UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

CÍNTIA MARIA CARDOSO

Um olhar wittgensteiniano sobre a Alfabetização Matemática

São Paulo
2021

CÍNTIA MARIA CARDOSO

Um olhar wittgensteiniano sobre a Alfabetização Matemática

Versão revisada

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutora em Educação.

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientadora: Professora Dra. Cristiane Maria Cornelia Gottschalk

São Paulo
2021

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Catalogação da Publicação
Ficha elaborada pelo Sistema de Geração Automática a partir de dados fornecidos pelo(a) autor(a)
Bibliotecária da FE/USP: Nicolly Soares Leite - CRB-8/8204

C268o

Cardoso, Cíntia Maria
Um olhar wittgensteiniano sobre a Alfabetização Matemática / Cíntia Maria Cardoso; orientadora Cristiane Maria Cornelia Gottschalk. -- São Paulo, 2021.
176 p.

Tese (Doutorado - Programa de Pós-Graduação Educação Científica, Matemática e Tecnológica) -- Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2021.

1. Ensino de Matemática. 2. Alfabetização Matemática. 3. Linguagem Matemática. 4. Diretrizes curriculares. 5. Terapia filosófica de Wittgenstein. I. Gottschalk, Cristiane Maria Cornelia , orient. II. Título.

NOME: CARDOSO, Cíntia Maria

Título: U**m olhar wittgensteiniano sobre a Alfabetização Matemática**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutora em Educação.

Aprovada em: ____/____/_____

Banca examinadora

Professora Dra.	Cristiane Maria Cornelia Gottschalk
Instituição:	Universidade de São Paulo
Julgamento:	_____
Professor Dr.	Manoel Oriosvaldo de Moura
Instituição:	Universidade de São Paulo
Julgamento:	_____
Professora Dra.	Marisa Rosâni Abreu da Silveira
Instituição:	Universidade Federal do Pará
Julgamento	_____
Professor Dr.	Paulo Sampaio Xavier de Oliveira
Instituição:	Universidade Estadual de Campinas
Julgamento	_____
Professor Dr.	Emerson Tortola
Instituição:	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Julgamento	_____

Dedico esta tese

a minha amada e inesquecível Mãe, Izete Cardoso (*In Memoriam*) e
ao talentoso Moleque Tinhoso, meu tio-pai, Ivan Cardoso (*In Memoriam*).

Dedico esta tese também à professora Marisa Rosâni Abreu da Silveira (*In Memoriam*), integrante de minha banca de qualificação e de defesa, que partiu para um plano espiritual no período entre a defesa e a entrega desta versão revisada.

AGRADECIMENTO

A Deus pelo dom da vida e pelo meu existir!

À minha mãe Izete Cardoso (*in memorian*), melhor e maior obra-prima que Deus criou e acolheu em Sua Casa, por sua dedicação e zelo materno, por seu exemplo de coragem (que vive em mim), por sua presença em minha vida, sendo um exemplo de luta e de perseverança, por seu apoio e incentivo incondicional (que sinto seu espírito emanar e que me aplaude universo afora).

Ao meu tio-pai, Ivan Cardoso (*in memorian*), nosso Moleque Tinhoso, tão repentinamente chamado por Deus durante a realização desta tese, mas sua ausência nos fortalece porque sabemos de sua torcida pelo sucesso de todos nós e pela realização de nossos sonhos.

Ao meu companheiro de vida e de profissão, amigo, conselheiro e incentivador, Ribamar Oliveira, por seu amor, sua cumplicidade, sua confiança, sua compreensão e seu apoio incondicional em todos os momentos de nossas vidas.

Às minhas irmãs Suzana e Suanne pelo amor e carinho, pela paciência e torcida, e acima de tudo pelo apoio e por compreender ou tentar entender minha ausência. Ela se fez necessária para a conquista deste título.

Aos meus afilhados e sobrinhos, Anna Elisa, Ingrid e Matheus, meus filhos do coração, presentes que Deus enviou para tornar minha vida ainda mais feliz ao me permitir o privilégio de ser madrinha.

À professora Doutora Cristiane Maria Cornelia Gottschalk pela orientação competente, dedicada e comprometida, pela paciência, compreensão e oportunidade de realizar esta pesquisa.

Aos professores Doutores Manoel Oriosvaldo de Moura e Marisa Rosâni Abreu da Silveira pela disponibilidade para compor a banca de qualificação, pela leitura atenta e sugestões relevantes que muito contribuíram para a finalização de minha pesquisa.

Aos professores que aceitaram compor a banca julgadora desta tese pelas relevantes e valiosas considerações e contribuições.

A todos os professores da FEUSP pelo aprendizado e contribuições acadêmicas.

Ao professor Arley Ramos Moreno (*in memorian*) pelas discussões sobre a terapia filosófica de Wittgenstein com os integrantes do grupo de pesquisa FELP/USP e do FILICON/UNICAMP.

Aos colegas da FEUSP pela aprendizagem compartilhada.

Aos amigos do FELP pela rica experiência e convivência que me proporcionaram enriquecimento por meio das leituras e dos debates realizados em nosso grupo de estudos.

Aos amigos do GELIM com quem tive a oportunidade de iniciar os estudos sobre a linguagem matemática e Wittgenstein.

À minha prima e comadre, Estela, e sua família pela presença constante e por sempre confiarem e acreditarem em mim.

À amiga Maíra pela amizade e pela disponibilidade em sempre me atender quando precisei dos *abstract*.

Aos meus afilhados Luana e Ronaldo pelo afeto, cuidado e carinho com que sempre me acolheram em sua casa em São Paulo.

Aos meus grandes amigos e “irmãos do coração” Eliane, Ewerton, Rosana, Ruth, Silvia Helena e Silviane pelo afeto e carinho que tornam a vida mais leve e

agradável e por sempre levantarem minha autoestima nos momentos mais difíceis do percurso pessoal, acadêmico e profissional.

Em especial, quero agradecer e homenagear minha amiga, Elielza, pela amizade sincera e fiel. Minha “irmã de alma” que a vida me presenteou e que quero preservar pela eternidade.

Aos funcionários da FEUSP pelo atendimento sempre preciso e gentil.

Aos colegas de trabalho pelo companheirismo.

À Universidade Federal Rural da Amazônia pelo apoio concedido para a realização do Doutorado.

À CAPES pelo apoio financeiro concedido por meio da bolsa Pró-Doutoral.

À Roberta pela atenção com que sempre me atendeu na PROPED/UFRA.

A todos aqueles que, embora não tenham sido citados, sempre acreditaram no meu potencial, torcem por mim e apoiam minha caminhada.

Por fim, agradeço às oportunidades que a vida me proporciona todos os dias e que me fazem acreditar que, como diz Fernando Pessoa: “*Tudo vale a pena / Se alma não é pequena.*”

Obrigada, simplesmente, obrigada!

“Não há razão para o insucesso em matemáticas: há apenas razões”.
(BARUK, 1996, p. 19)

“Não podemos adivinhar como uma palavra funciona. Temos que *ver* seu emprego e aprender com isso”.
(WITTGENSTEIN, 1999, IF, § 340)

De fato, com a terapia, não aprendemos a eliminar as imagens que sustentam o dogmatismo, seu fundamento; aprendemos apenas a examinar o uso que delas é feito e, com isso, eliminar sua aplicação dogmática”.
(MORENO, 2005, p. 290)

RESUMO

CARDOSO, Cíntia Maria. **Um olhar wittgensteiniano sobre a Alfabetização Matemática**. 2021. 173f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2021.

Este trabalho apresenta uma análise das concepções de linguagem em que se apoiam os documentos oficiais que orientam a alfabetização matemática no Brasil, as formas de abordagem dos problemas com os quais os professores se deparam no processo de alfabetização matemática a partir dos documentos do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) e a relação teoria e prática contida nesses documentos. Trata-se de uma pesquisa teórica, de natureza qualitativa, que toma como objeto de investigação os documentos oficiais que norteiam a temática da Alfabetização Matemática no Brasil. O estudo inspirou-se no modo de fazer filosofia do segundo Wittgenstein, que pode ser definido como uma atividade terapêutica que busca descrever os usos de palavras com a finalidade de dissolver confusões conceituais, criadas pela má compreensão da gramática de nossa linguagem. Defende-se a hipótese de que a proposta de *Alfabetização Matemática* presente nas diretrizes curriculares do PNAIC apresenta algumas confusões conceituais, ao adotar uma concepção referencial da linguagem matemática, pois busca fundamentos conceituais no universo extralinguístico e/ou não tem clareza do uso (descritivo ou gramatical) que faz dos conceitos e das expressões. Em particular, essas diretrizes propõem metodologias ancoradas em uma perspectiva construtivista da Alfabetização Matemática, pautadas em pressupostos empíricos, o que pode conduzir a alguns equívocos de natureza conceitual no que tange ao ensino e à aprendizagem da matemática na etapa da alfabetização. Um dos equívocos a que essa prática pode levar é acreditar que a criança vá “descobrir” verdades matemáticas a partir da experimentação empírica. Constatou-se que a concepção referencial da linguagem impregna os documentos do PNAIC e que algumas atividades sugeridas nesses documentos não levam em consideração a natureza normativa dos enunciados matemáticos e acabam por incorrer numa concepção dogmática de ensino e de aprendizagem da atividade matemática com base no intuicionismo e no empirismo, com implicações nas práticas pedagógicas propostas que obscurecem a natureza do conhecimento matemático e podem levar a dificuldades de aprendizagem. Como a Alfabetização Matemática é a etapa de escolarização em que a criança inicia o aprendizado formal do conhecimento matemático, aprender a fazer uso e aplicar as normas e as regras dos conteúdos matemáticos é imprescindível para que ela aprenda formalmente a manipulá-los e aplicá-los. A partir da perspectiva wittgensteiniana, propõe-se um outro olhar sobre a Alfabetização Matemática, que leve em conta o papel que a linguagem desempenha na compreensão dos enunciados matemáticos e que possibilite novas formas de se pensar o aprendizado da matemática.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Alfabetização Matemática. Linguagem Matemática. Diretrizes curriculares. Terapia filosófica de Wittgenstein.

ABSTRACT

CARDOSO, Cíntia Maria. **A wittgensteinian look at Mathematical Literacy**. 2021. 173f. Thesis (Doctorate in Education) - Faculty of Education, University of São Paulo, São Paulo, 2021.

The work presents an analysis of the language conceptions on which the official documents that guide mathematical literacy in Brazil are based, the ways of addressing the problems that teachers face in the process of mathematical literacy based on the documents of Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC - National Pact for Literacy at the Right Age) and the relationship between theory and practice contained in those documents. It is a theoretical research, which has its qualitative nature, that takes as object of investigation the official documents that guide the thematic of Mathematical Literacy in Brazil. The study was inspired by the way of doing philosophy of the later Wittgenstein, which can be defined as a therapeutic activity that seeks to describe the uses of words in order to dissolve conceptual confusions, created by poor understanding of the grammar of our language. The hypothesis, which has been defended, is that the current Mathematical Literacy proposal in the curricular guidelines of PNAIC presents some conceptual confusions in adopting a referential conception of the mathematical language, as it seeks conceptual foundations in the extralinguistic universe and / or has no clarity of use (descriptive or grammatical) that makes concepts and expressions. Those guidelines propose methodologies anchored in a constructivist perspective of Mathematical Literacy, based on empirical assumptions, which can lead to some conceptual misunderstandings regarding the teaching and learning of mathematics in the literacy stage. One of the mistakes that practice can lead is to believe that the child will “discover” mathematical truths from empirical experimentation. It was found that the referential conception of language permeates the PNAIC documents and that some activities suggested in those documents do not contemplate the normative nature of mathematical statements and end up incurring a dogmatic conception of teaching and learning mathematical activity based on intuitionism and empiricism, with implications for the proposed pedagogical practices that obscure the nature of mathematical knowledge and can lead to learning difficulties. As Mathematical Literacy is the stage of schooling in which the child begins the formal learning of mathematical knowledge, learning to make use of and applying the norms and rules of mathematical content is essential to formally learn to manipulate and apply them. From the wittgensteinian perspective, another perspective on Mathematical Literacy is proposed, which considers the role that language plays in the understanding of mathematical statements and that enables new ways of thinking about the learning of mathematics.

Keywords: Mathematics Teaching. Mathematical Literacy. Mathematical Language. Curricular Guidelines. Wittgenstein's Philosophical Therapy.

SUMÁRIO

1	**CONSIDERAÇÕES INICIAIS**	19
2	**A PESQUISA: CONTEXTO, CONSTITUIÇÃO DA QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO, FONTES DOCUMENTAIS E ORIENTAÇÃO TEÓRICO-METODOLÓGICA**	32
2.1	**Contexto da pesquisa**	32
2.2	**Questão de pesquisa**	37
2.3	**Fontes documentais da pesquisa: os cadernos do PNAIC**	43
2.4	**Considerações sobre a orientação teórico-metodológica da pesquisa**	48
3	**A TERAPIA FILOSÓFICA DE WITTGENSTEIN**	51
3.1	**Um pouco da história de Ludwig Wittgenstein**	51
3.2	**A linguagem na perspectiva de Wittgenstein**	52
4	**PANORAMA DAS PERSPECTIVAS TEÓRICAS DA PESQUISA**	71
4.1	**Concepções em Educação Matemática**	71
4.2	**Reflexões acerca das concepções pedagógicas presentes nos cadernos do PNAIC para a Alfabetização Matemática**	89
4.2.1	A concepção da Etnomatemática	90
4.2.2	A concepção da Modelagem Matemática	92
4.2.3	Concepções de Alfabetização Matemática e de Letramento Matemático	93
4.2.4	Concepção construtivista	106
4.2.5	Concepção freiriana	108
5	**REFLEXÕES SOBRE CONCEITOS MATEMÁTICOS NA PROPOSTA PARA A ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA DO PNAIC**	112
6	**CONSIDERAÇÕES FINAIS**	147
	REFERÊNCIAS	153
	APÊNDICES	168

1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

"(...) não pense, mas veja! (...)"
(WITTGENSTEIN, 1999, § 66)

A epígrafe de Wittgenstein – "(...) não pense, mas veja! (...)", veja o funcionamento da linguagem... veja como, de fato, a linguagem é usada – motivou-me a compreender e a refletir acerca da temática da alfabetização, em especial a Alfabetização Matemática, que merece uma revisão histórico-conceitual do termo e de seus neologismos. Para fins de esclarecimentos, destaco que o termo Alfabetização em Matemática é utilizado, neste trabalho, com o mesmo sentido de alfabetização na língua materna, por concordarmos que esse período de formação escolar "deve ser marcado por uma ação pedagógica intencional e progressiva que prepara uma estrutura sólida para novos aprendizados ao longo da vida" (BRASIL, 2017b, p. 11). Nesse sentido, compreendemos que o desenvolvimento das habilidades linguísticas deveria ocorrer de maneira integrada com as atividades matemáticas, desde os anos iniciais do ensino fundamental, pois esta é uma etapa que necessita de ações pedagógicas que também tratem o conhecimento matemático como dimensão fundamental da linguagem para a consolidação do processo de alfabetização.

De maneira geral, a expressão "alfabetização" é mais associada ao processo de aquisição da leitura e da escrita na língua materna, ou seja, o ensino da língua materna ainda é mais valorizado do que o ensino da matemática, o que pode levar a se pensar que ainda se mantém a ideia de que a escolarização inicial deve garantir a inserção da criança no universo da leitura e da escrita para depois desenvolver o trabalho com as noções matemáticas. Contudo, essa conduta pedagógica é, no mínimo, incoerente posto que, muito antes de ingressar na escola, a criança já convive com ideias e conceitos matemáticos, além de outros conhecimentos, que são incorporados ao aprendizado da linguagem, como bem salientam Érard *et al* (2017). Segundo estes autores, herdamos as palavras dos outros, portanto, a linguagem não é, neste sentido, um ensinamento nem uma aquisição, mas sim um aprendizado, um adestramento, uma herança das palavras dos outros, ou seja, a criança herda as palavras do adulto e passa a fazer uso dessa herança (palavras), à medida que as aprende. Nesse mesmo viés, Oliveira (2014, p. 97) afirma que "aprender uma língua

significa assimilar um quadro de referências herdado segundo o qual agimos e julgamos, e que não poderia constituir-se à revelia dos nossos juízos e atos"; além disso, o aprendizado é marcado pelo "amestramento"[1] dos elementos normativos, que condicionam o funcionamento dos "jogos de linguagem"[2] e que nos levam a compreender, a formular e a aplicar os conceitos e seus usos.

Desse modo, a presente pesquisa é uma reflexão acerca da possibilidade de se pensar o funcionamento da linguagem como descrito por Wittgenstein[3] e, a partir dessa reflexão, estimular outras formas de se pensar o que acontece no contexto da Alfabetização Matemática, cujo sentido, muitas vezes, não é valorizado por nós, educadores, que consideramos tudo muito evidente e bem esclarecido, que acabamos por não dar a atenção merecida e nem pensamos no assunto. Para este filósofo, a linguagem não é algo único, fixo, estabelecido previamente; seu funcionamento se caracteriza por suas inúmeras possibilidades de uso. Os problemas filosóficos só ocorrem porque, ao usarmos a linguagem, não atentamos para o seu funcionamento; como consequência disso, surgem problemas de natureza conceitual, fruto da maneira confusa e equivocada de como utilizamos a linguagem. Elucidá-los é a preocupação de Wittgenstein quando propõe uma reflexão gramatical que possa iluminar "(...) o nosso problema, afastando os mal-entendidos. Mal-entendidos que concernem ao uso de palavras; provocadas, entre outras coisas, por certas analogias entre as formas de expressão em diferentes domínios da nossa linguagem (...)" (IF, § 90)[4].

Os documentos do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) adotaram, em sua fundamentação, propostas metodológicas que se ancoram numa perspectiva de formação docente e de prática reflexiva do professor e, mesmo que não assumam, explicitamente, em seus fundamentos, uma abordagem construtivista

---

[1] Aquilo que se pode amestrar, adestrar, treinar, instruir, ensinar; que foi ensinado para realizar determinadas tarefas.

[2] São as diferentes possibilidades de atividades ou práticas nas quais a linguagem se insere, os diferentes contextos nos quais empregamos a linguagem. Ao longo deste trabalho, esclareceremos melhor essa questão.

[3] Wittgenstein realizou uma profunda revisão de sua própria teoria, que muitos estudiosos de sua obra filosófica a dividem em dois períodos: o primeiro Wittgenstein, que corresponde à obra *Tractatus Logico-Philosophicus*, publicada em 1921, e o segundo Wittgenstein, cuja obra principal é *Investigações Filosóficas*, publicada postumamente em 1953. Apesar de serem "dois Wittgenstein", que influenciaram escolas filosóficas diferentes, a linguagem é o principal tema de sua reflexão e o que fornece unidade a seus escritos.

[4] Ao citar a obra *Investigações Filosóficas* (1999), de Ludwig Wittgenstein, utilizamos a sigla "IF" para referenciá-la e o símbolo "§" para indicar os parágrafos numerados desta obra.

e interacionista, também se apoiam nas vertentes pedagógicas do construtivismo e do sociointeracionismo de ensino e de aprendizagem para a Alfabetização Matemática. Os pressupostos teórico-metodológicos que embasam esses documentos, eventualmente, podem contribuir para a formação didática dos professores, especialmente no que diz respeito aos meios de transmissão dos conhecimentos matemáticos, todavia, generalizar essas diretrizes curriculares para todo o universo do conhecimento matemático pode causar confusões conceituais sobre o modo como se apresentam determinados conteúdos matemáticos.

Neste trabalho, buscaremos mostrar que, em muitas atividades, os cadernos do PNAIC revelam uma imagem realista e idealista do conhecimento matemático, ao orientar práticas pedagógicas para o ensino da matemática inspiradas em modelos das ciências naturais a partir de contextos e de experiências empíricas. Em tais atividades, seria possível construir os objetos matemáticos a partir de experiências empíricas e de interações sociais, que construiriam o conhecimento matemático. Em outras palavras, os pressupostos teóricos que ancoram os documentos do PNAIC entendem que os objetos matemáticos seriam produto do pensamento em interação com o meio físico. Assim, como consequência das escolhas teóricas e metodológicas, os cadernos do PNAIC determinam que, na Alfabetização Matemática, as ações didáticas dos professores sejam problematizadas, assim se materializa o pensamento e se transforma a ação em reflexão, a fim de que o aluno possa utilizar caminhos próprios na construção do conhecimento matemático, por meio de situações que favoreçam “o convívio e as trocas de conhecimento dentro de variadas práticas sociais e culturais” (BRASIL, 2014a, p. 45), e cabe ao professor mobilizar “diferentes saberes que se materializarão em práticas escolares que devem resultar em conhecimentos efetivos para as crianças” (BRASIL, 2014a, p. 11).

Nesse contexto, pensando na importância da aprendizagem no processo educacional, que não pode ser entendido como algo pronto e acabado, e no papel da educação, que é transmitir conhecimentos que garantam ao aluno a compreensão do mundo em que vive para que possa ter clareza dos significados e dos usos desses conhecimentos, acredito que a ação educativa é algo em constante movimento, que pode se pautar em práticas que elucidem os problemas e as confusões linguísticas a fim de que se potencialize a formação do indivíduo como um todo.

Quando a criança não é devidamente “treinada” para usar e para compreender os significados dos conceitos da linguagem matemática, pode usá-los de forma

equivocada, o que pode gerar problemas e confusões, que precisariam de esclarecimentos para que não se incorra em equívocos na sala de aula. E o professor pode propiciar ao aluno atividades que auxiliem na elucidação desses conceitos.

Dessa forma, discutir os modos de se entender a *alfabetização matemática*, como uma nova linguagem a ser apreendida, é a busca investigativa que assumimos por vislumbrar que tal temática poderá trazer contribuições para a atividade de ensino e para o processo de aprendizagem da matemática.

Conforme determinam os documentos curriculares oficiais que instituem e que norteiam o Pacto Nacional da Alfabetização na Idade Certa (PNAIC)[5], a alfabetização matemática é entendida como o processo que organiza os saberes apreendidos pela criança em suas vivências antes de ingressar na escola e constrói, de forma articulada, os conhecimentos matemáticos, que podem potencializar sua atuação na sociedade a fim de que exerça sua cidadania com autonomia (BRASIL, 2012a). Por isso, consideramos importante conhecer e discutir o que esses documentos propõem para o ensino da matemática, especialmente, para a Alfabetização Matemática, uma vez que, em geral, evidencia-se estudos e abordagens apenas sobre a alfabetização em língua materna, muitas vezes até tratada de forma distinta e independente da alfabetização matemática, pois, no contexto da escolarização inicial, ainda se prioriza os processos de leitura e de escrita em detrimento das noções matemáticas.

De acordo com o documento básico da Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA)[6], as ações do PNAIC devem considerar que o Ciclo da Alfabetização é necessário para assegurar a toda criança o direito à aprendizagem da leitura e da escrita, tanto na língua materna quanto em matemática, assim como os saberes que podem garantir a apropriação e o aprendizado de outros saberes essenciais que compõe o currículo escolar obrigatório (BRASIL, 2013).

Para a realização da tarefa de educar com qualidade social todos os cidadãos, a escola pública, por meio do PNAIC, assumiu o desafio de garantir a plena

---

[5] Ação articulada entre o Ministério da Educação (MEC) e os governos estaduais e municipais para mobilizar esforços e recursos, na valorização dos professores e escolas, no apoio pedagógico com materiais didáticos de alta qualidade para todas as crianças e na implementação dos sistemas adequados de avaliação, gestão e monitoramento.

[6] A ANA é uma avaliação externa, realizada pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), que objetiva avaliar os níveis de alfabetização e de letramento em Língua Portuguesa (leitura e escrita) e em Matemática dos estudantes do 3º ano do ensino fundamental das escolas públicas. É uma avaliação censitária, ou seja, é aplicada a todos os alunos matriculados no 3º ano do ensino fundamental; no caso de escolas multisseriadas, é aplicada a uma amostra.

alfabetização das crianças brasileiras até o 3º ano do Ensino Fundamental (EF)[7]. Assim, o Ciclo da Alfabetização, que se inicia aos 6 anos e se estende até os 8 anos de idade (Meta 05 do Plano Nacional de Educação - PNE), deve proporcionar a aquisição de saberes pelas crianças nas áreas de Língua Portuguesa e de Matemática e garantir o direito de "aprender a ler e a escrever" para seguir a escolarização.

Contudo, apesar de todo o investimento em políticas públicas por parte do governo federal para que as crianças estejam plenamente alfabetizadas ao final do 3º ano do EF, avaliações externas, como a ANA, mostraram um quadro de estagnação no que diz respeito ao desempenho dos alunos na faixa etária dos 8 anos de idade.

Os resultados da ANA 2016 apontaram que, assim como nas edições anteriores, não houve melhora nos resultados e havia uma tendência de estagnação dos índices, o que provocou muitos debates, em decorrência do cenário preocupante que os dados revelaram. A ANA 2016 revelou que 54,73% e 54,46% (em leitura e em matemática, respectivamente) dos alunos acima dos 8 anos, faixa etária de 90% dos avaliados, encontravam-se nos níveis 1 e 2 (elementares), considerados níveis insuficientes; em 2014, esse percentual era de 56% e 57% (em leitura e em matemática, respectivamente). Os 45,27% e 45,54% (em leitura e em matemática, respectivamente) restantes dos estudantes avaliados, em 2016, encontravam-se nos níveis 3 (adequado) e 4 (desejável) de desempenho, considerados níveis satisfatórios; em 2014, esse percentual era de 44% e 43% (em leitura e em matemática, respectivamente). Ou seja, a ANA demonstrou que os níveis de alfabetização dos brasileiros, em 2016, eram praticamente os mesmos que em 2014 e o desempenho dos estudantes do 3º ano do EF matriculados nas escolas públicas permanecia estatisticamente estagnado. Fato assumido por Brasil (2017b, p. 11) ao afirmar que é necessário "um compromisso coletivo para reduzir o percentual médio de 56% das crianças brasileiras que ainda estão nos níveis 1 e 2 de leitura na ANA, pelo impacto que isso representa nas possibilidades de progresso escolar". Os resultados

[7] Mesmo com a aprovação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) pelo Conselho Nacional de Educação (CNE) e a homologação pelo Ministério da Educação (MEC), ainda há divergências quanto à idade em que toda criança deve estar plenamente alfabetizada. A BNCC determina que a alfabetização deve ocorrer até o fim do 2º ano do EF, mas há grupos de pesquisadores que apontam que acelerar o aprendizado da criança não seria uma atitude producente, por isso, defendem que ela ocorra até o 3º ano, conforme determina o PNAIC. Apesar dessa divergência, neste trabalho, adotamos a idade prevista no PNAIC, ou seja, até o 3º ano do EF, em decorrência de que a alfabetização proposta pelo PNAIC atende de forma mais completa o que me proponho analisar: a alfabetização matemática.

revelaram ainda que parte considerável dos estudantes, mesmo após passar três anos de escolarização, apresentavam níveis de proficiência insuficientes para a idade.

Este cenário e a compreensão do significado desses resultados e das demandas da rede pública levaram o governo federal a reformular a Política Nacional de Alfabetização e propor, em 2017, um conjunto de iniciativas que envolveram a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a formação de professores, as redes de ensino e o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

> No ano de 2017, observando a educação brasileira como um todo encadeado e orgânico e reconhecendo que mesmo os estados com melhores indicadores ainda estão distantes do resultado desejado, o PNAIC passa a compor uma política educacional sistêmica que parte de uma **perspectiva ampliada de alfabetização**, trabalhando a Alfabetização na Idade Certa, a melhoria da aprendizagem em Língua Portuguesa e Matemática no Ensino Fundamental, bem como a inclusão da Educação Infantil garantindo as perspectivas e as especificidades do trabalho de leitura e escrita com as crianças (BRASIL, 2017b, p. 5).

Assim, observa-se que os próprios documentos do PNAIC assinalam que as políticas públicas, destinadas à alfabetização, não satisfazem as reais necessidades da aprendizagem e podem estar sendo insuficientes para diminuir os problemas relativos à alfabetização, pois, o resultado das avaliações mostra uma estagnação no desenvolvimento da alfabetização das crianças com baixos índices registrados pela ANA.

A partir disso, a discussão que propomos para esta pesquisa versa sobre uma reflexão acerca das concepções de linguagem na alfabetização em que se apoiam os documentos oficiais que orientam a alfabetização no Brasil, especificamente, a alfabetização matemática e a relação teoria e prática contida nos documentos oficiais da etapa de alfabetização.

Estudos na área da educação matemática (GOTTSCHALK, 2002; VILELA, 2007; CARDOSO, 2009; MAIA, 2013; SILVA, 2015) mostram como as mudanças curriculares no ensino da Matemática, ocorridas nos últimos anos, trouxeram novas perspectivas para o campo da pesquisa e para as práticas docentes, principalmente questões relacionadas à linguagem. Observa-se isso em vários documentos curriculares com orientações e com recomendações nas quais se têm discutido a inter-relação entre a matemática e a linguagem. Dentre eles citamos os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1997; 1998), os

Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 1999), os PCN + Ensino Médio (BRASIL, 2002), as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006); além dos cadernos do PNAIC (BRASIL, 2012a; 2012b; 2014a-m, 2015a-g), documentos analisados nesta pesquisa. Estes e outros documentos destacam o papel fundamental da linguagem no processo de ensino e de aprendizagem da matemática e provocam discussões curriculares; o que é fundamental para que questões relacionadas à linguagem (oral e escrita) sejam amplamente discutidas. Esses debates também contribuíram para a ampliação temática de pesquisas em Educação Matemática (EM) e em outras áreas, por exemplo, linguística, sociolinguística, análise do discurso, filosofia da linguagem, etc.

Escolhemos os Cadernos do PNAIC, em decorrência de serem os materiais de referência curricular e pedagógica, utilizados na formação continuada de professores alfabetizadores, que auxiliam na tarefa de alfabetizar as crianças brasileiras e subsidiam discussões relativas à formação continuada de professores alfabetizadores na perspectiva do letramento, no que tange à Matemática; além de possibilitarem discussões sobre o direito à aprendizagem dentro do ciclo de alfabetização.

O interesse em pesquisar questões relacionadas à linguagem surgiu em minha trajetória profissional em 2002, quando iniciei a docência no ensino superior, de maneira inesperada. Na época, pela minha falta de experiência, não acreditava que uma oportunidade surgisse tão cedo, mas o convite de uma amiga de trabalho para realizar um cadastro em uma Instituição que ofertava cursos de formação de professores num programa de interiorização[8] no estado do Pará foi tentador e um

[8] Projeto implantado por universidades (públicas e privadas) para levar *campi* ou polos a cidades no interior do estado onde atuam e auxiliam no desenvolvimento intelectual da população, com a oferta de cursos de graduação que fortalecem a educação básica nos municípios e auxiliam na formação de mão de obra especializada. A Universidade Federal do Pará (UFPA) foi pioneira no desenvolvimento desse projeto, na década de 1980, no estado do Pará. No início de 2003, o governo federal adotou uma série de medidas para retomar o crescimento do ensino superior no Brasil e apoiou programas de expansão universitária, como o Programa de Apoio a Planos de Reestruturação e Expansão das Universidades Federais (REUNI), instituído pelo Decreto nº 6.096, de 24 de abril de 2007, o Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica (PARFOR), instituído pelo Decreto nº 6.755, de 29 de janeiro de 2009, entre outros. Essas ações que têm o objetivo de ampliar o acesso e a permanência na educação superior integram o Plano de Desenvolvimento da Educação (PDE) e possibilitaram garantir mais recursos para que as universidades públicas federais pudessem adentrar em outras localidades dos estados. Hoje, o processo de expansão para o interior dos estados, é conhecido como Universidade Multicampi. Na maioria dos *campi*, os cursos oferecidos estão vinculados à formação de professores para atuar na educação básica, mas também há cursos que objetivam desafogar a alta procura nas capitais e formar profissionais especializados para atuação em suas regiões. A oferta de cursos no contexto socioeconômico de cada cidade, em especial nas cidades do estado do Pará, tem grande importância, pois é possível perceber o impacto da interiorização na formação dos estudantes e a contribuição no progresso de cada município.

grande desafio, que aceitei e que serviu de estímulo para que voltasse a estudar. E assim, comecei a ministrar aulas em cursos de formação de professores. Ministrava aulas de uma disciplina chamada “Comunicação e Linguagem” nos cursos de Pedagogia, de Letras, de História, de Geografia, de Biologia, de Matemática, de Física, de Ciências Naturais e de Informática. Era uma disciplina que discutia questões específicas, relacionadas à linguagem na área de cada curso.

Essa experiência ajudou-me a evidenciar na prática docente que o conhecimento se processa pela apropriação do saber por meio da leitura de diferentes gêneros textuais e discursivos e que as relações entre signos semióticos e práticas sociais são imprescindíveis para a compreensão da linguagem específica de cada ciência, e deveriam constituir-se em objetos de investigação para uma melhor compreensão dos textos e dos usos sociais da linguagem verbal (oral e escrita), pois o sentido não se constrói na palavra, mas nas interações discursivas entre indivíduos, ou seja, a compreensão é produto de uma atividade social e não suporte de conteúdos (BAKHTIN, 2003; 2009; BRAIT, 2005; HALLIDAY, 1978; 1994).

A vivência da prática docente junto a futuros professores, colocou-me diante de inúmeros desafios como professora-formadora. E isso me impulsionou para a pesquisa e me levou a aprofundar estudos na área da linguagem. Em 2006, iniciei o mestrado no Programa de Pós-Graduação em Linguística Aplicada (PPLA), da Universidade de Taubaté (UNITAU), onde pude pesquisar o funcionamento da linguagem na área do conhecimento histórico. Minha dissertação, *A construção da causalidade nos textos didáticos de História*, teve como objetivo estudar, sob a perspectiva hallidayana, as diferentes manifestações de causalidade, presentes nas estruturas léxico-gramaticais e a organização textual nos textos didáticos de História, utilizei uma abordagem qualitativa e interpretativa, que englobou métodos investigativos descritivos e interpretativos, que visaram contribuir para um melhor entendimento e aperfeiçoamento da leitura e da compreensão do conhecimento de História. Minhas análises demonstraram que os textos didáticos de História têm exigências linguísticas próprias e que aprender a expressar e a compreender os diferentes tipos de construções causais é crucial para o aprendizado dos estudantes de História.

Durante o mestrado, realizado no período de 2006 a 2008, tive contato com algumas leituras referentes a estudos sobre a linguagem em diferentes áreas do conhecimento (geografia, química, artes, matemática, etc.). As pesquisas na área de

linguagem matemática despertaram meu interesse, em especial, a alfabetização matemática, em decorrência de já trabalhar com formação de professores nos anos iniciais e essa temática ter grande relevância para o aprendizado das crianças no início da vida escolar.

Após o mestrado, busquei grupos de pesquisa que trabalhassem com a temática da linguagem matemática em Belém/Pará. A indicação de um amigo, professor de matemática, levou-me ao Grupo de Estudos e Pesquisas em Linguagem Matemática (GELIM), ligado ao Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da Universidade Federal do Pará (UFPA). A líder do grupo, professora Marisa Rosâni Abreu da Silveira, e os integrantes do grupo me acolheram e me guiaram nos primeiros passos dos estudos e na tentativa de compreender a linguagem matemática. Isso só fez aumentar meu interesse pelos estudos sobre a filosofia, a filosofia da linguagem e a linguagem matemática. Então, decidi que prestaria seleção para o doutorado com um projeto de pesquisa que investigasse a linguagem matemática.

A experiência no GELIM foi um grande aprendizado, pois, lá, pude conhecer as obras de grandes filósofos, como Ludwig Wittgenstein e Gilles-Gaston Granger, e de pesquisadores da linguagem, como Antonio Miguel, Arley Moreno, Carmem Gómez-Granel, Cristiane Maria Cornelia Gottschalk, Denise Silva Vilela, Marisa Rosâni Abreu da Silveira etc. Inclusive, foi por meio das atividades realizadas no GELIM que conheci a professora Cristiane Maria Cornelia Gottschalk, minha orientadora nesta pesquisa de doutoramento que, juntamente com o Grupo de Pesquisa Filosofia, Educação, Linguagem e Pragmática (FELP/USP) e o Grupo de Pesquisa em Filosofia e Conhecimento (FILICON/UNICAMP), auxiliou-me na compreensão da *terapia filosófica* de Wittgenstein, inspiração para esta pesquisa.

Os estudos e as leituras realizadas no GELIM, no FELP e no FILICON proporcionaram-me uma melhor compreensão dos escritos de Wittgenstein e auxiliaram no embasamento teórico do estudo que aqui apresento.

Durante o doutorado, nas aulas da disciplina *Filosofia da Linguagem e suas Concepções Epistemológicas na Educação*, ministrada pela professora Cristiane Maria Cornelia Gottschalk, aprendi muito e pude conhecer melhor as ideias de Wittgenstein e como determinados conceitos forjados por ele, tais como os conceitos de *jogos de linguagem*, de *semelhanças de família*, de *formas de vida*, sua crítica ao *uso referencial da linguagem* e sua *terapia filosófica* podem contribuir para uma melhor compreensão das atividades de ensino e dos processos que envolvem a

aprendizagem da matemática. Dessa forma, as discussões e os debates ocorridos durante a disciplina esclareceram algumas questões que ajudaram no direcionamento de minha pesquisa: a partir do segundo Wittgenstein, propor uma reflexão sobre a concepção de linguagem matemática apresentada nos Cadernos do PNAIC que orientam a Alfabetização Matemática no Brasil.

Aqui, apresento os resultados de minha pesquisa e esclareço que não pretendo resolver os problemas da alfabetização matemática. O que espero é que este trabalho possa contribuir e esclarecer algumas inquietações de professores, principalmente de alfabetizadores que, assim como eu, buscam, por meio da educação, proporcionar melhorias na qualidade do ensino no ciclo da alfabetização, especialmente a alfabetização matemática.

Assim, este estudo objetiva analisar aspectos concernentes aos usos da expressão *alfabetização matemática* nos Cadernos do PNAIC, a partir da filosofia da linguagem de Wittgenstein. Ao final da investigação, busco responder a seguinte questão: **Como a expressão *alfabetização matemática* vem sendo usada nos Cadernos do PNAIC e qual a concepção de linguagem que está pressuposta nesses usos?** Ao descrever alguns destes usos e destacar o que observamos, no que diz respeito às semelhanças e às especificidades dos significados desta expressão, procuramos fazer a *terapia filosófica*[9], na perspectiva do segundo Wittgenstein, a saber: identificar o eventual uso referencial da matemática, que, como será argumentado a seguir, pode levar a equívocos nas práticas pedagógicas da alfabetização matemática.

Por exemplo, os cadernos do PNAIC afirmam que a Educação Matemática "é uma área de pesquisa, sempre enraizada nas práticas de sala de aula" (BRASIL, 2014a, p. 6); por isso, uma atitude investigativa é fundamental para que o aluno tenha condições de "formular questões, elaborar hipóteses, escolher amostra e instrumentos adequados para a resolução de problemas, a coleta dos dados, a classificação e representação dos mesmos para uma tomada de decisão" (BRASIL, 2014h, p. 7). Assim, é necessário que os professores alfabetizadores compreendam as ideias

[9] A *terapia filosófica* de Wittgenstein é uma atividade filosófica que visa esclarecer o pensamento confuso, relativizando-se os pressupostos de diversas concepções sobre um mesmo tema: "o filósofo trata uma questão como uma doença" (IF, § 255), buscando sua cura. Este assunto será abordado nesta pesquisa de forma mais detalhada nos capítulos 3 e 5.

matemáticas envolvidas em suas práticas de sala de aula e promovam situações em que as crianças possam mobilizar ideias matemáticas, que envolvam práticas com

> (...) os números, os problemas e as operações, com as relações espaciais e a exploração das formas, com os procedimentos e os aparelhos de medir e com os registros de medidas e seus usos, com as tabelas, os diagramas, os mapas, os roteiros, os gráficos e outros elementos relevantes (BRASIL, 2014a, p. 32).

Outrossim, Gottschalk (2002, p. 73) esclarece que, "formular hipóteses e procurar confirmá-las é parte essencial da atividade científica. Mas transpor esses procedimentos para a atividade matemática escolar leva a confusões" de natureza teórica e prática. É nessa perspectiva que nossa crítica se direciona: identificar os possíveis equívocos de natureza teórica presentes nas orientações pedagógicas da alfabetização matemática ao se postular significados extralinguísticos aos quais supostamente nossos enunciados matemáticos se referem e às confusões decorrentes da generalização no ensino de matemática.

De acordo com Wittgenstein, esses equívocos podem ocorrer caso não se faça distinção entre o uso gramatical e o uso empírico dos enunciados[10] que, nesta pesquisa, são analisados em enunciados matemáticos que, muitas vezes, são ensinados no contexto escolar como proposições empíricas, visto que desconsideram a função normativa de seus enunciados. Para o filósofo, as proposições da matemática se assemelham a regras[11], as quais permitem fazer inferências e orientam o que faz e o que não faz sentido; e as demonstrações matemáticas não podem ser justificadas ou explicadas externamente à linguagem, porque não podem ser provadas empiricamente. Wright (1980), com base no pensamento de Wittgenstein, ajuda-nos a compreender a natureza do conhecimento matemático ao acrescentar que a atividade matemática se baseia na construção de provas, enquanto que a ciência empírica seria produto da construção de teorias e de experimentos com base em procedimentos e em evidências empíricas.

---

[10] Seguindo a perspectiva wittgensteiniana, que compreende a filosofia como uma "descrição gramatical", aqui, não fazemos uso da expressão "gramática" em seu sentido convencional, mas a utilizamos para descrever um conjunto de regras empregadas no uso das palavras e dos enunciados nos diferentes jogos de linguagem. Faremos essa distinção no capítulo 3 e exemplificaremos no capítulo 5.

[11] Apesar de ter função normativa, entendemos que o conceito de regra não se reduz a normas ou a ordens, porque elas revelam múltiplos significados.

Nesse mesmo diapasão, os estudos de Gottschalk (2002, 2004, 2008, 2014c), a partir das reflexões de Wittgenstein sobre a natureza das proposições matemáticas, apontam algumas implicações pedagógicas e confusões conceituais que podem ocorrer quando se procura os significados matemáticos em uma realidade (situações do mundo empírico) extralinguística (fora da matemática), em que esses significados seriam revelados nos fenômenos e nos objetos observáveis, acessíveis e presentes no cotidiano do aluno de forma contextualizada para que os objetos matemáticos possam ser compreendidos pelos alunos; e nessa interpretação, os conceitos matemáticos teriam "uma natureza essencialmente social, ou seja, seriam passíveis de ser construídos a partir de interações sociais, através de um processo de negociação" (GOTTSCHALK, 2004, p. 306). Em outras palavras, os objetos matemáticos seriam construídos a partir das experiências prévias do aluno ou em situações empíricas, proporcionadas pelo professor, que desenvolveria, naturalmente, no aluno o aprendizado de conceitos e procedimentos matemáticos, extraídos das "situações-problema". Segundo Gottschalk, práticas pedagógicas que decorrem desta abordagem do conhecimento matemático ancoram-se em uma concepção referencial da linguagem, que pode conduzir a dificuldades de aprendizagem. Desta perspectiva wittgensteiniana, as proposições da matemática não são extraídas da observação empírica ou da experimentação com objetos, embora possam ter um *uso* empírico. Daí que, acreditamos, ser importante que o professor tenha clareza da natureza normativa dos enunciados matemáticos e de seus distintos usos, tendo em vista evitar eventuais equívocos em suas práticas pedagógicas.

Quanto à organização, esta tese está organizada em seis capítulos: a presente introdução, que consta como **primeiro capítulo**, no qual apresento meu objeto de investigação e o que me proponho realizar a partir dos Cadernos do PNAIC; além de situar o objeto de investigação a partir de uma breve reflexão sobre minha trajetória enquanto pesquisadora e apresentar o contexto em que o interesse em investigar a linguagem matemática surgiu.

No **segundo capítulo**, expomos os aportes teóricos que motivaram e auxiliaram na materialização desta pesquisa, além da questão de investigação, dos objetivos da pesquisa, das fontes documentais e das orientações teórico metodológicas que balizam este estudo.

O **terceiro capítulo** descreve brevemente a biografia de Wittgenstein e discute a natureza de suas ideias a partir de minha compreensão dos conceitos de *jogos de*

linguagem, de *semelhanças de família*, de *formas de vida*, *o uso não referencial da matemática* e *sua terapia filosófica*, a fim de apresentar suas contribuições para o ensino de matemática.

Procuro no **quarto capítulo** apresentar um panorama dos referenciais teóricos e dos fundamentos que sustentam esta pesquisa, além de contextualizar o ensino de matemática no Brasil. Nele, discuto as concepções e abordagens teóricas que permeiam os Cadernos do PNAIC: em *educação matemática*; em *filosofia da educação matemática;* em *etnomatemática*; em *alfabetização matemática* e em *letramento matemático*; além dos pressupostos construtivista, sociointeracionista e freiriano.

No **quinto capítulo,** busco responder à questão de investigação desta pesquisa, para isso, analiso algumas atividades dos cadernos do PNAIC, bem como exponho considerações sobre possíveis implicações das diretrizes curriculares do PNAIC para as práticas da Alfabetização Matemática à luz da filosofia da linguagem de Wittgenstein.

O **sexto e último capítulo** expõe conclusões e encaminhamentos decorrentes das reflexões realizadas e apresentação de possíveis limitações ou questões não respondidas ou contribuições para futuras pesquisas.

Finalizo apresentando a lista de referências das obras utilizadas na elaboração da presente pesquisa e dois quadros com a relação dos cadernos de formação do PNAIC dos anos de 2014 e de 2015.

2 A PESQUISA: CONTEXTO, CONSTITUIÇÃO DA QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO, FONTES DOCUMENTAIS E ORIENTAÇÃO TEÓRICO-METODOLÓGICA

Neste capítulo, apresento o contexto da pesquisa e as etapas de seu desenvolvimento.

2.1 Contexto da pesquisa

As pesquisas em Educação Matemática (doravante EM) têm crescido muito nos últimos anos no Brasil, graças à consolidação de diversos grupos de pesquisas em diferentes universidades, envolvidos na promoção de debates, que têm mostrado o avanço das pesquisas na área, com questões e com temáticas que discutem e avaliam propostas e práticas pedagógicas que visam a melhoria do ensino e da aprendizagem da matemática em diferentes níveis e modalidades de ensino, em especial na educação básica. São estudos e pesquisas que abordam questões como: a natureza da matemática; objetivos e metas da EM em diferentes níveis de ensino; resolução de problemas; processos de aprendizagem; currículo; avaliação; o ambiente de ensino da matemática; metodologias de ensino; modelagem e matemática; identidades, práticas pedagógicas e formação docente; matemática e tecnologia; matemática e artes; filosofia, sociologia e história da matemática; linguagem e matemática; letramento matemático e alfabetização matemática, entre outras (D´AMBRÓSIO, 1993a; 2012; FIORENTINI, 1994; FIORENTINI; LOREZANTO, 2012; MACHADO; FONSECA; GOMES, 2002; LOPES; NACARATO, 2009; NACARATO; LOPES, 2013; MAIA; BRIÃO, 2017; FONSECA, 2004; FONSECA; CARDOSO, 2005).

Para uma melhor compreensão dos processos de ensino e de aprendizagem da matemática, em muitas destas pesquisas, investiga-se como o indivíduo pensa, representa ou simboliza a matemática e a relaciona a outros conhecimentos, e ainda as práticas de ensino da matemática, as abordagens dos principais conceitos utilizados no ensino da matemática, o “fazer matemática” em sala de aula e a relação da matemática com os processos formativos emocionais e com aspectos da diversidade socioeconômico-cultural (D´AMBRÓSIO, 2002; MAIA; BRIÃO, 2017;

FONSECA, 2004; FONSECA; CARDOSO, 2005; FIORENTINI; LOREZANTO, 2012; LOPES; NACARATO, 2009; NACARATO; LOPES, 2013).

