UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

KELLY CRISTINE RODRIGUES DE MOURA

**SIGNIFICAÇÃO DE CONCEITOS DE GEOMETRIA PLANA POR PROFESSORES
EM ATIVIDADE DE FORMAÇÃO**

SÃO PAULO

2020

KELLY CRISTINE RODRIGUES DE MOURA

**SIGNIFICAÇÃO DE CONCEITOS DE GEOMETRIA PLANA POR PROFESSORES
EM ATIVIDADE DE FORMAÇÃO**

Tese apresentada à Comissão do Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo como requisito para obtenção do título de Doutora em Educação.

Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Orientador: Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura

SÃO PAULO

2020

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Catálogo da Publicação

Ficha elaborada pelo Sistema de Geração Automática a partir de dados fornecidos pelo(a) autor(a)
Bibliotecária da FE/USP: Nicolly Soares Leite - CRB-8/8204

s MOURA, KELLY CRISTINE RODRIGUES DE
SIGNIFICAÇÃO DE CONCEITOS DE GEOMETRIA PLANA POR
PROFESSORES EM ATIVIDADE DE FORMAÇÃO / KELLY
CRISTINE RODRIGUES DE MOURA; orientador MANOEL
ORIOSVALDO DE MOURA. -- São Paulo, 2020.
284 p.

Tese (Doutorado - Programa de Pós-Graduação
Educação Científica, Matemática e Tecnológica) --
Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo,
2020.

1. Formação de professores de matemática. 2.
Atividade Orientadora de Ensino. 3. Conceitos da
geometria plana. 4. Teoria histórico-cultural. 5.
Significação de conceitos. I. DE MOURA, MANOEL
ORIOSVALDO, orient. II. Título.

KELLY CRISTINE RODRIGUES DE MOURA

**SIGNIFICAÇÃO DE CONCEITOS DE GEOMETRIA PLANA POR PROFESSORES
EM ATIVIDADE DE FORMAÇÃO**

Tese apresentada à Comissão do Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo como requisito para obtenção do título de Doutora em Educação.

Aprovado em:

Banca Examinadora

Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura - FE-USP (Presidente)

Assinatura: _____

Prof.^a Dra. Flávia Dias de Souza - UTFPR

Assinatura: _____

Prof.^a Dra. Neusa Maria Marques de Souza - UFMS

Assinatura: _____

Prof. Dr. Neuton Alves de Araújo - UFPI

Assinatura: _____

Prof. Dra. Silvia Pereira Gonzaga de Moraes - UEM

Assinatura: _____

Aos meus filhos, **Talles** e **Kayo**, sorrisos que iluminam a minha vida; e ao meu esposo, **Egnilson**, amado companheiro e incentivador: minha gratidão pelo apoio e pela paciência.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pelo dom da vida; pela força no enfrentamento dos obstáculos surgidos ao longo do caminho; por ter-me sustentado, iluminado e permitido minha chegada até aqui. E ao Senhor Jesus, por estar sempre comigo.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura, que com muita paciência e dedicação me encaminhou no processo de produção desta tese, compartilhando o seu vasto conhecimento, compreendendo e respeitando as minhas limitações, incentivando e demonstrando acreditar em meu potencial. Prof. Ori, minha gratidão e admiração. Sua conduta e seus ensinamentos levaram-me a adquirir uma nova qualidade profissional e pessoal, o que me motiva a seguir trabalhando a formação docente em favor da educação humanizadora.

Ao meu esposo, Egnilson, e aos meus filhos, Talles e Kayo. O amor que vocês têm por mim é o que me estimula a enfrentar e vencer todos os desafios. Amo vocês!

A todos de minha família, por todo o incentivo recebido. Em especial, aos meus pais, Pedro (Pedim de Sobral) e Roseli, pelo apoio contínuo e amor incondicional; às minhas irmãs, Kelvya e Katianny, por sempre acreditarem em mim; ao meu cunhado, Norberto, pela disponibilidade; e aos meus sobrinhos, Pedro, Ruan e Larissa. A vocês, meu amor e minha admiração.

À minha sogra, Maria de Nanto, pela disponibilidade e pelo apoio prestado ao meu esposo, Egnilson, e ao meu filho, Kayo, durante o período em que me ausentei de casa: meu respeito e carinho.

À Edna Fernandes, que com muito zelo, assumiu os cuidados da casa durante a minha ausência. A você, minha gratidão.

Aos meus amigos, compadres, comadres e afilhados que, de alguma forma, fizeram parte dessa jornada. Eu agradeço, de todo o coração.

Ao Prof. Dr. Neuton Alves de Araújo, um amigo que o doutorado me deu; que me apoiou nessa caminhada, desde o início; a quem agradeço pelas valiosas contribuições e pelo incentivo. Agradeço, ainda, por ter integrado a banca de minha qualificação, juntamente com a Prof.^a Dra. Flavia Dias de Souza e o Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura, a quem sou grata por nortear os meus estudos.

À Universidade Federal do Piauí, por meio do Magnífico Reitor, Prof. Dr. José Arimatéia Dantas Lopes, pela oportunidade de qualificação como docente dessa Instituição de Ensino Superior (IES), e por possibilitar a realização de um sonho antigo: o meu doutoramento.

Aos coordenadores do DINTER FE-USP/UFPI, Prof. Dr. Agnaldo Arroio (USP) e Prof.^a Dra. Germaine Elshout de Aguiar (UFPI), que não mediram esforços para que esse convênio (FE-USP/UFPI) se concretizasse. Meus agradecimentos por todo o apoio e a dedicação disponibilizados no decorrer do curso de doutorado. A vocês, minha admiração e meu respeito.

Aos professores da FE-USP, que saíram de suas rotinas em São Paulo e se dispuseram a vir ao Piauí ministrar as disciplinas e compartilhar seus amplos conhecimentos, de imensurável valor para a nossa formação acadêmica e profissional: minha eterna gratidão.

Aos colegas do doutorado do Dinter FE-USP/UFPI, pela parceria, pela socialização de conhecimentos, pelos momentos de descontração e pelos incentivos em dias de desânimo. Especialmente, aos colegas de Bom Jesus-PI, Wagnaldo e Ranchimit. Guardarei todos em minhas melhores lembranças.

Ao Prof. Dr. Alan Kardec Carvalho Sarmiento, pela valiosa contribuição no curso de formação continuada proporcionado por esta investigação, meu muito obrigada.

Aos professores que ensinam matemática nas escolas estaduais do Piauí, particularmente aos sete professores que participaram como sujeitos deste estudo, obrigada pela disponibilidade e confiança. Agradeço também pelo acolhimento dos alunos do 2º Ano – turma 2018 – do Centro de Ensino Médio José Soares.

Ao Sr. Diretor, Prof. Joabes Pereira da Silva, da escola Centro de Ensino Médio José Soares, localizada em Redenção do Gurguéia-PI, por permitir a realização das ações da pesquisa e a utilização do espaço físico dessa unidade de ensino, meus agradecimentos.

Aos professores do colegiado do curso de Licenciatura Plena em Ciências Biológicas do Campus Professora Cinobelina Elvas (CPCE), onde sou lotada. Em especial, o Prof. Me. Alberone Fernandes de Sousa, Prof. Dr. Alexandre José Medeiros do Nascimento e Prof. Dr. Héliques Mesquita Frazão, que voluntariamente assumiram minhas disciplinas, possibilitando o meu afastamento das atividades docentes para dedicar-me à pesquisa desta tese, meus sinceros agradecimentos.

A todos que, de alguma forma, contribuíram e estiveram comigo durante esse percurso,

Muito obrigada!

“Mestre não é aquele que sempre ensina, mas aquele
que de repente aprende”
(GUIMARÃES ROSA)

MOURA, Kelly C. R. de. **Significação de conceitos de geometria plana por professores em atividade de formação**. 2020. 284 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2020.

RESUMO

Este trabalho de pesquisa teve como objetivo *investigar os processos de significação de conceitos da geometria plana por professores em “atividade de formação”*. Para a sua realização, pautou-se nos pressupostos teórico-metodológicos da Teoria Histórico-Cultural (THC), da Teoria da Atividade (TA) e da Atividade Orientadora de Ensino (AOE). Quanto ao método, valeu-se dos pressupostos do materialismo histórico-dialético e do princípio explicativo de Vygotsky. Adotou-se como metodologia a pesquisa formativa, tendo como técnica e instrumentos de captação de dados, questionário misto, entrevista semiestruturada, encontros de formação, e registros em áudio e/ou vídeo dos momentos de desenvolvimento das atividades propostas nos encontros formativos. A análise dos dados, realizada a partir do referencial teórico que orienta a pesquisa, deu-se por dois eixos: o primeiro trata da *Relação do professor de matemática com a geometria e o seu ensino* – referente aos dados obtidos antes da realização das atividades de cunho formativo – e organiza-se sob três aspectos; o segundo eixo, tendo a *AOE como mediação de formação docente para apropriação de conceitos da geometria plana*, refere-se aos dados obtidos a partir das atividades desenvolvidas com os sujeitos no processo formativo e no espaço de aprendizagem, sendo apresentado em unidades de análise, de acordo com Vygotsky, e episódios, em conformidade com Moura (2004). Na busca por *indícios de significação de conceitos da geometria plana por professores em “atividade de formação”*, apuraram-se os dados explicitados e discutidos nos eixos supracitados, evidenciando os instantes considerados, indicadores de mudança qualitativa na formação dos professores, desencadeados no processo de desenvolvimento das ações formadoras e centrados na apropriação de conceitos geométricos, por meio da organização do ensino. Finalizando a análise, mostram-se *os sentidos revelados por dois professores na ação final da atividade de formação*. A análise dos dados obtidos na avaliação final do processo formativo corroborou as conclusões sobre o salto qualitativo na relação do sujeito (professores que ensinam matemática no ensino médio) com o objeto (conceitos da geometria plana) mediado pela AOE em um processo formativo, revelando indícios dessas mudanças de qualidade na compreensão dos professores. Assim, esta investigação dá evidências de *que a organização do ensino por professores em atividade de formação acerca da geometria plana resulta na apropriação de seus nexos conceituais para a atividade de ensino*.

Palavras-chave: Formação de professores de matemática. Atividade Orientadora de Ensino. Significação. Apropriação de conceitos da geometria plana.

MOURA, Kelly C. R. de. **Meaning of flat geometry concepts by teachers in training activities**. 2020. 284 pp. Dissertation (Doctorate in Education) - Graduate Program in Education, Faculty of Education, University of São Paulo, 2020.

ABSTRACT

This research work aimed to investigate the processes of signifying concepts of plane geometry by teachers in “training activity”. For its realization, it was based on the theoretical-methodological assumptions of Historical-Cultural Theory (HCT), Activity Theory (AT) and Teaching Guiding Activity (TGA). As for the method, it made use of the assumptions of historical-dialectical materialism and Vygotsky's explanatory principle. Formative research was adopted as methodology, using data capture techniques and instruments, mixed questionnaire, semi-structured interview, training meetings, and audio and/or video records of the development moments of the activities proposed in the training meetings. The analysis of the data, carried out based on the theoretical framework that guides the research, took place along two axes: the first deals with the Relationship of the mathematics teacher with geometry and its teaching - referring to the data obtained before carrying out the activities of formative nature - and is organized under three aspects; the second axis, with TGA as a mediation of teacher training for the appropriation of flat geometry concepts, refers to the data obtained from the activities developed with the subjects in the formative process and in the learning space, being presented in units of analysis, according to Vygotsky, and episodes, in accordance with Moura (2004). In the search for evidence of signification of concepts of flat geometry by teachers in “training activity”, the data explained and discussed in the above-mentioned axes were investigated, showing the moments considered, indicators of qualitative change in the training of teachers, triggered in the process of development of training actions and focused on the appropriation of geometric concepts, through the organization of teaching. At the end of the analysis, the meanings revealed by two teachers in the final action of the training activity are shown. The analysis of the data obtained in the final evaluation of the formative process corroborated the conclusions about the qualitative leap in the relationship of the subject (teachers who teach mathematics in high school) with the object (flat geometry concepts) mediated by TGA in a formative process, revealing evidence of these quality changes in teachers' understanding. Thus, this investigation gives evidence that the organization of teaching by teachers in training activities about flat geometry results in the appropriation of their conceptual nexus for teaching activity.

Keywords: Mathematics teacher training. Teaching Guidance Activity. Meaning. Appropriation of concepts of plane geometry.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 -	Diretrizes da pesquisa.....	24
Figura 2 -	Nexos conceituais de geometria.....	32
Figura 3 -	Relação entre a atividade de ensino e atividade de aprendizagem.....	76
Figura 4 -	Momentos da formação docente na pesquisa.....	92
Figura 5 -	Esquema do primeiro eixo de análise.....	113
Figura 6 -	Esquema o segundo eixo de análise.....	114
Figura 7 -	Relação entre os eixos de análise.....	115
Figura 8 -	SDA2: Escher e a geometria.....	139
Figura 9 -	Obra Queda d'água, de Escher, e os triângulos impossíveis.....	141
Figura 10 -	Caminho do pensamento geométrico.....	145
Figura 11 -	SDA1: a medição da terra.....	149
Figura 12 -	Versão final da SDA-EP-1	154
Figura 13 -	Elementos da atividade.....	163
Figura 14 -	Grupo de alunos desenvolvendo ações do quarto momento.....	184
Figura 15 -	Desenhos realizados por um grupo de alunos do 2º Ano A, ao desenvolverem ações do quarto momento.....	184
Figura 16 -	Prof. ^a e pesquisadora mediando o conhecimento com grupos de alunos na atividade de ensino.....	187
Figura 17 -	Área do paralelogramo: representação e modificação.....	191
Figura 18 -	Prof.a Murici em momento de socialização das atividades do quarto momento.....	192
Figura 19 -	Área do triângulo partindo da área do retângulo.....	193
Figura 20 -	Atividade desencadeadora do sétimo momento.....	195
Figura 21 -	Professor Jacinto e seus alunos em momento de socialização das atividades do sétimo momento.....	196
Figura 22 -	Alunos construindo a circunferência com uso de barbante.....	199
Figura 23 -	Processo de apropriação conceitual – relação entre os eixos de análise...	203
Figura 24 -	O salto qualitativo promovido pelo processo formativo.....	233

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 -	Resultados do IDEB/2017 em nível nacional, estadual e da microrregião do Vale do Gurguéia.....	17
Quadro 2 -	Caracterização dos sujeitos da pesquisa.....	93
Quadro 3 -	A atuação profissional dos professores.....	94
Quadro 4 -	Desempenho dos alunos do Centro de Ensino Médio José Soares no ENEM 2017.....	97
Quadro 5 -	Conteúdos abordados no curso de formação.....	99
Quadro 6 -	Descrição das atividades desenvolvidas no curso de formação.....	101
Quadro 7 -	Descrição dos encontros de planejamento e avaliações com os professores.....	107
Quadro 8 -	Cronograma de desenvolvimento das atividades planejadas nas turmas de 2º Ano “A” e “B”.....	109
Quadro 9 -	Eixos de organização dos dados para análise.....	111
Quadro 10 -	Relação dos professores de matemática com a geometria, como alunos do ensino básico.....	118
Quadro 11 -	Relação dos professores de matemática com a geometria, como alunos de graduação.....	120
Quadro 12 -	Relação dos professores de matemática com a geometria, como docentes.....	122
Quadro 13 -	Síntese explicativa da análise dos dados considerados do Eixo I – o professor e os conceitos de geometria plana.....	125
Quadro 14 -	Organização das aulas de geometria pelos professores pesquisados.....	126
Quadro 15 -	Síntese explicativa da análise dos dados considerados do Eixo I – o professor e a organização do ensino de geometria plana.....	130
Quadro 16 -	Síntese explicativa da análise dos dados considerados do Eixo I – a importância do ensino de geometria na concepção dos professores.....	135
Quadro 17 -	Especificação dos dados considerados na análise do Episódio 1 da Unidade 1.....	138

Quadro 18 -	Síntese explicativa da análise dos dados considerados do Episódio 1 da Unidade 1.....	147
Quadro 19 -	Especificação dos dados considerados na análise do Episódio 2 da Unidade 1.....	148
Quadro 20 -	Síntese explicativa da análise dos dados considerados do Episódio 2 da Unidade 1.....	157
Quadro 21 -	Especificação dos dados considerados na análise do Episódio 1 da Unidade 2.....	159
Quadro 22 -	Plano do primeiro momento.....	159
Quadro 23 -	Síntese explicativa da análise dos dados considerados do Episódio 1 da Unidade 2.....	164
Quadro 24 -	Especificação dos dados considerados na análise do Episódio 2 da Unidade 2.....	165
Quadro 25 -	Plano do terceiro momento.....	166
Quadro 26 -	Plano do quarto momento.....	166
Quadro 27 -	Síntese explicativa da análise dos dados considerados do Episódio 2 da Unidade 2.....	178
Quadro 28 -	Especificação dos dados considerados na análise do Episódio 1 da Unidade 3.....	181
Quadro 29 -	Plano do sétimo momento.....	194
Quadro 30 -	Síntese explicativa da análise dos dados considerados do Episódio 1 da Unidade 3.....	201
Quadro 31 -	Legenda das siglas utilizadas no código de identificação dos <i>flashes</i>	208
Quadro 32 -	Síntese dos indícios ou manifestações de apropriação de conceitos de geometria plana por professores em atividade de formação.....	218
Quadro 33 -	Síntese dos os sentidos revelados pelos professores ao relacionarem-se com o objeto no processo formativo	229

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AOE	Atividade Orientadora de Ensino
CBEM	Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática
CPCE	Campus Professora Cinobelina Elvas
EaD	Educação a Distância
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
GEEM	Grupo de Estudos do Ensino de Matemática
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
IES	Instituição de Ensino Superior
IFPI	Instituto Federal do Piauí
INEP	Instituto de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira-
MEC	Ministério da Educação
MHD	Materialismo Histórico Dialético
MMM	Movimento da Matemática Moderna
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
OCDE	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
PCN's	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Alunos
SDA	Situações Desencadeadoras de Aprendizagem
SEDUC-PI	Secretaria de Estado da Educação do Piauí
TA	Teoria da Atividade
THC	Teoria Histórico-Cultural
UAB	Universidade Aberta do Brasil
UESPI	Universidade Estadual do Piauí
UFPI	Universidade Federal do Piauí
ZDP	Zona de Desenvolvimento Proximal

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	16
1.1	Contextualizando a temática do estudo.....	16
1.2	Motivação do estudo.....	18
1.3	Diretrizes da pesquisa.....	21
2	APROPRIAÇÃO E DESENVOLVIMENTO DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS.....	25
2.1	A interação do homem com o meio.....	26
2.2	O movimento lógico-histórico dos conceitos de geometria e seu ensino.....	28
2.2.1	O desenvolvimento lógico-histórico dos conceitos.....	28
2.2.2	Episódios da história da geometria.....	32
2.2.2.1	A geometria e sua origem.....	32
2.2.2.2	Os geômetras gregos e a sistematização da geometria.....	34
2.2.2.3	Avanços da geometria depois dos gregos.....	37
2.2.3	A geometria no contexto escolar.....	39
2.2.3.1	O ensino de geometria nas escolas brasileiras.....	39
2.2.3.2	A necessidade de geometria no currículo escolar.....	45
2.3	O processo de formação de conceitos e o desenvolvimento do pensamento teórico.....	48
2.3.1	A THC e suas implicações no processo de formação de conceitos.....	48
2.3.2	Conceito científico e pensamento teórico.....	53
2.3.3	Aprendizagem dos conceitos científicos de geometria.....	57
2.3.4	A significação no processo de apropriação do conceito científico.....	58
3	A AOE E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA.....	64
3.1	A formação docente na perspectiva histórico-cultural.....	64
3.2	Formação continuada e aprendizagem docente.....	69
3.3	A AOE como possibilidade de organização do ensino e apropriação dos nexos conceituais de geometria plana.....	73
4	MÉTODO E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA.....	80

4.1	O materialismo histórico-dialético como fundamento para uma investigação na perspectiva histórico-cultural.....	81
4.2	Procedimentos metodológicos da pesquisa.....	90
4.2.1	Sujeitos da pesquisa.....	92
4.2.2	Contexto/ambiente da pesquisa.....	96
4.2.3	Técnicas e instrumentos para a produção de dados.....	98
4.2.3.1	Questionário misto.....	98
4.2.3.2	Encontros formativos.....	99
4.2.3.3	Observação e registros em áudio/vídeo.....	110
4.2.3.4	Entrevista semiestruturada.....	110
4.2.4	Procedimento de análise de dados.....	111
5	ANÁLISE E EXPLICAÇÃO DOS DADOS: APROPRIAÇÃO DE CONCEITOS DE GEOMETRIA PLANA NO PROCESSO DE FORMAÇÃO DOCENTE.....	117
5.1	Relação do professor de matemática com a geometria e o seu ensino.....	117
5.1.1	Percepções do professor sobre o seu domínio dos conceitos de geometria plana.....	117
5.1.2	O professor e a organização do ensino de geometria antes das ações de formação.....	126
5.1.3	A importância do ensino de geometria na concepção dos professores.....	131
5.2	A AOE como mediação de formação docente para apropriação de conceitos de geometria plana.....	136
5.2.1	Unidade1: os nexos conceituais de geometria plana observados na atividade de formação.....	136
5.2.1.1	Episódio1: manifestação da linguagem como forma de pensar o conceito de geometria plana.....	138
5.2.1.2	Episódio 2: movimento de construção lógico-histórica dos conceitos mediado pelas SDA.....	147
5.2.2	Unidade 2: a organização do ensino na atividade de formação.....	158
5.2.2.1	Episódio1: a reflexão sobre a organização do ensino.....	158
5.2.2.2	Episódio 2: o movimento de apropriação de conceitos de geometria plana.....	164

5.2.3	Unidade 3: a significação de conceitos de geometria plana na atividade de ensino.....	179
5.2.3.1	Episódio 1: como os professores constituem o processo e a significação dos conceitos de geometria plana em sala de aula.....	180
5.3	O processo de significação de conceitos de geometria plana por professores em atividade de formação.....	202
5.3.1	Episódio 1: o contexto da realidade encontrada.....	204
5.3.2	Episódio 2: indícios de apropriação de conceitos de geometria plana observados por professores nas ações de formação – Eixo II.....	208
5.4	Os sentidos revelados pelos professores Jacinto e Murici na ação final da atividade de formação.....	220
5.4.1	Episódio 1: o que despertou nos sujeitos ao se relacionarem com os conceitos da geometria plana.....	220
5.4.2	Episódio 2: revelando o novo com a AOE: o modo de organizar e desenvolver o ensino.....	222
5.4.3	Episódio 3: o que ficou dessa formação.....	226
6	PROCESSO FORMATIVO MEDIADO PELA AOE: EVIDÊNCIAS DE SALTOS QUALITATIVOS.....	230
	REFERÊNCIAS.....	238
	APÊNDICES.....	254
	ANEXOS.....	263

1 INTRODUÇÃO

“O conhecimento exige uma presença curiosa do sujeito em face do mundo. Requer uma ação transformadora sobre a realidade. Demanda uma busca constante.”

(PAULO FREIRE)

1.1 Contextualizando a temática do estudo

A formação do professor ainda ocupa a centralidade do debate educacional brasileiro. Independentemente do discurso, as condições de formação e trabalho docente sempre estão presentes, seja para justificar as contradições dos sistemas de ensino ou reivindicar mais atenção e cuidados com esse segmento do processo educativo.

Embora se considerem as tensões, os conflitos de interesses e as explicações forjadas, a atualidade dessa temática e sua presença constante na agenda da educação não são artificiais, ao contrário: têm sua razão de ser justamente na inevitabilidade da questão da formação do professor, expressa, talvez, na máxima de que não há escola de qualidade (e alunos bem formados) sem professores bem preparados (formados).

A banalidade dessa expressão denota a incapacidade da sociedade brasileira (Estado, governos, instituições, classes sociais) de efetivar um projeto de educação que garanta o “pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho” (BRASIL, 1988, p. 123).

Feitas tais considerações, vale destacarmos que as pesquisas que vêm sendo desenvolvidas, sobretudo a partir das três últimas décadas do século XXI, no que tange à formação de professores e às práticas educativas, a exemplo das de Moura (1996, 2010), Moretti (2007), Asbahr (2011) e Maldaner (2011), têm-se preocupado com a problemática da organização do ensino, em decorrência das sérias críticas feitas às práticas docentes que ainda aparecem norteadas por uma concepção conteudista, onde o ensino é mecânico e reprodutivo, centrado na memorização, ou seja, amparado pela racionalidade técnica.

Nessa perspectiva de prática, embora sejam trabalhados conhecimentos científicos, na verdade, eles são explorados de forma memorizada, descontextualizada, partindo daquilo que,

como diz Vigotski¹ (2008, 2009), o aluno já sabe ou é capaz de fazer sozinho. Além disso, há uma valorização das experiências e dos conhecimentos empíricos/cotidianos em detrimento de conhecimentos teóricos/científicos.

Isso posto, fica a desejar o papel da escola junto ao processo ensino e aprendizagem do aluno, qual seja dirigir o trabalho educativo para estágios de desenvolvimento ainda não alcançados pelos aprendentes, em uma perspectiva integradora dos conhecimentos científicos com a experiência social e cultural (VIGOTSKI, 2008, 2009).

A esse respeito, encontramos nos estudos de Moura (1996, 2001, 2010), Moretti (2007) e Asbahr (2011), entre outros pesquisadores, que o papel da escola, em síntese, deveria ser o de levar o aluno à apropriação dos conceitos científicos, promovendo o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, em especial o pensamento teórico, a partir de mediações para a internalização destes, como tão bem propõem esses autores.

Essa problemática vem-se tornando mais grave no ensino de matemática, ao considerarmos o cenário escolar brasileiro que, conforme os resultados das avaliações externas, pouco têm contribuído para o desenvolvimento do pensamento matemático do alunado.

É pertinente aqui apresentarmos os últimos resultados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) no ano de 2017, como se mostra no Quadro 1, a seguir, destacando a média obtida em matemática, no Brasil, no estado do Piauí, e na microrregião do Vale do Gurgueia.

Quadro 1 – Resultados do IDEB/2017 em nível nacional, estadual e da microrregião do Vale do Gurgueia

Localidade	Brasil	Piauí	Microrregião do Vale do Gurgueia
Escola/ Nível de Ensino			
Escolas públicas – Ensino fundamental séries finais 8ª Série/9ºAno	4,4	4,2	3,8
Escolas públicas estaduais – Ensino fundamental séries finais 8ª Série/9ºAno	4,5	4,0	3,9
Escolas públicas estaduais – Ensino médio	3,3	3,6	---

Fonte: INEP (2017).²

¹ O nome de Vigotski, *Lev Semyonovich Vygotsky*, tem sido grafado de diferentes formas na literatura científica ocidental, por tratar-se de outro alfabeto, a saber: em russo, o nome dele é Лев Семёнович Выготский. Assim, muitas formas são aceitas: Vigotski (abriladas); Vygotski (alguns tradutores de língua espanhola e francesa); Vygotsky (traduções de língua inglesa); 列夫谢苗诺维奇维果茨基 (na língua chinesa) etc. Assim, a grafia do nome de Vigotski depende da língua na qual foi traduzida. Neste texto, a grafia estará de acordo com a fonte encontrada. Fonte: Disponível em: <https://www.arquer.com.br/educacao-e-cultura/como-se-escreve-vigotski-vygotski-vigotsky-ou-vygotsky/>. Acesso em: 16 jun. 2020.

² Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/portaal_ideb/planihas_para_download/2017/ResumoTecnico_Ideb_2005-2017.pdf e <https://www.qedu.org.br/estado/118-piaui/ideb/ideb-por-municipios?dependence=2&grade=2&edition=2017>. Acesso em: 3 nov. 2019.

Nessa conjuntura, registramos que apenas dois estados do País cumpriram as metas estabelecidas pelo IDEB 2017 para o ensino médio da rede estadual, segundo o Ministério da Educação (MEC): Goiás e Pernambuco.

Em nível mundial, os indicadores de qualidade de ensino de matemática têm resultados muito preocupantes. O Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA), coordenado pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), avalia o que estudantes de 15 anos, no fim da educação obrigatória, adquiriram, em relação a conhecimentos e habilidades essenciais para a completa participação na sociedade moderna.

No Brasil, de acordo com os resultados divulgados pelo Instituto de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), no ano de 2018, em matemática, a média obtida no País foi 384, enquanto a China lidera o ranking com 591 pontos. Segundo o INEP, 68,1% dos estudantes brasileiros estão no pior nível de proficiência em matemática e não possuem nível básico, o que leva o Brasil a ocupar a 70ª posição em relação a essa disciplina, ficando entre os piores do mundo, dentre as nações integrantes da OCDE.

Tratando-se do ensino de geometria no Brasil, desde a década de 1990, pesquisas como as de Pavanello (1993) e Lorenzato (1995) abordam a questão do abandono do ensino de geometria, desvelando que tal fato é decorrente não só do contexto histórico-político, como também de problemas referentes à formação de professores, expondo a necessidade de se “repensar a necessidade do ensino desse conteúdo escolar e a realização de pesquisas sobre o tema.” (SILVA; LOPES, 2019, p. 216).

Desde então, o volume de pesquisas sobre o ensino de geometria tem aumentado, sob diversas abordagens. Contudo, ainda se registram poucos trabalhos no meio científico sobre a organização do ensino desse campo da matemática e a apropriação de seus conceitos por professores que ensinam a matéria.

1.2 Motivação do estudo

Além do exposto, consideramos a nossa experiência enquanto professora de matemática em cursos de formação de professores, cujo olhar se volta, sobretudo, a um campo específico da matemática: os conceitos de geometria plana.

Na verdade, a inquietação para investigar *o objeto de estudo* desta pesquisa, apropriação de conceitos da geometria plana, surgiu desde a minha iniciação na carreira docente, no ano de 2001, no Colégio Agrícola de Bom Jesus (CABJ), hoje denominado Colégio Técnico de Bom Jesus (CTBJ), escola vinculada à Universidade Federal do Piauí (UFPI), localizado na cidade

de Bom Jesus-PI, distante a 640 km da capital, Teresina-PI, no qual ministrei aulas durante dois anos para turmas do ensino médio, quando me deparei com estudantes que apresentaram dificuldades em assimilar os conceitos básicos da matemática pertencentes ao currículo da educação básica (ensino fundamental e médio), principalmente em relação aos conceitos geométricos, redundando em um alto índice de reprovações.

Pesquisas como a de Souza e Bulos (2011) apontam que os alunos que concluem o ensino médio no Brasil apresentam dificuldades quanto à apropriação de conceitos geométricos. Tais dificuldades são reveladas por meio do desempenho dos alunos em avaliações externas à escola, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e processos seletivos de acesso ao ensino superior.

Diante disso, juntamente com outros professores do Campus Professora Cinobelina Elvas (CPCE), da Universidade Federal do Piauí (UFPI), IES onde sou docente efetiva desde 2006, criamos o Grupo de Extensão e Pesquisa na área de ensino de ciências e matemática, no ano de 2007, com o intuito de contribuir para o alcance de melhores índices de aprovação nas disciplinas de ciências exatas oferecidas pelos cursos do CPCE/UFPI.

Para tal, propomo-nos a investigar as causas de tantas reprovações nessas disciplinas, além de oferecer suporte aos professores da educação básica da microrregião do Vale do Gurguéia que lecionam as disciplinas de ciências e matemática, não apenas para identificar os problemas e as dificuldades enfrentadas por esses profissionais mas, principalmente, oferecer subsídios a partir de ações capazes de qualificá-los a uma docência voltada à formação de conceitos.

Aqui é oportuno lembrarmos que o grupo se desfez em 2011, devido à transferência da maioria dos professores membros do grupo para outras instituições de ensino superior, não havendo interesse de outros docentes pela área. Mesmo assim, ainda de forma tímida, continuamos mantendo as pesquisas em parceria com os estudantes.

Foi por intermédio dos trabalhos desenvolvidos pelo grupo que tivemos conhecimento (contato) com os professores de matemática das escolas da rede pública da microrregião do Vale do Gurgueia, seja por investigação de vários trabalhos de orientação de pesquisa desenvolvidos sobre a formação docente e as metodologias de ensino, ou por cursos de formação inicial e/ou continuada possibilitados pela extensão universitária. Dessa forma, percebemos a grande dificuldade dos professores com os conceitos inerentes à geometria plana.

Tal fato é justificado por educadores matemáticos pela não apropriação de conceitos matemáticos ou não organização do ensino no que tange ao desenvolvimento de atividades

envolvendo tais conceitos, o que contribui para que muitos alunos concluam o ensino médio com lacunas na aprendizagem de conceitos de geometria.

Vários fatores contribuíram (e contribuem) para esse quadro, a exemplo do despreparo do professor, que nem sempre tem a oportunidade de adquirir conhecimentos que lhe permitam desenvolver atividades que garantam a aprendizagem do aluno (LORENZATO, 1995).

Por essa razão, destacamos a importância de o professor, ao desenvolver o seu ensino, a sua atividade pedagógica, não o/a fazer fundamentado na simples aplicação de estratégias que considera interessante, mas se envolva na organização delas, em um movimento que lhe permita se apropriar de sua constituição teórico-metodológica, sob a perspectiva de ensino enquanto “atividade de significação” (LEONTIEV, 1978).

É nesse contexto que sobrelevamos o valor da organização do ensino de matemática, especialmente de geometria plana no ensino médio, e de planejar atividades que desencadeiem a aprendizagem dos alunos. Entendemos por organização do ensino o processo que exige conhecimentos teóricos e metodológicos do professor, de modo que lhe possibilitem eleger instrumentos, definir ações e avaliar o processo de ensino e aprendizagem, conforme explicado por Moura *et al.* (2010).

Sobre essa discussão, no entender de Moura (2011, p. 54, tradução nossa), na verdade,

os educadores ao ensinarem matemática estão ensinando não apenas um conteúdo, mas um modo de apreender conteúdos, isto é, uma metodologia própria do saber pedagógico. Colocar os sujeitos na dinâmica da produção do conhecimento tal como esse se desenvolveu historicamente poderá fazer com que eles se percebam como produtores e consumidores de conhecimento. Perceba, também, que os significados são sociais e sendo assim têm uma lógica, fruto de uma negociação entre sujeitos ao terem que se comunicar para resolver problemas coletivamente. É este movimento que vai lhe permitir compartilhar significados. E, sendo assim, perceber que as trocas simbólicas deverão ser colocadas a serviço de todos para que se produzam novos objetos e conhecimentos para fazer parte do patrimônio cultural de um povo.

Por corroborarmos as ideias de Moura (1996, 2000, 2001, 2010), consideramos fundamental uma investigação sobre a atividade pedagógica do professor que ensina matemática, particularmente no que se refere aos conceitos de geometria plana, em decorrência dos aspectos explicitados anteriormente, posto que muitas vezes, esses docentes não apresentam segurança para lecionar esse conteúdo da geometria e, por conseguinte, os alunos não aprendem os seus conceitos.

1.3 Diretrizes da pesquisa

Embora se conte com um grande número de pesquisas e publicações sobre formação e prática pedagógica do professor nas diversas áreas, contemplando múltiplos aspectos – desde o processo formativo às práticas profissionais, fato que poderia levantar dúvida sobre a validade de mais uma investigação a respeito dessas temáticas –, decidimos compartilhar as ideias de Pacheco (2008, p. 11) que, diante da dúvida sobre a pertinência ou não de mais uma pesquisa sobre formação de professores, opta pela busca, uma vez que acredita que a formação acontece quando o professor “[...] se decifra por meio de um diálogo entre o eu que age e o eu que se interroga, quando o professor participa de um efetivo projeto, identifica as suas fragilidades e compreende que é obra imperfeita de imperfeitos professores [...]”.

Isso posto, entendemos que a própria dinâmica da vida humana, do ponto de vista histórico-social, coloca sempre uma nova questão, seja pelo questionamento, revitalização e/ou atualização de antigas verdades, seja pela configuração de um novo dado, um novo fenômeno.

A educação escolar, a formação e o trabalho dos professores, enquanto atividades essencialmente humanas, social e historicamente situadas, configuram um campo permanentemente fértil para a realização de novas pesquisas. Para direcionar e demandar o nosso propósito investigativo, estabelecemos como *objetivo* deste trabalho *investigar os processos de significação de conceitos de geometria plana por professores em “atividade de formação”*.

A *hipótese* parte da ideia de que *a significação do ensino de geometria plana está no processo de apropriação de conceitos por professores em atividade de formação na e para a atividade pedagógica*. Com vistas a legitimar essa hipótese e atender ao objetivo desta pesquisa, consideramos pertinente recorrer aos pressupostos teórico-metodológicos da Teoria Histórico-Cultural (THC), Teoria da Atividade (TA) e Atividade Orientadora de Ensino (AOE), tendo em vista o modo como se ocupam do processo de desenvolvimento histórico, social, cultural e psicológico/cognitivo do homem.

Para a objetivação da pesquisa, propomo-nos a desenvolver algumas ações investigativas/formativas que acreditamos serem norteadoras para que se perceba o processo de mudança dos sujeitos em relação ao objeto, a saber: conhecer como os professores que ensinam matemática no ensino médio, sujeitos deste estudo, constituíram o seu conhecimento acerca dos conceitos da área de geometria ao longo de sua vida escolar, procurando caracterizar a afinidade e o envolvimento deles com a disciplina de geometria; investigar a prática, os fatores que a influenciam e como esses professores conduzem a organização do ensino; proporcionar aos

professores que ensinam matemática uma formação continuada, mediada pela AOE, a fim de promover a apropriação de conceitos de geometria plana; acompanhar os docentes no processo de organização do ensino e na atividade de ensino inseridos no espaço de aprendizagem; identificar os indícios de significação dos conceitos de geometria plana pelos professores durante as ações formativas propostas, evidenciando os saltos qualitativos desenvolvidos nesse processo.

O movimento investigativo do nosso objeto de estudo e desta tese apresenta-se no presente texto, que é estruturado em seis capítulos, conforme descrição a seguir.

Neste *primeiro capítulo*, contextualizamos a problemática da formação de professores; apresentamos a nossa motivação para o estudo; trazemos princípios teóricos e diretrizes da pesquisa. Nos dois capítulos subsequentes, apresentamos as vertentes básicas definidas pelo referencial teórico que permeia as temáticas da tese.

Assim, no *segundo capítulo*, promovemos uma reflexão sobre o processo de humanização, por meio da interação do homem com o mundo; abordamos o movimento lógico-histórico enquanto perspectiva para o ensino dos conceitos de geometria plana; trazemos alguns episódios da história da geometria, com o objetivo de entender o desenvolvimento lógico-histórico dessa ciência; fazemos uma análise sobre a trajetória do ensino da geometria e a importância dessa disciplina fazer parte do currículo escolar, enfatizando a relevância de seu ensinamento no ensino médio. Finalizando, discutimos o processo de formação de conceitos a partir da abordagem da THC, desenvolvida por Vygotsky, e das ideias de Davídov, referentes à relação entre conceitos científicos e pensamento teórico. Para mais, explanamos o processo de significação dos conceitos científicos de geometria, ressaltando a relevância da aprendizagem significativa para o exercício da atividade docente.

O *terceiro capítulo* trata da abordagem sobre a formação de professores na ótica da perspectiva histórico-cultural. Para tanto, versamos sobre a formação continuada e a sua relação com a aprendizagem docente, com foco no professor que ensina matemática enquanto profissional em formação na realização de sua atividade. Finalizamos o capítulo propondo a AOE como alternativa para a problemática do ensino e da aprendizagem docente de conceitos de geometria plana.

No *quarto capítulo*, apresentamos as concepções do materialismo histórico-dialético como método para investigação na perspectiva histórico-cultural – método que orienta este estudo –, assim como o princípio explicativo de Vigotsky. Ademais, pormenorizamos os procedimentos metodológicos da pesquisa: apresentação dos sujeitos; contexto/ambiente da pesquisa; instrumentos para produção de dados; e procedimento de análise dos dados.

No *quinto capítulo*, a apresentação e análise dos dados são discutidas a partir da THC, da TA e da AOE, com o intuito de revelar indícios da apropriação dos nexos conceituais da geometria plana por professores em “atividade de formação”.

Por fim, no *sexto capítulo*, tecemos considerações sobre os saltos qualitativos observados na relação do sujeito com o objeto durante o processo de formação mediado pela AOE, proposto neste estudo, bem como aspectos da nova qualidade da pesquisadora após o processo formativo e investigativo. Nessa direção, trazemos uma síntese das ações realizadas durante a investigação, percorrendo o movimento de significação dos conceitos de geometria plana pelos professores sujeitos desta investigação; designamos as principais constatações do estudo e a nova qualidade dos sujeitos; versamos sobre a vivência da pesquisadora, percebendo-se como sujeito em transformação neste processo investigativo; relatamos as dificuldades que se apresentaram no desenrolar da investigação; e explicitamos as pretensões de estudos futuros, dentro da temática que aqui se apresenta.

A Figura 1 demonstra as diretrizes que orientam esta investigação, ilustrando, de forma geral e sucinta, o movimento deste estudo.

Figura 1 – Diretrizes da pesquisa

Fonte: elaborado pela autora (2020).

2 APROPRIAÇÃO E DESENVOLVIMENTO DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS

“O pensamento de um homem é o movimento das formas de atividade da sociedade historicamente constituídas e apropriadas por aquele.”
(DAVYDOV, 1982, p. 279).

O percurso da aprendizagem reflete influências culturais e conhecimentos muito antigos, que se tornam familiares e com os quais convivemos naturalmente, independentemente de suas origens (GALVÃO, 2008). Aludindo ao processo de formação docente, Zanetti e Cedro (2017, p. 568) entendem que “o professor partilha significados com marcas da história que o constitui na e pela apropriação da cultura” para assim se formar e formar o outro (aluno).

É com esse ponto de vista que introduzimos este capítulo, fundamentados nas ideias de Vigotsky (1996), Leontiev (1978), Moura (2016), Cedro (2008), Medeiros e Sforzi (2016), refletindo sobre o processo de humanização a partir da interação do homem com o mundo, processo esse que desenvolveu uma cultura reproduzindo saberes para as gerações seguintes, como o conhecimento matemático, por exemplo.

No caso do conhecimento geométrico não é diferente, entendendo assim como Panossian (2014, p. 22), que “o modo lógico de acompanhar os processos de construção do conhecimento na experiência humana é, na verdade, histórico. Por sua vez, os acontecimentos históricos são determinantes do desenvolvimento dos processos lógicos de pensamento”.

Nesse pensamento, explicitaremos o movimento lógico-histórico enquanto perspectiva para o ensino de conceitos geométricos, apoiando-nos nos escritos de Kopnin (1978), Sousa (2004, 2016, 2018) e Panossian (2014), relacionando os nexos conceituais da geometria, que correspondem às conexões dos aspectos lógicos e históricos encontradas nas estruturas conceituais.

No que segue, mostraremos alguns episódios da história da geometria, que é um ramo da matemática e instrumento de leitura do mundo, embasados em estudiosos como Boyer (2012), Contador (2008), Galvão (2008), Eves (1992), almejando entender o desenvolvimento dessa ciência que inicialmente era puramente experimental, passando posteriormente a ser organizada e sistematizada.

Para refletir sobre o ensino de geometria, consideramos necessário conhecer a trajetória de seu ensino, assim como a importância de essa disciplina fazer parte do currículo escolar, enfatizando a relevância de seu ensinamento no ensino médio. Para tanto, respaldamo-nos em

Lorenzato (1995), Pavanello (1993, 1995), Fainguelernt (1999), Zuin (2001), Huete e Bravo (2006), Oliveira e Velasco (2007), Avila (2010), Souza e Bulos (2011), entre outros.

Finalizando, analisamos o processo de formação de conceitos a partir da abordagem da THC, desenvolvida por Vygotsky, e das ideias de Davídov, referentes à relação entre conceitos científicos e pensamento teórico, compreendendo a apropriação dos conceitos científicos como fator primordial para o desenvolvimento do pensamento teórico. Ademais, explanamos o processo de significação dos conceitos científicos de geometria, ressaltando a importância da aprendizagem significativa para o exercício da atividade docente.

2.1 A interação do homem com o meio

O homem produz e utiliza suas próprias ferramentas, dada a sua capacidade de transformar o ambiente em que vive, adaptando-o às suas necessidades. Vigotsky (1984) afirma que ao mesmo tempo em que o ser humano transforma seu meio para atender às suas necessidades básicas, transforma-se a si mesmo, ou seja, quando o homem modifica o ambiente por meio de seu próprio comportamento, essa alteração influencia o seu comportamento futuro.

Segundo Vigotsky (1984), o homem é um ser social e histórico: social porque se desenvolve na interação com o meio; histórico por também se desenvolver a partir do contato com o conhecimento produzido e adquirido ao longo da história da humanidade. Nesta mesma direção, Moura (2016, p.18), fundamentado na obra de Marx, ressalta que “[...] ao se apropriar da cultura e de tudo o que a espécie humana desenvolveu – e que está fixado nas formas de expressão cultural da sociedade –, o homem torna-se humano”.

Nesse movimento de aprender sobre a cultura, o ser humano desenvolve suas funções psicológicas superiores e assim, difere dos animais, por meio da relação e do uso que faz do pensamento e da linguagem (POZEBON *et al.*, 2013).

Dessa forma, assume uma concepção de ser humano em seu processo de desenvolvimento, o que significa compreender o homem no movimento histórico da humanidade, tanto na dimensão filogenética quanto ontogenética (MOURA, 2016).

Esse processo de apropriação da condição humana somente é possível por meio da atividade vital, que é o trabalho. A propósito, Cedro (2008) expõe que o trabalho é uma atividade eminentemente humana, que transforma a natureza externa e o próprio indivíduo com uma finalidade bem definida, norteadas por sua intencionalidade.

Assim se desenvolve o homem, tornado sujeito do processo social de trabalho sob a ação de duas espécies de leis que se articulam: as leis biológicas, em virtude das quais os seus órgãos

se adaptaram às condições e às necessidades da produção; e às leis sócio-históricas que regem o desenvolvimento da própria produção e os fenômenos que ela engendra (LEONTIEV, 1978).

A interação do homem com o meio acontece mediada por instrumentos e signos. Entende-se, pois, que a relação do homem com o mundo não é direta, uma vez que é mediada por meios que se constituem nas “ferramentas auxiliares” da atividade humana. Como mencionado anteriormente, a capacidade de criar tais ferramentas é exclusiva da espécie humana.

Vigotsky denomina os signos de “instrumentos psicológicos”, pois têm a função de auxiliar o homem em suas atividades psíquicas, tais como ampliar capacidade de atenção, memória e acúmulo de informações. Como exemplo desses instrumentos psicológicos, o autor elenca, entre outros, a linguagem, as diferentes formas de numeração e cálculo, os símbolos algébricos, as obras de arte e os mapas.

Segundo Medeiros e Sforzi (2016), o instrumento simbólico, ao ser inserido no processo de comportamento, modifica a forma global de evolução humana e os processos psíquicos, favorecendo o desenvolvimento intelectual próprio. A apropriação desses instrumentos pelas gerações posteriores altera as operações intelectuais de cada sujeito, modificando a sua própria natureza psíquica.

Com efeito, Medeiros e Sforzi (2016, p.35) entendem que “simultaneamente aos progressos materiais, os homens produzem os bens culturais. À medida que avançam os bens materiais e culturais, essa cultura passa a ser codificada em diferentes campos do conhecimento: ciência, leis, arte, filosofia etc.”

A evolução do homem, por força dos tempos, de suas ideias e descobertas, segundo Contador (2008), deram vida à mais requintada das ciências: a matemática. Entre números e formas, a matemática elementar estabeleceu-se, e por milênios, passo a passo, a engenhosidade e a criatividade humanas foram dando respostas e formulando novas teorias a partir de questões que surgiram da vida prática ou das indagações abstratas (GALVÃO, 2008).

Para Boyer (1974, p. 15), “a matemática originalmente surgiu como parte da vida diária do homem, e se há validade no princípio biológico da sobrevivência dos mais aptos, a persistência da raça humana provavelmente tem relação com o desenvolvimento de conceitos matemáticos.”

A matemática vem-se desenvolvendo ao longo da existência e evolução humana, tornando-se não só uma ciência natural riquíssima, mas patrimônio cultural da humanidade, como também a geometria. De acordo com Boyer (2012), os vestígios matemáticos são encontrados no domínio das culturas primitivas, o que torna a avaliação de seu significado mais

complexa. Já Galvão (2008) afirma que o caminho do conhecimento matemático dos números até a geometria caracteriza a matemática da Antiguidade ou, mais amplamente, o desenvolvimento do pensamento matemático.

A visão histórica do desenvolvimento do conhecimento científico é indispensável não só para o professor de matemática, mas também para pesquisadores da área, facultando a compreensão da produção dos conceitos, vislumbrando a tradição e mudança conceitual.

Nesse sentido, Boyer (2012, p. 27) pressupõe que as “ideias são como sementes resistentes, e às vezes, a origem presumida de um conceito pode ser apenas a reaparição de uma ideia muito mais antiga que ficara esquecida”.

Dando continuidade a esta exposição, explicitaremos o movimento lógico-histórico enquanto perspectiva para o ensino de conceitos geométricos.

2.2 O movimento lógico-histórico dos conceitos de geometria e seu ensino

2.2.1 O desenvolvimento lógico-histórico dos conceitos

Todo conceito tem história, originada a partir de uma ação do homem para atender as necessidades humanas. Assim, Lanner de Moura (2005, p. 1) esclarece que “os conceitos são ideias organizadas dedutivamente segundo as quais o homem cria dos objetos existentes, novos objetos, o conceito tem existência abstrata, embora tenha sua origem na atividade prática histórico-social dos seres humanos”.

A autora enfatiza, inclusive, que a produção de conceitos é alicerçada pela atividade humana, considerando atividade em conformidade com as ideias de Leontiev (1988). Logo, por meio dela, damos significados aos objetos, aos fenômenos e a nós mesmos.

Isso posto, concebemos que o conceito é uma forma de o homem expressar seu pensamento, que se consolida e se transforma em conhecimento, de forma abstrata, constituído a partir das atividades humanas e das relações sociais entre os indivíduos, integrando a cultura humana. Nessa lógica, os conceitos são produzidos historicamente à medida que são apropriados e/ou (re)elaborados por cada nova geração.

Dessa maneira, os conceitos não nascem prontos e acabados: existe uma história de sua formação atrelada ao seu desenvolvimento lógico, desencadeado ao longo dessa formação. Mas o que vem a ser logico-histórico?

Para Kopnin (1978, p. 183-184),

[...] por histórico subentende-se o processo de mudança do objeto, as etapas de seu surgimento e desenvolvimento. O lógico atua como objeto do pensamento, o reflexo do histórico, como conteúdo. O pensamento visa a reprodução do processo histórico real em toda a sua objetividade, complexidade e contrariedade. O lógico é o meio através do qual o pensamento realiza essa tarefa, mas é o reflexo do histórico em forma teórica, vale dizer, é a reprodução da essência do objeto e da história do seu desenvolvimento no sistema de abstração. O histórico é primário em relação ao lógico, a lógica reflete os principais períodos da história.

Portanto, fica evidente que o desenvolvimento lógico e histórico de um conceito é indissociável e interdependente, pois permeiam o processo de produção e apropriação do conceito, movimento denominado de *lógico-histórico* do conceito (SOUSA, 2004). Essa unidade dialética é imprescindível para desvelar a essência de um conceito, em seu desenvolvimento e em suas estruturas internas.

Em estudos e pesquisas realizados por Sousa (2004, 2014, 2016, 2018), o lógico-histórico é apresentado como perspectiva didática para a elaboração de atividades de ensino de matemática, considerando os nexos conceituais da geometria, bem como de aritmética e de álgebra (SOUSA, 2016, p. 20).

Ainda segundo a autora, o movimento lógico-histórico que fundamenta tais atividades de ensino se dá

[...] de forma que estas propiciem aos estudantes o estudo de movimentos a partir da linguagem comum, do senso comum, para que, através do pensamento flexível, possamos elaborar linguagem e pensamento aritméticos, algébricos e geométricos. (SOUSA, 2016, p. 23)

Nessa perspectiva, abordar a história de determinado conceito nas atividades de ensino não almeja explicitar os acontecimentos inerentes ao conceito abordado simplesmente, mas compreender o movimento do pensamento que determinou a sua constituição teórica, possibilitando ao estudante a imergir na essência do conceito, apropriando-se do histórico como fundamento para entender o lógico (REZENDE; ANDRADE, 2010).

Ao estudar os conceitos sob a perspectiva lógico-histórica Sousa (2004, p. 60) considera três tipos de pensamentos:

- pensamento empírico-discursivo: esse tipo de pensamento considera apenas o estudo dos aspectos externos, perceptíveis do objeto em questão;
- pensamento teórico: é uma forma de pensamento mais formal, organizado, sistematizado;

- pensamento flexível: é o elo entre as outras duas formas de pensamento, uma vez que preenche um vazio conceitual que existe entre os dois.

O pensamento flexível não é tão organizado quanto o pensamento teórico, e nem tem os aspectos perceptíveis e sensoriais do pensamento empírico-discursivo. Ele contém as dúvidas, as incertezas, os dilemas. Dessa maneira, o movimento lógico-histórico faz parte do pensamento flexível, fundamentando os conceitos, pois traz a lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano, o processo de tornar-se humano pelo conhecimento (SOUSA, 2004, p. 61).

Os nexos conceituais são elos entre as formas de pensar o conceito, constituindo-se pelas relações presentes no percurso histórico do conceito e formalizando-se logicamente. Assim, têm referência na dimensão lógico-histórica do conceito, tratado por Kopnin (1978), Davídov (1982) e Lima (1998).

Pensar o conteúdo sem apropriar-se desses elos é presumi-lo de forma fragmentada, superficial e desconexa, ou seja, “quando entendemos” apenas por definições e propriedades que parecem ter sido criadas desvinculadas das necessidades humanas, não havendo um movimento do pensamento, observando apenas os aspectos perceptíveis aos olhos (REZENDE; ANDRADE, 2010, p. 3).

Referindo-se ao ensino de matemática, Lopes e Marco (2015, p. 469) manifestam que “a essência e os nexos conceituais do conhecimento se constituem como a principal relação entre o estudo do movimento histórico e lógico dos conceitos e podem ser considerados como elementos centrais para a constituição do objeto de ensino”.

Levando esse entendimento para o âmbito do ensino da geometria plana, a organização de atividades ensino dessa ciência que possam contemplar o lógico-histórico do conceito, trazendo à tona a essência e os seus nexos internos, promovendo o desenvolvimento do pensamento teórico.

Os nexos internos diferenciam-se dos externos, atentem:

os nexos externos se limitam aos elementos perceptíveis do conceito enquanto os internos compõem o lógico histórico do conceito. Os nexos externos ficam por conta da linguagem. São formais [...]. Os nexos externos não deixam de ser linguagem de comunicação do conceito apresentada em seu estado formal, mas que não necessariamente denotam sua história. Dão pouca mobilidade ao sujeito para elaborar o conceito. (SOUSA, 2014, p. 65-66)

Dito isso, apresentamos duas características essenciais, apontadas por Caraça (1998): a interdependência e a fluência. Por interdependência, entende-se que todos os objetos e

fenômenos da realidade objetiva estão interligados, ou seja, ligados uns aos outros; por fluência, entende-se que o mundo está em permanente evolução, ou seja, todas as coisas, objetos e fenômenos da realidade estão em movimento e em processo permanente de mudança.

Em face disso, Panossian, Sousa e Moura (2017, p. 129) aludem aos esclarecimentos de Davídov (1972[1982]) sobre esse movimento constante de transformações e mudanças dos objetos, dizendo que quando se captam os nexos, ou seja, as relações de interdependência entre os objetos e fenômenos dentro de um sistema integrado, está-se diante de um pensamento teórico.

Em síntese, os nexos conceituais são definidos por Sousa (2016, p. 35) como “elos que ligam os pensamentos lógico e histórico; os pensamentos empírico e teórico; os conceitos matemáticos e o cotidiano, uma vez que são flexíveis porque têm movimentos diversos da vida”.

A partir disso, a autora destaca a importância de os

[...] alunos da educação básica, licenciados e professores que ensinam matemática a terem acesso aos nexos conceituais (internos e externos) dos conteúdos matemáticos presentes na história da matemática e em diversas historiografias da Matemática podem se apropriar da unidade dialética teoria-prática e compreender a realidade fluente, na qual estamos inseridos. (SOUSA, 2018, p. 40)

No caso do presente estudo, o pensar geométrico compreende a necessidade de os professores de matemática estudarem os nexos internos da geometria plana, a fim de assimilar como os conceitos geométricos fluíram até atingirem a forma atual, de modo a organizar o seu ensino.

Por essa razão, destacamos aqui alguns estudiosos que abordam os nexos conceituais da geometria. São eles: Lanner de Moura (2005); Lima (2000); Abreu (2013), que buscou os nexos internos da geometria, como explicitado na Figura 2; Zanetti e Cedro (2017), que apresentam os nexos conceituais da geometria a serem apropriados pelos estudantes do ensino fundamental, a saber:

- ✓ percepção da necessidade de orientações (direção e sentido) para a localização no espaço;
 - ✓ percepção do espaço e dos objetos que o compõem, suas formas e características;
 - ✓ reconhecimento de figuras bidimensionais e tridimensionais;
 - ✓ percepção das diferentes formas de compor os objetos no espaço.
- (DOSSIÊ, 2014, p. 10 apud ZANETTI; CEDRO, 2017, p. 572)

Por sua vez, Amaral (2018) descreve em seu trabalho os nexos conceituais que constituem o conhecimento matemático de área, composto pela *delimitação*, *divisão*, *mensuração e padronização da medida*.

Figura 2 – Nexos conceituais de geometria

Fonte: reproduzida a partir de Leandro (2017, p.70).

A partir desses estudos, percebemos que os nexos da geometria, externos e internos, revelam-se no movimento de constituição histórica e lógica do conceito, bem como na expressão da linguagem, seja ela simbólica, matemática ou natural.

Para compreender o movimento histórico e lógico dos conceitos de geometria, apresentamos alguns episódios da história do conhecimento geométrico no desenvolvimento da humanidade. Nesse ensejo, compartilhamos com Moura (2004) o entendimento de episódio “como aqueles relatos que objetivam narrar momentos nos quais se torna visível a tomada de consciência de um fato [...]” (ARAÚJO, 2015, p. 113).

Nesses episódios, os fatos não são definidos a partir de um conjunto de ações lineares em todos os passos dados pela humanidade, mas tendem a compreender o movimento de sistematização dos conceitos geométricos a partir dos momentos que se revelam historicamente, em seus nexos e sua constituição teórica.

2.2.2 Episódios da história da geometria

2.2.2.1 A geometria e sua origem

Quando se trata da origem da geometria, reportamo-nos à história das cheias do Rio Nilo, no Egito, que ocorriam anualmente, desfazendo as demarcações de terra estabelecidas anteriormente, resultando na necessidade de os agricultores refazerem a delimitação de suas áreas de cultivo.

De acordo com a etimologia, *geometria* deriva do grego *geometrein* (*geo* = terra + *metria* = medida), significa *medir terra*, e está intimamente ligada à necessidade de organizar o sistema de arrecadação de impostos de áreas rurais. Contudo, é certo que civilizações antigas – da Babilônia à China, passando pelas civilizações hindus – detinham conhecimentos de natureza geométrica, como apresentamos adiante.

Na concepção de Contador (2008), a partir do momento em que o homem começou a compreender melhor o mundo à sua volta, passou a observar, perceber e comparar as formas de tudo o que a natureza oferecia. Assim, ainda que inconscientemente, os conceitos geométricos foram-se constituindo,

[...] pela noção de distância que envolve o conceito de reta; ao observar a Lua e o Sol; figuras geométricas que trazem o conceito de círculo ou circunferência; ou uma planície, que traz a noção de superfície, e envolve o conceito de plano; ou ainda no caso se uma montanha, que envolve o conceito de curva. (CONTADOR, 2008, p. 191)

Em relação à percepção geométrica dos homens primitivos, Boyer (2012, p. 26) reforça que

[...] o homem neolítico pode ter tido pouco lazer e pouca necessidade de medir terras, porem seus desenhos e figuras sugerem uma preocupação com relações espaciais que abriu caminho para a geometria. Seus potes, tecidos e cestas mostram exemplo de congruência e simetria, que, em essência, são partes da geometria elementar e aparecem em todos os continentes.

Decorre, assim, que a geometria tem vestígios em várias culturas antigas como um conhecimento oriundo da percepção de formas, grandezas e medidas, de maneira intuitiva, sendo que o aparecimento de elementos de uma ciência formal se deu nos séculos VI e V a.C, na Grécia.

Boyer (2012) alude que afirmações sobre a origem da matemática, seja da aritmética ou geometria, são arriscadas, já que os primórdios do assunto são mais antigos que a arte de escrever e somente nos últimos seis milênios é que o homem se mostrou capaz de registrar seus pensamentos e suas observações de forma escrita.

Não obstante, Contador (2008) focaliza que os mais antigos registros de uma atividade geométrica desenvolvida pelo homem datam de 3.000 a.C., com os Sumérios. Galvão (2008) esclarece que os registros eram feitos em tabletes e pequenas peças de figuras geométricas em argila. A maioria desses tabletes é da região em que se encontrava a antiga cidade de Uruk, e foi descoberto por arqueólogos do Instituto Arqueológico Alemão, em escavações realizadas desde 1913 (BOYER, 2012).

Destacamos, ainda, os Papirus de Moscou e Rhind – textos matemáticos que contém, respectivamente, 25 e 85 problemas matemáticos, constituindo as principais fontes de informações da geometria egípcia antiga – obras datadas de 1850 a.C. e 1650 a.C. Enquanto os egípcios antigos empregavam pedras e papiros, os babilônios usavam tábulas de argila cozida; os indianos e chineses antigos manuseavam materiais muito perecíveis, como fibras de entrecasca de árvore de bambu. Dessa forma, quanto ao material utilizado, dispomos de informações de fontes primárias certas sobre a geometria do Egito e da Babilônia; em contrapartida, sabe-se muito pouco sobre a da Índia e China antigas (EVES, 1992).

Inicialmente, a geometria era uma ciência empírica, consistindo em uma coleção de regras práticas para obter resultados aproximados. Apesar disso, esses conhecimentos foram utilizados em demarcação de limites de terra, comparação de áreas e construções arquitetônicas, a exemplo das pirâmides dos templos babilônios e egípcios.

Sobre o *status* dado à geometria como ciência, Contador (2008) pontua que se deu quando o homem passou a desenvolver os conceitos e as definições que envolviam as figuras, não só aquelas que se observava na natureza, mas, também, as criadas e desenvolvidas por ele mesmo, por prazer ou necessidade, em que os resultados nem sempre eram corretos, às vezes, aproximados, mas foi com eles que o homem passou não só a dividir e delimitar terras, também a desenvolver cálculo de área e, assim, a geometria passou a ser desenvolvida sistematicamente.

2.2.2.2 Os geômetras gregos e a sistematização da geometria

As propriedades geométricas aceitas com base na experiência, de maneira intuitiva, já não eram suficientes para resolver os problemas do homem, levando-o a almejar um conhecimento sistemático e organizado.

Corroborando esse pensamento, Eves (1992, p. 3) reitera que “a geometria científica brotou das necessidades práticas, surgidas vários milênios antes de nossa era, em certas áreas

do Oriente antigo, como uma ciência para assistir atividades ligadas à agricultura e à engenharia.”

Mas, sem dúvida, com os geómetras gregos, houve um grande desenvolvimento do interesse pela ciência, emergindo com Tales de Mileto, precursor da ideia de organizar logicamente os fatos da geometria, estabelecendo-a como teoria dedutiva – além do fato de o primeiro pensamento dedutivo ocorrer no campo da geometria, inaugurando uma tradição na matemática mantida até recentemente.

Sobre Tales de Mileto, Contador (2008, p. 192) explicita que

[...] o primeiro dos grandes geômetras gregos. Discípulo de Arquemedes, Eudemo de Rodas, ± 320 a.C., escreveu sobre a história da Geometria grega cobrindo o período anterior a 335 a.C. Seu trabalho se perdeu, mas antes disso passou pelas mãos do filósofo Proclus 410-485, que escreveu Comentários sobre o primeiro livro de *Os Elementos de Euclides*. É no sumário deste trabalho, que ficou conhecido como *Sumário Eudemiano* que Proclus escreveu sobre o desenvolvimento da Geometria Grega antiga desde os tempos primitivos até Euclides, tornando-se a principal fonte deste período. Proclus colocou Tales como criador da Geometria grega, assim como a primeira pessoa a utilizar o método dedutivo em Geometria. Hoje Tales é considerado um dos sete sábios da antiguidade, foi ele quem iniciou a geometria grega, depois vieram Pitágoras, Euclides, Arquimedes e Apolônio e juntos formaram a base de praticamente toda a geometria até os dias atuais.

Desse modo, o trabalho de sistematização iniciado por Tales, em geometria, teve continuidade nos séculos posteriores, nomeadamente pelos pitagóricos. Acerca disso, Galvão (2008, p. 102) expõe que teve início

na escola pitagórica (segundo referências encontradas em textos de Architas, aproximadamente um século depois) a organização do conhecimento sistematizada como o “quadrvivium”, compreendendo a Aritmética, a Música (consideradas a Matemática das “quantidades”), a Geometria e a Esférica - Astronomia (consideradas a Matemática das “magnitudes”, a primeira, “estacionaria”, e segunda dos “movimentos”). Os pitagóricos consideravam que “se um estudioso não tem conhecimento do ‘quadrvivium’, ele não está apto a encontrar a verdade.

Para Galvão (2008), as construções com régua e compasso firmaram-se justamente com a introdução das *magnitudes*, conceito introduzido por Eudoxo, associada ao comprimento dos segmentos. Assim, as construções geométricas passaram a ser adotadas para justificar as propriedades algébricas. Oenópides foi um astrônomo que viveu entre 490 e 420 a.C., cujo trabalho matemático reflete influências pitagóricas, e foi o primeiro a estabelecer as restrições

dos métodos a serem utilizados nas construções com régua e compasso e, provavelmente, o primeiro a resolver problemas geométricos com tais recursos.

Para Galvão (2008), Aristóteles atribuiu aos pitagóricos o feito de serem os primeiros a fazer a matemática avançar, devido à dedicação a essa ciência. Além disso, confirmou que os pitagóricos foram os criadores da geometria como ciência das figuras, ilustrando suas relações com a aritmética, a ciência dos números.

Dentre os resultados dos estudos dos pitagóricos estão a prova do teorema de Pitágoras e outras contribuições da escola pitagórica que merecem destaque, como explicado por Eves (1992, p. 8):

assim, em geometria desenvolveram as propriedades das retas paralelas e usaram-nas para provar que a soma dos ângulos de um triângulo qualquer é igual a dois ângulos retos. Contribuíram de maneira notável para a álgebra geométrica grega e desenvolveram uma teoria das proporções bastante completa (ainda que limitada a grandeza comensuráveis) que usam pra deduzir propriedades de figuras semelhantes. Tinham consciência de pelo menos três poliedros regulares e descobriram a incomensurabilidade do lado e da diagonal de um quadrado.

Mais tarde, Platão interessou-se muito pela matemática, especialmente pela geometria, evidenciando, ao longo do ensino, a necessidade de demonstrações rigorosas dedutivas, e não por verificação experimental. Inspirado em Sócrates, pregava que os conceitos matemáticos são independentes das experiências, têm identidade própria. Logo, a matemática era considerada por ele uma preparação para a filosofia e o conhecimento do universo ideal. Com isso, inferimos a preocupação com a organização formal das provas e dos métodos de raciocínio.

Essa concepção foi exemplarmente desenvolvida por um discípulo da escola platônica, Euclides de Alexandria (325-285 a.C.). Convidado por Ptolomeu I para compor o quadro de professores da recém-fundada Academia que tornaria Alexandria o centro do saber da época, tornou-se o mais importante autor de matemática da Antiguidade greco-romana e, talvez, de todos os tempos, com o seu monumental *Stoichia (Os elementos, 300 a.C.)*, no estilo livro de texto – uma obra em treze volumes, sendo cinco sobre geometria plana, três sobre números, um sobre a teoria das proporções, um sobre incomensuráveis e os três últimos sobre geometria no espaço. A obra foi transcrita e traduzida em diversas línguas, propagando a teoria da geometria dedutiva grega por diversos povos. É, sem dúvida, a obra de geometria mais importante da história, e até pouco tempo atrás, era o principal instrumento de trabalho dos estudantes de geometria (GALVÃO, 2008).

Já Aristóteles, que por vinte anos foi discípulo e colega de Platão, explorava o mundo concreto, onde números e formas eram propriedades dos objetos reais, ao contrário de Platão, que admitia a existência do mundo das ideias, do qual fazia parte. Os princípios estabelecidos por Aristóteles foram seguidos pelos matemáticos durante muitos séculos, e nortearam o trabalho de Euclides.

Muitas foram as realizações dos gregos durante três séculos, entre Tales e Euclides, Pitágoras e outros, que desenvolveram tanto o material que acabou sendo organizado nos *Elementos* de Euclides, como noções relativas a infinitésimos, limites e processos somatórios – esses últimos foram esclarecidos em definitivo com a invenção do cálculo, nos tempos modernos (EVES, 1992). Ao longo do texto de Euclides, as provas eram descritas detalhadamente, não havendo símbolos para representar operações. Diz-se ser essa a fase retórica da matemática.

Então, muitos dos resultados obtidos nesse período foram consequências das tentativas constantes de resolver os três famosos problemas de construção geométrica com régua e compasso, a saber: a trissecção do ângulo; a quadratura do círculo; e a duplicação do cubo.

Não obstante, as maiores contribuições dos gregos antigos à matemática foram a formulação do modelo axiomático material e a insistência para que a geometria fosse sistematizada de acordo com esse paradigma.

2.2.2.3 Avanços da geometria depois dos gregos

Depois da contribuição grega, destacamos alguns geômetras que impulsionaram o desenvolvimento da geometria enquanto ramo da matemática. O matemático francês Rene Descartes é um deles, já que introduziu uma verdadeira inovação na geometria, desenvolvendo relações das figuras geométricas com certos cálculos numéricos – as quais receberam a denominação de *geometria cartesiana*, conhecida como a *geometria analítica*.

Boyer (2012) chamou a atenção para o fato de que a obra de Descartes é descrita simplesmente como aplicação da álgebra à geometria, mas poderia ser caracterizada simplesmente como sendo a tradução de operações algébricas em linguagem geométrica. *Lá géomretie* é um dos apêndices, entre os três apresentados por Descartes em seu famoso tratado filosófico sobre a ciência universal, *Discours de lá methode*, publicado pela primeira vez em 1637, contém a contribuição de Descartes para a geometria analítica. (EVES, 1992)

No desenvolvimento da geometria projetiva, destacaram-se Gérard Desargues (1591-1661), Poncelet (1788-1867) e Michel Charles (1798-1880). O engenheiro e arquiteto Gérard

Desargues, em 1639, publicou, em Paris, um tratado original sobre secções cônicas que explorava a ideia de projeção – trabalho ignorado pelos matemáticos da época, mas posteriormente regatado por Charles, em 1845.

Apesar de Desargues ter sido o maior motivador da geometria projetiva, foi Poncelet (1788-1867) quem a despertou e impulsionou, por meio de sua obra mais celebre, *Traité des propriétés projectives des figures*, publicada em Paris, em 1822, inaugurando o chamado *grande período da geometria projetiva*.

Posteriormente, Michel Charles deu continuidade às ideias de Poncelet, e em sua obra destacamos, em conformidade com Boyer (2012), a ênfase sobre as seis razões duplas ou harmônicas $(c - a)/(c - b) : (d - a)/d - b$ de quatro pontos colineares ou quatro retas concorrentes, e a invariância dessa razão sobre transformações projetivas.

A esse respeito, em Eves (1992, p. 27), observamos que

com a elaboração da geometria analítica na primeira metade do século XVII, o espaço passou a ser considerado como uma coleção de pontos; e com a invenção das geometrias não Euclidianas clássicas, cerca de dois séculos mais tarde, os matemáticos aceitaram a situação de que há mais de um espaço concebível e, portanto mais do que uma geometria. Mas o espaço ainda era considerado como um lugar onde as figuras podiam ser comparadas entre si.

Vale esclarecer que a denominação *geometria euclidiana* só passou a ser adotada após serem desenvolvidas outras geometrias, denominadas por Gauss de *geometrias não-euclidianas*, pois até então, usava-se somente o termo *geometria*.

Em seu trabalho, Zuin (2001), fundamentada em Boyer (1996) e Struik (1997), explana que a geometria euclidiana foi perdendo prestígio devido às dúvidas que surgiram quanto ao seu rigor. Diante disso, no fim do século XIX, passou-se a questionar o tratamento dado à geometria euclidiana, pressupondo não possuir tamanha rigorosidade.

Felix Klein (1849-1925) incidiu seu trabalho na geometria não-euclidiana e suas interligações com a teoria de grupos e a geometria. Em seu programa, *Erlanger Programm*, em 1872, apresentou a geometria como o estudo das propriedades das figuras que permanecem invariantes sob um grupo particular de transformações.

Para Eves (1992, p. 27-28), “[...] com esse ponto de vista, uma geometria era definida por um conjunto de objetos quaisquer e um grupo de transformações ao qual o conjunto de objetos pode se sujeitar [...]”. Dessa forma, a geometria euclidiana não era mais do que o estudo dos grupos de transformações euclidianas, então Klein abriu caminho para uma nova etapa da geometria.

Recentemente, o modelo axiomático material, relatado anteriormente, foi generalizado de forma a fornecer uma forma de discurso abstrato, conhecido como *axiomática formal*, formulado por Hilbert e outros estudiosos.

Portanto, nesse percurso, verificamos que a geometria parte da observação do meio físico, de forma empírica e intuitiva, desenvolvendo-se posteriormente e transformando-se em uma ciência estruturada, com uma lógica organizada.

Diante dessas considerações, enfatizamos que a geometria que atualmente chega às escolas, a *geometria euclidiana*, tem sua base no sistema axiomático proposto por Euclides, mas no que se refere ao seu processo de ensino e aprendizagem, surgiram vários problemas, tanto de caráter metodológico quanto de dificuldade na compreensão de seus conceitos, não só por parte dos alunos, mas também dos professores.

Dito isso, a fim de compreendermos melhor essa realidade, apresentaremos na sequência reflexões acerca da trajetória do ensino de geometria, o caso no Brasil e de sua relevância no currículo escolar.

2.2.3 A geometria no contexto escolar

2.2.3.1 O ensino de geometria nas escolas brasileiras

No bojo de variabilidades políticas e educacionais, em meados do século XIX, no Brasil, testemunharam-se grandes reformulações e alterações curriculares. Em relação ao ensino de geometria, essas mudanças contribuíram diretamente para a sua desvalorização e descaracterização como saber escolar, fundamental nas grades curriculares (ZUIN, 2001).

O descaso com o ensino de geometria não é algo novo, não só no Brasil, mas igualmente em outros países; isso fica evidente na literatura especializada, relacionada à área. Com o Movimento da Matemática Moderna (MMM), na década de 1950, o ensino de matemática passou por mutações significativas, sendo a geometria euclidiana bastante afetada, constituindo um dos principais marcos históricos sobre o abandono da geometria no mundo.

Esse movimento começou a crescer principalmente nos Estados Unidos, na França e na Bélgica, expandindo-se para toda a América e Europa. O MMM pretendia revolucionar o ensino de matemática, por meio de transformações nas propostas curriculares de matemática, como explanaram Huete e Bravo (2006, p. 26):

[...] com o objetivo de estabelecer algumas bases comuns no ensino da matemática. Esse fato provocou um forte desenvolvimento curricular da disciplina, amparados em alguns princípios que pretendiam estimular o aluno a aprofundar-se em seu estudo, preencher o vazio existente entre a matemática escolar e a universitária, e capacitar para a mudança produzida no mundo com o surgimento dos computadores.

Nesse contexto, as propostas eram a favor da exclusão de alguns conteúdos, pois os promotores da reforma consideravam a matemática ensinada nas escolas antiquada – a geometria euclidiana era uma delas –, devendo ser substituída por outros conteúdos que contemplassem álgebra moderna, lógica simbólica, noções de topologia e teoria dos conjuntos (AVILA, 2010).

A partir de 1955, sucederam alguns congressos sobre o ensino de matemática, apoiados nas ideias do MMM. O primeiro deles foi realizado em Salvador – BA (1955); o segundo, em Porto Alegre – RS (1957); e o terceiro, no Rio de Janeiro (1959). Nesse último, houve a participação de 500 professores de 18 estados, quando se verificaram as primeiras manifestações sobre o MMM em nosso País. No entanto, as decisões e propostas oriundas desses congressos não foram implantadas – nelas, a geometria era extremamente reduzida no currículo escolar (GOMES, 2013).

As proposições do supracitado movimento foram divulgadas a partir de 1961, em São Paulo, com a criação do Grupo de Estudos do Ensino de Matemática, conhecido como GEEM, onde se promoviam reuniões e cursos para os professores de matemática. Em 1962, ocorreu o IV Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática (CBEM), em Belém-PA, oportunidade em que o GEEM apresentou algumas experiências realizadas com a matemática moderna, bem como um programa para a matemática da escola secundária, tendo em vista as ideias modernizadoras.

De acordo com Pavanello (1993), em 1963, em um estudo do Conselho Federal de Educação, alicerçado na Lei de Diretrizes de Base da Educação Nacional, Lei 4024/61, o ensino de matemática é estabelecido sob natureza instrumental nas séries iniciais e nas séries finais, de forma interdisciplinar. Já na 4ª série, dá-se início ao estudo da geometria plana dedutiva, limitando-se à demonstração dos teoremas mais importantes, e de caráter utilitário.

