UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

**O PAPEL DA MATEMÁTICA NO DESENVOLVIMENTO DO INDIVÍDUO
NA PERSPECTIVA DA PEDAGOGIA WALDORF**

KARLA CHRISTINE DE FIGUEIREDO NEVES

SÃO PAULO
2016

KARLA CHRISTINE DE FIGUEIREDO NEVES

O PAPEL DA MATEMÁTICA NO DESENVOLVIMENTO DO INDIVÍDUO
NA PERSPECTIVA DA PEDAGOGIA WALDORF

Dissertação apresentada ao Programa de Pós
Graduação da Faculdade de Educação da
Universidade de São Paulo para obtenção do
título de Mestre em Educação

Área Temática: Ensino de Ciências e Matemática

Orientador: Prof. Dr. Nilson José Machado

São Paulo

2016

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Catálogo na Publicação
Serviço de Biblioteca e Documentação
Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo

371.43 N518p	Neves, Karla Christine de Figueiredo O papel da matemática no desenvolvimento do indivíduo na perspectiva da Pedagogia Waldorf / Karla Christine de Figueiredo Neves; orientação Nilson José Machado. São Paulo: s. n., 2016. 139 p. ils.; anexos
-----------------	---

Dissertação (Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Educação.
Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática) - - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo.

1. Educação 2. Métodos de ensino 3. Pedagogia Waldorf
4. Matemática 5. Educação matemática 6. Geometria I. Machado, Nilson José, orient.

Dedico este trabalho com gratidão, carinho e humildade à vida e a todos que a compartilham comigo.

Dedico este trabalho com gratidão, carinho e humildade à minha família, que com amor, paciência e compreensão, foi apoio e esteio ao longo do período de elaboração deste trabalho. Dedico aos queridos colegas de trabalho da Escola Waldorf Rudolf Steiner, da Escola Aitiara, da Escola Moara e da Universidade Holística Internacional de Brasília, companheiros de jornada e ideal. Com reverência, dedico-o aos meus queridos alunos, crianças, jovens e adultos, cúmplices, sempre a inspiração e o motivo.

AGRADECIMENTOS

Aos meus filhos, que me desafiaram e me lançaram na senda do educar.

Aos meus alunos e seus familiares, crianças, jovens e adultos, inspiração e motivo.

À minha mãe, Isis, pelo modelo de determinação, coerência e persistência no que acredita.

Aos meus mestres, sabendo-o ou não, Peter Biekarck, Luiza Lameirão, Eleonore Bertalot, Luciano Jelen F^o (*in memoriam*), Antonio Ponce, Luzius Zaeslin, Marcelo Petraglia, Luciana Betti, Maria Eugênia Obniski, Eleanore Polklaesner, Edith Asbeck, José Sérgio Carvalho, Elcie Masini, Vinício Macedo, Pierre Weil, Ubiratan D'Ambrosio, Roberto Crema, Jaap van der Haar, Jessica Westerkamp, Manfred von Mackensen (*in memoriam*), Wolter Boss, Peter Glasby (*in memoriam*), Hans Ulrich Schmutz.

À Maria do Carmo Domite (*in memoriam*), mais do que orientadora, uma verdadeira apoiadora e parceira.

Ao caríssimo professor Nilson José Machado, pela generosidade, incentivo e perseverança.

À Ana, à Glauce, à Sandra, pelo valioso incentivo e pela inestimável amizade.

Ao Luiz, por acompanhar.

À Escola Waldorf Rudolf Steiner, nas pessoas de meus colegas de trabalho, pelo apoio durante o processo de realização do curso de mestrado.

À FEUSP pela oportunidade de participar do programa de pós-graduação.

Nome: NEVES, Karla Christine de Figueiredo

Título: O PAPEL DA MATEMÁTICA NO DESENVOLVIMENTO DO INDIVÍDUO
NA PERSPECTIVA DA PEDAGOGIA WALDORF

Dissertação apresentada à
Faculdade de Educação da
Universidade de São Paulo para
obtenção do título de Mestre em
Educação.

Aprovado em:

Banca Examinadora

ORIENTADOR: Prof. Dr. Nilson José Machado Instituição:
Julgamento: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr. Ubiratan D'Ambrosio Instituição: UNESP
Julgamento: _____ Assinatura: _____

Profa. Dra. Ana Luiza Ventura Vieira Pereira Instituição: UNESP
Julgamento: _____ Assinatura: _____

SUPLENTE: Luiz Carlos Menezes Instituição:
Julgamento: _____ Assinatura: _____

“O Cérebro descobre o que os dedos exploram, aprende a pensar com os dedos no pensar vivo.”

Rudolf Steiner

NEVES, K. C. F. O papel da Matemática no desenvolvimento do sujeito na perspectiva da Pedagogia Waldorf. 2015. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo. 2015.

RESUMO

O trabalho escolar realizado na escola Waldorf com a Matemática tem na percepção sensorial seu ponto de partida. Esta dissertação pretende investigar o papel que essa disciplina desempenha, quando trabalhada sob este viés, na formação do indivíduo.

Pressupõe que o autoconhecimento, advindo do amadurecimento sensorial chegando à condição de abstração e liberdade que transcende as âncoras sensoriais, permite instrumentalizar a criança e o jovem conduzindo-os à assunção da condição humana.

Parte de uma revisão bibliográfica acerca da sensorialidade humana sob a perspectiva da antroposofia, aponta as etapas do desenvolvimento cognitivo humano, e percorre o desenrolar do currículo da Matemática nas escolas Waldorf, interrelacionando-os e culminando em uma reflexão sobre o tema, desvendando a relação subjacente entre o aprendizado da matemática e a formação do indivíduo.

Palavras-chave: Educação. Ensino. Métodos de ensino. Pedagogia Waldorf. Matemática. Educação matemática.

NEVES, K. C. F. The role of Mathematics on the person development under the Waldorf School perspective. 2015. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo. 2015.

ABSTRACT

The work with Mathematics in a Steiner School has as its starting point the sensorial perception. This dissertation will investigate the role that this subject has, when worked on such a way, on the constitution of the human being as an individual.

It assumes that self knowledge, which comes from sensory maturing, reaches a condition of abstraction and freedom that transcends sensory anchors, providing tools and allowing the child to assume his/her human condition.

The present assumption will be revealed through literature review on human sensory organism under the perspective of anthroposophy, study of the human cognitive development stages, and presentation of the mathematics curriculum in Waldorf schools.

This analysis will show the underlying relationship between the learning of Mathematics in a Steiner School and the human process of self construction.

Keywords: Education. Teaching. Teaching methods. Waldorf education. Mathematics. Mathematics education.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Quadrivium - ilustração medieval	41
Figura 2 – introdução do número 3.....	49
Figura 3 – trabalhando o tempo : estações do ano / horas do dia	50
Figura 4 – introdução à tabuada do 6	50
Figura 5 – a ludicidade no aprendizado de contas armadas / grandezas de medidas a partir da própria corporalidade	51
Figura 6 – introdução ao estudo das frações.....	53
Figura 7 – introduzindo os números decimais	54
Figura 8 – estudo de razão e de porcentagem	55
Figura 9 – explorando o uso do compasso – estudo de rosáceas	56
Figura 10 – caderno de matemática: cada aluno faz seu próprio livro.....	57
Figura 11 – revisando e ampliando o conteúdo da <i>potenciação</i>	58
Figura 12 – estudo de trigonometria – texto de aluno.....	61
Figura 13 - prelúdio de JS Bach para piano,1936 - representação gráfica em duas dimensões	62
Figura 14 – a GEOMETRIA no <i>quadrivium</i>	66
Figura 15 - Experimento evidenciando a participação de diferentes áreas corticais em função da tarefa motora (veja tabela 1 para maiores detalhes).	71
Figura 16 – o desenho infantil e suas etapas: garatuja inicial e sequência que mostra a organização expressa no espaço do papel	76
Figura 17 – o desenho figurativo	77
Figura 18 – linha reta e linha curva, onde tudo tem início / a espiral, unindo as duas tendências	79
Figura 19 – desenho de formas no segundo ano: simetrias vertical e horizontal, espelhamentos.....	80
Figura 20 – espelhamento com dois eixos / formas dinâmicas que se metamorfoseiam.....	81
Figura 21 – introdução do desenho geométrico / reprodução de motivos indígenas, aliando o desenho geométrico ao estudo antropológico.....	82
Figura 22 – transposição para o papel de vivência de movimento andar / girar simultaneamente	84
Figura 23 – o espaço interno do círculo.....	85

Figura 24 - transposição do movimento feito de ampliação do círculo, tema que será retomado no Ensino Médio inserido no estudo da geometria projetiva	85
Figura 25 – estudos de áreas e de superposições	86
Figura 26 – desenho geométrico com uso de instrumentos – estudos a partir do círculo e do quadrado.....	87
Figura 27 – estudos a partir do círculo - desenho geométrico	87
Figura 28 – demonstração da soma dos ângulos internos do triângulo.....	88
Figura 29 – estudo de volume e sua representação geométrica	89
Figura 30 – construção geométrica da espiral de Arquimedes e da hipérbole.....	91
Figura 31 – estudo de projeções na GEOMETRIA DESCRITIVA – do início ao fim do processo	92
Figura 32 – trigonometria na prática – estudo de campo em Ribeirão Preto ..	92
Figura 33 – geometria projetiva - estudo do ponto infinito	93
Figura 34 – as ideias de Nicolau de Cusa e de Pappus / figuras polares.....	93
Figura 35 - Lousa contendo a síntese da trajetória conceitual percorrida na oficina.....	128
Figura 36 - Exposição final de trabalhos realizados na oficina	128
Figura 37 - Resumo de aula 17/7/2015, realizado por participante da oficina	129
Figura 38 - Resumo de aula 17/7/2015, realizado por participante da oficina	130
Figura 39 - Resumo de aula 15/7/2015, realizado por participante da oficina	131

LISTA DE SIGLAS

ABNT Associação Brasileira de Normas Técnicas

USP Universidade de São Paulo

EWRS Escola Waldorf Rudolf Steiner

ÍNDICE

INTRODUÇÃO	15
O desenvolvimento humano na perspectiva da Pedagogia Waldorf ..	17
Alicerces da aprendizagem, ou motricidade, afetividade, ludicidade, trabalho, aprendizagem	19
 Capítulo 1 - A MATEMÁTICA E OS SENTIDOS HUMANOS	23
Interação e o organismo sensório	26
A matemática e o organismo sensório	28
O organismo sensório - Os doze sentidos na antroposofia	30
Os sentidos PROPRIOCEPTIVOS	32
Os sentidos AMBIENTAIS	34
Os sentidos SOCIAIS	36
O sentido do movimento, motricidade, emoção e o brincar espontâneo	38
 Capítulo 2 - A MATEMÁTICA NA PEDAGOGIA WALDORF	39
<i>Quadrivium</i> – um recorte relevante na história da Matemática	39
O currículo Waldorf de matemática	43
A ordenação do currículo de Matemática ano a ano na trajetória da Educação Básica na Escola Waldorf	45
Primeiro ciclo - 1º ao 3º ano	47
Segundo ciclo - 4º e 5º ano	52
Terceiro ciclo - 6º ao 8º ano	54
Quarto ciclo - o Ensino Médio	59
 Capítulo 3 - O CAMINHO DA GEOMETRIA NA ESCOLA WALDORF	66
Motricidade, emoção e aprendizagem	69
Multidimensionalidade do movimento e bidimensionalidade sobre uma superfície plana	73

A relação do estudo da geometria com o sentido cinestésico - Um percurso curricular com base no movimento	73
O percurso inicial do desenvolvimento gráfico	73
O desenho infantil	75
O desenho figurativo	77
O desenho de formas na pedagogia Waldorf	77
Primeiro ciclo.....	78
O desenho geométrico na pedagogia Waldorf	81
Segundo ciclo.....	82
Terceiro ciclo.....	85
Quarto ciclo	90
Geometria - um tetraedro epistemológico	95
 CONSIDERAÇÕES FINAIS	97
Tem a matemática uma missão na formação moral do homem?	99
Janelas por abrir	100
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	104
 ANEXOS	109
ANEXO I - Sobre aprender, reaprender e agradecer	110
ANEXO 2 – Trajetórias e encruzilhadas	113
ANEXO 3 - A Torre das Doze Janelas	114
ANEXO 4 – Interview with Csilla Hegyi	117
ANEXO 5 - O currículo Waldorf de geometria como caminho de ampliação do conhecimento - do movimento corporal ao movimento do puro pensar	121

INTRODUÇÃO

Essa investigação originou-se do desejo de conhecer SE e, em caso afirmativo, COMO o trabalho com a Matemática proposto pela pedagogia Waldorf exerce influência sobre a construção do indivíduo / pessoa / sujeito e, sobretudo, sobre a formação moral do ser humano.

Inserida no contexto social da época, ano de 1919, a pedagogia Waldorf foi pela primeira vez colocada em prática na cidade de Stuttgart, Alemanha, com o objetivo de atender os filhos dos operários da indústria Waldorf-Astoria-Zigarettenfabrik, fábrica de cigarros WaldorfAstoria. Seu proprietário, Emil Molt, empresário envolvido com movimentos de reforma social, teósofo e antropósofo, convidou Rudolf Steiner, filósofo austríaco, estudioso da obra científica de Goethe e da obra filosófica de Fichte, a implementar uma escola em que fosse desenvolvida uma proposta pedagógica calcada nos princípios da trimembração social, resgatados dos ideais da revolução francesa - igualdade, fraternidade e liberdade.

Na perspectiva da pedagogia Waldorf, matemática e organismo sensorial imbricam-se¹, interpenetram-se. Nas escolas Waldorf, instituições onde a proposta pedagógica se verte na prática cotidiana, busca-se lançar mão dessa interconexão para desenvolver o trabalho com essa disciplina. O intento maior não é, cabe ressaltar de início, a mera transmissão de conteúdos, mas a colaboração que a matéria, com suas especificidades, pode dar à formação do indivíduo².

Perscrutando a trajetória do desenvolvimento humano, partiu-se da premissa de que as impressões sensoriais são as primeiras “janelas” que o ser humano tem ao seu dispor para se relacionar com o mundo, tanto com o exterior quanto com o interior. Traçar um panorama da trajetória de desenvolvimento humano é o conteúdo desenvolvido no primeiro capítulo.

¹IMBRICAR - justapor, interligar, ambos os significados também servem ao propósito de referenciar processos interiores de criatividade, lançando mão do conceito desenvolvido por Polanyi - *indwelling* -, termo que também pode ser encontrado em Bruner com a conotação de familiarização com o campo de conhecimento envolvido.

²INDIVÍDUO - entre os vários termos possíveis para designar a pessoa, a palavra **indivíduo** foi escolhida pelo vínculo com a proposta da pedagogia Waldorf de instrumentalizar o homem em seu processo de tornar-se alguém que se percebe individualizado, de forma consciente e íntegra, fazendo parte de um contexto diversificado que reúne o conjunto de indivíduos e seres que dele fazem parte.

Um olhar cuidadoso sobre o advento da disciplinarização do conhecimento permitiu constatar nas origens da disciplina de matemática a sua relação com a busca humana pelo transcendente, através da contemplação ativa do mundo. Partindo dessa compreensão, o segundo capítulo delinea o percurso curricular da matemática proposto pela pedagogia Waldorf em tópicos gerais, ano a ano, vinculado aos aspectos inerentes a cada fase biográfica da criança ou jovem.

Um campo particular da matéria, a geometria, é explorado em maior detalhe no terceiro capítulo. Por seu caráter específico, foi eleito para exemplificar e ilustrar a relação da matemática com os sentidos corporais, no caso, o cinestésico.

Nas considerações finais, chegamos à questão da compreensão da atuação da matemática no percurso da constituição do indivíduo, refletindo sobre seu papel na formação moral do ser humano e ampliando a compreensão e a consecução do ensino da matemática na educação básica.

O percurso metodológico utilizado se apoia em uma revisão bibliográfica que contempla pensadores da educação de variadas searas, também em entrevistas feitas com docentes de matemática, e, finalmente, se alicerça nas observações e ponderações fruto dos 25 anos de experiência docente da autora na educação básica e em cursos de formação de professores (ANEXO 1). A partir da reflexão sobre esse material buscar-se-á confirmar as hipóteses levantadas.

A revisão bibliográfica se estende sobre o desenvolvimento neurossensorial e psicomotor humano na perspectiva humanista, e sobre as etapas do desenvolvimento cognitivo, psíquico e corporal com ênfase na perspectiva antroposófica. O caminho é aberto, então, para desvendar as possíveis relações entre ambos os aspectos, contidos na proposta curricular para a Matemática na escola Waldorf, assim como para tentar estabelecer uma base epistemológica que coadune o desenvolvimento sensorial humano na perspectiva da antroposofia, principalmente no âmbito dos sentidos básicos, ao desenvolvimento cognitivo no campo da matemática.

O desenvolvimento humano na perspectiva da Pedagogia Waldorf

GNOTHI SAUTON. *Conhece-te a ti mesmo!*

Diz a Suda³ que este provérbio se refere aos que tentam ultrapassar aquilo que são ou ainda a um aviso para não se prestar atenção à opinião da multidão. Ambos tratam de um apelo ao **manter-se fiel ao si mesmo**, fiel à própria condição humana. Manter-se fiel a si mesmo é pressuposto para uma condição de liberdade, atributo inerente ao homem. Segundo R. Steiner, formar *seres humanos livres que sejam capazes de, por si mesmos, encontrar propósito e direção para suas vidas*, deve ser a mais elevada tarefa do educador. No entanto, é preciso refletir sobre a condição humana com a qual nos deparamos nos dias de hoje.

Hannah Arendt, filósofa política alemã, de origem judaica, também foi uma pensadora da liberdade no século 20. Sua obra é considerada fundamental para entender e refletir sobre os tempos atuais. Estudando a personalidade do dirigente nazista Adolf Eichman, cunhou o conceito da banalidade do mal, inerente à época atual, chegando à conclusão que o homem comum é incapaz de pensar por si próprio, fazendo eco à frase do filósofo e matemático francês Pascal (1623-1662) "Nada é mais difícil que pensar".

Analizando aquilo que chama de DESUMANIZAÇÃO, Hannah Arendt afirma que os homens se rendem à condição de engrenagens substituíveis de uma máquina, imersos num tempo em que a vida humana se verga à burocracia. Sucumbem os homens em sua humanidade.

Rudolf Steiner, por sua vez, denuncia a percepção mecanizada e mercantilizada que tem de si o homem contemporâneo comum, e o imputa ao paradigma inaugurado com o advento da Revolução Industrial, de caráter fortemente economicista. Usando imagem similar à de Arendt, ele aponta para o fato de que a sensação de ser uma peça de engrenagem, parte substituível da máquina, rouba a dignidade humana: (...) *o proletário vem buscando uma vida espiritual que lhe dê consciência de sua dignidade humana* (R. STEINER, 2011).

Rebaixado à categoria de objeto, de dispositivo da máquina social, o indivíduo acaba por anestesiar e não desenvolver plenamente seus impulsos de atuação, de

³SUDA ou *souda* - é uma obra coletiva do século X, vasta enciclopédia escrita em grego, com 30000 entradas, compilação de obras e personagens classificadas em ordem alfabética, a primeira enciclopédia.

manifestação, de comprometimento político. Anula-se em seu pendor para a liberdade.

Esse é um tema caro a Rudolf Steiner, o da **liberdade**. Seu diário de jovem adulto traz anotado: *estou trabalhando num livro filosófico sobre a liberdade*. Dedica longo tempo à empreitada, publicando-a aos 33 anos de idade. Nela, propõe-se a realizar um estudo da REALIDADE, e chega, finalmente, à FILOSOFIA DA LIBERDADE, sua obra basilar. Para R. Steiner, a característica humana essencial é a liberdade.

Fruto de uma profunda observação da atividade mental, e tendo por base o estudo extenso e minucioso que realizou da obra científica de J. W. Goethe, R. Steiner chega a um critério de percepção da liberdade no qual entende que é no AGIR que a liberdade é exercitada, no SENTIMENTO ela é vivenciada e no PENSAR, reconhecida.

Liberdade! Nome querido e humano, que abarcas tudo o que é bom para a humanidade e que me confere plena dignidade. Tu não admites que seja o escravo de ninguém, tu não estabelececes simplesmente uma norma, tu esperas o que meu amor à ação descobrirá como eticamente correto, protegendo assim minha autonomia. (R. STEINER, 2000)

O conjunto da obra steineriana permite concluir que para ele é o pensar vivificado o que permite o contato efetivo com a realidade, forjando a liberdade do homem. Levar vida ao pensar seria, portanto, a meta da educação. Formar-se-ão, assim, indivíduos capazes de promoverem ações genuínas, construtos efetivamente originais. Responsabilidade, ética e moral na prática.

Promovendo um pequeno diálogo entre a visão de Arendt e de R. Steiner, ainda nos deparamos com outra questão: a de ser o homem um ser natural ou um ser cultural. R. Steiner defende que *diante da ciência recente ele (o proletário) aparece como um ser natural*. Anteriormente, *o artesão se sentia humanamente vinculado à sua profissão, o que lhe dava a sensação de que a vida no conjunto da sociedade humana era algo digno de ser vivido*. Realizava-se, o homem, como pessoa. O pensamento científico, no entanto, sufoca esse anseio substituindo-o por um suporte conceitual que nada oferece para a concepção de **pessoa**. A consciência proletária perde, dessa maneira, o vínculo humano com a vida imediata.

O termo CONSCIÊNCIA, em todas as línguas, lembra Arendt (2004), refere-se ao “conhecer-se a si mesmo”. Ao ler a segunda parte do capítulo *Algumas questões de filosofia moral*, conclui-se que o **pensaré um diálogo consigo mesmo**. *É no diálogo comigo mesma que a minha qualidade especificamente humana fica provada*, diz Arendt à pág. 157 (2004). Em seguida, denuncia ela o fato de que já não acreditamos no pensar como um hábito humano comum.

Sendo assim, qual a ferramenta primeira a se desenvolver como aquela que possibilita a busca de si? O autoconhecimento, que leva à autonomia. O *conhecer-se a si próprio* é o que possibilita a não automatização humana, é o que possibilita a liberdade. *Cabe ao homem descobrir qual o melhor modo de vida para si, e julgá-lo*, Aristóteles, *apud* Arendt.

Segundo a pesquisa desenvolvida nessa dissertação, procurar-se-á entender por que o *conhecer-se a si próprio* tem relação com o *movimento*. Podemos, a partir dessa colocação, refletir sobre alguns aspectos fundamentais para a ação educativa que possam colaborar no resgate da condição humana, ou seja, do contato com sua inteireza e autoconsciência.

Alicerces da aprendizagem, ou motricidade, afetividade, ludicidade, trabalho, aprendizagem

A atividade analítica do intelecto desafia, como seu polar, a atividade sintética da razão. Da mesma forma em que primeiro se desintegra, torna a integrar-se na totalidade... Somente o homem é capaz de realizar esse rearranjo, e tal capacidade reside no Eu humano. O eu humano se manifesta nessa atividade dual de dissolver e reunir. Ser um Eu no autêntico sentido da palavra, significa subtrair-se primeiramente do conjunto da natureza para logo voltar a unir-se com ela. Nesse ritmo de destruição e reconstrução, a força do Eu se experimenta a si própria. Assim, o homem faz seu o mundo, quer dizer, o sujeita a seu Eu, não se dá por satisfeito com sua forma primitiva de dar-se, mas o destrói primeiro, para logo voltar a criá-lo por seus próprios meios e recursos. (BINDEL, 1962)

Os alicerces da aprendizagem são recorrentemente procurados, pesquisados, por todo aquele que lida com a educação. Vários autores afirmam e fundamentam que o brincar, principalmente o brincar espontâneo, é a principal ferramenta de aprendizagem da infância, a atividade por excelência da criança. No brincar ela tem a oportunidade de recriar, pela imitação, as vivências que hauriu do mundo no qual está inserida. Ela vive no mundo, o apreende, internaliza, elabora internamente e,

finalmente, externaliza o que percebeu do mundo, significando-o para si própria nesse processo. **No brincar temos a raiz cognitiva do pensar.**

Wallon é um desses autores. Médico, psicólogo e filósofo francês, foi participante ativo de debates em torno da educação. Buscou mostrar, a partir de uma perspectiva psicogenética, que as crianças também têm corpo e emoções, além da cabeça, devendo todos ser levados em conta na sala de aula.

Para Wallon, o brincar é a atividade própria da criança. Nas brincadeiras, segundo o psicólogo (2007), ela comprova as múltiplas experiências vividas como vivências sensoriais, memorização, socialização, articulação de ideias, dentre outras, consolidando-as em planejamento e ação. Desta maneira, o lúdico e a infância não podem ser dissociados, considerando ser essa atividade espontânea aquela que pertence por excelência à fase inicial da vida humana. Livre de direcionamento ou coação, o brincar promove a apropriação primeira do conhecimento do mundo, por conseguinte do autoconhecimento, antes que este se torne subordinado a projetos de ações mais extensas, sutis, complexas, dirigidas e transformadoras. O jogo é uma ação voluntária, caso contrário não é jogo, preconiza Wallon, mas sim trabalho ou treinamento. O brincar, concluímos, evolve da mobilização de todo o organismo sensório humano, do tato, vitalidade, movimento e equilíbrio, ponto de partida de seu desenvolvimento pessoal.

Ainda acompanhando Wallon, compreendemos que é a partir da imitação da realidade que a criança simboliza suas observações e expressa seus sentimentos ao assumir papéis com os quais ela se identifica, internalizando conceitos e buscando compreender o mundo que a cerca. Essa imitação não é, contudo, aleatória. Pessoas e/ou situações só serão imitadas se forem significativas para a criança. É a essa atividade que se denomina **BRINCAR**.

A criança repete nas brincadeiras as impressões que acabou de viver. Reproduz, imita. Para as menores, a imitação é a regra das brincadeiras. A única acessível a elas enquanto não puderem ir além do modelo concreto, vivo, para ter acesso à instrução abstrata. Pois, inicialmente, sua compreensão é apenas uma assimilação do outro a si e de si ao outro, na qual a imitação desempenha precisamente um grande papel. (...) a imitação não é qualquer uma, é muito seletiva na criança. (WALLON, 2007)

A **imitação** é a regra do jogo, e seu desenvolvimento está ligado ao aparecimento da **função simbólica**; o desenvolvimento se dá na fusão entre os

aspectos biológicos e o produto social. Deste modo, quanto maior a riqueza de situações e de estímulos do meio, maior será o desenvolvimento da criança.

Para Vigotsky (1987), a brincadeira se configura como uma situação privilegiada de aprendizagem, à medida que fornece uma estrutura básica para mudanças atitudinais, conceituais e de consciência. O psicólogo bielorusso defendeu enfaticamente em seus estudos que o aprendizado humano se dá na interação do indivíduo com o grupo social do qual participa. Na ausência do outro, o homem não se constrói homem.

Os teóricos referidos consideram que o **brinquedo** e o **brincar**, contribuem de maneira significativa na promoção de processos de desenvolvimento. Vigotsky, ao discutir o papel do brinquedo, coloca que o mesmo cria uma Zona de Desenvolvimento Proximal na criança, influenciando de modo significativo o seu desenvolvimento.

Piaget (1971), o biólogo suíço que “colocou a aprendizagem no microscópio”, outro eminente estudioso da educação, diz que a origem da atividade lúdica acompanha o desenvolvimento da inteligência vinculando-se aos estágios do desenvolvimento cognitivo. O jogo é, então, a construção do conhecimento e traz aspectos significativos que devem ser valorizados e aplicados em sala de aula. Voltando a Wallon, é na atividade lúdica, no brincar, que a criança pode integrar-se em um projeto de ação mais extensivo que a transforme e transforme o meio.

Wallon foi o primeiro a levar não só o corpo da criança, mas também suas emoções para dentro da sala de aula. Fundamentou suas idéias em quatro elementos básicos que se comunicam o tempo todo: o movimento, a afetividade, a inteligência e a formação do eu como pessoa.

A relação do brincar com a vida futura do trabalho é tema analisado cuidadosa e profundamente por Rudolf Steiner. A atividade é da natureza humana, portanto a natureza humana não tem como estar inativa. *A criança se expande a partir de sua entidade humana ao brincar*, afirma ele em uma palestra dada para professores em Stuttgart, em março de 1923. Aqui se pode visualizar claramente um processo que tem início no **dentro**. Em contraposição, o conteúdo do trabalho é dado pelas necessidades exteriores da vida, do **fora**, e não surge espontaneamente da natureza humana.

O brincar infantil é a atividade mais séria desempenhada pelo homem em sua trajetória de vida. A ideia de seriedade pode ser abordada por duas afirmações: se o

brincar não é, pelo adulto, levado a sério, uma criança pode ser impelida a aprender por meio de brincadeiras não espontâneas, artificiais, vindo a tornar-se um adulto que faz da vida uma brincadeira. Olhando de outro ângulo, a brincadeira tem por característica ser sustentada pela seriedade, justamente quando espontânea. *Quem observar o brincar infantil, verá como a natureza humana se projeta com toda a seriedade no manuseio dos objetos do mundo exterior. (R. STEINER, 1995)*

Conduzir a atividade lúdica, característica da infância, ao trabalho, necessidade do adulto, deve passar, segundo R. Steiner, necessariamente pela atividade artística no período escolar. Na atividade artística encontramos a conexão entre a liberdade da atividade interior e o lidar com a matéria exterior, elemento já dado, constituído independentemente da ação do indivíduo.

Tal compreensão de R. Steiner encontra forte apoio em Schiller, nos textos encontrados em suas *Cartas sobre a educação estética do homem*. Na Carta XV, Schiller afirma: *O homem joga somente quando é homem no pleno sentido da palavra, e somente é homem pleno quando joga.* Segundo Cecchinato (2015), pesquisadora de Schiller, o impulso lúdico, o **jogo**, consiste na capacidade espontânea de colocar em relação, em ação recíproca o **impulso formal** ou racional e o **impulso material** ou sensível.