Neste contexto, observa-se que muitas destas investigações são propostas no afã de compreender as possíveis interferências na aprendizagem da matemática. Um tema bastante recorrente são as práticas pedagógicas em matemática relativas às seguintes temáticas: ensino/aprendizagem dos conteúdos matemáticos, obstáculos na aprendizagem da matemática, atividades inovadoras no ensino da matemática etc.

Outro tema também muito abordado é a formação dos professores que ensinam matemática, que inclui a formação matemática e didático-pedagógica na formação inicial e continuada, além das condições para o desenvolvimento profissional do docente em diferentes níveis. Isso significa que a EM é fundamental no processo educativo, em especial para a alfabetização matemática, cujas perspectivas de estudos abrangem diferentes campos de pesquisa (educação, didática, linguagem, psicologia, filosofia, sociologia, políticas públicas etc.).

No Brasil, as necessidades político-pedagógicas provocaram muitas alterações nos documentos norteadores do sistema educacional. Por exemplo, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), Lei nº 9.394/1996, que propunha, inicialmente, atender crianças de 0 a 6 anos na Educação Infantil e de 7 a 14 no Ensino Fundamental, já teve a redação do artigo 6º alterada duas vezes: em 2005, pela Lei nº 11.114/2005[12], que passou a considerar “dever dos pais ou responsáveis efetuar a matrícula dos menores, a partir dos seis anos de idade, no ensino fundamental”; e, posteriormente, em 2013, pela Lei nº 12.796/2013, que passou a considerar “dever dos pais ou responsáveis efetuar a matrícula das crianças na educação básica a partir dos 4 (quatro) anos de idade”. Em ambas alterações, antecipa-se o início da escolarização obrigatória. De acordo com Maia (2013), após essas alterações, houve um aumento no número de turmas de alfabetização e muitas crianças passaram a ser alfabetizadas. A autora acrescenta ainda a importância do artigo 9º da LDB, que incumbiu a União de elaborar o Plano Nacional de Educação (PNE)[13], em colaboração

[12] Nesta alteração, não se esclarece a duração do EF, passaria a ter 9 anos ou seria reduzida em 1 ano? Em 2006, a Lei nº 11.274/2006, alterou o artigo 32 da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996 e estabeleceu que “o ensino fundamental obrigatório, com duração de 9 (nove) anos, gratuito na escola pública, iniciando-se aos 6 (seis) anos de idade, terá por objetivo a formação básica do cidadão”.

[13] O PNE é um projeto de nação, que deve ser executado independente de governo ou partido político. Ele determina diretrizes, metas e estratégias para a política educacional em dez anos, com o intuito de garantir o direito à educação básica com qualidade, promover a garantia do acesso, a universalização do ensino obrigatório, a ampliação das oportunidades educacionais, redução das desigualdades, respeito à diversidade e valorização dos profissionais da educação.

com os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, e estabelecer, em conjunto com estes, as diretrizes e competências para a Educação Infantil, o Ensino Fundamental e o Ensino Médio, a fim de garantir um currículo mínimo e uma formação básica para todos.

> Considerando que, em média, 97% das crianças brasileiras estão matriculadas no 1º ano e que a etapa de Alfabetização é a base para "g*arantir uma educação inclusiva, equitativa e de qualidade, e promover oportunidades de aprendizagem durante toda a vida para todos"* (Marco de Ação da Agenda de Educação 2030, da qual o Brasil é signatário), a responsabilidade pela alfabetização das crianças precisa ser acolhida por docentes, gestores e instituições formadoras como um imperativo ético indispensável à construção de uma educação efetivamente democrática e socialmente justa (BRASIL, 2017b, p. 3, grifo do autor).

Como vemos, essa norma, além de adotar uma estratégia descentralizada e articulada com as três esferas do governo (União, estados e municípios), de forma a atender a "*uma educação inclusiva, equitativa e de qualidade*", atribui "a responsabilidade pela alfabetização das crianças" também a professores, gestores e formadores a fim de alcançar bons resultados de forma cooperativa e solidária.

Ressaltamos ainda o artigo 26 da LDB que diz ser obrigatório "o estudo da língua portuguesa e da matemática, o conhecimento do mundo físico e natural e da realidade social e política, especialmente do Brasil".

Um dos mais recentes documentos a propor o cumprimento dessa norma é o PNAIC, que representa um compromisso formal e solidário assumido pelos governos Federal, do Distrito Federal, dos Estados e dos Municípios, desde 2012, para atender à Meta 5 do PNE, que estabelece a obrigatoriedade de "alfabetizar todas as crianças, no máximo, até o final do 3º (terceiro) ano do EF", conforme destaca Brasil (2014a, p. 8), ao afirmar que o PNAIC:

> é um compromisso formal assumido entre Governo Federal, Distrito Federal, Estados, Municípios e sociedade de assegurar que todas as crianças estejam alfabetizadas até os 8 anos de idade, ao final do 3º ano do Ensino Fundamental.
> Na história do Brasil, temos vivenciado a dura realidade de constatar que muitas crianças têm concluído sua escolarização sem estarem alfabetizadas. Assim, este Pacto surge como uma luta para garantir o direito de alfabetização plena a meninas e meninos, até o final do ciclo de alfabetização. Busca-se, para tal, contribuir para o aperfeiçoamento profissional dos professores alfabetizadores. Este Pacto é constituído por um conjunto integrado de ações, materiais e referências

> curriculares e pedagógicas disponibilizados pelo MEC, tendo como eixo principal a formação continuada de professores alfabetizadores.

Para efeito de esclarecimento, destaco que, apesar da Base Nacional Comum (BNCC) já ter sido aprovada e iniciar sua implantação a partir de 2020, minha análise está voltada para os documentos do PNAIC, pois os documentos da BNCC não contemplam nosso objeto de estudo, em decorrência de não fazer referência específica à “alfabetização matemática”. Na verdade, o documento não cita essa temática, somente faz referência ao “letramento matemático” como uma forma de assegurar que os alunos reconheçam que o conhecimento matemático é fundamental para a compreensão e para a atuação do homem no mundo; e afirma que os usos sociais da escrita e da matemática permitem a participação no mundo letrado e a construção de novas aprendizagens (BRASIL, 2017c). Ressalta-se que a BNCC, dá destaque ao trabalho com a Educação Financeira, como tema transversal, desde os anos iniciais do EF, como um processo permanente, que deve aparecer nos currículos de estados e de municípios de todo o Brasil, com o intuito de contribuir com a formação de cidadãos financeiramente letrados com hábitos de consumo consciente, que possam ter uma relação saudável com o dinheiro, a partir do desenvolvimento de habilidades que permitam a conquista da independência financeira, como por exemplo, capacidade de poupar e de planejar suas despesas de forma autônoma, consciente e racional.

De maneira geral, a BNCC dos anos iniciais do EF valoriza

> as situações lúdicas de aprendizagem, aponta para a necessária **articulação com as experiências vivenciadas na Educação Infantil**. Tal articulação precisa prever tanto a **progressiva sistematização** dessas experiências quanto o desenvolvimento, pelos alunos, de **novas formas de relação** com o mundo, novas possibilidades de ler e formular hipóteses sobre os fenômenos, de testá-las, de refutá-las, de elaborar conclusões, em uma atitude ativa na construção de conhecimentos (BRASIL, 2017c, p. 57-58, grifos do autor).

No que diz respeito à língua materna, a BNCC afirma que a alfabetização deve focar numa ação pedagógica que leve a criança a ser alfabetizada até o 2º (segundo) ano dos anos iniciais de formação do EF. Para isso, é necessário que os alunos “conheçam o alfabeto e a mecânica da escrita/leitura – processos que visam a que alguém (se) torne alfabetizado, ou seja, consiga ‘codificar e decodificar’ os sons da língua (fonemas) em material gráfico (grafemas ou letras)”, ação que, segundo a

BNCC, desenvolve uma “consciência fonológica” (BRASIL, 2017c, p. 89-90, grifo do autor).

> Assim, no Ensino Fundamental – Anos Iniciais, no eixo **Oralidade**, aprofundam-se o conhecimento e o uso da língua oral, as características de interações discursivas e as estratégias de fala e escuta em intercâmbios orais; no eixo **Análise Linguística/Semiótica**, sistematiza-se a alfabetização, particularmente nos dois primeiros anos, e desenvolvem-se, ao longo dos três anos seguintes, a observação das regularidades e a análise do funcionamento da língua e de outras linguagens e seus efeitos nos discursos; no eixo **Leitura/Escuta**, amplia-se o letramento, por meio da progressiva incorporação de estratégias de leitura em textos de nível de complexidade crescente, assim como no eixo **Produção de Textos**, pela progressiva incorporação de estratégias de produção de textos de diferentes gêneros textuais. (BRASIL, 2017c, p. 89, grifos do autor).

Em relação à matemática, a BNCC orienta que a aprendizagem em Matemática esteja diretamente relacionada à compreensão e à aplicação de significados dos objetos matemáticos, que resultem das conexões que os alunos estabelecem entre esses significados e os demais componentes curriculares, o seu cotidiano e os diversos temas matemáticos. Acrescenta ainda que o uso de “recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e *softwares* de geometria dinâmica”, integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização do processo de formalização da aprendizagem, são fundamentais para a compreensão e para a aplicação dos conceitos matemáticos (BRASIL, 2017c, p. 276). Essas diretrizes nos levam a pensar que esses documentos norteadores da prática docente também possam apresentar pressupostos que revelem uma concepção de natureza empirista e de cunho mentalista dos conceitos de compreensão e de significado matemáticos, que tendem a ter implicações no ensino e na aprendizagem[14] como já mencionado no primeiro capítulo.

Desse modo, no que diz respeito à alfabetização, identificamos que as orientações da BNCC enfatizam mais a alfabetização em língua materna, por isso, nosso estudo se volta para a proposta de alfabetização definida no PNAIC, que abrange a alfabetização em língua materna e a alfabetização em matemática,

---

[14] Esta hipótese é mais explicitada nos próximos capítulos, nos quais apresento concepções de natureza empirista do significado e da compreensão do conhecimento matemático que permeiam os cadernos do PNAIC, diretrizes semelhantes também foram observadas nos PCN (GOTTSCHALK 2002), e que denotam claramente um compromisso com o construtivismo cognitivista piagetiano.

associadas ao uso de recursos didáticos e de tecnologias como forma de potencializar o processo de alfabetização.

2.2 Questão de pesquisa

Este estudo inspira-se no modo de fazer filosofia do segundo Wittgenstein, que pode ser definido como uma atividade terapêutica que busca descrever os usos de palavras com a finalidade de dissolver confusões conceituais, criadas pela má compreensão da gramática de nossa linguagem (IF, § 111), em decorrência de modelos referenciais da linguagem que generalizam e limitam a compreensão de todas as possibilidades de usos da linguagem, conforme exemplifica o próprio Wittgenstein no início das *Investigações Filosóficas* com a seguinte passagem das *Confissões* de Agostinho (I, 8), em que o filósofo da patrística descreve como aprendeu a língua materna:

> [Quando os adultos nomeavam um objeto qualquer voltando-se para ele, eu o percebia e compreendia que o objeto era designado pelos sons que proferiam, uma vez que queriam chamar a atenção para ele. Deduzia isto, porém, de seus gestos, linguagem natural de todos os povos, linguagem que através da mímica e dos movimentos dos olhos, dos movimentos dos membros e do som da voz anuncia os sentimentos da alma, quando esta anseia por alguma coisa, ou segura, ou repele, ou foge. Assim, pouco a pouco eu aprendia a compreender o que designavam as palavras que eu sempre de novo ouvia proferir nos seus devidos lugares, em diferentes sentenças. Por meio delas eu expressava os meus desejos, assim que minha boca se habituara a esses signos.] (Agostinho *apud* Wittgenstein, IF, § 1).

Na concepção agostiniana da linguagem, o indivíduo nomeia o objeto, aponta para ele, emite sons e associa a palavra à imagem do objeto; tal visão entende que aprendemos a língua materna por meio de manifestações expressas por outros indivíduos sob os objetos no mundo exterior. Wittgenstein faz uso dessas afirmações de Agostinho para criticar a concepção referencial da linguagem subjacente a elas e problematizar reflexões filosóficas que se pautam neste modelo exclusivista do funcionamento da linguagem. Para o filósofo austríaco, esta é uma concepção primitiva da linguagem, bastante simples e limitada (IF, § 4), que representa apenas uma etapa do seu aprendizado; além do que, a linguagem não se resume à mera designação, como o próprio filósofo afirma:

> Pense nas ferramentas dentro de uma caixa de ferramentas: encontram-se aí um martelo, um alicate, uma serra, uma chave de fenda, um metro, uma lata de cola, cola, pregos e parafusos. – Assim como são diferentes as funções desses objetos, são diferentes as funções das palavras. (E há semelhanças aqui e ali.) (IF, § 11).

Assim, existem usos das palavras que não se referem diretamente aos objetos por elas nomeados (IF, § 1). Para defender seu ponto de vista, enquanto atividade terapêutica, Wittgenstein recorre a alguns exemplos sobre o emprego da linguagem:

> Pense agora no seguinte emprego da linguagem: mando alguém fazer compras. Dou-lhe um pedaço de papel, no qual estão os signos: "cinco maçãs vermelhas". Ele leva o papel ao negociante; este abre o caixote sobre o qual encontra-se o signo "maçãs"; depois, procura numa tabela a palavra "vermelho" e encontra na frente desta um modelo de cor; a seguir, enuncia a série dos numerais – suponho que a saiba de cor – até a palavra "cinco" e a cada numeral tira do caixote uma maçã da cor do modelo. - Assim, e de modo semelhante, opera-se com palavras. - "Mas como ele sabe onde e como procurar a palavra 'vermelho', e o que vai fazer com a palavra 'cinco'?" – Ora, suponho que ele *aja* como eu descrevi. As explicações têm em algum lugar um fim. – Mas qual é a significação da palavra "cinco"? – De tal significação nada foi falado aqui; apenas, de como a palavra "cinco" é usada (IF, § 1).

Nesse primeiro exemplo, Wittgenstein inicia sua terapia filosófica da concepção referencial de linguagem, descrevendo as ações e o uso que está sendo feito da linguagem, tendo como finalidade dissolver e esclarecer equívocos de natureza conceitual atrelados a esta concepção. Ele não está preocupado em apresentar teorias sobre a linguagem, trata-se apenas de descrever como uma palavra é usada efetivamente em diferentes situações e contextos linguísticos. Na situação apresentada no parágrafo 1 das *Investigações Filosóficas*, o filósofo pede que se pense como deveríamos compreender a expressão "*cinco maçãs vermelhas*" num contexto em que uma pessoa realiza compras. Considerando o modelo agostiniano, é provável que se pense que cada palavra nomeia um objeto: *cinco é o nome de um número*, *maçã é o nome de uma fruta* e *vermelho é o nome de uma cor*, ou seja, cada palavra corresponde a um tipo de objeto em questão. Wittgenstein, contudo, pergunta "qual é a significação da palavra 'cinco'?" e, ao mesmo tempo responde que sobre "tal significação nada foi falado aqui; apenas, de como a palavra 'cinco' é usada", e deixa claro que tais palavras (cinco, maçãs e vermelhas) têm usos diferentes, que podem ser descritos sem a necessidade de se pressupor um objeto que corresponda a elas. De acordo com Wittgenstein, é nesses usos que devemos buscar a explicação do

significado das palavras. A confusão surge quando acreditamos que *deve* haver um objeto que corresponda a cada uma das palavras da expressão acima, e então nos deparamos com a palavra “cinco”, a que corresponderia esta palavra? Podemos apontar para um objeto correspondente a ela do mesmo modo que apontamos para uma maçã vermelha?

Moreno (1993) esclarece que a *terapia filosófica* ou descrição gramatical de Wittgenstein tem como alvo a aplicação dogmática dos conceitos, causada pelo uso referencial da linguagem. E sua finalidade é dissolver problemas filosóficos decorrentes da aplicação exclusivista e uniforme da imagem agostiniana[15].

> A descrição gramatical cumpre uma função terapêutica enquanto, por meio de comparações com outras expressões lingüísticas tomadas de jogos de linguagem muito diferentes, mostra e esclarece as semelhanças de conjunto e de detalhe entre os diversos usos das palavras; evita, assim a “dieta unilateral” de imagens exclusivistas. Passamos a ver, claramente, que a verdade e a necessidade dos enunciados matemáticos não exprimem fatos nem essências matemáticas. Exprimem, pelo contrário, nossa “atitude” (*Einstellung*) em face de técnicas de cálculo e ao uso que fazemos dos números (MORENO, 1993, p. 39).

Segundo Moreno (1993), essa nova concepção de atividade filosófica mostra que os jogos de linguagem servem como objetos de “comparação” para diferenciar a aplicação das palavras e dos conceitos, ampliando, assim, o domínio da significação das palavras. Podendo ainda ajudar, não somente na compreensão da concepção de linguagem wittgensteiniana, mas também dissolver as confusões presentes numa visão dogmática dos conceitos (MORENO, 2005).

Para ampliar essa discussão, no parágrafo 2 das *Investigações Filosóficas*, Wittgenstein expõe outro exemplo, desta vez com a palavra “laje”, no qual devemos imaginar uma comunicação entre dois trabalhadores num canteiro de obra, A e B; um deles grita uma palavra e, em resposta, o outro, ao ouvi-la, vai buscar o objeto:

> (...) A constrói um edifício usando pedras de construção. Há blocos, colunas, lajes e vigas. B tem que lhe passar as pedras na sequência em que A delas precisa. Para tal objetivo, eles se utilizam de uma linguagem constituída das palavras: “bloco”, “coluna”, “laje”, “viga”. A grita as palavras; - B traz a pedra que aprendeu a trazer ao ouvir esse grito. – Conceba isto como uma linguagem completa (IF, § 2).

[15] A imagem referencial, apontada por Agostinho, é apenas uma das técnicas usadas na linguagem.

Com este exemplo, é improvável alguém afirmar que, ao gritar “laje”, A realiza a descrição de um objeto. Ao gritar esta palavra, A dá uma ordem a B, que entende “Traga-me uma laje!”. Trata-se de uma situação em que a palavra “laje” não é usada para se referir a um objeto, mas sim, de forma elíptica, expressando uma ordem: “traga-me uma laje!”.

Para Wittgenstein, este tipo de situação linguística ilustra um uso não referencial da linguagem e exemplifica uma situação em que os significados são decididos na prática, em um contexto, seguindo regras, em geral, pré-estabelecidas, ou seja, este mesmo enunciado poderia adquirir outro sentido em outras situações.

Em resumo, Wittgenstein questiona a existência de um significado essencial das palavras e explica que o sentido de uma palavra resulta de sua aplicação em situações concretas de uso da linguagem (IF, § 43). É possível até fazer um uso referencial da linguagem, contudo, não podemos generalizar este uso para todas as palavras. “Não se pode adivinhar como uma palavra funciona. É preciso que se *veja* a sua aplicação e assim se aprenda” (IF, § 340), ou seja, os significados são constituídos a partir dos usos cotidianos da palavra, e não por conta própria.

Assim, a partir da crítica de Wittgenstein à concepção referencial da linguagem, pretendo analisar o pressuposto teórico presente nos cadernos do PNAIC no que concerne aos usos da expressão *alfabetização matemática*. Há indícios de que a proposta metodológica presente nesses documentos defende que o conhecimento matemático seria construído progressivamente em sala de aula, ambiente que deve comtemplar e valorizar sucessivas interações com o meio e socializações das descobertas dos alunos, e propõe para isso, uma metodologia que se inspira em procedimentos das ciências empíricas, cuja proposição tem um uso eminentemente referencial.

Diante desse contexto, delineamos a seguinte questão que norteia esta pesquisa de doutorado: **Como a expressão *alfabetização matemática* vem sendo usada nos cadernos do PNAIC e qual a concepção de linguagem que está pressuposta nesses usos?** Essas perguntas surgem diante de um cenário de renovação curricular na educação básica, em especial, da alfabetização, que necessita ser implementada para cumprir a meta cinco do PNE, que prevê que toda criança brasileira esteja plenamente alfabetizada até o final do 3º ano do EF em escolas rurais e urbanas (BRASIL, 2013; 2014a). Essa revalorização reacendeu os debates sobre a alfabetização e a importância de fazer os alunos compreenderem

textos complexos, de se comunicarem por escrito e de conhecerem diferentes operações matemáticas, que utilizem as novas possibilidades de comunicação. Considera-se ainda que, mesmo com todo o investimento do governo federal em políticas públicas, por meio da formação continuada de professores para que as crianças finalizem o 3º ano do EF plenamente alfabetizadas, como já mencionamos, avaliações, como a ANA, têm mostrado baixos índices de desempenho dos alunos na faixa etária dos 8 anos de idade. Consequentemente, este quadro favoreceu a criação de propostas e de medidas que incidiram diretamente sobre as práticas pedagógicas, o que fez a temática “alfabetização e letramento” não só ganhar relevância, mas também mobilizar reflexões acerca da formação continuada dos professores e da apropriação do conhecimento escolar pelos alunos e, consequentemente, surgir muitos debates.

Nossa hipótese é a de que os documentos do PNAIC adotam uma concepção referencial da linguagem matemática, em particular, ao proporem diretrizes metodológicas ancoradas em uma perspectiva construtivista da alfabetização matemática, pautada em pressupostos normativos, o que, a nosso ver, pode conduzir a alguns equívocos de natureza conceitual no que tange ao ensino e à aprendizagem da matemática na etapa da Alfabetização.

Silveira e Silva (2013) exemplificam essa situação a partir de uma pesquisa realizada com professores em formação do Curso de Licenciatura em Matemática que, diante da aplicação de conceitos matemáticos como operações matemáticas e sua validade, demonstraram falta de clareza e de domínio dos conteúdos matemáticos. Segundo a pesquisa, os professores em formação, embora saibam “resolver derivadas e integrais de funções algébricas, não sabem, por exemplo, como justificar a validade do algoritmo da divisão de frações” (SILVEIRA; SILVA, 2013, p. 17). A pesquisa aponta também que os estudantes não aprenderam tais conhecimentos na Educação Básica nem os esclareceram na formação docente, o que pode demonstrar que “os professores de Matemática não dominam os conteúdos que precisam ensinar” (SILVEIRA; SILVA, 2013, p. 11). Os professores em formação não percebem que quando os conceitos matemáticos são aplicados podem levar a dificuldades de aprendizagem, caso os alunos não compreendam seus significados. E até mesmo professores não percebem que os conceitos matemáticos são criações humanas sem a necessidade ou a preocupação de aplicação concreta imediata. De modo similar, nosso trabalho se propõe apontar algumas das confusões que o uso

referencial da linguagem matemática, implícito nas diretrizes pedagógicas presentes nos cadernos do PNAIC, pode provocar nas práticas pedagógicas dos professores alfabetizadores.

Então, faz-se necessário conhecer o que o PNAIC propõe para a etapa de alfabetização matemática até o 3º ano do EF, bem como algumas pesquisas em EM que se referem a esta etapa de formação escolar. Ressalto que essas orientações curriculares são referência para a alfabetização até o 3º ano do EF, foram enviadas a todas as instituições participantes das ações do PNAIC e estão disponíveis no sítio eletrônico do MEC[16].

Diante disso, objetivo, neste estudo, responder as questões apresentadas anteriormente, recorrendo às ideias filosóficas da segunda fase do pensamento de Wittgenstein, relativas ao papel da linguagem na constituição dos sentidos que atribuímos aos fatos do mundo. Sua concepção de filosofia, recorre a uma espécie de método, denominado *terapia filosófica* ou *terapia wittgensteiniana*, e pode ser vista como o "método de filosofar" de Wittgenstein. Segundo essa perspectiva, problemas filosóficos e equívocos conceituais podem ocorrer quando não se atenta para o funcionamento da linguagem ou quando se faz um uso dogmático dos conceitos. A terapia wittgensteiniana surge como uma atividade filosófica de esclarecimento conceitual para prevenir e para desfazer equívocos de natureza conceitual (IF, § 111) e incide sobre o pensamento dogmático presente em imagens geradas por estranhas interpretações dos conceitos (MORENO, 1993). A atividade filosófica, desenvolvida por Wittgenstein, tem como alvo o esclarecimento de confusões ou equívocos conceituais, criados por uma interpretação errônea do emprego ou da gramática de nossa linguagem. E estes problemas não são solucionados por meio da aquisição de novas informações, antes, eles são "dissolvidos", "dissipados" e desaparecem, à medida que os mal-entendidos gramaticais são eliminados. É nesse sentido que a filosofia adquire a função de terapia, pois, "luta contra o enfeitiçamento de nosso intelecto pelos meios de nossa linguagem" (IF, § 109), com o intuito de libertar o filósofo de seus problemas como se o curasse de uma doença (IF, § 255).

É, a partir dessa concepção, que buscamos identificar possíveis equívocos que ocorrem no ensino da matemática e verificar como podem ser evitados pelos professores alfabetizadores em sala de aula.

---

[16] PNAIC: http://pacto.mec.gov.br/index.php.

2.3 Fontes documentais da pesquisa: os cadernos do PNAIC

As fontes documentais que constituem o objeto desta pesquisa fazem parte do programa Alfabetização na Idade Certa cujos antecedentes e histórico são apresentados a seguir. São documentos escritos e produzidos pelo Governo Federal para orientar a prática da alfabetização matemática; dessa forma, os cadernos PNAIC, além de serem materiais norteadores e orientadores da alfabetização no Brasil, são utilizados por muitos professores alfabetizadores do sistema educacional brasileiro, o que pode influenciar, em algum grau, a sua prática pedagógica.

O PNAIC é uma política pública, criada em 2012, em que os entes federados (governo federal, Distrito Federal, estados e municípios) se comprometeram para *garantir que toda criança até 8 anos* de idade, ao final do 3º ano do EF, e*steja plenamente alfabetizada.*

> Ao aderir ao programa, os entes governamentais se comprometem a alfabetizar todas as crianças em língua portuguesa e em matemática, realizar avaliações anuais universais aplicadas pelo INEP, junto aos concluintes do 3º ano do ensino fundamental e, no caso dos estados, apoiar os municípios que tenham aderido às ações do PNAIC para sua efetiva implementação (BRASIL, 2015a, p. 22).

O Governo Federal, representado pelo Ministério da Educação (MEC) e em parceria com universidades, deve promover cursos de formação de professores e orientadores de estudo; conceder bolsas de apoio a eles; oferecer materiais didáticos; distribuir e aplicar as avaliações.

O Distrito Federal, os Estados e os Municípios devem gerenciar e monitorar a implementação das ações; promover a participação das escolas nas avaliações; aplicar a Provinha Brasil; garantir a participação dos professores alfabetizadores nos cursos de formação; indicar orientadores de estudo e custear o deslocamento e a sua hospedagem para os eventos de formação; designar coordenadores para as ações do programa; disponibilizar assistência técnica às escolas e promover a articulação do PNAIC com o Novo Mais Educação[17].

Para alcançar o objetivo do PNAIC, o MEC disponibilizou um conjunto integrado de ações apoiado em quatro eixos de atuação: 1) a Formação continuada dos

---

[17] Programa de Educação Integral do MEC, criado pela Portaria nº 1.144/2016-MEC e regido pela Resolução nº 17/2017-FNDE. Trata-se de uma estratégia do MEC que objetiva melhorar a aprendizagem em língua portuguesa e em matemática no EF, por meio da ampliação da jornada escolar dos alunos, otimizando o tempo de permanência deles na escola.

professores alfabetizadores, 2) os Materiais Didáticos e Pedagógicos, 3) as Avaliações e 4) o Controle Social e Mobilização.

1) Formação dos professores alfabetizadores: Cursos são presenciais, com duração de dois anos e carga horária de 120 horas anuais, de acordo com o Programa Pró-Letramento. As aulas são ministradas por orientadores de estudo, professores das redes de ensino e que fazem um curso específico de 200 horas anuais em universidades públicas que participam do PNAIC. O MEC recomenda que eles sejam escolhidos entre os tutores do Pró-Letramento.
2) Fornecimento de materiais didáticos: Livros didáticos e literários, manuais do professor, obras pedagógicas complementares e acervos de dicionários de língua portuguesa são oferecidos por meio do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e do Programa Nacional Biblioteca da Escola (PNBE), jogos pedagógicos de apoio à alfabetização; obras de apoio pedagógico aos docentes e tecnologias educacionais de apoio.
3) Avaliação: Avaliação processual, discutida no curso de formação, pode ser realizada pelo docente em sala de aula, de forma interna; sistema informatizado para inserir os resultados da Provinha Brasil de cada criança, o que deve ser feito pelos professores e a aplicação, em todas as turmas de concluintes do 3º ano, de uma avaliação externa universal. O objetivo é medir o nível de alfabetização ao final do ciclo de alfabetização.
4) Gestão e mobilização: O PNAIC deve formar um arranjo institucional para ser gerido em quatro frentes: comitê gestor nacional; coordenação institucional em cada estado; coordenação estadual e coordenação municipal (as duas últimas monitoram e acompanham as ações do programa em suas redes).

O PNAIC é considerado uma ação inédita do MEC em parceria com o Governo Federal, os governos estaduais e municipais e o Distrito Federal, que têm mobilizado esforços e recursos, no intuito de valorizar professores e escolas, oferecer apoio pedagógico com materiais didáticos de alta qualidade para os alunos e implementar sistemas adequados de avaliação, gestão e monitoramento. Dessa forma, o programa pretende contribuir para uma reflexão das práticas e das experiências dos professores, que resulte na alfabetização na perspectiva do letramento, nas diversas áreas do conhecimento, de todos os alunos das escolas públicas brasileiras. Pois, a história do Brasil tem revelado uma dura realidade ao constatar que muitas crianças

têm concluído sua escolarização sem estarem completamente alfabetizadas. Assim, o PNAIC surge como “uma luta para garantir o direito de alfabetização plena a meninas e a meninos, até o final do ciclo de alfabetização” e “contribuir para o aperfeiçoamento profissional dos professores alfabetizadores” (BRASIL, 2015a, p. 10) a partir de um conjunto de ações do MEC, que tem como eixo principal a formação continuada dos docentes.

O programa foi criado em 2012 tendo como meta alfabetizar todas as crianças até os 8 anos de idade, mas as ações, propriamente ditas, só se iniciaram em 2013. O propósito do programa é, por meio de cursos de formação continuada[18] ministrados pelas universidades, apoiar os professores, que atuam na alfabetização, incluindo as turmas multisseriadas e multietapa, no planejamento de suas aulas e no uso dos materiais e das referências curriculares e pedagógicas disponibilizadas pelo MEC às redes que aderirem ao PNAIC. Por conta da dimensão do programa e da universalidade de seu alcance, o ano de 2012 foi marcado pela articulação entre os participantes das ações, por exemplo, as universidades organizaram-se e constituíram as equipes de formação que atuariam nos mais de 5 mil municípios que aderiram ao PNAIC. Este planejamento exigiu muita articulação entre as universidades parceiras e o MEC, pois as ações necessitavam de um trabalho conjunto entre as equipes formadoras de linguagem e de matemática, que permitisse a continuidade dos trabalhos com as duas áreas de conhecimento.

Em 2013, ocorreu a implementação do projeto, considerado o maior programa de formação de professores já desenvolvido pelo MEC, com ações que enfatizaram a formação em Língua Portuguesa; em 2014, a formação enfatizou a formação em Matemática sem, contudo, abandonar o trabalho desenvolvido com a Língua Portuguesa no ano anterior; e em 2015, as ações ampliaram-se para as demais áreas do conhecimento, de forma interdisciplinar[19], e abrangeram a educação integral das crianças nesse início de escolarização (BRASIL, 2015a).

---

[18] A formação continuada de professores está respaldada na Política Nacional de Formação de Profissionais do Magistério da Educação Básica, instituída pelo Decreto nº 6.755/2009. Enquanto política nacional, a formação continuada é um componente essencial da profissionalização docente, por isso, deve estar integrada ao cotidiano da escola e pautar-se no respeito e na valorização docente, além de buscar a melhoria da qualidade do ensino e ao aperfeiçoamento da prática docente.

[19] O PNAIC considera todos os componentes curriculares importantes para o ciclo da Alfabetização, por isso, os cadernos são articulados de tal forma que ocorra uma interação e um diálogo entre diferentes áreas do conhecimento e que privilegie práticas sociais com o intuito de estabelecer ligações para a construção de um currículo interdisciplinar. Segundo o PNAIC, “a interdisciplinaridade implica uma vontade e um compromisso dos atores envolvidos de elaborar um contexto mais geral, no qual

A operacionalização da etapa de formação continuada de professores alfabetizadores prevista pelo PNAIC ocorre por meio de um curso, ofertado pelas universidades e estas, em parceria com as secretarias de educação e com escolas públicas se articulam para a realização da formação dos professores alfabetizadores que estão em salas de aula. Em seguida, dois grupos de professores (formadores e orientadores de estudo) atuam sobre um terceiro grupo (professores alfabetizadores), que é o alvo maior do programa. O professor formador[20] realiza a formação dos orientadores de estudo[21], estes, por sua vez, organizam a formação dos professores alfabetizadores, atuantes nos três primeiros anos, em escolas públicas. A intenção é que esse tripé (formadores + orientadores de estudo + professores alfabetizadores) mobilize "diferentes saberes que se materializarão em práticas escolares, que devem resultar em conhecimentos efetivos para as crianças" (BRASIL, 2015a, p. 28).

Durante a formação, o orientador de estudos e o professor alfabetizador recebem um kit com cadernos para a formação, que deve ser trabalhado de acordo com a carga horária (CH) descrita nas orientações[22]. Em 2014, foram 13 cadernos: um caderno de Apresentação, oito cadernos de formação com textos teóricos sobre formação de professores e EM, relatos de experiência de professores e sugestões de atividades, dois cadernos de Referência[23] (Educação Inclusiva e Educação Matemática do Campo) e dois cadernos de jogos (um com sugestões para o uso dos jogos na alfabetização matemática e um com a descrição de alguns para o ciclo de alfabetização) (Anexo 1).

Em 2015, foram 12 cadernos: um caderno de Apresentação, um caderno de Gestão Escolar no Ciclo de Alfabetização e dez cadernos de formação com textos teóricos sobre formação de professores, relatos de experiência de professores e sugestões de atividades (Anexo 2).

A proposta de formação dos professores alfabetizadores do PNAIC, a partir destes cadernos, objetiva "ampliar as discussões sobre a alfabetização na perspectiva do letramento, numa abordagem interdisciplinar", sem esquecer as especificidades de

---

cada uma das disciplinas em contato é modificada e passa a depender claramente uma das outras" (BRASIL, 2015c, p. 11).

[20] Profissional selecionado pela universidade pública.

[21] Profissional selecionado pelo município, a partir de critérios estabelecidos pelo MEC.

[22] Em 2013, o foco da formação foi a Língua Portuguesa, por não ser um aspecto a ser analisado neste trabalho, não apresentaremos os objetivos dos cadernos desta formação.

[23] Os cadernos de Referência não fizeram parte do cronograma de formação, mas apresentam conteúdos importantes para que o alfabetizador amplie sua compreensão sobre a complexidade do sistema escolar brasileiro.

cada área do conhecimento e das disciplinas curriculares e mantendo um diálogo permanente e sistemático entre o professor e a equipe pedagógica da escola com o intuito de garantir os direitos de aprendizagem e a qualidade do ensino público brasileiro (BRASIL, 2015a, p. 7).

De acordo com dados disponíveis no Sistema Informatizado de Monitoramento do PNAIC (SisPacto), em 2013, o programa formou 313.599 professores alfabetizadores em curso com carga horária de 120 horas, com ênfase em Língua Portuguesa; em 2014, 311.916 profissionais realizaram a formação, que enfatizou a Matemática, em curso com carga horária de 160 horas; em 2015, com ênfase na alfabetização e letramento das crianças, capacitaram 302.057 professores por meio de ações que estimularam a ação reflexiva do professor sobre o tempo e o espaço escolares, o currículo inclusivo, o direito de aprendizagem de toda criança, as identidades sociais e individuais e a integração dos componentes curriculares no trabalho pedagógico; em 2016, o coordenador pedagógico foi incluído como público-alvo da formação, neste ano, 248.919 alfabetizadores e 38.598 coordenadores pedagógicos realizaram cursos com carga horária mínima de 100 horas, o princípio básico da formação foi refletir sobre a própria prática docente.

Para 2017[24], o MEC propôs inovar o programa enfocando numa maior intencionalidade pedagógica das formações e da atuação dos formadores, articulada a um modelo de fortalecimento da capacidade institucional local, reforçando a importância de atores locais comprometidos com os processos formativos e de monitoramento, avaliação e intervenção pedagógica.

> Os professores, seus formadores e gestores, tendo altas expectativas sobre as crianças e mobilizando seus conhecimentos para que elas possam progredir no domínio da língua materna e da Matemática, em uma perspectiva ampla de formação interdisciplinar e integral, ratificam seu compromisso ético-profissional de trabalhar com excelência, compreendendo a etapa de Alfabetização como fundamental para incluir todos os brasileiros que chegam à escola em uma trajetória escolar de sucesso, em busca de novos patamares de educação ao longo da vida e exercício pleno da cidadania (BRASIL, 2017b, p. 12).

Assim, o PNAIC assume uma perspectiva mais ampla de alfabetização e propõe trabalhar a Alfabetização na Idade Certa, a melhoria da aprendizagem em

[24] Até a data de entrega deste texto, o MEC ainda não havia disponibilizado os dados das formações de 2017; 2018 e 2019. O site encontra-se em manutenção.

Língua Portuguesa e em Matemática no EF, a inclusão da Educação Infantil e o Programa Novo Mais Educação. O intuito é promover a cooperação federativa e apoiar a constituição de equipes de coordenadores vinculados às redes de ensino para assegurar o acompanhamento das ações do programa e avaliar a aprendizagem dos estudantes.

2.4 Considerações sobre a orientação teórico-metodológica da pesquisa

Conforme já visto anteriormente, este trabalho objetiva não apenas fazer uma reflexão acerca das concepções de linguagem na alfabetização em que se apoiam os documentos oficiais que orientam a alfabetização no Brasil, especificamente, a Alfabetização Matemática, como também abordar os problemas filosóficos vivenciados pelos professores no processo de alfabetização descritos nestes documentos, a relação teoria e prática contida nos documentos oficiais e as formas de avaliação da etapa de alfabetização, a partir das ideias filosóficas da segunda fase do pensamento de Wittgenstein, relativas ao papel da linguagem na constituição dos sentidos que atribuímos aos fatos do mundo.

Para alcançarmos nosso objetivo, optamos por uma pesquisa de natureza qualitativa que toma como objeto de investigação os Cadernos do PNAIC que orientam a alfabetização em nosso país. Para lidar com essa questão de investigação, procuramos nos orientar pelo pressuposto fundamental subjacente à filosofia da linguagem proposta pelo filósofo austríaco Ludwig Wittgenstein (1889-1951) de que “o significado de uma palavra é seu uso na linguagem” (IF, § 43). Neste sentido, com base neste pressuposto, esforçamo-nos para produzir uma reflexão sobre a concepção de linguagem que permeia os documentos norteadores da Alfabetização Matemática e identificar confusões de natureza conceitual que podem levar a equívocos nas práticas pedagógicas da alfabetização matemática.

Nossa pesquisa envolve a leitura, a compreensão e a interpretação dos Cadernos do PNAIC, orientações curriculares nacionais para a Alfabetização Matemática, e pesquisas que tratam da alfabetização matemática, pois, de acordo com Flick (2009), é importante considerar quem produziu, com que objetivo e quais intenções e qual a forma como eles foram produzidos. O autor ainda acrescenta que,

> os documentos não são somente uma simples representação dos fatos ou da realidade. Alguém (ou uma instituição) os produz visando a algum objetivo (prático) e a algum tipo de uso (o que também inclui a definição sobre a quem está destinado o acesso a esses dados). Ao decidir-se pela utilização de documentos em um estudo, deve-se sempre vê-los como meios de comunicação (FLICK, 2009, p. 232).

A partir desta premissa, buscamos aprofundar o assunto e desenvolver um estudo no âmbito da EM, com o intuito de alcançarmos nosso objetivo, para isso vários caminhos precisaram ser planejados e trilhados.

Como já informamos acima, nossa pesquisa adota uma abordagem qualitativa. A escolha por essa abordagem se deve ao fato de que a pesquisa qualitativa possibilita a compreensão mais profunda do objeto investigado, já que se insere no universo conceitual dos sujeitos e visa melhor compreender as relações existentes e imbricadas no objeto pesquisado (MYNAIO, 2001).

Consideramos a pesquisa qualitativa de grande relevância, pois, conforme Flick (2009), trata-se de uma investigação que estuda as relações sociais e que vai além da decisão de fazer uso de uma entrevista ou um questionário. O autor ressalta que, ao longo da pesquisa, o processo de estudo qualitativo se torna mais elaborado e "obriga o pesquisador a refletir permanentemente sobre todo o processo de pesquisa e sobre etapas específicas à luz das outras etapas" (FLICK, 2009, p. 98).

Por se pautar em documentos oficiais que norteiam a alfabetização matemática no Brasil, sabemos que uma pesquisa como essa, pode apresentar limitações, pois a amostra pode não apresentar a representatividade que queremos e a análise apresentar subjetividades (FIORENTINI; LORENZATO, 2012). Todavia, esperamos que a abordagem qualitativa contribua para a interpretação de nossa hipótese, de nossa análise, de nossa compreensão dos processos e de nossas contribuições quanto ao objeto investigado.

Diante desta realidade, adotamos um referencial teórico a partir da leitura de publicações no âmbito da EM (BICUDO, 1993; FIORENTINI; LORENZATO, 2012; FIORENTINI, 1994; 1995; GARNICA, 1999; D'AMBRÓSIO, 2002; GOTTSCHALK, 2002; 2004; 2006; 2007; 2008; 2012; 2013; 2014a; 2014b; 2014c; 2017; 2018; SILVEIRA, 2008; 2011; 2013; 2014a; 2014b; SILVEIRA; LACERDA, 2013; VILELA, 2007; CARDOSO, 2009) e da alfabetização matemática (DANYLUK, 1998; 2010; MACHADO, N., 2001; SILVA, 2015; BUENO, 2009; MAIA, 2013; SILVEIRA, 2008;

2011; 2013; 2014a; 2014b; SILVEIRA; LACERDA, 2013; VILELA, 2007; CARDOSO, 2009), que discutiremos no quarto capítulo.

3 A TERAPIA FILOSÓFICA DE WITTGENSTEIN

Neste capítulo, apresento a filosofia de Wittgenstein entendida como uma atividade que busca esclarecer por meio da descrição gramatical os equívocos provocados pelo uso exclusivamente referencial da linguagem.

3.1 Um pouco da história de Ludwig Wittgenstein

Ludwig Josef Johann Wittgenstein nasceu em Viena, no dia 26 de abril de 1889, grande filósofo da linguagem, influenciou o Círculo de Viena e foi um dos principais atores da virada linguística na filosofia do século XX. Contribuiu para a renovação da Lógica na década de 1920, sendo considerado um dos pais da filosofia analítica.

Herdeiro de uma das maiores fortunas austríacas, estudou Engenharia Mecânica em Berlim (1906) e na Universidade de Manchester (1908). Mais tarde, interessou-se por problemas da lógica matemática e estudou com Bertrand Russel entre 1912 e 1913, na Universidade de Cambridge. Entre 1913 e 1914, viveu na Noruega dedicando-se ao estudo da lógica.

O início da Primeira Guerra Mundial, em 1914, levou Wittgenstein a se alistar como voluntário no exército austríaco, ato que o levou a servir na linha de frente na Rússia e na Itália. Entre novembro de 1918 e agosto de 1919, foi mantido prisioneiro pelos italianos. Durante este período, escreveu o *Tractatus Logico-Philosophicus*, publicado em alemão em 1921 e traduzido para o inglês em 1922. Uma leitura desatenta pode induzir o leitor a pensar que a obra pretende acabar com a ética, a filosofia e a religião, tudo aquilo que estaria desprovido de sentido. Todavia, uma leitura mais cuidadosa mostra um pensador que busca preservar o mistério da vida.

Após ser libertado, Wittgenstein resolve desfazer-se de sua fortuna, herdada em 1913, em virtude do falecimento de seu pai. Entre 1919 e 1926, engajou-se na atividade docente como professor de escola primária em três aldeias na montanha na Baixa Áustria. Em 1926, em decorrência de seu estilo rigoroso e devido a problemas com a comunidade rural dessas escolas, cujos pais tinham outras expectativas para seus filhos, ele renuncia ao seu emprego e retorna para Viena, onde inicia outra experiência, dessa vez como jardineiro e, em 1929, envolve-se na construção de uma casa para uma de suas irmãs.

No final dos anos vinte, volta a se dedicar à filosofia e ingressa em 1929 na Universidade de Cambridge, onde recebe o grau de doutor com base na sua obra publicada em 1921. A partir de 1930, Wittgenstein inicia uma nova fase da sua filosofia e se consagra em sua obra intitulada *Investigações Filosóficas*, publicada postumamente em 1953.

Em razão de sua origem judaica, Wittgenstein e a sua família foram perseguidos pelos nazistas e perderam boa parte de seus bens. Em 1939, naturalizou-se cidadão britânico e ocupou uma cátedra na Universidade de Cambridge. Durante a Segunda Guerra Mundial (1939-1945), trabalhou como voluntário num Hospital em Londres. Depois da Guerra, demitiu-se da Universidade e passou a viver entre a Irlanda, Oxford e Cambridge. Faleceu em 27 de abril de 1951 na casa do seu médico e amigo, Dr. Bevan, em Cambridge.

3.2 A linguagem na perspectiva de Wittgenstein

Wittgenstein é uma figura bastante representativa na filosofia da linguagem por ter revolucionado o modo de pensar a linguagem ao ver a filosofia como uma atividade terapêutica e sugerir que a linguagem fosse olhada em seu funcionamento, de forma pragmática, a partir de seus efetivos usos em situações do cotidiano[25]. A concepção wittgensteiniana de linguagem é bastante relevante para o ensino e a aprendizagem da matemática, pois o filósofo vê a matemática como uma atividade que envolve o domínio de procedimentos e de proposições matemáticas que desempenham uma função normativa, diferencia-se, assim, de situações do cotidiano em que nossos enunciados também têm como finalidade a descrição de fatos empíricos.

De modo geral, o pensamento de Wittgenstein é dividido em duas fases: a primeira, atribui-se ao período da juventude, chamada de primeiro Wittgenstein, na qual publicou, em vida, a obra *Tractatus Logico-Philosophicus* (1922) e a segunda, chamada de segundo Wittgenstein, na qual escreveu as *Investigações Filosóficas* (1953), organizada por seus alunos/discípulos e publicada postumamente.

Na obra da primeira fase, *Tractatus Logico-Philosophicus*, Wittgenstein trata de lógica e de ética, fundamentalmente, e procura esclarecer as condições lógicas que o pensamento e a linguagem devem atender para poderem representar o mundo, ou

[25] Como vimos no capítulo 2, ao mencionarmos o parágrafo 1 das *Investigações Filosóficas*, na situação do feirante que recebe o bilhete “cinco maçãs vermelhas”.

seja, procura mostrar como a linguagem se relaciona com o mundo e com o pensamento. O autor adota a perspectiva de que "*os limites de minha linguagem* significam os limites de meu mundo" (WITTGENSTEIN, 2010, § 5.6, grifos do autor), ou seja, a linguagem tem um uso referencial e só tem sentido quando se refere aos fatos do mundo.