Com a proposta do MMM, a linguagem simbólica assumiu os currículos, ou seja, levantou-se uma preocupação com as estruturas algébricas e com a linguagem simbólica da teoria dos conjuntos, e a geometria restringiu-se a uma abordagem dedutiva, perdendo força nos livros didáticos. Tudo deveria ser apresentado como estrutura axiomática e, naturalmente,

essa proposta era bastante problemática, pois axiomas são verdades inquestionáveis, universalmente válidas, o que na geometria é impraticável.

A respeito disso, Ávila (2010, p. 6), assim se manifestou:

Euclides necessitou de cinco axiomas em sua estrutura axiomática da Geometria, mas Hilbert³ precisou de vinte para livrar o trabalho de Euclides de suas imperfeições. Não é de estranhar, portanto, que os reformistas do ensino nunca conseguissem um modo de apresentar os fatos geométricos segundo os seus critérios de rigor, e que fosse, ao mesmo tempo, didaticamente viável nas escolas.

Por intermédio do livro didático, as ideias do MMM foram-se alastrando pelas escolas do Brasil, e quanto à geometria nos livros didáticos, foi explorada, na verdade,

[...] as noções de figura geométrica e de intersecção de figuras como conjuntos de pontos do plano, adota-se para a sua representação a teoria dos conjuntos. [...] Não existe nenhuma preocupação com a construção de uma sistematização a partir das noções primitivas e empiricamente elaboradas. (PAVANELLO, 1995, p. 13)

Na concepção de Zaidan (1997), com as propostas do MMM, os livros didáticos brasileiros tornaram-se mais atraentes, com ilustrações e em cores. Quanto ao seu conteúdo, passaram a conter algumas fórmulas deduzidas, e teoremas sem demonstrações.

Ao evocarmos as contribuições de Lorenzato (1995, p. 4), constatamos que

[...] antes de sua chegada ao Brasil, nosso ensino geométrico era marcadamente lógico-dedutivo, com demonstrações, e os nossos alunos o detestavam. A proposta da Matemática Moderna de algebrizar a Geometria não vingou no Brasil, mas conseguiu eliminar o modelo anterior, criando assim uma lacuna nas nossas práticas pedagógicas, que perduram até hoje.

Como se percebe, a alteração nos livros didáticos e na didática apresentada proporcionou um dano enorme à matemática, especialmente à geometria euclidiana, pois mesmo os livros didáticos da época não trouxeram, efetivamente, mudanças substanciais ao conteúdo, apresentando a temática geométrica de forma axiomática, reduzindo drasticamente as demonstrações, que sumiram dos livros e continuam ausentes até hoje (RODRIGUES, 2016).

³ David Hilbert (1862-1943), depois de fazer um estudo sistemático acerca dos axiomas da geometria euclidiana, propôs um conjunto de 21 axiomas e analisou o significado deles, o que resultou na publicação de um livro.

Dessa maneira, a geometria foi perdendo espaço, dando lugar para a álgebra, daí porque as transformações propostas pelo MMM, em relação à geometria, não lograram avanços, muito pelo contrário: houve regressão, com o declínio do ensino de geometria nas escolas públicas.

Nesse período, o problema da geometria agravou-se também com a falta de profissionais, devido à expansão do ensino. Nesse sentido, Pavanello (1993) afirma que a partir de 1968, com a ampliação das redes públicas de ensino de 1º e 2º graus (hoje denominado ensino fundamental e ensino médio respectivamente), foi necessária a formação de mais profissionais para suprimir esse mercado. Por isso, visando a atender à expansão demandada, com o mínimo de gastos, adotaram-se várias medidas, por meio da Lei 477/69, uma das quais foi a criação de cursos superiores em instituições privadas, destinados à formação de professores da educação básica (1º e 2º graus).

Os cursos de formação que eram oferecidos nas instituições públicas, antes das medidas adotadas, recebiam críticas por não apresentarem em sua constituição uma unidade entre as disciplinas pedagógicas e os conteúdos específicos. Aliás, os novos cursos criados nas instituições particulares receberam as mesmas críticas, além de serem apontados por estabelecerem poucos critérios para a seleção de ingresso, sendo, em sua maioria, organizados em licenciaturas curtas, as quais proporcionavam uma formação aligeirada.

De acordo com Pavanello (1993, p. 14), “a maioria dos professores de matemática que atuam na rede pública provém destas instituições, o que determina a necessidade da realização de cursos de treinamento e reciclagem para complementar sua formação.”

A solução que o MMM trouxe para sanar as dificuldades que os professores tinham em trabalhar geometria na escola pública foi *eliminar* o conteúdo da ementa dessas escolas, pois segundo os responsáveis pelo movimento, os alunos das escolas públicas precisam apenas do básico para o trabalho.

Ainda sobre o ensino de geometria nas escolas públicas, Pavanello (2004, p. 2) relata que

o problema com o ensino da geometria surge e se avoluma à medida que as escolas de nível médio passam a atender um número crescente de alunos das classes menos favorecidas. A geometria é praticamente excluída do currículo escolar ou passa a ser, em alguns casos restritos, desenvolvida de uma forma muito mais formal a partir da introdução da Matemática Moderna, a qual se dá justamente quando se acirra a luta pela democratização das oportunidades educacionais, concomitante à necessidade de expansão da escolarização a uma parcela mais significativa da população.

Assim, em 1971, no Brasil, quando a Lei 5692/71 foi promulgada, permitindo à escola a escolha do programa das disciplinas, alguns professores excluíram a geometria e outros a colocaram no fim do ano letivo, então quase sempre não dava tempo de a ensinar.

Para Pavanello (1993, p. 13), “o estudo da geometria passa a ser feito – quando não é eliminado, apenas no 2º grau, com o agravante de que os alunos apresentam uma dificuldade ainda maior em lidar com as figuras geométricas e sua representação porque o Desenho Geométrico é substituído pela Educação Artística”, particularizando um declínio ainda maior do ensino de geometria.

Na rede pública de ensino, o ensino de 2º grau priorizava uma educação cujo cerne era a preparação de mão de obra para o mercado de trabalho, sendo oferecido, em sua maioria, no período noturno. Por outro lado, na rede privada, o ensino secundário visava à preparação para o ingresso no ensino superior, e o ensino de geometria continuava ocorrendo no programa dessas escolas.

Diante disso, constatamos uma dualidade histórica entre escola pública e escola privada, devidamente descrita por Pavanello (1993, p. 15): “escola onde se ensina a geometria (escola de elite) x escola onde não se ensina a geometria (escola do povo).”

Em conformidade com Melo (2014), em 1980, o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) fez recomendações ao ensino de matemática que repercutiram no mundo inteiro. Com isso, vale salientar, colaboraram para que a geometria euclidiana e as construções geométricas fossem resgatadas.

A partir da década de 1990, o MEC, amparado pelas recomendações do NCTM, implementou os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), com a finalidade de orientar as políticas públicas e as práticas escolares do ensino básico brasileiro. Após vinte e sete anos, em 2017, homologou a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), direcionada à educação infantil e ao ensino fundamental e, em dezembro de 2018, a do ensino médio, configurando-se atualmente como o principal documento orientador da Educação Básica, que tem

[...] caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de **aprendizagens essenciais** que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). (BRASIL, 2018, p. 7, grifo nosso)

A BNCC distingue-se dos outros documentos norteadores da educação básica brasileira, principalmente, nas palavras de Costa et al. (2020, p. 3),

[...] no seu grau de detalhamento para cada etapa da Educação Básica e no fato dela possuir força de norma, sendo, dessa forma, uma orientação curricular que deverá ser seguida pelos sistemas de ensino, não servindo apenas como um parâmetro ou mesmo como uma diretriz que é uma orientação de caráter mais genérico, pelo contrário a BNCC é bem específica e de caráter obrigatório.

No que se refere, especificamente, ao ensino médio, esse documento visa a orientar os currículos dessa etapa de ensino e estabelecer as habilidades e competências que devem ser desenvolvidas pelos alunos em cada uma das áreas do conhecimento, a saber: Linguagens e suas Tecnologias; Matemática e suas Tecnologias; Ciências da Natureza e suas Tecnologias; Ciências Humanas e Sociais Aplicadas.

Sobre a geometria, a BNCC aponta ser um elo de conexões com os demais campos da matemática (aritmética, álgebra, estatística e probabilidade), além de ressaltar a importância do conhecimento dos conceitos e das aplicações destes no cotidiano dos estudantes.

Perante o exposto, vimos que houve um desgaste no que concerne ao ensino de geometria, redundando em sua ausência ou quase ausência nos currículos escolares brasileiros, situação que perdura até hoje, mesmo com estudos e ações para modificar essa realidade.

Souza e Bulos (2011) complementam essa discussão ao lembrarem do fato de alguns professores evitarem ensinar conceitos geométricos por não dominarem o assunto, uma consequência da ausência desse conteúdo em sua formação inicial; e os que os executam, não o fazem de modo suficiente para sanar o problema.

Acerca dessa formação, Lorenzato (1995, p. 4) revela que “presentemente está estabelecido um círculo vicioso: a geração que não estudou geometria não sabe ensiná-la.” Para ele, esse círculo deve ser rompido, até porque precisam saber bem além de só “ler, escrever e contar.” Devido a essa insegurança sobre os conceitos geométricos, os professores acabam findando o ano letivo deixando a lacuna desse conhecimento na formação dos alunos.

Ávila (2010) lembra que a primeira qualidade de um bom professor não é tão-somente conhecer bem o que vai ensinar, mas saber bem mais do que aquilo que vai ensinar.

Em relação a essa problemática, Pavanello (1993, p. 15) conclui que “não podemos culpar esse profissional pela atual situação do ensino e, sim, investir em capacitação para a sua formação, resgatando a importância e o significado da geometria na sociedade moderna.” Todavia, esse fato não pode ser desculpa para prejudicar a formação dos alunos, pois a geometria tem grande relevância na formação deles.

Tendo em vista a marcante influência e aplicação da geometria na vida humana, concebemos a necessidade de seu estudo entre as disciplinas das grades curriculares do ensino fundamental e médio, como será discutido na sequência.

2.2.3.2 A necessidade de geometria no currículo escolar

A geometria é parte intrínseca do nosso universo físico. Além de estar presente na forma dos elementos da natureza, seu ensino faz parte do currículo das escolas de todos os países. O ensino de geometria, afora possuir um vasto campo de aplicação prática, permite ao educando construir conhecimentos teóricos, possibilita um amplo desenvolvimento intelectual, ou seja, um grande progresso quanto à interpretação, ao raciocínio teórico e prático (OLIVEIRA; VELASCO, 2007).

Corroborando essa ideia, Lorenzato (1995, p. 5) fala sobre a geometria em nosso cotidiano:

a geometria está em toda parte, desde antes de Cristo, mas é preciso enxergá-la mesmo não querendo, lidamos em nosso cotidiano com as ideias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume), simetria: seja pelo visual (formas), seja pelo uso no lazer, na profissão, na comunicação oral, cotidianamente estamos envolvidos com a Geometria.

Além de a geometria estar intrinsecamente presente na vida das pessoas, ela é indispensável para o pleno desenvolvimento do ser humano e do mundo, pois faz parte da construção cultural da sociedade. Senão, vejamos:

[...] durante toda a história, de acordo com a sua necessidade, o homem foi aprimorando suas noções geométricas e formulando conceitos geométricos que muito contribuíram para o desenvolvimento da humanidade. Assim, a geometria como componente curricular escolar potencializa ainda mais o pensamento dos alunos para as posteriores descobertas e avanços. (PERES, 2010, p. 32)

Ao percorrermos a história das civilizações, percebemos a influência da geometria nas construções, edificações, e inovações, sejam tecnológicas ou científicas.

Fainguelernt (1999) supõe que a geometria é considerada como uma ferramenta para a compreensão e inter-relação com o espaço em que vivemos. Ela pode ser entendida como um conteúdo constituído a partir de aspectos mais intuitivos, concretos e ligados à realidade.

Entretanto, não podemos esquecer que ela está apoiada em um longo processo de formalização, que também possui níveis de rigor, abstração, dedução e generalização.

A propósito, Pavanello (2004, p. 3), concordando com o entendimento de que o ensino de geometria não pode se resumir apenas ao desenvolvimento da percepção espacial, afirma que

a geometria apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento da "capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível" – que é um dos objetivos do ensino da matemática – oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados.

Sobre o estudo de geometria, Peres (2010) relata em seu trabalho que ela estimula o desenvolvimento mental lógico-dedutivo e estabelece conexões com os demais conceitos em matemática.

Por sua vez, Lorenzato (1995) revela que a geometria é a conexão didático-pedagógica mais eficiente que a matemática possui: ela é interligada com a aritmética e com a álgebra, proporcionando as relações entre elas; e a partir da geometria, pode-se interpretar os conceitos e questões aritméticas ou algébricas, ou seja, ela realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz.

Quanto à importância da geometria como suporte para outras áreas do conhecimento, Lorenzato (1995, p. 6) ratifica que

a geometria é um excelente apoio a outras disciplinas: como interpretar um mapa, sem o auxílio da Geometria? E um gráfico estatístico? Como compreender conceitos de medida sem ideias geométricas? A história das civilizações está repleta de exemplos ilustrando o papel fundamental da Geometria (que é carregado de imagens) teve na conquista de conhecimentos artísticos, científicos e, em especial, matemáticos.

Ainda sobre essa questão, Lorenzato (1995, p. 6) explana que

Einstein tinha o hábito de geometrizar suas ideias: dizia que facilitava a comunicação delas e a evolução de seu pensamento; em 1921, ele escreveu “Atribuo especial importância à visão que tenho da Geometria, porque sem ela eu não teria sido capaz de formular a teoria da relatividade”.

É pertinente destacar, inclusive, que a geometria é um dos assuntos frequentes nos testes para ingresso em instituições de ensino superior, a exemplo do ENEM. Segundo levantamentos realizados pelo Guia do Estudante (2018) sobre os temas mais frequentes na prova de

matemática e suas tecnologias do citado exame, no período de 2009 a 2016, a geometria foi o assunto mais recorrente, representando 26,30% das questões.

Frente a todos esses argumentos acerca da importância da geometria, é oportuno que apresentemos como o seu ensino está estabelecido nos PCN's do ensino médio, foco do nosso estudo.

As Orientações Curriculares para o ensino médio assinalam que

o estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. Também é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não a única, de apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas. Esse estudo apresenta dois aspectos – a geometria que leva à trigonometria e a geometria para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes. (BRASIL, 2000, p. 75)

No que se refere ao pensamento geométrico, a BNCC expressa que,

eles desenvolvem habilidades para interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano, identificar transformações isométricas e produzir ampliações e reduções de figuras. Além disso, são solicitados a formular e resolver problemas em contextos diversos, aplicando os conceitos de congruência e semelhança. (BRASIL, 2018, p. 470)

Tanto os PCN's como a BNCC reconhecem a importância da geometria, dando ênfase à potencialização do aluno para resolver problemas do cotidiano, e situações-problema que favoreçam o raciocínio dedutivo, apoiando-se no papel que essa disciplina tem na formação do pensamento e conhecimento do estudante, funcionando como ferramenta essencial para a construção do conhecimento, não só de matemática, como também de outras áreas.

Uma das grandes competências propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) diz respeito à contextualização sociocultural como forma de aproximar o aluno da realidade e fazê-lo vivenciar situações próximas que lhe permitam reconhecer a diversidade que o cerca, e reconhecer-se como indivíduo capaz de ler e atuar nessa realidade.

Essa contextualização no ensino de matemática tem por recomendação

compreender a construção do conhecimento matemático como um processo histórico, em estreita relação com as condições sociais, políticas e econômicas de uma determinada época, de modo a permitir a aquisição de uma visão

crítica da ciência em constante construção, sem dogmatismos ou certezas definitivas. Por exemplo, o uso da geometria clássica ou da analítica para resolver um mesmo problema pode mostrar duas formas distintas de pensar e representar realidades comparáveis em momentos históricos diferentes. (BRASIL, 2002a, p. 117)

Assim, para compreender o ensino sob essa perspectiva, é fundamental que se desenvolvam com os alunos propostas de atividades em situações e contextos sociais ou culturais, oportunizando a eles compreenderem o lógico-histórico dos conceitos, conhecimento que proporcionou e proporciona o desenvolvimento da humanidade.

O ensino assim posto apresenta-se de forma significativa, pois ao se apropriar desse conhecimento, o aluno favorece a sua interação com o mundo em evolução e com os conhecimentos científicos, contribuindo para desenvolver capacidades no sentido de construir novos conhecimentos.

Diante de todos esses argumentos, a geometria deve não só permanecer no currículo escolar, mas também ser estimulado e ampliado o seu ensino, assumindo o seu real valor para que se reverta essa situação atual.

Apesar de muitas pesquisas sobre o seu ensino mostrarem alguns avanços quanto à sua organização, Peres (2010) aponta que há muitas limitações para que se desenvolvam ações mentais nos alunos de modo que se cumpra a formação de conceitos geométricos. Diante dessa constatação, no que segue, trataremos da formação de conceitos, na perspectiva histórico-cultural.

2.3 O processo de formação de conceitos e o desenvolvimento do pensamento teórico

2.3.1 A THC e suas implicações no processo de formação de conceitos

Como referido no início deste capítulo, o homem não é apenas um produto de seu ambiente, é também um agente ativo no processo de criação desse meio. A teoria proposta por Vigotski compreende que o desenvolvimento do sujeito, desde o início da vida, ocorre pelo processo de apropriação dos significados culturais no decorrer de sua existência, como ser de linguagem, consciência e atividade, transformando-se de biológico em sócio-histórico (VIGOTSKI, 1999).

Dessa forma, segundo Vigotsky (1984), o ser humano nasce apenas com recursos biológicos, mas a partir da interação com o meio e a convivência social, a partir de seus valores e de sua cultura, a interação dos fatores biológicos e culturais determinará o surgimento das

funções psicológicas superiores, que são características próprias do ser humano. Os processos mentais superiores (pensamento, linguagem, comportamento volitivo, atenção consciente, memória voluntária etc.) têm origem em processos sociais e indicam a conversão de relações sociais em funções mentais. Mas como as relações sociais se convertem em funções psicológicas?

Entender o conceito de mediação é essencial para compreender as proposições vigotskianas, no que se refere ao funcionamento psicológico. O autor preconiza o conceito de mediação ao relacioná-lo às interações homem com a natureza e com o outro, as quais se dão pelo uso de instrumentos e de signos.

Os instrumentos são elementos externos ao indivíduo. São os objetos e utensílios materiais utilizados para manipular e modificar a realidade externa (faca, machado). Porém, no campo psicológico, esses instrumentos auxiliam a resolução de determinado problema psíquico, como (re)lembrar, comparar, nomear, classificar, relatar entre outros. Os signos, por sua vez, são chamados por Vigotski de “instrumentos psicológicos”, orientados para o próprio sujeito, e dirigem-se ao controle de ações psicológicas, seja do próprio indivíduo, seja de outras pessoas, tais como a linguagem (oral, gestual, escrita), símbolos geométricos etc.

É graças ao sistema simbólico que o homem pode nomear as coisas e suas experiências (dizer o que elas são, pensá-las); compartilhar essas experiências com os outros; inter-relacionar-se com eles, afetando os seus comportamentos e sendo por eles afetados; transformando-se ele mesmo e desenvolvendo diferentes níveis de consciência a respeito da realidade social-cultural e de si mesmo (PINO, 1995).

Dessa forma, entende-se que a linguagem é um importante sistema simbólico do homem, pois fornece os conceitos, as formas de organização do real, a mediação entre o sujeito e o objeto do conhecimento. É por meio dela que os processos mentais superiores são socialmente formados e culturalmente transmitidos. Portanto, sociedades e culturas diferentes produzem estruturas distintas.

Sobre o processo de apropriação das significações da linguagem falada e escrita, como também de outros instrumentos simbólicos, Medeiros e Sforzi (2016, p. 36) mencionam que “ao se apropriar ativamente da cultura intelectual objetiva nos instrumentos simbólicos, o sujeito apodera-se das possibilidades de desenvolvimento de aptidões novas, enfim, apodera-se das operações intelectuais incorporadas neles”.

À vista disso, de acordo com Vigotsky, o indivíduo reconstrói internamente uma operação externa, transformando os elementos disponíveis em sua estrutura psíquica e no ambiente sociocultural em fenômenos novos – esse processo é denominado por ele de

internalização. Na internalização, a atividade interpessoal é transformada para constituir um processo intrapessoal, resultante de uma série de eventos ocorridos ao longo do desenvolvimento (VIGOTSKY, 1989).

Nesse sentido, a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) é um dos conceitos mais conhecidos de Vigotsky (2003), que ele define como a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar a partir da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado pela solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes, refletindo o caráter bidirecional das relações entre desenvolvimento e aprendizagem.

Para o referido autor, é o ensino que desencadeia a formação de estruturas mentais necessárias à aprendizagem. No entanto, é preciso não ultrapassar a capacidade cognitiva do aprendiz quando se busca criar novas estruturas mentais, ou seja, deve-se respeitar a zona de desenvolvimento potencial, cujos limites variam de indivíduo para indivíduo, em relação a diferentes âmbitos de desenvolvimento, tarefas e conteúdos.

A partir desses conceitos, Vigotsky relaciona aprendizagem e desenvolvimento, entendendo que o indivíduo se desenvolve porque aprende, ou seja, a aprendizagem mobiliza e direciona o desenvolvimento. Então, a aprendizagem é um processo de apropriação de conhecimentos, habilidades, signos, valores, que engloba o intercâmbio ativo do sujeito com o mundo cultural onde está inserido.

Moura, Sforzi e Araújo (2011, p. 43), ao tratarem da relação entre aprendizagem e desenvolvimento, fundamentados na THC, apontam que “ao se apropriar de um objeto cultural, o homem apropria-se das operações motoras e intelectuais nele presentes, o que implica a formação ativa de novas aptidões, de funções psicológicas e motoras, correspondentes ao objeto apropriado”.

Essa aprendizagem, como já mencionamos, não ocorre de maneira espontânea, mas a partir da interação com uma pessoa mais experiente, mediada por instrumentos e signos, onde as potencialidades do aprendiz são transformadas em situações que ativam esquemas processuais cognitivos ou comportamentais, produzindo no indivíduo novas potencialidades, em um processo dialético contínuo. Nessa dimensão, a aprendizagem torna-se imprescindível para o desenvolvimento humano, e sendo adequadamente organizada, resulta em desenvolvimento mental.

No âmbito educacional, Vigotsky entende a escola como um local apropriado para a inserção integral do sujeito à cultura humana, ao mesmo tempo em que infere que é por meio dela que o estudante terá acesso aos conhecimentos científicos. Nesse sentido, a escola tem o

papel de mediadora dos conhecimentos trazidos do cotidiano dos estudantes para os conhecimentos produzidos pela humanidade.

Do ponto de vista institucional, a escola é um espaço social, é

[...] um lugar privilegiado para a construção e reconstrução do conhecimento (seja científico, seja cotidiano), pois ele oferece experiências intencionais diversificadas, o que lhe possibilitará atribuírem um sentido próprio – apropriarem-se – aos conteúdos programáticos que a escola lhe oferece, singularizando-se e, conseqüentemente, reconhecendo-se enquanto seres humanos, inseridos num universo cultural mais amplo. (MARTINS, 2014, p. 72)

Nesse sentido, Duarte (1993) aponta a escola como espaço de luta pela transformação social e pela autodeterminação do sujeito como ser político e social que faz a sua própria história, relacionada com tantas outras histórias coletivas e individuais.

Para Sforni (2004), nas sociedades escolarizadas, a escola exerce um papel muito importante no âmbito da inserção do homem na coletividade, e acrescenta que a escola é a maior responsável pela construção de bases para o desenvolvimento psíquico.

Assim entendida, a aprendizagem escolar exerce significativa influência no desenvolvimento das funções psicológicas superiores, justamente na fase em que elas estão em amadurecimento. E a escola é quem faz a mediação entre os conteúdos historicamente produzidos pela humanidade e o aluno, procurando formas para que esses conhecimentos sejam apropriados pelos indivíduos, contribuindo para a formação das novas gerações de seres humanos.

Trata-se, pois, de um espaço privilegiado de humanização, e tem como especificidade garantir que os estudantes desde a mais precoce infância se apropriem das formas mais desenvolvidas de consciência social.

Nos estudos realizados por Vigotsky (2008) sobre a formação de conceitos, o autor declara que os processos mentais que geram a formação do conceito se iniciam muito antes da criança entrar na escola, mas as funções intelectuais que formam a base psicológica para a formação do conceito só amadurecem, tomam forma e desenvolvem-se durante a puberdade. Com isso, depreendemos que a formação do conceito é gradual e contínua, e à medida que o sujeito cresce, ocorre também a apropriação e o desenvolvimento dos conceitos.

Para Vigotsky (2008), o conceito não é uma formação fossilizada e imutável, mas é concebido como uma parte ativa do processo intelectual, constantemente a serviço da comunicação, do entendimento e da solução de algum problema que se coloca para o

pensamento do indivíduo. Portanto, é entendido como sistema de relações e generalização contido nas palavras e determinado por um processo histórico-cultural. Logo, são construções culturais, internalizadas pelos indivíduos ao longo de seu processo de desenvolvimento (REGO, 2014).

Como mencionado, Vigotsky considera uma inter-relação entre a aprendizagem e o desenvolvimento, e discutindo a inserção no contexto escolar, caracteriza a aprendizagem como um processo que lida com dois tipos de conceitos: *conceitos cotidianos (espontâneos) e científicos*.

Nessa lógica, os primeiros (conceitos cotidianos) se desenvolvem em circunstâncias cotidianas de atividade prática da criança. Martins (2014) ressalta que as crianças não têm consciência desse conceito. Sobre isso,

Piaget demonstrou que os conceitos das crianças em idade escolar são marcados predominantemente pelo fato de aquelas não terem uma percepção consciente das relações, embora as manipulem corretamente de uma forma irrefletida e espontânea. (VIGOTSKY, 2008)

Isso posto, a atenção da criança, nesse processo, volta-se mais para o objeto ao qual se refere do que ao próprio pensamento.

Por outro lado, os *conceitos científicos* são adquiridos por meio do ensino, nas interações escolarizadas. São formais, organizados, sistematizados, testados pelos meios científicos. A esse conceito relacionam-se aqueles eventos não diretamente acessíveis à observação ou ação imediata do indivíduo, mas pela atribuição de significados em uma estrutura conceitual.

Embora diferentes, os conceitos científicos e conceitos espontâneos, por desenvolverem-se em direções inversas, estão intrinsecamente relacionados e se influenciam mutuamente durante o processo. Conforme Vigotsky (2009, p. 347), “dar-se-ia que o desenvolvimento do conceito espontâneo da criança se processa de baixo para cima e que o desenvolvimento dos conceitos científicos segue uma trajetória descendente, em direção a um nível mais elementar e concreto”.

Completando essa ideia, temos que

o conhecimento vinculado à experiência concreta e imediata fornece concretude ao conhecimento abstrato. Por outro lado, os conceitos cotidianos são mediados e transformados pelos conceitos científicos: para a aprendizagem destes últimos, a relação com um objeto é mediada, desde o início, por algum outro conceito. (MARTINS, 2014, p. 71)

Nesse contexto, toda vez que o indivíduo organiza novas estruturas, ele reorganiza e transforma a estrutura de todos os conceitos anteriores. O processo de formação de conceitos é longo e complexo, e envolve operações intelectuais dirigidas, como atenção deliberada, memória lógica, abstração, capacidade de comparar e diferenciar.

Em relação ao processo de apropriação dos conceitos, Medeiros e Sforni (2016, p. 47) afirmam que

o conhecimento que precisa ser apropriado pelos estudantes não está diretamente explícito nos objetos ou nos fenômenos em si, mas são resultados, sínteses, conhecimentos sistematizados e expressos nos signos convencionais, e que essas representações da realidade devem realizar a mediação entre os sujeitos, os objetos e fenômenos.

O pensamento em conceitos é o meio mais adequado para conhecer a realidade, pois o vínculo interno das coisas se descobre com a ajuda do pensamento por conceitos, já que elaborar um conceito sobre algum objeto significa descobrir uma série de nexos e relações do objeto dado com toda a realidade, consiste em incluí-lo no complexo sistema dos fenômenos (VIGOTSKY, 1996).

Dessa forma, a apropriação do conceito não é mecânica nem passiva, é ativa, pois o conceito surge no decorrer de uma complexa operação, orientada para a resolução do mesmo problema, para um objetivo, em uma sucessão de operações que medeiam os passos a um objetivo final (VIGOTSKY, 2008).

2.3.2 Conceito científico e pensamento teórico

Para ampliar a reflexão acerca do processo de formação de conceitos, rememoramos as ideias apresentadas por Davídov (1930-1988), relevantes para o desenvolvimento desta pesquisa, uma vez que também incorporou e deu continuidade aos estudos de Vygotsky e, a partir disso, tornou-se o principal responsável pela teoria do ensino desenvolvimental. Trata-se, pois, de uma referência teórica e um método de ensino que, assim como a teoria histórico-cultural, entende que a educação e o ensino são formas universais e necessárias para o desenvolvimento psíquico humano, em cujo processo estão interligados os fatores socioculturais e a atividade interna do indivíduo (LIBÂNEO; FREITAS, 2006, p. 5).

Tendo em vista a escola na atualidade, como principal espaço de acesso ao conhecimento científico, a ela também se incumbe a missão de desenvolver, nos alunos, as

capacidades necessárias para que possam interagir com os conhecimentos de qualquer área científica, com o intuito de promover a apropriação de conceitos. Nesse sentido, Davídov (1988) enfatiza que a escola deve ensinar os estudantes a pensar, e para isso deve desenvolver ativamente neles os fundamentos do *pensamento contemporâneo*.

Rodrigues e Sforzi (2010, p. 545) esclarecem o que vem a ser esse tipo de pensamento expressado por Davídov (1988): “para ele, em razão do alto nível de desenvolvimento científico e tecnológico que alcançou a sociedade, somente o pensamento que consegue analisar, refletir e planejar é que estaria em condições de interagir com a sociedade nos tempos atuais.”

Essa forma estabelecida de pensamento é chamada de *pensamento teórico*, que constitui em seus desdobramentos um dos principais fatores da aprendizagem escolar, qual seja mobilizar o desenvolvimento cognitivo do estudante.

Para que a escola cumpra esse papel, é necessário organizar o ensino seguindo princípios didáticos que promovam a formação do pensamento teórico, a exemplo da matemática que,

[...] é imprescindível à substituição do ensino memorístico, mecânico, reprodutivo e superficial, por um ensino que se fundamente nos conhecimentos científicos dessa área do saber e que coloque o estudante como sujeito do seu conhecimento. Afinal, apenas transmitir os conceitos científicos ou repassar informações que se encontram nos livros didáticos não será suficiente para que o aluno internalize determinado conceito e, principalmente, utilize-o como ferramenta mental para pensar outros conceitos. (MELO, 2014, p. 51)

Nessa direção, Davídov (1988) propõe que o ensino seja organizado com o propósito de almejar a formação do pensamento teórico. Nas palavras de Libâneo (2010, p. 96), “com base em abstrações e generalizações, busca as relações gerais do fenômeno, as contradições, das relações e conexões entre os fenômenos, para captar a sua essência, de modo a ultrapassar os limites da experiência sensorial imediata”.

Assim, deve-se superar o ensino sensorial, centrado no pensamento empírico, mobilizando as ações mentais de abstração e generalização no desenvolvimento do pensamento teórico. Para tanto, considera-se que

todo conceito científico resulta de processos e procedimentos lógicos de investigação de um objeto em uma área de conhecimento e de pesquisa, envolvendo certos caminhos de pensamento e de análise. É um tipo de pensamento que requer ações mentais de abstração, generalização, conceito (pensamento teórico, científico). (PERES; FREITAS, 2013, p. 177-178)

Nesse processo mental, o principal não é aprender o conteúdo em si, mas o novo pensamento formado pelo aluno ao aprendê-lo, ou seja, “apropriar-se do processo de pensamento que permitiu o seu surgimento, pois esta forma de aprender proporciona o desenvolvimento de funções mentais que os alunos ainda não tenham formado.” (PERES; FREITAS, 2013, p. 178). Desse modo, revela-se o objetivo do ensino, que é proporcionar meios para o indivíduo adquirir conhecimento sobre os objetos e fenômenos, bem como apropriar-se de seus conceitos e desenvolver o pensamento teórico.

Ao organizar o ensino voltado para a formação de conceitos e, conseqüentemente, formar o pensamento teórico, almejando o desenvolvimento cognitivo dos alunos, faz-se necessário o uso de atividades de aprendizagem adequadas para a formação desse tipo de pensamento, as quais devem ser elaboradas tentando que os alunos se apropriem do conhecimento – em nosso caso, o conhecimento da geometria plana.

Dessa forma, Davídov (1988) destaca as características dessas atividades de estudo, no sentido de investigar os modos como os alunos procedem no processo de aquisição do conhecimento, sabendo que tal conhecimento oportuniza apreender elementos para que o professor possa planejar a organização do ensino e avaliar o trabalho pedagógico (MELO, 2014, p. 52).

Para isso, considera-se, segundo Davídov, a motivação dos alunos ao realizarem as atividades de aprendizagem, servindo de balizador para determinar a qualidade de sua aprendizagem. Isso posto, o professor deve analisar o conteúdo a ser trabalhado, a fim de propor atividades de aprendizagem que gerem interesse, para atrair e direcionar os motivos do aluno para o conteúdo.

Libâneo (2010, p. 83) assim explica esse processo, no qual o professor deve “criar situações de sala de aula relacionadas aos motivos dos alunos, orientados para a aquisição do conteúdo, de modo a repercutir no desenvolvimento da sua personalidade.” Tais motivos estão vinculados ao “contexto sociocultural, às relações sociais e familiares, e às significações estabelecidas, afetando significativamente a relação dos alunos com o conhecimento” (LIBÂNEO, 2010, p. 100).

Em suma, Davídov (1988) relata que o objetivo principal da atividade de estudo é a aquisição de conhecimento científico, que é condição para a formação do pensamento teórico, visando ao desenvolvimento cognitivo do estudante. Como contrapartida, a formação do pensamento teórico dos professores constitui uma meta de elevada importância, ao se considerarem as relações entre o pensamento do docente e a sua atividade profissional (OLIVEIRA, 2011, p. 78).

Nesse pensamento, Hedegaard e Chaiklin (2005) propõem a articulação entre conhecimento teórico e científico, como uma aplicação decorrente da teoria de Davíдов. Sobre isso, Libâneo (2010, p. 100) afirma que

[...] eles (Hedegaard e Chaiklin) consideram que os professores precisam saber como avançar de características abstratas e leis gerais de um conteúdo para a realidade concreta e, ao mesmo tempo, ajudar os alunos avançarem de seu conhecimento pessoal cotidiano para as leis gerais e conceitos abstratos de um conteúdo.

Então, o conceito forma-se nas relações internas do pensamento, nos processos investigativos e nos procedimentos lógicos do pensamento, permitindo a aproximação do objeto para constituí-lo como objeto de conhecimento, sendo que o conhecimento teórico é o produto da atividade intelectual.

O pensamento teórico ocorre mediante a reflexão, a análise e a planificação teórica. A propósito, Sforzi (2004), apoiada no trabalho de Semenova (1996) descreve esse processo da seguinte forma:

A **reflexão** “consiste na tomada de consciência por parte dos sujeitos das razões de suas ações e de sua correspondência com as condições do problema”. [...] Observar a promoção dessa capacidade nos alunos implica estar atento à presença e à qualidade das negociações entre os próprios alunos e destes com o professor acerca dos critérios utilizados na resolução das tarefas.

Já a **análise** “visa levantar o princípio ou modo universal” para a resolução de diferentes tarefas. [...] Identificar ações que promovem a capacidade de análise na aprendizagem conceitual requer atenção às condições de rigidez ou flexibilidade da forma de apresentação do conceito, às explicitações dos alunos sobre as causas das diferentes apresentações externas do fenômeno ou objeto, e às tentativas de síntese na fala dos alunos.

[...] A capacidade de operar com o conceito é evidenciada na realização do **plano interior das ações**. Nas palavras de Semenova, o plano interior das ações é o que “assegura a sua planificação e a sua efetivação mental”. Constitui-se na “capacidade de antecipar ações”, ou seja, é o conhecimento conceitual presente como conteúdo e forma do pensamento, é a sua efetivação como instrumento do pensamento. (SEMENOVA, 1996, p. 166 apud SFORZI, 2004, p. 9, grifo nosso)

Esses elementos do pensamento teórico são fundamentais para a análise das ações da atividade de ensino e da atividade de aprendizagem.

Tendo isso em vista, Rego (2014), apoiado em Vigotsky, assim se manifesta sobre a aprendizagem conceitual:

para aprender um conceito é necessário, além das informações recebidas do exterior, uma intensa atividade mental por parte da criança. Portanto, um conceito não é aprendido por meio de um treinamento mecânico, nem tampouco pode ser meramente transmitido pelo professor ou aluno. (REGO, 2014, p. 78)

Nessa lógica, o aprendizado conceitual, na escola, exerce um significativo desenvolvimento das funções psicológicas superiores. Desse modo, de acordo com o raciocínio de Vigotsky, a colaboração sistemática entre professor e aluno propicia o amadurecimento das funções psicológicas superiores e, conseqüentemente, o desenvolvimento intelectual.

Além disso, de acordo com a teoria de Davídov (1988, p. 72), “ter um conceito sobre um objeto significa saber reproduzir mentalmente seu conteúdo, a ação mental de construção e transformação do objeto constitui o ato de sua compreensão e explicação, o descobrimento de sua essência”.

Quer dizer que se apropriar, efetivamente, do conceito de determinado objeto ou fenômeno consiste em perceber as relações internas de seu conteúdo, conhecer o seu desenvolvimento histórico e lógico, captando a essência do objeto em estudo. Ademais, saber fazer abstrações para constituir um núcleo dos conceitos-chave para, a partir daí, desenvolver generalizações conceituais para aplicá-las a situações recorrentes.

Uma vez que todo ensino escolar desenvolve as capacidades intelectuais dos alunos, Medeiros e Sforzi (2016) ressaltam que a aprendizagem do conhecimento científico é relevante para o desenvolvimento psíquico e para uma concepção científica/ teórica de mundo. Além disso, os conteúdos escolares, enquanto instrumentos simbólicos, permitem que os sujeitos se apoderem das operações intelectuais que estão incorporadas neles. Com isso, uma vez abstraído, um conceito torna-se elemento básico do pensamento.

2.3.3 Aprendizagem dos conceitos científicos de geometria

Diante disso, e frente ao que foi explanado sobre a situação do ensino da geometria, torna-se imprescindível lançar os seguintes questionamentos: de que forma os professores ensinam os conceitos matemáticos, em especial os geométricos? Como os professores de matemática devem organizar o ensino para propiciar a aprendizagem dos conceitos geométricos? Será que os professores dominam os conceitos que devem ensinar?

Os conceitos geométricos constituem parte importante do conhecimento matemático, uma vez que, por meio deles, o estudante desenvolve funções psicológicas específicas que lhe

permitem compreender, descrever e representar de forma organizada o espaço em que vive. (LOCATELLI; MORAES, 2017, p. 357).

O trabalho com geometria não pode ocorrer apenas no âmbito empírico, mas deve promover a capacidade do estudante de abstrair e generalizar conceitos, e transcender para que níveis sucessivos de raciocínio sejam alcançados, pois como vimos, segundo Lorenzato (1985), a aprendizagem dos conceitos geométricos é importante para o desenvolvimento cognitivo do estudante.

Sobre isso, Locatelli e Moraes (2017, p. 360) apoiadas nos estudos de Lanner de Moura (2004), mencionam que

[...], a partir do estudo dos conceitos geométricos os estudantes desenvolvem capacidades psíquicas como: percepção espacial, capacidade de escrever, representar, medir dimensionar espaços, ou seja, exige análise, abstração e generalização de conceitos, possibilitando o pensamento teórico do estudante.

Alguns estudiosos, ao evidenciarem a forma como o ensino de geometria se realiza no ensino médio, consideram-na insuficiente – apesar de já ter melhorado –, pois não tem oportunizado a apropriação de conceitos e, às vezes, seu ensino é ignorado pelos professores, como já comentamos, por falta de conhecimento sobre eles.

O processo de formação conceitual que os professores constituem é imprescindível para a sua ação docente, pois serve de fundamento para a constituição de conhecimentos científicos por parte dos alunos, a fim de que possam lançar mão dele como instrumento de seu pensamento nas relações que estabelecem socialmente.

2.3.4 A significação no processo de apropriação de conceito científico

Considerando os princípios da THC e da TA que contribuem para a compreensão do processo de apropriação do conhecimento teórico e desenvolvimento psíquico dos sujeitos, nesta seção, explicitamos o que vem a ser sentido e significação, com base em autores como Vigotsky (1999, 2000); Leontiev (1978[1983]); Serrão (2006); Asbahr (2011, 2014); Piotto, Asbahr e Furlanetto (2017), entre outros, com vistas a trazer o entendimento acerca do processo de significação e sua relação na formação de conceitos científicos.

É oportuno esclarecer que alguns autores usam o termo *significado* e outros, *significação*. Tais terminologias podem ser observadas em algumas citações apresentadas no corpo do texto deste trabalho.

Furlanetto (2013), em seus estudos, chegou à conclusão, depois de analisar as definições apresentadas por alguns autores, a exemplo de Aguiar (2006); Asbhar (2011); Moretti (2008); Serrão (2006); Vigotski (2009), de que ambos os termos se referem ao mesmo conceito. Com isso, neste trabalho, optamos por utilizar o termo *significação*, tal como Leontiev (2004), por representar a ideia de dinamismo e movimento das práticas sociais.

Tomamos como ponto de partida a atividade caracterizada por Leontiev (1978[1983]) como um processo desencadeador do desenvolvimento do psiquismo humano. O homem ao executar uma atividade na busca de satisfazer uma necessidade, mobilizado por um motivo direcionado ao objeto, o que em outras palavras, significa dizer que os processos psíquicos se constituem na relação histórica entre o homem e o mundo.

Assim, nessa relação,

[...] o sujeito tem condição de se apropriar do significado de conceitos e instrumentos enquanto produto da construção humana, gerando seu próprio desenvolvimento psíquico. **Se apropriar de um conceito significa então compreender o significado que historicamente os indivíduos atribuem a ele**, o que pode ser realizado em atividade, sobre os objetos, instrumentos e fenômenos em si, e pela ação e comunicação desenvolvida por meio deles. (PANOSSIAN; SOUSA; MOURA, 2017, p. 128, grifo nosso)

Para Leontiev (1978), ação é diferente de atividade, uma vez que o motivo daquela não coincide, necessariamente, com a razão que desencadeia esta. No aspecto estrutural da atividade (necessidade, objeto, motivo, ações e operações), a ação é um dos seus elementos apenas, assim como as operações que são organizadas conforme as condições.

Ademais, a atividade humana, conforme o aspecto estrutural proposto por Leontiev (1978), desencadeia no sujeito mudanças internas que levam ao desenvolvimento da consciência humana e, do pensamento teórico. O mesmo autor defendeu a tese de que nem todos os processos que estabelecem uma relação entre o homem e o mundo são vistos como *atividade*.

Partindo do entendimento leontieviano, evidenciamos que é o desenvolvimento da estrutura da atividade quem proporciona o desenvolvimento da consciência humana. Além disso, a consciência resulta da interação social, histórica, da relação entre o sujeito e a realidade material que o cerca. É isso que justifica o fato de a consciência não aparecer fora da vida (ou da atividade) do sujeito.

A esse respeito, imbuído das ideias de Leontiev (1978), Moura (2013, p. 121, grifo nosso) esclarece que

sabemos que o estudo do desenvolvimento histórico da consciência, na perspectiva histórico-cultural, considera que o mais relevante não é o estudo da consciência, e sim o estudo das condições concretas que a criaram em toda a sua objetividade. É por isso que, para Leontiev, **o sentido tem sua origem na própria vida do sujeito, nas relações que ele cria na sua atividade.**

Ao fazer essa afirmação, Moura (2013) traz à tona a discussão sobre sentido. Para Leontiev (1978, p. 103),

o sentido pessoal é parte integrante da atividade do sujeito que tem uma finalidade: a satisfação de uma necessidade, e desse modo tem um objetivo [...] esse sentido consciente é criado pela relação objetiva que se reflete no cérebro do homem, entre aquilo que o incita a agir e aquilo para o qual a sua ação se orienta como resultado imediato [...] o sentido consciente traduz a relação do motivo ao fim.

Isso posto, Leontiev (1978) apresenta sua concepção de sentido expressando o “sentido pessoal”, explicando a inter-relação entre a atividade humana e a consciência. Levando esse pensamento para o contexto escolar, Amaral (2018) alude que, o sentido pessoal torna-se uma premissa de reflexão para o professor,

[...] por compreendê-lo como um componente relevante na sua atividade de ensino, como uma forma de ampliar o sistema de significações que a escola comumente prioriza, superando essa condição e promovendo no estudante o sentido do processo de aprendizagem acerca do conhecimento que está sendo trabalhado. (AMARAL, 2018, p. 87)

De modo consequente, o professor amplia o entendimento dos processos de aprendizagem, mais especificamente para a compreensão não somente dos conhecimentos que estão sendo lançados aos alunos, de acordo com Asbahr (2014, p. 271), mas de como esses sujeitos reagem ao aprender, sentem e pensam sobre esses conhecimentos, de acordo com os sentidos que atribuem a eles.

Então, no transcorrer de sua experiência social, o homem vai realizando e analisando formas de desenvolver determinadas atividades, bem como de entender a realidade, comunicar-se e expressar seus sentimentos, criando-as e fixando-as, o que o leva a criar modos de agir, pensar, falar, escrever e sentir, os quais se transformam com o desenvolvimento das relações sociais estabelecidas para a produção de sua sobrevivência.

É aqui que emerge o conceito de significação, que para Leontiev (1978), diz respeito à generalização e fixação da prática social humana, sintetizada em instrumentos, objetos,

técnicas, linguagem, relações sociais e outras formas de objetivações, a exemplo da arte e da ciência. Em outras palavras, é “[...] a forma sob a qual um homem assimila a experiência humana generalizada e refletida” (LEONTIEV, 1978, p. 101).

A significação é apresentada por Serrão (2006, p. 151) como um processo

[...] eminentemente social, é uma elaboração histórico-cultural, portanto coletiva, e viabilizada mediante a atividade humana em geral. [...] Dessa maneira, não deixa de ser um fato da consciência individual, pois o indivíduo, como um ser sócio-histórico, é um ser que apreende o mundo pelos meios das interações sociais estabelecidas, que propícia a formação de seu pensamento, apropriando-se das significações produzidas por gerações que precederam.

Portanto, notamos que a significação e o sentido não estão desvinculados. Apesar de a significação estar ancorada nas relações sociais, ela é expressão da consciência subjetiva, da atividade interna do pensamento. Melhor dizendo, o sujeito imerso em um sistema social encontra-se condicionado às limitações apresentadas na realidade vivenciada por sua geração, e a partir das relações estabelecidas nesse sistema, em especial pela comunicação e linguagem, apropria-se de conceitos constituídos historicamente, enquanto produtos do conhecimento cultural, social e científico universal, promovendo o desenvolvimento da atividade interna do pensamento e de outros processos psicológicos. Então, esse movimento retrata que a significação social se constitui como manifestação da consciência individual.

Do ponto de vista psicológico, Vigotsky (2000, p. 246) aponta que o conceito não é, senão, a generalização, a significação fixada na palavra. Logo,

[...] generalização e **significado da palavra são sinônimos**. Toda generalização, toda formação de conceitos é um ato mais específico, mais autêntico e mais indiscutível de pensamento. Consequentemente, estamos autorizados a considerar o significado da palavra como um fenômeno do pensamento. (VIGOTSKY, 2009, p. 398, grifo nosso)

Para Serrão (2006, p. 160), o conceito torna-se “produto das operações lógicas em torno do referente”. Sendo assim, ele (o conceito) decorre dos processos psicológicos desenvolvidos pelas relações humanas no meio social, levando em consideração que o sujeito é protagonista nessa relação, pois ele “formula e opera conceitos em um dado contexto histórico-social”.

Nessa lógica, os conceitos são entendidos como elementos constitutivos da atividade interna dos indivíduos. À vista disso, significações e conceitos remetem a ensinar atividades humanas que foram e são cristalizadas nessas significações conceituais. Assim, Piotto *et al.*

(2017, p. 111) explicam que “os significados são mais estáveis, já os sentidos modificam-se de acordo com a vida do sujeito com os fenômenos objetivos conscientizados. Além disso, é o sentido que se exprime no significado e não o contrário”.

Quando o indivíduo nasce, já encontra um sistema de significações sociais formado, cabendo-lhe a tarefa de se apropriar dele, embora esse sistema esteja em processo constante de transformação. Tendo isso em vista, a formação de novos conceitos apoia-se na estrutura conceitual e em significações já existentes, e são decorrentes das situações enfrentadas pelos homens ao longo da jornada, ao buscarem conhecer a realidade em que vivem.

Assim, os conceitos são apropriados por novas gerações, que os (re)elaboram em um movimento constante, à medida que ocorrem as mudanças no contexto social e cultural em que estão inseridos. Por conseguinte, emergem novas necessidades, originando possibilidades para a apropriação de novos conhecimentos, cristalizando-se novas significações (SERRÃO, 2006, p. 160).

Fundamentada em Vigotsky, Serrão (2006) discute a relação entre o conceito e a linguagem, onde o desenvolvimento do primeiro é parte do desenvolvimento do segundo. Nas palavras de Vigotsky (2000, p. 268), “em termos psicológicos, o desenvolvimento dos conceitos e o desenvolvimento do significado das palavras são o mesmo processo, apenas com nomes diferentes”.

Assim, a referida autora conclui que “o processo de significação da palavra (ou do conceito) desenvolve-se com uma riqueza de detalhes, aspectos e processos psicológicos que, imbricados, configuram uma complexidade crescente.” (SERRÃO, 2006, p. 160).

Diante disso, concebemos que a significação não é imutável. No entendimento de Vigotsky (2000a), ela desenvolve-se e modifica-se ao longo do desenvolvimento dos sujeitos, pois “segundo o autor, a relação entre pensamento e palavra deve ser entendida como processo, um movimento do pensamento a palavra e da palavra ao pensamento, e nesse processo de pensamento forma-se a palavra” (ASBAHR, 2014, p. 267). Portanto, o pensamento realiza-se na palavra.

Nos estudos de Asbahr (2011, 2014), apreendemos que Vigotsky chegou à conclusão de que “o caminho entre o pensamento e a linguagem é indireto e mediado”, e essa mediação ocorre pautada no sentido. Assim, a autora levanta o fato de a linguagem e o pensamento não coincidirem, explicando que a relação entre ambos é a significação da palavra, ou melhor, a significação é um processo da linguagem e do pensamento, ao mesmo tempo, “[...] é um fenômeno do pensamento discursivo ou da palavra consciente, é a unidade da palavra como

pensamento” (VIGOTSKY, 2000, p. 398). Em razão disso, corroboramos a autora, quando refere que “o significado da palavra é a palavra vista do seu interior” (ASBAHR, 2011, p. 84).

Nessa perspectiva, o processo de significação relacionado à formação de conceitos científicos é explicado por Davídov (1988, p. 72), ao expor que “ter um conceito sobre um objeto significa saber reproduzir mentalmente seu conteúdo, a ação mental de construção e transformação do objeto constitui o ato da sua compreensão e explicação, o descobrimento de sua essência”.

Dessa maneira, o conceito sintetiza na linguagem toda ação e construção mental do pensamento sobre determinado fenômeno ou objeto, e representa a expressão da realidade na consciência, ou seja, a realidade interna do pensamento. Daí, quando esse conceito é universalizado por um grupo social, por intermédio das relações estabelecidas nesse meio, surge a significação.

No tocante especificamente à formação dos professores, faz-se necessário que as propostas de formação continuada proporcionem o compartilhamento de experiências acerca da organização do ensino, bem como de conhecimentos específicos da área de atuação no ambiente escolar, de acordo com Souza (2013, p. 43), de modo que facultem aos professores a superação do pensamento empírico pelo teórico, a fim de desencadear “[...] a mudança dos sentidos que atribuem aos objetos que sustentam sua ação pedagógica”.

Isso pode ser possível, desde que seja oportunizado aos professores uma formação que objetive a apropriação de teorias e metodologias de conhecimentos referentes a organização do ensino, assim como da estrutura conceitual inerente à sua área de conhecimento.

Diante do exposto, considerando o propósito deste estudo de valer-se da significação enquanto processo de apropriação de conceitos de geometria plana por professores em formação, no Capítulo 3, faremos uma reflexão sobre a formação continuada na concepção de alguns teóricos, e apresentaremos a AOE como proposta de formação para apropriação de conceitos de geometria plana por professores no processo de organização do ensino.

3 A AOE E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

“[...] o professor, ao organizar as ações que objetivam o ensinar, também requalifica seus conhecimentos, e é esse processo que caracteriza a AOE como unidade de formação do professor e do estudante” (MOURA *et al.*, 2010, p. 221).

Neste capítulo, abordamos a formação de professores sob a ótica da perspectiva histórico-cultural, em especial da Teoria da Atividade proposta por Leontiev. Na sequência, trataremos da formação continuada e de sua relação com a aprendizagem docente, com foco no professor que ensina matemática enquanto profissional em formação na realização de sua atividade. Por fim, propomos a AOE como base teórico-metodológica para a problemática do ensino e aprendizagem docente de conceitos da geometria plana.

3.1 A formação docente na perspectiva histórico-cultural

Para fundamentar esta discussão, que visa a explicar a formação de professores sob o prisma da perspectiva histórico-cultural, apoiamo-nos nas ideias de Vygotsky e Leontiev, além de estudos mais recentes sobre a formação de professores que se amparam nesse referencial, em particular, no âmbito da educação matemática.

São muitos os trabalhos científicos nessa perspectiva de formação – a exemplo dos estudos de Moura (1996, 2000, 2004, 2010); Lopes (2004, 2009); Dias (2007); Araújo e Moura (2008); Franco e Longarezi (2011); Canario (2011); Gimenes (2012); Farias (2014); Bessa (2015); Santos (2015); Panossian (2013) –, seja no tocante à formação docente inicial e/ou à formação continuada, os quais se apresentam sob diferentes enfoques: a formação para atividade de ensino; a formação na atividade de ensino; como promotora da aprendizagem docente, como o trabalho de, entre outros aspectos.

Da mesma forma, apresentam-se em múltiplos contextos de realização: durante a formação inicial tal como realizado por Ribeiro (2011) e Cedro (2008); E no processo de formação continuada como em Vaz (2013), Furlanetto (2013) e Perlin (2014); por sua vez, Moretti (2007) promoveu curso de extensão universitária; já Silva (2013), Pozebon (2014, 2017), Gladcheff (2015) e Araújo (2015) desenvolveram suas investigações no âmbito de projetos com fins na formação docente.

Concebemos que os referidos estudos almejam não somente contribuir para clarificar e expandir a compreensão sobre a questão da formação docente, mas apresentam propostas

teóricas e/ou práticas que propiciam mudanças qualitativas, com vistas a estabelecer transformações significativas na formação desses profissionais, que resultam na aprendizagem docente e em mudanças referente à prática pedagógica, acreditando também na transformação da realidade escolar.

Ao propormos abordar a formação de professores sob a ótica da perspectiva histórico-cultural, consideramos necessário rememorar as contribuições dessa perspectiva teórica para a formação docente. Desse modo, destacamos os conceitos vigotskyanos apresentados no capítulo anterior, como aprendizagem e desenvolvimento, signos, instrumentos psicológicos e mediação; assim como as definições leontevianas que explanamos neste capítulo, como atividade, motivo, sentido pessoal e significado.

Tais conceitos passaram a ser utilizados no âmbito educacional, para tratar da aprendizagem de estudantes e professores, “[...] para a concretude daquilo que Vygotsky denomina de desenvolvimento das funções mentais superiores através de processos mediacionais providos de atividade.” (GIMENES, 2012, p. 120).

A teoria de Vigotski (1984) compreende que o indivíduo se desenvolve devido à apropriação de significados culturais adquiridos durante a sua existência, daí porque se transforma de ser biológico em ser sócio-histórico. Para o teórico, o homem desenvolve-se na interação com o meio, que acontece de forma mediada por instrumento e signos, dentre os quais está a linguagem, que é um importante sistema simbólico produzido pela humanidade e instrumento de mediação entre o sujeito e o objeto do conhecimento.

É graças ao sistema simbólico que o homem compartilha suas experiências com os outros e, desse modo, transforma-se, desenvolvendo diferentes níveis de consciência acerca de si mesmo e de sua realidade social-cultural.

Os pressupostos teóricos sobre os processos de aprendizagem e desenvolvimento humano fornecem fundamentos para as proposições que defendemos nesta investigação sobre a formação de professores. Compreendemos que a aprendizagem para a docência é, inclusive, impulsionadora do desenvolvimento dos participantes do processo formativo. Este deverá propiciar ao sujeito o redimensionamento de sua formação mediante a tomada de consciência acerca daquilo que realiza, e dessa forma, possibilita o aprimoramento de sua prática.

Leontiev (1978), ao dar continuidade aos estudos de Vigotski, principalmente no que se refere aos elementos mediadores, defende a atividade como mediadora do desenvolvimento psíquico. Entendendo por atividade “[...] os processos psicológicos caracterizados por aquilo que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto), coincidindo sempre com o objetivo que

estimula o sujeito a executar a atividade, isto é o motivo” (LEONTIEV, 1978, p. 68). Aqui, lembramos que a consciência é um produto subjetivo da atividade objetiva do ser humano.

De acordo com esse mesmo autor, a atividade humana apresenta uma estrutura particular inexistente em outros animais. Primeiro, porque a atividade humana não é simplesmente uma ação (ou reação), tampouco um conjunto delas. É, sim, um sistema que possui uma estrutura peculiar (necessidade, objeto, motivo, condições, ações e operações). Assim, a atividade de um sujeito é desencadeada por um motivo e direcionada a um objeto, ou seja, o motivo é o que mobiliza o sujeito para a ação.

Quanto aos motivos, Leontiev faz a distinção entre os *motivos compreensíveis* e *motivos eficazes*, a depender das condições em que se apresenta a atividade. Os motivos compreensíveis são aqueles que não coincidem com o objeto da atividade. Por exemplo: se um professor participa de um programa de formação contínua porque isso lhe possibilita ascensão funcional, seu motivo – promoção – não coincide com o objeto de sua atividade, isto é, qualificar-se para o exercício da profissão docente.

Nesse caso, tem-se um motivo compreensível, pois motivo e objeto não coincidem, temos apenas ações. Contudo, os motivos compreensíveis podem tornar-se eficazes, então, no exemplo citado, se o professor passa a participar da formação, visando a conhecer o assunto tratado e transformar a sua prática, o que era um motivo compreensível transformou-se em motivo eficaz na relação com a atividade coletiva de formação docente. Portanto, nesse caso, uma ação converteu-se em atividade.

Nessa lógica, enfatizamos que, ação é diferente de atividade, já que o motivo da ação não coincide, necessariamente, com o que estimula a atividade. No aspecto estrutural desta, a ação é um de seus elementos, assim como as operações que são organizadas conforme as condições. Ademais, a atividade humana suscita no sujeito mudanças internas, as quais levam ao desenvolvimento da consciência humana e, por conseguinte, possibilitam o desenvolvimento do pensamento teórico, de acordo com a qualidade da atividade que realiza. O citado autor defende a tese de que nem todos os processos que estabelecem uma relação entre o homem e o mundo são vistos como *atividade*.

Partindo da acepção leontieviana, fica patente que é o desenvolvimento da estrutura da atividade que leva à constituição da consciência humana. Além disso, esta resulta da interação social, histórica, e da relação entre o sujeito e a realidade material que o cerca. No caso específico do professor, pode-se dizer que ele está em atividade de ensino quando o seu motivo, por exemplo, de mudança da prática docente, coincidir com o que é objetivado nessa atividade, com novas propostas didático-metodológicas, amparadas teoricamente e que considerem a

realidade de seus estudantes. É isso que justifica o fato de a consciência não aparece fora da vida (ou da atividade) do sujeito.

À vista disso, revisitamos a significação de *sentido pessoal*, delineada por Leontiev (1978, p. 103), ao dizer que

[...]o sentido pessoal é parte integrante da atividade do sujeito que tem uma finalidade: a satisfação de uma necessidade, e desse modo tem um objetivo [...] esse sentido consciente é criado pela relação objetiva que se reflete no cérebro do homem, entre aquilo que o incita a agir e aquilo para o qual a sua ação se orienta como resultado imediato [...] o sentido consciente traduz a relação do motivo ao fim.

Dessa forma, no transcorrer de sua experiência social, o homem vai guardando e fixando formas de realizar determinadas atividades, bem como de entender a realidade, comunicar-se e expressar seus sentimentos, o que o leva a elaborar modos de agir, pensar, falar, escrever e sentir, os quais se transformam, em consonância com o desenvolvimento das relações sociais estabelecidas entre os homens para a produção de sua sobrevivência.

É nesse âmbito que emerge o conceito de *significado*, que Leontiev (1978) designa como a generalização e a fixação da prática social humana, sintetizada em instrumentos, objetos, técnicas, linguagem, relações sociais e outras formas de objetivações, como arte e ciência. Em outras palavras, é “[...] a forma sob a qual um homem assimila a experiência humana generalizada e refletida” (LEONTIEV, 1978, p. 101).

Especificamente, no que se refere à atividade pedagógica, para Araújo e Moura (2005), desempenhar a prática docente para o professor deve corresponder à sua *atividade principal*. Nesse sentido, como trabalho, ela será concebida como atividade humana, de natureza social e política, realizada coletivamente, por intermédio de instrumentos e signos que transformam não apenas o objeto, mas também os seres humanos que a efetivam.

De acordo com Zanetti e Cedro (2017, p. 568), enquanto humana, a atividade pedagógica intenciona a “apropriação de conhecimentos considerados fundamentais tanto para a comunidade como para novas produções da cultura humana”.

Para Cedro (2008), um dos grandes desafios para a formação de professores, atualmente, é propiciar a esses sujeitos uma formação por meio da qual possam avançar no âmbito de suas concepções individuais de mundo para aquelas que reflitam os conhecimentos universais mais evoluídos adquiridos pela humanidade.

Partindo das considerações anteriores, percebemos que a formação atual dos professores somente contribui para a reprodução do sistema vigente na sociedade contemporânea (CEDRO,

2008). No entendimento de Canário (2001), a escola atual padece de sentido “não-intencional”, quanto a não constituir uma educação escolar, voltada para a aprendizagem, para aqueles que nela trabalham, fazendo o contrário daquilo que diz.

Além disso, ainda embasado em Canário (2001), Cedro (2008, p. 16) diz que “superar a alienação do trabalho escolar é a condição para uma produção real de sentido, independentemente da sua ‘instrumentalidade’ no acesso aos bens materiais e simbólicos”. E ressalta que “a atividade do professor é permeada pela relação entre sentido e significado” (CEDRO, 2008, p. 17), uma vez que “os sujeitos, para realizarem uma atividade, precisam compreendê-la como aquilo que vai satisfazer suas necessidades” (MOURA, 2004, p. 259).

Nessa mesma direção, Araújo e Moura (2008) esclarecem que podemos perceber que o significado de uma ação, ainda que complexo e compreendido como atividade, não é suficiente para que uma proposta formativa seja considerada como atividade. É necessário que as ações sejam percebidas em sua dinâmica de interdependência, permitindo aos professores uma interação consciente com cada uma das ações e com o conjunto delas, em uma dimensão social e profissional.

À vista disso, para que uma proposta formativa seja absorvida como atividade e, portanto, desencadeadora de aprendizagem, é preciso que o motivo esteja em coincidência com o objeto, como bem esclarecido anteriormente ao dialogarmos com Leontiev (ARAÚJO; MOURA, 2008).

Com base nas ideias apresentadas, e concordando com os autores acima referidos, acreditamos que a formação de professores deve ser capaz de evidenciar para esses profissionais o papel que eles desempenham na sociedade. É importante levá-los a refletir sobre o seu papel enquanto sujeitos do processo formativo, que é contínuo, e o significado atribuído à sua prática profissional, uma vez que ela está imersa em uma cultura e um universo político e intencional. Dessa maneira, cremos que esse tipo de formação seja capaz de despertar o sentido “docente” para o professor, possibilitando que ele consiga superar suas alienações (ou parte delas) (BARBOSA; URSI; MATTOS, 2011, p. 9).

Nesse entendimento, a formação docente abordada na perspectiva histórico-cultural

[...] proporciona a humanização dos sujeitos que, ao se apropriarem de material culturalmente construído e desenvolvido pela humanidade, estabelecem um novo contexto de formação em que as relações são fortalecidas, com possibilidades de superar a alienação e promoverem a transformação social da realidade. (GIMENES, 2012, p. 124)

Assim, a perspectiva histórico-cultural enxerga o professor por meio de sua ação educativa, como instrumento de transformação do mundo, onde a atividade docente perpassa a relação entre sentido e significado, superando a alienação do trabalho pedagógico.

Portanto, pactuando do pensamento de que o processo formativo docente se dá durante todo o percurso profissional, na sequência trataremos da formação continuada e de sua relação com a aprendizagem docente, com foco no professor que ensina matemática enquanto profissional em formação na realização de sua atividade.

3.2 Formação continuada e aprendizagem docente

A formação continuada é frequentemente entendida ou desenvolvida como “capacitação”, “treinamento” ou mesmo “reciclagem”. Nesse entendimento, os professores podem ter uma posição passiva, de consumidores de conhecimentos ou executores de tarefas.

De acordo com Pimenta (2009, p. 16), “a prática mais frequente tem sido a de realizar cursos de suplência e/ou atualização dos conteúdos de ensino”. Segundo a autora, esse modelo tem sido ineficiente no que diz respeito à mudança de prática do professor e, conseqüentemente, resolução do fracasso escolar, pois não contempla a prática pedagógica docente e escolar em seus múltiplos contextos, e não as coloca como ponto de partida e de chegada da formação, sem a possibilidade de articular novos saberes e novas práticas.

Nessa direção, Franco e Longarezi (2011, p. 573) inferem que a formação contínua é “um espaço para o sujeito compreender a sua própria historicidade e nela poder intervir, e não somente reproduzir o que já está determinado”, isto é, o professor é visto como sujeito atuante no espaço educativo, não apenas consumidor e reproduzidor de conceitos e práticas apresentados por seus formadores nesses espaços, mas atuando como gestor de sua própria aprendizagem, apropriando-se do conhecimento técnico e científico para modificar qualitativamente o seu percurso na atividade profissional.

Partindo dessa lógica, o professor é agente em ação, e no cotidiano de sua atividade, mobiliza os conhecimentos e o saber fazer oriundos da aprendizagem de sua própria prática, os quais são redefinidos e transformados continuamente.

Por esse ângulo, Araújo e Moura (2008, p. 78) explicam que a formação profissional “é contínua porque como o próprio nome sugere, se trata de considerar algo que já foi iniciado e cujo o movimento implica um *continuum* de ação”.

Então, a formação continuada de professores é entendida por Moretti (2007, p. 24) “como um processo que ocorre na continuidade da formação inicial e que visa a transformação da realidade escolar por meio da articulação entre a teoria e prática docente”.

De acordo com Freire (1983), a formação continuada deve ultrapassar a visão fragmentada da realidade, possibilitando aos sujeitos envolvidos no processo de ensino e de aprendizagem a superação do individualismo por meio de ações partilhadas, da liberdade de pensamento e de ações que ultrapassem a visão funcionalista da educação – que busca a adaptação dos sujeitos ao mundo, sem contestação ou sem resistência à situação vivenciada. A formação continuada possibilita, portanto, o processo de aprendizagem e desenvolvimento dos professores, reestruturando e aprofundando conhecimentos adquiridos na formação inicial, produzindo novos conhecimentos, permanentemente.

Ao tratarmos da formação continuada como processo de aprendizagem docente, e considerando que esse processo ocorre na experiência da atividade pedagógica, em uma dimensão empírica, salientamos a necessidade de mediação teórica acerca do conhecimento científico referente à docência, a fim de oportunizar

[...] uma mudança na essência dessa formação, que implique desenvolvimento, precisa ser processo de produção de novos sentidos pelo professor, mediado pela problematização que emerge com o confronto do conhecido empírico com o conhecido científico sobre a docência propulsionam a formação de conceitos e o desenvolvimento do pensamento teórico sobre a docência. (LONGAREZI, 2017, p. 200)

Nesse caso, a mediação teórica, por meio do processo formativo, assume o papel de gatilho de transformação, impulsionando o docente a desenvolver novas formas de pensamento, agora no âmbito teórico, ao defrontar as ideias da mediação teórica com a sua própria prática e com o seu contexto de atuação.

Araújo (2009) ressalta que na formação de professores como processo de aprendizagem e desenvolvimento, deve-se considerar o que diz Vygotsky, compreendendo que o indivíduo se desenvolve porque aprende, tratando-se igualmente a questão da aprendizagem de adultos, cuja relação acontece interativamente na dimensão interpessoal (aprendizagem), que é transformada em intrapessoal (desenvolvimento), em que a aprendizagem desencadeia processos internos de desenvolvimento.

Ademais, Araújo (2009) interpreta que a aprendizagem docente acontece na mesma lógica da aprendizagem conceitual, que abordamos no capítulo anterior, em que o sujeito transforma as atividades externas (ao seu organismo) e as interações com o outros indivíduos

em atividades internas, pelo movimento do interpsicológico para o intrapsicológico, denominado de *internalização*. Logo, esse movimento leva-nos à compreensão da unidade dialética aprendizagem-desenvolvimento.

No que se refere à aprendizagem docente, interpretada na perspectiva do conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), formulado por Vygotsky (1984), Araújo (2009, p. 399) afirma que

o professor tem, em relação ao seu saber docente, um nível de desenvolvimento potencial, e é na Zona de Desenvolvimento Proximal, configurada como um espaço próprio das relações de mediação, que as ações de formação devem incidir. Todavia, a ZDP não deve ser compreendida apenas em termos de processo mental individuais, mas de processos coletivos, campo por excelência da mediação.

Para a autora supracitada, coletivamente, nas relações interpessoais é que o docente interioriza as formas culturalmente estabelecidas da função de ensinar, apreendendo os conhecimentos necessários para o seu desenvolvimento profissional na docência.

Sobre a perspectiva histórico-cultural, Tavares (1996, p. 67) considera que no processo de formação profissional, as ações formativas devem desenvolver-se levando em conta “concepções de natureza interativa, colaborativa e mista que possibilitem o desenvolvimento progressivo e equilibrado dos sujeitos para sua autonomia”.

Isso mostra, em conformidade com Araújo e Moura (2008), que o formador desempenha a função de mediador no processo formativo, onde os sujeitos envolvidos no movimento de aprendizagem também contam com um papel interativo, a partir de diferentes conhecimentos, além de seu papel ativo, que é conduzido na constante atividade de aprendizagem.

Nesse contexto, é pertinente dizer que as pesquisas apontam a escola e o trabalho coletivo/colaborativo como instâncias do desenvolvimento dos professores, por proporcionarem condições de formação permanente, troca de experiências e busca de soluções para os problemas que emergem do contexto escolar (NACARATO, 2005). E é essa questão que precisa ser compreendida e exercida no ambiente escolar por todos os profissionais da educação.

Segundo Canário (1998), a escola é o lugar que mais colabora para a aprendizagem do professor, pois constitui o espaço real de construção de sua identidade profissional. Para o autor, a identidade profissional do professor constrói-se no local de trabalho – a escola –, mediante formação contínua que contemple a prática docente, seus saberes, suas experiências, seus fazeres e suas necessidades, com vistas à elaboração de “estratégias de mudança”.

A importância da escola no processo de formação docente é defendida por Nóvoa (2002). Quando discute as questões ligadas à formação continuada dos professores, o autor aborda três aspectos: desenvolvimento pessoal do professor; desenvolvimento profissional e de seus saberes; e desenvolvimento organizacional da escola. Destacando apenas o aspecto relacionado à escola, pondera que esta deve ser entendida como ambiente educativo, onde trabalhar e formar sejam atividades que se completam, e a formação contínua seja vivenciada como um processo permanente e integrado no cotidiano da escola e dos professores, e não como um apêndice acrescentado pela instituição ou pelo sistema, de forma isolada.

Para mais, há de se considerar, no âmbito da formação continuada, a necessidade de o professor apropriar-se de conhecimentos do conteúdo disciplinar, ou seja, “ter a compreensão profunda e domínio da matéria a ensinar, no que diz respeito aos conceitos e temas que a constituem, as estruturas que lhes conferem organização interna e a relevância de uns sobre os outros” (ALARCÃO, 2011, p. 67).

Na atividade pedagógica, o professor tem papel central, ao oportunizar ao aluno a apropriação do conhecimento historicamente produzido. Neste estudo, especificamente, o foco é o conhecimento dos conceitos de geometria plana que, pelo exposto, deve ser apropriado pelos professores que ensinam matemática como condição para promoverem um ensino de qualidade.

Como vimos no item 2.2.3, alguns dos estudos da educação matemática, a exemplo dos de Pavanello (1995), Lorenzato (1993, 1995), Souza e Bulos (2011), entre outros, revelam que a relação do professor que ensina matemática com os conhecimentos de geometria plana é marcada por algumas lacunas.

Tal fato justifica a relevância de trazer essa discussão para o campo da formação continuada, no sentido de que esta possa oferecer aos docentes um caminho para que se apoderem do conhecimento científico referente à sua área de atuação e, conseqüentemente, deem nova significação e ele, sendo, portanto, uma forma de superar as lacunas teórico-metodológicas provenientes da formação inicial e da própria prática pedagógica.

Somando-se a isso, Esteves e Souza (2015) ressaltam que se deve considerar, ainda, a questão de que a apropriação de conceitos científicos não significa apenas a aquisição de novas informações, mas que, na verdade, trata-se da possibilidade de formação de um sistema de pensamento organizado, o pensamento teórico. Contudo, para que o professor possa sistematizar o ensino de modo a promover a apropriação de conhecimentos científicos, ele também precisa ter se apropriado deles em sua forma de ensinar. O domínio, por parte dos professores, dos conhecimentos científicos a serem ensinados é, pois, essencial, daí porque deve constituir, da mesma forma, uma preocupação nas propostas de formação de professores.

Tendo isso em vista, enfatizamos a concepção de que a formação continuada não deve ser centralizada na transmissão de conhecimentos e conceitos científicos, mas que seja um meio para promover uma prática transformadora na atividade docente. Nessa direção,

[...] abandonar as formas tradicionais de formação, centradas em cursos, palestras, seminários de *experts* acadêmicos, para voltá-las a modalidades em que os docentes tenham participação ativa e que sejam instigados a se desenvolver pessoal e profissionalmente pelo estudo, pela reflexão constante sobre a prática ou pelo enriquecimento cultural. (GATTI; BARRETTO; ANDRÉ, 2011, p. 196)

Nesse modelo, a formação baseia-se na reflexão dos sujeitos sobre a sua prática docente, de modo a permitir que examinem suas teorias implícitas, seus esquemas de funcionamento, suas atitudes etc., realizando um processo constante de autoavaliação que oriente o seu trabalho (IMBERNÓN, 2011, p. 51).

Considerando os pressupostos teóricos da Teoria da Atividade relatados neste estudo, os quais têm contribuído para delinear pesquisas que evidenciam o papel de ações colaborativas no processo de formação de professores, e concebendo que a apropriação do conhecimento do conteúdo disciplinar é imprescindível para a ação docente, abordaremos a seguir a Atividade Orientadora de Ensino (AOE), propondo essa perspectiva teórica-metodológica como formadora.

Nesse ensejo, partimos do entendimento de que se trata de uma alternativa para a apropriação dos nexos conceituais da geometria plana enquanto conhecimentos historicamente produzidos pelo homem – por intermédio da organização do ensino desses conteúdos –, na intenção de possibilitar aos professores que ensinam matemática uma nova qualidade na ação docente, vislumbrando a melhoria da qualidade do ensino.

3.3 A AOE como possibilidade de organização do ensino e a apropriação dos nexos conceituais de geometria plana

Quando se parte da inferência de que a principal atividade do professor é a organização do ensino e que ele deve compreender este como seu objeto principal, esse pode ser um importante meio para a organização de princípios norteadores de suas ações para que, cada vez mais, esse profissional organize o ensino como um fazer que se aprimora ao fazer. Ademais, deve-se ter em mente que as ações do professor devem ser planejadas de forma a viabilizar aos estudantes a apropriação de conhecimentos historicamente produzidos pela humanidade.

Diante disso, entendemos o valor da organização do ensino de matemática – neste estudo, especificamente o de geometria plana – e a necessidade de planejar atividades que promovam a aprendizagem de conceitos. Em consonância com Moura *et al.* (2010), organizar o ensino é definir ações, eleger instrumentos e avaliar o processo de ensino e aprendizagem.

Moretti (2007) esclarece que a organização do ensino se dá a partir de situações-problema, fundamentadas na necessidade histórica do conceito e em ações docentes que permitam aos sujeitos interagir com o propósito de produzir coletivamente uma solução. Dessa forma, por intermédio da organização do ensino, o professor concretizará os objetivos sociais designados no currículo escolar, mediando a relação entre o aluno e o conhecimento.