A racionalidade controladora busca imprimir a marca da própria autonomia em toda matéria sensível. As atividades humanas, tanto na natureza quanto na estrutura social, são, dessa forma, racionalizadas e organizadas. Já a materialidade sensível é exterior ao homem, portanto independente dele, apresentando resistência ao desejo de controle, representando anarquia, irracionalidade, violência e energia sem direção. O jogo permite colocar ambas em *um duplo movimento dialético de determinação recíproca: sensibilização do impulso racional e racionalização do sensível.* Esse terceiro é o **impulso lúdico**. Através do impulso lúdico, por seu caráter mediador, o homem tem a chance de expressar a essência de sua humanidade e de sua individualidade.

Capítulo 1 - A MATEMÁTICA E OS SENTIDOS HUMANOS

Algumas das características do desenvolvimento bio-psico-social humano são comuns a qualquer pessoa, principalmente no início da vida, independente de localização geográfica, posição social, contexto cultural. Uma característica exclusiva do início da jornada humana - a infância - é a forte e longa dependência de cuidadores para que as necessidades mínimas sejam atendidas, da alimentação à locomoção. Outra é a imaturidade orgânico-fisiológica inicial, que pouco a pouco vai sendo maturada, estruturada à medida que a criança convive e experimenta as situações cotidianas.

O padrão motor apresentado no início da vida não se caracteriza imediatamente pela autonomia, como se observa no reino animal. É ele caótico, caracterizado pela presença de movimentos reflexos, involuntários, desordenados, que bem lentamente vão sendo integrados, transformando-se e dando lugar a movimentos coordenados voluntariamente de forma cada vez mais consciente. Segundo Manoel (1994), esta fase inicial, a dos movimentos reflexos, está presente principalmente no primeiro ano de vida. Nele os movimentos são desencadeados por estimulação específica e pontual, como no reflexo da preensão palmar ou no da sucção, e têm funções de sobrevivência e controle postural. A fase de movimentos rudimentares sobrepõe-se à fase de movimentos reflexos em termos temporais, e segue até por volta dos dois anos de idade. Nessa fase, o bebê demonstra as primeiras formas de movimento voluntário nas tentativas de controle da cabeça, tronco e membros, e locomoção e manipulação de objetos.

Segue Manoel citando Seaman e DePauw (1982) ao enfatizarem as mudanças que ocorrem na relação sensório-motora durante o desenvolvimento motor. Os sistemas sensoriais de maturação estão diretamente relacionados à produção e qualidade dos movimentos. Neste sentido, a atividade motora ordenada seria fundamental para a estimulação desses sistemas, em uma dinâmica recíproca em que a ativação destes sistemas organiza a atividade motora. A compreensão do desenvolvimento da relação sensório-motora nesse nível constitui-se numa base essencial para a compreensão do desenvolvimento posterior, sensorial e motor, e também cognitivo, emocional e social.

É a interação com o ambiente externo, que se dá a partir dos estímulos captados pela ação do organismo sensório, o principal fator incitador dos movimentos infantis, e, conseqüentemente, de sua ordenação inicial. Manoel (1994) indica que uma criança, ao executar movimentos, observa o ambiente, estabelece uma meta, elabora um plano de ação para realizar essa meta, faz a verificação experimental de seu plano através da execução motora, avalia o resultado e decide sobre correções no plano ou sobre a formulação de novos planos, começando então um novo ciclo. Este processo, inconsciente no início, desenrola-se de maneira a tornar-se mais e mais autoconsciente e autônomo no decorrer da biografia humana.

Ao levarmos em consideração a visão epigenética⁴ aventada inicialmente por Connolly (1986) no estudo do desenvolvimento motor, na qual se coloca que a transmissão de experiências ocorridas de pais para filhos não ocorre somente através do DNA, podemos compreender que o desenvolvimento motor corresponderia a um processo em que o organismo estabelece, de forma ativa, vínculos com o seu meio. O organismo exploraria os recursos contidos neste meio para construir seu próprio comportamento. Assim, tarefas e ambientes moldariam e seriam moldados pelas atividades do indivíduo. A experiência motora corresponderia ao momento em que diferentes níveis de organização (molecular, celular, orgânico, comportamental e social) seriam vinculados para gerar comportamentos que, por sua vez, iriam gerar informações que retro-alimentariam essas relações de forma positiva e negativa.

Uma característica da sequência de desenvolvimento, segundo Gesell e Amatruda (1947) é o grau de interdependência entre os domínios do comportamento. Assim, durante o desenvolvimento, os domínios motor, afetivo-social (conduta pessoal-social) e cognitivo (conduta adaptativa e linguagem) vão se diferenciando gradualmente. Entretanto, no início da sequência, o comportamento motor é a expressão da integração entre os domínios, ilustrando a importância do movimento na sequência de desenvolvimento global do indivíduo. Ao longo da jornada biográfica, esta relação com os estímulos sensoriais advindos do mundo circundante leva a criança do estágio inicial caótico de movimentação a outros, ordenados e voluntários, cada vez mais aprimorados e conscientes. O que se

⁴**Epigenética** é um termo usado na biologia para se referir a características de organismos unicelulares e multicelulares (como as modificações de cromatina e DNA) que são estáveis ao longo de diversas divisões celulares mas que não envolvem mudanças na sequência de DNA do organismo.

observa é um despertar paulatino e vigoroso da autoconsciência. O *conhecer-se a si mesmo* torna-se mais e mais evidente, consciente e autônomo.

Colabora para sedimentar essa compreensão o estudo de Gardner das inteligências múltiplas, que tem por base a pioneira pesquisa de Jean Piaget sobre o desenvolvimento humano. Ele postula que *as raízes das regiões mais elevadas do pensamento lógico, matemático e científico podem ser encontradas nas ações simples de crianças pequenas sobre os objetos físicos de seu mundo*. A **conquista da permanência do objeto**, ou seja, a capacidade de reconhecer a existência dos objetos separada das ações específicas sobre eles num dado momento, é pedra angular, crucial que aponta para o desenvolvimento mental que se segue. O **reconhecimento de similaridades**, uma das ideias fundamentais da matemática, é consonante com a capacidade de agrupar objetos semelhantes, um exemplo das possibilidades mentais que se alargam a partir desse evento marcante. Outro processo é o **dominar equivalências**, consequência da capacidade de contagem, conhecida como relação cardinal, que indica a capacidade de criar e comparar-contrastar mentalmente quantidades (número) de diferentes grupos (conjuntos). O processo parte da manipulação desempenhada fisicamente sobre o mundo material até um momento em que as **ações são internalizadas**.

Outro elemento de fundamental importância para a pesquisa desenvolvida neste trabalho, a de relacionar o cultivo das capacidades matemáticas à formação do indivíduo, mormente no que tange a sua formação moral, é o fato de que *estas operações mentais tornam-se progressivamente seguras*, ou seja, elevam-se do nível de uma suspeita ao de certeza, na medida em que a mesma situação se repete muitas vezes, sempre corroborando o experimentado anteriormente. Como decorrência, haure-se a confiança no próprio pensar e a autoconfiança, a confiança no próprio estar e atuar no mundo. Gardner ainda menciona a *elação*⁵ que *acompanha o momento do rompimento de barreiras* a cada vez que se faz uma nova descoberta matemática ou se ultrapassa um desafio proposto.

Na análise feita até esse ponto, com base na revisão bibliográfica realizada, partiu-se de um olhar abrangente sobre a ferramenta inicial de contato humano com o mundo, a dinâmica corpóreo-sensorial, e, simetricamente, de contato consigo mesmo.

⁵**elação**- sublimidade, grandeza, celsitude, magnitude, elevação

No capítulo 2, a ampliação de tal estudo será feita de forma a verificar qual a correlação possível entre aspectos curriculares da pedagogia Waldorf no ensino da Matemática, e os elementos da condição humana ora apontados: o **movimento**, a **autoconsciência** e a **autonomia**. De forma introdutória, são esses os elementos intrínsecos à condição humana fundamental: a liberdade.

Interação e o organismo sensório

Retomemos, sob outro ponto de vista, o que foi abordado anteriormente. O homem se conhece na interação. Na interação com o ambiente que o cerca, na interação com o outro e na interação consigo mesmo. Procurando as portas para uma compreensão da interação chegamos ao organismo sensorial. Este, como a **torre de doze janelas**⁶ pelas quais, no conto de fadas, a princesa tudo via, aporta ao homem o mundo de forma decomposta, em partes, cada sentido recebendo as impressões que lhe são pertinentes. Cabe ao homem recompor, por meio de sua atividade bio-psico-social, o mundo. Ao esforçar-se em recompor o mundo, dá-se a recriação interior e surge a compreensão tanto do mundo circundante quanto da própria interioridade. Assim percebemos que a cognição, conquista humana, tem por base e ponto de partida a sensorialidade. Rastrear o caminho da conquista paulatina da cognição levará o leitor à origem desta antes mesmo do nascimento do indivíduo, no momento em que os rudimentos dos órgãos sensoriais iniciam sua atividade e seguem até a maturação.

Ao nascer, com os sentidos ainda em estado vestal, imaturos, maleáveis, permeáveis, flexíveis, o ser humano é surpreendido pelo confronto entre sua própria corporalidade e a corporalidade estrangeira, a do mundo. No confronto, entusiasma-se, e essa é outra maneira de dizer que é estimulado pelo mundo que o rodeia. Almejando alcançá-lo, inicia a trajetória de esforçar-se para interagir com o mundo. Na trajetória entusiasmada, confronta-se e, assim, desvela o ambiente e, simultaneamente, se conhece. Em tempo, entusiasmo - do grego, *enthousiasmos* - estar preenchido por deus.

No homem, os sentidos se elevam. Metamorfoseiam-se e alçam patamares outros que o de aportar informações perceptivas do mundo. Jean Brun (1990), à sua

⁶ **A Torre das doze janelas**, conto de Grimm - ANEXO 3

maneira, alerta que os sentidos reduzidos ao seu caráter de apreensão do mundo, levam o homem a diminuir-se, a restringir-se ao caráter do ter. No entanto, como na música, em que no intervalo entre uma e outra nota se dá a experiência musical, o “intervalo que separa as consciências umas das outras” é o espaço em que surge a dimensão do verdadeiro órgão da existência, que propicia, entretece e enriquece a interação. Que “faz a dramática experiência do entre-os-dois”. Aqui posso encontrar, em sua acepção, a verdadeira vocação exploradora do ser humano, que o acompanha por toda a vida, no incessante desconforto que o impulsiona a ser um curioso constante, como descreve Morin (2006). Nele, os sentidos transcendem a tarefa de informantes perceptivos e assumem o papel de portas que, abertas e usadas de forma plena, abrem-se para novas possibilidades da existência. Ofereço, por ilustração, um trecho de Brun:

É essencial distinguir cuidadosamente o tato do tatear e não reduzir este a aquele... a percepção tátil depende da psicobiologia porque pertence ao vivo; o tocar, esse, interessa ao filósofo porque depende do domínio existencial do vivo.

O animal possui muitas percepções táteis, mas ignora o tocar.

Tocar não é ferir, embater. O embate implica uma hostilidade agressiva ou um choque provocado com fins utilitários. Em contrapartida, a mão que toca não embate. O tocar implica, com efeito a vontade e o desejo de seguir uma superfície e de desposar uma forma; longe de ser a exteriorização de um antagonismo, o tocar ausculta, por assim dizer, um corpo estranho.

Graças à mão, o organismo de que é a mensageira tenta ir além de si mesmo e incorporar o que lá está, ou incorporar-se no que está fora dele.

O tocar ativo que implica uma vontade não é o simples efeito do embate de corpúsculos excitados por um objeto. Exprime a aventura do eu, para lá das fronteiras e da sua finitude encarnadas pelo seu organismo.

A mão não age apenas por sua própria conta, mas serve à consciência. É ao mesmo tempo um agente e um intérprete do desenvolvimento do espírito. Não há tocar sem a intenção de tocar, pois a mão que vai tocar não é movida de fora. É a consciência que, através da mão, mas não sem ela, vai tocar.

O tocar é muito mais do que um sentido de contato: é o sentido da presença e leva à experiência do encontro.

Pelo tocar, o homem é incessantemente reenviado ao seu eu.

Tocar é, ao mesmo tempo, ser tocado por aquilo que se toca ... Apresenta-nos a mão na sua posição com o resto do mundo e comporta assim, normalmente, um regresso a si mesmo.

Pela mão que toca, o eu dirige-se ao outro; pela sua mão tocada, volta a si. Nesse entre-os-dois encontra-se toda a Dimensão do Mundo. A mão que toca constitui, juntamente com a linguagem, a suprema tentativa de ser tudo. PALAVRAS TOCANTES, GESTOS ELOQUENTES.

Pela mão que toca e quer tocar, o homem explora o campo de mundo que a diáspora dos seres desenrola e no qual ele se move.

A mão que agarra visa compreender (apreender), a mão que toca espera chegar a conhecer. (BRUN, 1991)

A assunção da condição humana tem início na possibilidade da autopercepção. O percurso para esta decorre da libertação da âncora cognitiva na percepção sensorial e consequente desenvolvimento da capacidade de abstração. O ensino da matemática na Educação Básica tem valiosa contribuição no percurso do sujeito de alçar-se além do âmbito natural para o de ser que produz cultura. O pensar instrumentalizado de maneira consistente e ordenada promovido pela matemática, pela geometria no âmbito espacial, pela aritmética no âmbito temporal, e pela álgebra no âmbito conceitual, é elemento auxiliar significativo, a ser considerado nesse percurso.

Evidenciando as especificidades e o potencial da disciplina da Matemática, principalmente na educação básica, possibilita-se e pavimenta-se a transição do contexto sensorial inerente às fases iniciais do desenvolvimento humano, para o desenvolvimento cognitivo, chegando ao movimento cognitivo flexível, criativo, autônomo, dotado de mobilidade – o puro pensar. Um trabalho docente que inclua em seu embasamento e em sua prática atividades explicitamente relacionadas ao desenvolvimento neurossensorial e psicomotor, pode contribuir de forma decisiva para a formação do aluno da educação básica. Exploraremos essas colocações a seguir.

A matemática e o organismo sensório

A aprendizagem da matemática, como toda aprendizagem, se desenvolve quando há motivação e interesse. Onde vive a motivação? A pesquisa etimológica indica que essa palavra vem de motivo, com origem no latino MOTIVUS, significando “o que impele, o que move”, de MOTUS, particípio passado de MOVERE, que quer dizer “impelir, colocar em movimento”. Sobre o interesse, Bruner pondera, em 1966, que *o interesse na matéria a ser apreendida é melhor estímulo para a aprendizagem do que metas exteriores, tais como notas ou futuras vantagens competitivas*. Contudo, de que lugar brota esse ímpeto que nos coloca em ação, em movimento? Na interação com o mundo, que nos convida, nos entusiasma a conhecê-lo.

O conhecimento tem sua gênese no movimento que é suscitado no mundo interior pelo mundo exterior. O mundo exterior provoca a interioridade humana e esta responde, dirigindo-se a ele e retornando a si própria de forma enriquecida e ampliada, preenche de novas possibilidades. Se atentarmos ao fato de que *a ênfase (do ensino da matemática) estaria em despertar no estudante curiosidade e espírito inquisitivo que, aliado a algum gosto pelo assunto, o motivará a procurar um tratamento mais aprofundado e mais rigoroso, colocamo-nos em reflexão para encontrar a motivação básica para tudo que fazemos, pesquisa, ensino, enfim toda nossa atividade (do professor), e a melhora da qualidade de vida do homem.* Essa é a visão lúcida, coerente, humana colocada por D'Ambrosio (1986), que segue afirmando que o cabedal de conhecimentos acumulados durante milhares de anos pelos matemáticos evidencia, como em nenhuma outra área do conhecimento, uma coincidência nos saberes que se desenvolveram nas mais diversas culturas. *Mais do que qualquer outra manifestação do conhecimento humano, a matemática é universal.* Algo de universal há na matemática. O que será? O que une os povos na matemática? O movimento, a conquista do movimento humano, que a ela é inerente.

A palavra conhecimento provém do latim COGNITIO, co-gnoscere. Etimologicamente formada pela preposição co, cum, em português com, no sentido de junto; e pela palavra GNOSCERE, do grego GENESIS, que quer dizer gênese, origem, nascimento. Conhecer significa, portanto, nascer-junto, sentido que se conserva evidente na palavra francesa con-naître. Nascer junto é a experiência de se descobrir numa unidade originária com o que é descoberto, o que o grego chamou de ALÉTHEIA, o modo de ser da verdade.

Quase todas as crianças gostam da matemática e a apreciam nos anos escolares iniciais. Isso denota uma relação significativa preexistente, que entusiasma. Algo, no entanto, se quebra neste relacionamento das crianças com a disciplina, levando a maioria delas a perderem gradativamente o interesse, a motivação, a crença na própria capacidade de lidar com seus conteúdos.

O que se perde no caminho de desenvolver uma relação significativa com a matemática?

Partimos do pressuposto de que a matemática, a compreensão matemática, tem sua origem na percepção sensorial, principalmente nos sentidos corporais do tato, do movimento e do equilíbrio. No caminho da cognição, segundo R.

Steiner(2000), o sensorialmente perceptível é percebido, mas a ideia também é percebida. A meta da matemática é reunir ambos, é reunificar.

Para abrir o caminho de explanação, trarei algumas contribuições, como de Brun e Morin. Apresentarei também a compreensão do organismo sensório segundo Rudolf Steiner, que aponta para doze sentidos, realizando estes a atividade de apreensão sensorial do mundo por parte do ser humano. O caminho curricular na Escola Waldorf pavimenta o caminho que leva da sensorialidade mais primitiva ao puro pensar.

O organismo sensório - Os doze sentidos na antroposofia

“Conta a lenda que havia... uma torre com doze janelas...” Contos de Grimm

Aristóteles preconizava o reconhecimento do uso dos sentidos para explorar o mundo que nos rodeia: visão, audição, tato, olfação e gustação. Estes são exemplos de cinco modalidades sensoriais que, segundo Rudolf Steiner (1861-1925) e outros autores como Baldo (2004), não esgotam, todavia, todas as modalidades que compõem o sistema sensorial humano. Os sistemas sensoriais representam a porção do sistema nervoso diretamente relacionada à recepção, transmissão e processamento inicial das informações originadas no próprio organismo ou no ambiente, e que serão utilizadas na organização dos mais variados tipos de resposta.

À luz da antroposofia, os sentidos humanos são aqueles que levam o ser humano a reconhecer a existência de um objeto, ser ou processo manifestos materialmente, permitindo que qualquer fato ou processo que ocorra no plano físico seja imediatamente percebido.

Dentre as várias modalidades que compõem nosso sistema sensorial, algumas permitem a percepção consciente de um estímulo, por exemplo, a sensibilidade visual ou auditiva, ou a sensibilidade térmica ou dolorosa. Em outras modalidades, a informação sensorial é recebida e processada sem que tenhamos qualquer sensação consciente, como por exemplo, aquelas envolvidas na mensuração da pressão arterial, da osmolaridade do plasma ou da pressão parcial de oxigênio do sangue, percebidas pelo sentido vital.

Percebemos o mundo exterior por meio de nossos sentidos, sendo cinco os ordinariamente conhecidos: tato, olfato, paladar, visão e audição. Estes constituem um sistema composto por sensores capazes de detectar informações diversas, englobando órgãos específicos que recebem estímulos, repassando-os ao sistema nervoso central, onde são interpretados, podendo resultar em respostas do organismo. Dessa forma, por meio dos sentidos, nosso corpo tem a possibilidade de perceber o que o rodeia e, de acordo com as sensações provocadas, decidir o que irá nos integrar ao ambiente circundante e o que nos assegurará a sobrevivência.

São doze os sentidos, assim preconiza R. Steiner (2004), que permitem ao homem ser invadido pelo mundo e, a partir das impressões advindas, construir suas próprias percepções deste. Somam-se aos já denominados o sentido vital (somestésico), o do movimento (cinestésico), do equilíbrio (vestibular), o sentido térmico, o da linguagem ou da forma, o do pensamento e o do eu alheio ou estilo, sentidos estes que serão explicitados adiante. De forma decomposta, através deles, o mundo nos alcança. Pelas forças bio-psico-sociais inerentes ao ser humano, reconstruímos o mundo a partir das correlações feitas entre as percepções sensoriais, as experiências já vividas e os conhecimentos já adquiridos. Agregando mais um ponto de vista, tal processo cognitivo engloba funções mentais já desenvolvidas e assentadas, resultando em novas habilidades e conhecimentos. Vigotsky nomeia por nível de desenvolvimento real aquele que uma pessoa é capaz de, por si, realizar, e por zona de desenvolvimento proximal um segundo nível, que depende da colaboração de outrem para se concretizar.

De acordo com a parcela do mundo exterior que percebem, os doze sentidos apontados por Steiner estão divididos em três categorias, os que recebem impressões da própria corporalidade – chamados proprioceptivos, corporais ou inferiores; os que captam impressões do ambiente do entorno – os sentidos ambientais ou medianos; e aqueles que se relacionam com a percepção da interioridade do outro, nomeados sentidos sociais ou superiores.

Os primeiros, os sentidos proprioceptivos, também nomeados de corporais, básicos, inferiores ou fundamentais, são tato, vital, movimento e equilíbrio. São destes que o homem lança mão em primeira instância no processo perceptivo, estão eles mais perto da maturidade orgânica ao nascermos e, note-se, são estes os sentidos que nos trazem notícias de nós mesmos, sendo, a partir da interação que mediam com o mundo, a base da construção do sujeito.

Os sentidos PROPRIOCEPTIVOS

Os primeiros, os sentidos proprioceptivos, também nomeados de corporais, básicos, inferiores ou fundamentais, são **tato**, **vital**, **movimento** e **equilíbrio**. São destes que o homem lança mão em primeira instância no processo perceptivo, estão eles mais perto da maturidade orgânica ao nascermos e, note-se, são estes os sentidos que nos trazem notícias de nós mesmos, sendo, a partir da interação que mediam com o mundo, a base da construção do sujeito.

Sentido do tato

O sentido do tato é aquele que promove o primeiro despertar do sujeito para si mesmo. Pelo tato descobrimos e asseguramos nossa identidade, com ele percebemos até onde vamos. Onde toco me sinaliza “você acaba aqui”. Assim, o “com-tato” permite a primeira propriocepção, aquela de “até onde vou/sou”. O tato me coloca lado a lado com a substancialidade dos fenômenos, pois permite experimentar a presença do limite físico.

Como resposta ao tatear, na relação com a superfície tocada, recebemos a impressão de nosso mundo interior. Assim, o tatear proporciona a reação da própria interioridade diante de uma superfície exterior, permitindo experimentar o corpo como habitação primeira. O tato é a ponte para que a individualidade perceba-se como cidadã da Terra. Para que a experiência do tatear seja mais elaborada, mais refinada, é preciso certa contensão, esta indica o prenúncio do autoconhecimento, do autodomínio, o perceber-se continente de seu próprio conteúdo.

O órgão sensorial responsável por esta sensação é toda a pele, mais precisamente, a endoderme, onde se situam os receptores neuronais próprios, os corpúsculos táteis.

A autoconfiança, princípio para a construção saudável da pessoa, tem por base o contato da pele com o mundo físico exterior. A sensação do próprio limite enseja a primeira percepção do si mesmo, e essa é a base para a segurança de estar no mundo. Como resultado do sentido tátil desenvolvido de forma incipiente, seja por ser pouco vivenciado, conseqüentemente parcamente integrado e imaturo, seja por questões congênitas de má formação ou insensibilidade, resulta o medo, a insegurança, a falta de confiança da própria atuação no mundo.

No processo cognitivo, o tato dá base para o defrontar-se com o desconhecido, “tateá-lo” e perceber-se em relação com o mesmo.

Sentido vital ou somestésico

O sentido vital ou somestésico permite que experienciemos nossa constituição fisiológica, conheçamos a condição dos processos vitais, informando-nos sobre a vida que pulsa no interior de nossa corporalidade e seus fluxos. Segundo R. Steiner, com esse sentido percebemo-nos como seres corpóreos ocupantes de um espaço e temos condição de monitorar nosso próprio organismo. Essa percepção parte de um conjunto de ações e reações fisiológicas, advindas, segundo a neurociência, de homeostases e outros processos. Exemplos de impressões sensoriais advindas do sentido vital são sensações como as que temos ao despertar depois de uma noite bem dormida, uma sensação de conforto, de bem estar. A sensação oposta é mais comumente lembrada, quando o sentido vital nos dá notícias de algo que não vai bem fisiologicamente, advindo mal estar, cansaço ou mesmo dor.

A cognição, o processo de compreensão está, de certa forma, ligado ao sentido vital. As impressões de prazer diante de um desafio têm sua origem no sucesso de superar um desconforto perante o desconhecido, e ambas as sensações – o prazer e o desconforto – são fruto da atividade do sentido vital.

Sentido do movimento ou cinestésico

O sentido do movimento, ou cinestésico, nos dá a percepção do movimento de nossos membros ou demais partes do corpo em relação à própria corporalidade. Os receptores eferentes localizam-se nos músculos e tendões, principalmente. Uma percepção cinestésica plena depende da integração de informações musculares, articulares e também somestésicas.

Relevante também é considerar que o comportamento motor não se caracteriza apenas por movimentos. A ausência de movimento, ou imobilidade, também é um aspecto fundamental da organização motora. Podemos entender a importância da imobilidade ao lembrar que a postura de um indivíduo é parte integrante de qualquer movimento.

Sentido do equilíbrio ou sentido vestibular

O sentido do equilíbrio é responsável pela percepção da colocação de nosso corpo em relação aos planos espaciais horizontal, vertical e sagital.

Aferências vestibulares fornecem informações sobre a posição, movimentos lineares e movimentos angulares da cabeça. Essas informações deverão integrar-se àquelas fornecidas por músculos e articulações para que posturas adequadas e movimentos harmoniosos possam ser executados. Além disso, movimentos oculares compensatórios são produzidos a partir de informações vestibulares, constituindo uma série de reflexos denominados reflexos vestibulo-oculares.

Interessante é evidenciar que, na escala filogenética, o sistema vestibular precede o sistema auditivo. O sistema auditivo responde a estímulos provenientes de fontes sonoras distantes, já o sistema vestibular responde a estímulos proprioceptivos, que envolvem a percepção da organização do corpo no espaço.

Os sentidos AMBIENTAIS

Os sentidos ambientais são aqueles que nos aportam as impressões advindas do ambiente ao redor. No nascimento estes sentidos são ainda bastante imaturos, incipientes, frágeis. Desenvolvem-se a partir da interação com o ambiente exterior, sendo “educados” a partir da interação com este. São eles o sentido térmico, o sentido do paladar, o do olfato e o da visão.

Sentido olfativo

(...) Mas, quando nada subsiste de um passado antigo, após a morte dos seres, após a destruição das coisas, apenas o cheiro e o sabor, mais frágeis mas vivazes, mais imateriais, mais persistentes, mais fiéis, permanecem ainda por muito tempo, como almas, a fazerem-se lembrados, à espera sobre a ruína de tudo o resto, a carregar sem vacilações sobre a sua gotinha quase impalpável o edifício imenso da memória.”

Proust - Em busca do tempo perdido - no caminho de Swann, pág.57

O sentido olfativo se instala por volta dos três anos de idade e se desenvolve plenamente até os nove. É o primeiro a receber as propriedades físicas do ambiente exterior circundante. Seu órgão perceptivo, o rinencéfalo, parte mais antiga do cérebro, possibilita a percepção das qualidades da substância quando se dispersam e expandem no entorno em forma de gás. Algo então se nos aproxima, revelando características não evidentes, caracteres particulares, indicando, por exemplo, a relação com o tempo que a substância tem. A percepção olfativa se esvai em poucos minutos, mesmo assim é a que possui relação mais estreita com a memória, pois, assim como com o paladar, conecta-se diretamente com o hipocampo – o centro da memória de longo prazo do cérebro – sendo um dos sentidos que mais evoca lembranças da infância.

Sentido gustativo ou do paladar

As sensações do paladar são recebidas pelas papilas gustativas, permitindo um penetrar mais profundo e intenso na substância do que o do olfato. O efeito da substância sobre nós é possibilitado pela dissolução da mesma na saliva, nosso fluido próprio, o que ocasiona uma transformação na mesma, possibilitando que entremos em contato com suas qualidades internas. Já presente no bebê, o experimentar dos sabores ácido, salgado, doce, saponáceo, acre e amargo, revelam as qualidades nutritivas da substância, preparando o processo digestório. Para ser vivenciado de maneira mais profunda, para que o saborear aconteça, esse sentido necessita de calma e da pausa. O sentido do paladar evoca, dessa maneira, o interesse pela vida.

Sentido da visão

“Still, there was light, and light cast a spell over me. I saw it everywhere I went and watched it by the hour. None of the rooms in our three-room apartment has remained clear in my memory. But the balcony was different, because on the balcony there was light. Impetuous as I was, I used to lean patiently on the railing and watch the light flowing over the surface of the houses in front of me and through the tunnel of the street to right and left. (LUSSERAIN, Andtherewas light)”

O sentido da visão recebe as impressões luminosas advindas do ambiente circundante através de fotorreceptores contidos no globo ocular. Percebemos o efeito luminoso, ou seja, a forma como um objeto se relaciona com a luz e com a

escuridão, revelando na superfície suas qualidades intrínsecas. A sensação luminosa provoca experiências emocionais importantes, o que pode ser encontrado em citações de vários autores que se tornaram cegos em algum momento de suas vidas, como Jacques Lusserain ou Louis Braille.

Sentido térmico

A sensibilidade térmica leva à percepção da temperatura do ambiente, permitindo que nosso comportamento se organize de modo a adaptar-se a ele. Possibilita que se perceba algo além da aparência, algo que permeia o objeto.

Os sentidos SOCIAIS

Os sentidos sociais, também denominados superiores, permitem-nos a percepção do outro. R. Steiner desenvolve uma compreensão destes sentidos colocando-os como resultado da metamorfose dos sentidos inferiores. Oportunamente este aspecto será retomado. Para a percepção do outro, dispomos dos seguintes sentidos:

Sentido da audição

O órgão auditivo, composto pelo pavilhão auricular e pelo ouvido interno, tem como principal componente a cóclea, que transforma as ondas sonoras - sinais mecânicos vibratórios, em impulsos nervosos sonoros. Muito mais do que a visão, o som revela a interioridade de um objeto

Sentido da linguagem, da palavra, ou da forma

Na base superior da coluna encontra-se o trato piramidal, órgão responsável pela percepção do processo de produção de formas sonoras, como a ligação entre vogais e consoantes – palavra falada, os sons dos instrumentos – linguagem musical, as formas côncavas e convexas – linguagem plástica, a forma dos caracteres – linguagem escrita. Nota-se, assim, que todo movimento é, em si, pré-linguagem. Pelo sentido da linguagem, necessariamente desenvolvido pelo exercitar, o homem se ancora em seu meio social e nele se “movimenta”, se comunica.