E, na obra da segunda fase, *Investigações Filosóficas*, sob uma perspectiva bastante diferente, mas à luz de *sua primeira obra*, Wittgenstein trata de tópicos similares aos do *Tractatus Logico-Philosophicus* e avança sobre temas da filosofia da mente ao analisar conceitos como os de compreensão, de intenção, de dor e de vontade. Introduz a tese de que a linguagem é, basicamente, um conjunto de atividades envolvidas com signos linguísticos, que adquirem sentido em determinados contextos. Nessa segunda fase, o filósofo austríaco introduz ferramentas fundamentais para o esclarecimento das questões filosóficas por meio de conceitos como jogo de linguagem, semelhanças de família, seguir regras e formas de vida.

Da perspectiva de Wittgenstein, falamos e agimos guiados por regras e os sentidos vão sendo constituídos ao longo de nossa atividade linguística e não através de um processo mental. É seguindo e aplicando as regras em novos contextos que aprendemos a atribuir sentido aos fatos do mundo. Como a matemática é constituída por enunciados com função normativa, todas as suas proposições têm o caráter de regras, deduzem-se por meio de provas matemáticas ou novas regras, a saber, novos conceitos matemáticos. A normatividade, característica da atividade matemática, irá inspirar Wittgenstein a forjar o conceito de "jogo de linguagem", caracterizado por ele como uma atividade regrada, que envolve palavras, ações, interlocutores, sensações e comportamentos. Em suas palavras: "Chamarei também de 'jogos de linguagem' o conjunto da linguagem e das atividades com as quais está interligada" (IF, § 7). E como exemplos de jogos de linguagem, apresenta-nos desde as mais simples atividades do cotidiano (como "relatar um acontecimento", "cantar cantiga de roda", "cumprimentar" etc.) até os mais sofisticados jogos de linguagem da matemática, tais como o de se "resolver uma tarefa de cálculo aplicado" (IF, § 23). Desta sua nova perspectiva da linguagem, que passa a ser vista por ele como um conjunto aberto de "jogos de linguagem", são inquestionáveis suas contribuições para a filosofia e para a matemática.

Como já havia mencionado anteriormente, na segunda fase do pensamento de Wittgenstein, a linguagem passa a ser vista como um conjunto de jogos de

linguagem inter-relacionados entre si, como uma variedade de modos de agir, ancorados em formas de vida.

> Mas quantas espécies de frases existem? Porventura asserção pergunta e ordem? – Há *inúmeras* de tais espécies: inúmeras espécies diferentes de emprego do que denominamos "signo", "palavras", "frases". E essa variedade não é algo fixo, dado de uma vez por todas; mas, podemos dizer, novos tipos de linguagem, novos jogos de linguagem surgem, outros envelhecem e são esquecidos. (As mutações da matemática nos podem dar uma *imagem aproximativa* disso.)
> A expressão "*jogo* de linguagem" deve salientar aqui que falar uma língua é parte de uma atividade ou de uma forma de vida.
> Tenha presente a variedade de jogos de linguagem nos seguintes exemplos, e em outros:
>
> Ordenar, e agir segundo as ordens –
> Descrever um objeto pela aparência ou pelas suas medidas –
> Produzir um objeto de acordo com uma descrição (desenho) –
> Relatar um acontecimento –
> Fazer suposições sobre o acontecimento –
> Levantar uma hipótese e examiná-la –
> Apresentar os resultados de um experimento por meio de tabelas e diagramas –
> Inventar uma história; e ler –
> Representar teatro –
> Cantar cantiga de roda –
> Adivinhar enigmas –
> Fazer uma anedota; contar –
> Resolver uma tarefa de cálculo aplicado –
> Traduzir de uma língua para outra –
> Pedir, agradecer, praguejar, cumprimentar, rezar.
> - É interessante comparar a variedade de instrumentos da linguagem e seus modos de aplicação, a variedade das espécies de palavras e de frases com o que os lógicos disseram sobre a estrutura da linguagem. (Inclusive o autor do *Tratado Lógico-Filosófico.*) (WITTGENSTEIN, 2013, § 23)[26].

Para esse filósofo, a noção de "jogo de linguagem" tem caráter e natureza pragmática em que suas fronteiras não são claramente definidas. Trata-se de uma atividade linguística, que se vale do uso dos signos, do contexto, dos gestos e de interlocutores. O conceito de "jogo de linguagem" irá possibilitar a Wittgenstein explicar como o significado da palavra pode ser entendido em um determinado contexto[27], ou seja, em seu uso (IF, § 432).

---

[26] Aqui, utilizamos Wittgenstein (2013), tradução de Marcos G. Montagnoli.
[27] Para Wittgenstein, os jogos de linguagem estão ligados ao contexto linguístico, nos quais as palavras são empregadas.

A expressão “jogo de linguagem” é utilizada por Wittgenstein para evidenciar as semelhanças existentes entre jogo e linguagem[28]. Assim como um jogo possui regras subjacentes a cada jogo para determinar como se deve jogar, da mesma forma é a linguagem, ou seja, o traço comum entre jogo e linguagem é que ambos são atividades regradas, que seguem regras e são controlados por regras[29]. É como “um jogo de xadrez, em que damos nomes às peças e em seguida estas são movidas seguindo-se as regras do jogo de xadrez, também empregamos nossas palavras em situações específicas seguindo determinas regras” (SILVEIRA, 2015, p. 10).

Gottschalk (2007, p. 464) acrescenta que a expressão “jogo de linguagem” é utilizada por Wittgenstein para destacar que não há sentidos fixos, permanentes e imutáveis os quais poderiam ser “apenas *etiquetados* por meio das palavras. Estas estão imersas em diferentes atividades e é apenas quando as aplicamos em um determinado contexto que adquirem significado” (grifo da autora).

Ao associar o significado das palavras a um jogo de linguagem e comparar a linguagem a um jogo, Wittgenstein enfatiza a natureza heterogênea, a diversidade de suas funções e a variedade de usos da linguagem e dos significados das palavras. A expressão “jogo de linguagem” é assim caracterizada por Wittgenstein:

> Na prática do uso da linguagem (2), uma parte grita as palavras, a outra age de acordo com elas; mas na instrução da linguagem vamos encontrar *este* processo: o aprendiz dá *nome* aos objetos. Isto é, ele diz a palavra quando o professor aponta para a pedra. – De fato, vai-se encontrar aqui um exercício ainda mais fácil: o aluno repete as palavras que o professor pronuncia – ambos, processos linguísticos semelhantes.
> Podemos imaginar também que todo o processo de uso de palavras em (2) seja um dos jogos por meio dos quais as crianças aprendem sua língua materna. Quero chamar esses jogos de “*jogos de linguagem*”, e falar de uma linguagem primitiva às vezes como de um jogo de linguagem.
> E poder-se-ia chamar também de jogos de linguagem os processos de denominação das pedras e de repetição da palavra pronunciada. Pense em certo uso que se faz das palavras em brincadeiras de roda. Chamarei de “jogo de linguagem” também a totalidade formada pela linguagem e pelas atividades com as quais ela vem entrelaçada. [grifos do autor]. (IF, § 7).

---

[28] Com frequência, Wittgenstein associa a linguagem ao jogo de xadrez e compara os diferentes usos dos conceitos linguísticos, em nossas formas de vida, com os movimentos das peças e das regras aplicadas nesse jogo (FANN, 1975).

[29] Para Wittgenstein (IF, § 206), “seguir uma regra é análogo a cumprir uma ordem”. As regras que constituem estes jogos são vivenciadas pelos interlocutores em diferentes contextos e podem ser aplicadas ainda em outros contextos/situações, constituindo-se, assim, novos “jogos de linguagem”.

Neste parágrafo, Wittgenstein salienta que o jogo de linguagem constitui as relações básicas da significação, representa o elo entre linguagem e realidade ao "atribuímos significado às nossas palavras", que "só adquirem significados quando operamos com elas (...) dentro de um jogo de linguagem" (GOTTSCHALK, 2004, p. 318).

No início das *Investigações Filosóficas,* Wittgenstein cita Agostinho, que propõe um sistema de comunicação por meio do uso da linguagem:

> [Quando os adultos nomeavam um objeto qualquer voltando-se para ele, eu o percebia e compreendia que o objeto era designado pelos sons que proferiam, uma vez que queriam chamar a atenção para ele. Deduzia isto, porém, de seus gestos, linguagem natural de todos os povos, linguagem que através da mímica e dos movimentos dos olhos, dos movimentos dos membros e do som da voz anuncia os sentimentos da alma, quando esta anseia por alguma coisa, ou segura, ou repele, ou foge. Assim, pouco a pouco eu aprendia a compreender o que designam as palavras que eu sempre de novo ouvia proferir nos seus devidos lugares, em diferentes sentenças. Por meio delas eu expressava os meus desejos, assim que minha boca se habituara a esses signos.] (AGOSTINHO *apud* WITTGENSTEIN, 2013, § 1).

Todavia, para Wittgenstein, esse sistema agostiniano de comunicação não dá conta de representar tudo aquilo que chamamos de linguagem. E é necessário que isso seja dito em alguns casos quando "se levanta a questão: 'Esta exposição é útil ou inútil?' A resposta: é útil; mas somente para este domínio estritamente circunscrito, não para a totalidade que você pretendia expor" (IF, § 3).

Considerando que a relação do homem com o mundo é sempre mediada pela linguagem em suas mais variadas formas, Wittgenstein critica a concepção reducionista da linguagem de Agostinho, baseada estritamente no uso referencial, pressupondo-se uma relação imediata da palavra com o objeto que ela designa: "cada palavra tem uma significação. Esta significação é agregada à palavra. É o objeto que a palavra substitui" (IF, §1). Em contraposição a esta descrição agostiniana da linguagem, Wittgenstein passa a descrever e explorar a multiplicidade das funções da linguagem. Segundo o filósofo austríaco, a ideia de uniformidade da linguagem presente nas reflexões de Agostinho pode causar diversas confusões de natureza conceitual. E propõe um método, denominado de terapia filosófica, o qual busca esclarecer os problemas filosóficos advindos de uma concepção exclusivamente referencial da linguagem.

Ressalto que, ao criticar a concepção de linguagem agostiniana, Wittgenstein não tem a intenção de afirmar que ela seja falsa ou equivocada, apenas objetiva mostrar que se trata de uma concepção parcial, limitada, que representa somente um determinado uso da linguagem, a saber, um uso descritivo de nossas expressões linguísticas, uniformiza-se, assim, as proposições gramaticais e empíricas, o que pode levar a dificuldades filosóficas e interpretações equivocadas de nossos conceitos.

Segundo Gottschalk (2007, p. 463), a concepção agostiniana da linguagem pode ser caracterizada como um "modo exclusivista de se ver as funções de nossa linguagem", como se ela somente denominasse os objetos e os sentidos das palavras corresponderiam aos objetos que elas representam. A autora ainda destaca que não somente Agostinho, mas, de forma geral, nomes reconhecidos na tradição filosófica, como Dewey, também se mantêm presos a teorias essencialistas do significado e do conhecimento, ao defenderem uma concepção referencial da linguagem e pressuporem que "as experiências associadas aos objetos permanecem independentes da linguagem, ou seja, o significado de uma palavra antecede o seu aprendizado" (GOTTSCHALK, 2007, p. 464).

A nosso ver, esse modo de compreender como formamos os conceitos matemáticos e atribuímos sentido a eles, também permeia os documentos do PNAIC, diretrizes oficiais do MEC que orientam a prática pedagógica para a Alfabetização Matemática no Brasil, como se observa na seguinte passagem deste documento que mostra uma atividade praticada por uma comunidade de horticultores, que faz uso de um método de contagem, chamado de "par de cinco[30]".

> Essas práticas matemáticas dos horticultores podem se constituir em um procedimento facilitador de contagem para as crianças, especialmente aquelas que vivenciam o ambiente de hortas.
> Nesse contexto dos horticultores, essa prática de contagem permite que as crianças se familiarizem com vários tipos de agrupamentos, e reagrupamentos, principalmente se elas experienciam o ambiente horticultor. A partir daí os alunos podem refletir sobre a estrutura dos sistemas de numeração (BRASIL, 2014j, p. 41).

[30] Essa situação, utilizada no PNAIC, usa como exemplo a comunidade dos horticultores de Gramorezinho/RN, que vive basicamente do trabalho informal da produção e da comercialização de hortaliças (alface, coentro, cebolinha, pimentão, entre outras) em supermercados e feiras livres de cidades circunvizinhas. Os horticultores dessa comunidade usam como método de contagem das hortaliças um agrupamento de cinco, nomeado de "par de cinco". Nesse método, à medida que as hortaliças vão sendo colhidas, são amontoadas no chão, em grupos de cinco unidades, o "par de cinco". Depois de certa quantidade de hortaliças colhidas, o horticultor pega um saco, no qual coloca as hortaliças, e contabiliza a quantidade de "par de cinco". Juntando-se, por exemplo, cem maços de coentro, o horticultor os confere como vinte "par de cinco" (BANDEIRA, 2002 *apud* BRASIL, 2014j, p. 41).

Observa-se, nessa passagem, que o PNAIC considera que a prática de contagem num ambiente de hortas permite a construção do conceito dos sistemas de numeração, ou seja, o aprendizado da técnica de contagem pode se desenvolver na experiência do aluno num contexto de horticultores, o qual facilitaria essa prática e proporcionaria reflexões "sobre a estrutura dos sistemas de numeração”.

Retomando o que discutíamos sobre a filosofia de Wittgenstein, este filósofo investiga os modos como atribuímos sentidos ao mundo através da linguagem, faz parte da “virada linguística” da filosofia contemporânea, movimento que questionou a universalidade dos fundamentos do conhecimento e defendeu que o conhecimento possui uma natureza social que envolve os hábitos de uma comunidade, a qual, por meio de jogos de linguagem (atividades baseadas em regras e aplicadas em nossas formas de vida), significa o mundo.

Para Wittgenstein, não há pensamento anterior à linguagem, é por meio dela que adquirimos diferentes formas e modos de pensar, ou seja, nossa atividade linguística (falar, pensar, agir) é orientada e constituída por regras que aprendemos a seguir; e não seria algo extraído do mundo empírico ou de um mundo mental (GOTTSCHALK, 2002; 2004, 2006; SILVEIRA, 2008; 2011; 2015a). Neste sentido, são nossas técnicas de contagem (que desempenham o papel de regras de ação) que possibilitam aos horticultores agruparem de determinados modos o que estão cultivando, e não o contrário. A menos que o professor estabeleça relações entre as práticas dos horticultores e nosso sistema de contagem, a criança por si só não será capaz de “refletir” sobre o nosso sistema de numeração. Trata-se, aqui, de um uso empírico do sistema decimal, que também deve ser *aprendido*, e não descoberto a partir de observação e da experimentação. Gottschalk (2014a, p. 104) acrescenta que aprender um modo de agrupar exige um treino, um adestramento, “no sentido que não se trata de um aprendizado natural, a criança necessita passar por um treino exaustivo”.

De acordo com Wittgenstein, o aprendizado da linguagem é como um “treinamento” ou um “adestramento” (IF, § 5-6) e seu processo pode ocorrer de diferentes maneiras, recorrendo-se a diversas técnicas, uma delas é o ensino ostensivo, que consiste em apontar para um objeto com o intuito de estabelecer associação entre a palavra e o objeto apontado. Essa técnica auxilia, por exemplo, na forma como as crianças são iniciadas na linguagem e faz parte de uma atividade, que

se desenvolve em diferentes usos da linguagem, que ocorrem no interior dos jogos de linguagem.

Com base na concepção wittgensteiniana de adestramento[31], Winch (1995), Giesinger (2008) e Gonçalves (2013) defendem o adestramento como prática pedagógica que pode, pelo treinamento em situações de aprendizagem humana, desenvolver a formação crítica e a autonomia da criança, a qual necessita ser introduzida na práxis social, e que o ensino ostensivo é importante nesse processo, ou seja, diferentemente do condicionamento behaviorista, de uma perspectiva wittgensteiniana, o adestramento "torna a criança capaz de julgar, de acordo com os padrões de comportamento, as ações como certas e erradas" (GONÇALVES, 2013, p. 12). Parafraseando Wittgenstein, a autora afirma que o adestramento é o "fundamento de qualquer explicação ou justificação" para que a aprendizagem aconteça.

Com relação ao gesto ostensivo, Gottschalk (2002, p. 55) afirma que "é um instrumento lingüístico que nos permite estabelecer uma ligação (interna) entre uma palavra e o objeto para o qual apontamos", em um nível mais elementar do aprendizado da linguagem. Imaginemos um caso em que uma criança desconheça o significado de uma palavra ou não saiba como utilizá-la, por exemplo, a cor "verde". Como a ensinamos? Apontando diferentes objetos de cor "verde" e dizendo: "esta pasta é verde", "este sapato é verde", "esta camisa é verde", "esta parede é verde" etc..., sem que haja, necessariamente, uma essência de "verde" perpassando todas as aplicações da palavra, mas somente tonalidades semelhantes de "verde". Para sabermos se a criança aprendeu a aplicar corretamente o sentido desta cor, apontamos para um objeto qualquer com uma tonalidade de "verde", que a criança ainda não conheça e, diante deste objeto, observamos se ela é capaz de afirmar: "isso também é verde". E, dessa forma, a criança vai aprendendo todas as outras cores e incorporando os novos sentidos a sua linguagem; isso é o que Wittgenstein chama de

[31] O conceito de adestramento utilizado neste trabalho não se relaciona ao condicionamento behaviorista, repetição mecânica de um comportamento, em que a criança é levada a exprimir um comportamento por meio do condicionamento. Entendemos adestramento como uma atividade humana normativa, que pode contribuir para a formação da autonomia da criança que, diante de certos comportamentos ou significados, pode avaliá-los como certos ou errados, em relação às regras aprendidas, por exemplo, o significado de uma palavra é dado por meio de explicações, ou seja, explicar o significado de uma palavra é uma explicação de como se aplica essa palavra; e a explicação exige o conhecimento de certas técnicas (como o gesto ostensivo), adquiridas por meio de um treino para a aplicação das palavras (REIS, 2010). É como se "pegássemos na mão da criança" e a conduzíssemos para conhecer a forma de vida, na qual está inserida. O adestramento é, assim, uma ferramenta indispensável no processo de aprendizagem que envolve a atividade de ensino.

gramática das cores, ou seja, “as regras que aprendemos a seguir para organizar nosso mundo empírico por meio do uso de palavras como vermelho, azul, amarelo, verde... imersas em diversas atividades” (GOTTSCHALK, 2013, p. 65). Nessa perspectiva, percebemos que a constituição de sentido de uma palavra representa um processo de aprendizagem e, para se definir ou estabelecer o sentido dessa palavra, há vários tipos de relações possíveis, ou seja, o sentido de uma palavra é aprendido a partir das possíveis e diferentes relações ou explanações de sentido. Por exemplo, ao apontarmos ostensivamente a cor “verde” e afirmarmos: “*Isto é verde!*”, apontando para um objeto “verde”, estaremos instaurando um sentido para a cor “verde” e, ao incorporarmos o objeto como amostra ou como paradigma do que é ser “verde”, este, passa a fazer parte da linguagem, não mais se trata apenas de um objeto empírico qualquer, mas passa a representar linguisticamente o que é ser verde. Trata-se de uma forma primitiva de aprendizagem da linguagem e a criança, quando aprende a falar, “emprega tais formas primitivas. Ensinar a linguagem aqui não é explicar, mas treinar” (IF, § 5), pois:

> (...) As crianças são educadas para executar *essas* atividades, para usar *essas* palavras ao executá-las, e para reagir *assim* às palavras dos outros.
> Uma parte importante desse treinamento consistirá no fato de que quem ensina mostra os objetos, chama a atenção da criança para eles, pronunciando então uma palavra, por exemplo, “lajota”, exibindo essa forma” (IF, § 6, grifos do autor).

Na perspectiva wittgensteiniana, quando ensinamos uma criança a falar, algumas palavras são ensinadas ostensivamente, apontando-se para os objetos, de acordo com o contexto no qual o gesto está inserido. Nesse momento, não se trata propriamente de uma explicação, pois a criança ainda não consegue pedir a explicação de algo, mas se trata de uma técnica ligada ao aprendizado da língua materna ou uma regra para o uso de uma palavra em determinado contexto, que tem a função de preparar a criança para usos mais complexos das palavras. Essa preparação pode se caracterizar como um treinamento/adestramento, um domínio de um conjunto de técnicas imprescindíveis para se estabelecer ligações internas de sentido entre signos. Wittgenstein defende que dominar essas técnicas é uma condição lógica e não empírica.

No contexto da sala de aula, essas questões são bastante pertinentes ao trabalho do professor, pois, nesse espaço,

> A linguagem é usada pelo professor, em meio a gestos e comportamentos, para adestrar o aprendiz a agir com palavras. Somos adestrados a usar sons como palavras, em seguida, somos treinados a aplicar as palavras – talvez como etiquetas – e, só então, podemos perguntar por seu sentido e falar às coisas e sobre elas (MORENO, 2014, p. 8-9).

Por exemplo, o som da palavra "dor de dente" se refere a uma sensação de dor que alguém sente em um dente, mas como saber se a “dor de dente” que estou sentindo é a mesma dor que uma outra pessoa também chama de "dor de dente"? Como saber que se trata da mesma dor? Para explicar isso, Wittgenstein utiliza como exemplo a caixa de besouro:

> (...) - Suponhamos que cada um tivesse uma caixa e que dentro dela houvesse algo que chamamos de “besouro”. Ninguém pode olhar dentro da caixa do outro; e cada um diz que sabe o que é um besouro apenas por olhar *seu* besouro. - Poderia ser que cada um tivesse algo diferente em sua caixa. Sim, poderíamos imaginar que uma tal coisa se modificasse continuamente (...) (IF § 293, grifos do autor).

Por essa exemplificação, segundo o filósofo, uma pessoa aprende a expressar linguisticamente um comportamento de dor; por exemplo, ao se machucar, uma criança grita e chora, em seguida, “os adultos falam com ela e lhe ensinam exclamações e, posteriormente, frases. Ensinam à criança um novo comportamento perante a dor" (IF, § 244). É natural que uma criança chore quando sente dor, todavia, é muito difícil para os pais identificarem a origem do choro ou o tipo de dor do filho: se dor de ouvido, se dor de barriga, se dor de dente, se dor de cabeça... Mas, com o passar do tempo, ela (a criança) é treinada/adestrada para, naturalmente, fazer uso das expressões e, quando sente dor, usa uma frase para expressar sua dor: "Mãe, estou com dor de ouvido" ou "Pai, minha barriga está doendo". Deste modo, de acordo com Wittgenstein, não somos ensinados a utilizar uma palavra apenas para se referir a um objeto, mas também a fazer um uso linguístico, simbólico e convencional.

Do mesmo modo, no contexto da sala de aula, novos conceitos são produzidos e explorados em diferentes vertentes e em áreas do conhecimento, especialmente, no que diz respeito às práticas que envolvem o ensino e a aprendizagem na etapa da alfabetização matemática; por exemplo, quando o professor aponta para um objeto, um número ou uma certa quantidade de lápis desenhados no quadro, os alunos visualizam o objeto apontado pelo professor e as palavras pronunciadas, em seguida, os sentidos das palavras passam a ser construídos nas práticas sociais em forma de

ação. Dessa maneira, diferentes formas de vida podem constituir diferentes objetos e o significado linguístico se constitui em diversos contextos, ou seja, o significado de uma palavra é delimitado pelo seu uso.

Numa perspectiva wittgensteiniana, educar é mais do que ensinar ou explicar. Compreende o conceito de inserção da criança em contextos sociais e culturais de aprendizagem: sociais porque a criança não aprende sozinha, mas no convívio com outras pessoas (pais, parentes, amigos...); e culturais porque, ao ser educada, ela começa a fazer parte da tradição cultural de uma comunidade (família, escola...) e participa das formas de vida dessa comunidade.

A partir da abordagem wittgensteiniana, percebemos uma convergência entre os conceitos “formas de vida” e “jogo de linguagem”, porque, de acordo com Wittgenstein, a expressão “jogo de linguagem” enfatiza que falar uma língua é uma “forma de vida”, ou seja, ao falar uma língua, a criança, além de utilizar signos linguísticos, faz uso de toda uma estrutura social e cultural inserida nesta língua, ou seja, falar uma língua se insere num determinado contexto de uma forma de vida. Por isso, as práticas coletivas são importantes para o desenvolvimento da criança.

Nesse sentido, entendemos que o processo de aprendizagem de uma criança se inicia assim que ela nasce: por exemplo, diante de uma criança que chora, o adulto possibilita que ela desenvolva sua capacidade de se expressar, ao distinguir, conceitualmente, suas sensações e as expressar linguisticamente através de treinamento, inserida, gradualmente, em um ambiente social e cultural.

O treinamento é uma atividade bastante comum no contexto do ensino e da aprendizagem da matemática, uma vez que, com frequência, o aluno pergunta “o que é isso?”, “como resolvo isso?” etc; e o professor faz uso de expressões como “este é o número um, este é o dois, este é o três...”, “este é o sinal de adição, este é o de subtração...”, “esta figura é um quadrado, esta é um triangulo, esta é um retângulo...”, “esta é uma expressão numérica”, “esta é uma função do 1º grau”, “esta é uma função do 2º grau” etc. Segundo Wittgenstein, esse treino de “dar nome é semelhante a afixar uma etiqueta em uma coisa” e pode ser chamada “de preparação para o uso de uma palavra” (IF, § 26).

Por outro lado, Wittgenstein chama a atenção para o fato de que nem sempre o ensino ostensivo dá conta do entendimento de uso de uma palavra em sua totalidade.

> Pode-se, pois, definir um nome próprio, uma palavra para cor, um nome de matéria, uma palavra para número, o nome de um ponto cardeal etc., ostensivamente. A definição do número dois "isto se chama 'dois'" – enquanto se mostram duas nozes – é perfeitamente exata. – Mas, como se pode definir o dois assim? Aquele a que se dá a definição não sabe então *o que* se quer chamar com "dois"; suporá que você chama de "dois" *este* grupo de nozes! – *Pode* supor tal coisa; mas talvez não o suponha. Poderia também, inversamente, se eu quiser atribuir a esse grupo de nozes um nome, confundi-lo com um nome para número. E, do mesmo modo, quando elucido um nome próprio ostensivamente, poderia confundi-lo com um nome de cor, uma designação de raça, até com o nome de um ponto cardeal. Isto é, a definição ostensiva pode ser interpretada em *cada* caso como tal e diferentemente (IF, § 28, grifos do autor).

Com isso, Wittgenstein quer esclarecer que, ensinar ostensivamente apontando para um objeto, não garante a compreensão do significado de uma palavra. Pode ser necessário orientar o aluno quanto ao lugar que a palavra ocupa, dizendo que a palavra "dois" diz respeito a um número e não a uma cor ou a um comprimento, por exemplo (IF, § 29), evitando-se, assim, mal-entendidos.

É importante destacar que, apesar de Wittgenstein nunca ter escrito sobre temas pedagógicos, suas reflexões filosóficas, em especial a concepção referencial da linguagem e a aprendizagem da língua materna, têm contribuído para esclarecer questões relacionadas ao campo da filosofia da educação.

Wittgenstein era um crítico de seu tempo e, embora divergisse das diretrizes da reforma escolar austríaca, conduzida pelo então Ministro da Educação, Otto Glöckel, participou ativamente da referida reforma pedagógica e chegou a realizar um curso de formação de professores primários em Viena, promovido pelo governo austríaco para disseminar as novas metodologias de ensino trazidas pela reforma escolar. Após concluir o curso, tornou-se professor. Suas atividades docentes foram desenvolvidas em três escolas de ensino primário, localizadas em vilarejos muito pobres da baixa Áustria: Trattenbach, entre 1920 e 1922, Puchberg am Schneeberg (1922-1924) e Otterthal (1924-1926). Nesse período em que exerceu a docência, Wittgenstein trabalhou na elaboração de um dicionário ortográfico a partir do dialeto usado pelas crianças. Esse dialeto também era utilizado para ensinar a gramática. Segundo Gottschalk (2012), Wittgenstein queria que seus alunos aprendessem a escrever as palavras que fizessem sentido no cotidiano deles, por isso, palavras pertencentes aos dicionários tradicionais que não eram utilizadas pelos alunos podiam

não fazer parte do *Dicionário para Escolas Primárias* de Wittgenstein. Essa atitude pode ser interpretada como uma preocupação pedagógica do filósofo.

Sabe-se que existem poucos estudos sobre esse período da vida de Wittgenstein, por isso, não é possível afirmar ao certo os motivos que levaram o filósofo austríaco a se tornar professor primário, inclusive, há comentadores que afirmam que, nesses períodos, ele teria se afastado da filosofia (REIS, 2010). Todavia, Reis (2010; 2020) acredita que, nessa etapa de sua vida, o filósofo ainda pensava questões relacionadas à linguagem, ao pensamento e ao mundo.

Com efeito, nesses períodos, embora tivesse interesse em se tornar professor para ensinar as pessoas carentes do campo, que empobreceram em decorrência da guerra, Wittgenstein tinha também como finalidade mostrar às pessoas que pela educação é possível aprimorar seu desenvolvimento intelectual, pessoal e cultural; além de mostrar o valor do trabalho manual, árduo e honesto que os camponeses executavam (REIS, 2020). Para Wittgenstein, viver uma vida útil, simples e honesta como um homem comum, seria capaz de aperfeiçoar o caráter do homem. Tal atitude demonstra, segundo Moreno (2000), uma postura ética e moral exemplar e faz crer que o filósofo austríaco pretendia além de se colocar como um exemplo de homem desinteressado e generoso, mostrar a dimensão ética de sua filosofia, pois via o trabalho social como um dever e uma atitude moral.

Gottschalk (2012) destaca ainda que a experiência docente do filósofo vienense pode ajudar a esclarecer questões relacionadas ao ensino, ao significado e à compreensão e para isso, levanta duas hipóteses: a mudança de perspectiva de Wittgenstein sobre os temas discutidos no *Tractatus Logico-Philosophicus*, influenciada pelo debate pedagógico do início do século XX; e a experiência docente do filósofo que pode ter sido imprescindível para a formulação das críticas que passou a fazer à concepção referencial da linguagem e ao essencialismo platônico, temas presentes ao longo das *Investigações Filosóficas* e que contribuíram para a construção de dois conceitos wittgensteinianos centrais: “jogo de linguagem” e “semelhanças de família”.

Como vemos, apesar de Wittgenstein não ter tratado de questões educacionais específicas[32], suas preocupações podem ser transpostas para o campo educacional,

[32] De acordo com Winch (1995), Wittgenstein não desenvolveu trabalhos em que discutisse diretamente sobre questões pedagógicas. Seu interesse não se voltava aos conceitos de aprendizagem ou para a educação, mas sim, para o conceito de significado.

especialmente, questões que podem ser esclarecidas pelo entendimento dos *jogos de linguagem*, pois oferecem maior clareza a problemas na educação. Por exemplo, na sala de aula, o ensino ostensivo, assim como o gesto ostensivo, é muito utilizado pelos professores de matemática, especialmente os das séries iniciais, quando as crianças são iniciadas na linguagem matemática. Por isso, compreender a linguagem e seu funcionamento é fundamental nesse processo.

É no uso, nos diferentes jogos de linguagem, que se compreende o significado da palavra e se verifica a necessidade de outras explicações que proporcionem ao aluno dominar, não um único sentido para cada palavra, mas diferentes sentidos, que se entrelaçam por meio de algumas semelhanças, semelhanças de família, que ampliam os seus usos.

Segundo Gottschalk (2012, p. 54), compreender o significado de "uma palavra depende da atividade em que está envolvida, do contexto em que está inserida", das nossas formas de vida, isto é, depende dos hábitos e dos costumes que aprendemos e ensinamos. A autora acredita que a atividade docente de Wittgenstein, ao confeccionar o dicionário ortográfico com seus alunos e aplicar algumas das diretrizes da reforma escolar austríaca, possibilitou a ele realizar uma conexão entre *ensino* e *significado*. Por isso, é provável que, durante o período em que exerceu a docência, o filósofo vienense tenha concluído que "aprender um significado não é uma mera questão psicológica, mesmo que o aprendizado possa ser acompanhado por processos mentais ou fisiológicos" (GOTTSCHALK, 2012, p. 55). Compreender o sentido de uma palavra não pressupõe uma associação de impressões sensoriais ou intuitivas como defendem muitas tendências pedagógicas[33]. Compreender o conceito de uma palavra - por exemplo, um conceito matemático - ocorre em meio a atividades de aprendizagem que envolvem o domínio de técnicas que são *ensinadas/treinadas*, e não descobertas (GOTTSCHALK, 2012). E, para Wittgenstein, essa concepção de significado se relaciona ao conceito de ensino, na medida em que compreender uma linguagem ou um *jogo de linguagem* é estar inserido em uma cultura com suas formas de vida e suas convenções, que são ensinadas, treinadas e aprendidas em situações de uso num determinado contexto, ou seja, em práticas sociais. Em outras palavras,

[33] Como por exemplo, tendências de cunho mentalista, intuicionista ou construtivista, postuladas no meio educacional como práticas pedagógicas que possibilitam uma aprendizagem significativa. Como apresentamos nesta pesquisa, tais concepções permeiam os pressupostos subjacentes à concepção de matemática nos cadernos do PNAIC e levam a uma interpretação dogmática da atividade matemática.

para compreender o sentido de uma proposição, “não é necessário uma referência mental, nem empírica (...); compreender é ser capaz de seguir uma regra ao agir em um contexto cultural” (GOTTSCHALK, 2009, p. 14).

De acordo com o filósofo vienense, os significados se constituem e se transformam no uso em diferentes contextos e é durante o uso que a palavra adquire significado em um determinado “jogo de linguagem”, que, segundo Gottschalk (2004, p. 318), “seria para Wittgenstein, a totalidade formada pela linguagem e pelas atividades com as quais vem entrelaçada. A palavra jogo vem ressaltar as diversas atividades com as quais a linguagem se vincula”.

> Considere, por exemplo, os processos que chamamos de “jogos”. Refiro-me a jogos de tabuleiro, de cartas, de bola, torneios esportivos etc. O que é comum a todos eles? Não diga: “Algo deve ser comum a eles, senão não se chamariam ‘jogos’”, - mas *veja* se algo é comum a eles todos. - Pois, se você os contempla, não verá na verdade algo que fosse comum a *todos*, mas verá semelhanças, parentescos, e até toda uma série deles. Como disse: não pense, mas veja! - Considere, por exemplo, os jogos de tabuleiro, com seus múltiplos parentescos. Agora passe para os jogos de cartas: aqui você encontra muitas correspondências com aqueles da primeira classe, mas muitos traços comuns desaparecem e outros surgem. Se passarmos agora aos jogos de bola, muita coisa comum se conserva, mas muitas se perdem. - São todos ‘*recreativos’*? Compare o xadrez com o jogo da amarelinha. Ou há em todos um ganhar e um perder, ou uma concorrência entre os jogadores? Pense nas paciências. Nos jogos de bola há um ganhar e um perder; mas se uma criança atira a bola na parede e a apanha outra vez, este traço desapareceu. Veja que papéis desempenham a habilidade e a sorte. E como é diferente a habilidade no xadrez e no tênis. Pense agora nos brinquedos de roda: o elemento de divertimento está presente, mas quantos dos outros traços característicos desapareceram! E assim podemos percorrer muitos, muitos outros grupos de jogos e ver semelhanças surgirem e desaparecerem.
> E tal é o resultado desta consideração: vemos uma rede complicada de semelhanças, que se envolvem e se cruzam mutuamente. Semelhanças de conjunto e de pormenor (IF, § 66).

Essas semelhanças são descritas por Wittgenstein como “semelhança de família” e, segundo ele, os jogos formam uma família, uma vez que diferentes semelhanças se envolvem e se cruzam entre os membros de uma família.

O que regula os diferentes usos de uma palavra são as regras, as quais nem sempre são definidas a *priori*, e mesmo que, em certo sentido, sejam *a priori*, ou anterior a uma situação, elas não são únicas, nem fixas, nem absolutas e nem eternas. Nossas ações são direcionadas conforme as regras e não obrigadas por elas; ou seja,

o uso de uma palavra pode ser ou não limitado por uma regra, já que, ela “se apresenta como um indicador de direção” e mostra o caminho que se deve seguir (IF, § 85).

O conceito de *semelhança de família* introduzido por Wittgenstein está baseado em uma situação muito simples e trivial: quando vemos a foto de uma família reunida, observamos que, embora existam características comuns ou recorrentes entre seus integrantes, não existe nenhum traço essencial que os identifique; são características compartilhadas, mas não necessariamente as mesmas características para todos. Isso é o que podemos chamar de semelhanças de famílias, ou seja, um conjunto de características sobrepostas, mas não presentes em todos ao mesmo tempo, tais características ou semelhanças quando isoladas não permitem reconhecer todos os integrantes da foto como parte da mesma família, mas as semelhanças produzem sentidos que permitem identificar que se tratar de uma mesma família.

Esse conceito proposto por Wittgenstein permite questionar a visão essencialista, universal e generalista da linguagem, que determina um critério único de compreensão dos conceitos, ou seja, a concepção de que é necessário existir algo comum e essencial em um conceito que o explique ou que relacione o enunciado aos objetos a que ele se refere. Segundo Gottschalk (2002), compreender essa ideia é fundamental para nos desprendermos de uma concepção essencialista da linguagem.

A noção de *semelhanças de família* se contrapõe a este essencialismo, ao dirigir o nosso olhar para as diferentes maneiras de como utilizamos os conceitos de nossa linguagem. Mas... haveria algo em comum entre os diversos usos de um mesmo conceito? Wittgenstein afirma que não há nada em comum entre eles, pois, “se você os contempla, não verá na verdade algo que fosse comum a *todos*, mas verá semelhanças, parentescos, e até uma série deles” (IF, § 66). No caso do conceito de jogo, após ter observado as semelhanças e diferenças entre as diversas aplicações desta palavra, justifica o emprego da expressão “*semelhanças de família*”:

> Não posso caracterizar melhor essas semelhanças do que com a expressão “semelhanças de família”; pois assim se envolvem e se cruzam as diferentes semelhanças que existem entre os membros de uma família: estatura, traços fisionômicos, cor dos olhos, o andar, o temperamento etc., etc. – E digo: os “jogos” formam uma família (IF, § 67).

Os jogos de linguagem, de alguma forma, também apresentam entre si “semelhanças de família”, como se fossem membros de uma mesma família. Nesse sentido, as palavras podem ser utilizadas em suas múltiplas formas e se assemelhar

umas às outras de diversas maneiras; sem, contudo, apresentarem algo comum em suas aplicações que possa nos dar sua “essência”, uma vez que cada palavra tem uma família de sentidos, que possibilita uma multiplicidade de atividades orientadas pelas regras dos jogos de linguagem nos quais se insere[34]. De acordo com Gottschalk (2014b, p. 77), “Aprender o significado de uma palavra pode consistir na aquisição de uma regra, ou um conjunto de regras, que governa seu uso”.

Seguir regras é um conceito fundamental introduzido na filosofia de Wittgenstein, em particular, para compreendermos a natureza dos enunciados da matemática, considerados por ele como regras que aprendemos a seguir.

Agimos orientados por regras e não obrigados por elas, conforme expõe Wittgenstein (IF, § 201),

> Nosso paradoxo era: uma regra não podia determinar um modo de ação, pois cada modo de agir deveria estar em conformidade com a regra. A resposta era: se cada modo de agir deve estar em conformidade com a regra, pode também contradizê-la. Disto resultaria não haver aqui nem conformidades nem contradições.

Na interpretação de Gottschalk (2014b, p. 77), *seguir regras*, na concepção wittgensteiniana, é análogo a

> obedecer a uma ordem. Somos treinados [*abrichtet*] a fazê-lo; reagimos a uma ordem de determinada maneira. Mas e se uma pessoa reage de um modo e outra, de outro à ordem e ao treinamento? Qual estará certa? Segundo ele, a maneira comum de agir das pessoas (ou, mais literalmente: ‘A maneira humana comum de agir’) é o quadro de referência mediante o qual interpretamos uma linguagem desconhecida. Assim, é apenas o esquema comum de modos de comportamento partilhados que pode nos dizer se alguém seguiu uma determinada regra. A maneira como reagimos é um dos aspectos que revelam se seguimos a regra corretamente. Por exemplo, ao ouvir a palavra “igual”, podemos entendê-la no sentido de mesmo tamanho (se estivermos comparando fisicamente duas pessoas) ou como uma das normas da matemática. Associamos as palavras a técnicas diferentes, dependendo do contexto em que nos encontramos. (grifo da autora).

As regras que fazem parte dos jogos de linguagem estão contidas em práticas sociais, que se estabelecem socialmente no contexto e no uso das palavras e expressões linguísticas proferidas entre os sujeitos que estão interagindo. Assim,

---

[34] Apesar de ter função normativa, o conceito de regra não se reduz a um comando ou uma ordem. As regras orientam o modo de falar corretamente ou com sentido, constituindo padrões de correção, que governam uma diversidade de atividades e situações.

seguir regras está relacionado à participação do indivíduo em diferentes práticas linguísticas de nossas formas de vida, pois as regras que fundamentam nossas maneiras de viver e de agir são criações humanas e precisam ser aprendidas e colocadas em prática em suas formas de vida.

Wittgenstein chama *formas de vida* a maneira comum de agir das pessoas e de suas escolhas que não ocorrem de maneira aleatória, mas se dão por meio de um "conhecimento herdado pelas nossas formas de vida que permite atribuirmos sentido às nossas experiências e não o contrário" (GOTTSCHALK, 2007, p. 468). O próprio conceito de "jogo de linguagem" na concepção wittgensteiniana "é uma parte de uma atividade ou de uma forma de vida" (IF, § 23).

No que diz respeito à matemática, segundo Gottschalk (2008, p. 87), ela "pode ser vista como um desses jogos, sempre em mutação, pois também faz parte de uma forma de vida". Considerando que o jogo de linguagem está ancorado em uma forma de vida, essa abordagem possibilita questionar como os conceitos matemáticos têm sido aplicados no contexto das propostas educacionais, especialmente, as orientações para as práticas pedagógicas da alfabetização matemática. Para isto, recorrerei aos conceitos forjados por Wittgenstein, descritos sucintamente nesta tese.

Outro conceito cunhado por Wittgenstein e que pode ser aplicado ao ensino de matemática é a terapia filosófica. Buscamos apresentar a terapia filosofia de Wittgenstein e como ela pode contribuir para esclarecer confusões conceituais relacionadas à educação.

Wittgenstein defende que as confusões conceituais, criadas pela má compreensão da gramática de nossa linguagem, ocorrem quando estamos presos a uma concepção referencial da linguagem, ou seja, quando procuramos fundamentos últimos de nossos conceitos no universo extralinguístico e/ou quando não temos clareza do uso (descritivo ou gramatical) que fazemos dos conceitos e das expressões.

Em se tratando de questões educacionais, as confusões podem ocorrer, porque buscamos objetividade e exatidão dos conceitos e das expressões, que fundamentam a prática educacional, as quais funcionam como um manual norteador da prática docente.

Wittgenstein ao propor a terapia filosófica, busca desfazer as confusões do pensamento por meio do esclarecimento do sentido dos conceitos, vista pelo autor como a cura do pensamento. Assim, o esclarecimento "consiste em dissolver essas

dificuldades e confusões, e o tratamento consiste em não propor regras, ou melhor, em mostrar que é possível propor regras em número indefinido” (MORENO, 2005, p. 75).

Em consonância com Wittgenstein, Gottschalk (2017, p. 318) acrescenta que a terapia filosófica wittgensteiniana pode influenciar positivamente no esclarecimento de determinadas “confusões que decorrem de uma abordagem dogmática de nossos conceitos mais fundamentais”. Neste sentido, buscamos aplicar a terapia filosófica aos conceitos matemáticos empregados com uma função descritiva nos documentos do PNAIC, ao sugerir atividades de alfabetização matemática. Do ponto de vista de Wittgenstein (1987), as proposições matemáticas são proposições gramaticais, ou seja, têm uma função normativa e, portanto, não são descritivas do mundo empírico, como muitas vezes propõem os documentos oficiais que orientam e norteiam as questões educacionais no Brasil. Embora a matemática também possa ter um uso empírico, seus enunciados ainda desempenham o papel de *condições de sentido* para a descrição de um determinado fato, e não a própria descrição. Acreditar que as proposições matemáticas têm uma função descritiva, e não normativa, leva a diversos equívocos nas práticas pedagógicas, como os que identificamos em algumas atividades propostas pelo PNAIC e que analisamos no quinto capítulo.

4 PANORAMA DAS PERSPECTIVAS TEÓRICAS DA PESQUISA

A compreensão de um fenômeno exige de todo pesquisador explicitações quanto a sua motivação acadêmica e ao seu percurso acadêmico, pois toda pesquisa enquanto criação científica requer uma rigorosa fundamentação, uma explicitação clara do posicionamento teórico do pesquisador, por isso, neste capítulo, apresento os fundamentos que subsidiaram e nortearam esta pesquisa e que considero necessários e relevantes para explicá-la. Os autores, por quem busco me guiar para compor esse panorama, foram selecionados pela relevância dos seus trabalhos na área de EM, especialmente, os que se destacam na área da alfabetização matemática.

4.1 Concepções em Educação Matemática

A EM surgiu no século XX, por ocasião dos primeiros questionamentos sobre o ensino de matemática, momento em que os matemáticos buscavam tornar os conhecimentos mais acessíveis aos alunos e renovar o ensino da matemática. É um campo acadêmico considerado muito recente, de caráter interdisciplinar, que envolve, além da matemática, conhecimentos de psicologia, de sociologia, de filosofia, de política, de antropologia, de história, de artes, de comunicação e de inúmeras outras áreas, que contribuem para a percepção e para a efetivação de um sistema educacional democrático e igualitário e possibilitam o enfrentamento dos desafios e dos problemas do ensino e da aprendizagem da matemática. Seu reconhecimento enquanto área de pesquisa em desenvolvimento se deu com a criação de programas de pós-graduação, departamentos próprios, revistas especializadas, sociedades e associações (locais, nacionais, regionais e internacionais) e inúmeros seminários, conferências e congressos (internacionais, nacionais e regionais) (XAVIER, 1996).

Com base em Kilpatrick (1992), no contexto internacional, podemos destacar pelo menos três fatos decisivos para o surgimento da EM enquanto campo profissional e científico, ocorrido ao final do século XIX e início do XX: 1) a preocupação de matemáticos e de professores de matemática sobre como o conhecimento matemático seria divulgado e socializado com as gerações futuras a fim de melhorar as aulas e modernizar o currículo da matemática; 2) a iniciativa de universidades europeias ao promoverem a formação de professores secundários, fato que levou ao

surgimento de especialistas em ensino de matemática; e 3) a realização de estudos experimentais, por psicólogos americanos e europeus, sobre o modo como as crianças aprendiam matemática. Todavia, a pesquisa em EM só se fortaleceu com o "Movimento da Matemática Moderna" entre as décadas de 1950 e 1960, no período pós Segunda Guerra Mundial, quando houve uma defasagem significativa entre o progresso científico-tecnológico e o currículo escolar da época. Esse fato levou ao surgimento de vários grupos de pesquisa e de programas de pós-graduação, principalmente nos Estados Unidos, que envolveu matemáticos, educadores e psicólogos, que se empenharam no desenvolvimento de pesquisas para a construção de um sistema de ensino que oferecesse um currículo para o ensino da matemática mais moderno e mais massificado, e que exigisse professores mais qualificados. É a partir desse período também que surgem as sociedades científicas e os eventos específicos, que contribuíram para a divulgação e a disseminação dos estudos realizados em EM.