Com esse pensamento, Moura (1996, p. 19), apoiado no conceito de atividade proposto por Leontiev (1978), definiu a Atividade Orientadora de Ensino (AOE) como “o conjunto articulado da intencionalidade do educador que lançará mão de instrumentos e de estratégias que lhe permitirão uma maior aproximação entre sujeitos e o objeto de conhecimento”, permitindo a interação dos sujeitos, mediados por um conteúdo, negociando significados, a fim de solucionar coletivamente uma situação-problema.

Essa articulação aproxima-se da atividade definida por Leontiev (1978), pois denota necessidades, fundamentalmente as de ensinar e aprender. Seu objetivo é transformar o psiquismo do sujeito que está em atividade de aprendizagem, ao apropriar-se dos conhecimentos projetados no currículo escolar (MOURA, 1996).

Compreende-se que para se constituir como orientadora, a AOE deve tornar-se formadora para o professor e para o aluno, assumindo um papel crucial na atividade de ensino, direcionado para a aprendizagem de conceitos em que professor e alunos estão voltados para a apreensão do conhecimento – em nosso caso, o conhecimento da geometria plana (MOURA, 2016).

Assim, a organização do ensino, concomitantemente com os pressupostos levantados pela THC, TA e da AOE,

[...] exige do professor o domínio dos conhecimentos científicos que serão ensinados. É preciso que ele conheça as características essenciais das atividades de ensino, compreenda quais ações mentais são mobilizadas pelas crianças (alunos) quando realizam tais atividades e como ocorre o processo de apropriação do conhecimento. (LOCATELLI; MORAES, 2017, p. 368)

Para tanto, o professor deve organizar, avaliar, propor ações, a fim de alcançar seu objetivo de ensinar e promover a aprendizagem dos estudantes. Por intermédio desse processo

de organização do ensino, deve compreender como acontece o desenvolvimento das funções psicológicas superiores de seus alunos.

Nesse movimento, para Lopes (2009, p. 101), os pressupostos da AOE colocam o professor em atividade, desencadeia ações de estudos que possibilitam a sua aprendizagem quando “este se constituir como o sujeito da atividade, como aprendente”.

Por sua vez, Moura (1996, p. 33), afirma que essa ação só acontece na medida em que o professor compreende que “adquirir capacidade para lidar com informações, colocando-as de forma acessível para que outros sujeitos, potencialmente interessados, aprendam, é na verdade, a aprendizagem do professor”.

Ao tratar do encaminhamento da AOE, Moura (1996) salienta que deverá conter três elementos, quais sejam:

- o ponto de partida é a síntese histórica do conceito. Nesse momento, o professor realiza estudos para apropriar-se da essência e estrutura do conceito a ser ensinado. Desse modo, busca compreender as necessidades que levaram a humanidade a criar determinado conceito. E isso é fundamental para que o professor possa organizar o ensino e criar a situação desencadeadora de aprendizagem;
- o segundo elemento refere-se a situações desencadeadoras de aprendizagem, constituindo um problema desafiador, proposto aos alunos por meio de uma história virtual ou jogos. Assim, objetiva proporcionar aos discentes vivenciarem e desenvolverem procedimentos que deram origem ao conhecimento em estudo, e estimular neles a necessidade de apropriar-se do conhecimento científico;
- o terceiro elemento refere-se à síntese da solução coletiva que, mediada pelo professor, deve ser “matematicamente correta”, reconhecida por todos como uma solução para o problema proposto, e equivalente à que historicamente foi encontrada pelo homem.

Quando aprecia a relevância de um ensino organizado no processo de aprendizagem, a AOE coloca professor e aluno em atividade, pois ambos são formados nesse processo histórico-cultural, possibilitando aos sujeitos uma nova qualidade no desenvolvimento do psiquismo. A Figura 3 apresenta a AOE como mediadora entre atividade de ensino e atividade de aprendizagem.

Figura 3 – Relação entre a atividade de ensino e atividade de aprendizagem

Fonte: reproduzida a partir de Moraes (2008, p. 116).

Então, a partir de seus elementos de constituição, quais sejam necessidade, objetivo, motivos, ações e operações, a AOE tem por finalidade a promoção de uma aprendizagem conceitual, mobilizando a formação do pensamento teórico, trazendo para a educação a importância dos conteúdos de ensino.

Portanto, a AOE apresenta-se como um modo geral para a organização do processo de ensino e de aprendizagem. Nas palavras de Moura *et al.* (2010, p. 221),

[...] a Atividade Orientadora de Ensino é a mediação na atividade do professor que tem como necessidade o ensino de um conteúdo ao sujeito em atividade cujo objetivo é a apropriação desse conteúdo entendido como objetivo social. Nessa perspectiva, a AOE constitui-se em um modo geral de organização do ensino, em que seu conteúdo principal é o conhecimento teórico e seu objeto é a constituição do pensamento teórico do indivíduo no movimento de apropriação do conhecimento.

Focando no ensino da matemática, Moretti e Moura (2011, p. 442) acreditam que a “atividade orientadora de ensino traz, em sua estrutura, elementos da gênese do conceito que está sendo trabalhado, como o problema desencadeador e a busca de ferramentas intelectuais

para selecioná-lo”. Logo, a origem do conceito relaciona-se ao modo como os problemas e as necessidades humanas foram surgindo e sendo solucionados pelo homem, durante o movimento logico-histórico.

Nesse contexto, Lopes e Vaz (2014, p.1007) explicitam que

[...] o conhecimento humano dentre eles o matemático, são construções a partir das relações sociais, culturais e históricas. Consideramos, portanto que a matemática constitui-se como um conhecimento organizado ao longo do desenvolvimento da humanidade e que serve como um instrumento para satisfazer as necessidades instrumentais e integrativas da humanidade.

Assim entendido, o conhecimento matemático produzido pela humanidade, sua gênese e o movimento de sistematização de seus conceitos, revelam-se a partir do momento em que se constituem historicamente, mediante relações estabelecidas pelo homem com o meio social, cultural e político que o cerca, mobilizado por um problema a ser resolvido ou pelas suas necessidades práticas e/ou teóricas.

Na acepção de Caraça (1989, p. 125),

[...] os conceitos matemáticos surgem, uma vez que sejam postos problemas de interesse capital, prático ou teórico: é o número natural, surgindo da necessidade de contagem, o número racional, da medida, o número real, para assegurar a compatibilidade lógica de aquisição diferentes.

A propósito, Moretti e Moura (2011) compreendem que é por meio dessa unidade dialética-lógico-histórica que é possível o conhecimento de um objeto em estudo. Para os autores, o processo de conhecimento de determinado objeto influencia a organização do trabalho docente, pois no caso do ensino de matemática, é imprescindível que o professor organize suas ações de modo que a história do conceito esteja presente nos problemas desencadeadores, resguardando a essência do conceito.

Especificamente no que tange ao desafio de ensinar geometria, Pavanello (1993, p. 16) explana que “a necessidade de investimento em metodologias mais apropriadas para a abordagem desse conteúdo e em ações destinadas a proporcionar aos professores condições para a melhoria da qualidade desse ensino”.

Acerca do ensino da matemática, Cedro (2008) percebe que ainda se mantém um processo de escolarização que parece se distanciar das ações cotidianas do homem. Diante dessa realidade, reportamo-nos aos estudiosos que vêm realizando pesquisas sobre a organização de

ensino, tendo como base teórica e metodológica a AOE no âmbito da educação matemática, como Moura (1996, 2001, 2010, 2011, 2016), Moretti (2007), Cedro (2008), Lopes (2009), Furlanetto (2013), Araújo (2015), entre outros.

Tais investigações apresentam-se sob duas vertentes, a saber: a utilização do conceito para a organização da atividade pedagógica; e como instrumento metodológico de pesquisa sobre o ensino.

No tocante à geometria, Silva e Lopes (2019) apresentam um levantamento de pesquisas que abordam conteúdos de geometria na perspectiva histórico-cultural, compreendidas no período entre 2006 e 2017, a fim de compreender como organizam o conhecimento geométrico e identificar a presença de uma discussão lógico-histórica do conceito em questão. Então, ao analisarem 16 dissertações e 6 teses, constataram que a maioria aborda conceitos de geometria com alunos da educação básica. Dentre os estudos realizados no âmbito do ensino médio, as autoras destacam os trabalhos de Magalhaes (2014) e Peres (2010).

Quanto às pesquisas que tratam da formação de professores que ensinam matemática, Silva e Lopes (2019) encontraram apenas quatro trabalhos, dos seguintes autores: Farias (2014), Bessa (2015), Santos (2015) e Vaz (2013). Chamou a atenção das autoras o fato de encontrarem nessa modalidade “um número reduzido de pesquisas, das quais somente uma trabalhou com licenciados de matemática, duas com licenciados de Pedagogia e apenas um investigou formação continuada, tendo como sujeitos professoras dos anos iniciais do ensino fundamental” (SILVA; LOPES, 2019, p. 223), que no caso, foi a investigação de Vaz (2013).

Em sua análise, Vaz (2013) propôs-se a investigar o processo de formação de professoras em um grupo que organizou, de forma compartilhada, atividades de ensino de matemática (elaboradas de acordo com a AOE) para os anos iniciais do ensino fundamental, as quais foram desenvolvidas no contexto do Clube da Matemática-ClubMat.⁴

Em seus resultados, apontou que as docentes se apropriaram do movimento logico-histórico do conceito de figuras geométricas na decomposição do espaço para o plano,

4 [...] o projeto Clube de Matemática constitui-se como espaço de aprendizagem dos estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental e de formação da docência. Criado em 1999 e coordenado pelo professor doutor Manoel Oriosvaldo de Moura, o desenvolvimento de suas atividades acontecia no Colégio de Aplicação da Universidade de São Paulo (USP). Em Goiânia, sua criação deu-se no ano de 2009, na Universidade Federal de Goiás, pelo professor Wellington Lima Cedro, como projeto de Estágio Supervisionado I.
Fonte: ZANETTI, R. R.P.; CEDRO, W. L. Ensino e Aprendizagem da Geometria: Clube de Matemática e o Trabalho Coletivo na Formação da Docência. VI ENCONTRO GOIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EnGEM, 2017, Goiania. *Anais* [...], Goiania, GO, 4-6 mai. 2017. p. 569. Disponível em: www.anais.sbem-go.com.br/index.php/EnGEM/issue/view/1. Acesso em: 6 mar. 2018

deduzindo a necessidade de ampliação desse conhecimento para viabilizar uma atividade de ensino mais significativa para os alunos. Para mais, evidenciou

[...] mudanças qualitativas na forma de conceber a matemática e de organizar o ensino de matemática nos anos iniciais das professoras do ClubMat, principalmente a partir da apropriação do conhecimento geométrico, das vivências coletivas e trocas de experiência, bem como a superação de concepções anteriores em relação à educação matemática. (VAZ, 2013, p. 6)

Diante de tais considerações, assimilamos que um bom ensino deve considerar o papel do professor como preponderante na criação de situações de ensino interativas, colaborativas e desafiadoras, que façam os alunos raciocinarem. No âmbito de nossa pesquisa, esse professor deve apropriar-se do conceito de geometria plana como algo construído historicamente, de modo a lhe permitir a organização de atividades de ensino capazes de suscitar o desenvolvimento do pensamento teórico de seus estudantes.

Em face do que já foi apresentado até aqui, entendendo a organização do ensino como um meio que possibilite aos professores que ensinam matemática (nessa investigação os que atuam no ensino médio) a apropriação dos nexos conceituais da geometria plana, propomos a AOE como base teórico-metodológico.

Nessa perspectiva, acreditamos em seu potencial formador – que é ratificado por Cedro (2008, p. 59) –, de modo que “essa forma de organização (AOE) possibilite a todos os indivíduos envolvidos no processo de apropriação dos nexos conceituais que permitam o amplo desenvolvimento da sua condição humana”.

Assim, trazemos neste estudo uma proposta de formação mediada pela AOE, com vistas a promover um salto qualitativo nas atividades educativas e o desenvolvimento daqueles que as realizam.

4 MÉTODO E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

“[...] o real não está na saída nem na chegada: ele se dispõe para a gente é no meio da travessia [...]” (GUIMARÃES ROSA)

Com a intenção de atingir o objetivo deste estudo, qual seja *investigar o processo de significação dos conceitos da geometria plana em atividade de formação de professores*, e de verificar a hipótese formulada, que preconiza, que *a significação do ensino de geometria plana está no processo de apropriação de conceitos por professores em atividade de formação na e para a atividade pedagógica*, definem-se neste capítulo os aportes teóricos e metodológicos adotados na investigação.

Para a realização de uma pesquisa científica, é indispensável que se escolha uma abordagem teórica e metodológica capaz de iluminar a realidade que se deseja apreender, entender, explicar e/ou desvelar.

Sobre a abordagem teórico-metodológica, ao considerarmos problema e objetivo geral deste estudo, optamos pela Teoria Histórico-Cultural (THC), a Teoria da Atividade (TA) e a Atividade Orientadora de Ensino (AOE), por acreditarmos que nelas encontramos fundamentos teóricos que corroboram a nossa compreensão acerca do processo de desenvolvimento histórico, social, cultural e psicológico/cognitivo do homem, e do modo de organização do ensino, os quais são condizentes com tais fundamentos.

Nesse contexto, do ponto de vista metodológico, desenvolvemos nesta pesquisa uma lógica de investigação sobre formação que a considera como processo histórico-cultural de aprendizagem, motivo pelo qual nos valem de autores como Vigotski (2007, 2008, 2009), Leontiev (1978, 2010), e de seus intérpretes.

Desse modo, discorreremos, primeiramente, sobre o método que fundamenta essa pesquisa: o materialismo histórico-dialético, abordando alguns aspectos desse princípio como base do enfoque histórico-cultural, sem a pretensão de esgotar ou aprofundar as questões metodológicas abrangidas por ele, mas com o intuito de esclarecer os elementos que são fundamentais à investigação e análise dos dados da pesquisa.

Em seguida, evidenciamos os procedimentos metodológicos empregados neste trabalho de pesquisa, como o contexto da investigação, os sujeitos participantes, os instrumentos de pesquisa, como ocorreu a coleta e produção de dados, bem como o movimento de análise desses dados, com vistas à apreensão do fenômeno investigado.

4.1 O materialismo histórico-dialético como fundamento para uma investigação na perspectiva histórico-cultural

Foi com Marx e Engels que a concepção dialética pôde superar a abordagem idealista do início do século XIX. O materialismo dialético parte de uma crítica à filosofia de Hegel, invertendo sua análise de caráter idealista. Nessa lógica, Marx e Engels atribuíram à dialética proposta por Hegel uma interpretação materialista, entendendo que as mudanças ocorridas em nível de realidade material são determinantes para as *mudanças* em nossas ideias.

Para Manacorda (1991, p. 97),

[...] materialismo não é senão a expressão imediata da luta contra o ideologismo e a falsa consciência dominante: na realidade, em Marx, se trata, antes de um monismo, que recusa toda separação entre matéria e espírito entre ser e pensamento.

O método de investigação denominado *Materialismo Histórico Dialético* (MHD), enquanto técnica de conhecimento da realidade concreta, foi sistematizado por Marx e Engels, cujos princípios centrais são resultado de um longo e rigoroso processo de investigação (MARTINS; LAVOURA, 2018).

Marx (1998, p. 16) explica sucintamente que

A investigação tem de apoderar-se da matéria, em seus pormenores, de analisar suas diferentes formas de desenvolvimento, e de perquirir a conexão íntima que há entre elas. Só depois de concluído este trabalho é que pode descrever adequadamente o movimento real. Se isto se consegue, ficará espelhada, no plano ideal, a vida da realidade pesquisada, o que pode dar a impressão de uma construção *a priori*.

Isso posto, o materialismo histórico-dialético corresponde a um modo de interpretação da realidade, que não é estática, logo não está parada, mas em movimento, e é feita por contradições, onde sempre há novas afirmações, novos questionamentos, a partir dos quais novas opiniões e novas verdades são construídas.

Nesse sentido, Moretti, Martins e Souza (2017, p. 32) afirmam que “como método de investigação a dialética implica na análise de uma realidade objetiva por meio de seus aspectos contraditórios no conjunto do seu movimento e na busca de fazer aparecer a essência do objeto”, isto é, a superação das contradições desse processo revela a essência do fenômeno. E para que a essência de cada processo se manifeste, faz-se necessário que as especificações de cada uma de suas contradições aflorem, e verifique-se a ação polarizada dos contrários, emergindo uma

síntese entre essa polarização, que parte da aceitação da contradição entre esses polos (GADOTTI, 1990).

A apropriação do método materialista histórico-dialético fornece elementos para a concepção do homem em sua relação com a natureza, a sociedade e a história, o que não acontece uniformemente, mas por meio de contradições sociais resultantes da própria ação humana. Compreendendo que a realidade objetiva é histórica e diacrônica, ou seja, pode ser acompanhada ao longo da história, ela deve ser entendida em função da linha do tempo, e isso permite observar a realidade em desenvolvimento.

Além de ser concebido como um método de investigação,

[...] a dialética em Marx subsidia uma concepção de homem e de mundo na qual o homem por meio do trabalho, entendido como atividade intencional, transforma a realidade e produz-se a si mesmo. Assim é a atividade material que se constitui mediação entre ele e o mundo. (MORETTI; MARTINS; SOUZA, 2017, p. 29)

Remetendo esse pensamento de Marx ao professor quando realiza a sua atividade de ensino, que é o objeto de seu trabalho, além de promover o desenvolvimento de seu aluno, ele transforma a si mesmo, por meio do processo dialético. Essa teoria e esse método fornecem elementos para uma concepção de história de conhecimento, de homem, de sociedade e de educação.

Tal ponto de vista é enfatizado por Vigotsky (1996, p. 130), ao mencionar que “somente a partir da abordagem materialista e dialética é possível a compreensão da totalidade do homem como sujeito de si e de sua história; somente tal perspectiva pode possibilitar uma perspectiva interdisciplinar da realidade social e das ações do homem”. Nessa perspectiva, as relações ocorrem de forma interligada e recíproca entre os elementos constitutivos da realidade, sendo as condições objetivas e subjetivas mediadas pela ação.

Por sua vez, Kosik (1969) afirma que a totalidade não é uma união das coisas que acontecem, mas são coisas que estão conectadas e que compõem a realidade. Desse modo, Cedro e Nascimento (2017) apontam como principal característica do método histórico-dialético que a apresentação do fenômeno estudado se dê de tal forma que permita a sua apreensão em sua totalidade.

Visto isso, Cedro (2008) esclarece que Marx distingue o método de pesquisa e o método de exposição, mas que ambos são mantidos em unidade dialética. Assim,

o método de pesquisa é concebido é como a análise que tornará evidentes as relações internas e cada elemento em si mesmo, dentro de uma realidade estudada. Já o método de exposição é concebido como um processo contrário ao da pesquisa, pois a reconstituição, a síntese do fenômeno, é apresentada ao indivíduo como se tivesse sido construída a priori. Logo o objeto é revelado gradativamente de acordo com certas peculiaridades inerentes a ele. (CEDRO, 2008, p. 96)

Na dialética, quanto aos objetos e fenômenos em uma unidade de contrários, de modificações e de movimento contínuo, estabelecer regras fixas e pré-definidas para a dialética como método de investigação seria um argumento que contraria os princípios básicos e gerais dessa perspectiva.

Entretanto, Gadotti (1990, p. 23-24), ao referir-se às categorias principais da compreensão da realidade, investigadas em Marx e relatadas na obra *O Capital* (1969), explana que “[...] surge em seu longo texto o arcabouço do seu método, categorias estas compreendidas como unidades e identidades dos contrários[...]”, apresentadas em pares. Então, “[...] essas categorias não são “leis” fixas do pensamento, mas constituem-se em elementos fundamentais da explicação da transformação das coisas”.

Já Engels enunciou três princípios gerais da dialética, a saber: 1) lei da conversão da quantidade em qualidade, e vice-versa; 2) lei da interpenetração dos opostos (lei da unidade e da luta dos contrários); 3) lei da negação da negação (GADOTTI, 1990, p. 23-24).

Diante do exposto, denotamos que vários autores elencam alguns princípios gerais ou características da dialética, com o intuito de abordar as ideias principais dessa perspectiva de interpretação da realidade que hoje é aceita como ponto de partida para explicitar o método enunciado inicialmente por Marx e Engels.

Isso posto, podem-se considerar quatro princípios da dialética:

1) Princípio da totalidade:

Entender esse princípio no método dialético leva em conta o desencadeamento de processos, como mostra Fittipaldi (2006, p. 75 apud PERES, 2010, p. 34): “as coisas, as relações, as ideias, os fenômenos não são independentes, isolados, mas, ao contrário, fazem parte de uma totalidade que os contém e determina, não tendo também um caráter imutável: tudo é produto histórico e transitório”.

Dito de outra forma, as partes do todo relacionam-se e conectam-se entre si, fazendo parte de um conjunto da realidade em movimento e desenvolvimento que produz história em uma dinâmica semelhante a uma espiral, pois esse todo se desenvolve em um movimento de

expansão, não mais que “o retorno acima do superado para dominá-lo e aprofundá-lo, para elevá-lo de nível, libertando de seus limites” (LEFEBVRE, 1995, p. 240).

Trazendo a ideia de realidade concreta, Kosik (1969, p. 42) declara que

a compreensão dialética da totalidade significa não só que as partes se encontram em relação de interna interação e conexão entre si e com o todo, mas também que o todo não pode ser petrificado na abstração situada por cima das partes, visto que o todo se cria a si mesmo na interação das partes .

Na interpretação de Moretti, Martins e Souza (2017, p. 31), “o essencial é compreender a realidade como ‘um todo estruturado’, o que difere de compreender a realidade como um conjunto de todos os fatos, o que implicaria na impossibilidade de qualquer conhecimento real”.

Logo, concebe-se do pensamento de realidade social e natural como parte de uma totalidade concreta em desenvolvimento, onde os fatos e fenômenos neles inseridos exprimem em seus movimentos a ideia de mutação.

2) *Princípio do movimento*

Segundo a teoria marxista, tudo está em profundo movimento, nada fica onde está e nem permanece o que é, então nada é definitivo. A respeito dessa questão, Moretti; Martins e Souza (2017, p. 31) dizem que “a dialética vê esse movimento como o resultado das lutas internas que não se imobilizam entre afirmações e negações, entre teses e antíteses, mas se produz na síntese, como negação da tese e da antítese.” Entendemos que os fatos e fenômenos devem ser analisados de forma dialética em suas relações de interdependência.

Esse dilema de contradições é o que Engels chama de “lei da negação da negação” e que Politzer nomeia de “lei da transformação universal e do desenvolvimento incessante”, também designada como “lei da negação ou ultrapassagem”. É a lei do movimento universal. (GADOTTI, 1990, p. 25).

3) *Princípio da mudança qualitativa*

Esse princípio é igualmente conhecido como *princípio da transformação da quantidade em qualidade* ou *lei do progresso por salto*. De acordo com ele, a transformação gradativa da quantidade pode resultar em uma mudança instantânea na qualidade do fenômeno. Como exemplo clássico, temos a mudança do estado físico da água de líquido para gasoso: “[...] quando está ao lume a temperatura eleva-se progressivamente, elevação que constitui uma variação quantitativa; mas vem o momento em que, permanecendo a temperatura constante, se produz um fenômeno qualitativamente diferente, o da ebulição” (FOULQUIÉ, 1974, p. 62 *apud* GADOTTI, 1990, p. 26).

Levando-se em conta que a qualidade se apresenta como propriedade essencial no sistema material, as transformações qualitativas ocorrem lentamente, em direção oposta às mudanças quantitativas, que acontecem bruscamente na intensificação das contradições (COSTA, 2016, p. 60).

4) Princípio da contradição

Por toda parte, as coisas transformam-se em seu contrário, e isso ocorre porque possuem em si mesmas a contradição. Quer dizer, em seu próprio interior, coexistem forças opostas tendendo simultaneamente à unidade e à oposição. É a luta dos contrários, segundo Moretti, Martins e Souza, 2017, p. 32), “[...] que ao mesmo tempo em que se opõem, também constituem a unidade dos fenômenos da realidade”. Os elementos contraditórios não podem existir sem o outro, como a burguesia e o proletariado, por exemplo. A existência dos contrários não é um absurdo lógico, ela funda-se no real (GADOTTI, 1990, p. 26).

A dinâmica da lógica dialética como método investigativo é o movimento de ascensão do abstrato ao concreto, o qual constitui uma das possibilidades para a formação do pensamento teórico, como também para a compreensão do objeto ou fenômeno em estudo. Mas o que significa ascender do abstrato ao concreto? Para Martins e Lavoura (2018, p. 227) “significa, para o materialismo histórico-dialético, captar o conjunto dos nexos e relações dos diferentes elementos que constituem a totalidade de um objeto ou fenômeno.”

Com efeito, para Marx, o ponto de partida é sempre um fato da realidade ou um conjunto de fatos para se chegar ao conhecimento teórico. Na ótica do referido autor, a aparência dos fenômenos não revela a essência fenomênica, ou seja, a descrição dos fatos e da empiria é importante para o conhecimento como ponto de partida, mas não representa o conhecimento teórico.

A construção teórica é uma negação da expressão empírica do real, é rejeitar a aparência, mas vai além, ultrapassando essa empiria. Faz-se indispensável para a elaboração teórica um conhecimento minucioso e circunstanciado dos elementos empíricos por meio dos quais se constrói o conhecimento, e por intermédio da abstração, perpassa a aparência para identificação do processo.

Assim, cabe ao investigador a capacidade de abstrair os fatos para a produção do conhecimento teórico, descolando-se dos eventos imediatos e do movimento que extrapola os dados que são possíveis se identificar, sendo estes representados caoticamente, ou seja, trata-se de uma abstração.

O processo de conhecimento inicia-se com a abstração e o procedimento analítico de suas conexões internas. De acordo com Martins e Lavoura (2018, p. 226), “a abstração – que

permite extrair um elemento da realidade, isolá-lo e examiná-lo nas suas particularidades, extraíndo deste elemento suas múltiplas determinações por meio da saturação da análise”. Segue, posteriormente, com a reconstrução desse todo concreto pelo pensamento, isto é, o concreto pensado, um processo mental, em um movimento dialético que vai do todo às partes e das partes ao todo, constantemente (KOSÍK, 1969).

Dessa forma, como mencionado por Asbahr (2011, p. 75), “o concreto aparece como forma de síntese e não como ponto de partida, sendo assim a tarefa do pensamento teórico é, por meio do procedimento de ascensão do abstrato ao concreto, compreender a realidade para além de sua aparência externa, isto revela a essência do movimento do objeto.”

No mesmo sentido, Moretti *et al.* (2011, p. 483) aludem que a “a tarefa do pensamento teórico é justamente superar a ‘pseudoconcreticidade’”. Dito isso, concebemos que o pensamento teórico não se constitui de forma imediata, como ocorre com o pensamento empírico, mas necessita de mediação pelas abstrações, enquanto processo de concepção das formas mais gerais e universais do objeto ou fenômeno, desde a sua base genética até o seu efetivo desenvolvimento.

Diante de tais considerações, compreendemos que a formação do pensamento teórico se integra por intermédio das relações que o sujeito estabelece com o objeto, de modo recíproco, mediante conceitos teóricos formados no processo de abstração, os quais revelam a essência do mundo real.

Melhor dizendo, o sujeito produtor de conhecimento não é um simples espectador do mundo real: é um ser ativo no plano real, a partir das relações com o meio, com o seu objeto de estudo, produzindo o saber a partir do fazer, em um processo de reconstrução da realidade em seu pensamento.

Levando essa compressão ao nosso objeto de estudo, entendemos que os professores de matemática sujeitos desta pesquisa, ao apropriarem-se dos conceitos teóricos de geometria plana em atividade de formação, podem mobilizar o conhecimento acerca de tais conceitos para além da aparência imediata, da instantaneidade sensível, assim como criá-los e ressignificá-los, em direção à descoberta das múltiplas determinações ontológicas do real.

Nesse movimento, cabe ao investigador o desvelamento do objeto de estudo em sua totalidade, apropriando-se dela, aliado ao papel de apreender o sujeito pesquisado como ser em processo de constante transformação, no caso deste estudo, como um profissional da educação em movimento de formação.

Para tanto, faz-se necessário que o investigador busque, revele e explique, por um método adequado, a realidade material objetiva, por meio da estruturação de uma relação mútua entre o método e o objeto de estudo.

De acordo com Vygotsky (1995, p. 47), “o objeto e o método de investigação mantêm uma ligação muito estreita”, compreendendo que o método é constituído em unidades para explicitação do objeto de pesquisa (MORETTI; MARTINS; SOUZA, 2017).

Tratando-se de pesquisa em educação, a THC constitui-se, neste trabalho, como caminho de fundação teórico-metodológica, como mencionado anteriormente, partindo do pressuposto de que o ser humano, desde o seu nascimento, relaciona-se de maneira muito especial com o mundo que o cerca, onde a relação do homem com o mundo é compreendida como sendo dialética, pois como tão bem disse Marx (1996), ao transformar a natureza, o homem também se transforma.

É válido lembrarmos que esse processo, ao longo do tempo, foi desenvolvendo a história e a cultura humanas. Nesse sentido, a THC e a TA citam que tudo tem história, e é ela que nos faz apreender a evolução dos fenômenos que ocorrem no momento presente.

Além dos aspectos histórico e social, tais perspectivas teóricas consideram que somente os seres humanos fazem cultura, a qual se manifesta sob um constante processo de modificação. Assim como Vygotsky, entendemos que os fenômenos devem ser estudados em sua totalidade, sem perdermos de vista as especificidades e as singularidades que os distinguem dos demais eventos.

Vygotsky, preocupado com uma metodologia para a análise qualitativa do desenvolvimento psicológico, viu nos métodos e princípios do materialismo dialético a solução dos contrassensos científicos manifestados por seus contemporâneos, vislumbrado uma nova abordagem e concepção metodológica para a psicologia, propiciando, como expõe Bernardes (2010, p. 355),

[...] o estudo do psiquismo humano a partir da transformação da natureza interna e externa ao homem, numa relação dialética no processo de interação entre o homem e a natureza, por meio das mediações dos objetos materiais e ideais elaborados historicamente pelo próprio homem.

Assim, Vygotsky sistematizou uma nova abordagem acerca do processo de desenvolvimento do pensamento e das funções cognitivas complexas de um sujeito contextualizado socialmente e historicamente (REGO, 2014, p. 99).

Tais processos foram adotados pelo referido autor no estudo do desenvolvimento das funções superiores em crianças, e em investigações transculturais com adultos (VYGOTSKY;

LURIA, 1996), tornando esse método “a chave teórica e metodológica de toda a teoria histórico-cultural.” (CEDRO; NASCIMENTO, 2017, p. 31).

São notórias, na obra de Vygotsky, as influências do materialismo histórico-dialético por meio de alguns fundamentos da teoria marxista por ele incorporados, como citado em Oliveira (1993, p. 28):

a) o modo de produção da vida material condiciona a vida política e espiritual do homem; b) o homem é um ser histórico, que se constrói através de suas relações com o mundo natural e social. O processo do trabalho (transformação da natureza) é o processo privilegiado homem/mundo; c) a sociedade humana é uma totalidade em constante transformação. É um sistema dinâmico e contraditório, que precisa ser compreendido como processo em mudança, em desenvolvimento; d) as transformações qualitativas ocorrem por meio da chamada “síntese dialética” onde, a partir de elementos de uma determinada situação, fenômenos novos emergem.

Portanto, é pertinente mencionar que apesar de o método de Vygotsky ter sustentação no MHD, o teórico não concordava com a aplicação direta do método de Marx a problemas específicos da psicologia. Aliás, postula que se faz necessário uma teoria intermediária que seja adequada às especificidades da psicologia. Então, Vygotsky elabora uma concepção metodológica a partir do MHD.

Como menciona Asbahr (2011, p. 102 -103), “o autor propõe duas decorrências centrais desse método a psicologia: alguns princípios metodológicos necessários a investigação dos fenômenos psicológicos humanos e o método de análise por unidade”. Sobre esse último, discorreremos adiante, quando abordamos a análise dos dados desta investigação.

Assim, os pressupostos teórico-metodológicos do MHD foram apropriados por Vigotski e objetivados na elaboração de três importantes princípios no método de investigação dos fenômenos psicológicos, que o diferenciam daqueles utilizados em outras abordagens: 1) análise de processos e não a análise de objetos; 2) explicação do fenômeno *versus* descrição dele; 3) investigação do “comportamento fossilizado”.

Dentre esses princípios, enfatizamos o princípio explicativo, que amparou a investigação de Vygotsky sobre a relação entre aprendizagem e desenvolvimento, sustentando seus estudos sobre o importante papel dos conceitos no processo de formação da consciência humana (ROMANELLI, 2011), embasando, inclusive, algumas pesquisas científicas sobre o processos de aprendizagem conceitual, a exemplo da de Moraes (2008), Moretti (2007), Oliveira (2014), Fraga (2013), Araújo (2015), Milani (2016), entre outros, bem como desta

investigação, que objetiva *investigar os processos de significação de conceitos da geometria plana em atividade de formação de professores*.

Uma vez que o princípio explicativo permite relacionar determinada realidade a dada elaboração teórica, cabe ao investigador buscar analítica e teoricamente as relações que compõem o objeto que se estuda em suas múltiplas determinações (ZANELA *et al.*, 2007).

Por esse motivo, usufruiremos desse princípio para explicar a realidade do nosso objeto de estudo, alcançando as relações internas constitutivas deste, como postula Vygotsky, sem limitarmo-nos às descrições aparentes dos fenômenos investigados, explicando-o com base em sua origem, analisando os processos e não os objetos, tornando possível a reconstrução dele em busca da essência do fenômeno, tendo como ponto central a ideia de processo em mudança, ao invés da de produto pronto.

No processo de mudança de um objeto ou fenômeno deve-se considerar a sua natureza histórica como princípio primordial na elaboração do método de investigação. Nas palavras de Vygotsky (1988, p. 74),

estudar alguma coisa historicamente significa estudá-la no processo de mudança; esse é o princípio básico do método dialético. Numa pesquisa abranger o processo de desenvolvimento de uma determinada coisa, em todas as suas fases de mudança – do nascimento a morte-significa, fundamentalmente, descobrir sua natureza, sua essência, uma vez que somente em movimento que um corpo mostra o que é. Assim, o estudo histórico do comportamento não é um aspecto auxiliar do estudo teórico, mas sua verdadeira base.

Esse pensamento do autor remete ao seu primeiro princípio, qual seja a *análise de processos e não a análise de objetos*, demonstrando a relevância da historicidade do fenômeno pesquisado, considerando que os processos psicológicos sofrem mudanças a olhos vistos, em movimento e transformação.

De acordo com Moretti, Martins e Souza (2017, p. 36), “em um movimento de perene mudança de modo que o conhecer implica no olhar atento do pesquisador ao seu passado e presente, um olhar ao devir do fenômeno.”

Quanto ao terceiro princípio, Vygotsky refere-se aos comportamentos fossilizados, “engessados” ou automatizados, os quais, no decorrer do processo histórico de desenvolvimento, perderam sua aparência original, porquanto sua natureza interna não é perceptível, em virtude de suas origens serem remotas.

Para alterar esse estado de petrificação, Vygotsky (2003, p. 85) propõe que tais processos devem ser analisados em suas origens, “pois nelas, o passado e o presente se

confundem, e o presente é visto à luz da história” (MARTINS, 1994, p. 289). À vista disso, devem ser investigados para desvendar a veracidade de suas origens, no movimento transformado da história, “o que mais uma vez vincula-se à historicidade e ao princípio do movimento” (MORETTI; MARTINS; SOUZA, 2017, p. 39).

Em face do exposto, assumimos nesta investigação o método do MHD, orientando-nos pelo princípio explicativo de Vygotsky, a fim de compreender, a partir da realidade dos sujeitos pesquisados, o processo de constituição do conhecimento geométrico ao longo de sua vida escolar e acadêmica.

Para mais, almejamos explicar o fenômeno em estudo para além da aparência no movimento da atividade de formação, sobretudo no contexto de formação contínua por intermédio da organização do ensino mediado pela AOE, intencionando entender o processo de apropriação conceitual da geometria plana por professores em atividade de formação, identificando em que circunstâncias isso acontece.

Com isso, pretendemos evidenciar a ocorrência de mudança qualitativa na relação entre os sujeitos (professores que ensinam matemática) e o objeto (conceito de geometria plana), analisando o movimento do fenômeno desde a sua origem até o que pode se tornar após o processo formativo.

No que segue, explicitaremos os procedimentos metodológicos que nos orientaram neste estudo.

4.2 Procedimentos metodológicos da pesquisa

Em decorrência de termos optado por trabalhar com a THC e com a TA, essa escolha levou-nos a pesquisar as diferentes metodologias de pesquisas propostas pelos pesquisadores da área educacional. Nas palavras de Bueno (2000, p. 07), “pesquisadores da área educacional têm sido desafiados a propor formas de investigação que possam estabelecer uma relação mais orgânica entre suas atividades de pesquisa e ensino”. Corroborando esse pensamento, verificamos na pesquisa-formativa um potencial que atende a esse anseio.

Tratando-se da formação de professores como processo de aprendizagem da docência, constituindo-se enquanto recurso educativo, a articulação pesquisa-formação representa um processo de superação de formas convencionais de pesquisa e de formação, onde tradicionalmente os professores são vistos apenas como objetos de estudo (LONGAREZI; SILVA, 2013, p. 215).

Já nos estudos de Prada (2012, p. 269), o autor diz que a pesquisa-formação é definida como “uma metodologia que contempla a possibilidade de mudança das práticas, bem como dos sujeitos em formação.”

Dessa forma, o indivíduo é, ao mesmo tempo, objeto e sujeito da formação (NÓVOA, 2004), uma vez que nesse tipo de pesquisa, os indivíduos envolvidos (pesquisador e professores) comprometem-se com o objetivo de formação, concebendo-a como atividade de aprendizagem, percebendo a formação como meio de transformação de suas ações na atividade pedagógica e enquanto sujeito em desenvolvimento.

Frente a isso, em uma breve argumentação sobre a pesquisa social, May (2004) testemunha que a pesquisa deve proporcionar a reflexão entre teoria e prática. À medida que os pesquisadores ponderam sobre seus próprios pontos de vista e os de outros na atividade pesquisadora como forma de ensino e aprendizagem, a pesquisa torna-se uma prática social relevante.

Em outras palavras, conforme os dizeres de Araújo e Moura (2008, p. 99), “[...] o pesquisador atua, também, como mediador, como aquele que intervém intencionalmente na dimensão teórico-metodológica da profissão docente, de modo que a formação de professores seja também uma formação de pesquisadores”.

Isso posto, norteados pelos princípios do referencial teórico que fundamenta este trabalho de investigação, explicitados acima, organizaram-se as atividades do processo de formação que aconteceram em dois momentos (etapas) distintos: Momento I – Curso de Formação Continuada, que proporcionou aos professores um momentos formativos acerca da apropriação de conceitos de geometria plana, ancorados nos pressupostos da THC e da AOE; Momento II – organização e desenvolvimento de atividades de ensino, mediante o acompanhamento dos professores no processo de organização do ensino e na atividade de ensino inseridos no espaço de aprendizagem, como mostra a Figura 4.

Figura 4 – Momentos da formação docente na pesquisa

Fonte: elaborado pela autora (2018).

4.2.1 Sujeitos da pesquisa

i) Momento I da pesquisa

No primeiro momento da pesquisa, referente ao curso de formação, como exibido na Figura 4, o estudo foi realizado com sete professores de matemática do ensino médio da rede pública do Estado do Piauí, de escolas coordenadas pela 14ª Gerência Regional de Educação (GRE), cuja sede está localizada na cidade de Bom Jesus-PI, vinculada à Secretaria Estadual de Educação do Piauí.

No Quadro 2, disponibiliza-se a caracterização da formação acadêmica dos professores, que foram identificados por um código (P1, P2 etc.). Os sete participantes oficialmente integram o estudo como interlocutores da pesquisa, os quais, para fins de identificação na fase de análise, receberam a seguinte denominação: P1 (professor um), P2 (professor dois), P3 (professor três), P4 (professor quatro), P5 (professor cinco), P6 (professor seis), P7 (professor sete).

Quadro 2 – Caracterização dos sujeitos da pesquisa

Nome fictício	Sexo	Idade	Formação acadêmica/instituição (ano de conclusão)	Modalidade da graduação	Pós-graduação	Atividades de Formação Continuada (nos últimos dois anos)
P1	M	37 anos	Licenciatura em Matemática / UAB-UFPI (em andamento)	A distância		
P2	M	32 anos	Licenciatura em Matemática/ UAB-UFPI (2014)	A distância		
P3	M	22 anos	Licenciatura em Matemática/ UAB-UFPI (em andamento)	A distância		
P4	M	41 anos	Licenciatura em Matemática / UESPI (2002)	Presencial – Especial (período de férias)	<ul style="list-style-type: none"> • UFPI- Especialização em Gestão Escolar (2011) • IFPI- PROFMAT⁵- mestrado profissional (2018) 	<ul style="list-style-type: none"> • Chão da Escola (SEDUC/PI)
P5	F	50 anos	Licenciatura em Matemática / UESPI (2002)	Presencial – Especial (período de férias)	<ul style="list-style-type: none"> • São Judas Tadeu – Especialização no Ensino da Matemática (2012) 	<ul style="list-style-type: none"> • Ensino Médio Inovador • Chão da Escola • Pacto pelo Ensino Médio
P6	M	42	Licenciatura em Ed. Física / UESPI (2003)	Presencial – Especial (período de férias)	<ul style="list-style-type: none"> • Faculdade Cristo Reis – Especialização no Ensino de Matemática (2013) 	<ul style="list-style-type: none"> • Elaboração de itens de matemática
P7	F	44	Licenciatura em Matemática/ UESPI (2002)	Presencial – Especial (período de férias)	<ul style="list-style-type: none"> • UFPI – Especialização em Gestão Escolar (2011) 	<ul style="list-style-type: none"> • Chão da Escola (SEDUC/PI)

Fonte: elaborado pela autora (2018).

⁵ O Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) é um programa de pós-graduação *stricto sensu* em Matemática, reconhecido e avaliado pela CAPES, credenciado pelo Conselho Nacional de Educação – CNE, validado pelo Ministério da Educação e conduzindo ao título de Mestre. Fonte: Disponível em: <https://www.profmatt-sbm.org.br/funcionamento/regimento>. Acesso em: 20 out. 2018.

Pela análise do Quadro 2, nota-se que dos sete professores participantes, cinco são do sexo masculino e apenas dois do feminino. A maioria tem entre 30 e 50 anos, sendo que apenas P2 está fora dessa faixa, pois tem 22 anos.

Outrossim, seis (P1, P2, P3, P4, P5 e P7) têm formação em Licenciatura em Matemática, dos quais dois (P1 e P3) ainda não concluíram a graduação.

Três deles (P4, P5 e P7) fizeram/fazem pós-graduação em nível de especialização, sendo P4 acadêmico do mestrado profissional PROFMAT. Já o professor P6 é licenciado em educação física e pós-graduando, em nível de especialização, em ensino de matemática.

Dos sete professores, apenas P1, P2 e P3, não participaram de atividades de formação continuada nos últimos dois anos. Nesse caso, a situação dos professores P1 e P3 justifica-se pelo fato de estarem com sua formação inicial em curso, não concluíram ainda a graduação. Mas no caso de P2, que terminou a graduação em 2014, percebe-se sua ausência em relação à participação em programas formativos.

Independentemente dos fatores que contribuíram para esse fato, não significa dizer que ele não estava em formação permanente, já que a formação é um processo contínuo, decorrente do exercício da atividade de ensino, fruto de reflexões acerca das ações educativas.

Com o propósito de identificar a atuação profissional dos professores sujeitos desta pesquisa, apresentamos o Quadro 3.

Quadro 3 – A atuação profissional dos professores

Nome fictício	Número de escolas em que trabalha	Cidade em que atua	Carga horária semanal	Disciplina que ministra	Série	Nível de ensino	Turno
P1	01	Manoel Emídio-PI	20h/a	Matemática	1º Ano EJA - VI e VII Etapa	Ensino médio	Noturno
P2	01	Cristino Castro-PI	40h/a	Matemática	1º Ano 2º Ano 3º Ano	Ensino médio	Noturno
P3	01	Cristino Castro-PI	40h/a	Matemática	1º Ano 2º Ano 3º Ano	Ensino médio	Noturno
				Física	2º Ano 3º Ano		
				Química	1º Ano		
				Sociologia	2º Ano		
P4	01	Redenção do Gurgueia-PI	De 20 a 40h/a	Matemática	2º Ano 3º Ano	Ensino médio	Diurno
P5	02			Matemática	1º Ano 2º Ano	Ensino médio	Diurno

		Bom Jesus-PI	Mais de 40h/a		3º Ano		
P6	03	Bom Jesus-PI	40h/a	Matemática	9º Ano	Ensino fundamental	Diurno
					1º Ano	Ensino médio	Diurno
					1º Ano 2º Ano 3º Ano	Ensino médio	Noturno
P7	02	Redenção do Gurgueia-PI	Mais de 40h/a	Matemática	6º Ano 8º Ano 9º Ano	Ensino fundamental	Diurno
					1º Ano 2º Ano	Ensino médio	Noturno

Fonte: elaborado pela autora (2018).

Pelo disposto no Quadro 3, denotamos que todos os investigados são professores de matemática do ensino médio de escola pública, e a maioria trabalha em apenas uma escola, com exceção dos professores P5 e P7, que atuam em duas instituições; e P6, que ministra aulas em três escolas. O professor P1 leciona em escola da cidade de Manoel Emídio – PI; P2 e P3, em escolas da cidade de Cristino Castro – PI; P4 e P7, em instituições de ensino da cidade de Redenção do Gurgueia – PI; e P6 e P4 ministram aulas na cidade de Bom Jesus – PI.

Quanto à carga horária semanal de trabalho, P1 cumpre 20h/a; P4, entre 20h/a e 40h/a; enquanto P2, P3 e P6 trabalham 40h/a; os professores P7 e P5 têm carga horária superior a 40h/a.

Em relação ao turno de trabalho, os professores P4, P5 e P7 executam suas atividades docentes exclusivamente no turno diurno; P1, P2 e P3, noturno; e o professor P6 trabalha os dois turnos (diurno e noturno), e além de matemática, encarrega-se das disciplinas de química, física e sociologia.

ii) Momento II da pesquisa

Os sujeitos do segundo momento da pesquisa, referente à organização e ao desenvolvimento de atividades de ensino – acompanhamento dos professores no processo de organização e desenvolvimento de atividades de ensino no espaço de aprendizagem –, como mostra a Figura 4, optamos por selecionar dois professores dentre os que participaram do Momento I, a saber: P4 e P7.

Essa escolha partiu de alguns critérios aos quais ambos os professores corresponderam, pois, são licenciados em matemática; vinculados ao quadro permanente da rede pública estadual de ensino; e ministram aulas para alunos do ensino médio.

4.2.2 Contexto/ambiente da pesquisa

i) Momento I da pesquisa

Desenvolvemos a pesquisa com professores de matemática de escolas públicas de ensino médio das cidades da microrregião do Vale do Gurgueia, conforme segue: Alvorada do Gurgueia – PI, Bom Jesus – PI, Colônia do Gurgueia – PI, Cristino Castro – PI, Currais – PI, Elizeu Martins – PI, Manoel Emídio – PI, Palmeiras – PI, Redenção do Gurgueia – PI e Santa Luz – PI.

Cabe enfatizar que as escolas estaduais dessas cidades são coordenadas pela 14ª GRE do Piauí, que é subordinada à Secretaria de Estado da Educação do Piauí (SEDUC-PI), cuja sede está localizada em Bom Jesus – PI, município situado a sudoeste do estado, distando 640km da capital, Teresina-PI.

A região manifesta distorções em relação à região norte do estado, devido a problemas como a distância da capital e os relacionados à educação – envolvendo, nomeadamente, a qualificação de professores.

Dentre as dificuldades encontradas pelos professores, elencam-se: falta de acesso aos centros de formação, que se localizam na capital; más condições das rodovias; alto custo de estadia e alimentação na capital, Teresina – PI; acesso limitado à internet, impossibilitando ou complicando a qualificação por meio do ensino a distância. Além desses aspectos, aqueles que buscam capacitação por meio de instituições privadas encontram outros impedimentos, pois essa alternativa compromete o orçamento familiar, já que seus salários são muito baixos.

Toda essa problemática tem induzido, direta e indiretamente, um número expressivo de professores da rede pública de ensino a almejar qualificação por meio de cursos de formação continuada. Por isso, percebemos a relevância deste estudo, ao pretender dar fundamentação a um ensino de matemática de melhor qualidade, coadjuvando para diminuir os índices de reprovação e oferecer subsídios por meio de ações voltadas a qualificá-los para uma docência destinada à produção do conhecimento dos alunos, trazendo benefícios socioeducativo a essa microrregião.

ii) Momento II da pesquisa

A segunda etapa da pesquisa foi realizada na escola Estadual denominada *Centro de Ensino Médio José Soares*, localizada na zona urbana da cidade de Redenção do Gurgueia – PI,

cidade a 669,4 km da capital, Teresina – PI e a 52 km de Bom Jesus – PI (cidade sede da 14ª GRE).

Na escola funcionam as modalidades de ensino: Educação de Jovens e Adultos (EJA), no período noturno; ensino médio regular, no período diurno. Constatamos que no ano de 2018, de acordo com o censo escolar, havia 321 alunos matriculados no ensino médio, assim distribuídos: 106 no 1º ano; 119 no 2º ano; e 96 no 3º ano.

A escola funciona em prédio próprio, constituído por: seis salas de aula; sala de diretoria; sala de professores; laboratório de informática, com 20 computadores para uso dos alunos; laboratório de ciências; cozinha; biblioteca; banheiro masculino e feminino, com chuveiro.

Entretanto, o prédio não possui acessibilidade para cadeirantes; as salas de aula não contêm piso revestido de cerâmica; dois ventiladores em cada sala, mas não funcionam, e para piorar, em algumas turmas batem os raios do sol nas janelas, tornando o calor insuportável; as salas não possuem lixeiras; as carteiras encontram-se em péssimo estado de conservação, assim como os quadros brancos de acrílico.

Quanto à infraestrutura, a escola oferece: alimentação escolar para os alunos; acesso à internet banda larga, de uso exclusivo dos funcionários; bebedouro; dois projetores de multimídia (datashow); TV; aparelho de som; dois computadores na sala da diretoria, que também funciona como secretaria; impressora; copiadora; e uma câmera fotográfica/filmadora.

Apresentamos no Quadro 4 o rendimento dos alunos dessa escola no ENEM – 2018, destacando a média na prova de matemática, que foi de 469 pontos, nota abaixo da média nacional, que foi de 625,10.

Quadro 4 – Desempenho dos alunos do Centro de Ensino Médio José Soares no ENEM – 2018

	Qt. de Alunos	Aluno com melhor desempenho	Média da escola
Redação	65	660,00	427,38
Ciências da Natureza Física, química e biologia	66	558,00	452,33
Ciências Humanas Geografia, história, filosofia e sociologia	66	636,60	500,73
Linguagens e Códigos português, artes, educação física, inglês e espanhol	66	613,80	454,21
Matemática	66	625,10	469,04

Fonte: ENEM/INEP (2018). Disponível em:

<https://verescolas.com.br/mostra.php?id=22133976&e=CENTRO%20DE%20ENSINO%20MEDIO%20JOSE%20SOARES%3E>. Acesso em: 14 jan. 2020.

4.2.3 Técnicas e instrumentos para produção de dados

Em uma pesquisa com abordagem sócio-histórica, que tem como meta apreender o processo de constituição de significações, indo além da aparência dos fatos, é primordial a qualidade e a diversidade dos dados. Sendo assim, consideramos meritório associar diferentes instrumentos na coleta de dados (ALTENFELDER, 2004).

Quanto às fontes de dados, foram recolhidas por meio dos instrumentos de pesquisa e procedimentos metodológicos relatados na sequência.

4.2.3.1 Questionário misto

Como enfatizaram Moreira e Caleffe (2006), o questionário é um dos instrumentos de produção de dados mais conhecidos, o qual usa o tempo de forma eficiente, além de deixar o sujeito entrevistado no anonimato, tornando possível padronizar as perguntas.

No caso específico deste trabalho, esse instrumento viabilizou identificar o perfil pessoal e profissional dos professores de matemática do ensino médio da rede pública de ensino, sujeitos da pesquisa.

Os dados produzidos a partir dos questionários contribuíram no sentido de caracterizar a relação dos professores com os conceitos geométricos e a organização do ensino dessa disciplina, servindo de fonte para o questionamento e a confrontação com os dados produzidos por intermédio de entrevistas semiestruturadas e gravações (em áudio) dos encontros formativos.

Encontra-se no Apêndice B o questionário misto aplicado aos interlocutores da pesquisa, antes do início de qualquer discussão sobre o tema, no primeiro momento do curso de formação, sendo dividido em quatro partes: na primeira, os questionamentos relacionaram-se aos dados pessoais, sendo três itens abertos e um de múltipla escolha; a segunda conta com questões sobre a formação acadêmica, sendo um item (quadro) de respostas pessoais, e três questões de múltipla escolha; a terceira aborda os dados profissionais, com cinco itens de múltipla escolha; por fim, a quarta parte contempla uma pergunta de múltipla escolha e quatro questões abertas sobre a relação dos professores com a geometria, enquanto alunos, e agora como professores.

4.2.3.2 Encontros formativos

Curso de Formação Continuada (CFC)

O curso de formação intitulado *Atividade Orientadora no Ensino de Geometria Plana* teve duração de 40h, e foi realizado de modo condensado ao longo de cinco dias, de 19 a 23 fevereiro de 2018, com carga horária diária de 8h. O objetivo principal do curso foi oportunizar aos professores uma formação continuada orientada para a apropriação de conceitos geométricos (geometria plana), tendo em vista os pressupostos da TA.

Na verdade, tal técnica teve como objetivo perceber a aprendizagem docente no contexto de AOE de geometria plana. Considerando a AOE na formação de professores, trata-se de

um instrumento teórico-metodológico e quando isto acontece pode ser orientadora da formação docente, pois a organização e desenvolvimento da proposta elaborada possibilita a todos os envolvidos aprofundarem seus conhecimentos, sejam eles teóricos (professores e estudantes) ou metodológicos (pesquisador). (MARCO; MOURA, 2016, p. 24)

Tendo isso em vista, organizamos atividades orientadoras por meio de problemas desencadeadores que pudessem, por um lado, promover atividade e desenvolvimento docentes e, por outro, permitir à pesquisadora compreender o processo de formação e/ou significação de conceitos (nexos conceituais) de geometria pelo professor. No Quadro 5, podemos observar os conteúdos abordados no curso de formação.

Quadro 5 – Conteúdos abordados no curso de formação

I – A TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL DO DESENVOLVIMENTO HUMANO
II – ATIVIDADE ORIENTADORA DO ENSINO (AOE)
2.1 Conceito de atividade
2.2 A Teoria da Atividade (TA)
2.3 AOE
III – A ATIVIDADE DE ENSINO COMO UNIDADE FORMADORA
3.1 O ensino como situação-problema e a atividade como solução construída
3.2 O professor e a AOE
VI – O DESENVOLVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO DO CONCEITO: PERSPECTIVAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA
4.1 A unidade lógico-histórica no enfoque da TA
4.2 As contribuições da unidade lógico-histórico para a aprendizagem em matemática e ciências
4.3 O desenvolvimento do conceito de medir como exemplo de aplicação do lógico-histórico no ensino de matemática
V – O ENSINO DE GEOMETRIA
5.1 O desenvolvimento lógico-histórico do ensino de geometria
5.2 Concepções sobre o ensino dos conhecimentos geométricos

5.3 O papel do professor no ensino de geometria

VI – SITUAÇÕES DESENCADEADORAS DE APRENDIZAGEM (SDA)

6.1 Apresentação dos conceitos da geometria plana por meio do desenvolvimento de situações de ensino, descritas abaixo:

- Medição de terra: perímetro e área de superfícies planas
- Medindo distâncias inacessíveis
- Escher e a geometria: explorando a geometria na obra *Queda d'água*

6.2 O movimento de elaboração conceitual em sala de aula: produzindo significações para os conceitos geométricos

Fonte: elaborado pela autora (2018).

O curso foi ministrado por esta pesquisadora, cujo certificado comprobatório está disposto no Anexo D, e contou com a participação do Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura, que proferiu palestra por videoconferência sobre *A Teoria Histórico-Cultural do desenvolvimento humano* e sobre a *Atividade Orientadora de Ensino*, com a colaboração do Prof. Doutorando Alan Kardec Carvalho Sarmento, doutorando do Dinter (doutorado interinstitucional) FE-USP/UFPI, que dissertou sobre *O desenvolvimento lógico-histórico do conceito: perspectivas para o ensino de matemática*. Ambas as palestras tiveram como foco os conhecimentos acerca da THC, TA, AOE e o desenvolvimento lógico-histórico do conceito.

Assim, foram desenvolvidas atividades que exploravam conceitos de geometria plana por meio de SDA, discutindo com os participantes coletivamente sobre o potencial que as situações trabalhadas têm para a formação de conceitos. Ainda foi proposto aos professores, organizados em grupos, que planejassem e elaborassem uma situação de ensino, de acordo com os princípios da AOE, que envolvesse conceitos da geometria plana, a qual seria trabalhada com seus alunos. Então, o tema foi escolhido em consenso pelos integrantes de cada grupo. Em seguida, as propostas foram apresentadas e debatidas, emergindo sugestões de adequações, as quais foram acatadas e reapresentadas pelos grupos.

Sugerimos aos professores participantes do curso que compartilhassem em suas escolas de atuação com os professores da área de matemática as experiências vivenciadas no curso, ficando acordado que as propostas de ensino elaboradas durante aqueles encontros seriam desenvolvidas junto aos alunos, no segundo momento da pesquisa.

O curso, mesmo apresentando algumas limitações, como instrumento de pesquisa, por ter sido realizado de forma condensada, foi um componente que permitiu aos sujeitos o comprometimento com o objetivo de formação, posicionando-se como sujeitos em atividade de aprendizagem, vislumbrando na formação uma fonte promotora de transformação de suas ações na atividade docente e como seres em permanente evolução. No Quadro 6, descrevemos com mais detalhes as ações desenvolvidas no curso e os objetivos formativos e de pesquisa.

Quadro 6 – Descrição das atividades desenvolvidas no curso de formação

TÍTULO DO CURSO: ATIVIDADE ORIENTADORA NO ENSINO DE GEOMETRIA PLANA			Carga Horaria: 40h/a	
OBJETIVO GERAL: Proporcionar aos professores uma formação continuada acerca da apropriação de conceitos geométricos (geometria plana), fundamentada nos pressupostos da TA				
DATA	CONTEÚDOS ABORDADOS	AÇÕES DESENVOLVIDAS	OBJETIVO(S) FORMATIVO(S)	OBJETIVO(S) INVESTIGATIVO(S)
19/02/2018 (8h/a)	✓ Apresentação dos membros participantes do curso (ministrantes e professores cursistas). ✓ Apresentação da pesquisa ✓ Apresentação do curso de Formação ✓ Convite para participação como sujeito da pesquisa ✓ A UNIDADE DE ENSINO COMO UNIDADE FORMADORA <ul style="list-style-type: none">• O ensino como situação-problema e a atividade como solução construída• O professor e a Atividade Orientadora de Ensino (AOE) ✓ O DESENVOLVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO DO CONCEITO: PERSPECTIVAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA <ul style="list-style-type: none">• A unidade lógico-histórica no enfoque da teoria da atividade• As contribuições do unidade lógico-histórico para a aprendizagem em matemática e ciências	Exposição da pesquisadora e palestrantes convidados ✓ Exposição sobre a pesquisa e seus objetivos		✓ Orientar os professores sobre o problema e objetivos da pesquisa
		✓ Convite aos participantes do curso para serem sujeitos da pesquisa		✓ Oficializar a participação dos professores como sujeitos da pesquisa
		✓ Apresentação da programação do curso	✓ Informar os professores sobre os conteúdos e objetivos do curso	✓ Apresentar o curso de formação como instrumento de pesquisa
		✓ Preenchimento e assinatura do Termo de Livre Consentimento		✓ Obter a permissão dos sujeitos para a gravação em áudio e vídeo dos momentos de formação para registro de dados
		✓ Aplicação de Questionário semiestruturado para colher informações dos professores (sujeitos da pesquisa)	✓ Conhecer a trajetória de formação dos professores participantes do curso	✓ Identificar o perfil pessoal e profissional dos professores de matemática do ensino médio da rede pública de ensino, sujeitos da pesquisa ✓ Caracterizar a relação dos professores com os conceitos

	<ul style="list-style-type: none"> • O desenvolvimento do conceito de medir como exemplo de aplicação do lógico-histórico no ensino de matemática 			geométricos a respeito da sua formação bem como a relação dos mesmos com o ensino de geometria: como alunos do ensino básico; como alunos de graduação e como professores ✓ Inteirar-se de como os professores organizam o ensino de geometria (antes das ações de formação)
		<ul style="list-style-type: none"> ✓ Leitura e discussão do texto: <i>A Atividade de Ensino como Unidade Formadora</i> (MOURA,1996) 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Discutir o papel das atividades de ensino na escola ✓ Compreender a educação escolar como situação-problema e a atividade como situação construída ✓ Entender a AOE como unidade de formação do aluno e do professor 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Apontar alguns pressupostos teóricos que sustentam esta perspectiva de ensino
		<ul style="list-style-type: none"> ✓ Palestra “O desenvolvimento lógico-histórico do conceito: perspectiva para o ensino de matemática”. (Prof. Doutorado Alan Kardec Carvalho Sarmento) 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Caracterizar a unidade lógico-histórica no enfoque da Teoria da Atividade ✓ Refletir sobre as contribuições para aprendizagem dos conceitos científicos em matemática e ciências, considerando o seu desenvolvimento lógico-histórico ✓ Apresentar, a partir de um recorte do desenvolvimento do conceito de medir, um exemplo de aplicação do lógico-histórico como metodologia de ensino 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Apontar alguns pressupostos teóricos que sustentam esta perspectiva de ensino
20/02/2018 (8h/a)	<ul style="list-style-type: none"> ✓ O ENSINO DE GEOMETRIA • O desenvolvimento logico-histórico do ensino de geometria • Concepções sobre o ensino dos conhecimentos geométricos 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Discussão em pequenos grupos sobre a necessidade da geometria no ensino. (foi fornecido aos grupos um roteiro de questões para desencadear o debate entre os membros do grupo) 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Refletir sobre o ensino de geometria nas séries do ensino médio, e sua importância na perspectiva de professores e alunos. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Sondar a concepção dos professores acerca da importância de geometria como conteúdo de ensino

	<ul style="list-style-type: none"> • O papel do professor no ensino de geometria ✓ A TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL DO DESENVOLVIMENTO HUMANO ✓ ATIVIDADE ORIENTADORA DO ENSINO • Conceito de atividade • A teoria da atividade • Atividade orientadora de ensino 	✓ Discussão coletiva sobre a necessidade da geometria no ensino (apresentação da conclusão de cada grupo sobre a atividade anterior)		
		✓ Apresentação sobre o desenvolvimento histórico do ensino de geometria e concepções sobre o ensino dos conhecimentos geométricos	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Expor para os professores como ocorreu desenvolvimento histórico do ensino de geometria no Brasil. ✓ Explicitar a concepção de alguns teóricos sobre o ensino de geometria ✓ Entender o papel do professor no ensino de Geometria ✓ Confrontar as informações apresentadas com os pontos discutidos na atividade anterior 	✓ Observar a mudança de sentido em relação ao ensino de geometria
		✓ Videoconferência sobre A Teoria Histórico- Cultural do Desenvolvimento Humano, e sobre a Atividade Orientadora de Ensino (Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura)	✓ Explicar sobre a teoria histórico-cultural do desenvolvimento humano e sobre Atividades Orientadoras de Ensino	✓ Fundamentar o professor acerca da teoria que respalda a pesquisa
		✓ Discussão de alguns pontos apresentados na videoconferência e relacionando-os com o texto do discutido no dia anterior - <i>A Atividade de Ensino como Unidade Formadora</i> (MOURA,1996)	✓ Avaliar o entendimento do professor sobre os conceitos e perspectiva teórica apresentadas na palestra do Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura	

21/02/2018 (8h/a)	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Conceitos inerentes à geometria plana: polígonos, ângulo, paralelismo, triângulos, circunferência e círculo. ✓ Desenvolvimento de Conceitos da Geometria Plana por meio de SDA 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Dinâmica de conceitos: será sorteado pelos participantes alguns elementos inerentes a geometria, escrito em um papel, para que ele expresse verbalmente o seu conceito de forma bem rápida ✓ Depois em uma segunda rodada cada um vai relatar como construiria esses conceitos com seus alunos 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Propor uma apresentação dos conceitos peculiares da geometria plana de um modo intuitivo pelos participantes ✓ (Re)Elaborar o conceito científico de entes da geometria plana 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Constatar os conhecimentos básicos e pré-requisitos de conteúdos e conceitos geométricos pelos professores participantes ✓ Observar o movimento de construção do pensamento empírico para o pensamento teórico
		<ul style="list-style-type: none"> ✓ Desenvolver com os professores situações de ensino abordando conceitos de geometria plana, descritas abaixo: <ul style="list-style-type: none"> • Medição de Terra- perímetro e área de superfícies planas (A atividades é constituída por um texto contextualizado historicamente sobre a medição de terra feita pelos egípcios com alguns questionamentos sobre o cálculo de área). • Escher e a geometria: explorando a geometria na obra queda-d'água e o conceito de triângulos impossíveis. • Medindo Distancias Inacessíveis (o texto relata a proeza de Erastóstenes, que conseguiu estimar o comprimento da circunferência da Terra a partir das observações das sombras formadas pela luz solar. Essa situação envolve os conceitos de ângulo, comprimento da circunferência e distância. (Aqui os participantes dos grupos terão que elaborar questionamentos para explorar o potencial da situação para a aprendizagem dos conceitos envolvidos 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Desenvolver SDA por meio do movimento de elaboração conceitual em sala de aula: produzindo significações para os conceitos geométricos ✓ Discutir com os participantes coletivamente o potencial que as situações trabalhadas têm para a formação de conceitos 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Explicitar, por meio de SDA, como os professores participantes da investigação prenunciam sinais de apropriação dos nexos conceituais de geometria, a partir da compreensão do movimento de construção histórica e lógica desses conceitos

22/02/2018 (8h/a)	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Elaboração de SDA para ser desenvolvida posteriormente com os alunos. ✓ Apresentação dos grupos 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Pedir que cada grupo planeje e elabore uma situação de ensino que envolva conceitos geométricos com temas a serem sorteados no dia anterior, dos temas trabalhados na dinâmica do dia 20/02/2018 ✓ Apresentação e discussão coletiva das propostas ✓ Readequação das propostas de acordo com as sugestões apontadas 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Vivenciar o procedimento de análise e síntese no processo de organização de uma atividade de ensino 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Entender como os professores se apropriam de elementos da organização do ensino de modo a favorecer o desenvolvimento teórico dos estudantes
23/02/2018 (8h/a)	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Autoavaliação ✓ Avaliação do curso 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Os grupos irão discutir e elaborar um relatório/diagnostico (por escrito) sobre qual significado e que novo sentido foram despertados neles, professores, relatando quais dificuldades e <i>déficits</i> foram superados acerca dos conceitos geométricos durante a participação no curso ✓ Apresentação e discussão coletiva da atividade realizada ✓ Entrevista individual ✓ Encerramento 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Avaliar o modo de organização do ensino de conceitos de geometria plana proposto no curso de formação ✓ Avaliar o rendimento dos participantes no curso em vista dos objetivos propostos 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Avaliar a possível promoção de mudanças ocorridas no desenvolvimento das ações formadoras realizadas a partir de conceitos geométricos, considerando o modo de organização do ensino proposto pelos princípios teórico-metodológicos já revelados, bem como conhecer o impacto dessa formação nas concepções dos professores

Fonte: elaborado pela autora (2018).

Encontros de organização e desenvolvimento de atividades de ensino

O segundo momento deste estudo foi realizado no período de 20 de setembro a 14 de novembro do ano de 2018, com o objetivo de captar dados que subsidiassem a análise sobre a apropriação e significação de conceitos de geometria plana pelos professores em formação.

Para tanto, acompanhamos dois dos professores que participaram do curso de formação continuada, P4 e P7, por meio de encontros formativos, observação da atuação desses docentes com os alunos em atividade de ensino, e avaliação das ações desenvolvidas.

Esclarecemos que nesse segundo momento da pesquisa, para melhor identificar os professores P4 e P7 na exposição e análise dos dados dessa etapa, atribuímos nomes fictícios a eles: P4 denominamos de Prof. Jacinto; e P7, Prof.^a Murici.

Os encontros formativos, detalhados no Quadro 7, tiveram como foco a organização do ensino a partir da AOE. Nesse ensejo, realizamos encontros de orientações sobre a AOE e seu movimento de organização, a exemplo da síntese histórica do conceito, que contempla o movimento logico-histórico. Ocorreram, ainda, encontros para o planejamento das ações de ensino a serem desenvolvidas em sala de aula, dentre elas, destacamos a seleção do conteúdo a ser ensinado e a elaboração da SDA, além de encontros programados para avaliar e replanejar as ações realizadas.

Quadro 7 – Descrição dos encontros de planejamento e avaliações com os professores

PLANEJAMENTO E AVALIAÇÕES DAS ATIVIDADES APLICADAS NAS TURMAS DE 2ª ANO “A” E “B” NA ESCOLA CENTRO DE ENSINO MÉDIO JOSÉ SOARES, EM REDENÇÃO DO GURGUÉIA – PI		
DATA	OCORRÊNCIAS	OBSERVAÇÕES
20/09/2018	<ul style="list-style-type: none"> Exposição sobre a nova etapa da formação Orientação sobre a Teoria da Atividade e como procede organização do ensino na AOE Escolha do conteúdo a ser desenvolvido com os alunos: área de superfícies planas Ajuste do cronograma de realização dessa etapa da pesquisa Explicação sobre a produção e captação dos dados nessa etapa Relato da Prof.^a Murici sobre sua experiência em sala de aula na aplicação de SDA após o curso de formação 	
08/10/2018	<ul style="list-style-type: none"> Informaram que a Prof.^a Murici é responsável pela turma do 2º Ano A e o Prof. Jacinto pela turma do 2º Ano B Definição da data de início das atividades em sala de aula (10/10/2018) Planejamento das atividades referentes ao primeiro e segundo momentos com os alunos 	
10/10/2018	<ul style="list-style-type: none"> Avaliação do primeiro momento: como os alunos se comportaram, como foi a motivação de cada turma, o entrosamento entre eles, os pontos positivos e negativos, (os problemas com o uso do celular pelos alunos) Relato dos professores sobre a experiência que tiveram do início das atividades Reelaboração do segundo momento Desenvolvimento de uma situação desencadeadora adaptada da proposta de Amaral (2018, p. 7-14) 	
20/10/2018	<ul style="list-style-type: none"> Avaliação do segundo momento só com a Prof.^a Murici. Conversa sobre o andamento das atividades Replanejamento para ajustar as atividades Planejamento do terceiro, quarto e quinto momentos 	Nesse encontro ficou combinado da Prof. ^a Murici discutir com o Prof. Jacinto o que estava planejado e fazer os ajustes, já que o mesmo não veio ao encontro

31/10/2018	<ul style="list-style-type: none"> Breve conversa sobre os trabalhos realizados até então Planejamento dos próximos momentos: sexto, sétimo e oitavo 	<ul style="list-style-type: none"> Questionamentos dos professores sobre a aplicação da AOE, se estava acontecendo, de fato, e a pesquisadora observou que sim, “a teoria se dá por planejamento, replanejamento, discussões coletivas e trabalhos coletivo e motivador entre os alunos e professores”
05/11/2018	<ul style="list-style-type: none"> Avaliação das atividades realizadas do terceiro, quarto e quinto momento Avaliação da receptividade, participação e desempenho dos alunos Replanejamento das atividades finais: oitavo, nono e décimo momento 	<ul style="list-style-type: none"> A pesquisadora conversou com cada professor sobre cada turma, especificamente, como estava a evolução das ações, foi detectado uma boa receptividade dos alunos ao método de trabalho em cada turma, sendo que no 2º ano “A” existe uma dispersão por parte de alguns alunos e os grupos formados demoram um pouco para entrar no ritmo das atividades No 2º “B” percebeu-se que a maioria dos alunos, estavam interagindo mais com o professor e com os outros estudantes, como também mais participativos em torno das discussões acerca dos conteúdos em pauta Cada professor também falou como estavam seus estudos e suas pesquisas para dar continuidade ao conteúdo. Foram explanadas as principais dificuldades enfrentadas pelos professores, como o tempo para se dedicar mais
14/11/2018	<ul style="list-style-type: none"> Avaliação Final Relato dos professores sobre a experiência vivenciada com a AOE Entrevista com os professores participantes 	<ul style="list-style-type: none"> A pesquisadora preparou um questionário que foi aplicado oralmente e individualmente com cada professor onde, entre outras indagações, avaliou todo o processo: o início, as principais dificuldades, a evolução de cada turma e do próprio professor, o que mais entusiasmou, como o professor se sentiu trabalhando com a AOE, sua funcionalidade, o reconhecimento que um trabalho integrado de professores e a coletividade em sala de aula são essenciais ao desenvolvimento da teoria Cada professor teve a oportunidade de falar com detalhes sobre como foi a experiência, se sentiu necessidade de estudar mais, de pesquisar mais, se pretende aplicar a AOE no futuro A pesquisadora pediu aos participantes que fizessem um relato avaliando o seu papel e a fundamentação em todo o processo formativo, destacando os pontos que jugaram importantes em sua intervenção

Fonte: elaborado pela autora (2018).

O desenvolvimento das propostas de ensino planejadas e elaboradas nos encontros formativos foram desenvolvidas nas turmas de 2º ano do ensino médio da escola Centro de Ensino Médio José Soares, onde a turma do 2º Ano A, composta por 34 alunos, ficou sob a responsabilidade da Profª. Murici (P7), enquanto a turma 2º Ano B, com 27 alunos, sob os cuidados do Prof. Jacinto (P4). Vale lembrar que esses momentos foram filmados (vídeos) e/ou gravados (áudios).

A realização das ações planejadas junto aos estudantes permitiu a análise do movimento do pensamento relacionado à significação dos conceitos de geometria plana pelos professores em situação de ensino e aprendizagem. No Quadro 8, explanamos o cronograma de desenvolvimento das referidas atividades em cada turma, organizadas em dez momentos (especificados no Anexo C). Ressaltamos que cada professor foi observado em sala de aula pelo período correspondente a 20 horas-aula.

Quadro 8 – Cronograma de desenvolvimento das atividades planejadas nas turmas de 2º Ano “A” e “B”

MOMENTO DO PLANO	TEMA	TURMA	DATA(S)	NÚMERO DE HORA(S)/AULA
Primeiro momento	Geometria plana no contexto histórico e entes primitivos da geometria plana	2 ° ANO A	10/10/2018	2
		2 ° ANO B	10/10/2018	2
Segundo momento	Necessidade de padronização de medida de área; porcentagens.	2 ° ANO A	16/10/2018 e 17/10/2018	4
		2 ° ANO B	16/10/2018 e 17/10/2018	3
Terceiro momento	Polígonos regulares	2 ° ANO A	23/10/2018	2
		2 ° ANO B	23/10/2018	1
Quarto momento	Área de superfícies poligonais planas – quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio, losango e triângulo	2 ° ANO A	24/10/2018	2
		2 ° ANO B	24/10/2018 e 30/10/2018	3
Quinto momento	Área de superfícies triangulares	2 ° ANO A	30/10/2018 e 31/10/2018	4
		2 ° ANO B	31/10/2018	2
Sexto momento	Áreas de superfícies poligonais regulares	2 ° ANO A	06/11/2018	1
		2 ° ANO B	06/11/2018	1
Sétimo momento	Círculo e circunferência: conceito e elementos	2 ° ANO A	06/11/2018	1
		2 ° ANO B	06/11/2018	1
Oitavo momento	Círculo e circunferência: Comprimento da circunferência, área do círculo	2 ° ANO A	07/11/2018	2
		2 ° ANO B	07/11/2018	2
Nono momento	Área do setor circular e da coroa circular	2 ° ANO A	13/11/2018	2
		2 ° ANO B	09/11/2018 e 13/11/2018	3
Décimo momento	Revisão do conteúdo por meio da realização de uma SDA	2 ° ANO A	14/11/2018	2
		2 ° ANO B	14/11/2018	2
TOTAL DE AULAS			2 ° ANO A	20h/a
			2 ° ANO B	20h/a

Fonte: elaborado pela autora (2018).

4.2.3.3 Observação e registros áudio/vídeo

A observação foi igualmente usada como adendo aos instrumentos de produção de dados apresentados anteriormente. Para Ludke e André (1986), a observação constitui um dos principais instrumentos de produção de dados. Ainda segundo as autoras, a observação permite que o pesquisador chegue mais perto da perspectiva dos sujeitos e se revela de extrema utilidade para a revelação de aspectos novos de um problema. Sobre como registrar as observações, Ludke e André (1986) enfatizam o registro escrito, por ser o mais frequentemente usado, destacando as regras gerais utilizadas.

As observações empreendidas nesta pesquisa foram registradas em um diário de campo, gravações em áudio e/ou vídeo, em todos os momentos de desenvolvimento das atividades realizadas nos encontros formativos, permitindo uma transcrição mais completa dos dados, a fim de perceber possíveis produção de significado, promovendo maior aproveitamento na hora da análise.