Sentido do pensamento ou do conceito

O sistema nervoso superior, que se relaciona com a laringe, é o órgão sensorial que possibilita o encontro com outro, isso se dá porque permite a compreensão do conceito subjacente a uma frase, uma palavra, um gesto. Esse sentido começa a ser desenvolvido por volta dos dezoito meses de idade, quando a criança pela primeira vez olha para o objeto apontado e não para a mão que aponta. Como os demais sentidos, seu exercício amplia sua capacidade e o lapida. Cada novo conceito percebido amplia a capacidade perceptiva do pensamento alheio.

O uso de linguagem rica e diferenciada representa para esse sentido o estímulo necessário para seu cultivo e aprimoramento. O sentido do pensamento pressupõe uma auto-renúncia, um auto-refreamento, pois para acessar o pensamento do outro, devo renunciar à minha própria linguagem, abrindo minha própria constituição para receber a do outro. A percepção do pensamento, do conceito, aliada às demais percepções sensoriais, permite que o ato cognitivo se possa estabelecer.

Sentido do Eu alheio ou do estilo

O sentido do eu alheio aflora a partir da imagem inconsciente que se tem do próprio corpo, formada pelo sentido do tato. Começa a despontar quando o bebê olha para a sua mãe, e se desenvolve de forma saudável em ambientes onde a atmosfera de confiança esteja presente, entre pessoas que possuem amor e confiança mútuos. Perceber a personalidade do outro começa com a percepção e diferenciação dos passos da mãe, chegando à percepção do estilo de andar, falar e pensar da outra pessoa.

A criança separa efetivamente a percepção do ambiente ao seu redor da do outro por volta dos dez anos de idade. Primeiramente exercita esse sentido em relação a pessoas conhecidas. Já o adulto o exercita em relação ao seu campo de interesses.

O sentido do eu alheio se desenvolve mais quanto mais exerço minha autopercepção, aumentando a capacidade de perceber o outro e vice-versa. A auto-contenção é também, para este sentido, uma atividade primordial. O homem que se refreia e consegue se direcionar em meio ao caos, de forma flexível, é o homem contente.

O sentido do movimento, motricidade, emoção e o brincar espontâneo

Feita a exposição dos sentidos humanos na visão antroposófica, retomaremos, com mais fundamento, a relação entre a sensorialidade e o desenvolvimento cognitivo, retornando a Wallon. Segundo sua teoria, as emoções dependem fundamentalmente da organização dos espaços para se manifestarem. A motricidade, portanto, tem caráter pedagógico tanto pela qualidade do gesto e do movimento quanto por sua representação. Por que, então, a disposição do espaço não pode ser diferente? Não é o caso de quebrar a rigidez e a imobilidade adaptando a sala de aula para que as crianças possam se movimentar mais? Mais que isso, que tipo de material é disponibilizado para os alunos numa atividade lúdica ou pedagógica? Conforme as idéias de Wallon, a escola infelizmente insiste em imobilizar a criança numa carteira, limitando justamente a fluidez das emoções e do pensamento, tão necessária para o desenvolvimento completo da pessoa.

Estudos realizados por Wallon com crianças entre 6 e 9 anos mostram que o desenvolvimento da inteligência depende essencialmente de como cada uma faz as diferenciações com a realidade exterior. Primeiro porque, ao mesmo tempo, suas idéias são lineares e se misturam – ocasionando um conflito permanente entre dois mundos, o interior, povoado de sonhos e fantasias, e o real, cheio de símbolos, códigos e valores sociais e culturais.

Nesse conflito entre situações antagônicas ganha sempre a criança. É na solução dos confrontos que a inteligência evolui. Wallon diz que o sincretismo (mistura de ideias num mesmo plano), bastante comum nessa fase, é fator determinante para o desenvolvimento intelectual. Daí se estabelece um ciclo constante de boas e novas descobertas.

O papel do brincar espontâneo fica, assim, patente na edificação dos sentidos, na estruturação da autoconfiança e do pensar autônomo. Sob outra perspectiva, relacionou-se aqui o seu papel no processo da maturação sensorial e, conseqüentemente, no desenvolvimento pleno do ser humano. A motricidade saudável e íntegra, como indicado, depende desse amadurecimento sensorial, tendo o sentido cinestésico papel preponderante, como explanado. É esse processo que concretiza a conquista do próprio movimento, garantia da autoconfiança – a confiança na própria corporalidade.

Capítulo 2 - A MATEMÁTICA NA PEDAGOGIA WALDORF

A matemática é a disciplina mais espiritual. (R. Steiner)

Para R. Steiner, era importante que o professor da classe escolar mais baixa trouxesse às crianças, a partir de uma consciência filosófica formada, algo como a adição desde a soma, ou coisas correspondentes para as outras operações. Ele desejava que esses pontos de partida do pensar aritmético soubessem ser avaliados desde o início por uma compreensão do seu significado para o correto desenvolvimento da criança no mundo. (STOCKMEYER)

Quadrivium – um recorte relevante na história da Matemática

A matemática esteve presente nos campos do conhecimento humano merecedores de estudo desde a antiguidade. Na Grécia antiga, Pitágoras, assim como vários de seus contemporâneos, ansiavam por dar uma explicação racional sobre a origem e a organização do mundo. Tinha ele grande interesse em desenvolver conhecimentos que lhe possibilitassem a apreensão da totalidade do mundo existente, desde a esfera propriamente humana – a da linguagem, da expressão e do raciocínio, até o âmbito natural – implicando o desvelar dos segredos ou símbolos ocultos na linguagem da natureza.

Tal concepção de estudo chega ao século IX quando, sob o império de Carlos Magno, busca-se recuperar e reordenar a cultura herdada do Império Romano. O aprendizado passa a ser organizado no *Trivium* no *Quadrivium*, um abarcando o âmbito da linguagem humana e o outro dando continuidade a esses estudos, cultivando no estudante a capacidade de entender a organização do mundo natural e a simbologia nele oculta. Esse modelo de educação liberal, infundido nas universidades medievais, perdura até Descartes.

Com uma visão mecanicista do mundo, a visão cartesiana entra em outro paradigma do conhecimento, determinando dois campos do saber completamente separados, distintos, o da mente e o da matéria, e impulsiona, a partir de então, a separação cada vez maior do conhecimento em grandes áreas. O processo de produção industrial ocorrido ao final do século XIX intensifica a política de fragmentação das disciplinas. Como decorrência, uma forma de raciocinar centrada

nos conteúdos disciplinares se impõe, e o ensino puramente disciplinar torna-se hegemônico.

Hoje são inúmeros os estudiosos, como Morin, Japiassu, Gerhard que apontam para o sequente enfraquecimento da relação dos alunos com o conhecimento, levando a uma patologia do saber.

O resultado da fragmentação do conhecimento a ser ensinado é a perda de sentido, que se manifesta nos alunos como repúdio a determinadas disciplinas, demonstrando que eles não conseguem perceber as semelhanças e relações entre as diferentes áreas do conhecimento (GERHARD, 2012).

O **quadrivium**

Para a compreensão do homem, uma visão filogenética é fundamental. Quem estuda a história da cultura tem a chance de elaborar tal compreensão. O estudo do **quadrivium**, origem da disciplina da qual tratamos neste trabalho, faz-se relevante por constituir, dentro do conjunto das *artes liberais*, aquelas que tinham por mérito serem disciplinas dignas de serem estudadas “por si”, livres da utilidade prática, cultivando a dimensão noética.

“A disposição suscetível de criação acompanhada de razão verdadeira” foi o conceito de arte dado por Aristóteles na Antiguidade e levado para a Idade Média. Mediante o domínio das artes liberais, aquelas sem uma necessária relação com uma utilidade, o homem seria capaz de produzir obras e ideias com poder de elevar o seu espírito para além dos interesses puramente materiais, rumo a um entendimento da verdade, racional e livre.

As artes liberais eram sete. Estruturavam-se em dois grupos de disciplinas: o **trivium** e o **quadrivium**, e representavam o mundo intermediário entre a sabedoria (*sapientia*) e a ciência (*scientia*). O primeiro grupo concentrava o estudo da linguagem por meio de três ferramentas pertinentes à mente: a *lógica dialética*, a *gramática* e a *retórica*, e tinha por objetivo desenvolver a expressão da linguagem. Tendo a matéria como características essenciais o número e a forma, em repouso ou em movimento, o segundo grupo voltava-se ao seu estudo. Englobava o domínio de quatro disciplinas: a *aritmética*, teoria dos números; a *música*, aplicação da teoria do número; a *geometria*, teoria do espaço; e a *astronomia*, aplicação da teoria do espaço. A matéria teria como características essenciais o número e a forma, em repouso ou em movimento.

Figura 1 - Quadrivium - ilustração medieval

Aritmética é o sinônimo em si de número, o número em sua origem, em repouso, a aritmética é o princípio, e tem uma espécie de papel de mãe em relação a todas as outras ciências (Boécio, apud MILIES in MONGELLI, 1999).

A **Geometria**, definida como a forma no espaço, ou seja, uma forma em repouso, era reconhecida como a expressão mais convincente da realidade metafísica por detrás do mundo, a realidade interior que transcende e condiciona as formas físicas, a matriz interna em que se baseiam as formas externas (CARREIRA, apud MONGELLI, 1999). Teve seu sentido mais amplo na Idade Média no uso e domínio efetivo do espaço, e subsistiu às custas dos artistas e engenheiros, culminando em Brunelleschi, com o advento da perspectiva. Também era reconhecida, empiricamente, como um código que desvelava a divindade, sendo a expressão de arquétipos transcendentais. A experiência geométrica ultrapassava a realidade bidimensional, justamente porque era pensada para ser vivida. A geometria progrediu a partir do *exercitar intenso da sensibilidade que requer a práxis prosaica do existir, do locomover-se, do comparar e medir, o que implica num pensamento geométrico* (CARREIRA, apud MONGELLI, 1999).

A **Música**, a representante de harmonias celestiais e de domínios diabólicos em conflito entre si, entre princípios opostos, é compreendida no *quadrivium* como o número no tempo, o número em movimento. Ao gerar auditivamente proporções numéricas, como no monocórdio pitagórico, a música permitiu postular a unidade

existente entre o ser humano e o cosmo –suas leis internas seriam as mesmas que podem ser reconhecidas na alma humana e no universo. *Esse conceito matemático e metafísico permite acesso à harmonia cósmica e ao núcleo central do estudo anatômico e espiritual do homem e do estudo astronômico do universo, de um micro e um macrocosmo* (HUSEBY, apud MONGELLI, 1999).

A **Astronomia** abarca o número nas dimensões do tempo e do espaço, sendo apontada como a expressão da forma em movimento. Foi considerada a disciplina mais preciosa do *quadrivium*, servindo como modelo para a compreensão matemática da natureza em outros campos, auxiliando também filósofos em suas discussões epistemológicas e metafísicas.

Enfrentamos hoje problemas relacionados à educação semelhantes aos da época medieval, declara Lauand. Revivemos *uma situação em que o patrimônio cultural e humanístico da antiguidade corre o risco de desaparecer*. O acesso psicológico e até mesmo físico a ambos se encontra empobrecido, desprezado, afundado no cotidiano imediatista e consumista da atualidade. Busca-se, de muitas maneiras, um currículo que resgate a condição humana.

(...) o grande educador Boécio, o "último romano, o primeiro escolástico", em seu quase desesperado projeto pedagógico de transmitir aos bárbaros um mínimo que fosse da civilização clássica, renuncia ao brilho que poderia ter, como pensador e homem de ciência, para instalar-se no reino dos ostrogodos e tentar ensinar-lhes os rudimentos do quadrivium. Nós, hoje – novos ostrogodos, pragmáticos e com requintes tecnológicos –, podemos estar seguros da sobrevivência dos clássicos? Quem hoje lê Platão ou Dante? Quem estuda Geometria? Projetos contemporâneos minimalistas, de resumos e antologias (como os Great Books) ou, digamos, de concertos populares em parques públicos são, no fundo, medievais. (LAUAND, 2009)

A necessária atualização, num resgate pedagógico, demanda uma estrutura contemporânea das disciplinas. Como possibilidade, os elementos do *quadrivium*, a aritmética, a geometria, a música e a astronomia, podem confluir no estudo da matemática realizado na escola básica. Na escola Waldorf essa confluência se dá numa construção passo a passo, o que será explicitado posteriormente.

Para chegar a conquistar de forma abrangente os conceitos matemáticos, o número deve ser explorado em suas características identitárias, cardinais e ordinais, na mais ampla acepção. Tal atividade é integrativa e integradora, e apela às múltiplas inteligências das crianças e jovens. Aspectos rítmicos, espaciais,

temporais, cinestésicos, táteis, auditivos, gustativos, todos se relacionam para prover os elementos que comporão, a partir da atividade anímica, a compreensão dos conceitos matemáticos e geométricos.

O currículo Waldorf de matemática

A vida dos deuses é a matemática.

(Novallis)

As Ciências Matemáticas são de extrema utilidade não só para a apreensão e descrição da máquina do mundo, mas também como preparação para os estudos filosóficos e teológicos.

(Grossetest)

Desde cedo a criança tem pronta a disposição para os primeiros elementos da aritmética, e pode-se observar como de maneira demasiadamente fácil um elemento intelectualístico penetra cedo demais na criança. Os cálculos, como tais, não são totalmente estranhos a nenhum grau de idade. Eles se desenvolvem a partir da natureza humana e não pode surgir uma estranheza entre as capacidades humanas e as operações aritméticas, tal como surge entre aquelas capacidades e as letras de uma cultura que vem a seguir. Mas, exatamente isso tem muitíssimo a ver com que o ensino da aritmética seja levado à criança de maneira correta. Em última análise, só pode julgar isso aquele que, a partir de uma certa base espiritual, saiba observar a vida humana em sua totalidade. (R. R. Steiner)

Servir ao desenvolvimento sadio da criança é a meta docente. Conhecê-la é o primeiro passo para o sucesso da empreitada educativa, logo, o estudo do desenvolvimento humano é o primeiro alicerce que ampara as escolhas pedagógicas. O momento biográfico no qual o aluno está inserido é passível de estudo detalhado, levando em conta suas capacidades cognitivas, emocionais e físicas. Inúmeros pesquisadores da educação e da cognição, já mencionados, observaram e ordenaram características pertinentes às diferentes etapas do desenvolvimento, com maior ou menor ênfase em cada uma dessas capacidades, relacionando-as a conteúdos e estratégias de ensino adequadas a cada fase em particular. Aqui serão investigadas, especificamente, no que tange à educação básica.

Fourez, doutor em física e titular na Universidade de Louvain em filosofia e matemática, em artigo muito atinente, constata a evasão dos jovens europeus nos

cursos superiores ligados às ciências. Questiona ele o porquê da crise no ensino de ciências e chega à conclusão: *... para que tenham sentido para eles (os jovens) os modelos científicos cujo estudo lhes é imposto, estes modelos deveriam permitir-lhes compreender a “sua” história e o “seu” mundo*(FOUREZ, 2003). Os alunos, segundo Fourez, teriam a impressão de que se quer obrigá-los a ver o mundo com os olhos de cientistas, enquanto o que lhes traria sentido seria um ensino de Ciências que os ajudasse a compreender seu próprio mundo. Jerome Bruner, já em 1966, destacava que o melhor meio de despertar interesse por um assunto é tornar valioso o seu conhecimento. *Como fazer para que essa exposição (às disciplinas) se torne valiosa em seu modo de pensar pelo resto de suas vidas?*, questionava. Também ressaltava a importância de unir a profunda compreensão de uma área de conhecimento ao estudo consequente do desenvolvimento da criança. A pedagogia deve estar a serviço da criança, do jovem, e seu objetivo é o de abrir espaço e promover competências para que cada um trilhe seu caminho de autodesenvolvimento.

Na proposta pedagógica Waldorf, cada etapa ao longo do crescimento da criança deve ser compreendida e analisada a partir de aspectos corporais, psíquicos ou anímicos e espirituais correspondentes, a esse conjunto de fatores denominaremos aspectos biográficos. Como o ponto de partida de todo o trabalho pedagógico-didático é o Ser Humano em desenvolvimento, o currículo se ordena em ciclos correspondentes aos momentos biográficos atravessados pela criança. Na visão da antroposofia, tal ordenação acompanha os setênios– períodos de sete anos que correspondem à trajetória de individuação e construção da autonomia do indivíduo. À Educação Infantil corresponde o primeiro setênio, ao Ensino Fundamental o segundo setênio e ao Ensino Médio a etapa inicial do terceiro setênio.

Dessa maneira, quando o professor se organiza para apresentar um conteúdo em sala de aula, três perguntas norteiam suas escolhas:

- Para quem apresentarei? **aspectos biográficos ou antropológicos;**⁷
- O quê apresentarei ?**aspectos conteudísticos ou temáticos;**
- Como o apresentarei? **aspectos metodológicos ou procedimentais.**

⁷**Aspectos antropológicos** - nos estudos antroposóficos são aqueles que se referem ao estudo do desenvolvimento humano em seus âmbitos físico, psíquico, social e espiritual. No decorrer deste trabalho serão nomeados como *aspectos psicofísicos*.

Brotando das necessidades humanas, o currículo respeita o ser humano, e a tarefa pedagógica consiste em reconhecer no desenvolvimento humano cada etapa em particular, investigando, a partir daí, de que maneira o conteúdo a pode apoiar e estimular. Dessa maneira, o reconhecimento do conjunto de características inerentes a cada etapa biográfica aponta com clareza caminhos coerentes para as escolhas pedagógicas.

Respeitando o ser humano, busca-se coadunar as ideias fundamentais da disciplina. Retomando Bruner, conhecer a estrutura fundamental de uma disciplina, oferecendo condições de aprendizagem que a reforcem, é mister. Essas podem, então, colocar-se a serviço de cada momento biográfico específico, no qual o ser humano se relaciona com o mundo a seu redor e consigo mesmo de forma característica. Formas de trabalho devem ser buscadas que respondam com habilidade às peculiaridades de percepção e de processamento inerentes ao momento biográfico específico, eis o objeto da metodologia de ensino.

Pedindo auxílio a Machado (2016), elencamos doze ideias fundamentais contidas na disciplina de matemática: *equivalência, ordem, medida, aproximação, proporcionalidade, interdependência, invariância, variação, demonstração, aleatoriedade, representação e problematização*. Devem elas articular-se, estando presentes, nos diversos momentos, na trama entre “... linguagem matemática e linguagem ordinária, entre diversos temas intradisciplinares, e entre os conteúdos das diversas disciplinas”. (MACHADO, 2016)

Na escola Waldorf, o trabalho com a Matemática ao longo do percurso escolar busca colocá-las em consonância com cada etapa biográfica de maneira a que não se apresentem “ressecadas”, mas vivificadas. Entretecidas à vida, permitem o transbordamento orgânico de cada conteúdo, o que pretende levar as crianças a carregarem-nas significativamente consigo, transbordando a disciplina em si, ao longo do percurso escolar e de toda a sua biografia.

A ordenação do currículo de Matemática ano a ano na trajetória da Educação Básica na Escola Waldorf

Na Escola Waldorf, a criança ingressa no primeiro ano do Ensino Fundamental em torno dos sete anos de idade. É nesse momento que a maturidade

físico-anímica indica que ela está pronta para despende parte de suas forças no aprendizado intelectual. O currículo vem, então, ano a ano, apoiando e estimulando as características que a criança atravessa naquela determinada etapa. Para compreender a trajetória do desenvolvimento de uma disciplina ao longo do percurso escolar Waldorf é preciso, portanto, conhecer os aspectos inerentes a cada etapa, conhecer detalhadamente a dinâmica da disciplina em si e exercitar continuamente essa dinâmica de como esses dois elementos se entrecruzam.

Outro elemento característico, primordial, é a consciência que o professor Waldorf tem de seu papel mediador. Essa característica é exaustivamente trabalhada nos cursos de formação de professores Waldorf e nas reuniões de estudos e preparo semanais que toda escola Waldorf realiza com o corpo docente reunido.

No Ensino Fundamental, a tarefa de “pintar com palavras”, ou seja, de criar imagens pictóricas sobre os conteúdos, atua sobre os alunos de forma a neles promover uma sensibilização prévia anterior ao “revisitar” do meio. A experiência, por ser posterior, promove um “desvelar” do mundo por parte de cada criança, abre a oportunidade de vivências enriquecidas, mais significativas e abrangentes do que a experiência direta, que se antepusesse cruamente. O elemento característico, fundamental, que permite tal condução é o professor que, nessa etapa do ensino, tem o papel de mediador, estando ele investido da tarefa de desvelar o mundo como descrito.

No Ensino Médio a mediação do professor também tem papel preponderante, embora de forma bastante diversa da etapa anterior. Cabe a ele, agora, transmitir a seus alunos um recorte significativo do mundo quando seleciona, assinala, organiza e planeja quais estímulos serão consonantes com o grupo que tem diante de si⁸ e quando serão abordados. Dessa maneira, busca-se alcançar a meta de abrir espaços para que cada aluno alcance objetivos distantes, futuros, pessoais, transcendendo necessidades imediatas ou o caráter meramente utilitarista dos conteúdos.

⁸Sobre a necessidade de um preparo contínuo do professor para atuar com cada grupo de alunos que recebe, conferir as entrevistas com professores do Ensino Médio registradas no anexo 6.

Apresentaremos, a seguir, o currículo Waldorf de matemática, ano a ano, organizado em ciclos, enfatizando os aspectos biográficos inerentes a cada fase mencionada. Como, nelas, os elementos curriculares as apoiam, mostrando a metamorfose metodológico-didática que ocorre no decorrer dos anos escolares, e como a linguagem matemática vai sendo paulatinamente construída a partir da linguagem natural, transcendendo-a.

Primeiro ciclo - 1º ao 3º ano

Na primeira fase do Ensino Fundamental, do *primeiro ao terceiro ano*, o ensino da matemática tem um caráter **configurante**. Por meio de atividades que lançam mão de vivências sensoriais diretas, envolvendo também ritmo e registros figurativos, a criança se apropria dos números e de suas qualidades, assim como das operações básicas. Explicitam-se os primeiros contornos sistematizados de equivalência e ordenação, como a cardinalidade e a sequenciação, apoiados pela manipulação de materiais concretos e por atividades baseadas na ritmicidade.

É uma etapa em que o desenvolvimento do pensar é conduzido pelo contexto no qual a criança está inserida, pelas experiências sensoriais nele vivenciadas, e pelas imagens plenas de significado criadas pelo professor, que carregam as qualidades do que está sendo ensinado. Por caráter configurante entende-se, assim, vivenciar os conteúdos de forma concreta e com apoio do impulso da imitação, sem apelo a operações mentais formais, como caracterizadas por Piaget, ou à racionalização abstrata.

PRIMEIRO ANO

O maior número do mundo – números e operacionalidade, desenhos de formas a partir da linha reta e da linha curva

No primeiro ano do Ensino Fundamental a criança tem em torno de sete anos de idade, e sua percepção de mundo é ainda sincrética e sonhadora. A criança que completa sete anos ingressa em uma nova etapa de sua vida, mas o interesse que demonstrava ao longo do primeiro setênio pelo mundo ao seu redor mantém-se vivo. Novos elementos se agregam. Ela agora tem uma inédita disponibilidade interna para o outro, e se inaugura a expectativa de que o mundo lhe seja apresentado por

alguém em quem ela confia e em quem ela reconhece uma autoridade digna de ser reverenciada.

Os aspectos metodológicos que correspondem a esse momento biográfico devem levar em conta o impulso de imitação, principal ferramenta de aprendizagem ao longo do primeiro setênio, que ainda se encontra fortemente presente na criança dessa idade. Também a experimentação sensorial, que quando vivenciada em quantidade e qualidade suficientes, terá a oportunidade de ser utilizada, levando futuramente à abstração matemática. *A formulação de conceitos nessa etapa vincula-se ainda às percepções concretas, e por meio do movimento, a criança estabelece relações nessa fase, diz Piaget (1971), (...) e a criança tem predisposição para o ritmo, para o compasso, para aprender algo harmonioso através da percepção,* assegura R. Steiner (1922). A ritmicidade do trabalho é também um fator primordial para o desenvolvimento saudável da criança assim como para uma aprendizagem efetiva.

Levando em consideração os aspectos psicofísicos e metodológicos mencionados, o conteúdo indicado para apoiar esse momento da vida infantil terá relação com um novo olhar para o mundo, que se apoia na sensação de unicidade ainda presente, e na ritmicidade mais primordial e elementar presente no universo matemático.

Assim, o grande tema de estudo do primeiro ano escolar é o número. Suas características qualitativas, quantitativas e rítmicas são exploradas a partir do reconhecimento e estudo da presença arquetípica dos números no mundo; do aspecto espacial do número, expresso na quantificação e organização de grandezas; do aspecto temporal do número, presente na ordenação e sequenciação dos numerais. Contagem de objetos, de passos ritmados, de sons, lançando mão de vivências sensoriais táteis, visuais, auditivas, cinestésicas são fundamentais para que a capacidade de relacionar número e quantidade se instale com segurança. Introduz-se e treina-se a escrita dos algarismos romanos e árabes, acompanhados inicialmente de representações pictóricas ou iconográficas das quantidades.

Figura 2 – introdução do número 3

As operações básicas são introduzidas, assim como a vivência inicial dos múltiplos de alguns números como 2, 3 e 5. Cálculos mentais simples, embutidos em um contexto imagético que tenha significado real para a criança ou em atividades lúdicas são exercitados. “Do todo para a parte”, ou seja, do resultado para as diversas possibilidades de o alcançar, são inicialmente trabalhadas adição, subtração, multiplicação e divisão. Podemos chamar esse caminho de “*analítico*”, em contraposição ao “*sintético*”, posteriormente também exercitado, que parte das parcelas pré-definidas, levando a uma resposta única. O primeiro caminho é a opção inicial por ser mais aberto e flexível, estimulando a imaginação de todos os alunos da classe diante da multiplicidade possível.

SEGUNDO ANO

Então se conduzem adiante as quatro operações sobre um espaço numérico maior. Tentam-se fazer tarefas fáceis com os alunos, também não escritas, mas orais e de cabeça. Procura-se desenvolver números abstratos primeiramente com coisas. (R. STEINER)

A criança que chega ao segundo ano, em torno de oito anos de idade, está mais desperta em relação ao mundo do que no ano anterior. Isso se expressa na atenção e minúcia que agora estão presentes nas observações que faz, por exemplo, dos fenômenos da natureza vivenciados por ela. As modificações que se processam no transcurso do tempo, como a transformação das árvores no decorrer das estações do ano, o que fazemos ao longo das horas do dia, lhe chamam especialmente a atenção. Com a consciência mais desperta e organizada, dono de mais ferramentas cognitivas e corporais, experimenta a própria corporalidade de

forma mais consciente e mais contundente, seja buscando desafios corporais que superem seus limites ou até mesmo em embates corporais com os colegas.

O estudo das grandezas do tempo presentes na vida das crianças, realizado a partir de suas vivências cotidianas, revela-se uma descoberta importante. Elementos que reúnam tempo e espaço, relacionando-os, são, efetivamente, o grande tema do ano. Logo, tudo o que é rítmico e que expressa essa relação como é encontrada na vida – as horas do dia, a passagem das estações, o ano solar, vertidos em poesias rimadas, músicas com ritmo bem marcado – preenche as crianças com alegria.

Figura 3 – trabalhando o tempo : estações do ano / horas do dia

Por essa razão, no estudo da matemática as atividades rítmicas ganham preponderância e a aleatoriedade presente no universo dos números permeia-se de significado. Mover-se ritmicamente ao som dos múltiplos e tabuadas entusiasma toda uma classe. No caminho do raciocínio espacial e da geometria, o trabalho com formas retas e curvas combinadas em simetrias diversas também revela essas qualidades e adquire, nessa etapa, particular relevância.

Figura 4 – introdução à tabuada do 6

TERCEIRO ANO

A criança de nove anos atravessa uma fase especialmente dolorosa no seu desenvolvimento. Na trajetória do amadurecimento, enfrenta uma crise de solidão sem precedentes, conhecida como crise do RUBICÃO⁹. Sentimentos de solidão, de inaptidão, de dúvidas e angústias a assaltam, com maior ou menor intensidade, provocando medo e desamparo. Tais sensações apontam também para um distanciamento entre si próprio e o mundo, indicando que a consciência alcança maior desprendimento da experiência direta. Nesse momento, portanto, ela alcança inédita mobilidade no pensamento e no atuar no mundo.

A sensação de “estar sozinho no mundo” precisa de compreensão e apoio dos que a cercam, inclusive do professor. O que foi pelos alunos vivenciado ritmicamente no ano anterior e concretamente no primeiro ano escolar necessita de ordenação. Essa organização é então intensamente trabalhada no aprendizado das contas armada.

Figura 5 – a ludicidade no aprendizado de contas armadas / grandezas de medidas a partir da própria corporalidade

A vivência de grandezas de espaço, partindo das medidas do próprio corpo, é experienciada com o entusiasmo de quem descobre o sentido da vida conhecendo pela experiência própria as possibilidades mais simples e primárias de atuação no mundo. No desenho de formas, o trabalho com simetrias compostas leva também a

⁹RUBICÃO - nome que faz analogia ao episódio da história romana antiga, quando Julio Cesar, tendo recebido ordens do senado para não se aproximar de Roma após ter vencido uma batalha, como lhe seria de direito, reflete e toma a decisão de contrariar o comando recebido. Esse episódio se passa às margens de um riacho denominado Rubicão.

traçados em que a relação entre centro e periferia traz, numa linguagem cinética e gráfica, a vivência do perceber-se único e sozinho no mundo.

