade para a gente que era uma espécie de "flashback" do 1º ano... olha, eu não me lembrava mais de muita coisa...

OBS: Não repara não na minha letra porque eu escrevi com pressa!

Beijos

Marie

20/08/09

Oi Guilherme

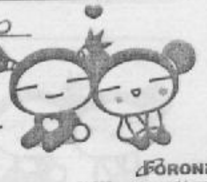
Bom, espero que você tenha entendido algo sobre a carta que te mandei ontem.

Hoje eu aprendi bastante coisa, inclusive de onde vem as medianas, que antes eu não entendia muito bem. Fizemos um trabalho onde, seguimos algumas dicas passo a passo, o que ficou mais fácil para entender a matéria e a finalidade delas.

Retomamos conceitos não só da aula passada, mas sobre o que ouviamos falar em outras séries, assim como as semi-retas, medianas, baricentro, etc.

Aprendemos que as semi-retas começadas em um ponto e passadas pelo outro lado (que é oposto ao vértice), são chamadas de mediana e essas medianas quando se encontram formam um ponto chamado baricentro, que também é conhecido como centro de gravidade.

Por fim uma coisa muito interessante, uma curiosidade podemos dizer, o nosso umbigo é o baricentro do nosso corpo, é como se fosse o nos-



PUCCA
FUNNY LOVE

so ponto de equilíbrio e que se estamos em movimento, abrimos um pouco as pernas formamos um triângulo e o nosso equilíbrio aumenta, ou seja, temos menos chances de cair. Interessante né?! ... também gostei! :)

Continue estudando bastante!!

Beijos,
Andréa

oi Guilherme

Tudo bem?

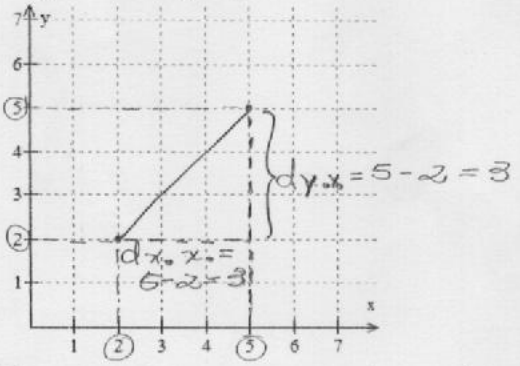
Espero que sim!

Bom, como a professora pediu para escrevermos para um amigo ou amiga falando sobre a aula dela, vamos lá...

Pelo que entendi, o tema da aula foi o cálculo da distância entre dois pontos.

O que eu pude perceber é que a intenção dela era mostrar para a gente de onde saiu aquela fórmula que está no livro, para calcular a distância entre pontos.

Eu entendi que, quando nós temos dois pontos, por exemplo, A(5,5) e B(2,2), se desenharmos esses pontos no plano, podemos tentar enxergar um triângulo retângulo, assim:



Onde, através desse triângulo retângulo vamos obter a fórmula de distância entre os pontos e também como podemos demonstrar o ponto médio na situação.

A demonstração do ponto médio, é um pouco mais complicada, pois há um teorema envolvido, o teorema de Tales, porém a fórmula em si é bem fácil.

Não é difícil de se entender a resolução de um ponto médio, basta você entender bem sobre a distância entre pontos e sobre a média.

A fórmula do ponto médio é $x_m = \frac{x_B + x_A}{2}$ para descobrirmos a coordenada x e a mesma utilizando o y.

Bom, basicamente é isso, precisamos de bastante treino e saber analisar bem cada gráfico e cada detalhe.

Beijos e bons estudos!

Andréa

/ /

Ol: José BLZ?

Creio que o intuito do trabalho era dimostrar como uma forma geométrica, como um ~~(pa)~~ triângulo, pode ser representado no plano cartesiano.

No caso do quadrado do exercício 1 tínhamos que calcular a área porém tínhamos também que provar que a figura era um quadrado para usar o método de se descobrir um lado e multiplica-lo por ele mesmo.

Haviam várias formas que comprovar que a figura era um quadrado, eu por exemplo o divid em dois triângulos e provei que eles eram retângulos usando a regra de Pitágoras.

Kamil

Oi José
Tudo Bem?

Pelo que entendi, com esse trabalho o Professor quis nos mostrar como fazer um gráfico de acordo com uma função, e isso pode ser feito através de uma tabela, onde se acha os valores de X e de Y. Pode ser feito também encontrando o coeficiente linear e angular da função.

Ronie