4.2.3.4 Entrevista semiestruturada

Tendo em vista que esta proposta de pesquisa é embasada pelos princípios teóricos da THC e da TA, entre outras abordagens, a entrevista, como disse Gil (2006, p. 117), coloca-se como uma técnica para a produção de dados “[...] em que o investigador se apresenta frente ao investigado e lhe formulam perguntas com o objetivo de obtenção de dados que interessam à investigação.”

Sendo assim, permite ao pesquisador explorar e apreender, junto aos sujeitos colaboradores do estudo, as fontes essenciais a serem obtidas para a obtenção dos objetivos propostos. Nesse sentido, May (2004, p. 148) afirma que “isso permite que ele (o pesquisador) tenha mais espaço para sondar além das respostas e, assim, estabelecer um diálogo com o entrevistado.”

Neste estudo, fizemos uso de entrevista semiestruturada, com o propósito de avaliar as possíveis mudanças, durante o desenvolvimento das ações formadoras realizadas a partir de conceitos geométricos, considerando o modo de organização do ensino proposto pelos princípios teórico-metodológicos já revelados, bem como conhecer o impacto dessa formação nas concepções dos professores.

4.2.4 Procedimento de análise de dados

Dado o conjunto de informações relevantes à compreensão do objeto da pesquisa, consideramos pertinente frisar que a partir dos dados produzidos pelo questionário misto, pelas entrevistas semiestruturadas, pelos encontros formativos, e observação e registros em áudio e/ou vídeo, transcritos pela pesquisadora, procuramos organizar e sistematizar todas as informações obtidas com fim de interpretar e analisar esses dados.

Assim entendido, os dados coletados foram organizados a partir de dois eixos de análise que orientam o caminho da pesquisa: o primeiro denominado, *Relação do professor de matemática com a geometria e seu ensino* –referentes aos dados obtidos antes da realização das atividades de cunho formativo, e o segundo eixo *A AOE como mediação de formação docente para apropriação de conceitos da geometria plana*- referente aos dados obtidos a partir das atividades desenvolvidas com os sujeitos no curso de formação, nos encontros formativos e no espaço de aprendizagem, como descritas no Quadro-9.

Quadro 9 – Eixos de organização dos dados para análise

EIXOS DE ORGANIZAÇÃO DOS DADOS PARA ANÁLISE	CRITÉRIO DE ORGANIZAÇÃO DOS DADOS	FINALIDADE
Relação do professor de matemática com a geometria e o seu ensino	Dados obtidos antes da realização das atividades de formação	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Entender como o professor constituiu o seu conhecimento acerca dos conceitos geométricos ao longo de sua vida escolar, procurando caracterizar a afinidade e o envolvimento do docente com a disciplina de geometria ✓ Avaliar a prática do professor, os fatores que influenciam essa prática e como ele conduz a organização de seu ensino, tendo em vista a identificação da necessidade de possíveis mudanças
A AOE como mediação de formação docente para a apropriação de conceitos de geometria plana	Dados obtidos a partir das atividades desenvolvidas com os sujeitos no curso de formação, nos encontros formativos e no espaço de aprendizagem	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Visando explicitar, por meio de SDA, como os professores participantes da investigação percebem os nexos conceituais da geometria, a partir da compreensão do movimento de construção histórica e lógica desses conceitos. ✓ Observar o movimento do pensamento sob os aspectos da formação do pensamento teórico (reflexão, análise e generalização) por meio da organização do ensino e como se apoderam de elementos desse modo de organização. ✓ Explicitar como os professores se relacionam com os conceitos da geometria plana no desenvolvimento de atividades de ensino de modo a favorecer

		o desenvolvimento teórico dos estudantes.
--	--	--

Fonte: elaborado pela autora (2019).

Para os fins desta investigação, lançamos mão da análise por unidades proposta por Vygotsky (1991, p. 4), unidade essa que retém todas as propriedades do todo, assim o referido teórico define o termo unidade como

[...] um produto da análise que, ao contrário dos elementos, conserva todas as propriedades básicas do todo, não podendo ser dividido sem as percas. [...] A verdadeira unidade para a análise biológica é a célula viva, que possuem as propriedades básicas do organismo vivo.

Portanto, fica claro que a análise deve ser holística, contrapondo-se à elementarista, tendo em vista que os elementos só têm significação na totalidade em que estão integrados, ou seja, à medida que os elementos adquirem novos significados, quando são inseridos em relação com o todo que estão compondo (MARTINS, 1994).

Assim, para apreensão do nosso objeto de estudo em sua plenitude, estabelecemos as unidades de análise e empregamos a ideia de episódios em conformidade com Moura (2004), com o intuito de revelar o fenômeno investigado.

Segundo o autor, o episódio é constituído por

[...] frases escritas ou falas, gestos e ações que constituem cenas que podem revelar interdependência entre os elementos de uma ação formadora. Assim episódios não são definidos a partir de um conjunto de ações lineares. Pode ser que uma afirmação de um participante de uma atividade não tenha impacto imediato sobre os outros sujeitos da coletividade. Esse impacto poderá estar revelado em um outro momento em que o sujeito foi solicitado a utilizar-se de algum conhecimento para participar de uma ação no coletivo. (MOURA, 2004, p. 276)

Dessa forma, com o intuito de contribuir com o processo analítico dos dados, e considerando os conceitos de unidades e episódios, esses últimos foram compostos por cenas e constituídos de acordo com a ocorrência do movimento formativo no contexto da pesquisa, por meio dos quais as unidades de análise podem revelar os indícios do movimento de significação conceitual – nesse caso, os conceitos de geometria plana em atividade de formação de professores.

Aqui entendemos, assim como Ferreira (2006, p. 21), que os significados referentes a *indício* convergem, essencialmente, ao sentido de revelação de uma coisa, objeto, ou fato, sem

que, necessariamente, “o integre e sem que se constitua verdadeiramente a sua prova ou evidência completa”, retratando-o “como algo que possa ser utilizado para descobrir o todo.”

Dando continuidade aos esclarecimentos acerca do processo de análise, apresentamos o primeiro eixo de investigação, *Eixo I: Relação do professor de matemática com a geometria e o seu ensino*. Como descrito no Quadro 9, refere-se à análise de parte dos dados obtidos antes da proposta de formação. A Figura 5 apresenta a estrutura de organização desse eixo.

Figura 5 – Esquema do primeiro eixo de análise

Fonte: elaborado pela autora (2019).

Esse primeiro eixo de análise foi organizado sob três aspectos, designados a seguir, com suas respectivas finalidades:

- *Percepções do professor sobre o seu domínio dos conceitos de geometria plana*: tem a intenção de apreender como o professor constituiu o seu conhecimento acerca dos conceitos geométricos ao longo de sua vida escolar, procurando caracterizar a afinidade e o envolvimento do docente com a disciplina de geometria, além de perceber o nível de conhecimento desses conceitos antes do curso de formação.
- *O professor e a organização do ensino de geometria antes das ações de formação*: tem a finalidade de explorar a prática do professor, os fatores que influenciam essa prática e como ele conduz a organização de seu ensino, tendo em vista a identificação da necessidade de possíveis mudanças.
- *A importância do ensino de geometria na concepção dos professores*: visa a investigar o modo como esses sujeitos interpretam a necessidade de incluir conteúdos geométricos na educação escolar.

O segundo eixo de investigação, *Eixo II: A AOE como mediação de formação docente para apropriação de conceitos da geometria plana*, está organizada em três unidades de análise, como mostra a Figura 6, a fim de analisarmos o nosso objeto de pesquisa em movimento:

Figura 6 – Esquema do segundo eixo de análise

Fonte: elaborado pela autora (2019).

- *Unidade 1 – Os nexos conceituais da geometria plana, observados na atividade de formação:* visa a explicitar, por meio de SDA, como os professores participantes da investigação percebem os nexos conceituais da geometria, a partir da compreensão do movimento de construção histórica e lógica desses conceitos.
- *Unidade 2 – A organização do ensino na atividade de formação:* observa o movimento do pensamento, do ponto de vista da formação do pensamento teórico (reflexão, análise e generalização), a partir da organização do ensino pelos professores.
- *Unidade 3 – A significação de conceitos da geometria plana por meio da atividade de ensino:* explicita como os professores se relacionam com os conceitos da geometria plana no desenvolvimento de atividades de ensino, de modo a favorecer o desenvolvimento teórico dos estudantes.

Em face do exposto, corroboramos o pensamento de Silva (2014, p. 127), ao ressaltar que

o momento exato do surgimento da apropriação de novos conhecimentos não é fácil de ser alcançado, daí a necessidade de procurar indícios desse processo. Entretanto buscá-los no seio de um processo em movimento é bastante distinto de procurar relações causais entre fatos.

Dessa forma, faz-se necessário uma análise que siga sinais, vestígios que possam indicar a transformação do fenômeno no processo. Cada indício possui sua particularidade no movimento de investigação, como afirmam Freitas, Nacarato e Moreira (2017, p. 78): “[...] os indícios não são sempre os mesmos, há variação de sentido no processo”. Portanto, cabe ao pesquisador a tarefa de interpretar tais indícios, considerando que são da natureza da significação.

Diante disso, as autoras explicam, citando Pino (2005, p. 189), que “[...] interpretar indícios é procurar a significação que eles têm para o olhar interpretativo do pesquisador, esse olhar deve levar em conta a natureza dialética do processo de que os indícios participam.”

Sendo assim, prosseguimos com o processo de análise, apresentando, no item 5.3, o *Processo de significação de conceitos de geometria plana na atividade de formação*, com o intuito de apurar esta investigação, traçando uma panorâmica dos dados explicitados e discutidos nos dois eixos de análise supracitados, Eixo I e Eixo II, de acordo com a Figura 7, para evidenciar o movimento da investigação em sua totalidade, avaliando a possível promoção de mudança e prenúncios de saltos qualitativos desencadeados no processo de desenvolvimento das ações formadoras, centrados na apropriação de conceitos da geometria plana, por meio da organização do ensino.

Figura 7 – Relação entre os eixos de análise

Fonte: elaborado pela autora (2019).

Levando em consideração que dos setes sujeitos que participaram do curso de formação no primeiro momento da pesquisa, apenas o Prof. Jacinto (P4) e a Profª. Murici (P7) integraram o segundo momento da investigação, cujos critérios de escolha foram explanados no item 4.2.1, assim, ambos são sujeitos em todo o processo desse estudo.

Desse modo esclarecido, na busca por Indícios de significação e apropriação dos conceitos geométricos por professores em atividade de formação, assim como Oliveira (2014) e Silva (2014), recorreremos aos *flashes* como recurso metodológico. Com o intuito de refinar esta análise, examinamos os dados explicitados nos episódios e nas cenas analisadas nos eixos I e II, a procura de trechos que nos possibilitem identificar tais indícios.

Entendendo por *flashes*, como Silva (2014, p. 127), “os instantes mais significativos dentro das cenas. Eles são os indícios da transformação do pensamento do sujeito acerca de uma realidade que se converte em outra”, os quais são observados neste estudo pelas reflexões e ações dos professores Jacinto e Murici durante o processo formativo mediado pela AOE, seja no coletivo, ou individualmente, a fim de avaliar a possível mudança e manifestação de saltos qualitativos na relação do sujeito com o objeto, a partir da condição objetiva encontrada.

Então, os *flashes* propostos por Silva (2014) nos permitem destacar os instantes mais significativos, onde detectamos a mudança do pensamento ou das ações dos sujeitos.

Finalizando a análise dos dados, apresentamos os sentidos revelados pelos professores Jacinto (P4) e Murici (P7) na ação final da atividade de formação, quanto aos conceitos da geometria plana, revelando os dados obtidos por meio de entrevistas realizadas na avaliação final do processo formativo, no dia 14 de novembro de 2018, junto a cada professor investigado, individualmente, cujo roteiro está no Apêndice D.

Posto isso, por meio das declarações fornecidas pelos sujeitos, as quais foram gravadas em áudio e devidamente transcritas, objetivamos constatar indícios que revelem a apropriação, pelos professores, de novos significados aos conceitos da geometria plana, ao mesmo tempo em que apontem a aquisição de um modo de organizar o ensino. Essa relação entre o conhecimento geométrico e a forma de ensinar nos instrumentem a concluir acerca do salto qualitativo na relação do sujeito (professores que ensinam matemática no ensino médio) com o objeto (conceitos da geometria plana), após o processo formativo mediado pela AOE, bem como conhecer o impacto dessa formação na concepção dos professores.

Então, os princípios metodológicos aqui expostos nos possibilitaram a realização de uma análise dinâmica do fenômeno em questão, vislumbrando extrair a essência do nosso objeto de estudo, que será explicitada no próximo capítulo.

5 ANÁLISE E EXPLICAÇÃO DOS DADOS: APROPRIAÇÃO DE CONCEITOS DE GEOMETRIA PLANA NO PROCESSO DE FORMAÇÃO DOCENTE

“A principal característica do processo de apropriação ou de “aquisição [...] é, portanto, criar no homem aptidões novas, funções psicológicas novas [...]”
(LEONTIEV, 1978, p. 287-288)

Depois de obtidas as informações por meio dos instrumentos mencionados no item 4.2.3, passamos à análise dos dados, a partir da THC, da TA e da AOE, com o intuito de atender ao objetivo desta pesquisa, qual seja investigar o processo de significação dos conceitos de geometria plana em atividade de formação de professores.

Diante do grande volume de dados coletados durante o desenvolvimento deste estudo, tornou-se necessário selecionar e sistematizar, para fins de análise, as informações obtidas nos dois momentos da pesquisa, em conformidade com a Figura 4 já apresentada. Para tanto, inicialmente, os dados foram organizados em dois eixos de análise, como explanado no capítulo anterior, visando a uma compreensão mais acurada ao examinarmos o objeto de estudo proposto neste trabalho.

O primeiro, denominado *Eixo I: Relação do professor de matemática com a geometria e o seu ensino*, refere-se aos dados obtidos antes da realização das atividades, com fins formativos, e o segundo, intitulado *Eixo II: A AOE como mediação de formação docente para apropriação de conceitos de geometria plana*, diz respeito aos dados obtidos a partir das atividades realizadas no curso de formação e das atividades de ensino no espaço de aprendizagem, como delineado no item anterior.

Enfatizamos que as unidades de análise que integram os eixos de análise foram organizadas em episódios que, por sua vez, foram compostos por cenas – assim como referido por Moraes (2008, p. 136) – as quais são “escolhidas entre os dados levantados com o objetivo de revelar as ações no processo formativo”, denotando uma estratégia fundamental para a composição dos argumentos que sustentam essa investigação.

5.1 Relação do professor de matemática com a geometria e o seu ensino

5.1.1 Percepções do professor sobre seu domínio dos conceitos de geometria plana

Ao investigar os professores por meio de questionário, procuramos caracterizar a afinidade e o envolvimento deles com a geometria no decorrer de sua trajetória na educação formalizada, enquanto aluno do ensino básico, como aluno da graduação, e depois, como docente, conforme exposto nos Quadros 10, 11 e 12, os quais revelam as falas dos sujeitos sobre as questões apresentadas. Reiteramos que o questionário (Apêndice B) foi aplicado no primeiro momento do curso de formação.

Quadro 10 – Relação dos professores de matemática com a geometria, como alunos do ensino básico

NOME FICTÍCIO	COMO ALUNO DO ENSINO BÁSICO
P1	Por volta dos anos 1990 a 2001, a educação em si, a forma como era trabalhada nesse período, um pouco vaga a parte da geometria. Uma parte muito resumida, pulada, e o problema eu não sei, fomos prejudicados na época, e faz a diferença no ensino básico.
P2	Como aluno do ensino básico, não tive muito envolvimento ou afinidade com a geometria, pouco via os conteúdos e na maioria das vezes não víamos por conta desses conteúdos estarem no final dos livros didáticos ou até mesmo por despreparo de parte dos professores, pois a maioria não tinha formação na área.
P3	Como aluno do ensino básico, não tive o conhecimento que me era necessário neste campo de estudo, para o meu desenvolvimento escolar. Logo, posteriormente, me encontrei com dificuldades para a conclusão do ensino médio por não conhecer o básico e também por não ter um professor formado na área, pois nesse tempo quem ministrava as aulas de matemática na minha instituição era uma professora graduada em filosofia.
P4	Apesar da resistência de alguns autores de livros didáticos em não dar a devida atenção à geometria, em função do elevado nível de abstração exigido, ela contribui como um dos ramos da matemática de grande aplicabilidade e perceptível nos espaços físicos, transformado pelo homem. Enquanto mediador do ensino e aprendizagem, até mesmo enquanto agente desse processo (aluno), afirmo que são remotas as vivências com as noções de geometria em suas várias facetas, ou elucidar noções e/ou conceitos fundamentais, e a até mesmo em atividades práticas desenvolvidas.
P5	A minha afinidade era pouquíssima, devido ao pouco conhecimento com a disciplina e ao pouco incentivo por parte dos professores.
P6	A minha afinidade era pouca, devido ao trabalho realizado pelos docentes nessa época, não era tanto trabalhada e praticamente não era viabilizado os materiais necessários para a exposição dos conteúdos.
P7	Tive pouquíssimo contato, pois em algumas séries, nem tínhamos livros didáticos e o professor selecionava o que “julgava” ser mais importante, e quando tinha o livro, esse conteúdo ficava no final do livro e geralmente não era trabalhado. No ensino médio, fiz o magistério e não tive oportunidade de estudar geometria nessa etapa.

Fonte: elaborado pela autora (2018).

O Quadro 10 apresenta as experiências dos professores investigados em relação à geometria, na condição de alunos de ensino básico. Dessa forma, em suas declarações, todos manifestaram pouca afinidade e reduzido envolvimento com a referida disciplina nesse período de sua formação escolar, e assinalaram fatores para justificar essa dificuldade.

Nessa perspectiva, P1 disse que a geometria foi apresentada a ele de forma resumida e pulada; P7 ratificou que seus professores selecionavam o que “julgavam” ser mais importante; P4 relatou que a sua vivência com as noções de geometria enquanto aluno é remota. Diante de

tais assertivas, nota-se que o ensino dos conteúdos de geometria não foi priorizado na formação básica desses indivíduos, estando presente nessa fase de formação escolar de forma esporádica.

Sobre isso, Pavanello (1993) lembra que “quando a decisão sobre os programas de diferentes disciplinas possibilitou que muitos professores de matemática, sentindo-se inseguros para trabalhar com a geometria, deixassem de incluí-la em sua programação”.

Lorenzato (1995) justificou esse fato dizendo que a maioria dos professores da educação básica, em sua formação, não teve conhecimento de geometria suficiente para a sua prática pedagógica. Por essa razão, acabam excluindo a disciplina de seu plano de trabalho. O autor atribui a quase ausência de geometria no currículo da educação básica a questões inerentes à formação dos professores dessa etapa de ensino.

Em sua fala, P3 traz à tona essa questão sobre a formação de professores, inferindo que as aulas de matemática eram ministradas por docentes com formação em outras áreas. Esse fato é comum, principalmente em cidades distantes dos grandes centros onde, devido à ausência de profissionais com formação matemática, professores de outras áreas assumem a disciplina, seja por afinidade ou por imposição das Secretarias de Educação.

Como consequência, professores sem qualquer conhecimento geométrico se arriscam a ensinar essa ciência, deixando lacunas na formação dos estudantes, sobretudo em estudos posteriores, quando precisarão utilizar os conhecimentos adquiridos no ensino médio, seja para prestar exame de ingresso em instituições de ensino superior ou para a sua formação profissional.

Em suas declarações, P2 e P3 informaram que a maioria de seus professores não tinha formação na área de matemática. Além disso, disseram ter visto poucos conteúdos de geometria na educação básica, por constarem apenas no fim do livro didático. Nesse contexto, na maioria das escolas públicas, o livro didático é o único recurso dos professores para auxiliar em sua prática pedagógica, sendo empregado como guia de conteúdos em sala de aula, o que leva os assuntos de geometria a serem discutidos apenas no fim do ano letivo.

De acordo com Pavanello (1993, p. 7), no que tange ao ensino de conceitos de geometria,

[...] muitos reservaram o final do ano letivo para a sua abordagem em sala de aula – talvez numa tentativa, ainda que inconsciente, de utilizar a falta de tempo como desculpa pela não realização do trabalho programado com o tópico em questão.

À vista disso, a autora reflete sobre o que ocorre com o ensino de geometria, uma vez que na maioria das escolas, ou é abandonado ou reservado ao fim do ano letivo, e por isso é, talvez inconscientemente, desprezado.

A relação dos professores investigados com a geometria, enquanto alunos de graduação, pode ser observada no Quadro 11.

Quadro 11 – Relação dos professores de matemática com a geometria, como alunos de graduação

NOME FICTÍCIO	COMO ALUNO DE GRADUAÇÃO
P1	Outra etapa mais complicada ainda, que eu admiro esse método a distância de ensino (referindo-se ao curso de graduação pela EAD), mas deixou a desejar. Era para ter um tutor presencial em nosso polo, no Canto do Buriti-PI. Ficou vago também. Ficamos sem apoio, correndo só atrás de nossos objetivos na disciplina de geometria.
P2	Como aluno da graduação, a experiência foi diferente. Tive a oportunidade de conhecer muitos assuntos não vistos no ensino básico, como relatado no item anterior.
P3	Foi onde me encontrei com o maior nível de dificuldade nos meus estudos, não por ser um campo inacessível, mas sim pela precoce base de ensino que eu tive. Mas, porém, isso não acabou e muito menos diminuiu a minha paixão pela matemática e seus campos de estudo. Hoje, procuro entender melhor o desenvolvimento destes campos de ensino, me apegando às oportunidades que tenho de formação continuada.
P4	Enquanto discente de graduação, acredito ter correspondido aos anseios dos mestres para com a disciplina de geometria, no caso a geometria analítica. No entanto, hoje, dada a elevada quantia de tópicos próprios da disciplina geometria, percebo que o meu conhecer é mínimo, por isso, sempre desperta um querer buscar mais conhecer.
P5	Melhorou um pouco mais, mas mesmo assim, não foi tão legal, visto que o professor tinha um pouco de dificuldades devido a não ser da área.
P6	Gostei muito da forma exposta do uso de aparelho da confecção de desenhos geométricos que, para mim, era até então complexo. Com o uso de materiais concretos ficou bem mais fácil o trabalho desenvolvido.
P7	Foi quando, de fato, comecei a estudar a referida disciplina e, inclusive, tive que recorrer a livros e diversas atividades de ensino fundamental e médio para ter um pouco de base e pagar as disciplinas do curso, que estavam pautadas no conhecimento ou abordagem da geometria, como: régua, fita métrica, objetos para demonstrar formas geométricas, entre outras.

Fonte: elaborado pela autora (2018).

O Quadro 11 esboça o relato dos sujeitos da pesquisa relativos às suas experiências com a geometria no ensino superior, na qualidade de graduandos. Nessa etapa de formação, a maioria dos professores investigados concebeu uma visível melhora, quando comparado ao desempenho na educação básica – em relação ao aprendizado dos conhecimentos geométricos, a exemplo do professor P2, que assim se manifestou: “Como aluno da graduação, a experiência foi diferente, tive a oportunidade de conhecer muitos assuntos não vistos no ensino básico, como relatado no item anterior.” Partilhando do mesmo ponto de vista, P7 relatou: “Foi quando, de fato, comecei a estudar a referida disciplina e, inclusive, tive que recorrer a livros e diversas atividades de ensino fundamental e médio para ter um pouco de base [...]”

Para P1, trata-se de uma etapa complicada, pois cursou graduação na modalidade a distância, e não encontrou apoio dos tutores para sanar suas dificuldades. Alguns modelos de formação não são presenciais, como na Educação a Distância (EaD), onde se utiliza, predominantemente, o computador com acesso à internet.

Ao tecer críticas referentes à EaD, Borba (2005, p. 300) cita o fato de que ela “não permite um contato olho-no-olho, ou os contatos usuais da Educação Presencial.” O autor refere-se à presença física de professores e tutores no ambiente acadêmico, embora nesse modelo de ensino haja encontros presenciais com menor frequência do que no tradicional (presencial).

Por sua vez, Barbosa (2011) destaca a importância do papel do tutor na modalidade de EaD para a motivação do cursista e para a promoção de sentido da prática docente, já que o tutor é a pessoa mais próxima do cursista, assumindo a função de mediador do processo de ensino. Logo, a relação que existe entre ambos é determinante para aprendizagem do aluno.

Ao contemplarmos o professor (ou tutor) como agente mediador na aquisição de significados histórica e socialmente construídos, presumimos que ele assume um papel ativo no processo educativo. Corroborando Araújo e Moura (2008), o formador desempenha o papel de moderador no processo formativo, no qual os sujeitos envolvidos no movimento de aprendizagem também têm função interativa e colaborativa com diferentes conhecimentos, além de papel ativo na constante atividade de aprendizagem, possibilitando o desenvolvimento progressivo dos sujeitos com vistas à aquisição de autonomia.

Para P3, assim como na visão de P1, houve um nível de grande dificuldade nessa etapa de formação, justificada pela dificuldade advinda do ensino básico. Em contrapartida, buscam, quando têm oportunidade, por intermédio de formação continuada, conhecer melhor esse campo da matemática. No caso de P4, apesar de ter apresentado desempenho satisfatório em relação à geometria nessa etapa de formação, percebe que ainda tem muito a avançar, e pretende buscar esse conhecimento.

Pelas falas de P3 e P4, é possível perceber que apesar de o primeiro manifestar dificuldade com os conhecimentos geométricos no curso de formação inicial, e o segundo relatar que seu desempenho foi satisfatório nesse nível de ensino, ambos convergem no sentido de demonstrar anseio pela apropriação desse conhecimento, por meio de uma formação continuada.

Colaborando com essa discussão, reportamo-nos a Libâneo (2004, p. 227), para quem “[...] a formação continuada é o prolongamento da formação inicial, visando ao

aperfeiçoamento profissional teórico e prático no próprio contexto de trabalho e de desenvolvimento de uma cultura geral mais ampla, para além do exercício profissional.”

Nesse entendimento, a formação continuada é um processo em construção, parte complementar da formação inicial, onde os conhecimentos são ampliados e aprofundados, consolidando saberes adquiridos na formação inicial para melhorar o exercício da docência.

Para Araújo e Moura (2008, p.77), a formação é entendida como aprendizagem permanente e “ocorre sempre, ainda que sob diferentes formas, com diferentes intencionalidades e com diferentes qualidades.” Então, a formação é um processo ininterrupto do desenvolvimento humano que acontece no processo de aprendizagem, e vice-versa.

À vista disso, ao falar dos conhecimentos geométricos adquiridos pelos sujeitos na educação formalizada, Lorenzato (1995) enfatiza a ausência de geometria tanto em currículos da escola fundamental quanto em cursos de formação de professores, salientando, inclusive, que quando é abordada nesses cursos, conta com uma posição fragilíssima.

Diante disso, questionou-se aos professores pesquisados sobre a sua relação com os conhecimentos geométricos enquanto docentes. As respostas podem ser averiguadas no Quadro 12, a seguir.

Quadro 12 – Relação dos professores de matemática com a geometria, como docentes

NOME FICTÍCIO	COMO PROFESSOR
P1	Confesso que tenho ainda dificuldades como professor na geometria, mas busco conhecimentos e somar na prática em sala de aula.
P2	Como professor, confesso que tive muita dificuldade e ainda tenho, mas sempre recorrendo a colegas, livros e internet etc.
P3	Como professor, busco cada vez mais me atualizar e levar aos meus alunos uma metodologia adequada para o ensino de geometria, usando a história da geometria, jogos relativos e até mesmo levando os problemas impostos pela mesma a uma relação com o cotidiano.
P4	A experiência para com a disciplina de geometria vem de épocas remotas. Faz 20 anos que tenho como passatempo o “fazer contas”, literalmente, e sem distinção de ramos da matemática. Com a geometria, lembro-me que ao longo desse período estive trabalhando especificamente a disciplina de desenho geométrico, o que me fizera alargar mais as vivências com o material que manipulava ao analisar atividades. Estes materiais nos envolviam de tal maneira que logo estávamos produzindo conceitos, tirando conclusões, tudo isso em atividade com o aluno.
P5	Sinto a necessidade de estudar muito sobre o assunto, me aprofundar e acabei me apaixonando, mas tenho consciência da minha deficiência, mas tento sanar.
P6	Há uma dificuldade quando trabalho com o alunado do período noturno, a vivência tida por eles é muito pouca ou quase nenhuma, tornando a transmissão do conteúdo mais lenta.
P7	Vejo o ensino e aprendizagem de geometria com um certo tabu. Faz parte da disciplina matemática e embora hoje já venha mesclada nos livros e no planejamento, ela consta como parte do conteúdo. Sinto uma insegurança e ainda não encontrei estratégias e uma metodologia significativa para trabalhar com os alunos, então ministro os conteúdos

	relacionados à geometria de maneira superficial, e os alunos, por sua vez, sentem muita dificuldade e não demonstram muito interesse não.
--	---

Fonte: elaborado pela autora (2018).

Nas declarações dos professores participantes sobre a sua relação com a geometria, na condição de docentes, apesar de a maioria ter afirmado que melhorou seus conhecimentos acerca dos conhecimentos geométricos enquanto alunos de graduação (vide Quadro 11), é recorrente a afirmação de que em sua prática pedagógica encontram dificuldades com a matéria, como visto nas respostas de P1, P2, P5, P7.

De acordo com Carvalho (2002), a ausência de conhecimento da matéria pelo professor acaba por transformá-lo em um transmissor mecânico de conteúdo do livro-texto, e por isso, é necessário que ele domine os saberes conceituais e metodológicos da disciplina a ser ensinada, no caso, os conhecimentos geométricos.

Em consonância com esse pensamento, Lorenzato (1995, p. 4-5) diz que

uma maneira de dar aula sem conhecer é repetir exatamente o que o aluno encontra no livro didático [...].
[...] Na verdade, “ensinar com conhecimento” aqui tem a conotação de que “quem não conhece não consegue ensinar”, ou então de que “ninguém ensina o que não conhece.”

Nessa lógica, a forma como os professores ensinam os conceitos geométricos reflete os saberes que detêm sobre o conteúdo que lecionam, bem como acerca das relações estabelecidas em sua prática pedagógica.

Na tentativa de superar as lacunas existentes quanto aos conhecimentos geométricos decorrentes de sua formação, os professores direcionaram estratégias para sanar tais dificuldades, como ilustrado no Quadro 12. No caso de P2, ele recorre aos colegas, aos livros, à internet etc.

De acordo com Perez (2005), não basta conhecer proposições e teorias, é preciso estudo, trabalho e pesquisa para renovar e, sobretudo, reflexão para não ensinar apenas *o que e como* lhe foi ensinado. É nesse caminhar, por intermédio de estudo e interagindo com seus pares, que o professor vai, paulatinamente, avançando e superando-se, a fim de ultrapassar novas barreiras rumo ao conhecimento.

No caso de P3, afirmou que se ampara em metodologias que julga adequadas para o ensino de geometria, a exemplo da história da geometria, jogos, relacionando-a com o cotidiano. Tais artifícios adotados pelo professor estão preconizados no PCN de Matemática (BRASIL, 1997), ao indicar os caminhos para *fazer matemática em sala de aula*, apresentando

como recursos: a resolução de problemas; a história da matemática; as tecnologias da informação; e os jogos.

Entretanto, Lopes e Vaz (2014, p. 1013) argumentam que pode acontecer que “[...] as dificuldades encontradas ao se deparar com uma matemática abstrata e distante da própria realidade podem levar à busca por uma matemática considerada prática e lúdica.” A ausência do domínio de conhecimentos geométricos acarreta um peso muito grande para a prática do professor, que vem driblando a situação, buscando alternativas para o ensino.

Assim, P4 revelou que ao ministrar a disciplina desenho geométrico, ampliou o conhecimento acerca de seus conceitos, manipulando os instrumentos adequados para resolver as atividades. Segundo ele, “[...] estes materiais nos envolviam de tal maneira que logo estávamos produzindo conceitos, tirando conclusões, tudo isso em atividade com o aluno.”

Nesse sentido, Mori & Onaga (1996, p. 27) ressaltam que

as construções de figuras geométricas com régua e esquadro exigem a manipulação de materiais para desenho. Essa manipulação subsidia a construção dos conceitos básicos necessários à Geometria Euclidiana, não de uma maneira axiomática, mas numa proposta que se inicia empiricamente medindo, experimentando, analisando – até desenvolver o raciocínio lógico-dedutivo.

Desde a civilização grega, as construções geométricas vêm sendo utilizadas não só nas demonstrações de teoremas, como também para resolver problemas geométricos e justificar as propriedades algébricas. A propósito, Zuin (2001) enfatiza que construções geométricas devem ser fundamentadas na teoria da geometria euclidiana plana, entendendo que ambas precisam caminhar juntas, propiciando o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo, além de materializar situações abstratas.

Ao falar sobre a sua relação com a geometria enquanto professor, P7 descreveu: “Vejo o ensino e aprendizagem de geometria com um certo tabu (querendo dizer que, por muitas vezes, o seu ensino foi ausente na sala de aula). Faz parte da disciplina matemática e embora hoje já venha mesclada nos livros e no planejamento, ela consta como parte do conteúdo. Sinto uma insegurança e ainda não encontrei estratégias e uma metodologia significativa para trabalhar com os alunos, então ministro os conteúdos relacionados à geometria de maneira superficial, e os alunos, por sua vez, sentem muita dificuldade e não demonstram muito interesse não.”

No relato desse professor, além de manifestar insegurança e despreparo para ministrar aulas de geometria, revela desempenhar um ensino de forma superficial, mesmo fazendo parte

dos livros didáticos e do currículo escolar. Em relação a isso, Murari (2005) afirma que a literatura também mostra que muitos professores ficam confusos sobre *o que fazer e como fazer*, em relação ao ensino de geometria. Inclusive, o autor ressaltou que esse fato foi constatado em cursos de formação continuada com a temática *conhecimentos geométricos e seu ensino*.

Infere-se, pois, que o professor – que nem sempre teve a oportunidade de adquirir conhecimentos durante a sua formação escolar –, ao realizar sua atividade de ensino, não encontra instrumentos que lhe permitam desenvolver atividades capazes de promover a aprendizagem do aluno, provocando o desinteresse do discente pela matéria. Nesse contexto, destacamos a relevância da organização do ensino de matemática, especialmente da geometria, e a imprescindibilidade de planejar atividades que despertem o interesse do aluno pela aprendizagem.

Posto isso, Moura (1996) declara que ser professor é um processo em que o sujeito deve se apropriar de instrumentos que lhe viabilizem aprimorar constantemente a sua aprendizagem, assumindo o seu objeto de trabalho como continuamente aperfeiçoável e sujeito a inúmeros fatores de interferência.

No Quadro 13, apresentamos a síntese explicativa da análise dos dados do Eixo I: o professor e os conceitos de geometria plana.

Quadro 13 – Síntese explicativa da análise dos dados considerados do Eixo I – o professor e os conceitos de geometria plana

Percepções do professor sobre seu domínio dos conceitos de geometria plana	
AÇÃO/MEDIAÇÃO	DESDOBRAMENTOS/ MANIFESTAÇÕES
Aplicação de questionário, com o propósito de identificar como os professores (sujeitos dessa investigação) se apropriaram do conhecimento geométrico no decorrer de sua trajetória na educação formalizada, enquanto aluno do ensino básico, como aluno da graduação, e depois, como docente.	<p>Todos os professores manifestaram que, enquanto alunos da educação básica, tiveram pouca afinidade e envolvimento insuficiente com a disciplina geometria nesse período, apresentando fatos como justificativa dessa dificuldade: P1 disse que a geometria foi apresentada a ele de forma resumida e pulada; P7 falou que seus professores selecionavam o que “julgavam” ser mais importante; P4 relatou que a sua vivência com as noções de geometria enquanto aluno foi remota; P2 e P3 informaram que a maioria de seus professores na época não tinha formação na área de matemática, e disseram ter visto poucos conteúdos de geometria na educação básica, por esses assuntos encontrarem-se fim do livro didático.</p> <p>No ensino superior, como graduandos, a maioria dos professores declarou ter havido uma visível melhora, se comparada ao desempenho na educação básica. Dito isso, P2 disse que teve a oportunidade de conhecer muitos assuntos não vistos no ensino básico; P7 relatou ter iniciado, de fato, estudos da disciplina recorrendo a livros de ensino fundamental e médio para fundamentar-se. Embora P1 e P3 tenham revelado dificuldades com a referida disciplina durante essa etapa de formação, P3 e P4 almejam suprir tais dificuldades por meio de cursos de formação continuada que lhes oportunizem a apropriação dos conceitos da geometria plana.</p>

	Enquanto professores , P1, P2, P5, P7 manifestam dificuldades em trabalhar a geometria em sua prática pedagógica. Portanto, na tentativa de superar as lacunas existentes quanto aos conhecimentos geométricos decorrentes de sua formação, os docentes direcionam estratégias para sanar tais dificuldades, amparando-se em metodologias que julgam adequadas para o ensino de geometria, a exemplo de P3, que se utiliza da história da geometria e de jogos, relacionando-a com o cotidiano. Salientamos que P7 manifestou, insegurança e despreparo para ministrar aulas de geometria, revelando desempenhar um ensino de forma superficial, mesmo fazendo parte dos livros didáticos e do currículo escolar.
--	--

Fonte: elaborado pela autora (2018).

5.1.2 O professor e a organização do ensino de geometria antes das ações de formação

Nesta seção, apresentaremos os dados referentes às práticas pedagógicas do professor, a fim de conhecer os fatores que a influenciam e como ele conduz a organização do ensino de geometria. Essa análise foi realizada a partir das respostas redigidas por cada professor, quando questionados sobre a organização de suas aulas, os recursos e as metodologias utilizados para ministrar as aulas dos conteúdos de geometria (Quadro 14) – questão inclusa no questionário (Apêndice B) aplicado no primeiro dia do curso.

Assim, quando questionados sobre a organização de suas aulas, no que concerne aos conteúdos de geometria, quanto ao aspecto didático-metodológico, obtivemos as respostas descritas no Quadro 14.

Quadro 14 – Organização das aulas de geometria pelos professores pesquisados

NOME FICTÍCIO	PRÁTICAS PEDAGÓGICAS DO PROFESSOR
P1	Eu faço meus planos semanalmente, e registro e utilizo os materiais fornecidos na escola e alguns que tenho em casa. Mas jamais deixo meus alunos com dúvida em um determinado assunto. No presente (hoje), estou sempre inovando, buscando novos conhecimentos, e aperfeiçoando aquela parte que faltou lá no começo, que foi o ensino básico.
P2	Como professor, organizo minhas aulas fazendo pesquisas sobre os conteúdos a serem ministrados nas aulas, utilizando de poucos recursos oferecidos na escola, como alguns instrumentos com formas ou desenhos geométricos.
P3	Jogos, pesquisas históricas, entre outros, adequados a uma metodologia combinatória a cada fase deste campo de ensino.
P4	A organização de aulas enquanto professor de matemática explorando a geometria, parte de um planejamento previamente estipulado e de acordo a proposta pedagógica da escola. Enquanto conteúdo para ensino médio. particularizando o 3º ano, a geometria analítica carece de tempo, dedicação, afinidade e sem a estrutura necessária para aula diferenciada, nós voltamos à tão enfadonha aula expositiva.
P5	Procuro me organizar de forma que objetivos, conteúdos e metodologia estejam integrados. Confecciono, junto com a turma, materiais alternativos, como caixas, garrafas pet, talos etc., passeando no espaço escolar, trabalhando as formas geométricas ali encontradas e também com gincanas etc.
P6	Como professor, sigo o plano de conteúdo proposto pelo sistema, utilizo o livro didático utilizado, aparelho mais simples de manuseio, e direciono para a comparação

	com a prática do que está ao redor, faço os desenhos, as medidas numa preliminar e coloco em prática o planejamento das aulas.
P7	A organização é realizada a partir do planejamento, utilizo o livro didático. A metodologia é explanar o conteúdo, realizar atividades propostas e, eventualmente, usamos material didático mais específico.

Fonte: elaborado pela autora (2018).

Examinando o Quadro 14, notamos que dentre os professores investigados, P1, P2, P4, P5 e P6 organizam o seu ensino a partir de um planejamento. Em consonância com Libâneo (1994), o planejamento é uma tarefa de organização do processo de ensino em que o professor prevê as atividades didáticas a serem realizadas com os estudantes, tendo em vista alcançar bons resultados.

O exercício de planejamento faz-se necessário para a realização de estudos e pesquisas, como declarado por P1 e P2. É também um momento que demanda tempo, pois essa programação de ações deve ser pensada com a intenção de propiciar a aprendizagem do aluno e, por isso, requer estudo por parte do professor, para apropriar-se da essência do conceito a ser ensinado, refletindo a construção social do conhecimento conforme a necessidade do homem.

Na perspectiva da AOE, o momento de estudo do conteúdo geométrico a ser ministrado, visando a adquirir novos subsídios para ensinar, faz parte da síntese histórica do conceito.

Dessa forma,

o professor que se coloca, assim, em atividade de ensino, continua se apropriando de conhecimentos teóricos que lhe permitem organizar ações que possibilitem ao estudante a apropriação de conhecimentos teóricos explicativos da realidade e o desenvolvimento do seu pensamento teórico. (MOURA *et al.*, 2016, p. 103-104)

A partir disso, o docente será capaz de definir os meios para organizar o seu planejamento didático. Nesse prisma, ao realizar o seu planejamento, P5 organiza-o de modo que os objetivos e conteúdos estejam integrados.

Sobre isso, Moura (1996, p. 30) ratifica que esses elementos, objetivos e conteúdos se integram em forma de conhecimento escolar, onde “os objetivos determinam os conteúdos”, e os conteúdos “concretizam esses mesmos objetivos na planificação e no desenvolvimento de atividades educativas.”

No ponto de vista de Libâneo (1994, p. 142), ao tratar da correspondência entre objetivos e conteúdos, “os conteúdos devem expressar objetivos sociais e pedagógicos”, ou seja, sistematizar os conteúdos em benefício da formação cultural e científica de todos, tendo em vista a educação em nossa sociedade, de forma democrática.

Sobre o planejamento, P6 atestou seguir o planejamento apresentado pelo sistema, referindo-se àquele que é entregue aos professores pela Secretaria Estadual de Educação. Vimos em Libâneo (1994) que o planejamento é dirigido pelas escolhas e ações pensadas pelo professor para realizar sua atividade de ensino, mas quando ele é conduzido por outras vias, como é o caso de P6, fica à mercê dos interesses dominantes da sociedade.

Quanto ao uso de materiais didáticos a serem aplicados no ensino de geometria, P2 confessou que a escola disponibiliza poucos recursos para esse fim, assim como também P4, que registrou a falta de estrutura da escola, no que se refere à disponibilidade de recursos para o ensino de geometria. Por sua vez, P5 declarou que confecciona com os alunos materiais manipuláveis a partir de materiais reciclados.

Atualmente, diversos instrumentos são voltados ao manuseio do ensino e à aprendizagem da geometria, embora nem sempre estejam disponíveis na escola, devido ao seu custo, que nem sempre é acessível ao orçamento escolar. Por conseguinte, uma alternativa para essa situação é o professor promover a produção desses materiais com os alunos, utilizando como matéria-prima materiais de baixo custo, como faz P5.

Consideramos positiva a participação efetiva dos alunos no processo de confecção desse tipo de material, pois é um momento que pode ser explorado, observando as diversas dimensões do ensino. De acordo com Rosa Neto (1988), “a ação de produzir o material é mais importante que o próprio material produzido.”

Enfatizamos que a apresentação e utilização do material concreto, por si só, não garante a aprendizagem. Portanto, é papel do professor nesse processo, enquanto propositor e organizador das ações de produção de materiais de apoio para a apropriação de conceitos geométricos.

Nesse entendimento, P7 utiliza o livro didático e, eventualmente, outros materiais didáticos específicos do ensino de geometria. Apesar de ele saber do valor de diversificar os materiais didáticos para a prática pedagógica, o livro didático é, para ele, o principal instrumento, senão o único.

Tratando-se das ações metodológicas, P4 e P7 revelaram adotar a aula expositiva, embora recebam muitas críticas a esse método de ensino tradicionalmente utilizado pelos professores. De acordo com Libâneo (1994, p. 161),

[...] pode ser um método eficiente de obter conhecimento. A exposição lógica da matéria continua sendo, pois, um procedimento necessário desde que o professor consiga mobilizar a atividade interna do aluno de concentra-se e de

pensar, e a combine com outros procedimentos, como o trabalho independente, a conversação e o trabalho em grupo.

A aula expositiva pode ser uma ferramenta eficiente nesse processo, desde que o professor desperte o interesse do aluno para o conhecimento apresentado, tornando-o receptível a esse saber, de modo a mobilizar as suas funções psicológicas superiores. Caso contrário, o aluno será apenas um ouvinte passivo diante da oratória do professor.

Continuando, P3 admitiu utilizar jogos e a história da geometria como metodologia de ensino. Para Moura (1994, p. 21),

o jogo na educação matemática passa a ter o caráter de material de ensino, quando se considera que ele é promotor de aprendizagem da criança (escolares) colocada diante da situação em que, ao brincar, aprenda a estrutura lógica do material e deste modo aprende, também a estrutura matemática presente.

Nesse sentido Moura (1994, p. 21) enfatiza que, o jogo “aproxima-se da matemática via desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas”, a partir do desenvolvimento de estratégias e habilidades pelos estudantes na solução de problemas, ao estabelecer planos para atingir determinados objetivos.

Nessa direção, Grando (1994) ampliou a compreensão de que o jogo favorece o desenvolvimento de estratégias e habilidades de estudantes na resolução problemas, proporcionando, inclusive, a investigação de conceitos matemáticos.

Quanto à história da geometria como referência para o ensino, interpretamos que a história faculta que estudantes assimilem os conceitos enquanto patrimônio cultural da humanidade, percebendo como o conhecimento foi constituído pelo homem ao longo de seu desenvolvimento e aprimorado de acordo com as suas necessidades, compreendendo como esse conhecimento transforma suas próprias culturas.

Finalizando, P5, ao tratar das metodologias que adota em sua prática pedagógica, contou que faz passeios pelos ambientes da escola a fim de observar as formas geométricas, e realiza gincanas. Como a geometria faz parte de nosso cotidiano e possui diversas aplicações, por meio de excursão na escola, os alunos podem explorar e descobrir naquele ambiente as formas e medidas, constituindo, pois, uma fonte rica para a visualização de conceitos de modo empírico e, posteriormente, alcance do conhecimento geométrico mais abstrato.

A partir de uma visão da geometria como ciência do espaço, entendemos que

[...] o ambiente geométrico possibilita ao aprendiz desenvolver suas impressões sobre a estrutura matemática, necessitando de um ambiente real para interagir. Já em um estágio mais avançado [...], o aprendiz já compreendeu e produziu um significado que, partindo de um número reduzido de axiomas, postulado e definições, pode construir, por via dedutiva, um conjunto de proposições geométricas. (FAINGUELERNT, 1999, p.51)

Para o referido autor, a percepção e visualização do espaço, trabalhando no ambiente real e “realizando diferentes atividades que envolvam a visualização, a percepção e a representação” (FAINGUELERNT, 1999, p. 51), favorecem ao estudante realizar a passagem do pensamento empírico para o teórico, chegando à visão da geometria enquanto estrutura lógica.

No Quadro 15, apresentamos a síntese explicativa da análise dos dados do Eixo I: o professor e a organização do ensino de geometria plana.

Quadro 15 – Síntese explicativa da análise dos dados considerados do Eixo I – o professor e a organização do ensino de geometria plana

O professor e a organização do ensino de geometria antes das ações de formação	
AÇÃO/MEDIAÇÃO	DESDOBRAMENTOS/ MANIFESTAÇÕES
Questões subjetivas do questionário aplicado aos sujeitos, com a finalidade de conhecer os fatores que influenciam o professor na organização do ensino de geometria (a organização de aulas, os recursos e as metodologias)	<p>Observa-se que os professores P1 e P2, ao organizarem o planejamento, deparam-se com a necessidade de realizar estudos e pesquisas, pois alegam grande dificuldade quanto à apropriação de conceitos geométricos.</p> <p>Tratando-se dos instrumentos utilizados para o ensino de geometria, P2 e P4 revelam a falta de estrutura das escolas. Sobre a disponibilidade de recursos para esse ensino, P5 manifestou que confecciona com os alunos materiais manipuláveis a partir de material reciclado, enquanto P6 e P7 revelaram que adotam, na maioria das vezes, apenas o livro didático, apesar de terem consciência da importância de diversificar os materiais didáticos.</p> <p>Os professores investigados, a respeito de suas ações metodológicas, apontaram propostas diversas: P4 e P7 revelaram utilizar aula expositiva; P3 admitiu utilizar jogos e a história da geometria como metodologia de ensino; e P5 realiza passeios pelos ambientes da escola para observar as formas geométricas, além de gincanas de conhecimento.</p>

Fonte: elaborado pela autora (2018).

Diante da percepção dos professores quanto à realização e organização do ensino de geometria, passaremos a tratar no próximo item da importância da geometria como conteúdo de ensino na significação dos docentes pesquisados e de seus alunos.

5.1.3 A importância do ensino de geometria na concepção dos professores

Neste tópico, serão discutidos os dados obtidos, referentes às falas dos professores, as quais foram gravadas em áudio, geradas a partir da discussão em pequenos grupos sobre a necessidade da geometria no ensino, visando a investigar o modo como esses sujeitos interpretam a conveniência de incluir conteúdos geométricos na educação escolar.

Inicialmente, o debate ocorreu em dois grupos distintos e, posteriormente, cada subgrupo levou suas ideias acerca da questão para ser compartilhada com os demais participantes. Para desencadear a discussão reflexiva sobre o ensino de geometria, foram apresentadas algumas indagações inerentes ao tema, as quais constam no Apêndice C.

É relevante esclarecer que esse debate se deu como uma das ações do curso de formação, realizado no segundo dia do referido curso (em 20 de fevereiro de 2018), de acordo com o Quadro 6. No dia anterior (em 19 de fevereiro de 2018), havíamos proposto um estudo do texto de Moura (1996), intitulado *A atividade de ensino como unidade formadora*, para fundamentar teoricamente os professores participantes quanto à organização do ensino.

Partindo disso, enfatizamos a falas de P2 e P5:

P2: Não dá para imaginar o mundo sem a Geometria. Não é só importante, como é necessária a Geometria como ensino. (Informação verbal)⁶

P5: [...] acho que o ensino da Geometria é importante em cada fase do aluno (em todas as etapas da vida escolar) e também por tudo que você olhar ao redor, ter um pouco da Geometria. A matemática em si é uma Geometria. (Informação verbal)⁷

Diante dessas declarações, notamos que eles enxergam a geometria como uma representação do mundo, daí a sua importância, e consideram necessário o ensino dessa ciência aos estudantes em qualquer etapa de formação escolar, assim como certifica Usiskin (1994, p. 37): “a geometria é importante demais no mundo real e na matemática para ser apenas um adorno na escola elementar.”

Destacamos na fala de P5, ao inferir que “a matemática em si é uma Geometria.” Concordamos com o entendimento de P5, pois entendemos que toda a matemática tem geometria, já que podemos interpretar vários conceitos e teoremas de forma geométrica. Como exemplo disso, citamos o Teorema de Pitágoras, além de problemas de aritmética, álgebra,

⁶P2. Debate sobre a importância do ensino de geometria, realizado em 20 de fevereiro de 2018.

⁷P5. Debate sobre a importância do ensino de geometria, realizado em 20 de fevereiro de 2018.

trigonometria, os quais podem ser geometrizados, como referido por Lorenzato (1995, p. 6): “a Geometria pode esclarecer situações abstratas, facilitando a comunicação da ideia matemática.”

Ainda sobre o mérito dos conteúdos da geometria, P7 assim se manifesta:

P7: [...] a gente concordou que todo e qualquer conteúdo matemático tem importância e relevância para ser trabalhado. [...] a gente abre um ponto, é que a gente não tem ferramentas para tornar esse ensino significativo e interessante para o aluno. Então o aluno que não sente essa motivação, tem esse pretexto, talvez pela estratégia e pela abordagem que é feita do conteúdo da Geometria. (Informação verbal)⁸

A fala de P7 realça que apesar da necessidade e indispensabilidade de trabalhar os conteúdos de matemática com os alunos, não dispõe de ferramentas para realizar a sua atividade de ensino de modo a promover uma aprendizagem significativa e que desperte o interesse dos alunos. Por isso, em sua concepção, o aluno não é motivado devido à metodologia utilizada para o ensino dos conteúdos de geometria.

Ao discutirem a respeito da visão dos estudantes em relação à geometria e sua importância, evidenciamos a declaração dos professores P1 e P7:

P1: [...] uma boa parte dos estudantes não dão importância, acham que não servem para nada. Eu tiro por mim, eu achava que quando estudava que não tinha importância nenhuma, não precisava para nada. E eu tenho observado que a maioria deles também tem essa visão. (Informação verbal)⁹

P7: O que eu acho que não acontece de fato é a gente conseguir que o aluno sinta essa importância, o que ele acaba achando que é só mais um conteúdo, só mais uma área, mais uma nota para ele tirar. (Informação verbal)¹⁰

Conforme esses docentes, os estudantes não valorizam o ensino de conhecimentos geométricos por não entenderem a sua relevância e não enxergarem na geometria a sua utilização prática, visualizando-a como mais um conteúdo que devem aprender para tirar nota. Assim, P7 atribui essa visão ao fato de o professor não conseguir transmitir a importância dos conteúdos geométricos para seus alunos.

Diante dessa problemática, questionamos aos professores o que dever ser feito, na opinião deles, para que a aprendizagem dos alunos seja realmente significativa em relação aos conceitos geométricos nas escolas públicas. Do que foi debatido e relatado pelos professores, três ações foram mais enfatizadas, como segue.

⁸P7. Debate sobre a importância do ensino de geometria, realizado em 20 de fevereiro de 2018.

⁹P1. Debate sobre a importância do ensino de geometria, realizado em 20 de fevereiro de 2018.

¹⁰P7. Debate sobre a importância do ensino de geometria, realizado em 20 de fevereiro de 2018.

A primeira delas diz respeito à implantação de laboratórios de ensino de geometria, registrada pelas falas de P1 e P4:

P1: uma questão que acho importante é quanto à implantação dos laboratórios de matemática nas escolas para que os alunos possam trabalhar geometria espacial, trabalhar uma coisa mais concreta. Essa implantação do laboratório ia facilitar a prática do professor tanto para a gente como para os alunos. (Informação verbal)¹¹

P4: eu acho que quando o professor procura a construção desse laboratório com os alunos surte mais efeito do que simplesmente solicitar as instituições esses laboratórios já prontos. (Informação verbal)¹²

Dessa forma, na opinião de alguns professores, como P1, a implantação de laboratórios de ensino de matemática nas escolas públicas contribuiria para o avanço do ensino de geometria, de modo que os professores pudessem aplicá-la junto aos alunos de forma mais perceptível, com o apoio desse recurso. Embora P7 compartilhe da mesma ideia, é a favor de que os recursos didáticos do laboratório em questão sejam confeccionados com alunos, promovendo a aprendizagem deles.

A segunda medida sugerida pelos professores pesquisados consiste em trabalhar os conteúdos de geometria a partir do conhecimento empírico dos alunos, como aludido por P4, P6 e P7:

P4: Você, como facilitador, não lhe custará nada usar a prática para trabalhar os conceitos de arestas, de planos, de interseções, a questão de retas reversas, isso só não vai lhe custar nada se você levar em uma caixa simples para aula, pois é um material completo onde irá visualizar muita coisa. [...] Tudo aquilo que você relaciona com o dia a dia do aluno, é mais fácil dele absorver. (Informação verbal)¹³

P6: [...] moramos em uma forma geométrica, andamos sobre forma geométrica, então fica bem mais fácil essa transição (conhecimento empírico para o conhecimento científico) com as práticas que a gente vivencia. (Informação verbal)¹⁴

P7: [...] as formas que estão no espaço físico de onde faz parte [...] sempre mostrar para o aluno as aplicações no cotidiano. (Informação verbal)¹⁵

Os professores comprovaram, a partir de suas falas e em diversos momentos da discussão, a relação da geometria com a vida cotidiana, e como as pessoas a empregam de forma intuitiva em inúmeras situações e profissões, sugerindo um caminho a ser seguido para o seu

¹¹P1. Debate sobre a importância do ensino de geometria, realizado em 20 de fevereiro de 2018.

¹²P4. Debate sobre a importância do ensino de geometria, realizado em 20 de fevereiro de 2018.

¹³P4. Debate sobre a importância do ensino de geometria, realizado em 20 de fevereiro de 2018.

¹⁴P6. Debate sobre a importância do ensino de geometria, realizado em 20 de fevereiro de 2018.

¹⁵P7. Debate sobre a importância do ensino de geometria, realizado em 20 de fevereiro de 2018.

ensino em sala de aula, a partir do conhecimento empírico dos estudantes, levando-os a formular conceitos de geometria plana por meio de situações vivenciadas em seu dia a dia, e aplicando recursos de fácil acesso, como mencionado por P4. Diante disso, o aluno apreenderá o conceito e avançará na trajetória para outro nível de entendimento, qual seja a do conhecimento científico.

Outra ação recomendada pelos professores, de forma unânime, acerca das atitudes a serem tomadas para assegurar uma aprendizagem significativa quanto aos conceitos geométricos pelos alunos de escolas públicas foi a questão da organização do trabalho pedagógico de forma coletiva, como ratificado pela fala de P7.

P7: No nosso caso, que trabalhamos na rede pública no ensino médio, a coordenação é geral (não é específica para a área de matemática) e às vezes, como no meu caso que gostaria muito de trabalhar com apoio da coordenação, me sentiria mais segura para buscar orientações. [...] e porque não trabalhamos coletivamente, tirar as nossas dificuldades e se ajudar. [...] é difícil você ter dois colegas da mesma série sentados, discutindo ali [...] planejando. (Informação verbal)¹⁶

Os professores relataram a ausência de trabalho coletivo nas escolas públicas de ensino médio, onde não há interação entre coordenação e professores, nem entre professores de mesma área, como mencionado por P7.

Essa interação não ocorre nomeadamente entre os professores de matemática, que são vistos como os “sabidões” da escola, o que é comum no ensino médio. Por isso, realizam e organizam seu trabalho de forma individual, e mesmo com *déficit* acerca dos conhecimentos específicos e metodológicos, segundo eles, sentem-se constrangidos em demonstrar para os colegas as suas fraquezas, como podemos confirmar nas falas de P7 e P1.

P7: vou ser bem sincera. Primeiro eu nem procuro, porque eu me sinto intimidada, porque eu tenho a concepção de que todos os professores homens, que são maioria, têm um grau de conhecimento maior que eu, então me sinto intimidada. A ferramenta que eu mais uso é a internet como pesquisa ou estudo individual. (Informação verbal)¹⁷

P1: Eu falo por experiência própria, e é porque o pessoal são meus amigos, observei que quando temos tempo livre, gostam de debater sobre futebol, fora do trabalho, mas quando me deparo com eles para tirar uma dúvida, eu vejo desinteresse, falam que não tem tempo. (Informação verbal)¹⁸

¹⁶P7. Debate sobre a importância do ensino de geometria, realizado em 20 de fevereiro de 2018.

¹⁷P7. Debate sobre a importância do ensino de geometria, realizado em 20 de fevereiro de 2018.

¹⁸P1. Debate sobre a importância do ensino de geometria, realizado em 20 de fevereiro de 2018.

Portanto, todos manifestaram que se nas escolas públicas o ensino fosse organizado de forma conjunta entre professores e coordenadores, tendo em vista a elaboração de um plano de trabalho ou atividade, até mesmo no sentido de ajuda mútua para sanar as dificuldades encontradas na prática pedagógica – seja de conhecimento específico ou metodológico –, favoreceria a aprendizagem e o desenvolvimento profissional de todos os docentes envolvidos.

Nessa perspectiva, Souza Jr. (2000, p. 287)) sublinha que

o trabalho coletivo é um espaço privilegiado para o processo de reflexão dos professores, o diálogo entre eles é fundamental para a criação e consolidação de seus saberes profissionais e serve também para romper muitas vezes o isolamento existente entre eles. Pensamos que o trabalho coletivo possibilita a criação ou consolidação de um espaço de busca de autonomia e de emancipação coletiva dos professores.

Nesse procedimento de colaboração, cada indivíduo contribui com saberes e experiências vivenciadas, visando à superação e transformação de suas práticas. De acordo com Vigotsky (2008), é por intermédio da relação com outros sujeitos que o indivíduo reconstrói internamente formas de pensamento, oportunizando a construção de outros conhecimentos e o desenvolvimento da própria consciência.

No Quadro 16, apresentamos a síntese explicativa da análise dos dados do Eixo I: A importância do ensino de geometria na concepção dos professores.

Quadro 16 – Síntese explicativa da análise dos dados considerados do Eixo I – A importância do ensino de geometria na concepção dos professores

A importância do ensino de geometria na concepção dos professores	
AÇÃO/MEDIAÇÃO	DESDOBRAMENTOS/ MANIFESTAÇÕES
Discussão em pequenos grupos, desencadeada por algumas questões inerentes ao ensino de geometria (Apêndice C), sobre a necessidade da geometria no ensino, visando a investigar o modo como esses sujeitos interpretam a necessidade de incluir conteúdos geométricos na educação escolar	<p>P1 e P5 entendem que a geometria corresponde a uma representação do mundo, sendo considerado indispensável o ensino de seus conceitos.</p> <p>P5 diz perceber que toda a matemática tem geometria, já que todos os problemas de aritmética, álgebra e trigonometria podem ser geometrizados, ou seja, interpretados por representações geométricas.</p> <p>P7 diz que apesar da necessidade e indispensabilidade de trabalhar os conteúdos de matemática com os alunos, não dispõe de ferramentas para realizar a sua atividade de ensino de modo a promover uma aprendizagem significativa e motivadora para os alunos.</p> <p>Os professores P1 e P7 entendem que os estudantes não valorizam o ensino de conhecimentos geométricos por não compreenderem a sua relevância e não enxergarem na geometria a sua utilização prática, visualizando-a apenas como mais um conteúdo que devem estudar para tirar nota.</p> <p>Ao discutirem a melhoria do ensino de geometria nas escolas públicas, de modo que possa promover aos alunos uma aprendizagem significativa acerca dos conceitos geométricos, os participantes enfatizaram três ações: P1 e P4 defenderam a implantação de</p>

	laboratórios de ensino de geometria; P4, P6 e P7 foram a favor de trabalhar os conteúdos de geometria a partir do conhecimento empírico dos estudantes; e foram unânimes acerca da necessidade de organização do ensino de forma coletiva e colaborativa.
--	---

Fonte: elaborado pela autora (2018).

No que segue, com vista a compreender os indícios de significação dos conceitos de geometria plana por professores em atividade de formação, serão explicitadas situações em que os professores sujeitos desta investigação participaram dos encontros formativos *Curso de Formação Continuada e Encontros de organização e desenvolvimento de atividades de ensino*, mediante os quais visamos dar condições para que eles repensassem a formação de conceitos geométricos e as possibilidades de trabalharem tais conceitos em sala de aula, fundamentados nos princípios teórico-metodológicos da AOE.

5.2 A AOE como mediação de formação docente para a apropriação de conceitos de geometria plana

5.2.1 Unidade1: os nexos conceituais de geometria plana observados na atividade de formação

Nesta unidade, explicitaremos episódios constituídos a partir de algumas atividades desenvolvidas no curso de formação continuada, às quais os professores sujeitos desta investigação se submeteram, a solucionar em grupo Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA), no terceiro dia do curso (21 de fevereiro de 2018), além de elaborarem uma Situação de Aprendizagem (SDA-EP) a partir dos pressupostos da AOE nos dois últimos dias do curso (22 e 23 de fevereiro de 2018), como descrito no Quadro 6.

Tais atividades apoiam-se nos nexos conceituais de geometria plana, no que tange à história do conceito, e na elaboração do pensamento mediado pela linguagem representativa do conceito, com o fim de mobilizar o desenvolvimento do pensamento teórico dos participantes.

Na sequência, descrevemos as referidas atividades:

- **SDA1:** A medição da terra (Figura 11) – a situação desencadeadora é constituída por um texto contextualizado historicamente sobre a medição de terra feita pelos egípcios, contendo alguns questionamentos sobre o cálculo de área, como também aborda temas como perímetro, cubagem de terra e área de superfícies planas.
- **SDA2:** Escher e a geometria (Figura 8) – situação que explora a geometria na obra *Queda-d'água*, de Escher, tendo como principal objetivo entender o conceito de triângulo impossível, a partir da definição dada sobre ele. Ademais, abrange questões

que envolvem os conceitos de ponto, planos (paralelos e perpendiculares), distância entre planos e segmentos de retas.

- **SDA3:** Medindo distâncias inacessíveis (Anexo A) – o texto relata a proeza de Erastóstenes, que conseguiu estimar o comprimento da circunferência da Terra a partir da observação de sombras formadas pela luz solar. Essa situação envolve os conceitos de ângulo, comprimento da circunferência e distância. Aqui, os participantes dos grupos foram desafiados a elaborar questionamentos para explorar o potencial de ensino da situação na aprendizagem dos conceitos envolvidos.
- **SDA-EP:** Situação Desencadeadora de Aprendizagem Elaborada pelos Professores (sujeitos da pesquisa), que foi planejada e produzida em grupo, abordando conceitos da geometria plana. Essa ação, após ser apresentada pelos participantes e ajustada de acordo com as sugestões discutidas no coletivo, gerou duas propostas de ensino: **SDA-EP-1** (Figura 12), que trata da divisão de um terreno, deixado de herança, elaborada pelos professores P2, P3 e P7; **SDA-EP-2** (Anexo B), referente à construção de uma praça circular, elaborada pelos professores P1, P4 e P6. Ambas as SE tiveram como foco os conceitos de área de superfícies planas.

As atividades descritas foram desenvolvidas em uma dinâmica coletiva, de modo que os sujeitos pudessem pensar sobre os conceitos envolvidos em cada situação de aprendizagem. Em um primeiro momento, com colegas de grupo e, no segundo momento com o coletivo-classe, cada um dos grupos descreveu as dificuldades encontradas e as estratégias utilizadas para resolver as situações propostas, bem como passaram a discutir as sínteses elaboradas em seus respectivos grupos de trabalho. Nesses momentos de discussão do coletivo é que estão centrados os episódios dessa unidade de análise, tendo como parâmetro as transcrições dos áudios acerca das manifestações orais dos professores investigados.

Assim, apresentamos dois episódios que evidenciam momentos perceptíveis quanto aos nexos conceituais externos e internos de geometria plana. Entendendo por nexos conceituais, assim como Rezende e Andrade (2010), que são todas as relações presentes no percurso histórico da criação do conceito, tendo como consequência a sua formalização lógica. Levamos em consideração, ainda, as contribuições teóricas de Kopnin (1978), Caraça (1998), Sousa (2004, 2014, 2016, 2018), Lima (2000), Lanner de Moura (2005), e entre outros.

5.2.1.1 Episódio1: manifestação da linguagem como forma de pensar o conceito de geometria plana

O primeiro episódio foi estabelecido com o intuito de observar o aspecto da linguagem enquanto meio de representação da realidade, durante a realização de SDA no curso de formação, nas discussões que abordavam a (re)elaboração conceitual da geometria plana, manifestadas em linguagem natural. Nele, discutimos a forma como os sujeitos pensam o conceito, de modo a dar novo significado à linguagem formal do conceito cujos nexos conceituais aparecem nesse momento de aprendizagem, conforme disposto na *Cena 1.1 – Necessidade de interpretar e dar forma ao conceito*.

Assim, no Quadro 17, apresentamos as descrições dos dados que integram a análise desse episódio.

Quadro 17 – Especificação dos dados considerados na análise do Episódio 1 da Unidade 1

CENAS	ATIVIDADE	SUJEITOS ENVOLVIDOS NA CENA	DATA	INSTRUMENTO
Cena 1.1 – Necessidade de interpretar e dar forma ao conceito	SDA2	Pesquisadora, P3, P4, P5 e P7	21/02/2018	GA – gravação em áudio

Fonte: elaborado pela autora (2019).

A circunstância explicitada na Cena 1.1 ocorreu durante a discussão coletiva sobre a SDA2, ilustrada na Figura 8, no instante em que a pesquisadora retoma com os participantes as questões discutidas nos grupos. Inicialmente, pedimos que cada grupo descrevesse suas impressões acerca do problema desencadeador. Nessa atividade, o grupo 1 era composto pelos professores P2, P3 e P7, e o grupo 2, por P1, P4, P5 e P7.

Figura 8 – SDA2: Escher e a geometria

5. Como já estudamos, o artista gráfico Maurits Cornelis Escher é conhecido por suas obras que se apoiam em conceitos matemáticos, especialmente os da geometria. Fascinado por paradoxos visuais, Escher criou nessas obras situações impossíveis, como em *Queda-d'água*, de 1961.

Nesse tipo de trabalho, um leitor desatento pode não perceber a situação impossível. Observando cuidadosamente, porém, percebemos a água passando continuamente pela calha, movimentando-se para baixo e afastando-se do leitor, ou, ainda, a água passando por um ponto mais alto e próximo do leitor, o que mantém o curso de água contínuo, ou seja, tem-se uma dupla interpretação da situação.

Queda-d'água, de Maurits Cornelis Escher, 1961. Litografia, 38 cm x 30 cm. Coleção particular.

Escher utilizou nessa obra a ideia de triângulos impossíveis, representada por Roger Penrose em 1958, embora existam versões anteriores desses triângulos, como a de Oscar Reutersvärd, de 1934. Podemos representar um triângulo impossível por meio de paralelepípedos que se sobrepõem perpendicularmente e que só possuem consistência como desenho, pois as medidas dos ângulos internos desse suposto triângulo somam 270° . Isso justifica o porquê de a obra *Queda-d'água* ser impossível em três dimensões, sendo possível apenas no plano bidimensional.

Fontes de pesquisa: LOPES, Cláudio Fragata. Escher, o gênio da arte matemática. Gafieiro, São Paulo: Globo, ano 8, n. 86, p. 89, nov. 1996. ROONEY, Anne. A história da Matemática: desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito. MBooks do Brasil: São Paulo, 2012. p. 122.

Selo sueco projetado por Oscar Reutersvärd em 1931.

Representação do triângulo impossível de Penrose.

a) Quantos triângulos impossíveis são sugeridos na obra *Queda-d'água*?

b) Considerando somente a conexão 1 como impossível e admitindo que os pontos A, B e C pertençam a um plano α , que os pontos D, E e F pertençam a um plano β e que os pontos G, H e I pertençam a um plano δ , determine os planos:

- paralelos entre si
- perpendiculares entre si

c) Quais segmentos de reta determinam a distância entre os planos α e δ , indicados no item b)?

Geometria espacial de posição 199

Fonte: Souza e Garcia (2016, p. 199).

É importante explicarmos que todas as cenas apresentadas neste texto são constituídas por *locuções*, falas dos interlocutores da cena. A propósito, Barreto (2010, p. 96) diz que “no roteiro (cinematográfico), *locução* é toda voz de um narrador ou personagem. A locução pode ser o próprio diálogo, como os personagens da cena [...]”.

Nessa direção, encontramos no dicionário Houaiss¹⁹ que a palavra *locução* em linguagem de cinema se refere à parte de um roteiro que cabe ao locutor falar. Assim compreendido, nas cenas que seguem, cada locução está ordenada de acordo com o número da cena e a ordem da fala de cada interlocutor. Por exemplo: a locução 1.1.4 refere-se à quarta fala da Cena 1.1.

¹⁹HOUAISS, Antônio. *Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa*. 1. ed. Rio de Janeiro, RJ: Objetiva, 2001.

Cena 1.1 – Necessidade de interpretar e dar forma ao conceito

1.1.1 Pesquisadora: [...] agora eu quero escutar os grupos, falem um pouco, contextualizando, e analisem a questão inicialmente, a proposta do problema desencadeador.

1.1.2 P7: [...] Apesar de ter uma questão visual que chama a atenção, é uma obra artística (figura 8) que nos faz olhar e ter curiosidade, aguça a curiosidade, ver essa Queda-d'água (referindo-se a obra de Escher) e vamos imaginando o como que essa obra foi feita. A atividade é também desafiadora, só que vemos de forma bem complexa.

1.1.3 Pesquisadora: E quais as maiores dificuldades vocês apontam, apresentadas pelo grupo?

1.1.4 P3: Quando ele (se referindo ao questionamento da SDA2) pressupõe provar que esses triângulos aí são impossíveis, porque na matemática não basta dizer, você tem que provar.

1.1.5 Pesquisadora: mas aqui pede que visualize né, só visualizar.

1.1.6 P3: Como você identifica só visualizando? Porque se fosse com cálculo acho que seria mais fácil, né!

1.1.7 Pesquisadora: Pelo o conceito dado, de acordo com o conceito dado, visualizar e identificar (determinar quantos triângulos impossíveis podem ser vistos na obra Queda-d'água de Escher).

1.1.8 P7: Hum, como a gente tem costume de trabalhar muito com medidas, já né, mesmo que essas medidas sejam medidas dadas [...], digamos que [...] seria mais fácil, porque a gente fica imaginando [...], a gente encontrou vários, vários triângulos que a gente indicou como triângulos impossíveis só que a gente não teve segurança em provar. Será que a soma dos ângulos internos é 270° e não 180° ?

1.1.9 Pesquisadora: e os conceitos trabalhados?

1.1.10 P7: O que a gente mais debateu foi realmente o conceito que é difícil de compreender.

1.1.11 Pesquisadora: Grupo 2 (dois). Analisando a questão como o outro grupo fez.

1.1.12 P4: Como a P7 colocou, a obra traz a ideia de uma ilusão de ótica. Percebe-se que, como ele sugeriu, a ideia de triângulos impossíveis, quando a contar os triângulos, de fato há alguns aí, mas a sua estrutura é impossível de ser construída ou imaginado, tendo [...] no entanto [...] vê-se dois mundo distintos o da geometria possível e o da geometria impossível de construir.

1.1.13 Pesquisadora: Como ele mesmo falou é impossível a representação desse triângulo no plano tridimensional. Agora vamos compartilhar as respostas. A primeira pergunta foi: quantos triângulos impossíveis são sugeridos na obra Queda D'água? Primeiro o conceito de triângulos impossíveis, alguém lê, por favor.

1.1.14 P3: Podemos representar um triângulo impossível por meio de paralelepípedos que se sobrepõem perpendicularmente e que só possuem consistência como desenho, pois as medidas dos ângulos internos desse suposto triângulo somam 270° . (vê figura 8)

1.1.15 Pesquisadora: Então, ele é impossível de ser construído, por isso esse nome, triângulo impossível. Aqui está o conceito, [...] temos três paralelepípedos sobrepostos formando um triângulo. Quantos triângulos impossíveis são visualizados na Queda D'água?

1.1.16 P7: Nós olhamos a figura como um todo.

Pesquisadora: Alguém vem aqui no quadro mostrar os triângulos impossíveis que vocês visualizaram, mostrando aqui na figura.

1.1.17 P3: vimos esses 2 (dois) aqui (apontando na figura exposta no quadro)

1.1.18 Pesquisadora: vocês enxergaram 2 (dois), e o outro grupo?

1.1.19 P5: Vimos 3 (três) aqui.

1.1.20 P4: Só aqui tem três, aqui mais três e mais três (apontando para a figura exposta no quadro).

1.1.21 Pesquisadora: Seriam 9. Vamos observar.

(A resposta são 3 (três), então foi mostrada aos participantes os três triângulos impossíveis contidos na obra Queda-d'água de Escher, de acordo com a figura 9, visualizando a referida obra projetada no quadro da sala de aula, de acordo com o conceito apresentado na SDA2).

Figura 9 – Obra Queda-d'água de Escher e os triângulos impossíveis

Fonte: Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/2711/geometria-das-transformacoes>. Acesso em: 15 fev. 2018.

Vemos na Cena 1.1 uma situação de ensino na qual é comunicado o conceito de triângulo impossível em linguagem escrita, e como ele é definido e constituído, e em linguagem visual, podendo ser esse elemento (triângulo impossível) observado e identificado por meio de sua forma, descrita na obra *Queda-d'água*, de Escher.

Uma das características da linguagem visual, verificada ao analisarmos as obras de Escher, imprime a ideia de que

[...] cada uma de suas gravuras é algo mais do que ser visto: é, antes de mais nada, um problema a resolver, um convite ao raciocínio e à inteligência e, nesse sentido, a beleza do desenho se manifesta apenas após o enfrentamento raciocinado de algo que provoca no observador um estranhamento inicial. (BERRO, 2008, p. 43)

Então, inicialmente, percebemos essa estranheza no diálogo entre a pesquisadora e P3 (que no momento, estava representando o grupo 1), explicitada nas locuções 1.1.3, 1.1.4 e 1.1.5, revelando a dificuldade dos integrantes do grupo em interpretar e detectar o conceito de triângulo impossível. Até aquele instante desconhecido para eles, vislumbramos a dificuldade na interpretação na leitura do problema, até porque não entenderam o que tinham de fazer, pois a questão era: “a) Quantos triângulos impossíveis são sugeridos na Queda-d'água?” O grupo manifesta na locução 1.1.4, pela a fala de P3: “Quando ele (se referindo ao questionamento da SDA2) pressupõe provar que esses triângulos aí são impossíveis, porque na matemática não basta dizer, você tem que provar.” Ou seja, entenderam que teriam de provar que os triângulos

eram impossíveis. Diante disso, a pesquisadora esclarece, conforme locução 1.1.5: “mas aqui pede que visualize né, só visualizar.”