Segundo ciclo - 4º e 5º ano

Nessa segunda fase, que compreende o *quarto e o quinto anos* escolares, o ensino passa a ser **descritivo**. A criança agora é mais consciente, percebe-se distanciada do mundo, e tem, então, condições de descrever com clareza aquilo que observa e aquilo que realiza. Piaget caracteriza essa etapa como aquela em que o operar sobre imagens ou modelos mentais dos objetos foi conquistado, independente da presença do objeto em si. O distanciamento entre si mesmo e o mundo se reflete numa capacidade mais objetiva de ordenação, de priorizações, permitindo que regularidades sejam percebidas e, conseqüentemente, algoritmos sejam construídos individual ou coletivamente.

A descoberta de regularidades de relações antes não conhecidas e de semelhanças entre ideias resultam em um sentimento de autoconfiança quanto às próprias capacidades, já postulava Bruner. A matemática é o campo mais fértil para tal, posto serem a ela inerentes ideias, e ideias são universais. No percurso do desenvolvimento cognitivo, tais descobertas já se davam anteriormente em nível elementar e inconsciente. A partir do *Rubikão*, quando a criança passa a ter maior cabedal para descobrir por si mesma, são elas feitas de forma mais consciente.

O professor, agora, ajuda a criança a organizar sua expressão de forma clara e objetiva, e segue apresentando-lhe, por meio de imagens, os novos conteúdos que são abordados nestes anos, ajudando-a a transformar sua compreensão em enunciados precisos. Como exemplo, citemos o universo das unidades de medida, que pode tomar forma definitiva com base na maior perspicácia e prontidão de “olhar para fora”, passando a incorporar os modelos culturalmente estabelecidos, alargando as possibilidades de lidar com grandezas e padrões, que foram vivenciadas empiricamente nos anos anteriores com base na própria corporalidade.

QUARTO ANO

No quarto ano escolar, a criança tem em torno de dez anos. A crise da solidão vivenciada no ano anterior, que a levava à busca da ordenação com sentido

do mundo, metamorfoseia-se numa visão analítica do entorno. Fragmenta-se o mundo, e o eco no trabalho com a matemática vem com o estudo das frações.

Figura 6 – introdução ao estudo das frações

O desenho de formas se complexifica e agora a capacidade de abstração é exigida para lograr o traçado de formas com cruzamentos e entrelaçamentos. O desenho geométrico à mão livre se inicia, literalmente mobilizando habilidades de raciocínio espacial. Linhas, triângulos e quadriláteros são movidos mentalmente a partir das orientações verbalizadas pelo professor e, a seguir, são desenhadas as visualizações das etapas do exercício.

QUINTO ANO

Por volta dos onze anos de idade a criança alcança um ponto de grande harmonia no seu desenvolvimento corporal. Ao relacionar-se com o mundo surgem questionamentos de maior profundidade, renunciando a vontade de compreender mais a fundo suas manifestações e seus mistérios. Como um pequeno grego clássico, ela expandiu suas capacidades de abstração e reflexão, e é capaz de realizar cálculos mentais com maior acurácia e agilidade. Sua curiosidade pelo mundo dos números se nutre com o estudo de sistemas numéricos usados em civilizações antigas, com a história do surgimento dos números decimais e sua utilização prática, com o advento da criação dos sistemas de pesos e medidas métrico decimal que facilita o intercâmbio entre os povos. A geometria estuda o movimento que está por trás do movimento aparente do traçado de um círculo, por exemplo, sistemas de pesos e medidas. Uma introdução imagética ao teorema de Pitágoras já é possível.

Introdução Decimais

Fracções decimais são aquelas cujo denominador começa com 1 seguida de um ou mais 0.

Exemplo:

$\frac{1}{10}$, lê-se um décimo = 0,1

$\frac{3}{100}$, lê-se três centésimos = 0,03

$\frac{215}{1000}$, lê-se duzentos e quinze milésimos = 0,215

- dois inteiros e dois decimos
- trinta inteiros e dois centésimos
- trinta e três inteiros e doze centésimos
- trêscentos e três inteiros e dois milésimos

NÚMEROS INTEIROS			NÚMEROS DECIMAIS (OPERACIONADOS)		
CENTE NA	DEZENA	UNIDADE	DÍGITO	CENTÉSIMO	MILÉSIMO
		3	2		
	3	0	0	2	
	3	3	1	2	
3	0	3	0	0	2

Figura 7 – introduzindo os números decimais

Terceiro ciclo - 6º ao 8º ano

Aquilo que na alma é paixão, no corpo é ação
Descartes

Na terceira fase do Ensino Fundamental, do *sexto ao oitavo ano*, após os doze anos de idade, a criança alcançou finalmente a capacidade de colocar pensamentos em relação, sopesando-os, comparando-os, percebendo a causalidade presente no mundo que a cerca, podendo amadurecer sua capacidade de concluir, ponderar e formar juízos. Na matemática isso se reflete na disponibilização da habilidade demonstrativa, e têm início demonstrações que culminam na introdução da álgebra. A argumentação é agora fator preponderante, colocando a lógica a serviço do amadurecimento cognitivo, exercitando a dedução, a ponderação, a ordenação de premissas, tendo por base o repertório constituído nas crianças até esse momento.

SEXTO ANO

Quando a criança atinge os doze anos de idade, uma transformação significativa se dá na sua biografia. Inaugura-se a capacidade eminentemente autônoma de relacionar causa e consequência. A percepção da causalidade promove uma nova forma de vivência do mundo, uma relação direta, cada vez

menos intermediada com o mundo exterior. O que era antes vivenciado tinha por característica estar ainda imerso em um mundo próprio, intermediador entre a pessoa e o mundo ao redor, encontrando agora um ponto de referência interno que, finalmente, levará à relação mais direta com o mundo exterior.

A matemática tem agora um importante papel socializador e enaltecido dos valores humanos. Partindo das considerações acima, R. Steiner enfatiza ser no sexto ano que o professor tem a última oportunidade para tratar com seus alunos determinados temas como a consciência em relação aos valores do dinheiro (valores de compra e venda, de empréstimo e de doação). O desenvolvimento psicofísico ainda não chegou ao ponto em que o egoísmo passa a preponderar sobre o altruísmo. A criança ainda não está “tingida” pela cobiça individualista que se expressa a partir dos treze anos.

Nessa idade o pensar e o raciocínio iniciam seu desabrochar no adolescente, e se prepara a passagem do conhecimento para o discernimento. Recomenda-se a introdução neste ano dos estudos ligados à matemática financeira, tendo como pano de fundo e também como primeiro passo a compreensão dos valores do dinheiro, valor de compra e venda, valor de empréstimo e valor de doação.

Figura 8 – estudo de razão e de porcentagem

Dessa maneira, os conteúdos se desenvolvem em torno de uma primeira “matemática financeira”, englobando *razão e proporção*, *porcentagem*, chegando à

primeira aproximação da álgebra por meio do cálculo de juros simples. Números expressos por meio de letra podem, segundo R. Steiner, ser chamados de “números gerais”, com validade universal, contrastando com os números definidos, trabalhados na matemática nos anos anteriores. As letras, na matemática, expressam uma antiga conexão entre o homem e o mundo dos pensamentos aritméticos que se expressavam no pleno vigor da língua, constituindo “lembranças da vida”, remetendo ao lidar com a língua viva, como era à prática que vigorou até a Idade Média, em que a “matemática retórica” era ainda praticada.

Figura 9 – explorando o uso do compasso – estudo de rosáceas

A geometria lança mão, pela primeira vez, do uso de instrumentos: régua e compasso, enfatizando a precisão do traçado nos estudos geométricos que têm o ponto de partida no traçado de rosáceas.

SÉTIMO ANO

O aluno que está ao redor dos treze anos de idade passa por um momento biográfico tenso e intenso. Ensimas-se, o interesse por si próprio e pelas próprias inquietações sobressai e sobrepuja, se contrapõe ao interesse exaltado pelo mundo ao redor que vigorou no ano anterior. Aquilo que puder ajudá-lo, nessa etapa, a voltar seu interesse para o exterior, para descobertas do desconhecido, para o revincular-se com o mundo, será o melhor instrumento para apoiá-lo. Assim, para os sétimos anos, o plano de ensino Waldorf recomenda que na matemática sejam estudadas as equações de primeiro grau em suas relações com a vida prática.

Figura 10 – caderno de matemática: cada aluno faz seu próprio livro

Partir-se-á da transformação de um texto em uma equação, como que desentranhando o esqueleto que sustenta o organismo do problema. Tais problemas exigem dos alunos um esforço grande de raciocínio. Equações já prontas serão trazidas aos alunos então, permitindo-lhes obterem habilidade maior na solução das mesmas. Quando trabalham com equações apresentadas dessa maneira, os jovens têm solicitadas as forças de seu sistema médio ou rítmico, em consonância com o momento de desenvolvimento fisiológico que vivem por volta dos treze anos de idade.

Vazar em palavras um problema leva o aluno a estar em contato com a vida que pulsa em toda língua. Em Bhaskara encontramos um desses problemas: “De um certo número de abelhas, um quinto procura uma flor e *Kadamba*¹⁰; um terço, uma flor de Silindha. A tríplice diferença entre os dois grupos voa para pousar nas flores de um *Kutaja*¹¹. Ficou apenas uma abelha que continua voando no ar, atraída, ao mesmo tempo, pelo perfume de um jasmim e a fragrância do *pândano*¹². Diga-me, linda Lilavati, qual era o número de abelhas?”

Os números relativos também são introduzidos no sétimo ano escolar. Partir da reflexão sobre um jogo de elementos contrários conecta o tema à vida dos

¹⁰ **KADAMBA**: flor do sudeste asiático usada para venerar a deusa LalithaDevi

¹¹ **KUTAJA**: nome sânscrito de uma erva medicinal usada na medicina ayurvédica

¹² **PÂNDANO**: Árvore tropical, de copa piramidal e aspecto curioso.

alunos, levando-os à compreensão viva da matéria, depois imagens e exemplos são seguidos por atividades no campo dos números puros.

A prática da geometria no sétimo ano se volta às demonstrações geométricas. Os desenhos realizados no ano anterior podem ser retomados e sumarizados, encaminhando o estudo para demonstrações de áreas de polígonos, relações angulares e outras.

OITAVO ANO

O aluno do oitavo ano está em seu décimo quarto ano de vida. Uma etapa chega ao final, a do segundo setênio, e uma nova se avizinha com grande ímpeto, já se fazendo pressentir desde os doze anos de idade.

Todo o conhecimento construído ao longo do aprendizado matemático até o presente momento alcança uma oitava acima. Monômios e polinômios, processos de radiciação, produtos notáveis, introdução ao número PI, estudo de volumes, compõem o panorama de estudo.

Figura 11 – revisando e ampliando o conteúdo da *potenciação*

Os sólidos platônicos têm papel principal no trabalho com a geometria, percorrendo um caminho que parte da imaginação, passa pela construção do desenho geométrico, chegando à planificação e à modelagem dos mesmos. Esse

trabalho re-úne todos os conhecimentos já adquiridos nos anos anteriores, elevando-os ao patamar imaginativo e até mesmo filosófico.

Quarto ciclo - o Ensino Médio

Quando o jovem adentra o terceiro setênio, profundas modificações se operam, de ordem fisiológica, psicológica e epistemológica. O papel do professor, portanto, também deve mudar daquele que, diante das crianças, desvendava e apresentava a beleza do mundo. O professor passa a ser o representante do mundo enquanto expresso na sua disciplina em particular.

Ser um especialista na sua matéria, no entanto, não significa que o professor vá conduzir seus alunos a se tornarem também especialistas, muito pelo contrário.

(...) os jovens de hoje parece que não aceitam mais se engajar em um processo que se lhes quer impor sem que tenham sido antes convencidos de que esta via é interessante para eles ou para a sociedade. Isto vale para todos os cursos, mas talvez ainda mais para a abstração científica. Minha geração estava pronta a assinar em branco, sem ter certeza de que o desvio pela abstração nos forneceria alguma coisa. Muitos jovens de hoje pedem que lhes seja mostrado de início a importância – cultural, social, econômica ou outra – de fazer este desvio. Mas nós, seus professores, estamos prontos e somos capazes de lhes mostrar esta importância? (FOUREZ, 2003)

O papel mediador agora se modifica, e a tarefa principal será a de guiar o jovem no campo do LOGOS, de maneira a que, percebendo e conhecendo o mundo ao redor, perceba-se e se reconheça.

NONO ANO

“Algumas coisas são sempre o mesmo (HEGYI, 2015)” - O lugar da perenidade na matemática - Identidades algébricas, lugar geométrico e probabilidade

A palavra-chave para lidar com o jovem do nono ano é ROTINA. Para tal, encontramos dois pilares básicos na matemática, um na álgebra e outro na geometria. Na álgebra temos as teorias algébricas: identidades algébricas, como $(a+b)^2$. Lidar com elas é a parte preponderante do trabalho com o jovem de 15 anos. Outro tópico é a geometria, construindo certos conceitos que têm alguns pontos em

comum, como “onde se localizam os pontos que equidistam de um ponto dado?”. Os jovens naturalmente já conhecem essa abordagem, e lançam mão do conhecimento que vem desde o quinto ano do Fundamental. “*Onde se localizam os pontos que equidistam de uma linha reta*”... “*dados três pontos...*”, e assim por diante. A soma das distâncias de um ponto a outros dois pontos será sempre a mesma – isso ocorre na elipse. Um terceiro tópico pode ser a introdução do estudo de probabilidades com ênfase na combinatória.

No nono ano, o adolescente precisa vivenciar a sensação de SEGURANÇA, deve-se dizer a ele como as coisas devem ser feitas. Não significa trazer fórmulas prontas, mas desenvolver algoritmos. TESE é a palavra para o nono ano, por isso são construídas definições em conjunto com os alunos, criando e descobrindo identidades matemáticas. Dessa forma, eles chegam à sensação que lhes promove saúde nesse momento biográfico, pois percebem, pela vivência, que EXISTEM COISAS QUE SEMPRE CONTINUAM DO MESMO JEITO.

DÉCIMO ANO

O ano da “Análise” – aplicando a matemática – funções quadráticas, trigonometria, geometria descritiva

O processo de transformações psicofísicas chega a seu ponto mais crítico aos 16 anos. Ao se mirar no espelho, vez ou outra, o jovem mal consegue se reconhecer, encara sua própria imagem no espelho, olha, pensa, e conclui “*esse é um estranho*”. Agora se dá conta de que o mundo não é tão fulgurante e belo quanto quando era criança, e, pela primeira vez, se depara com a condição de que a realidade é dura. Podemos comparar tal momento com a parábola que começou a decrescer no sexto ano da escola, quando o peso característico do início da puberdade se instalou na corporalidade. Agora ela chega ao seu ponto mínimo. Profunda dor e tristeza se estampam no seu rosto, “*não há esperança, por que deveria eu fazer qualquer coisa? Nada pode ser perfeito, viver nesse mundo é algo cada vez mais complicado...*”

Desesperança, tudo está se partindo ao redor. É difícil reacostumar-se consigo mesmo. Na matemática, nessa fase, são trabalhados tópicos nos quais coisas podem ser analisadas, investigadas, observadas. A palavra agora é ANÁLISE. Um grande tema é a QUADRÁTICA. Equações do segundo grau,

fórmulas, funções e diversas maneiras de serem resolvidas as equações quadráticas. Cada um desses temas deve ser abordado de formas variadas, atingindo a multiplicidade de individualidades que se congrega em uma classe escolar.

O trabalho com a geometria envolve vivências conectadas ao cotidiano do mundo. Tudo o que se conecta com o círculo, com semelhanças –similaridade de triângulos, de formas, congruência são temas relevantes. Desenho geométrico e álgebra efetivamente se encontram. O teorema de Pitágoras, o estudo da trigonometria relacionada com o desenho de mapas em escala feitos a partir de levantamentos topográficos. Seno, cosseno e tangente se transformam em um desenho conectado ao mundo. Problemas geométricos são agora propostos, tais como as relações entre uma escada e a parede na qual está encostada. A álgebra é necessária para tais cálculos, os desenhos são realizados, pois são necessários, mas é preciso usar equações e cálculos, estudar regras da trigonometria, pois são necessários para o desenho.

Figura 12—estudo de trigonometria – texto de aluno

Mesmo na música, no repertório da música clássica, em Mozart, por exemplo, relações podem ser encontradas com as leis de Newton. Um gráfico em espiral,

como o abaixo, expressa a escala do Prelúdio de J. S. Bach para piano. O ângulo mostra os níveis do tom musical. A linha horizontal representa o meio, o Dó. Ao se mover no sentido horário, o tom muda para Dó sustenido, Ré, Ré sustenido, Fá, e assim por diante. No ângulo de 180 graus, o Dó torna-se o Dó uma oitava acima. O Dó médio é representado pela linha horizontal mais longa. Quando se torna uma oitava acima da linha, é mais curto. As notas vermelhas desenhadas dentro das linhas pretas são a escala para uma oitava acima e as linhas verdes, duas oitavas acima.

Figura 13 - prelúdio de JS Bach para piano,1936 - representação gráfica em duas dimensões

Aos 16 anos, os jovens têm a necessidade de verificar que aquilo que aprende tem correlação com a vida prática, é útil para a vida, por isso faz sentido. A questão inerente é “quando e para quê usarei isso?”

DÉCIMO PRIMEIRO ANO

O ano da “Antítese” – abrindo o coração para o outro, a chegada dos novos paradigmas na matemática – geometrias não euclidianas, geometria analítica, logaritmo, astronomia.

Mais fortalecidos psicicamente, os adolescentes estão agora desesperados por aprender. Ideias e pensamentos sobre si mesmos e sobre os outros pululam. Tentam encontrar seu caminho próprio na vida. “O *quê* cabe a

mimrealizar na Terra, qual a minha tarefa?”, as respostas são incessantemente buscadas, alguns começam a trabalhar.

Nessa etapa o jovem quase adulto consegue abrir seu coração para o outro e perceber que não está sozinho no mundo, que há outros ao seu redor, e quão interessante e importante é o trabalho conjunto. A curva da parábola começa a ascender.

É o ano da ANTÍTESE. Aqui se aprende algo, lida-se com temas de estranha beleza, o jovem de 17 anos é afeito ao abstrato, ao filosófico. De certa forma são “anormais”, mas isso tem maior beleza do que o normal, do que as coisas ordinárias, comuns. A sensação dos alunos é de que estudam algo diferente, fora do usual, mas também se sentem fortalecidos o suficiente, organizados, para tal. Agora chega o logaritmo, e é algo muito abstrato pensar que qualquer número pode ser a potência de qualquer outro número, é uma atividade árdua.

A geometria analítica também tem a sua hora. Eis a questão, pois trata-se de algo tão abstrato quando se escreve uma tal equação com duas incógnitas, e é possível dizer a forma geométrica que a mesma tomará, assim como várias outras informações, como sua localização, sua forma etc.

O âmbito psíquico do jovem corresponde àquele que se inaugura no início da era moderna, quando valores, teorias e muitas até então certezas, se colocam de “cabeça para baixo”. Geometrias diferentes, não euclidianas, geometria esférica, hiperbólica, geometria projetiva têm a sua vez. Representam elas formas muito diferentes de se olhar para o mesmo tema, diferentes pontos de vista que se complementam e se ampliam. Com a geometria esférica, conhecemos um diferente ponto de vista. Na geometria projetiva existem elementos que não podem ser “vistos”, mas que estão presentes, podem ser pensados, como o ponto infinitamente distante e outros. Com a geometria hiperbólica, uma vez apreendida a geometria esférica, podem ser construídas conexões interessantes.

DÉCIMO SEGUNDO ANO

O ano da “Síntese” – olhando para o mundo de frente

A palavra agora é SÍNTESE. O jovem de 18 anos está finalmente subindo a curva da parábola, e tem uma visão ampla sobre o mundo que o cerca, conseguindo olhá-lo de forma distanciada, objetiva. Consegue, a partir desse ponto de vista, olhar

e refletir sobre sua própria turma, sobre como é o funcionamento da escola, o que efetivamente funciona ou não no mundo, como os adultos trabalham, o que pode ser valorado pelo dinheiro e o que não. Depara-se com a dificuldade existente nas tomadas de decisão. Conexões com o que se apresenta no mundo real.

Esses jovens podem, agora, pensar sobre o mundo e conversar sobre seus grandes problemas. Se o trabalho escolar foi feito apropriadamente, eles serão capazes de formar juízo com ponderação, de considerar ao menos três lados distintos de uma mesma questão. Conseguirão abrir sua escuta ao outro, considerar opções outras que não as próprias.

Provavelmente terão alguma ideia do que querem para a própria vida, ou mesmo da escolha profissional.

Tudo o que foi aprendido até esse momento deve ser retomado e sumariado. Na matemática, os temas devem demandar o uso de todo o conhecimento coletado desde o nono ano escolar. Um tema importante são as funções, podendo-se chegar ao cálculo, com a introdução às derivadas e integrais, pois esse estudo é, desde o início, muito abstrato. As definições são muito genéricas, ao ser tomado quaisquer conjuntos de elementos, de um deles o outro poderá ser determinado.

Outro grande tema são as funções, que podem levar ao cálculo posteriormente. Desde o mais tenro início até o final, elas são tão abstratas, sua definição é tão genérica, que pode ser gerada a partir de qualquer coisa. Há dois pares de elementos, e de um elemento de um desses pares, determina-se o elemento do outro par. Não é necessário desenhá-lo, trata-se de uma regra sobre determinação, não de um desenho. Ela não é um gráfico da função, pois ela existe sem necessidade do gráfico. Se começou-se desenhando antes, os alunos terão forte tendência de que a cada vez que forem desenhados eixos, será desenhada uma função em seguida, e não se trata disso. Funções podem ser geradas a partir de qualquer coisa. Entre pessoas e sapatos, entre animais e comida, e assim por diante.

$$f(x) = x + 7$$

Agora podemos usar tudo o que já foi antes aprendido. Os jovens também têm grande interesse em bancos, podem ser estudados os juros compostos. Séries que apresentam uma tendência, algo presente neles nessa idade, e que

representam que se vou mais e mais adiante, chego PRÓXIMO a um determinado número. Series: série geométrica, infinitesimal, série aritmética, somas infinitas, Fibonacci, Dirichlet. Se o professor sente que eles entenderão o conceito de limite, limite também pode ser estudado.

Na geometria, trabalham-se interseção de sólidos e determinação de volumes de sólidos variados, assim como problemas com áreas. Problemas como quando se toma um retângulo ou outro polígono fazendo-o girar em torno de um eixo, como se nele fosse colocado um bastão, girando-o até formar uma nova forma, os sólidos de revolução.

Capítulo 3 - O CAMINHO DA GEOMETRIA NA ESCOLA WALDORF

"O universo está escrito em linguagem matemática; e os caracteres são triângulos, círculos e outras figuras geométricas." Galileu Galilei

Cultivar a sensibilidade espacial é a meta do trabalho com a geometria na escola Waldorf. A sensibilidade espacial, em última instância, permite ao ser humano situar-se verdadeiramente sobre a Terra. O caráter tridimensional se destaca, obviamente, e, segundo R. Steiner (1923), *a tridimensionalidade quer ser vivenciada.*

Temos hoje, em nossa era intelectualística abstrata, a representação das três dimensões do espaço como algo que paira em algum lugar, no ar são três linhas perpendiculares entresi, que são imaginadas até o infinito. Naturalmente isso se pode conquistar gradativamente através da abstração, mas não é vivenciado. (R. STEINER, 1923, Dornach)

Figura 14 – a GEOMETRIA no *quadrivium*

A primeira dimensão a criança vivencia pelo inconsciente quando aprende, a partir da posição horizontal do bebê, a levantar-se e entrar em equilíbrio com o mundo, estabelecendo a si própria como eixo de referência, *aí está concretamente presente a tridimensionalidade*, segue R. Steiner. A segunda dimensão é conquistada quando se abrem os braços, abarcando a horizontalidade do mundo, o espaço ao redor. A terceira dimensão é a que vai de frente para trás e vice-versa, e essa integra, pouco a pouco, a temporalidade. *O homem vivencia primeiramente em si aquilo que ele representa em figuras geométricas, mas somente naquela idade em que ainda tem muito de inconsciente, de meio sonhador. Mais tarde isso é traduzido para cima e apresenta-se de maneira abstrata*, continua R. Steiner, afirmando também que durante o primeiro setênio a

criança vivencia a geometria de forma inconsciente, com o corpo inteiro, a partir do movimentar-se no espaço.

A partir do segundo setênio, *isso se torna anímico e temos de torná-lo fisiológico, de certa maneira – como se dá em uma solução que quando é esfriada pode formar uma sedimentação, e a outra parte, em consequência, fica um pouco mais clara*, defende R. Steiner (1923), numa analogia ao processo de amadurecimento que ocorre a partir da consciência que se firma paulatinamente nessa etapa. O distanciamento, o destacar-se que se amplia entre sentimento e razão, possibilitam essa tomada de consciência. Mas, como conduzi-lo?

Entre nós – na Escola Waldorf – os professores não devem se dar por satisfeitos quando as crianças sabem desenhar um círculo, mas sim, é preciso que nossas crianças aprendam a sentir o círculo, o triângulo, o quadrado. Elas têm de desenhar o círculo de tal modo que tenham o redondo em seu sentir. Elas precisam aprender a desenhar o triângulo de tal modo que tenham os três ângulos no sentir, de maneira que ao insinuar o primeiro ângulo tenham o sentir de que: aqui serão três ângulos. Igualmente, elas devem desenhar o quadrado de modo a sentirem a formação dos cantos, de modo que desde o início o sentir permeie todo o traçado das linhas. Entre nós, uma criança tem que aprender o que é um arco, o que é uma horizontal, o que é uma reta vertical, mas não simplesmente para o observar, e sim para o acompanhamento interior com o braço, com a mão. (R. STEINER, 1920, Basel, 6ª palestra)

Conduzir o trabalho com a criança de forma a que ela conquiste a habilidade de traduzir sua movimentação no espaço sobre uma superfície bidimensional implica em que ela, antes, logre transpor a movimentação exterior para um movimento interior, interiorizado. O resultado será um pensar vivo, flexível, o raciocínio espacial na verdadeira acepção da palavra.

...é bom suscitar na criança uma representação do triângulo que, propriamente dito, está em movimentação interior; de maneira nenhuma a representação de um triângulo dinâmico, que tanto pode ser um acutângulo, como obtusângulo ou um retângulo, porque de nenhum modo tomo a representação do triângulo estético, mas sim a representação do triângulo móvel. Imaginem, senhores, quão transparente seria todo o ensino do triângulo se eu partisse de um conceito de movimentação interior desse tipo para desenvolver o triangular. (R. STEINER, 1920, Basel, 13ª palestra)

Resultam propriamente ditos, três caminhos de ensino - além do desenhar para o ensino da escrita, cada um dos quais representa um todo em si:

Primeiro caminho de ensino: antes do nono ano de vida cuidar-se-á da configuração artística livre: simetria, derivação, ampliação, complementação etc. – desenhando, pintando e modelando plasticamente, sem o apoio em sujeitos/objetos.

Segundo caminho de ensino: em torno do nono ano de vida será iniciado um primeiro caminho de ensino de geometria que abrange as figuras geométricas habituais e descobre as suas relações, mas, ao fazê-lo, precisa permanecer puramente na observação interior. Ele deve mirar o seu ponto de chegada no Teorema de Pitágoras.

Terceiro caminho de ensino: somente este, que começa no décimo primeiro ou décimo segundo ano de vida, deve levar ao procedimento rigoroso da formação do conhecimento matemático e precisa, por isso, retrabalhar, a partir dos elementos, aquilo até agora já conhecido por Rudolf Steiner, que considerava também o processo “visual”, imaginativo, como genuína geometria. Isso mostra sua defesa da demonstração visual para o Teorema de Pitágoras já na época entre o nono e o décimo primeiro ou décimo segundo anos de vida.

Aquilo que as crianças aprenderam a partir do movimentar-se e depois representar desenhando será alcançado com a efetiva compreensão geométrica a partir do sexto ano escolar, quando se chega à geometria rigorosamente demonstrativa. (STOCKMEYER)

Como visto, a disciplina da Geometria na Escola Waldorf tem um papel peculiar, à parte do que se conhece como desenho geométrico na escola convencional. O traçado de linhas é sempre considerado uma decorrência de um movimento levado ao repouso, ou seja, o rastro desse movimento.

Desde a Educação Infantil, a compreensão do papel da atividade do desenhar para a criança pequena, a atenção dada ao desenho infantil e seus desdobramentos, indica a percepção da relação intrínseca entre o traçado e a percepção de movimento que tem a criança.

Nos anos iniciais da Educação Básica esse trabalho é desenvolvido sob o título de **desenho de formas**, no qual a LINHA RETA e a LINHA CURVA assumem o papel principal, inicialmente de forma simples e evidente e, posteriormente, em relações cada vez mais complexas. A primeira etapa do Ensino Fundamental, do primeiro ao terceiro ano escolares, tem parte de seu tempo letivo dedicado a esse *traçado de formas*, o traçado de formas, preferencialmente em épocas e também em atividades diárias ou ao menos semanais. Nos quarto e quinto anos a geometria como tal inicia-se à mão livre, e no sexto ano as atividades com instrumentos geométricos, compasso, régua, esquadros, transferidor são introduzidas. O percurso da disciplina ano a ano, exposto mais adiante, explicitará esse caminho que

paulatinamente conduz a criança de suas conquistas sensoriais ao mundo do pensamento.

A seguir, prosseguiremos com um mergulho mais profundo em elementos que permitam ampliar a compreensão do vínculo entre o aprendizado da geometria e o movimento.

Motricidade, emoção e aprendizagem

Segundo Wallon, as emoções dependem fundamentalmente da organização dos espaços para se manifestarem. A **motricidade**, portanto, tem caráter pedagógico tanto pela qualidade do gesto e do movimento quanto por sua representação. Um questionamento pertinente seria se os espaços destinados à educação escolar levam em consideração, e de forma consequente, esse fator, tanto nos espaços que a abrigam quanto, e principalmente, na organização didático-pedagógica do cotidiano letivo.