No Brasil, as discussões sobre EM também se originaram a partir do "Movimento da Matemática Moderna" na década de 1950, todavia, como área de pesquisa, o trabalho só se inicia a partir da década de 1980, com a instalação dos primeiros programas de pós-graduação no país e consolida-se, principalmente, com a fundação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM)[35] em 1988. Após a criação da SBEM, sucederam-se os Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM), que ocorrem a cada 3 anos, e dezenas de encontros Regionais, que ocorrem em sucessivas edições, os quais têm proporcionado a divulgação dos resultados das pesquisas realizadas nesse ramo de conhecimento científico e têm estimulado atividades de pesquisa e de estudos acadêmicos com ampla difusão de informações e de conhecimentos nas diversas vertentes da EM.

---

[35] Sociedade civil de caráter científico e cultural, sem fins lucrativos e sem qualquer vínculo político, partidário e religioso, fundada em 27 de janeiro de 1988. Congrega pesquisadores da área de EM ou áreas afins, que atuam em diferentes níveis do sistema educacional brasileiro, da educação básica à educação superior. Possui quinze grupos de trabalho que discutem a EM (GT-01: Matemática na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, GT-02: Educação Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, GT-03: Currículo e Educação Matemática, GT-04: Educação Matemática no Ensino Superior, GT-05: História da Matemática e Cultura, GT-06: Educação Matemática: Tecnologias Digitais e Educação a Distância, GT-07: Formação de professores que ensinam Matemática, GT-08: Avaliação em Educação Matemática, GT-09: Processos cognitivos e linguísticos em Educação Matemática, GT-10: Modelagem Matemática, GT-11: Filosofia da Educação Matemática, GT-12: Educação Estatística, GT-13: Diferença, Inclusão e Educação Matemática, GT-14: Didática da Matemática e GT-15: História da Educação Matemática).

Além dos eventos nacionais, também temos os internacionais como o Congresso Iberoamericano de Educação Matemática (CIBEM), realizado a cada 4 anos desde 1990, e o Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), realizado a cada 3 anos desde 2000. São eventos importantes que têm a finalidade de promover o intercâmbio entre grupos que se dedicam a pesquisas na área da EM em diferentes países e instituições. Do ponto de vista da divulgação das pesquisas e das discussões, esses eventos propiciam a formação e o fortalecimento de grupos de pesquisa por congregar pesquisadores brasileiros e estrangeiros o que possibilita o avanço das pesquisas em EM, o aprofundamento de temas e de metodologias de investigação e o crescimento de publicações da área.

Também contribuíram para o fortalecimento da área, a criação de vários programas e de grupos de estudos e pesquisas em EM. Dentre os quais citamos: em São Paulo, o Programa de Pós-Graduação Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática (PECIM) da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), o Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência da Universidade Estadual Júlio de Mesquita Filho (UNESP-Bauru/SP), o Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Júlio de Mesquita Filho (UNESP-Rio Claro/SP) e o Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP); no Mato Grosso do Sul, o Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS); no Paraná, o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL); e no Pará, o Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará (UFPA), no qual destaco os trabalhos do Grupo de Estudos e Pesquisas em Linguagem Matemática (GELIM)[36].

Atualmente, a pesquisa em EM encontra-se fortalecida e consolidada por contar com uma rede de estudos bem desenvolvidos e elaborados com características próprias, não fechadas e estáticas, mas bastante delineada em termos de produção de conhecimento, na medida em que se preocupa com a compreensão da matemática, com o fazer matemática, com os significados sociais, culturais e históricos da matemática e com uma ação político-pedagógica. Segundo Bicudo (1993, p 22), a EM proporciona a compreensão do modo pelo qual a matemática e

[36] Grupo de pesquisa no qual iniciei os estudos em linguagem matemática na perspectiva da alfabetização matemática e minhas primeiras leituras sobre a filosofia de Wittgenstein.

seus significados são construídos no mundo; dessa maneira, “ela presta serviço à Educação e à Matemática. À Matemática por ajudá-la a compreender-se. À Educação, por auxiliar a ação político-pedagógica”.

No campo das pesquisas em EM, notamos que ela apresenta várias perspectivas e uma vasta produção teórica e prática, por meio das quais é possível verificar a diversidade de pontos de vistas e de experiências realizadas em EM. O que nos leva a perceber a importância de se compreender e de se conhecer um pouco a evolução histórica da EM. E, ao mesmo tempo, também perceber que, embora a EM esteja presente em diferentes campos científicos (pedagogia, filosofia, sociologia, semiótica etc.), “ela tem seus próprios problemas e questões de estudo, não podendo simplesmente ser vista como aplicação particular desses campos” (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 10).

Por exemplo, Garnica (1999) critica a noção da EM centrada no desenvolvimento de metodologias, destaca a importância da prática educativa voltada para uma perspectiva que enfoque na natureza do conhecimento e propõe para a EM uma metodologia de pesquisa, chamada de “Paradigma Indiciário”, que possibilita investigar a EM enquanto prática pedagógica e campo científico. Nessa abordagem de EM, teríamos o professor-pesquisador que investigaria a EM como prática social que comporta atividades de pesquisa tanto no âmbito acadêmico (com pesquisas realizadas em programas de pós-graduação), quanto no âmbito escolar (com pesquisas sobre a prática docente cotidiana em sala de aula em qualquer nível escolar). Nos cadernos do PNAIC, essa abordagem é evidenciada quando orientam o professor a pensar e a assumir uma atitude investigativa, centrada na elaboração de questões e hipóteses para a construção do conhecimento e na escolha de amostras e instrumentos adequados à resolução de problemas, que levariam o aluno, a partir de experimentações, a interpretar conceitos e proposições matemáticas (BRASIL, 2014h).

> Investigar é experimentar coletivamente, ler, escrever e discutir matematicamente, levantar hipóteses, buscar indícios, observar regularidades, registrar resultados provisórios, compartilhar diferentes estratégias, variar procedimentos, construir argumentos matemáticos, como também ouvir os argumentos matemáticos dos colegas, buscar generalizar, conceituar. Professor e alunos participam desse movimento questionando, apresentando seu ponto de vista, oferecendo contraexemplos, argumentando, matematizando. A comunicação acontece por meio da dialogicidade (BRASIL, 2014b, p. 18).

Nesta proposta, professor e aluno são desafiados e envolvidos num processo de colaboração investigativa (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006) em que o movimento de questionar e ser questionado, denominado por Skovsmose (2000) de “cenário para investigação”, pode levar a reformulações ou a novas investigações e proporcionar um espaço de aprendizagem na perspectiva da Educação Matemática Crítica[37] (SKOVSMOSE, 2008). Nesse processo, o diálogo é essencial e o professor assume fundamental relevância na função de auxiliar, de esclarecer e de ampliar as ideias e os pontos de vista, “não como verdades absolutas, mas como algo que pode ser examinado” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 70); por meio da cooperação investigativa, o professor pode verificar se o aluno percebe a presença da matemática na sociedade.

Bicudo (1993) acrescenta que a pesquisa em EM não é pesquisa em Matemática, nem é pesquisa em Educação, todavia, trata de assuntos tanto da matemática quanto da educação e se encontra em construção. Desse modo, não há como definir o que venha a ser pesquisa em EM, o que podemos reconhecer é que, como área de conhecimento, a EM é recente e isso justifica as inúmeras investigações que envolvem as pesquisas em EM, uma área complexa, mas em crescimento, que busca consolidar quadros teóricos e incorporar novos saberes, inclusive de outras áreas do conhecimento, que propõem pesquisar outros modos de ver a matemática, a educação e a EM. A autora também alerta para a complexidade das atividades pedagógicas e para estudos que buscam compreender aspectos da prática e do conhecimento matemático. Dentre as temáticas possíveis estão o desenvolvimento e a compreensão de conceitos matemáticos, suas aplicações como ferramenta de ensino, suas práticas, os currículos, a formação do professor de matemática, entre outros.

Nesse sentido, nota-se, nas propostas de ações pedagógicas, não somente a preocupação com o ensino da matemática em nossas escolas, fato que tem levado professores e pesquisadores matemáticos a buscarem soluções para os problemas da EM, mas também com a aprendizagem da matemática. Algumas dessas soluções são consideradas verdadeiras tendências pedagógicas por serem usadas por muitos

---

[37] A temática da Educação Matemática Crítica é abordada por Ole Skovsmose, autor austríaco e professor da UNESP/Rio Claro, a partir da concepção dialógica e da ideia de libertação do homem na perspectiva de Paulo Freire. Defende que a EM deve voltar-se para o desenvolvimento do pensamento crítico e da democracia, visando a cumprir o objetivo emancipatório dos processos educacionais.

professores em suas práticas de sala de aula e por servirem como recursos para trabalhar a EM.

Inicialmente, destacamos as tendências que se desenvolveram ao longo das décadas de 1920 a 1970, em que o ensino de matemática sofreu influência dos movimentos de renovação conhecidos como “Matemática Moderna”, iniciados com a “Escola Nova” na década de 1930. São tendências[38] que consideram o princípio da utilidade como diretriz para o ensino da matemática e para a relação da matemática com outras ciências como método para solucionar os problemas do cotidiano. Algumas tendências desse período são apresentadas por Fiorentini (1994; 1995) que aponta diferentes perspectivas de se conceber a EM: alguns estudos relacionam a EM a uma área de rigor e de formalização dos conteúdos matemáticos escolarizados; outros ao uso de técnicas de ensino e de aprendizagem para reduzir os elevados índices de reprovações; há os que relacionam a matemática ao cotidiano do aluno e os que veem a matemática a serviço da formação cidadã. O autor categoriza a atividade de ensino da matemática em seis tendências pedagógicas (quadro 1), concretizadas em práticas de ensino da matemática, a partir da década de 1920, e que marcaram a configuração do ideário da EM no Brasil até a década de 1970.

Quadro 1 - Tendências pedagógicas em Educação Matemática no Brasil

TENDÊNCIAS PEDAGÓGICAS	PERÍODO	CARACTERÍSTICAS
Empírico-ativista	Surge na década de 1920	Surge em oposição à escola clássica/tradicional. O professor torna-se o orientador da aprendizagem e o aluno passa a ser o centro da aprendizagem com participação ativa. Tendência que defende que a aprendizagem não se dá pela descoberta, mas pela ação, pela manipulação ou pela experimentação, ou seja, o aluno “aprende fazendo”. Surgem propostas pedagógica que privilegiam as atividades lúdicas, em que o conhecimento matemático possa surgir do mundo físico e ser extraído pelo aluno por meio dos sentidos e da intuição.
Formalista clássica	Presente no Brasil até a década de 1950	Ensino livresco, centrado no professor - elemento fundamental do ensino, mas que não tinha formação específica - e a aprendizagem do aluno ocorria de forma passiva e consistia na memorização. Tratava-se de um modelo euclidiano (sistematizado) com ênfase numa

[38] A ordem que apresento as tendências matemáticas, nos quadros 1 e 2, não segue, necessariamente, uma ordem cronológica, objetivo com eles apenas descrever tais tendências a fim de mostrar os modos de ver e de conceber o ensino da matemática e como tais tendências podem estar imbricadas entre si.

		concepção platônica (visão estática) em que os conhecimentos matemáticos, preexistentes e não construídos pelo homem, deveriam ser ensinados e “passados” pelo professor ao aluno, a quem só restaria “copiar” e “repetir”.
Formalista moderna	Após 1950	Movimento educacional que se fundamentava na organização do conhecimento matemático, com ênfase no uso preciso da linguagem matemática. Unificou os três campos fundamentais da matemática: a Teoria dos Conjuntos, as Estruturas Algébricas e Relações e Funções. Enfatizava o caráter estrutural e lógico da matemática em lugar do pragmático. Parecia formar especialistas em matemática e não cidadãos. A atividade de ensino e o processo de aprendizagem continuavam sem mudanças: autoritários e centrados no professor.
Sócio-cultural ou Crítico popular	A partir da década de 1960	O fracasso do Movimento Modernista e as dificuldades matemáticas apresentadas por alunos economicamente menos favorecidos despertou a atenção de alguns pesquisadores para aspectos socioculturais da EM. Apoia-se nas ideias pedagógicas de Paulo Freire e nos estudos da etnomatemática de Ubiratan D’Ambrósio. O conhecimento matemático deixa de ser formalista, pronto e acabado, e assume um caráter mais prático e dinâmico, produzido histórico-culturalmente nas práticas sociais. Trata-se de um método de ensino que contempla a problematização e o estudo de questões relacionadas à realidade do aluno.
Tecnicista e suas variações	Décadas de 1960-1970	Tendência pedagógica oficial do regime militar, fundamentada no funcionalismo, para o qual a sociedade seria um sistema organizado e funcional para a manutenção da ordem e condição para o progresso e a escola teria a função de manter a estabilidade do sistema. Fazia uso de técnicas de ensino, como a instrução programada (estudo dirigido). Enfatizava o ensino da matemática pela matemática e preocupava-se com a linguagem e o uso correto, preciso e rigoroso dos símbolos, sem dar atenção aos processos que os produzem. A aprendizagem consistia no desenvolvimento de habilidades para a fixação dos conceitos. O ensino e a aprendizagem não se centravam nem no professor nem nos alunos, mas nos recursos e nas técnicas de ensino.
Construtivista	Décadas de 1960-1970	Tendência que defende uma concepção de ação, baseada na epistemologia genética de Piaget e, diferentemente dos empírico-ativistas, nesta tendência, o conhecimento matemático resulta da interação e da reflexão do homem com o meio ambiente. A finalidade do ensino assume uma natureza formativa, em que o importante é aprender a aprender e desenvolver o pensamento

		lógico-formal. Valoriza a aprendizagem, coloca o aluno no centro do processo e foca mais o processo que o produto do conhecimento.

Fonte: Adaptado a partir de Fiorentini (1994; 1995).

Apesar de não se mostrar muito visível, é possível perceber em Fiorentini (1994; 1995) traços de uma concepção utilitarista[39] do ensino da matemática nas tendências Empírico-ativista, Tecnicista, Construtivista e Socioetnocultural; a formalista clássica e a formalista moderna não apresentam traços utilitaristas subjacentes. O autor também nos mostra como os modos de ver e de conceber o ensino da matemática influenciam as diretrizes curriculares do ensino da matemática nos currículos da educação básica no Brasil.

A partir do início dos anos de 1980, é a vez dos meios de comunicação, associados ao uso da tecnologia, exigirem mudanças em diferentes setores, inclusive na educação, e com isso, fazem surgir novas tendências pedagógicas. No campo da matemática, os educadores matemáticos passam a buscar novos métodos, que levam ao surgimento de outras tendências, focadas na EM, e, além das tendências apresentadas no quadro 1, voltadas para a educação em geral, atualmente, podemos considerar como novas tendências em EM: a Etnomatemática, a Modelagem Matemática, a Resolução de Problemas, a Investigação Matemática, a História no Ensino da Matemática, a Leitura e a Escrita na Matemática, a Educação Matemática Crítica, as Mídias Tecnológicas e os Jogos Matemáticos (quadro 2).

Quadro 2 - Tendências pedagógicas atuais em Educação Matemática no Brasil

TENDÊNCIAS PEDAGÓGICAS	PERÍODO	CARACTERÍSTICAS
Etnomatemática	A partir da década de 1970	Surge a partir de críticas acerca do ensino tradicional de Matemática. Estuda a Matemática destacando os aspectos culturais ao longo da história da humanidade. Prioriza a cultura local e os conhecimentos prévios dos alunos, em contextos fora do ambiente escolar. Tem como ponto de partida os conceitos informais trazidos pelos alunos. Contraria a concepção de que todo conhecimento é adquirido na escola, ou seja, parte do pressuposto de que o ensino de matemática deve levar em consideração a realidade do aluno, o meio cultural e social em que vive. O professor Ubiratan D'Ambrósio é idealizador e criador desta tendência.

[39] Refiro-me à ênfase dada à necessidade prática de atribuir significado ao pensamento, por meio de ações pedagógicas e conceitos contextualizados na realidade.

Resolução de problemas	A partir da década de 1980	Metodologia de ensino que sugere a participação do aluno na construção de seu conhecimento e enfatiza que o problema é o ponto de partida de uma atividade matemática e não a definição de conceitos. No contexto do ensino e da aprendizagem, o professor propõe ao aluno uma situação-problema, que possibilite investigar e explorar novos conceitos e também formular problemas para que a turma os resolva e aproxime o conhecimento matemático do aluno, ou seja, os conceitos, as ideias e os métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas. Trata-se de uma "perspectiva metodológica", "um ponto de vista" ou "uma forma de ver" a questão para resolver um problema, que deve ser visto como um aspecto que pode iniciar um processo de construção do conhecimento matemático. Aqui, o aluno não só verifica a metodologia, mas lê a questão, faz questionamentos, verifica os vários métodos que podem auxiliar na resolução da questão a partir dos questionamentos e da análise do aluno (não do professor), dessa forma, o aluno aprende a pensar por si só, levanta e testa hipóteses, tira conclusões e as discute com a turma.
Modelagem matemática	Década de 1980	Trata-se de uma metodologia pela qual se propõe aplicar conceitos matemáticos conforme a situação-problema e que tenha como referência a realidade, ou seja, estuda a Matemática na realidade, aproveitando a experiência cotidiana do aluno no ambiente escolar, com o objetivo de dar sentido ao conteúdo estudado e tentar promover maior facilidade em sua aprendizagem. É considerada mais que um método de ensino e de aprendizagem, seria um novo conceito de Educação Matemática, evidenciado pela possibilidade de associar a Modelagem Matemática à Etnomatemática e à Educação Matemática Crítica.
Educação Matemática Crítica	Década de 1980	Tendência que defende o ensino da Matemática escolar como forma de contribuir para uma educação mais democrática, igualitária e justa a fim de superar as diferenças sociais. Relaciona a Educação Matemática à democracia, pois entende que as relações na sociedade e na escola promovem opressão e, como a Matemática escolar pode significar tanto inclusão quanto exclusão e discriminação, a Educação Matemática pode incluir reflexões sobre o funcionamento sociopolítico da matemática. Mais uma vez, o professor de matemática e a comunidade de educadores matemáticos têm papel significativo na tentativa de dirimir o poder negativo que é atribuído à Matemática escolar, poder esse que normalmente exclui os menos privilegiados e inclui os de maior prestígio. Essa tendência também é vista como um

		dos possíveis caminhos para tornar os alunos agentes sociais do século XXI com conhecimentos científicos críticos que possam contribuir para que a sociedade viva melhor e obtenha acesso aos benefícios da tecnologia. Ole Skovsmose é um dos principais representantes dessa tendência.
Investigação Matemática	A partir da década de 1990	Tendência em que o aluno ou o grupo de alunos é orientado a fazer uso dos conteúdos já vistos nas aulas para aplicá-los em diferentes meios de investigação para obter resultados também diferentes, ou seja, ele se comporta como um pesquisador matemático, pois levanta uma questão para estudo, faz suposições, apresenta hipóteses e verifica a exatidão dos cálculos realizados. Trata-se de uma investigação em que o objeto/problema a ser investigado não é explicitado pelo professor, este apenas indica oralmente o método de investigação para que o aluno compreenda o significado de investigar; no decorrer da investigação, um mesmo problema apresentado poderá ter objetos de investigação distintos por diferentes grupos de alunos; além disso, se os alunos partirem de pontos de investigação diferentes, também poderão obter resultados diferentes. Investigar, aqui, é uma tentativa de descobrir aquilo que não se conhece, que não se tem certeza.
História da Matemática	A partir da década de 1990	Campo de estudo que trata da origem, das descobertas, dos métodos, dos registros e das anotações matemáticas do passado. Possibilita relacionar as descobertas matemáticas do presente com os fatos sociais e políticos, com as situações históricas e com as tendências filosóficas que contribuíram para o desenvolvimento científico da matemática em cada época, ou seja, a História da Matemática busca encontrar informações acerca do movimento do pensamento matemático, da ação humana no tempo e as circunstâncias em que se desenvolveram, a fim de mostrar ao aluno que a matemática está contida no nosso dia a dia, na nossa vivência social e cotidiana, ou seja, vivemos a Matemática todos os dias. Compreender a evolução do conhecimento matemático permite ao professor elaborar estratégias para possibilitar a construção do conhecimento dos alunos.
Mídias Tecnológicas	A partir da década de 1990	Tendência que defende o uso de tecnologias no ensino da matemática como forma de promover mudanças na prática pedagógica e auxiliar na aprendizagem do aluno para que ele tenha interesse e motivação para ir em busca da informação desejada. As Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) são usadas como um suporte educacional, em que o professor pode aproveitar o uso de computadores para trabalhar com *softwares* educativos e com pesquisas na

		internet, a televisão e o DVD, por exemplo, para exibir filmes e vídeos com histórias da Matemática etc. A modernização e o avanço tecnológico do século XXI impulsionam as escolas a se apropriarem dos recursos como mais uma possibilidade de aprendizagem.
Jogos Matemáticos	A partir da década de 1990	Apesar de terem surgido em 1920, durante o movimento da Escola Nova, somente na década de 1990 é que os jogos matemáticos passam a ter novas dimensões a partir das mudanças nos processos metodológicos desencadeados no final do século XX, especialmente com as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), em que as atividades com jogos passam a representar um importante recurso pedagógico. Defende a utilização de jogos como ferramenta de ensino para aproximar o conteúdo matemático com algo que possa ser observado e manuseado no cotidiano. Busca desenvolver práticas de ensino que envolvam situações da realidade e do interesse dos alunos, na tentativa de dar significado ao seu aprendizado, fazendo-os interagir com o professor e a turma a fim de que se sintam construtores do seu próprio conhecimento, dessa forma, a matemática aprendida na prática faria mais sentido ao aluno e os conteúdos que eram apresentados de modo desinteressante, passariam a ser apresentados de forma descontraída e divertida, obteriam a atenção dos alunos e fariam com que eles passassem a ter uma visão positiva da matemática e reconhecessem que, além de interessante, ela é importante, necessária e divertida.
Leitura e Escrita na Matemática	Final da década de 1990	Tendência que compreende que a dificuldade dos alunos diante dos problemas matemáticos se deve ao fato de eles não aprenderem ler e escrever para resolver problemas matemáticos, por isso, encontram dificuldade com a leitura e com a escrita na matemática. Defende que, além do conhecimento da língua materna é indispensável fazer uso da língua específica da matemática, uma vez que as formas simbólicas exercem um importante papel na aprendizagem da matemática. Questiona a ideia tradicional de que “aquele que gosta de matemática não gosta de escrever” ou que “professor de matemática precisa saber e ensinar a calcular, não ler e escrever”. Como em geral, os alunos têm pouco contato com textos nas aulas de Matemática, preocupa-se em dar oportunidades a todos de externar seus pensamentos refletindo e expressando suas próprias opiniões e propõe que os alunos sejam estimulados a relatarem seus conhecimentos matemáticos escrevendo sobre eles, por meio de fórmulas e de cálculos, pois

		escrever sobre o assunto auxilia na compreensão pessoal.

Fonte: Adaptado a partir de D'Ambrosio (2002; 2012); Bassanezi (2002); Dante (2005); Ponte; Brocardo; Oliveira (2003); Pinheiro (2005); Lopes e Borba (1994); Klüsener (2006); Skovsmose (2006); Borba; Penteado (2001); Moura (1991).

As tendências pedagógicas em EM apresentadas nos quadros 1 e 2 demonstram uma evolução histórica vivenciada pelo processo educacional. E ao acompanharem as tendências na área da educação e apontarem diferentes maneiras de ensinar e de aprender a matemática, trazem contribuições para professores e alunos. Além disso, a descrição das características de cada tendência nos revela uma certa imbricação entre elas, o que nos leva a pensar que não há necessidade de o professor seguir uma única tendência, mas desenvolver um trabalho em que essas tendências sejam articuladas de tal forma que seja possível ensinar matemática a partir da compreensão da dimensão da EM para a sociedade, que vai além do trabalho em sala de aula e do ensino dos conteúdos matemáticos.

As tendências apresentadas aqui evidenciam que a matemática tem história e sintetizam parte do esforço de estudiosos em EM que tentam superar a noção de que a matemática é para poucos e buscam práticas alternativas que possam proporcionar o desenvolvimento e a construção do conhecimento matemático por professores e por alunos.

Por exemplo, no contexto das práticas pedagógicas escolares e da pesquisa em EM no Brasil, a temática da contextualização de conteúdos matemáticos no cotidiano tem sido considerada quase que obrigatória na formação de professores de Matemática; contudo, a valorização de um trabalho pedagógico-didático - que se volte exclusivamente para vivências, para experiências e para conhecimentos adquiridos nas práticas cotidianas - tem preocupado professores e pesquisadores que buscam assegurar que os alunos se apropriem dos conhecimentos científicos da EM e que veem na escola o ambiente apropriado para o desenvolvimento dos conceitos científicos. Por isso, é importante considerar não apenas os conhecimentos prévios do aluno, mas também, por meio da mediação da escola e da prática pedagógica, possibilitar a sistematização dos conhecimentos que ele ainda não possui. Pois, de uma perspectiva sócio-histórica, o processo de apropriação do conhecimento não se constitui pelas experiências imediatas e individuais de cada indivíduo, mas a partir do desenvolvimento de um conjunto de aptidões humanas, que ocorre por meio da educação. De acordo com Leontiev (2004, p. 291), "Quanto mais progride a

humanidade, mais rica é a prática sócio-histórica acumulada por ela, mais cresce o papel específico da educação e mais complexa é a sua tarefa (...)", ou seja, quanto mais progride a humanidade, mais o homem necessita se apropriar de sua cultura e mais complexo se torna o papel da escola diante do desenvolvimento humano. Neste sentido, cabe considerar como o desenvolvimento do pensamento teórico se desenvolve.

É importante ressaltar que, ainda desta perspectiva sócio-histórica, o desenvolvimento humano se constituiu na relação do sujeito com a cultura, mediante leis sócio-históricas, que levam o homem a modificar, a transformar e a adaptar a natureza de acordo com suas próprias necessidades. Como o indivíduo não nasce dotado de saberes e de conhecimentos, ele necessita se apropriar deles através de um processo de educação e de ensino no sentido amplo, que conduz a uma formação universal de desenvolvimento mental do homem, ou seja, trata-se do processo de apropriação da cultura humana, resultado da atividade humana sobre os objetos e o mundo por meio da comunicação (DAVIDOV, 1986), que é fundamental uma vez que é por meio da apropriação de saberes e de conhecimentos que o sujeito pode desenvolver novas habilidades e aptidões psíquicas.

> Apropriação é o processo de reprodução, pelo indivíduo dos procedimentos historicamente formados de transformação dos objetos e da realidade circundantes, dos tipos de relação com eles e o processo de conversão destes padrões socialmente elaborados em forma da "subjetividade" individual. O desenvolvimento se realiza por meio da apropriação, pelo indivíduo, da experiência histórico-social (DAVÍDOV; MÁRKOVA, 1987, p. 321).

Nesse contexto, à medida que a sociedade evolui e se torna mais complexa, a educação, principal motor de transmissão e de apropriação da história social humana, passa a ser fundamental na formação do homem e no desenvolvimento sócio-histórico-cultural.

Ao examinar os problemas teóricos relacionados à educação e ao ensino com o desenvolvimento mental do homem, Davidov recomenda que se faça uso não somente dos conceitos de educação e de ensino, mas também de apropriação, na medida em que esta, expressa as relações essenciais entre a experiência individual e a experiência social, pois, no processo de apropriação, o indivíduo, em sua atividade, é levado à reprodução das capacidades humanas formadas historicamente.

Assim, com base na psicologia histórico-cultural de Davidov (1986; 1988), é necessário distinguirmos conhecimento teórico de conhecimento empírico. Por ter seu conteúdo centrado na atividade de ensino e no processo de aprendizagem, o conhecimento teórico é caracterizado por ser próprio do ambiente acadêmico escolar e necessitar de comprovação testada cientificamente; já o conhecimento empírico, por ser pautado em crendices populares e no senso comum, tem seus conceitos transmitidos de geração a geração por meio de heranças culturais e não necessitam de comprovações científicas. No quadro 3, apresento, comparativamente, as duas formas de conhecimento descritas por Davidov e Markova (1987).

Quadro 3 – Distinção entre conhecimento empírico e conhecimento teórico

CONHECIMENTO EMPÍRICO	CONHECIMENTO TEÓRICO
Desenvolve-se por meio do processo de comparação dos objetos e das representações sobre eles, o que permite separar suas propriedades gerais e comuns.	Desenvolve-se no processo de análise do papel e da função de certa relação entre os objetos dentro do sistema desmembrado.
O processo de comparação separa a propriedade formalmente geral, cujo conhecimento permite relacionar objetos individuais a uma determinada classe, independente deles se relacionarem ou não entre si.	O processo de análise busca a relação real entre os objetos que servem como base genética para outras manifestações do sistema. Essa relação atua como forma geral ou essencial do todo (re)produzido mentalmente.
Apoia-se em observações e reflete apenas as propriedades externas dos objetos, por isso, depende, exclusivamente, das representações visuais.	Baseia-se na transformação dos objetos e reflete suas relações e ligações internas. Ao reproduzir os objetos na forma de conhecimento teórico, o pensamento ultrapassa os limites das representações sensoriais.
Formalmente, as propriedades gerais e específicas dos objetos são colocadas no mesmo plano.	A conexão ocorre entre a relação geral e suas diferentes manifestações, ou seja, a conexão vai do geral ao particular.
O processo de concretização do conhecimento empírico consiste na seleção de ilustrações e exemplos, que se inserem na classe dos objetos correspondentes.	O processo de concretização do conhecimento teórico requer sua conversão em uma teoria capaz de deduzir e explicar as manifestações particulares do sistema a partir de seus fundamentos gerais e universais.
O meio indispensável para fixar o conhecimento empírico é a palavra-termo.	O conhecimento teórico se expressa, primeiramente, nos procedimentos da atividade mental e, posteriormente, em diferentes sistemas simbólicos e de signos, particularmente, nos meios de comunicação da linguagem artificial e natural (o conceito teórico pode até existir como procedimento para separar o particular do geral, mas pode não ter ainda uma terminologia que o expresse).

Fonte: Traduzido a partir de Davidov e Markova (1987, p. 178-179).

Para Davidov (1986; 1988), no pensamento teórico, a abstração, a generalização e o conceito se firmam em traços internos; enquanto que no pensamento empírico, firmam-se em conexões externas do objeto, ou seja, os conhecimentos teóricos se expressam no plano das ações mentais, enquanto que os conhecimentos empíricos têm caráter externo e imediato, expressos por palavras do cotidiano.

> Os conhecimentos empíricos se elaboram no processo de comparação dos objetos e representações sobre eles, que permite separar as propriedades iguais, comuns. Os conhecimentos teóricos surgem no processo de análise do papel e da função de certa relação peculiar dentro do sistema integral que, ao mesmo tempo, serve de base genética inicial do todas as manifestações.
> [...]
> Os conhecimentos empíricos, apoiando-se nas observações, refletem nas representações as propriedades externas dos objetos. Os teóricos, que surgem sob a base da transformação mental dos objetos, refletem suas relações e conexões internas, “saindo” assim, dos limites das representações (DAVYDOV, 1986, p. 154).

Neste sentido, considerando que o pensamento teórico se desenvolve com base na formação de conceitos científicos e de ações mentais (psicológicas, lógicas e específicas), Davydov defende que a escola é o ambiente imprescindível para a apropriação e para o desenvolvimento dos conhecimentos científicos. E esse pressuposto é fundamental para o ensino da matemática.

Assim, de acordo com Davydov (1986; 1988), o processo de aprendizagem, no início da vida escolar, é fundamental, pois ele é responsável pelo desenvolvimento da consciência, do pensamento e da personalidade da criança; e a melhor forma de realizar uma atividade escolar com as crianças é partindo de uma situação-problema em que o conhecimento teórico seja o principal conteúdo a ser trabalhado para que a criança possa assimilar o conhecimento teórico durante a realização das diferentes atividades de aprendizagem nas quais é inserida. Por meio de atividades pedagógicas bem direcionadas pelos professores, é possível desenvolver a formação psicológica e mental do aluno. Por isso, é importante também incluir a criatividade nas atividades de aprendizagem desde os primeiros anos do período escolar.

Davydov (1986) expõe cientificamente que o desenvolvimento do pensamento teórico do aluno só é possível na escola, mas para isso, é necessário que ela coloque em prática esse desenvolvimento. O autor ressalta ainda que os conteúdos escolares,

principalmente do ensino fundamental, devem possuir características próprias, que levem o aluno a pesquisar, a resolver problemas e a se apropriar dos conceitos científicos, de forma que possa desenvolver o pensamento teórico e todas as habilidades envolvidas e necessárias ao seu processo de formação.

Retomando as tendências apresentadas nos quadros 1 e 2, percebemos que muitas baseiam-se na perspectiva da contextualização dos conceitos matemáticos no cotidiano do aluno visando a melhoria da aprendizagem da matemática, o que, teoricamente, tornaria o ensino mais atraente e, por isso, os professores tendem a confiar nos teóricos que propõem tais tendências e as escolhem sem pensar muito nas consequências para a aprendizagem (SILVEIRA et al, 2014). Contudo, Silveira *et al* (2014) chamam a atenção dos professores para o fato de que o enfoque na contextualização de algumas dessas tendências, apesar de auxiliar na superação das dificuldades dos alunos, em algumas situações, pode comprometer a compreensão deles, por exemplo, quando necessitarem aplicar os conteúdos matemáticos na prática e dar sentido ao conhecimento matemático, que nem sempre possui uma aplicação imediata, por exemplo, os números irracionais, mas que nem por isso deve deixar de ser ensinado. Essa questão também é levantada por Baruk (1996) e Gottschalk (2002) que criticam a supervalorização do conhecimento prévio da criança e de suas experiências individuais[40] e as orientações educacionais construtivistas aplicadas ao ensino da matemática; e destacam a possibilidade de essa prática causar frustração no professor quando, mesmo seguindo as recomendações construtivistas, não vê o aprendizado acontecer de forma satisfatória. Silveira *et al* (2014, p. 155), acrescentam que essa

> frustração ocorre de ambos os lados, professores e alunos, em virtude talvez da falta de clareza com que a matemática é trabalhada em sala de aula. O utilitarismo pode, sem dúvida, contribuir para motivar o ensino da matemática, por outro lado gera desconforto aos professores quando não conseguem atribuir um sentido prático para o estudo dos radicais, por exemplo.

Com relação aos documentos curriculares oficiais, que orientam o trabalho docente, Cardoso (2009, p. 186) aponta que a presença de uma concepção utilitarista

---

[40] Como se o conhecimento fosse consequência de “processos internos em interação com o meio” e os conteúdos escolares pudessem ser descobertos “através de um processo contínuo de aprendizagem, em que se consideram os conhecimentos prévios dos alunos como hipóteses a serem verificadas e então reformuladas, refutadas ou confirmadas, construindo-se, assim, conceitos e procedimentos” (GOTTSCHALK, 2002, p. 11).

não forma para a cidadania e para o trabalho e que as diretrizes curriculares oficiais “nos levam a refletir sobre as velhas formas tradicionais de ensino da matemática e nos obrigam a reformulações, a novas concepções, a novas organizações curriculares, enfim, a discutir ideias paradigmáticas para o ensino da matemática”.

Nessa perspectiva e considerando as discussões sobre matemática, contidas nos cadernos do PNAIC, identificamos uma tendência utilitarista e contextualizada do ensino da matemática ao afirmarem que a aprendizagem da matemática

> não acontece exclusivamente na escola, com as crianças vendo os professores escrevendo definições e exercícios na lousa ou mandando fazer tarefas dos livros didáticos. Aprende-se matemática no dia a dia, observando as coisas ao redor e colocando-as em relação. Aprende-se matemática também nas relações sociais, trocando ideias com os colegas, observando as atividades dos pais em casa ou no trabalho, indo à escola ou passeando, observando as coisas da natureza e do lugar em que se vive na cidade, no campo ou na praia, tanto em atividades de lazer quanto na prática de esportes, nas brincadeiras e jogos, lendo um livro de histórias ou ainda prestando atenção no noticiário que se ouve no rádio ou se vê passar na televisão (BRASIL, 2014a, p. 33).

Nos documentos do PNAIC, o uso da matemática no dia a dia é apresentado como algo relevante e necessário para a alfabetização matemática.

> No processo de alfabetização das crianças, a Matemática é uma aliada que coopera no processo de comunicação e no desenvolvimento de múltiplas linguagens. As crianças, desde muito pequenas, estão rodeadas de informações escritas, visuais, sonoras, artísticas, etc. Essas crianças podem elaborar, com o auxílio do professor, noções matemáticas a partir de atividades cotidianas que utilizem estas informações, tais como: estar dentro/fora de ambientes ou fazer/não fazer parte de um grupo; elaborar mapas ou explicações sobre deslocamentos, itinerários ou percursos (como por exemplo, ir à escola, ao banco, ao supermercado e voltar para casa); apresentar em tabelas os dados referentes a coleções de objetos, fazer a leitura de diversos tipos de calendário, compreender as diversas formas de anotar dados importantes em jogos, fazer registro de quantias de dinheiro, construir gráficos e tabelas e fazer a sua leitura quando publicados em notícias e artigos de jornais (BRASIL, 2015g, p. 30).

> O objetivo do trabalho com a Matemática nas séries/anos iniciais é dar oportunidade para que as crianças coloquem todos os tipos de objetos, eventos e ações em todas as espécies de relações, sendo importante que as atividades propostas sejam acompanhadas de jogos e de situações problema e promovam a troca de ideias entre as crianças. Especialmente nesta área é fundamental o professor fazer perguntas às crianças para poder intervir e questionar a partir das suas lógicas (BRASIL, 2012a, p. 23-24).

> Para envolver a criança nas situações de práticas matemáticas, optamos por partir daquilo que é imediatamente sensível, próximo, familiar e significativo: ela própria (seu corpo), suas experiências pessoais (suas vivências, brincadeiras, habilidades), seu meio social (familiares, colegas, professores), seu entorno (sua casa, sua rua, sua comunidade, seu bairro, sua cidade). Em síntese: sua **realidade** (BRASIL, 2014i, p. 6, grifo do autor).

Considerando Fiorentini (1994; 1995), Cardoso (2009), Silveira et al (2014), Baruk (1996) e Gottschalk (2002), podemos inferir que a presença de uma concepção utilitarista do ensino da matemática nos cadernos do PNAIC pode tanto contribuir para motivar a aprendizagem da matemática em alguns momentos, quanto pode causar problemas, em outros momentos, caso não se consiga atribuir um sentido prático ao que se está ensinando.

Conforme Silveira, Teixeira JR. e Silva (2018, p. 10), essas novas tendências, que orientam a prática docente, buscam aproximar a matemática escolar do dia a dia dos alunos, com o objetivo de motivá-los a solucionar problemas concretos em seu cotidiano por meio da contextualização do “conteúdo matemático escolar em situações ou em problemas cotidianos dos alunos, no intuito de aproximar a escola à vida dos estudantes, o que tornaria as aulas mais significativas”. Todavia, segundo esses autores, essa abordagem pode levar a equívocos, quando mal compreendida: “se o ensino deve ser contextualizado, e o contexto é a vida dos alunos, isso faz parecer, para alguns educadores e pesquisadores, que só aquilo que possui aplicação prática e imediata merece/precisa ser ensinado”; pois, conteúdos sem conexão com o cotidiano dos alunos podem ser vistos como menos importantes e, portanto, poderiam ser descartados.

Ou ainda, segundo a perspectiva de Wittgenstein, os equívocos e as confusões também podem ocorrer quando o aluno reduz o sentido do conceito a sua aplicação num contexto específico, como se o conceito *descrevesse* um fato específico, independentemente de ter conexão com seu cotidiano ou não. Para este filósofo, o problema surge quando se desconsidera a função *normativa* (e não descritiva) dos conceitos matemáticos; por exemplo o conceito da divisão em situações cotidianas não é o mesmo no contexto da matemática: o aluno sabe usar a palavra “dividir” no dia a dia (ao solicitar que “divida seus doces com o amiguinho”, no cotidiano, a criança pode dar um de seus doces para o amiguinho e ficar com todo o resto), mas, no contexto da sala de aula, pode enfrentar dificuldades para aplicar o mesmo conceito (na matemática, dividir por dois, significa dividir em duas partes *iguais*).

De maneira geral, observamos que, no Brasil, as orientações pedagógicas para o ensino da matemática se baseiam nas tendências expostas nos quadros 1 e 2, com ênfase em diferentes perspectivas construtivistas da educação, que procuram fundamentar os significados do conhecimento matemático ou no mundo empírico ou na mente do aluno ou na interação social, ou ainda na relação entre estes diferentes domínios, diferenciam-se, em particular, quanto ao modo de conceber a significação dos conceitos matemáticos. Compreendê-las nos orienta a identificar a forma como os professores têm desenvolvido seu trabalho a fim de promover a aprendizagem dos alunos e a investigar como a formação de professores tem trabalhado novas metodologias para o ensino de Matemática a fim de inovar ou melhorar a prática docente.

Nessa perspectiva, nosso trabalho pretende identificar os modos de ver e conceber o ensino de matemática nos documentos do PNAIC e mostrar como esses modos influenciam as diretrizes curriculares da alfabetização matemática no Brasil e podem ter implicações educacionais, quando se limita a prática pedagógica a concepções, exclusivamente, construtivistas e à visão utilitarista do conhecimento matemático.

4.2 Reflexões acerca das concepções pedagógicas presentes nos cadernos do PNAIC para a Alfabetização Matemática

Após expor as tendências pedagógicas em EM, teceremos algumas considerações a respeito das concepções pedagógicas presentes nos cadernos do PNAIC na tentativa de esclarecer algumas confusões conceituais que podem ter reflexos nas práticas pedagógicas e levar a dificuldades de aprendizagem. Como já explicitado, o PNAIC tem como eixo principal a formação continuada de professores alfabetizadores e assume a perspectiva da EM voltada para a resolução de situações-problema e para o desenvolvimento do pensamento lógico a fim de garantir os direitos de aprendizagem para a alfabetização matemática; defende que essa formação deve propiciar o ensino de matemática no processo de alfabetização na perspectiva do letramento, por meio de reflexões das práticas e das experiências de cada professor. Isso nos revela que as diretrizes para a Alfabetização Matemática reconhecem a importância do professor no processo de qualquer mudança significativa na estrutura

educacional e, ao mesmo tempo, atribui a esse profissional a responsabilidade por sua implementação. Nesse sentido, nossa tese é de que as dificuldades de aprendizagem da matemática possam estar relacionadas não apenas à formação do professor, mas, sobretudo, à forma como ensinam seus alunos a aprenderem os conceitos matemáticos[41]. Acreditamos que a contextualização é uma estratégia limitada de se ensinar a matemática e não dá conta de aspectos específicos da natureza do conhecimento matemático.

4.2.1 A concepção da etnomatemática

A etnomatemática é um programa que se desenvolveu no interior da EM com o intuito não somente de resolver problemas de aprendizagem, mas como ação pedagógica e política em defesa de uma educação transdisciplinar e transcultural, com práticas matemáticas desenvolvidas por diferentes grupos socioculturais. Trata-se de uma área constituída por um campo vasto e heterogêneo no que diz respeito aos estudos teórico-metodológicos.

No Brasil, destaca-se o trabalho do professor Ubiratan D'Ambrósio, que mostra a diversidade do campo da Etnomatemática em relação aos referenciais teóricos, com estudos vinculados a diferentes áreas (Antropologia, Filosofia, História da Matemática, Linguística, Psicologia Cognitiva, Sociologia, Educação do Campo...). Essa diversidade temática e teórica congregou trabalhos que podem ser agrupados em dois grandes eixos: a valorização das matemáticas produzidas em diferentes ambientes (sociais, culturais, históricos e pedagógicos) e a linguagem matemática ensinada nas escolas. Tal situação levou à criação de novas metodologias de aplicação dos conceitos matemáticos no contexto escolar e aplicados à realidade do aluno em diferentes contextos culturais. Essa postura didática defende uma prática docente que explore a realidade cultural do aluno como forma de dar sentido aos conhecimentos matemáticos (D´AMBRÓSIO, 2012) e é bastante explorada nos documentos do PNAIC, especialmente no caderno 09 (BRASIL, 2014j), que trata das relações entre a EM escolar e a Educação do Campo.

> Nessa perspectiva, a Educação Matemática praticada em nossa sala de aula não pode se desvincular dos modos próprios de pensar matematicamente o mundo experienciado pelo homem/mulher do

[41] Esta questão será retomada e exemplificada no próximo capítulo.

> campo em suas práticas sociais. Isso significa dizer que devemos incorporar em nossas práticas educacionais atividades que estejam articuladas com as formas de vida, com a cultura dos sujeitos que compõem a comunidade em que nossa escola está inserida (...) Ao acolher esses diferentes conhecimentos, discutindo e analisando suas especificidades, a Educação do Campo acaba por se articular com uma vertente da Educação Matemática denominada Etnomatemática (BRASIL, 2014j, p. 21).

Vale ressaltar que a Etnomatemática não se ocupa do estudo da Matemática unicamente em grupos étnicos, como por exemplo o indígena, mas insere o estudo da Matemática nos mais diferentes contextos culturais e grupos sociais (agricultores, quilombolas, ribeirinhos, pescadores, entre outros), conforme salienta D'Ambrósio (1993b, p. 17-18),

> Etnomatemática implica uma conceituação muito ampla do *etno* e da matemática. Muito mais do que simplesmente uma associação a etnias, *etno* se refere a grupos culturais identificáveis, como por exemplo sociedades nacionais - tribais, grupos sindicais e profissionais, crianças de uma certa faixa etária etc. -, e inclui memória cultural, códigos, símbolos, mitos e até maneiras específicas de raciocinar e inferir. (...) A etnomatemática se situa numa área de transição entre a antropologia cultural e a matemática que chamamos academicamente institucionalizada, e seu estudo abre caminho ao que poderíamos chamar de uma *matemática antropológica.*

Segundo D'Ambrósio (2002), a matemática é uma ciência de linguagem abstrata e simbólica, presente no cotidiano das pessoas, uma vez que recorrer a números é um fato comum e muito frequente nas práticas diárias dos cidadãos, que nem sempre fazem uso da linguagem matemática com proficiência, pois, a maioria dos usuários não consegue apropriar-se adequadamente desta linguagem, em decorrência de uma inadequada alfabetização matemática, fruto da má formação de professores das séries iniciais que, em sua maioria, não tinham formação específica e prendiam-se a modelos tradicionais que não instigavam os alunos em formação.

Assim como outras tendências e orientações pedagógicas da EM, como a Modelagem Matemática e a Contextualização dos Conteúdos, a Etnomatemática também preconiza uma prática docente que torne as aulas de matemática mais agradáveis e significativas, por meio da contextualização dos conteúdos matemáticos e da aplicação em situações ou em problemas do cotidiano das crianças a fim de aproximar a escola do dia a dia dos alunos.

4.2.2 A concepção da modelagem matemática

De maneira geral, a modelagem matemática é uma proposta metodológica que integra a Matemática a situações e a problemas considerados familiares aos alunos, por exemplo aspectos sociais, econômicos e ambientais. Sua aplicação na matemática objetiva incrementar a aprendizagem de tal forma que a modelagem matemática seja uma alternativa que contribua com o ensino da matemática e provoque uma aprendizagem significativa (ALMEIDA; BORSSOI, 2004). Nesse sentido, Malheiros (2004, p. 159) defende que, ao trabalharem com a modelagem matemática, “os alunos estão produzindo uma matemática que faz sentido para eles”.