Diante dessa situação, compartilhamos o pensamento de Medeiros e Sforzi (2016, p. 56-57), para quem

[...] a linguagem falada e escrita é considerada como conhecimento e habilidade, desenvolvida para resolver problemas, mas ela própria é também conhecimento e habilidade da qual a humanidade necessita se apropriar, para, por meio dela, ter acesso a outros conhecimentos e habilidades que foram acumuladas na história da humanidade.

Dessa forma, a limitação na interpretação da linguagem escrita por professores é um fator preocupante no que tange ao acesso, à formação e ao aprofundamento de novos conhecimentos (conceitos), no âmbito da geometria, como testemunha P7 na locução 1.1.10, sobre a dificuldade de compreender o conceito apresentado.

Levando em consideração que a linguagem é expressão simbólica do conhecimento, mediante a qual a humanidade comunica as experiências vividas e acumuladas, bem como novas produções, nesse movimento desenvolve também a linguagem das palavras. Enriquecendo essa discussão, Lanner de Moura (2005, p. 3) realça que “cada novo instrumento que se cria já nasce com um conjunto de linguagens que lhe serão própria”.

Logo, cabe ao homem apropriar-se de múltiplos conhecimentos, especialmente o professor, pois na atividade pedagógica, a linguagem é instrumento fundamental em seu trabalho, pois “com a linguagem das palavras, buscamos fazer surgir o pensamento no outro e ali, significar as imagens, palavras gestos que queremos comunicar” (LANNER DE MOURA, 2005, p. 3), possibilitando expandir o cabedal de conhecimentos e significados do aluno.

Torna-se, então, indispensável ao professor de matemática o domínio da língua materna, bem como da linguagem matemática, a qual é constituída por um sistema de comunicação e de representação que tem seus próprios códigos, essenciais para a formação de conceitos e comunicar a experiência sócio-histórica.

Na sequência, os registros nas locuções 1.1.6, 1.1.7 e 1.1.8 indicam que o grupo sentiu necessidade de comunicação do conceito em linguagem matemática, mais especificamente, que fossem dados valores numéricos aos lados e ângulos dos triângulos em questão, alegando ser mais fácil para resolver e provar a situação proposta. A pesquisadora orienta, na locução 1.1.7,

sobre o que deve ser feito, enfatizando que a questão está relacionada à visualização e identificação não com demonstração²⁰ (referindo-se à demonstração matemática do conceito).

Constatamos tal fato na fala de P3, que argumenta, na locução 1.1.6: “Como você identifica só visualizando? Porque *se fosse com cálculo acho que seria mais fácil, né!*”, e de P7, que declara, na locução 1.1.8: “Hum, como a gente tem *costume de trabalhar muito com medidas*, já né, mesmo que essas medidas sejam medidas dadas [...], digamos que [...] *seria mais fácil*, porque a gente fica imaginando [...], a gente encontrou vários, vários triângulos que a gente indicou como triângulos impossíveis só que a gente *não teve segurança em provar*. Será que a soma dos ângulos internos é 270° e não 180° ?”.

Assim, os sujeitos demonstram o desejo de comunicação em linguagem numérica, quantitativa, buscando a sua zona de conforto, onde contam com habilidade, “costume de trabalhar com medidas”, na tentativa de desviar-se daquilo que para eles é desafiador: compreender a linguagem das palavras, da linguagem escrita.

De acordo com Lanner de Moura, (2005, p. 4) “[...] é o esforço humano para se liberar da linguagem das palavras, na lida com movimentos quantitativos da vida, é o movimento da linguagem numérica para se emancipar de sua origem – a palavra.”

Ainda segundo a autora, a linguagem matemática “é a forma que o pensamento humano encontrou para dar linguagem algorítmica, linguagem de sistema aos aspectos quantitativos da realidade é a forma que lhe possibilita administrá-la objetivamente.” (LANNER DE MOURA, 2005, p. 4).

Outro fator que devemos mencionar e que pode ter contribuído para a necessidade desvelada pelos professores, de uma comunicação do conceito na linguagem simbólica, são os requisitos históricos da formação básica desses professores, refletindo as consequências do MMM.

Como visto no capítulo 2, a questão da matemática simbólica foi trazida pelo MMM que, por meio de transformações das propostas curriculares de matemática, levou a linguagem simbólica a assumir os currículos. Nessa lógica, levantou-se uma preocupação com as estruturas

²⁰As demonstrações são provas particulares com as seguintes características: são as únicas aceitas pelos matemáticos; respeitam certas regras – alguns enunciados são considerados verdadeiros (axiomas), outros são deduzidos destes ou de outros anteriormente demonstrados a partir de regras de dedução tomadas em um conjunto de regras lógicas; trabalham sobre objetos matemáticos com um estatuto teórico, não pertencentes ao mundo sensível, embora a ele façam referência.

Fonte: ALMOULOUD, S. A.; FUSCO, C. A. da S. *Provas e demonstrações em matemática: uma questão problemática nas práticas docentes no ensino básico*. In: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – ENEM, Salvador – BA, 2010. Disponível em: http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/CC/T13_CC181.pdf. Acesso em: 18 ago. 2019.

algébricas e com a linguagem simbólica da teoria dos conjuntos, quando a geometria se restringiu a uma abordagem dedutiva, perdendo força nos livros didáticos. Tudo deveria ser apresentado como estrutura axiomática, e em relação ao seu conteúdo, passou a conter algumas fórmulas deduzidas e teoremas sem demonstrações.

Dando continuidade ao diálogo, nas locuções 1.1.11, 1.1.12, 1.1.13, assimilamos a necessidade de os sujeitos encontrarem as leis de representação do conceito em questão – triângulo impossível –, como se nota pela fala de P4, na locução 1.1.12: “Percebe-se que, como ele sugeriu, a ideia de triângulos impossíveis, quando ao contar os triângulos, de fato há alguns aí, mas a sua estrutura é impossível de ser construída ou imaginado, tendo [...] no entanto [...] vê-se dois mundo distintos o da geometria possível e o da geometria impossível de construir.”

A representação do mundo tridimensional a partir de figuras planas é bem comum, não só na geometria como nas artes, na arquitetura e na topografia, sendo conhecido como *desenho de perspectiva*, o qual Escher utilizou intensamente em suas gravuras.

algumas das suas obras mais conhecidas são talvez os Mundos impossíveis, em que ele desenhou figuras aparentemente tridimensionais, mas impossíveis de serem construídas. Ele misturou o impossível com um cenário aparentemente real, traduzindo-se numa harmonia e estimulando a imaginação matemática. (SAMPAIO, 2012, p. 53)

A dicotomia é uma marca presente no trabalho de Escher, em que as figuras impossíveis não apresentam consistência para existir em numa realidade objetiva, tornando-se possível apenas em sua representação bidimensional, ou seja, por intermédio de sua ilustração em superfícies planas.

À vista disso, Berro (2008, p. 87) declara que “mesmo que não conheçamos todas as leis da geometria, compreendemos enquanto olhamos para eles que eles basicamente não podem existir na prática”. Essa interação visual (sujeito-imagem) permitir enxergar uma figura triangular tridimensional retratada em uma superfície plana, porém, perturba a nossa mente, por ser logicamente impossível.

Como dito, o conceito é uma expressão do pensamento que pronuncia, por meio da linguagem, as características e propriedades de um objeto ou fenômeno. Assim, observamos que

[...] as propriedades dos fenômenos designados pelas palavras distinguem-se segundo uma ordem de generalidade crescente e decrescente. Assim o enunciado absoluto de um fenômeno diria tudo o que ele é, todas as suas

propriedades, indicando ao mesmo tempo todas as classes de fenômenos nas quais seria possível situá-lo, indo hierarquicamente daqueles que tem mais ou menos conteúdo. (FERREIRA, 2009, p. 41)

Nesse enquadramento, a partir dos estudos de Lima (2001), Sousa (2014), Zanetti e Cedro (2017), apresentamos o caso do pensamento geométrico, que manifesta como nexos conceituais a composição e a decomposição de figuras, como ilustrado na Figura 10.

Nesse sentido, compreendemos que tais nexos proporcionam ao indivíduo o pensamento acerca da reprodução das figuras tridimensionais no plano (bidimensional), podendo apreender as características e propriedades das figuras geométricas no movimento de composição e decomposição, dando propriedade para novas criações por intermédio da manipulação dessas formas, ao mesmo tempo distinguindo a geometria possível da geometria impossível.

Figura 10 – Caminho do pensamento geométrico

Fonte: adaptado de Lima (2000 apud SOUSA, 2014).

Retomando a atenção à cena, na locução 1.1.13, a pesquisadora pede para que sejam compartilhados os resultados encontrados pelos grupos acerca do número de triângulos impossíveis na obra *Queda-d'água*, e solicita que alguém leia para a turma o conceito que é dado na situação-problema de triângulos impossíveis. Então, P3 faz a leitura, descrita na locução 1.1.14: “Podemos representar um triângulo impossível por meio de paralelepípedos que se sobrepõem perpendicularmente e que só possuem consistência como desenho, pois as medidas dos ângulos internos desse suposto triângulo somam 270° .”

A figura é logicamente impossível, devido ao fato de visualizarmos os três ângulos internos medindo 90° , isto é, todos os lados são perpendiculares entre si, totalizando a soma

dos ângulos internos desse triângulo em 270° , quando, na verdade, essa soma não deveria ultrapassar o valor de 180° . “Por mais que tentemos quebrar o tribar (triângulo impossível) e redesenhá-lo para que ele se torne possível de existir na prática, não há como conseguir este intento” – a aceitação da figura nessas condições dá o efeito ilusório de uma figura impossível (BERRO, 2008, p. 88).

Na tentativa de identificar a forma que constitui o conceito, os participantes compartilharam suas conclusões, apontando na figura projetada no quadro, da obra *Queda d'água*, os triângulos impossíveis que visualizaram, de acordo com a orientação dada pela pesquisadora, descrita na locução 1.1.16.

Na locução 1.1.17, P3 assim se manifesta: “vimos esses 2 (dois) aqui (apontando na figura exposta no quadro)”; P5 diz, na locução 1.1.19, “Vimos 3 (três) aqui.”; enquanto P4 fala, na locução 1.1.20, “Só aqui tem três, aqui mais três e mais três (apontando para a figura exposta no quadro)”. A resposta correta são 3 (três), sendo mostrado aos participantes pela pesquisadora os três triângulos impossíveis contidos na obra *Queda-d'água*, de Escher, de acordo com a Figura 9, projetada no quadro da sala de aula.

Compreendemos que nessa tentativa de identificar os triângulos impossíveis, apenas P4 acertou, já que a maioria demonstrou dificuldade em interpretar e dar forma ou conceito. Na questão, o importante seria que o indivíduo conseguisse, ao visualizar a figura, mobilizar o conceito em questão, concatenando suas características e propriedades, o que exigiria dele apenas conhecimentos de elementos externos da figura, onde

a separação (análise) dos atributos “concretos” no mesmo objeto perceptível induz o passar da percepção direta ao pensamento e dá a esses atributos (definições) a forma de generalidade. O empirismo deixa ao pensamento “só a abstração, a generalidade formal e a identidade”, mas trata de reter nelas o mutável conteúdo concreto da contemplação, recorrendo às suas variadas “definições” diretas e baseando-se nas representações. (SOUSA, 2016, p. 28)

Portanto, esse tipo de raciocínio descrito apresenta-se no pensamento empírico, cuja função principal consiste em classificar e nomear os objetos de acordo com atributos especificados, dessa forma priorizando a forma do conceito.

No Quadro 18, apresentamos a síntese dos pontos abordados nesse episódio.

Quadro 18 – Síntese explicativa da análise dos dados considerados do Episódio1 da Unidade 1

Episódio1 – Manifestação da linguagem como forma de pensar o conceito de geometria plana		
CENA	AÇÃO/MEDIAÇÃO	DESDOBRAMENTOS/ MANIFESTAÇÕES
Necessidade de interpretar e dar forma ao conceito	Apresentação do conceito de <i>triângulo impossível</i> , a partir de características e propriedades que o constituem, para que seja identificado por meio de sua forma na obra <i>Queda-d'água</i> , de Escher.	Dificuldade dos sujeitos em interpretar o conceito explicitado na linguagem escrita e, posteriormente, dar a forma que constitui o conceito. Necessidade de comunicação do conceito na linguagem matemática como modo de atribuir novos significados à linguagem do conceito dado. Houve iniciativa em busca de leis-representações do conceito para organizar o pensamento. Reconhecimento de figuras geométricas por suas características externas: descrição das formas observadas.

Fonte: elaborado pela autora, a partir de dados da pesquisa (2019).

Entendemos que a percepção geométrica observada no meio circundante e a descrição das propriedades desses objetos oferecem pouca mobilidade para elaborar um conceito, como mostra Sousa (2018, p. 50): “[...] os elos que fundamentam os conceitos contêm a lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento”.

A seguir, explicitaremos, no Episódio 2, a análise em relação ao movimento lógico-histórico de constituição do conceito.

5.2.1.2 Episódio2: movimento de construção lógico-histórico dos conceitos, mediado pelas SDA

Como expõe Kopnin (1978), se considerarmos o conceito científico apenas sob os aspectos da linguagem, o destituímos de ser um sistema de representação da realidade, para isso tem que se considerar, também, o seu conteúdo histórico, concebido no processo de desenvolvimento humano que proveu o conceito.

Assim entendido, apresentamos nesse episódio duas cenas: *Cena 2.1 – Necessidade de buscar a essência do conceito*; e *Cena 2.2 – Necessidade de entender o movimento do conceito*, mediante as quais examinamos a percepção dos sujeitos em torno do movimento lógico e

histórico do conceito, assim como a sua criação enquanto elo para a (re)elaboração e compreensão dos conceitos de geometria plana.

No Quadro 19, descrevemos os dados considerados que integram a análise desse episódio.

Quadro 19 – Especificação dos dados considerados na análise do Episódio 2 da Unidade 1

CENAS	ATIVIDADE	SUJEITOS	DATA	INSTRUMENTO
Cena 2.1 – Necessidade de buscar a essência do conceito	SDA1	Pesquisadora P4 e P7	21/02/2018	GA – gravação em áudio
Cena 2.2 – Necessidade de entender o movimento do conceito	SDA-EP-1	Pesquisadora, P1 e P7	22/02/2018	GA – gravação em áudio

Fonte: elaborado pela autora (2019).

Cena 2.1 – Necessidade de buscar a essência do conceito

Na atividade considerada nesta cena, SDA1, exibida na Figura 11, o grupo 1 era composto pelos professores P1, P2 e P3; e o grupo 2, por P4 e P7.

Figura 11 – SDA1: a medição da terra

Contexto A medição da terra

10. O surgimento das medições de área está relacionado à necessidade, no decorrer da história da humanidade, que as civilizações tiveram de demarcar territórios, sobretudo nas regiões destinadas ao plantio.

No antigo Egito, por exemplo, às margens do rio Nilo, onde essa civilização se desenvolveu, as terras que estavam demarcadas e repartidas entre os camponeses tinham, anualmente, parte de sua extensão inundada pelo rio, que, ao voltar ao nível normal, deixava o solo fértil e propício ao plantio, mas também carregava consigo as demarcações dos lotes. Para repartir novamente essas terras, agrimensores realizavam medições de área, devolvendo aos camponeses a parte correspondente que estava submersa. Esses agrimensores utilizavam cordas com unidades de comprimento preestabelecidas na realização do trabalho e, por consequência, ficaram conhecidos como "esticadores de cordas".

Em registros antigos, como no Papiro de Rhind, há diversos relatos e problemas envolvendo áreas de polígonos, círculos, entre outros. Esses registros evidenciam o quanto já se dava importância a medições de área. O problema da quadratura do círculo, em que se pedia a construção de um quadrado com a mesma área de um círculo dado, é um dos mais emblemáticos nesse sentido, principalmente porque sua resolução não é possível; apenas uma aproximação, utilizando régua e compasso.

Cubação

No método da cubação, faz-se uso de um procedimento já utilizado no antigo Egito, que consiste em aproximar figuras para facilitar o cálculo da área aproximada do terreno. No exemplo a seguir, a região indicada pelo quadrilátero ABCD é aproximada por um retângulo A'B'C'D'.

Região real

Área real

$$A_1 = \sqrt{435 \cdot 135 \cdot 225 \cdot 75} + \sqrt{390 \cdot 210 \cdot 30 \cdot 150} = 50\,677,56 \rightarrow 50\,677,56 \text{ m}^2$$

Região aproximada

Média entre AB e CD: $\frac{300 + 240}{2} = 270 \text{ m}$

Média entre AD e BC: $\frac{180 + 210}{2} = 195 \text{ m}$

Área aproximada

$$A_2 = 270 \cdot 195 = 52\,650 \rightarrow 52\,650 \text{ m}^2$$

Atualmente, diversos métodos e instrumentos são empregados na tarefa de medição de áreas, como a utilização de aparelhos GPS, medidores a laser e fotografias aéreas e por satélites. Isso levou a resultados mais precisos e ágeis.

Porém, há, ainda, principalmente em algumas populações camponesas, o hábito de realizar medições de terras utilizando métodos de aproximação. Um desses métodos, chamado cubação, é utilizado em diversas regiões do Brasil.

A cubação consiste em medir o contorno do terreno cuja área será calculada, considerando seus acidentes de relevo (inclinações, ondulações, entre outros), geralmente com o uso de cordas, assim como os antigos egípcios faziam. A área obtida nesse sistema costuma ser denominada efetiva ou desenvolvida. Embora esse método divirja da medição topográfica, aquela em que é realizada a projeção do contorno do terreno sobre um plano horizontal, servindo para fins de escritura legal, a cubação é utilizada pelos camponeses para previsões de plantio, financiamentos de safra etc.

Fontes de pesquisa: BOYER, Carl Benjamin. História da matemática. Tradução Elsa F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.
KNUJNIK, Gelsa. A matemática da cubação da terra. Scientific American Brasil, São Paulo: Duetto Editorial, n. 11, p. 86-89. Edição Especial Etnomatemática.

De acordo com as informações apresentadas, resolva as questões.

- Que fato levou o antigo Egito a obter grande desenvolvimento no cálculo de áreas?
- No esquema apresentado, em relação à área real da região, o erro da área aproximada foi de aproximadamente quantos por cento?
- Suponha que um terreno tenha a forma de um trapézio isósceles com os lados medindo 500 m, 200 m, 500 m e 800 m. Qual é a área real desse terreno? Qual é a área aproximada desse terreno, pelo método da cubação?
- Construa um quadrilátero que não seja um paralelogramo ou um trapézio e indique medidas para os lados. Depois, troque com um colega para que cada um determine a área aproximada, pelo método da cubação, do quadrilátero construído pelo outro.

O aparelho de GPS é um dos instrumentos utilizados para delimitar e calcular áreas.

Área de figuras planas 163

Fonte: Souza e Garcia (2016, p. 162-163).

2.1.1 Pesquisadora: Uma pergunta geral (referindo-se aos dois grupos). Dentro dos conceitos que foram exigidos pela atividade, quais vocês tiveram mais dificuldade?

2.1.2 P7: Acho que a dificuldade não seria na resolução em si, mas talvez fosse em ter um pouco do conhecimento histórico mais fundamentado do conceito, de saber de onde veio esse conceito, que aí você tem mais propriedade para aplicar em qualquer momento, em qualquer situação.

2.1.3 P4: Essa questão traz um contexto histórico, é uma questão integradora, ela aborda conteúdos dentro de uma sequência histórica que te leva até chegar aqui, e a questão além de ser integradora, te leva a se inserir na situação, aborda conceitos adquiridos previamente, e te faz produzir respostas, e essa produção de respostas dessas questões são interiorizadas, não se distanciando da nossa realidade, e é uma forma de abordar tal conteúdo.

2.1.4 P7: Só uma observação. Nesses três dias (se referindo aos três dias de curso), eu acho que já mudou alguma coisa, porque quando você vai lendo, qual a primeira sensação que vem a você? É que eu tenho que ter esse conceito, eu tenho que ter alguma coisa já em mente, não é só o caso do cálculo da fórmula do trapézio, não, você tem que ter outro pensamento, até para você trabalhar com seu aluno mais além da fórmula da área do trapézio.

2.1.5 Pesquisadora: porque na vida as coisas não estão segmentadas, não é? É tudo misturado, você vê questão situação-problema. Que para eu resolver essa situação eu preciso de vários conhecimentos como a P7 bem colocou. Uma coisa que a P7 falou também, que para você propor uma situação dessa (situação desencadeadora em questão-SDA2), o aluno tem que ter alguns conceitos já trabalhados anteriormente né, estamos tratando com questões do ensino médio, para um aluno que já veio de um ensino fundamental com essa conceituação geométrica, naquelas etapas que a gente colocou, pelo menos o nível zero que é a divisão de fração e o nível um, que é de conceito e propriedades de cada um, no mínimo isso aí [...] e aí, sim, partimos da proposição que é uma situação para alunos do ensino médio e é por isso que tem-se em mente que o aluno já tenha essa base de conceitos.

(Discussão das questões). Vamos discutir então a primeira questão que foi desafiada a vocês.

1ª questão - Que fato levou o antigo Egito a obter grande desenvolvimento no cálculo de áreas?

2.1.7 P3: Foi a necessidade de demarcar as terras, propriedades. Vi por esse lado aí, por essa necessidade de demarcar terras.

2.1.8 P7: Demarcar terras para saber que impostos cobrar, como principal motivo para essa demarcação.

Essa cena ocorreu durante a discussão coletiva sobre a SDA1 (A medição da terra), quando a pesquisadora retoma com os participantes as questões discutidas nos grupos, mais especificamente na locução 2.1.1, pedindo que cada grupo fale sobre as dificuldades encontradas quanto aos conceitos abordados no problema desencadeador.

Nessa perspectiva, P7 deu início à discussão da locução 2.1.2, expondo para a turma que o grupo dela não teve grandes dificuldades em solucionar as questões propostas pela situação-problema, mas ressaltou a necessidade de “ter um pouco do conhecimento histórico mais fundamentado do conceito, de saber de onde veio esse conceito”.

Então percebe-se pela fala de P7 que a partir de uma situação de aprendizagem, houve a tomada de consciência pelos indivíduos participantes acerca da importância de entender o surgimento do conceito, quais necessidades práticas ou não da humanidade desencadearam o seu processo de surgimento e desenvolvimento.

Tal fato é relevante, ao considerarmos que

estudar a história do desenvolvimento do conceito de um fenômeno propicia as condições indispensáveis para a compreensão mais aprofundada de sua essência, pois a apropriação desse conhecimento permite a retomada da definição de sua essência corrigir, completar e desenvolver os conceitos que o designa. (FERREIRA, 2009, p. 55)

Isso posto, o conhecimento da trajetória histórica do conceito é crucial para desvelar elementos da essência desse conceito. Por conseguinte, subsidia professores e alunos na apropriação das conexões manifestadas nesse movimento histórico, ao desenvolverem o seu potencial criativo na re(elaboração) conceitual do objeto, pois de acordo com Kopnin (1978, p. 161), a essência do conceito é constituída de propriedades, indícios e relações que superam o “sensorialmente perceptível” por meio da abstração autêntica, “descobrir novos aspectos do objeto que tradução as relações de essência”.

Ao opinar sobre a situação-problema SDA1, P4 enfatiza a contextualização histórica dela e acrescenta, na locução 2.1.3, que tal situação-problema “[...] aborda conteúdos dentro de uma sequência histórica que te leva até chegar aqui, [...] te leva a se inserir na situação, aborda conceitos adquiridos previamente, e te faz produzir respostas, e essa produção de respostas dessas questões são interiorizadas, não se distanciando da nossa realidade, e é uma forma de abordar tal conteúdo.”

O professor em questão demonstra a importância de entender não só a origem do conceito, mas toda a trajetória de constituição e contribuição deste por várias civilizações, em diferentes épocas da história, até os tempos atuais. Esse aspecto possibilita sensibilizar o sujeito a certificar-se das necessidades sentidas pelos seus antepassados – as quais levaram à evolução do conhecimento –, por meio de respostas encontradas para essas necessidades, não distante da realidade dos sujeitos, possibilitando interiorizar os conteúdos inseridos nesses conceitos.

P7 retoma a palavra e faz uma observação, fundamentada nos estudos e nas atividades desenvolvidos nos três primeiros dias do curso de formação, chamando atenção sobre os conhecimentos que têm de ter como professora, quanto ao conceito a ser abordado com os alunos, afirmando, na locução 2.1.4: “É que eu tenho que ter esse conceito, eu tenho que ter alguma coisa já em mente, não é só o caso do cálculo da fórmula [...] tem que ter outro pensamento, até para você trabalhar com seu aluno mais além da fórmula da área do trapézio.” O fato é que, comumente, o ensino dos conceitos geométricos na escola é efetuado desvinculado de sua procedência: geralmente, o cálculo de área de figuras planas ocorre seguindo o algoritmo iniciado pela aplicação de fórmulas pré-estabelecidas.

Na presente cena, os professores demonstram preocupação em ampliar e aprofundar seus conhecimentos acerca do conceito a ser trabalhado com seus alunos, para não somente

apresentar o aspecto lógico do conceito, mas também o conhecimento histórico ao desenvolver os conceitos de geometria.

Quando se trata da organização das ações de ensino, na realidade, há professores que ensinam matemática que

[...] ainda não conseguiram se desvencilhar, totalmente, do treinamento e da fragmentação, embora, muitos deles, estejam tentando encontrar novos caminhos para fazer o ensino, em suas salas de aula. Continuam priorizando o aspecto mecânico dos conceitos. Incentivam os estudantes a fazer longas listas exercícios, bem como, decorar inúmeras fórmulas matemáticas. Há na sala de aula a fragmentação dos conteúdos, ao mesmo tempo em que se tenta adaptar as práticas escolares às novas exigências sociais. (SOUSA; MOURA, 2016, p. 3)

Dessa forma, as ações que permitem conhecer a gênese e a natureza dos conceitos estão ausentes da sala de aula, onde o professor se limita a demonstrações e aplicações de fórmulas.

Esse modo de ensino não prioriza o processo de construção do conceito, determinado por uma sequência de ações relativas aos nexos conceituais, mas privilegia a memorização e a execução de algoritmos e seu produto, expresso na exatidão de um valor numérico. Por essa razão, o conhecimento científico é apresentado desprovido de história: é um conhecimento pronto e acabado, desaparecendo a atividade humana e a contribuição cultural dos povos em sua elaboração (CARAÇA, 1998).

Na locução 2.1.5, a pesquisadora comenta a fala de P7 enfatizando a importância de se ter uma base, uma rede de conhecimento indispensável sobre determinado conceito, adquirida em níveis de ensino anteriores pelos estudantes: “para você propor uma situação dessa [...], o aluno tem que ter alguns conceitos já trabalhados anteriormente né, estamos tratando com questões do ensino médio, para um aluno que já veio de um ensino fundamental com essa conceituação geométrica, [...] partimos da proposição que é uma situação para alunos do ensino médio, e é por isso que se tem em mente que o aluno já tenha essa base de conceitos.”

Aqui, salientamos a relevância de o aluno do ensino médio apresentar um cabedal de conhecimentos geométricos adquiridos em sua trajetória de vida escolar, nas etapas supostamente já vencidas, para que sejam engatilhados e produzidos novos conceitos, desencadeando conexões entre o que já se sabe e os novos conceitos desenvolvidos subsequentemente, por intermédio dos nexos conceituais da geometria, que são elos que fundamentam o conceito.

Finalizando a cena, a pesquisadora coloca em discussão o primeiro questionamento da situação de aprendizagem: “Que fato levou o antigo Egito a obter grande desenvolvimento no

cálculo de áreas? Com isso, os professores manifestaram-se, apresentando a resposta de cada grupo. P3, representando o grupo 1, na locução 2.1.7 diz: “Foi a necessidade de demarcar as terras, propriedades. Vi por esse lado aí, por essa necessidade de demarcar terras.” Para P7, que representava o grupo 2, na locução 2.1.8, afirmou: “Demarcar terras para saber que impostos cobrar, como principal motivo para essa demarcação.”

Diante dessas assertivas e em conformidade com Rubinstein (1973, p. 132) defendemos que “o conteúdo conceitual do pensamento surge no desenvolvimento histórico do conhecimento específico que assenta no desenvolvimento da prática social. Sua evolução é um processo histórico que está submetido a leis históricas”.

Dessa forma, constatamos que houve apreensão da *gênesis* do conceito de área de superfícies pelos sujeitos investigados, e da sua necessidade de criação, vivenciada pela civilização egípcia no contexto da demarcação de terras às margens do Rio Nilo.

Cena 2.2 – Necessidade de entender o movimento do conceito

Esta cena ocorreu durante a explanação da SDA-EP-1, no instante em que o representante do grupo, composto pelos professores P2, P3 e P7, apresentou o problema desencadeador, bem como o plano de ação elaborado por eles, ilustrado na Figura 12.

2.2.1 Pesquisadora: Então, descreva a proposta de vocês.

(P7 lê apresentando a proposta de SDA-EP-1 do grupo P2, P3 e P7)

2.2.2 P7: Então, no planejamento aqui, o nosso objetivo: *Calcular área de polígonos tendo como base a importância histórica da necessidade que o homem teve para desenvolver, conceitos e cálculos voltados a este tema, que tanto contribuiu para a evolução das civilizações e perdura até os dias atuais. Porque o homem sentiu necessidade de mensurar a área (terras) que ele iria trabalhar para buscar a subsistência dele, mais adiante para construções, as construções foram evoluindo. E esses cálculos de área cresceram junto com a evolução do homem, no dia a dia também podem ser vistas. Ai a nossa estratégia foi elaborar uma situação desencadeadora problematizando a utilização do conceito de área a ser usado na prática. O problema desencadeador, nós tivemos muitas ideias, de acordo com as orientações e sugestões da Pesquisadora, o problema que a gente chegou foi esse aqui, aí vamos querer ouvir a sugestão do outro grupo e da Pesquisadora no que pode ser melhorado mudado ou complementado né. Então: Seu Antônio, avô de Camila, aluna do ensino médio, reuniu os filhos para comprar uma área de terra no interior da cidade, para dividir entre eles. O terreno que adquiriu tem a seguinte forma: uma parte retangular de comprimento 800m e largura 2.500m e outra que tem uma cachoeira que cercado tem a forma de um semicírculo, da forma como foi dividido o terreno, o pai de Camila ficaria com a parte que tem forma de um triângulo, com um ângulo reto e outro de 30°, o avô com a parte que tem forma de trapézio e os tios que são gêmeos cada um ficaria com uma área quadrada. Para saber a área total do terreno e a área que ficou para cada um, bem como a área da cachoeira. Como Camila poderia ajudar seus parentes?*

Então, foi esse o problema que a gente elaborou, que a gente acha que ele vai contemplar a área que buscamos e outros campos da matemática e, de acordo com os livros do ensino médio. Acreditamos que eles (alunos do ensino médio) tenham potencialidade e capacidade para desenvolver esse problema. E também queremos deixar assim, que dentro das ações que a gente colocou que, queremos deixar bem aberto para eles resolverem a maneira que eles conseguirem.

Agora as ações: 1. *Dividir os alunos em grupo para calcular as áreas propostas; 2. Recomendar que os grupos ilustrem o problema com desenhos.*

E aqui pensamos em acrescentar, pedir para eles construírem mesmo, utilizando algum tipo de material.

2.2.3 Pesquisadora: Fazendo tipo a planta desse terreno. Sugiro que acrescente aí, fica legal! Pode acrescentar que eles façam a planta desse terreno, e aí você pode sugerir que eles façam uso da escala, já pode incluir aí na proposta, para eles fazerem a planta do terreno usando escala. E aí já trabalha o conceito de escala.

2.2.4 P7 (continua apresentando as ações):

1. *Pedir para apresentarem as soluções para discuti-las;*
2. *explorar os conceitos de áreas que buscamos e sua importância no contexto histórico cultural;*
3. *propor outras atividades que explore o conceito de área.*

2.2.5 Pesquisadora: Esse penúltimo aí que tu falaste do histórico [...]

2.2.6 P7: É que a gente pensou assim, que depois que eles apresentassem (as soluções) aí a gente ia esclarecer com o professor, né

2.2.7 Pesquisadora: Intermediando

2.2.8 P7: Ia explorando os conceitos de área, da história, o professor ia pesquisar, organizar antes de elaborar as ações. E o último seria trabalhar com outras atividades que explorem os conceitos de área.

Figura 12 – Versão final da SDA-EP-1

Curso AOE de geometria plana

Atividade de aprendizagem

Objetivo: Calcular área de polígonos tendo como base a importância histórica da necessidade que o homem teve para desenvolver conceitos e cálculos voltados a este tema, que tanto contribuiu para a evolução das civilizações e perdura até os dias atuais.

Conteúdo: Áreas de figuras planas.

Estratégias: Elaborar uma atividade desafiadora problematizando, para aprofundar o conceito de áreas de figuras planas.

Problema desafiador:

Com o falecimento de seu Antônio, avô de Camila, houve a necessidade de dividir uma área de terras que ficou de herança. A família em questão tem como herdeiros: a avó, o pai de Camila e dois tios.

O terreno tem a seguinte forma: uma parte retangular de comprimento 800m e largura 2 500m e outra na cabeceira da propriedade com uma cachoeira que, por ter um maior valor virou questão de conflito, todos queriam ficar com essa parte, que está cercada e tem a forma de um semicírculo.

Após muita discussão, chegaram houve a seguinte proposta:

- A área em que se localiza a cachoeira ficou comum a todos.
- Dona Zélia, esposa do falecido ficou com a maior parte que tem o formato de um trapézio.
- Seu Marciano, pai de Camila ficou com uma parte no fundo da propriedade, com a forma de um triângulo com um dos ângulos reto e outro de 30°.
- Os tios Carlos e Pedro, que são gêmeos ficaram cada um com uma área quadrada.

Como dona Zélia e os filhos deixavam tudo por conta de seu Marciano, na falta deste não sabem a área das terras em questão e como têm muita dificuldade em lidar com essas medidas vamos ajudar a essa família resolvendo esse problema e dividindo essas terras de forma justa.

Roteiro

- Faça uma ilustração desse terreno;
- apresente uma planta baixa do terreno contendo a escala de 1: 100;
- se a família decidir dividir a herança da forma proposta, calcule com que área cada um vai ficar, individualmente, a área retangular e a área semicircular da cachoeira;
- pesquise e apresente um pouco da história do surgimento das medidas de área de figuras planas;
- realize uma discussão e aponte em que situações práticas necessitamos utilizar esse conteúdo em nossa realidade.

Desenvolvimento da atividade (ações):

1. Dividir os alunos em grupo para desenvolver todo o roteiro proposto;
2. pedir que cada grupo apresente as soluções criadas e discuti-las;
3. explorar os conceitos de áreas de figuras planas e sua importância no contexto histórico cultural;
4. propor outras atividades que explorem esses conceitos.

Esta cena inicia-se com a solicitação da pesquisadora ao Grupo 1 para apresentarem a proposta de ensino por eles elaborada. Então, a professora P7 manifesta-se para a apresentação da proposta. Aqui, destacamos o trecho da fala de P7, na locução 2.2.2, quando ela explana o objetivo da atividade de ensino que eles estão propondo, que é “calcular área de polígonos tendo como base a importância histórica da necessidade que o homem teve para desenvolver conceitos e cálculos voltados a este tema, que tanto contribuiu para a evolução das civilizações e perdura até os dias atuais. Porque o homem sentiu necessidade de mensurar a área (terras) que ele iria trabalhar para buscar a subsistência dele, mais adiante para construções, as construções foram evoluindo. E esses cálculos de área cresceram junto com a evolução do homem, no dia a dia também podem ser vistas.”

Nessa exposição, a professora ressalta o movimento histórico de mensuração de áreas e suas aplicações nos dias atuais, ocorrido por intermédio das civilizações humanas e da sociedade como sujeitos do pensamento, compreendendo dentro desse movimento as informações culturalmente elaboradas sobre o conceito de cálculo de área, a partir da relação do homem com o meio, a partir de medições de terra e construções.

Assim, entendemos o conceito não somente com o fim de reportar à sua história, mas como um movimento de construção e evolução histórica do conhecimento, como um legado de saber acumulado pela humanidade, vislumbrando o movimento do pensamento para alcançar a sua formalização teórica. Tais legados são imprescindíveis para o desenvolvimento de novos conhecimentos, bem como para assimilar como os conceitos ensinados nas escolas chegaram ao refinamento de hoje.

Compreendendo dessa forma,

o pensamento teórico, então, é elaborado pela humanidade enquanto se permite conhecer, a partir do conhecimento científico. Nesse sentido, a história deixa de ser factual e passa a ser compreendida como “possibilidade” (FREIRE, 1997) de entendimento do nosso próprio movimento de vir a ser; a partir da criação de conceitos. A história passa a ser o elo entre a causalidade dos fatos e a possibilidade de criação de novas definibilidades que permitam compreender a realidade estudada. (SOUSA, 2016, p. 35)

Portanto, a elaboração do pensamento teórico na perspectiva lógico-histórica permite traçar o caminho percorrido pelo conteúdo com o fim de interpretar a realidade objetiva nesse movimento, promovendo a aprendizagem de conceitos e novas descobertas, viabilizando que eles sejam (re)elaborados, daí porque a perspectiva lógico-histórica caracteriza-se como um método de aprendizagem conceitual não só da geometria, mas de todas as outras ciências.

Ainda na fala de P7, na locução 2.2.2, ao abordar as ações propostas na atividade de ensino, ela menciona que uma das ações é recomendar que os grupos ilustrem o problema com desenhos. Aí, ela comenta: “e aqui pensamos em acrescentar, pedir para eles construírem mesmo, utilizando algum tipo de material.” Em seguida, a pesquisadora, na locução 2.2.3, sugere que seja acrescentado que façam a planta do terreno, utilizando escala para que esse conceito também seja trabalhado.

O desenvolvimento dessa ação possibilita aos participantes reconstruírem o movimento histórico do conceito na prática, embora de forma simulada, compreendendo nesse processo de construção as necessidades que o homem teve e que originaram a elaboração de conceitos matemáticos. O planejamento e desenho de plantas, a construção e manipulação de maquetes pelos alunos motiva-os a conhecer os elementos que são estruturantes do conceito, e que estes sejam compreendidos como produções vivas em relação direta com as necessidades dos sujeitos, atribuindo sentido aos conceitos de geometria plana a partir das dificuldades sentidas por eles no processo de desenvolvimento da atividade.

Endossando esse pensamento, Moretti (2014, p. 37) diz que

[...] deve desenvolver ações no sentido de colocar os estudantes diante desta necessidade, o que, fique claro, não implica reproduzir as mesmas situações históricas nas quais as necessidades se manifestaram historicamente. Ou seja, não há qualquer defesa do paralelismo entre filogênese e ontogênese, mas uma compreensão dialética desta relação. Desta forma, busca-se, na história a essência do conceito, sua necessidade histórica, os elementos e as relações que o constituem.

Isso posto, estabelecemos o elo entre o teórico e o prático, fazendo conexões entre os conceitos científicos (conceitos geométricos fundamentais) e os adquiridos/ vivenciados pelos estudantes, compreendendo a realidade fluente na qual estamos inseridos.

Ainda sobre as ações, P7 menciona, na locução 2.2.4, mais três possíveis ações da proposta de ensino, onde destacamos a terceira e última ação, e explica, na locução 2.2.8: “ia explorando os conceitos de área, da história, o professor ia pesquisar, organizar antes de elaborar as ações. E o último seria trabalhar com outras atividades que explorem os conceitos de área”.

A professora deixa a entender, apesar de não ter detalhado o formato dessas “outras atividades que explorem o conceito de área”, que se trata de atividades de ensino com o objetivo de sistematizar procedimentos de cálculo de área, sob o aspecto do treinamento. Tal prática é recorrente na maioria dos sistemas escolares por professores de matemática, desde a década de

1970, devido às ideias do MMM, centradas na “Pedagogia de treinamento” que, de acordo com Lima (1998 apud SOUSA, 2016, p. 17), constitui-se por quatro momentos distintos: 1) mostrar o conceito; 2) demonstrar o funcionamento do conceito; 3) treinar o conceito; e 4) avaliar o conceito.

Quanto ao modo de organizar o processo de ensino, priorizando habilidades específicas de desenvolvimento, treinamento e memorização, segundo Fiorentini (1995 p. 16), “os conteúdos sob esse enfoque aparecem dispostos em passos sequenciais, em forma de instrução programada onde o aluno deve realizar uma série de exercícios do tipo: ‘resolva os exercícios abaixo, seguindo o seguinte modelo’[...]”

Do ponto de vista do conhecimento sistematizado, as ações desenvolvem-se em um contexto pouco elaborado, sem considerar o movimento histórico do conceito, centrado no empirismo, sem priorizar os processos que o constituem.

Porém, os professores sujeitos dessa pesquisa sabem da importância de buscar as relações presentes no trajeto da formação do conceito para apresentá-lo aos alunos por meio de atividades de ensino, como constatado na cena anterior. Com isso, concebem o conhecimento geométrico no movimento que vai do histórico para o lógico, do empírico ao teórico e do mental para o formal, propiciando a organização sistemática do conceito. No Quadro 20, apresentamos a síntese dos pontos abordados nesse episódio.

Quadro 20 – Síntese explicativa da análise dos dados considerados do Episódio 2 da Unidade 1

Episódio2 – Movimento de construção lógico-histórica dos conceitos, mediados pelas SDA		
CENAS	AÇÃO/MEDIAÇÃO	DESDOBRAMENTOS/ MANIFESTAÇÕES
Necessidade de buscar a essência do conceito	O contexto histórico da atividade proposta <i>Medição de terra</i> , na qual está relatado o surgimento das medições de área para o plantio no Egito	Tomada de consciência sobre a importância de entender o lógico-histórico de cada conceito de geometria plana. Percepção dos professores quanto à necessidade de aprofundarem seus conhecimentos sobre os conceitos geométricos, a fim de ensiná-los em sala de aula, sob a perspectiva lógico-histórica. Entender os nexos conceituais de geometria como elo entre os conceitos que o aluno já conhece e os novos conceitos desenvolvidos subsequentemente, ampliando o leque de conhecimento pela apropriação de novos conceitos.
Necessidade de entender o movimento do conceito	Elaboração de uma situação-problema que envolva cálculo de área, contextualizada pela divisão de um terreno entre familiares	Compreensão do legado conceitual culturalmente elaborado a partir da ação do homem e de suas mediações com o meio. Necessidade de reproduzir o movimento histórico do conceito para compreendê-lo como produção viva em relação mediada com as necessidades dos sujeitos.

		Necessidade de organizar os conceitos de geometria plana.
--	--	---

Fonte: elaborado pela autora (2019).

5.2.2 Unidade 2: A organização do ensino na atividade de formação

Esta unidade é composta por dados obtidos a partir dos encontros realizados com os professores participantes P4 (Prof. Jacinto) e P7 (Prof.^a Murici) – com o intuito de organizar o ensino segundo os pressupostos da AOE –, durante os quais se realizaram o planejamento das ações a serem desenvolvidas em sala de aula; a seleção e/ou elaboração de SDA; a avaliação e replanejamento das ações desenvolvidas com os alunos. Esses encontros estão detalhados no Quadro 7.

Considerando que o pensamento teórico se forma durante o processo de aprendizagem, mediado pela ação do professor que intencionalmente organiza o ensino nesse processo, e levando em conta que nesse movimento de organização do ensino, o professor também se apropria dos conteúdos a serem ensinados, apresentamos dois episódios, observando as operações mentais do pensamento teórico (reflexão, análise e generalização) que permitem identificar as operações mentais do processo de domínio do conceito, bem como o modo de organizar o seu ensino, neste estudo, mediado pela AOE.

Para a análise desses dados, fundamentamo-nos nas contribuições teóricas de Semenova (1996); Moura (2001, 2010, 2016); Sforini (2004); Dias (2011); Dias e Souza (2017); Moura, Sforini e Lopes (2017); Esteves e Souza (2015); e Millani, (2016), entre outros. Os dados apresentados nessa unidade de análise são oriundos das transcrições de áudios que tratam das manifestações orais dos professores participantes nos momentos de discussão coletiva, durante os encontros de planejamento, e produto desses encontros, com o plano elaborado pelos professores (Anexo C).

5.2.2.1 Episódio1: a reflexão sobre a organização do ensino

Entendendo que o professor precisa se movimentar a partir do conhecimento profundo dos conceitos e de suas leis gerais para direcionar as distintas etapas do ensino, apresentamos neste episódio a *Cena 1.1: A ação docente na organização do ensino – Investigando o conceito a ser ensinado*. No Quadro 21, descrevemos os dados que integram a análise desse episódio.

Quadro 21 – Especificação dos dados considerados na análise do Episódio 1 Unidade 2

CENAS	ATIVIDADE	SUJEITOS ENVOLVIDOS NA CENA	DATA	INSTRUMENTO
Cena 1.1 – A ação docente na organização do ensino – Investigando o conceito a ser ensinado	Encontro de planejamento – avaliando o primeiro momento	Pesquisadora, Prof. Jacinto (P4), e Prof. ^a Murici (P7)	10/10/2018	GA – gravação em áudio e planejamento do primeiro momento

Fonte: elaborado pela autora (2019).

A cena 1.1 corresponde ao encontro de planejamento do dia 10 de agosto de 2018, quando os professores participantes e a pesquisadora avaliaram a execução do primeiro momento com os alunos, cujo plano se apresenta no Quadro 22, onde os professores relatam a experiência vivenciada ao desenvolverem essa atividade, apresentando algumas reflexões.

Aqui, concebemos a reflexão como componente no desenvolvimento do pensamento teórico que, segundo Semenova (1996, p. 166), propicia ao sujeito a tomada de consciência das razões de suas ações, criando condição de mudança, transformação, dando um salto para novas qualidades de pensamento.

Quadro 22 – Plano do primeiro momento

Planejamento do Primeiro Momento
Tema: Geometria plana no contexto histórico e entes primitivos da geometria plana
Objetivos de aprendizagem dos alunos <ol style="list-style-type: none"> 1. Perceber a importância da geometria no contexto histórico-cultural 2. Avaliar os conhecimentos dos estudantes sobre os entes primitivos da geometria: ponto, segmento, reta, ângulo e plano 3. reconhecer figuras planas nas situações e nos contextos apresentados
Ações de ensino <ol style="list-style-type: none"> 1. Promover alguns questionamentos: qual a importância da geometria? Qual o seu objetivo de estudo? O uso da geometria em nosso cotidiano, ele acontece? Como? 2. Exibir vídeo <i>Donald no País da Matemática</i> 3. Dividir a turma em seis grupos, onde cada grupo terá de responder a uma atividade com seis itens referentes ao vídeo exibido e aos conhecimentos sobre o conceito de ponto, segmento, reta, ângulo e plano, dentro de um tempo previamente estabelecido 4. Em seguida, cada grupo apresentará suas respostas a todos, para serem discutidas no coletivo. 5. Propor para casa uma atividade de pesquisa sobre a origem da geometria e sobre a história do cálculo de áreas de superfícies planas. Essa pesquisa deve ser realizada pelos grupos formados na atividade anterior
Instrumentos Kit multimídia Cópia das atividades (Anexo C)
Avaliação Atividade do dia (sondagem)

Fonte: elaborado pelos professores investigados no momento II da pesquisa (2018).

Cena 1.1 – A ação docente na organização do ensino – investigando o conceito a ser ensinado

1.1.1 Pesquisadora: Queria só que vocês comentassem sobre a atividade de hoje, se atingiu sua expectativa, se foi além ou aquém, como você se sentiu aplicando?

1.1.2 Prof.^a Murici: Foi a primeira atividade, estávamos iniciando o conteúdo. Para ser bem sincera, foi bem diferente da abordagem que eu costumo fazer com os conteúdos, porque as aulas que a gente ministra para o ensino médio são mais aulas expositivas. Então, hoje já iniciamos com o vídeo, depois uma atividade onde os alunos se envolveram, foram formados grupos e eu achei bem interessante. Acho que ainda não conseguimos um envolvimento maior dos alunos, porque também era a primeira vez, e eles já fizeram sim outros trabalhos, outras apresentações, mas voltado exclusivamente para essa dinâmica é a primeira vez, porém, acho que o resultado foi positivo, porque vimos muitos alunos envolvidos.

....

1.1.3 Prof. Jacinto: Acho que nem era necessário fazer essa pergunta, só pelo fato de estávamos em aula as 12:10 horas, o que normalmente antes desse horário estão querendo ir embora. Gerou-se uma certa expectativa, e atendeu, porque eles interagiram.

Pesquisadora 1.1.4: [...] Vocês viram que eles (alunos) vinham perguntar acerca dos conceitos de reta e semirreta, sobre o ângulo, se eram dois pontos juntos. Então, a partir dali o Prof. Jacinto até retrucava a pergunta dele com outra pergunta para fazê-los irem pensando, que esse é mesmo o objetivo da proposta, é você como mediador fazer essa ligação para ele ir pulando de níveis, vamos assim dizer.

1.1.5 Prof.^a Murici: Principalmente em relação aos losangos, onde lá eles mostravam no teto, na janela e etc., mas e a definição? Para ter o ângulo, precisa ter o que? Esse ponto tem que partir de uma origem, assim vamos ter dois segmentos, e íamos apontando os caminhos e eles percorriam e chegavam. e também é um hábito meu, de voltar a indagação, e para você?

....

1.1.6 Pesquisadora: [...] O estudo que vocês realizaram em questão da história da geometria, sobre a fundamentação teórica, você acha que foi suficiente para estarmos dando continuidade? Você está se sentindo bem fundamentado?

1.1.7 Prof.^a Murici: A cada momento que vamos progredindo (no processo de organização do ensino) vou estudando mais um pouco, vou me inteirando mais.

Em relação à atividade realizada hoje poderia ter se estendido mais, se tivesse mais tempo, mas acho que deu para corresponder aos objetivos.

1.1.8 Pesquisadora: Se o embasamento, sua preparação para essa aula de hoje foi suficiente ou você acha que poderia ter visto outro ponto que poderia ter fundamentado mais?

1.1.9 Prof. Jacinto: O material enviado pela a pesquisadora ajudou nos estudos e “afunilou” (possibilitou o aprofundamento). E sim, atendeu as expectativas.

1.1.10 Pesquisadora: Em relação aos conceitos que nós trabalhamos na atividade com os meninos (alunos), você acha que atingiu os objetivos pretendidos?

1.1.11 Prof. Jacinto: Eu acredito que sim, porque de fato, embora apenas com noções daquilo que dá uma estrutura para a Geometria, alguns deles estavam bem afiados. Mas teve grupos que desconheciam e confundiam.

1.1.12 Prof.^a Murici: Já para nós, eu gostaria que eles não estivessem tão apegados ao que foi escrito e que falassem mais com as próprias palavras.

1.1.13 Pesquisadora: Qual o momento que vocês diriam que foi o melhor da atividade de hoje?

1.1.14 Prof.^a Murici: Para mim, foi quando eles estavam em atividade mesmo, desenvolvendo essas atividades, porque naquele momento eles tiveram a necessidade, tanto de pensar e refletir para responder, como de discutir em grupo, não todos os grupos, mas a maioria estavam interligados. Teve também a necessidade da intervenção do professor para ajudar, dar alguma orientação para que pudessem chegar em um conceito e chegar em uma resposta do que estava proposto para eles, então acho que o momento da atividade em si foi o mais interessante.

A cena tem início com a pesquisadora solicitando aos professores, na locução 1.1.1, que relatem suas impressões sobre o desenvolvimento das atividades planejadas para o primeiro momento, avaliando se atingiu as expectativas deles. Assim, a Prof.^a Murici enfatiza, em um trecho de sua fala, na locução 1.1.2, que “[...] para ser bem sincera, foi bem diferente da abordagem que eu costumo fazer com os conteúdos, porque as aulas que a gente ministra para o ensino médio são mais aulas expositivas. Então, hoje já iniciamos com o vídeo, depois uma atividade onde os alunos se envolveram, foram formados grupos e eu achei bem interessante. [...]”

A partir da descoberta dessa “nova dinâmica”, de um novo modo de organizar o ensino, surge a necessidade de o professor, no planejamento, organizar ações de ensino a serem desenvolvidas em sala de aula para concretizar os seus objetivos de ensino, tal como postula a AOE e se propôs para o primeiro momento, descrito no Quadro 22, com o fim de estabelecer os procedimentos metodológicos e teóricos com vistas a investigar a essência do conceito em estudo a partir do movimento lógico-histórico e orientar o trabalho para os conhecimentos científicos.

Posto isso,

o grande desafio do professor ao fazer um planejamento, ministrar uma aula que apresente o movimento da construção, da evolução do conhecimento é saber como o conhecimento foi gerado, porque é do jeito que é e como chegou naquele modo, ou seja: construir a Matemática com o aluno que, ao ver sentido no que ele está fazendo, sinta-se movido a aprender. (LEMES, 2012, p. 101)

Então, a Prof.^a Murici, ao expor o seu pensamento, expressa em sua fala sobre o envolvimento dos alunos na atividade proposta sob essa “nova dinâmica”, e completa, ainda na locução 1.1.2: “porque também era a primeira vez, e eles (alunos) já fizeram sim outros trabalhos, outras apresentações, mas voltado exclusivamente para essa dinâmica (AOE) é a primeira vez, porém, acho que o resultado foi positivo, porque vimos muitos alunos envolvidos.”

Por sua vez, o Prof. Jacinto endossa o posicionamento da Prof.^a Murici na locução 1.1.3, chamando a atenção para o fato de os alunos ultrapassarem o horário do término da aula sem reclamar, como sinal de motivação e envolvimento: “[...] só pelo fato que estávamos em aula às 12h10, o que normalmente, antes desse horário, estão querendo ir embora.”

Diante das colocações apresentadas, depreendemos que as reflexões dos professores sobre o modo de organizar e apresentar os conteúdos, e quanto ao desenvolvimento das ações planejadas, obtendo como consequência, de forma positiva, o envolvimento e a motivação dos

alunos, potencializam a sua aprendizagem na direção do desenvolvimento profissional, implicando a capacidade de pensar teoricamente sobre as ações de ensino.

Na locução 1.1.4, a pesquisadora observa, “[...] Vocês viram que eles (alunos) vinham perguntar acerca dos conceitos de reta e semirreta, sobre o ângulo, se eram dois pontos juntos.” Então, a partir dali, o Prof. Jacinto até retrucava a pergunta dele com outra pergunta para fazê-los irem pensando, que esse é mesmo o objetivo da proposta, é você como mediador fazer essa ligação para ele ir ‘pulando de níveis’, vamos assim dizer.”

Então, a Prof.^a Murici, concordando com a percepção da pesquisadora, completou: “[...] íamos apontando os caminhos e eles percorriam e chegavam.” Assim, entendemos que “a característica mais eminente do trabalho do professor é a mediação docente pela qual ele se põe entre o aluno e o conhecimento para possibilitar as condições e os meios de aprendizagem, ou seja, as mediações cognitivas” (LIBÂNEO, 2004, p. 06). Quer dizer, o conhecimento não é apropriado diretamente: para isso, é necessária a mediação de uma pessoa mais experiente, nesse caso, o professor.

Diante disso, ratificamos a importância de o professor realizar estudos para se apropriar dos conteúdos a serem ensinados, que na AOE é denominado de *síntese histórica do conceito*, visando a organizar o ensino de modo a possibilitar a apropriação do conhecimento científico.

Nesse sentido, enfatizamos a fala dos professores nas locuções 1.1.7 e 1.1.9, respectivamente. A Prof.^a Murici relatou: “a cada momento que vamos progredindo (no processo de organização do ensino), vou estudando mais um pouco, vou me inteirando mais.” Por sua vez, o Prof. Jacinto declarou: “o material enviado pela a pesquisadora ajudou nos estudos e “afunilou” (possibilitou o aprofundamento)”.

Ao apropriar-se do objeto de ensino, o professor poderá identificar a essência do conteúdo de ensino, por intermédio da investigação histórica e lógica desse conteúdo, apreendendo os seus nexos conceituais, o que lhe propiciará a organização de sua atividade de ensino a partir de outros formatos, superando as práticas de ensino de matemática – nesse caso, a geometria – baseadas no treino, na repetição e na memorização, as quais não contribuem para o desenvolvimento do pensamento teórico (ESTEVES; SOUZA, 2015, p. 96).

Voltando à cena, na locução 1.1.13, a pesquisadora questiona: “Qual o momento que vocês diriam que foi o melhor da atividade de hoje?” Então, a Prof.^a Murici prontamente se manifestou, na locução 1.1.14: “Para mim, foi quando eles (alunos) estavam em atividade mesmo, desenvolvendo essas atividades, porque naquele momento eles tiveram a necessidade, tanto de pensar e refletir para responder, como de discutir em grupo, não todos os grupos, mas a maioria estavam interligados. Teve também a necessidade da intervenção do professor para

ajudar, dar alguma orientação para que pudessem chegar em um conceito e chegar em uma resposta do que estava proposto para eles, então acho que o momento da atividade em si foi o mais interessante.”

Entendemos assim como postulado por Sousa (2016, p. 34), ao considerar que

[...] a definição mais geral da atividade tem por princípio mover os sujeitos a se entenderem e a entenderem a realidade mutante enquanto criam conceitos, no âmbito do ensino tal atividade deve permitir aos professores e estudantes pensarem sobre os conceitos científicos ensinados e aprendidos, os quais foram e são historicamente construídos pelos homens das mais diversas civilizações.

Levando em consideração que não é qualquer ensino que promove o desenvolvimento teórico, podemos perceber que a TA, postulada por Leontiev (1978), contém elementos que compõem a sua estrutura, a exemplo de: necessidade; motivo; objetivos e condições (situações concretas); e os componentes com esses elementos mencionados – atividade, ação e operação –, como disposto na Figura 13.

Figura 13 – Elementos da atividade

Fonte: elaborado pela autora (2019), fundamentada em Moura (2010).

Então, retomamos que atividade, nas palavras de Leontiev (1978, p. 315), são “[...] processos que são psicologicamente determinados pelo fato de aquilo para que tendem no seu conjunto (o seu objeto) coincidir sempre com o elemento objetivo que incita o paciente a uma dada atividade, isto é, com o motivo”.

Nessa perspectiva, tomar o ensino como atividade, na compreensão da AOE como mediação entre a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem, é entender que

[...] o ensino como atividade se realiza na Atividade Orientadora de Ensino [...], o que faz com que ela assuma características de mediação da formação do professor ao colocar em movimento, num mesmo processo, os

conhecimentos teóricos (como síntese de modos de ação gerais gerados pela prática social) e as ações concretas da atividade de ensino do professor e da atividade de aprendizagem dos estudantes. (MOURA; SFORNI; LOPES, 2017, p. 71)

Assim, na atividade de ensino, o professor tem a função de organizá-lo com o fim de despertar para a motivação dos alunos e promover a necessidade de aprendizagem de conceitos científicos. Desse modo, precisam conhecer os motivos que levaram os alunos a realizarem determinada tarefa, ou seja, devem perceber e ter consciência das ações que são realizadas. No Quadro 23, apresentamos a síntese dos pontos abordados nesse episódio.

Quadro 23 – Síntese explicativa da análise dos dados considerados do Episódio 1 da Unidade 2

Episódio1 – A reflexão sobre a organização do ensino		
CENAS	AÇÃO/MEDIAÇÃO	DESDOBRAMENTOS/ MANIFESTAÇÕES
Cena 1.1 – A ação docente na organização do ensino - investigando o conceito a ser ensinado	Momento de planejamento do dia 10 de outubro de 2018, em que os professores participantes e a pesquisadora avaliam a execução do primeiro momento em sala de aula	Os professores despertam o olhar para o novo modo de organizar o ensino, por meio da AOE como instrumento teórico-metodológico. Tomada de consciência pelos professores de seu papel como mediadores na atividade de ensino e, em consequência disso, percebem a necessidade e importância de estudarem a estrutura conceitual a ser ensinada, ou seja, entendendo a síntese histórica do conceito, assim como estabelecido na AOE como essencial para organizar o ensino. Os sujeitos percebem os elementos da atividade enquanto processo psicológico no momento de realização das ações que foram previamente planejadas e organizadas segundo as proposições da AOE para, de forma intencional, gerar motivos que levem os alunos a realizar determinada tarefa, a fim de promover a aprendizagem de conceitos científicos e o desenvolvimento do pensamento teórico.

Fonte: elaborado pela autora (2019).

5.2.2.2 Episódio 2: o movimento de apropriação de conceitos de geometria plana

Neste episódio, apresentamos duas cenas, cujas especificações estão designadas no Quadro 24: *Cena 2.1 – Analisando o desenvolvimento das ações e operações estabelecidas no planejamento*; e *Cena 2.2 – Revelando as novas qualidades na organização do ensino*.

Quadro 24 – Especificação dos dados considerados na análise do Episódio 2 da Unidade 2

CENAS	ATIVIDADE	SUJEITOS ENVOLVIDOS NA CENA	DATA	INSTRUMENTO
Cena 2.1 – Analisando o desenvolvimento das ações e operações estabelecidas no planejamento	Encontro de planejamento – avaliando o terceiro e quarto momentos	Pesquisadora, P4- Prof. Jacinto, e P7- Prof. ^a Murici	05 de novembro de 2018	GA – gravação em áudio e planejamento do terceiro e quarto momentos
Cena 2.2 – Revelando as novas qualidades na organização do ensino	Encontro de planejamento – avaliação geral	Pesquisadora, P4 – Prof. Jacinto, e P7 – Prof. ^a Murici	14 de novembro de 2018	GA – gravação em áudio

Fonte: elaborado pela autora (2019).

Cena 2.1 – Analisando o desenvolvimento das ações e as operações estabelecidas no planejamento

Esta cena aconteceu no encontro de planejamento do dia 05 de novembro de 2018, no momento em que os professores participantes e a pesquisadora avaliaram a execução do terceiro e quarto momentos com os alunos, cujos planos se apresentam nos Quadros 25 e 26, respectivamente.

Aqui, com o fim de contextualizar as falas dos sujeitos, entendemos que na atividade de ensino, a avaliação tem função de análise, onde os professores verificam a aprendizagem no desenvolvimento das ações e as operações planejadas, e analisam as próprias ações de ensino. Para tanto, identificamos momentos de ações com potencial de análise para a aprendizagem conceitual do docente, que conforme Sforzi (2003, p. 90), “requer a atenção as condições de rigidez ou flexibilidade da forma de apresentação do conceito, às explicações sobre as causas das diferentes apresentações externas do fenômeno ou objeto, e a tentativa de síntese” na fala dos sujeitos.

Quadro 25 – Plano do terceiro momento

Planejamento do Terceiro Momento
Tema: Polígonos regulares
Objetivos de aprendizagem dos alunos <ol style="list-style-type: none"> 1. Relembrar os conceitos de linhas aberta simples e não simples, e linhas fechadas simples e não simples. 2. Distinguir polígono de poligonal. 3. Construir o conceito de polígonos. 4. Perceber que figuras geométricas plana diferentes podem ter a mesma área.
Ações de ensino <ol style="list-style-type: none"> 1. Dividir a turma em duplas e utilizar cordões ou barbantes para que possam construir linhas fechadas simples e não simples, e linhas abertas simples e não simples. 2. Distribuir palitos de picolé entre as duplas para a construção de polígonos, podendo assim fazer a distinção entre polígono e poligonal, com a finalidade de construir o conceito de polígonos 3. Exibir <i>slides</i> para maior compreensão dessa distinção (polígono e poligonal). 4. Aproveitar a construção de diversos polígonos para classificá-los como: côncavo, convexos quanto aos lados, e quanto a serem regulares ou não regulares.
Instrumentos Kit multimídia Xerox Barbante Palitos de picolé
Avaliação Atividades práticas para aplicação de conceitos sobre polígonos

Fonte: elaborado pelos professores investigados no segundo momento da pesquisa (2018).

Quadro 26 – Plano do quarto momento

Planejamento do Quarto Momento
Tema: Área de superfícies poligonais planas – quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio, losango e triângulo
Objetivos de aprendizagem dos alunos <ol style="list-style-type: none"> 1. Calcular áreas de superfícies poligonais planas 2. Resolver situações-problema que envolvam áreas de superfícies poligonais planas
Ações de ensino <ol style="list-style-type: none"> 1. Formar trios e entregar malhas quadriculadas para executarem algumas atividades. 2. Pedir aos trios para desenharem polígonos diferentes que tenham a mesma área. 3. Solicitar dos alunos a construção de um quadrado e contar quantas unidades de área ele tem, e determinar a fórmula para calcular sua área. 4. Desenhar um retângulo, partindo da definição de poligonal, contar quantas unidades de área ele tem e, por dedução, determinar a fórmula para o cálculo de sua área. 5. Construir na malha quadriculada um paralelogramo para que possam constatar que os dois triângulos formados nos cantos são uma deformação do retângulo. Para complementar essa atividade, pedir que os alunos também utilizem canudos recortados para construir retângulos e observar que ao puxar dois vértices não consecutivos, obtém-se um paralelogramo, deduzindo-se, então, que a fórmula para o cálculo da área do paralelogramo é a mesma do retângulo. 6. Usando a malha quadriculada, fazer a construção de dois trapézios semelhantes, depois juntá-los, formando um paralelogramo, e esperar que os alunos montem, assim, a fórmula do cálculo da área do trapézio. 7. Partindo da construção de um quadrado com canudos e pedindo aos alunos que segurem em dois vértices não consecutivos para deformá-lo, tem-se um losango. Utilizando também a malha para desenhar um losango e tracejando suas diagonais, os alunos poderão perceber que a figura foi dividida em quatro triângulos congruentes. Recortando esses triângulos e posicionando para formar um retângulo ou um paralelogramo, os trios de alunos podem, assim, chegar à fórmula para o cálculo da área do losango. 8. Desenhar dois triângulos congruentes, e depois juntá-los, formando um paralelogramo, demonstrando, assim, que a área do triângulo é a metade da área do paralelogramo.

9. Para casa, propor uma atividade de cálculo de área de superfície de algumas figuras geométricas planas e situações-problema com o mesmo propósito.
Instrumentos Xerox Malha quadriculada Canudos
Avaliação Atividades de cálculo de área de superfícies poligonais

Fonte: elaborado pelos professores investigados no segundo momento da pesquisa (2018).

(Avaliando o terceiro momento, ver plano, conforme o Quadro 25).

2.1.1 Pesquisadora: Queria ouvir de vocês essa experiência da atividade das linhas e dos polígonos.

2.1.2 Prof.^a Murici: Essa atividade é uma atividade simples, porque, como você falou, a nossa suposição é que o aluno no ensino médio já tivesse esse conceito, porém a gente viu que esses conceitos apesar de simples não estavam apropriados (pelos alunos), e com isso foi muito interessante a gente desenvolver as atividades usando o material, que foram os barbantes e os palitos de picolé.

...

2.1.3 Pesquisadora: Para vocês, como estão esses conceitos, da temática inteira que estamos trabalhando, se esses conceitos já estavam definidos e outros foram revisados e foram se concretizando, como está sendo? Porque nós estamos passando esses conceitos para os alunos, de área e tantos outros conceitos, mas nesse processo desde que começamos vamos trabalhando vários conceitos dentro da geometria, e aí queria saber como vocês estão diante desses conceitos, como está sendo a experiência de vocês em relação a todos esses conceitos da geometria.

2.1.4 Prof.^a Murici: Se for falar de forma mais ampla de quando começamos até agora, para mim está sendo uma oportunidade para estudar mais, me empenhar mais, me voltando mais para a geometria. Não me resta dúvidas de que as coisas ficam mais claras, você se apropria mais dos conceitos, das definições porque você entende melhor, pois o aluno pratica e você pratica junto com ele, porque você está ali, orientando, dando suporte e não tem como não ficar mais abrangente.

2.1.5 Prof. Jacinto: Em relação ao conteúdo abordado, acredito que a forma em que passamos a abordá-lo, mesmo com o 2º ano nos valendo de um histórico para dar sentido à aquilo que está sendo abordado em sala de aula sim, para mim traz essa novidade. Porque são conceitos bem básicos, então a novidade para mim foi a forma da abordagem dando significação para que os alunos não vejam aquilo apenas como contas (forma mecanizada), pois é uma conta que existe por trás um conto.

2.1.6 Prof.^a Murici: Para mim eu sei que existe uma diferença entre reta e um segmento de reta, mas eu não tinha me apropriado da importância que existe entre você definir o que é uma reta e um segmento de reta, você caracterizar. Porque para todo o conceito geométrico de polígono, você precisa estar com isso muito bem definido, porque se não tem como trabalhar com o aluno.

2.1.7 Pesquisadora: Outra coisa que eu queria chamar a atenção é a linguagem simbólica matemática, da diferença de como você representa uma reta que passa pelos pontos A e B, um segmento A e B, uma semirreta que comece em A e passe em B, então tem toda uma simbologia de cada diferença.

...

(Avaliando o quarto momento, vê Quadro 26)

2.1.8 Pesquisadora: Vocês enxergavam essas fórmulas de área como passamos para os alunos com as figuras?

2.1.9: Prof.^a Murici: Eu mesmo passei a enxergar depois da atividade, e depois que estudei todas elas aqui e me senti junto com o Prof. Jacinto, porque fomos vendo como que íamos fazer. Então, para cada figura a gente discutia.

2.1.10 Pesquisadora: Mas antes dessa atividade vocês enxergavam essas fórmulas como paralelogramo?

2.1.11 Prof.^a Murici: Na verdade, enquanto professor, antes eu dava a definição de maneiras diferentes, por exemplo: para a área do triângulo, via ele como sendo a metade fixa de um retângulo, mas a nova visão que me despertou foi a questão de quando dois triângulos, qualquer que seja, análogos formam um paralelogramo e um triângulo representa a metade de todo o paralelogramo. O paralelogramo

podíamos ver como um retângulo deformado, essa visão eu já tinha, mas não para calcular a área do triângulo.

2.1.12 Prof.^a Murici: A área do trapézio também, que fizemos um justaposto ao outro que conseguíamos enxergar a base maior, base menor, tínhamos que juntar mesma base a altura também, e também comecei a ter essa visão agora.

Sobre os conceitos de geometria plana abordados nos planejamentos até esse dado momento (terceiro momento), a pesquisadora, na locução 2.1.3, solicita aos professores participantes que dissertem sobre a experiência deles em relação ao trabalho desenvolvido com tais conceitos. Então, a Prof.^a Murici prontamente expôs seu pensamento, na locução 2.1.4: “Se for falar de forma mais ampla de quando começamos até agora, para mim está sendo uma oportunidade para estudar mais, me empenhar mais, me voltando mais para a geometria. Não me resta dúvidas de que as coisas ficam mais claras, você se apropria mais dos conceitos, das definições porque você entende melhor, pois o aluno prática e você prática junto com ele, porque você está ali, orientando, dando suporte e não tem como não ficar mais abrangente.”

Na visão de Dias e Souza (2017, p. 199),

É no processo de realização sistemática da atividade de estudo que se abre ao professor a possibilidade de uma formação mais intensa das operações mentais de caráter teórico, em oposição aquelas em que os conhecimentos são apresentados segundo conhecimentos tradicionais.

Esse processo de estudo sistemático, realizado pelos professores nessa experiência de formação, decorre da organização do ensino. Em nosso caso, aconteceu segundo os pressupostos teóricos e metodológicos da AOE, que preza por esse momento de estudo (síntese histórica do conceito) e aprofundamento dos conteúdos pelo docente, com o intuito de aproximar os sujeitos dos conteúdos a serem ensinados, possibilitando, nesse processo, o desenvolvimento de operações mentais de caráter teórico, essenciais para a apropriação do conhecimento científico.

No relato da Prof.^a Murici sobre a aprendizagem dos conceitos de geometria plana, destacamos o seguinte trecho: “[...] você entende melhor, pois o aluno prática e você prática junto com ele, porque você está ali, orientando, dando suporte e não tem como não ficar mais abrangente.”

A propósito, Moura (2016) enfatiza que a AOE é a unidade de formação do estudante e do professor, de modo que o processo educativo no ambiente da sala de aula se constitui como atividade para o estudante e para o docente. Então, sobre a formação do professor na AOE, entendemos que

a formação do professor que tem por objetivo, ensinar o estudante e que, entretanto, nas discussões coletivas, no movimento dos motivos de sua atividade, das ações, operações e reflexão que realiza, aprende a ser professor aproximando o sentido pessoal de suas ações da significação da atividade pedagógica como concretizadora de um objetivo social. (MOURA *et al.*, 2016, p. 124)

Nesse caso, a AOE como agente mediador na organização do ensino, além de ser instrumento para o professor entender o processo de ensino de conceitos, que é o seu objeto de ensino, como postula Moura (1996, 2002), é, também, instrumento para apropriação dos conceitos a serem ensinados.

Nessa perspectiva, Milani (2016, p. 68) reflete que “o diálogo entre professor e estudante proporciona uma negociação de significados, é uma ação conjunta. A troca de saberes potencializa a organização do ensino permitindo a apropriação de conhecimentos”, não somente pelos alunos, mas também pelo professor.

Com efeito,

a apropriação dos conteúdos estabelece-se, então, nas relações dialéticas indivíduo-coletividade e envolve superações complexas do sujeito em atividade de estudo. Este como parte do coletivo, mas guardada as suas características e sua individualidade, evolui de “um nível de conhecimento inicial para um nível final, mais elaborado” (MOURA, 2000, p. 34), por processos de realimentação de ressignificação individual coletivo, mediados pela reflexão teórica e prática que se constitui em objeto da atividade. (DIAS; SOUZA, 2017, p. 185)

Nesse movimento, quando o nível de consciência individual se integra à coletividade educacional, o professor não só representa um dos principais propagadores do conhecimento científico, como também é sujeito em processo de aprendizagem.

A Prof.^a Murici demonstra, na locução 2.1.6, atentar para os detalhes do conceito, as propriedades e as características particulares dos conceitos que os diferenciam, no caso, os conceitos de reta e segmento de reta: “Para mim eu sei que existe uma diferença entre reta e um segmento de reta, mas eu não tinha me apropriado da importância que existe entre você definir o que é uma reta e um segmento de reta, você caracterizar. Porque para todo o conceito geométrico de polígono, você precisa estar com isso muito bem definido, porque se não tem como trabalhar com o aluno.”

Diante dessa manifestação da professora, observamos que ela também enfatiza o quanto é importante se apropriar dos referidos conceitos para ensinar o emprego deles para a construção de outros conceitos com os alunos. Nessa direção, compreendemos que

ensinar o emprego dos conceitos e dos esquemas de classificação dos objetos particulares é compreendido como tarefa particular do professor. A organização do ensino é fundamental nesse percurso. [...] Ao ensinar é preciso destacar e ordenar os principais atributos, designá-los mediante termos especiais ou certas formulações orais. [...] (SFORNI, 2004, p. 55)

Logo, é primordial o trabalho do professor, por meio da organização de seu ensino, no sentido de conduzir os alunos a observarem as peculiaridades dos conceitos, mediante a análise dos objetos e fenômenos em estudo, operando com as relações internas e os seus nexos. Lembrando que esses professores trabalham com alunos do ensino médio, que estão na adolescência e, portanto, são capazes de realizar “[...] generalizações teóricas, ou seja, tem a capacidade de lidar com atributos que não são percebidos pela observação direta, fruto de deduções, com base em nexos e entrelaçamentos, e com as qualidades internas dos objetos e fenômenos.” (SFORNI, 2004, p. 57).

Essas capacidades são também do professor, que supostamente conta com um amadurecimento psíquico superior ao dos adolescentes, resultante de um amadurecimento natural para realizar e conduzir a análise mental desse conhecimento a ser explorado juntamente com os alunos, representado em forma de conceito.

A partir dessa manifestação da professora, na locução 2.1.6, a pesquisadora chama atenção, como se vê na locução 2.1.7, sobre a linguagem simbólica matemática, ao representar uma reta que passa pelos pontos A e B ($\overleftrightarrow{AB}$), um segmento A e B ($\overline{AB}$), e uma semirreta que comece em A e passe em B ($\overrightarrow{AB}$).

Nesse sentido, Rosa, Moraes e Cedro (2016, p. 83) afirmam que “quando os atributos essenciais são representados por palavras ou signos, eles permitem a formação do conceito, que permite a compreensão dos traços substanciais dos objetos e fenômenos da realidade”. Assim, essa orientação da pesquisadora reitera as distinções dos conceitos apontados, por suas relações internas e por suas representações simbólicas.

Então, a formação de conceitos requer um processo de análise do objeto ou fenômeno no processo ensino e aprendizagem, conduzindo os sujeitos envolvidos a uma atividade consciente de mudança em sua forma de enxergar e pensar o conceito e elaborar novos conceitos.

Diante disso e da fala da Prof.^a Murici, na locução 2.1.6, podemos apontar que ela apresenta indícios de apropriação dos referidos conceitos ou observa as suas distinções e a importância no cabedal de conceitos que os utiliza como base para a sua construção, a exemplo do estudo de polígonos.

Ao iniciar a avaliação com os professores do quarto momento (Quadro 26), a pesquisadora questionou aos professores, na locução 2.1.8: “Vocês enxergavam essas fórmulas de área como passamos para os alunos com as figuras?” Ao que a Prof.^a Murici respondeu, na locução 2.1.9: “Eu mesmo passei a enxergar depois da atividade, e também depois que estudei todas elas aqui e sentei junto com o Prof. Jacinto, porque fomos vendo como que íamos fazer (referindo-se ao planejamento das ações do quarto momento). Então, para cada figura a gente discutia.”