Conforme as idéias de Wallon, a escola infelizmente insiste em imobilizar a criança numa carteira, limitando justamente a fluidez das emoções e do pensamento, tão necessária para o desenvolvimento completo da pessoa. Por que, então, a disposição do espaço não pode ser diferente? Não é o caso de quebrar a rigidez e a imobilidade adaptando a sala de aula e o planejamento didático para que as crianças possam se movimentar mais? Que tipo de atividades e de materiais são disponibilizados aos alunos para que empreendam passos de aprendizagem de forma lúdica ou pedagógica?

Estudos realizados por Wallon com crianças entre 6 e 9 anos mostram que o desenvolvimento da inteligência depende essencialmente de como cada uma faz as diferenciações entre si e a realidade exterior. Primeiro porque, ao mesmo tempo, suas ideias são lineares e se misturam – ocasionando um conflito permanente entre dois mundos, o interior, povoado de sonhos e fantasias, e o real, cheio de símbolos, códigos e valores sociais e culturais.

Nesse conflito entre situações antagônicas ganha sempre a criança. É na *solução dos confrontos* que a inteligência evolui. Wallon diz que o sincretismo (mistura de ideias num mesmo plano), bastante comum nessa fase, é fator

determinante para o desenvolvimento intelectual. Daí se estabelece um ciclo constante de boas e novas descobertas.

O movimento - planejamento e execução

Julgamos importante lançar um olhar ainda mais detalhado sobre o sentido do movimento, para relacioná-lo de forma mais clara com o currículo da geometria na Escola Waldorf.

A motricidade humana percorre um caminho de desenvolvimento que tem como ponto de partida um estágio em que os movimentos se apresentam caóticos, desorganizados e automáticos, no recém-nascido. Chegam paulatinamente à execução motora própria, autônoma, voluntária, ordenada e consciente. As etapas que levam do estágio inicial ao plenamente amadurecido acompanham o crescimento da criança e se associam ao refinamento da capacidade perceptiva do órgão sensorial correspondente, a musculatura. Tal aprimoramento se dá apenas quando o organismo motor é efetivamente vivenciado, ou seja, ao ser experimentado, ativado, num processo de conhecimento, conquista e domínio das capacidades próprias.

A dinâmica motriz humana aponta para a relativa separação entre os estágios de planejamento e execução do movimento. O grupo de Per Roland, cientista sueco, contribuiu para a compreensão neurofisiológica desse fato, ao debruçar-se sobre o experimento bastante engenhoso descrito a seguir:

... foi solicitado a voluntários humanos que executassem, em momentos distintos, três tarefas diferentes. Na primeira, deveriam simplesmente executar flexões e extensões repetidas do dedo indicador da mão direita. Em uma segunda tarefa, tocavam repetidamente, com a ponta do polegar, a ponta dos demais dedos em uma sequência previamente definida. E na terceira e última tarefa, eram solicitados a imaginar a sequência motora anterior, mas sem executar realmente o movimento, apenas “ensaiando” mentalmente sua execução.

Durante a realização das três tarefas, os voluntários eram submetidos a um tipo especial de tomografia computadorizada, SPECT-(a sigla vem do nome inglês “Single-PhotonEmissionComputedTomography”), que pôde evidenciar áreas funcionalmente mais ativas do córtex cerebral em função de variações do fluxo sanguíneo regional. O resultado desse experimento é ilustrado na Figura A.

Figura 15 - Experimento evidenciando a participação de diferentes áreas corticais em função da tarefa motora (veja tabela 1 para maiores detalhes).

<p>Lobo frontal - Responsável pela elaboração do pensamento, planejamento, programação de necessidades individuais e emoção.</p>
<p>Lobo Parietal - Responsável pela sensação de dor, tato, gustação, temperatura, pressão. Estimulação de certas regiões deste lobo em pacientes conscientes produz sensações gustativas. Também está relacionado com a lógica matemática.</p>
<p>Lobo temporal - É relacionado primariamente com o sentido de audição, possibilitando o reconhecimento de tons específicos e intensidade do som. Tumor ou acidente afetando esta região provoca deficiência de audição ou surdez. Esta área também exibe um papel no processamento da memória e emoção.</p>
<p>Lobo Occipital - Responsável pelo processamento da informação visual. Danos nesta área promove cegueira total ou parcial.</p>
<p>Cerebelo - Responsável pela manutenção do equilíbrio e pelo controle do tônus muscular e dos movimentos voluntários, bem como pela aprendizagem motora. Dependemos do cerebelo para andar, correr, pular, andar de bicicleta, entre outras atividades.</p>
<p>Tronco Cerebral - atua junto com a medula espinhal para controlar as funções vitais, como o batimento regular do coração, a pressão sanguínea e a respiração. Mas a função mais importante do tronco cerebral é controlar a consciência, desligando as atividades do cérebro quando dormimos e ligando quando acordamos. Mesmo quando dormimos o tronco cerebral controla e confere nossas atividades vitais, mantendo o corpo funcionando.</p>

Tabela 1 – função das diferentes áreas corticais

Este experimento ajuda a corroborar a hipótese que inter-relaciona o desenvolvimento sensório-motor ao desenvolvimento cognitivo, pois ao evidenciar claramente o efeito que a atividade motora desencadeia nas diversas áreas do cérebro humano, demonstra o processo neurofisiológico da aprendizagem em atividade.

Especificamente o trabalho com a geometria na educação básica da escola Waldorf possibilita e pavimenta a transição do movimento físico à mobilidade no pensar, instrumentalizando-o de maneira consistente e ordenada, elevando-o a uma condição de abstração que transcende as âncoras sensoriais, início de todo este processo.

Oitenta e cinco por cento das informações que captamos o fazemos por meio do sentido da o visa, segundo Del Grande, 1994. Contudo, de acordo com Rêgo e Vieira, 2011, é necessário distinguir o ver do visualizar, uma vez que o ato físico de ver desenvolve-se naturalmente, enquanto o ato de visualizar para verificar se a imagem satisfaz determinadas condições formais necessita da realização de atividades direcionadas a esse propósito. (MANOEL, 2014)

A neurociência traz inestimáveis contribuições para a compreensão do desenvolvimento cognitivo, mas podemos ir além. A partir do estudo das obras de Rudolf Steiner e dos pesquisadores que deram continuidade a ela depreende-se que a forma dos objetos e seres da natureza é a concretização, a materialização do movimento gerado pelas ideias arquetípicas que vivem no mundo espiritual (R. STEINER, 2007). Lidar com o movimento de forma consequente eleva o elemento perceptivo à dimensão cognitiva mais sutil e rica de sentido, simultaneamente, *ao aprendermos a pensar, apoderamo-nos das coisas da natureza exterior. (STEINER, 2000)*. A geometria é, por excelência, ferramenta que propicia vivência apropriada à relação do pensar.

Multidimensionalidade do movimento e bidimensionalidade sobre uma superfície plana

A atividade de traçar linhas sobre uma superfície pode ser entendida como a tradução da multidimensionalidade do movimento corporal para a bidimensionalidade de uma superfície plana, como a do papel.

O desenho, como outras formas de linguagem expressiva, é uma atividade do imaginário aliada a um desejo de captar e de se apropriar de conteúdos que se iniciam no conhecimento da própria corporalidade, transcendendo ao conhecimento do ambiente circundante, chegando à representação de imagens próprias, criadas interiormente. O ato de desenhar promove, segundo Méredieu (1974, apud Derdik), intenso exercício mental, emocional e intelectual, e, a partir dele, o mundo é continuamente reinventado.

Dominar o movimento corporal a ponto de ser capaz de transpô-lo para a bidimensionalidade constitui uma das primeiras etapas da abstração cultural humana. A “tradução” de uma trajetória percorrida no espaço para um traço no papel - o princípio da cartografia - é etapa posterior à aquisição do esquema corporal e da geografia corporal.

A geometria, no entanto, depende eminentemente do sentido cinestésico, buscaremos descrevê-lo a seguir. A forma geométrica é “percorrida”, por assim dizer, pelo movimento ocular, envolvendo principalmente a musculatura, mais do que os bastonetes receptores de luz, eferentes do sentido da visão.

A relação do estudo da geometria com o sentido cinestésico- Um percurso curricular com base no movimento

O percurso inicial do desenvolvimento gráfico

Observamos estes desenhos da criança. Aquilo se poderia denominar de correto sentido de espaço, as crianças abaixo do sétimo, oitavo e mesmo o nono ano ainda não o têm. A isso ela chegará só mais tarde quando de modo gradativo, toma lugar interiormente a outra força no desenvolvimento infantil. Até o 7º ano trabalha na organização infantil o querer, que depois, como ele disse é arremessado no corpo. Esse querer é adequado para desenvolver dentro de si o sentido de espaço, de modo que através de tudo o que acabei de dizer, através desse desenvolver um sentido de espaço por meio de jogos de movimentos, através da observação daquilo que acontece quando surgem figuras de sombras.

Expressamente através daquilo que surge do movimento e é fixado, posto que através de tudo isso o querer é desenvolvido, o homem chega a essa compreensão muito melhor das coisas do que por raciocínio, mesmo que seja pelo lúdico juízo infantil, o qual se expressa de maneira plena, o qual quer ser narrativo.” (R. Steiner, 1920, Basel, 13ª palestra)

A relação intrínseca entre MOVIMENTO e GEOMETRIA é o recorte eleito na disciplina da Matemática para exemplificar de forma mais detalhada o vínculo existente entre o desenvolvimento do organismo sensorial e o desdobramento das etapas de aprendizagem nessa disciplina. Para tal, foi aprofundado o estudo sobre o **sentido cinestésico**, aportando alguns elementos que vinculam a motricidade, a afetividade e a aprendizagem.

O currículo da disciplina da Geometria será exposto a seguir da forma como é trabalhado na Escola Waldorf, partindo do trabalho na educação infantil e explicitando o vínculo defendido, etapa por etapa, em seu percurso ao longo da trajetória escolar - indo do movimento corporal para a mobilidade cognitivo.

Educação Infantil

Desenho infantil
Desenho figurativo

Ensino Fundamental

1. *Linha reta e linha curva*
2. *Eixos e Simetrias*
3. *Centro e periferia - desenho de formas dinâmicas, simetrias compostas*
4. *Cruzamentos e entrelaçamentos*
5. *Geometria à mão livre*
6. *Geometria com instrumentos*
7. *Geometria plana*
8. *Perspectiva e demonstrações geométricas*

Ensino Médio

9. *Estudo dos sólidos platônicos*
10. *Seções cônicas e curvas de revolução*
11. *Geometria descritiva*
12. *Geometria projetiva, astronomia e embriologia*

O desenho infantil

“O primeiro espaço gráfico da criança é a projeção do corpo sobre o papel” (Méredieu, 1974, apud DERDIK).

O movimento se dissipa na temporalidade, no entanto, a linha, o ponto, a mancha ficam registrados misteriosamente no papel.

A criança rabisca pelo prazer de rabiscar, de gesticular, de se afirmar. O grafismo que daí surge é essencialmente motor, orgânico, biológico, rítmico. Quando o lápis escorre pelo papel, as linhas surgem. Quando a mão para, as linhas não acontecem. Aparecem, desaparecem. A permanência da linha no papel se investe de magia e esta estimula sensorialmente a vontade de prolongar este prazer. É um prazer autogerado. Autoria da magia depende exclusivamente da criança. (DERDIK, 2015)

A criança liga a sua ação com os movimentos corporais e promove uma comunhão entre si e o meio, entre si e o cosmos. O instrumento é o prolongamento da mão, o mundo é o prolongamento do corpo. A relação física e sensorial que a criança estabelece com o desenho possibilita a experiência de novas realidades. O gesto da criança, à medida que o experimenta sobre a superfície do papel, é de início desordenado, ele sequer conhece a dimensão deste. Com o experimentar continuado de novas estruturas de movimento, o gesto se ordena, naturalmente, adquirindo ritmo, arredondando-se. Passa do contínuo ao descontínuo, do rápido ao lento e contemplativo, e a criança explora o espaço gráfico com domínio crescente. O olho que acompanha a mão é por ela guiado, inicialmente num universo desconhecido. Passa então a ser o comandante do barco, fazendo com que a mão seja sua comandada – é um processo de aquisição de consciência, de cognição.

Quando a criança pequena desenha, experimenta, inicialmente, a dimensão do movimento em outra dimensão, a bidimensionalidade. A garatuja mostra que ela retorna ao padrão de movimento característico do início da vida. O padrão caótico, desordenado, evidencia o início de um caminho de aquisição de ordem, que chega com um traço circular. Estes primeiros círculos demonstram uma conquista espacial diferente daquela no espaço tridimensional já conhecido. O círculo se fecha, uma percepção de movimento foi dominada, dela a criança tomou posse. A etapa seguinte inicia-se com pontos que, de maneira contumaz, repetem-se principalmente dentro do círculo, concentrando-se dentro de um espaço limitado, deixando mais

clara a conquista deste espaço interno. Coincide este momento com aquele em que a criança passa a se autodenominar EU, em contraponto à terceira pessoa utilizada até então. Raios que irradiam do círculo, agora numa direção centrípeta, são seguidos por “escadas” ou padrões de cruzamento do espaço do papel, culminando nos rudimentos de figuras humanas. Finalmente uma setorização clara se estabelece, surgem chão e céu, casas com telhados e chaminés, e consolida-se um enredo ligado ao desenho, o que antes era variável de acordo com o momento - um traçado ora passava por pato, ora por barco, ora por carro.

Figura 16 – o desenho infantil e suas etapas: garatuja inicial e sequência que mostra a organização expressa no espaço do papel

Os conteúdos da produção gráfica infantil correspondem ao desenvolvimento do aparelho neurológico, físico, perceptivo e mental da criança. Derdik (2015) assim o afirma, a partir de suas pesquisas sobre o processo de aquisição da linguagem gráfica. Segundo a autora, *a transformação física, psíquica e emocional incita a criança a um estado de atenção para o mundo*, assim, ela projeta em seu desenho, inicialmente, seu próprio esquema corporal em traços, rabiscos, as garatujas. Exibem estes *uma atividade profunda do inconsciente*. Fayga Ostrower (1978, apud DERDIK) defende que a expressão artística equivale na criança a um experimento direto, e nesta atividade ela não altera o mundo que a cerca de maneira intencional, mas o faz como necessidade de seu próprio crescimento. *A criança é extremamente fiel às necessidades de seu sistema nervoso e às suas necessidades existenciais, o que confere um tom de veracidade a todos os seus gestos*. O desenvolvimento gráfico infantil é patrimônio universal da

inteligência humana, e pesquisas o comprovam analisando o desenho de crianças nas mais diversas partes do planeta.

Procuramos descrever, assim, como a criança, ao desenhar experimenta e expressa de forma inconsciente o movimento em uma dimensão diversa da cotidiana, bem mais restrita e misteriosa: a do papel.

O desenho figurativo

Por volta dos seis anos de idade, o desenho figurativo, executado a partir de certo planejamento, se estabelece. Elementos arquetípicos ainda são as figuras características do desenho de toda criança nesta idade, mas ela adquiriu a capacidade de dar a devida intencionalidade ao movimento de suas mãos, produzindo um conjunto ordenado. Este é um marco, inclusive, a ser observado no que tange à prontidão escolar.

Figura 17 – o desenho figurativo

O desenho de formas na pedagogia Waldorf

Onde no âmbito da arte nós trabalhamos diretamente com o sentido do movimento? A percepção da forma de um objeto se dá por meio dos sutis movimentos realizados pelos músculos oculares. Esta capacidade surge ao redor dos sete anos, quando aquilo que foi percebido sensorialmente logra ser reproduzido pela atividade interior da criança.

Na análise dos sentidos feita por Rudolf Steiner, é considerada a existência de muitos sentidos claramente distinguíveis além dos habitualmente aceitos, o sentido do movimento é um deles. A tarefa desse sentido, perceber o nosso

movimento próprio e todo o movimento que acontece fora de nós, inclui a vivência de todas as formas, pois são *as movimentos que chegaram ao repouso*, são rastros. Enquanto o nosso sentido de visão registra a cor de uma superfície redonda, o nosso sentido do movimento percebe a forma do contorno percorrendo sua periferia.

O sentido de equilíbrio também é ativado, e o nosso impulso para corrigir algum ponto inexato em um traçado indica que estamos ligeiramente perturbados no bem estar sentido pelo sentido vital. De maneira semelhante, todas as formas existentes têm um efeito sobre o sentido do equilíbrio através do sentido do movimento. A reação do sentido vital indica até que ponto uma forma, seja derivada da natureza ou da arte, é harmoniosa.

Todas as formas que contêm em si um movimento que se torna cada vez mais complexo são de ajuda para trazer o Eu à atividade, afirma R. Steiner. Formas de intersecção ou formas que não estão baseadas num sistema geométrico e que, portanto, são difíceis de seguir, requerem alto grau de vigilância e consciência ativada enquanto são desenhadas.

Gradualmente a consciência da tensão invisível de forças dentro de um desenho leva ao aprendizado de como organizá-las e controlá-las. Isto requer muita atenção em todos os momentos. Aquilo que já foi criado deve elevar-se rapidamente até o âmbito da ideia e, então, a imaginação sendo estimulada continuamente, gera frutos em capacidade de mobilidade do pensamento e criatividade.

Na escola Waldorf o traçado de formas tem início no primeiro ano do ensino fundamental, com maior ênfase nos anos iniciais, mas sendo indicado até os anos finais.

Primeiro ciclo

A geometria poderá ser verdadeiramente sentida por aquele que pessoalmente tiver feito determinadas experiências com a geometria, de tal forma que, pouco a pouco poderia ser trazida da condição estática para a viva. (R. STEINER, 1920, Basel)

Na primeira etapa do Ensino Fundamental, a criança aprende fazendo. O que ela faz, quando contextualizado, se com sentido, ela interioriza, ela aprende. E carrega para toda a vida, como mágica semente, que germina sempre de novo. Na escola Waldorf trabalha-se o *desenho de formas* nesse ciclo, sendo ele uma

introdução ao traçado de letras e números, ao futuro desenho geométrico. Um primeiro exercitar dirigido do movimento, com o intuito de interiorizá-lo ordenadamente.

PRIMEIRO ANO

Linha reta e linha curva, e suas relações

No primeiro ano escolar, inicia-se o trabalho com o DESENHO DE FORMAS. Tal prática é ferramenta fundamental para o aprendizado da escrita e da leitura. Tal constatação, até óbvia, encobre outro aprendizado muito mais profundo e complexo. Trata-se da primeira atividade em que o movimento corporal é traduzido para o traçado gráfico, para a reprodução do rastro desse movimento no papel.

Figura 18 – linha reta e linha curva, onde tudo tem início / a espiral, unindo as duas tendências

Para a realização do desenho de formas, o professor leva as crianças a se movimentarem pelo espaço - da sala de aula, do pátio escolar ou qualquer outro - em percursos por ele definidos. Inicialmente os percursos se relacionam às formas primordiais, que dão, na variedade de combinações e arranjos, origem às demais. Tratam-se de formas simples, originais: a **linha reta** e a **linha curva**. Tendo executado tal movimento pelo espaço, o mesmo é reproduzido, por exemplo, com uma das mãos no ar, vezes repetidas. Pode ser repetido com a outra das mãos, com a ponta de um pé e do outro, até que, finalmente, vem o convite para repetir o mesmo movimento sobre a superfície de uma folha de papel. Variações, como realizar tais movimentos sobre superfícies com água ou com areia podem ser muito

úteis, até mesmo terapêuticas, por reforçarem a sensação do movimento pela qualidade tátil envolvida mais enfaticamente.

SEGUNDO ANO

Simetrias e espelhamentos

A criança do segundo ano experiencia fortemente elementos que envolvam polaridades, a principal delas, o sentir-se um ser “entre o céu e a terra”. O desenho de formas espelhadas, simétricas a um eixo, tanto no âmbito da movimentação corporal quanto no do traçado de linhas sobre uma superfície, propicia vivências espaciais e orgânicas que ecoam a polaridade presente nessa etapa.

Figura 19 – desenho de formas no segundo ano: simetrias vertical e horizontal, espelhamentos

O trabalho com as formas espelhadas têm como ponto de partida o movimento e o traçado de apenas um dos lados de um dado eixo de simetria, horizontal ou vertical, o outro lado devendo ser complementado pela criança. Dessa forma, é evocada a necessidade intrínseca à criança de querer ver a forma completa, inteira, colocando em atividade seu raciocínio cinestésico e espacial, e ativando o desenvolvimento de suas forças criativas. O cultivo da consciência de espaço dá mais um passo no segundo ano escolar.

TERCEIRO ANO

Relação entre centro e periferia / formas dinâmicas

Chegando ao terceiro ano, a criança se aproxima da crise do Rubicão, a primeira crise de individuação. Como consequência, a autopercepção se aguça, volta-se para o interior, fazendo com que a diferença entre o si mesmo e o mundo exterior se evidencie. O trabalho com desenho de formas acompanha claramente esse momento, oferecendo à criança traçados que colocam um elemento central em relação explícita com um elemento periférico. Cumprem essa tarefa as simetrias com dois eixos, um vertical e outro horizontal, ou com três eixos, que possuem esse elemento no cruzamento do eixo. Formas cujo centro conversa com a linha periférica tornam o fator da relação ainda mais evidente.

Figura 20 – espelhamento com dois eixos / formas dinâmicas que se metamorfoseiam

O desenho geométrico na pedagogia Waldorf

O desenho geométrico dá seus primeiros passos de forma explícita no segundo ciclo, de forma ainda simples, priorizando-se o traçado manual por ser capaz de reproduzir-traduzir no papel o movimento do corpo no espaço. A partir do terceiro ciclo, o uso de instrumentos é inserido, acrescentando à trajetória anterior a precisão do desenho.

Segundo ciclo

No segundo ciclo, que engloba o quarto e o quinto anos, um trabalho mais explícito com a geometria tem início. As figuras geométricas básicas são exploradas por meio do desenho à mão livre, num reconhecimento investigativo do espaço, revelando nuances de congruência, equivalência, metamorfose e outros aspectos referentes às mesmas.

QUARTO ANO

Cruzamentos e entrelaçamentos - introdução à geometria

Após o Rubicão, a autoconsciência fica disponível para ser vivenciada e educada, agora pela própria criança. Perceber-se distante do mundo é necessário para que a percepção da própria individualidade e a autoconsciência se desenvolvam e possam amadurecer.

Atividades de movimento corporal em que a contraposição, o embate sejam experimentados são especialmente prazerosas para a criança dessa idade. No desenho de formas o elemento do cruzamento e entrelaçamento de linhas traduz essa sensação para o traçado no espaço bidimensional. A contraposição que ocorre a cada cruzamento reflete a contraposição da criança com o mundo.

Figura 21 –introdução do desenho geométrico / reprodução de motivos indígenas, aliando o desenho geométrico ao estudo antropológico

Também no quarto ano uma primeira abordagem mais direta da geometria pode ser trabalhada. Experimentar no traçado de polígonos diferenciadas possibilidades que despertem e aprofundem a percepção do espaço bidimensional são agora importantes. Círculos dentro de círculos, triângulos que

crescem e decrescem em variadas direções, quadriláteros que se inter-relacionam, são algumas das possibilidades. Não mais o movimento corporal precisa anteceder tal atividade. O movimento de imagens mentais toma agora esse lugar, pois o repertório sensorial acumulado pela criança lhe possibilita grande mobilidade nesse sentido, liberando-a, pouco a pouco, da necessidade de apoio na vivência sensorial direta, na direção da construção de uma compreensão do que faz. O desenvolvimento da cognição dá mais um passo.

Portanto, é bom suscitar na criança uma representação do triângulo que, propriamente dito, está em movimentação interior; de maneira nenhuma a representação de um triângulo dinâmico, que tanto pode ser um acutângulo, como obtusângulo ou um retângulo, porque de nenhum modo tomo a representação do triângulo estético, mas sim a representação do triângulo móvel.

Isso poderíamos também muito bem utilizar como apoio, quando então quisermos desenvolver na criança uma correta percepção de espaço, uma percepção concreta, uma verdadeira percepção de espaço.

Se tivermos utilizado dessa maneira o conceito do movimento para a figura plena, então toda a configuração espiritual da criança ganhará uma tal mobilidade que poderemos facilmente passar para aquele elemento de perspectiva: um corpo passa pela frente do outro, ou por trás do outro? "Esse passar, passar pela frente, passar por trás, pode ser o primeiro elemento para suscitar um correspondente sentido de espaço." (R. STEINER, 1920, Basel, 13ª palestra)

QUINTO ANO

Geometria à mão livre - o movimento por trás do movimento

O quinto ano escolar representa um grande salto na postura da criança em relação ao mundo, à sua percepção dele, o que suscita questionamentos. Até mesmo fisiologicamente ela se transforma, seu interesse pelo mundo se aguça e ela quer entender um pouco mais a fundo aquilo que a rodeia. A criança de onze anos de idade passa por uma etapa grega, por assim dizer, na qual se coadunam estética e vontade de conhecer as coisas com maior profundidade. Compreender o "movimento que está por trás do movimento" é o tema de trabalho da geometria neste ano, semente de um pensar flexível, pleno de mobilidade.

Um bom exemplo, ilustrativo, são as atividades realizadas no estudo do círculo. Perceber que ao caminhar sobre uma circunferência dois movimentos simultâneos ocorrem – o caminhar e o girar – não é tarefa simples, mas importantíssima para a utilização e ampliação das capacidades perceptivo-cognitivas. Uma circunferência

deve ser vivenciada de formas diferenciadas, por exemplo, como uma trajetória de pontos equidistantes a um único ponto ou um ponto que se move mantendo sempre a mesma distância de outro fixo. Outra forma é vivenciá-lo como retas que se movem mantendo absoluta regularidade ao avançar e mudar de direção, o que ocorre quando formamos um círculo a partir de suas tangentes. Movimentar-se, com a maior regularidade possível em torno de dois centros (focos), faz surgir uma figura ainda pouco conhecida: a elipse.

Figura 22 – transposição para o papel de vivência de movimento andar / girar simultaneamente

Trabalhando dessa forma, qualidade imaginativa, raciocínio espacial e capacidade criativa se fortalecem, flexibilizam-se, ganham também elementos de grande profundidade, ainda não conscientes, que reverberarão não só no estudo futuro da geometria em si, mas também em disciplinas como botânica, embriologia e astronomia. Trabalhar à mão livre é fundamental, pois o movimento realizado pela mão é o que possibilita a interiorização efetiva e a percepção integral da atividade realizada.

Figura 23 – o espaço interno do círculo

Figura 24- transposição do movimento feito de ampliação do círculo, tema que será retomado no Ensino Médio inserido no estudo da geometria projetiva

Experiências sensoriais com o Teorema de Pitágoras começam a ser também realizadas, e a recomendação curricular é de que ainda estejam inseridas em um contexto ligado ao cotidiano, como a percepção das áreas, canteiros, setores de uma horta cobertos por plantações, sem abstrações ou fórmulas.

Terceiro ciclo

Inaugurando o pensar causal, a possibilidade de refletir sobre causa e consequência, dono de sua própria corporalidade, o jovem de 12 anos exige maior precisão e sofisticação nas construções que traduzirão sua percepção espacial. Esta não mais depende da movimentação corpórea em si, pois seus elementos já foram

anteriormente introjetados. Movimentam-se agora imagens no espaço mental – o trabalho com a geometria começa a se encaminhar na direção de um universo mais abstrato, cada vez menos sensorial, e, para tal, recorre agora às seguintes etapas: *IMAGINAR, ESBOÇAR, CONSTRUIR, AJUDAR O OUTRO*.

SEXTO ANO

Geometria com instrumentos – rosáceas e polígonos

Finalmente chegam os instrumentos para o desenho geométrico: régua e compasso, mas não antes de a criança ter explorado de forma rica e consequente suas próprias habilidades de traçar, com as mãos, formas precisas e belas.

Atividades de transição, com cordas, barbantes e lápis, podem ser realizadas, pavimentando a compreensão da utilidade e valor dos instrumentos. Começa-se com o estudo mais detalhado dos círculos, suas características e componentes, passando-se para o estudo de círculos que se interseccionam e o que disso resulta, como eixos de simetria, regiões de interseção simples, interseção múltipla ou sem interseção (figura 25). Na sequência as crianças desenharam rosáceas de 6, 12, 24 e até mais pétalas, haurindo também da experiência estética, novas descobertas e características (figura 27).

Figura 25 – estudos de áreas e de superposições

Os polígonos podem ser mais uma dessas descobertas, e o garimpar das inúmeras possibilidades é uma atividade desafiadora e de contentamento. O estudo dos polígonos é, então, sistematizado. O ponto de partida é a imaginação, por exemplo, imaginar um quadrilátero cujos lados são iguais, suas diagonais se cruzam

formando ângulos retos, e cada diagonal tem um tamanho diferente da outra. Os mesmos são assim imaginados, esboçados, observados, construídos, e então descritos em suas características quanto a número de lados, de ângulos internos, de diagonais, de vértices. Relações começam a ser descobertas pelos alunos no meio de tanta atividade imaginativa e cognitiva.

Figura 26 – desenho geométrico com uso de instrumentos – estudos a partir do círculo e do quadrado

Figura 27 – estudos a partir do círculo - desenho geométrico

A precisão do traçado com instrumentos é de grande importância, e um professor consequente será exigente nesse quesito. O belo fazer é uma das metas

do trabalho com os sextanistas, e os exercícios devem ser repetidamente praticados, buscando arduamente traçado limpo, claro e organizado.

SÉTIMO ANO

O ano das demonstrações – estudos de ângulos; transformação de figuras; construção e estudo de polígonos; estudo de áreas; o advento da perspectiva no Renascimento

O aluno do sétimo ano Waldorf sente a necessidade de compreender em maior profundidade o que antes só vivenciou sensorialmente, ludicamente, esteticamente. Os desenhos praticados no ano anterior agora necessitam descer ao detalhe, e construções, caminhos de construção, são percorridos e depois descritos. Isso possibilita e pavimenta o percurso para as primeiras demonstrações geométricas, como a soma dos ângulos internos de um polígono. A introdução ao estudo de figuras congruentes, cálculos de áreas, a construção precisa e a posterior descrição do procedimento de construção preenchem as atividades com a disciplina da Geometria no sétimo ano.

Figura 28 – demonstração da soma dos ângulos internos do triângulo

OITAVO ANO

Chegam os corpos platônicos, Seção Áurea, as proporções humanas. Introdução ao cálculo de volumes.