Com relação à alfabetização matemática não é diferente, por exemplo, Tortola (2016, p. 267) aponta a modelagem matemática como uma ferramenta que pode potencializar a formação de conceitos na aprendizagem dos anos iniciais do Ensino Fundamental ao “colocar os alunos diante de situações que requerem diferentes usos da linguagem matemática”, mas esclarece que essa abordagem não garante a aprendizagem matemática, pois esta requer um treinamento, uma formação; o autor acrescenta que a modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental

> não implica em mudanças nas bases epistemológicas e/ou ontológicas da modelagem no âmbito da Educação Matemática, mas requer o reconhecimento de que determinadas ações podem ser realizadas de maneiras diferentes das quais são comumente relatadas na literatura (TORTOLA, 2016, p. 270).

Percebemos que a modelagem matemática é incentivada e sugerida nas práticas pedagógicas, conforme observado nos cadernos do PNAIC, todavia, ela ainda é pouco explorada nos anos iniciais. Documentos oficiais, como PCN (BRASIL, 1997, 1998, 1999, 2002) e PNAIC (BRASIL, 2012a-b, 2014a-m, 2015a-g) orientam para um ensino de matemática investigativo, que valorize atividades com situações reais, do contexto do aluno, desde o início da vida escolar, ou seja, as diretrizes curriculares incentivam práticas pedagógicas que possibilitem a abordagem da modelagem matemática no ensino de matemática.

Muitos pesquisadores e professores de matemática defendem a incorporação da modelagem matemática como estratégia pedagógica em atividades de Matemática em sala de aula (BASSANEZI, 1982, 1994, 2002; BARBOSA, 2001a-b; ALMEIDA; BORSSOI, 2004; BURAK, 1992, 2010; ZONTINI, 2016); mas alertam que a utilização

dessa metodologia requer a formação de professores no âmbito da Modelagem Matemática e que sua inclusão nas atividades deve ser gradativa para que o aluno possa se familiarizar com a perspectiva da modelagem no ambiente de sala de aula.

No contexto da sala de aula, a modelagem matemática surge em atividades matemáticas que levam em consideração conceitos matemáticos já conhecidos que podem ser utilizados para resolver problemas ou para a compreensão de conceitos e de procedimentos matemáticos que possam fazer sentido aos alunos e tornar a modelagem uma metodologia pertinente para o ensino e para a aprendizagem significativa. De certa forma, a modelagem estimula os alunos a investigarem situações matemáticas e permite entender os caminhos de uma investigação.

É importante destacar que a modelagem matemática está diretamente relacionada à interdisciplinaridade[42], já que se trata de um trabalho que busca soluções e explicações para um determinado tema/assunto e, frequentemente, faz uso de conceitos relacionados a outras áreas de conhecimento.

4.2.3 Concepções de alfabetização matemática e de letramento matemático

Normalmente, no contexto da alfabetização, etapa em que o aluno terá os primeiros contatos com o conhecimento sistematizado, relacionamos a expressão “alfabetização” ao processo de ler e de escrever em língua materna; todavia, esse termo também é usado para designar o processo de aquisição das primeiras noções matemáticas, área ainda com poucas pesquisas realizadas tendo em vista a predominância de abordagens acerca da língua materna. Este fato pode ser verificado em Danyluk (1998, 2010), que busca descrever as atividades de alfabetização matemática e propor outras estratégias para o ensino e para a aprendizagem da leitura e da escrita do discurso matemático.

Não é de hoje que o ensino de matemática se constitui num grande desafio para os professores dessa disciplina. E isso pode ser constatado a partir dos resultados das avaliações oficiais, que demonstram que os alunos não têm obtido

---

[42] Tendência “que reúne estudos complementares de diversos especialistas em um contexto de estudo de âmbito mais coletivo” e “implica em uma vontade e compromisso de elaborar um contexto mais geral, no qual cada uma das disciplinas em contato são, por sua vez, modificadas e passam a depender claramente umas das outras” (SANTOMÉ,1998, p. 73). Surge em meio ao acelerado processo de globalização das economias, que atribui importância ao trabalho em equipe e estimula a competitividade mediante premiações e incentivos econômicos a fim de assegurar o aumento da produtividade e a melhoria da qualidade do trabalho.

sucesso na apreensão de conhecimentos matemáticos básicos para o seu pleno desenvolvimento, em especial, nos anos iniciais do EF. Por isso, o processo de alfabetização de crianças em idade escolar sempre foi objeto de discussão na esfera educacional brasileira e no cotidiano da prática docente. E, visando a qualidade da educação, essa discussão, ao longo do tempo, já sofreu inúmeras e profundas alterações.

Sabe-se que a alfabetização consiste no período escolar necessário para assegurar a cada criança o direito às aprendizagens básicas para a apropriação da leitura e da escrita, e à consolidação de saberes essenciais dessa apropriação, que contribuirão no desenvolvimento das diversas expressões e no aprendizado de outros saberes e componentes curriculares obrigatórios, que assegurarão a conscientização, o resgate da cidadania e a leitura de mundo (FREIRE, 2003; 2005; SOARES, 2006; 2007; TFOUNI, 2010; DANYLUK, 1998; 2010). Todavia, conforme já exposto, nos últimos anos, são frequentes os índices e resultados de avaliações, como as do IDEB[43] e do PISA[44], que apontam para o fracasso da educação brasileira e levam parte dos pesquisadores a procurar pelas possíveis causas deste cenário.

Por exemplo, a análise dos resultados do PISA, principal teste de avaliação educacional do mundo, tem revelado que o Brasil precisa de uma reforma radical e urgente no EF, principalmente nas escolas públicas. Dados dessa avaliação mostram que o ensino brasileiro há anos apresenta um déficit no trabalho com a leitura e com a aritmética, atividades básicas no processo de escolaridade do aluno para avançar nas etapas de ensino posteriores (BRASIL, 2015a; 2016; OCDE, 2016).

> No estudo dos pontos fortes e fracos dos estudantes brasileiros em leitura, há indícios de que eles tiveram dificuldade em integrar ideias e fragmentos de informação para fazer comparações ou estabelecer relações de causa e efeito, processar informações implícitas e fazer suposições a partir dos fatos apresentados em textos narrativos ou expositivos.

---

[43] IDEB é o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica, criado em 2007, pelo INEP, tem o objetivo de medir a qualidade do aprendizado nacional e estabelecer metas para a melhoria da educação.

[44] PISA é o Programa Internacional de Avaliação de Alunos, é coordenado pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), mas possui uma coordenação nacional em cada país participante; no Brasil, é coordenado pelo INEP. Trata-se de uma iniciativa de avaliação comparada, aplicada de forma amostral a alunos matriculados a partir do 7º ano do EF na faixa etária dos 15 anos (na maioria dos países, esta é idade em que, provavelmente, conclui-se a educação básica obrigatória). Tem o objetivo de produzir indicadores que possam contribuir para a discussão da qualidade da educação nos países participantes e incentivar políticas públicas de melhoria da educação básica. As avaliações ocorrem a cada três anos e abrangem três áreas do conhecimento: Leitura, Matemática e Ciências. Em cada edição do PISA enfatiza-se uma dessas áreas: em 2000, 2009 e 2018, a ênfase foi em Leitura; em 2003 e 2012, Matemática; e em 2006 e 2015, Ciências.

> O desempenho médio dos jovens brasileiros em leitura foi 407, inferior às médias dos estudantes dos países da OCDE (493). Esse resultado do Brasil manteve-se estável desde a última edição do PISA, realizada em 2012. Proporcionalmente, observou-se que os 10% com menor desempenho em leitura no PISA 2015 obtiveram uma nota média igual a 279, enquanto os 10% de maior nota atingiram 539.
> (...)
> Segundo a OCDE, um jovem letrado em matemática é capaz de formular, empregar e interpretar matemática numa variedade de contextos e não simplesmente atingir um mínimo de conhecimentos técnicos ou habilidades. No PISA 2015, foram poucos os estudantes brasileiros que demonstraram atingir esse patamar.
> (...)
> O desempenho médio dos estudantes em matemática no PISA 2015 foi 377, inferior ao desempenho observado em 2012 (389). Além disso, cerca de 70% deles se situaram abaixo do nível 2 na escala de proficiência do PISA, que varia do nível 1 (menor proficiência) ao nível 6 (maior proficiência) (OCDE, 2016, p. 269).

Segundo as orientações do PISA, para que se possa melhorar a qualidade do ensino, o Brasil precisa tomar medidas imediatas no que diz respeito ao trabalho com a leitura e com a escrita, “para que o país alcance melhores níveis de proficiência em leitura e, consequentemente, forme leitores mais críticos e capazes de atuar na sociedade” e, com relação à interpretação de experiências e de resolução de problemas matemáticos, “é muito importante que professores e toda comunidade escolar reflitam sobre os resultados de matemática apresentados nesse relatório com vistas à melhoria da qualidade da educação dos jovens brasileiros de 15 anos” (OCDE, 2016, p. 269).

Dentro dessa premissa, é necessário ensinar o aluno a interpretar um texto e a desenvolver raciocínios lógicos: desafios educacionais da **alfabetização em língua materna** e da **alfabetização em matemática**.

Nos documentos analisados e em vários estudos, entende-se que a alfabetização na língua materna ocorre nas séries iniciais (SOARES, 2006; 2007; TFOUNI, 2010; KLEIMAN, 1995a), e a alfabetização matemática (DANYLUK, 1998; 2010; MAIA, 2013) também deveria ocorrer nessa etapa de ensino, pois, as séries iniciais são responsáveis pela introdução das primeiras noções de conceitos e de conteúdos nas diversas áreas do conhecimento, que representam a base para os conhecimentos futuros que as crianças necessitarão apreender, e a forma como esses conceitos e conteúdos são abordados e sistematizados pela escola nas séries iniciais pode determinar o sucesso ou não dos alunos nas disciplinas. No caso específico da matemática, se o aluno não adquirir os conhecimentos matemáticos necessários,

nessa etapa inicial, dificilmente avançará, de maneira adequada, para as demais séries e para os conhecimentos mais complexos.

A Alfabetização Matemática, apesar de ainda ser um tema pouco difundido no âmbito educacional, é um assunto que tem sido alvo de vários estudos como os de A. Machado (2003), Bueno (2009), Maia (2013), Silva (2015); além do trabalho de Danyluk, (1998, 2010) que define a alfabetização matemática como o ato de aprender a ler e a escrever a linguagem matemática, ou seja, é a ação inicial de ler e de escrever, de compreender e de interpretar seus conteúdos básicos (como noções de aritmética, geometria e lógica...), bem como, saber expressar-se por meio de sua linguagem específica.

Já N. Machado (2001), analisa a relação de impregnação mútua entre a matemática e a língua materna sem fazer referência ao processo de alfabetização, mas defende que, desde o início da vida escolar, a matemática e a língua materna deveriam fazer parte do currículo de tal forma integrada e "impregnada" uma da/na outra que ninguém conceberia a formação de um indivíduo sem um trabalho que envolvesse essas duas áreas. No entanto, as práticas efetivas ao longo dos primeiros anos mostram que

> o ensino de Matemática e o de Língua Materna nunca se articularam para uma ação conjunta, nunca explicitaram senão relações triviais de interdependência. É como se as duas disciplinas, apesar da longa convivência sob o mesmo teto – a escola -, permanecessem estranhas uma à outra, cada uma tentando realizar sua tarefa isoladamente ou restringindo ao mínimo as possibilidades de interações intencionais (MACHADO, N., 2001, p. 15).

Ressalta-se que, a alfabetização matemática também envolve o ato de ler e de escrever a linguagem matemática, sendo que a leitura abrange "a compreensão e a interpretação dessa linguagem" e a escrita "faz com que a compreensão existencial e a interpretação desenvolvidas sejam fixadas e comunicadas pelo registro efetuado" (DANYLUK, 1998, p. 234). Nesse sentido, o professor que alfabetiza precisa compreender que o processo de aprendizagem da alfabetização de seus alunos deve envolver atividades de leitura e de escrita da linguagem matemática, pois letras e números são signos que compõem o seu sistema de representação, convencionados pelo homem para realizar tais registros.

Embora muitas pesquisas em EM (DANYLUK, 1998; MACHADO, N., 2001; KLÜSENER, 2006; CARRASCO, 2006; LOPES; NACARATO, 2009; NACARATO;

LOPES, 2013; FONSECA; CARDOSO, 2005; MACHADO, A., 2003) defendam a importância de se implementar tarefas que possibilitem ao aluno trabalhar a leitura e a escrita da matemática em sala de aula, em geral, poucos professores envolvem seus alunos nessas práticas. Com efeito, há necessidade de investigações que possam contribuir efetivamente para um ensino que permita o desenvolvimento de estratégias de leitura e de escrita em matemática. É necessário compreender que a prática de leitura e de escrita em matemática é de suma importância para esclarecer a dimensão social e a natureza do conhecimento matemático, pois são elementos essenciais para a formação do cidadão que precisa entender e compreender o seu contexto social, bem como o mundo em que vive, ou seja, se quisermos uma sociedade mais justa, "contextualizar a matemática é essencial para todos (D'AMBRÓSIO, 2002, p. 76).

Indo para a pesquisa de Bueno (2009, p. 21), entendemos que a autora discute a leitura e a escrita dos conceitos relacionados à geometria na alfabetização matemática e defende que "o estudante precisa ter compreensão da linguagem geométrica", pois, o contato com a linguagem matemática proporciona ao aluno o conhecimento do seu alfabeto, que o levaria a ser alfabetizado matematicamente. A autora afirma ainda que "a matemática tem uma linguagem própria, diferente da linguagem natural" e acrescenta que a linguagem matemática "envolve não somente a decodificação dos símbolos, mas também a leitura com compreensão, envolvida de significado", ou seja, quando "os estudantes realizam uma leitura com compreensão, o conteúdo matemático tem significado para eles" (p. 104).

Em outra abordagem sobre o tema, Maia (2013) defende que a alfabetização matemática, assim como a alfabetização em língua materna é uma atividade de ensino e um processo de aprendizagem "inconcluso", infinito, porque não está limitado ao simples domínio de conteúdos específicos, uma vez que considera fatores internos e externos à escola, com características sócio-histórico-culturais em constante ligação com a realidade social.

Apesar de ser um termo bastante difundido nos estudos acadêmicos, como vemos, não há um consenso no significado da *alfabetização matemática.* Algumas das discussões apoiam-se nas perspectivas da alfabetização e do letramento em língua materna, que considera a alfabetização como um processo social e cultural amplo que inclui "a aprendizagem da leitura e da escrita, com ênfase na inserção das crianças em práticas de leitura e escrita de textos que circulam em diferentes esferas

sociais de interação” (BRASIL, 2012a, p. 16) para que possam adquirir autonomia, produzindo e compreendendo textos orais e escritos.

Outras discussões, como as realizadas por Moura (2013), consideram a alfabetização matemática como fazendo parte de processos humanos de construção de significados, isto é, um modo humano de se apropriar e de produzir significados, que se caracteriza por transformações constantes e que só ganha sentido quando compartilhado em comunidades. “É a necessidade de compartilhar significados que leva o homem a buscar um modo de comunicar-se. E isso deve ser feito em todos os níveis do conhecimento humano. Não só o da matemática” (MOURA, 2013, p. 131). Para este autor, a alfabetização matemática

> implica um conjunto de ações conscientes de uma comunidade que, diante da necessidade de incluir cada um dos novos sujeitos que chegam ao seu grupo, possibilita-lhes a apropriação de elementos simbólicos e de um método de construção de significados para manejar esses signos na construção de saberes que forneçam acesso ao mundo letrado predominantemente em todos os níveis da sociedade atual (MOURA, 2013, p. 131).

Como vemos, de acordo com Moura (2013), a apropriação de conceitos e significados é resultado da atividade humana numa construção de saberes em movimento. Nessa perspectiva, o ensino se constitui como uma unidade formativa do professor e do aluno em constante transformação. Desse modo, a prática do ensino de matemática deve propiciar o desenvolvimento de atividades que motivem o aluno a trabalhar com os conhecimentos matemáticos como conteúdos produzidos pela ação humana, ou seja, como produto da atividade humana em movimento.

Dentro da temática da alfabetização matemática, há outro tema que tem suscitado intensas e amplas discussões, que possibilitam contrapor e inserir elementos que permitem um avanço no debate sobre o conceito de alfabetização que, até pouco tempo, preocupava-se apenas com a utilização do código linguístico no ensino da língua materna para o domínio da leitura e da escrita: é o letramento matemático e suas implicações no contexto escolar. Cabe ressaltar que esta é a perspectiva propostas nos cadernos do PNAIC.

> Entender a Alfabetização Matemática na perspectiva do letramento impõe o constante diálogo com outras áreas do conhecimento e, principalmente, com as práticas sociais, sejam elas do mundo da criança, como os jogos e brincadeiras, sejam elas do mundo adulto e de perspectivas diferenciadas, como aquelas das diversas comunidades que formam o campo brasileiro (BRASIL, 2014a, p. 15).

> A este conjunto de cadernos cabe a tarefa de subsidiar as discussões relativas à formação continuada presencial para professores alfabetizadores e seus orientadores de estudo, ampliando as discussões sobre a alfabetização, na perspectiva do letramento, no que tange à Matemática. Em outras palavras, que conceitos e habilidades matemáticas são necessários para que a criança possa ser considerada alfabetizada dentro dessa perspectiva (BRASIL, 2014a, p. 8-9).

Inicialmente, o conceito de letramento foi introduzido no Brasil, na década de 90, pelos estudos de Kleiman (1995a) e Soares (2006), que impulsionaram o debate em torno dos processos de escolarização da leitura e da escrita, estabeleceram novas abordagens e compreensão das práticas de leitura e de escrita numa dimensão sócio-cultural, e reforçaram a concepção de leitura e de escrita como uma prática social, contextualizada e realizada com diferentes finalidades.

Mas... o que tem a ver matemática com letramento? Ou o que é letramento matemático? Esses questionamentos têm sido debatidos no âmbito do letramento no Brasil e investigados com o objetivo de se estabelecer um indicador nacional de letramento matemático da população brasileira. Fonseca (2004, p. 27), por exemplo, defende uma concepção de matemática como uma prática sociocultural: “alfabetismo, alfabetismo funcional, letramento, literacia, materacia, numeracia, numeramento, literacia estatística, graficacia, alfabetismo matemático”.

Os primeiros estudos sobre letramento matemático foram realizados pelo Instituto Paulo Montenegro[45] que, visando desenvolver um indicador com informações mais detalhadas sobre os níveis de alfabetismo funcional da população brasileira, construiu um Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional (INAF), e, com base nessa pesquisa, estudiosos do letramento matemático elaboraram um instrumento de coleta de dados buscando avaliar as práticas cotidianas que envolvem habilidades matemáticas, entendidas aqui como:

> a capacidade de mobilização de conhecimentos associados à quantificação, à ordenação, à orientação e às suas relações, operações e representações, na realização de tarefas ou na resolução de situações-problema, tendo sempre como referência tarefas e situações com as quais a maior parte da população brasileira se depara cotidianamente (FONSECA, 2004, p. 13).

---

[45] Organização sem fins lucrativos, criada em 2000 para desenvolver e disseminar práticas educacionais inovadoras que possam promover a melhoria da qualidade da educação e incentivar a formulação de políticas públicas para a educação, com o intuito de construir de uma sociedade mais justa e desenvolvida.

Essa concepção reflete a abordagem sobre letramento voltada para uma visão mais ampla das práticas sociais de uso da matemática, que reforçam “o papel social da educação matemática que tem por responsabilidade promover o acesso e o desenvolvimento de estratégias e de possibilidades de leitura do mundo para as quais conceitos e relações, critérios e procedimentos, resultados e culturas matemáticos possam contribuir” (FONSECA, 2004, p. 12). Para se trabalhar a matemática com este enfoque desde o EF, D'Ambrósio (2004, p. 45-46) aponta as seguintes possibilidades:

> leitura e interpretação crítica de noticiários de jornais e televisão; interpretação do momento social através de novelas, filmes, telenovelas, programas de auditório; capacidade de se localizar com crescente precisão (rua, número, bairro, CEP, telefone, distâncias da casa à escola, tempo de percurso, avaliação do tempo gasto em transporte num dia, num mês, num ano, numa vida) e leitura de mapas e sinopses internacionais; gestão da economia pessoal (custos, moeda, orçamento familiar, do estado); compreensão de questões demográficas (população, distribuição de população, índices de qualidade de vida etc.) e ambientais (padrões de temperatura, de precipitação, áreas florestais, cultivadas, recursos hídricos etc.); tratamento de dados sobre o corpo (altura, peso etc.); organização e interpretação de tabelas, iniciando, assim, a percepção do que são estatísticas e probabilidades.

Trabalhos como os de Danyluk (1998); D'Ambrósio (2004), Fonseca (2004), Fonseca e Cardoso (2005) e Moura (2013) demonstram que a demanda social vai além da mera codificação e decodificação do processo de leitura e de escrita e, cada vez mais, exige dos usuários uma formação mais crítica, no sentido de dominarem de maneira eficaz e ampla as práticas sociais de uso da matemática presentes na sociedade. Por isso, a escola deveria ter um único tratamento no processo de alfabetização, não privilegiando mais a língua materna em detrimento do código matemático.

Compreendo que a matemática como componente do processo de letramento não é uma abordagem comum entre os professores da área, mas, se assim fosse, assumiria um papel relevante na consolidação dos processos de leitura e de escrita nas séries iniciais do EF. Apesar das especificidades em relação ao trabalho com a leitura e com a escrita da língua materna, é possível trabalhar a matemática de tal forma que propicie a aprendizagem da linguagem matemática também na etapa da alfabetização. Contudo, os professores não reconhecem a matemática como componente do processo de letramento, pois, não conseguem estabelecer relações

diretas entre matemática e língua materna. Essa reação é natural, uma vez que falar em ler e em escrever em matemática, a princípio, é estranho; entretanto, um trabalho com leitura, com escrita e com interpretação de textos é possível por meio de atividades simples como elaboração de problemas, registros de atividades, leitura de textos da História da Matemática, entre outros.

> Além disso, aprender Matemática em um ambiente colaborativo é importante para a leitura e a escrita. Ler e escrever são ações não somente restritas ao campo da linguagem e da alfabetização em língua. Compreender um texto em língua materna, que apresenta escritas próprias da Matemática e representações de conceitos e ideias matemáticas, exige um conhecimento pelo aluno para além da decodificação da língua para um conhecimento de uma linguagem específica matemática. Nesse sentido, da mesma forma que os conceitos matemáticos vão sendo construídos pelos alunos por meio das investigações e problematizações, uma linguagem matemática também vai sendo produzida a fim de comunicar ideias ou mesmo servir de instrumento de reflexão do conhecimento produzido. Dessa forma, focamos na importância da valorização da leitura e escrita em aulas de Matemática como possibilidade de acesso a uma cultura escrita, ao letramento (BRASIL, 2014b, p. 19).
>
> Em muitas atividades relacionadas às práticas sociais dos alunos os textos informativos, explicativos, narrativos, dentre outros, apresentam escritas que são próprias da linguagem matemática: porcentagens, tabelas, gráficos, algarismos romanos, números na forma decimal, na forma fracionária, etc. A compreensão do texto, muitas vezes, perpassa o reconhecimento dessa linguagem. Desse modo, a leitura matemática necessita ser explorada no processo de alfabetização para que o aluno se torne um leitor crítico desses textos (BRASIL, 2014b, p. 19).
>
> Recorrer aos jogos, brincadeiras e outras práticas sociais nos trazem um grande número de possibilidades de tornar o processo de Alfabetização Matemática na perspectiva do letramento significativo para as crianças. Nesse conjunto de Cadernos de Formação serão abordados variados exemplos nesse sentido. O que se espera, no entanto, é que os professores sintam-se encorajados a fazer uso dessas coisas que estão presentes em nossos afazeres diários, em nosso mundo “ao redor”, e explorem situações matemáticas possíveis e desejáveis de serem levadas para dentro das salas de aula (BRASIL, 2014a, p. 25).

É nesse sentido que se afirma o principal dever da escola em relação ao processo de ensino e de aprendizagem da matemática, o qual deve ser desenvolvido pelos docentes, que tenham como compromisso a EM da criança, e isso deverá ser feito por meio de metodologias que envolvam o ensino da matemática em situações sociais do cotidiano do educando. O PNAIC acredita que desta forma se aplicará o

ensino da matemática como prática de Alfabetização Matemática, condição necessária a fim de que se chegue a um dos principais objetivos do ensino de matemática nas escolas: o letramento matemático, que será importante à vida social da criança, já que os símbolos expressam, comunicam e são interpretados por possuírem um sentido e um significado e contribuírem para o desenvolvimento de seu senso crítico, visto que, no futuro, ela (a criança) estará inserida em um contexto social mais amplo, que a envolverá em lutas por melhor espaço social.

E seria por meio deste letramento matemático, fruto de uma compromissada alfabetização matemática, que se faria perceber ao aluno (alfabetizado e letrado em matemática) o quanto é fundamental a valorização do aprendizado desta disciplina, porque no futuro muitos deles estarão inseridos em processos seletivos na busca por espaço no mercado de trabalho ou em concursos como vestibulares que visam a uma qualificação profissional e perceberão, assim, que os que não dominam a linguagem matemática são excluídos socialmente, sofrem sanções, uma vez que

> o ensino da matemática tem tido em muitos países uma função social de diferenciação e de exclusão. A matemática é tipicamente um mistério para muita gente e tem-lhe sido oferecido o papel de juiz pseudo-objectivo, que decide quem está apto e quem está inapto na sociedade, rotulando e posicionando as crianças, os jovens e os adultos como aptos ou como inaptos, e por isso tem servido como um dos guardiões do direito de participação nos processos de decisão da sociedade (MATOS, 2005, p. 02)[46].

Assim, a matemática é necessária à sociedade de hoje, pois, informa às pessoas sobre as suas obrigações e as integra socialmente, e a ausência de seu aprendizado destitui o sujeito de direitos básicos e, como consequência, joga-o em um processo de exclusão, como exemplo a não classificação para trabalhar em uma empresa ou uma reprovação em um concurso público, o que ressalta a afirmativa de que a matemática define o que é útil e produtivo, é uma linguagem de poder e possibilita não só influências sociais, mas também políticas nessa teia denominada sociedade humana.

Por isso, é importante desenvolver no aluno, desde as séries iniciais, uma alfabetização da linguagem matemática não funcional, mas sim uma alfabetização que o aperfeiçoe e o desenvolva, não apenas para decodificar os números como ocorre

---

[46] MATOS, J. F. **Matemática, educação e desenvolvimento social**: questionando mitos que sustentam opções actuais em desenvolvimento curricular em matemática. 2005. Disponível em: www.educ.fc.ul.pt/docentes/jfmatos/comunicacoes/jfm_seminario_pa.pdf. Acesso em: 15 mar. 2014.

com o ensino de língua materna[47], mas que também seja capaz de desenvolver no educando a capacidade de ler, de compreender e de analisar os signos e os símbolos expressos por essa linguagem e assim o torne capaz de usá-la (a linguagem matemática) em situações sociais que lhe exijam tal domínio, como por exemplo no mercado de trabalho e na construção de conhecimentos em outras disciplinas (DANYLUK, 1998).

Por conseguinte, ressalta-se a importância de uma alfabetização matemática que leve em consideração o sujeito social desta relação ensino e aprendizagem da matemática, o aluno, pois, só assim o ensino da matemática cumprirá seu papel social: formar cidadãos aptos a desenvolverem ações que envolvam a linguagem matemática com consciência e com proficiência. Desta forma, os estabelecimentos de ensino e a docência contribuirão para a formação social do indivíduo em relação à EM, uma vez que a educação básica é direito

> garantido a todos os brasileiros e, segundo prevê a Lei 9.394 que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, "tem por finalidade desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores" (BRASIL, 2012b, p. 25).

O PNAIC, em consonância com esse argumento, incorporou essa demanda como forma de assegurar uma formação básica comum e uma escola democrática, pois, o direito à educação pressupõe que haja "igualdade entre todos os cidadãos perante a lei, sendo responsabilidade do Estado buscá-la por meio de políticas pública" (BRASIL, 2015a, p. 16). Dessa forma, "a alfabetização é, sem dúvida, uma das prioridades nacionais no contexto atual, pois o professor alfabetizador tem a função de auxiliar na formação para o bom exercício da cidadania" (BRASIL, 2012b, p. 27).

Uma das questões desencadeadas por esses debates, diz respeito à (não) relação entre a leitura e a escrita para ensinar o conhecimento matemático, tendo em vista a sua universalidade e seu aspecto utilitário, presentes em quase todas as áreas do conhecimento, e seu domínio constituir-se num saber necessário, considerando o contexto do dia-a-dia, contudo, deve-se considerar que ler e escrever não são

---

[47] De acordo com Nietzsche (2012, p. 74), os professores, ao invés de ensinarem aos alunos práticas de leitura e de escrita, tratam "a língua materna como se ela fosse um mal necessário ou um corpo morto".

atividades relacionadas unicamente à língua materna; deve-se considerar que todas as formas de interpretar, de explicar e de analisar o mundo podem e devem ser compreendidas. Por exemplo, a matemática tem seus códigos e suas linguagens como sistema de comunicação e de representação da realidade, que possibilitam alfabetizar em matemática, ou seja, é possível ensinar a ler e a escrever na linguagem matemática para que se possa construir conceitos matemáticos e entender a matemática como linguagem (KLÜSENER, 2006).

No PNAIC, a apreensão da língua escrita e dos conceitos matemáticos deve ser entendida como um processo discursivo, interativo e dialógico, contextualizado nas práticas sociais, uma vez que um ambiente de aprendizagem com essas características amplia as possibilidades das aprendizagens de alunos e de professores (BRASIL, 2014b).

Todavia, para ser considerado alfabetizado, um indivíduo deve não apenas dominar a leitura, a escrita e/ou os significados numéricos, mas também ser capaz de usar a língua escrita e os conceitos matemáticos em diferentes contextos. Por isso, é importante que o professor conheça os elementos linguísticos/matemáticos que constituem a linguagem matemática e a atividade da alfabetização matemática.

A leitura é o processo pelo qual o leitor realiza um trabalho ativo de compreensão e de interpretação do texto, a partir de seus objetivos, de seu conhecimento sobre o assunto e sobre o autor, sobretudo da articulação social entre a escrita e as ideias. Não se trata de extrair informação, decodificando letra por letra, número por número, palavra por palavra, trata-se de uma atividade que implica estratégias de seleção, de antecipação, de inferência e de verificação, sem as quais não é possível proficiência. Em se tratando da matemática, os professores têm “a ilusão de que os símbolos lógicos serão entendidos pelo aluno, porém este, ao ler um texto matemático, sente-se muitas vezes um leitor impotente por não conseguir dar sentidos aos seus símbolos e compreender/interpretar o texto” (SILVEIRA, 2011, p. 776).

Ler é uma atividade fundamental a ser desenvolvida pela escola para a formação dos alunos. É pela leitura que as pessoas compreendem as relações e o mundo em que vivem e interagem com competência na sociedade, no caso da matemática, é por meio da escrita que o indivíduo vê a matemática (MACHADO, A. C., 2010). Assim, o trabalho com leitura tem por finalidade a formação de leitores competentes e, consequentemente, a formação de escritores, pois a possibilidade de

produzir textos eficazes origina-se na prática da leitura, matéria-prima para o desenvolvimento da escrita (KLEIMAN, 1995b).

Ao buscarmos conhecer o processo de alfabetização matemática na perspectiva do letramento nos documentos do PNAIC, a partir das concepções aqui expostas, percebemos, preponderantemente, a presença das ideias de autores como Ubiratan D'Ambrósio, Paulo Freire, Ole Skovsmose e Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca. Assim, nesse processo de reflexão, observamos que o letramento matemático assume papel significativo no processo da alfabetização matemática, pois o letramento matemático, entendido como produção cultural do conhecimento matemático, mobiliza e produz conhecimentos de forma mais ampla; enquanto a alfabetização matemática, entendida como aquisição da linguagem matemática formal e de registro, é mais restrita (FONSECA, 2004; 2005; FONSECA; CARDOSO, 2005). E, nessa perspectiva, observamos que os documentos do PNAIC (BRASIL, 2012a; 2012b; 2013; 2014a-m; 2015a-g) apresentam de forma bem marcada relação com as concepções aqui apresentadas no que diz respeito à alfabetização e ao letramento (SOARES, 2006; 2007; TFOUNI, 2010; FONSECA, 2004; FREIRE, 2003; 2005).

Além das abordagens acima, há estudos que expõem as implicações que a concepção de linguagem tem no ensino da alfabetização matemática. Silva (2015), por exemplo, defende que as ideias construtivistas permeiam a prática docente em sala de aula e impregnam os documentos oficiais, que norteiam o ensino no Brasil, com uma concepção referencial da linguagem, fato também criticado em Gottschalk (2002) ao analisar a concepção de significado matemático presente nos PCN. Ambos autores apresentam a filosofia da linguagem de Wittgenstein como alternativa para dissolver os diversos problemas originados de tal concepção da linguagem. Em particular, Silva (2015), com o objetivo de fundamentar sua concepção de alfabetização matemática, apresenta algumas ideias relacionadas à alfabetização matemática e busca compreender, assim como Danyluk (1998), que a compreensão da linguagem matemática é fator determinante no processo de ensino, portanto, é vital compreender seu funcionamento. Semelhante abordagem é o que pretendemos realizar ao analisarmos os documentos do PNAIC.

4.2.4 Concepção construtivista

Os documentos do PNAIC e da ANA têm como objetivo sugerir metodologias que possibilitem o desenvolvimento dos “Direitos de Aprendizagem dentro do ciclo de alfabetização”, por isso, orientam para um novo enfoque metodológico com relação ao trabalho pedagógico nessa etapa educacional, em que é fundamental “o papel do lúdico e do brincar e a necessidade de aproximação ao universo da criança, respeitando seus modos de pensar e sua lógica no processo da construção dos conhecimentos (BRASIL, 2014a, p. 9).

No nosso entendimento, essa perspectiva vai ao encontro dos pressupostos básicos relacionados ao construtivismo para o ensino e para a aprendizagem, proposta fundamentada na Teoria Cognitivista de Jean Piaget, para quem “a inteligência é uma adaptação” (PIAGET, 1975, p. 15), ou seja, assim como a alimentação, a cognição também é um processo de adaptação, e o homem, constituído por estruturas biológicas básicas, nasce com uma função intelectual ou uma forma de interagir com o ambiente que possibilita a construção e a organização de um conjunto de significados, que se desenvolvem em diferentes estágios de desenvolvimento. Os cadernos do PNAIC referem-se algumas vezes a essa concepção, como nas passagens:

> além da leitura dos números, a construção das terminologias UNidades, DEzenas, CENtenas que devem ser trabalhadas de forma gradativa, construtiva e significativa, exploradas a partir do 2º ano do ciclo da alfabetização. O professor deve se preocupar com a evolução para uma linguagem científica somente quando a criança já demonstra essa conservação – quando pega um grupo de 10 palitos que ela própria amarrou e, sem contar novamente, afirma categoricamente que são Dez (BRASIL, 2014d, p. 16).

> No processo de construção, os alunos têm que entender construtivamente porque o resultado de 3 x 4 é 12 e não simplesmente aceitarem um resultado prescrito pelo professor ou impresso no livro ou em um lápis (BRASIL, 2014i, p. 58).

A proposta do PNAIC supõe que, diante de um problema matemático, o aluno pode construir conhecimentos matemáticos e o professor tem o papel de simplesmente propiciar as condições para a aprendizagem e acompanhar a evolução progressiva e continua do aluno; como se “a construção dos objetos matemáticos

decorresse de operações mentais que se desenvolvem progressivamente em interações com o meio ambiente" (GOTTSCHALK, 2004, p. 307).

De acordo com o PNAIC, um problema matemático "é uma situação que requer a descoberta de informações desconhecidas para obter um resultado" (BRASIL, 2014d, p. 8); como a descoberta "é inerente à criança", para descobrir o novo, basta apenas que ela tenha curiosidade para mexer, para experimentar e para tocar; e, a partir dessas vivências, "descubra" (compreenda) uma série de conceitos matemáticos por meio de suas próprias estratégias de resolução (BRASIL, 2014b). Aqui, reside uma das confusões às quais nos referimos em nossa crítica: pressupor que o conhecimento matemático se trata de uma descoberta *empírica*, e não matemática. Desse modo, pretendo, assim como Gottschalk (2002), questionar o determinismo e a imagem realista que possam estar presentes nos documentos do PNAIC e que podem conduzir a equívocos no que diz respeito à alfabetização matemática na perspectiva do letramento.

No que diz respeito ao domínio da linguagem matemática, Gomez-Granell (1996, p. 275) defende uma abordagem construtivista da linguagem matemática e propõe que os conceitos e procedimentos matemáticos sejam ensinados de forma contextualizada para que o aluno não tenha dificuldades no aprendizado da matemática, ou seja, a aprendizagem precisa estar "vinculada a contextos e situações que sejam cultura e socialmente significativos" para o aluno[48]. A autora ainda defende que, para promover uma aprendizagem matemática, aspectos sintático e semântico devam ser associados, pois, ela acredita que saber matemática pressupõe o domínio de "símbolos formais independentemente das situações específicas e, ao mesmo tempo, poder devolver a tais símbolos o seu significado referencial e então usá-los nas situações e problemas que assim o requeiram" (GOMEZ-GRANELL, 1996, p. 274). Ainda no entender da pesquisadora, aprender uma linguagem não se limita a aprender regras, mas adquirir competência comunicativa para que se possa fazer uso de tal linguagem e "aprender matemática significa aprender a observar a realidade matematicamente, entrar na lógica do pensamento e da linguagem matemática, usando as formas e os significados que lhes são próprios. Esse seria o verdadeiro

[48] Este é outro modo de se compreender a "aprendizagem significativa", ou seja, os contextos/situações devem ser significativos. Cada abordagem apresenta critérios diferentes para falar em "aprendizagem significativa", algumas enfatizam a resolução de problemas, outras a aplicação prática (e significativa para o aluno) de um conceito, e outras, com a de Gomez-Granell, a ênfase parece estar no próprio contexto de uso do conceito.

sentido da alfabetização matemática que nos permitiria circular pelos ‘domínios da matemática’ como se estivéssemos em nossa própria casa e não num ‘país estrangeiro’” (GOMEZ-GRANELL, 1996, p. 282).

Silveira *et al* (2014, p. 169) se contrapõem a esses posicionamentos e afirmam que o “modismo da contextualização” leva, muitas vezes, os professores a buscarem aplicabilidade dos conteúdos matemáticos sem levar em conta os processos de construção de seus enunciados e isso

> pode trazer sérias implicações ao seu ensino, primeiro porque negligencia a natureza de suas proposições, em outras palavras, um teorema se constitui a partir de construções lógicas e não por observações empíricas, como se constitui os objetos de outras áreas de conhecimento como a biologia, por exemplo, que tem seus objetos de estudos diretamente perceptíveis na natureza. Outra implicação decorrente da contextualização no ensino da matemática é o fomento a visão utilitária da disciplina. Tal visão leva professores e alunos ao constante questionamento acerca das aplicações práticas dos conteúdos matemáticos estudados em sala de aula, e o que é pior, acreditam que obtendo uma resposta, o que nem sempre é possível, a matemática escolar torna-se mais significativa.

Nesse contexto, torna-se relevante debater o que vem a ser contextualização, pois, considerar apenas os conhecimentos cotidianos do aluno como os únicos a serem ensinados na escola, pode implicar equívocos, uma vez que há inúmeros contextos possíveis de aplicação dos conhecimentos matemáticos. Além disso, a contextualização predominantemente empírica de objetos matemáticos é constantemente criticada por pesquisadores da EM (BARUK, 1996; GIARDINETTO, 1998; GOTTSCHALK, 2004; BARROS, 2012; SILVEIRA; SILVA, 2013; SILVEIRA; LACERDA, 2013; SILVEIRA *et al*, 2014; SILVEIRA; TEIXEIRA JR.; SILVA, 2018) que consideram um problema a supervalorização da contextualização empírica.

4.2.5 Concepção freiriana

Segundo Freire (1997), a sala de aula é um espaço ativo e dialógico, no qual ocorre uma troca recíproca de saberes e de pensamentos em que um aprende com o outro num processo dinâmico e em constante transformação; e, para que essa troca se realize de forma satisfatória, o professor precisa chegar à sala de aula conhecendo o cotidiano e a realidade dos alunos, suas vivências e experiências e desenvolver

atividades com conteúdos que se relacionem com seu contexto cultural e social e não desconexo de sua realidade.

> É preciso que o(a) educador(a) saiba que o seu “aqui” e o seu “agora” são quase sempre o “lá” do educando. Mesmo que o sonho do(a) educador(a) seja não somente tornar o seu “aqui-agora”, o seu saber, acessível ao educando, mas ir mais além de seu “aqui-agora” com ele ou compreender, feliz, que o educando ultrapasse o seu “aqui”, para que este sonho se realize tem que partir do “aqui” do educando e não do seu. No mínimo, tem de levar em consideração a existência do “aqui” do educando e respeitá-lo. No fundo, ninguém chega lá, partindo de lá, mas de um certo aqui. Isto significa, em última análise, que não é possível ao(a) educador(a) desconhecer, subestimar ou negar os “saberes de experiência feitos” com que os educandos chegam à escola (FREIRE, 1997, p. 31).

Por isso,

> Por que não discutir com os alunos a realidade concreta a que se deva associar a disciplina cujo conteúdo se ensina, a realidade agressiva em que a violência é a constante e a convivência das pessoas é muito maior com a morte do que com a vida? Por que não estabelecer uma “intimidade” entre os saberes curriculares fundamentais dos alunos e a experiência social que eles têm como indivíduos? Por que não discutir as implicações políticas e ideológicas de um tal descaso dos dominantes pelas áreas pobres da cidade? A ética de classe embutida neste descaso? Porque, dirá um educador reacionariamente pragmático, a escola não tem nada a ver com isso. A escola não é partido. Ela tem que ensinar os conteúdos, transferi-los aos alunos. Aprendidos, estes operam por si mesmos (FREIRE, 2014, p. 32).

Nesse contexto escolar e levando em consideração que o processo de transformação é complexo, importa destacar que, para que o processo de busca ocorra de forma permanente, é necessário que o aluno também deseje tais mudanças, que tome consciência da necessidade de transformação, denominada por Freire (1980, p. 26) de conscientização, processo de formação crítica da tomada de consciência em relação aos fenômenos da realidade objetiva e que implica ultrapassarmos “a esfera espontânea de apreensão da realidade, para chegarmos a uma esfera crítica na qual a realidade se dá como objeto cognoscível e na qual o homem assume uma posição epistemológica”. A conscientização é um compromisso histórico conosco, com o mundo e pelo mundo, que possibilita transformar a realidade que nos oprime e permite que possamos produzir novas formas de viver em sociedade.

O PNAIC destaca que a organização do ambiente escolar requer práticas alfabetizadoras que se articulem com “os diversos usos que se fazem da leitura e da

produção oral e escrita de textos na sociedade, pois, por meio da alfabetização, as crianças se inserem no mundo da escrita e, ao mesmo tempo, exercem a cidadania" (BRASIL, 2015d, p. 9), prática apoiada por Freire (2014) e para quem a alfabetização deveria servir à formação da cidadania, pois "possibilita que os indivíduos ajam e interajam no mundo ativa e responsivamente" e torna a alfabetização inicial "um espaço-tempo na escola de extrema relevância para a formação de cidadãos com condições de agirem de forma crítica e inventiva no mundo" (BRASIL, 2015d, p. 9).

Nessa perspectiva, o PNAIC, programa que tem por objetivo garantir o direito de alfabetização plena de todos os alunos até o final do ciclo de alfabetização, propõe que o professor alfabetizador esteja em constante formação por meio de ações integradas com materiais e com referências curriculares e pedagógicas a fim de que se possa garantir necessidades essenciais ao ser humano. Necessidades essas de ordem material, espiritual e psicológica, que mudam de acordo com as exigências sociais do momento histórico e que podem possibilitar ao aluno uma participação ativa na vida e no governo de seu povo, ou seja, exercer seu papel de cidadão.

Ainda no PNAIC, a formação de professores assume um papel transformador da escola, pois propõe desenvolver nos professores "a reflexão crítica sobre a realidade e o exercício consciente da cidadania, apropriação criativa do saber socialmente relevante e compromisso com a transformação social" (BRASIL, 2014a, p. 40). Nessa perspectiva transformadora, a aprendizagem se configura numa atividade que mobiliza a realidade objetiva e a situação real de vida do educando.

> As diferentes unidades que compõem o conjunto de Cadernos de Formação de Alfabetização Matemática visam proporcionar ao professor um repertório de saberes que possibilitem desenvolver práticas de ensino de matemática que favoreçam as aprendizagens dos alunos (BRASIL, 2014b, p. 5).

Nos cadernos do PNAIC, a expressão *alfabetização matemática* é concebida como uma aprendizagem que se pauta "no diálogo, nas interações, na comunicação de ideias, na mediação do professor e, principalmente, na intencionalidade pedagógica para ensinar de forma a ampliar as possibilidades das aprendizagens" dos alunos (BRASIL, 2014a, p. 5). Nessa perspectiva, percebemos um alinhamento da proposta do PNAIC com a proposta de alfabetização de Paulo Freire para quem o início do processo de alfabetização precisa se apoiar no ambiente em que a criança esteja inserida, nas suas vivências e nas suas experiências e na cultura que a cerca.

> No que se refere aos contextos, deve-se colocar a criança como o sujeito e o grupo de alunos como o centro do processo de aprendizagem. Já dizia Paulo Freire: a criança não é uma cabecinha oca na qual os adultos vão depositando conhecimentos, como colocam moedas num cofrinho. O que é o óbvio para o adulto nem sempre o é para a criança. O professor deve estar atento ao universo da criança e levar em conta suas experiências, sua cultura, seus afetos e principalmente o fato de ser criança (BRASIL, 2014i, p. 29-30).

Os documentos do PNAIC acrescentam ainda que,

> nossa ação pedagógica precisa contribuir para que as crianças compreendam a intenção dos textos que leem, no contexto das práticas de leitura de sua vida cotidiana, dentro e fora da escola; é importante que nossa ação pedagógica auxilie as crianças a entenderem as diversas funções que a leitura e a escrita assumem na vida social para que também possam usufruir dessas funções; o papel de nossa ação pedagógica é de promover condições e oportunidades para que as crianças apreciem e produzam textos que lhes permitam compreender e se relacionar melhor com o mundo em que vivem e consigo mesmas nesse mundo (BRASIL, 2014a, p. 27).

Como vemos, há uma orientação nos documentos do PNAIC, que defende, assim como Freire (2005), que ensinar é criar diferentes possibilidades para a produção e para a construção de conhecimentos por meio de uma relação dialógica que se faz necessária em sala de aula para que todos (professor e alunos) possam se envolver em um ambiente de investigação. É nesse ambiente de “dialogicidade”, enquanto “prática (práxis) libertadora (FREIRE, 2005; SKOVSMOSE, 2006) que o indivíduo “que detém mais experiência ou mais conhecimento sobre um assunto contribui com o seu saber e ajuda os outros a avançar” (BRASIL, 2014, p. 19).

Como toda forma de conhecimento se constrói a partir da relação da leitura de mundo com a leitura particular do sujeito (FREIRE, 2003), a matemática, como forma de conhecimento, também se processa pela apropriação do saber por meio da leitura de diferentes gêneros textuais e discursivos. Nessa perspectiva, as relações entre signos semióticos e práticas sociais são imprescindíveis para a compreensão da linguagem específica de cada ciência e deveriam constituir-se em objetos de investigação para uma melhor compreensão dos textos e dos usos sociais da linguagem verbal (oral e escrita), pois o sentido não se constrói na palavra, mas nas interações discursivas entre indivíduos.