Aqui, chamamos a atenção para a forma como os professores realizaram seus estudos, colaborando uns com os outros. Portanto, partindo do entendimento de Moura (2016, p. 101), fundamentado em Rubtsov (1996), temos que “a atividade realizada em comum, coletiva, ancora o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, ao configurar-se no espaço entre a atividade intersíquica e a atividade intrapsíquica dos sujeitos”.

Nesse caso, o contexto colaborativo potencializa os professores a vivenciarem momentos de discussão sobre a estrutura dos conceitos de geometria plana, bem como o planejamento das atividades de ensino a serem desenvolvidas, além da compartilharem de experiências e conhecimentos. Ademais, promove a atividade cognitiva, possibilitando avançar para outro nível de entendimento do conceito em estudo, por meio das interações entre os sujeitos.

Posto isso, entendemos, como postulado pela THC, que o desenvolvimento psíquico acontece a partir do movimento social para o individual, ou seja, do intersíquico para o intrapsíquico. Para Sforzi (2004, p. 6), “por meio do processo de interiorização, a realização da atividade, que era coletiva e externa, converte-se em individual e os meios de sua organização, em internos.” Com isso, a subjetividade em cada um dos professores promove a apropriação de conceitos de geometria plana.

Continuando, a pesquisadora voltou a perguntar, na locução 2.1.10: “Mas antes dessa atividade vocês enxergavam essas fórmulas como paralelogramo?” Ao que a Prof.^a Murici explicou, nas locuções 2.1.11 e 2.1.12: “Na verdade, enquanto professor, antes eu dava a definição de maneiras diferentes, por exemplo: para a área do triângulo, via ele como sendo a metade fixa de um retângulo, mas a nova visão que me despertou foi a questão de quando dois triângulos, qualquer que seja, análogos formam um paralelogramo e um triângulo representa a metade de todo o paralelogramo. O paralelogramo podíamos ver como um retângulo deformado, essa visão eu já tinha, mas não para calcular a área do triângulo.”

Aqui, ela refere-se às ações 5 e 8 do quarto momento do plano (vide Quadro 26), planejadas após estudo realizado em grupo pelos professores, como referido pela Prof.^a Murici,

na locução 2.1.9, que complementa: “a área do trapézio também, que fizemos um justaposto ao outro que conseguíamos enxergar a base maior, base menor, tínhamos que juntar mesma base a altura também, e também comecei a ter essa visão agora.” (referindo-se à ação 6 – Quadro 26).

A vista disso, podemos observar que o modo como o sujeito vai desenvolvendo o conceito, entendendo os seus nexos internos e suas relações com outros conceitos, revela uma nova qualidade de pensamento. Portanto, “além de ter aprendido um novo conceito, também adquiriu um modo de se apropriar de conteúdos de um modo geral.” (MOURA, 2016, p. 118), um modo de investigação para a compreensão de outros conceitos dentro do mesmo sistema conceitual, oportunizando segurança ao conduzir o processo do ensino desses conceitos com os alunos.

Nessa direção, é oportuno salientar que

[...] o professor precisa conhecer o modo investigativo pelo qual o conhecimento foi produzido, pois é aí que se situa o modo de pensar, analisar e compreender o objeto a ser ensinado a seus alunos. Se ele, o professor, não é capaz de pensar o objeto de conhecimento que ensina como um processo e, ao mesmo tempo, um produto de investigação, dificilmente será capaz de propor tarefas com caráter de problemas para que os alunos resolvam investigativamente. (FREITAS; ROSA, 2015, p. 620-621)

À vista disso, as mudanças que podem ocorrer, resultantes do movimento de investigação conceitual, denotam indícios de novas qualidades do pensamento dos professores, inclusive na organização do ensino, revelando uma nova qualidade na prática pedagógica, voltada para a condução dos alunos ao conhecimento teórico. Dessa maneira, fica claro que “funções psicológicas de nova qualidade darão nova qualidade as novas atividades que os sujeitos realizarão.” (MOURA; SFORNI; LOPES, 2017, p. 85).

A seguir, a cena 2.2 designa a manifestação dos professores em relação a uma nova postura no que diz respeito à organização do ensino.

Cena 2.2 – Revelando novas qualidades na organização do ensino

A organização do ensino é uma dentre as várias atribuições do professor, e de acordo com Moura (2001, p. 146), “[...] organizar o ensino é ter presente quais são os elementos constituintes da atividade de ensino, isto é, o professor precisa adquirir consciência dos vários fatores presentes no ato de ensinar.”

Dito isso, apresentamos esta cena com o intuito de identificar na fala dos sujeitos essa tomada de consciência acerca de uma nova qualidade na organização do ensino, proporcionada pela formação continuada mediada pelos pressupostos teóricos e metodológicos da AOE.

A cena ocorreu no encontro de planejamento do dia 14 de novembro de 2018, quando os professores participantes e a pesquisadora fizeram uma avaliação sobre a experiência com a AOE durante o planejamento e desenvolvimento das atividades de ensino, entendendo que a avaliação é parte inerente ao planejamento e à atividade de ensino.

2.2.1 Pesquisadora: Mas você como professor, se sentiu mais fundamentado, apropriado daquilo que queria mostrar?

2.2.2 Prof. Jacinto: Sim, porque antes eu falava e acredito que somente eu compreendia o que queria dizer, agora com a atividade orientadora, onde o aluno é instigado a buscar, se apropriar de um conceito, de uma abstração bem mais intensa (se referindo as propriedades não perceptíveis do conceito) e ele tem a fonte e tem que buscar, ele é sensibilizado à buscar (se referindo a investigação da origem do conceito). Então, essa sensibilizada, esse puxão de orelha vai servir para o seu futuro, e não a colocar numa situação de contexto real, levando em consideração o histórico, suas origens e de onde surgiu o conceito, dessa parte eu não fazia abordagem.

2.2.3 Pesquisadora: Mas você acha importante?

2.2.4 Prof. Jacinto: Claro!

....

2.2.5 Pesquisadora: E a questão do trabalho em grupo deles, como é que vocês viram a evolução?

2.2.6 Prof.^a Murici: Uma coisa que você falou, acho que na segunda vez que sentamos para planejar, foi que você planejou, se não deu certo você replaneja, e o que eu vejo é houve uma evolução de quando eles começaram para agora. Pode não ter sido a evolução que nós esperávamos, mas houve. Onde eu quero chegar quando falo essa questão do replanejamento? Primeiro nós formamos grupos de 4 a 5 pessoas e trabalhamos duas vezes assim (para desenvolver as ações em sala de aula), e sentimos a necessidade de diminuir a quantidade de pessoas e então replanejamos, diminuimos a quantidade de pessoas do grupo, formando duplas e fluiu bem melhor.

2.2.7 Pesquisadora: Mais alguma coisa sobre a avaliação das atividades e da experiência? É que são dois elos: a experiência na sala de aula, o que observamos da avaliação dos alunos e vocês a experiência vivenciada.

2.2.8 Prof.^a Murici: Para mim, mais uma vez foi interessante porque vi uma nova forma de fazer a abordagem, uma nova forma de definir e também está construindo esses conceitos sobre uma nova óptica.

2.2.9 Pesquisadora: É sair daquele conceito engessado, que está lá no livro e você sentir a obrigação de entender do jeito que está no livro, e não é assim. E a perspectiva da atividade é essa, é você não enxergar um conceito de uma forma engessada, mas você se apropriar da essência dele para ir crescendo o sentido da compreensão dele e elevar para o conhecimento científico.

2.2.10 Prof.^a Murici: No terceiro ano eu estou trabalhando números complexos, mas eu já sinto essa necessidade, pois eu pego o livro e vejo tudo muito resumido e eu já sinto essa necessidade de aprofundar e de fundamentar aqueles conceitos e penso em como mostrar para os alunos aquilo.

2.2.11 Prof. Jacinto: E isso nos fortalece para justificar uma indagação que é comum à grande parte dos alunos – onde eu vou utilizar isso na vida?

2.2.12 Pesquisadora: [...] A atividade orientadora mostra isso para o aluno, essa necessidade de se apropriar do conceito porque ele precisa se apropriar.

2.2.13. Prof.^a Murici: E a atividade orientadora dá um contexto de sair da aplicação científica e ir para a prática, para a vida, para o dia a dia.

2.2.14 Prof. Jacinto: Fundamentando, não apenas indo direto para a abstração. Na verdade, quando você é sujeito de um programa como esse, onde te dá um embasamento teórico para a abordagem, tua metodologia é alterada, ainda que você quisesse manter resignada a metodologia se voltando apenas para o “fazer contas” (referindo-se a execução de exercícios repetitivos e mecânicos), você não vai

conseguir. Eu pude perceber que eu cresci também, fazendo a abordagem dessa maneira, eu estou construindo novos conceitos, estou absorvendo o que já existia e permitindo uma evolução, o que não foi passado para mim dessa mesma maneira.

....

2.2.15 Prof. Jacinto: Se não repensarmos a metodologia, a abordagem no ensino da matemática para uma educação matemática de fato, a apropriação de conceitos daquilo que vai engrandecer um povo, uma nação como sabedores de algo que vai lhes engrandecer culturalmente no tocante a matemática, sem essa metodologia nova que faça com que eles absorvam de fato a matemática, que eles se sensibilizem em adquirir essa habilidade.

....

2.2.16 Pesquisadora: E é isso que temos que fazer na atividade orientadora, dar a situação-problema, não a solução, mas os alunos ainda não estão habituados, porque já está robotizado.

2.2.17 Prof. Jacinto: O nosso aluno está muito mal habituado, por exemplo: estávamos trabalhando com Geometria, mas se na demonstração a gente exemplifica e depois como atividade deixa modelos para eles reproduzirem aquilo que foi abordado em sala de aula, eles não sentem necessidade nenhuma, eles não se sensibilizam de maneira nenhuma.

Diante das informações teóricas e práticas proporcionadas na formação continuada, a pesquisadora, na locução 2.2.1, interroga aos professores se consideravam estarem mais respaldados teoricamente e tinham conhecimentos para expor os conteúdos aos alunos. Então, na locução 2.2.2, o Prof. Jacinto respondeu: “Sim, porque antes eu falava e acredito que somente eu compreendia o que queria dizer, agora com a atividade orientadora, onde o aluno é instigado a buscar, se apropriar de um conceito, de uma abstração bem mais intensa (se referendo as propriedades não perceptíveis do conceito) e ele tem a fonte e tem que buscar (se referendo a investigação da origem do conceito), ele é sensibilizado à buscar.[...] levando em consideração o histórico, suas origens e de onde surgiu o conceito, dessa parte eu não fazia abordagem.”

Notamos que em sua fala, o professor manifesta uma nova preocupação ao abordar um conteúdo em sala de aula, no sentido de perpassar o movimento lógico-histórico do conceito, intencionalmente instigando nos alunos a necessidade de compreender o conceito.

Ademais, quando o Prof. Jacinto declarou: “[...] eu falava e acredito que somente eu compreendia o que queria dizer, agora com a atividade orientadora, onde o aluno é instigado a buscar, se apropriar de um conceito[...]”, entendemos que ele percebeu que os alunos não são meros assimiladores de conhecimento, demonstrando estar consciente de que a atividade de ensino está inter-relacionada à atividade de aprendizagem, ou seja, uma depende da outra, em unidade dialética.

Consequentemente, a qualidade dessa relação possibilita saltos qualitativos ao processo de aprendizagem. Nesse ensejo,

a atividade de ensino do professor deve gerar e promover a atividade do estudante. Ela deve criar nele um motivo especial para sua atividade: estudar e aprender teoricamente sobre sua realidade. É com essa intenção que o professor planeja a sua própria atividade e suas ações de orientação, organização e avaliação. (MOURA, 2016, p. 103)

Logo, o professor, enquanto organizador do ensino, deve despertar no estudante a necessidade do conceito, criando condições para que o aluno entre em atividade de aprendizagem, colocando-o frente a uma situação desafiadora, um problema de aprendizagem, que na AOE é denominada SDA, fundamentada com a história do conceito “como forma de reconhecer a necessidade humana que motivou, e dessa forma colocar a necessidade para os estudantes de modo a motivar o movimento da atividade de aprendizagem” (CEDRO *et al.*, (2019, p. 439), transcorrendo o lógico e histórico do conceito, para que possam se apropriar do conhecimento científico.

Na locução 2.2.6 a Prof.^a Murici ressalta o movimento de planejar/ executar/ avaliar/ replanejar o plano, sublinhando a importância desse movimento na condução do ensino: “Uma coisa que você falou, acho que na segunda vez que sentamos para planejar, foi que você (pesquisadora) disse, planejou, se não deu certo você replaneje [...]. Onde eu quero chegar quando falo essa questão do replanejamento? Primeiro nós formamos grupos de 4 a 5 pessoas e trabalhamos duas vezes assim (para desenvolver as ações em sala de aula), e sentimos a necessidade de diminuir a quantidade de pessoas e então replanejamos, diminuimos a quantidade de pessoas do grupo, formando duplas e fluiu bem melhor.”

Sobre isso, enfatizamos a dinâmica ao organizar o ensino a partir da AOE, cujo movimento é um processo de ação e reflexão contínuo. Dessa forma,

a atividade é orientadora, no sentido de que é construída na inter-relação professor e estudante e está relacionada à reflexão do professor que, durante tudo o processo, sente necessidade de reorganizar suas ações por meio da contínua avaliação que realiza sobre a coincidência ou não entre os resultados atingidos por suas ações e os objetivos propostos. (MOURA, 2016, p. 116)

Ao tratarmos com os professores das mudanças de atitude manifestadas por eles ao organizarem o ensino de determinado conteúdo, frente à tarefa de realizar um plano de ação, fazer um planejamento, a Prof.^a Murici relatou a sua experiência: “No terceiro ano eu estou trabalhando números complexos, mas eu já sinto essa necessidade, pois eu pego o livro e vejo tudo muito resumido e eu já sinto essa necessidade de aprofundar e de fundamentar aqueles conceitos e penso em como mostrar para os alunos aquilo.”

Diante desse relato da professora, percebemos que ela despertou um novo olhar para o planejamento e a organização do ensino, que lhe trouxe uma responsabilidade e autocobrança no sentido de aprofundar os estudos e se apropriar dos conceitos a serem ensinados, desencadeando em seu pensamento as ações que deve tomar para organizar a sua atividade de ensino.

Nessa direção, Moura (2016, p. 117) explica que na AOE,

podemos entender como ações do professor em atividade de ensino eleger e estudar os conceitos a serem apropriados pelos estudantes; organiza-los e recriá-lo para que possa ser apropriados; organizar o grupo de estudantes, de modo que as ações individuais sejam providas de significado social e de sentido pessoal na divisão de trabalho coletivo; e refletir sobre a eficiência das ações, se realmente conduziu aos resultados inicialmente idealizados.

Por fim, destacamos a fala do Prof. Jacinto, nas locuções 2.14 e 2.15, em que manifesta o novo pensamento como produto da formação proporcionada aos sujeitos, no tocante à organização do ensino de geometria. Na locução 2.2.14, ele disse: “[...] quando você é sujeito de um programa como esse, onde te dá um embasamento teórico para a abordagem, tua metodologia é alterada, ainda que você quisesse manter resignada a metodologia se voltando apenas para o “fazer contas” (referindo-se a execução de exercícios repetitivos e mecânicos), você não vai conseguir. Eu pude perceber que eu cresci também, fazendo a abordagem dessa maneira, eu estou construindo novos conceitos, estou absorvendo o que já existia e permitindo uma evolução, o que não foi passado para mim dessa mesma maneira.”

À vista do exposto pelo professor, constatamos claramente a sua nova postura diante dos procedimentos de ensino e dos conteúdos a serem estudados, aprofundados e ensinados. Ele destaca a sua evolução profissional ao apropriar-se de um modo de organização de ensino – a AOE – diferenciado daquilo que vinha desenvolvendo, e evidencia o fato de estar elaborando novos conceitos. O docente atribui essa nova qualidade à formação que lhe foi proporcionada pelo curso de formação e pelos encontros formativos mencionados no item 4.2.3.2 deste trabalho de pesquisa.

Portanto, “a AOE toma a dimensão de mediação ao se construir como um modo de realização de ensino e de aprendizagem dos sujeitos que, ao agirem num espaço de aprendizagem, se modificam e, assim, também se constituirão em sujeitos de qualidade nova.” (MOURA, 2016, p. 112).

Completando sua fala, na locução 2.2.15, o Prof. Jacinto mencionou: “Se não repensarmos a metodologia, a abordagem no ensino da matemática para uma educação

matemática de fato, a apropriação de conceitos daquilo que vai engrandecer um povo, uma nação como sabedores de algo que vai lhes engrandecer culturalmente no tocante a matemática, sem essa metodologia nova que faça com que eles absorvam de fato a matemática, que eles se sensibilizem em adquirir essa habilidade.”

Dessa forma,

o professor vai compreendendo cada vez mais que, no ato de ensinar, está a organização do conhecimento que deverão propiciar a apreensão de saberes que tornaram os sujeitos mais aptos para viverem socialmente, o que significa que deverão participar conscientemente de uma sociedade cada vez mais justa e humana. (MOURA, 2001, p. 147)

Isso posto, atribuímos essa nova qualidade apresentada pelos professores de pensar sobre o ensino de conceitos da geometria plana ao potencial formativo da AOE, pois ao se apropriarem de um novo modo de organização de ensino, apropriam-se também de seu referencial teórico e metodológico, desenvolvendo um novo nível de organização do pensamento, revelando a presença do conceito como conteúdo deste.

Nessa direção, quando se oportuniza

[...] uma formação que facilite a reflexão, a intuição, é possível fazer com que os professores tornem melhores planejadores e gestores do ensino-aprendizagem e, porque não agentes sociais, capazes de intervir também, nos complexos sistemas éticos e políticos que compõe a estrutura social e de trabalho. (IMBERNÓN, 2009, p. 92)

Então, dizemos que o professor se forma no sentido de se constituir como profissional em desenvolvimento, conscientizando-se da relevância da ação educativa e das possíveis transformações desse ensino no desenvolvimento social e humano dos estudantes, possibilitando a atuação destes como agentes das interações da realidade.

No Quadro 27, apresentamos a síntese dos pontos abordados nesse episódio.

Quadro 27 – Síntese explicativa da análise dos dados considerados do Episódio 2 da Unidade 2

Episódio 2 – O movimento de apropriação de conceitos de geometria plana		
CENAS	AÇÃO/MEDIAÇÃO	DESDOBRAMENTOS/ MANIFESTAÇÕES
Cena 2.1 – Estabelecendo as ações e operações na elaboração do plano	Reunião de planejamento - avaliando o terceiro e quarto momentos, onde os professores analisam a aprendizagem no desenvolvimento das ações e operações planejadas, e analisam as próprias ações de ensino	<p>Durante a organização da atividade de ensino mediada pela AOE, percebemos que o professor é sujeito em processo de aprendizagem, pois a AOE, além de ser instrumento para o professor entender o processo de ensino de conceitos é, também, instrumento para apropriação dos conceitos a serem ensinados.</p> <p>O professor atenta aos detalhes dos conceitos e toma consciência da estrutura conceitual empregada em alguns conceitos de geometria plana. Assim, apresenta indícios de apropriação desses conceitos ou observa as distinções e conexões de suas propriedades, bem como sua importância no cabedal de conceitos que utiliza como base para a sua construção. Observa-se o contexto colaborativo como potencializador do desenvolvimento psíquico dos professores, por meio das interações entre os sujeitos, desencadeando o movimento do social para o individual, promovendo a atividade cognitiva dos sujeitos, possibilitando avançar para outro nível de entendimento do conceito em estudo. Dessa maneira, a subjetividade em cada um dos professores promove a apropriação de conceitos de geometria plana.</p> <p>Podemos observar que o modo como o sujeito vai desenvolvendo o conceito, entendendo os seus nexos internos e suas relações com outros conceitos, revelando uma nova qualidade de pensamento e, portanto, alcançado um modo de investigação para a compreensão de outros conceitos, a fim de transferir para todos uma classe conceitual. Com esse novo modo de organizar o pensamento como elemento revelador do desenvolvimento psíquico, ele adquire segurança ao conduzir o processo do ensino desses conceitos com os alunos.</p>
Cena 2.2 – Revelando novas qualidades na organização do ensino	Encontro de planejamento – quando os professores participantes e a pesquisadora fazem uma avaliação sobre a experiência vivenciada com a AOE durante o planejamento e desenvolvimento das atividades de ensino	<p>O professor manifesta uma nova preocupação ao abordar um conteúdo em sala de aula, que perpassa o movimento lógico-histórico do conceito. Desse modo, intencionalmente instiga nos alunos a necessidade de compreender o conceito.</p> <p>Tomada de consciência de que na AOE, a atividade de ensino está inter-</p>

		<p>relacionada à atividade de aprendizagem, ou seja, uma depende da outra, em unidade dialética, e consequentemente, a qualidade dessa relação possibilita saltos qualitativos no processo de aprendizagem.</p> <p>Os sujeitos investigados despertam uma nova ótica sobre o planejamento e a organização do ensino, incumbindo-se de uma responsabilidade nova e autocobrança no sentido de aprofundar os estudos e apropriar-se dos conceitos a serem ensinados, desencadeando no pensamento as ações que deve tomar para organizar a sua atividade de ensino. Os professores ressaltam um avanço profissional ao apropriar-se de um modo de organização de ensino, a AOE, diferenciado do que vinham desenvolvendo, como também evidencia o fato de estar desenvolvendo novos conceitos. Onde atribui essa nova qualidade a formação que lhe foi proporcionada, pelo curso de formação, e encontros formativos.</p> <p>Manifestação dos sujeitos acerca da conscientização quanto à importância da ação educativa e das possíveis transformações desse ensino no desenvolvimento social e humano dos estudantes.</p>
--	--	---

Fonte: elaborado pela autora (2019).

5.2.3 Unidade 3: a significação de conceitos de geometria plana na atividade de ensino

Mantendo o olhar em nosso objeto de pesquisa, consideramos necessário explicitar como os professores se relacionam com os conceitos de geometria plana no desenvolvimento de atividades de ensino, no contexto de sala de aula, de modo a favorecer o desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes.

Dessa forma, nesta unidade, apresentamos um episódio composto por duas cenas, nas quais se observam as significações dos conceitos produzidos pelos professores, analisando os dados obtidos a partir do acompanhamento dos participantes P4 – Prof. Jacinto e P7 – Prof.^a Murici em suas práticas em sala de aula, ao conduzirem e realizarem as ações planejadas junto aos alunos no processo de aquisição do conhecimento, de acordo com o Quadro 8.

Levando em consideração que a significação possui no coletivo o referencial de seu desenvolvimento, examinamos as situações compartilhadas pelos sujeitos deste estudo junto aos seus alunos ao desenvolverem ações de ensino orientadas e planejadas de forma intencional.

Nesse sentido, Battisti (2007, p. 16) exprime que

São *nas* e *a partir* das interações que nos socializamos e nos constituímos como pessoa e como educador, e as ações didático-pedagógicas apresentam-se como manifestações das percepções, as quais vão sendo (re)significadas no decorrer do próprio processo.

Nessa lógica, os professores podem compartilhar modos de produção de significados a partir de suas interações e de intervenções com seus alunos no *espaço de aprendizagem* que, segundo Cedro (2004, p. 47), é “o lugar da realização da aprendizagem dos sujeitos orientados pela ação intencional de quem ensina”.

Para a análise destes dados, fundamentamo-nos nas contribuições de autores como: Pais (1996); Battisti (2007); Serrão (2006); Moura (2016); Freitas e Rosa (2015); Rosa (2016), entre outros. Os dados apresentados nessa unidade de análise são oriundos das transcrições dos vídeos acerca das manifestações orais dos participantes, dos professores, dos alunos e da pesquisadora, bem como dos planejamentos organizados pelos professores (Anexo C).

5.2.3.1 Episódio 1: como os professores constituem o processo e significam conceitos de geometria plana em sala de aula

O professor, no papel de mediador em sala de aula, promove a interação entre o estudante e o conhecimento, organizando intencionalmente as ações que são desenvolvidas com o fim de significar os conceitos – neste estudo, os conceitos de geometria plana – no processo de elaboração e generalização destes.

Assim, para a análise deste episódio, trazemos duas cenas: *Cena 1.1: Desvendando as fórmulas para o cálculo de área de superfícies poligonais planas*; e a *Cena 1.2: As formas circulares na relação do homem com o seu meio*.

A seguir, no Quadro 28, apresentamos as descrições dos dados considerados que integram a análise do episódio em discussão.

Quadro 28 – Especificação dos dados considerados na análise do Episódio 1 da Unidade 3

CENAS	ATIVIDADE	SUJEITOS ENVOLVIDOS NA CENA	DATA	INSTRUMENTO
Cena 1.1 – Desvendando as fórmulas para o cálculo de área de superfícies poligonais planas	Desenvolvimento do quarto momento na turma do 2º Ano “A”	Pesquisadora, P7 – Prof. ^a Murici e alunos do 2º Ano “A”	24/10/2018	GAV – gravação em áudio e vídeo, e planejamento do quarto momento (Quadro 22)
Cena 1.2 – As formas circulares na relação do homem com o seu meio	Desenvolvimento do sétimo momento na turma do 2º Ano “B”	Pesquisadora, P4 – Prof. Jacinto e alunos do 2º Ano “B”	07/11/2018	GAV – gravação em áudio e vídeo, e planejamento do sétimo momento (Quadro 25)

Fonte: elaborado pela autora (2019).

A Cena 1.1 corresponde ao momento de desenvolvimento das ações do plano do quarto momento – como designado no Quadro 26 – na turma do 2ª “A”, que ocorreu no dia 24 de outubro de 2018, durante 2h/a (duas horas-aula), quando a Prof.^a Murici desenvolveu atividades com os alunos, abordando o conceito de área de superfícies poligonais planas como um ato de generalização, conduzindo o conteúdo de modo que se tornasse mais significativo para os alunos, e na proporção que avançava e sistematizava tais conceitos, representava-os em linguagem matemática. A cena é constituída por trecho de diálogos entre a Prof.^a Murici e os alunos da referida turma, e apresenta, ocasionalmente, intervenções da pesquisadora.

Cena 1.1 – Desvendando as fórmulas para o cálculo de área de superfícies poligonais planas

<p>....</p> <p>(Determinando a área da superfície quadrada)</p> <p>1.1.1 Prof.^a Murici: Para o segundo desafio, quero que vocês desenhem um quadrado e conte sua quantidade de unidade de área. Logo após, façam uma dedução de como calcular a área desse quadrado. Lembrando que o desenho deve ser feito na malha quadriculada e na folha em branco é para escreverem e deduzirem uma fórmula para essa área.</p> <p>....</p> <p>1.1.2 Prof.^a Murici: Mas quantas unidades de área tem aí? Quantos quadrinhos tem aí? Seria interessante que vocês numerem cada quadrinho.</p> <p>....</p> <p>(A professora atende a um dos grupos)</p> <p>1.1.3 Prof.^a Murici: É preciso contar de um em um? Pra cá tem quantos (aponta para a base da figura) e pra cá tem quantos (aponta para a altura da figura), aí você pode fazer o que?</p> <p>1.1.4 Aluna 7: Tem 36</p> <p>1.1.5 Prof.^a Murici: Como você poderia obter esse valor de 36?</p> <p>1.1.6 Aluna 7: Multiplicando</p> <p>1.1.7 Prof.^a Murici: Esse 6 (se referindo ao número de lado do quadrado) poderia ser um 6, poderia ser um 7, poderia ser 1000, poderia ser uma letra “l” de lado né. Então como calcular a área do quadrado?</p> <p>1.1.8 Aluna 7: Entendi</p> <p>[...]</p> <p>(A professora atende a outro grupo)</p>
--

1.1.9 Prof.^a Murici: Eu quero uma fórmula para calcular a fórmula de qualquer quadrado? Não só a área do quadrado que você desenhou, mas de qualquer quadrado.

Aí no seu foi 5x5, mas poderia ser 6x6? [...] E aí usando uma letra? Seja um “j”, seria como?

1.1.10 Aluna 8: Seria “j x j”

[...]

1.1.11 Prof.^a Murici: Tem algum grupo que está sentindo dificuldade?

(Ninguém se manifestou)

1.1.12 Prof.^a Murici: Como já concluíram né. Então vocês desenharam o quadrado e, o que vocês observaram de curiosidade ao desenharem o quadrado?

1.1.13 Aluna 9: Que todos os lados são iguais.

1.1.14 Prof.^a Murici: Todos observaram o mesmo?

1.1.15 Turma: Sim!

1.1.16 Prof.^a Murici: Todos os lados têm mesma medida né?

1.1.17 Turma: Sim!

1.1.18 Prof.^a Murici: Então, para se chegar na área como vocês fizeram?

1.1.19 Turma: Multiplicamos lado vezes lado.

1.1.20 Prof.^a Murici: Então eu posso deduzir que a área do quadrado pode ser calculada como? Alguns estão dizendo que é l^2 , e esse “l” vem de que.

1.1.21 Turma: lado, “l” de lado.

1.1.22 Prof.^a Murici: Então temos a nossa fórmula aqui, né. Alguém vai esquecer como calcular a área do quadrado?

1.1.23 Turma: Não.

1.1.24 Pesquisadora: Uma característica do quadrado é de possuir todos os lados iguais. Alguém pode me citar uma outra característica de um quadrado? Pois podemos ter um losango, que também possui os quatro lados iguais.

1.1.25 Turma: Quatro ângulos de 90°.

[...]

(Determinando a área da superfície retangular)

1.1.26 Prof.^a Murici: Agora vamos pedir para que vocês desenhem um retângulo e também vejam qual a área e deduzam uma fórmula para calcular essa área.

1.1.27 Pesquisadora: Quando vamos estabelecer a altura, em Geometria, a altura (h) tem que estar em um ângulo de 90° com a base, o que chamamos de perpendicular.

....

(Determinando a Área da Superfície limitada por um paralelogramo)

1.1.28 Prof.^a Murici: Agora, quero que vocês desenhem na malha quadriculada um paralelogramo?

1.1.29 Aluna 9: Mas o que é um paralelogramo?

1.1.30 Prof.^a Murici: Quem pode dizer para as características do paralelogramo para a aluna9? O paralelogramo é o que?

Turma: um quadrilátero

1.1.31 Prof.^a Murici: Um quadrilátero que tem dois lados paralelos, dois a dois, dois ângulos agudos, menores que 90°, e dois ângulos obtuso, maiores que 90°.

[...]

1.1.32 Prof.^a Murici: Retomando aqui, quanto a regra do cálculo do retângulo, quais conclusões vocês chegaram?

1.1.33 Turma: Que a área é base vezes altura.

1.1.34 Prof.^a Murici: Teve alguém que não entendeu? Que não compreendeu essa fórmula?

(Ninguém se manifestou)

1.1.35 Prof.^a Murici: Agora voltem para a questão do paralelogramo. Quero chamar atenção de vocês que a área do paralelogramo deve ser de mesma área do retângulo que vocês fizeram anteriormente.

[...]

1.1.36 Prof.^a Murici: Primeiro, vocês vão fazer o desenho do paralelogramo com a mesma área do retângulo, só depois vai formar o retângulo com os canudos. (Referindo-se à ação 5 do planejamento do 4º momento).

[...]

1.1.37 Pesquisadora: vocês recordam que na atividade das tribos (segundo momento) o grupo que usou o retângulo como unidade de medida para cobrir a área pedida, deu resultado de 44 unidades e a tribo que usou paralelogramos também deu 44 unidades de área. Quem lembra disso? Isso mostra que o retângulo e o paralelogramo têm mesma área.

[...]

(Após alguns minutos a professora Prof.^a Murici saiu em cada grupo conferindo os desenhos produzidos na malha quadriculada e depois desenvolve a atividade com os canudos mostrando que o retângulo formado pelos canudos pode tornar-se um paralelogramo, apenas fazendo inclinação dos ângulos e explicando que se mantém a mesma área apesar de forma distinta).

1.1.38 Prof.^a Murici: E como ficou a fórmula para cálculo da área do paralelogramo?

1.1.39 Turma: Base x altura, também.

1.1.40 Prof.^a Murici: Coincide com o cálculo do retângulo, como todos podem ver com as deformações (inclinação) apresentadas com os canudos, transformando um retângulo em paralelogramo, onde os dois apresentam mesma área, não é?

1.1.41 Turma: Sim

1.1.42 Prof.^a Murici: Temos ainda algumas observações a fazer, no caso do retângulo você enxerga nitidamente a base e a altura?

1.1.43 Turma: Sim.

1.1.44 Prof.^a Murici: Em alguns grupos que passei ficaram questionando: Professora e a altura do paralelogramo? Vai ser essa? (Apontando para um dos lados do paralelogramo).

1.1.45 Turma: Não.

1.1.46 Prof.^a Murici: Então temos que traçar essa altura né?

1.1.47 Turma: Isso.

1.1.48 Prof.^a Murici: Para calcular a área do retângulo, podemos enxergar com facilidade a base e a altura, já para o paralelogramo, temos que traçar essa altura, formando um triângulo. O que é interessante é que se recortarmos esse triângulo, teremos um retângulo, podendo concluir que o mesmo cálculo para área do retângulo é para a área do paralelogramo.

(Determinando a área da superfície trapezoidal)

1.1.49 Prof.^a Murici: Agora, partindo para a próxima atividade, vamos desenhar dois trapézios, um de cabeça para cima e o outro virado para baixo (querendo dizer que um trapézio a base menor fica para cima, enquanto no outro a base menor fica para baixo), um colado no outro e com áreas iguais.

[...]

1.1.50 Prof.^a Murici: Todos os grupos concluíram?

1.1.51 Turma: Sim.

1.1.52 Prof.^a Murici: Agora que vocês fizeram os dois trapézios, conseguiram enxergar outra figura? Qual?

1.1.53 Turma: Sim! Um paralelogramo.

1.1.54 Prof.^a Murici: Então, como calcular a área do paralelogramo?

1.1.55 Turma: Base x altura.

1.1.56 Prof.^a Murici: Quando trabalhamos polígonos, vocês sabem que os lados do trapézio são chamados de?

1.1.57 Turma: Base maior e base menor.

(A professora com a ajuda dos estudantes identifica na figura exposta no quadro, a base maior, a base menor e a altura)

1.1.58 Prof.^a Murici: Como vocês disseram que a área do paralelogramo é, $A = b \times h$. Como estamos visualizando, então como fica a medida da base desse paralelogramo?

1.1.59 Turma: Base maior + base menor.

1.1.60 Prof.^a Murici: Então Substituindo a área fica $A = (B+b) \times h$. Mas como nós queremos a área de apenas de um trapézio, o que temos que fazer?

1.1.61 Turma: Dividir por 2.

1.1.62 Prof.^a Murici: Então, $A = \frac{(B+b) \times h}{2}$. Assim deduzimos a fórmula do trapézio a partir da fórmula do paralelogramo.

[...]

(Determinando a área da superfície losangular)

1.1.63 Prof.^a Murici: Agora, vamos desenhar um losango. Ao desenharmos o losango e dividirmos ele, como são chamadas essas linhas que o dividem?

1.1.64 Turma: Diagonais.

1.1.65 Prof.^a Murici: Ao dividirmos o losango, quais figuras vocês conseguem enxergar?

1.1.66 Turma: Quatro Triângulos.

1.1.67 Prof.^a Murici: Para o cálculo da área do triângulo, podemos nos basear pelo retângulo. Se dividirmos o retângulo com uma diagonal, quais figuras teremos?

1.1.68 Turma: Dois triângulos.

1.1.69 Prof.^a Murici: Ficaria a mesma fórmula, como: $A = b \times h$. Porém, como são dois triângulos, ficaria como?

1.1.70 Turma:

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

1.1.71 Prof.^a Murici: No caso do losango, seria da mesma forma, mas teríamos uma diagonal maior que corresponde a base de dois desses triângulos e uma diagonal menor que corresponde a altura dos dois triângulos. Então ficaria:

$$A = \frac{(D \times d)}{2}$$

Na Cena 1.1 observa-se, pelas locuções 1.1.1, 1.1.26, 1.1.28, 1.1.49, 1.1.63, que a professora utilizou o desenho na malha quadriculada como recurso didático e como desencadeador para criar uma situação, possibilitando ao aluno desenvolver o processo de conceituação de área de superfícies poligonais planas: superfície quadrangular; superfície retangular; superfície limitada por um paralelogramo; superfície trapezoidal e superfície losangular, respectivamente, propiciando um movimento de associação conceitual entre o particular e o geral, o geral e o particular, assim como a apropriação de significação de tais conhecimentos, como disposto nas Figuras 14 e 15.

Figura 14 – Grupo de alunos desenvolvendo ações do quarto momento

Fonte: acervo da pesquisadora (2018).

Figura 15 – Desenhos realizados por um grupo de alunos do 2º Ano “A” ao desenvolverem ações do quarto momento

Fonte: acervo da pesquisadora (2018).

Dessa forma, o desenho aparece com dois papéis, nesse contexto: o primeiro, como gerador de uma situação desencadeadora, assim como já abordado neste estudo, tem por intenção criar nos estudantes a necessidade de se apropriarem dos conceitos, “de modo que suas ações sejam realizadas na busca da solução de um problema que o mobilize para a atividade de aprendizagem – apropriação dos conhecimentos” (MOURA, 2016, p. 116); o segundo, como recurso didático, muito comum no ensino e aprendizagem de geometria, compreendendo que,

A representação dos conceitos geométricos por um desenho é um dos recursos didáticos mais fortemente consolidados no ensino e na aprendizagem da geometria. Quer seja na representação de figuras planas ou espaciais o desenho tem sido, na realidade, uma passagem quase que totalmente obrigatória no processo de conceitualização geométrica. Sua presença se destaca tanto nas aulas de geometria, como nos livros didáticos ou mesmo simplesmente para ilustrar os enunciados de exercícios, definições ou teoremas. (PAIS, 1996, p. 68)

Assim, concebemos que o desenho é fundamental no processo de ensino de geometria plana, por possibilitar a representação física do conceito, permitindo ao sujeito apropriar-se dos elementos e das propriedades, e representar os fundamentos do conceito. Com isso, motiva o aprendente a perceber as relações e conjecturas que não se evidenciam nas representações algébricas. Sendo assim, os desenhos são meios que auxiliam e favorecem a sua exploração sob diferentes aspectos.

Trata-se, pois, de um recurso que apresenta natureza concreta e particular, em detrimento das características tipicamente abstratas dos conceitos de geometria plana presentes nos teoremas e axiomas de modo generalizado, ou seja, transcende o estágio perceptual imediato do conceito, possibilitado pelo desenho, recorrendo ao processo de abstração e generalização: “esta correlação entre o particular e o geral, entre o concreto e o abstrato, que envolve a representação conceitual, revela, por si mesma, o desafio posto à atividade didática que é, [...], a necessidade de transpor o próprio desenho” (PAIS, 1996, p. 68).

Embora o desenho tenha influência significativa no processo de elaboração conceitual em geometria plana, como explanado, para fomentar o pensamento teórico geométrico, que é constituído por uma estrutura conceitual de interdependência extensa, faz-se necessário desenvolver ações no espaço de aprendizagem para alcançar outros níveis no desenvolvimento do conceito, no sentido de estender-se ao processo de abstração e generalização.

Nas palavras de Battisti (2007, p. 40), tais ações devem ser “capazes de estimular o aluno a realizar articulações entre as dimensões teórica, experimental e intuitiva,

implementando entrelaçamentos entre diferentes representações na significação dos conceitos matemáticos” – nesse caso, o conceito de área de superfícies poligonais planas.

Assim, constatamos nas locuções 1.1.1, 1.1.26, 1.1.37, 1.1.54, 1.1.62, que a Prof.^a Murici solicita aos alunos não somente que apresentem o desenho das superfícies poligonais planas, mas que representem essa área por meio de uma fórmula matemática, que deve ser obtida a partir do processo de dedução, na intenção de promover o efetivo envolvimento dos alunos com os conceitos, por meio da articulação de seus nexos e das interações lógicas, visando a promover o desenvolvimento do pensamento teórico. E como isso transcorreu? Como as significações dos conceitos envolvidos são manifestadas nesse processo? Vamos analisar por partes.

Com o objetivo de levar o aluno a desenvolver um modo de generalização relacionado à medida da área de superfícies quadradas, na locução 1.1.1, a Prof.^a Murici requisita aos alunos do 2º Ano “A” que desenhem um quadrado na malha quadriculada (sem especificar a medida a ser tomada) e depois digam quantas unidades de área possui a figura produzida, entendendo que cada quadrinho da malha é uma unidade de área.

Lembrando que foram desenvolvidas ações com os estudantes no segundo momento (vide anexo C), nas quais foi sistematizada e padronizada a unidade de medida de área. Assim, revela-se a necessidade de fazer uso dos conhecimentos que foram abordados em situações anteriores como elementos para conceber a generalização da área do quadrado.

Durante a execução da atividade, alguns grupos solicitaram a intervenção da professora, como visto na Figura 16, momento em que observamos a articulação dela na locução 1.1.7: “Esse 6 (se referindo ao número de lado do quadrado) poderia ser um 6, poderia ser um 7, poderia ser 1000, poderia ser uma letra “l” de lado né. Então como calcular a área do quadrado?” O mesmo encaminhamento da professora pode ser constatado também na locução 1.1.9, ao dialogar com outro grupo de alunos.

Figura 16 – Prof.^a e pesquisadora mediando o conhecimento com grupos de alunos em atividade de ensino

Fonte: acervo da pesquisadora (2018).

Esse caminho didático, constituído pela professora, vai ao encontro dos fundamentos teóricos de ensino propostos por Davídov (1982), uma vez que

[...] essa teoria defende que o modo de ensinar necessita contemplar uma profunda relação com a lógica de pensamento presente no objeto ensinado, lógica essa que, por sua vez, também necessita estar presente no caminho de pensamento proposto pelo professor ao aluno nas tarefas, resoluções de problemas, de desafios etc. (FREITAS; ROSA, 2015, p. 623)

Desse modo, a professora conduz o raciocínio dos alunos, intencionalmente, para que alcancem a regra geral da área do quadrado, apontando situações particulares para construir a sistematização e generalização, de acordo com Vigotsky (2011, p. 243), ao afirmar que “a generalização significa, ao mesmo tempo, a tomada de consciência e a sistematização dos conceitos”.

Então, percebemos, pela interação dos alunos com a professora, nas locuções 1.1.8 e 1.1.10, quando o aluno 8 exprime a área do quadrado por “ $J \times J$ ”, correspondendo às expectativas da professora, ao indicar a fórmula da área da superfície quadrangular, chegando a uma representação da área do quadrado, constituída por uma fórmula.

Isso posto, percebemos que “o conhecimento do geral, sendo resultado da comparação e de sua fixação por meio de um signo, constitui sempre algo abstrato, não concreto e imaginável.” (DAVÍDOV, 1982, p. 17). Logo, concebemos Abstração e generalização enquanto operações mentais articuladas, como processos desencadeados pela atividade do

sujeito. Desse modo, a generalização apresenta-se não apenas no plano material, mas, principalmente, no plano mental

Em seguida, na locução 1.1.12, no momento de socializar a atividade proposta, realizada nos grupos, a Prof.^a Murici induziu os alunos a manifestarem as propriedades observadas no quadrado, com vistas a detectar as abstrações tomadas pelos estudantes ao realizarem as ações, então questionou: “[...] o que vocês observaram de curiosidade ao desenharem o quadrado?” Uma aluna se manifestou e respondeu, na locução 1.1.13: “que todos os lados são iguais”. Então, a pesquisadora, observando que não houve outra contribuição por parte dos alunos quanto ao questionamento da professora, interveio, na locução 1.1.13: “[..]. Alguém pode me citar uma outra característica de um quadrado? Pois podemos ter um losango, que também possui os quatro lados iguais.” Daí, a resposta dos alunos da turma foi que o quadrado possui os quatro ângulos de 90°.

Portanto, apesar de o objetivo da aula estar centrado em desenvolver com os alunos um modo de determinar a área de superfícies planas de vários polígonos, no transcorrer da cena reparamos, em alguns trechos, a ação da professora, trazendo para a discussão as características específicas dos polígonos abordados, a exemplo do quadrado, como explanado acima, abordando as características do paralelogramo, nas locuções 1.1.30 e 1.1.31, do trapézio, na locução 1.1.56, e do losango, na locução 1.1.64.

Assim, notamos que os estudantes associam ao objeto características que podem diferenciá-lo de outras superfícies poligonais planas. Com isso, vai moldando a representação dele no pensamento, de modo que ao escutar as palavras “quadrado”, “paralelogramo”, “trapézio”, vem à sua mente todo o conteúdo, juntamente com as características que os representam.

No entendimento de Crepalde e Aguiar Jr (2013, p. 304), fundamentados em Luria (1986), diz que:

Ao abstrair um traço característico e generalizar o objeto, a palavra se transforma em instrumento do pensamento e meio de comunicação. Essa capacidade não se restringe a substituir ou representar os objetos, provocar associações parecidas, pois a palavra também analisa os objetos, os introduz em um sistema complexo de relações, movimento esse que passa, na maioria das vezes despercebido para o sujeito, transmitindo-lhe a experiência acumulada na história da sociedade.

Com efeito, todo esse movimento de representar o quadrado por meio do desenho, abstraindo suas características próprias, deduzindo a partir de uma expressão para o cálculo da

área desse polígono – que se estabeleceu pela mediação da professora entre os alunos e o objeto do saber (área de superfícies planas quadrangular) – contribuiu para constituir a apropriação da significação desse conceito, articulando os diferentes registros de representação, tais como representação em malha quadriculada e em linguagem simbólica.

Em vista disso, para estabelecer processos de generalização e de abstração, enfatizamos a necessidade da mediação do professor junto aos alunos quanto ao objeto de conhecimento (área de superfícies poligonais planas), para que os diferentes registros de representação sejam considerados e articulados, possibilitando a apropriação da significação dos conceitos abordados (NEHRING, 2010, p. 14).

Com esse entendimento, dando continuidade à análise da cena, notamos que a área do paralelogramo foi deduzida a partir da área do retângulo. Inicialmente, na locução 1.36, a Prof.^a Murici solicitou os estudantes que desenhasssem um paralelogramo de mesma área de um retângulo. Nessa ocasião, a pesquisadora chamou a atenção, resgatando o resultado da atividade do segundo momento (plano no Anexo C): “você recordam que na atividade das tribos (segundo momento), o grupo que usou o retângulo como unidade de medida para cobrir a área pedida deu resultado de 44 unidades e a tribo que usou paralelogramos também deu 44 unidades de área.” Isso serviu para mostrar que é possível obter um paralelogramo de mesma área de um retângulo.

Para reforçar essa ideia, a Prof.^a Murici lançou mão de outra estratégia, ao desenvolver ação do item 5 do plano do quarto momento (Quadro 26), em que propôs aos alunos que utilizassem canudos plásticos para construir retângulos e observassem que ao puxar dois vértices não consecutivos, obtém-se um paralelogramo, levando os alunos a refletir sobre o cálculo da área do paralelogramo a partir da área do retângulo.

Então, na locução 1.1.39 os alunos externaram que a fórmula da área do paralelogramo é igual à do retângulo, “base x altura, também”. Na locução 1.1.40, a professora enfatizou: “Coincide com o cálculo do retângulo, como todos podem ver com as deformações (inclinação) apresentadas com os canudos, transformando um retângulo em paralelogramo, onde os dois apresentam mesma área, não é?” A turma concordou, respondendo que sim.

Como cada representação apresenta limitações específicas, observamos a necessidade de a professora utilizar outro meio de representação além da representação de figuras, trazendo ao espaço de aprendizagem outro recurso didático, no caso, os canudos plásticos, que são instrumentos manipuláveis, entendendo que

Todo material manipulável é considerado um material didático quando o objetivo principal no seu uso é promover a aprendizagem de determinado conceito. No caso de registros figurais, a ideia é utilizar materiais para representar determinadas figuras geométricas planas sempre levando em consideração que esta representação, por si só, não promove a construção do conhecimento, ou seja, será necessário coordenar outras representações para que os conceitos de polígonos sejam construídos. (MENDONÇA, 2014, p. 7)

No caso abordado, a intenção da professora, ao incluir outro instrumento didático em sua aula, foi provocar os alunos a visualizarem a transformação de um paralelogramo em retângulos e observarem a equivalência de suas áreas, visto que nem sempre os alunos conseguem enxergar essa equivalência por meio do desenho que, de certa forma, prejudica a compreensão do objeto conceitual.

Prosseguindo, entendendo a necessidade de diversidade para representar os objetos conceituais em estudo, na locução 1.1.48, a professora chamou a atenção dos alunos para verificarem que ao calcular a área do retângulo, a base e a altura são facilmente identificadas por se tratar das medidas dos lados desse quadrilátero, respectivamente, comprimento e largura, enquanto no paralelogramo, como se observa na Figura 17, quando se traça a sua altura, obtém-se um triângulo no interior (ADE) e exterior (BCF) do paralelogramo.

E continuou: “O que é interessante é que se recortarmos esse triângulo, teremos um retângulo, podendo concluir que o mesmo cálculo para área do retângulo é para a área do paralelogramo.”

Assim, dividindo o paralelogramo (ABCD) em duas subfiguras, ao reestruturá-la, teremos um retângulo, então determinamos a fórmula da área do paralelogramo a partir da área do retângulo (ABFE).

Figura 17 – Área do paralelogramo: representação e modificação

Fonte: elaborado pela pesquisadora (2019).

Observando as modificações sofridas pelo paralelogramo, na Figura 17, a Prof.^a Murici intencionou levar os alunos a perceber a equivalência entre as áreas do paralelogramo e do retângulo. Diante das estratégias desenvolvidas pela docente, notamos que o seu entendimento vai ao encontro ao pensamento de Battisti (2007, p. 40), para quem

É preciso desenvolver junto aos alunos dinâmicas/estratégias de ensino as quais proporcionem um *caminhar* em busca da sistematização/formalidade na significação dos conceitos trabalhados. Encaminhamentos estes capazes de estimular o aluno a realizar articulações entre as dimensões teórica, experimental e intuitiva, implementando entrelaçamentos entre diferentes representações na significação dos conceitos matemáticos, possibilitando, desta forma, aos alunos o “*fazer matemática*”.

Ressaltamos com isso que o movimento entre diversos registros de representação, como realizado pela Prof.^a Murici com seus alunos, ao tratar da área do paralelogramo, foi o caminho seguido com o fim de desenvolver o raciocínio dos estudantes, promover o conhecimento do objeto conceitual e, assim, vai significando-o.

Para determinar a área do trapézio, a professora solicitou aos alunos, na locução 1.1.49, que desenhasssem na malha quadriculada dois trapézios, lado a lado, de modo que em um deles, a base menor ficasse para cima, enquanto no outro, a base menor ficasse para baixo, dessa maneira podendo resultar em um paralelogramo – como se vê na Figura 18 – a partir da figura obtida.

Já na locução 1.1.58, a Prof.^a Murici conduziu o raciocínio dos alunos com vistas a obter a área do trapézio: “Como vocês disseram que a área do paralelogramo é, $A = b \times h$. Como estamos visualizando, então como fica a medida da base desse paralelogramo?” Diante da resposta dada pela turma, na locução 1.1.59, “Base maior + base menor”, a professora continuou, na locução 1.1.60: “Então substituindo a área fica $A = (B+b) \times h$. Mas como nós queremos a área de apenas de um trapézio, o que temos que fazer?” A turma prontamente respondeu que se deve fazer a divisão por 2. Assim, obtiveram a regra geral do cálculo da área do trapézio a partir da regra do cálculo da área do paralelogramo, conforme descrito na locução 1.1.62.

Percebemos que ao propor aos alunos o desafio de desenharem na malha quadriculada dois trapézios ladeados para obter um paralelogramo, a professora pretendia chegar a um quadrilátero que já havia sido explorado e determinado sua área, como visto anteriormente, para a partir dele, deduzir a regra geral para o cálculo da área do trapézio.

De forma gradativa, observamos que com o avançar da cena, a cada superfície poligonal abordada, a professora vai, intencionalmente, abrangendo as regras de cálculo de área já deduzidas, contribuindo com o processo de raciocínio, análise e visualização dos estudantes em aprendizagem, estabelecendo o encadeamento da estrutura conceitual, de modo sucessivo. “Essa sistemática possibilita não só a produção de sentidos e de modos de operar intelectualmente, mas também elaborar, participar e negociar significados.” (NEHIRNG, 2010, p. 13).

Figura 18 – Prof.^a Murici em momento de socialização das atividades do quarto momento

Fonte: acervo da pesquisadora (2018).

Seguindo essa dinâmica de abordagem, ao tratar do cálculo da área do losango, a Prof.^a Murici direcionou os alunos a observarem que as diagonais do losango determinam quatro triângulos – nas locuções 1.1.65 e 1.1.66 – como se vê na Figura 18. A partir dessa constatação, a docente encaminha o raciocínio dos estudantes para deduzirem a regra geral para o cálculo da área do triângulo, tendo como suporte a regra para o cálculo do retângulo, como se observa na Figura 19.

Assim, na locução 1.1.67, a professora fala: “Para o cálculo da área do triângulo, podemos-nos basear pelo retângulo. Se dividirmos o retângulo com uma diagonal, quais figuras teremos?” Os alunos, ao observarem, respondem que se obtêm dois triângulos. Então, nas locuções 1.1.69 e 1.1.70, concluem que a área do triângulo é determinada pela fórmula

$$A = \frac{b \times h}{2}, \quad (1)$$

Figura 19 – Área do triângulo partindo da área do retângulo

Fonte: elaborado pela pesquisadora (2019).

Finalizando, nas locuções 1.1.70 e 1.1.71, professora e alunos determinam a regra geral para o cálculo da área do losango utilizando as diagonais.

De maneira geral, em todo o desenrolar da cena, verificamos que o significado de área de superfícies planas se deu de forma gradativa, mediante processo de dedução e sistematização, pela apreensão de vários registros, sejam figurais, características e propriedades dos polígonos abordados, ou representação generalizada por intermédio de linguagem própria.

Nesse movimento de sistematização, os interlocutores estabeleceram relações lógicas, percepções dos nexos conceituais externos, a partir de figuras e material manipulável, assim como dos nexos conceituais internos, por meio da conversão de registros e da tomada de consciência acerca do encadeamento da estrutura conceitual de área de figuras planas, propiciando alcançar níveis de desenvolvimento material e mental necessários à formação de conceitos em estágio do pensamento teórico.

Entendendo que nesse tipo de pensamento,

Os conceitos surgem não como simples representações gerais, mas sim como um modo da atividade psíquica do sujeito, que permite ele a reprodução do objeto idealizado e, conseqüentemente, do seu sistema de relações, no qual na sua unidade reflete a universalidade ou a essência do movimento do objeto ou fenômeno. (ROSA, 2016, p. 85)

Ademais, percebemos que a interação entre a professora e alunos favoreceu a produção de sentidos no movimento de compreensão e expressão, como expressa Nehirng (2010, p. 8):

[...] a interlocução proporciona que novos entendimentos, novas compreensões sejam internalizadas e, pela interferência da docente na elaboração conceitual, novos níveis de sistematização sejam alcançados pelos alunos. À luz do princípio dialógico de Bakhtin (2004), o processo de elaboração conceitual configura-se como um processo discursivo, pela articulação e pelo confronto de múltiplas vozes em processo de interação (compreensão/expressão).

Dessa forma, Nehirng (2010, p. 8) salienta que é no processo de significação dos conceitos que acontece a compreensão das relações interpessoais, a partir da comunicação estabelecida pela linguagem “a partir da produção de sentidos e na negociação de significados.”

Cena 1.2: as formas circulares na relação do homem com o seu meio

Esta cena aconteceu no dia 07 de novembro de 2018, e corresponde a um trecho da aula realizada na turma do 2º Ano “B”, durante o desenvolvimento das ações do sétimo momento, cujo plano se apresenta no Quadro 29, com o fim de contextualizar a fala do sujeito, quando o Prof. Jacinto desenvolveu as atividades com seus alunos, pretendendo fazê-los perceber a importância da roda, do círculo e da circunferência na história da humanidade, bem como mostrar como a circunferência é utilizada no dia a dia.

Quadro 29 – Plano do sétimo momento

Planejamento do Sétimo Momento
Tema: círculo e circunferência: conceito e elementos.
Objetivos de aprendizagem dos alunos <ol style="list-style-type: none"> 1. Perceber a importância da roda, do círculo e da circunferência na história da humanidade. 2. Descrever os elementos da circunferência.
Ações de ensino <ol style="list-style-type: none"> 1. Entregar o gabarito com os resultados da atividade sobre áreas de polígonos regulares para que os alunos possam conferir o que acertaram e refazer o que erraram. 2. Dividir a turma em grupos para um trabalho coletivo e colocar uma situação histórica como desencadeadora. Falar da importância da roda, do círculo e da circunferência na evolução humana. 3. Junto à situação histórica, entregar uma atividade com questões relacionadas à circunferência, ao raio e seu uso no dia a dia, sendo necessário o uso de barbante na construção de circunferências com raios determinados.

4. Socialização das atividades propostas para maior envolvimento de todos. 5. Apresentação de <i>slides</i> que reforcem a história da circunferência e mostre seus elementos. 6. Passar para casa uma pesquisa sobre o comprimento da circunferência e sobre o número π .
Instrumentos Kit multimídia Xerox Barbante Régua
Avaliação Estudo sobre círculo e circunferência

Fonte: elaborado pelos professores investigados no momento II da pesquisa (2018).

Como podemos observar no plano do sétimo momento (vide Quadro 29), nos itens 2 e 3 das Ações de ensino, a proposta é desenvolver com grupos de alunos da turma atividades relacionadas à circunferência e o seu uso no dia a dia, como desafiá-los a construir circunferências com o uso de barbante, sem utilizar o compasso ou outro instrumento.

Esse sétimo momento apresentou como situação desencadeadora curiosidades históricas sobre a roda, conforme disposto na Figura 20. Então, apresentamos na cena a seguir o momento de socialização das atividades propostas entre os alunos do 2º ano “B” e o Prof. Jacinto, como se vê na Figura 21, que corresponde à ação do item 4 do plano, onde aparecem algumas intervenções da pesquisadora.

Figura 20 – Atividade desencadeadora do sétimo momento

<p>Centro de Ensino Médio José Soares Redenção do Gurgueia – PI Data: / / 2018 Disciplina: Matemática Professora:</p> <p>2º Ano Turma _____</p> <p>Componentes do Grupo:</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>Curiosidade sobre a Roda</p> <p>A roda foi uma das maiores invenções da humanidade, provavelmente inventada a 3500 a.C., na região da Suméria ou Mesopotâmia (apesar de controvérsias entre alguns pesquisadores), a roda tornou o transporte mais fácil e rápido, além de contribuir para transformar as primeiras aglomerações humanas em cidades maiores.</p> <p>O antigo povo egípcio já fazia uso de toras de madeira para transportar grandes pesos. Veículos com rodas puxadas por animais já eram usados na antiga Mesopotâmia. Um dos vestígios deixados por essa civilização é uma pedra de argila, datada de 3500 a.C., com o desenho de uma carroça que usava discos de madeiras como rodas.</p> <p>Com o tempo, para que a roda se tornasse mais leve e veloz, foram-se fazendo aberturas, o que deu origem à roda com raios. Por volta de 2000 a.C., sumérios e persas usavam rodas feitas de madeira com aros</p>	<p>protegidos por uma circunferência de metal para evitar o desgaste.</p> <p>Mas, o desenvolvimento da roda, como conhecemos hoje, se deu a partir da Idade Moderna.</p> <p>Em 1888, o inventor John Dunlop desenvolveu os primeiros pneus com câmara para bicicletas.</p> <p>Em 1895, na França, o industrial Edouard Michelin adaptou a invenção para uso em automóveis. E no início do século XX, as rodas passaram a ser fabricadas com metal. Hoje, temos rodas feitas de ligas leves e até compostos de carbono.</p> <p>Com isso podemos perceber que a invenção da roda revolucionou os transportes na pré-história e iniciou uma sequência de notáveis aperfeiçoamentos.</p> <p>Fonte: DANTE, Luiz Roberto. <i>Tudo é Matemática</i>. 2ª ed. 6º ano, p.200. São Paulo, 2005.</p> <p>https://www.sitedecuriosidades.com/curiosidade/quem-inventou-a-roda.html. Acesso em 04/11/2018</p>	<p>a) Assim como nos transportes a roda tem sido empregada para facilitar a vida dos seres humanos principalmente devido ao seu movimento giratório. Cite dois outros exemplos em que a roda é utilizada para facilitar a vida do homem.</p> <p>b) Quando falamos da roda lembramos de uma circunferência ou círculo, não é verdade! Você recebeu uma folha de sulfite e um pedaço de barbante. Você consegue usar isso para desenhar uma circunferência com raio igual 4 cm? Converse com o seu colega e faça alguns testes. Você consegue!</p> <p>c) Nós podemos fazer circunferências contornando objetos que temos em casa. Cite o nome de 3 objetos diferentes que eu posso usar para fazer circunferências com tamanhos diferentes.</p> <p>d) No nosso dia a dia, a circunferência é utilizada em muitos objetos e situações. Você consegue pensar em 5 desses objetos ou situações? Você consegue imaginar uma circunferência que você tenha visto e que você considera que seria muito difícil de fazer?</p> <p>e) Você foi contratado para fazer uma praça circular. Você deve, primeiramente fazer a circunferência que contorna a praça. De que tamanho será sua praça? Você tem alguma ideia de como medir essa circunferência?</p> <p>Fonte: Adaptado de https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1091/circunferencia-com-barbante#materiais-e-atividades. Acesso em 04/11/2018</p>
---	--	--

Fonte: elaborado pelos professores (sujeitos) (2018).

Figura 21 – Professor Jacinto com seus alunos, em momento de socialização das atividades do sétimo momento

Fonte: acervo da pesquisadora (2018).

(O Prof. Jacinto comenta a situação histórica apresentada sobre a roda)

1.2.1 Prof. Jacinto: O advento da roda data de um período de 3500 a. C. A gente já viu algumas charges, a exemplo do desenho do pica-pau, onde a roda quadrada ele bicando e deixa ela em uma estrutura redonda e, com isso foi possível ganhar mais “velocidade” (referindo-se ao avanço na questão da mobilidade humana), não é isso? Claro que a velocidade tem a ver com o motor. Então dessa mesma forma, com essa mesma velocidade, acredita-se que a humanidade também cresceu com a descoberta da roda. Hoje vemos várias edificações e até mesmo diversos objetos do nosso dia a dia com estruturas que caracterizam uma região circular. Vejam bem, sobre a mesa de vocês, copos com bordas circular, ou rodas de veículos para acessar grandes distâncias, imagine essas rodas sendo quadradas, seria possível essa locomoção?

1.2.2 Turma: Não.

1.2.3 Prof. Jacinto: Lógico que não é só a roda que favorece alcançar grandes distancias em pouco tempo não, a potência do veículo é produzida pelo o motor do veículo, né?

1.2.4 Pesquisadora: A questão da forma circular observa-se também nas primeiras moradias, onde os homens das civilizações antigas começaram a construir as moradias de forma circular.

1.2.5 Prof. Jacinto: Os índios, por exemplo, que construíram suas ocas em forma circular. Bem pessoal, em relação às questões estavam direcionadas as construções, não é isso? É [...]foi pedido para citarem dois exemplos em que a roda é utilizada para facilitar a vida do homem. O transporte já foi mencionado, alguém se manifesta?

1.2.6 Aluno 1: Máquina de fiar.

1.2.7 Aluno 2: máquina de costurar.

1.2.8 Aluno 3: ventilador.

1.2.9 Pesquisadora: [...] Vocês estudaram em Física o sistema de força, utilizando polias? Na construção civil, onde se utiliza as polias para puxar o balde. Vocês viram?

1.2.10 Aluno 4: não

1.2.11 Prof. Jacinto: No item “b”, foi pedido para que vocês construíssem uma circunferência de 4 cm. Todos conseguiram?

1.2.12 Turma: Sim!

1.2.13 Prof. Jacinto: O que vocês fizeram para construir essa circunferência sem utilizar o compasso?

1.2.14 Aluno: Amarramos o barbante em um ponto inicial e [...] giramos a outra ponta.

1.2.15 Prof. Jacinto: Isso! Fixou um lado aí [...] a ideia da letra e) é a mesma coisa.

1.2.16 Pesquisadora: Como os índios delimitavam uma região circular para construírem as ocas?

1.2.17 Aluna 5: Eles colocavam um pau no centro aí usavam uma corda da medida que eles queriam que amarravam nesse pau iam fazendo o círculo com a outra ponta.

1.2.18 Pesquisadora: Assim vemos que os instrumentos utilizados não são os mesmos de hoje.

1.2.19 Prof. Jacinto: Mas vimos que na construção civil, para construção de praças circulares, eles fazem isso também, buscam um ponto para representar o centro, pega uma corda e toma a média do raio

que se quer a praça, a estaca está fincada no solo, amarra a corda de modo que ela possa girar livremente, aí mede o raio desejado e utiliza-se a outra extremidade como se fosse um pincel, como este, que vai demarcando a área circular

1.2.20 Aluno 6: se for um espaço pequeno, eu posso amarrar nos pés e fazer o mesmo procedimento, né?

1.2.21 Jacinto: sim, exatamente, a ideia é essa, a reprodução feita na letra “b” é essa mesma ideia de construção, certo? Na letra “c” Nós podemos fazer circunferência contornando objetos que temos em casa?

1.2.22 Turma – Sim!

...

1.2.23 Prof. Jacinto – Letra “e” Assim como vocês fizeram na letra “b”,

1.2.24 Aluno7: A mesma ideia do barbante.

1.1.25 Pesquisadora: Lembrando que aqui vocês devem fazer a descrição do procedimento. (referindo-se a realização da atividade da letra “e”)

Pelo trecho da cena compreendido entre as locuções 1.2.1 e 1.2.9, concebemos a intencionalidade do Prof. Jacinto ao relacionar aspectos do presente e do passado, produto e processo, de forma que os estudantes compreendam o movimento de significação da roda e das formas circulares nos diferentes contextos em que estão inseridos.

Na situação desencadeadora trabalhada com os alunos (Figura 20), é apresentada uma breve história da roda e as contribuições somadas a esse objeto por várias civilizações no decorrer do tempo, manifestando-se como produto cultural da humanidade, como enfatiza o Prof. Jacinto, na locução 1.2.1: “O advento da roda data de um período de 3500 a. C. A gente já viu algumas charges, a exemplo do desenho do pica-pau, onde a roda quadrada ele bicando e deixa ela em uma estrutura redonda e, com isso foi possível ganhar mais “velocidade” (referindo-se ao avanço na questão da mobilidade humana), [...]. Então dessa mesma forma, com essa mesma velocidade, acredita-se que a humanidade também cresceu com a descoberta da roda.”

Nesse sentido, é por meio da compreensão do significado atribuído a um objeto ou fenômeno constituído historicamente, como síntese da prática social, que o homem se apodera dessa significação, ou seja,

[...] a síntese histórica materializada nos produtos da cultura, em especial nos objetos, nos conceitos verbais, no conhecimento, que vão conferir a possibilidade de operações lógicas de abstração, da apreensão da atividade externa, portanto, - irá promover o desenvolvimento da atividade interna, do pensamento e demais processos psíquicos. (SERRÃO, 2006, p. 151)

Entendemos que ao compreender o sistema de relações que se formou no processo histórico, o indivíduo é levado à descoberta das conexões e relações abstraídas dos elementos empiricamente, bem como dos elementos perceptíveis. Logo, esse movimento não deixa de ser

um processo mental, que ocorre no âmbito da atividade interna do pensamento, recorrendo a vários procedimentos mentais, ultrapassando os limites sensório-perceptivos e revelando novas propriedades abstratas não desveladas pela percepção intuitiva.

Nessa direção,

[...] as propriedades do psiquismo humano são determinadas pelas relações reais do homem com o mundo, relações que dependem das condições históricas objetivas da sua vida. São essas relações que criam as particularidades estruturais da consciência humana, e por ela são refletidas. Assim se caracteriza o psiquismo humano na sua verdadeira essência social. (LEONTIEV, 1978, p. 138)

Então, consideramos a atividade do pensamento sofre influência da relação com os outros e com os objetos da cultura, em um processo de inter-relações e abstrações. Portanto, “o avanço autônomo e criador do pensamento só é possível sobre a base da experiência histórica que, nesse processo, vai sendo interiorizada.” (FREITAS; ROSA, 2015, p. 619).

À vista disso, percebemos, na locução 1.2.1, que o Prof. Jacinto parte para a abordagem das formas circulares, dizendo: “Hoje vemos várias edificações e até mesmo diversos objetos do nosso dia a dia com estruturas que caracterizam uma região circular. Vejam bem, sobre a mesa de vocês, copos com bordas circulares.” Sobre isso, a pesquisadora, na locução 1.2.4, chama a atenção dos alunos para o fato de que muitas civilizações construíam suas moradias de forma circular. Então, o Prof. Jacinto exemplifica citando, na locução 1.1.5, a moradia dos índios, denominadas de ocas, que possuem esse formato, e também questiona os alunos sobre a letra “a” da atividade desencadeadora (Figura 20), pedindo que citem dois exemplos em que a roda é utilizada para facilitar a vida do homem, e obteve a resposta dos alunos: Máquina de fiar, máquina de costurar, ventilador, respectivamente, nas locuções 1.2.6, 1.2.7 e 1.2.8. Assim, verificamos que os alunos significam as formas circulares, assim como a roda, intuitivamente, vinculadas à função e utilidade inserida em seu contexto social.

A propósito dessa questão, Leontiev (1978, p. 130) ressalta que “a consciência individual só pode existir nas condições de uma consciência social; e apropriando-se da realidade que o homem a reflete como através do prisma das significações, dos conhecimentos, e das representações elaboradas socialmente.”

Trazendo esse pensamento para o âmbito escolar, depreendemos que é na atividade de aprendizagem que o aluno desenvolve ações mentais já apropriadas pelas gerações anteriores, e dessa forma, incorpora o conhecimento que lhe é apresentado como conteúdo de aprendizagem. Dessa maneira o aluno no espaço escolar, “[...] se apropria de um conhecimento

histórico, culturalmente e coletivamente produzido por gerações e gerações anteriores e que por meio da aprendizagem passa a ser também seu.” (FREITAS; ROSA, 2015, p. 621).

Nesse processo, à medida que o sujeito vai tomando consciência das representações e do conhecimento constituído pela humanidade, individualmente adquire conhecimento e se desenvolve psicologicamente por meio dessa consciência individual.

Na locução 1.2.11, o Prof. Jacinto diz: “No item “b”, foi pedido para que vocês construíssem uma circunferência de 4 cm. Todos conseguiram?” A turma responde que sim, ao que, na locução 1.2.13, o docente pergunta aos alunos o procedimento realizado para construir a circunferência sem a utilização do compasso. Então, a aluna respondeu, na locução 1.2.14: “Amarramos o barbante em um ponto inicial e [...] giramos a outra ponta”, como demonstrado na Figura 22.

Figura 22 – Alunos construindo a circunferência com uso de barbante

Fonte: acervo da pesquisadora (2018).

Nesse momento, a pesquisadora, na locução 1.2.16, questionou: “Como os índios delimitavam uma região circular para construírem as ocas?” Imediatamente, a Aluna 5 explicou, na locução 1.2.17: “Eles colocavam um pau no centro aí usavam uma corda da medida que eles queriam que amarravam nesse pau iam fazendo o círculo com a outra ponta.” Com isso, na locução 1.2.19, o Prof. Jacinto reforçou: “Mas vimos que na construção civil, para construção de praças circulares, eles fazem isso também, buscam um ponto para representar o centro, pega uma corda e toma a média do raio que se quer a praça, a estaca está fincada no solo, amarra a corda de modo que ela possa girar livremente, aí mede o raio desejado e utiliza-se a outra extremidade como se fosse um pincel, como este, que vai demarcando a área circular.”

Ao propor a ação de construir uma circunferência sem a utilização de um compasso, o professor proporcionou aos alunos desenvolverem procedimentos para a aquisição da origem

do conhecimento em estudo, no caso, delimitar uma área por meio de uma circunferência, como entendimento das necessidades da realidade social. Assim, almejou promover, na atividade ensino, a percepção dos alunos sobre as significações já apropriadas pelo homem acerca desses procedimentos, bem como dos conceitos envolvidos no processo.

Nessa perspectiva,

[...] o ensino faz certas exigências mentais que necessariamente ampliam as capacidades de pensamento do indivíduo, favorecendo novas aprendizagens e novas e melhores funções, numa espiral de desenvolvimento tanto da mente quanto da cultura adquirida. [...]

Uma vez que estas capacidades estão objetivadas na cultura, ao se apropriar de um objeto de conhecimento (cultural, científico, ético, político, estético etc.), o aluno tem a oportunidade de reproduzir em si mesmo as formas mentais e sociais dessas capacidades. (FREITAS; ROSA, 2015, p. 619)

Portanto, os alunos, ao realizem tais procedimentos, com vistas ao entendimento da origem e do desenvolvimento do conhecimento, compreenderam as suas particularidades, transformações e identificaram as relações principais que se apresentam, adquirindo um novo patamar de desenvolvimento intelectual e cultural.

Então, inferimos que o professor desenvolveu Ações de ensino contemplando o significado histórico atribuído socialmente à roda e às formas circulares em geral, e sua contribuição para o desencadeamento do avanço dos instrumentos produzidos pelo homem, materializando-se como síntese da prática social. Os alunos, por sua vez, ao interagirem entre si, desenvolveram procedimentos para a obtenção de uma região delimitada por uma circunferência, apropriando-se do conhecimento para o entendimento das necessidades da realidade social, de modo coletivo, que se transformou em desenvolvimento individual pela atividade interna do pensamento.

No Quadro 30, apresentamos a síntese dos pontos abordados nesse episódio.

Quadro 30 – Síntese explicativa da análise dos dados considerados do Episódio 1 da Unidade 3

Episódio1 – Como os professores constroem e comunicam o processo e a significação de conceitos da geometria plana em sala de aula		
CENAS	AÇÃO/MEDIAÇÃO	DESDOBRAMENTOS/ MANIFESTAÇÕES
Cena 1.1 – Desvendando as fórmulas para o cálculo de área de superfícies poligonais planas	Desenvolvimento do quarto momento em sala de aula	<p>A professora utiliza o desenho como gerador de uma situação desencadeadora e recurso didático muito comum no ensino e aprendizagem de geometria, criando situações que possibilitaram aos alunos desenvolverem o processo de conceituação de área de superfícies planas.</p> <p>A professora conduz o raciocínio dos alunos intencionalmente para alcançarem a regra geral da área do quadrado e constituírem a sistematização e generalização do conceito.</p> <p>A significação de área de superfícies poligonais planas deu-se de forma gradativa no processo de dedução e sistematização, pela apreensão de vários registros: figural, características e propriedades dos polígonos abordados, e representação generalizada, por meio de linguagem própria.</p> <p>Estabeleceram-se relações lógicas, perceptivas dos nexos conceituais externos e internos, como também a tomada de consciência acerca do encadeamento da estrutura conceitual de área de figuras planas, propiciando alcançar níveis de desenvolvimento material e mental necessários para a formação de conceitos em estágio do pensamento teórico.</p> <p>Percebemos, ainda, que a interação entre a professora e aluno favoreceu a produção de sentidos no movimento de compreensão e expressão.</p>
Cena 1.2 – As formas circulares na relação do homem com o seu meio	Desenvolvimento do sétimo momento em sala de aula	<p>O professor apresenta curiosidades históricas sobre a roda, compreendendo o significado que historicamente os indivíduos atribuem a um objeto ou fenômeno como síntese da prática social e promoção do desenvolvimento individual.</p> <p>O professor solicitou aos alunos que realizassem procedimentos para a aquisição da origem do conhecimento em estudo como entendimento das necessidades da realidade social.</p>

Fonte: elaborado pela autora (2019).

5.3 O processo de significação de conceitos de geometria plana por professores em atividade de formação

Diante dos dados explicitados e discutidos nos dois eixos de análise anteriores, Eixo I - *Relação do professor de matemática com a geometria e o seu ensino*, e Eixo II – *A AOE como mediação de formação docente para a apropriação de conceitos de geometria plana*, com foco no objetivo geral deste estudo, qual seja *investigar o processo de apropriação dos nexos conceituais de geometria plana por professores em “atividade de formação”*, apresentamos na Figura 23 o movimento de investigação desta pesquisa, a qual permite visualizar o fenômeno em sua totalidade, e entender como se estruturou o processo de apropriação conceitual, mediante a relação do sujeito com o objeto, promovido por ações formativas conduzidas pelos princípios da AOE.

Aqui esclarecemos que as ações formativas foram propostas não somente como uma formação continuada, mas também com fins de pesquisa, lembrando que tais ações foram especificadas no capítulo anterior.

Podemos observar, igualmente na Figura 23, a relação entre os dois eixos de análise, os quais se apresentam ligados às *unidades* que os constituem, materializando *o processo de significação de conceitos de geometria plana por professores em atividade de formação*, possibilitando a promoção de mudança e saltos qualitativos na relação do sujeito (professores que ensinam matemática no ensino médio) com o objeto (conceitos de geometria plana) após o processo formativo mediado pela AOE.

Figura 23 – Processo de apropriação conceitual – relação entre os eixos de análise

Fonte: elaborado pela pesquisadora (2019).

Acreditando encontrar resposta ao problema dessa investigação, apuramos a nossa análise, vasculhando os dados explicitados e discutidos nos itens anteriores, examinando nos episódios e nas cenas analisadas o que poderia constituir algum sinal *indiciador de significação e apropriação de conceitos de geometria plana por professores em atividade de formação*, os quais são observados nas ações e reflexões dos professores investigados, seja no coletivo ou individualmente, levando-se em conta o movimento do processo investigativo realizado até aqui.