O oitavo ano Waldorf, praticamente em todos os aspectos, reúne todos os tópicos que foram trabalhados nos anos anteriores e os leva a uma “oitava acima”. Amadurecidos, donos de um pensar que foi lapidado pela vivência sensorial e, posteriormente, pela imaginação, os alunos desenvolveram grande agilidade para o pensamento espacial-cinestésico, sendo capazes, e estando sequiosos, por alcançar novos patamares. Na geometria são aprofundadas as demonstrações geométricas, chegando finalmente à formulação do Teorema de Pitágoras. Um caminho que parte novamente da imaginação, seguindo para o esboçar, observar, construir com instrumentos, planificar, modelar, traz os sólidos platônicos. Esses serão, como antes com os polígonos, descritos em detalhes e, então, colocados em relação uns com os outros, seccionando-os com planos. É até possível trazer para os alunos aspectos filosóficos nos quais Platão e outros basearam seus estudos, conectando elementos geométricos com os elementos da natureza.

Figura 29 – estudo de volume e sua representação geométrica

O aluno do oitavo ano chega, percorrida essa trajetória, a um refinamento mental extremo, e a grande autonomia adquirida para um raciocínio espacial-cinestésico está agora à disposição para os estudos de geometria que virão no setênio seguinte.

Quarto ciclo

...após o 14º, 15º anos de vida, temos de procurar agarrar cada oportunidade, cada coisa relacionada com aquilo que anteriormente foi apresentado em forma de imagens...

Agora é de utilidade extraordinariamente grande não deixar passar as oportunidades, repassando com as crianças, em todos os pormenores, cada relação que possa dar-se entre o Teorema de Carnot e o costumeiro Teorema de Pitágoras, de modo que o julgamento seja diretamente estimulado a constatar como uma metamorfose de Teorema de Pitágoras está exposta no Teorema de Carnot. Portanto, esse retorno ao passado, àquilo que anteriormente foi tratado pela observação...

Naturalmente tem sempre de vir em nossa ajuda aquilo que anteriormente tratamos em imagens. Esse retomar ao passado é o que estimula o julgamento. (R. STEINER, 1922, Stuttgart, 1ª palestra)

NONO ANO

“O que permanece sempre o mesmo”

Lugar geométrico; Revisão de ângulos e tipos de polígono; projeção oblíqua.

No 9º ano, o jovem está pronto para exercitar conclusões causais e conclusões lógicas simples. Começa agora a passar do julgamento sentimental característico do setênio anterior para o julgamento racional. Conhecer ideias e ideais que conduzem a resultados concretos, que possuam caráter volitivo são esteio para o jovem ao redor dos quinze anos.

Na geometria é fundamental produzir primeiramente uma imagem interior dos processos que serão realizados, concretizando a vocação da disciplina de levar ao desenvolvimento do pensar puro. Projeções oblíquas de construção simples, obedecendo à projeção paralela são exercícios indicados, assim como seções cônicas: a elipse, a parábola e a hipérbole, que podem ser praticadas a partir de exercícios dinâmicos de representação.

Figura 30 – construção geométrica da espiral de Arquimedes e da hipérbole

DÉCIMO ANO

Geometria descritiva. Trigonometria. Construções de sombras.

Diante do anseio do jovem de dezesseis anos de conhecer o mundo, a meta é alcançar objetividade e clareza no pensar, por meio de deduções lógicas e causais. Identificar analiticamente as leis que regem o mundo, a partir do confronto com o puramente físico-sensorial leva à compreensão das leis que regem o mundo, trazendo segurança ao conhecer. O interesse do aluno começa, então, a se voltar para o seu próprio interior, a partir dessas reflexões baseadas no exterior.

No décimo ano a matemática, como as demais disciplinas, deveria sempre ter uma relação com a vida prática, apoiando o desenvolvimento progressivo da responsabilidade pelos próprios atos. Segundo R. Steiner, o jovem precisa, aos dezesseis anos, ser confrontado com as consequências de suas próprias decisões.

As disciplinas de matemática, física, química e geometria – nessa etapa, a geometria descritiva – têm um ponto de partida semelhante, pois partem da experiência. Observar claramente, tirar conclusões lógicas, estabelecer relações causais e lapidar o pensar analítico são nesse ano exaustivamente exercitados, levando o aluno a entrar com conhecimentos no lado prático da vida.

Figura 31 – estudo de projeções na GEOMETRIA DESCRITIVA – do início ao fim do processo

A agrimensura é o campo de aplicação por excelência, por isso eleito, para colocar em prática o estudo da trigonometria. Mensurar e desenhar com precisão, usando equipamentos simples como o teodolito levam os alunos a conhecerem técnica e vivencialmente os conteúdos trabalhados.

Figura 32 – trigonometria na prática – estudo de campo em Ribeirão Preto

DÉCIMO PRIMEIRO ANO

Geometrias não-euclidianas (geometria projetiva, geometria esférica) / relações com astronomia e embriologia

O conclusivo, o processual, o inovador formam a trindade que dirige o olhar do jovem a algo que transpõe o ponto final - no âmbito das profundezas e da imensidão, até o infinito. Associa-se à visão abrangente do nono ano e à retrospecção do décimo ano o anseio pela introspecção. Tornar o pensamento dinâmico leva o elemento estritamente lógico e formal a novas dimensões. Se no ano anterior o jovem ampliou horizontes por meio do pensar analítico, olhando para a práxis da vida, agora o pensar sintético e coerente deverá ser estimulado, por meio do pensar processos ultrapassando a simples causalidade.

Figura 33 – geometria projetiva - estudo do ponto infinito

Figura 34 – as ideias de Nicolau de Cusa e de Pappus / figuras polares

Na matemática essa aspiração surge no estudo das progressões, em que o conceito do valor limite supera os infinitos passos isolados, como no caso dos juros

compostos. Observar que as leis da geometria euclidiana são consideradas irrealis na geometria projetiva, na qual o infinito deve ser entendido pelo puro pensar, por meio da explicação dos “elementos infinitamente distantes”, leva à reflexão sobre o infinito e desenvolve sensibilidade para aquilo que transcende a percepção sensorial.

Geometria e álgebra se inter-relacionam explicitamente no 11º ano. O conteúdo da trigonometria ressurge na teoria oscilatória, posto agora em movimento, surgindo a base matemática para a compreensão de teorias como a da onda, na física. Na trigonometria espacial o aluno vivencia uma ampliação da trigonometria plana, e junto com a geometria analítica, sintetizam conteúdos aritméticos e geométricos.

DÉCIMO SEGUNDO ANO

Revisitando o arco inteiro da Educação Básica

Junção de matemática, astronomia, botânica, embriologia e geometria.

Criar conexões, agir de forma sintética, produzindo ideias, vivenciar a atuação do sensorial e do sutil. Estimular a atividade interior acompanhando processos em ordem direta e reversa. O período da escola básica chega ao fim.

Se no ano anterior, com a geometria analítica, o aluno era conduzido do explicitamente geométrico para o cálculo algébrico, agora a situação se reverte. Na análise pode-se buscar, a partir do aspecto numérico, uma vivência que possibilite a passagem para o cálculo diferencial e integral, sendo que os valores limites das sequências vêm como substitutos de um processo que não se interrompe. Processos devem ser descobertos, experimentados, vivenciados. A geometria projetiva pode ser agora relacionada com a botânica, com a astronomia, a embriologia, elaborando uma visão de conjunto.

Passar da equação à forma e vice-versa deve despertar no aluno atividade interior, além da compreensão do elemento qualitativo na matemática. Avançar da consideração analítico-causal para a observação teleológica¹³, leva o aluno do 12º ano a exercitar-se na revisão das próprias ideias, flexibilizando seu agir social.

¹³**TELEOLOGIA** (do grego $\tau\acute{\epsilon}\lambda\omicron\varsigma$, finalidade, e $-λογία$, estudo) é o estudo filosófico dos fins, isto é, do propósito, objetivo ou finalidade

Geometria - um tetraedro epistemológico

Percorremos o percurso do ensino da geometria na escola Waldorf. Por suas especificidades, fica claro que a Geometria pode ser considerada um “tetraedro epistemológico”. Nele, vários aspectos se coadunam, interferem um no outro e se retroalimentam no processo da construção de conhecimento. Valendo-nos de contribuições trazidas por estudos de R. Steiner e Machado, percebemos que a disciplina é constituída pela articulação entre percepção, representação, construção e conceituação.

Toda a fecundidade da geometria nasce da articulação entre as quatro faces mencionadas: percebemos para construir, construímos para perceber, representamos para conceituar, conceituamos para representar, representamos para construir, construímos para representar... Um desvio mortal é o isolamento ou a dominância de qualquer uma das faces do tetraedro: a geometria vive e se alimenta da contínua interação entre todas elas. (MACHADO, 2014)

Como campo particular da matemática, no *quadrivium* medieval a geometria corresponde à **forma levada ao repouso**, ao movimento que se cristalizou em forma. A seu lado colocam-se a Astronomia, forma em movimento; a Aritmética, o número em repouso; e a Música, o número em movimento.

A **percepção**, etapa inicial desse caminho, decorre da experiência sensorial tida com um objeto e depende da atividade de nosso organismo sensorial. O principal sentido envolvido é o CINESTÉSICO, geralmente ativado pela visão ou pelo tato. A etapa seguinte é a **representação**, quando é possível re-apresentar o objeto pela força da memória, sem a repetição da vivência sensorial realizada. A **compreensão** pode advir, por exemplo, da repetição da percepção-representação, que possibilita a interiorização do processo.

No âmbito da geometria, o caminho envolve a vivência sensorial cinestésica, que possibilita a representação, que conduz à compreensão, podendo, então, ser vertida no âmbito bidimensional, “traduzida” em uma representação gráfica, como o

desenho. No desenho geométrico, levando ao repouso o movimento realizado no ato perceptivo, essa é a etapa da **construção**. Nesse passo é possível a elaboração de um planejamento que permita construir a representação mental ou plástica, concreta, desenhada bidimensional ou tridimensionalmente, ou modelada de um objeto, a partir dos conhecimentos adquiridos nas etapas precedentes. Finalmente, a fase da **conceituação**, da teorização, que reúne as percepções coletadas pela observação das simetrias, formas, padrões e ritmos, fundamentalmente das regularidades, organizando as possibilidades conquistadas de “tradução” do percebido, e colocando em relação às trajetórias cognitivas mobilizadas. A possibilidade da conceituação pressupõe um construto autônomo e, se conquistada de forma viva, promove a mobilidade cognitiva.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Todo ato de pensar, estritamente falando, é feito na solidão [solitude] e é um diálogo; mas este diálogo do dois-em-um não perde contato com o mundo dos meus semelhantes porque eles são representados no eu [self] com quem estabeleço o diálogo do pensamento. O problema da solidão é que este dois-em-um precisa dos outros para voltar a ser um de novo: um indivíduo imutável cuja identidade nunca pode ser confundida com a de qualquer outro. (...) (ARENDT, 1951)

A trajetória até aqui percorrida procurou investigar como o trabalho com a matemática na escola Waldorf ao longo da educação básica propicia o processo de construção não só do conhecimento humano, mas do ser humano integral, elevando-o para além da categoria do âmbito do natural para a de **protagonista** da cultura.

As ligações intrínsecas, inerentes, imanentes promovidas por essa disciplina que vive entre a sensorialidade mais básica e o conceito mais elevado, estabelecem de forma clara, firme, consistente e coerente, um trajeto que se inicia na apreensão do mundo pelo organismo sensório-motor e se metamorfoseia em capacidade pensante liberta da sensorialidade.

Nesse itinerário específico, o da matemática, demonstrou-se o referencial particularmente adequado para pautar a construção humana do conhecimento do mundo e do si mesmo, religando o óbvio e o sutil - TIPO e ARQUÉTIPO¹⁴.

O índice detalhado, contendo títulos e subtítulos, tem o intento de evidenciar um trajeto que, de forma espiralada, retoma a cada etapa os temas norteadores, analisando-os sob renovadas perspectivas, buscando aprofundá-los e alargá-los.

Procurou-se deixar claras as etapas sobre as quais a educação matemática se apoia, sintetizando-as em quatro: o **ensino configurante** dos anos iniciais, apoiado fortemente na exploração e apropriação sensorial do mundo; o **ensino descritivo**, fase em que a compreensão exercitada por meio da descrição autônoma e clara do conteúdo apreendido, prepara e conduz ao protagonismo no próprio aprendizado; o **ensino demonstrativo**, no qual os alunos são levados a construir individual e coletivamente as demonstrações que comprovam os conhecimentos

¹⁴**TIPO** e **ARQUÉTIPO**, do grego ἀρχή - *arché*: principal ou princípio e τύπος - *tipós*: impressão, marca.

matemáticos adquiridos; e o **ensino investigativo**, quando já está mais disponível a habilidade para o ponderar e chegar a conceitos que não foram preestabelecidos.

Um olhar mais detalhado sobre a geometria, recorte eleito no vasto campo de temas pertencentes à disciplina, explicitou a concatenação do **sentido cinestésico**, vivenciado no mover-se pelo mundo, com a lapidação paulatina da **elaboração de conceitos**, o que cada indivíduo pode alcançar de forma sempre significativa e vivificada.

As entrevistas realizadas com professores de matemática que já atuaram em Ensino Médio de escolas convencionais e escolas Waldorf atestam uma significativa diferença na flexibilidade, mobilidade e vivacidade no pensar dos alunos Waldorf. A abertura consequente, congruente, refletida, para novos paradigmas, como no exemplo da introdução das geometrias não euclidianas, indica um pensar que teve a chance de ser estruturado a partir da dinâmica autônoma particular de cada indivíduo. O rico universo de possibilidades criativas decorrente desse processo escolar fica evidenciado nos depoimentos recolhidos. Ressalte-se a ênfase dada à atitude de coragem e entusiasmo perante a possibilidade de novos conhecimentos cultivada pelo trabalho desenvolvido ao longo da educação básica. Isso se traduz em diligência¹⁵ para a vida.

No percurso dessa pesquisa, principalmente enquanto era redigida, esteve presente a preocupação de que qualquer pessoa, principalmente as que se interessam pelo trabalho com a educação na Escola Básica, pudesse ter maior clareza sobre aspectos fundantes no trabalho com a matemática. Os professores que lecionam nas séries iniciais comprovadamente têm, em sua maioria, um histórico negativo de relação com a matemática. Um material que promova uma compreensão mais profunda do que é o trabalho com essa matéria pode ser de grande ajuda para eles e, principalmente, para seus alunos.

¹⁵**DILIGÊNCIA** - cuidado, aplicação, zelo, desvelo, esmero, dedicação, interesse, atenção, brio, devoção, primor, empenho, esforço. (Disponível em <www.sinonimos.com.br>, Acesso em: 29/08/2016)

Tem a matemática uma missão na formação moral do homem?

*Duas coisas aparentam, pela lógica, estar bem distantes uma da outra: ensino de aritmética e princípios morais. Normalmente não se aproxima, de modo algum, o ensino de aritmética ao princípio moral porque não se encontra de imediato nenhuma ligação lógica. Mas, para aquele que observa, não meramente pela lógica, mas de maneira viva, para ele a coisa se apresenta de modo tal que àquela criança à qual os cálculos foram **levados de maneira correta** tem, em idade mais tardia, um sentido moral de responsabilidade bem diferente do daquela criança à qual os cálculos não foram levados de maneira correta. (R. STEINER, 1992, Oxford ,5ª palestra)*

Os sentidos corporais, básicos, proprioceptivos, são os responsáveis pelo estabelecimento no homem das primeiras percepções do **si mesmo**, e são, portanto, *fundamento da autoconfiança*. Tendo justificado no decorrer deste trabalho ser a matemática a disciplina que mais diretamente mobiliza e trabalha a partir desses sentidos, fica claro seu papel na construção não apenas do conhecimento, mas da base de *autoconfiança do indivíduo*.

Perceber-se em relação com o mundo, ser permeado pela sensação de a ele pertencer, ter mobilidade corporal, mas principalmente mobilidade na compreensão dele – mobilidade cognitiva, sentir-se centrado em seu atuar nele – agir em confiança, são elementos que podem ser desenvolvidos a partir de um trabalho *levado da maneira correta* com a matemática. Nele pode se apoiar a constituição moral do indivíduo.

O efeito sobre o aluno de um trabalho com a matemática que leve em conta esta correlação entre cognição e motricidade possibilita uma formação mais completa, integral e eficaz, que extrapola a mera função utilitarista e reverbera na elevação da auto-estima, na possibilidade de construir pensamentos de maneira autônoma, e no conseqüente incremento da consciência cidadã. O reflexo direto dessa travessia do período escolar se vê na constituição de um sujeito, ser humano, livre e ativo/afetivo/efetivo no mundo.

De acordo com minha vivência ao longo de vinte e seis anos de magistério, participando de inúmeros grupos de estudo relacionados tanto à essência filosófica da antroposofia quanto aos fundamentos da pedagogia Waldorf, percebi e constatei na prática que o conjunto de disciplinas que são tratadas ao longo da educação

básica assume a tarefa de apresentar o mundo à criança e ao jovem de forma multifacetada.

Cada disciplina cumpre incumbência específica, lançando luz sobre aspectos particulares que lhe são pertinentes. À matemática cabe o papel de desenvolver a segurança, a autoconfiança. Seu ponto de partida na experiência sensorial propicia esse desenvolvimento do pensar abstrato mais claro e seguro. A confiança no pensar claro, fruto das ferramentas e habilidades desenvolvidas no aprendizado dessa matéria, permite à pessoa saber, por si, se está certa ou equivocada, permite a confirmação da estrutura do mundo e, simetricamente, da sua própria estrutura enquanto indivíduo.

Quando os números saem assim, certos, você sabe, como Pitágoras, que um segredo da natureza foi aberto na palma da sua mão. Uma lei universal governa o mecanismo majestoso dos céus, no qual o movimento da lua é um incidente harmonioso. Ele é uma chave que você colocou na fechadura, virou e a natureza produziu em números a confirmação de sua estrutura. (Bronowski in GARDNER)

Janelas por abrir

Esta pesquisa não teve a pretensão de esgotar o tema que se propôs a investigar, mas sim de trazer elementos, a maioria muito pouco conhecidos ou explorados, que possam contribuir com a tarefa dos que se ocupam com a educação matemática.

Muitas janelas quedaram abertas nesse transcurso e merecem ser exploradas. Ainda outras podem se abrir, afinal o currículo não é, não deveria ser, um mero conjunto de disciplinas, mas um **elenco** finamente selecionado, no qual cada matéria tem seu papel. Organicamente, de forma viva, relações entre elas se configuram, e a interdisciplinaridade se torna uma tonalidade musical que permeia e sintoniza a práxis discente. A vida sempre suplanta a estrutura rígida, trazendo um sentido que deveria ser renovado a cada instante na prática do grande mapa curricular.

E ontem em sala de aula, lá no Caub do Riacho Fundo, 6º ano do fundamental, ouvimos as primeiras pancadas de chuva no telhado. Enquanto ministrava a aula de português percebi que alguns alunos no

fundão estavam à janela observando a chuva. Por um instante me veio o ímpeto de lhes chamar a atenção, mas hesitei e imediatamente mudando de ideia disse: "Moçada, ramu vê a chuva!". E tal como fosse um fenômeno da natureza, as crianças todas duma vez se lançaram para as janelas, escancarando-as, ávidas, desejosas em ver a chuva que despenhava. E juntos observamos sua dança, seu movimento se manifestando na copa dos arvoredos, tamborilando nas folhas, sua música, seu ritmo sincopado, seu cheiro de infância na terra molhada... Ah, poder suspender uma aula de gramática e ver a chuva, a tão desejada chuva de setembro, sentir sua brisa! Ah, poder suspender um conteúdo curricular exigido pelo Ministério da Educação pra poder vagabundear liricamente a ver pingos de chuva com meus alunos do 6º ano! Ah, poder tacar o "dane-se" à burocratice institucional e celebrar a poesia acontecendo ali nos olhos daquelas crianças, tão inquietas, tão ávidas de mundo. E de pensar que tem gente querendo acabar com isso, cerceando a poesia, a filosofia, cerceando as pausas, os momentos de reflexão, a arte de ver a chuva... Estes homens nos querem máquinas obedientes, nada de pensar ou questionar, afinal $2+2$ é 4 e $3+2$ é 5. Ah, admirável mundo novo! Resta-me a esperança: que as crianças ensinem a estes homens um pouco da poesia que já perderam! (depoimento de Francisco Canuto de Melo, professor de português no sistema público de ensino do Distrito Federal)

Como continuidade à investigação desenvolvida, na qual a geometria foi eleita para estudo, mergulho mais profundo, por sua relação tão evidente com o sentido do movimento, outras janelas abertas merecerias ser exploradas. Esquadrinhar e aprofundar os vínculos que os diversos campos da matemática têm com os sentidos corporais – o **tato**, o **sentido vital** e o **sentido do equilíbrio** seria uma delas. Como em um tetraedro, os quatro sentidos básicos estão presentes em qualquer ação matemática, interpenetrando-se? Há predominância de algum? De que maneira? Por quê? Reconhecer quantidades é atividade que pressupõe ponto de partida no tatear dos objetos; solucionar uma equação demanda intensamente o sentido do equilíbrio; estudar essa disciplina ativa o tempo inteiro o sentido vital: a sensação de êxtase advinda ao resolver com sucesso um problema tem por paralelo oposto o sentimento de incompetência e mal estar oriundo da não compreensão do mesmo, ambos são reflexos fisiológicos da atuação da matemática.

Refletir de forma dialogada e abrangente, bem fundamentada, a partir do que foi trazido, sobre algumas das práticas nas escolas Waldorf, como a discussão que gira em torno do quando e como trazer **uso das mídias eletrônicas** como material coadjuvante para o aprendiz seria uma possibilidade instigante. Qual o seu papel, qual o momento propício para sua inserção nas atividades escolares? Existem debates acirrados a respeito, contrapondo a profundidade e a sutileza alcançadas

pelo esforço e empenho em atividades realizadas com as próprias mãos e o espectro de abrangência dessa conduta “artesanal” no desenvolvimento integral de crianças e jovens, contra a relevância de inseri-los no cotidiano do mundo contemporâneo, que comprovadamente as invade e assalta com hiperestimulações unilateralizadas ao lado da supressão de outros estímulos importantes e basilares para o desenvolvimento do próprio organismo, e, conseqüentemente, de uma cognição flexível e verdadeiramente autônoma. O número crescente de alunos com problemas de aprendizagem ou comportamentais é um fator importante a se considerar nessa ponderação.

Outra tarefa que pode encontrar estímulo nessa pesquisa, é a de investigar a **missão de cada disciplina**. Se a Matemática tem a possibilidade de promover a edificação da autoconfiança, qual seria a vocação de outras disciplinas? R. Steiner defende, baseado em seus estudos sobre o desenvolvimento equilibrado da criança e respeitando a relação entre anímico-espiritual e físico-corpóreo, que as diversas disciplinas funcionam, de forma análoga do como ocorre com os sentidos, como diferentes janelas pelas quais visitamos e conhecemos o que nos rodeia. Cada qual aportaria um diferente olhar, uma nova coloração ao debruçar-se sobre o mundo a partir de seu campo de conhecimento.

Por exemplo, a geografia, ao levar a criança à vivência de que *o espaço e o ser humano se pertencem...*, de que o homem é um membro do mundo espacial na medida em que caminha sobre a terra com seus pés, *levamos o ser humano a uma consolidação em si mesmo precisamente ao exercitar o geográfico de modo bem vivo... formamos nele aquilo que o leva a aprender o interesse pelo mundo*. A geografia promove pertencimento, cultiva a amabilidade para com o diferente, o que está *ao lado no espaço...ele respeita os outros*. Já a História, que tem relação com aspectos do temporal, ao ser trabalhada adequadamente com as crianças, não somente a partir de imagens, mas tornando o espaço de tempo presente e abarcando a noção de distância temporal, *estimula o interior do ser humano*. O efeito principal dessa abordagem é tornar-se objetivo em relação ao mundo. Muito se pode explorar nessa direção, com cada matéria, contribuindo para aprofundar a reflexão de professores sobre o seu fazer pedagógico.

Por fim, mas sem fechar portas, mereceria uma pesquisa profunda e delicada, o paroxismo que se coloca como um dos fatores basilares no trabalho proposto pela pedagogia Waldorf, **o papel do professor**. Tarefa levada com consequência no

cotidiano nas escolas que se propõem a colocá-la na prática, revela um compromisso humano que transcende normas de conduta ou preceitos teóricos. O professor acompanha seus alunos por um longo período de tempo, e esse é um dos esteios para todo o trabalho pedagógico desenvolvido. O papel de mediador entre a criança, o jovem, e o mundo que o circunda é levado às últimas consequências. Explicando melhor, em cada setênio, ao longo da educação básica, o discente tem a tarefa de seguir junto ao mesmo grupo de crianças que lhe foi confiado.

Uma meta central da pedagogia Waldorf é a de conduzir os alunos da educação à auto-educação. A pedagogia Waldorf entende que o direito de educar a outros baseia-se na auto-educação, premissa que os docentes das escolas Waldorf respeitam e tentam cumprir em todo o seu agir, realizando, em primeiro lugar, um trabalho orientado para si mesmos, enriquecido pela co-educação com os demais docentes. (MIZOGUCHI, 2006).

Traduzir o mundo para seus alunos, de forma a que se concretizem no cotidiano escolar o mote relacionado a cada setênio: o mundo é **bom**, o mundo é **belo**, o mundo é **verdadeiro**, consiste na tarefa cerne do professor Waldorf. Seria um grande desafio e uma grande contribuição para a reflexão da prática discente como um todo aprofundar a compreensão do que isso *significa*, em toda a semântica envolvida no verbo **significar**: ter significado e significar, tornar signo. Usando, novamente, a acepção abrangente das palavras, a pedagogia Waldorf tem por meta **dar e trazer sentido**, dar direção, propósito, perspectiva, e trazer coerência, fundamento, consciência.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Anotações da autora realizadas nas aulas da disciplina Tópicos em Epistemologia e Didática, docente Nilson José Machado
- **ARAÚJO, M.A.S.** *Porque ensinar Geometria nas séries iniciais de 1º grau*. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. São Paulo, ano II, nº 3, p.12–16, 2º semestre 1994.
- **ARENDT, Hannah.** *A condição humana*. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2014. **ARENDT, Hannah.** *Entre o passado e o futuro*. São Paulo: Perspectiva, 2013. Debates, 64.
- **ARENDT, Hannah.** *Origens do Totalitarismo*. São Paulo: Companhia das Letras, 2012.
- **ARENDT, Hannah.** *Responsabilidade e julgamento*. São Paulo: Companhia das Letras, 2004.
- **ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS.** NBR 10520: informação e documentação: citações em documentos: apresentação. Rio de Janeiro, 2002.
- **BALDO, Marcos Vinicius Chrysostomo.** *Fisiologia do Movimento Humano*. 2004. (Desenvolvimento de material didático ou instrucional - Apostila). <http://www.ebah.com.br/content/ABAAfPk4AG/fisiologia-movimento-humano> Acesso em: 10/3/2015.
- **BAUMAN, Zygmunt.** *Modernidade Líquida*. Rio de Janeiro: Zahar, 2001.
- **BEUTER, Claudia Regina.** *Avaliação da função vestibular no recém-nascido de termo*. Dissertação de mestrado apresentada na Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2007. <http://livros01.livrosgratis.com.br/cp030224.pdf>. Acesso em: 8/04/2016
- **BINDEL, Ernst.** *Die Arithmetik: Meenschenkundliche Begründung und pädagogische Bedeutung*. Stuttgart: J. Ch. Mellinger Verlag GmbH, 1967.
- **BINDEL, Ernst.** *El calculo*. Mexico: Editorial Antroposofica, 1968.
- **BOUTINET, Jean Pierre.** *Antropologia do projeto*. Porto Alegre: ArtMed, 2002.
- **BRUN, Jean.** *A mão e o espírito*. São Paulo: Edições 70, 1991.
- **BRUNER, Jerome S.** *O processo da educação*. São Paulo: Editora Nacional, 1972.
- **CECCHINATO, Giorgia.** *O impulso lúdico e o espaço político em F. Schiller*. inlpseitas, São Carlos, vol. 1, n. 1, p. 159-165, jan-jun, 2015.

http://www.revistaipseitas.ufscar.br/index.php/ipseitas/article/viewFile/40/pdf_1
4. Acesso em: 21/09/2016 em

- **CONNOLLY, Kevin.** Revista paulista de Educação Física, supl.3, p.6-15. São Paulo, 2000.
- **D'AMBROSIO, Ubiratan.** *Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática.* Campinas: SummusEditorial, 1986.
- **DERDIK, Edith.** *Formas de pensar o desenho: desenvolvimento do grafismo infantil.* Porto Alegre, RS: Zouk, 2015.
- **FERREIRO, Emília & TEBEROSKY, Ana.** *Psicogênese da Língua Escrita.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1988.
- **FEUERSTEIN, Reuven.** *Além da inteligência: Aprendizagem mediada e a capacidade de mudança do cérebro.* Petrópolis: Vozes, 2014.
- **FIUZA, Ronald Moura.** *A consciência, uma viagem pelo cérebro.* Rio de Janeiro: Di Livros Editora Ltda., 2011.
- **FOUREZ, Gérard.** *Crise no ensino de ciências? Investigações em Ensino de Ciências* – V8(2), pp. 109-123, 2003. http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID99/v8_n2_a2003.pdf. Acesso em: 28/08/2016.
- **FREIRE, Paulo.** *Educação como prática da liberdade.* Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1989.
- **FREIRE, Paulo.** *Pedagogia da autonomia.* Rio de Janeiro: Paz e Terra,
- **FREITAS, Neli Klix.** *Desenvolvimento humano, organização funcional do cérebro e aprendizagem no pensamento de Luria e de Vigotsky.* Ciências e Cognição 2006; vol 09:91-96 <http://www.cienciaecognicao.org>.
- **FUENTES, Daniel (et al.).** *Neuropsicologia: teoria e prática.* Porto Alegre: Artmed, 2008.
- **GARDNER, Howard.** *Estruturas da mente: A teoria das inteligências múltiplas.* Porto Alegre: Artmed, 1994.
- **GERHARD, Ana Cristina & ROCHA FILHO, João Bernardes da.** *A fragmentação dos saberes na educação científica escolar na percepção de professores de uma escola de ensino médio.* Investigações em Ensino de Ciências – V17(1), pp. 125-145, 2012.
- **GUATTARI, Félix.** *As três ecologias.* Campinas: Papyrus, 2011.
- **HEGYI, Csilla.** Entrevista realizada em Dornach, por ocasião do Primeiro Congresso Internacional de Professores de Matemática. Outubro de 2015.