5 REFLEXÕES SOBRE CONCEITOS MATEMÁTICOS NA PROPOSTA PARA A ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA DO PNAIC

Neste capítulo, apresento algumas análises de atividades propostas nos documentos do PNAIC em que podem estar presentes concepções de uso referencial ou realista empirista do conhecimento matemático, ou seja, busco evidenciar como o conhecimento matemático é abordado nas ações didáticas propostas nos documentos do PNAIC, uma vez que esses cadernos, como já mencionamos, refletem a política educacional indicada pelo governo federal para a alfabetização matemática e podem apresentar indícios da mudança educacional na alfabetização matemática que está sendo proposta na perspectiva do letramento.

Os cadernos do PNAIC, considerados neste estudo, correspondem, exclusivamente, ao trabalho com a alfabetização nos anos iniciais do EF, ou seja, o trabalho pedagógico direcionado a crianças de 6 a 8 anos, que cursam do primeiro ao terceiro ano do EF. Como a pesquisa está voltada ao trabalho com a alfabetização matemática, utilizei apenas os cadernos que propõem atividades nessa área.

O PNAIC apresenta a matemática como uma disciplina relevante e fundamental para o EF, porque ela “além de propiciar uma forma de compreensão da realidade, também pode ser a base para o desenvolvimento de alguns aspectos dos conhecimentos em outros campos do saber”; e a proposta para a alfabetização na perspectiva do letramento encaminha “ações didáticas que integram diferentes áreas de conhecimento por meio do ensino de conceitos matemáticos” (BRASIL, 2015g, p. 5), ou seja, trata-se de um programa que defende e propõe um caráter interdisciplinar para o ensino da matemática.

Destacamos que, no que diz respeito à interdisciplinaridade, o caderno 3 da formação de 2015 do PNAIC discute diferentes visões sobre o tema em várias áreas do conhecimento. Argumenta-se sobre não ser um tema recente, mas ainda ser um trabalho repleto de desafio para o professor, em decorrência de que a interdisciplinaridade envolve um trabalho articulado com saberes de diferentes disciplinas. Nos demais cadernos, encontramos orientações e sugestões para o trabalho interdisciplinar por meio de atividades, especialmente por meio de sequências didáticas e de projetos, sugeridos ora como conexão com outros saberes ou disciplinas, ora como domínio de outras disciplinas, ora como integração de diversas e diferentes disciplinas escolares, ora como contemplar várias disciplinas na

rotina da sala de aula, ora fazer relações com outras disciplinas, ora como diálogo com as outras áreas do saber e com as práticas sociais, etc...

> Com relação às outras áreas do conhecimento, o diálogo ocorre no interior dos textos, na organização dos cadernos de um modo geral. Por exemplo, a Geografia, notadamente a Educação Cartográfica (um dos Direitos de Aprendizagem), evidencia-se quando do trabalho com a construção de esquemas e mapas, *junto com* e *pelas* crianças. Mantém-se um diálogo constante com a História, tida algumas vezes como fio condutor de sequências didáticas, como por exemplo, no trabalho com as unidades de medida, quando se opta por uma construção que resulta na necessidade da criação de "padrões de medida". Enfim, não apenas ocorrem momentos "explícitos" de abordagem relacionadas a outras áreas do conhecimento, mas uma série de oportunidades que favorecem intervenções dos professores para que se estabeleçam novas relações (BRASIL, 2014a, p. 15, grifo dos autores).

Nos cadernos do PNAIC, os autores ressaltam que o professor alfabetizador é protagonista do processo formativo do aluno que apenas se inicia no primeiro Ciclo de Alfabetização e que, por isso, precisa apropriar-se dos conhecimentos relacionados às questões da alfabetização na perspectiva do letramento, buscando saberes que auxiliem seu desenvolvimento profissional e suas práticas pedagógicas, por meio da mobilização de conhecimentos presentes na teoria da Educação, e possibilitem uma reflexão sobre a organização do trabalho pedagógico com foco na interdisciplinaridade e nas experiências vivenciadas por professores e por alunos para um melhor planejamento de ações pedagógicas que valorizem "o encontro entre o professor, os alunos e o conhecimento matemático" (BRASIL, 2015g, p. 5), a fim de viabilizar e estabelecer a interdisciplinaridade e permitir ao aluno expressar o que aprendeu.

Assim, a formação continuada dos professores constitui-se numa das principais preocupações do referido programa, por isso, os cadernos e materiais, utilizados na formação dos professores alfabetizadores, apresentam diferentes propostas para o ensino da matemática a fim de colaborar para alcançar os objetivos almejados.

Analisando diretamente os 25 cadernos destinados à formação dos professores alfabetizadores nos anos de 2014 e 2015, é possível observar que a matemática é mobilizada em vários momentos por meio de práticas pedagógicas diversificadas. Em termos quantitativos, há dois cadernos de Apresentação (num total de 148 páginas, dentre as 2.340 que somam os 25 cadernos da formação), dedicados à apresentação do PNAIC, o contexto de criação, as concepções, as diretrizes, os objetivos e a forma

de implementação do programa enquanto política de formação continuada de professores alfabetizadores; dois cadernos de Referência (um sobre Educação Inclusiva e outro sobre Educação Matemática do Campo); dois cadernos de Jogos na Alfabetização Matemática; um caderno[49] (com 98 páginas), que retoma os conceitos fundamentais da matemática na perspectiva do letramento, discutidos nas formações de 2013 e 2014, e propõe ações didáticas que integrem diferentes áreas do conhecimento, por meio do ensino de conceitos matemáticos; um caderno para Gestores, em que se discute a Gestão Escolar na Alfabetização e outros 17 cadernos, utilizados como suporte para os encontros presencias do curso de formação continuada dos professores e que servem de referência para os profissionais envolvidos no PNAIC.

Cada caderno é dividido em seções: "*Iniciando a Conversa*"[50], "*Aprofundando o Tema*"[51], "*Compartilhando*"[52], "*Para Saber Mais*"[53], "*Sugestões de Atividades para os Encontros em Grupo*"[54] e "*Atividades para Casa e Escola*"[55]. E as atividades didáticas propostas são descritas simplesmente como atividade ou como jogo ou como relato de experiência ou, mais especificamente, como sequência didática ou como projetos no Ciclo da Alfabetização.

Apresento a seguir algumas das ações didáticas propostas nos cadernos do PNAIC em que se enfatiza o trabalho voltado para a interdisciplinaridade e a contextualização das situações para que as crianças atribuam maior significado aos conceitos e às relações matemáticas envolvidas nessas situações. Segundo as orientações desses documentos, quando as crianças são envolvidas e motivadas em sala de aula, podem *perceber* regularidades, fazer relações, formular questões e

---

[49] Caderno 07 da formação de 2015.
[50] Apresenta as ideias gerais do caderno de formação e seus objetivos.
[51] Apresenta textos que possibilitam várias reflexões sobre o assunto, contêm indicações para a sala de aula ou incluem relatos de experiência articulados com as reflexões teóricas e apresentam diferentes perspectivas sobre um mesmo tema. A fim de ampliar e aprofundar o repertório matemático do professor alfabetizador, alguns desses textos são trabalhados e discutidos coletivamente nos encontros presenciais da formação.
[52] Apresenta sugestões de atividades para serem realizadas nos encontros de formação. Objetiva ampliar e discutir conceitos matemáticos, refletir sobre relatos de experiência e sequências didáticas, elaborar ou adaptar encaminhamentos metodológicos sugeridos, refletir sobre os textos contidos na seção "Aprofundando o Tema", discutir sobre encaminhamentos sugeridos por livros didáticos, etc.
[53] Indica livros, artigos, materiais e vídeos para o professor alfabetizador aprofundar os temas.
[54] Apresenta outras possibilidades de atividades nos encontros de formação.
[55] Propõe uma reflexão sobre a realidade da sala de aula, com base em discussões teóricas e pesquisas na área da EM, apresentadas nos textos da seção "Aprofundando o Tema" e sugere atividades em sala de aula para o trabalho com as crianças, que possibilitem elementos para as discussões nos encontros seguintes da formação.

raciocinar sobre a situação proposta como se as regras matemáticas pudessem ser “descobertas” pelo aluno a partir da observação e da experimentação empírica; contudo, a partir das considerações teóricas precedentes, considero que essa é uma visão empirista da atividade matemática, que pode conduzir a dificuldades de aprendizagem. Como já mencionado, de uma perspectiva wittgensteiniana, a matemática é uma atividade regrada, em que suas regularidades precisam ser ensinadas, e uma criança pequena pode não conseguir “percebê-las” ou “descobri-las” naturalmente, pois suas regras não são vivenciadas em situações corriqueiras do cotidiano, ou seja, não experienciamos “situações matemáticas” em nosso dia-a-dia. Além disso, as relações matemáticas são de natureza dedutiva e não analógica. E, a apresentação das regras gramaticais a serem seguidas, é de responsabilidade da escola, não sendo possível “esperar que o aluno as ‘deduza’ naturalmente” (GOTTSCHALK, 2002, p. 119).

Neste contexto escolar, podemos inferir que são determinadas técnicas aprendidas que possibilitarão à criança comparar, somar, relacionar, identificar etc, e a partir do domínio destas técnicas, a criança passa a ser capaz de observar alguma regularidade matemática. Assim, neste caso da linguagem matemática, seus enunciados não são abstraídos do empírico, e tampouco se trata de um processo natural. Como vimos no capítulo 3, as proposições matemáticas desempenham uma função *normativa*, expressam regras que comportam um grau bem maior de exatidão do que as regras que seguimos na linguagem ordinária.

Como professores, precisamos, antes de mais nada, ensinar a criança o que se entende por regularidade e oferecer a ela exemplos de atividades que envolvam uma certa constância, continuidade e periodicidade, como continuar uma sequência de números de modo sistemático (e não aleatório), repetir um padrão geométrico etc.. Por exemplo, pedir para uma criança escrever repetidamente o número 2, e ela escreve este número em letras grandes, depois bem pequenas, de modo mais inclinado etc., estaria ela escrevendo o mesmo número ou números diferentes? Em que sentido haveria aqui uma regularidade? Seria evidente para ela que está escrevendo o *mesmo* número? *Seguir uma regra* envolve um aprendizado e, em particular, seguir uma regra matemática pressupõe especificidades não presentes em outros domínios do conhecimento. Neste sentido, as diretrizes metodológicas para o ciclo da alfabetização podem ser um complicador para o aprendizado do aluno. Vejamos duas análises:

Análise 1 - Atividade proposta no caderno 8, *Saberes Matemáticos e Outros Campos do Saber* (BRASIL, 2014i, p. 37-39) do PNAIC.

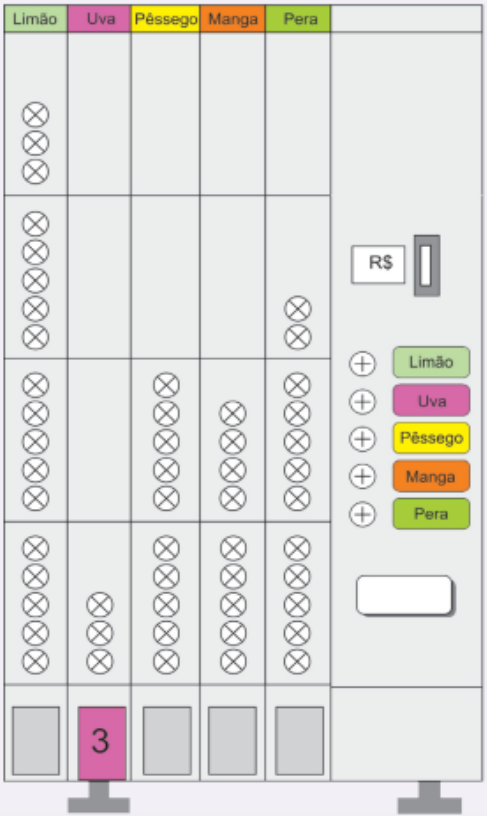
Conexão 4: Números e Estatística

Muito se pode fazer relacionando números e estatística. De início, cabe ressaltar que, no mundo atual, com a disponibilidade de uma variedade de recursos tecnológicos, a informação é organizada e veiculada, principalmente pelos meios de comunicação, por meio de ferramentas e representações matemáticas, em especial, os gráficos e tabelas que utilizam a linguagem matemática e os números com todos seus significados: quantidade, medida, código, localização, símbolo, entre outros.

Nos anos iniciais, os alunos ainda não dispõem de recursos matemáticos e estruturas de pensamento para trabalhar com conceitos e ferramentas estatísticas utilizadas em muitas atividades profissionais, mas podem produzir significados para determinadas representações gráficas presentes nos meios de comunicação e nos livros de ciências e geografia, como gráficos de colunas e tabelas.

A atividade, a seguir, é um exemplo de como se pode aproveitar um contexto da vida real para levar os alunos a relacionar ideias matemáticas, tais como: números, operações e representações. A atividade foi adaptada de uma experiência realizada pelo professor Pedro Almeida em uma escola em Portugal e publicada no livro *Desenvolvendo o sentido do número*. Lisboa: APM, 2005.

A máquina de vender sucos



Esta é uma máquina de vender refrigerantes ou sucos, muito comum em aeroportos, universidades, estações de metrô e lugares públicos em grandes cidades.

Para comprar suco nesta máquina, basta colocar uma moeda e apertar a tecla do sabor de preferência do comprador.

A máquina tem um visor que indica a quantidade de latas de cada sabor. Porém observe que, na referida máquina, apenas o visor correspondente à coluna do sabor uva está funcionando.

A imagem da máquina é um contexto rico que propicia a proposição de questões e formulação de problemas.

1) Qual é o sabor que tem mais latas na máquina?
2) Qual foi o suco mais vendido até o momento?
3) Quais são os sabores que têm mais de 10 latas?
4) Tem mais latas de suco de pêssego ou de manga? Quantas a mais?
5) Escreva a quantidade de latas de cada sabor.
6) Quantas latas de suco de manga devem ser vendidas para ficar com o mesmo número de latas de suco de uva?
7) Seu João que é o dono da máquina, tem que reabastecê-la repondo algumas latas de suco a fim de que a máquina fique cheinha. Quantas latas de suco de cada sabor ele deve que colocar na máquina?

Esta atividade explora um tipo de contexto do mundo real, ainda que máquinas desse tipo sejam desconhecidas da maioria dos alunos que não vivem nas grandes cidades, principalmente aqueles que vivem no campo ou em comunidades litorâneas.

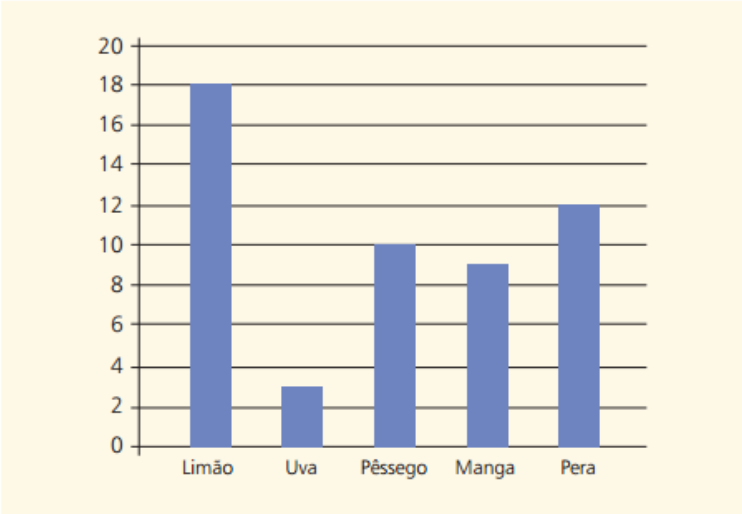
Do ponto de vista da didática da Matemática, é o que muitos especialistas chamam de ***atividade rica***, por suas múltiplas conexões, uma vez que é multiconceitual, multiprocedimental e tem um potencial grande de problematização. O conjunto de perguntas formuladas na tarefa tem o propósito de oferecer aos professores um modelo de problematização a partir de um cenário.

A imagem da máquina possibilitou a formulação dos sete problemas e muitos mais. Envolve ações de **visualização**, **contagem** e **cálculo**, que são importantes para o desenvolvimento do **senso numérico**. Porém há dois aspectos a considerar.

O primeiro é que a máquina tem divisões de 5 em 5, o que facilita a percepção de quantidades e o cálculo mental que pode ser feito a partir de marcos como o **5** e o **10**, tal como existem em materiais didáticos estruturados como o contador de contas coloridas.

Arquivo dos autores

Outro aspecto é que a disposição das latas se assemelha a um gráfico de colunas. Nesse sentido, a atividade pode ser explorada, visando a introdução de tópicos de **Estatística**. A disposição das latas, tal como aparece na máquina, é uma primeira aproximação de uma representação de dados organizados nos gráficos de coluna que as crianças deverão aprofundar nos anos seguintes, com a vantagem de se referirem a uma situação familiar, evitando-se assim, um formalismo precoce e indesejado, para a faixa etária.



Nesta proposta, a qual chamamos de Análise 1, os alunos deveriam fazer uma conexão entre duas representações da máquina de sucos: uma delas por meio de um desenho e a outra por meio de um gráfico de coluna. Nas orientações, os autores da proposta afirmam que a atividade "*é um exemplo de como se pode aproveitar um contexto da vida real para levar os alunos a relacionar ideias matemáticas*". No entanto, o desenho da máquina já é uma representação a ser interpretada pela criança, que pode não ter aprendido ainda a reconhecer um objeto tridimensional a partir de sua imagem planificada. Mesmo supondo que a criança já tenha aprendido a ver uma imagem bidimensional como representando um objeto tridimensional, as questões levantadas a partir do desenho da máquina, propostas como problemas[56], não são propriamente *problemas*. São questões que se caracterizam mais como exercícios de reconhecimento e de verificação ou mesmo de fixação do que problemas de fato[57]. Além disso, para uma criança que está sendo alfabetizada não

[56] A expressão "problema", recorrente nos cadernos do PNAIC, designa uma situação proposta pelo professor que serve como ponto de partida para a realização de uma atividade matemática para abordar conceitos do conhecimento matemático.
[57] Neste texto entendemos por problema uma questão que surge no interior de um sistema de regras de natureza convencional, que nem sempre conduz a uma única solução.

fica claro se as questões são abertas ou fechadas. No entanto, na atividade em questão, o professor espera uma única resposta.

Por exemplo, questões como "*Qual é o sabor que tem mais latas na máquina?*" ou "*Qual foi o suco mais vendido até o momento?*" podem levar a diferentes respostas em situações do cotidiano, pois há um pressuposto que não foi explicitado na atividade proposta: o de que a máquina estava cheia antes de parar de funcionar; mas a criança pode pensar: "a máquina estava assim, quando quebrou?" ou "estava assim desde o início?" Há muitas possibilidades de respostas para a criança, por isso, as condições iniciais devem estar explicitadas. A maioria das questões é aberta e isso pode representar um problema para a criança se o professor tem a expectativa de respostas fechadas. No mundo real, as condições iniciais podem ser as mais diversas entre si. Assim, se o desenho da máquina representa uma situação do mundo real, a criança precisaria de mais informações para realizar a atividade.

Na sequência da atividade, observamos um conjunto de perguntas, chamado por especialistas da matemática de "*atividade rica*", em decorrência de propor múltiplas conexões com potencial para a problematização a partir de um cenário e a possibilidade de aproximação da imagem de disposição das latas com uma representação de dados organizados em um gráfico de coluna que se supõe que as crianças aprofundarão nos anos seguintes. Nessa atividade de comparação entre as duas representações, lembramos da reflexão feita por Wittgenstein (1999; 2013)[58] ao aplicar o conceito do "*ver e ver como"* à figura ambígua do pato-coelho (figura 1).

Figura 1 – Imagem ambígua do pato-coelho (figura da *Gestalt*)

[58] Parágrafo 11 da parte II da IF.

Da perspectiva do filósofo vienense, não há um ver imediato absoluto, tanto ver a figura como um pato ou vê-la como um coelho são produtos de um *ver como*; e se o observador viu primeiro um pato, em seguida, passa a ser capaz de ver o desenho do pato *como* o de um coelho, independentemente de um significado essencial que estaria por trás da figura ambígua. Do mesmo modo, na atividade proposta, trata-se de uma situação de comparação em que buscamos semelhanças entre as duas representações, em que a segunda delas (o gráfico de colunas) é apresentada como sendo uma interpretação do desenho (veja o desenho da máquina *como* um gráfico de colunas), pressupondo-se, no entanto, uma realidade última (a própria máquina de sucos), que seria a referência de ambas as representações. Entretanto, trata-se apenas de uma situação de comparação entre duas representações, em que a segunda se situa no campo da matemática, no qual são outras regras a serem seguidas, distintas dos jogos de linguagem do cotidiano.

O desenho da máquina nos permite que a vejamos como uma máquina estática, como se tivéssemos tirado um retrato dela em um determinado momento, e que antes estava funcionando completamente, mas que no momento retratado já estava com muitas de suas funções bloqueadas por algum problema, tendo agora só uma coluna funcionando. Já o gráfico de colunas só é *visto como* o desenho da máquina se alguns procedimentos de natureza normativa forem introduzidos, que exercitem a imaginação da criança para que ela veja o desenho do gráfico *como* uma máquina retratada em um determinado instante. De uma perspectiva wittgensteiniana, o *ver como* amplia os significados já dominados pela criança e, nesse sentido, o novo desenho (o gráfico de colunas) possibilita um novo uso dos conceitos que a criança já dominava (de máquina, de número, de suco...). O equívoco é pensar que essa nova representação seja algo subjacente ao mundo real, o “verdadeiro” objeto a ser conhecido, a saber, uma representação numérica mais fiel do verdadeiro significado do funcionamento da máquina empírica. Entretanto, sob a perspectiva que utilizamos (advinda das ideias de Wittgenstein), trata-se de um *ver como*, que envolve outras técnicas da linguagem que possibilitam ressaltar os aspectos pertinentes ao primeiro desenho (o número de latas por suco) que serão transpostos para um novo contexto (da matemática) independente das contingências do empírico. E esta passagem da primeira representação para a segunda amplia os sentidos atribuídos aos conceitos em questão, na medida em que ela passa a seguir novas regras para a aplicação destes conceitos. Ou seja, “o simples *ver* parece anteceder necessariamente o *ver*

como. É *condição* para que a aplicação do conceito seja ampliada e inserida em novos contextos” (GOTTSCHALK, 2006, p. 87).

Há de se considerar que o uso dos conceitos no cotidiano apresenta maior vagueza de sentido e estes mesmos conceitos, quando aplicados na matemática, são usados de modo mais claro e preciso. Por exemplo, quando o professor pergunta: “quanto falta para encher a máquina?”, a criança pode responder: “falta muito” ou “falta pouco”; trata-se de uma resposta possível e que não está errada, mas o professor não espera isso como resposta. Pois, o uso dos conceitos na matemática segue outras regras e possui um grau bem maior de precisão.

Destacamos ainda que, as sugestões de atividades nos cadernos do PNAIC incentivam um ensino que foque em diferentes situações do cotidiano e menos formais, por exemplo a soma de itens no caixa rápido de um supermercado; porém, ao propor o gráfico de coluna, já se está impondo uma organização formal para a situação empírica apresentada inicialmente. Nesse caso, não podemos esquecer que são as regras que seguimos no jogo de linguagem da matemática que possibilitam a compreensão de um gráfico como representando uma situação empírica. E as regras precisam ser aprendidas, treinadas (IF, § 5).

Assim, nessa atividade proposta nos cadernos do PNAIC, evidencia-se uma concepção empírica do conhecimento matemático, pois se pressupõe que, por analogia, a criança seja capaz de extrair esse conhecimento do empírico, como se a observação fosse suficiente para descobrir relações matemáticas. Como vemos, trata-se de uma concepção referencial da linguagem matemática, como se os seus significados últimos estivessem fora da linguagem, enquanto que, da perspectiva pragmática de Wittgenstein, a matemática é uma atividade regrada, que precisa ser ensinada por meio de um treinamento e que, fundamentalmente, independe do empírico.

Ainda nessa atividade, observamos que ela afirma tratar-se de “um exemplo de como se pode aproveitar um contexto da vida real para levar os alunos a relacionar ideias matemáticas, tais como: números, operações e representações”. Com relação a isso, as orientações do PNAIC também ressaltam que:

> Os números, suas representações e a necessidade de operar com quantidades estão presentes em muitas práticas cotidianas e, como temos insistido aqui, compõem o nosso modo de ver o mundo, de *descrevê*-lo, de analisá-lo e de agir nele e sobre ele. Por isso, impregnam grande parte das nossas práticas de leitura e de escrita e,

> assim, afim de promovermos uma alfabetização no sentido amplo, é necessário incluir o trabalho com o conceito, o registro e as operações com números naturais – sempre em situações de uso – entre as nossas responsabilidades como alfabetizadores (BRASIL, 2014a, p. 31, grifo nosso).

As afirmações do PNAIC revelam uma concepção empírica do conhecimento matemático, ao pressuporem que as proposições matemáticas possam descrever a realidade e, portanto, possam ser verificáveis empiricamente por meio da experimentação e de descobertas, tal como ocorre nas ciências naturais; todavia, as proposições matemáticas não têm função descritiva. Embora possam ter um *uso* empírico e possibilitem a resolução de problemas concretos da realidade empírica, como já ressaltamos, as proposições da matemática têm uma função *normativa*, organizam o empírico de determinado modo, possibilitam determinadas inferências e servem de base para usos descritivos.

Nesse sentido, acreditamos que as diretrizes metodológicas desse documento apresentam uma imagem realista empirista do conhecimento matemático, na medida em que, transparecem uma concepção de investigação e de descoberta inspirada nos modelos das ciências naturais. Como consequência, essa proposta de prática pedagógica pode levar ao entendimento de que os objetos matemáticos seriam apreensíveis da experiência empírica, como se sua existência independesse do pensamento, por exemplo, segundo o PNAIC, é

> fundamental que a escola, no ciclo de alfabetização, valorize o uso dos dedos na realização das contagens e cálculo com pequenas quantidades. Contar nos dedos pode implicar tanto a *descoberta*, pela criança, dos cinco dedos em cada mão, como os dois grupos de cinco formando dez. Mais que isto, a *descoberta* das quantidades maiores e menores que o cinco, quanto falta para cinco, quanto falta para dez (BRASIL, 2014c, p. 12, grifo nosso*)*.

Na passagem acima, o PNAIC também apresenta uma visão mentalista das ideias matemáticas, ao pressupor que, valorizando “o uso dos dedos na realização das contagens” (BRASIL, 2014c, p. 12*)*, a criança possa “descobrir” a técnica da contagem matemática, através de uma espécie de “intuição”. Entretanto, se olharmos como de fato aprendemos a contar, concluiremos que a contagem é resultado de um aprendizado ou domínio de uma técnica, não de uma descoberta intuitiva. Na perspectiva de Wittgenstein, as proposições matemáticas são regras, que

aprendemos a seguir de modo normativo, “dois mais dois *deve* ser igual a quatro” independentemente de uma verificação pela experiência.

Na matemática, os critérios de avaliação da compreensão da sequência dos números são públicos e independem de supostos estados privados que possam estar ocorrendo simultaneamente na criança. De acordo com Gottschalk (2002, p. 108-109),

> é na aplicação [que a criança faz] de seu conceito de número em contextos diversos que o professor pode fazer essa avaliação, independentemente de processos anímicos na criança que possam estar ocorrendo simultaneamente. São as diversas manifestações de contagem que nos darão os indícios do grau de compreensão, sem que haja algo em comum a todas essas manifestações (que na concepção essencialista nos daria o critério absoluto de compreensão).
> A contagem é resultado de um aprendizado de técnicas como, por exemplo, associar números escritos a sons e comparar esses números com outros. As diversas aplicações da contagem vão dando ao aluno uma *familiaridade* com o uso dos símbolos numéricos, de tal modo que, a partir de um certo momento (não previsível), o professor pode passar a dizer que o aluno já sabe contar. Assim, a essência do número não se revela como um processo oculto, mas nos diversos usos que o aluno faz dessa palavra (...).

Assim como Gottschalk (2002), acreditamos que a concepção essencialista/mentalista da compreensão, baseada em pressupostos construtivistas, que orientam para uma suposta separação entre conceito e procedimento/técnica, permeia os documentos do PNAIC e pode induzir o professor a acreditar numa suposta intuição matemática que deve ser despertada no aluno e potencializada pela escola. Como por exemplo, que através de vivências empíricas, o aluno chegue ao conceito de número (“o que é o número”), independentemente dos procedimentos e das técnicas que devem ser ensinados convencionalmente pelo professor. Trata-se de uma concepção que naturaliza a constituição do conhecimento matemático ao sugerir que ele se desenvolva pela interação com a experimentação empírica. Novamente, destacamos que as práticas de ensino sugeridas nas diretrizes no PNAIC têm como pano de fundo uma visão realista empirista conjugada com uma visão mentalista dos conceitos matemáticos na medida em que, ancorados em pressupostos construtivistas, o PNAIC entende que os objetos matemáticos seriam produtos de uma suposta intuição matemática em interação direta com a experiência empírica.

A nosso ver, ao não se levar em conta a natureza normativa dos enunciados matemáticos, as orientações acima incorrem numa concepção dogmática de ensino e

de aprendizagem da atividade matemática com base no intuicionismo e no empirismo, com implicações nas práticas pedagógicas propostas que podem levar a dificuldades de aprendizagem. Em diversas passagens, o PNAIC sugere que o processo de aprendizagem ocorre pela “descoberta” e supõe que o conhecimento seria construído através da interação com o meio em práticas sociais, a partir do conhecimento prévio e das experiências individuais da criança, ou seja, o aluno pode “resolver problemas mais facilmente”, quando o professor valoriza as interações, problematiza as atividades e proporciona aos alunos “oportunidades de interagir e dialogar entre si, fazendo tentativas, conversando sobre a natureza do resultado, socializando suas descobertas e essas interações são fundamentais” (BRASIL, 2014a, p. 35).

Segundo o PNAIC, no Ciclo de Alfabetização, a prática da experimentação também favorece “o convívio e as trocas de conhecimento dentro de variadas práticas sociais e culturais” (BRASIL, 2014a, p. 45), além do aprendizado “sobre características ou qualidades dos objetos na medida em que interagimos em nosso meio” (BRASIL, 2014c, p. 43). Isso ajudaria o aluno a “desenvolver seu espírito investigativo, crítico e criativo, no contexto de situações-problema, *produzindo registros próprios e buscando diferentes estratégias de solução*” (BRASIL, 2014a, p. 46, grifo nosso). Tais orientações pressupõem a ideia de que a criança constrói o seu próprio conhecimento, cristaliza-se, assim, uma imagem do conhecimento matemático que pode levar a dificuldades na sua aprendizagem. Como já argumentamos, a resolução de problemas pressupõe o domínio de técnicas públicas e não privadas, que devem ser ensinadas e aprendidas, e não esperar que sejam desenvolvidas naturalmente.

Ainda segundo os documentos do PNAIC, o “experimento favorece a comparação e o professor pode explorar esse processo mental, que é um dos pilares para a aprendizagem de matemática” (BRASIL, 2015g, p. 50). Aqui, encontramos, mais uma vez, a ideia de que a compreensão é um estado ou um processo mental a partir do qual se desenvolveria um suposto potencial matemático no aluno. Na afirmação acima, identificamos, explicitamente, a concepção mentalista/empirista do conhecimento matemático, ao colocar o aluno como responsável por sua aprendizagem, pressupondo-se que ele “construiria” os conteúdos matemáticos naturalmente a partir de suas vivências interiores e experiências empíricas, sendo que o professor, ao explorar “esse processo mental”, potencializaria a aprendizagem de conteúdos conceituais e procedimentais da matemática.

> Sabemos que as crianças têm seu potencial de aprendizagem melhor aproveitado quando têm oportunidade de trabalhar em pequenos grupos colaborativos, discutindo e explicando umas às outras o porquê de suas estratégias e de suas *descobertas*. Esse processo de troca entre os alunos é importante para que pensem sobre uma tarefa, um problema matemático, uma ideia ou procedimento de múltiplas perspectivas, o que contribui para o desenvolvimento de seus processos de argumentação e comunicação matemática (BRASIL, 2014a, p. 35, grifo nosso).

Como vemos, essas mesmas atividades teriam também a função de auxiliar as crianças em suas "descobertas" e explicitação de suas "intenções". Tais atividades poderiam proporcionar aos alunos "condições e recursos não apenas para responder às suas curiosidades, aos seus interesses e às suas necessidades, mas também para suscitar novas curiosidades, novos interesses e novas necessidades" (BRASIL, 2014a, p. 32).

Na proposta de Alfabetização Matemática do PNAIC, a compreensão do conhecimento matemático ocorre com o desenvolvimento de práticas pedagógicas que ajudem as crianças a compreenderem[59], por meio de estratégias próprias de resolução, as formas como a sociedade organiza, descreve, aprecia e analisa o mundo e suas experiências; tais práticas seriam desenvolvidas através de atividades contextualizadas em situações sociais, em que conteúdos matemáticos seriam utilizados na apresentação dos enunciados matemáticos para oferecer à criança a possibilidade de pensar acerca dos conceitos matemáticos apresentados, por exemplo, por meio de processos mentais, tais como a comparação, presentes no momento em que ela busca ler e compreender as informações matemáticas (BRASIL, 2015g). Essa compreensão leitora é fundamental "para que o aluno consiga resolver o problema utilizando a estratégia que julgar mais adequada", cabe ao professor auxiliar a criança "tanto na compreensão e interpretação dos enunciados, discutindo o que o aluno compreendeu do texto/situação-problema, quanto na busca dos melhores caminhos para sua solução" (BRASIL, 2015g, p. 12).

A nosso ver, trata-se de uma concepção mentalista da matemática, presente nos pressupostos teóricos construtivistas que percorrem os documentos do PNAIC, a

---

[59] Compreender, no PNAIC, significa ter familiaridade, por meio de procedimentos de estudos, com os conceitos matemáticos, imbricados nas mais diferentes situações do cotidiano, incluindo saber relacioná-los às diferentes áreas do conhecimento humano e associá-los aos contextos e às experiências escolares e extraescolares dos quais as crianças participam e que ocorrem muito antes da formalização da matemática através de situações de ensino (BRASIL, 2012ab; 2014abcd).

partir dos quais, propõem-se práticas pedagógicas como a da atividade descrita na análise 1, em que se supõe que o aluno seja capaz de comparar, por si só, duas representações (a máquina de sucos e o gráfico de colunas) desconsiderando-se que a própria comparação também é uma técnica a ser ensinada, e não descoberta. Não discordamos do fato de que o "trabalho com representações em gráficos e tabelas deve fazer parte da rotina escolar" (BRASIL, 2014h, p. 38), todavia, no caso da análise 1, cabe ao professor ressaltar os aspectos a serem comparados nas duas representações, por exemplo, deve apontar para as semelhanças entre elas e estabelecer as relações que o professor espera que a criança faça ao utilizar as ferramentas que já domina da matemática. Neste sentido, observamos que a compreensão não é um processo mental, mas a capacidade da criança de seguir determinadas regras matemáticas, por meio de um treinamento, que possibilite organizar o mundo empírico sob um determinado aspecto, no caso, a representação das quantidades em questão, e não das cores ou de qualquer outro atributo dos objetos empíricos (as latas de suco) que se encontram na máquina. Acreditar que as regras subjacentes às duas representações são as mesmas (concepção referencial da linguagem) obscurece "a natureza do conhecimento matemático, e consequentemente, a compreensão de como se dá a sua construção" (GOTTSCHALK, 2006, p. 73).

Novamente, destacamos que nossa crítica não se volta ao uso empírico da matemática, até porque acreditamos que existem descobertas na matemática. O problema é confundir descobertas matemáticas com descobertas empíricas[60]. E este é o ponto que criticamos e chamamos a atenção nos documentos do PNAIC, pois, o uso equivocado da palavra "descoberta", ao pressupor que a compreensão seja "um processo mental", causado por uma suposta intuição matemática ou um potencial matemático que o professor precisa desenvolver na criança, pode causar uma certa confusão conceitual, a saber, de que haveria uma relação natural e imediata entre a representação matemática de um fragmento do mundo empírico, independentemente de convenções e de técnicas que intermediam a relação entre estes diferentes

[60] As práticas de ensino sugeridas pelo PNAIC revelam uma concepção empirista da matemática, ao proporem procedimentos que levariam à descoberta de conceitos como se o conhecimento matemático fosse da mesma natureza que as ciências naturais. Ocorre que, uma descoberta matemática depende dos cálculos realizados ou das ações que envolvem a proposição matemática, por exemplo, "não é uma descoberta que o 13 venha depois do 12. É apenas nossa técnica – *fixamos*, ensinamos, nossa técnica deste modo. Isto é *aprendido* e não descoberto" (WITTGENSTEIN, 1998 *apud* GOTTSCHALK, 2014c, p. 66, grifos da autora).

domínios. De uma perspectiva wittgensteiniana, independentemente do que ocorre na cabeça da criança, compreender é ser capaz de seguir determinadas regras da matemática aprendidas e não descobertas através da intuição. Para saber se a criança compreendeu algo, existem critérios públicos que avaliam sua compreensão, ou seja, se compartilham determinados jogos de linguagem da matemática que possibilitam sua aplicação no domínio do empírico.

O PNAIC também afirma que, para que a aprendizagem do conhecimento matemático ocorra, de fato, o professor deve propor atividades simples com “grande potencial pedagógico, desde que contribuam para aproximar situações do cotidiano a situações da sala de aula” (BRASIL, 2014a, p. 25), e situações-problema que tenham a finalidade de incentivar a criança a fazer conjecturas e realizar experimentações na busca de diferentes procedimentos e técnicas para a construção do conhecimento matemático. Também é importante que o professor proponha debates e discussões que envolvam situações contextualizadas e significativas em vários aspectos: “a interpretação, os dados relevantes e não relevantes, as estratégias, a verificação do resultado, os estilos de cada um. As descobertas e os procedimentos mais organizados e reflexivos devem ser socializados” (BRASIL, 2014i, p. 30).

Ao sugerir que as proposições matemáticas decorrem de observações e de experimentações empíricas, e que o “aluno pode utilizar caminhos próprios na construção do conhecimento matemático” (BRASIL, 2014a, p. 45), evidencia-se que o PNAIC se baseia numa concepção mentalista/realista da matemática, pois orienta que os professores desenvolvam práticas de ensino que possibilitem ao aluno a construção de conceitos e de procedimentos matemáticos a partir da descoberta empírica como se o conhecimento matemático fosse da mesma natureza que o conhecimento das ciências naturais, no qual as hipóteses descrevem a realidade e são passíveis de verificação empírica por meio de experimentações. E a construção do conhecimento matemático se daria do mesmo modo, em atividades contextualizadas, que levem em consideração os conhecimentos prévios dos alunos para a formulação de hipóteses a serem testadas ou “descobertas” por eles na resolução dos problemas; esse procedimento construiria o contexto necessário para que o aluno possa deduzir naturalmente as proposições matemáticas. Sobre essa questão, Gottschalk (2002, p. 58) explica que, apesar de algumas vezes parecer descrever um fato do mundo, as proposições matemáticas possuem um caráter normativo, “são certezas que não são passíveis de ser revisadas pela experiência”. E,

pensando na prática pedagógica do professor, a autora alerta que, se não percebermos essa diferença, podemos estar sujeitos a diversos equívocos, que podem ter implicações no aprendizado do conhecimento matemático.

Estudos realizados por Gottschalk (2002; 2004; 2008) têm mostrado que esta é uma tendência educacional de ensino e de aprendizagem para todas as disciplinas escolares, que se baseiam em teorias construtivistas, as quais têm seus pressupostos teóricos presentes em vários documentos oficiais do governo que norteiam as diretrizes pedagógicas para a educação no Brasil. Assim, a exemplo dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), documento analisado por Gottschalk (2002), o PNAIC, como documento de política educacional voltado para orientar o trabalho do professor nas ações para a Alfabetização na idade certa, é representativo no contexto escolar, uma vez que suas bases fundamentam a Alfabetização Matemática em nosso país. Daí nossa preocupação ao questionar algumas orientações metodológicas do PNAIC, na medida em que esse documento se apoia em pressupostos epistemológicos da matemática de natureza realista e empírica. Nessa perspectiva de aprendizagem, percebe-se um certo determinismo, ao sugerir que o conhecimento matemático se constrói “naturalmente” na criança, de forma progressiva e contínua, como se ela possuísse uma inteligência matemática a ser potencializada pela escola em práticas pedagógicas que desenvolvam a capacidade para lidar com as atividades matemáticas por meio da resolução de problemas de seu cotidiano. Segundo Gottschalk (2002, p. 17), é como se o aluno fosse “prescindindo de conteúdos metafóricos até atingir apenas a estrutura interna dos fenômenos, como se as proposições matemáticas pudessem ser ‘extraídas’ das experiências acumuladas”.

Como vimos na atividade discutida na análise 1, as orientações metodológicas que permeiam os cadernos do PNAIC propõem práticas pedagógicas em que o conhecimento matemático seria construído naturalmente a partir da experiência e da intuição; todavia, no nosso entendimento, trata-se de uma interpretação dogmática da atividade matemática, com orientações genéricas e vagas, que podem conduzir a inúmeras confusões no ciclo da Alfabetização Matemática. Por exemplo, o PNAIC considera que

> a compreensão da estrutura do sistema decimal e posicional *deve ser uma construção da criança*: o aluno vai incorporando tais estruturas como propriedades plenas de significados, à medida em que forem mobilizadas por ele em situações lúdicas. Assim, é fundamental, nessas construções, a ação das crianças sobre seus materiais em situações de quantificação, de forma a seguir certa organização

> colocada pelo professor, apoiada nas estruturas fundamentais do agrupamento (sempre de dez) e do posicionamento dos números. A importância de colocar os alunos nesta situação de “imersos num ambiente de letramento matemático” nos leva a indicar que, para iniciar o processo de aprofundar os conhecimentos do SND, é importante organizar materiais que estejam disponíveis para cada aluno sempre que necessário (BRASIL, 2014d, p. 19, grifo nosso).

Mais uma vez, os cadernos do PNAIC evidenciam uma concepção realista empirista da matemática em que a apreensão de seus conceitos e de procedimentos se dariam através de uma metodologia própria das ciências naturais em que o conhecimento matemático é visto como resultado de “práticas cotidianas”; vivenciadas pelas crianças em situações que as envolverão “em práticas que mobilizam ideias matemáticas” (BRASIL, 2014a, p. 32). Tais situações proporcionam

> oportunidades de envolvimento significativo com os números, os problemas e as operações, com as relações espaciais e a exploração das formas, com os procedimentos e os aparelhos de medir e com os registros de medidas e seus usos, com as tabelas, os diagramas, os mapas, os roteiros, os gráficos e outros elementos relevantes (BRASIL, 2014a, p. 32).

Contudo, ao ensinar o sistema decimal e posicional para a criança, o professor deve considerar que as palavras acompanham os numerais e, sendo o sistema de numeração um modo de representar as quantidades numéricas através dos números, não existe um caminho natural para se chegar a um determinado conceito matemático, por exemplo, compreender o conceito de número ou a “estrutura do sistema decimal e posicional”.

O Sistema Numérico Decimal (SND), desenvolvido pelo homem na Índia, é universal e recebe este nome porque se estrutura em torno de uma base de 10, representada por dez algarismos com os quais se escreve qualquer quantidade (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), assenta-se nos princípios multiplicativo e aditivo; além de fazer uso do princípio da notação posicional, porque é a posição que determina o valor que os algarismos deverão assumir, ou seja, cada um deles representa uma quantidade de acordo com a posição que ocupa no quadro de ordens, por isso, também é chamado de posicional. Trata-se de um sistema prático e eficiente e sua apreensão e seu conhecimento é de extrema relevância para a compreensão dos registros e dos cálculos matemáticos.

Todavia, apesar de sua importância, a maioria dos alunos decora as regras do SND e não compreende sua estrutura porque, muitas vezes, não é levado a refletir

sobre ela, somente a repetir modelos e operá-los, assim, de forma automatizada, o que, em certa medida, compromete a capacidade da criança para resolver problemas matemáticos e pode gerar obstáculos na aprendizagem dos números, pois o aluno acaba não estabelecendo as devidas relações matemáticas ao aplicar os princípios do SND nas operações matemáticas (TOLEDO, 1997).

De uma perspectiva wittgensteiniana, compreender o SND não é apreender um significado essencial deste sistema ou dos números, por meio de uma intuição ou da experiência no mundo empírico, como se no mundo empírico estivesse contido o próprio significado dos números, tampouco, é uma descoberta do conceito de número, pelo contrário, os significados vão sendo *constituídos* por meio de *semelhanças de família* ao se aplicar o conceito de número num processo de aprendizagem em que diferentes regras/técnicas são ensinadas/treinadas, por exemplo, as técnicas de contagem, de ordenação, de soma, de multiplicação, de subtração etc, aplicadas de modos diferentes aos números, ou seja, é na aplicação de diversos procedimentos matemáticos aprendidos em determinados *jogos de linguagem* que o aluno atribui sentido à palavra número. E tais procedimentos (regras/técnicas) não são intuídos ou deduzidos de experiências empíricas, uma vez que não há uma existência prévia ou um caminho “natural” e não convencional, que leve o aluno a “descobrir” o conceito de número ou outro conceito matemático. Nesse sentido, é de fundamental importância a atuação do professor no ensino de procedimentos matemáticos como os de contagem e de ordenação, sob pena de o aluno enfrentar dificuldades por vezes intransponíveis na aprendizagem do SND.

> Cabe ao professor persuadir o aluno a aceitar as regras do jogo de linguagem em que está sendo inserido. Neste primeiro nível de apresentação das regras do jogo, não há argumentação no sentido de apresentação de razões: *é assim que agimos*. Após este treinamento mais mecânico, passamos a decidir quais regras seguir, que procedimentos escolher para resolver um determinado problema (GOTTSCHALK, 2016, p. 13, grifos da autora).

Assim, para que a criança construa o conceito do SND, ela precisa compreender as técnicas matemáticas e aprender a aplicá-las, pois, o SND envolve muitas regras que precisam ser ensinadas, treinadas. A introdução das regras que dão sentido à atividade matemática é função do professor.

Nesse sentido, considerando que a matemática tem caráter normativo e convencional, fruto de uma construção do homem, e é estruturada a partir de regras

próprias, autônomas e independentes, para que essas regras sejam aprendidas, é necessário que sejam ensinadas, treinadas. Com base nesta perspectiva, defendemos que é necessário o domínio desta aprendizagem para que a alfabetização matemática ocorra.

Desse modo, considerando sua importância, é necessário garantir às crianças, desde o início da vida escolar, a aprendizagem do SND; além disso, como o SND se constitui de regras e de uma linguagem, que lhe são próprias, deve ser ensinado desde o ciclo da alfabetização da criança, visto que o processo de aprendizagem ocorre ao longo de toda a educação básica. Não é possível a criança construir esses conhecimentos naturalmente e sem a orientação do professor ou incorporá-los à medida em que mobiliza tais estruturas em situações lúdicas. O ensino desse sistema precisa levar em consideração as dificuldades das crianças e fazer uso de uma linguagem esclarecedora, caso contrário, pode aumentar as dificuldades de compreensão do sistema de numeração para crianças do ciclo da alfabetização. Essa situação é umas das principais razões do fracasso em matemática ao longo do percurso escolar. Por isso, a aprendizagem dos números deveria enfatizar um ensino centrado na compreensão das principais regras do SND, a fim de facilitar a compreensão da linguagem matemática. Inspirada nas ideias wittgensteinianas, Silveira (2017, p. 7) completa que

> o professor não pode ensinar o aluno por meio da dúvida, e sim, partir de certezas. Quando ensinamos a criança a contar, não podemos querer que por si só descubra que depois de dezenove vem vinte. Os números são invenções humanas e a técnica de contagem tem que ser ensinada pelo professor. O aluno aprenderá a contar após um certo hábito com a contagem, assim como poderá aprender as operações com os números, mas para que isso aconteça deve ser iniciado na aprendizagem da gramática que rege os textos matemáticos.