Quando numa investigação se abarca o processo de desenvolvimento de algum fenômeno em todas as suas fases e mudanças, desde que surge até que desaparece, isto implica em revelar a sua natureza, conhecer sua essência, já que somente em movimento demonstra o objeto que existe. (VYGOTSKI, 2001b, p. 67-68).

Apesar de termos apontado indícios de apropriação dos nexos conceituais de geometria plana pelos sujeitos nas unidades de análises explicitadas nos itens anteriores, pretendemos, nesta seção, revelar o fenômeno em todas as fases do processo, considerando as interdependências entre elas, fazendo parte de um todo da realidade em movimento e desenvolvimento, ou seja, em sua totalidade, entendendo assim como Kosik (1969) que a totalidade não é uma união das coisas que acontecem, mas são coisas que estão conectadas e que compõem a realidade, e é seu movimento que nos permite captar os indícios de mudança.

Assim entendido, para acompanhar o desdobramento da relação dos sujeitos com os conceitos de geometria plana, apresentamos esse processo em dois episódios, de acordo com suas fases de ocorrência, com o intuito de compreender o objeto de pesquisa no processo de mudança, de modo que possamos avaliar os saltos qualitativos proporcionados pelas ações formadoras realizadas a partir de conceitos geométricos, considerando o modo de organização do ensino proposto pela AOE, tendo como ponto de partida a realidade encontrada – a condição objetiva, analisada no eixo I.

5.3.1 Episódio 1: o contexto da realidade encontrada

Neste episódio, com o fim de sintetizarmos a realidade objetiva encontrada antes de realizar as ações de formação, enfatizamos as manifestações dos professores por meio dos dados produzidos para verificar a relação do sujeito com o objeto, os quais foram obtidos por meio de questionário, aplicados no momento inicial do primeiro encontro do

curso de formação, mais especificamente no dia 19 de fevereiro de 2018, e posteriormente, organizados em quadros e analisados como dispostos no item 5.1.

Tais dados reaparecem aqui com o fim de entender, explicar e/ou desvelar a realidade pesquisada que se deseja apreender, com vistas a desnudar a essência do objeto e captar o seu processo de mudança ao longo do desenvolvimento das ações formativas propostas (Quadros 6, 7 e 8), de acordo com o método que sustenta este estudo – o MHD.

Então, em relação aos conhecimentos geométricos constituídos pelos professores investigados ao longo de sua formação escolar, os dados apresentados no Quadro 10 indicaram que todos os sujeitos da pesquisa, enquanto alunos da educação básica, tiveram pouca afinidade e envolvimento insuficiente com a disciplina geometria nesse período.

Tal situação foi justificada pelo fato de que a maioria de seus professores na época não tinha formação na área de matemática. Além disso, afirmaram ter visto poucos conteúdos de geometria nesse nível de ensino, a exemplo da Prof.^a Murici, que assim se manifestou:

[...] em algumas séries, nem tínhamos livros didáticos e o professor selecionava o que “julgava” ser mais importante, e quando tinha o livro, esse conteúdo ficava no final do livro e geralmente não era trabalhado. No ensino médio, fiz o magistério e não tive oportunidade de estudar geometria nessa etapa. (P7, QUADRO 10)

No Quadro 11, apresentaram-se os dados referentes à experiência dos sujeitos com a geometria no ensino superior, enquanto graduandos. Sobre isso, a maioria dos professores declarou uma visível melhora, se comparada ao desempenho na educação básica, embora tenham revelado dificuldades com a referida disciplina durante essa etapa de formação, sobre a qual a Prof.^a Murici declarou:

Foi quando, de fato, comecei a estudar a referida disciplina e, inclusive, tive que recorrer a livros e diversas atividades de ensino fundamental e médio para ter um pouco de base e pagar as disciplinas do curso, que estavam pautadas no conhecimento ou abordagem da geometria [...] (P7, QUADRO 11).

No que alude ao período escolar na educação básica, percebemos que a Prof.^a Murici revelou algumas limitações que dificultaram o seu acesso aos conteúdos de geometria inerentes a essa etapa de ensino, tais como: o conteúdo constar no final do livro didático, em vista disso, não era abordado pelo professor; às vezes, não tinha o livro; e no

ensino médio, o curso que realizou não contemplava esse conhecimento em sua grade curricular.

Consequentemente, na graduação, ao cursar Licenciatura em Matemática, sentiu a necessidade de apropriar-se desse conhecimento por meios próprios, o qual foi escasso na educação básica: “[...] tive que recorrer a livros e diversas atividades de ensino fundamental e médio para ter um pouco de base [...]” Com isso, almejava ter condições de fundamentar-se para cursar as disciplinas que requeriam esse conhecimento como pré-requisito.

A revelação dos sujeitos (vide Quadro 11) denota limitações em relação às disciplinas pertinentes aos conhecimentos geométricos ao longo da vida acadêmica, sendo destacadas igualmente pelo Prof. Jacinto: “[...] hoje, dada a elevada quantia de tópicos próprios da disciplina geometria, percebo que o meu conhecer é mínimo, por isso, sempre desperta um querer buscar mais conhecer.” (P4, QUADRO 11). Isso posto, depreendemos a necessidade dos sujeitos de suprir as dificuldades por meio de cursos de formação continuada que lhe oportunizem a apropriação dessa área da matemática.

Prosseguindo, enquanto professores de matemática, dados expostos no Quadro 12, que tratam da relação dos sujeitos com os conceitos de geometria plana, indicam que para superar as lacunas existentes quanto aos conhecimentos geométricos decorrentes de sua formação, os docentes direcionaram estratégias para sanar tais limitações, amparando-se em metodologias que julgaram adequadas para o ensino de geometria, a exemplo da história da geometria e de jogos, relacionando-os com o cotidiano.

Nesse sentido, a Prof.^a Murici dá o seu testemunho:

Vejo o ensino e aprendizagem de geometria com um certo tabu. Faz parte da disciplina matemática e embora hoje já venha mesclada nos livros e no planejamento, ela consta como parte do conteúdo. Sinto uma insegurança e ainda não encontrei estratégias e uma metodologia significativa para trabalhar com os alunos, então ministro os conteúdos relacionados à geometria de maneira superficial, e os alunos, por sua vez, sentem muita dificuldade e não demonstram muito interesse não. (P7, QUADRO 12)

Assim como a Prof.^a Murici, os professores pesquisados manifestaram em seus relatos, dispostos no Quadro 12, dificuldades em relação ao trabalho com conceitos e às propriedades de elementos de geometria plana, demonstrando pouca apropriação deles. Em face desse contexto, reconhecemos a falta de formação na perspectiva de apropriação conceitual a esses professores, que nem sempre tiveram a oportunidade de expandir seus

conhecimentos ao longo da formação escolar, e por isso, ao realizarem sua atividade de ensino, não encontram instrumentos que lhe permitam desenvolver um magistério que promova a aprendizagem de seus alunos de ensino médio sobre esses conceitos, provocando o desinteresse e a não motivação deles pela matéria.

Quanto à organização do ensino de geometria, a Prof.^a Murici revela que “a organização é realizada a partir do planejamento, utilizando o livro didático. A metodologia é explanar o conteúdo, realizar atividades propostas e, eventualmente, usar material didático mais específico” (P7, QUADRO 14).

Já o Prof. Jacinto evidencia que “a organização de aulas enquanto professor de matemática explorando a geometria, parte de um planejamento previamente estipulado e de acordo a proposta pedagógica da escola [...]” (P4, QUADRO 14).

Sabemos que o planejamento é um momento de programação de ações que devem ser pensadas com a intencionalidade de favorecer a aprendizagem do aluno, e para isso, exige estudo por parte do professor, a fim de se apropriar da essência do conceito a ser conhecido. Assim, os dados apresentados no Quadro 14 demonstram que os professores P1 e P2, ao organizarem o planejamento, deparam-se com a necessidade de realizar estudos e pesquisas, uma vez que alegam dificuldades quanto à apropriação de conceitos geométricos.

Tratando-se dos instrumentos e das condições objetivas utilizadas para o ensino de geometria, os professores P2 e P4 denunciaram a falta de estrutura das escolas. Sobre a disponibilidade de recursos, P5 revelou que confecciona com os alunos materiais manipuláveis a partir de material reciclado, enquanto P6 e P7 afirmaram que adotam, na maioria das vezes, apenas o livro didático, apesar de terem consciência da importância de diversificar os materiais didáticos.

A respeito das ações metodológicas praticadas por eles, anunciaram propostas diversas: P4 e P7 revelaram utilizar aula expositiva; P3 aplica jogos e a história da geometria como metodologia de ensino; P5 realiza passeios pelos ambientes da escola para observar as formas geométricas, além de gincanas de conhecimento.

Ao constataremos a concepção dos professores quanto à necessidade de agregar conteúdos de geometria à educação escolar, P1 e P5 entendem que a geometria corresponde a uma representação do mundo, sendo indispensável o ensino de seus conceitos. Além disso, P5 diz perceber que toda a matemática tem geometria, já que todos os problemas de aritmética, álgebra, trigonometria podem ser geometrizados, ou seja, interpretados por representações geométricas.

Portanto, diante do que foi explanado nesse item, a realidade apresentada pelos professores em relação aos conceitos de geometria leva-nos a entender o reflexo dessa realidade no aprendizado dos estudantes quanto aos conceitos dessa disciplina, como constatado nos indicadores de qualidade de ensino de matemática.

5.3.2 Episódio 2: indícios de apropriação de conceitos de geometria plana observados por professores nas ações formativas – Eixo II

Trazemos neste episódio *flashes*, trechos de falas dos professores Murici e Jacinto, manifestados nas cenas apresentadas e discutidas no item 5.2, referentes ao eixo II, mediante os quais se identifiquem *indícios de significação e apropriação de conceitos de geometria plana*. Dessa forma, buscam-se manifestações de mudanças do pensamento ou das ações dos sujeitos, como também prenúncios de saltos qualitativos, correspondentes aos momentos de desenvolvimento das ações no processo formativo mediado pela AOE.

Esclarecemos que para a identificação e localização dos *flashes* extraídos das cenas explicitadas no item 5.2, utilizamos a seguinte sequência na identificação: identificação do professor; unidade de análise; episódio; cena; locução; data de ocorrência – etapa de formação, a exemplo de P4, U1E2C2.1L2.1.3 em 20/02/2018 – CF. No caso, lê-se: fala do professor P4, localizada na Unidade 1, Episódio 2, Cena 2.1, Locução 2.1.3, ocorrida em 20/02/2018, no Curso de Formação.

Visando a um entendimento mais acurado, as siglas adotadas no código de identificação estão legendadas no Quadro 31.

Quadro 31 – Legenda das siglas utilizadas no código de identificação dos *flashes*

SIGLA	DESCRIÇÃO
U	Unidade de análise
E	Episódio
C	Cena
L	Locução
CF	Curso de formação
EP	Encontro para planejamento
AE	Atividade de ensino com os alunos
ETV	Entrevista

Fonte: elaborado pela autora (2020).

No desenvolvimento das atividades realizadas no curso de formação, cujas ações estão descritas no Quadro 6, evidenciamos a percepção dos professores participantes da pesquisa acerca dos nexos conceituais de geometria plana, sob dois aspectos: o

movimento lógico-histórico desses conceitos; a linguagem como forma de pensar e/ou comunicar o conceito de geometria plana, com o fim de perceber a mobilização do desenvolvimento do pensamento teórico dos participantes. Os Quadros 18 e 20 materializam a síntese explicativa da análise dos dados considerados nessa etapa do estudo.

Tendo isso em vista, ao observar o aspecto da linguagem enquanto meio de representação da realidade, durante a realização de SDA no curso de formação (primeiro momento da pesquisa), os sujeitos manifestaram dificuldade em interpretar o conceito explicitado na linguagem escrita.

Entretanto, admitiram a necessidade de uma comunicação conceitual em linguagem matemática como modo de (re)significar a linguagem do conceito dado na SDA2. Portanto, os sujeitos demonstraram o desejo de comunicação em linguagem numérica, quantitativa, buscando a sua zona de conforto, para representar a realidade interna de seu pensamento no movimento da linguagem numérica dos conceitos que, para eles, apresenta-se de forma comum e habitual. Dessa maneira, podem exprimir a realidade objetiva em sua consciência.

Podemos certificar o exposto por meio de *flashes* referentes às falas da Prof.^a Murici:

Hum, como a gente tem costume de trabalhar muito com medidas, já né, mesmo que essas medidas sejam medidas dadas [...], **digamos que [...] seria mais fácil**[...]. (P7, U1E1C1.1L1.1.8, em 21/02/2018-CF)
[...]
O que a gente mais debateu foi realmente **o conceito que é difícil de compreender** (referindo-se ao conceito expresso na linguagem das palavras). (P7, U1E1C1.1L1.1.10, em 21/02/2018-CF)

Assim, a professora sinaliza a atividade psíquica que está realizando com o conteúdo abordado, demonstrando sentir dificuldades em decifrar tal conceito e aponta uma saída, que seria a representação deste em outra linguagem, a simbólica. Para Vigotsky (2008, 2009), a função da linguagem é imprescindível no processo de apropriação de conceitos, considerando que a palavra é o signo que, internalizado pelos homens, passa a ser símbolo do pensamento.

Considerando que a linguagem é um importante sistema simbólico do homem, enquanto nexos externo do conceito, tem o papel de mediação entre conhecimento e

sujeito, materializando o conceito por meio de seu sistema simbólico de representação, socialmente formado e culturalmente transmitido.

Quanto à linguagem visual, notamos que os professores nessa etapa da formação fizeram o reconhecimento de figuras geométricas apenas por suas características externas – descrição das formas observadas. Compreendemos, então, que esse tipo de raciocínio se apresenta no pensamento empírico, cuja função principal consiste em classificar e nomear os objetos de acordo com os seus atributos especificados, priorizando a forma do conceito.

Para o conceito científico ser vislumbrado como um sistema de representação da realidade, além do aspecto da linguagem, devemos considerar o seu conteúdo histórico, concebido no processo de desenvolvimento humano que proveu o conceito. Assim entendido, examinamos a percepção dos sujeitos em torno do movimento lógico e histórico do conceito, bem como de sua criação enquanto nexos para a re(elaboração) e compreensão dos conceitos de geometria plana.

Em vista disso, a partir de uma situação de aprendizagem, inferimos que houve a tomada de consciência pelos indivíduos participantes acerca da relevância de entender o surgimento do conceito, percebendo as necessidades práticas ou não da humanidade, desencadeando o seu processo de surgimento e desenvolvimento.

Dessa maneira, o conhecimento sobre a trajetória histórica do conceito é crucial para desvelar os elementos da essência desse conceito e, por conseguinte, subsidiar professores e alunos ao apropriarem-se das conexões manifestadas nesse movimento histórico, ao desenvolverem o seu potencial criativo na (re)elaboração conceitual do objeto.

Vejamos o que disse o Prof. Jacinto sobre a abordagem histórica da SDA1 proposta no curso de formação:

Essa questão traz um contexto histórico, é uma questão integradora, ela aborda conteúdos dentro de uma sequência histórica que te leva até chegar aqui (tempos atuais), [...] te leva a se inserir na situação, [...], te faz produzir respostas e essa produção de respostas dessas questões são interiorizadas não se distanciando da nossa realidade e é uma forma de abordar tal conteúdo. (P4, U1E2C2.1L2.1.3, em 21/02/2018 -CF)

Nesse *flash*, o Prof. Jacinto analisou o problema da SDA1, atribuindo ao contexto histórico desta a importância não só para o entendimento da origem do conceito, mas toda a sua trajetória de constituição e contribuição por várias civilizações, em diferentes épocas

da história da humanidade, até os tempos atuais, admitindo perceber um caminho para interiorizar os conteúdos inseridos nesses conceitos. Então, essa manifestação é um indício de mudança de pensamento, pois o professor revelou lançar mão apenas de aulas expositivas – Quadro 14 – e não abordar o histórico dos conceitos em suas aulas (U2E2C2.2L2.2.2).

Em relação à situação de aprendizagem em questão, a Prof.^a Murici, representando o grupo que integrava na ocasião, relatou as dificuldades sentidas diante do problema proposto,

Acho que a dificuldade não seria na resolução em si, mas talvez fosse em ter um pouco do conhecimento histórico mais fundamentado do conceito, de saber de onde veio esse conceito, que aí você tem mais propriedade para aplicar em qualquer momento em qualquer situação. (P7, U1E2C2.1L2.1.2, em 21/02/2018 - CF)

Isso posto, percebemos a tomada de consciência pelos indivíduos participantes sobre a importância de entender o surgimento do conceito e a necessidade prática ou não deste para a humanidade, repercutindo em seu processo de surgimento e desenvolvimento. Essa postura sinaliza a compreensão dos sujeitos para que possam se apropriar, verdadeiramente, de um conceito, fazendo-se necessário buscar a sua essência, e não somente ler e descrever esse conceito, como entendiam até então.

No avançar das ações de formação, no segundo momento da pesquisa, *organização do ensino e desenvolvimento de atividades de ensino no espaço de aprendizagem*, percebemos que os docentes investigados compreenderam as instruções culturalmente elaboradas do conceito, captando-o não somente para reportar à sua história, mas como um movimento de construção do processo histórico do conhecimento, um legado de saber acumulado pela humanidade, compreendendo o movimento do pensamento para alcançar a sua formalização teórica.

Assim, entenderam que tais legados são imprescindíveis para despertar nos alunos a necessidade do conceito, bem como para o desenvolvimento de novos conhecimentos e assimilar como os conceitos ensinados nas escolas chegaram ao formato atual.

Atentemos ao pensamento exposto pelo Prof. Jacinto, durante avaliação geral do processo formativo:

[...] antes eu falava e acredito que somente eu compreendia o que queria dizer, agora com a atividade orientadora, onde o aluno é instigado a

buscar, se apropriar de um conceito, [...] levando em consideração o histórico, suas origens e de onde surgiu o conceito, dessa parte eu não fazia abordagem. (P4, U2E2C2.2L2.2.2, em 14/11/2018 - EP)

Depreendemos que o Prof. Jacinto manifesta uma nova preocupação ao abordar um conteúdo em sala de aula, no sentido de perpassar o movimento lógico-histórico do conceito. Desse modo, intencionalmente, instiga nos alunos a necessidade de compreender o conceito, momento em que o professor, na qualidade de organizador do ensino, deve despertar no estudante a necessidade do conceito, criando condições para que o aluno entre em atividade de aprendizagem, colocando-o frente a um problema de aprendizagem.

Portanto, concebemos uma mudança de atitude do Prof. Jacinto quanto à abordagem lógico-histórica do conceito em suas aulas. Quando observarmos o professor em atividade de ensino, ao desenvolver o sétimo momento na turma do 2º Ano “B”, como explicitado na Cena 1.2 da unidade 3, na seção 5.2, notamos que o docente intencionalmente apresentou curiosidades históricas sobre a roda, a fim de levar os alunos a compreenderem o significado que historicamente os indivíduos atribuem a esse objeto, como síntese da prática social e promoção do desenvolvimento individual.

Aliás, observamos, no desenvolvimento dessa atividade, que o Prof. Jacinto solicitou aos alunos que construíssem uma circunferência sem a utilização de um compasso, utilizando-se apenas de barbante e lápis, com o fim de promover aos alunos a aquisição da origem do conhecimento em estudo como entendimento das necessidades da realidade social, de modo coletivo, o qual se transformou em desenvolvimento individual pela atividade interna do pensamento, conforme descrito na síntese explicativa da análise dos dados considerados do episódio 1 da unidade 3 – Quadro 30.

Por conseguinte, percebemos a tomada de consciência dos professores em relação ao seu papel como organizadores do ensino, planejando ações de aprendizagem a serem desenvolvidas em sala de aula de modo a concretizar seus objetivos de ensino.

Ao tomar consciência da plasticidade dos processos de ensino e aprendizagem, também vai construindo o seu modo de agir conformando o que podemos chamar de modo geral de realizar o ensino. Nesse processo, formam-se personalidades: alunos e professores de qualidade nova. [...] Funções psicológicas de nova qualidade darão nova qualidade as novas atividades que os sujeitos realizam. (MOURA; SFORNI; LOPES, 2017, p. 85)

Podemos notar que, em se tratando das novas atividades decorrentes das funções psicológicas de qualidade nova, os docentes perceberam a necessidade e importância de estudar a estrutura conceitual a ser ensinada e investigar a essência do conceito em estudo, por meio do movimento lógico-histórico, ou seja, realizar a síntese histórica do conceito, assim como consideram os princípios da AOE: como etapa essencial para organizar o ensino e como instrumento para a apropriação dos conteúdos de ensino. Dessa forma, concebemos que o professor é sujeito em processo de aprendizagem.

Diante disso, depreendemos, em momentos distintos da atividade de formação, por meio de *flashes* das falas da Prof.^a Murici, que eles assimilaram a necessidade e importância de compreender a síntese histórica do conceito como forma de se apropriar do conceito a ser ensinado. Apuramos isso pelas manifestações da Prof.^a Murici em cenas diversas discutidas no item anterior.

Vejamos o que disse a professora:

[..] Nesses três dias (se referindo aos três dias de curso), eu acho que já mudou alguma coisa, porque quando você vai lendo, qual a primeira sensação que vem a você? É que **eu tenho que ter esse conceito, eu tenho que ter alguma coisa já em mente**, não é só o caso do cálculo da fórmula o trapézio, não, você tem que ter outro pensamento, até para você trabalhar com seu aluno mais além da fórmula da área do trapézio. (P7, U1E2C2.1L2.1.4, em 21/02/2018 - CF)

Esse *flash* revela um salto qualitativo: a tomada de consciência da Prof.^a Murici, decifrando que é fundamental ter propriedade do conceito a ser ensinado para despertar a necessidade de buscar meios para se apropriar desse conhecimento. Já durante um dos encontros de planejamentos, que tinham como foco desenvolver ações de organização do ensino por meio da AOE, a professora ratificou:

A cada momento que vamos progredindo (no processo de organização do ensino) vou estudando mais um pouco, vou me inteirando mais (referindo-se aos conceitos da geometria plana). (P7, U2E1C1.1L1.1.7, em 10/10/2018- **EP**)

Esse momento de estudo (síntese histórica do conceito) e aprofundamento dos conteúdos pelo docente, decorrente da organização do ensino, possibilita o desenvolvimento de operações mentais de caráter teórico que são essenciais para a apropriação do conhecimento científico. Em outro encontro de planejamento, a Prof.^a Murici avaliou:

Se for falar de forma mais ampla de quando começamos até agora, para mim está sendo uma oportunidade para estudar mais, me empenhar mais, me voltando mais para a geometria. Não me resta dúvidas de que **as coisas ficam mais claras, você se apropria mais dos conceitos**, das definições porque você entende melhor, pois o aluno pratica e você pratica junto com ele, porque você está ali, orientando, dando suporte e não tem como não ficar mais abrangente. (P7, U2E2C2.1L2.1.4, em 05/11/2018 - EP)

Nessa situação, destacamos que no processo de organização de ensino, o professor, ao apropriar-se do objeto de ensino, poderá identificar a essência do conteúdo de ensino por meio da investigação histórica e lógica desse conteúdo, abrangendo seus nexos conceituais, nas palavras da professora: *“as coisas ficam mais claras, você se apropria mais dos conceitos”*. Esse conhecimento apropriado propiciará a ele organizar sua atividade de ensino a partir de outros formatos, superando as práticas de ensino baseadas no treino, na repetição e na memorização, as quais não contribuem para o desenvolvimento do pensamento teórico.

Outro comportamento observado foi a tomada de consciência da professora em relação à AOE, no sentido de que a atividade de ensino está inter-relacionada à atividade de aprendizagem, logo uma depende da outra, em unidade dialética, e conseqüentemente, uma nova qualidade dessa relação propicia saltos qualitativos ao processo de aprendizagem de ambos, professor e alunos, com vistas à aquisição do conhecimento teórico.

Em se tratando de contexto colaborativo proporcionado pela AOE, consideramos-lo um potencializador do desenvolvimento psíquico dos professores, por meio das interações entre os sujeitos. À vista disso, rememoramos um *flash* da fala da Prof.^a Murici durante a avaliação do quarto momento (Quadro 26), ao ser questionada pela pesquisadora sobre o seu entendimento sobre o desenvolvimento das fórmulas da área de superfícies planas:

Eu mesma passei a enxergar depois da atividade, e também depois que estudei todas elas aqui e me sentei junto com o Prof. Jacinto, porque fomos vendo como que íamos fazer. Então, para cada figura a gente discutia. (P7, U2E2C2.1L2.1.9, em 05/11/2018 - EP)

Diante disso, como referido outrora, o contexto colaborativo potencializou não somente a Prof.^a Murici, como também os demais participantes do estudo, ao vivenciarem

momentos de discussão acerca da estrutura dos conceitos de geometria plana, desencadeando o movimento do social para o individual, promovendo a atividade cognitiva dos sujeitos, que avançaram para outro nível de entendimento do conceito em estudo. Ademais, suscitou o compartilhamento de experiências e conhecimentos, e consequentemente, a subjetividade em cada um dos professores, ao viabilizar a apropriação de conceitos de geometria plana.

Nessa perspectiva, Pinto (2017) apoiado em Vigotski assevera que

[...] o homem é concebido como um “agregado das relações sociais”. Nessa condição, a linguagem possibilita a constituição do pensamento a partir do princípio de que funções psicológicas distintas, como atenção, memória, pensamento e imaginação, constituídas nas trocas dialógicas, alimentam-se mutuamente, propiciando avanços no desenvolvimento mental dos sujeitos. (PINTO, 2017, p. 40)

Portanto, a formação do conceito produz-se na dinâmica das relações discursivas, e não se apresenta apenas como um processo lógico-racional, mas produz sentidos que se redimensionam e se transformam nesse processo dialógico.

Ao examinar a relação entre os professores e os conceitos de geometria plana no desenvolvimento de atividades de ensino no contexto de sala de aula, levando em consideração que a significação possui no coletivo o referencial de seu desenvolvimento, observamos as situações compartilhadas pelos sujeitos deste estudo com os seus alunos ao desenvolverem ações de ensino orientadas e planejadas de forma intencional.

Sobre isso, a Prof.^a Murici avalia o desenvolvimento do primeiro momento com os alunos:

Foi a primeira atividade, estávamos iniciando o conteúdo. Para ser bem sincera, foi bem diferente da abordagem que eu costumo fazer com os conteúdos, porque as aulas que a gente ministra para o ensino médio são mais aulas expositivas. Então, hoje já iniciamos com o vídeo, depois uma atividade onde os alunos se envolveram, **foram formados grupos e eu achei bem interessante**. Acho que ainda não conseguimos um envolvimento maior dos alunos, porque também era a primeira vez, e eles já fizeram sim outros trabalhos, outras apresentações, mas voltado exclusivamente para essa dinâmica é a primeira vez, porém, acho que o resultado foi positivo, porque vimos muitos alunos envolvidos. (P7, U2E1C1.1L1.1.2, em 10/10/2018 - EP)

Diante desse *flash*, inferimos que a reflexão da professora sobre o modo de organizar e apresentar os conteúdos, desenvolvendo as ações planejadas, obtendo como consequência, de forma positiva, o envolvimento e a motivação dos alunos, potencializa

a sua aprendizagem na direção do desenvolvimento profissional, implicando a capacidade de pensar teoricamente acerca das ações de ensino, promovendo um salto qualitativo em sua atividade de ensino.

Vimos que no processo de organização do ensino, a princípio, o professor atenta aos detalhes dos conceitos, conscientizando-se quanto a estrutura conceitual empregada em alguns conceitos de geometria plana, como observado pela Prof. Murici, ao tratar da distinção entre reta e segmento de reta, na avaliação do desenvolvimento do terceiro momento (Quadro 25):

Para mim eu sei que existe uma diferença entre reta e um segmento de reta, mas eu não tinha me apropriado da importância que existe entre você definir o que é uma reta e um segmento de reta, você caracterizar. Porque para todo o conceito geométrico de polígono, você precisa estar com isso muito bem definido, porque se não tem como trabalhar com o aluno. (P7, U2E2C2.1L2.1.6, em 05/11/2018 - EP)

A docente demonstra conhecer os detalhes do conceito, as propriedades e as características particulares que o diferenciam, no caso, os conceitos de reta e segmento de reta. Aliás, ela toma consciência da importância de apropriar-se dos referidos conceitos para ensinar o emprego deles aos alunos, com o fim de estimulá-los a produzir e internalizar novos conceitos.

Continuando, a professora manifesta o seu novo olhar sobre a relação entre as áreas de algumas figuras planas, decorrente de seus estudos e do desenvolvimento das ações e operações estabelecidas no planejamento do quarto momento. Eis os *flashes*:

Na verdade, enquanto professor, antes eu dava a definição de maneiras diferentes, por exemplo: para a área do triângulo, via ele como sendo a metade fixa de um retângulo, mas a nova visão que me despertou foi a questão de quando dois triângulos, qualquer que seja, análogos formam um paralelogramo e um triângulo representa a metade de todo o paralelogramo. O paralelogramo podíamos ver como um retângulo deformado, essa visão eu já tinha, mas não para calcular a área do triângulo. (P7, U2E2C2.1L2.1.11, em 05/11/2018 - EP)

A área do trapézio também, que fizemos um justaposto ao outro que conseguíamos enxergar a base maior, base menor, tínhamos que juntar mesma base a altura também, e também comecei a ter essa visão agora. (P7, U2E2C2.1L2.1.12, em 05/11/2018 - EP)

Logo, o modo como o sujeito vai construindo o conceito, entendendo seus nexos internos e suas relações com outros conceitos, revela uma nova qualidade de pensamento e, portanto, alcança uma forma de investigação para a compreensão de outros conceitos, a fim de transferir para todos uma classe conceitual, como visto nesses dois *flashes*. Consequentemente, esse novo modo de organizar o pensamento revela o desenvolvimento psíquico, pois proporcionou aos sujeitos mais segurança na condução do processo do ensino de tais conceitos com os alunos.

Portanto, demonstra indícios de apropriação desses conceitos, ou a observância das distinções e conexões de suas propriedades, bem como de sua importância no cabedal de conceitos que os utilizam como base para a sua construção.

Finalizando essa seção, evidenciamos a reflexão do Prof. Jacinto no último encontro de formação, no tocante à sua mudança de pensamento frente à experiência de organizar o ensino por meio da AOE:

[...] quando você é sujeito de um programa como esse, onde te dá um embasamento teórico para a abordagem, tua metodologia é alterada, ainda que você quisesse manter resignada a metodologia se voltando apenas para o “fazer contas” (referindo-se a execução de exercícios repetitivos e mecânicos), você não vai conseguir. Eu pude perceber que eu cresci também, fazendo a abordagem dessa maneira, eu estou construindo novos conceitos, estou absorvendo o que já existia e permitindo uma evolução, o que não foi passado para mim dessa mesma maneira. (P4, U2E2C2.2.1L2.2.14, em 14/11/2018 - EP)

Em face do exposto pelo professor, constatamos claramente a sua nova postura diante dos procedimentos de ensino e dos conteúdos a serem estudados, aprofundados e ensinados. Para mais, o docente ressalta um avanço profissional ao apropriar-se de um processo de organização de ações de ensino (a AOE) diferenciado daquilo que vinha desenvolvendo, além do fato de estar construindo novos conceitos, atribuindo essa nova qualidade à formação que lhe foi proporcionada pelo curso de formação e pelos encontros formativos.

Adiante, no Quadro 32, mostramos uma síntese dos indícios e/ou manifestações de apropriação de conceitos de geometria plana por professores em atividade de formação, os quais foram evidenciados nesse item.

Quadro 32 – Síntese dos indícios e/ou manifestações de apropriação de conceitos da geometria plana por professores em atividade de formação

O processo de significação de conceitos de geometria plana por professores em atividade de formação		
EPISÓDIOS	INDÍCIOS E/OU MANIFESTAÇÕES	OCORRÊNCIA
Episódio 1 – O contexto da realidade encontrada – Eixo I	Enquanto alunos da educação básica, os sujeitos manifestaram que tiveram pouca afinidade e envolvimento insuficiente com a disciplina geometria. Afirmaram ter visto poucos conteúdos de geometria nesse nível de ensino, devido aos conteúdos serem trabalhados apenas no fim do ano letivo, seguindo a própria distribuição de conteúdo do livro.	Quadro 10
	Enquanto graduandos, a relação dos sujeitos com a geometria, comparado ao desempenho da educação básica, declararam uma visível melhora.	Quadro 11
	Enquanto professores de matemática, declararam dificuldades em relação ao trabalho com conceitos e às propriedades de elementos de geometria plana, manifestando pouca apropriação destes.	Quadro 12
	Quanto à organização do ensino de geometria evidenciaram realizar planejamento de acordo a proposta pedagógica da escola, momento em que se depararam com a necessidade de realizar estudos e pesquisas, uma vez que alegam dificuldades quanto à apropriação de conceitos geométricos.	Quadro 14
	Os sujeitos manifestaram dificuldade em interpretar o conceito explicitado na linguagem escrita, entretanto, apresentaram o desejo de uma comunicação em linguagem numérica, quantitativa, a fim de representar a realidade interna do seu pensamento no movimento da linguagem numérica dos conceitos. Quanto à linguagem visual, os docentes fizeram o reconhecimento de figuras geométricas apenas por suas características externas - descrição das formas observadas. Então, apontaram um tipo de raciocínio observado no pensamento empírico.	Curso de Formação – CF
	Tomada de consciência pelos indivíduos participantes acerca da importância de entender o surgimento do conceito, surgindo a necessidade de buscar a essência do conceito por meio do movimento lógico-histórico do conceito. Como também, admitiram perceber no logico-histórico um caminho para interiorizar os conteúdos inseridos nos conceitos envolvidos.	Curso de Formação – CF
	Os docentes investigados apresentaram uma compreensão das instruções culturalmente elaboradas do conceito, entendendo o conceito como um movimento de construção e evolução histórica do conhecimento, como um legado de saber acumulado pela humanidade, vislumbrando o movimento do pensamento para alcançar a sua formalização teórica.	Encontro de Planejamento – EP
	O Prof. Jacinto manifestou uma nova preocupação ao abordar um conteúdo na sala de aula, que perpassa o movimento lógico-histórico do conceito. Desse modo, intencionalmente instiga nos alunos a necessidade de compreender o conceito.	Encontro de Planejamento - EP
	Percebemos uma mudança de atitude do Prof. Jacinto quanto à abordagem lógico-histórica do conceito em suas aulas, o docente intencionalmente apresentou curiosidades históricas sobre a roda, a fim de levar os alunos a compreenderem o significado que historicamente os indivíduos atribuem a esse objeto, como síntese da prática social e promoção do desenvolvimento individual.	Atividade de ensino com os alunos – AE

Episódio 2 – Indícios de apropriação de conceitos da geometria plana observados por professores nas ações formativas-Eixo II	Notou-se a tomada de consciência dos professores em relação ao seu papel como organizadores do ensino. Com efeito, perceberam a necessidade e importância de estudar a estrutura conceitual a ser ensinada, a partir da síntese histórica do conceito, assim como propõe a AOE, dessa forma concebe-se que o professor é sujeito em seu processo de aprendizagem.	Encontro De Planejamento – EP
	Tomada de consciência da Prof. ^a Murici em relação à AOE, de que a atividade de ensino está inter-relacionada a atividade de aprendizagem, que uma depende da outra, em unidade dialética, e consequentemente a qualidade dessa relação possibilita saltos qualitativos no processo da aprendizagem de ambos, professor e alunos.	Encontro De Planejamento – EP
	O contexto colaborativo promovido pela AOE, promoveu aos participantes do estudo, vivenciar momentos de discussão acerca da estrutura dos conceitos da geometria plana, desencadeando um movimento do social para o individual, promovendo a atividade cognitiva dos sujeitos, possibilitando avançar para outro nível de entendimento do conceito em estudo, promovendo a apropriação de conceitos da geometria plana.	Encontro De Planejamento – EP
	A reflexão da Prof. ^a Murici sobre o modo de organizar e apresentar os conteúdos, as ações e operações, mostrou-se potencializadora para a sua aprendizagem na direção do desenvolvimento profissional, que implica na capacidade de pensar teoricamente as ações de ensino.	Atividade de ensino com os alunos – AE
	A Prof. ^a Murici demonstra, perceber os detalhes do conceito, as propriedades e características particulares dos conceitos que os diferenciam, no caso os conceitos de reta e segmento de reta, percebemos também que ela toma consciência da importância de apropriar-se dos referidos conceitos para ensinar o emprego dos mesmos aos alunos com o fim de estimulá-los a produzir e internalizar novos conceitos.	Encontro de Planejamento – EP
	O modo como os sujeitos vão desenvolvendo os conceitos, vão entendendo seus nexos internos e, suas relações com outros conceitos, revelando uma nova qualidade de pensamento e, portanto, alcança um modo de investigação para a compreensão de outros conceitos, a fim de transferir para todos uma classe conceitual.	Encontro de Planejamento – EP
	A reflexão do Prof. Jacinto, constata-se claramente a sua nova postura diante dos procedimentos de ensino, diante dos conteúdos a serem estudados, aprofundados e ensinados. Por conseguinte, o docente ressalta uma evolução profissional ao apropriar-se de um modo de organização de ensino, a AOE, diferenciado do que vinham desenvolvendo, como também evidencia o fato de estar desenvolvendo novos conceitos. Onde atribui essa nova qualidade a formação que lhe foi proporcionada, pelo curso de formação, e encontros formativos.	Encontro de Planejamento – EP

Fonte: elaborado pela autora (2020).

5.4 Os sentidos revelados pelos professores Jacinto e Murici na ação final da atividade de formação

Além do que já foi exposto nas unidades de análise, explanamos aqui os dados obtidos por intermédio de entrevistas realizadas como avaliação final do processo formativo no dia 14 de novembro de 2018, com cada professor investigado, individualmente, cujo roteiro está disponível no Apêndice D.

A partir das declarações dadas pelos sujeitos, as quais foram gravadas em áudio e transcritas, buscamos por *flashes*, ou seja, trechos das falas transcritas que possibilitassem constatar os sentidos revelados pelos professores ao se relacionarem com o objeto (conceitos de geometria plana) ao longo do processo formativo, ao mesmo tempo em que apontassem a aquisição de um modo de organizar o ensino, compreendendo assim como Leontiev (1978), que o sentido tem sua origem na própria vida do sujeito, nas relações que ele cria em sua atividade, nesse caso, na atividade de formação.

Para tanto, organizamos essa explanação em três episódios, a partir da temática observada na manifestação dos sujeitos na entrevista, como segue.

5.4.1 Episódio 1: o que despertou nos sujeitos ao se relacionarem com os conceitos de geometria plana

No processo de organização do ensino sustentado pela perspectiva da AOE, a síntese histórica do conceito, como explicitado neste estudo, é o momento em que o professor estuda para conhecer historicamente a trajetória de criação de determinado conceito, bem como as necessidades que conduziram a sua criação e o seu desenvolvimento, trazendo à tona a essência e os nexos de tais conceitos por meio de aspectos lógicos e históricos, promovendo o desenvolvimento do conhecimento teórico.

Partindo desse entendimento, trazemos o *flash* em que a Prof.^a Murici fala da importância do ato de estudar teoricamente os conceitos:

[...] ficou muito claro para mim foi que, para se chegar à abordagem de um conteúdo, existe toda uma história que desencadeou esse conteúdo. Esse contexto histórico teórico é fundamental, porque ao se apropriar dele você vai ter mais embasamento, aprofundar mais os estudos para conseguir trabalhar o conteúdo, e vai estar mais seguro. (P7, 14/11/2018 - ETV)

Nesse trecho, a docente fala em “aprofundar mais os estudos para conseguir trabalhar o conteúdo”, ou seja, realizar a síntese histórica do conceito a ser ensinado, de modo que ao se inteirar desse movimento de constituição histórica, permitirá a apropriação dos nexos conceituais, adquirindo segurança para a atividade de ensino.

Diante dessa fala, questionamos os sujeitos sobre as dificuldades encontradas durante o processo de formação, no que se refere aos conceitos de geometria plana e que externassem se o estudo teórico realizado contribuiu para sanar tais dificuldades.

A partir disso, destacamos o relato da Prof.^a Murici:

Senti dificuldade porque não tinha me aprofundado mais, estudado mais. Justamente essa parte histórica e teórica eu não dava a importância que ela tem, onde hoje eu tenho a total certeza que tem. Então eu senti muita dificuldade e ainda tenho, mas eu acho que ao menos um caminho melhor eu encontrei, um caminho mais aberto. [...] as dificuldades foram sanadas. Claro que sempre você tem algo a mais à aprender, a consolidar, mas se eu disser que o conhecimento que eu tinha das áreas de figuras planas antes não é o que tenho hoje, o que tenho hoje tenho a certeza de que melhorou, porque eu aprofundi mais, estudei mais e me envolvi mais. (P7, 14/11/2018- ETV)

Pela assertiva, a Prof.^a Murici atribui as suas dificuldades referentes aos conceitos de geometria plana ao fato de não ter, antes das ações de formação propostas nesta investigação, aprofundado e intensificado os seus estudos em relação aos conceitos em questão, e afirma que hoje tem consciência da importância desses elementos, o teórico e histórico do conceito, para sanar tais dificuldades: “Claro que sempre você tem algo a mais à aprender, a consolidar, mas se eu disser que o conhecimento que eu tinha das áreas de figuras planas antes não é o que tenho hoje, o que tenho hoje tenho a certeza de que melhorou, porque eu aprofundi mais, estudei mais e me envolvi mais.” Portanto, a professora atribui a sua nova qualidade em relação à apropriação desses conceitos à mudança de atitude sobre a realização da síntese histórica do conceito.

Na perspectiva de entender a mudança na relação entre os sujeitos e o objeto, pedimos aos docentes que falassem sobre a sua relação com os conceitos e a geometria plana após as ações de formação. Vejamos:

Tudo você só compreende com o passar dos tempos. Nenhum conceito é compreendido tão somente em uma leitura, se você não faz e refaz leituras diversas de uma definição, exemplifica, busca um histórico daquilo que está sendo o objeto de estudo, você não vai absorver na sua totalidade, não vai haver compreensão. Essa é a minha visão. [...] Eu fui “sacudido”. Como exemplo, em relação à diferença de círculo e circunferência, durante às

abordagens, na utilização de materiais diversos, slides, histórico, resignou para mim essa diferenciação. (P4, 14/11/2018 - ETV)

Certamente mudou. Hoje, quando enxergo o cálculo da área do trapézio. Por exemplo, enxergo na forma de uma demonstração, em como demonstrar a área de um trapézio.

Era um conceito decorado (antes das ações formativas), e hoje é um conceito demonstrado, que eu sei de onde veio, porque que é calculado assim. (P7, 14/11/2018 - ETV)

Fica claro na declaração dos sujeitos o novo sentido atribuído ao objeto e aos conceitos de geometria plana. O Prof. Jacinto expressou isso exemplificando a sua nova visão acerca da diferença entre círculo e circunferência, enquanto a Prof.^a Murici citou o cálculo de área do trapézio. Observamos que ambos percebem os nexos conceituais, seja por meio da estrutura lógica – como a Prof.^a Murici “enxergo na forma de uma demonstração, em como demonstrar a área de um trapézio” – ou pelo histórico – como o Prof. Jacinto: “busca um histórico daquilo que está sendo o objeto de estudo”.

5.4.2 Episódio 2: revelando o novo com a AOE: o modo de organizar e desenvolver o ensino

Outra questão abordada na entrevista foram as mudanças percebidas pelos sujeitos sobre a conduta deles ao organizarem o ensino, respaldados pela AOE. Sobre isso, a Prof.^a Murici aludiu que

Muda completamente, até porque para nós fica como um cronograma, onde primeiro eu tenho que ver um pouco da história, depois tenho que ver a parte teórica, me fundamentar e aí em seguida que vou para as atividades que vai lidar com cálculo, uma abordagem mais voltada para esses cálculos. Então já fica como uma sequência. [...] (Anteriormente) só iríamos planejar como o seguinte: chegaríamos na sala, colocaríamos a fórmula das áreas, partiria para exemplos, apresentava o conceito, ia para a prática e pronto. (P7, 14/11/2018-ETV)

Assim, a docente evidencia, além da síntese histórica do conceito, a sequência das etapas a serem seguidas ao organizar o ensino orientado pela AOE, e compara a sua prática até então, dizendo: “[...] só iríamos planejar como o seguinte: chegaríamos na sala, colocaríamos a fórmula das áreas, partiria para exemplos, apresentava o conceito, ia para a prática (resolução de exercícios) e pronto.” – referindo-se às ações que norteavam o seu ensino.

O planejamento, no processo de organização do ensino, é o momento em que o professor estabelece os objetivos de ensino de determinado conteúdo, e os modos como os sujeitos

envolvidos no processo ensino e aprendizagem podem se apropriar do conhecimento teórico, elaborando o plano de ação (a SDA), entendendo as ações como os procedimentos teóricos e metodológicos para se trabalhar os conceitos, e para isso, determina as operações, que é a utilização dos recursos que colaboram no ensino.

Exposto isso, ao tratarmos sobre o planejamento com os sujeitos, perguntando sobre as suas impressões sobre o trabalho compartilhado, coletivo, realizado no planejamento em grupo, a Prof.^a Murici fez a seguinte declaração:

Uma das teclas que eu tenho batido enquanto professora de matemática é que nós professores de matemática somos, de certa forma, orgulhosos, individualistas de trabalharmos sozinhos, de as vezes sentir dificuldades, mas guardar para si. Quando se trabalha coletivamente, você tem alguém mais para discutir, você tem sua opinião com a opinião de outro que acabam se encaixando ou não, mas chegam a um consenso, então é muito interessante. (P7, 14/11/2018- ETV)

Na fala da Prof.^a Murici – ao pronunciar: “Quando se trabalha coletivamente, você tem alguém mais para discutir, você tem sua opinião com a opinião de outro que acabam se encaixando ou não, mas chegam a um consenso, então é muito interessante.” – apreendemos indício de que ela concebe o papel do planejamento no contexto coletivo como muito frutífero, no sentido de proporcionar o debate, trazendo vários ponto de vista. Dessa forma, por meio das sínteses construídas no coletivo, o novo surge, possibilitando uma nova qualidade ao profissional, enquanto indivíduo, e ao grupo.

Quando os professores se percebem como sujeitos de sua própria aprendizagem, entendendo que ela acontece nas interações com seus pares ou mesmo com seus alunos, atribuem um sentido cada vez maior, direcionado à análise e ao debate em torno de um conteúdo: “Valorizam a linguagem, permitem o diálogo e começam a acreditar mais em sua capacidade de conduzir o próprio aprendizado, e contribui significativamente para formar os conceitos científicos.” (PREUSSLER; GRANDO, 2013, p. 64).

Ainda sobre o planejamento, perguntamos aos professores a opinião deles sobre os momentos que exigem maior atenção ao planejar na AOE, as dificuldades sentidas nessa ocasião. Como resposta, obtivemos um relato da Prof.^a Murici sobre o seu envolvimento com os conceitos de geometria plana nessa etapa da organização do ensino:

a maior dificuldade que tive foi o tempo. [...] é que para se trabalhar a perspectiva da teoria da atividade, não tem como se trabalhar só com o livro, você tem que pesquisar, tem que usar a internet a seu favor, tem que ter um acervo maior, o trabalho coletivo com a opinião de outros professores, de

outros colegas de trabalho, a questão da história da matemática, então, tudo isso está envolvido.

[...] Acredito que hoje eu tenho um pouco mais de conhecimento, tanto do conteúdo que foi proposto para o trabalho como também uma perspectiva de trabalhar voltado mais para o dinamismo, mais voltado para atividades orientadoras. (P7, 14/11/2018 - ETV)

A professora expôs que ao planejar, teve como seu oponente o tempo, e justifica: “é que para se trabalhar a perspectiva da teoria da atividade, [...] você tem que pesquisar, tem que usar a internet a seu favor, tem que ter um acervo maior, o trabalho coletivo com a opinião de outros professores [...], então, tudo isso está envolvido”. Dito de outra forma, planejar demanda tempo, e como referimos, a realidade dos professores da educação básica das escolas públicas brasileiras é atribulada, devido a aspectos como: lotação em mais de uma escola, tendo de deslocar-se entre elas; carga-horária elevada, principalmente dos professores de matemática, que geralmente têm de trabalhar até três turnos em sala de aula, faltando-lhes tempo, condições físicas e psicológicas para o planejamento e a organização do ensino.

Quanto à sua relação com os conceitos de geometria plana abordados no processo de organização do ensino, a Prof.^a Murici revelou: “[...] hoje eu tenho um pouco mais de conhecimento, tanto do conteúdo que foi proposto para o trabalho como também uma perspectiva de trabalhar voltado [...] atividades orientadoras”. A docente revela, pois, uma nova qualidade em relação aos conceitos de geometria plana, e a aquisição de uma nova maneira de vislumbrar o ensino.

Outra questão abordada na entrevista foi acerca das mudanças percebidas pelos sujeitos ao trabalharem os conceitos de geometria plana mediados pela AOE. Sobre isso, o Prof. Jacinto relata que,

Prof. Jacinto: [...] Também mudou, a minha forma de trabalhar. Como estou mediando no ensino médio pelo o Canal Educação (um Programa de Mediação Tecnológica do Piauí de ensino a distância), eu estava olhando o professor mostrando uma fórmula uma lei “seca”, sem dizer de onde veio e, aquilo era sem sentido[...]. Eu faria diferente essa abordagem, porque eu tentava trazer o histórico daquilo ali, mostrava um sentido para o aluno, trazia para uma situação própria do aluno. Ele estava trabalhando área de circunferência, área do círculo.

Eu já vi isso, criticando a abordagem dele, porque talvez ele estivesse ali reproduzindo a minha prática de antes e quando eu vi achei que a abordagem dele seria semelhante à minha. (P4, 14/11/2018 - ETV)

Diante dessa declaração, notamos que o professor ilustra sua fala por meio de uma situação mediante a qual ratifica sua nova qualidade diante de conceitos de geometria plana, no

que se refere à abordagem destes, seguindo a estrutura proposta pela AOE. Em face disso, o docente exalta o seu novo olhar, conquistado graças a uma aula de um professor do Canal Educação, quando comparou a sua antiga prática (antes da formação) à desse professor:

Quando você faz uma abordagem em uma aula, considerando a necessidade de o aluno compreender, se não levamos uma abordagem histórica, como é proposto na atividade, o aluno não vai sentir a necessidade de compreender nada que o professor venha a trazer. Com toda certeza ela (síntese histórica do conceito) é enriquecedora, ela serve de bússola para te orientar naquilo que venha a ser entrave para a construção do conhecimento significativo para o nosso alunado. Como ainda pouco falei, (anteriormente) as aulas seriam todas voltadas para uma abordagem tradicional, seria apenas a reprodução de demonstrações de leis e/ou formas de resolução de exemplos em atividade e o aluno iria fazer apenas uma reprodução daquilo que tivesse sido abordado em sala de aula. (P4, 14/11/2018 - ETV)

O docente constata sua nova qualidade dizendo que antes expunha os conteúdos por meio de memorização, e após a experiência da formação, os conceitos são expostos explorando a origem dos conceitos, pois está preocupado em fazer uma abordagem que seja mobilizadora das ações mentais e que os conceitos tenham significado para os alunos.

O professor, ao refletir sua prática, segundo Moura, Sforzi e Lopes (2017, p. 85), fazendo uma “avaliação do que realiza, poderá resultar a necessidade de mudança na sua forma de atuação, [...]. É a percepção, pela reflexão, sobre a qualidade da aprendizagem que irá desencadear ou não novas ações do professor para atingir o seu objetivo.” À vista disso, percebemos a preocupação e um novo pensamento acerca da organização das atividades de ensino, alcançando outro nível na qualidade, nesse quesito.

Acerca da abordagem dos conteúdos na sala de aula por meio de SDA, perguntamos aos sujeitos sobre o potencial que eles veem nesse recurso para o ensino de conceitos de geometria plana. A Prof.^a Murici respondeu que

Foi interessante, porque você não chegava no aluno com a fórmula pronta, como já relatamos, mas chegávamos com uma situação, ou que tinha um fato histórico, ou uma abordagem teórica ou ambas e aquilo ia chamando a atenção, envolvendo e desafiando. Além disso, em cima daquela proposta histórico-teórico você já tinha uma atividade envolvendo eles mesmo. [...] Vejo um potencial (das SDA) muito grande. Vejo um potencial de fazermos o que fizemos, onde através dessas atividades nós trabalhamos todo um conteúdo, toda uma proposta de um conteúdo com essas atividades, não fugimos ao que os livros nos orientam e ao mesmo tempo conseguimos seguir toda a proposta através dela. (P7, 14/11/2018 - ETV)

A professora evidencia as potencialidades da SDA como recurso de ensino por entender que esta traz à tona a essência do conceito em questão, a partir do histórico e por possuir uma proposta desafiadora e motivadora para o aluno, além do que “[...] através dessas atividades nós trabalhamos todo um conteúdo, toda uma proposta de um conteúdo com essas atividades, não fugimos ao que os livros nos orientam [...]”.

O que observamos nessa fala da docente é a mudança de pensamento em relação ao uso do livro didático, pois antes do processo formativo, ela havia revelado fazer uso do livro como único recurso de ensino em sala de aula, na maioria das vezes. Agora, ela expressa ter encontrado na SDA um instrumento de ensino que lhe permite trabalhar os conteúdos sem fugir dos conteúdos abordados no livro adotado, já que serve para ela como guia de ensino.

5.4.3 Episódio 3: o que ficou dessa formação

Diante da proposta de formação mediada pela AOE visando à apropriação de conceitos de geometria plana pelos professores participantes, trazemos a reflexão dos sujeitos em relação à sua experiência com essa proposta e suas expectativas futuras. Para o Prof. Jacinto,

Durante esse período de acompanhamento (na sala de aula) o que eu pude perceber foi que; alunos mais desenvolvidos, turma cheia, ainda que excedesse o tempo normal de aula, o que eles nunca fazem, mostram a motivação. E isso eu posso ver como uma coisa muito positiva.

[...] Passamos situações desencadeadoras, onde o aluno vai sentir a necessidade de ir buscar e não de absorver uma abstração que daqui a pouco cai na zona do esquecimento.

[...] Na verdade, nunca se sabe muito em relação à Matemática, e a Geometria não é abordada, cobrada como deveria ser, com bastante ênfase como na parte de Álgebra, seja no ensino fundamental ou no ensino médio. Então, a apropriação dos conceitos se vale de situações motivadoras e eu achava que apenas o pouco conhecer já me bastava para ganhar o meu dia e registrar minha aula, mas eu não estava levando em consideração a forma de passar isso para o meu aluno, de compartilhar esse ensino. Para o professor dar uma aula, bastava apenas ele compreender o assunto e isso era suficiente. Tem um pensamento de uma senhora (Cora Coralina) que diz “feliz daquele que transfere o que sabe e aprende o que ensina”, então a Atividade Orientadora de Ensino me fez ver outros horizontes que de certa forma me deu uma “sacudida” para sair da zona de conforto e não achar que sou o centro do saber. [...] Já estou no “daqui pra frente”, pois na minha atividade já busco uma diferenciação, não somente de uma exposição. (P4, 14/11/2018 - ETV)

Em sua reflexão a respeito das ações de formação mediada pela AOE como promotora de mudança qualitativa, o professor apresentou três momentos distintos: primeiramente, menciona ter percebido seus alunos mais motivados, referindo-se ao momento em que

desenvolveu com seus alunos ações de ensino de acordo com a AOE, notando que eles não estavam reclamando por extrapolar o horário da aula, postura comum entre eles.

Em outro momento de sua fala, o docente declarou que quando foi provocado a estudar teoricamente sobre os conceitos de geometria plana, tal ato o fez refletir a respeito da qualidade de suas aulas, no que se refere à forma de tratar os conteúdos com seus alunos, que não era prioridade em sua prática educativa: “[...] eu achava que apenas o pouco conhecer (ter conhecimento do conteúdo a ser ministrado) já me bastava para ganhar o meu dia e registrar minha aula, mas eu não estava levando em consideração a forma de passar isso para o meu aluno, de compartilhar esse ensino. Para o professor dar uma aula, bastava apenas ele compreender o assunto e isso era suficiente.”

Dessa maneira, observamos que o professor considerava que ter algum conhecimento do conteúdo era suficiente para ministrar uma aula, desconsiderando a forma e privilegiando o conteúdo, no que se refere à organização do ensino.

Isso leva-nos a caracterizar esse processo de ensino e aprendizagem centrado no professor, que “transfere” o conhecimento, onde os estudantes são sujeitos passivos. Portanto, não acontece a interação entre o sujeito e o conhecimento, nem produção de conhecimento. Entretanto, o docente mencionou: “[...] então a Atividade Orientadora de Ensino me fez ver outros horizontes que de certa forma me deu uma “sacudida” para sair da zona de conforto e não achar que sou o centro do saber.” Logo, demonstra ter mudado o seu ponto de vista no que tange ao processo de ensino e aprendizagem.

Por último, no trecho final de sua fala, referiu-se à sua postura futura diante dos conteúdos de geometria plana: “[...] Já estou no “daqui pra frente”, pois na minha atividade já busco uma diferenciação, não somente de uma exposição”. Com isso, demonstra que está modificando a sua forma de organizar e desenvolver a sua atividade de ensino.

Prosseguindo, sobre as reflexões em relação à experiência com essa proposta, a Prof.^a Murici fez a seguinte declaração:

Na verdade, desde a formação até essa aplicação que tivemos com os nossos alunos é como se eu tivesse saído de um universo que eu enxergava a matemática sob uma ótica e hoje eu já começo a engatinhar e enxergar sob outra ótica, porque o que eu sempre tive vontade era de trabalhar sob essa forma mais dinâmica, mais envolvente, mais coletiva, onde os alunos têm mais vez e voz de discutirem e socializarem suas atividades, de vermos uma participação efetiva deles na hora das atividades. Se envolvendo no ponto de os próprios alunos mesmos fazerem, de não darmos uma fórmula pronta e acabada, simplesmente no “decoreba” que há 5 minutos não vão ter mais uma fundamentação, um conceito apropriado.

Para hoje eu tenho muita vontade de continuar esse trabalho, mas como eu disse, tem os entraves, que é a questão do tempo que é muito limitado, temos também a questão de que infelizmente somos apenas dois professores que começamos o desenvolvimento desse trabalho. Se tivéssemos um contingente maior de professores envolvidos, tínhamos até como formar um grupo de estudos e ter um envolvimento maior para dar continuidade, então, quando você se sente mais sozinho é mais difícil, mas como o professor Jacinto também participou e nós dois temos a oportunidade de conviver, acredito que para o futuro vamos continuar aplicando sim. (P7, 14/11/2018 - ETV)

A professora confessa que o processo de formação do qual participou lhe proporcionou uma mudança de visão em relação à matemática. Em suas palavras, “é como se eu tivesse saído de um universo que eu enxergava a matemática sob uma ótica e hoje eu já começo a engatinhar e enxergar sob outra ótica”. Portanto, trata-se de uma ampliação de horizonte, tirando as vendas que até então a acompanhavam.

Outra abordagem da professora foi em relação ao movimento proporcionado pela AOE no desenvolvimento das ações com os alunos, pois por intermédio dele observou seus alunos mais entusiasmados, socializando conhecimentos, envolvidos com o processo de aprendizagem.

Finalizando a sua reflexão, manifestou a vontade de continuar com o trabalho pedagógico mediado pela AOE, mas visualiza algumas barreiras: a questão do tempo, por ter de dar aula em muitas turmas e não ter o tempo necessário para o planejamento de ações; acha necessário que os demais professores de matemática das escolas onde atua passem pelo mesmo processo de formação, tornando possível formar grupos de estudo e trabalharem coletivamente, como propõe a AOE, já que apenas ela e o Prof. Jacinto participaram dessa atividade de formação. Contudo, acredita que mesmo diante desses entraves, é possível continuar uma parceria com o Prof. Jacinto para organizar e desenvolver a atividade de ensino por meio da AOE.

A seguir, no Quadro 33, apresentamos a síntese com manifestações/desdobramentos expostos nesse episódio, referentes aos sentidos revelados pelos professores ao relacionarem-se com o objeto no processo formativo.

Quadro 33 – Síntese dos os sentidos revelados pelos professores ao relacionarem-se com o objeto no processo formativo

Os sentidos revelados pelos professores Prof. Jacinto e Prof. ^a Murici, na ação final da atividade de formação	
EPISÓDIO	DESDOBRAMENTOS/ MANIFESTAÇÕES
Episódio 1 – O que despertou nos sujeitos ao se relacionarem com os conceitos de geometria plana	<p>A Prof.^a Murici revela perceber a importância de realizar a síntese histórica do conceito com o fim de apropriar-se do conceito a ser ensinado, nesse caso, conceitos de geometria plana. Consequentemente, manifesta a sua nova qualidade no processo de apropriação conceitual.</p> <p>Os sujeitos atribuem um novo sentido ao objeto de estudo – os conceitos de geometria plana. O Prof. Jacinto expressou isso exemplificando a sua nova visão acerca da diferença entre círculo e circunferência; já a Prof.^a Murici citou o cálculo de área do trapézio. Observamos que ambos percebem os nexos conceituais, seja por meio da estrutura lógica, ou do histórico e do lógico-histórico.</p>
Episódio 2 – Revelando o novo com a AOE: o modo de organizar e desenvolver o ensino	<p>A Prof.^a Murici manifesta perceber uma nova qualidade em sua conduta ao organizar o ensino, respaldada nos princípios norteadores da AOE.</p> <p>A Prof.^a Murici denota a potencialidade da síntese do conceito realizada no coletivo com seus pares para a apropriação conceitual, por ser um momento que proporciona o debate e valoriza vários pontos de vista. Assim, com as sínteses produzidas no coletivo, o novo surge, possibilitando uma nova qualidade ao profissional, como indivíduo, e ao grupo.</p> <p>O Prof. Jacinto expõe que se percebe com uma nova qualidade diante dos conceitos da geometria plana, no que se refere à abordagem deles em sua atividade ensino, seguindo a estrutura proposta pela AOE.</p>
Episódio 3 – O que ficou dessa formação	<p>O Prof. Jacinto aporta três aspectos: ao organizar o ensino por meio da AOE, percebeu seus alunos mais motivados; quando foi provocado a estudar teoricamente os conceitos de geometria plana (síntese histórica do conceito), isso o fez refletir a respeito da qualidade de suas aulas, no que tange à forma de tratar os conteúdos com seus alunos, o que não era prioridade em sua prática educativa; demonstrou estar modificando a sua forma de organizar e desenvolver a sua atividade de ensino.</p> <p>A Prof.^a Murici manifesta que o processo formativo lhe proporcionou uma mudança de visão em relação à matemática, tendo a sensação de ter “tirado as vendas”, no tocante ao conhecimento geométrico. Percebeu que ao organizar o ensino por meio da AOE, seus alunos mostraram-se mais entusiasmados, socializando conhecimentos, envolvidos com o processo de aprendizagem. Manifestou, ainda, a vontade de continuar com o trabalho pedagógico mediado pela AOE, mas se depara com a questão do tempo, por ter de dar aula em muitas turmas e não ter o tempo necessário para o planejamento de ações. Entretanto, pretende dar continuidade ao trabalho, contando com a parceria do Prof. Jacinto para organizar e desenvolver a atividade de ensino por meio da AOE.</p>

Fonte: elaborado pela autora (2020).

6 PROCESSO FORMATIVO MEDIADO PELA AOE: EVIDÊNCIAS DE SALTOS QUALITATIVOS

“Quem forma se forma e re-forma ao formar, e quem é formado forma-se e forma ao ser formado” (FREIRE, 1996, p. 67)

Neste capítulo, trazemos uma síntese das ações realizadas durante a pesquisa, percorrendo o movimento de significação dos conceitos de geometria plana pelos professores sujeitos desta investigação. Nesse ensejo, destacamos as principais constatações do estudo, procurando evidenciar a nova qualidade dos sujeitos, por compreendermos a necessidade de entendimento do processo de pesquisa em sua totalidade: a problemática em questão (início); as ações investigativas/formativas (desenvolvimento); e os principais resultados.

Ademais, versamos sobre a experiência da pesquisadora, percebendo-se, também, como sujeito em transformação, formadora e aprendente nesse processo investigativo. Por fim, relatamos algumas dificuldades que foram se apresentando no desenrolar da investigação, e explicitamos as pretensões de estudos futuros.

Na introdução deste trabalho, ao contextualizarmos a problemática do estudo, inferimos que são várias as pesquisas que abordam as questões acerca da formação de professores e das práticas pedagógicas, entre as quais, as que denotam preocupações referentes à organização do ensino, decorrentes de práticas docentes ainda centradas na racionalidade técnica e conteudista, indicando a valorização de experiências e conhecimentos empíricos/cotidianos em detrimento de conhecimentos teóricos/ científicos.

Na defesa de que o trabalho educativo deva promover o desenvolvimento de estudantes e professores sob uma perspectiva integradora entre os conhecimentos científicos e a experiência sociocultural, os estudos de Moura (1996, 2000, 2016), Cedro (2008) , Moretti (2007) , Asbhar (2011), Sforzi (2004) e outros, preconizam que o papel da escola é proporcionar aos alunos, por meio da atividade de ensino organizada pelo professor, a apropriação de conceitos científicos.

Dessa forma, apresentamos no processo formativo indícios de significação dos conceitos de geometria plana pelos professores em atividade de formação, sintetizados no Quadro 32, bem como o salto qualitativo na relação do sujeito (professores que ensinam matemática no ensino médio) com o objeto (conceitos de geometria plana), após o processo formativo mediado pela AOE. Inclusive, também por meio da entrevista, foi possível constatar

os sentidos revelados pelos professores ao relacionarem-se com o objeto (conceitos de geometria plana) ao longo desse processo formativo, além de manifestarem a apropriação de um novo modo de organizar o ensino.

Considerando que a pesquisa parte da hipótese de que *a significação do ensino de geometria plana está no processo de apropriação de conceitos por professores em atividade de formação na e para a atividade pedagógica*, no decorrer da investigação, percebemos no desenvolvimento do processo formativo que:

- ✓ os professores pesquisados tomaram consciência da importância de entender o surgimento do conceito e buscar sua essência a partir do movimento lógico-histórico, percebendo nele um caminho para interiorizar os conteúdos inseridos em tais conceitos;
- ✓ os docentes assimilaram a relevância de estudar a estrutura conceitual a ser ensinada, por meio da síntese histórica do conceito, tornando-se, com isso, sujeitos em processo de aprendizagem;
- ✓ o Prof. Jacinto manifestou uma nova preocupação ao abordar um conteúdo na sala de aula, o qual perpassa o movimento lógico-histórico do conceito, no sentido de despertar nos alunos a necessidade de compreenderem o conceito em estudo;
- ✓ o contexto colaborativo promovido pela AOE possibilitou aos participantes do estudo vivenciarem momentos de discussão acerca da estrutura dos conceitos de geometria plana, desencadeando um movimento do social para o individual, promovendo a atividade cognitiva dos sujeitos, permitindo avançarem para outro nível de entendimento do conceito em estudo;
- ✓ a reflexão da Prof.^a Murici sobre o modo de organizar e apresentar os conteúdos, as ações e operações como concebido pela AOE foi potencializadora para a sua aprendizagem, na direção de seu desenvolvimento profissional, levando-a a pensar teoricamente as ações de ensino;
- ✓ a Prof.^a Murici demonstrou perceber os detalhes do conceito, as propriedades e as características particulares que os diferenciam. Ademais, está consciente da importância de apropriar-se dos referidos conceitos para ensinar o emprego deles aos alunos, com o fim de estimulá-los a produzir e internalizar novos conceitos;
- ✓ o modo como os sujeitos vão desenvolvendo os conceitos, entendendo os seus nexos internos e suas relações com outros conceitos revela uma nova qualidade de pensamento e, portanto, enseja um modo de investigação para a compreensão de outros conceitos, a fim de transferir para todos uma classe conceitual;

- ✓ a reflexão do Prof. Jacinto ressalta uma evolução profissional ao apropriar-se de um modo de organização de ensino, a AOE, diferenciado daquilo que vinha desenvolvendo, como também evidencia o fato de estar desenvolvendo novos conceitos, atribuindo essa nova qualidade à formação que lhe foi proporcionada.

À vista disso, ratificamos a nova qualidade dos sujeitos, no que se refere aos conceitos de geometria plana, a exemplo do modo de organizar o seu ensino. Tais constatações foram reiteradas pelos professores sujeitos deste estudo no momento da avaliação final, ao revelarem que:

- ✓ atribuem um novo sentido ao objeto de estudo, os conceitos de geometria plana. O Prof. Jacinto expressou isso exemplificando a sua nova visão acerca da diferença entre círculo e circunferência, enquanto a Prof.^a Murici citou o cálculo de área do trapézio. Observamos que ambos percebem os nexos conceituais, seja por meio da estrutura lógica, ou pelo histórico e lógico-histórico;
- ✓ para a Prof.^a Murici, ficou clara a potencialidade da síntese do conceito, realizada no coletivo com seus pares, para a apropriação conceitual, por ser um momento que proporciona o debate e valoriza vários pontos de vista. Assim, por intermédio das sínteses produzidas no coletivo, o novo surge, possibilitando uma nova qualidade ao profissional, enquanto indivíduo ou em grupo.
- ✓ o Prof. Jacinto aportou três aspectos: ao organizar o ensino por meio da AOE, percebeu seus alunos mais motivados; quando foi provocado a estudar teoricamente sobre os conceitos de geometria plana (síntese histórica do conceito), isso o levou a refletir sobre a qualidade de suas aulas, no que se refere à forma de tratar os conteúdos com seus alunos, o que não era prioridade em sua prática educativa; está modificando sua forma de organizar e desenvolver a sua atividade de ensino;
- ✓ a Prof.^a Murici manifesta que o processo de formativo lhe proporcionou uma mudança de visão em relação à matemática, tendo a sensação de ter “tirado as vendas”, no que tange ao conhecimento geométrico; percebeu que ao organizar o ensino por meio da AOE, sentiu seus alunos mais entusiasmados, socializando conhecimentos, envolvidos com o processo de aprendizagem; manifestou a vontade de continuar com o trabalho pedagógico mediado pela AOE, mas depara-se com a questão do tempo, por ter de dar aula em muitas turmas e não ter o tempo necessário para o planejamento de ações. Não obstante, pretende dar

continuidade ao trabalho, contando com a parceria do Prof. Jacinto para organizar e desenvolver a atividade de ensino por meio da AOE.

Diante do exposto, quanto aos resultados da pesquisa, afirmamos a nossa hipótese por meio dos resultados desse processo de investigação, constatando que por meio da organização do ensino, conduzida pelos pressupostos da AOE, os professores em atividade de formação apropriaram-se de conceitos de geometria plana, mostrando uma nova qualidade após esse processo, no que se refere à organização do ensino, conforme disposto na Figura 24.

Figura 24 – O salto qualitativo promovido pelo processo formativo

Fonte: elaborado pela autora (2020).

Portanto, este trabalho converge com uma das constatações de Silva e Lopes (2019), ao realizarem levantamento de pesquisas sobre a formação de professores envolvendo geometria sob a perspectiva histórico-cultural, pois concluíram que

as poucas pesquisas desenvolvidas no âmbito da formação de professores indicam que o trabalho com ações envolvendo a Teoria da Atividade e o movimento lógico-histórico dos conceitos geométricos pode contribuir para apropriação de conceitos pelos professores e, consequentemente, em sua atividade de ensino. (SILVA; LOPES, 2019, p. 235)

Dessa forma, entendemos que a perspectiva teórico-metodológica que mediou as ações formativas desenvolvidas neste estudo – a AOE, que fundamenta sua essência na TA, tal como define Leontiev (1978), e tem como base a realização de atividades educativas fundamentadas nos conhecimentos lógico-históricos produzidos pela humanidade no processo de construção

do conhecimento – mostrou-se orientadora para a formação docente, a partir da organização do ensino que promove a apropriação dos nexos conceituais de geometria plana pelos professores participantes dessa formação para a atividade de ensino.

É importante ressaltarmos que durante o processo investigativo, percebemos uma nova qualidade não somente dos professores sujeitos deste estudo, mas também desta pesquisadora, que se manifesta, após esta trajetória, por novo olhar para a pesquisa, para a formação permanente dos professores, para a organização do ensino e para o ensino de matemática.

Assim, compreendemos que a atividade de pesquisa também se torna uma atividade de formação para a pesquisadora, como pôde ser vivenciado no percurso deste estudo, confirmamos isso no que segue.

A pesquisadora, ao buscar uma aproximação com a perspectiva da THC, TA e AOE – teorias que sustentam este estudo, já que não havia trabalhado com essa perspectiva até então –, realizou inúmeras leituras, seja de fontes clássicas, como Vigotsky (1995, 1996, 1997, 1984), Leontiev (1978) e Davidov (1988) ou fontes contemporâneas, como Moura (1996, 2000, 2001, 2016), Cedro (2008), Sforzi (2004, 2006), entre outros, além de leituras e estudos teóricos das demais referências que se apresentam ao longo deste texto. Com isso, apropriou-se dessas teorias, agregando novos conhecimentos e fundamentos necessários para o desenvolvimento da pesquisa.

O movimento de planejamento e organização das ações formativas, com viés investigativo, que objetiva, intencionalmente, a apropriação dos nexos conceituais de geometria plana por professores, proporcionou à pesquisadora a apropriação desse conteúdo de estudo, ou seja, as ações pensadas para desencadear o movimento de aprendizagem dos docentes favoreceram a reelaboração dos conhecimentos da pesquisadora, dando um novo significado aos conceitos de geometria plana e ao modo de organizar o ensino.

Face ao exposto, constatamos que a AOE constitui mediação de formação para os professores sujeitos deste estudo e para a pesquisadora que, ao desenvolver tais ações, pôde entender os modos de apropriação conceitual de geometria plana e a formação do pensamento teórico dos professores participantes do estudo, por meio do processo de organização do ensino com esses docentes, na orientação e no planejamento de ações educativas, interagindo coletivamente durante os encontros formativos.

Nesse movimento, assumindo o papel de mediadora nas discussões teóricas e metodológicas, bem como no desenvolvimento das ações planejadas coletivamente em sala de aula, a pesquisadora colabora para a formação de professores e alunos. Isso também contribui para que ela reelabore seus pensamentos, dando novo significado ao processo de formação

permanente, entendendo ser um processo de aprendizagem e desenvolvimento do profissional docente que deve acontecer no cotidiano de sua atividade de ensino, no movimento de vivência da profissão: ao apropriar-se dos conceitos a serem ensinados; ao organizar o seu ensino; ao replanejar as suas ações; ao compartilhar experiências e conhecimentos com seus pares; ao realizar a síntese dos conceitos com os seus alunos; ao participar, efetivamente, de atividades formativas.

Assim, o professor constitui-se como autor de sua formação, apropriando-se de novos conhecimentos teóricos e metodológicos oriundos de sua própria prática. Desse modo, transforma-se e constantemente renova a significação de sua atividade como docente, adquirindo novas qualidades.

Como qualquer outro processo investigativo, deparamo-nos com algumas limitações durante a trajetória de estudo, dentre as quais salientamos: inicialmente, esperávamos um número maior de professores participantes no curso de extensão, devido à ampla divulgação que foi realizada durante dois meses de antecedência de sua data de início, não só por esta pesquisadora, como também pela Coordenação da 14ª GRE; o fato de o curso ter sido ofertado de modo condensado no período de férias escolares, já que em período regular ficaria inviável, devido à indisponibilidade de tempo dos docentes, decorrente da elevada carga horária em sala de aula, às vezes em mais de uma escola; e por ser disponibilizado aos participantes do curso um certificado expedido pela UFPI, que é uma IES com credibilidade na sociedade à qual serve.

Embora o número de professores inscritos no curso de formação tenha sido suficiente para atender às necessidades deste estudo, entendendo que no tangente à formação continuada prevalece a qualidade e não a quantidade de participantes, atribuímos o fato de termos obtido um público abaixo das expectativas ao desinteresse por parte dos professores das escolas públicas em uma formação continuada; para outros, por estarem prestes a aposentarem, não tendo mais interesse nesse tipo de formação; e outros por não terem tido apoio financeiro, já que muitos residem em cidades vizinhas a Bom Jesus-PI, e precisariam de ajuda de custo para deslocamento e refeições – essa situação denota o pouco incentivo ao professor por parte do poder público, no que diz respeito à qualificação, corroborando os pressupostos de Amador e Nunes (2019, p. 40) ao inferirem que “é direito do professor e dever do Estado proporcionar condições favoráveis de formação de qualidade aos professores, para que possam responder aos desafios de uma sociedade em constante e profunda transformação”.

Além disso, observamos que a rede de ensino do estado do Piauí tem em seu quadro poucos professores efetivos que ensinam matemática em escolas estaduais, muitas delas funcionando apenas com professores substitutos, isto é, com vínculo temporário.

Diante disso, questionamos: como promover um ensino de qualidade sem apoio institucional, visto que a realidade que se apresenta aos professores da educação básica das escolas públicas do nosso país é tensa, com lotação em mais de uma escola, tendo de deslocar-se entre elas; com carga-horária elevada, principalmente dos professores de matemática, que geralmente têm de trabalhar até três turnos em sala de aula, faltando-lhes tempo e condições físicas e psicológicas para o planejamento e a organização do ensino?