- **KÖNIG, Karl.** *Os três primeiros anos da criança*. São Paulo: Antroposófica, 1995.
- **LAUAND, Luiz Jean.** *Currículo e reformas curriculares*. <http://www.hottopos.com/spcol/medieval.htm>. Acesso em: 27/08/2016.
- **LURIA, Alexander.** *El cérebro em acción*. Barcelona: Fontanela, 1976
- **LUSSERAYN, Jacques.** *And there was Light*. New World Library: 1963.
- **MACHADO, Nilson José.** *Conhecimento e Valor*. São Paulo: Moderna, 2004.
- **MACHADO, Nilson José.** *Educação: competência e qualidade*. São Paulo: Escritura Editora, 2010.
- **MACHADO, Nilson José.** *Epistemologia e didática*. São Paulo: Cortez, 1995.
- **MACHADO, Nilson José.** *Sobre a idéia de competência*. Seminários de Estudos em Epistemologia e Didática (SEED). FEUSP – Programa de Pós-Graduação 2o. semestre de 2006
- **MANOEL, Wagner Aguilera.** *A importância no ensino da geometria nos anos iniciais do ensino fundamental: razões apresentadas em pesquisas brasileiras*. Dissertação de mestrado orientada pelo prof. Dr. Sergio Aparecido Lorenzato. Campinas, SP: [s.n.], 2014. <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?view=000927720>. Acesso em: 11/05/2016.
- **MANOEL, Edison de Jesus.** *Desenvolvimento motor: implicações para a educação física escolar I*. Revista Paulista de Educação Física, São Paulo, 8(1):82-97, jan./jun. 1994. Coletado na internet em 13 de maio de 2014. <http://citrus.uspnet.usp.br/eef/ephysis/wp-content/uploads/Manoel-Edison-J.-Desenvolvimento-Motor-Implica%C3%A7%C3%B5es-para-a-educ%C3%A7%C3%A3o-f%C3%ADsica-escolar-I.pdf>. Acesso em: 11/09/2015.
- **MARINA, José Antonio.** *Teoria da inteligência criadora*. Lisboa: Caminho, 1995.
- **MERLEAU-PONTY, Maurice.** *O olho e o espírito*. São Paulo: Cosac Naif, 2004.
- **MONGELLI, Lênia Márcia,** org. *Trivium e quadrivium: as artes liberais na Idade Média*. Cotia, SP: Íbis, 1999.
- **MORIN, Edgar.** *Introdução ao pensamento complexo*. Porto Alegre: Sulina, 2006.
- **MORIN, Edgar.** *Os sete saberes necessários à educação do futuro*. São Paulo: Cortez, 2000.

- **ORTEGA, Eliane Maria Vani.** *A construção dos saberes dos estudantes de Pedagogia em relação à Matemática e seu ensino no decorrer da formação inicial.* pesquisa de doutorado, orientada por Vinício Macedo Soares. Santos: UNESP, 2010.
- **PERROTTI, Andrea Caccese, Manoel, Edison de Jesus.** *Uma visão epigenética do desenvolvimento motor.* Rev. Bras. Clin. e Mov. Brasília v. 9 n. 4, 2001.
- **PIAGET, Jean.** *A Gênese do Número na Criança.* Rio de Janeiro: Zahar, 1971.
- **POLANYI, Michael.** *Personal Knowledge.* Londres: Routledge & Kegan Paul, 1969.
- **POLANYI, Michael.** *The tacit dimension.* Gloucester: Peter Smith, 1993.
- **PORRINO, Mauro Pompeu.** Entrevista realizada em 31 de setembro de 2016, em São Paulo.
- **PROUST, Marcel.** *Em busca do tempo perdido - no caminho de Swann.* Globo Editora: 2006.
- **RICHTER, Tobias.** *Objetivo pedagógico e metas de ensino de uma escola Waldorf.* São Paulo: FEWB, 1995.
- **SEAMAN, Janet. A. e DePauw, Karen P.** *The new adapted physical education: A developmental approach.* Mayfield Pub. Co. Palo Alto, California, 1982.
- **SOUZA, Ana Maria Martins de.** *A mediação como princípio educacional: bases teóricas das abordagens de Reuven Feuerstein.* São Paulo: Editora Sebac São Paulo, 2004.
- **STEINER, Rudolf.** *A arte da educação I: o estudo geral do homem, uma base para a pedagogia.* São Paulo: Antroposófica, 1995.
- **STEINER, Rudolf.** *A arte da educação II: metodologia e didática no ensino Waldorf.* São Paulo: Antroposófica, 1992.
- **STEINER, Rudolf.** *A educação da criança segundo a ciência espiritual.* São Paulo: Antroposófica, 2012.
- **STEINER, Rudolf.** *A filosofia da Liberdade.* Antroposófica: São Paulo, 2008.
- **STEINER, Rudolf.** *A prática pedagógica.* São Paulo: Antroposófica, 2000.
- **STEINER, Rudolf.** *O desenvolvimento saudável do ser humano: uma introdução à pedagogia e à didática antroposóficas.* São Paulo: Federação das Escolas Waldorf no Brasil, 2008.

- **STEINER, Rudolf.** *Os doze sentidos e os sete processos vitais.* Antroposófica: São Paulo, 2004.
- **STEINER, Rudolf.** *Símbolos y números ocultos.* Buenos Aires: Antroposófica, 2007.
- **STOCKMEYER, Karl.** *Currículo de Rudolf Steiner para as escolas Waldorf.* https://xa.yimg.com/kq/groups/23367229/2121584522/name/Stockmeyer_.pdf
Acesso em: 01/09/2016.
- **STAKOSCH, Alexander.** *Geometria através da contemplação e da atividade prática.* São Paulo: Associação Pedagógica Rudolf Steiner, 1979.
- **ULIN, Bengt.** *Finding the Path: Themes and Methods for the Teaching of Mathematics in a Waldorf School.* Wilton, NH: AWSNA, 1991.
- **VIANA, Flávia Roldan.** *Vamos brincar? As contribuições teóricas de Piaget, Vygotsky e Wallon para o uso de jogos no ensino de matemática.* Secretaria de Educação do Estado do Ceará - SEDUC, XI ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba, 2013.
http://sbem.esquiro.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/104_81_ID.pdf, acessado em 20 de abril de 2015.
- **VIGOTSKY, Lev.** *A formação social da mente.* São Paulo: Martins Fontes, 1987.
- **WALLON, Henri.** *A evolução psicológica da criança.* São Paulo: Martins Fontes, 2007 (Coleção Psicologia e Pedagogia).
- **WALLON, Henri.** *Do ato ao pensamento: ensaio de psicologia comparada.* Petrópolis: Vozes, 2008.
- **WHICHER, Olive.** *Projective Geometry.* Forest Row: Rudolf Steiner Press, 2013.

ANEXOS

ANEXO I - Sobre aprender, reaprender e agradecer

ANEXO 2 - TRAJETÓRIAS E ENCRUZILHADAS

ANEXO 3 - A Torre das Doze Janelas

ANEXO 4 – Interview withCsillaHegyí

ANEXO 5 - O currículo Waldorf de geometria como caminho de ampliação do conhecimento - do movimento corporal ao movimento do puro pensar

ANEXO 6 - Entrevistas com professores de matemática atuantes em escolas Waldorf de São Paulo

ANEXO I - Sobre aprender, reaprender e agradecer

Aos meus queridos ex-alunos,

*“Self making is a narrative art.
Selfhood can surely be thought of as a kind of meta-event that
gives coherence and continuity to the scramble of experience.”*

Jerome Bruner

Escrevo-lhes imersa em sentimentos de saudades e de gratidão. Gostaria de começar esta carta contando-lhes que os carrego, a todos, sempre comigo, sempre no coração e também a cada redescoberta feita. As primeiras, proporcionadas por vocês.

Alguns de vocês estão distantes de mim há quase 25 anos, foram meus alunos no maternal, nos começos do meu brincar de professora, ainda arquiteta praticante. Outros, não vejo há cerca de 20 anos, quando eu já buscara me profissionalizar na educação, uma professora orgulhosamente formada no magistério. Em seguida, um grupo muito especial acompanhou-me nos primeiros passos do ensino fundamental, desse despedi-me ao final do ano de 2003. Uma turma grande de crianças, já maiores do que eu, diamantes brutos que éramos, ajudou a lapidar-me na primeira trajetória do 5º ao 8º ano. O grupo mais recente, ainda os vejo diariamente na nossa escola, e entre sorrisos saudosos e olhares cúmplices, acompanho embevecida o seu desabrochar em belos homens e mulheres entre sonhos, sorrisos, esforço e confiança.

Para que vocês compreendam o que me moveu a, finalmente, escrever-lhes, gostaria de compartilhar com vocês algumas coisas.

Sempre que falei e falo sobre pedagogia, sobre educação, sobre a vida, vocês são a primeira inspiração, pois foram meus mais importantes professores.

Acompanhando os alunos do maternal, aprendi o que é estar atenta ao óbvio e ao sutil. Parar em meio a uma caminhada e se dedicar a observar o curso das formigas levando suas folhas, a dança das plantas ao vento, os sons e brilhos da água da cachoeira. O prazer do desvendar-se ao descobrir as possibilidades do corpo, do estar em grupo, do riso e do choro. Compreendi, nesta época, o papel fundamental do ritmo para tudo o que é vivo, e que é a vida a condutora do dormir e do respirar, e que neste pulsar se dá o aprendizado.

No jardim pode-se aprender a expressar de verdade se gostamos de algo ou não. Se estamos animados, entusiasmados, engajados é porque houve ressonância. Se não, não. Exercitar ouvir e receber, desenvolver o falar e o dar, começo do tornar-se pessoa, lembrando Hannah Arendt, que apontou tão acertadamente para a capacidade humana do pensar, do ser interlocutor de si mesmo. Experimentar correr e se equilibrar no espaço físico e no social. Ser solidário. Fazer arte, das plásticas às travessuras, e a ela se entregar sem reservas. A arte é ferramenta das mais finas para o descobrir-se. Começar a perceber-se capaz ou não, e como ser ajudado e dar passos para ficar feliz com as próprias conquistas – aprendizados.

Aprendi com vocês, meus alunos da educação infantil, a importância dos elementos de expressão - plásticos, poéticos, motrizes, dramáticos, sociais. Como a possibilidade do lidar com estes elementos nasce da interação com o mundo ao redor, com o outro, contando com a ajuda das referências de pessoa que estão colocadas à nossa volta, construindo a jornada da interação consigo mesmo.

No oitavo ano, nos dias em que começamos a descobrir juntos na classe como a constituição humana se estrutura a partir do esqueleto com seus ossos nos vários formatos, longos, curtos e chatos, aprendemos que, além de dar sustentação ao corpo, o esqueleto protege órgãos internos e fornece pontos de apoio para a fixação de músculos. Verificamos que os ossos, porém, individualmente nada podem, só fazem sentido quando “atuam” em conjunto. Eles são duros e inflexíveis, individualmente cairiam no chão em um amontoado disforme, sem sentido. Para que cumpram sua função, ligações e cartilagens entram em ação, com sua propriedade flexível, que as levam a adaptar-se às conexões ósseas do corpo, garantindo a redução de impactos externos e atrito entre os ossos.

Lembro-me do exato momento em que, em meio a uma discussão mais acalorada entre alguns alunos, um outro exclamou, “Ei, pessoal, está faltando cartilagem!”, e uma bela reflexão conjunta sobre ser indivíduo e o que é estar em grupo teve início a partir de então.

A interação professor-aluno é o motor principal do ensino-aprendizagem. É nesta relação que o elemento motivador surge, tanto para o aluno quanto para o professor. É na relação com o professor que o aluno se motiva a sair de sua zona de desenvolvimento real deixando que os véus que se interpõem entre ele e o mundo sejam desvelados, levando-o a arriscar-se em áreas desconhecidas. Esse tema já

foi bastante debatido, mas para o professor é também esta relação que o coloca em movimento, trazendo significação para sua tarefa de, entusiasmando-se pelo mundo, ser referência.

A carta acima explicita o que em mim e para mim move o professor. A missiva foi fruto da solicitação de um ensaio feita em uma das disciplinas do mestrado, Tópicos em Epistemologia e Didática, do professor Nilson José Machado. A correlação intrínseca entre a teoria e a prática ficou então evidente, mostrando ser o diálogo cotidiano entre o saber e o fazer uma das essências do trabalho pedagógico, por ser o que lhe traz sentido.

No contato com os alunos aprendemos firmando e reafirmando o que estudamos em teoria e, principalmente, semeando as sementes que aos poucos começamos a apreciar, cultivar e colher os frutos.

ANEXO 2 – Trajetórias e encruzilhadas

No começo dos encontros de orientação com Maria do Carmo Domite, ela pedia um texto que apresentasse minha trajetória de vida, o caminho que me trouxe para o trabalho com a educação e, especialmente, para o desejo de desenvolver o tema aqui apresentado, falando sobre a importância da Matemática no processo de constituição do indivíduo. Esse é o motivo, memória e apreço, pelo qual essa breve apresentação se encontra aqui, em forma de anexo.

Apresento-me: pai engenheiro mecânico; mãe, avó e bisavô, pedagogos. Cedo na escola, aos quatro anos, depois de pular algumas vezes o muro do jardim-de-infância, a primeira série. Os colegas, grandes, ágeis, conheciam muitas coisas. Eu, sempre atenta, era o possível. Era divertido. Jogos de vôlei? Bons só para assistir. Jogos de queimada, fácil jogar: pernas pra que te quero e driblar os grandões. Férias na casa de praia da avó, sem luz, com mar, estrelas, pescadores puxando arrastão, trem de ferro, brincadeiras e folgedos de verdade, à vontade. Era bom sentir e descobrir o mundo.

Aos quinze anos, a faculdade de Arquitetura. Mundo novo, nova postura diante do mundo, ir para o mundo. A meio do novo caminho, o contato com uma corrente de estudo esotérico, antroposofia. Nova visão, do mundo por detrás do mundo. Filhos, mudam sempre o rumo. E vieram quatro. Morar em Brasília, Plano Collor, escola para as crianças, virei professora. Waldorf. E chegou o olhar para os filhos, aprender a olhar para eles / elas e aprender com eles / elas a olhar. Chegaram também o movimento e a matemática.

ANEXO 3 - A Torre das Doze Janelas

A Princesa que tudo via

Irmãos Grimm

Era uma vez uma princesa que conseguia tudo o que queria. É que, no alto da torre mais antiga de seu palácio, havia uma sala circundada por doze janelas mágicas. Através delas, a princesa podia ver qualquer coisa que se passasse no seu reino e até mesmo nos reinos de além-mar.

Bastava pensar no que queria ver e olhar por uma das janelas; se a primeira delas não lhe mostrasse nada é porque o que procurava estava muito longe ou muito bem escondido. Mas logo na segunda ou na terceira janela aparecia a imagem desejada. As janelas revelavam desde as alturas inatingíveis das nuvens às profundezas da terra e do mar. Nada escapava à princesa: ninguém saía do seu reino sem que ela soubesse, nenhum inimigo se aproximava sem que ela estivesse prevenida. Assim, era natural que seu poder se tornasse cada vez maior e que muitos príncipes pretendessem se casar com ela.

A princesa, todavia, não encontrava nenhum pretendente à sua altura. É bom dizer que, com tanto poder, ela se tornara um pouco arrogante, cheia de si. Decidiu, então, lançar um desafio: aquele que conseguisse se esconder dela, pelo menos uma vez, se tornaria o seu príncipe consorte.

Os príncipes e outros nobres foram os primeiros a se apresentar. A princesa dava a todos eles três chances. A cada dia podiam tentar um esconderijo diferente. Somente no final do dia, ao pôr do sol, a princesa subia à torre e consultava suas janelas.

Um dos príncipes pretendentes ouvira falar que “nada mais escondido que agulha no palheiro”, e, seguindo à risca a ideia, entrou num paiol de milho e cobriu-se de palha de tal maneira que nem mesmo as galinhas que ali vierem ciscar deram pela sua presença. Mas bastou a princesa olhar pela primeira janela e ele foi descoberto.

O príncipe não se deu por vencido: no dia seguinte, mandou que seus servos cavassem no sono um túnel profundo, onde ele ficou bem escondido, coberto de pedras. E já quase ia se sufocando quando a princesa, no fim da tarde, olhou pelas suas janelas e mandou buscar.

Como última tentativa, o príncipe tomou um navio e navegou para uma ilha distante. A princesa olhou pela primeira janela e nada viu; olhou pela segunda e nem precisou chegar à terceira para mandar um emissário dizer ao infeliz pretendente que suas chances estavam esgotadas.

E depois dos nobres vieram os plebeus. Cada um inventava um esconderijo mais extravagante, porém poucas vezes a princesa precisou chegar à segunda janela para descobri-lo. Um a um os pretendentes foram sendo dispensados.

Um dia, um jovem e bravo soldado que voltava de uma guerra num país distante, ouviu falar da princesa. Atraído pelo desafio, decidiu ir até o palácio e tentar sua sorte.

No meio do caminho, deparou-se o soldado com um carneirinho que baliava desesperado, preso nos arames farpados de uma cera. O rapaz desembarçou-o com cuidado. Vendo-se livre, o agradecido animal assim lhe falou:

- Eu sou o príncipe dos carneiros. Meu pai, o rei, gostará de recompensá-lo. Pegue esse punhado de lã e, quando precisar de mim, esfregue-o, chamando-me.

O soldado ficou maravilhado com o que ouviu, guardou a lã e seguiu em frente. Logo adiante, encontrou uma águia que tentava se livrar de uma armadilha. Cuidadosamente ele a soltou e ouviu dela o seguinte:

- Eu sou a rainha das águias e você me salvou. Se um dia precisar de ajuda, esfregue esta pena e chame por mim. O jovem agradeceu o presente e continuou seu caminho. Logo antes de chegar ao palácio, sua atenção foi atraída por uma formiga que se debatia numa poça d'água. Salvando o bichinho de morrer afogado, mais uma vez ele ouviu:

- Eu sou a rainha das formigas. Guarde esta folha e, se precisar de algo, esfregue-a e chame por mim.

O soldado guardou também a folha com cuidado, logo chegou ao palácio e pediu para ser apresentado à princesa. No dia seguinte, começou a procurar um lugar para se esconder, porém todos os esconderijos lhe pareciam óbvios. Lembrou-se então do carneirinho. Esfregou o punhado de lã e pediu ajuda para esconder-se.

Na mesma hora apareceu um rebanho de carneiros. O próprio soldado, maravilhado, viu-se transformado em carneiro e misturado ao grupo.

Ao pôr do sol a princesa subiu à torre. Olhou pela primeira janela e nada viu. A segunda janela, porém, mostrou-lhe o carneiro e a princesa soube que era ele o pretendente.

Na manhã seguinte, retomando a forma humana, o soldado se apresentou à princesa, que lhe disse:

- Entre os carneiros, tu eras o que ficava junto ao pequenino.

O rapaz, reconhecendo que fora descoberto, saiu do palácio, dirigiu-se à orla da floresta, esfregando a pena mágica, chamou pela águia.

Imediatamente a rainha das águias apareceu e transportou-o pelos ares. Levou-o até a mais escarpada das montanhas, transformou-o num ovo e misturou-o aos demais ovos de seu ninho. Depois, ajeitou-se por cima deles, cobrindo-os todos e dali não saiu o dia inteiro.

Naquela tarde, quando a princesa consultou a primeira janela, nada pôde descobrir; e nem na segunda, mais a terceira mostrou-lhe o ninho. No dia seguinte, o soldado, apresentou-se a ela, ouviu:

- Entre todos os ovos da águia, tu eras o que ficava mais no centro.

Vencido mais uma vez, o jovem saiu do palácio, procurou um lugar isolado e, esfregando a folha, sua última esperança. Chamou pela rainha das formigas.

- Desta vez – disse ele, depois de lhe contar sua história -, você tem de pensar num esconderijo muito, muito especial. Nada escapa aos olhos da princesa!

- Nada? – duvidou a formiga. – Pois eu sei de algo que ela não vê!

E, transformando o rapaz numa formiguinha, levou-o até os aposentos da princesa.

- Dê um jeito de esconder-se dentro do vestido – aconselhou a formiga. E desapareceu.

O soldado, agora formiga, observou bem a princesa e suas sete pesadas saias. E achou melhor subir pelo vestido dela e escorregar pelo decote. E ali, dentro do corpete da princesa, ele ficou quietinho, esperando o dia passar.

Quando a tarde chegou a princesa subiu à torre. Olhou pela primeira janela e nada pode vislumbrar, olhou pela segunda e também nada viu. Tampouco a terceira mostrou-lhe alguma coisa e a princesa, já inquieta, passou à quarta janela. E assim foi, de janela em janela, até chegar à décima segunda. Entretanto, por mais que olhasse, ela não conseguia enxergar o que queria.

A noite toda ela passou a consultar as janelas. Em vão. Quando os primeiros raios de sol iluminaram a torre, a princesa, irritada, gritou:

- Desisto! Pode aparecer que eu me caso com você!

O rapaz saiu, então, de dentro do vestido dela, desceu ao chão, e retomando sua forma humana, confessou à princesa seu esconderijo.

A princesa quis brigar, mas acabou rindo, divertida com a história. O casamento foi realizado naquele mesmo dia e os dois foram sempre, sempre felizes.

ANEXO 4 – Interview with Csilla Hegyi

Dornach, Swiss

October, 2015

MATHEMATICS WALDORF CURRICULUM IN HUNGARY IN HIGH SCHOOL

NINETH GRADE

Math, in high school, I don't think separating algebra and geometry, but I just mix them on 11th grade, because until that time, kids need to keep things simple. They don't really understand that a circle has an equation. For example: try to draw the parabola on 9th grade, but to put the equation together it would not really make sense for them. That will come only in 11th grade.

The first time we mix it, in 10th grade, when we are solving some problems, like calculating surface areas, you use reckoning.

In 9th grade there are two basic pillars in math, one in algebra another one in geometry. In algebra we call it algebraic theories: algebraic identities like $(a + b)^2$. Using them is the biggest part in 9th grade. Another epoch is geometry, constructing certain points that have something in common, like "where are the points that have a same distance from a given point? the kids know it already, they use this knowledge that comes from 5th grade. Where are the points that have equal distances from a straight line.... 3 given points and so on → the sum of the distances will be a given number from 2 given points (ellipse). And so on... A third epoch would be with probabilities and combinatority. In 9th grade the teenagers need SAFETY, you have to tell them how to do things. Not give them formulas, but algorithms. THESIS is a word for 9th grade. Make statements - create and discover Mathematical identities are built together with the students. THERE ARE THINGS THAT ALWAYS STAYS THE SAME. In this age they find that everything is changing around themselves and in themselves. Boys growing so much, girls with skin problems, changing the voice. The heart is changing, they realize that their friends are different, their parents, they look at them differently. Like a 3rd Rubicon. Everything starts to fall apart, and you have to give them something safe! The kids should know "today we will do exactly what we

did last class.” That’s healthy to them. The structure of the class must be the same. You greet equally, you make the same path. Routine is a key word! If you do that, you will be able to work. If you change something, they fall apart and something will go wrong.

In geometry construction of conic curves, Cassini curves and Apollonius circles.

- *ellipse*
- *hyperbola*

X Cassini curve

Apollonius circles

TENTH GRADE

The process of changing is in its most critical point, at age 16. Some time they look at the mirror and they can’t recognize themselves, they are just staring at it and looking, thinking, that is a stranger. This is the time when they find that the world is not so shiny and beautiful as when they were children and they first find that reality is heavy. It is like a parabola that starts descending on 6th grade, with the heaviness of the body starting, and now they are in the minimum point. Deep pain and sorrow are on their faces, “there is no hope, why should I do anything, nothing can be perfect, it is more and more complicated to live in this world”. Hopelessness, everything is falling apart. It is hard to get used to their selves. In Math, then, we teach topics where we can analyze things, investigate, observe. The word now is ANALYSIS. One big topic is the QUADRATIC. Quadratic equations, formulae, functions and several and different ways of solving a quadratic equation, at least 6 ways. This is an epoch of 3 weeks. Then they have a final test, before writing the test, the teacher can summarize what have been done together. The kids will like to take a look on it at once, writing and reflecting about it. The teachers make an oral list. Pythagoras Theorem is another topic. Other topic is trigonometry, including landscape map. This, the map, is the first time where math and geometry really meet: sine, cosine and tangent and cotangent come to a drawing. Geometric problems starts now, like having a ladder and you put it against the wall You make algebra to calculate them, you make drawings because you need them, but then you use equations and calculations, and study trigonometry rules because they are needed now for drawing. **This year the kids really need to see that learning makes sense and is useful.** “When will I

use this?", when people make maps, the kids may use to it build a bookshelf. It's cheaper and more satisfying. The way of it thinking will be useful, not the calculation.

In geometry: everything connected to the circle and similarity, similar triangles, shapes, congruency.

They are in the classics: Mozart, Newton

ELEVENTH GRADE

The teenagers are stronger now, they are desperate to learn, they have ideas, thoughts about themselves and about the others. They are trying to find their own path in life. What am I to do in earth, what is my task here. They are trying to find it, some are starting to work. One of the most important epochs is PARCIFAL. This is the time where the young adult can open his heart towards others and realize that they are not alone in the world, there are others, and it is interesting and important to work together. The climbing of the parabola starts.

The changes of time, when the classical turns into something very different. Debussy, Jazz, Max Planck and Einstein, Nils Bohr, quantum physics. They changed everything in physics.

It is the ANTITHESIS year. Here they are learning things, leading with topics that have a strange beauty. The kids are very abstract, philosophical. Somehow they are abnormal, but these are more beautiful than normal, ordinary things. The kids feel that what they are studying is abnormal, but they are strong enough, organized for it. Now come the logarithm, it is a very abstract thought that any number can be a power of another any number, that is a hard thing to think. Analytic geometry comes now as well - this is the point, because it is so abstract when I write an equation that has 2 unknowns and I can tell the form it will take geometrically: I will know lots of things about it: its place, its shape and so on.

Geometry: different geometries; non Euclidian geometries, spherical geometry a bit of projective and hyperbolic geometries. It gets very well with the Parsifal, it is so different from Euclidian geometry, because it is such a different way of looking at: different points of view.

If you don't study as many things as possible seriously, and you don't school yourself enough, then you won't be able to recognize the kids talents...

With spherical geometry you teach how to see of a different point. In projective geometry there are things that can not be seen but are still there. They can be thought, like the infinitely distant point, and so on. With hyperbolic geometry, once you've learned the spherical one, it has such a semispherical model and upon it you can build interesting connections (strong connections with Hungary Bolyi Lobacsevsskig - he invented it and nobody gave value to it) and so, if this will be good someday, I can give something to the future, even if it seems weird now.

Beginning of the modern age, when everything started to turn upside down and inside out.

TWELFTH GRADE

The world now is SYNTESSES. Hopefully by age 18 the kids are finally coming up on the parabola, they have a wide sight in the world around them, they see out of themselves, they see their own class objectively, how the school works, how much of the world works, how the adults work, what costs money and what doesn't. How difficult with some decisions. Connections that are presented on the real world. They can think about the world and talk about serious problems. If everything was done correctly, they will be able to make judgments, to ponder, consider 3 sides at least of one thing - not 12, but 3. Can listen to others, consider options that are not theirs. They may have some idea of what to do in their lives, or decide a job or something to do.

You have to summarize everything you have done with the kids. In math you teach topics which use all the knowledge you've collected since 9th grade. Volumes, surface, area in geometry, cutting solids and determining everything volumes. Problems like when you have a rectangle and you put a stick on it and start to spin it and get a shape (revolutionary solids). Another big topic would be functions, could lead to calculus as well. From the very beginning till the end because they are so abstract, its definition is so general, it is generated from a package of anything here and another them. You have 2 sets of elements, and from an element of one of the sets you determine the element of the other set. You determine an A element to a B element. You don't have to draw it, it is about a rule, about determination, it is not about a drawing. A graph of the function is not it, because it exists without the graph. If you start drawing it before, they will think strongly that when you draw the axes, you

will draw a function, It is not! It is just a drawing of it. You can generate functions of everything. Between men and shoes, between animals and food and so on.

$$f(x) = x + 7$$

Now we can use everything you have learned in it.

Series: geometrical series, infinitesimal, arithmetical series, infinit sums, Fibonacci, Dirichlet.

The kids have great interest in banks –mixed taxes.

Series that has a tendency, what is common in them, the tendency is that if I go further and further it will get CLOSE to a certain number. If the teacher feels they will understand the concept of limit, limits can also be done.

Geometry: geometry and bodies (solids) - area, volume and so on.

CsillaHegyí is a Waldorf teacher for 10 years already. She got into a Waldorf school “by chance”. One of her colleagues phoned her and asked her if she imagined she could teach in a Waldorf School, and not if she would to work there. The school told her the truth: they had a situation, their first group of students would have to go through the national exams, and they did not know mathematics for that. She hadn’t finished university until then. She visited some classes just to know the kids. She used to make notes, before and after that, she had a teachers planner with some basic thoughts, not big stuff. She also marked in her teachersplan, with a circle or so, a lesson or an activity that was a very good one. At the teachers conference they talked a lot about the kids, did a lot of work together. On anthroposophy as well they talked a lot about anthropology of the teenager, in details - there were teachers that could do it properly. The teachers, in the beginning of the year every teacher would tell what subjects he would work with the kids and WHY. She got to know the whole curriculum that way. She went to 4, 5, 1 day seminars. She took the class teacher seminary as well. And she read!!! And she talked with people. She also had two mentors.