Nesse sentido, no que diz respeito à Alfabetização Matemática, acreditamos que é relevante esclarecer essas questões para evitarmos equívocos nas práticas pedagógicas, ao se supor “que exista uma racionalidade natural inerente às estruturas cognitivas do aluno tal que, a partir de situações ‘concretas’, este é levado quase espontaneamente ao conhecimento matemático” (GOTTSCHALK, 2002, p. 32).

Algumas orientações metodológicas dos cadernos do PNAIC sugerem que exista um significado essencial nas ideias matemáticas como se fossem construídas naturalmente por algum tipo de intuição ou “extraídas” de experiências empíricas. Por

exemplo, em uma das orientações para se criar um **“**ambiente propício à aprendizagem”, o PNAIC utiliza um exemplo de Boavida *et al* (2008, p. 62 *apud* BRASIL, 2014b, p. 18), no qual se observa um momento em que os alunos procuram obter o resultado da adição “9 + 11”, e exemplifica a seguinte situação (BRASIL, 2014b, p. 18):

> Quatro alunos verbalizaram a forma por meio da qual efetuaram a adição e, com isso, deram ao professor pistas a respeito do que sabem sobre os números:
>
> Bárbara: 9 e 9 são 18, mais 2 são vinte.
> Adão: 7 e 7 são 14, portanto, 8 e 8 são 16, 9 e 9 seriam 18, assim, 9 + 11 deve ser igual a 20.
> Cristina: 11 e 11 igual a 22. 10 e 11 igual a 21. 9 e 11 igual a 20.
> Joana: 11 e 9 mais – 12, 13, ...18, 19, 20.
>
> Ao possibilitar verbalizações desse tipo, em que o cálculo mental está implícito, criam-se oportunidades para investigarem novas relações entre os números e as operações.

Ou seja, no PNAIC, o cálculo mental e aproximado é sugerido como procedimento didático:

> No Ciclo de Alfabetização, é importante que o cálculo mental e aproximado seja valorizado, pois contém e revela estratégias que podem ser usadas pelos professores para a sistematização de estimativas (com variadas formas de registro) e, posteriormente, de cálculos “exatos”, obtidos através de algoritmos escritos ou calculadoras (BRASIL, 2014a, p. 46).
>
> Quando afirmamos a importância do trabalho com cálculos, não estamos nos referindo apenas aos procedimentos de cálculo tradicionalmente ensinados na escola, que envolvem técnicas operatórias determinadas, tais como: “vai um”, “pede emprestado”, “deixar uma casa em branco”, “abaixar o número”, entre outros, usados nos algoritmos tradicionais. Estamos nos referindo também a outros procedimentos de cálculo, como *estratégias inventadas* pelos alunos e o uso de recursos didáticos como o ábaco, material dourado e a calculadora (BRASIL, 2014d, p. 44, grifo nosso).

Nessas passagens, há uma questão que pode se constituir num grande perigo para a sala de aula. O PNAIC refere-se a estratégias de cálculo “inventadas” pelos alunos, como se estas pudessem ter origem em processos espontâneos, sem a intervenção mais atenta do professor, encontramos aqui um problema de orientação pedagógica que pode levar a equívocos na compreensão dos procedimentos do cálculo matemático. Claro que o aluno pode até “inventar” ou “descobrir” um outro

caminho (procedimentos ou estratégias ou regras) para solucionar um problema, contanto que seja um caminho equivalente aos usos convencionais da regra, aos modos *públicos* de se calcular com os números. Os procedimentos de cálculo são estratégias de natureza convencional, as quais não podem ser privadas ou "inventadas" pelo aluno.

Como vemos, o PNAIC parte do pressuposto de que a Alfabetização Matemática ocorreria quando a criança fosse capaz de elaborar representações e de construir progressivamente seu próprio conhecimento por meio de situações cotidianas e de experiências empíricas. E afirma que a compreensão "deve ser uma construção da criança" (BRASIL, 2014d, p. 19), que vai incorporando os significados, à medida em que os mobiliza em situações lúdicas. Todavia, tais situações não garantem a aprendizagem desses conhecimentos, que, na maior parte das vezes, só podem ser aprendidos por meio do ensino escolar sob a orientação do professor. E sobre isso, observamos que, segundo o PNAIC, não é o professor quem mobiliza essas estruturas, é o próprio aluno, ele seria o responsável por todo o processo de aprendizagem. E aqui, novamente, nossa crítica se volta para o documento, que atribui ao professor meramente a função de elaborador e de propositor de atividades que propiciem as condições para que o aluno desenvolva um suposto potencial matemático *a priori*, a fim de favorecer a aprendizagem matemática.

Ainda refletindo sobre o contexto escolar, ressaltamos que, à medida que a criança faz uso dos conceitos matemáticos através da aplicação de regras, ela aprende a aplicá-los e, ao aplicá-los, apreende seus significados. É importante ressaltar que o significado não está na regra, mas em sua aplicação. Compreender uma regra é ser capaz de segui-la (GOTTSCHALK, 2008; 2014b). Portanto, assim como Gottschalk (2008), entendemos que a construção e a transmissão do conhecimento matemático dependem da capacidade do aluno seguir regras e o papel do professor é ensiná-las.

> A compreensão depende de um *ensino de regras*, conceitos e procedimentos e, fundamentalmente, de um treino, para que o aluno comece, a partir de um determinado momento não previsível *a priori*, a "fazer lances" no jogo de linguagem no qual está sendo introduzido, inclusive aplicando-o a situações empíricas (GOTTSCHALK, 2008, p. 92-93).

No caso da matemática, compreender tem sentido diferente de compreender algo nas ciências empíricas. Por exemplo, compreender uma regra, na matemática,

manifesta-se na capacidade da criança seguir e aplicar a regra, por isso é importante que o professor mostre para a criança como se aplica a regra na matemática por meio de exemplos de aplicação da regra; depois, espera-se que o aluno possa aplicá-la sozinho em situações semelhantes. Enquanto que, nas ciências empíricas, a compreensão se dá sob outros modos, sob outros critérios e, nesse caso, seus enunciados têm a função de descrever algo do mundo empírico, por isso, os critérios, utilizados para saber se um enunciado é verdadeiro ou falso, exigem uma verificação empírica.

Essas reflexões despertaram nosso interesse em analisar os documentos do PNAIC a partir das ideias de Wittgenstein, uma vez que as regras, às quais o filósofo se refere, são aprendidas e não, eventualmente, descobertas como ocorre nas ciências naturais. São convenções que envolvem determinadas práticas e que constituem o que Wittgenstein denomina de “jogos de linguagem”. Dentre os exemplos de “jogo de linguagem”, apresentados pelo filósofo, temos: “ordenar e agir segundo as ordens” e “resolver uma tarefa de cálculo aplicado” (IF §23). Tais exemplos, em certa medida, referem-se ao ensino de matemática. E, caso o professor não tenha essas questões esclarecidas e siga somente as orientações pedagógicas do PNAIC, que se ancoram em teorias do conhecimento de natureza realista e empírica, a nosso ver, podem conduzir professores a diversos equívocos conceituais, decorrentes tanto dos pressupostos teóricos, presentes nesses documentos, quanto de natureza metodológica, observados nas diretrizes do PNAIC para a prática pedagógica em sala de aula.

Como se vê, o PNAIC sugere procedimentos didáticos que provoquem reflexões sobre os usos dos conceitos matemáticos em situações do cotidiano. Nessa orientação, identificamos uma certa confusão entre os métodos e entre as técnicas da matemática e os das ciências empíricas, pois, caso o professor compreenda o conhecimento matemático análogo ao do conhecimento das ciências empíricas, como resultado da observação e da experimentação empírica, esta confusão pode levar a interpretações dogmáticas e equivocadas da atividade matemática, podendo interferir na compreensão do significado dos conceitos matemáticos.

Gottschalk (2002, p. 48), sob a inspiração das ideias de Wittgenstein, explica que “a confusão se instala quando não atentamos para os diferentes usos das proposições e das palavras nos seus diversos contextos lingüísticos” e detalha isso com um exemplo:

> Suponhamos que, ao descrever um objeto digamos, entre outras coisas, que é azul. Alguém poderia perguntar, o que é “azul”? Ao responder “azul é uma cor”, estamos apenas dando um valor possível da “variável” cor. Não se está aprendendo nada de novo, apenas uma referência dessa variável. Neste sentido, a proposição “azul é uma cor” é *a priori*. É uma “regra de representação” que pertence às conexões internas do que está sendo representado. Já ao descrever um objeto como tendo a cor azul, estamos estabelecendo uma conexão externa entre o objeto e sua cor. Em termos wittgensteinianos, uma mesma proposição pode ter um uso gramatical ou empírico, dependendo do contexto em que é aplicada. Assim, “esse objeto é azul” pode ser tanto a resposta à pergunta “o que é *azul*?” como uma descrição deste objeto. Caso a expressão seja empregada de forma descritiva, necessariamente ela pressupõe alguma forma de representação *a priori***.** Assim, Wittgenstein permite estender a idéia hertziana de que há diferentes formas de descrever cientificamente fenômenos físicos para *qualquer descrição empírica*, ou seja, *toda descrição* supõe formas representacionais (GOTTSCHALK, 2002, p. 48, grifos da autora).

Acreditamos que o trabalho de Gottschalk é muito interessante para o campo da educação matemática, pois busca explicar a natureza do conhecimento matemático e toca em questões que não são consideradas na proposta do PNAIC, mas que, a nosso ver, são fundamentais para compreender alguns problemas encontrados na Alfabetização Matemática, a saber, confusões e equívocos nas práticas pedagógicas, ocasionados pelo uso dogmático de conceitos em teorias do conhecimento, ancoradas em uma concepção referencial da linguagem, mas que quando apresentados sob um novo modo de ver possibilitam esclarecer esses equívocos das práticas pedagógicas e compreender a atividade matemática escolar.

Análise 2 – Relato de experiência, descrito no caderno 02, *Quantificação, registros e agrupamento* (BRASIL, 2014c, p. 39-41) do PNAIC.

A FAZENDINHA

Atividade desenvolvida pela professora: Cácia da Silva Cortes, da Escola Estadual de Educação Básica Profª Margarida Lopes (Santa Maria – RS), com a colaboração das acadêmicas Jucilene Hundertmarck e Simone Pozebon, do projeto Clube de Matemática/GEPEMat/UFSM/Obeduc-CAPES.

A atividade seguinte foi desenvolvida pela professora Cácia e realizada com o objetivo de compreender como as crianças percebem a relação entre a quantidade e o símbolo que representa essa quantidade. Para isso, a turma foi dividida em grupos. Cada grupo recebeu um tabuleiro (desenho de uma fazendinha), um quadro de registro, um envelope contendo diferentes animais e dois dados, um com figuras de diferentes animais em cada face e outro com símbolos de 1 a 6 e um quadro resumo de cartolina afixado na lousa.

Arquivo dos autores

Arquivo dos autores

Arquivo dos autores

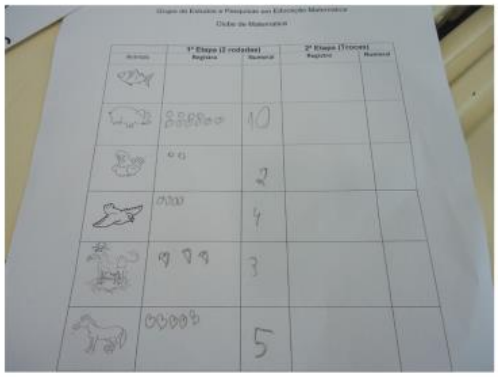
Antes de iniciar o jogo, as crianças identificaram os tipos de animais que havia nas cartelas que estavam dentro dos envelopes. Com base nisso, foi feita uma discussão no grande grupo sobre as características desses animais e a importância deles na vida das pessoas.

A seguir, cada criança iniciou jogando os dois dados simultaneamente. Por exemplo, se o dado de números indicou "2" e o dos animais indicou "pássaro" significava que poderia pegar duas cartelas de pássaro e colocar no tabuleiro da fazenda. À medida que iam colocando as cartelas dos animais indicados nos dados, faziam o respectivo registro no quadro de registro que cada uma recebeu. Em consenso, cada grupo escolheu o símbolo que usaria para registrar a quantidade de cada animal indicado no dado.

Após, para socializar a atividade no grande grupo, um representante de cada um deles ia à lousa para preencher o quadro final que indicava a quantidade total de cada animal. A partir dessa atividade, discutiram as diferentes formas usadas para fazer os registros e, também, questões do tipo:

– Qual animal está representado em maior quantidade? E em menor quantidade?

Arquivo dos autores



Arquivo dos autores

– A quantidade de peixes é maior, menor ou igual a quantidade de vacas?

– O que você sabe sobre o cavalo? Sobre o peixe?

Essa atividade possibilita à criança, além da manipulação do material concreto, fazer os registros e representar cada momento da atividade que está sendo desenvolvida. Também oferece oportunidade para que a criança socialize fatos e resultados com os colegas. Haveria outras ações que poderiam ser desenvolvidas com seus alunos a partir dessa atividade?

O relato de experiência da análise 2 parece mostrar uma preocupação em propor uma atividade interdisciplinar a partir do uso de jogos para desenvolver conceitos matemáticos. O objetivo da atividade é fazer as crianças perceberem a relação entre a quantidade e o símbolo que a representa e, para isso, faz uso do "desenho de uma fazendinha" e de materiais como quadro de registro, envelope que contém cartelas com imagens de diferentes animais, de dados, de figuras de animais etc.

Antes de iniciar o jogo, as crianças devem identificar os tipos de animais que constam nas cartelas dentro dos envelopes e, a partir disso, discutir as características e a importância dos animais na vida das pessoas. Pelo que se observa na descrição da atividade, esse seria o ponto de discussão que levaria o professor a classificar essa atividade como interdisciplinar, porque não há mais nenhuma retomada a outras abordagens na atividade proposta que possam se referir a um enfoque interdisciplinar.

Nos cadernos do PNAIC, é comum encontrarmos referência à realização de um trabalho numa perspectiva ou numa abordagem interdisciplinar, orientações como "desenvolver um trabalho interdisciplinar com Ciências" (BRASIL, 2014f, p. 18); "tornar a aula mais agradável, cultural e interdisciplinar" (BRASIL, 2014f, p. 35); "oportunidade para um trabalho interdisciplinar" (BRASIL, 2014f, p. 47); "por meio de atividades interdisciplinares e, quando possível, transdisciplinares" (BRASIL, 2014j, p. 29); "pode ser uma oportunidade interessante de trabalho interdisciplinar" (BRASIL, 2014l, p. 38) etc, que tenham "como intuito evitar as práticas enfadonhas que os professores enfrentam ao elaborar planos e atividades diferenciadas para tantas quantas sejam as séries presentes em sua classe" (BRASIL, 2014j, p. 29), são encontradas nos cadernos do PNAIC com a defesa de que o progresso das crianças exige o domínio da língua materna e da Matemática, em uma perspectiva ampla de formação interdisciplinar e integral, que estimule a interdisciplinaridade por meio da articulação entre os diferentes componentes curriculares e da integração dos saberes no ciclo de alfabetização. Assim, a interdisciplinaridade é defendida, nos cadernos do PNAIC, como "uma estratégia de organização do ensino que favorece a 'contextualização [curricular] e aproxima o processo educativo das experiências dos alunos'" (BRASIL, 2015b, p. 21).

Contudo, por esse relato de experiência (análise 2), e de outros encontrados nos cadernos do PNAIC, percebemos que o que se propõe como atividade interdisciplinar serve apenas como "pano de fundo" ou "pretexto" para justificar a

interdisciplinaridade, uma prática que, apesar de parecer pioneira, não possui nada de efetivamente novo e nos coloca diante de um paradoxo: o aparente sucesso, após mais de meio século de reflexão e de prática, continua a ser objeto de debates e de controvérsias; pois,

> a interdisciplinaridade não conseguiu ainda conquistar uma posição intelectual e institucional sólida nem a se apresentar de forma incontestável como uma das respostas incontornáveis aos desafios a que são confrontados atualmente a produção e a transmissão de conhecimento (RAYNAUT, 2018, p. 17).

Sobre o processo da interdisciplinaridade, Santomé (1998, p. 62) afirma que o sucesso do trabalho interdisciplinar está condicionado aos "níveis de conhecimento e experiências das pessoas especialistas que integram a equipe" e chama a atenção para o fato de que a interdisciplinaridade envolve processos complexos que exigem flexibilidade ao se colocarem em prática as ações de intervenção interdisciplinar. Por isso, "é preciso insistir no papel de *negociação* entre todas as pessoas que compõem a equipe de trabalho" (SANTOMÉ, 1998, p. 65). Isso implica dizer que o trabalho interdisciplinar necessita de uma vontade e de um compromisso dos professores envolvidos e que estes estejam dispostos a debater questões metodológicas, conceituais e ideológicas; além de proporcionar esclarecimentos aos membros da equipe de trabalho das disciplinas envolvidas no planejamento.

A interdisciplinaridade não é algo fácil e simples, requer muito esforço, planejamento e muita dedicação para se ver além das barreiras criadas pelas disciplinas e para redimensionar a natureza dos conhecimentos a fim de superar os obstáculos postos como empecilhos à sua efetivação. O debate sobre a interdisciplinaridade conduz à noção de contextualização[61], um recurso pedagógico que busca tornar a aprendizagem significativa ao associá-la às experiências da vida cotidiana e aos conhecimentos, às habilidades e às atitudes a que os alunos estão inseridos e que fazem sentido para eles (BRASIL, 2017c). Desse modo, a contextualização, assim como a interdisciplinaridade, exige um planejamento sob

[61] Sobre o significado de contextualização, o PNAIC compreende que, "o que está atrás dos nossos olhos inclui não só conhecimentos adquiridos na nossa própria experiência, mas também saberes. É isto o que entendemos por contextualização, ou seja, a **contextualização** refere-se aos diferentes aspectos que circundam a imagem, temática ou o conteúdo a ser trabalhado. Logo, nos permite entender valores, significados, tradições e histórias que envolvem a imagem ou até mesmo a temática que vem sendo tratada pela mesma" (BRASIL, 2015f, p. 38).

várias perspectivas que contemple interconexões num determinado espaço e tempo educacional.

É importante frisar que nossa crítica não se volta contra a interdisciplinaridade ou contra a contextualização, pois reconhecemos sua relevância na prática pedagógica, o que chamamos a atenção é para a forma limitada de aplicação destes conceitos nas práticas pedagógicas, que se fundamentam em uma visão utilitarista e empirista da matemática. A interdisciplinaridade e a contextualização da matemática no cotidiano são questões que criticamos nessa análise, pois, há uma compreensão de que são práticas que favorecem a aprendizagem do conhecimento matemático ao aproximá-lo das experiências dos alunos por meio de situações do cotidiano, significativas e contextualizadas, que possibilitem a eles vivenciarem o conhecimento matemático.

A proposta de atividade da análise 2 está centrada na observação e na experimentação, que preconiza o uso de imagens em substituição a palavras para que o aluno construa “seu próprio conhecimento”; como se a compreensão prescindisse de um ensino e bastasse apresentar “o objeto representado” para garantir o entendimento; todavia, para que ocorra “a compreensão de uma proposição, é tão pouco essencial que se represente alguma coisa com ela quanto esboçar um desenho a partir dela” (IF, § 396). A compreensão não está na representação pictórica, a compreensão de algo está no *uso* que se faz da palavra. É em sua aplicação que a criança manifesta se aprendeu ou não, não é no olhar para o desenho nem para imagem.

Nas orientações, os autores da proposta afirmam que a atividade “possibilita à criança, além da manipulação do material concreto, fazer os registros e representar cada momento da atividade que está sendo desenvolvida. Também oferece oportunidade para que a criança socialize fatos e resultados com os colegas”. Contudo, o “desenho da fazendinha” e as figuras dos animais são representações que precisam ser interpretadas pela criança, que pode não reconhecer a imagem da fazendinha e dos animais a partir dos desenhos disponibilizados. Por mais que a criança reconheça as imagens como representantes da fazendinha ou dos animais, novamente temos questões que se caracterizam mais como reconhecimento e como verificação das imagens do que *problemas* de fato. Essa questão pode ser comparada a uma reflexão de Baruk (1996) ao comentar a prática pedagógica com pessoas que sofrem de afasia (a palavra perde o significado, tornando-se incompreensível e

insuficiente) e criticar a acentuada ênfase pedagógica atribuída à experiência do aluno com o objeto.

> Para que objectos esta “palavra” necessária seria então suficiente? Para que objectos poderia ela simultaneamente juntar e separar, ser lugar *do* comum *e* da diferença? Parece bem, que em termos do uso, isso só se pode “encontrar fora da vida”. Os objectos diferentes mas que respondem a uma solicitação única são objectos fabricados a partir desse impossível, manufacturados *para* a manipulação, “estruturados” sobre uma ausência. São os objectos mortos, as coisas mortas do material pedagógico.
> Se não são os objectos, são as palavras que devem morrer. E com elas, as coisas.
> E é exactamente o que acontece, porque, cada vez mais, a Pedagogia activa mata a realidade das palavras e das coisas por querer a todo custo, e sem nunca o explicar, misturá-la com a Realidade (BARUK, 1996, p. 328).

De acordo com Baruk (1996), as palavras e os objetos são “mortos” porque não têm significado para o aluno. Muitas vezes, as orientações pedagógicas “da moda” ou “inovadoras” contextualizam conceitos matemáticos em situações sem sentido ou “matematicamente impossíveis”, e fazem uso de materiais pedagógicos “fabricados” ou “manipulados”, “estruturados sobre uma ausência” de sentidos que fazem a palavra perder o significado para o aluno, e assim podem mais confundir do que esclarecer o objeto matemático, uma vez que a “Realidade coisificada” (a do material pedagógico), criada pelo professor para ensinar conceitos matemáticos ao aluno por meio de problemas, não dá conta de explicar alguns conceitos matemáticos, que nem sempre se encontram na “realidade das coisas” (objetos autênticos com suas caraterísticas e significados próprios). Para ilustrar, a autora exemplifica a partir da noção de “relação” e afirma que é “impossível *ver*, sem saber, o que é o produto cartesiano, e é impossível mostrar, mesmo sabendo o que é, o gráfico de uma relação de equivalência” (BARUK, 1996, p. 308) e, ironicamente, afirma que, mesmo assim, o professor tenta fazer o aluno “descobrir” a relação de equivalência (conceito abstrato por natureza), pois faz uso de suas “tendências naturais”.

Numa terminologia mais wittgensteiniana, destacamos que o uso de um conceito não é algo fixo ou intrínseco à palavra que o expressa, antes é o que dá vida a ela. Análogo a um indivíduo morto que tem o “ar” ou “espírito” ausente, uma palavra pode “parecer morta” se desprovida de significado, de “vida”, que só adquire sentido nas práticas em que é usada, em que “vive”. “Todo signo *sozinho* parece morto. O *que* lhe dá vida? – No uso, ele *vive*. Tem então a viva respiração em si? – Ou o *uso* é sua

respiração?*”* (IF, § 432). Dessa maneira, entendemos que a palavra em si não tem sentido, ela só ganha “vida” no uso que fazemos dela; o mesmo ocorre com o significado de uma regra: é preciso conhecer seu uso, é preciso ensinar a usá-la. De acordo com Wittgenstein, aprende-se a usar uma regra pelo treino, pelo adestramento do indivíduo inserido num ambiente em que determinadas palavras são usadas. Desse modo, se entendemos que a construção do conhecimento matemático ocorre pela capacidade do aluno de seguir regras (que constituem a gramática de um determinado conceito matemático), a tarefa fundamental do professor é ensinar tais regras ao aluno para que este seja capaz de segui-las nos diferentes jogos de linguagem da matemática.

O significado, para Wittgenstein, está relacionado ao ato de compreender. E, compreender uma palavra, para o autor, não é associá-la a um objeto que supostamente o designaria, é antes *ver* o seu uso na linguagem e por meio dela adquirir “diferentes modos de pensar, seguindo as regras dos jogos de linguagem nos quais vamos sendo introduzidos” (SILVEIRA, 2015, p. 11). Essa ideia de jogos de linguagem rompe com a visão tradicional de que aprender uma língua é dar nome aos objetos ou que

> o significado de uma palavra seja o objeto que ela supostamente substitui, seja este objeto de natureza ideal, mental ou empírica. Do mesmo modo que o significado de uma palavra, como mesa, é construído pelos diferentes empregos que fazemos dela em nosso dia a dia (escrevemos em cima dela, fazemos as nossas refeições etc.), assim também elaboramos nossos conceitos matemáticos, aplicando diversas regras ao longo deste processo (GOTTSCHALK, 2008, p. 82).

Como vimos no capítulo 3, a compreensão do significado de uma palavra consiste na multiplicidade de seus usos em situações do cotidiano. Desse modo, uma criança aprende o significado de uma palavra ao observar seus usos em diferentes jogos de linguagem, ao seguir determinadas regras que viabilizam a comunicação.

Com relação à contextualização, Baruk (1996) destaca que a supervalorização de diferentes teorias educacionais (especialmente, a construtivista e a concepção do aluno como um sujeito psicológico dotado de processos e de estruturas cognitivas), em que a matemática escolar expresse o tempo todo situações-problema contextualizadas no cotidiano do aluno, não garante o sucesso do processo de aprendizagem do conhecimento matemático e, muitas vezes, pode frustrar o professor, que não consegue ver os resultados propagados por tais teorias

educacionais e pode se sentir fracassado em sua prática pedagógica ou até mesmo questionar se, de fato, esses conteúdos são necessários. Por isso, o professor deve estar atento às teorias educacionais que adota em sala de aula.

Na obra *Insucesso e Matemáticas*, Baruk (1996) critica, ironicamente, o modo como professores franceses fazem uso da contextualização ao ensinarem os conteúdos matemáticos. A autora relata que, em decorrência do ensino sem clareza, com regras ensinadas mecanicamente, sem explicações e sem justificativas, as regras matemáticas mais parecem uma mágica, um milagre: "(...) Matemática milagrosa (...); pois faz, finalmente, aparecer aquilo em que, durante séculos, ninguém tinha reparado! (...)" (BARUK, 1996, p. 183). Apesar de apresentar uma crítica relevante para o ensino da matemática, com considerações importantes sobre os problemas enfrentados por professores ao tentarem contextualizar a matemática na sala de aula, a autora não indica caminhos ou alternativas tampouco soluções para se enfrentar o "insucesso" na Matemática: do aluno que, muitas vezes, é uma vítima desse tipo de ensino e do professor que, ao aderir a teorias educacionais tidas como inovadoras sem conhecer seus fundamentos, prejudica a atividade de ensino e o processo de aprendizagem.

Baruk (1996) também critica a ênfase excessiva que se atribui a uma prática com atividades matemáticas centradas no cotidiano, nas experiências e nas vivências do aluno e isso ter como consequência o insucesso da prática docente ao aplicar determinada teoria educacional na sala de aula, uma vez que algumas teorias podem não dar conta ou serem insuficientes para solucionar as dificuldades dos alunos. Sobre esse assunto, Silveira e Teixeira Jr. (2015, p. 179) destacam que

> a persistência dos professores de matemática em tentar contextualizar determinados conceitos reforça a ideia de que a matemática tem sempre reflexo no mundo empírico. Essa concepção é mais prejudicial do que benéfica, tanto para quem pretende ensinar quanto para quem precisa aprender. O prejuízo se dá porque o uso de uma regra matemática aplicada em sala de aula pode se modificar no cotidiano e vice-versa.

Segundo Silveira e Teixeira Jr. (2015), as pesquisas sobre o uso do cotidiano para contextualizar os conceitos matemáticos nas aulas se direcionam a todos os professores de matemática, que desejam obter sucesso com o conteúdo matemático no contexto escolar; contudo, os autores destacam que, mesmo que a contextualização traga benefícios para as aulas de matemática, é um equívoco

considerar que os enunciados matemáticos se limitem a expressar problemas do cotidiano. Os autores esclarecem ainda que o uso da contextualização precisa ser visto como uma possibilidade de ensino, “pois nem todos os conceitos matemáticos têm aplicação concreta imediata, visto que seus conceitos são criações humanas que às vezes não tiveram o concreto como preocupação em sua origem” (SILVEIRA; TEIXEIRA JR., 2015, p. 174).

Desse modo, Silveira e Teixeira Jr. (2015) sugerem que os professores, em exercício ou em formação, realizem uma reflexão sobre a forma como se deve ensinar matemática, como dar sentido ao que os alunos devem e precisam aprender sobre o conhecimento matemático; ou seja,

> é preciso aprofundar mais o debate sobre o ensino de matemática, e é imprescindível discutir sobre o ensino dos conteúdos matemáticos em si, visando a compreender como se dá a construção desses conhecimentos a partir da compreensão dos objetos matemáticos em suas diversas áreas mais restritas, seja aritmética, geometria ou álgebra.
> O professor precisa ter um bom domínio daquilo que ensina, caso contrário, como dará ele sentido a algo que não compreende? Como mostrar as possíveis relações do conteúdo com outros conceitos sem dominar o que deseja ensinar? (...) (SILVEIRA; TEIXEIRA JR., 2015, p. 170).

Nessa visão, é necessário pensar em “como” o professor deve ensinar a aplicação dos conteúdos matemáticos e não “por que” ensiná-los. E, como sugestão, os autores propõem que o professor de matemática seja incentivado a refletir sobre como deve ensinar, como justificar os conteúdos matemáticos sem necessariamente recorrer a “técnicas pedagógicas inovadoras”. No contexto escolar, cabe ao professor mostrar ao aluno a aplicação de um conceito; para isso, pode ser necessário que ele estude e pesquise sobre os conceitos matemáticos que deverão ser ensinados, para melhor compreendê-los. Ou seja, é fundamental que o professor tenha clareza e domínio das especificidades dos objetos matemáticos para que possa fazer o aluno dar sentido a esses conteúdos em suas múltiplas aplicações. O professor precisa ensinar o termo matemático, associá-lo aos conceitos matemáticos e mostrar seus diferentes usos da linguagem matemática. É por meio desses usos, ao aplicar regras matemáticas, que o aluno compreende o significado dos conceitos matemáticos.

Gottschalk (2008, p. 86) ressalta que a aplicação das regras matemáticas é “de natureza *convencional*, o que não significa que não se possa recorrer ao empírico para introduzir novas regras de uso”. E assim como Wittgenstein que, nas

Investigações Filosóficas, já reconhecia a multiplicidade de funções da linguagem, a autora, inspirada nas ideias de Wittgenstein, esclarece que não existe um significado essencial por trás da palavra; visto que, em decorrência de sua multiplicidade de funções, uma palavra pode ter sentidos diferentes em função do contexto em que está inserida, de acordo com sua aplicação e com seus usos. E segue as ideias de Wittgenstein ao sugerir que o leitor "não pense, mas olhe" como utilizamos, de fato, nossas palavras nos diferentes jogos de linguagem (IF, § 66). Para além do uso referencial, o significado de uma palavra está no *uso* que fazemos dela, é em meio às nossas atividades, que apreendemos os significados das palavras (IF, § 43). A partir dessa perspectiva, entendemos que o aluno aprende o significado de uma palavra quando observa seus usos. Nesse sentido, a explicação do significado de uma palavra consiste em ensinar a multiplicidade de usos em diferentes jogos de linguagem. Logo, ensinar esses jogos é função do professor e, quando ele não considera a multiplicidade de seus usos, pode estar sujeito a diversos equívocos em suas práticas pedagógicas.

Assim, no caso da matemática, é preciso que os professores enfatizem vários aspectos do conhecimento matemático, analisem a forma mais apropriada de ensinar esses conteúdos aos alunos, reflitam sobre o sentido das regras matemáticas, mostrem o sentido de sua utilização aos alunos e, desta forma, justifiquem sua validação por meio de teorias que contribuam efetivamente para o ensino da matemática.

Retomando a análise 2, observamos que, na sequência da atividade, o jogo se inicia e os alunos precisam jogar os dois dados simultaneamente: um dos dados marca o número e o outro, os animais. À medida que os dados indicam o animal e sua quantidade, os alunos devem colocar as cartelas com as imagens dos animais no tabuleiro da fazenda e registrar as informações no quadro e ao final socializar a atividade com a turma por meio de um representante indicado pelo grupo. Supomos que esses procedimentos sejam para justificar o propósito da atividade, realizar práticas interdisciplinares e contextualizadas com a turma por meio do debate e da apresentação oral; pois, a partir dessa atividade, poderão discutir questões como: *"Qual animal está representado em maior quantidade?", "E em menor quantidade?", "A quantidade de peixes é maior, menor ou igual à quantidade de vacas?", "O que você sabe sobre o cavalo? Sobre o peixe?".*

A atividade proposta nos permite supor que as questões levantadas ao final tentam construir um ambiente apropriado à contextualização de situações do cotidiano de uma vida na fazenda. Desse modo, essa atividade sugere um ensino com enfoque em situações do cotidiano com práticas interdisciplinares e contextualizadas. Todavia, ao propor conteúdos com questões objetivas e acreditar que o aluno vai extrair conceitos matemáticos dessas situações empíricas, o professor pode vir a enfrentar alguma dificuldade na sala de aula, caso o aluno não compreenda a proposta; e o contrário também pode acontecer, caso o aluno já domine técnicas como contar, somar e fazer representações numéricas, é possível que utilize a matemática para atribuir sentido às situações. Trata-se de uma proposta que preconiza o uso empírico da matemática, que revela uma concepção realista/empirista da matemática, pois propõe atividades que têm o intuito de levar a criança a descobrir conceitos e procedimentos matemáticos como se esse conhecimento fosse da mesma natureza que as ciências empíricas. Assim, entendemos que a forma como alguns estudiosos matemáticos e professores de matemática interpretam os fundamentos matemáticos, ao acreditarem que a matemática descreve um mundo ideal *a priori* ou que possa existir uma realidade matemática subjacente ao mundo empírico, ou ainda, de que seja produto de intuições matemáticas da criança, necessita passar pela *terapia filosófica de* Wittgenstein para que se evite as confusões conceituais decorrentes destas imagens. Contrapondo-se a elas, a terapia filosófica faz uso de diferentes jogos de linguagem entrelaçados entre si por semelhanças de famílias, tendo em vista esclarecer equívocos e mal-entendidos que podem ocorrer ao considerarmos os jogos de linguagem da matemática como tendo um uso referencial.

A partir do exposto, consideramos que a terapia filosófica wittgensteiniana pode ser de grande relevância para a realização de um trabalho pedagógico que provoque reflexões sobre as diretrizes metodológicas de natureza empírica e o uso dogmático de alguns pressupostos incorporados nas práticas pedagógicas dos professores, presentes nos cadernos do PNAIC e que podem influenciar no modo como a criança compreende e interpreta os conteúdos matemáticos.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Além da realização pessoal e profissional, este trabalho me proporcionou um novo olhar sobre a forma como, nós professores, pensamos questões educacionais e agimos em nossas práticas pedagógicas, especialmente na alfabetização. Ele traz algumas reflexões filosófico-educacionais sobre as ações pedagógicas propostas no PNAIC, que tratam do conhecimento matemático nos anos iniciais do Ensino Fundamental, especificamente, a linguagem matemática utilizada no processo da alfabetização matemática, com o objetivo de esclarecer confusões decorrentes da perspectiva epistemológica pressuposta neste documento.

Nossa tese foi conduzida a partir de uma abordagem filosófica, inspirada na segunda fase do pensamento de Wittgenstein, a qual critica a concepção referencial da linguagem, que, de acordo com o filósofo, em boa parte é responsável pelos problemas filosóficos desde os gregos pré-socráticos. Trata-se de uma concepção que pressupõe que toda palavra deva corresponder a algum objeto no mundo, ideia que, a nosso ver, perpassa as principais teorias educacionais e diretrizes governamentais vigentes no Brasil, ou seja, esta concepção de linguagem permeia e norteia a prática pedagógica da sala de aula no país. O intuito foi apontar algumas confusões filosófico-educacionais que surgem em decorrência do eventual uso referencial da matemática, quando por exemplo seus conceitos são usados dogmaticamente, em especial nas práticas pedagógicas da alfabetização matemática. Também nos preocupamos em analisar como a concepção referencial da linguagem pode dificultar a própria compreensão dos conceitos matemáticos. A partir dessas preocupações - elucidar as confusões filosóficas relacionadas à linguagem encontradas no PNAIC e que conduzem a equívocos nas práticas pedagógicas - recorremos à terapia wittgensteiniana que, a nosso ver, tem grande potencial para esclarecer as confusões da linguagem vivenciadas por professores que trabalham com a alfabetização matemática.

Apesar de Wittgenstein não ter desenvolvido uma filosofia específica para discutir questões educacionais, a pesquisa possibilitou que percebêssemos o quanto sua filosofia pode contribuir para compreendermos a forma como de dá o conhecimento matemático e identificarmos as imagens que causam os equívocos conceituais e, assim, pensarmos em algumas alternativas para se evitar o uso uniforme dos conceitos na atividade pedagógica do ensino da matemática. Vemos na

concepção filosófica da linguagem de Wittgenstein muitas contribuições ao ensino, principalmente, ao considerar os diversos usos de nossa linguagem para dissolver as várias confusões conceituais, aparentemente insolúveis, quando “olhadas” de uma perspectiva equivocada. Por exemplo, uma das confusões a que a *concepção referencial da linguagem* pode levar no ensino da matemática e que apontamos em nossa pesquisa diz respeito ao ensino dos números naturais, inicialmente empregados para contar, muitas vezes apresentados à criança como uma sequência de palavras com função descritiva, como se sempre estivessem se referindo a algo no mundo. Ocorre que a técnica de contagem é uma convenção e não é por meio da manipulação de objetos (lápis, cadeira, chocolate, bolinhas...), que seu aprendizado acontece. Para compreender o processo de contagem, a criança precisa ser introduzida ao conceito de número, o que envolve neste primeiro momento, o domínio da técnica da contagem, e esse aprendizado só é possível através de um treinamento (memorização dos nomes dos números, repetição dos nomes e de seu aprendizado em uma determinada sequência, ser capaz de aplicá-los em diferentes situações etc.). Estes procedimentos independem da suposta existência de uma referência última (dos nomes que expressam números) a ser intuída/descoberta pela criança, pelo contrário, o sentido de um número natural é o seu emprego em determinadas situações. “Não podemos adivinhar como uma palavra funciona. Temos de *ver* seu emprego e aprender com isso” (IF, § 340, grifo do autor).

A presente pesquisa procurou mostrar como a concepção referencial da linguagem também permeia os documentos do PNAIC, pois, na medida em que não consideram as múltiplas funções da linguagem, para além de sua função descritiva, tais diretrizes conduzem professores e alunos a diversas confusões filosóficas e a equívocos teóricos e metodológicos. Dessa maneira, a filosofia de Wittgenstein pode contribuir na elucidação dessas confusões, a partir da identificação de *imagens* que levam a confusões. Esta perspectiva amplia as possibilidades de compreensão das dificuldades de aprendizado de conceitos matemáticos e defende um ensino baseado no treinamento e no aprendizado de técnicas matemáticas, por introduzirem a criança, gradualmente, em seus diversos jogos de linguagem. Estes, por sua vez, são jogos não referenciais, ou seja, não têm referências últimas em um mundo mental, ideal ou empírico.

Nossa hipótese inicial era a de que os documentos do PNAIC estavam atrelados a uma concepção referencial da linguagem matemática ao proporem

diretrizes metodológicas ancoradas em pressupostos mentalistas e empiristas como fundamentos da atividade matemática, o que pudemos confirmar em diversas passagens destes documentos. Nelas, propõe-se uma prática pedagógica de (re)pensar as concepções anteriores sobre a Alfabetização Matemática e refletir sobre as relações entre a alfabetização e a matemática em situações do cotidiano das crianças, em que o contexto empírico e os conhecimentos prévios da criança assumem papel central. Nestas orientações, encontramos indícios que nos levaram à conclusão de que as diretrizes do PNAIC estão fundamentadas não só em uma concepção empirista do conhecimento matemático como também transparecem uma visão mentalista da aprendizagem da matemática, que podem, ao invés de promover a melhoria na aprendizagem da alfabetização matemática, levar a alguns equívocos e conduzir professores e alunos a um universo de confusões conceituais.

Ao discutirmos as tendências matemáticas predominantes nos artigos acadêmicos e nos documentos oficiais, percebemos que a matemática tem história, que teve origem nas necessidades sociais, até hoje presentes entre nós, todavia, apesar de todo o desenvolvimento das pesquisas na área, observa-se que ainda há professores que precisam compreender melhor a natureza deste conhecimento. É comum encontrarmos manifestações de professores que demandam por uma formação que trate da diversidade das tendências do ensino da matemática, mas a jornada de trabalho excessiva, repleta de orientações curriculares e de recomendações impostas pelo Estado para que se associe atividades contextualizadas em situações do cotidiano ao conhecimento matemático, impede a aquisição de conhecimento da história e da filosofia da educação para que possam efetivamente melhorar sua prática pedagógica. O governo até promove ações de formação continuada para os professores, como a formação docente do PNAIC, porém, nessas formações, prioriza-se uma abordagem construtivista cognitivista em que, muitas vezes, toma-se como modelo o método das ciências naturais, pressupõe-se uma racionalidade natural em que que o aluno constrói seu próprio conhecimento a partir de um processo contínuo de aprendizagem, baseado em descobertas empíricas a partir de conhecimentos prévios e de experiências individuais do aluno, supõe-se, de modo geral, que o conhecimento é constituído por meio de processos internos em interação com o meio. Desta perspectiva construtivista cognitivista, ao propor a resolução de um problema tendo como base os conhecimentos prévios, o professor estaria propiciando as condições para que o aluno desenvolva seu

“potencial matemático” e, dessa forma, ele (aluno) estaria construindo conhecimentos matemáticos a partir de descobertas matemáticas “extraídas” de suas experiências individuais.

Nesta perspectiva de aprendizagem, foi possível constatar um certo determinismo metodológico, considerado por nós um aspecto negativo para a alfabetização matemática, pois, como vimos, não há um método ou um caminho único e natural que, a partir do conhecimento prévio do aluno ou de supostas intuições matemáticas, leve-o inequivocamente ao conhecimento matemático a ser aprendido. Neste sentido, acreditamos que a relativização de tais pressupostos implícitos nas diretrizes do PNAIC para o ensino da alfabetização matemática seja fundamental para evitarmos equívocos nas práticas pedagógicas que as diretrizes apoiam.

Nossa pesquisa mostrou que tendências e orientações pedagógicas da EM, como a Modelagem Matemática, a Contextualização dos Conteúdos e a Etnomatemática, que preconizam uma prática pedagógica com aulas de matemática mais agradáveis e significativas, por meio da contextualização dos conteúdos matemáticos e da aplicação em situações ou em problemas do cotidiano das crianças a fim de aproximar a escola do dia a dia dos alunos, são comuns nas diretrizes curriculares de documentos oficiais como o PNAIC. Para esclarecer, é importante enfatizar que nossa crítica não se endereça a este propósito, mas apenas ao fato desta recomendação ser, por vezes, entendida como sendo condição *essencial* à inserção dos conteúdos matemáticos em situações-problema do cotidiano para que possam ser aprendidos. Não estamos atribuindo menor importância aos conhecimentos do cotidiano, tampouco afirmamos que seu uso não seja possível no ambiente escolar, pois esses conhecimentos são importantes para nos situarmos no mundo. Apenas procuramos mostrar o dogmatismo de uma concepção referencial da linguagem matemática que tem, como uma de suas consequências, expectativas frustradas em relação ao efetivo aprendizado de seus conteúdos.

Por exemplo, de acordo com Tortola (2016) e Tortola e Almeida (2018), o desenvolvimento de atividades com a prática da modelagem matemática pode ser comparado a um *jogo de linguagem* - quando associado ao modo de fazer matemática, que envolve regras que precisam ser seguidas - que favorece a formação de conceitos na aprendizagem dos anos iniciais do Ensino Fundamental, quando o aluno é envolto em situações que requerem diferentes usos da linguagem matemática. Ao mesmo tempo, este autor esclarece que essa abordagem não garante a

aprendizagem matemática, pois não podemos esquecer que sua aprendizagem envolve fundamentalmente um treinamento, uma formação específica, que não se reduz a esperar que o aluno “extraia” o conhecimento matemático de contextos do cotidiano, que pressuponha estruturas cognitivas prévias na criança, que em interação com estes contextos produzem, por si só, novos conceitos.

É importante ressaltar que, ao criticamos a concepção realista empirista da matemática, não estamos nos posicionando contra o uso empírico da matemática, pois sabemos que são inúmeras as suas aplicações no cotidiano do aluno. Por exemplo, desde pequena e mesmo antes de entrar para a escola, a criança faz um uso empírico da matemática: ao contar quantos brinquedos tem, ela faz um uso empírico da matemática. Todavia, fazer um uso empírico da matemática é diferente de acreditar que a criança extrairá do empírico os enunciados da matemática. São duas situações totalmente diferentes. E é nesse ponto que reside o problema desses documentos, pois, os pressupostos teóricos que os fundamentam, apresentam, fortemente, a ideia de que, ao realizar experiências em situações do cotidiano, a criança fará descobertas e deduzirá verdades matemáticas. Essas diretrizes carregam uma imagem equivocada, que podem levar a enganos de interpretação das proposições matemáticas, porque as verdades matemáticas não estão de algum modo no empírico nem na mente da criança. Essas “verdades matemáticas”, que seriam os enunciados matemáticos, são inventadas pelo homem para organizar o empírico de um determinado modo. Então o problema não é, mais uma vez, o uso empírico da matemática, não é esse o problema ou o engano, mas a crença de pedagogos e de educadores matemáticos que a criança descobrirá essas verdades matemáticas a partir da experimentação empírica, esse é o equívoco. Desse modo, considerar que as proposições matemáticas representam um conhecimento passível de valor de verdade (verdadeiro ou falso) a ser verificado empiricamente tem grandes chances de levar professores a incorrerem em equívocos e mal-entendidos em suas práticas pedagógicas.

Novamente reafirmamos que não queremos criticar ou refutar os métodos aqui discutidos, é possível que, se colocados em prática, alguns deles proporcionem avanços no ensino da matemática. O que queremos chamar a atenção é para o fato de que tais métodos possuem limitações em suas aplicações quando não se atenta para as diferentes funções da linguagem, em particular, a da linguagem matemática. Defendemos uma análise mais profunda sobre o papel da linguagem na alfabetização

matemática e sugerimos, não uma nova proposta teórica e/ou metodológica, mas um caminho possível para a Alfabetização Matemática: articular as tendências da EM a um projeto para formação de professores da Alfabetização Matemática que tenha como base a terapia filosófica de Wittgenstein para tratar confusões de natureza conceitual presentes em suas práticas pedagógicas.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; BORSSOI, Adriana Helena. Modelagem matemática e aprendizagem significativa: uma proposta de estudo de equações diferenciais ordinárias. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 6, n. 2, p. 91-121, 2004. Disponível em: http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/4689/3258. Acesso em julho de 2019.

ALRØ, Helle; SKOVSMOSE, Ole. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BAKHTIN, Mikhail. **Estética da criação verbal**. Tradução Paulo Bezerra. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

BAKHTIN, Mikhail. **Marxismo e filosofia da linguagem**. Tradução Michel Lahud e Yara Frateschi Vieira. 13. ed. São Paulo: Hucitec, 2009.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem Matemática**: Concepções e Experiências de Futuros Professores. 2001. 253f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP. Rio Claro, 2001a.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática e os professores: a questão da Formação. **Bolema** – Boletim de Educação Matemática, Ano 14, n. 15, p. 5-23. 2001b.