Tendo isso em vista, cabe considerar que para que o professor promova atividades de ensino com qualidade, como propõe a AOE, demandam de tempo e de uma adequada estrutura das instituições de ensino, pois o professor tem de estudar o conteúdo a ser ensinado. Para isso, faz-se necessário ter à sua disposição fontes de pesquisa; planejar, coletivamente, ações de ensino, as quais requerem a organização de uma agenda e a disponibilidade de horário de todos os professores envolvidos; preparar os instrumentos de ensino, as situações desencadeadoras, os jogos. Contudo, para que isso se efetive, necessita ter à sua disposição materiais (cartolina, cola, papel, impressora, cópias etc.) essenciais para o desenvolvimento das atividades em sala de aula, os quais, na maioria das escolas, não é disponibilizado aos docentes.

Somando-se a isso, professores e alunos necessitam de um ambiente adequado e estruturado para o ensino. Ao realizar esta investigação, deparamo-nos com salas de aula em situações precárias, sem ventilação e iluminação adequada, além de mobília sucateada e telhado cheio de goteiras.

Portanto, concebemos que as condições de trabalho constituem fatores preponderantes para a qualidade do ensino, fazendo-se necessário pensar na lotação de professores com menor carga horária e melhores salários, a fim de que esses profissionais aufram uma renda necessária para o seu sustento e de seus dependentes, sem que para isso tenham de estar mais de dois turnos em sala de aula e, portanto, possam organizar o seu ensino como deve ser e disponham de tempo para a sua formação permanente, podendo qualificar-se com vistas a uma docência voltada à formação de conceitos, na perspectiva de que a atividade de ensino promova a aprendizagem e o desenvolvimento dos escolares.

Mesmo diante das limitações apresentadas e entendendo que as questões abordadas ao longo desta investigação não indicam resultados conclusivos – uma vez que o movimento da vida humana, do ponto de vista histórico-social, apresenta sempre novas questões –, no contexto da educação escolar, a formação e a prática docente, enquanto atividades essencialmente humanas, social e historicamente situadas, configuram-se como um campo aberto para a realização de novos estudos.

Com esse pensamento, pretendemos ampliar esta experiência de formação para atender a um número maior professores que ensinam matemática no ensino médio, não somente trabalhando com os conceitos de geometria plana, mas abordando os conceitos de geometria analítica, que faz parte da grade curricular desse nível de ensino, entendendo que esse é um caminho viável para a superação das lacunas apresentadas na formação de muitos desses professores, no que se refere à apropriação de conceitos científicos.

Com isso, propomos um modo de organizar o ensino que promova a superação de dificuldades no âmbito do conteúdo a ser ensinado, como também a superação de práticas individualistas em detrimento de um trabalho pedagógico cooperativo e colaborativo entre os pares. Para superar as dificuldades financeiras enfrentadas, pretendemos submeter projetos de pesquisa de cunho formativo a editais de fomento à pesquisa, além de buscar apoio junto às instituições públicas com as quais os docentes da educação básica mantêm vínculos.

Defendemos que esse tipo de formação, com ações ancoradas nos pressupostos da THC, TA e AOE – adotadas nesta investigação –, tem relevância e pode contribuir para melhorar a qualidade do ensino, ao propiciar que o professor que ensina matemática no ensino médio da rede pública se aproprie dos conceitos científicos de geometria plana, desenvolvendo atividades educativas capazes de promover uma docência voltada à formação do pensamento teórico dos alunos.

REFERÊNCIAS

ABREU, R. F. **Uma abordagem lógico-histórica da geometria em atividades orientadoras de ensino**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG, 2013.

ALARCÃO, Isabel. **Professores reflexivos em uma escola reflexiva**. 8. ed. São Paulo: Cortez, 2011. (Coleção Questões da Nossa Época, v. 8).

ALTENFELDER, Anna Helena. **Formação continuada**: os sentidos atribuídos na voz do professor. 2004. 175 f. Dissertação (Mestrado em Psicologia) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

ALVARADO PRADA, Luís Eduardo; LONGAREZI, Andréa M. Metodologias de pesquisa-formação de professores nas dissertações, teses: 1999-2008. **Revista Pedagógica**, Unochapecó, ano 16, n. 29, v. 02, jul./dez. 2012. Disponível em: <http://bell.unochapeco.edu.br/revistas/index.php/pedagogica/article/view/1456/817>. Acesso em: 6 abr. 2019.

AMARAL, Cybelle C. F. do. **A significação do conceito matemático de área expresso por estudantes proveniente de uma da Atividade Orientadora de Ensino**. 2018. 188f. Dissertação (Mestrado Profissional em Docência para Educação Básica) – UNESP, Faculdade de Ciências, Bauru, 2018.

ARAÚJO, Eliane Sampaio. Mediação e aprendizagem docente. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE PSICOLOGIA ESCOLAR E EDUCACIONAL ABRAPEE – CONSTRUINDO A PRÁTICA PROFISSIONAL NA EDUCAÇÃO PARA TODOS, IX, 2009, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: Universidade Presbiteriana Mackenzie, 2009, p. 390-404. Disponível em: http://www.abrapee.files.wordpress.com/2012/02/trabalhos-completos-ix_conpe_2009-issn-1981-2566.pdf. Acesso em: 23 mar. 2020.

_____.; MOURA, M. O. A aprendizagem docente na perspectiva histórico-cultural. *In*: 28ª REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 2005, Minas Gerais. **Anais [...]**. Minas Gerais, 2005. Disponível em: <http://www.anped.org.br/sites/default/files/gt08321int.pdf>. Acesso em: 10 abr. 2017.

_____. Contribuições da teoria histórico-cultural à pesquisa qualitativa sobre formação docente. *In*: PIMENTA, S. G.; FRANCO, M. A. S. (org.). **Pesquisa em educação**: possibilidades investigativas/formativas da pesquisa-ação. São Paulo, SP: Edições Loyola, 2008. p. 75-101. v. 1.

ASBAHR, F. da S. F. **“Por que aprender isso, professora?”**: sentido pessoal e atividade de estudo na Psicologia Histórico-Cultural. 2011. 220 f. Tese (Doutorado em Psicologia: Psicologia Escolar e do Desenvolvimento Humano) – Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

_____. Sentido pessoal, significado social e atividade de estudo: uma revisão teórica. **Revista Quadrimestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional**, São Paulo, v. 18, n. 2, mai./ago. 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/2175-3539/2014/0182744>. Acesso em: 13 mar. 2018.

ÁVILA, G. Reflexões sobre o ensino da geometria. **Revista Professor de Matemática**, n. 71, p. 3-8, 2010.

BARBOSA, P. P.; URSI, S.; MATTOS, C. **Teoria da atividade e a formação de professores na educação a distância**. In: VII CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO SUPERIOR A DISTÂNCIA (ESUD), Ouro Preto, 3-5 out. 2011. Disponível em: <http://botanicaonline.com.br/geral/arquivos/Barbosa%20Ursi%20Mattos%202011%20ESUD.pdf>. Acesso em: 30 mai. 2015.

BARRETO, Thiago. **Vende-se em 30 segundos**: manual do roteiro para filme publicitário. 2. ed. São Paulo, SP: Editora Senac, 2010.

BATTISTI, Isabel Koltermann. **A significação conceitual de medida de superfície sob uma abordagem histórico-cultural – uma vivência no contexto escolar**. Dissertação (Mestrado em Educação nas Ciências) – UNIJUÍ, Ijuí, 2007.

BERNARDES, Maria Eliza Mattosinho. O método de investigação na psicologia histórico-cultural e a pesquisa sobre o psiquismo humano. **Psicologia Política**, v. 10, n. 20, p. 345-361, jul./dez. 2010. Disponível em: https://social.stoa.usp.br/articles/0016/4959/O_mA_todo_de_investigaA_A_o_na_Psicologia_HistA_rico-cultural_e_a_Pesquisa_sobre_o_Psiquismo_humano.pdf. Acesso em: 24 mar. 2019.

BERRO, Roberto Tadeu. **Relações entre arte e matemática**: um estudo da obra de Maurits Cornelis Escher. 107 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2008.

BESSA, M. L. de. **Aprendizagem de geometria no curso de pedagogia: um experimento de ensino sobre a formação dos conceitos de perímetro e área baseado na teoria de V.V. Davydov**. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Pontifícia Universidade Católica (PUC) de Goiás, Goiás, 2015.

BORBA, M. C. Dimensões da educação matemática a distância. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (org.). **Educação matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2005. p. 296-317.

BOYER, C. **História da matemática**. Trad. Elza E. Gomide. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher Ltda., 1996.

BOYER, Carl B. **História da matemática**. 1. ed. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, SP: Edgar Blücher, 1974.

_____. **História da matemática**. Trad. Helena Castro. 3. ed. São Paulo: Edgard Blücher Ltda., 2012.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio**. Brasília: MEC; Secretaria de Educação Básica, 2018.

_____. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília, DF: Senado, 1998.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/SEMTEC, 2000.

_____. **PCN + Ensino Médio**: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002a.

BUENO, Belmira Oliveira. Pesquisa em colaboração na formação contínua de professores. *In*: BUENO, Belmira Oliveira; CATANI, Denice Barbara; SOUSA, Cynthia Pereira de (org.). **A vida e o ofício dos professores**. 2. ed. São Paulo: Escrituras Editora, 2000. p. 07-22.

CANÁRIO, R. A. Escola: o lugar onde os professores aprendem. **Psicologia da Educação**, São Paulo, n. 6, p. 9-27, 1998.

CANÁRIO, R. Escola: crise ou mutação? *In*: CONFERÊNCIA: ESPAÇOS DE EDUCAÇÃO – TEMPOS DE FORMAÇÃO, 2001, Lisboa. **Anais [...]** Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2001. Disponível em: <http://www.gulbenkian.pt/publicacoes>. Acesso em: 25 mai. 2015.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. 9. ed. Lisboa: Livraria Sá da Costa, 1989.

CARVALHO, A. M. P. de; PEREZ, D. G. O saber e o saber fazer do professor. *In*: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. de (org.). **Ensinar a ensinar**: didática para a escola fundamental e médio. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002. p. 107-125.

CASTRO, G. A. M.; SANTO C. F. A. do E.; BARATA, R. C.; ALMOULOU, S. A. **Desafios** Para o professor de ciências e matemática revelados pelo estudo da BNCC do ensino médio. **Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT**, Florianópolis, v. 15, p. 01-32, 2020. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2020.e73147>. Acesso em: 18 out. 2020.

CEDRO, W. L. **O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino**: o Clube de Matemática. 2004. 171 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

_____. **O motivo e a atividade de aprendizagem do professor de matemática**: uma perspectiva histórico-cultural. 2008. 242 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

_____; MORETTI, V.; MORAES, S. Desdobramentos da Atividade Orientadora de Ensino para a organização do ensino e para a investigação sobre a atividade pedagógica. **Linhas Críticas**, v. 24, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.26512/lc.v24i0.21851>. Acesso em: 15 fev. 2020.

_____; NASCIMENTO, Carolina Picchetti. Dos métodos e das metodologias em pesquisas educacionais na teoria histórico-cultural. *In*: MOURA, Manoel O. (org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Edições Loyola, 2017. p. 13-45.

COLOMBO, J. A. A.; FLORES, C. R.; MORETTI, M. T. Registros de representação semiótica nas pesquisas brasileiras em educação matemática: pontuando tendências. **Zetetiké – Revista de Educação Matemática**, Campinas, v. 16, n. 29, p. 41-72, jan./jun. 2008.

CONTADOR, P. R. M. **Matemática – uma breve história**. São Paulo: Livraria Física, 2008. v. 1.

COSTA, J. M. da; MARAFIGA, A. W.; SILVA, D. S. G. da; VAZ, H. G. B.; HUNDERTMARCK, J.; FRAGA, L. P.; POZEBON, S.; LOPES, A. R. L. V.; ROOS, L. T. W.; FAJARDOR, R. **Formação de professores que ensinam matemática na perspectiva da Atividade Orientadora de Ensino: diálogos entre diferentes sujeitos**. In: II CNEM – Congresso Nacional de Educação Matemática; IX EREM – Encontro Regional de Educação Matemática. Unijuí, 7-10 jun. 2011. Ijuí, RS, 2011. Disponível em: <http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cnem/cnem/principal/re/PDF/RE62.pdf>. Acesso em: 30 jun. 2017.

COSTA, Ronaldo Campelo da. **Materiais didáticos na atividade de ensino de matemática: significação dos artefatos mediadores por professores em formação contínua**. Tese (Programa de Pós-Graduação em Educação) – Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (USP), 2016.

CREPALDE, R. dos S.; AGUIAR JR, O. G. A formação de conceitos como ascensão do abstrato ao concreto: da energia pensada à energia vivida. **Revista Investigações em Ensino de Ciências**, v. 18, n. 2, p. 299-325, 2013.

CRESCENTI, E. P. **Os professores de matemática e a geometria: opiniões sobre a área e o ensino**. São Carlos-SP: UFSCar, 2006. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de São Carlos, 2005.

DAVYDOV, Vasili Vasilievich. **Tipos de generalizacion em la ensenanza**. Havana: Pueblo y Educacion, 1982.

_____. Problemas do ensino desenvolvimental: a experiência da pesquisa teórica e experimental na psicologia. Trad. José Carlos Libâneo. Raquel Aparecida Marra da Madeira Freitas. **Revista soviet education**, v. XXX, n. 8, ago. 1988.

_____. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**. Moscú: Editorial Progreso, 1988.

DIAS, M. S.; SOUZA, N. M. M. A atividade de formação do professor na licenciatura e na docência. In: MOURA, Manoel O. (org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Edições Loyola, 2017. p. 183-209.

DUARTE, N. **A individualidade para-si (contribuição a uma teoria histórico-social da formação do indivíduo)**. Campinas: Autores Associados, 1993.

ESTEVES, Anelisa K.; SOUZA, Neusa M. M. de. Apropriação de conhecimentos matemáticos em um processo de formação continuada. **Interfaces da Educ.**, Paranaíba, v. 6, n. 18, p. 83-100, 2015. Disponível em:

<https://periodicosonline.uems.br/index.php/interfaces/article/view/768>. Acesso em: 5 set. 2018.

EVES, H. **Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula: geometria**. Trad. H. H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação matemática: representação e construção**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

FARIAS, S. A. D. de. **Ensino-aprendizagem de triângulos: um estudo de caso do curso de licenciatura em matemática à distância**. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Educação da Universidade Federal da Paraíba, 2014.

FERREIRA, J. H. **Indícios, presunções e ficções no direito penal: aspectos principais**. Dissertação (Mestrado em Direito Penal) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

FERREIRA, M. S. **Buscando caminhos: uma metodologia para o ensino-aprendizagem de conceitos**. Brasília: Liberlivro, 2009.

FIorentini, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino de matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas: UNICAMP, ano 3, n. 4, p. 1-36, 1995.

FITTIPALDI, Cláudia Bertoli. A influência que as ideias marxistas exerceram sobre Vygotsky. **Revista da Educação**, São Paulo: Universidade de Guarulhos, 2006.

FOULQUIÉ, Paul. **A dialética**. São Paulo: Europa-América, 1974.

FRANCO, P. L. J.; LONGAREZI, A. M. Elementos constituintes e constituidores da formação continuada de professores: contribuições da Teoria da Atividade. **Educação e Filosofia**, Uberlândia, v. 25, n. 50, p. 557-582, jul./dez. 2011. Disponível em: <http://www.seer.ufu.br/index.php/EducacaoFilosofia/article/view/13364/7656>. Acesso em: 25 abr. 2018.

FREIRE, P. **Educação e mudança**. Tradução Moacir Gadotti, Lílían Lopes Martin. 6. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1983

FREITAS, A. P. de; NACARATO, A. M.; MOREIRA, K. G. A elaboração do conceito geométrico nos anos iniciais: refletindo sobre o papel da palavra e da imaginação. In: MASCIA, M. A. A.; ANJOS, D. D.; SMOLKA, A. L. B. (org.). **Leituras de Vigotski: repercussões na atividade docente**. Campinas, São Paulo: Mercado de Letras, 2017. p. 69-88.

FREITAS, R. A. M. M.; ROSA, S. V. L. Ensino desenvolvimental: contribuições à superação do dilema da didática. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 40, n. 2, p. 613-627, abr./jun. 2015.

FURLANETTO, Flavio Rodrigo. **O movimento de mudança de sentido pessoal na formação inicial do professor**. 194 fs. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.

GADOTTI, Moacir. “A dialética: concepção e método”. In: **Concepção dialética da educação**. 7. ed. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1990. p. 15-38.

GALVÃO, M. E. E. L. **História da matemática**: dos números à geometria. Osasco: Edifício, 2008.

GATTI, Bernardete Angelina; BARRETTO, Elba Siqueira de Sá; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo de Afonso. **Políticas docentes no Brasil**: um estado da arte. Brasília: UNESCO, 2011. 300 p.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.

GIMENES, O. M. **Significado da formação docente e os sentidos atribuídos em pesquisas de intervenção**: um estudo de teses e dissertações defendidas na região centro-oeste. 2012. 255 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2012. Disponível em: <http://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/13884/1/d.pdf>. Acesso em: 12 nov. 2019.

GOMES, M. L. M. **História do ensino da matemática**: uma introdução. Belo Horizonte: Caed – UFMG, 2013. Disponível em: http://www.mat.ufmg.br/ead/acervo/livros/historia_do_ensino_da_matematica_corrigido_13_mar2013.pdf. Acesso em: 15 mai. 2018.

GRANDO, R. C. **O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática**. 1994. 175p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, SP.

GUIA DO ESTUDANTE. **Raio X do ENEM**: os conteúdos que mais caem na prova desde 2009. Disponível em: <https://guiadoestudante.abril.com.br/enem/raio-x-do-enem-os-conteudos-que-mais-caem-na-prova-desde-2009/>. Acesso em: 20 mai. 2018.

HUETE, Sánchez J. C.; BRAVO, J. A. Fernández. **O ensino da matemática**: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas. Tradução Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

IMBERNÓN, F. **Formação permanente do professor**: novas tendências. 1. ed. São Paulo: Cortez, 2009.

_____. **Formação docente e profissional**: formar-se para a mudança e a incerteza. 9. ed. São Paulo: Cortez, 2011. (Coleção Questões de Nossa Época, v. 14).

KOCH, Ingedore Grunfeld Villaça. **Argumentação e linguagem**. 10. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

KOPNIN, P.V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

KOSIK, K. **Dialética do concreto**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1969.

LANNER DE MOURA, A. R. **“Medindo a sombra”**. São Paulo, 2004. Apostila para a formação continuada de professores. Digitalizado.

_____. **A linguagem matemática como síntese da forma e conteúdo do conceito**. In: 15º CONGRESSO DE LEITURA DO BRASIL; II SEMINÁRIO SOBRE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Unicamp. Campinas, SP, 2005. Disponível em: http://alb.com.br/arquivo-morto/edicoes_antteriores/anais15/Sem04/anaregina.htm. Acesso em: 28 jun. 2019.

LEANDRO, E. G. **O papel do grupo no processo de significação de licenciandos e professores da educação básica sobre a organização do ensino de Matemática na perspectiva lógico-histórica**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, 2017.

LEFEBVRE, Henri. **Lógica formal, lógica dialética**. Rio de Janeiro: Civilização brasileira, 1995.

LEMES, N. C. dos S. **Evidências da produção de sentidos dos princípios da proposta didática lógico-histórica da álgebra por professores de matemática em atividade de ensino**. 2012. 155 f. Dissertação (Mestre em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2012.

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Horizonte Universitário, 1978.

_____. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. In: VIGOTSKII, L.; LURIA, A.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Ícone, 2010.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1994.

_____. **Organização e gestão da escola: teoria e prática**. Goiânia: Alternativa, 2004.

_____. **A integração entre didática e epistemologia das disciplinas: uma via para a renovação dos conteúdos da didática**. In: Textos selecionados do XV ENDIPE – Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino realizado na UFMG, 20-23 abr. 2010. p. 81-104.

_____. A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a teoria histórico-cultural da atividade e a contribuição de Vasili Davydov. **Revista Brasileira de Educação**, n. 27, p. 5-27, set./out./nov./dez. 2004. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1413-24782004000300002&script=sci_abstract&tlng=pt. Acesso em: 6 mai. 2019.

_____; FREITAS, Raquel A. M. da M. **Vygotsky, Leontiev, Davydov – Três aportes teóricos para a teoria histórico-cultural e suas contribuições para a didática**. In: IV CONGRESSO BRASILEIRO DE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO. 2006. Eixo temático: 3. Cultura e práticas escolares. Disponível em: <http://www.sbhe.org.br/novo/congressos/cbhe4/individuais-coautorais/eixo03/Jose%20Carlos%20Libaneo%20e%20Raquel%20A.%20M.%20da%20M.%20Freitas%20-%20Texto.pdf>. Acesso em: 12 ago. 2019.

LIMA, L. C. Da mecânica do pensamento ao pensamento emancipado da mecânica. *In: PROGRAMA INTEGRAR. Caderno do professor: trabalho e tecnologia.* CUT/SP, 1998. p. 95-103.

_____. **Apostila básica de matemática.** FAEP, Universidade de Mogi das Cruzes/SP, Secretaria de Estado da Educação, Projeto de Educação Continuada, Polo 3, 1998, 2000.

LOCATELLI, S. C.; MORAES, S. P. G. O que as tarefas revelam sobre o ensino de geometria no 2º ano de escolarização? *In: MORETTI, V. D.; CEDRO, W. L (org.). Educação matemática e a teoria histórico-cultural: um olhar sobre as pesquisas.* Campinas, SP: Mercado das Letras, 2017.

LONGAREZI, A. M. Para uma didática desenvolvimental e dialética no contexto de escolas públicas brasileiras. **Obutchénie: Revista de Didática e Psicologia Pedagógica**, Uberlândia, v.1, n. 1, p. 187-230, jan./jun. 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.14393/OBv1n1a2017-9>. Acesso em: 22 mai. 2019.

_____; SILVA, J. L. Pesquisa formação: um olhar para sua constituição conceitual e política. **Revista Contrapontos** - Eletrônica, v. 13, n. 3, p. 214-225, set./dez. 2013. Disponível em:

https://www.researchgate.net/profile/Jorge_Silva32/publication/269805478_PESQUISA-FORMACAO_UM_OLHAR_PARA_SUA_CONSTITUICAO_CONCEI_TUA_L_E_POLITICA/links/54d0ac0e0cf29ca81102857c/PESQUISA-FORMACAO-UM-OLHAR-PARA-SUA-CONSTITUICAO-CONCEI-TUA-L-E-POLITICA.pdf. Acesso em: 6 abr. 2019.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? *In: A Educação Matemática em Revista – SBEM*, Blumenau: SBEM, ano III, n. 4, 1º sem. 1995.

LOPES, A. R. L. V. **Aprendizagem da docência em matemática: o clube de matemática como espaço de formação inicial de professores.** Passo Fundo: Editora Universidade de Passo Fundo, 2009.

_____; MARCO, F. F. de. Pesquisa em educação matemática e psicologia histórico-cultural: alguns apontamentos. III Fórum de Discussão: Parâmetros Balizadores da Pesquisa em Educação Matemática no Brasil. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 17, n. 3, p. 456-471, 2015. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/25664/pdf>. Acesso em: 7 mai. 2019.

_____; VAZ, H. G. B. O movimento de formação docente no ensino de geometria nos anos iniciais. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 39, n. 4, p. 1003-1025, out./dez. 2014. Disponível em: http://www.ufrgs.br/edu_realidade. Acesso em: 7 fev. 2018.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas.** São Paulo: E. P. U., 1986.

MAGALHAES, M. H. **Produção de sentidos e de significados de estudantes do ensino médio sobre o conceito de volume e capacidade de prismas.** Dissertação (Ensino de Ciências Exatas) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos, 2014.

MALDANER, A. **Educação matemática: fundamentos teórico-práticos para professores dos anos iniciais**. Porto Alegre: Mediação, 2011.

MANACORDA, Mario Alighiero. **Marx e a pedagogia moderna**. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1991.

MARTINS, J. B. Conceitos vigostskianos e práticas pedagógicas-aproximações. In: CAÇÃO, M. I.; MELLO, S.A.; SILVA, V. P. **Educação e desenvolvimento humano: uma abordagem histórico-cultural para a educação escolar**. Jundiaí, SP: Paco Editora, 2014.

_____. A perspectiva metodológica em Vygotsky: o materialismo dialético. **Semina: Cio Soc./Hum.**, Londrina, v. 15, n. 3, p. 287-295, set. 1994. Disponível em: <http://www.uel.br/revistas/uel/index.php/seminasoc/article/view/9453/8230>. Acesso em: 28 mar. 2019.

MARTINS, Lígia Márcia; LAVOURA Tiago Nicola. Materialismo histórico-dialético: contributos para a investigação em educação. **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, v. 34, n. 71, p. 223-239, set./out. 2018. Disponível em: <https://revistas.ufpr.br/educar/article/view/59428/36843>. Acesso em: 2 abr. 2019.

MARX, K. **O capital: crítica da economia política**. Rio de Janeiro, RJ: Bertrand, 1996. v. 1.

_____. **O capital: crítica da economia política: livros I, II e III**. Trad. Reginaldo Sant'Anna. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1998.

MAY, T. **Pesquisa social: questões, métodos e processos**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2004.

MEDEIROS, D. H.; SFORNI, M. S. F. **(Im)possibilidades da organização do ensino: desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes**. Curitiba, PR: Appris, 2016.

MELO, T. F. O. **O software Geogebra como elemento mediador na formação do conceito de polígonos semelhantes: um estudo na perspectiva do ensino desenvolvimental**. 158 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto Federal de Goiás, 2014.

MENDONÇA, A. M. B.; MORAN, M. **O uso dos registros da representação semiótica na aprendizagem de figuras geométricas planas. Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor**. PDE Artigos, v. 1, Governo do Estado do Paraná, 2014. ISBN 978-85-8015-080-3.

MILANI, Camille B. B. **O desenvolvimento do pensamento teórico de uma professora principiante de matemática no processo educativo**. Dissertação (Mestrado em Educação, em Ciências e em Matemática) – Universidade Federal do Paraná, Programa de Pós-graduação em Educação, em Ciências e Matemática, 2016.

MORAES, S. P. G. de. **Avaliação do processo de ensino e aprendizagem em matemática: contribuições da teoria histórico-cultural**. 261 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

MOREIRA, H.; CALEFFE L. G. **Metodologia da pesquisa para o professor pesquisador**. RJ: DP&A, 2006.

MORETTI, V. D. **Professores de matemática em atividade de ensino: uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente**. 207 f. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

_____. O problema lógico-histórico: aprendizagem conceitual e formação de professores de matemática. **Poiésis**, Tubarão, n. especial, p. 29-44, jan./jun. 2014. Disponível em: <http://www.portaldeperiodicos.unisul.br/index.php/Poiesis/index>. Acesso em: 10 ago. 2018.

MORETTI, Vanessa Dias *et al.* O humano no homem: os pressupostos teórico-metodológicos da teoria histórico-cultural. **Psicologia & Sociedade**, v. 23, n. 3, p. 477-485, 2011.

_____; MARTINS, Edna; SOUZA, Flavia Dias. Método histórico-dialético, teoria histórico-cultural e educação: algumas apropriações em pesquisas sobre formação de professores que ensinam matemática. In: _____. CEDRO, W. L (org.). **Educação matemática e a teoria histórico-cultural: um olhar sobre as pesquisas**. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2017. p. 25-59.

_____; MOURA, M. O. Professores de matemática em atividade de ensino: contribuições da perspectiva histórico-cultural para a formação docente. **Ciências & Educação**, v. 17, n. 2, p. 435-450, 2011.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. **Matemática: Ideias e Desafios** - v.3. São Paulo: Saraiva, 1996.

MOURA, M. O. de. A séria busca no jogo: do lúdico da matemática. **Educação Matemática em Revista-SBEM**, n. 3, 1994.

_____. **A atividade de ensino como unidade formadora**. Rio Claro: Bolema, 1996. p. 29-43. n. 12.

_____. **O educador matemático na coletividade de formação: uma experiência com a escola pública**. (Tese de Livre Docência / FE-USP) – Universidade de São Paulo, 2000.

_____. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A; CARVALHO, A. (org.). **Ensinar a ensinar: didática para a escola**. São Paulo: Pioneira, 2001.

_____. Pesquisa colaborativa: um foco na ação formadora. In: BARBOSA, R. L. L. (org.). **Trajetórias e perspectivas da formação de educadores**. São Paulo: UNESP, 2004. p. 257-285.

_____. A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. In: MOURA, M. O. (coord.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Brasília: Líber Livro, 2010. p. 81-11.

_____. *et al.* Atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. **Revista Diálogo Educacional**, v. 10, n. 29, p. 205-229, jan./abr. 2010.

_____; ARAÚJO, E. S.; MORETTI, V. D.; PANOSSIAN, M. L.; RIBEIRO, F. D. Atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. **Revista Diálogo Educacional**, v. 10, n. 29, p. 205-229, 2010.

_____. Educar con las matemáticas: saber específico y saber pedagógico. In: **Educación y Pedagogía: Educación matemática: enfoque sociocultural**, Universidade de Antioquia, Facultad de Educación, v. 23, n. 59, p. 47-57, enero/abril 2011.

_____; SFORNI, M. S. F.; ARAUJO, E. S. Objetivação e apropriação de conhecimentos na atividade orientadora de ensino. **Rev. Teoria e Prática da Educação**, v. 14, n. 1, p. 39-50, jan./abr. 2011.

_____. A dimensão da alfabetização na educação matemática infantil. In: KISHIMOTO, T. M.; OLIVEIRA-FORMOSINHO, J. (org.). **Em busca da pedagogia da infância: pertencer e participar**. Porto Alegre: Penso, 2013.

_____. (org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2016.

_____; SFORNI, M. S. F.; LOPES, A. R. L. V. A. objetivação do ensino e o desenvolvimento do modo geral da aprendizagem da atividade pedagógica. In: MOURA, Manoel O. (org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Edições Loyola, 2017. p. 71-99.

MURARI, C. Espelhos, caleidoscópicos, simetrias, jogos e softwares educacionais no ensino e aprendizado de Geometria. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (org.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2005. p. 198-212.

NACARATO, A. M. Pesquisas sobre trabalho colaborativo na formação de professores de matemática: um olhar sobre a produção do PRAPEM/UNICAMP. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (org.). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática**. São Paulo: Musa Editora, 2005.

NEHRING, C. M.; POZZOBON, M. C. C.; BATTISTI, I. K. O conceito de Medidas de Superfície – na abordagem histórico-cultural e nos registros de representação. **Revista Iberoamericana de Educación**, Ijuí, 2010. Disponível em: <http://www.rieoei.org/deloslectores/3608Nehring.pdf>. Acesso em: 23 abr. 2019.

NÓVOA, A. **Formação de professores e trabalho pedagógico**. Lisboa: Educa, 2002.

_____. Prefácio. In: ABRAHÃO, M. H. M. B. (org.). **História e histórias de vida – destacados educadores fazem a história da educação rio-grandense**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004. p. 7-12.

OLIVEIRA, L.; VELASCO, A. D. **O ensino da geometria nas escolas de nível médio da rede pública da cidade de Guaratinguetá**. Curitiba: Paraná, 2007. Disponível em: http://lourivalgomes.com.br/Geometria_Artigo_4.pdf. Acesso em: 4 jul. 2018.

OLIVEIRA, M. K. de. **Vygotsky. Aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico**. São Paulo, SP: Scipione, 1993.

OLIVEIRA, Marcus V. de F. **Pensamento teórico e formação docente: apropriação de saberes da tradição lúdica na perspectiva da teoria da formação das ações mentais por etapas**

de P. Ya. Galperin. 2011. 268 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2011.

PACHECO, J. **Escola da ponte: formação e transformação da educação**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.

PAIS, L. Intuição, experiência e teoria geométrica. **Zetetiké**, Campinas, SP: Unicamp, v. 4, n. 06, p. 65-74, 1996.

PANOSSIAN, M. L. **Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes: indicadores para a organização do ensino**. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

_____; SOUSA, M. C.; MOURA, M. O. de. Nexos conceituais do conhecimento algébrico: um estudo a partir do movimento histórico e lógico. In: MORETTI, V. D.; CEDRO, W. L (org.). **Educação matemática e a teoria histórico-cultural: um olhar sobre as pesquisas**. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2017.

_____; MARCO, F. F. de; LOPES A. R. L. V; SOUZA, F. D. de; MORETTI, V. D. A atividade orientadora de ensino como pressuposto teórico-metodológico de pesquisas. **Revista Reflexão e Ação**, Santa Cruz do Sul, v. 25, n. 3, p. 279-298, set./dez. 2017. Disponível em: <http://online.unisc.br/seer/index.php/reflex/index>. Acesso em: 21 mai. 2019.

PASSOS, C. L. B. *et al.* Desenvolvimento profissional do professor que ensina matemática: uma meta-análise de estudos brasileiros. **Quadrante-Revista de Investigação em Educação Matemática**, v. XV, n. 1-2, 2006. Disponível em: http://www.apm.pt/files/_09_lq_47fe12e32858f.pdf. Acesso em: 30 jun. 2018.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetiké**, ano 1, n. 1, p. 7-17, 1993.

_____. **Formação de possibilidades cognitivas em noções geométricas**. Tese (Doutorado em Metodologia do Ensino) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

_____. Por que ensinar/aprender geometria. Trabalho apresentado no VII Encontro Paulista de Educação Matemática -VII EPEM. **Matemática na escola: conteúdos e contextos**. São Paulo: Faculdade de Educação, USP, 9-12 jun. 2004. Disponível em: http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Anais_VII_EPEM/anais.htm. Acesso em: 8 mai. 2018.

PERES, T. F. C. **Volume de sólidos geométricos- um experimento de ensino básico na Teoria de V. V, Davydov**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de Goiás, 2010.

_____; FREITA, R. A. M. M. Matemática no ensino médio: ensino para a formação de conceitos e desenvolvimento dos alunos. **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, v. 8, n. 1, p. 173-196, 2013. Disponível em: <https://www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa/article/view/5375/3474>. Acesso em: 10 ago. 2018.

PEREZ, G. Prática reflexiva do professor de matemática. *In*: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (org.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2005. p. 250-263.

PERLIN, P. **A formação do professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental no movimento de organização do ensino de frações: uma contribuição da Atividade Orientadora de Ensino**. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2014.

PIMENTA, S. G. *et al.* (org.). **Saberes pedagógicos e atividade docente**. 7. ed. São Paulo: Cortez, 2009.

PINO, A. **Semiótica e cognição na perspectiva histórico-cultural. Temas em Psicologia**. 1995. p. 31-40.

_____. **As marcas do humano: as origens da constituição cultural da criança na perspectiva de Lev S. Vigotski**. São Paulo: Cortez, 2005.

PINTO, G. U. Elaboração de conceitos, processos de significação e funções psicológicas superiores. **Rev. educ.**, Campinas: PUC-Camp., v. 22, n. 1, p. 37-50, jan./abr. 2017. Disponível em: <http://periodicos.puc-campinas.edu.br/seer/index.php/reeducacao/article/view/3466>. Acesso em: 13 fev. 2020.

POZEBON, S.; LOPES A. R. L. V.; FRAGA, L. P.; HUNDERTMARCK, J. A formação de futuros professores dos anos iniciais do ensino fundamental: uma discussão a partir de uma atividade de ensino de geometria. **Revista Experiências em Ensino de Ciências**, v. 8, n. 3, p. 48-60, 2013. Disponível em: http://if.ufmt.br/eenci/artigos/Artigo_ID221/v8_n3_a2013.pdf. Acesso em: 15 jun. 2015.

PREUSSLER, R.; GRANDO, N. I. (Re)Pensar a apropriação dos significados dos conceitos científicos com uso de *softwares* de matemática. **Revista Cocar**, Belém, v. 7, n. 14, p. 53-65, ago./dez. 2013. Disponível em: <https://paginas.uepa.br/seer/index.php/cocar/article/view/280>. Acesso em: 13 set. 2018.

REGO, T. C. **Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação**. 25. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

REZENDE, J. P.; ANDRADE, J. A. A. Nexos conceituais de número natural como sustentação para o desenvolvimento de atividades de ensino. *In*: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EMEM. Educação Matemática, Cultura e Diversidade, **Anais [...]**. Salvador, BA, 7-9 jul. 2010.

RIBEIRO, F. D. **A aprendizagem da docência na prática de ensino e no estágio: contribuições da teoria da atividade**. 2011. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

RODRIGUES, J. G. L. **Por que alunos do ensino médio apresentam baixo desempenho em Geometria Plana?** Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade de Brasília, 2016.

RODRIGUES, Vera L. G. C.; SFORNI, Marta S. de F. Análise da apropriação do conceito de volume sob a perspectiva da teoria da atividade. *In: Revista Ciência & Educação*, v. 16, n. 3, p. 543-556, 2010. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/ciedu/v16n3/v16n3a03.pdf>. Acesso em: 1 jul. 2017.

ROMANELLI, Nancy. A questão metodológica na produção vigotskiana e a dialética marxista. *Psicol. estud.* [online], v. 16, n. 2, p. 199-208, 2011. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S1413-73722011000200003>. Acesso em: 18 jul. 2018.

ROSA, J. E. da.; MORAES, S. P. G de; CEDRO, W. L. As Particularidades do pensamento empírico e do pensamento teórico na organização do ensino. *In: MOURA, M. O. (coord.). A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural*. 2. ed. Campinas, SP: Autores Associados, p. 77-92, 2016.

ROSA NETO, E. **Didática da matemática**. São Paulo: Ática, 1988.

SAMPAIO, Patrícia. A matemática através da Arte de M. C. Escher. *Revista Millenium*, v. 42, p. 49-58, jan./jun. 2012. Disponível em: <http://www.ipv.pt/millenium/Millenium42/4.pdf>. Acesso em: 6 ago. 2019.

SANTOS, T. S. dos. **Atividade Orientadora de Ensino de geometrias na perspectiva lógico-histórica**: unidade entre ensino e aprendizagem na formação inicial de professores de matemática. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de São Carlos, 2015.

SEMENOVA, M. A formação teórica e científica do pensamento dos escolares. *In: GARNIER, Catherine; BERDNARZ, Nadine; ULANOVSKAYA, Irina. Após Vygotsky e Piaget: perspectiva social e construtivista. Escolas russa e ocidental*. Tradução: Eunice Gruman. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SERRÃO, Maria Isabel Batista. **Aprender a ensinar**: a aprendizagem do ensino no curso de pedagogia sob o enfoque histórico-cultural. São Paulo: Cortez, 2006.

SFORNI, M. S. F. **Aprendizagem conceitual e organização do ensino**: contribuições da teoria da atividade. Araraquara, SP: JM, 2004.

SILVA, A. F. da; LOPES, A. R. L. V. Pesquisas brasileiras sobre geometria: contribuições da perspectiva histórico-cultural. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, Florianópolis, SC, v. 12, n. 2, p. 215-239, nov. 2019.

SILVA, M. M. **Estágio supervisionado**: o planejamento compartilhado como organizador da atividade docente. Dissertação (Mestrado em Educação, Ciências e Matemática) – Universidade Estadual de Goiás, Goiânia, 2014.

SILVA, R. S. **As marcas de um processo de formação**: a organização do ensino no clube de matemática. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Goiás, 2013.

SOUZA, JR. A. J. **Trabalho coletivo na universidade**: trajetória de um grupo no processo de ensinar e aprender cálculo diferencial e integral. 2000. 323p. Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática) – FE/UNICAMP, Campinas, SP.

SOUZA, M. C. O ensino de matemática da educação básica na perspectiva lógico-histórica. **Revista Perspectivas da Educação Matemática**, UFMS, v. 7, n. 13, p. 60-83, 2014. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/490> Acesso em: 12 jun. 2018.

_____. Repensando o ensino de matemática na educação básica. *In*: DO PRADO, Paulo Sérgio Teixeira; CARMO, João dos Santos (org.). **Diálogos sobre ensino-aprendizagem da matemática**: abordagens pedagógica e neuropsicológica. Marília: Oficina Universitária; São Paulo: Editora Cultura Acadêmica, 2016, p. 12-42. c. 1.

_____. O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de matemática. **Obutchénie: Revista de Didática e Psicologia Pedagógica**, Uberlândia, MG, v. 2, n. 1, p. 40-68, jan./abr. 2018. Disponível em: <http://www.seer.ufu.br/index.php/Obutchenie/article/view/42533/22221>. Acesso em: 12 jun. 2018.

_____; MOURA, M. O. de. O movimento lógico-histórico em atividades de ensino de matemática: unidade dialética entre ensino e aprendizagem. *In*: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EMEM. **Educação matemática na contemporaneidade**: desafios e possibilidades, São Paulo, SP, 13-16 jul. 2016. Disponível em: http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6144_3557_ID.pdf. Acesso em: 12 jun. 2018.

SOUZA, N. M. M. de. **Professores que ensinam alunos que não aprendem**: paradoxos em contextos de escolarização básica e a busca da compreensão do papel da atividade de ensino em matemática. Relatório (Pós-Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.

SOUZA, S.; BULOS, A. M. M. **A ausência da geometria na formação dos professores de matemática**: causas e consequências. *In*: XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CIAEM – IACME, Recife, Brasil, 26-30 jun. 2011. Disponível em: <http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/XIIICIAEM/artigos/1433.pdf>. Acesso em: 15 mai. 2015.

STRUIK, D. J. **História concisa das matemáticas**. Lisboa: Gradiva, 1997.

TAVARES, J. **Uma sociedade que aprende e se desenvolve**: relações interpessoais. Porto: Porto Editora, 1996.

USISKIN, Zalman. Resolvendo alguns dilemas permanentes da geometria escolar. *In*: LIDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. (org.). **Aprendendo e ensinando geometria**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

VAZ, H. G.B. **Atividade Orientadora de Ensino como organizadora do trabalho docente em matemática**: a experiência do clube da matemática na formação de professores dos anos

iniciais. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Santa Maria, 2013.

VIGOTSKI, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1984.

_____. **O desenvolvimento psicológico na infância**. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

_____. **Teoria e método em psicologia**. São Paulo: Martins Fontes, 2004.

_____. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2008.

_____. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

_____. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2009.

_____. Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade pré-escolar. In: VIGOTSKI, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Icone, 1991.

_____. **Obras Escogidas tomo III**. Madri: Visor, 1995.

_____. **Obras Escogidas tomo IV**. Madri: Visor, 1996.

_____. **Obras Escogidas tomo V**. Madri: Visor, 1997.

ZAIDAN, S. A educação matemática em movimento. **Presença Pedagógica**, v. 3, n. 16, p. 65-73, jul./ago. 1997.

ZANELLA, A. V.; DOS REIS, A. C.; TITON, A. P.; URNAU, L. C.; DASSOLER, T. R. Questões de método em textos de Vygotski: contribuições à pesquisa em psicologia. **Revista Psicologia & Sociedade**, v. 19, n. 2, p. 25-33, 2007.

ZANETTI, R. R. P.; CEDRO, W. L. Ensino e aprendizagem da geometria: Clube de Matemática e o trabalho coletivo na formação da docência. In: ENCONTRO GOIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA; VI ENCONTRO GOIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - EnGEM, **Anais** [...]. Goiânia, GO, 4-6 mai. 2017. p. 567-578. Disponível em: www.anais.sbem-go.com.br/index.php/EnGEM/issue/view/1. Acesso em: 6 mar. 2018.

ZUIN, E. de S. L. **Da régua e do compasso**: as construções geométricas como um saber escolar no Brasil. UFMG, 2001. Dissertação de mestrado.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu, _____ concordo em participar, como voluntário/a, da pesquisa intitulada *Os Sentidos e os Significados Atribuídos por Professores de Matemática do Ensino Médio de uma Rede Pública de Ensino a Cerca da Apropriação de Conceitos Geométricos: Uma Análise a Partir da Perspectiva da Teoria da Atividade*, que tem como pesquisadora responsável Kelly Cristine Rodrigues de Moura, aluna da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, orientada por Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura, os/as quais podem ser contatados/as pelo e-mail: kellycristine@ufpi.edu.br modmoura@usp.br ou telefone (_____) ou _____. O presente trabalho tem por objetivo: Investigar os sentidos e os significados atribuídos por professores de Matemática do Ensino Médio de uma Rede Pública de Ensino sobre sua formação acerca da apropriação dos conceitos geométricos.

Minha participação consistirá em participar das atividades propostas no curso de extensão intitulado: Atividade Orientadora no Ensino de Geometria Plana. Compreendo que esse estudo possui finalidade de pesquisa, e que os dados obtidos serão divulgados seguindo as diretrizes éticas da pesquisa, assegurando, assim, minha privacidade. Sei que posso retirar meu consentimento quando eu quiser, e que não receberei nenhum pagamento por essa participação.

Bom Jesus-PI, ____ de _____ de _____.

Nome e assinatura

APÊNDICE B – Instrumento de produção de informações

QUESTIONÁRIO

O presente questionário representa um dos instrumentos de coleta de dados para traçar o perfil dos professores de matemática do ensino médio da rede pública de ensino da microrregião do Vale do Gurgueia, e identificar sua relação com os conhecimentos geométricos. Solicitamos sua colaboração no sentido de participar como interlocutor(a), respondendo às seguintes questões:

1 DADOS PESSOAIS.

Nome (opcional): _____

Sexo: _____ Idade: _____ anos.

Estado civil: _____

Nº de filhos: () não tenho filho

() um filho

() dois filhos

() três filhos

() mais de três filhos

2 FORMAÇÃO ACADÊMICA:

	Curso	Instituição	Ano de Conclusão
Graduação			
Especialização			
Mestrado			
Doutorado			

2.1 De que forma você realizou o curso de graduação?

- ☐ Presencial regular
- ☐ Presencial especial (período de férias)
- ☐ Semipresencial
- ☐ A distância
- ☐ Outra modalidade

2.2 Você participou de alguma atividade de formação continuada nos últimos dois anos?

- ☐ Sim. Qual(is)? _____
- ☐ Não

2.3 Você utiliza os conhecimentos adquiridos nas atividades de formação continuada para a melhoria de sua prática em sala de aula?

- ☐ Quase sempre
- ☐ Eventualmente
- ☐ Quase nunca
- ☐ Não contribuíram em nada

3 DADOS PROFISSIONAIS

3.1 Você leciona na mesma área de sua formação?

- ☐ Sim
- ☐ Não

3.2 Em quantas escolas você trabalha?

- ☐ Apenas uma escola
- ☐ Em 2 escolas
- ☐ Em 3 escolas
- ☐ Em 4 ou mais escolas

3.3 Ao todo, quantas horas-aula você ministra por semana? (Não considere aulas particulares)

- ☐ Menos de 20 horas
- ☐ 20 horas
- ☐ De 20 a 40 horas
- ☐ 40 horas
- ☐ Mais de 40 horas

3.4 Com relação à(s) disciplina(s) que ministra, preencha o quadro abaixo:

DISCIPLINA	SÉRIE	NÍVEL DE ENSINO	TURNOS
		() Ensino fundamental () Ensino médio	() Diurno () Noturno
		() Ensino fundamental () Ensino médio	() Diurno () Noturno
		() Ensino fundamental () Ensino médio	() Diurno () Noturno
		() Ens. fundamental () Ens. médio	() Diurno () Noturno

3.5 Ordene (1º, 2º, 3º, 4º, 5º) as áreas da matemática de sua preferência ao ministrar aulas:

- () Álgebra
 () Aritmética
 () Geometria
 () Trigonometria
 () Análise combinatória/probabilidade
 () Outra: _____

3.6 Você está satisfeito(a) com sua profissão de professor?

(A) Sim. Por quê? _____

(B) Não. Por quê? _____

4 RELAÇÃO COM A GEOMETRIA

4.1 Como você considera seu nível de domínio dos conceitos da geometria plana?

- () Ótimo
 () Bom
 () Regular
 () Ruim

Nesse item, relate a sua experiência, afinidade e envolvimento com a disciplina de geometria:

4.2 Como aluno do ensino básico:

4.3 Como aluno da graduação:

4.4 Como professor:

4.5 Como professor de matemática, relate como você organiza e ministra suas aulas dos conteúdos de geometria. Quais recursos e metodologia você utiliza?

As informações obtidas por esse instrumento de pesquisa serão mantidas em sigilo, a menos que requerido por lei ou mediante sua autorização. O acesso aos dados para verificar informações somente será permitido ao próprio pesquisador.

Obrigada!

APÊNDICE C – Questões para discussão sobre o ensino de geometria

- a) É realmente importante que a geometria seja conteúdo de ensino? Por quê?
- b) Os estudantes compreendem essa importância? Qual é a visão dos estudantes sobre a geometria?
- c) É possível explicar para os estudantes essa importância? Como?
- d) O que deve ser considerado como objeto da geometria e ser ensinado aos estudantes?
- e) O que deve haver ou ser feito nas escolas públicas para que a aprendizagem dos alunos seja realmente significativa em relação aos conceitos geométricos?

APÊNDICE D – Roteiro de entrevista

ROTEIRO DE ENTREVISTA

Essa entrevista está dividida em quatro partes, onde vamos abordar questionamentos relacionados a síntese histórica dos conceitos, ao momento do planejamento, ao desenvolvimento de situações desencadeadoras e finalizando abordamos sobre a avaliação (síntese coletiva).

SÍNTESE HISTÓRICA DOS CONCEITOS

1. Qual a importância que você atribui ao ato de estudar teoricamente sobre os conceitos da geometria plana?
2. A síntese histórica realizada, sobre os conceitos de geometria plana, foi relevante para o seu entendimento acerca desses conceitos?
3. Quando você tem a apropriação desses conhecimentos (em relação aos conceitos da geometria plana) tanto teórico como histórico, o que muda no planejamento das atividades?
4. Você sentiu dificuldade em entender os conceitos da geometria plana abordados nesse trabalho?
5. E ao desenvolver as atividades em sala de aula, houve uma mudança de olhar sobre esses conceitos?
6. Qual momento foi mais favorável para compreender melhor os conceitos da geometria plana, durante o estudo teórico e ao longo do desenvolvimento das atividades? Você sanou as dificuldades que apresentava?
7. Essa experiência de trabalhar os conceitos de geometria plana através da Atividade Orientadora de Ensino mudou seu olhar em relação aos conceitos dessa área da matemática? Explique.

PLANEJAMENTO

8. Sobre o Planejamento, na perspectiva da atividade orientadora de ensino, o trabalho é sempre compartilhado, coletivo e o planejamento foi em grupo. O que você achou dessa experiência? Quais foram as suas dificuldades?
9. E dentro dos momentos do planejamento, a questão do conteúdo que vai ser trabalhado, as ações, os materiais que vamos utilizar e como vamos avaliar. Dessas etapas, quais

são os momentos que exigem mais atenção no planejamento na Perspectiva da Atividade Orientadora? E o mais importante?

10. Desenvolver essas atividades na escola e em grupo foi mais fácil ou individualmente seria mais difícil?
11. Quais as dificuldades e aprendizado ao planejar nessa perspectiva da Atividade Orientadora de Ensino?

DESENVOLVIMENTO DE SITUAÇÕES DESENCADEADORAS

12. Fale sobre o trabalhar com as situações desencadeadoras de aprendizagem. Como foi essa experiência?
13. Ao desenvolver uma atividade desencadeadora de aprendizagem na sala de aula, qual o momento que exige maior atenção do professor?
14. Que potencial você vê nas situações desencadeadoras de aprendizagem para o ensino de conceitos de geometria plana?
15. Das situações desencadeadoras de aprendizagem trabalhadas, qual motivou mais os alunos para aprendizagem de conceitos da geometria plana na sua opinião?
16. E para você, qual a que te motivou, que foi mais marcante?

AVALIAÇÃO (SINTESE COLETIVA)

17. É importante o momento de avaliação coletiva das atividades desenvolvidas em sala de aula
18. O curso de formação ao qual você participou, no início desse ano, lhe fundamentou? Contribuiu para essa outra etapa que foi desenvolvida dos conceitos da geometria plana em sala de aula sobre essa perspectiva da atividade orientadora? Então, qual é a relação entre esses dois momentos? Era possível trabalhar sem essa formação?
19. Quais suas reflexões dessa experiência com a proposta da atividade orientadora de ensino de geometria plana em relação à sua prática pedagógica e daqui à diante o que você vai levar disso?
20. Para finalizar, avalie a pesquisadora, se ela atendeu suas expectativas, se tirou suas dúvidas, se foi acessível?

ANEXOS

ANEXO A – Medindo distâncias inacessíveis

Fonte: Souza e Garcia (2016, p. 18-19).

ANEXO B – Versão final SDA-EP-2

Atividade Orientadora de Ensino de Geometria Plana

Atividade de aprendizagem:

1 Conteúdo: calculando a área e o perímetro de regiões circulares

2. Objetivos: Calcular a área e o perímetro de figuras circulares

3.Problema Desencadeador: O prefeito de Manoel Emídio pensando em agradar a população do seu município resolve construir uma praça com formato circular para que as pessoas realizassem suas caminhadas em torno dela. Para isso, solicitou o ao Matemático Alexandre que calculasse o perímetro e a área da mesma para que ele (prefeito) viabilizasse material para tal fim. O que deveriam fazer o Alexandre enquanto responsável pelas contas na construção dessa praça?

4. História dos conceitos:

A ideia do ciclo trigonométrico já ocorria nos primeiros trabalhos sobre trigonometria, que tratavam de cordas em uma circunferência contendo ao todo 60 unidades, divisão utilizada inicialmente nas operações com essa circunferência. Um dos problemas clássicos consistia em encontrar o comprimento da corda determinado por um certo ângulo. Questões dessa natureza levavam os matemáticos a interessar-se por tabelas que forneciam esses comprimentos para diversos ângulos possíveis, chamados de tabelas de cordas, que se tornaram a base da trigonometria moderna. Ainda que não tenha sobrevivido, acreditava-se que a primeira tabela de cordas tenha sido produzida por voltado ano 140 a.p. pelo matemático grego Hiparco (190-120 a.C.), considerado o fundador da Trigonometria e que usava esses dados a serviço da Astronomia. Cláudio Ptolomeu (85 – 165), provavelmente com base no trabalho de Hiparco, também escreveu obras a respeito de cordas, dividindo o comprimento da circunferência em 360 partes, nas quais já utilizava fórmulas trigonométricas decorrente do ciclo trigonométrico. Atualmente, o ciclo trigonométrico exerce importante, mas também em áreas afins como a física e suas ramificações.

Ações:

- Dividir a turma em grupos para discutir e criar as soluções para o problema;
- Fazer maquete da construção proposta em que os cálculos no desenvolvimento do projeto sejam desenvolvidos pelos alunos onde haverá mediação feita pelo professor;
- Discutir com os grupos as soluções encontradas para o problema proposto;
- Sensibilizar a população da necessidade de um ambiente do tipo proposto, ao município para contemplar a comunidade através de abaixo assinado;
- Requerer através de carta de ofício, encontro com representante eleito pelo povo do município para discussão e possibilidade de aquisição de ambiente (praça circular) ao município;
- Após a elaboração do projeto propor a câmara de vereadores do município que seja analisada a viabilidade do projeto.

ANEXO C– Planejamento das ações realizadas em sala de aula

Centro de Ensino Médio José Soares

Rua Francisco Nogueira, S/N – Bairro: Santo Antônio

Redenção do Gurguéia – PI CEP 64.915-000

Pesquisadora: Kelly Cristine Rodrigues de Moura

Professores: Jacinto e Murici (Nomes fictícios)

Disciplina: Matemática

Turmas 2º ano “A” e “B”

Conteúdo: Geometria Plana – Áreas de Superfícies Planas

Duração Prevista: 15 aulas de 50min em cada turma

- ✓ **Objetivo geral:** desenvolver e aplicar metodologia baseada na Teoria da Atividade com vistas a estabelecer relações entre o contexto histórico, social e os conceitos científicos de Áreas de Superfícies Planas bem como o cálculo dessas áreas sendo mediado por situações desencadeadoras e do cotidiano em atividades coletivas.
- ✓ **Objetivos específicos:**
 - Identificar superfícies poligonais, circunferências e círculos;
 - Estabelecer relações métricas entre os elementos dos polígonos regulares;
 - Observar que em situações cotidianas surge a necessidade do cálculo de áreas de superfícies planas regulares ou não regulares;
 - Resolver situações problemas que envolvam o cálculo de áreas de superfícies poligonais e do círculo.

Primeiro Momento

Tema: Geometria plana no contexto histórico e entes primitivos da geometria plana.

Objetivos de aprendizagem dos alunos

1. Perceber a importância da geometria no contexto histórico cultural.
2. Avaliar os conhecimentos dos estudantes sobre os entes primitivos da geometria: ponto, segmento, reta, ângulo e plano.
3. Reconhecer figuras planas nas situações e contextos apresentados.

Ações de ensino

1. Promover alguns questionamentos: Qual a importância da geometria? Qual seu objetivo de estudo? O uso da geometria em nosso cotidiano, ele acontece? Como?
2. Exibir vídeo “Donald no País da Matemática”.
3. Dividir a turma em seis grupos, onde cada grupo terá que responder uma atividade com seis itens referentes ao vídeo exibido, e aos conhecimentos sobre o conceito de ponto, segmento, reta, ângulo e plano dentro de um tempo previamente estabelecido.
4. Em seguida cada grupo apresentará suas respostas a todos.
5. Propor para casa uma atividade de pesquisa sobre a origem da geometria e sobre a História do cálculo de Áreas de Superfícies Planas. Essa pesquisa deve ser realizada pelos grupos formados na atividade anterior.

Instrumentos

Kit Multimídia

Xerox das atividades

Avaliação

Atividade do dia (sondagem)

Centro de Ensino Médio José Soares

Redenção Do Gurguéia – PI Data: ____/____/2018

Disciplina: Matemática

Professora:

2º Ano

Turma _____

Componentes do Grupo:

Atividade (Primeiro Momento)

1º) De acordo com o vídeo “Donald no País da Matemática” por que os gregos tanto admiravam o “retângulo de ouro”?

2º) Qual a importância do “retângulo de ouro” e da própria geometria na arquitetura antiga? E na atual?

3º) Faça uma reflexão e cite dois exemplos da arquitetura, da natureza ou em outros ambientes do cotidiano em que se visualiza o “retângulo de ouro”.

4º) Olhando em volta procurem dar exemplos práticos sobre ponto, segmento de reta, reta, ângulo e plano.

5º) Em relação aos conceitos fundamentais de geometria plana, você seria capaz de definir:

Ponto

Segmento de reta

Reta

Ângulo

Plano

6º) Você acha possível estabelecer uma relação entre ponto e reta? Como?

Fonte: elaborado pelos professores (2018).

Segundo Momento

Tema: Necessidade de padronização de medida de área e porcentagens

Objetivos de aprendizagem dos alunos

1. Possibilitar ao aluno visualização de diversas figuras geométricas planas (triângulo retângulo, losango, paralelogramo, trapézio).
2. Utilizar figuras geométricas como medidas de área.
3. Aguçar a percepção dos alunos sobre polígonos.
4. Demonstrar conhecimentos para o cálculo de porcentagem.
5. Ampliar o conceito de figuras planas e demonstrar a capacidade de usar modelos geométricos para demonstrar o cálculo de algumas áreas em uma situação real.

Ações de ensino

1. Socialização com a apresentação dos resultados das pesquisas solicitadas aos grupos na aula anterior.
2. Entregar aos grupos de alunos e alunas uma situação-problema desencadeadora que pretende motivá-los a se envolver, e procurar solucioná-la sendo que nesta situação cada grupo vai receber uma folha de papel madeira que de acordo com o problema proposto vai representar um terreno que deve ser dividido em duas partes iguais: uma parte para construção de moradias, construção de barricadas para evitar a invasão das águas dos rios e a outra parte para o plantio. Na parte do plantio, cada grupo receberá figuras geométricas que servirão como unidade de área e devem cobrir todo o terreno com essas figuras. Acontece que cada grupo receberá um tipo de figura geométrica e gerando então um certo conflito, pois um grupo terá n retângulos de área, outro n triângulos de área etc., de acordo com a historinha que é contexto do problema o rei que doou essas terras para as tribos do seu reino precisará de uma unidade de área padrão para facilitar a cobrança de impostos sobre a produção e então os grupos devem entrar em discussão e padronizar uma só figura geométrica plana.
3. Após entrarem em acordo os grupos farão uma rápida socialização falando sobre algumas características das figuras geométricas utilizadas bem como as impressões que tiveram sobre a realização da atividade proposta.

Instrumentos

Xerox

Cartolinas, papel madeira, régua tesourinha.

Avaliação: Atividade da história do Rei Calebe (SDA)

Centro de Ensino Médio José Soares

Redenção do Gurguéia – PI Data: ____/____/2018

Disciplina: Matemática

Professora:

2º Ano Turma _____

Componentes do Grupo:

Atividade (Segundo Momento)

Hoje fazemos parte do reino de Champás que é formado por tribos que vivem às margens do rio Vermelho. As tribos sofrem muito, pois sobrevivem da agricultura e não possuíam terras para plantar e tudo que produziram até agora pertencia ao Rei Omanh. Além disso as cheias anuais do rio Vermelho que inunda boa parte das terras muitas vezes levam quase toda a produção agrícola.

Com a morte do Rei Omanh, seu filho Calebe acaba de assumir o trono e está fazendo uma grande revolução no reino e uma de suas pretensões é aumentar a produção agrícola das terras que são apropriadas para o cultivo, para isso, ele dividiu essas terras em partes iguais entre as tribos que constituem todo o reino, são elas: Saleh, Juzai, Sudani, Hariri, Ahmed e Radi. O rei Calebe exigiu que cada tribo divida seu terreno em duas partes iguais de modo que uma parte seja destinada a construção de barricadas para conter as enchentes provocadas pelo rio Vermelho, como também para a construção de moradias e de depósitos para o armazenamento da produção agrícola, já a outra parte deve ser destinada a produção agrícola. As pessoas estão muito felizes, afinal acabam de ganhar terras férteis e com abundância de água para a irrigação, então festejaram muito de acordo com suas tradições e crenças e estão muito gratas ao rei Calebe pelas doações, pois com muita união esforço e trabalho conseguirão prosperar e viver muito melhor de agora em diante.

Especifique a unidade de área utilizada por sua tribo e qual foi a área encontrada de acordo com sua forma de mensurar?

Mas o Rei apesar de parecer “bonzinho” tem outros propósitos com a doação das terras e um deles é a cobrança de impostos sobre a parte destinada ao plantio em cada tribo, assim,

solicitou a cada tribo que lhe enviasse a medida da área destinada ao cultivo agrícola e estabeleceu um prazo para receber essa informação. Esse prazo se encerra hoje então que cada tribo faça seu trabalho de medição e entregue ao rei Calebe. Acontece, porém, em razão da cultura de cada povo eles usam formas diferentes de realizar essa medida de área de suas terras e agora:

Como o rei vai fazer para cobrar imposto sem priorizar a forma de mensurar de nenhuma das culturas das tribos do seu reino?

Sabendo que o imposto cobrado é referente a produção de 10% da área produzida, qual o tamanho da área destinada ao pagamento de impostos? Levando em consideração a cultura da tribo que vocês pertencem, referente a unidades de área, estabeleça uma relação entre os 10% cobrado de imposto pelo rei e a unidade de área de sua cultura.

Fonte: adaptado da proposta de AMARAL, C. C. F. **O Ensino do conceito matemático de área por meio de uma atividade orientadora de ensino**, Produto da dissertação de mestrado, Universidade Estadual Júlio de Mesquita Filho- Faculdade de Ciências – Bauru – SP, 2018, p. 7-14.

Terceiro Momento

Tema: Polígonos regulares

Objetivos de aprendizagem dos alunos

1. Relembrar os conceitos de linhas aberta simples e não simples e linhas fechadas simples e não simples.
2. Distinguir polígono de poligonal.
3. Construir o conceito de polígonos.
4. Perceber que figuras geométricas plana diferentes podem ter a mesma área.

Ações de ensino

1. Dividir a turma em duplas e utilizar cordões ou barbantes para que possam construir linhas fechadas simples e não simples e linhas abertas simples e não simples.
2. Distribuir palitos de picolé entre as duplas para construção de polígonos e podendo assim fazer a distinção entre polígono e poligonal e com a finalidade de construir o conceito de polígonos. Exibir slides com para maior compreensão.
3. Aproveitar a construção de diversos polígonos para classificá-los como: côncavos, convexos, quanto aos lados e quanto a ser regulares ou não regulares.

Instrumentos

Kit multimídia

Xerox

Barbante

Palitos de picolé

Avaliação

Atividades práticas para abstração de conceitos sobre polígonos

Quarto Momento

Tema: Área de superfícies poligonais planas – quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio, losango e triângulo.

Objetivos de aprendizagem dos alunos

1. Calcular áreas de superfícies poligonais planas.
2. Resolver situações-problema que envolva áreas de superfícies poligonais planas.

Ações de ensino

1. Formar trios e entregar malhas quadriculadas para executarem algumas atividades
2. Pedir aos trios para desenhar polígonos diferentes que tenham a mesma área
3. Solicitar dos alunos a construção de um quadrado e contar quantas unidades de área ele tem e determinar assim a fórmula para calcular sua área.
4. Desenhar um retângulo, partindo da definição de poligonal, contar quantas unidades de área ele tem e por dedução determinar a fórmula para cálculo de sua área.
5. Construir na malha um paralelogramo para que possam constatar que os dois triângulos formados nos cantos são uma deformação do retângulo. Para complementar essa atividade deve-se pedir que os alunos também utilizem canudos recortados para construir retângulos e observar que ao puxar dois vértices não consecutivos obtém-se um paralelogramo deduzindo-se então que a fórmula para o cálculo da área do paralelogramo é a mesma do retângulo da aula anterior, áreas de algumas superfícies poligonais: quadrado, retângulo e paralelogramos.
6. Usando a malha quadriculada fazer a construção de dois trapézios semelhantes depois juntá-los formando um paralelogramo e esperar que os alunos por montem assim a fórmula do cálculo da área do trapézio.
7. Partindo da construção de um quadrado com canudos e pedindo aos alunos que segurem em dois vértices não consecutivos para deformá-lo tem-se um losango. Utilizando também a malha para desenhar um losango e tracejando suas diagonais os alunos poderão perceber que a figura foi dividida em quatro triângulos congruentes. Recortando esses triângulos e posicionando para formar um retângulo ou um paralelogramo os trios de alunos podem assim chegar a fórmula para o cálculo da área do losango.
8. Desenhar dois triângulos congruentes depois juntá-los formando um paralelogramo demonstrando assim que a área do triângulo é a metade da área do paralelogramo.
9. Como atividade para casa colocar uma atividade que proponha cálculos de área de superfície de algumas figuras geométricas planas e situações-problema com o mesmo propósito.

Instrumentos

Xerox

Malha quadriculada

Canudos

Avaliação

Tarefas de cálculo de área
de superfícies poligonais

Quinto Momento

Tema: Área de superfícies triangulares

Objetivos de aprendizagem dos alunos

1. Calcular áreas de superfícies triangulares.
2. Resolver situações-problema que envolva áreas de superfícies triangulares.

Ações de ensino

1. Aula expositiva com exemplos demonstrando assim outros dois modos de obter a área de uma superfície triangular determinando a área em função das medidas dos três lados.
2. Mostrar que a área de um triângulo também pode ser calculada usando a fórmula de Heron.
3. Aplicar atividades com questões e situações - problemas que envolva o cálculo de áreas de triângulos.

Instrumentos

Quadro, pincel e esponja

Xerox

Avaliação

Atividades em sala para o cálculo de área de superfícies triangulares.

Sexto Momento

Tema: áreas de superfícies poligonais regulares

Objetivos de aprendizagem dos alunos

1. Calcular áreas de superfícies poligonais regulares.
2. Resolver situações-problema que envolva áreas de superfícies poligonais regulares.

Ações de ensino

1. Usar o compasso no quadro na construção de polígonos regulares inscritos e por dedução e participação de todos os alunos chegar a fórmula geral $A_n = p \cdot a_n$ que é a fórmula para o cálculo da área de polígonos regulares.
2. Aplicar atividades com questões e situações - problemas que envolva o cálculo de áreas de superfícies poligonais regulares.

Instrumentos

Kit compasso

Quadro, pincel e esponja

Xerox

Avaliação

Atividades em sala para o cálculo de área de superfícies poligonais regulares.

Sétimo Momento

Tema: círculo e circunferência: conceito e elementos

Objetivos de aprendizagem dos alunos

1. Perceber a importância da roda, do círculo e da circunferência na história da humanidade.
2. Descrever os elementos da circunferência.

Ações de ensino

1. Entregar o gabarito com os resultados da atividade sobre áreas de polígonos regulares para que os alunos possam conferir o que acertaram e também possam refazer o que erraram.
2. Dividir a turma em grupos para um trabalho coletivo e colocar uma situação histórica desencadeadora. Falar da importância da roda, do círculo e da circunferência na evolução humana.
3. Junto a situação histórica entregar uma atividade com questões relacionadas a circunferência, ao raio e seu uso no dia - a - dia em que será necessário o uso de barbante na construção de circunferências com raios determinados.
4. Socialização das atividades propostas para um maior envolvimento de todos.
5. Apresentação de slides que reforcem a história da circunferência e mostre seus elementos.
6. Passar para casa uma pesquisa sobre o comprimento da circunferência e sobre o número π .

Instrumentos

Kit multimídia

Xerox

Barbante

Régua

Avaliação

Estudo sobre círculo e circunferência

Centro de Ensino Médio José Soares

Redenção do Gurguéia – PI

Data: / /2018

Disciplina: Matemática

Professora:

2º Ano Turma _____

Componentes do Grupo:

Curiosidade sobre a roda

A roda foi uma das maiores invenções da humanidade, provavelmente inventada a 3500 a.C., na região da Suméria ou Mesopotâmia (apesar de controvérsias entre alguns pesquisadores), a roda tornou o transporte mais fácil e rápido, além de contribuir para transformar as primeiras aglomerações humanas em cidades maiores.

O antigo povo egípcio já fazia uso de toras de madeira para transportar grandes pesos. Veículos com rodas puxadas por animais já eram usados na antiga Mesopotâmia. Um dos vestígios deixados por essa civilização é uma pedra de argila, datada de 3500 a.C., com o desenho de uma carroça que usava discos de madeiras como rodas.

Com o tempo, para que a roda se tornasse mais leve e veloz, foram-se fazendo aberturas, o que deu origem à roda com raios. Por volta de 2000 a.C., sumérios e persas usavam rodas feitas de madeira com aros protegidos por uma circunferência de metal para evitar o desgaste.

Mas, o desenvolvimento da roda, como conhecemos hoje, se deu a partir da Idade Moderna.

Em 1888, o inventor John Dunlop desenvolveu os primeiros pneus com câmara para bicicletas.

Em 1895, na França, o industrial Edouard Michelin adaptou a invenção para uso em automóveis. E no início do século XX, as rodas passaram a ser fabricadas com metal. Hoje, temos rodas feitas de ligas leves e até compostos de carbono.

Com isso podemos perceber que a invenção da roda revolucionou os transportes na pré-história e iniciou uma sequência de notáveis aperfeiçoamentos.

Fonte: Dante (2005). Disponível em:
<https://www.sitedecuriosidades.com/curiosidade/qu-em-inventou-a-roda.html>. acesso em: 4 nov. 2018.

- a) Assim como no transporte a roda tem sido empregada para facilitar a vida dos seres humanos principalmente devido ao seu movimento giratório. Cite dois outros exemplos em que a roda é utilizada para facilitar a vida do homem.
- b) Quando falamos da roda lembramo-nos de uma circunferência ou círculo, não é verdade! Você recebeu uma folha de sulfite e um pedaço de barbante. Você consegue usar isso para desenhar uma circunferência com raio igual 4 cm? Converse com o seu colega e faça alguns testes. Você consegue!
- c) Nós podemos fazer circunferências contornando objetos que temos em casa. Cite o nome de 3 objetos diferentes que eu posso usar para fazer circunferências com tamanhos diferentes.
- d) No nosso dia a dia, a circunferência é utilizada em muitos objetos e situações. Você consegue pensar em 5 desses objetos ou situações? Você consegue imaginar uma circunferência que você tenha visto e que você considera que seria muito difícil de fazer?
- e) Você foi contratado para fazer uma praça circular. Você deve, primeiramente fazer a circunferência que contorna a praça. De que tamanho será sua praça? Você tem alguma ideia de como medir essa circunferência?

Fonte: Disponível em: <https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1091/circunferencia-com-barbante#materiais-e-atividades>. Acesso em: 4 nov. 2018.

Oitavo Momento

Tema: Círculo e circunferência: comprimento da circunferência, área do círculo

Objetivos de aprendizagem dos alunos

1. Diferenciar círculo de circunferência.
2. Apresentar conceitos de círculo e circunferência.
3. Desenvolver a fórmula para o cálculo do comprimento da circunferência.
4. Desenvolver a fórmula para o cálculo da área do círculo.

Ações de ensino

1. Pedir aos alunos que façam uma breve apresentação de suas pesquisas sobre o comprimento da circunferência e do número π .
2. Motivados pela apresentação das pesquisas exibir slides que demonstram a diferença entre círculo e circunferência e que mostre também os elementos do círculo.
3. Partir de situações do cotidiano que serão colocadas para que os alunos possam desenvolver o cálculo do comprimento da circunferência e o cálculo da área do círculo.
4. Exibir um vídeo que explora detalhadamente o trabalho com o cálculo da área da circunferência, do semicírculo e do setor circular.

Instrumentos

Kit multimídia

Avaliação: Cálculo do comprimento da circunferência e a área do círculo

Nono Momento

Tema: área do setor circular e da coroa circular

Objetivos de aprendizagem dos alunos

Desenvolver as fórmulas para o cálculo, do setor circular e da coroa circular.

Ações de ensino

1. Continuar a exibição de slides que agora passam a explorar a área do setor circular e da coroa circular.
2. Mostrar situações – problema que são exemplos para o cálculo de áreas do setor circular e da coroa circular.
3. Entregar uma atividade que explore o cálculo de áreas do círculo, do setor circular e da coroa circular.

Instrumentos

Xerox

Kit multimídia

Avaliação

Cálculo do setor circular e da coroa circular

Décimo Momento

Tema: Revisão do conteúdo

Objetivos de aprendizagem dos alunos

1. Revisar o cálculo de áreas de superfícies poligonais e áreas do círculo tendo como base a importância histórica da necessidade que o homem teve para desenvolver, conceitos e cálculos voltados a este tema, que tanto contribuiu para a evolução das civilizações e perdura até os dias atuais.

Ações de ensino

1. Dividir os alunos em grupo para desenvolver todo o roteiro proposto.
2. Pedir que cada grupo apresente as soluções criadas e discuti-las.
3. Explorar os conceitos de áreas de figuras planas e sua importância no contexto histórico-cultural.

Instrumentos

Xerox

Avaliação

Revisão de conteúdo

Centro de Ensino Médio José Soares

Redenção do Gurguéia – PI Data: ____/____/2018

Disciplina: Matemática

Professor:

2º Ano Turma _____

Componentes do Grupo:

Atividade

Com o falecimento de seu Antônio, avô de Camila, houve a necessidade de dividir uma área de terras que ficou de herança. A família em questão tem como herdeiros: a avó, o pai de Camila e dois tios.

O terreno tem a seguinte forma: uma parte retangular de comprimento 1500m e largura 800m e outra na cabeceira da propriedade com uma cachoeira que, por ter um maior valor virou questão de conflito, todos queriam ficar com essa parte, que está cercada e tem a forma de um semicírculo.

Após muita discussão, houve a seguinte proposta:

- A área em que se localiza a cachoeira ficou comum a todos.
- Dona Zélia, esposa do falecido ficou com a maior parte que tem o formato de um trapézio. Sabe-se também que seus filhos também ficaram com mesma área.
- Seu Marciano, pai de Camila ficou com uma parte no fundo da propriedade, com a forma de um triângulo com um dos ângulos reto e outro de 15° (lado oposto à cachoeira).
- Os tios Carlos e Pedro, que são gêmeos, ficaram cada um com uma área retangular.

Como dona Zélia e os filhos deixavam tudo por conta de seu Marciano, na falta deste não sabem a área das terras em questão e como têm muita dificuldade em lidar com essas medidas vamos ajudar a essa família resolvendo esse problema e dividindo essas terras de forma justa.

Roteiro

- Faça uma ilustração desse terreno contendo escala de 1: 10 000.
- Se a família decidir dividir a herança da forma proposta, calcule com que área cada um vai ficar individualmente, a área dividida aos integrantes dessa família e a área ocupada pela cachoeira (Use $\text{tg } 15^\circ = 0,21$).
- Realize uma discussão e aponte em que situações práticas necessitamos utilizar esse conteúdo em nossa realidade.

ANEXO D – Certificado como ministrante do curso de extensão

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
PRÓ-REITORIA DE EXTENSÃO E CULTURA
COORDENADORIA DE PROGRAMAS E CURSOS DE
FORMAÇÃO PROFISSIONAL E POLÍTICAS SOCIAIS

CERTIFICADO

Conferido a

KELLY CRISTINE RODRIGUES DE MOURA

por haver ministrado o(a) **Curso de extensão: "ATIVIDADE ORIENTADORA NO ENSINO DE GEOMETRIA PLANA"**, no período de 19 de fevereiro a 23 de fevereiro de 2018, perfazendo um total de **40 horas**.

Teresina, 20 de Maio de 2020

Prof. Dr. Marcos Antonio Tavares Lira
Coordenador(a) da CFOPS/PREXC

Profa. Me. Kelly Cristine Rodrigues de Moura
Coordenador(a) do Evento

Participante

Para verificar a autenticidade deste documento acesse <http://sis.ufpi.br/sisprex/www/verificarcertificado/certificado> e insira o código verificador 10da10db