ANEXO 5 - O currículo Waldorf de geometria como caminho de ampliação do conhecimento - do movimento corporal ao movimento do puro pensar

Taller oferecido no XII Congresso Ibero americano de Pedagogia Waldorf em Cali, Colômbia, julho de 2015

A oficina O currículo Waldorf de geometria como caminho de ampliação do conhecimento - do movimento corporal ao movimento do puro pensar foi oferecida aos participantes do XII Congresso Ibero americano de Pedagogia Waldorf. Contou com a participação de 18 professores de escolas Waldorf da América Latina e Suíça, dentre professores de ensino médio e fundamental.

Com uma hora e meia diárias, com duração de cinco dias, contabilizou sete horas e meia de trabalho composto por explanações, atividades de movimento corporal, de experimentação sensorial, desenhos de formas e geométricos dirigidos, conforme o cronograma descrito a seguir.

PROPOSTA ENVIADA À COORDENAÇÃO DO CONGRESSO:

Oficina - O currículo Waldorf de geometria como caminho de ampliação do conhecimento - do movimento corporal ao movimento do puro pensar

- **Professora Karla Neves** - Grupo de Ciências Waldorf do Brasil / Grupo de estudos de matemática e geometria Waldorf do Brasil / Professora de Classe na Escola Waldorf Rudolf Steiner de São Paulo - Brasil
- **Público alvo** - Professores em geral que queiram compreender o currículo de geometria na Escola Waldorf por meio de exercícios práticos
- **Justificativa** - O ser humano tem a possibilidade de percorrer, ao longo de sua trajetória terrena, um caminho insuperável de autoconhecimento. Este tem início com a conquista da motricidade própria, com sua partida no controle dos movimentos neonatais, chegando ao domínio voluntário e consciente dos movimentos corporais, alcançando a autonomia motora. Tal caminho é percorrido principalmente ao longo do primeiro setênio. No segundo setênio, esta habilidade angariada está disponível para metamorfosear-se, elevar-se a níveis mais sutis, abstratos. No currículo Waldorf, perpassando homem-membros, homem-tórax e homem-cabeça, esta trajetória transformadora tem a possibilidade de ser vivenciada intensamente por meio do trabalho com o DESENHO DE FORMAS e, posteriormente, com a GEOMETRIA, adentrando o terceiro setênio e chegando à geometria projetiva.
- **Objetivo** - Oferecer aos professores uma possibilidade de compreensão do trabalho com o desenho de formas e a geometria ao longo do currículo Waldorf, e sua relevância
- **Metodologia** - Realização de exercícios corporais, desenhos à mão livre e com instrumentos, reflexões em conjunto, que levem a percorrer um trajeto que ilustra o caminho que principia no movimento corporal, seu domínio, apreensão, controle e elevação, chegando à possibilidade do movimento humano mais sublime, o do pensar.
- Material necessário e espaço
- Uma sala de aula com lousa, giz, carteiras onde se possa desenhar e cadeiras

- Compasso e régua para lousa / Giz de lousa branco e colorido
- Papel sulfite formato A4 e A3 / Bastões (como usados no quarto ano) e barbante
- **PARTICIPANTES** devem levar compasso, régua, giz ou lápis de cor, lápis grafite, borracha.
- Número de participantes - 18

DESCRIÇÃO DA REALIZAÇÃO DA OFICINA

13 de julho

SENTIDOS E DESENHO DE FORMAS

DESENHO DE FORMAS, O MOVIMENTO LEVADO AO REPOUSO

Provocação do dia - GNOTHI SAUTON

1. Andar nas cadeiras – conversar (pular corda);
 - Breve descrição da trajetória do desenvolvimento da motricidade humana: ao nascer o movimento é caótico, desorganizado, automático estimulado por elementos do ambiente externo, o bebê começa a, incidentalmente primeiro, dirigir-se ao mundo externo por meio do movimento, começando a perceber seu movimento próprio e a organizá-lo;
 - Caminhar reto / curvo, velocidades variadas – compartilhar sensações - desenhar linhas retas e curvas;
 - Caminhar simetrias, corda no chão como eixo - desenhá-las;
 - Metamorfose dos sentidos inferiores;
 - Abrir para comentários e perguntas.
- Apresentação da proposta da oficina aos participantes
- Todos os participantes andaram sobre as mesas da sala, dispostas em círculo, com os olhos fechados, ao final descreveram suas impressões e sensações
- Desenho de linhas retas sobre folha de papel A3, aleatoriamente
- Desenho de linhas curvas sobre folha de papel A3, aleatoriamente
- No pátio externo da escola, os participantes caminharam em linhas retas, em velocidades variadas, depois em linhas curvas, também em velocidades variadas
- Voltando à sala, conversa sobre as sensações / impressões ao caminhar cada tipo de linha

- Desenho de linhas retas e depois de linhas curvas, novamente, sobre papel A3, relatos dos participantes falando sobre as qualidades diferentes das experiências

Elementos de fomento para discussão sobre as vivências

- GNOTHI SAUTON
- Crianças avassaladas em seu desenvolvimento sensorial pela civilização atual – CURA: RITMO, dissolve tendências esclerotizantes do robô; tranquiliza e vivifica / BRINCADEIRAS INFANTIS TRADICIONAIS, “escola superior dos sentidos”
- A atividade PLÁSTICA sempre imita a ORGÂNICA, tal como, na ideia de Goethe, uma planta imita a protoplanta.
- Contemplar obras de arte educa o organismo sensório
- SAÚDE depende da humanização dos sentidos volitivos, o que promove: cultivo da vontade / aprendizado escolar efetivo (os sentidos superiores ou cognoscitivos são resultado da metamorfose dos sentidos inferiores ou volitivos) / vivências de boas sensações, do ponto de vista pedagógico
- As crianças de hoje devem abastecer-se de energias muito diferentes e muito mais superiores que as do passado, para terem energia de resistir / conviver e dominar a civilização tecnológica

14 de julho

GEOMETRIA À MÃO LIVRE, MOVIMENTO POR TRÁS DO MOVIMENTO

Provocação do dia - O QUE É SER UM ADULTO DO SÉCULO XXI

- RETROSPECTIVA sobre os SENTIDOS, com perguntas sobre sequência e reflexões a partir do trabalho do dia anterior
- qual foi o percurso de ontem?
- onde vimos ontem o SOCIAL?
- onde já foi possível perceber conexão entre sensorialidade e pensamento?
- O CÍRCULO - 5º ano - andar círculo *todos* / vivência do “controle remoto”, com comandos para um participante andar o círculo sem usar palavras “geométricas” / vivência de caminhar o círculo com bastões sob o braço - ANDAR O CÍRCULO E CAMINHAR E GIRAR SIMULTANEAMENTE
- HARPEDONAPTOS - 6º ano - com bastões e cordas, desenhar a rosácea no chão do pátio,

SENTIDO	IRRADIA	PERMITE
VITAL	sensação de BEM ou MAL estar	sentir-se SAUDÁVEL
MOVIMENTO	sensação de LIBERDADE	sentir-se como ALMA
EQUILÍBRIO	sensação de INDEPENDÊNCIA	sentir-se ESPÍRITO
TATO	sensação de PRESENÇA DE DEUS	sentir a ONIPRESENÇA DIVINA

MUNDO → *DECOMPOSIÇÃO* → *RECOMPOSIÇÃO* → MUNDO

sentidos corporais *forças anímicas*
(ferramentas corporais) *(ferramentas anímicas)*
 pensar, sentir, querer

15 de julho

PERSPECTIVA, NOVA CONSCIÊNCIA SOBRE A REPRESENTAÇÃO NO DESENHO

Provocação do dia - A CONTEMPLAÇÃO EDUCA O ORGANISMO SENSÓRIO VOLITIVO

- RETROSPECTIVA - caminho do DESENHO DE FORMAS - movimento amplo / movimento pequeno / traçar no papel / contemplar
Qual o ambiente em que os sentidos das crianças se desenvolvem hoje?

MOTOR

MECÂNICO → CURA = RITMO / BRINCAR LIVRE

hiperestimulação onde?

hipoestimulação onde?

Citando a palestra de Florian Oswald, da véspera, *corporalidade hoje é virtual...*

Uma criança que tem questões com, se beneficiaria com:

SENTIDO DO TATO - areia, terra

SENTIDO VITAL - água, água morna

SENTIDO CINESTÉSICO - movimento com ajuda inicial de outro

SENTIDO VESTIBULAR - pular corda, balançar, andar de perna de pau, rolar, brincadeiras que envolvam o equilíbrio

- PERSPECTIVA DO CORREDOR - desenho de observação / contemplação e conversa sobre os resultados

- DESENHO DO CORREDOR USANDO UM PROYECTÓMETRO - constatação da “fuga” das linhas paralelas
- CONTEMPLAÇÃO DE OBRAS DE ARTE antes e depois da “descoberta” do ponto de fuga (do medievo e renascentistas)
- DESENHO DE PERSPECTIVA COM PONTO DE FUGA CENTRAL, de tabuleiro quadrado com 16 campos
- DESENHO DE PERSPECTIVA COM DOIS PONTOS DE FUGA

16 de julho

PENSANDO O INFINITO

• RETROSPECTIVA

período	características	elementos / expoentes	relação com o espaço	relação com a sensorialidade
egípcios, caldeus, hebreus, Tiahuanaco	Geometria Sagrada escolas de mistérios	Conhecimento iniciático	ESPAÇO UNIVERSAL	percepção da atuação dos espíritos da Forma que trouxeram a possibilidade da corporalidade física a partir do espaço universal
Grécia, Roma antigas	Geometria Sensorial Arquitetura	lógica / dialética disciplina do pensamento seção áurea EUCLIDES	ESPAÇO TERRESTRE	permite à alma adaptar-se à Terra lida com medidas, com o visível
Itália, França,	Geometria ilusionista Pintura e arquitetura Figura nº. 18 Escala 1:50	ponto de fuga linha do horizonte	NOVA CONSCIÊNCIA DO ESPAÇO TERRESTRE	não mais possível acompanhar com o tatear, possível acompanhar com a visão
Europa	Geometria, sintética, orgânica	Desargues, Brianchon, Pascal, Poncelet, Fibonacci infinito / polaridades / intensificação dimensão progressiva considera a dimensão do processo, a dim. Temporal / 3 pontos de vista - o de ponto, o da reta, o do plano	GEOMETRIA SINTÉTICA, ORGÂNICA	não mais possível acompanhar com a sensorialidade, possível acompanhar apenas com o pensamento

Tabela 2 - A geometria na história

17 de julho

POLARIDADES E O SER HUMANO, GEOMETRIA E O PURO PENSAR

- **RETROSPECTIVA**

Como são os sentidos inferiores em relação com a matemática?

Andamos sobre mesas com olhos fechados, desenhamos perspectiva sem técnicas, compreendemos movimentos que estão por trás dos movimentos aparentes, como me relaciono com desafios? O que senti nestas situações? Como me dediquei, empenhei?

- Conheço-me melhor?
- Condição humana (sentidos inferiores), sentir-se bem (em casa), sentir-se livre, sentir-se independente, sentir-se consciente do mundo espiritual.
- Qual a minha relação com os sentidos inferiores - tato, vital, movimento e equilíbrio?
- Desenhar um ponto –Um participante da oficina tenta fazê-lo na lousa, sem sucesso: *geometria é puro pensar! Só existe no mundo das ideias.*
- Exercício de **imaginação ativa** com polaridades:
- Planos que se aproximam: de cima, de baixo, pela frente, por trás, pela direita, pela esquerda: CUBO.
- Círculo que diminui ao mínimo: PONTO
- Círculo que aumenta ao máximo: PLANO
- Faces do cubo contraem-se a ponto: OCTAEDRO
- **INVERSÃO NO INFINITO**
- Forma em processo - possibilidade de percepção do etérico, do corpo vital, que se expressa em processos
- Atuação na corporalidade humana
- O esqueleto reflete em suas formas que o ser humano é um ser cósmico
-
- **CONTEMPLAÇÃO DE FOTOGRAFIAS DE OBJETOS**
- ROCHA - moldada pela natureza - a forma é um “contorno”
- PONTA DE LANÇA - seu formato foi CONSTRUÍDO, qualquer utensílio é uma construção - UTILITÁRIO
- BAIXO RELEVO EM PEDRA - há uma ideia, uma composição
- OSSO - relação com INTERIOR e EXTERIOR - provoca algo em outros

CONTORNO → CONSTRUÇÃO → COMPOSIÇÃO

Figura 35 - Lousa contendo a síntese da trajetória conceitual percorrida na oficina

Figura 36 - Exposição final de trabalhos realizados na oficina

Ahora propone dibujar un punto y entonces alguien lo representa en el tablero y se llega a la conclusión que la geometría es una representación del pensamiento.

Polaridad entre punto - esfera.

Punto

Plano

Esfera.

Luego hay que dibujar un octaedro a partir de la construcción de un círculo y conjunto de líneas que al relacionarse da forma al octaedro.

Ahora si cogemos el punto

Círculo

Elipse si el punto se corre de A al infinito punto B

Si el punto se corre al infinito entonces tenemos la parábola

Figura 37 - Resumen de aula 17/7/2015, realizado por participante da oficina

Santiago de Cali 17/julio/2015.

Taller de Matemáticas.

1. Retrospectiva

Se van hacer unas preguntas y cada participante escribe algo respecto a lo que se pregunta.

- Se han realizado ejercicios con el cuerpo para experimentar la geometría.
¿Qué son sentidos saludables?

Dibujamos en el papel y en el piso lo que hemos experimentado

¿Por qué la experiencias con los sentidos inferiores es matemática?

- Se ha hablado y experimentado la recta y la curva entonces la pregunta.

¿Qué hay de Sagrado en la Geometría?

- ¿Cómo me colocó yo como adulto del siglo XXI?

- Se ha dibujado en perspectiva, se ha utilizado el espectrometro se elaborado dibujo del pentagrama.

¿Cómo relaciono con los desafíos?

- Ahora nos hemos acercado al infinito a través de algunas experiencias con el cuerpo y con el dibujo. y el pensar

¿Cómo es mi relación con lo cotidiano con respecto al tacto, el movimiento y pensamiento?

Luego la Maestra inicia con una frase

"Gnotti sauton"
"Conocete a ti mismo"

Figura 38 - Resumen de aula 17/7/2015, realizado por participante da oficina

• Cuando dibujo una línea traduzco el movimiento de todo el cuerpo en un dibujo.

• La Maestra hace un dibujo de líneas con las manos en el aire y todos la hacemos con ella, luego, con el dedo sobre la hoja, finalmente en el papel.

1º grado

• colocamos una soga en el medio. y caminamos simétricos, luego al papel

2do grado

• Percibimos el movimiento y luego pasamos a las 2 dimensiones del papel.

1 2
3 4

• Siempre pasamos primero a dibujar con los brazos en el aire y luego con el dedo en la hoja. luego con el lápiz

3er grado

en esta simetría se da una rotación.

La forma es línea, no superficie, es el rastro de un movimiento

3er grado → interioridad y exterioridad.

Figura 39 - Resumen de aula 15/7/2015, realizado por participante da oficina

ANEXO 6 - Entrevistas com professores de matemática atuantes em escolas Waldorf de São Paulo

Pergunta norteadora – Quais diferenças podem ser percebidas no corpo discente no Ensino Médio em uma escola Waldorf?

- *Entrevista realizada em agosto de 2016 com o professor **JOÃO FABIO PORTO**, Professor de matemática do 9º ao 12º anos na Escola Waldorf Rudolf Steiner desde 2010. O professor João já foi docente em escolas convencionais, como Pedro Américo, e pôde, dessa maneira, contribuir com reflexões bastante interessantes tanto sobre a atuação do professor quanto da receptividade e participação dos alunos nas aulas de matemática.*

Segundo João, no Ensino Médio de uma escola Waldorf há três âmbitos a considerar concernentes ao trabalho realizado, sendo um deles a maneira como os pais apoiam o mesmo, outro a receptividade dos alunos propriamente dita, e o terceiro, o preparo do professor no domínio dos conteúdos e no conhecimento dos aspectos de desenvolvimento concernentes às faixas etárias com as quais trabalhará, aliados à sua sensibilidade no tocante a cada nova classe que recebe no Ensino Médio.

O professor tem maior liberdade de atuação na escola Waldorf do que na escola convencional. O fator continuidade, que significa acompanhar a mesma classe ao longo dos quatro anos desse período escolar, já faz muita diferença, assegura João. Na escola convencional o professor é refém do conteúdo, ele tem a obrigação de dar determinada matéria num tempo e momento pré-determinados. Na escola Waldorf, o docente pode, a cada novo conjunto de alunos, diante de suas características particulares, afinidades e ritmo de aprendizagem, adaptar a matéria ao ritmo da classe, sempre respeitando as características antropológicas de cada etapa. Os conteúdos podem ser reorganizados de forma a que sejam efetivamente abraçados e assimilados no momento mais propício para aquele grupo docente.

Isso é muito positivo, avalia João, e como resultado, a qualidade final do aprendizado como um todo é muito maior.

O ensino em épocas é um agente facilitador e também um desafio. Os alunos já têm o hábito dessa organização da grade curricular desde o 1º ano, o que

ajuda muito, o trabalho flui bem e com tranquilidade. Desenvolver conceitos funciona muito bem, pois o mergulho profundo propiciado por essa forma de trabalho permite uma investigação mais minuciosa e contextualizada, levando os alunos a maior dedicação ao trabalho e promovendo, além de um bom aproveitamento escolar, o desenvolver de uma mentalidade matemática, o que não ocorre na escola convencional.

Os alunos chegam ao nono ano ansiosos diante de muitas novidades. Pela primeira vez terão professores para cada disciplina em particular, não mais é o professor de classe quem ministra a maioria dos conteúdos. Professores novos, novas dinâmicas sociais, muitas novidades. Uma delas, a seu ver, é o vestibular que se aproxima, e eles desejam conhecer do que se trata, querem saber detalhes, discuti-los. Não aceitam, por outro lado, “cair na decoreba”, diz João; questionadores, querem entender cada passo dado no desenvolvimento da matéria. Algumas explanações, alguns exercícios que tenham caído em vestibulares os levam a diminuir a ansiedade, e assim, em pouco tempo, os alunos se acalmam e seguem dedicados ao estudo e abertos às novas descobertas.

Há muitas **características interessantes** no aluno de uma escola Waldorf, atesta João, e chega a ser assustadora a facilidade com que lidam com o raciocínio espacial, algo que João nunca tinha testemunhado nas escolas convencionais. Não é preciso desenhar algo, os alunos acompanham apenas com sua imaginação, com o raciocínio. No cálculo João também percebeu muita diferença, o pensamento é mais flexível, a facilidade e a criatividade na resolução de problemas são enormes. Um exemplo concreto é o trabalho com a geometria no 11º ano. É possível tratar com os alunos sobre a existência de mais de uma geometria, além da Euclidiana, e perceber como uma “conversa” com a outra. Os alunos acompanham esses estudos com extrema facilidade, para eles é algo mesmo natural.

Um fator a considerar é o **apoio dos pais**. Tal apoio é importante, e depende principalmente da maneira como o tutor da classe conduz perante os pais os esclarecimentos sobre o trabalho que será desenvolvido, seus aspectos metodológico-didáticos e a consonância destes com o momento biográfico dos alunos em cada ano escolar. Segundo João, é muito importante que tal parceria com

as famílias seja estabelecida desde o 9º ano. Quando isso ocorre, o sucesso do trabalho é ainda maior.

- *Entrevista realizada em agosto de 2016 com o professor **MAURO POMPEU PORRINO**, Professor de matemática, geometria e outras disciplinas **correlatas do 9º ao 12º anos** no Colégio Micael há 28 anos. Palestrante e docente em seminários de formação Waldorf, tutor/orientador de escolas Waldorf em diversas cidades do Brasil.*

NONO ANO

No nono ano, os alunos precisam de apoio para organização – *ainda* estão confusos e não preparados para o pensar profundo. É o ano para reorganizar hábitos de estudo, reorganizar a matemática, dar uma nivelada na classe. Parte disso tem a ver com retomada de conceitos, que é algo mais que revisão. Aparecem os conceitos de outra forma, no resgate dos conteúdos. Há outras demandas para ajudar no caos interno – conteúdos que possibilitem organização anímica, estrutura anímica. O ensino é configurante de novo, como no início do segundo setênio, nos anos iniciais do Fundamental, mas agora com caráter estruturante do pensar.

No começo do terceiro setênio há a tendência de julgar de forma muito rápida, sem ponderação, não tem “dégradé”. Por isso, trabalhar conceitos que obriguem o aluno a enxergar diversas maneiras diferentes de solucionar problemas, de responder perguntas, ajudam a melhorar sua FIXIDEZ.

Também é importante trazer conceitos e situações que despertem o aluno, ele ainda é meio sonhador, para que ele acorde para a matemática. Ajuda trazer questões provocativas, que saem do lugar comum, funcionando como que uma rasteira para sair do lugar comum. Isso pode se dar com os conteúdos, mas também com situações lúdicas, charadas, jogos, situações banais bem humoradas, onde os jovens percebem que há um problema por detrás, diferente do que haviam imaginado.

Para atender tais demandas, na álgebra temos a continuação da estrutura dos produtos notáveis e o entendimento mais profundo disso, através do estudo do binômio de Newton e do triângulo de Pascal. Assim, as leis algébricas, que já foram estudadas no oitavo ano de outra forma, são parte de um todo muito maior. O aluno descobre como fazer isso além do que já aprendera, por exemplo, elevar algo à 15ª

potência, como fazer de maneira mais inteligente – isso traz um sentimento bom de capacidade. Olhar para as coisas, o que suscita mais atenção.

Combinatória é muito adequado, arranjos, adequações, próximos ao seu dia a dia, situações que tenham a ver com seu cotidiano, o que eles vivenciaram. Aqui é preciso “contabilizar” todas as diferentes maneiras de formar grupos, ordenar objetos, sequências de elementos diferentes que podem ser feitas. Atua contra o movimento típico da idade que não consegue perceber ainda as muitas possibilidades. O pensar se organiza nesse mapa de alternativas.

Dentro da mesma demanda, equações do segundo grau. Elas permitem que um problema tenha duas soluções legítimas, verdadeiras, mesmo que completamente diferentes uma da outra : organização algébrica + resoluções diferentes.

Lugares geométricos também têm essa característica por detrás: circunferências que passam por um ponto e tangenciam outra, dependendo da condição inicial dada, podem trazer várias soluções – o aluno pode enxergar e desenhar isso. No mundo da imaginação ele coloca essa dinâmica nas diferentes situações possíveis. A partir da solução imaginada, você desenha e cai num dos inúmeros casos – isso precisa ser bem exercitado. Em aulas avulsas, é trabalhado o desenho geométrico, não há necessidade premente de uma época.

Introdução à trigonometria, até triângulo retângulo, entra Pitágoras – quadrado perfeito, ternos pitagóricos – primórdios de trigonometria no triângulo retângulo. Como fazer pequenas investigações sobre distâncias e ângulos usando uma geometria bem básica. A semelhança de triângulos também é retomada, discutindo questões de escala, proporções. Retomar de um jeito que não seja apenas uma revisão, mas embasamento para o que vem depois.

DÉCIMO ANO

O aluno já passou pela transição, em que a consciência ainda era muito turva, e agora as coisas se assentam, vem uma calma. Chega à maturação terrena, o aluno sente que pôs o pé na terra e que por aqui vai ficar. Na matemática as atividades dão a ele ferramentas para ORDENAR o mundo. Antes foi um trabalho braçal. Agora, enxergar relações que existem e lidar com atividades de ordenação do caos: vem a medição de terra, a trigonometria e a agrimensura – interessante para o aluno ver a diferença entre a matemática e a matemática aplicada, onde há a

possibilidade do erro. No mundo real trabalhamos dentro de uma margem de erro necessária, típica do mundo encarnado.

Começo do estudo de funções – mostrar como as coisas funcionam em relação umas com as outras. Não é ainda a função “pré-cálculo”, mas como explicitar alguns tipos de relações que existem? Estudando um pouco de progressão aritmética até função polinomial do primeiro grau, com bastante calma, sem linguagem carregada, que ainda não é necessária. Notações elaboradas só se estritamente necessário. Vamos investigar o gráfico. Qual o caminho natural para chegar a uma lei de uma função? O caminho que vem da vida vem de uma coleta de dados que gera uma tabela, tenta-se desenhar algo, faz-se um gráfico, a partir dele tenta-se encontrar uma fórmula que a expresse. Esse é o caminho histórico. Descobrir pouco a pouco. No gráfico, como posso descobrir a lei da função que se expressa ali? De onde vem o coeficiente angular, a taxa média de variação? O aluno deve conseguir fazer isso de maneira autônoma.

Três faces importantes de escrever uma relação tipo função – a LEI ALGÉBRICA da função é uma parte mais abstrata, bem ligada ao pensar; o GRÁFICO – ele provoca um certo sentimento, “está melhorando”, “está piorando”; a TABELA vem do fazer, preencher dados. Isso faz sentido para os alunos. Para a maioria das pessoas o que mais funciona é o gráfico. A tabela é resultado de algo que foi exaustivamente feito.

Também trabalhamos a Função Quadrática, passo a passo. Ligar à equação de segundo grau vista no nono ano. Começar experimentando, como numa aula de ciências, depois se vai formalizando e percebendo o que faz a concavidade estar pra cima ou pra baixo... investigar.

Trabalhamos a construção de gráficos em papel milimetrado. Escalas podem ser diferentes.

GEOMETRIA – na ideia de entender como as coisas funcionam, estudamos curvas que têm a ver com movimento, bate com as aulas de física, a mecânica, entender as relações. Estudamos vários tipos de espirais, discutindo com os alunos como será a maneira de construir aquela espiral com exatidão. Como ligar pontos à mão livre? Qual é a lógica para ficar bem feito? Na espiral de Arquimedes, hiperbólica, logarítmica, qual a lei de formação geométrica? O mesmo com ciclóides, tricúspides, cardióides. Os alunos gostam muito. Numaepiciclóide, o que muda na

razão entre os raios – chegar a esse tipo de entendimento. Retoma até MMC - “vai fechar, não vai, quantas voltas...”.

A parte técnica é feita, mas também a artística. Há um processo de discussão e compreensão antes de fazer o desenho. Maior precisão é exigida.

INTERPENETRAÇÃO – geralmente as escolas trabalham isso no nono, mas prefiro no décimo primeiro, pois encaixa bem com a geometria espacial. No décimo ano fico mais no plano. Projeção de sombras poderia ser no décimo ano, pois tem a ver com compreender o porquê daquela forma, qual a relação ali embutida, quais os parâmetros presentes.

DÉCIMO PRIMEIRO ANO

Agora serão estudados PROCESSOS. O que encaixa nesse tema? Continuar funções, indo durante boa parte do ano para o que tem a ver com potências – exponenciais, logaritmos, PG (PA no 10^0), matemática financeira, função logarítmica. Isso tem a ver com processo, pois a maioria dos processos com que lidamos na vida tem a ver com exponenciais. A percepção das sensações físicas pode ser representada por funções logarítmicas como estudou FECHNER. Estudamos muitas escalas de percepção de som, luminosidade, tremor de terra. A escala logarítmica funciona muito – como te afeta, tem relação com a sensorialidade. Temos: a escala de pH, decibéis, Richter, matemática financeira, crescimento de colônias de bactérias(visita a sensorialidade: os processos vivos são aí reconhecidos).

Juros simples – PA, os compostos – PG e função exponencial. O estudo dos logaritmos entra muito ligado às aplicações. O professor de matemática deveria procurar fazer um trabalho transdisciplinar pessoalmente. Um trabalho transdisciplinar, só o ser humano adulto tem essa possibilidade de olhar todas as coisas que existem no mundo.

Outra parte que tem a ver com processos: sistemas lineares e matrizes. Como operar com tabelas, cai bem com o estudo de processos. Trabalhar sistemas lineares por escalonamento não por determinantes, pois não é mais necessário hoje em dia.

Indicação da geometria projetiva. Com a geometria vem a astronomia, também uma indicação, e o estudo de embriologia. Geometria espacial, com cálculos, apótemas – as relações. Trazer um pouco de projetiva por lidar com a questão da dualidade. Ler contos de ficção.

DÉCIMO SEGUNDO ANO

A ideia é que seja uma grande síntese. Há muitas opções, a recomendação Waldorf é que sejam trazidos cálculo diferencial e integral, probabilidade e projetiva. Aqui na escola, para fazer cálculo, os alunos ainda não estão no ponto. Elegi probabilidades, geometria analítica como uma que faz uma síntese entre álgebra e geometria, presentes em Descartes. Geometria analítica bem cartesiana, bem passo a passo, até a circunferência – para os alunos pensarem, descobrirem. Outro tema, depende da turma, são os números complexos; não tem mais relação com a parte sensorial, então há que ser feita uma investigação mental, como fazer as operações nesse conjunto, quais as normas operatórias. Ao mesmo tempo é algo que é síntese, pegar tudo o que conhece sobre aritmética e criar novos jeitos de fazer operações – isso atende à demanda antropológica.

Os alunos do décimo segundo ano muitas vezes têm uma grande vontade de ter revisões, mas não há tempo de fazê-lo em horário de aula. É preciso aproveitar o que se tem. As matérias já contêm grandes revisões, como na geometria analítica, na álgebra, no estudo de funções, equações e inequações. Está tudo ali. Retomam-se os estudos de cálculos de combinatória para as probabilidades.

Na GEOMETRIA não faço mais desenho geométrico, não há tempo.

OUTRAS CONSIDERAÇÕES

É um importante background o que cada classe demanda, o que gostaria de estudar, quais as suas afinidades. Essa sensibilidade do professor abre as portas para que os alunos se engajem no estudo da matemática, aprofundando-se de forma interessada, pois encontram sentido no que fazem.

Podemos dizer que cada ano escolar do Ensino Médio lida com uma pergunta inerente ao aluno daquela faixa etária:

Nono ano– O QUÊ? Caracterização, olhar as coisas, perceber acordar e ver do que se trata, não há aprofundamento.

Décimo ano– COMO FUNCIONA? Como se relacionam – causalidade mais explícita.

Décimo primeiro ano– POR QUÊ? Tem a ver com processos, entender os bastidores.

Décimo segundo ano– ano da síntese, a pergunta seria **A QUE SERVE ISSO?** É uma pergunta mais filosófica... saiu do concreto, indo para o abstrato, entra em contato com questões filosóficas, relação entre forma e número. O aluno tem o sentimento de que cria matemática ao lidar com números complexos e geometria analítica.