BARROS, Otávio Augusto do Espírito Santo. **O cotidiano no ensino e na aprendizagem de matemática**: reflexões acerca do ProJovem Urbano. 2012. 144f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2012.

BARUK, Stella. **Insucesso e Matemáticas**. Tradução de Manoel Alberto. Lisboa: Relógio D'Água Editores, 1996.

BASSANEZI, Rodney Carlos. Modelagem como Metodologia de Ensino de Matemática. In: **Ata do CIAEM**, Santo Domindo, República Dominicana,1982.

BASSANEZI, Rodney Carlos. Modelagem Matemática. **Dynamis**, v. 1, n. 7, p. 55-83,1994.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa em Educação Matemática. **Pro Posições**, v. 4, n. 1 [10], p. 18-23, março de 1993.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BRAIT, Beth. **Bakhtin**: dialogismo e construção do sentido. 2. ed. rev. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2005.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 23 dez. 1996. Seção 1, p. 27833-27841.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática (1ª a 4ª série). Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática (5ª a 8ª série). Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais:** ensino médio (Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias). Brasília: MEC/SEMT, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN + ensino médio**: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002.

BRASIL. Lei nº 11.114, de 16 de maio de 2005. Altera os arts. 6º, 30, 32 e 87 da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, com o objetivo de tornar obrigatório o início do ensino fundamental aos seis anos de idade. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 17 maio 2005. Seção 1, p. 1.

BRASIL. Lei nº 11.274, de 06 de fevereiro de 2006. Altera a redação dos arts. 29, 30, 32 e 87 da Lei no 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, dispondo sobre a duração de 9 (nove) anos para o ensino fundamental, com matrícula obrigatória a partir dos 6 (seis) anos de idade. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 07 fev. 2006. Seção 1, p. 1-2.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o ensino médio**: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. v. 2. Brasília: MEC/SEB, 2006.

BRASIL. Decreto nº 6.755/2009, de 29 de janeiro de 2009. Institui a Política Nacional de Formação de Profissionais do Magistério da Educação Básica, disciplina a atuação da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES no fomento a programas de formação inicial e continuada, e dá outras providências. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 30 jan. 2009. Seção 1, p. 1-2.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de 9 (nove) anos. Parecer nº 11/2010, de 07 de julho de 2010, homologado pelo despacho do Ministro, publicado no **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 09 dez. 2010. Seção 1, p. 28.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental)**: apresentação. Brasília: MEC/SEB, 2012a.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto nacional pela alfabetização na idade certa**: formação do professor alfabetizador: caderno de apresentação. Brasília: MEC/SEB, 2012b.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA)**: documento básico. Brasília: 2013.

BRASIL. Lei nº 12.796, de 04 de abril de 2013. Altera a Lei no 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para dispor sobre a formação dos profissionais da educação e dar outras providências. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 05 abr. 2013. Seção 1, p. 1.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: alfabetização matemática. Apresentação. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional, 2014a.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Organização do Trabalho Pedagógico. Caderno 01. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional, 2014b.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Quantificação, Registros e Agrupamentos. Caderno 02. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional, 2014c.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Construção do Sistema de Numeração Decimal. Caderno 03. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional, 2014d.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Operações na resolução de problemas. Caderno 04. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional, 2014e.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Geometria. Caderno 05. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional, 2014f.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Grandezas e Medidas.

Caderno 06. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional, 2014g.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Educação Estatística. Caderno 07. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional, 2014h.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Saberes Matemáticos e Outros Campos do Saber. Caderno 08. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional, 2014i.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Educação Matemática do Campo. Caderno 09. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional, 2014j.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Educação Inclusiva. Caderno 10. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional, 2014k.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Jogos na Alfabetização Matemática. Caderno 11. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional, 2014l.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Jogos na Alfabetização Matemática-Encartes. Caderno 12. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional, 2014m.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**. Caderno de Apresentação. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional, 2015a.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**. Currículo na perspectiva da inclusão e da diversidade: as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica e o Ciclo de Alfabetização. Caderno 01. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional, 2015b.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**. Currículo na perspectiva da inclusão e da diversidade: as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica e o Ciclo de Alfabetização. Caderno 02. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional, 2015c.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa. **Interdisciplinaridade no ciclo de alfabetização**. Caderno 03. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional, 2015d.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: A organização do trabalho escolar e os recursos didáticos na alfabetização. Caderno 04. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional, 2015e.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: A arte no ciclo de alfabetização. Caderno 06. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional, 2015f.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Alfabetização matemática na perspectiva do letramento. Caderno 07. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional, 2015g.

BRASIL. Ministério da Educação. Resultado do Pisa de 2015 é tragédia para o futuro dos jovens brasileiros, afirma ministro. 2016. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=42741:resultado-do-pisa-de-2015-e-tragedia-para-o-futuro-dos-jovens-brasileiros-afirma-ministro. Acesso em: 27 out. 2017.

BRASIL. Portaria nº 1.144, de 10 de outubro de 2016. Institui o Programa Novo Mais Educação, que visa melhorar a aprendizagem em língua portuguesa e matemática no ensino fundamental. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 11 out. 2016. Seção 1, p. 23.

BRASIL. Ministério da Educação. MEC anuncia Política Nacional de Alfabetização para reverter estagnação na aprendizagem**.** 2017a. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=56321:mc-anuncia-politica-nacional-de-alfabetizacao-para-reverter-estagnacao-na%20aprendizagem&catid=211&Itemid=86. Acesso em: 27 out. 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Documento Orientador. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2017b.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2017c.

BRASIL. Portaria nº 826, de 07 de julho de 2017. Dispõe sobre o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa - PNAIC, suas ações, diretrizes gerais e a ação de formação no âmbito do Programa Novo Mais Educação - PNME. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 10 jul. 2017d. Seção 1, p. 20-23.

BRASIL. Resolução nº 17, de 22 de dezembro de 2017. Destina recursos financeiros, nos moldes operacionais e regulamentares do Programa Dinheiro Direto na Escola - PDDE, a escolas públicas municipais, estaduais e do Distrito Federal, a fim de contribuir para que estas realizem atividades complementares de acompanhamento pedagógico, em conformidade com o Programa Novo Mais Educação. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 26 dez. 2017e. Seção 1, p. 789.

BUENO, Cinthya. **Alfabetização matemática**: manifestações de estudantes do primeiro ciclo sobre geometria. 2009. 209 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

BURAK, Dionísio. **Modelagem matemática**: ações e interações no processo de ensino aprendizagem. 1992. 459 p. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**, v. 1, p. 10-27, 2010.

CARDOSO, Cíntia Maria; GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. Algumas Considerações sobre a Alfabetização Matemática no Pacto Nacional da Alfabetização na Idade Certa (PNAIC). **REMATEC**, v. 14, n. 31, p. 192-212, set., 2019.

CARDOSO, Virgínia Cardia. **A cigarra e a formiga**: uma reflexão sobre a educação matemática brasileira da primeira década do século XXI. 2009. 212 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2009.

CARRASCO, Lúcia Helena Marques. Leitura e escrita na matemática. In: NEVES, Iara Conceição Botencour; SOUZA, Jusamara Vieira; Schäffer, Neiva Otero; GUEDES, Paulo Coimbra; KLÜSENER; Renita (org.). **Ler e escrever**: compromisso de todas as áreas. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2006.

D´AMBRÓSIO, Ubiratan. Educação matemática: uma visão do estado da arte. **Pro-Posições**, Campinas, v. 4, n. 1, p.7-17, mar. 1993a.

D´AMBRÓSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**. 2. ed. São Paulo: Ática, 1993b.

D´AMBRÓSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

D´AMBRÓSIO, Ubiratan. A relevância do projeto Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional – INAF – como critério de avaliação da qualidade do ensino de matemática. In: FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis (Org.). **Letramento no Brasil**: habilidades matemáticas. São Paulo: Global, 2004. p. 31-46.

D´AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação matemática**: da teoria à prática. 23. ed. Campinas/SP: Papirus, 2012.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 12. ed. São Paulo: Ática, 2005.

DANYLUK, Ocsana. **Alfabetização matemática**: as primeiras manifestações da escrita infantil. Porto Alegre: Editora Sulina, 1998.

DANYLUK, Ocsana. As relações da criança com a alfabetização matemática. In.: BAUMANN, Ana Paula Purcina; MIARKA, Roger; MONDINI, Fabiane; LAMMOGLIA, Bruna; BORBA, Marcelo de Carvalho. (Orgs.). **Maria em Forma/Ação**. Rio Claro: Editora IGCE, 2010, p. 28-33. 1 CD.

DAVYDOV, Vasili Vasilievich. **Problemas do ensino desenvolvimental**: a experiência da pesquisa teórica e experimental na psicologia. Textos publicados na Revista Soviet Education, August/VOL XXX, N° 8, sob o título “Problems of Developmental Teaching. Tradução de José Carlos Libâneo e Raquel A. M. da Madeira Freitas, 1986.

DAVYDOV, Vasili Vasilievich; MÁRKOVA, A. El desarrollo del pensamento em la edad escolar. In: DAVIDOV, Vasili Vasilievich; SHUARE, M. **La psicología evolutiva y pedagógica em la URSS**: antología. Moscou: Editorial Progreso, 1987, p. 173 - 193.

DAVÍDOV, V. V.; MÁRKOVA, A. La concepción de la actividad de estudio de los escolares. In: DAVIDOV, Vasili Vasilievich; SHUARE, M. **La psicología evolutiva y pedagógica em la URSS**: antología. Moscou: Editorial Progreso, 1987, p. 316 -337.

DAVYDOV, Vasili Vasilievich. **La enseñanza escolar y el desarrollo psiquico**. Moscou: Progresso, 1988.

ÉRARD, Yves; FASULA, Pierre; MOTTA, Marco, STEBLER, Joséphine. L’enfant, l’adulte et les mots qui passent, **A contrario**, n. 25, p. 3-12, 2017. Disponível em: https://www.cairn.info/revue-a-contrario-2017-2-page-3.htm. Acesso em: 26 mar. 2019.

FANN, Kuni T. **El Concepto de Filosofia en Wittgenstein.** Madrid: Editorial Tecnos, 1975.

FIORENTINI, Dario. Memória e análise da pesquisa acadêmica em educação matemática no Brasil: o banco de teses do CEMPEM/FE-UNICAMP. **Zetetiké**, Campinas, n. 1, p. 55-76, nov. 1993. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646827/13729. Acesso em: 12 mar. 2018.

FIORENTINI, Dario. **Rumos da pesquisa brasileira em Educação Matemática**: o caso da produção científica em cursos de Pós-graduação. 1994. 301f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas/SP, 1994.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas, n. 4, p. 1-37, nov. 1995. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646877. Acesso em: 12 mar. 2018.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. rev. Campinas/SP: Autores Associados, 2012.

FLICK, Uwe. **Introdução à pesquisa qualitativa**. Tradução de Joice Elias Costa. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis. A educação matemática e a ampliação das demandas de leitura escrita da população brasileira. In: FONSECA, M. C. F. R. (Org.). **Letramento no Brasil**: habilidades matemáticas. São Paulo: Global, 2004. p. 11-28.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis; CARDOSO, Cleusa Abreu. Educação Matemática e letramento: textos para ensinar Matemática, Matemática para ler o texto. In: NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin (org.). **Escritas e Leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p. 63-76.

FREIRE, Paulo. **Conscientização**: teoria e praticada libertação: uma introdução ao pensamento de Paulo Freire. 3. ed. São Paulo: Moraes, 1980.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Esperança**: um reencontro com a Pedagogia do Oprimido. 4. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1997.

FREIRE, Paulo. **A importância do ato de ler**. 45. ed. São Paulo: Cortez, 2003.

FREIRE, Paulo. **A pedagogia do oprimido**. 42. ed. Rio de janeiro: Paz e terra, 2005.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 49. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2014.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. Filosofia da Educação Matemática: algumas ressignificações e uma proposta de pesquisa. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, 1999. p. 59-74.

GIARDINETTO, José Roberto Boettger. **Matemática escolar e matemática da vida cotidiana**. Rio de Janeiro: Editora Autores Associados, 1998.

GIESINGER, Johannes. Abrichten und Erziehen. Zur pädagogischen Bedeutung der Spätphilosophie Ludwig Wittgensteins. **Pädagogische Rundschau**, v. 62, n. 3, p. 285-298, 2008.

GÓMEZ-GRANELL, Carmem. A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. In: TEBEROSKY, Ana; TOLCHINSKY, Liliana (org.). **Além da**

alfabetização: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. São Paulo: Editora Ática, 1996. p. 257-295.

GONÇALVES, Carolina Fragoso. **Adestrar para a autonomia**: a crítica wittgensteiniana ao construtivismo. 2013. 139f. Dissertação (Mestrado em Cognição e Linguagem) – Universidade Estadual do Norte Fluminense, Rio de Janeiro, 2013.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. **Uma reflexão filosófica sobre a matemática nos PCN**. 2002. 154f. Tese (Doutorado em Filosofia da Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. A Natureza do Conhecimento Matemático sob a Perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais. **Cadernos de História e Filosofia da Ciência**, Campinas, Série 3, v. 14, n. 2, p. 305-334, jul./dez. 2004.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. Ver e ver como na construção do conhecimento matemático. In: IMAGUIRE, Guido; MONTENEGRO, Maria Aparecida; PEQUENO, Tarcísio (Org.). **Colóquio Wittgenstein**. Fortaleza: Edições UFC, 2006, p. 73-93.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. Uma Concepção Pragmática de Ensino e Aprendizagem. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 33, n. 3, p. 459-470, set./dez. 2007.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. A Construção e Transmissão do Conhecimento Matemático sob uma Perspectiva Wittgensteiniana. **Cadernos Cedes**, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 75-96, jan./abr. 2008.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. O conceito de compreensão – a mudança de perspectiva de Wittgenstein após uma experiência docente. In: Reunião Anual da Associação Nacional da Pós Graduação (ANPEd), 32., 2009, Caxambu/MG. **Anais** […]. Caxambu/MG: ANPED, 2009. Trabalho GT17 – Filosofia da Educação. Disponível em: http://32reuniao.anped.org.br/arquivos/trabalhos/GT17-5893--Int.pdf. Acesso em: 15 abr. 2016.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. O conceito de compreensão – a mudança de perspectiva de Wittgenstein após uma experiência docente. **International Studies on Law and Education**, CEMOrOc-Feusp / IJI-Universidade do Porto, n. 12, p. 49-56, set./dez. 2012.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. A inserção nos jogos de linguagem da perspectiva de uma epistemologia do uso. **International Studies on Law and Education**, CEMOrOc-Feusp / IJI-Universidade do Porto, n. 15, p. 63-70, set./dez. 2013.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. Algumas observações sobre a questão da possibilidade de aprendizagem sem linguagem. In.: GOTTSCHALK, Cristiane M. C.; PAGOTTO-EUZEBIO, Marcos Sidnei; ALMEIDA, Rogério de. **Filosofia e Educação**: Interfaces. São Paulo: Képos, 2014a. p. 101-110.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. Fundamentos filosóficos da matemática e seus reflexos no contexto escolar. **International Studies on Law and Education**, CEMOrOc-Feusp / IJI-Universidade do Porto, n. 18, p. 73-82, set./dez. 2014b.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. A compreensão de significados matemáticos: entre o transcendental e o empírico. In: MORENO, Arley Ramos (org.). **Wittgenstein – compreensão**: adestramento, treinamento, definição. Campinas/SP: UNICAMP/CLE, 2014c. p. 55-76. (Coleção CLE, v. 68).

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. Repercussões do pensamento de Wittgenstein no ensino e na aprendizagem da matemática. [2016?]. No prelo.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. A terapia wittgensteiniana como esclarecedora de conceitos fundamentais do campo educacional. In: GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia; CARVALHO, José Sérgio Fonseca de; AQUINO, Julio Groppa (Org.). **Filosofia, Educação, Formação**: I Jornada Internacional de Filosofia da Educação – III Jornada de Filosofia e Educação da FEUSP. São Paulo: FEUSP, 2017. p. 309-326.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. Conhecimento e valores: algumas confusões conceituais no campo da educação. **International Studies on Law and Education**, CEMOrOc-Feusp / IJI-Universidade do Porto, n. 28, p. 111-120, jan-abr, 2018.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia (Org.). **Ensaios filosófico-educacionais de uma perspectiva wittgensteiniana**. Jundiaí/SP: Paco Editorial, 2020.

HALLIDAY, Michael Alexander Kirkwood. As bases funcionais da linguagem. In: DASCAL, Marcelo (org.). **Fundamentos metodológicos da lingüística**. vol. 1. São Paulo: Global, 1978. p. 125-161.

HALLIDAY, Michael Alexander Kirkwood. **An Introduction to functional grammar**. Londres: Edward Arnold, 1994.

KILPATRICK, Jeremy. Historia de la investigación en educación matemática. In: KILPATRICK, Jeremy; RICO, Luis; SIERRA, Modesto. (Orgs.). **Educación Matemática e Investigación**. Madrid: Editorial Síntesis, S. A., 1992, p. 17-96.

KLEIMAN, Ângela. (Org.). **Os significados do letramento**. Campinas: Mercado de Letras, 1995a.

KLEIMAN, Ângela. **Texto e leitor:** aspectos cognitivos da leitura. 4. ed. Campinas: Pontes, 1995b.

KLÜSENER; Renita. Ler, escrever e compreender a matemática ao invés de tropeçar nos símbolos. In: NEVES, Iara Conceição Botencour; SOUZA, Jusamara Vieira; Schäffer, Neiva Otero; GUEDES, Paulo Coimbra; KLÜSENER; Renita (org.). **Ler e escrever**: compromisso de todas as áreas. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2006.

LEONTIEV, Alexis. **O desenvolvimento do psiquismo**. 2. ed. São Paulo: Centauro, 2004.

LOPES, Anemari Roesler Luersen Vieira; BORBA, Marcelo de Carvalho. Tendências em Educação Maremática. Dossiê: a pesquisa em educação matemática no Brasil. **Revista Roteiro**, Joaçaba, Santa Catarina, v. XVI, n. 32, p. 49-61, jul-dez. 1994.

LOPES, Celi Espasandin; NACARATO, Adair Mendes. (org.). **Educação matemática, leitura e escrita**: armadilhas, utopias e realidade. Campinas/SP: Mercado do Letras, 2009.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e Língua Materna**: análise de uma impregnação mútua. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2001.

MACHADO, Antônio Pádua. **Do Significado da Escrita da Matemática na Prática de Ensinar e no Processo de Aprendizagem a Partir do Discurso de Professores**. 2003. 291f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro/SP.

MACHADO, Airton Carrião; FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis; GOMES, Maria Laura Magalhães. Dossiê: a pesquisa em educação matemática no Brasil. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, n. 36, p.129-136, dez. 2002.

MAIA, Madeline Gurgel Barreto. **Alfabetização matemática**: aspectos concernentes ao processo na perspectiva de publicações brasileiras. 2013. 266f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

MAIA, Madeline Gurgel Barreto; BRIÃO, Gabriela Félix (Orgs.). **Alfabetização matemática**: perspectivas atuais. Curitiba: CRV, 2017.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **A produção matemática dos alunos em um ambiente de modelagem**. 2004. 180p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (org.). **Pesquisa Social**: Teoria, método e criatividade. 18. ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

MORENO, Arley Ramos. **Wittgenstein**: através das Imagens. Campinas: Editora da Unicamp, 1993.

MORENO, Arley Ramos. **Wittgenstein**: os labirintos da linguagem**.** São Paulo: Moderna, 2000.

MORENO, Arley Ramos. **Introdução a uma pragmática filosófica**: de uma concepção de filosofia como atividade terapêutica a uma filosofia da linguagem. Campinas/SP: Editora da Unicamp, 2005.

MORENO, Arley Ramos (org.). **Wittgenstein – compreensão**: adestramento, treinamento, definição. Campinas/SP: UNICAMP/CLE, 2014. (Coleção CLE, v. 68).

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. O Jogo e a Construção do Conhecimento Matemático. 1991. Disponível em: http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_10_p045-053_c.pdf. Acesso em: 15 nov. 2018.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. A dimensão da alfabetização na educação matemática infantil. In: Tizuko Morchida Kishimoto; Júlia Oliveira-Formozinho. (Org.). **Em busca da pedagogia da infância**. Porto Alegre/RS: Penso, 2013. p. 110-135.

NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin (org.). **Indagações, reflexões e práticas em leituras e escritas na educação matemática**. Campinas/SP: Mercado do Letras, 2013.

NIETZSCHE, Friedrich Wilhelm. **Escritos sobre educação**. Tradução de Noélli Correa de Melo Sobrinho. 6. ed. Rio de Janeiro: PUC-Rio, São Paulo: Loyola, 2012.

OCDE. Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico. **Brasil no PISA 2015**: análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes brasileiros. São Paulo: Fundação Santillana, 2016.

OLIVEIRA, Wagner Teles de. Os fatos, o aprendizado e o uso das palavras. In.: MORENO, Arley R. (org.). **Wittgenstein – compreensão**: adestramento, treinamento, definição. Campinas/SP: UNICAMP/CLE, 2014, p. 93-110. (Coleção CLE, v. 68).

PIAGET, Jean. **O Nascimento da inteligência na criança**. Rio de Janeiro, Zahar, 1975.

PINHEIRO, Nilcéia Aparecida Maciel. **Educação crítico-reflexiva para um ensino médio científico-tecnológico**: a contribuição do enfoque CTS para o ensino-aprendizagem do conhecimento matemático. 2005. 306f. Tese (Doutorado em Educação Cientifica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

PONTE, João Pedro da; BROCADO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2003.

RAYNAUT, Claude. Paradoxos e ambiguidades na ideia de interdisciplinaridade. **Desenvolvimento e Meio Ambiente**, v. 47, Edição especial: 25 anos do Programa de Pós-Graduação em Meio Ambiente e Desenvolvimento, p. 13-48, outubro 2018.

REIS, Maria Fernanda de Moura. **O Dicionário para escolas primárias de Ludwig Wittgenstein e a virada linguística**. 2010. 139f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

REIS, Fernanda. O Dicionário para escolas primárias de Ludwig Wittgenstein. In: GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia (Org.). **Ensaios filosófico-educacionais de uma perspectiva wittgensteiniana**. Jundiaí/SP: Paco Editorial, 2020. p. 43-66.

SANTOMÉ, Jurjo Torres. **Globalização e interdisciplinariedade**: o currículo integrado. Porto Alegre: Editora Artes Médicas Sul Ltda, 1998.

SBEM. Sociedade Brasileira de Educação Matemática. **A Sociedade**. 2012. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/a-sociedade. Acesso em: 12 mar. 2018.

SILVA, Carlos Evaldo dos Santos. **Concepções de significado**: implicações no ensino da matemática na alfabetização. 2015. 97f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2015.

SILVA, Paulo Vilhena da; SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. O ver-como wittgensteiniano e suas implicações para a aprendizagem da Matemática: um ensaio. **BoEM**. Joinville, v. 2, n. 3, p. 17-34, ago./dez., 2014.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. Aplicação e interpretação de regras matemáticas. **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 93-113, 2008.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. A Dificuldade da Matemática no Dizer do Aluno: ressonâncias de sentido de um discurso. **Educação e Realidade**. Porto Alegre, v. 36, n. 3, p. 761-779, set./dez. 2011.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. Interpretação de textos na aprendizagem da matemática. In: FLORES, C. R.; CASSIANI, S. (org). **Tendências contemporâneas nas pesquisas em educação matemática e científica**: sobre linguagens e práticas culturais. Campinas: Mercado de Letras, 2013.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. Mathematics and language: perspectives of wittgenstein's philosophy for math education. **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, v. 4, n. 2, p. 52-65, 2014a. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/ripem/index.php/ripem/article/view/99>. Acesso em: 15 jun. 2017.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. Tradução de textos matemáticos para a linguagem natural em situações de ensino e aprendizagem. **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v.16, n.1, p. 47-73, 2014b.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. **Matemática, discurso e linguagens**: contribuições para a Educação Matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. Compreensão da matemática no uso de símbolos e da gramática. **Revista Guillermo de Ockham**. v. 15, n. 1, p. 1-11 Enero/junio, 2017.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da; TEIXEIRA JR., Valdomiro Pinheiro. Regras Matemáticas sem sentido para alunos e professores: uma análise sobre a formação docente. In.: GONÇALVES, Terezinha Valim Oliver; MACÊDO, Francisco Cristiano da Silva; SOUZA, Fábio Lustosa. **Educação em Ciências e Matemáticas**: Debates Contemporâneos sobre Ensino e Formação de Professores. Porto Alegre: Penso, 2015. p. 142-161.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da; LACERDA, Alan Gonçalves. Leitura e interpretação de textos matemáticos: aprender matemática é seguir regras e admitir os critérios lógicos necessários à objetividade. **Pré-Univesp**. n. 29. Língua e linguagens. Março 2013. Disponível em: http://www.univesp.ensinosuperior.sp.gov.br/preunivesp/724663/leitura-e-interpreta-o-de-testos-matem-ticos.html. Acesso em: 15 jun. 2017.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da; SILVA, Paulo Vilhena da. A Compreensão de Regras Matemáticas na Formação Docente: uma pesquisa sob o ponto de vista da linguagem. **Arquivos Analíticos de Políticas Educativas**. v. 21, n. 27, p. 1-24, mar., 2013. Disponível em: http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=275029728027. Acesso em: 28 mar. 2019.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da; MEIRA, Janeisi de Lima; FEIO, Evandro dos Santos Paiva; TEIXEIRA JR., Valdomiro Pinheiro. Reflexões acerca da contextualização dos conteúdos no ensino da Matemática. **Currículo sem Fronteiras**, v. 14. n. 1, p. 151-172, jan./ abr., 2014.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da; TEIXEIRA JR., Valdomiro Pinheiro; SILVA, Paulo Vilhena da. A objetividade matemática e o relativismo na Educação Matemática. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 2, n. 4, p. 9-30, jan./abr. 2018.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação Matemática Crítica**: A questão da democracia. 3. ed. Campinas: Papirus, 2006.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da Reflexão em educação matemática crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo e Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas/SP: Papirus, 2008.

SOARES, Magda. **Letramento**: um tema em três gêneros. 11. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

SOARES, Magda. **Alfabetização e Letramento**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2007.

TEIXEIRA JÚNIOR, Valdomiro Pinheiro. **A terapia de Wittgenstein e o ensino de álgebra**. 2016. 357f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2016.

TFOUNI, Leda Verdiani. **Alfabetização e Letramento**. 9. ed. São Paulo: Cortez, 2010.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Didática e Matemática**: como dois e dois - a construção da matemática. São Paulo: FTD, 1997.

TORTOLA, Emerson. **Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2016. 304f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TORTOLA, Emerson; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. A Formação Matemática de Alunos do Primeiro Ano do Ensino Fundamental em Atividades de Modelagem Matemática: uma Perspectiva Wittgensteiniana. **Perspectivas da Educação Matemática**, INMA/UFMS, v. 11, n. 25, p. 142-161, 2018.

VILELA, Denise Silva. **Matemáticas nos usos e jogos de linguagem:** ampliando concepções na educação matemática. 2007. 247f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007.

XAVIER, Conceição Clarete et al. **Mapeamento de educação matemática no Brasil, 1995**: pesquisas, estudos, trabalhos técnicos-científicos por subárea temática. 2. ed. Brasília: INEP, 1996.

WINCH, Christopher. Education Needs Training. **Oxford Review of Education**. v. 21, ed. 3. p. 315-325, 1995.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Observaciones sobre los fundamentos de la matemática**. Edición de G. H. von Wright, R. Rhees y G. E. M. Anscombe. Versión española de Isidoro Reguera. Madrid: Alianza Editorial, 1987.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações filosóficas**. Tradução de José Carlos Bruni. São Paulo: Nova Cultural, 1999. Coleção Os Pensadores.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Tractatus Logico-philosophicus**. Tradução de Luiz Henrique Lopes dos Santos. 3. ed. Edição Bilingue. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2010.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações filosóficas**. Tradução de Marcos G. Montagnoli. 8. ed. Petrópolis/RJ: Vozes, 2013.

WRIGHT, Crispin. **Wittgenstein on the foundations of mathematics**. Duckworth: Londres, 1980.

ZONTINI, Laynara dos Reis Santos. Modelagem Matemática na passagem do 5° para o 6° ano: um trabalho na formação continuada de professores. 2016. Disponível em: http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd10_laynara_zontini.pdf. Acesso em: 25 out. 2020.

APÊNDICES

Apêndice 1 – Relação dos cadernos de formação do PNAIC 2014

CADERNOS/ UNIDADES	CH	TÍTULO DO CADERNO	OBJETIVOS
Apresentação (72 páginas)	-	Alfabetização Matemática	• apresentar o PNAIC, o contexto de criação do programa, a forma de implementação da formação dos professores alfabetizadores e explicita alguns dos pressupostos adotados na elaboração do conjunto dos cadernos.
Caderno 01 (72 páginas)	8	Organização do Trabalho Pedagógico	• caracterizar a comunidade de aprendizagem da sala de aula com vistas à Alfabetização Matemática de todos os alunos; • destacar a intencionalidade pedagógica como elemento essencial no processo de alfabetização; • apontar possibilidades para a organização do trabalho pedagógico; • compartilhar vivências de professores que buscam garantir os Direitos de Aprendizagem de Matemática de todos os alunos.
Caderno 02 (88 páginas)	8	Quantificação, Registros e Agrupamentos	• estabelecer relações de semelhança e de ordem, utilizando critérios diversificados para classificar, seriar e ordenar coleções; • identificar números em diferentes contextos e funções; • quantificar elementos de uma coleção, utilizando diferentes estratégias; • comunicar as quantidades, utilizando a linguagem oral, os dedos da mão ou materiais substitutivos aos da coleção; • representar graficamente quantidades e compartilhar, confrontar, validar e aprimorar seus registros nas atividades que envolvem a quantificação; • reproduzir sequências numéricas em escalas ascendentes e descendentes a partir de qualquer número dado; • elaborar, comparar, comunicar, confrontar e validar hipóteses sobre as escritas e leituras numéricas, analisando a posição e a quantidade de algarismos e estabelecendo relações entre a linguagem escrita e a oral.
Caderno 03 (88 páginas)	12	Construção do Sistema de Numeração Decimal	• reproduzir, em atividades orais e escritas, sequências numéricas ascendentes e descendentes a partir de qualquer número dado; • elaborar, comparar, comunicar, confrontar e validar hipóteses sobre as escritas e leituras numéricas, analisando a posição e a quantidade de algarismos e estabelecendo relações entre a linguagem escrita e a oral; • reconhecer regularidades do sistema de

			numeração decimal; • ordenar, ler e escrever números redondos (10, 20, 30, ...; 100, 200, 300, ...; 1000, 2000, 3000, ...); • quantificar coleções numerosas recorrendo aos agrupamentos de dez em dez e demonstrar compreensão de que o dez está incluído no vinte, o vinte, no trinta, o trinta, no quarenta etc.; • compreender o valor posicional dos algarismos na composição da escrita numérica, compondo e decompondo números; • utilizar a calculadora, cédulas ou moedas do sistema monetário para explorar, produzir e comparar valores e escritas numéricas.
Caderno 04 (88 páginas)	12	Construção do Sistema de Numeração Decimal	• elaborar, interpretar e resolver situações-problema do campo aditivo (adição e subtração) e multiplicativo (multiplicação e divisão), utilizando e comunicando suas estratégias pessoais, envolvendo os seus diferentes significados; • calcular adição e subtração com e sem agrupamento e desagrupamento; • construir estratégias de cálculo mental e estimativo, envolvendo dois ou mais termos; • elaborar, interpretar e resolver situações problema convencionais e não convencionais, utilizando e comunicando suas estratégias pessoais.
Caderno 05 (96 páginas)	12	Geometria	• representar informalmente a posição de pessoas e objetos e dimensionar espaços por meio de desenhos, croquis, plantas baixas, mapas e maquetes, desenvolvendo noções de tamanho, de lateralidade, de localização, de direcionamento, de sentido e de vistas; • reconhecer seu próprio corpo como referencial de localização e deslocamento no espaço; • observar, experimentar e representar posições de objetos em diferentes perspectivas, considerando diferentes pontos de vista e por meio de diferentes linguagens; • identificar e descrever a movimentação de objetos no espaço a partir de um referente, identificando mudanças de direção e de sentido; • observar, manusear, estabelecer comparações entre objetos do espaço físico e objetos geométricos (esféricos, cilíndricos, cônicos, cúbicos, piramidais, prismáticos) sem uso obrigatório de nomenclatura, reconhecendo corpos redondos e não redondos; • planificar modelos de sólidos geométricos e construir modelos de sólidos a partir de

			superfícies planificadas; • perceber as semelhanças e diferenças entre cubos e quadrados, paralelepípedos e retângulos, pirâmides e triângulos, esferas e círculos; • construir e representar figuras geométricas planas, reconhecendo e descrevendo informalmente características como número de lados e de vértices; • descrever, comparar e classificar verbalmente figuras planas ou espaciais por características comuns, mesmo que apresentadas em diferentes disposições; • conhecer as transformações básicas em situações vivenciadas: rotação, reflexão e translação para criar composições (por exemplo: faixas decorativas, logomarcas, animações virtuais); • antecipar resultados de composição e decomposição de figuras bidimensionais e tridimensionais (quebra cabeça, tangram, brinquedos produzidos com sucatas); • desenhar objetos, figuras, cenas, seres mobilizando conceitos e representações geométricas tais como: pontos, curvas, figuras geométricas, proporções, perspectiva, ampliação e redução; • utilizar a régua para traçar e representar figuras geométricas e desenhos; • utilizar a visualização e o raciocínio espacial na análise das figuras geométricas e na resolução de situações-problema em Matemática e em outras áreas do conhecimento.
Caderno 06 (80 páginas)	12	Grandezas e Medidas	• construir estratégias para medir comprimento, massa, capacidade e tempo, utilizando unidades não padronizadas e seus registros; compreender o processo de medição, validando e aprimorando suas estratégias; • reconhecer, selecionar e utilizar instrumentos de medida apropriados à grandeza (tempo, comprimento, massa, capacidade), com compreensão do processo de medição e das características do instrumento escolhido; • produzir registros para comunicar o resultado de uma medição, explicando, quando necessário, o modo como ela foi obtida; • comparar comprimento de dois ou mais objetos para identificar: maior, menor, igual, mais alto, mais baixo, etc.; • identificar a ordem de eventos em programações diárias, usando palavras como: antes, depois, etc.; • reconhecer a noção de intervalo e período de tempo para o uso adequado na realização de atividades diversas; • construir a noção de ciclos através de

			períodos de tempo definidos por meio de diferentes unidades: horas, semanas, meses e ano; • identificar unidades de tempo – dia, semana, mês, bimestre, semestre, ano – e utilizar calendários e agenda; além de estabelecer relações entre as variadas unidades de tempo; • leitura de horas, comparando relógios digitais e analógicos; • reconhecer cédulas e moedas que circulam no Brasil e de possíveis trocas entre cédulas e moedas em função de seus valores em experiências com dinheiro em brincadeiras ou em situações de interesse das crianças.
Caderno 07 (80 páginas)	8	Educação Estatística	• ler, interpretar e fazer uso das informações expressas na forma de ícones, símbolos, signos e códigos em diversas situações e em diferentes configurações (anúncios, gráficos, tabelas, rótulos, propagandas), para a compreensão de fenômenos e práticas sociais; • formular questões que gerem pesquisas e observações para coletar dados quantitativos e qualitativos; • coletar, organizar e construir representações próprias para a comunicação de dados coletados (com ou sem o uso de materiais manipuláveis ou de desenhos); • ler e interpretar listas, tabelas simples, tabelas de dupla entrada, gráficos; • elaborar listas, tabelas simples, tabelas de dupla entrada, gráfico de barras e pictóricos para comunicar a informação obtida, identificando diferentes categorias; • produzir textos a partir da interpretação de gráficos e tabelas; • problematizar e resolver situações a partir das informações contidas em tabelas e gráficos; • reconhecer e diferenciar situações determinísticas e probabilísticas; • identificar a maior ou menor chance de um evento ocorrer.
Caderno 08 (80 páginas)	8	Saberes Matemáticos e Outros Campos do Saber	• utilizar caminhos próprios na construção do conhecimento matemático em resposta às necessidades concretas e a desafios próprios dessa construção; • reconhecer regularidades em diversas situações, compará-las e estabelecer relações entre elas e as regularidades já conhecidas; • perceber a importância da utilização de uma linguagem simbólica na representação e modelagem de situações matemáticas como forma de comunicação; • desenvolver o espírito investigativo,

			crítico e criativo, no contexto de situações-problema, produzindo registros próprios e buscando diferentes estratégias de solução; • fazer uso do cálculo mental, exato, aproximado e de estimativas; • utilizar as Tecnologias da Informação e Comunicação potencializando sua aplicação em diferentes situações.
Caderno 09 (64 páginas)	-	Educação Matemática do Campo	• apresentar um Histórico da Educação do Campo brasileira; • ampliar conhecimentos sobre aspectos legais referentes à Educação do Campo; • aprofundar conhecimentos sobre a relação entre Educação do Campo e a Educação Matemática; • apresentar diferentes práticas sociais da realidade campesina como disparadoras do trabalho com a Alfabetização Matemática.
Caderno 10 (96 páginas)	-	Educação Inclusiva	• ampliar conhecimentos sobre aspectos legais referentes à Educação Especial na perspectiva da Educação Inclusiva; • aprofundar conhecimentos sobre encaminhamentos destinados aos alunos que fazem parte do público alvo da Educação Especial; • ampliar conhecimentos sobre espaços de aprendizagem dos alunos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades/superdotação. no contexto da inclusão escolar, ou seja, o trabalho da escola comum articulada com o atendimento educacional especializado – AEE; • compreender a importância de um trabalho considerando as diferenças dos alunos com ações voltadas a promover o acesso, a participação e a aprendizagem dos mesmos; • sugerir práticas pedagógicas de alfabetização matemática para alunos com necessidades específicas.
Caderno 11 (72 páginas)	-	Jogos na Alfabetização Matemática	• apresentar alguns jogos que têm como objetivo auxiliar no trabalho com a Alfabetização Matemática; • compreender o jogo em sala de aula não como um mero passatempo, mas como uma possibilidade de auxiliar o trabalho pedagógico e ampliar as potencialidades do uso de jogos no desenvolvimento dos conceitos matemáticos; • apresentar algumas possibilidades e sugestões para o uso dos jogos na Alfabetização Matemática.
Caderno 12 (120 páginas)	-	Jogos na Alfabetização Matemática-Encartes	• descrever alguns jogos especialmente selecionados para o ciclo de alfabetização.

Fonte: Adaptado de Brasil, 2014a-n.

Apêndice 2 – Relação dos cadernos de formação do PNAIC 2015

CADERNOS/ UNIDADES	CH	TÍTULO DO CADERNO	OBJETIVOS
Caderno de Apresentação (76 páginas)	-	Apresentação	• apresentar uma reflexão acerca do contexto de criação do programa e sua trajetória para a implementação de uma política de formação continuada de professores alfabetizadores.
Caderno para Gestores (76 páginas)	-	Gestão Escolar no Ciclo de Alfabetização	• argumentar que o eixo da mobilização e da gestão é central para a efetivação do PNAIC, o que implica a participação efetiva de gestores municipais e escolares na implantação do programa; • entender que existem diversas mediações, que se materializam no cotidiano das escolas e dos sistemas educacionais, que interferem diretamente na organização do trabalho pedagógico e na realização dos objetivos do PNAIC; • refletir sobre mudanças na esfera local, que são provocadas pela adesão ao PNAIC e por iniciativas de gestores comprometidos com este programa; • apresentar alguns relatos de educadores envolvidos no PNAIC e como percebem a gestão local do Pacto.
Caderno 01 (104 páginas)	8h	Currículo na perspectiva da inclusão e da diversidade: as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica e o Ciclo de Alfabetização	• refletir sobre os principais pressupostos teórico-metodológicos do currículo no contexto das Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica e acerca dos diferentes espaços-tempos de criação do currículo no cotidiano escolar; • aprofundar a compreensão sobre os princípios e os fundamentos da organização escolar em ciclos, bem como fazer uma reflexão acerca dos Direitos de Aprendizagem no Ciclo de Alfabetização; • aprofundar a concepção de avaliação defendida neste programa de formação continuada, bem como compreender a importância das práticas avaliativas inclusivas no currículo; • refletir sobre os desafios e as possibilidades do Ciclo de Alfabetização para as escolas do campo, dialogando com alguns limites e perspectivas da organização curricular das escolas multisseriadas; • ampliar os conhecimentos sobre a Educação Especial, na perspectiva da educação inclusiva, dialogando com práticas pedagógicas realizadas em turmas do Ciclo de Alfabetização; • compreender a importância da diversidade linguística no Ciclo de Alfabetização, as implicações dessa diversidade para o currículo e seus desafios na melhoria da Educação Básica.

Caderno 02 (114 páginas)	8h	A criança no Ciclo de Alfabetização	• refletir sobre os conceitos de “criança” e “infância” e sua pluralidade, compreendendo-os enquanto produtos das relações socioculturais; • compreender a importância do lúdico no desenvolvimento infantil, valorizando a sua presença no processo educativo da criança; • analisar o processo de inclusão da criança de seis anos no Ensino Fundamental e a transição dela da Educação Infantil para essa segunda etapa da Educação Básica; • compreender a escrita e a infância como construções sociais e como conceitos complementares e inter-relacionados; • refletir sobre infância e educação inclusiva como direito de todos; • discutir alguns pressupostos sobre a educação do campo e as identidades sociais das crianças do campo; • reconhecer a importância da afetividade na sala de aula e na escola, compreendendo a necessidade de se reconhecer as crianças como seres humanos completos.
Caderno 03 (116 páginas)	8h	Interdisciplinaridade no Ciclo de Alfabetização	• compreender o conceito de interdisciplinaridade e sua importância no Ciclo de Alfabetização; • compreender o currículo em uma perspectiva interdisciplinar; • refletir sobre como crianças e professores avaliam experiências de aulas desenvolvidas em uma perspectiva interdisciplinar; • conhecer possibilidades de uso da leitura no trabalho interdisciplinar; • conhecer, analisar e planejar formas de organização do trabalho pedagógico como possibilidades de realização de um trabalho interdisciplinar, mais especificamente por meio de sequências didáticas e projetos no Ciclo de Alfabetização.
Caderno 04 (116 páginas)	8h	A organização do trabalho escolar e os recursos didáticos na alfabetização	• compreender diferentes necessidades e elementos essenciais para a organização do ensino na alfabetização; • analisar e elencar critérios para a seleção e utilização de livros didáticos; • conhecer diferentes possibilidades de uso de obras complementares e livros literários na alfabetização; • planejar atividades com jogos didáticos, existentes nas escolas, para a alfabetização, bem como em situações de jogos elaborados coletivamente pelas crianças; • explorar atividades de alfabetização que envolvam novas tecnologias digitais, com uso de computadores e *internet*.

Caderno 05 (112 páginas)	8h	A oralidade, a leitura e a escrita no Ciclo de Alfabetização	• refletir sobre a concepção de alfabetização na perspectiva do letramento e suas implicações para a ação docente; • analisar práticas alfabetizadoras, apreendendo os princípios pedagógicos subjacentes a elas; • planejar o ensino no Ciclo de Alfabetização, para garantir os Direitos de Aprendizagem das crianças; • refletir sobre as inter-relações entre oralidade e escrita, reconhecendo à diversidade e à heterogeneidade de gêneros discursivos escritos e orais, e suas implicações no trabalho pedagógico do componente Língua Portuguesa no Ciclo de Alfabetização; • compreender que os usos do oral e do escrito complementam-se nas práticas de letramento e que a fala e a escrita se relacionam em vários níveis, dos aspectos sociodiscursivos aos aspectos notacionais. • refletir sobre o ensino da oralidade na escola, considerando os objetivos didáticos e as interfaces que estabelece com a escrita; • refletir sobre o ensino da leitura e da escrita no Ciclo de Alfabetização, para compreender os dois processos e suas interligações; • compreender os pressupostos da defesa do trabalho sistemático para o ensino do Sistema de Escrita Alfabética, com vistas a garantir os Direitos de Aprendizagem das crianças no Ciclo de Alfabetização; • refletir sobre a integração entre Língua Portuguesa e demais componentes curriculares, para planejar situações didáticas interdisciplinares.
Caderno 06 (104 páginas)	8h	A arte no Ciclo de Alfabetização	• refletir sobre os principais pressupostos teórico metodológicos do Ensino de Arte na contemporaneidade; • refletir sobre a especificidade do Ensino de Arte das diferentes linguagens artísticas (Artes Visuais, Dança, Música e Teatro); • refletir sobre os desafios e possibilidades do Ensino de Arte no Ciclo de Alfabetização; • compreender a importância do Ensino de Arte na formação de crianças e professores do Ciclo de Alfabetização.
Caderno 07 (98 páginas)	8h	Alfabetização matemática na perspectiva do letramento	• retomada dos conceitos fundamentais discutidos em 2013 e 2014; • reflexão sobre a organização de ações didáticas que integram diferentes áreas de conhecimento, por meio do ensino de conceitos matemáticos.
Caderno 08 (104 páginas)	8h	Ciências da Natureza no Ciclo de Alfabetização	• conhecer conceitos das Ciências da Natureza em um processo que envolve curiosidade, busca de explicações por meio de observação, experimentação,

			registro e comunicação de ideias utilizando diferentes linguagens; • entender os movimentos do “fazer ciência”, reconhecendo o seu papel neste processo; • trabalhar com experimentos em aulas de Ciências entendendo-os como modelos para o estudo da realidade; • identificar problemas que podem ser resolvidos pelo “fazer ciência”, coletar dados, levantar hipóteses e propor modos de investigá-los; • compreender as relações entre Ciência, Tecnologia e Sociedade de modo a explicar, argumentar e se posicionar a respeito do mundo que o cerca; • experimentar as potencialidades das tecnologias na Alfabetização Científica; • ler e interpretar textos de divulgação científica, de livros didáticos, de livros paradidáticos e de literatura; • perceber as possibilidades de se “fazer Ciência” e de se aprender Ciências nos diferentes espaços de Educação.
Caderno 09 (104 páginas)	8h	Ciências Humanas no Ciclo de Alfabetização	• situar acontecimentos históricos e geográficos, localizando-os em diversos espaços e tempos. • relacionar sociedade e natureza, reconhecendo suas interações e procedimentos na organização dos espaços, presentes tanto no cotidiano quanto em outros contextos históricos e geográficos. • identificar as relações sociais no grupo de convívio e/ou comunitário, na própria localidade, região e país. Identificar também outras manifestações estabelecidas em diferentes tempos e espaços. • conhecer e respeitar os modos de vida (crenças, alimentação, vestuário, fala e etc.) de grupos diversos, em diferentes tempos e espaços. • apropriar-se de métodos de pesquisa e de produção de textos das Ciências Humanas, aprendendo a observar, analisar, ler e interpretar diferentes paisagens, registros escritos, iconográficos e sonoros. • elaborar explicações sobre os conhecimentos históricos e geográficos, utilizando a diversidade de linguagens e meios disponíveis de documentação e registro.
Caderno 10 (120 páginas)	8h	Integrando saberes	• apresentar uma coletânea de relatos de experiências que permitem ampliar a discussão sobre todos os temas tratados ao longo do ano.

Fonte: Adaptado de Brasil (2015a).